



ANÁLISE DOS EFEITOS HIDRODINÂMICOS ASSOCIADOS À RESISTÊNCIA  
ADICIONAL EM ONDAS

Álvaro José de Souza Neto

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador(es): Paulo de Tarso Themistocles  
Esperança  
Marcelo de Araújo Vitola

Rio de Janeiro  
Julho de 2019

ANÁLISE DOS EFEITOS HIDRODINÂMICOS ASSOCIADOS À RESISTÊNCIA  
ADICIONAL EM ONDAS

Álvaro José de Souza Neto

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Paulo de Tarso Themistocles Esperança, D.Sc.

---

Dr. Marcelo de Araújo Vitola, D.Sc.

---

Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.

---

Prof. Su Jian, D.Sc.

---

Dr. Marcos Donato Auler da Silva Ferreira, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2019

Souza Neto, Álvaro José de

Análise Dos Efeitos Hidrodinâmicos Associados à Resistência Adicional em Ondas/ Álvaro José de Souza Neto. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XIII, 96 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Marcelo de Araújo Vitola

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 83-88.

1. Resistência Adicional em ondas. 2. Análise CFD. 3. RANS. 4. Euler. 5. Efeitos viscosos. 6. Radiação 7. Difração. I. Esperança, Paulo de Tarso Themistocles *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

*Dedico este trabalho ao meu avô paterno, Álvaro José de Souza, “in memoriam”, sempre muito presente em minha vida, apoiando meus estudos e se orgulhando de todas as minhas conquistas. Esta homenagem é uma forma de dizer-lhe o quanto o amo e de contar-lhe que obtive mais uma vitória.*

## AGRADECIMENTOS

Na realização da presente dissertação obtive o apoio de pessoas e instituições, as quais gostaria de prestar meus agradecimentos:

Aos meus orientadores, pela excelente orientação, disponibilidade e incentivo.

À Marinha do Brasil, pela oportunidade de estar cursando um mestrado em regime exclusivo e pela confiança depositada em mim, nesta missão.

Ao LabOceano pelo acolhimento e fornecimento dos recursos fundamentais para o andamento da pesquisa.

A minha amada esposa pelo apoio incondicional, pelas palavras motivadoras em momentos de desânimo, pelo impulso necessário à superação dos obstáculos e, sobretudo, pela compreensão da minha ausência durante os períodos de dedicação ao mestrado.

Aos meus pais e familiares, sou eternamente grato por toda força e carinho a mim prestados.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ANÁLISE DOS EFEITOS HIDRODINÂMICOS ASSOCIADOS À RESISTÊNCIA ADICIONAL EM ONDAS

Álvaro José de Souza Neto

Julho/2019

Orientadores: Paulo de Tarso Themistocles Esperança  
Marcelo de Araújo Vitola

Programa: Engenharia Oceânica

A resistência adicional em ondas, por estar associada à prática da navegação, é de grande importância econômica, ambiental e estratégica. Muitos cascos são projetados considerando os dados de resistência em mar calmo, no entanto, perdem eficiência quando encontram condições ambientais adversas.

Esta pesquisa propõe a investigação do fenômeno, por metodologia CFD, com ênfase nos efeitos das tensões viscosas, dos movimentos do navio (radiação) e da interação direta entre onda incidente e casco (difração). As hipóteses da superposição linear entre os efeitos e a da resistência adicional como um fenômeno não-viscoso, adotadas na abordagem potencial, são examinadas. O estudo inclui também uma análise das formulações de RANS e Euler nas simulações de resistência em mar calmo e em ondas.

O problema físico modelado consiste no ensaio de resistência de um casco em escala, recebendo ondas regulares de proa. Restrições são impostas às simulações principais e os efeitos hidrodinâmicos isolados. Conclui-se que, na região onde o comprimento da onda é próximo ao do navio, a resistência adicional é basicamente influenciada pelos movimentos verticais do casco, que os efeitos viscosos podem ser negligenciados e que a interação entre radiação e difração reduz a força adicional.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## ANALYSIS OF ADDED WAVE RESISTANCE AND ITS HYDRODYNAMIC EFFECTS

Álvaro José de Souza Neto

July/2019

Advisors: Paulo de Tarso Themistocles Esperança  
Marcelo de Araújo Vitola

Department: Ocean Engineering

Since the added resistance in waves is associated with ocean navigation, it has a great economic, environmental and strategic importance. Hulls are usually designed according to resistance data in calm seas and therefore, they lose efficiency when encounter adverse environmental conditions.

This research proposes the phenomenon investigation, through CFD methodology, into effects of shear stresses, vertical ship motions (radiation) and direct interaction between incident wave and hull (diffraction). The linear superposition principle and hypothesis of inviscid phenomena, adopted in the potential approach, are examined. The study includes analysis of RANS and Euler formulations in resistance simulations.

A resistance test with a scaled hull, in head regular waves, is simulated. Restrictions are imposed on resistance simulations and hydrodynamic effects, isolated. Among others things, it was concluded that, for the wavelength similar to the ship length, the added resistance in waves is basically influenced by the vertical motions, the viscous effects can be neglected and the interaction between radiation and diffraction reduces the added force.

## Sumário

1	Introdução .....	1
2	Revisão Bibliográfica .....	4
2.1	Fundamentos Teóricos .....	4
2.1.1	Resistência em mar calmo .....	5
2.1.2	Resistência adicional em ondas .....	6
2.2	Teoria Potencial .....	7
2.3	CFD .....	10
3	Metodologia .....	14
3.1	Modelo Matemático .....	15
3.1.1	Equações Governantes .....	15
3.1.1.1	Equações de Navier-Stokes .....	15
3.1.1.2	Equações de Reynolds (RANS) .....	17
3.1.1.3	Equações de Euler .....	18
3.1.1.4	Modelo de Turbulência .....	19
3.1.1.4.1	Modelo de duas camadas .....	20
3.1.1.5	Modelo VOF .....	23
3.1.2	Sistemas de coordenadas .....	23
3.1.3	Onda incidente .....	24
3.1.4	Condições de contorno e inicial .....	25
3.1.5	Forças e Momentos .....	29
3.1.6	Equações do movimento .....	29
3.2	Modelo Numérico .....	30
3.2.1	Equações governantes discretas .....	31
3.2.1.1	Integrais de superfície e de volume .....	32
3.2.1.2	Termo transiente .....	33
3.2.1.3	Termo Convectivo .....	33
3.2.1.4	Termo Difusivo .....	34
3.2.1.5	Termo Fonte .....	35
3.2.1.6	Gradientes .....	35
3.2.1.7	Equação do VOF .....	37
3.2.2	Malha .....	38
3.2.2.1	Resistência em mar calmo .....	39
3.2.2.2	Geração de ondas .....	40
3.2.2.3	Resistência em ondas .....	41



3.2.2.4	Movimento da malha .....	42
3.2.3	Método de solução.....	43
3.2.3.1	Sistema de equações.....	43
3.2.3.2	Esforços e movimentos .....	43
4	Problema Físico .....	45
5	Resultados e Análise .....	48
5.1	Resistência em mar calmo .....	48
5.2	Geração de ondas.....	57
5.3	Resistência em ondas.....	61
5.3.1	Análise Espectral .....	64
5.4	Resistência adicional em ondas .....	71
6	Conclusão e trabalhos futuros .....	80
7	Referências.....	83
	Apêndice I - Simulações.....	89
	Apêndice II – Método de Verificação .....	90
	Anexo I – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda L = 0,5$ ).....	92
	Anexo II – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda L = 0,8$ ).....	93
	Anexo III – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda L = 1,2$ ).....	94
	Anexo IV – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda L = 1,5$ ).....	95
	Anexo V – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda L = 2$ ).....	96

## Índice de Figuras

Figura 1-Diagrama de decomposição da Resistência em mar calmo.....	5
Figura 2-Definição de Resistência adicional em ondas regulares.....	6
Figura 3-Resistência adicional devido aos movimentos do navio (radiação) e devido à reflexão da onda na proa (difração).....	7
Figura 4- Perfil de velocidades típico de uma camada limite turbulenta (Dale A. Anderson 1997). .....	21
Figura 5- Sistemas de coordenadas global e local. ....	24
Figura 6-Onda do problema físico destacada no diagrama (LE MÉHAUTÉ, 1976)	25
Figura 7- Condições de contorno (modelo matemático).....	28
Figura 8-Dimensões do domínio computacional .....	28
Figura 9- Vista de topo dos blocos de malha em torno do casco (Res. sem ondas).	40
Figura 10-Vista de perfil dos blocos de malha em torno do casco (Res. sem ondas). .....	40
Figura 11-Configuração de malha para geração de ondas. ....	41
Figura 12-Malha para resistência em ondas (perfil-plano de simetria). ....	41
Figura 13-Malha para resistência em ondas (plano $x=cg$ , $z=0$ e simetria) .....	42
Figura 14-Distribuição do coeficiente de pressão (manométrica) ao longo da área molhada do casco (Euler vs RANS). .....	50
Figura 15-Comparação entre padrões de ondas dos modelos RANS e Euler (vista de topo).....	52
Figura 16- Elevação da linha d'água (RANS x Euler) / Corte no plano de centro do casco ( $y=0$ ) / Projeção da linha de intersecção entre o casco e superfície livre, no plano $y=0$ ( $X/LPP$ entre 0 e 1).....	52
Figura 17- Linhas de fluxo e vorticidade no escoamento sem superfície livre (modelo Euler). .....	54
Figura 18-Sseparação e recirculação num escoamento com vorticidade na entrada, sobre a estrutura "Bakcward Facing step" (GOLDSHTIH e HUSSAIN, 1998). .....	54
Figura 19- Evolução das linhas de fluxo e vorticidade na simulação do escoamento em torno da estrutura BFS (modelo Euler). ....	56
Figura 20- Comparação entre onda gerada pela simulação W1 e onda teórica de entrada (evolução no tempo). ....	59
Figura 21-Espectro de amplitude da onda gerada na simulação W1. ....	60
Figura 22-Foto do Perfil da onda gerada no instante aos 40s da simulação W1. ....	61

Figura 23- Sinal temporal da Resistência em ondas- malha r1 (Euler vs RANS) ....	62
Figura 24-Sinal temporal de Pitch na simulação com ondas (Euler vs RANS).....	62
Figura 25-Sinal temporal de heave na simulação com ondas (Euler vs RANS).....	63
Figura 26- Campo de pressão (Manométrica) na região da popa e ao longo do casco, para os modelos RANS e Euler. ....	64
Figura 27-Espectro de amplitude da Resistência em ondas- malha r1 (Euler vs RANS) .....	65
Figura 28-Espectro de amplitude com valor absoluto de Pitch na simulação com ondas (RANS).....	66
Figura 29-Espectro de amplitude com valor absoluto de heave na simulação com ondas (RANS).....	67
Figura 30-Espectro de amplitude da onda, em escala logarítmica / onda gerada pela malha w1 / Destaque para o pico no sub-harmônico de 0.2485 hz. ....	70
Figura 31- Espectro de amplitude, para onda teórica de primeira ordem na frequência de 0.7456 hz / Efeito de espalhamento inerente ao método de análise. ....	70
Figura 32- Representação da resistência adicional em ondas para metade do casco (modelo RANS).....	72
Figura 33- Razão de comp. vs Coeficiente de Resistência adicional / Influência do efeito viscoso na resistência adicional em ondas. ....	74
Figura 34- Elevação da onda para as simulações de resistência em mar calmo, de difração, de radiação e de resistência em ondas. (Vista de topo). ....	75
Figura 35-Resistência adicional em ondas total (laranja), força de radiação (verde) e força de difração (amarelo), variando com o comprimento da onda.....	77
Figura 36-Interação entre radiação e difração para diferentes comprimentos de onda. ....	77

## Índice de Tabelas

Tabela 1- Descrição dos blocos de malha para resistência sem ondas. ....	39
Tabela 2- Características principais do modelo de casco em estudo .....	45
Tabela 3- Características da onda regular .....	46
Tabela 4- Características da onda aparente. ....	46
Tabela 5- Propriedades dos fluidos. ....	47
Tabela 6- Convergência de malha e verificação. ....	48
Tabela 7- Resultados (Resistência em mar calmo). ....	49
Tabela 8- Valores das parcelas de resistência (modelo RANS e Euler). ....	50
Tabela 9- Frequência e amplitude da onda gerada nas simulações com diferentes configurações de malha e passo de tempo. ....	59
Tabela 10- Valores das parcelas de resistência média (Euler vs RANS). ....	63
Tabela 11- Valores dos harmônicos referente ao sinal de Resistência em ondas (metade da força) .....	66
Tabela 12- Dados de resistência total, das parcelas friccional e de pressão, em mar calmo, com ondas e parcela adicional / modelo Euler (vermelho) e modelo RANS (azul). ....	72
Tabela 13- Coeficientes de Resistência adicional, total, de pressão e friccional para diferentes comprimentos de onda. ....	73
Tabela 14- Parcelas total, de radiação e de difração da resistência adicional (Coeficientes), para diferentes comprimentos de onda. ....	76

## Lista de Símbolos

Símbolo	Unidade	Descrição
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Massa específica do fluido
$V$	m/s	Vetor velocidade ( $u, v, w$ )
$u$	m/s	Componente 1 do vetor velocidade $\vec{V}$
$v$	m/s	Componente 2 do vetor velocidade $\vec{V}$
$w$	m/s	Componente 3 do vetor velocidade $\vec{V}$
$\mu$	Pa s	Viscosidade dinâmica
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	Viscosidade cinemática
$p$	Pa	Pressão
$\zeta_a$	m	Amplitude da onda
$T$	s	Período da onda
$\lambda$	m	Comprimento da onda
$\omega$	rad/s	Frequência da onda
$\omega_e$	rad/s	Frequência de encontro
$g$	m/s <sup>2</sup>	Aceleração da gravidade
$L$	m	Comprimento do casco (Lpp)
$\lambda/L$	-	Razão de Comprimentos
$m$	Kg	Massa do navio
$U_0$	m/s	Velocidade de avanço do navio

# 1 Introdução

A busca por maior eficiência energética de navios sempre foi de grande interesse industrial e científico, principalmente pelo fator econômico, mas tem se tornado ainda mais importante, com o apelo, recente, à preservação ambiental. Mesmo navios militares, que não estão submetidos a legislações estabelecidas pela IMO (*International Maritime Organization*), necessitam operar com eficiência para atingir a performance necessária ao cumprimento da missão, ainda que sujeitos a intempéries marítimas.

