UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS

APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES MODELOS DE VAR NO MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO

CRISTIANO HENRIQUE FERREIRA RAPOSO

MATRÍCULA: 105052029

ORIENTADOR: MARCO ANTONIO CUNHA DE OLIVEIRA

OUTUBRO 2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS

APLICAÇÃO E COMPARAÇÃO ENTRE DIFERENTES MODELOS DE VAR NO MERCADO DE CAPITAIS BRASILEIRO

CRISTIANO HENRIQUE FERREIRA RAPOSO
MATRÍCULA: 105052029

BANCA EXAMINADORA

PROF. MARCO ANTONIO CUNHA DE OLIVEIRA

PROF. ANGELO CISTER

OUTUBRO 2009

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor

“A melhor maneira de prever o futuro é criá-lo.”

Peter Drucker

AGRADECIMENTOS

Sem o apoio de meus pais, jamais teria chegado a esse ponto. Prestes a me formar, olho para trás e vejo todo o sacrifício realizado por eles para me dar a vida que jamais tiveram. Mesmo sem estudo, sabiam da importância da educação nos dias de hoje e me incentivaram em todos os sentidos.

Tenho enorme admiração pela trajetória de meu pai, que ascendeu da penúria e hoje é um empresário de sucesso. Sem seu apoio, tenho certeza que nada disso se concretizaria.

Agradeço à minha mãe, que me apoiou em todos os momentos e fez de tudo para que eu me formasse. Ao fornecer toda a estrutura que um lar pode oferecer, ela permitiu que me concentrasse apenas nos estudos.

Também tenho muito a agradecer aos amigos de trabalho da Ágora Corretora. Tudo que aprendi sobre o mercado financeiro é proveniente dessas maravilhosas pessoas que acreditaram em mim e me apoiaram.

Agradeço também ao meu orientador, o qual é certamente um dos melhores professores da área financeira. Suas aulas são sempre muito didáticas e, certamente, me ajudaram muito com o meu trabalho e minha monografia.

RESUMO

O Mercado Financeiro Brasileiro ainda é dependente do capital estrangeiro. Essa dependência aumenta a oscilação dos preços tanto num surto de investimentos no país quanto na fuga de capital, aumentando o risco de investimentos de renda variável. Dessa forma, se torna essencial para o investidor medir o risco de suas operações. Nesse trabalho, será apresentado o VAR (*Value at Risk*), uma importante ferramenta de mensuração de risco que se tornou referência no mercado. Será realizada a comparação de três metodologias de VAR e posteriormente serão realizados testes de aderência para verificar se o VAR estimado está em linha com a perda real.

ABSTRACT

Brazilian´s Financial Market is still dependent of foreign capital. This dependence raises the volatility of prices when there are new investments in the country and also when there is the runaway of this money, raising the risk of investments in stocks. This way, becomes essential to measure the risk of the operations. This work will present the VAR (Value at Risk), an important tool of risk measure that has became a benchmark in the Financial Market. Three methodologies of VAR are going to be exposed and a comparison will be made between them. Tests of adherence will be made to verify if the estimated VAR is in line with the real loss.

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS, SIGLAS E CONVENÇÕES

VAR *Value at Risk*

EWMA *Exponentially Weighted Moving Average*

IBOV *Índice IBOVESPA*

RAPM *Risk-adjusted performance measures*

SVA *shareholder value added*

SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO

Pode-se interpretar o risco como sendo a variabilidade de um conjunto de dados em relação à sua média, ou seja, é o grau de incerteza das estimativas de perdas. Quanto maior a variabilidade dos dados ao redor da média, maior é o grau de incerteza, o que diminui a capacidade de predição. Segundo JORION (2007, p. 75), “o risco pode ser definido como a dispersão de eventos inesperados devido aos movimentos de variáveis do mercado”.

O controle de risco pode atuar em duas pontas: ativa e passiva. Ele é passivo quando tem o papel de calcular o risco incorrido em determinada operação e informar aos *traders,* e é ativo quando estabelece o nível limite de risco que se deseja incorrer e liquida posições quando há a necessidade de reduzir exposições.

O desconhecimento do risco de determinadas operações pode levar a grandes desastres financeiros, tais como os famosos casos de *Orange County* e da quebra do *Barings*. Mesmo com amplos estudos e artigos publicados nessa área, ainda podemos ver alguns casos de acidentes envolvendo operações de alto risco.

No ano de 2008, por exemplo, é possível destacar alguns acontecimentos que realçam ainda mais a importância da mensuração e mitigação do risco. A Sadia, maior empresa brasileira no setor alimentício, sofreu perdas da ordem de R$ 1 bilhão no mercado cambial. Valor considerável para a empresa, visto que seu lucro líquido em 2007 fora de R$ 300 milhões. É normal que empresas exportadoras, como a Sadia, façam operações no mercado futuro, a fim de proteger exposições elevadas ao câmbio. Dessa forma, as perdas operacionais provenientes da variação cambial são compensadas pelo resultado não operacional. Entretanto, segundo reportagem publicada no Portal Exame[1] no dia 26/09/2008, o diretor financeiro da Sadia foi além do *hedge*, e realizou operações especulativas apostando na queda ou manutenção do dólar. Após uma valorização do dólar de mais de 40% em 2

[1] Reportagem publicada em: http://portalexame.abril.com.br/financas/m0168377.html

meses, a Sadia anunciava sua perda bilionária e os conselheiros administrativos demonstravam desconhecimento da operação.

A quebra do Lehman Brothers, caso mundialmente repercutido, também se demonstrou um grande desastre financeiro. O Banco possuía ativos lastreados no mercado hipotecário norte-americano, foco da crise de 2008. Dessa forma, a Instituição se viu sem liquidez e incapaz de honrar operações e chamadas de margens nas Bolsas.

Tantos foram os desastres financeiros que Bancos Centrais e Órgãos Reguladores de todo o mundo se conscientizaram da necessidade de mensurar e acompanhar o risco das Instituições Financeiras. Em 1988, foi firmado o acordo da Basiléia, um importante indicador de risco, amplamente difundido no mercado. Ele trata da normatização dos procedimentos bancários. Exigindo um baixo nível de alavancagem e um alto nível de liquidez, a Basiléia é um importante indicador para os Órgãos Reguladores. Entretanto, ainda não obteve sucesso em eliminar completamente os desastres financeiros.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma das medidas de risco mais utilizadas atualmente no mercado financeiro, o VAR (*Value-at-Risk*). Através de modelos estatísticos, o VAR pode estimar a perda máxima de um portfólio num determinado período de tempo em condições normais de mercado. Dessa forma, o Capítulo II irá apresentar uma explicação do que representa o VAR e suas principais formas de utilização.

O foco deste trabalho é apresentar a metodologia de cálculo do VAR e exemplificar sua aplicação através de uma carteira teórica. Entretanto, como o cálculo do VAR utiliza diversas ferramentas estatísticas, este trabalho irá primeiramente apresentá-las no Capítulo III.

Ao final do Capítulo III, serão apresentados dois modelos de VAR Paramétricos: VAR Delta Normal e VAR EWMA; e um modelo de VAR Não-Paramétrico.