Por muitos anos, navios comerciais e militares eram projetados para serem eficientes ao navegarem em mares tranquilos e ficavam sujeitos a grandes perdas de performance e ao consumo excessivo de combustível, quando em condições ambientais mais severas. No entanto, uma preocupação recente dos projetistas tem sido conciliar flexibilidade e eficiência operacional com as adversidades do ambiente marítimo. Nesse contexto, o estudo da resistência em ondas, que vem evoluindo desde o meado do século XX, ganha destaque.

Segundo ARRIBAS (2007), a resistência adicional em ondas pode representar de 15 a 30% da resistência em mar calmo. Nesse sentido, a previsão da perda de potência mediante navegação em ondas se torna muito importante, inclusive nas fases iniciais do projeto, quando o projetista define uma margem de resistência a ser usada no dimensionamento do sistema propulsivo. A escolha de uma margem adequada de resistência não é tarefa fácil, e está estritamente associada à estimativa inicial do comportamento do navio no mar.

Desde a década de 50, métodos empíricos, experimentais e analíticos são aplicados na estimativa da resistência adicional em ondas. Mas nas últimas décadas, com o desenvolvimento da ciência da computação, métodos numéricos têm sido explorados pela comunidade científica na tentativa de capturar o fenômeno, seja dentro da teoria potencial, seja na abordagem de CFD (*Computational fluid dynamic*).

Grande parte das pesquisas recentes desenvolvem e testam modelos matemáticos e numéricos com o objetivo de melhorar a acurácia dos resultados, contando com estruturas computacionais avançadas e tendo como referência experimentos clássicos. Por outro lado, um tipo de pesquisa menos comum, é aquela que propõe metodologia específica para uma investigação da resistência adicional em ondas e dos efeitos físicos associados.

Este trabalho propõe uma metodologia CFD para isolar e investigar os principais efeitos dissipadores de energia mediante navegação em ondas. A resistência adicional em ondas pode ser associada a efeitos viscosos e hidrodinâmicos. Estes últimos, são devido aos efeitos dos movimentos do navio e da interação direta entre casco e onda incidente, que foram denominados, nesta pesquisa, de radiação e difração, respectivamente.

A abordagem potencial, tradicionalmente aplicada à estimativa do fenômeno, não contempla a atuação das tensões viscosas e considera a superposição linear entre os efeitos dos movimentos do navio, potencial de radiação e da reflexão da onda incidente na proa, potencial de difração.

Modelos potenciais não costumam capturar a resistência adicional com a mesma acurácia que capturam o comportamento no mar de um navio, especialmente nos casos em que as não-linearidades são mais relevantes. Uma explicação plausível seria que, para alguns casos, o efeito viscoso e/ou a interação entre efeitos da difração e radiação poderiam ser importantes na parcela adicional da força.

Portanto, a pesquisa envolve a investigação do fenômeno da resistência adicional em ondas, buscando responder as seguintes questões:

- Qual a importância da viscosidade para o fenômeno? Em que circunstâncias ele pode ser considerado um fenômeno não-viscoso?
- Na abordagem CFD, a formulação de Euler apresenta vantagem computacional em relação as de RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*), mas seria ela adequada para captura do fenômeno nos casos em que o efeito viscoso é pequeno?
- Para um determinado comprimento de onda, em mar regular, qual efeito hidrodinâmico predomina na resistência adicional em ondas? Os associados aos movimentos do navio (radiação) ou à passagem da onda incidente (difração)?
- A hipótese de superposição dos efeitos de difração e radiação para a estimativa da resistência adicional seria sempre uma boa premissa ou existe casos em que a interação não linear entre os dois é significativa?

Em resumo, o objetivo é investigar o fenômeno da resistência adicional em ondas, para um tipo específico de casco e condições de contorno, verificando se o efeito viscoso pode ser desprezado no problema e com isso, se o modelo matemático pode ser simplificado, adotando-se equações de Euler. E ainda, isolar, através de simulações CFD, os efeitos das ondas de radiação e difração, verificando assim, qual deles é predominante e como eles interagem num regime não linear.

A escolha de uma metodologia baseada em simulações levou à divisão do estudo em quatro etapas: resistência em mar calmo, Geração de ondas, Resistência em ondas e, finalmente, Resistência Adicional em ondas.

A dissertação é organizada da seguinte forma: na seção 2, uma revisão na literatura traz fundamentos teóricos sobre resistência adicional em ondas e indica a evolução do tema nas abordagens potencial e CFD. Na seção 3, a metodologia por traz das simulações é detalhada por meio dos modelos matemáticos e numéricos. Na seção 4, uma descrição do problema físico traz detalhes do caso estudado, como propriedades do fluido, características do casco e da onda incidente. Na seção 5, os resultados das simulações são apresentados e discutidos. Por fim, a seção 6 traz conclusões e sugestões para trabalhos futuros.



## 2 Revisão Bibliográfica

Devido a sua natureza complexa, estimar a resistência adicional em ondas não tem sido uma tarefa fácil no campo da hidrodinâmica. Ensaios com modelos, apesar de apresentarem maior eficácia na captura do fenômeno, nem sempre é o método mais eficiente, considerando seu alto custo. Por isso, muitos pesquisadores já desenvolveram e compararam, desde métodos analíticos tradicionais a métodos computacionais avançados, na busca por uma técnica mais simples, mas de acurácia próxima a de um experimento.

Os métodos envolvendo teoria potencial, sejam eles analíticos ou numéricos, tradicionais ou avançados, consideram a superposição de diferentes efeitos, entre eles os movimentos do navio (radiação) e a reflexão da onda no casco (difração), e dependendo do caso, até negligenciam um dos dois. Os métodos envolvendo CFD capturam a resistência integralmente, independente dos efeitos associados e no geral, são considerados de maior fidelidade que o potencial, apesar do alto custo computacional.

A revisão da literatura se divide em três partes: a primeira traz fundamentos teóricos que embasam discussões ao longo da dissertação. A segunda e a terceira apresentam a evolução do tema dentro das abordagens de teoria potencial e CFD, respectivamente.

### 2.1 Fundamentos Teóricos

A resistência ao avanço pode ser entendida como uma força contrária ao movimento longitudinal do navio que surge como efeito da dissipação de energia mediante à interação entre o casco e o fluido.

Quando o navio avança em mar calmo, uma parte da energia se dissipa na esteira devido ao atrito entre as partículas fluidas e o casco, enquanto outra parte, é empregada na formação ou destruição de padrões de ondas. Mas quando o navio avança em ondas, ele se coloca como obstáculo às mesmas, ao mesmo tempo que oscila em diferentes graus de liberdade, transferindo uma quantidade de energia suplementar ao fluido e induzindo uma força adicional de resistência.

### 2.1.1 Resistência em mar calmo

Segundo BERTRAM (2000), para obtenção da resistência em mar calmo, sugere-se a decomposição da força por diferentes abordagens, práticas e teóricas. Quanto à natureza das tensões atuantes na área molhada do casco, ela pode ser dividida em duas parcelas: a de pressão e a friccional, obtidas a partir das tensões normais e tangenciais, respectivamente.

Ao se abordar o estudo da resistência do ponto de vista de dissipação energética, duas diferentes parcelas são consideradas, uma relacionada à formação de ondas, resistência de ondas, e a outra, à formação da esteira, resistência viscosa.

A parcela que faz parte das duas abordagens e é denominada resistência de pressão viscosa. Ela surge devido à variação no campo de pressão decorrente da formação de vórtices na parte de ré do casco.

A Figura 1 apresenta o diagrama de decomposição de resistência em mar calmo, de acordo com as abordagens descritas acima.

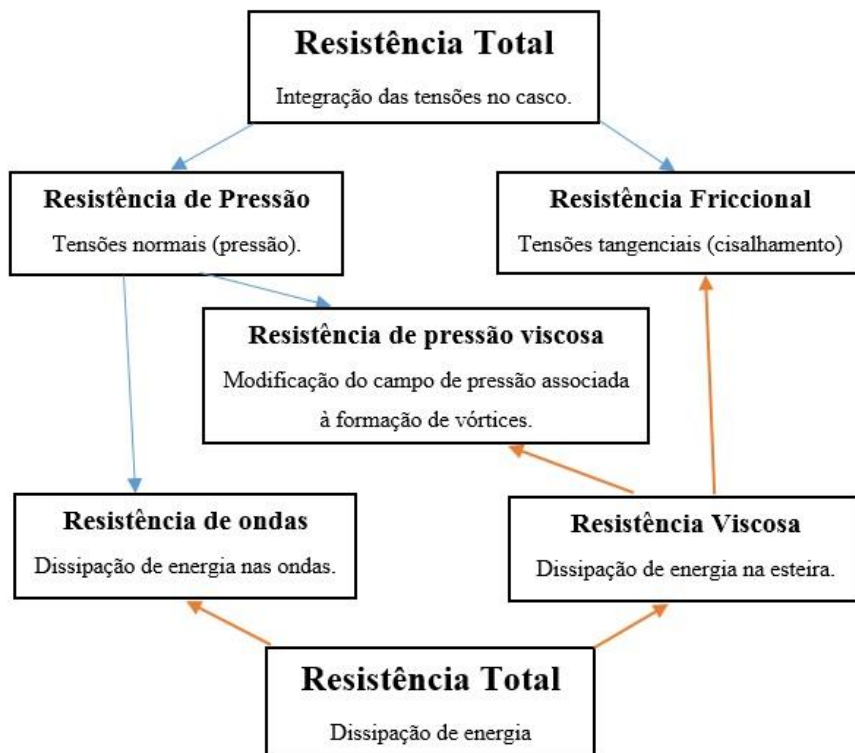


Figura 1-Diagrama de decomposição da Resistência em mar calmo

### 2.1.2 Resistência adicional em ondas

A resistência adicional em ondas, pode ser tomada como uma força longitudinal média, contrária ao movimento do navio, que surge adicionalmente à resistência em mar calmo, induzida pela presença de ondas (ARRIBAS, 2007). A Figura 2 corrobora a definição.

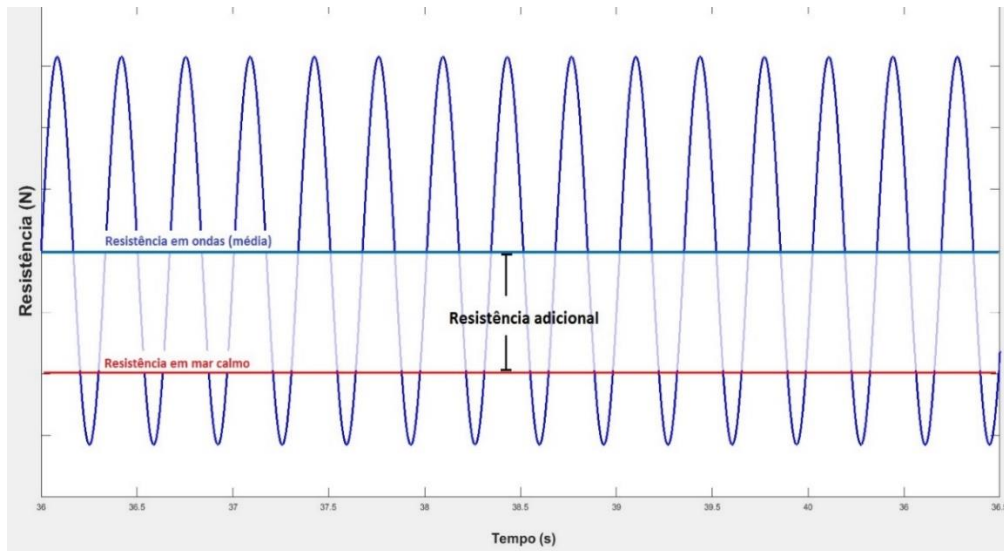


Figura 2-Definição de Resistência adicional em ondas regulares

As referências clássicas indicam que a dissipação adicional de energia associada à resistência em ondas é causada, principalmente, por dois efeitos: amortecimento dos movimentos do navio e difração da onda incidente no casco. Ambos estão relacionados à habilidade do navio em gerar ondas.

Métodos que envolvem teoria potencial e hipótese da superposição, abordam esses efeitos separadamente, como resistência induzida pela radiação ou devido aos movimentos do navio e resistência induzida pela difração ou devido ao distúrbio no escoamento da onda pela presença do casco.

De acordo com FALTINSEN (1990), para comprimentos de ondas curtas em relação ao comprimento do navio, a resistência adicional é principalmente devido à reflexão na proa do navio. Para comprimentos moderados e grandes, o que equivale a baixas frequências de encontro, os movimentos do navio apresentam amplitudes significativas, predominando na resistência adicional. E ainda, a resistência adicional máxima ocorre quando o movimento vertical relativo entre o navio e a onda é grande e a razão de comprimentos é próxima de um (ver Figura 3).

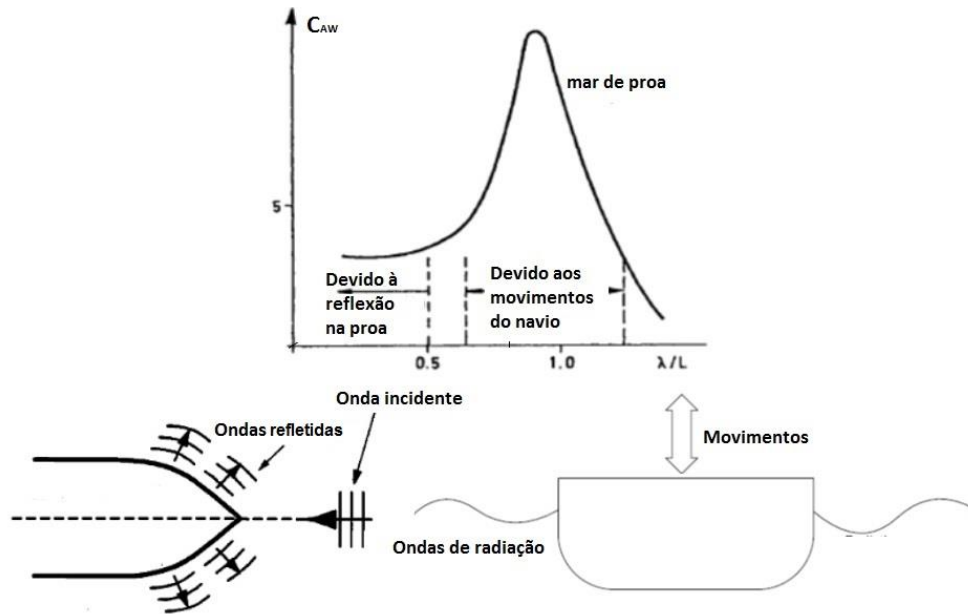


Figura 3-Resistência adicional devido aos movimentos do navio (radiação) e devido à reflexão da onda na proa (difração).

De acordo com ARRIBAS (2007), para a força adicional que surge com o avanço de um navio em ondas, o amortecimento viscoso é um efeito dissipador insignificante quando comparado ao amortecimento hidrodinâmico. Com isso, a resistência adicional em ondas, para efeitos práticos, poderia ser considerada um fenômeno não viscoso.

## 2.2 Teoria Potencial

Os métodos analíticos clássicos para resistência adicional, compõem, basicamente, duas linhas de pesquisa: '*Far Field Methods*' e '*Near Field Methods*'. A primeira se baseia no fluxo de quantidade de movimento das ondas geradas pelo navio, através de superfícies de controle, longitudinalmente distantes do mesmo. A segunda, por sua vez, baseia-se na integração da pressão hidrodinâmica ao longo da superfície do casco.

No geral, além de considerarem válida a hipótese da superposição de efeitos como o das ondas de radiação e difração, os métodos de teoria potencial utilizam o potencial de primeira ordem na estimativa da resistência adicional. No entanto, diferente do '*shipmotion*', que é tradicionalmente modelado como um sistema de primeira ordem, a resistência adicional é um problema de segunda ordem (FALTINSEN, 1990) e para que ela seja não nula, considera-se sempre alguma não linearidade nos métodos, seja nas equações governantes, seja na integração da pressão sobre o casco.

Esses métodos eram desenvolvidos para um corpo em duas dimensões e contavam com a aplicação da teoria das faixas para encontrar a resultante no corpo. De acordo com SALVESEN, TUCK e FALTINSEN (1970), para determinação dos movimentos do navio, o casco poderia ser modelado como um corpo rígido e dividido em várias faixas. Da mesma forma, as forças hidrodinâmicas atuantes no centro de massa, podem ser obtidas resolvendo-se as equações de equilíbrio sobre cada uma dessas faixas de forma independente.

MARUO (1960) foi o pioneiro da linha '*Far Field*' e o primeiro a apresentar uma expressão para a força de deriva média, componente de segunda ordem da força hidrodinâmica, que atua num corpo que oscila em torno de uma posição média. Continuando seu trabalho, JOOSEN (1966) expandiu assintoticamente sua expressão e utilizou apenas a parte linear, aplicou-a em um casco esbelto e incluiu o efeito da velocidade de avanço. NEWMAN (1967) também estendeu o trabalho dele, desenvolvendo expressões para estimativa do momento de *yaw* (guinada) e força vertical de deriva. A expressão de MARUO (1960) linearizada se mostrou adequada apenas para pequenas amplitudes de ondas, mas foi a pedra fundamental na pesquisa da resistência adicional.

GERRITSMA e BEUKELMAN (1972) desenvolveram o método da energia de radiação, negligenciando o efeito da reflexão da onda na proa. Eles obtiveram a força de resistência após estimarem a energia necessária para criar as ondas com os movimentos de *heave e pitch* do navio, considerando a velocidade relativa vertical das partículas fluidas em relação a um sistema fixo ao casco. LOUKAKIS e SCLAVOUNOS (1978) generalizou a expressão de GERRITSMA e BEUKELMAN (1972) para ondas incidindo obliquamente. O método da energia de radiação, devido sua simplicidade e fácil aplicação, se tornou popular em *softwares* de teoria das faixas.

Quase uma década após introduzir um método assintótico baseado na teoria das faixas e obter, com sucesso, os movimentos do navio, SALVENSEN (1978) investigou e aplicou método de GERRITSMA e BEUKELMAN (1972) para encontrar a resistência adicional e concluiu que a acurácia no cálculo da resistência adicional é bastante sensível à precisão na estimativa dos movimentos do navio.

Como pioneiro na linha de pesquisa '*Near Field*', HAVELOCK (1937) utilizou o potencial de *Froud-Krylov* para encontrar o campo de pressão em torno do casco e assim, estimar a resistência adicional. Anos depois, BOESE (1970) calcula a pressão de primeira

ordem devido às perturbações no fluido e a integra ao longo da superfície do casco, considerando sua posição instantânea, obtendo então, a parcela média de segunda ordem da força de resistência. FUJII e TAKAHASHI (1975) estenderam o método desenvolvido por BOESE (1970) a ondas oblíquas e propuseram um cálculo para estimar a parcela relacionada à reflexão das ondas, isoladamente.

FALTINSEN *et al.* (1980) consolidaram o uso do método de integração direta, mas no desenvolver da pesquisa, o foco passou a ser ondas curtas (altas frequências de encontro), podendo assim, negligenciar o efeito da radiação. Seu primeiro objetivo foi estimar a força média que a onda faz sobre o navio quando bate e ricocheteia na proa, para qualquer ângulo de incidência. O casco foi considerado uma parede vertical parada que não oscila com a onda. Para o cálculo, ele considerou apenas os potenciais da onda incidente e de onda refletida (difração), encontrando as pressões na superfície do casco por meio da equação de Bernoulli e aplicando-as, então, em integrais cujos limites oscilam no tempo. Por fim, a força média foi encontrada e multiplicada por um fator que equivale ao efeito da velocidade de avanço do navio.

ARRIBAS (2007) aplicou os métodos propostos por GERRITSMA e BEUKELMAN (1972), BOESE (1970) e JOOSEN (1966), para três tipos de casco e três velocidades de avanço, dessa forma, comparou os resultados a experimentos antes realizados. O método de energia de radiação, proposto por GERRITSMA e BEUKELMAN (1972), foi o melhor dos três para se obter a resistência adicional e se mostrou funcionar melhor para cascos de formas mais cheias, apesar de instável na região de ondas curtas (altas frequências de encontro). Ele conclui que estimar a resistência adicional é mais difícil, no caso de ondas curtas, quando o efeito da difração é predominante e que não existe um método que funcione bem para toda a faixa de frequência de encontro, sendo necessário a combinação de pelo menos dois deles, como o método assintótico (FALTINSEN, MINSAAS, *et al.*, 1980) para altas frequências de encontro e o método de radiação (GERRITSMA e BEUKELMAN, 1972) para as médias e baixas frequências, por exemplo.

Já no início do século XXI, com o avanço da informática, os computadores começaram a se tornar cada vez mais potentes e acessíveis, permitindo que técnicas numéricas avançadas pudessem representar, com maior precisão, os fenômenos físicos. Nesse contexto, os potenciais de velocidade, necessários para o cálculo de resistência adicional, passaram a ser estimados por técnicas como '*Green function methods*',

'*Rankine Panel Method*' e variações destes. O primeiro, proposto por FANG e CHEN (2006), consiste na determinação dos potenciais de difração e radiação através de uma formulação que utiliza a identidade de Green, permitindo encontrar uma função de Green para cada ponto no domínio fluido. O segundo, consiste num modelo de distribuição de fontes ao longo do contorno do domínio, para o cálculo dos potenciais no fluido. As primeiras aplicações do método dos painéis de *Rankine* para estimativa de resistência Adicional em ondas foram as pesquisas de JONCQUEZ *et al.* (2008) e KIM e SHIN (2007).

Essas novas técnicas permitiram que os métodos tradicionais de teoria potencial fossem aplicados diretamente a um corpo em três dimensões. O método de painéis de *Rankine*, por exemplo, foi abordado em muitas pesquisas: (LIU, PAPANIKOLAOU e ZARAPHONITIS, 2011), (KIM, SEO e KIM, 2010), (SEO, PARK, *et al.*, 2013), (SÖDING, SHIGUNOV, *et al.*, 2014), (PARK, SEO, *et al.*, 2014) e (KIM, HIZIR, *et al.*, 2017). Dessa forma, em muitos casos, esses métodos de teoria potencial se tornaram vantajosos em relação ao CFD, pois embora sejam considerados de menor fidelidade, exigem menor capacidade computacional.

### 2.3 CFD

A abordagem potencial, apesar de contar com métodos numéricos eficientes, é limitada para modelar efeitos não-lineares como separação do escoamento, formação de vórtices na esteira do navio, quebra de ondas ou água no convés (*green water*). Alguns desses, importantes no tratamento da resistência adicional em ondas. No entanto, com a evolução dos computadores, além de métodos envolvendo teoria potencial, começaram a ser empregados na hidrodinâmica de navios, métodos numéricos baseados na dinâmica dos fluidos computacional, que consideram, diretamente, os efeitos viscosos ao resolverem as equações promediadas de *Navier-Stokes* associadas a modelos de turbulência.

No início deste século, ainda era recente a aplicação de métodos de CFD no setor naval e a capacidade computacional permitia apenas o uso de malhas grosseiras com impacto na acurácia dos cálculos de comportamento no mar (*shipmotion*) e resistência. Ainda assim, ORIHARA e MIYATA (2003) acreditavam que mesmo os fenômenos com fortes não-linearidades como a resistência adicional, poderiam ser capturados e assim

desenvolveram um código no qual as equações promediadas de *Navier-Stokes* e a da continuidade foram resolvidas através do método de volumes finitos e o modelo de turbulência de *Baldwin-Lomax* foi testado. Após trabalhar no refinamento e verificar a convergência da malha, os resultados foram comparados com o experimento do porta-contêiner (S-175) e se mostraram aderentes. Em um segundo momento, eles aplicaram o método para uma série de navio tanque com diferentes formas de proas e perceberam que o modelo era sensível às mudanças, sendo que as formas mais afiladas e compridas reduziam a resistência adicional em ondas, assim eles concluíram que o CFD seria uma boa ferramenta para aplicação em projetos.

A modelagem do tanque de provas numérico ganhou destaque entre as diferentes aplicações envolvendo CFD. Surgiram pesquisas, como (REAVEN, STARKE e VAN DER PLOERG, 2007), comparando ensaios em tanque físico e numérico, investigando efeitos de escala e analisando, qualitativamente, as diferenças entre os escoamentos.

Entre 2003 e 2010, o foco das aplicações de CFD ainda era resistência em mar calmo com a aplicação de diferentes modelos de turbulência para representar o escoamento em torno do casco. As incertezas para as estimativas de *shipmotion* ainda eram grandes e estavam bastante limitadas pela capacidade computacional. Ainda assim, CARRICA, WILSON e STERN (2006) investigaram o problema de difração para o navio em avanço, com ondas incidindo pela proa, aplicando o RANS com um modelo de turbulência que era um misto entre  $k-\epsilon$  e  $k-\omega$ . Eles compararam o escoamento em diferentes velocidades e observaram, que nas mais altas, o comportamento era altamente não-linear, com um segundo harmônico significativo no sinal das forças e momentos resultantes.

Durante o workshop de *Gothenburg*, DENG *et al.* (2010), EL MOCTAR *et al.* (2010) e SADAT-HOSSEINI *et al.* (2010) estudaram a resistência adicional com ondas de proa (*headwaves*), para o navio-tanque (*Tanker*) KVLCC2, utilizando um solver CFD e modelo RANS. A incerteza média encontrada para *shipmotion* e resistência adicional, na comparação com o experimento, foi de 17,5% do valor estimado, portanto o método ainda não havia obtido a confiança necessária para sua consolidação nestas aplicações.

GUO e STEEN (2011), também utilizando o casco do *Tanker* KVLCC2, investigou a influência do *pitch* e *heave* na resistência adicional por CFD, com ondas de proa e esses dois graus de liberdade, ora livres, ora restritos. Ele concluiu, entre outras coisas, que a influência dos movimentos na resistência adicional era muito pequena para comprimentos de onda menores que 60% do comprimento do navio. Ao comparar os resultados obtidos



com CFD e método de radiação (GERRITSMAN e BEUKELMAN, 1972) ao experimento, ele concluiu que para resistência adicional, os resultados de CFD trazem maior acurácia em todos os comprimentos de onda, principalmente para ondas curtas, mas que, para o *shipmotion* (*heave* e *pitch*), ambos têm boa aderência.

SIMONSEN *et al.* (2013), utilizando o casco do *Kriso*, *porta container*, realizou simulações em CFD para pesquisar a resistência adicional em mar regular, com interesse maior na região de ressonância dos movimentos verticais. Foi observado que a força máxima de resistência ocorreu junto a resposta máxima de *heave*, e que ambas aumentavam com o aumento da velocidade de avanço. Alguns anos depois, SEO, PARK e KOO (2017), estimou a resistência adicional para o mesmo navio utilizando CFD e comparando com ensaio (EFD), mas já contava com novas técnicas e esquemas numéricos, além de uma maior capacidade computacional, que permitiam o uso de escalas reais. Ele destacou a importância do refinamento da malha na simulação de resistência adicional, ao reduzir a incerteza de 31% para 11% em uma determinada frequência de encontro.

RORVIK (2016), em sua pesquisa de mestrado, investigou como o *shipmotion* e a resistência adicional em ondas poderiam ser estimados por metodologia CFD, sem levar em consideração os efeitos viscosos. Para tal, aplicou os modelos matemáticos RANS e EULER, comparando-os a um ensaio experimental. Ele concluiu que a resistência adicional apresenta uma pequena dependência das tensões viscosas e, com isso, os modelos RANS e Euler provêm igual acurácia, sendo este último mais vantajoso por exigir uma capacidade computacional de 30% a 50% menor.