Demonstrada toda a metodologia de cálculo do VAR, serão feitas aplicações práticas em portfólios fictícios, as quais permitirão verificar a aderência dos modelos e dos parâmetros utilizados, demonstrando qual se enquadra melhor para cada tipo de análise.

II. INTRODUÇÃO AO MODELO DE VAR (*Value-at-Risk*)

Diante das novas tendências na estruturação de áreas para o gerenciamento de riscos, alguns autores - como Jorion (2007), Figueiredo (2005), JP Morgan (1996), entre outros – dividem o gerenciamento de risco em quatro áreas:

- Risco de Crédito;
- Risco Operacional;
- Risco Legal;
- Risco de Mercado.

O Risco de Crédito é relacionado ao recebimento de um valor contratado/compromissado, a ser pago por uma contraparte de um contrato/operação ou emissor de um título, descontadas as expectativas de recuperação e realização de garantias.

Já o Risco Operacional pode ser definido como uma medida de erros operacionais. Ele engloba falhas humanas, danos à infra-estrutura de suporte, utilização indevida de modelos matemáticos ou produtos, alterações no ambiente dos negócios, ou a situações adversas de mercado.

Existem também as incertezas dos retornos de uma instituição caso seus contratos não possam ser legalmente amparados por falta de representatividade por parte de um negociador, por documentação insuficiente, insolvência ou ilegalidade. Nessa área, atua o Risco Legal.

Por fim, o risco de mercado pode ser definido como uma medida numérica da incerteza relacionada aos retornos esperados de um investimento, em decorrência de variações em fatores do mercado, como taxas de juros, taxas de câmbio, preços de ações e commodities. Segundo Figueiredo (2005, p. 3), "Risco de mercado é o risco de perda decorrente de oscilações no valor de ativos negociados no mercado."

Como será apresentando ao longo deste trabalho, o VAR (*Value-at-Risk*) consiste numa medida estatística que propõe justamente medir o Risco de Mercado de uma operação.

Alguns conceitos do VAR podem ser vistos ao longo da história dos mercados financeiros e da estatística. Entretanto, essa ferramenta só emergiu no final dos anos 80 e se tornou uma referência nos anos 90, período marcado por alguns desastres financeiros, tais como: *Orange County, Barings, Metallgesellschaft, Daiwa*, entre outros. Durante esse período, os estudos ao redor do VAR foram intensificados por J. P. Morgan, que publicou a metodologia em 1994.

O VAR é um método que faz a avaliação do risco utilizando técnicas estatísticas e séries históricas. Resumidamente, JORION (2007, p. 106) define o VAR como sendo "a pior perda dentro de um intervalo de tempo, a qual não será ultrapassada dentro de um determinado nível de confiança". Por exemplo, uma Instituição Financeira pode dizer que seu VAR diário é de $50 milhões com um nível de confiança de 99%. Em outras palavras, existe 1 chance em 100, em condições normais de mercado, de um perda superior a $50 milhões. Sendo assim, um único número pode demonstrar a exposição total da Instituição no mercado.

O VAR pode ser utilizado por qualquer Instituição exposta a riscos financeiros, não sendo necessariamente uma Instituição Financeira. Seguem as classificações das aplicações do VAR, propostas por JORION (2007):

Passiva: Relatórios. O VAR pode medir o risco agregado a uma operação antes dela ser posta em prática e também pode comunicar aos acionistas o risco que a corporação está se expondo.

Defensiva: Controle de Risco. O próximo passo seria utilizar o VAR para estabelecer limites aos operadores e clientes, dessa forma a Instituição opta pelo nível de risco que deseja incorrer. Uma grande vantagem do VAR é que este pode ser utilizado para comparar mercados diferentes, uma vez que utiliza uma mesma medida.

Ativa: Gerenciamento de Risco. O VAR é utilizado hoje para alocar capital nos diferentes mercados, operadores, negócios, produtos e até em instituições. Esse processo ajusta o retorno para o risco. O modelo RAPM (*Risk-adjusted performance measures)* pode guiar a Instituição para um perfil mais bem elaborado de risco-retorno. O VAR também é utilizado nas decisões de investimentos, uma vez que mede o impacto de determinada operação no portfólio da empresa, o que criará maior valor aos acionistas (SVA – *shareholder value added*)

Hoje em dia, o VaR está sendo utilizado por diversas Instituições Financeiras, tais como: bancos, corretoras, *assets*, seguradoras. Além disso, vem sendo implementado por alguns órgãos reguladores e instituições não-financeiras.

Segundo Jorion (2007), o cálculo do VAR envolve dois fatores quantitativos: o horizonte de tempo e o nível de confiança. Definindo-se *c* como o intervalo de confiança e L como a perda, chega-se à Equação 1:

$$P(L > VAR) \leq 1 - c$$

[Equação 1]

Ou seja, a probabilidade de a perda ser maior que o VAR é de *1 – c.* Por exemplo, dado um nível de confiança de 99%, a probabilidade de a perda exceder o VAR é menor ou igual a apenas 1%.

Segundo Jorion (2007), o cálculo do VAR utiliza os parâmetros demonstrados no Gráfico 1, a seguir.

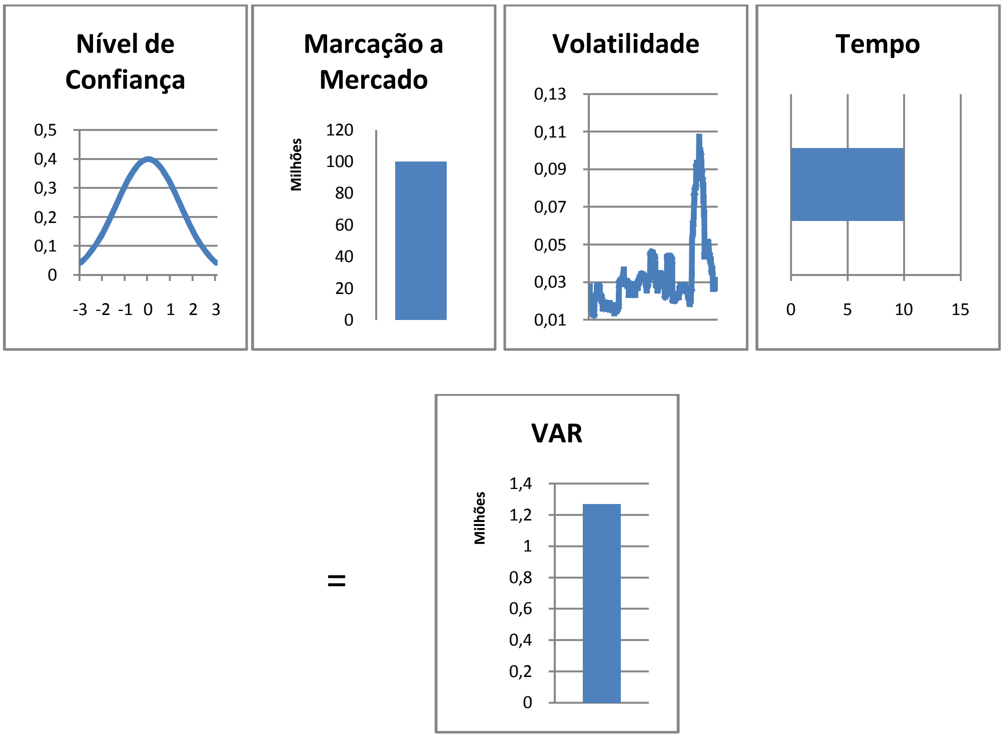

Gráfico 1 - Simulação do VAR

Fonte: Jorion, 2007 p. 107

II.1. VaR Paramétrico

O VAR Paramétrico é um dos métodos mais simples de cálculo do VAR, uma vez que considera que a distribuição das probabilidades do ativo ou portfólio é similar a outra distribuição, como a distribuição normal, por exemplo. Originalmente introduzido pelo *Riskmetrics* de JP Morgan, o VAR Paramétrico se tornou uma referência no mercado, visto que não há demanda de esforço computacional elevado, barateando seu custo. Entretanto, ele pode subestimar o risco do ativo caso a distribuição utilizada não seja adequada.

II.2. VaR Não-Paramétrico

Apesar de o VAR Paramétrico ser amplamente utilizado no Mercado Financeiro e ser muito bem aceito pelos gestores de risco, existem alguns mercados onde sua utilização não é apropriada. Em determinados casos, assumir uma distribuição normal para a distribuição de um ativo pode significar o detrimento de retornos que possuem uma grande chance de ocorrência. Em mercados onde existem maiores ocorrências de observações afastadas da média (distribuições com caudas grossas), a aproximação pela distribuição normal certamente acarretará numa distorção do cálculo do VAR para um valor inferior ao real.

No modelo Não-Paramétrico, é calculado o fator de confiança para o ativo ou portfólio com base nos retornos históricos, o que pode resultar numa maior precisão do VAR em casos onde as caudas da distribuição são mais largas, segundo Jorion (2007).

III. METODOLOGIA

O presente trabalho tem por objetivo apresentar o cálculo do VAR. Inicialmente, serão apresentadas as ferramentas estatísticas utilizadas em seu cálculo, tais como: medidas de dispersão e correlação.

Será feita a aplicação de três tipos de VAR: o VAR Delta-Normal, o VAR EWMA e o VAR Histórico. Para isso, serão retiradas do sistema Economática séries históricas diárias de 03/01/1994 até 15/06/2009 dos seguintes ativos: PETR4, VALE5 e CSNA3.

Através dos preços, serão calculados os retornos logaritmos de cada ativo e de um portfólio fictício, onde cada um desses ativos irá representar 33,33% da carteira. Com base nesses retornos, serão aplicadas as metodologias do VAR, descritas a seguir, nos retornos de cada ativo e nos retornos da carteira composta pelos mesmos.

Os cálculos do VAR serão tabelados e plotados em gráficos para posterior comparação e inferência de conclusões. Além disso, será testada a aderência de cada modelo através do *BackTest* para validação e verificação dos modelos.

IV. METODOLOGIA DE CÁLCULO UTILIZADA

A seguir, são apresentados os modelos estatísticos e metodologias de cálculo que serão utilizados nos modelos do VAR a serem descritos no presente trabalho.

IV.1. Probabilidade

Eventos aleatórios são eventos que não podem ser previstos. Existe sempre mais que uma possibilidade de ocorrência de um fenômeno aleatório, sendo a medida numérica da ocorrência de cada uma dessas possibilidades denominada Probabilidade.

Segundo Mann (2006), é possível definir Probabilidade como o estudo de eventos aleatórios e seu objetivo como sendo estimar a possibilidade de ocorrência desses fenômenos, cujos resultados são imprevisíveis.

O grupo dos eventos que se deseja estimar a possibilidade de ocorrência deve, necessariamente, estar contido no conjunto do Espaço Amostral. Este, por sua vez, é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. O Espaço Amostral pode ser representado em S.

A probabilidade p(A) de ocorrência do evento A será calculada pela Equação 2, conforme a seguir:

$$p_{(A)} = \frac{n_{(A)}}{n_{(S)}}$$

[Equação 2]

Onde,

$p_{(A)}$ = Probabilidade de ocorrência do evento A;

$n_{(A)}$ = Número de elementos em A;

$n_{(U)}$ = Número de elementos em S.

IV.2. Medidas de Dispersão

As medidas de dispersão indicam como um conjunto de dados se distribui em relação à sua média. Quanto maior a distância dos valores extremos para seu ponto central, menor é a representatividade estatística da amostra, visto que a previsão futura se torna menos eficaz. Sendo assim, quanto maior a dispersão dos dados, maior é o risco. Algumas metodologias de mensurar a dispersão são: o desvio-padrão, variância e volatilidade.

IV.2.1 Desvio-padrão

O desvio-padrão é uma medida de dispersão. Ele visa estimar a variabilidade (grau de dispersão) de um conjunto de valores em torno de sua média. Ele pode ser calculado através de dados de uma população e é representado por σ (sigma), conforme representado na Equação 3. Porém, ele também pode ser calculado através de uma amostra da população (estimativa média da população) e nesse caso é representado por S.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

[Equação 3]

Onde,

N = número de amostras;

x_i = amostra;

$\bar{x}$= média.

No Excel, a fórmula utilizada deve ser =DESVPADP(núm1;núm2;...).

IV.2.2 Variância

A variância é definida como o quadrado do desvio-padrão. Dessa forma, é representado por σ^2 ou S^2, sendo a variância da população e a variância da amostra, respectivamente.

IV.2.3 Volatilidade EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*)

A Volatilidade EWMA é uma medida de dispersão mais apurada que o desvio-padrão, uma vez que atribui pesos maiores às últimas amostras. Teoricamente, um retorno mais recente terá um impacto maior sobre a performance do ativo do que um retorno mais antigo. Segundo Chandrasekaran (1995), como a Volatilidade EWMA dá um peso maior aos retornos mais recentes, ela se ajusta mais rapidamente à realidade do mercado. Sua fórmula é representada na Equação 4:

$$\sigma_t^2 = (r_t - \mu)^2 . \lambda + (1 - \lambda) . \sigma_{t-1}^2$$

[Equação 4]

Onde,

r_t= retorno

μ= média de retornos

λ=lambda (Fator de Decaimento)

O lambda pode ser considerado um fator de alisamento. Quanto maior, mais peso é dado às amostras mais recentes. Ele pode ser atribuído de acordo com a análise desejada, entretanto, geralmente é utilizado um lambda de 94%, que é o padrão adotado pelo Risk Metrics.

IV.3. Distribuição Normal (Curva de Gauss)

A distribuição normal, ou distribuição de Gauss, representada no Gráfico 2, é uma função de densidade probabilística que descreve muito bem uma série de fenômenos físicos e financeiros. Segundo Jorion (2007) ela pode ser utilizada para se fazer a inferência estatística da probabilidade de diversos ativos no mercado financeiro. Entretanto, o autor faz um alerta para a utilização da Normal para ativos que possuem distribuições com caudas muito largas. Segundo ele, o modelo poderia subestimar as perdas nesse caso.