KIM *et al.* (2017a) estimaram a resistência adicional do *Tanker KVLCC2* por CFD e método dos painéis de Rankine, variando a velocidade e esbeltez da onda. Ele concluiu na validação com o experimento que ambos os métodos, apesar da boa acurácia, subestimavam a resistência adicional na região de pico. Ao investigar a relação entre *shipmotion* e resistência adicional através de CFD, ele concluiu que, variando a esbeltez da onda, na região de ressonância, o movimento de *heave* e a resistência cresceriam de forma não linear sendo que a resistência adicional mantinha uma relação quadrática com a altura da onda. Em outra pesquisa, no mesmo ano, KIM *et al.* (2017b) investigaram a resistência adicional e perdas de velocidade, com o *porta container S-175*, comparando métodos de teoria potencial (2D e 3D), CFD e EFD em mar regular com ondas oblíquas e em mar irregular com ondas incidindo pela proa.

EL MOCTAR *et al.* (2015) investigaram numérica e experimentalmente a resistência adicional para navios em ondas. Ele aplicou o modelo RANS e simulou diferentes frequências para onda incidente. A abordagem CFD o permitiu isolar as forças de difração e radiação, restringindo e forçando movimentos, respectivamente. Dessa forma, concluiu que a difração é predominante em ondas curtas, enquanto, em ondas longas, a radiação é tão significativa quanto for a amplitude dos movimentos de *heave* e *pitch* e a interação entre os efeitos pode reduzir a força total de resistência.

Em uma das pesquisas mais recentes, utilizando 4 (quatro) tipos diferentes de casco, SIGMUND e EL MOCTAR (2018) investigaram, entre outros aspectos, a influência das tensões viscosas na resistência adicional em ondas, chegando à conclusão que esta era importante em muitos casos, especialmente para ondas curtas. Eles estudaram também os efeitos da radiação e difração na resistência adicional, utilizando metodologia CFD para isolá-los e estimar as parcelas, separadamente. Uma de suas principais conclusões foi que, apenas para ondas curtas, o efeito da difração é predominante uma vez que a amplitude dos movimentos é pequena, e ainda, que existe uma parcela não linear de interação entre os efeitos, que varia com a frequência de encontro.

Por fim, pode-se dizer que o CFD, com o desenvolvimento dos algoritmos numéricos e o aumento da capacidade de processamento dos computadores conseguiu se consolidar na captura da resistência adicional em ondas, porém ainda com elevado custo computacional comparado com os métodos potenciais. Vale destacar que esta abordagem permite investigar em mais detalhe o fenômeno, fornecendo a visualização do escoamento ao redor de todo o casco além dos sinais das forças e movimentos.

### 3 Metodologia

O *STAR-CCM+* foi empregado como principal ferramenta nesta pesquisa. Ele é um software comercial, bastante utilizado no meio acadêmico, para estudo de resistência adicional em ondas. Todas as equações e métodos aplicados neste trabalho estão de acordo com o manual do software (SIEMENS, 2018).

A modelagem numérica do problema de resistência em ondas é bastante complexa e requer um elevado custo computacional. Assim sendo, optou-se por dividir o estudo em 4 (quatro) etapas:

- Resistência ao avanço, em mar calmo;
- Geração de onda regular, na frequência de encontro, superposta a um escoamento uniforme;
- Resistência ao avanço, em ondas; e
- Resistência adicional em ondas e efeitos associados.

A fim de verificar a influência dos efeitos viscosos na resistência adicional, as parcelas friccional e de pressão foram estimadas separadamente, em cada simulação de resistência. Ou seja, subtraindo-se a parcela friccional obtida na simulação de mar calmo, da obtida na simulação com ondas, encontrou-se a componente friccional da resistência adicional.

Os efeitos da difração e da radiação, foram isolados em simulações específicas. O primeiro, mantendo-se a onda incidente e aplicando-se restrições aos movimentos do casco. O segundo, eliminando-se a onda incidente e forçando-se o mesmo movimento obtido na simulação de resistência em ondas, sem restrições.

Por fim, com o objetivo de aprofundar o estudo, outros casos foram simulados, considerando-se ondas de comprimentos intermediários ( $0,5 < \lambda/L < 2$ ). Casos com ondas curtas ( $\lambda/L < 0,5$ ) e longas ( $\lambda/L > 2$ ) não foram abordados.

Vale destacar que não foi objetivo deste trabalho a validação das simulações com experimento, mas sim o uso das boas práticas de modelagem numérica recomendadas na literatura para a exploração científica da resistência adicional em ondas. O Apêndice I contém a descrição das simulações realizadas. O estudo de convergência de malha e a verificação dos resultados, cujo método se encontra no Apêndice II, foram realizados para os casos mais simples, resistência em mar calmo e geração de onda regular.

### 3.1 Modelo Matemático

A reprodução exata do ensaio em tanques de reboque é computacionalmente inviável devido ao tamanho do domínio computacional necessário para representar as condições de ensaio. Assim sendo, se faz necessário adaptar o problema para permitir a sua representação numérica.

Para o estudo de resistência adicional em ondas, em CFD, o casco é mantido fixo no domínio e um fluxo é estabelecido com base no movimento relativo entre o navio e o fluido. Para tal, adota-se um referencial paralelo ao sistema de coordenadas inerciais, com origem no casco, que, assim como ele, não avança sobre o domínio. Já as condições de contorno precisam reproduzir o escoamento percebido de dentro do casco. Na simulação de resistência em ondas, a onda de entrada está na frequência de encontro e superposta a um escoamento uniforme com a velocidade de avanço do navio. Na simulação em mar calmo, apenas o escoamento uniforme é posto como condição de entrada.

Um modelo governado por equações de Euler foi aplicado em comparação com a formulação de RANS, pois uma vez confirmada a hipótese que trata a resistência adicional como fenômeno não viscoso, este poderia se tornar um método eficiente de estimativa. Para a turbulência, utilizou-se o modelo  $k-\varepsilon$  e para superfície livre, o modelo *Volume of Fluid* (VOF). Como hipóteses simplificadoras, assumiu-se fluidos contínuos, Newtonianos e incompressíveis. As tensões superficiais foram consideradas desprezíveis.

#### 3.1.1 Equações Governantes

Os princípios básicos que regem o comportamento dos fluidos podem ser modelados em problemas de conservação unidos a problemas de contorno, ou seja, leis que conservam propriedades físicas de interesse, em um volume de controle arbitrariamente definido, com uma quantidade finita de matéria.

##### 3.1.1.1 Equações de Navier-Stokes

No caso do problema de conservação, massa e quantidade de movimento são propriedades físicas conservadas em um domínio fluido. A equação da continuidade (Eq. 3.1), representa, matematicamente, a conservação de massa enquanto a segunda lei de Newton (Eq. 3.2), a conservação de quantidade de movimento.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{D(\rho V)}{Dt} = \sum F_{ext} = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + f_b \quad (3.2)$$

sendo:

- $-\nabla p$  as forças de superfície, normais, por unidade de volume;
- $\nabla \cdot (\bar{\tau})$  as forças de superfície, tangenciais, por unidade de volume;
- $f_b$  as forças de corpo por unidade de volume, como a força gravitacional; e
- $\bar{\tau}$  o o tensor de tensões viscosas.

Apenas as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento são necessárias para se obter o campo de velocidade e de pressão em um domínio fluido incompressível. Quando essas últimas descrevem fluidos Newtonianos e isotrópicos, componentes de tensão viscosa e gradientes de velocidade podem ser relacionados, formando-se relações constitutivas (Eq. 3.3) que quando substituídas na Eq.3.2, dão origem às conhecidas equações de *Navier-Stokes*.

$$\bar{\tau} = \mu \begin{bmatrix} 2 \frac{\partial u}{\partial x} & \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2 \frac{\partial v}{\partial y} & \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2 \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Nas Eq. 3.4 e 3.5, a equação da continuidade e as 3 (três) equações de Navier-Stokes são apresentadas em coordenadas cartesianas, pela notação de *Einsten* ( $i = 1,2,3$  e  $j = 1,2,3$ ) e na forma conservativa (WILCOX, 2006).

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial t_{ji}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (3.5)$$

sendo:

- $u_1, u_2, u_3$  velocidades de indice  $i$  e equivalem a  $u, v$  e  $w$ , respectivamente;
- $x_1, x_2, x_3$  coordenadas de indice  $i$  e equivalem a  $x, y$  e  $z$ , respectivamente
- $t_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ , o tensor de tensões viscosas; e
- $g_1 = 0, g_2 = 0$  e  $g_3 = -9,81 \frac{m}{s^2}$ , componentes do vetor aceleração da gravidade.

As equações da continuidade e de *Navier-Stokes* são equações diferenciais parciais de difícil solução analítica, mas que poderiam ser resolvidas diretamente por métodos numéricos. No entanto, os métodos diretos, sem modelagem matemática, exigem uma grande capacidade computacional e por isso não são práticos ou até mesmo inviáveis em muitas aplicações. Algumas técnicas para modelar as equações governantes, como a RANS, facilitam a predição numérica.

### 3.1.1.2 Equações de Reynolds (RANS)

As equações conhecidas como *Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)* ou simplesmente, “Equações Promediadas de Navier-Stokes”, consiste na substituição das três componentes instantâneas da velocidade e da pressão pela função composta de suas médias e flutuações temporais (Eq.3.6), nas equações de *Navier-Stokes*.

$$u = \bar{u}_i + u_i'; v = \bar{v}_i + v_i'; w = \bar{w}_i + w_i' \text{ e } p = \bar{p} + p' \quad (3.6)$$

Para problemas não estacionários, as equações são denominadas URANS (*Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*) e a média temporal é calculada em um intervalo de tempo grande suficiente quando comparado ao período das flutuações, mas pequeno suficiente quando comparado à variação temporal periódica.

As equações de RANS para escoamento incompressível são apresentadas nas Eq. 3.7 e 3.8 (WILCOX, 2006).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \left( \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right)}{\partial x_j} + \rho g_i \quad (3.8)$$

Mesmo com a hipótese de Reynolds, o problema de conservação, em três dimensões, permanece sem solução, pois com o surgimento do tensor de tensões de Reynolds ( $-\overline{u'_i u'_j}$ ), o sistema de 4 (quatro) equações passou a compreender 10 (dez) incógnitas.

O problema de fechamento é resolvido pela hipótese de *Boussinesq* que constitui um modelo para as tensões de Reynolds. Tal modelo se baseia no conceito de viscosidade efetiva como composição da viscosidade laminar e da viscosidade turbulenta. A primeira,

já conhecida, é definida como uma propriedade molecular do fluido e a segunda, que pode ser calculada por um modelo de turbulência, é caracterizada por ser uma propriedade do escoamento. O modelo é definido na Eq. 3.9, para fluidos incompressíveis (ANDERSON, TANNERHILL e PLETCHER, 1997).

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \rho \bar{k} \quad (3.9)$$

sendo:

- $\mu_t$  a viscosidade turbulenta;
- $\bar{k}$  a energia cinética turbulenta definida como  $\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ ; e
- $\delta_{i,j}$  o delta de Kronecker, vale 1 se  $i = j$  e 0 se  $i \neq j$ .

A hipótese de *Boussinesq* permite que o modelo físico para um escoamento em regime turbulento seja completado por modelos de turbulência, o tornando solucionável no âmbito da dinâmica dos fluidos computacional. A Eq. 3.10, é obtida substituindo-se a Eq. 3.9 na Eq.3.8.

Por fim, o modelo RANS pode ser descrito pela Eq. 3.7 e Eq. 3.10. Os 4 (quatro) termos da Eq. 3.10 são classificados de acordo com o fenômeno que representam, da esquerda para a direita, como: transiente, convectivo, difusivo e fonte.

$$\left[ \rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} \right] + \left[ \rho \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_i)}{\partial x_j} \right] = \left[ \frac{\partial \mu_e}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \left[ -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \rho \bar{k} + \rho g_i \right] \quad (3.10)$$

sendo,  $\mu_e = \mu + \mu_t$ , viscosidade efetiva.

### 3.1.1.3 Equações de Euler

As equações de Euler são obtidas a partir das equações de Navier- Stokes, quando se adiciona a hipótese de que o efeito da viscosidade não é relevante para o fenômeno estudado. Dessa forma, o termo viscoso é retirado das equações tornando o modelo mais simples. A Eq. 3.11, representa as equações de Euler na forma diferencial.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i \quad (3.11)$$

### 3.1.1.4 Modelo de Turbulência

Um escoamento pode ser caracterizado pela relação entre forças de inércia e forças viscosas. Quando a primeira começa a dominar, ele passa do regime laminar para turbulento. Muitas pesquisas envolvem a busca por resolver o problema do fechamento das equações de Reynolds com hipóteses empíricas e modelos que capturem turbulências em diversas escalas. Simulações e experimentos têm sido usados para validação desses modelos.

Entre modelos capazes de definir a viscosidade turbulenta e completar as equações promediadas de Navier-Stokes, o modelo  $k-\varepsilon$  de duas equações (JONES e LAUNDER, 1972), tem sido bastante abordado e vem apresentando robustez e acurácia por pesquisas envolvendo resistência de navio em ondas, além de ter larga aplicação industrial. Portanto, ele foi escolhido para completar o modelo matemático proposto neste trabalho.

No modelo  $k-\varepsilon$  padrão, a viscosidade turbulenta é definida como uma função de  $k$  e de  $\varepsilon$ , grandezas escalares que representam, respectivamente, energia cinética turbulenta e dissipação viscosa da energia cinética turbulenta. Eles estão relacionados à viscosidade turbulenta, na equação Eq. 3.12.

$$\mu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.12)$$

E ainda,  $k$  e  $\varepsilon$  são calculados através de equações de transporte apresentadas nas Eq. 3.13 e 3.14, em notação de *Einstein* (ANDERSON, TANNEHILL e PLETCHER, 1997).

$$\frac{D(\rho k)}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} k \right] + \left[ 2\mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{i,j} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (3.13)$$

$$\frac{D(\rho \varepsilon)}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} C_{\varepsilon 1} \left[ 2\mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{i,j} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \frac{\varepsilon^2}{k} C_{\varepsilon 2} \quad (3.14)$$

sendo,

- $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_k$  e  $\sigma_\varepsilon$  constantes empíricas do modelo com valores típicos de 0,09; 1,44; 1,92; 1 e 1,3, respectivamente;



#### 3.1.1.4.1 Modelo de duas camadas

Em um escoamento turbulento, a presença de uma superfície sólida causa alguns efeitos específicos que tornam o modelo  $k-\varepsilon$  deficiente, nas camadas muito próximas da superfície. Entre eles, o aumento dos efeitos viscosos com relação aos inerciais, causando a queda do número de Reynolds a ponto de se estabelecer um regime laminar. O modelo  $k-\varepsilon$  padrão, por sua vez, foi desenvolvido para números de Reynolds altos e assumindo-se um escoamento completamente dominado pela turbulência. Esta incompatibilidade, normalmente, é resolvida, utilizando-se leis específicas para as regiões próximas à superfície sólida, denominadas funções de parede.