A função de densidade pode ser descrita pela Equação 5:

$$f(x;\mu;\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

[Equação 5]

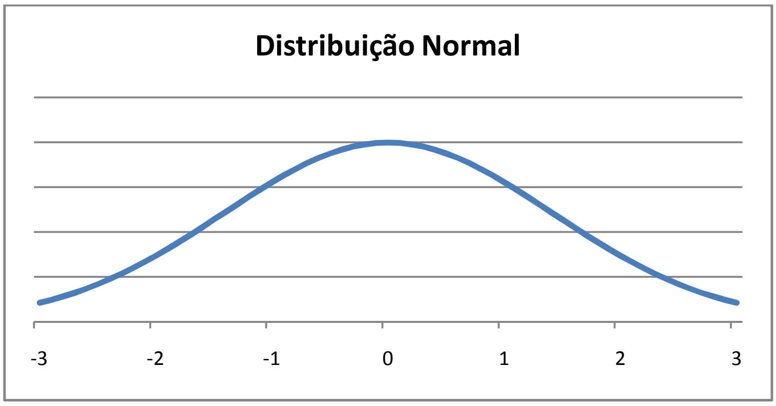

Gráfico 2 - Distribuição Normal – Fonte: Elaboração Própria

Na distribuição normal é possível ver qual a probabilidade de ocorrência de um evento. Essa distribuição é utilizada inclusive no cálculo do VAR Paramétrico.

IV.4. Covariância

A Covariância define como determinadas variáveis aleatórias se inter-relacionam linearmente. A covariância entre duas variáveis *x* e *y* é definida pela Equação 6 ou pela Equação 7:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x).(y_i - \mu_y)}{N}$$

[Equação 6]

Ou

$$\sigma_{xy} = E[(x_i - \mu_x).(y_i - \mu_y)]$$

[Equação 7]

Desta forma, a covariância entre duas variáveis X e Y é igual ao produto dos desvios de cada uma das duas variáveis X e Y em relação as suas respectivas médias.

Caso as variáveis sejam independentes, ou seja, não possuem associação, sua covariância é, necessariamente, igual à zero, conforme demonstrado pelas Equações 8,9 e 10 (COSTA NETO, 2002):

Fazendo,

$\mu_i = E(i)$ na equação 7

Então;

$$\sigma_{xy} = E[(x_i - E(x)).(y_i - E(y))]$$

$$\sigma_{xy} = E[x_i y_i - x_i E(y) - E(x) y_i + E(x)E(y)]$$

$$\sigma_{xy} = E(xy) - E(x)E(y) - E(x)E(y) + E(x)E(y)]$$

$$\sigma_{xy} = E(xy) - E(x)E(y)$$

[Equação 8]

Se *x* e *y* são independentes,

$$E(xy) = E(x)E(y)$$

[Equação 9]

Logo,

$$\sigma_{xy} = 0$$

[Equação 10]

Entretanto, o fato de duas variáveis possuírem covariância igual à zero, não determina que ambas sejam, necessariamente, independentes.

IV.5. Correlação

Conforme apresentado, a covariância expressa a relação entre dois ativos. Entretanto, sua magnitude depende das variâncias dos ativos individuais. Dessa maneira, ela não é tão fácil de ser interpretada e comparações entre diferentes pares de ativos podem ser comprometidas.

A correlação também é uma medida do relacionamento entre ativos, medindo a força e a direção do relacionamento linear entre duas variáveis aleatórias. Como ela varia de -1 até +1, é considerado um indicador mais fácil de ser interpretado. O modelo mais utilizado é o coeficiente de correlação de Pearson, o qual é obtido dividindo-se a covariância de duas variáveis pelo produto de seus desvios-padrão, conforme demonstrado nas Equações 11 e 12.

$$\rho_{x,y} = \frac{cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

[Equação 11]

Ou

$$\rho_{x,y} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu_x).(y_i - \mu_y)}{N}}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}.\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2}}$$

[Equação 12]

Resultados mais elevados indicam forte correlação. Já resultados negativos, podem significar direções diferentes entre as amostras comparadas.

IV.6. Retorno Logaritmo

Segundo Jorion (2007), a vantagem dos log-retornos é que se estes forem distribuídos normalmente, a distribuição nunca poderá levar a um preço que seja negativo, o que é coerente com a idéia de que esta variável é sempre maior ou igual a zero.

Outra vantagem do retorno logaritmo é que a soma dos retornos das partes de um período refletirá exatamente o retorno do período completo, conforme demonstrado na Equação 13.

$$R_{t,2} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-2}}\right) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) + \ln\left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right) = R_{t-1} + R_t$$

[Equação 13]

Dessa forma, os retornos logaritmos são mais adequados para a realização de análises de risco de portfólios e serão utilizados neste trabalho.

V. Metodologias de VAR

Definindo W_0 como o valor inicial de um portfólio e R como sua taxa de retorno, será demonstrado o calculo do VAR. Ao final do horizonte de tempo escolhido, o valor do portfólio será $W = W_0 (1+R)$, onde R tem média μ e volatilidade σ. Definindo o menor valor do portfólio dentro do intervalo de confiança de nível *c* como $W^* = W_0 (1+R^*)$, o VAR é definido como a perda monetária com relação à média, conforme representado na Equação 14.

$$VAR\mu = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu)$$

[Equação 14]

Caso o VAR seja definido em valores absolutos, ou seja, em relação a zero, será dado pela Equação 15:

$$VAR_{zero} = W_0 - W^* = -W_0 R^*$$

[Equação 15]

Em ambos os casos, o VAR é equivalente ao valor mínimo W*. A partir da distribuição de probabilidade f(w) e dentro de um intervalo de confiança de valor *c*, na Equação 16, pretende-se encontrar o pior cenário possível W* tal que a probabilidade de exceder este valor é *c*:

$$c = \int_{W^*}^{+\infty} f(w)dw$$

[Equação 16]

Ou tal que a probabilidade de um valor menor que W*, *p = P(w ≤ W*)*, é 1-c, como na Equação 17:

$$1 - c = \int_{W^*}^{+\infty} f(w)dw = \Pr(w \leq W^*) = p$$

[Equação 17]

O número W* é chamado o quantil da amostra. Para o cálculo do VAR dos retornos de ações ou de uma carteira, assume-se que os retornos diários são identicamente e independentemente distribuídos.

V.1. Delta-Normal

O Modelo Delta-Normal é o tipo mais simples de VAR Paramétrico. Ele tem como premissa que a distribuição de um ativo segue a distribuição Normal. Dessa maneira, utiliza os parâmetros dessa distribuição. Além disso, esse modelo assume que todas as amostras possuem o mesmo peso para o cálculo da volatilidade, facilitando ainda mais o cálculo. Entretanto, segundo Jorion (2007), essa facilidade pode representar perda de precisão, uma vez que nem todos os ativos possuem uma distribuição parecida com a normal e os retornos mais recentes teoricamente possuem um peso maior no comportamento do ativo no futuro.