Para modelos de turbulência de baixo Reynolds, a camada limite é dividida, em outras duas, a interna e a externa. Na primeira, os efeitos viscosos são dominantes e o campo de velocidade pode ser obtido pelas funções de parede, na segunda, predominam os efeitos inerciais, adotando-se modelos de turbulência de duas equações. O modelo de funções de parede trata-se de uma abordagem empírica e busca definir um perfil de velocidades típico do escoamento adjacente a uma placa plana de forma que, o escoamento dentro da camada limite não precise ser resolvido numericamente. Para isso, TENNEKES e LUMLEY (1972), particionou a camada interna em três (3) regiões, conforme apresentado na Figura 4. As variáveis  $u^+$  e  $y^+$  são valores adimensionalizados para a velocidade e distância da parede, respectivamente.

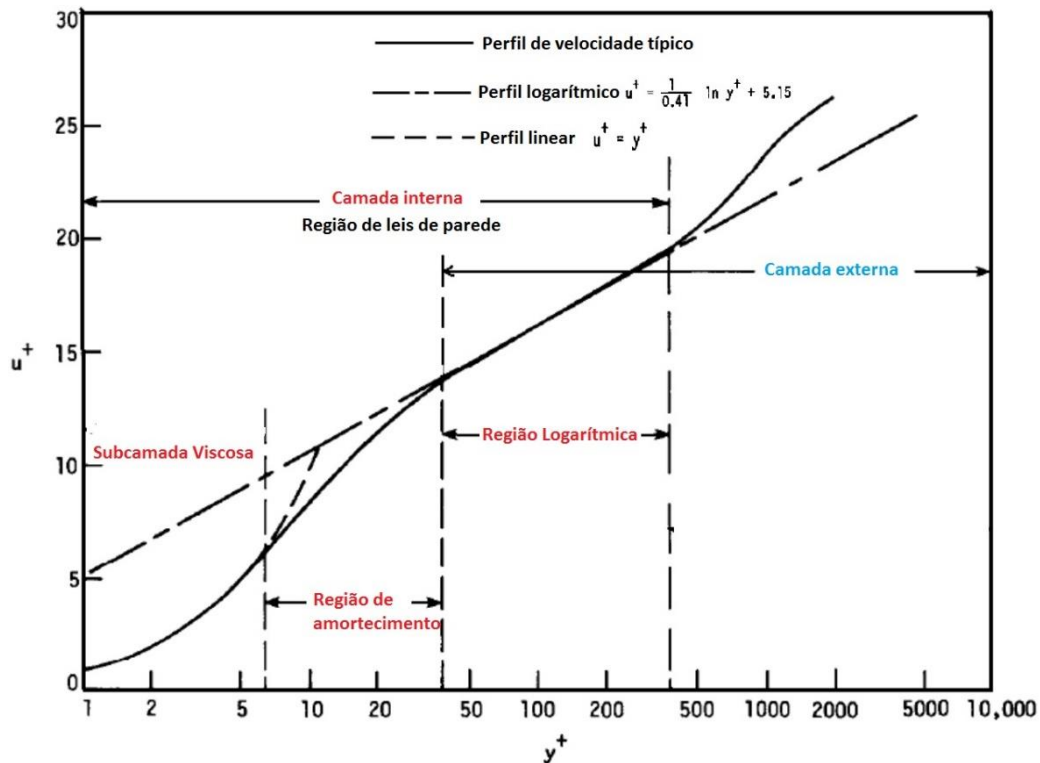


Figura 4- Perfil de velocidades típico de uma camada limite turbulenta (Dale A. Anderson 1997).

Na Subcamada viscosa com o perfil de velocidades linear, o escoamento é totalmente laminar. Na região logarítmica, a mais externa, o escoamento é totalmente dominado pela turbulência. Esta também é denominada de subcamada inercial, abrange a intersecção entre as camadas interna e externa e é modelada por um perfil logarítmico de velocidades. Por fim, na região de amortecimento, intermediária, o amortecimento viscoso é tão importante quanto laminar e o perfil de velocidades assume uma função suave de transição.

Para o objetivo desta pesquisa, capturar os efeitos do escoamento ao redor do casco é essencial, por esse motivo, o então denominado modelo  $k-\varepsilon$  de duas camadas (RODI, 1991) foi adotado. Este modelo, também apresenta caráter empírico e baseia-se no mesmo princípio dos modelos de baixo Reynolds, se diferenciando apenas por permitir a aplicação do modelo  $k-\varepsilon$  dentro da camada interna.

No entanto, na região onde as tensões viscosas dominam, os valores da viscosidade turbulenta ( $\mu_t$ ) e da dissipação ( $\varepsilon$ ), são calculados algebricamente, por funções específicas que dependem da proximidade da parede, e são forçados a uma transição suave até os valores calculados pelas equações do transporte fora da camada interna, enquanto a energia cinética ( $k$ ) é sempre calculada pela equação de transporte. Ou seja,

no lugar de definir as funções de parede para o campo de velocidades, são definidas leis específicas para a dissipação e viscosidade turbulenta. As Eq. 3.15 e 3.16 trazem as funções algébricas que definem tais parâmetros.

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \quad (3.15)$$

sendo,  $l_\varepsilon$  uma função escalar de comprimento, que permite variações do modelo.

$$\mu_t = \lambda(\mu_t)_{k-\varepsilon} + (1 - \lambda)\mu\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)_{2cam} \quad (3.16)$$

sendo:

- $(\mu_t)_{k-\varepsilon}$  a viscosidade turbulenta calculada pelo modelo  $k - \varepsilon$  padrão;
- $\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)_{2cam}$  uma função que permite variações no modelo ; e
- $\lambda$  um indicador de proximidade da parede.

A grande vantagem do método é que o tratamento matemático dado ao escoamento não depende do valor de  $y^+$  e nem do tamanho do elemento de malha.

A variação do modelo adotada foi a proposta por WOLFSTEIN (1969). As formulações dos parâmetros variantes e a do indicador de proximidade estão apresentadas nas Eq. 3.17, 3.18 e 3.19.

$$l_\varepsilon = 0,42C_\mu^{3/4}d \left[ 1 - e\left(\frac{-Re_d}{0,84C_\mu^{3/4}}\right) \right] \quad (3.17)$$

$$\left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)_{2cam} = 0,42C_\mu^{1/4}Re_d \left[ 1 - e\left(\frac{-Re_d}{70}\right) \right] \quad (3.18)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh\left(\frac{Re_d - 60}{4,35}\right) \right] \quad (3.19)$$

sendo:

- $d$  a distância do ponto calculado à parede ;
- $Re_d$  o número de Reynolds associado à distância parede, vale  $\frac{d\sqrt{k}}{\nu}$  ; e
- $c_\mu$  dado na equação do modelo  $k - \varepsilon$  , vale 0,09.

### 3.1.1.5 Modelo VOF

Entre os diferentes métodos para modelar escoamentos em superfície livre com dois fluidos imiscíveis, o modelo *volume of fluid* (HIRT e NICHOLS, 1981) traz a vantagem de ser vinculado às equações de conservação de massa e quantidade de movimento.

A principal modificação que o modelo faz no problema de conservação é o acréscimo de uma equação de transporte para transportar a variável  $\alpha_i$ , conhecida como fração volumétrica. Esta representa a fração de volume que uma determinada fase fluida ocupa em um elemento de malha. No caso estudado, as únicas fases envolvidas são água e ar, representados pelos índices 1 e 2, respectivamente. Então, a variável  $\alpha_1$  pode ser definida da seguinte forma:

- $\alpha_1 = 0$ , não há presença de água na célula;
- $\alpha_1 = 1$ , a célula é preenchida por água em sua totalidade;
- $0 < \alpha_1 < 1$ , a célula é preenchida, parcialmente, por água e encontra-se na região da interface;

Um raciocínio análogo deve ser considerado para a variável  $\alpha_2$ , e uma vez que, a soma das duas frações de volume seja sempre o valor unitário, é necessário apenas a resolução de uma equação de transporte.

As propriedades do material passam a ser definidas como propriedades da mistura em todas as células, passando a ser formuladas pelas Eq. 3.20 e 3.21.

$$\rho = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 \quad (3.20)$$

$$\mu = \alpha_1 \mu_1 + \alpha_2 \mu_2 \quad (3.21)$$

A equação do transporte para variável  $\alpha_1$  é apresentada como na Eq. 3.22.

$$\frac{D(\alpha_1)}{Dt} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + V \nabla \alpha_1 = 0 \quad (3.22)$$

### 3.1.2 Sistemas de coordenadas

Nas simulações de resistência ao avanço, dois sistemas de coordenadas foram definidos como referencial para o modelo matemático, sendo um global e inercial e outro local e não-inercial.

O sistema de coordenadas global é cartesiano com o eixo positivo  $x$  apontando para proa, eixo  $z$ , para cima e  $y$ , para esquerda. Todas as equações governantes e condições de contorno foram formuladas com relação a esse referencial que é inercial e localizado no casco. Trata-se de um sistema fixo e com origem no ponto de encontro entre a perpendicular de ré, a linha de simetria do casco e a linha da superfície no nível médio da água, com o casco na posição inicial, em equilíbrio estático e sem trim (Figura 5). Dessa forma, a rotação positiva do casco em torno do centro de massa se dá no sentido horário.

O sistema de coordenadas local e não-inercial, tem origem fixada no centro de massa do casco. Ele é representado pelas variáveis  $(x', y', z')$  e tem a função de referenciar a dinâmica de movimentos do casco. Trata-se de um sistema que acompanha os movimentos do casco, mantendo a posição e orientação instantâneas. Na prática, ele serve de referência para o cálculo das taxas de translação (heave) e rotação (pitch) do casco, a cada passo de tempo.

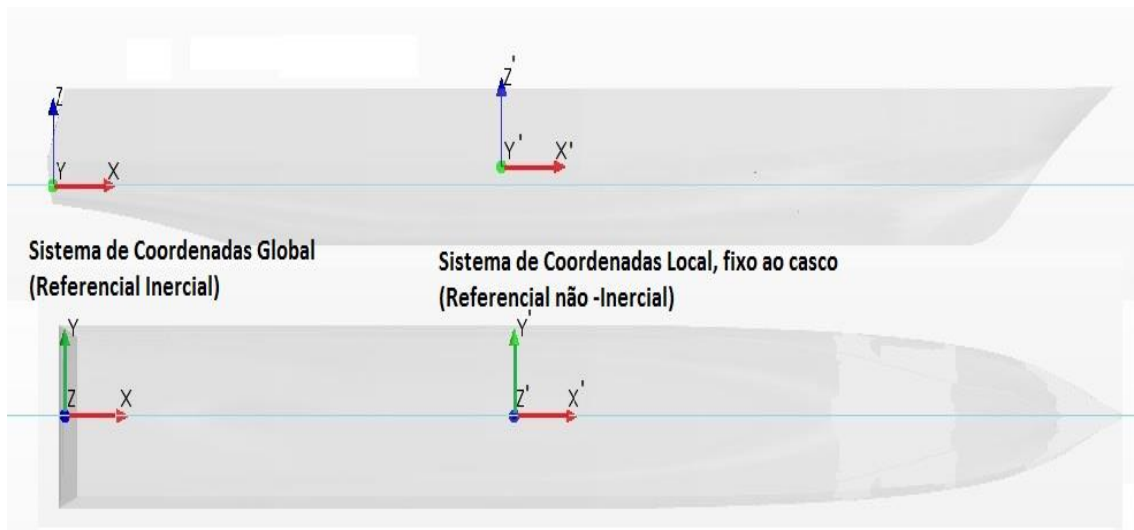


Figura 5- Sistemas de coordenadas global e local.

### 3.1.3 Onda incidente

O modelo estabelecido para onda incidente cujas características estão apresentadas na Tabela 3, consiste na onda de primeira ordem de Stokes (DEAN e DALRYMPLE, 2000), se propagando em águas profundas. As formulações para o campo de velocidades, elevação e relação de dispersão da onda, são apresentadas, respectivamente, pelas Eq. 3.23, 3.24 e 3.25.

$$V_{\text{wave}} = [\zeta_a \omega e^{Kz} \cos(Kx - \omega t), 0, \zeta_a \omega e^{Kz} \sin(Kx - \omega t)] \quad (3.23)$$

$$\zeta = \zeta_a \cos(Kx - \omega t) \quad (3.24)$$

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (3.25)$$

sendo:

- $\omega$  a frequência da onda, em  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ , vale  $2\pi/T$ ; e
- $K$  o número de onda, vale  $2\pi/\lambda$ .

A onda real, gerada em tanque de provas, por suas características, seria bem representada por uma onda teórica de segunda ordem, conforme destacado no diagrama (LE MÉHAUTÉ, 1976), na Figura 6. No entanto, tal modelo não se encontrava disponível pelo software adotado, optando-se por um modelo linear.