Considerando que a distribuição de probabilidade dos retornos é Normal, o VAR pode ser calculado diretamente do seu desvio-padrão utilizando-se um fator multiplicativo que depende do intervalo de confiança. Esta abordagem é geralmente chamada de paramétrica, pois envolve a estimação de um parâmetro: o desvio-padrão. Logo, transformando a distribuição f(w) pela distribuição Normal $\Phi(\epsilon)$, onde $(\epsilon) \sim N(0,1)$ e associando R* com o desvio-padrão da distribuição Normal α > 0, chega-se às Equações 18 e 19.

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma}$$

[Equação 18]

Isto equivale a:

$$1 - c = \int_{W^*}^{-\infty} f(w)dw = \int_{-\infty}^{-|R^*|} f(r)dr = \int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\epsilon)d\epsilon = N(d)$$

[Equação 19]

Deste modo, achar o VAR equivale a achar o desvio α tal que a área à sua esquerda seja igual a 1 – *c*. Basta então consultar as tabelas da distribuição Normal e encontrar a variável de valor d.

Arrumando de forma diferente as variáveis da equação 18, chega-se à equação 20:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu$$

[Equação 20]

Substituindo R* na equação 14, encontra-se o VAR financeiro em torno da média para o intervalo de tempo ∆t (JORION, 2007), conforme representado pela Equação 21.

$$VAR = -W_0(R^* - \mu) = W_0 \, \sigma \, \alpha \, \sqrt{\Delta t}$$

[Equação 21]

Onde,

σ = Volatilidade

α = fator de confiança

t = tempo

μ= média dos retornos

W_0 = investimento inicial

Já para o cálculo do VAR percentual, basta retirar a variável W_0, conforme demonstrado na Equação 22:

$$\boldsymbol{VAR = \sigma \, \alpha \, \sqrt{\Delta t}}$$

[Equação 22]

Já para calcular o VAR de um portfólio, é necessário fazer uma matriz de covariância para encontrar a volatilidade deste. A Variância do portfólio pode ser obtida através da multiplicação da matriz de participação pela matriz de covariância e pela matriz de participação transposta, conforme a Equação 23:

$$\boldsymbol{\sigma_p} = \sqrt{[\boldsymbol{w_1} \dots \boldsymbol{w_n}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma_1^2} & \boldsymbol{\sigma_{12}} & \boldsymbol{\sigma_{13}} & \cdots & \boldsymbol{\sigma_{1N}} \\ \vdots & & & & \vdots \\ \boldsymbol{\sigma_{N1}} & \boldsymbol{\sigma_{N2}} & \boldsymbol{\sigma_{N3}} & \cdots & \boldsymbol{\sigma_N^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{w_1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{w_N} \end{bmatrix}}$$

[Equação 23]

Onde,

w = Participação

σ_p= Volatilidade do Portfólio

$\sigma_{i,j}$= Covariância entre os ativos

Também é possível obter o VAR apenas com o desvio-padrão dos retornos da carteira. Essa forma retornará exatamente o mesmo resultado e dispensa a utilização de matrizes de covariância.

V.2. EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*)

Para uma análise mais apurada pode-se utilizar a volatilidade EWMA. Ela foi introduzida pelo JP Morgan e publicada em 1994 e seu documento oficial poder ser obtido em www.riskmetrics.com.

O método de VAR que utiliza a volatilidade EWMA fornece um peso maior às amostras mais recentes. Teoricamente, os retornos mais recentes possuem um impacto maior nos preços futuros, então esse modelo pode apresentar uma maior precisão. Ao dar um peso maior às amostras mais recentes, esse modelo ajusta a volatilidade mais rapidamente às oscilações de mercado. Segundo Jorion (2007), seu cálculo é igual ao Delta-Normal, tendo como diferença apenas a utilização da volatilidade EWMA no lugar do desvio-padrão, como é representado na Equação 24:

$$VAR_p = \alpha \, \sigma_{EWMA} \sqrt{\Delta t}$$

[Equação 24]

V.3. VaR Histórico

O método mais comum de VAR não-paramétrico é o Modelo Histórico. Segundo Jorion (2007), ele consiste em voltar no tempo e replicar o histórico de uma posição atual.

Primeiramente deve-se calcular o retorno esperado da carteira baseando-se em observações passadas.

O retorno de um portfólio pode ser definido pela Equação 25:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$$

[Equação 25]

Onde,

R_p= Retorno do Portfólio

w_i = Participação do ativo i

R_i = Retorno do ativo i

Para encontrar o número de amostras que estão na ponta negativa da calda e que excedem o nível de confiança desejado, basta multiplicar a probabilidade *(1 – c)* pelo número de amostras *n,* conforme representado na Equação 26.

$$Número\ de\ amostras\ fora\ do\ percentil = n \times (1 - c)$$

[Equação 26]

Dessa forma, será obtido o número de amostras que estão além do intervalo de confiança desejado e a partir de qual valor essas amostras ocorreram. O valor encontrado é exatamente o VAR Não-Paramétrico.

Já o fator de confiança pode ser dado pela Equação 27:

$$\alpha = \frac{VAR}{\sigma}$$

[Equação 27]

Esse método é bastante simples de ser implementado, uma vez que não é necessário calcular a matriz de covariância. Dessa forma, mesmo o VAR de uma carteira com um grande número de ativos é obtido facilmente.

V.4. Teste de Aderência – *BackTest*

Como diferentes mercados ou ativos tem comportamentos distintos, não é possível utilizar um modelo padrão para o cálculo do VAR de diferentes ativos. O *Back Test* realiza a avaliação de aderência do modelo utilizado. Com ele, é possível verificar se o modelo utilizado é eficiente para aquele determinado mercado. Jorion (2007) define o *Back Test* como uma ferramenta estatística formal que consiste em verificar se a perda atual está em linha com a perda estimada. Ou seja, o *Back Test* faz a comparação entre os valores estimados e os valores reais. Dessa forma, é possível testar se o nível de confiança é seguro.

No gráfico 3 a seguir é possível visualizar a dispersão de 263 amostras de retornos de CSNA3, do período entre 24/01/2008 até 13/02/2009, retiradas do site da BOVESPA, sem o ajuste de proventos. A linha preta representa o VAR, que foi calculado para cada dia com base nos últimos 21 dias úteis anteriores. Sendo assim, o VAR foi calculado para 242 dias úteis.

Como pode ser visto no gráfico, alguns pontos ultrapassaram o VAR calculado para o dia. Esses pontos abaixo do VAR são as inconsistências do modelo. Como foi utilizado um nível de confiança de 95%, essas inconsistências não deveriam ultrapassar 5% das amostras totais. No exemplo apresentado, foram encontradas 15 inconsistências, as quais representam aproximadamente 6% do número total de amostras obtidas.

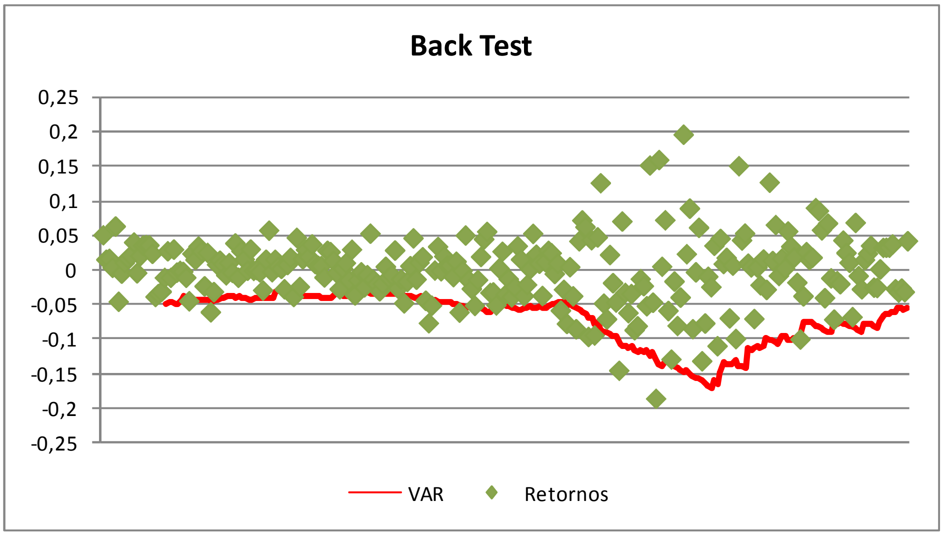

Gráfico 3 - Back Test

Fonte: Elaboração Própria

Vale ressaltar que, apesar de utilizar parâmetros numéricos, a avaliação de um modelo é subjetiva, uma vez que pode satisfazer um investidor pessoa física, mas ser inapropriado para um Fundo de Investimentos, por exemplo. Um fator a ser considerado na escolha do modelo de mensuração do VAR é o custo. Quanto maior a precisão desejada, maior será o dispêndio de recursos.

VI. APLICAÇÃO

Primeiramente, será estabelecido um portfólio teórico, contendo os três ativos de maior liquidez do mercado financeiro brasileiro nos últimos 15 anos, e todos terão o mesmo peso na carteira, conforme estabelecido na Tabela 1. Esse portfólio será utilizado como exemplo para o cálculo do VAR no período de 03/01/1994 a 15/06/2009.

Tabela 1: Portfólio Teórico

Ativo	Participação
CSNA3	33,33%
PETR4	33,33%
VALE5	33,33%

Como são utilizadas tabelas muito extensas para os cálculos dos modelos de VAR apresentados, este trabalho irá apresentar apenas o resumo das análises efetuadas.

Serão efetuadas duas análises com parâmetros diferentes, a fim de realizar comparações não somente entre os modelos, mas também entre os parâmetros estabelecidos.

ANÁLISE I

A seguir, na Tabela 2, são apresentados os Parâmetros utilizados para o cálculo do VAR diário para a primeira análise:

Tabela 2: Parâmetros Análise I

Intervalo de Amostras	252	d.u.
Intervalo de tempo	1	d.u.
Nível de Confiança	95%	
Lambda EWMA	0,94	

VAR

Com os parâmetros apresentados acima, os VAR's obtidos para os ativos e o Portfólio Teórico são apresentados na Tabela 3:

Tabela 3: VAR - Análise I

METODOLOGIA	VAR			
	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	8,25%	6,75%	6,60%	6,77%
EWMA	4,84%	3,78%	3,36%	3,73%
HISTÓRICO	8,17%	6,88%	6,52%	6,66%

Back Test

Para realizar o *Back test* é necessário plotar os retornos num gráfico e traçar a linha do VAR estimado, conforme demonstrado nos Gráficos 4,5 e 6. As linhas que ultrapassam a linha do VAR para baixo são os retornos que excederam a perda máxima estimada para aquele dia. Ou seja, são os erros do modelo de VAR utilizado.

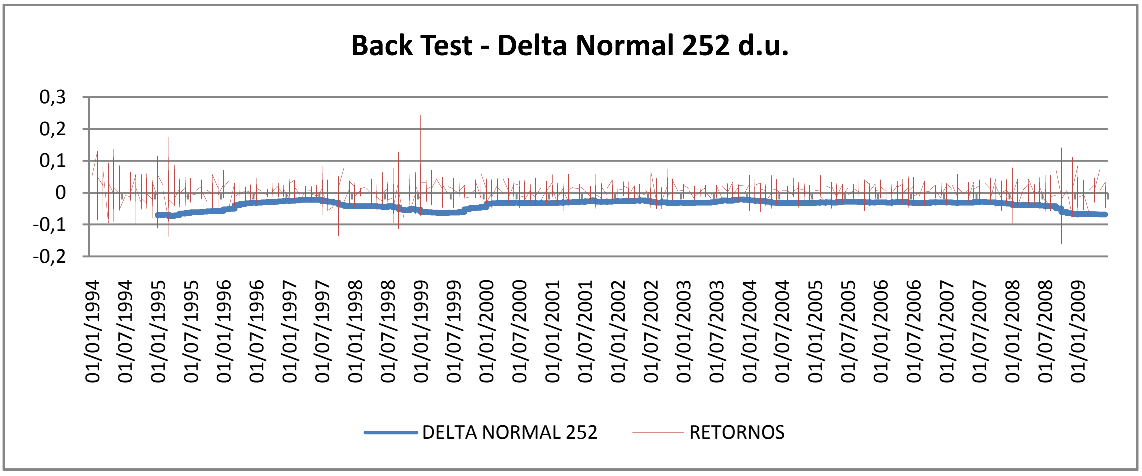

Gráfico 4 - VAR Delta Normal da Carteira - 252 d.u.

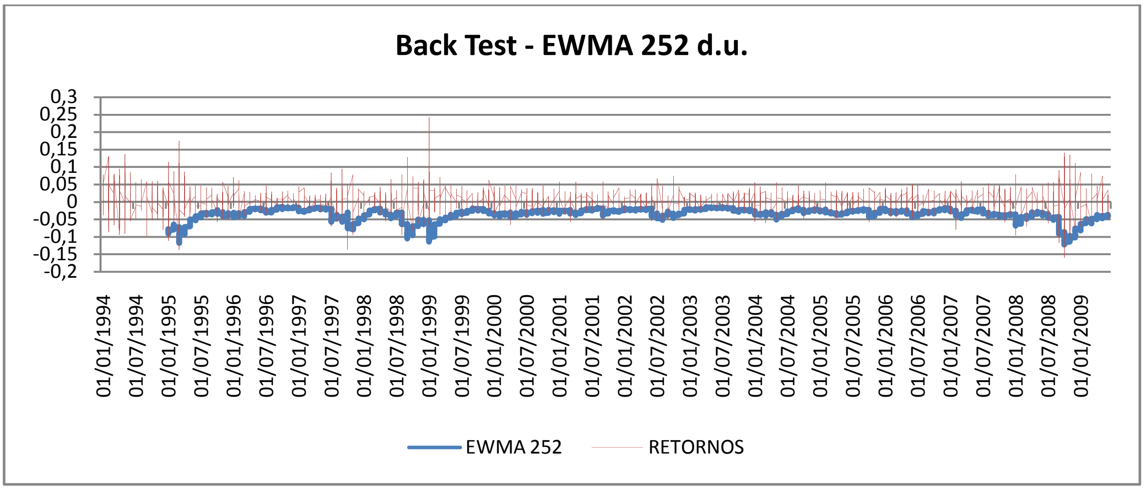

Gráfico 5 - VAR EWMA da Carteira - 252 d.u.