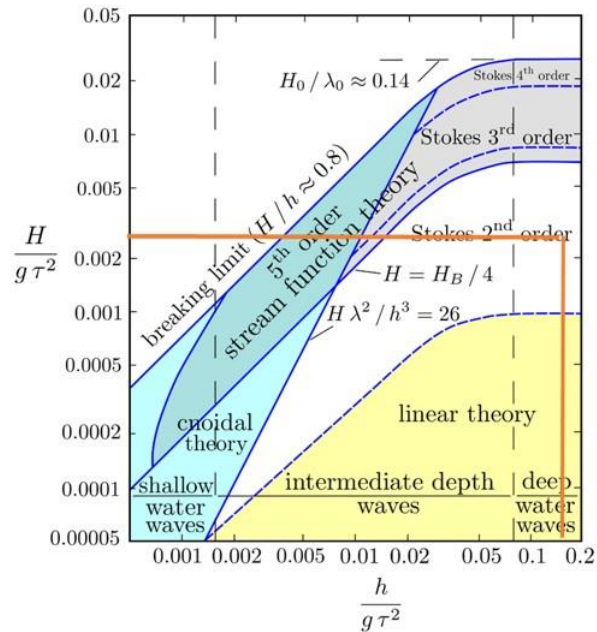


Figura 6-Onda do problema físico destacada no diagrama (LE MÉHAUTÉ, 1976)

### 3.1.4 Condições de contorno e inicial

Uma vez estabelecidas as equações diferenciais do problema de conservação, torna-se necessário definir condições de contorno para resolvê-las. Trata-se de estabelecer condições físicas nas fronteiras do domínio fluido que simulam os efeitos das partes não representadas no domínio, simplificando e particularizando o problema físico.

Na mecânica dos fluidos computacional, dois tipos principais de condições de contorno são largamente utilizados: de *Dirichlet* e de *Neumann*. No primeiro, o valor de uma variável como velocidade, temperatura, pressão, entre outras, é conhecido nos pontos da fronteira do domínio. No segundo, tem-se, a priori, o gradiente da variável, na direção normal à fronteira.

No presente trabalho, para a velocidade, em todos os modelos abordados, a condição de *Neumann* foi imposta apenas na fronteira de saída, enquanto nas demais, foi considerada a condição de *Dirichlet*. Dessa forma, com a prescrição de um perfil de velocidades na entrada e imposição de um gradiente de velocidade nulo na saída, criou-se um fluxo de massa transpassando o domínio. Quanto às demais superfícies limítrofes, não há fluxo cruzando-as, ou seja, a componente da velocidade na direção normal é nula.

A condição de contorno na entrada simula o escoamento num ponto distante da região de interesse e deve estar longe o suficiente para que não sofra perturbações propagadas de dentro do domínio. A partir das leis de conservação e equações de transporte, espera-se que o campo de velocidades que atravessa o domínio tome forma do perfil pré-estabelecido na entrada, se modificando por conta da interação do escoamento com o casco em movimento.

Para a simulação de resistência em mar calmo, foi estabelecido um perfil uniforme de velocidade igual a de avanço do navio ( $U_0$ ). Na simulação de resistência em ondas, o fluxo prescrito na entrada do domínio, consistiu na sobreposição do escoamento uniforme ( $U_0$ ), com um escoamento periódico, oscilando na frequência de encontro para mar de proa. As Eq.3.26, 3.27 e 3.28 definem o escoamento de entrada.

$$V(x, y, z, t) = [-U_0 + \zeta_a \omega e^{Kz} \cos(Kx - \omega_e t), 0, \zeta_a \omega e^{Kz} \sin(Kx - \omega_e t)] \quad (3.26)$$

$$\zeta = \zeta_a \cos(Kx - \omega_e t) \quad (3.27)$$

$$\omega_e = \omega + kU_0 \quad (3.28)$$

Sendo:

- $\omega_e$  a frequência de encontro para mar de proa, em  $\frac{rad}{s}$ , vale  $2\pi/T_e$ .

Sobre a fronteira de saída, suficientemente longe do casco, foi imposto o campo de pressão hidrostático, que representa um efeito do ambiente fora do domínio, no qual o fluido entraria. Por consequência, o gradiente de velocidade na fronteira é nulo e o valor dela é extrapolado a partir do interior do domínio.

A velocidade em qualquer ponto do fundo e do topo é definida pelas mesmas equações da entrada, no entanto, como o campo gerado pela onda decai exponencialmente em  $z$ , as distâncias são grandes o suficiente para que reste apenas o campo uniforme e permanente, nas fronteiras.

Com o objetivo de reduzir o esforço computacional, apenas a metade do domínio foi simulada. Uma condição de contorno que estabelece um plano imaginário de simetria é aplicada no plano  $y=0$ , sob a hipótese de que o casco e o escoamento são perfeitamente simétricos em relação a ele. A matemática definida nesta fronteira, permite apenas velocidade tangencial, mas com condição de deslizamento, ou seja, tensões cisalhantes nulas. Dessa forma, não há fluxo na direção normal e nem gradiente de pressão.

Na superfície lateral do domínio, oposta à superfície do casco, a condição também permite, apenas, velocidade tangencial, com tensões cisalhantes nulas, não havendo fluxo na direção normal e nem gradiente de pressão. Tal condição pode minimizar, por exemplo, o efeito da reflexão das ondas de Kelvin, fazendo com que, caso haja interferência, as mesmas sigam deslizando até a fronteira de saída.

As condições de impenetrabilidade e não-deslizamento são impostas diretamente na superfície do casco, de modo que a partícula fluida adjacente tenha exatamente a mesma velocidade. Nas proximidades, o campo é definido pelas leis específicas do modelo de duas camadas. O domínio com as condições de contorno relativas ao campo de velocidade está representado na Figura 7.



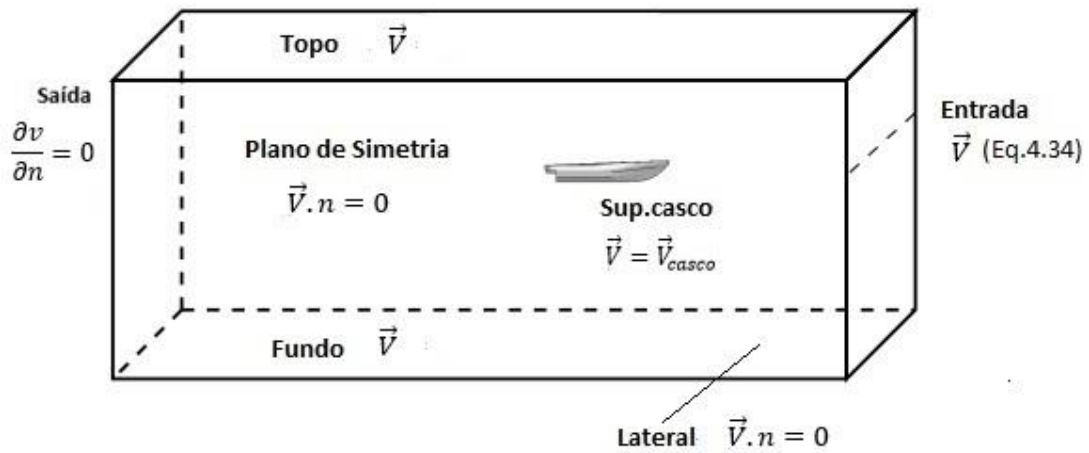


Figura 7- Condições de contorno (modelo matemático).

A definição das dimensões do domínio computacional sempre merece especial atenção e deve ser feita de forma a evitar ou minimizar a reflexão nas bordas ou qualquer outra interação indesejada entre as condições de contorno e o escoamento próximo ao casco. Na prática, as fronteiras do domínio devem estar longe o suficiente da região de interesse para não interferir nos resultados da simulação.

Nesta pesquisa foram respeitadas as dimensões mínimas recomendadas por ITTC (2011), que estão apresentadas na Figura 8.

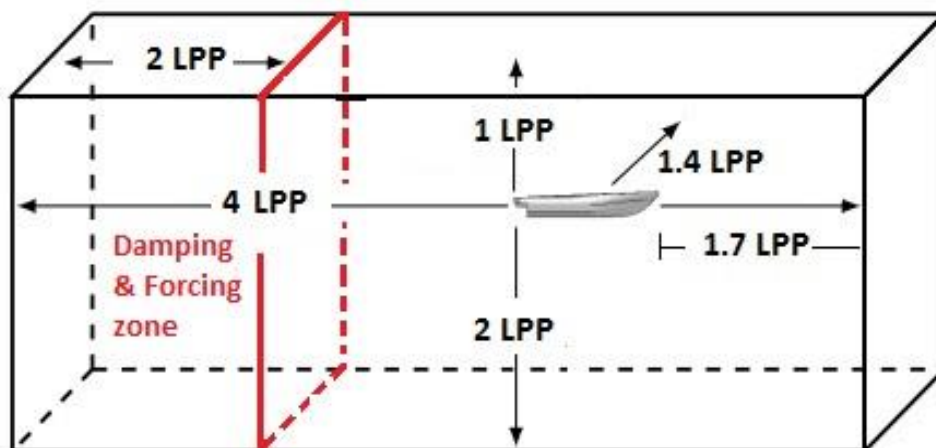


Figura 8-Dimensões do domínio computacional

A escolha das condições iniciais, da simulação, pode implicar num maior custo computacional e tempo de processamento até a convergência da solução ou até levar à instabilidade numérica da mesma. No caso, para evitar que isso aconteça, o domínio foi iniciado com o mesmo campo de velocidades da condição de entrada, no instante inicial ( $t=0$ ) e com o campo hidrostático de pressão. No caso da simulação com turbulência, seguindo recomendação de PERIC (2017), os valores iniciais definidos para taxa de dissipação ( $\epsilon$ ) e energia cinética ( $\kappa$ ) foram,  $1E^{-4}m^2/s^3$  e  $1E^{-5}J/kg$ , respectivamente.

### 3.1.5 Forças e Momentos

As forças e momentos atuantes no casco variam no tempo, de acordo com o campo de pressão, tensões cisalhantes e área molhada do casco (WS), conforme Eq. 3.29 e 3.30.

$$F(t) = \int_{WS} (\bar{\tau} - pI) \cdot n \, ds + \rho g \quad (3.29)$$

$$M(t) = \int_{WS} r_{cm} \times [(\bar{\tau} - pI) \cdot n] \, ds \quad (3.30)$$

*Sendo,*

- $F = (F_x, F_y, F_z)$ , a força resultante, no centro de massa do casco;
- $M = (M_x, M_y, M_z)$ , o momento resultante atuando no casco;
- $\bar{\tau}$  o tensor de tensões e  $I$ , a matriz identidade de mesma dimensão; e
- $r_{cm}$  o vetor posição de um ponto na superfície do casco, em relação ao centro de massa.

A componente longitudinal ( $F_x$ ), da força  $F$ , é a resistência em ondas. A componente vertical ( $F_z$ ), provoca o movimento de *heave* e, por fim,  $M_y$  é a componente do momento responsável pelo movimento de *pitch*.

### 3.1.6 Equações do movimento

O modelo de corpo rígido considera que todos os pontos do corpo possuem a mesma cinemática, dessa forma, as equações do movimento só precisam ser resolvidas para o

centro de massa do casco. Na interação corpo-fluido, o corpo rígido está vinculado a uma superfície de fronteira fluida e os seus movimentos são respostas à ação de forças e momentos induzidos pelo fluido. No modelo adotado, apenas os movimentos de *heave* e *pitch* são deixados livres.

A equação da translação do centro de massa para o movimento vertical é dada pela Eq.3.31, enquanto a equação do movimento angular é representada na Eq.3.32. A primeira, referenciada no sistema de coordenadas global e a segunda, no sistema de coordenadas local, fixo no centro de massa. Vale lembrar que a rotação positiva é considerada no sentido horário, com a proa afundando.

$$m \frac{dw_{cm}}{dt} = F_z \quad (3.31)$$

sendo,  $w_{cm}$  a velocidade vertical do casco .

$$I_{y'} \frac{d\omega_\theta}{dt} + \omega_\theta \times I_{y'} \omega_\theta = M_y \quad (3.32)$$

sendo,

- $I_{y'}$  o momento de inércia do casco em relação ao eixo  $y'$ ; e
- $\omega_\theta$  a velocidade angular.

Após serem calculadas as velocidades tangencial e angular, em cada passo de tempo, as mesmas são aplicadas ao modelo para que a posição do navio seja atualizada de acordo com o referencial inercial.

## 3.2 Modelo Numérico

Modelos numéricos são necessários quando o modelo matemático não pode ser resolvido analiticamente. A essência da dinâmica dos fluidos computacionais é o desenvolvimento de métodos e esquemas numéricos capazes de transformar equações diferenciais parciais em sistemas de equações algébricas, solucionáveis, através de computadores.

A aproximação do modelo matemático para o numérico incorre em erros que podem ser tão menores quanto maior for a discretização do domínio, no entanto, o limite para acurácia, normalmente está na capacidade computacional. A base para um bom modelo

numérico é a escolha adequada e equilibrada do domínio, esquemas numéricos, malha e passo de tempo.

*“Tanto quanto a acurácia de resultados experimentais dependem da qualidade das ferramentas aplicadas, a acurácia de uma solução numérica depende da qualidade das discretizações usadas.” (FERZIGER e PERIC, 2002)*

### 3.2.1 Equações governantes discretas

De acordo com FERZIGER e PERIC (2002), a forma na qual se aproxima as equações diferenciais por um sistema de equações algébricas em um conjunto discreto de elementos espaciais e temporais, se denomina método de discretização. Nesta pesquisa, foi empregado o Método dos Volumes Finitos (MVF).

O MVF é o método mais comum, em *softwares* comerciais, para resolver escoamentos incompressíveis, viscosos e com superfície livre. O primeiro passo é dividir o domínio computacional em pequenos espaços denominados volumes de controle (VC). As equações de conservação, por sua vez, são discretizadas e resolvidas em cada VC, assim, os valores médios das variáveis independentes, são calculados e armazenados nos mesmos.

Ainda, segundo FERZIGER e PERIC (2002), uma vantagem do método é a malha estar definida apenas pelas fronteiras dos elementos, não estando associada a nenhum sistema de coordenadas, assim a discretização fica bastante flexível, podendo a malha ser adaptada à fronteira de geometrias complexas. Uma limitação é o fato dos valores das variáveis transportadas não variarem dentro do volume de controle.

O método é localmente e globalmente conservativo por garantir que o fluxo saindo por uma face de um determinado elemento é o mesmo que entra no elemento adjacente, pela mesma face. Dessa forma, a soma das equações de conservação de cada volume de controle, leva à equação de conservação do domínio inteiro, uma vez que as integrais de superfície nas faces internas se cancelam.