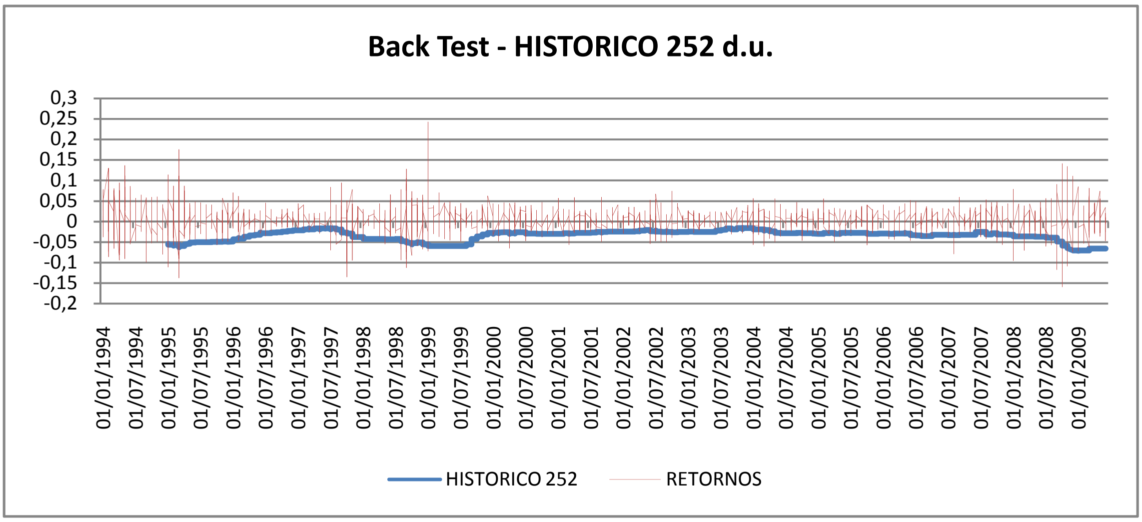

Gráfico 6 - VAR HISTÓRICO da Carteira - 252 d.u.

Nível de Confiança Atingido

Para determinar o nível de confiança atingido, primeiramente é feita a contagem dos retornos que excederam o VAR estimado para o mesmo dia, conforme a Tabela 4.

Tabela 4: Número de Amostras que Excederam o VAR - Análise I

METODOLOGIA	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	158	161	162	172
EWMA	130	138	145	144
HISTÓRICO	194	194	199	193

Feito isso, ainda é necessário dividir o número de amostras que excederam o VAR pelo número de amostras total. Dessa maneira, serão encontrados os níveis de confiança atingidos pelo VAR, conforme na Tabela 5.

Número de Amostras Total: 3569

Tabela 5: Nível de Confiança Atingido - Análise I

METODOLOGIA	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	95,6%	95,5%	95,5%	95,2%
EWMA	96,4%	96,1%	95,9%	96,0%
HISTÓRICO	94,6%	94,6%	94,4%	94,6%

Medindo o nível de confiança atingido, é possível verificar que os três modelos aplicados possuem um nível de confiança bastante próximo do nível estabelecido como parâmetro.

ANÁLISE II

A segunda análise utilizará um Intervalo de Amostras diferente da primeira. Enquanto a primeira utilizava um intervalo de 252 dias úteis para o cálculo do VAR diário, essa análise utilizará um intervalo de 21 dias úteis, Já os outros parâmetros, serão mantidos, conforme demonstrado na Tabela 6.

Tabela 6: Parâmetros - Análise II

Intervalo de Amostras	21	d.u.
Intervalo de tempo	1	d.u.
Nível de Confiança		95%
Lambda EWMA		0,94

VAR

Com os parâmetros apresentados acima, os VAR's obtidos para os ativos e para o Portfólio Teórico estão demonstrados na Tabela 7.

Tabela 7: VAR - Análise II

METODOLOGIA	VAR			
	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	4,72%	3,69%	3,22%	3,63%
EWMA	4,76%	3,52%	3,17%	3,55%
HISTÓRICO	4,55%	3,02%	1,98%	2,82%

Back Test

Novamente são plotados os retornos no gráfico, juntamente com a linha do VAR estimado para cada dia para representar o nível de confiança obtido, conforme nos Gráficos 7, 8 e 9.

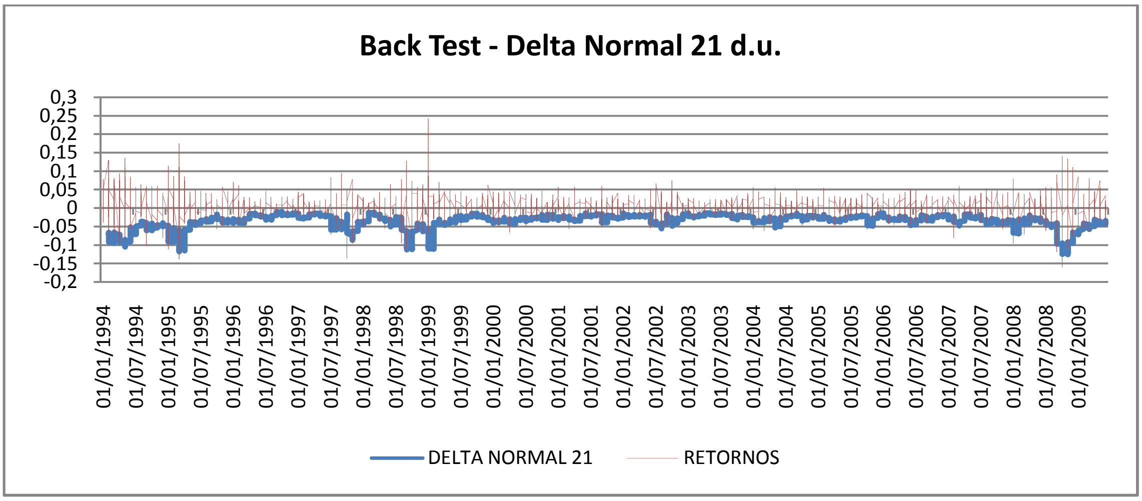

Gráfico 7 - Back Test - VAR Delta Normal da Carteira - 21 d.u.

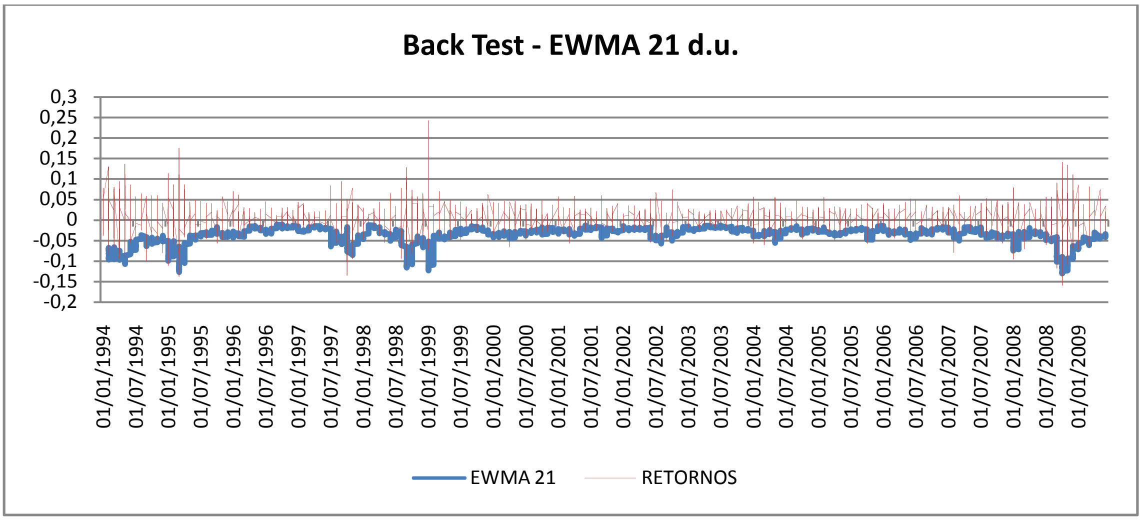

Gráfico 8 - VAR EWMA da Carteira - 21 d.u.

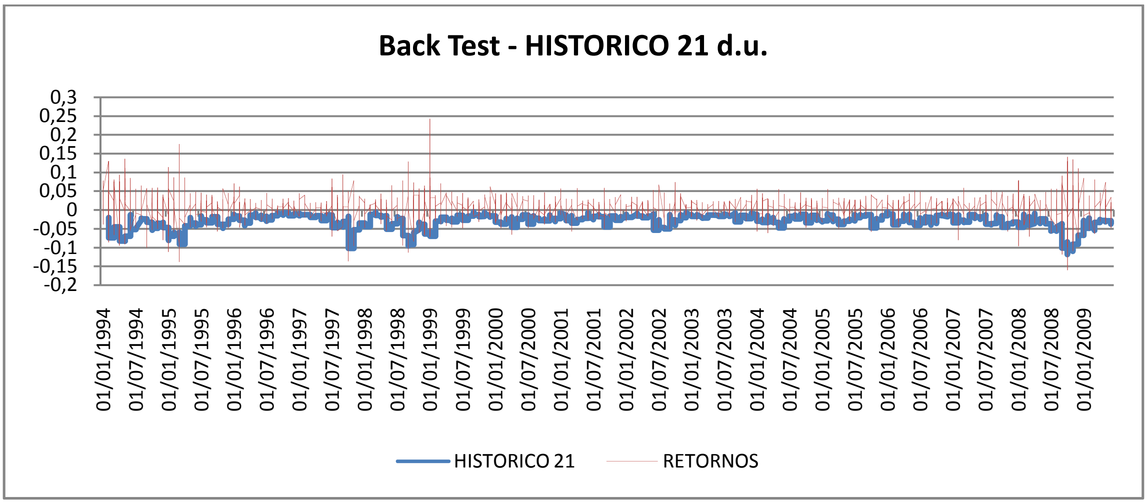

Gráfico 9 – VAR HISTÓRICO da Carteira - 21 d.u.

Nível de Confiança Atingido

Mais uma vez, é feita a contagem dos retornos que excederam o VAR estimado para seus respectivos dias, conforme Tabela 8.

Tabela 8: Número de Amostras que Excederam o VAR - Análise II

METODOLOGIA	DELTA NORMAL			
	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	192	188	185	196
EWMA	176	175	168	185
HISTÓRICO	191	193	179	194

Dividindo-se pelo número total de amostras, são obtidos os níveis de confiança atingidos na Tabela 9.

Número de Amostras: 3800

Tabela 9: Nível de Confiança Atingido - Análise II

METODOLOGIA	DELTA NORMAL			
	CSNA3	VALE5	PETR4	CARTEIRA
DELTA NORMAL	94,9%	95,1%	95,1%	94,8%
EWMA	95,4%	95,4%	95,6%	95,1%
HISTÓRICO	95,0%	94,9%	95,3%	94,9%

Medindo o nível de confiança atingido, é possível verificar que apesar de alcançar níveis de significância ligeiramente menores do que a primeira análise, estes ainda estão bastante próximos ao nível de significância previamente estabelecido. Dessa foram, podemos considerar que ambas as análises e todos os modelos utilizados são válidos para o portfólio utilizado.

VII. CONCLUSÃO

Os testes realizados na Carteira composta por VALE5, PETR4 e CSNA3 validaram todas as metodologias de VAR. Todavia, indicaram a metodologia EWMA como a mais consistente, visto que apresentou o maior nível de confiança entre as análises realizadas, como pode ser visto nas Tabelas 5 e 9. Isso ocorreu porque o mercado brasileiro tem grandes oscilações em suas volatilidades e, como os modelos Delta-Normal e Histórico não se ajustam rapidamente a essas mudanças, foram menos aderentes à situação do mercado.

O modelo de volatilidade EWMA atribui um peso maior às últimas amostras e dessa forma reflete melhor a realidade do momento. Caso alguma notícia afete o mercado, o retorno proporcionado por essa notícia terá um peso maior do que retornos "desatualizados". Sendo assim, a volatilidade é ajustada rapidamente.

A utilização de uma janela com 21 dias úteis de amostras para a volatilidade também se demonstrou mais eficiente para calcular o VAR de um dia, o que também pode ser explicado pelo peso dos retornos mais recentes no cálculo. Como os retornos mais antigos são eliminados do cálculo, a volatilidade se ajusta de forma mais rápida.

Todo o exposto, pode-se concluir que realmente os retornos mais recentes possuem um peso maior no desempenho de um ativo no futuro. Dessa maneira, o cálculo do VAR EWMA foi mais consistente para a amostra utilizada, pois atribui pesos maiores aos retornos mais atuais.

VIII. BIBLIOGRAFIA

CHANDRASEKARAN, S. **Modeling and Analysis of Ewma Control Schemes with Variance – Adjusted Control Limits**. 2 ed. Institute of Industrial Engineers, Inc, 1995.

FIGUEIREDO, Antonio Carlos. **Introdução aos Derivativos**. 2 ed. Thomson. 2005.

HULL, John. (2005). **Fundamentos dos Mercados Futuros e de Opções**. 4 ed. BM&F. 2005.

JORION, Philippe. **Value at Risk**. 3 ed. McGraw-Hill. 2007.

MANN, Prem S. **Introdução à Estatística**. 5 ed. LTC. 2006.

MORGAN, J. P. **Riskmetrics – Technical Document**. New York. 1996.

COSTA NETO, Pedro Luiz. **Estatística**. 2 ed. Edgard Blucher. 2002

KUPIEC, Paul; O'BRIEN, James. **A Pre-Commitment Aproach to Capital Requirements for Market**. Federal Reserv Broad. 1995.

VICENTE, M. **Gestão do Risco de Mercado**. Andima. 2004

WESTON, J., & BRIGHAM, E. **Fundamentos da Adminstração Financeira**. 10 ed. Makron. 2000.