Para aplicação do MVF, as equações governantes, apresentadas no item 3.1.1, precisam estar na forma integral. A Eq. 3.33, apresenta as equações na forma integral e geral, para uma variável genérica ( $\phi$ ), que poderia ser energia, quantidade de movimento, entre outras grandezas.

Termo transiente	Termo convectivo	Termo difusivo	Termo fonte
$\frac{d}{dt} \int_V \rho \phi dv$	$+ \int_S \rho \phi \vec{V} \cdot \hat{n} ds$	$= \int_S \Gamma \nabla \phi \cdot \hat{n} ds$	$+ \int_V S_\phi dv$

(3.33)

sendo,

- $\phi$  uma propriedade escalar genérica, podendo ser:  $u, v, w, p, \varepsilon, k$  ou  $\alpha$ ;
- $\Gamma$  um coeficiente de difusão, nas equações de conservação apresentadas no item 3.1.1,
- ele equivale à viscosidade efetiva ( $\mu_e$ );
- $\hat{n}$  o vetor normal à superfície, unitário
- $S_\phi$  uma fonte volumétrica da grandeza escalar conservada; e
- $V$  e  $S$ , volume e superfície de controle, respectivamente.

### 3.2.1.1 Integrais de superfície e de volume

As integrais são aproximadas por fórmulas de quadratura numérica. Na superfície, a regra do ponto médio é aplicada (Eq. 3.34). Nela, a integral é expressa pelo produto do valor do integrando, no centro da face, pela área da face ( $A_f$ ). O valor do integrando no centro de cada face ( $I_f$ ), por sua vez, é obtido da interpolação entre valores dos centros dos volumes de controle adjacentes a ela. O modo de interpolar se difere entre os termos convectivo e difusivo.

$$\int_S I ds \approx \sum_{\text{faces}} I_f \cdot A_f \quad (3.34)$$

De forma análoga, no volume, a aproximação consiste no produto entre o valor do integrando no centro do elemento ( $I_e$ ) e o volume do elemento ( $V_e$ ), Eq. 3.35.

$$\int_V I dv \approx I_e \cdot V_e \quad (3.35)$$

A equação de conservação para variável genérica  $\phi$  (Eq. 3.33), pode ser escrita como na Eq. 3.36.

$$\frac{d}{dt} (\rho \phi V)_e + \sum_{f=1}^m (\rho \phi V \cdot A \hat{n})_f = \sum_{f=1}^m (\Gamma \nabla \phi \cdot A \hat{n})_f + (S_\phi V)_e \quad (3.36)$$

sendo,  $m$  o número de faces do elemento onde a equação está sendo aplicada.

### 3.2.1.2 Termo transiente

As simulações transientes exigem a discretização do tempo, em passos. Os esquemas variam de acordo com a ordem e com o nível temporal que utiliza para representar os termos diferenciais. Um esquema Euler implícito de segunda ordem, com 3 (três) níveis temporais, foi o adotado nesta pesquisa.

O termo transiente representa a taxa de variação temporal da propriedade  $\phi$  dentro de cada volume de controle. Numa simulação em regime permanente, como a de resistência sem ondas, esse termo não existiria. A Eq. 3.37 representa a discretização temporal utilizada para o termo transiente.

$$\frac{d}{dt}(\rho\phi V)_e \approx \left[ \frac{11}{6}(\rho\phi V)_e^{n+1} - 3(\rho\phi V)_e^n + \frac{3}{2}(\rho\phi V)_e^{n-1} - \frac{1}{3}(\rho\phi V)_e^{n-2} \right] \frac{1}{\Delta t} \quad (3.37)$$

*sendo,  $n + 1$ , índice para o nível de tempo atual e os demais, anteriores.*

Equações implícitas podem ser resolvidas, iterativamente até convergir, dentro de cada passo. O número máximo de cinco (5) iterações, por passo de tempo, foi um dos critérios de convergência aplicados às simulações desta pesquisa. A vantagem de se usar um esquema implícito é que ele é incondicionalmente estável, ou seja, a estabilidade do sistema não é sensível ao tamanho do passo de tempo.

### 3.2.1.3 Termo Convectivo

O termo convectivo representa a taxa de variação da propriedade  $\phi$ , transportada com a velocidade característica do fluxo, através das fronteiras do volume de controle. Ele pode ser escrito como na Eq.3.38, um produto entre o fluxo de massa e a variável convectada, em cada face.

$$(\rho\phi V \cdot A\hat{n})_f = \dot{m}_f \phi_f \quad (3.38)$$

Para a interpolação dos valores de  $\phi$  do centro das células para as faces, um esquema de segunda ordem, *upwind*<sup>1</sup>, foi aplicado. Nele, uma interpolação linear é realizada para se obter a quantidade na face, a partir da quantidade no centroide e do gradiente no

---

<sup>1</sup> Esquema Upwind: Esquema no qual o sentido de propagação das informações no escoamento é respeitado, diferente do esquemas centrados. Eles possuem implicitamente termos de dissipação, por isso são altamente estáveis. (ANDERSON, TANNEHILL e PLETCHER, 1997)

volume de controle a montante da mesma, de acordo com o sentido das velocidades características do escoamento. Dessa forma, o esquema é multidirecional e a precisão de segunda ordem é dada pela aproximação em série de Taylor, como apresentado na Eq. 3.39.

$$\phi_f \approx \phi_m + \nabla\phi_m \cdot \Delta s \quad (3.39)$$

sendo,

- $\phi_m$  a propriedade no centro do volume de controle, a montante da face;
- $\nabla\phi_m$  o gradiente de  $\phi$ , no volume de controle a montante da face, cujo cálculo está apresentado no item 3.2.1.6; e
- $\Delta s$  o vetor deslocamento do centroide do volume de controle a montante, até o centroide da face.

#### 3.2.1.4 Termo Difusivo

O termo difusivo representa a taxa de variação da propriedade  $\phi$ , transportada, espacialmente, de modo não uniforme, através das fronteiras do volume de controle. A turbulência é representada por esse termo, que foi aproximado numericamente, pelo esquema centrado da Eq.3.40, assumindo que  $\phi$  varia linearmente entre os centróides dos elementos.

$$(\Gamma \nabla\phi \cdot n A)_f \approx \frac{\Gamma_f(\phi_Q - \phi_P)}{\overline{PQ}} A_f + \Gamma_f \left[ (\overline{\nabla\phi}) \cdot A_f \hat{n} - (\overline{\nabla\phi}) \cdot \frac{\overline{PQ}}{A_f} \right] \quad (3.40)$$

sendo,

- $\Gamma_f$  a média harmônica, entre os valores de  $\Gamma$  dos volumes de controle adjacentes à face;
- $P$  e  $Q$  os pontos centrais dos volumes de controle adjacentes à face;
- $\phi_P$  e  $\phi_Q$  as propriedades nos centros dos volumes de controle adjacentes;
- $\overline{PQ}$  a distância entre os centros dos Volumes de controle adjacentes;
- $\overline{\nabla\phi}$  equivalente à  $\frac{\nabla\phi_P + \nabla\phi_Q}{2}$ ; e
- $\hat{n}$  o vetor unitário na direção do vetor  $\overline{PQ}$ .

### 3.2.1.5 Termo Fonte

O termo fonte representa a geração ou destruição da propriedade  $\phi$ , dentro do volume de controle. Nas equações de conservação apresentadas no item 3.1.1, ele equivale ao gradiente de pressão e a uma parte do tensor de tensões cisalhantes que não aparece no termo de difusão. A Eq. 3.41 representa o termo fonte discretizado.

$$(S_\phi V)_e \approx \overline{S_\phi} V_e \quad (3.41)$$

sendo,  $\overline{S_\phi}$  a média, no volume de controle, da intensidade de geração ou destruição da grandeza  $\phi$ .

### 3.2.1.6 Gradientes

Os gradientes das variáveis precisam ser conhecidos nos centroides dos elementos para que as equações governantes sejam numericamente resolvidas. Ele é necessário para definir o termo convectivo, bem como a parcela do gradiente secundário do termo difusivo, por exemplo.

No entanto, o processo para obtenção do gradiente nos elementos conta com os chamados gradientes de reconstrução. Como o próprio nome define, eles servem para reconstruir o valor da variável no centro de cada face a partir dos valores no centro do elemento.

O método aplicado para obtenção dos gradientes de reconstrução foi o “*Hybrid LSQ-Gauss methods*”, definido nas Eq.3.42, 3.43 e 3.44. Trata-se de um misto entre os métodos de Gauss e Mínimos quadrados. O coeficiente " $\beta$ " é arbitrário, varia entre 0 e 1 e define a influência de cada método na composição do gradiente.

$$\nabla\phi_{rec} = \beta\nabla\phi_{LSQ} + (1 - \beta)\nabla\phi_{Gauss} \quad (3.42)$$

$$\nabla\phi_{LSQ} = \sum_{f=1}^m \left[ (\phi_{e,f} - \phi_e) \left( \sum_{f=1}^m \frac{\overline{EE}_f \otimes \overline{EE}_f}{\overline{EE}_f^2} \right)^{-1} \frac{\overline{EE}_f}{\overline{EE}_f^2} \right] \quad (3.43)$$

$$\nabla\phi_{Gauss} = \sum_{f=1}^m \left[ (\phi_{e,f} - \phi_e) \frac{A_f}{V_e + V_{e,f}} \hat{n}_f \right] \quad (3.44)$$



Sendo,

- $\phi_e$  e  $V_e$  a propriedade no centroide e o volume do elemento principal, no qual se deseja calcular o gradiente;
- $\phi_{e,f}$  e  $V_{e,f}$  a propriedade no centroide e o volume do elemento adjacente à face  $f$  do elemento principal, respectivamente;
- $m$  o número de elementos ou de faces que circundam o elemento principal;
- $E$  e  $E_f$  os centroides dos elementos principal e adjacente pela face  $f$ , respectivamente;
- $\otimes$  a operação que define o produto cruzado entre as distâncias;  $E$
- $\hat{n}_f$  o vetor normal à face  $f$ , unitário.

Uma diferença muito alta entre valores do centro e da face pode levar o sistema à instabilidade numérica, havendo necessidade, muitas vezes de aplicar o gradiente em passos menores. Dessa forma, métodos são utilizados para limitar o gradiente dentro de intervalos pré-estabelecidos.

O *STAR-CCM+*, após o cálculo dos gradientes de reconstrução (não limitados), utiliza-o para reconstruir o valor da variável na face do elemento principal e um teste é feito para saber se o novo valor definido está entre os valores mínimo e máximo, entre os definidos nos centros dos elementos adjacentes ao elemento principal. Caso isso não aconteça, um fator é definido para multiplicar o gradiente de forma a limitar o valor da variável na face, trazendo-o para dentro do intervalo. O novo gradiente, então, passa a ser denominado de gradiente de reconstrução limitado. Nesta pesquisa, utilizou-se o fator  $\alpha_f$ , proposto por VENKATAKRISHNAN (1995) e definido na Eq.3.45.

$$\alpha_f = \frac{2 \frac{\Delta_f}{\Delta_{lim}} + 1}{\frac{\Delta_f}{\Delta_{lim}} \left( 2 \frac{\Delta_f}{\Delta_{lim}} + 1 \right) + 1} \quad (3.45)$$

Sendo,

- $\Delta_f$  a diferença entre o valor da variável  $\phi$  no centro do elemento principal e na face  $f$ ;
- $\Delta_{lim}$  a diferença entre os valor da variável  $\phi$  máxima ou mínima no centro dos elementos vizinhos e o valor no centro do elemento principal.

Um valor diferente para a variável  $\phi$  é obtido para a mesma face, por cada elemento adjacente, dessa forma, o valor considerado para a mesma é a média aritmética entre ambos ( $\phi_f^{med}$ ).

Uma vez reconstruídos, os valores das variáveis nas faces dos elementos, o gradiente do elemento principal é obtido pela Eq. 3.46 e, então, utilizado nos termos da equação discretizada.

$$\nabla\phi = \frac{1}{V_e} \sum_{f=1}^m (\phi_f^{med} A_f \hat{n}_f) \quad (3.46)$$

### 3.2.1.7 Equação do VOF

A equação de transporte para a variável fração de volume (VOF) é composta apenas pelos termos transiente e convectivo. No entanto para capturar de forma nítida, a interface entre os fluidos com grandes variações espaciais, o *STAR-CCM+* disponibiliza um esquema de alta resolução, denominado *High-Resolution Interface Capturing (HRIC)*, proposto por MUZAFERIJA e PERIC (1999). Trata-se de métodos específicos de interpolação para se obter a variável fração de volume na face a partir do valor no centro dos elementos.

Para discretizar a equação do VOF, o *STAR-CCM+* disponibiliza o esquema *High-Resolution Interface Capturing (HRIC)*, proposto por MUZAFERIJA e PERIC (1999).

Num primeiro momento, a variável fração de volume, normalizada, na face ( $\xi_f$ ), é definida a partir da variável, normalizada, no centro do elemento a montante ( $\xi_m$ ), de acordo com a Eq. 3.47. A normalização é baseada em valores das variáveis nos centros do elemento a jusante ( $\alpha_j$ ) e do segundo, a montante ( $\alpha_{2m}$ ).

$$\xi_f = \begin{cases} \xi_m, & \xi_m < 0 \\ 2\xi_m, & 0 \leq \xi_m < 0.5 \\ 1, & 0.5 \leq \xi_m < 1 \\ \xi_m, & 1 \leq \xi_m \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\text{Sendo,} \quad \xi_f = \frac{\alpha_f - \alpha_{2m}}{(\alpha_j - \alpha_{2m})} \text{ e } \xi_m = \frac{\alpha_m - \alpha_{2m}}{(\alpha_j - \alpha_{2m})}$$

Para garantir que a quantidade, na face, da variável convectada, seja sempre igual ou menor à quantidade dentro do elemento a montante, o esquema corrige o valor de  $\xi_f$ , de acordo com o *courant number*<sup>2</sup> local (Eq. 3.48). A correção é apresentada na Eq. 3.49.

$$Co = \frac{\vec{V} \cdot A_f \hat{n}_f}{V_e} \Delta t \quad (3.48)$$

$$\xi'_f = \begin{cases} \xi_f & , Co < 0.5 \\ \xi_m + (\xi_f - \xi_m) \frac{Co_{sup} - Co}{Co_{sup} - Co_{inf}} & , 0.5 < Co < 1 \\ \xi_m & , 1 < Co \end{cases} \quad (3.49)$$

Quando existe um ângulo ( $\theta$ ) entre a normal à interface dos fluidos e a normal à face do elemento de malha, podem aparecer pequenas perturbações na interface, como velocidades parasitas ou correntes espúrias. Sendo assim, uma segunda correção na variável se torna necessária. A Eq. 3.50 apresenta a correção, que depende do ângulo  $\theta$  e do coeficiente  $c_\theta$ . A este último, foi atribuído o valor de 0.2.

$$\xi''_f = \xi'_f (\cos \theta)^{c_\theta} + \xi_m (1 - \cos \theta)^{c_\theta} \quad (3.50)$$

Uma vez aplicadas as correções, o valor da variável fração de volume ( $\alpha_{HIRC}$ ) pode ser obtida a partir da relação apresentada na Eq. 3.51.

$$\alpha_f^{HIRC} = \xi''_f (\alpha_j - \alpha_{2m}) + \alpha_{2m} \quad (3.51)$$

### 3.2.2 Malha

O *STAR-CCM+* trabalha com malha não-estruturada, o que é vantajoso devido à complexidade da geometria do casco. O algoritmo de formação permite sobreposição de blocos com elementos de diferentes tamanhos e em diferentes direções, criando uma interpolação suave na transição entre eles.

---

<sup>2</sup> *Courant Number*: Grandeza adimensional que representa a relação entre a velocidade do fluido e a quantidade de informação atravessando um elemento de malha em um passo de tempo, ou seja, representa a relação entre o transporte físico e numérico.

Respeitando as boas práticas de CFD (ITTC, 2011), foi utilizada a malha tridimensional com elementos hexaedrais no interior do domínio e, nas proximidades dos contornos, elementos prismáticos e ortogonais às superfícies. Esta configuração traz vantagens geométricas que permitem maior acurácia para solução numérica.

### 3.2.2.1 Resistência em mar calmo

As simulações com resistência em mar calmo, foram realizadas com o objetivo principal de definir uma malha capaz de capturar o escoamento ao redor do casco, levando em consideração as peculiaridades da geometria da proa e popa, o modelo de turbulência, e a superfície livre com as ondas de Kelvin geradas pelo navio. Isso tudo exigiu a criação de blocos com diferentes refinamentos e direções. Na região domínio fora da área de interesse, para reduzir custo computacional, uma malha mais grosseira foi usada, com crescimento progressivo dos elementos até as fronteiras.

A Tabela 1, bem como a Figura 9 e Figura 10, trazem a descrição e imagens dos principais blocos de malha criados para capturar o escoamento em torno do casco. Os demais, não destacados, são blocos que foram criados apenas para transição de malha.

Tabela 1- Descrição dos blocos de malha para resistência sem ondas.

Bloco de malha	Descrição	Tamanho do elemento
BL 1	Escoamento em torno da proa	6,25% EB*
BL 2	Escoamento em torno da popa	6,25% EB
BL 3	Escoamento em torno do casco e esteira	12,5% EB
BL 4	Ondas de Kelvin	100% EB
BL 5	Escoamento na camada limite	6,25% EB
BL 6	Superfície livre	6,25% EB (em z)

\*EB (Elemento Base)

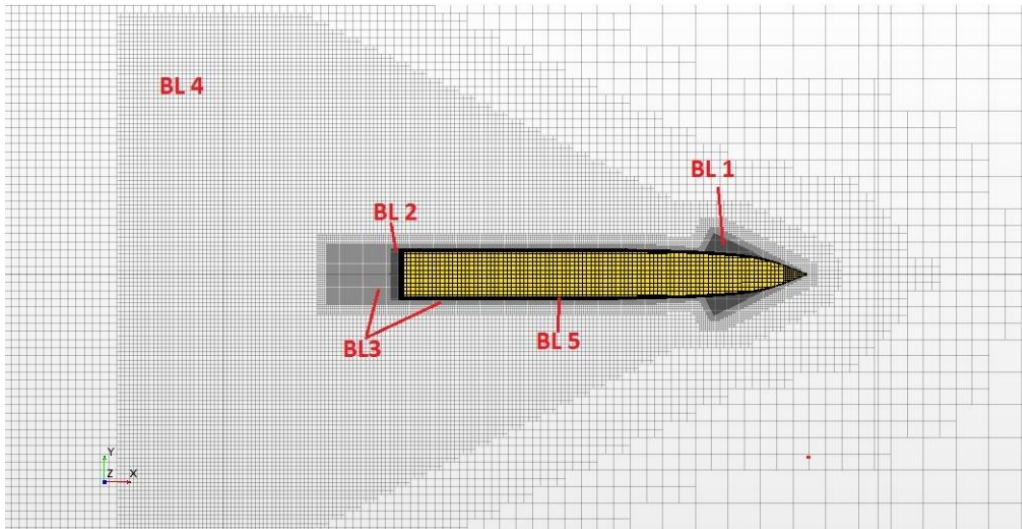


Figura 9- Vista de topo dos blocos de malha em torno do casco (Res. sem ondas).

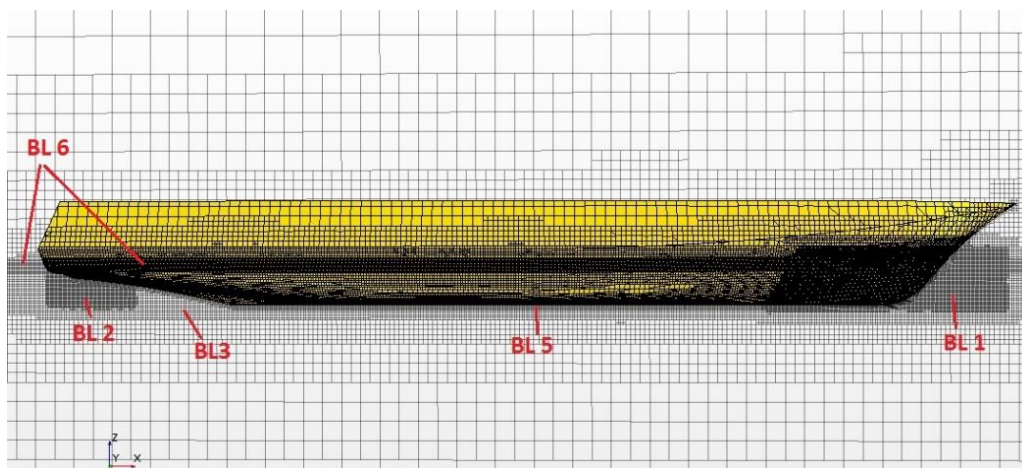


Figura 10- Vista de perfil dos blocos de malha em torno do casco (Res. sem ondas).

### 3.2.2.2 Geração de ondas

Obter uma configuração de malha, em torno da superfície livre, capaz de resolver o modelo VOF e capturar nitidamente a interface ar-água, foi um dos objetivos das simulações da geração de ondas.

Como, nesse tipo de simulação, não há propagação de informações na direção transversal ( $y$ ), o domínio foi considerado com largura de 1 (um) elemento base, como um pseudo-2D. O elemento do bloco de malha dentro do qual se forma a onda, possui uma razão de aspecto 4 (quatro), medindo 50% EB na direção horizontal ( $\Delta x$ ) e 12,5% EB na direção vertical ( $\Delta z$ ).

Com o objetivo de dificultar ainda mais a reflexão da onda e permitir a redução do domínio, tornando a simulação menos custosa, foi criada uma região de amortecimento com a malha, na saída do domínio. Trata-se de blocos cujos elementos crescem progressivamente de uma determinada distância a ré do casco, até a fronteira de saída. A Figura 11 apresenta uma visão global da malha.

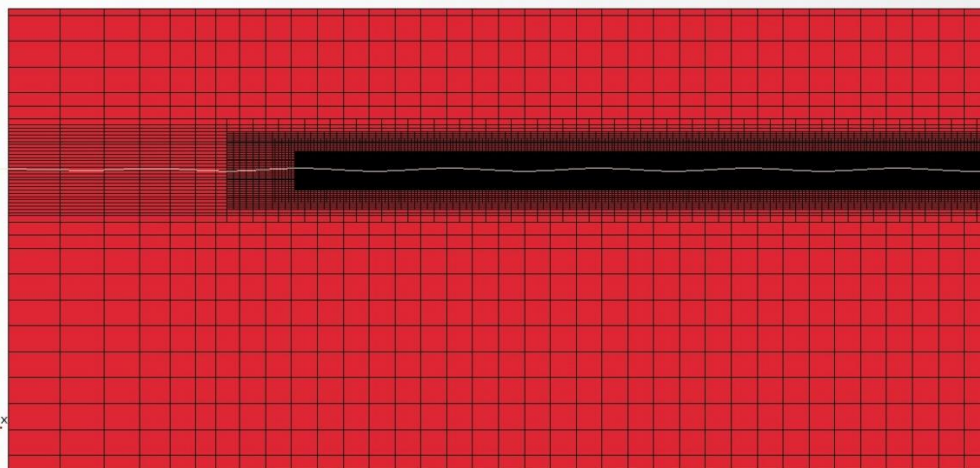


Figura 11-Configuração de malha para geração de ondas.

### 3.2.2.3 Resistência em ondas

A configuração de malha utilizada para as simulações de resistência em ondas foi formada pela sobreposição da malha de resistência sem onda e de geração de ondas. A malha mais refinada (r3) apresentou, aproximadamente, 15 milhões de elementos, e a menos (r1), 2 milhões e meio. A Figura 12 e a Figura 13 apresentam a vista de perfil e isométrica do domínio discretizado para resistência em ondas, respectivamente.

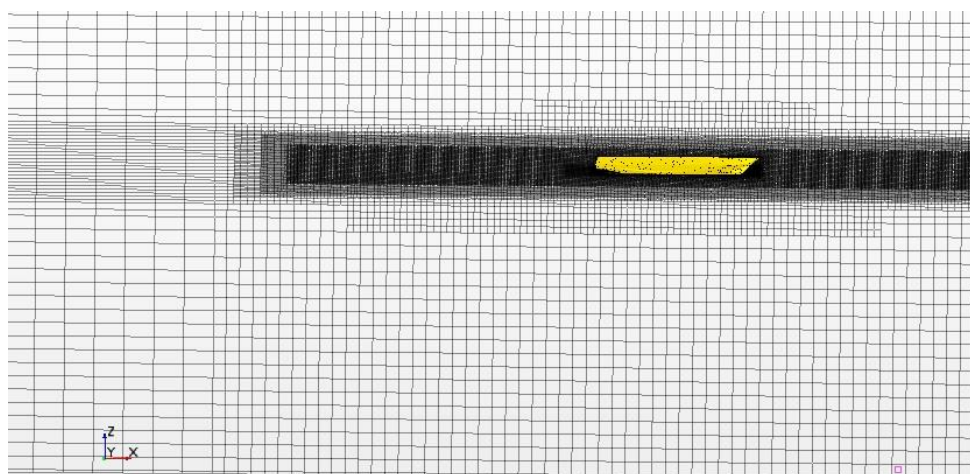


Figura 12-Malha para resistência em ondas (perfil-plano de simetria).

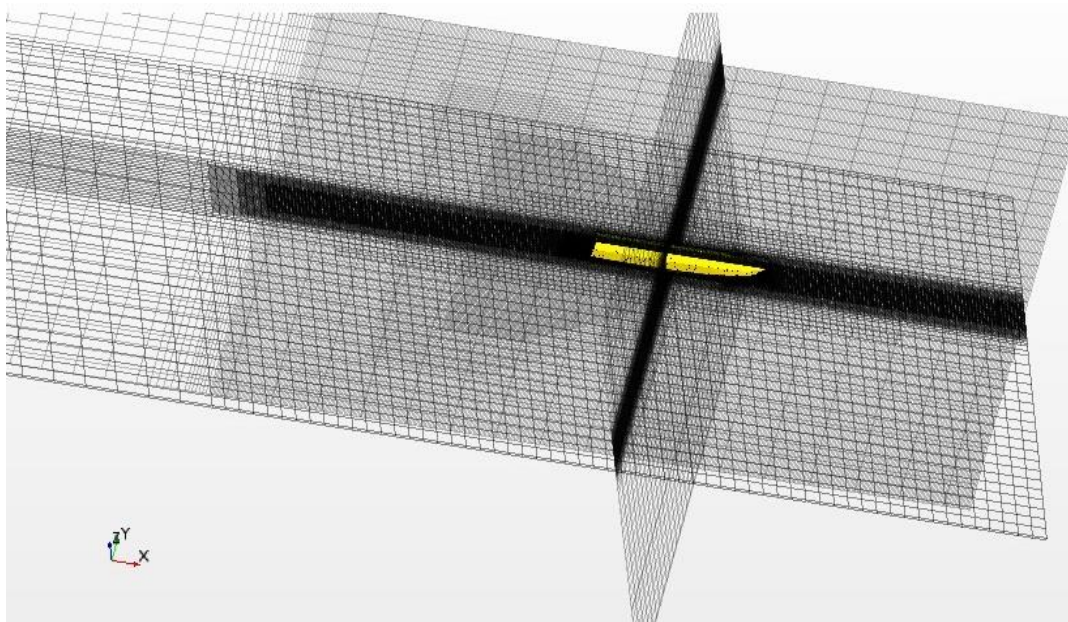


Figura 13-Malha para resistência em ondas (plano  $x=cg$ ,  $z=0$  e simetria)

#### 3.2.2.4 Movimento da malha

O grande desafio das simulações transientes que envolvem interação entre corpo-rígido e fluido é o tratamento dado à malha, pois esta precisa ser adaptada a cada nova posição do corpo. Dessa forma, os códigos de CFD, costumam aplicar três diferentes tipos de malha: flexível, sobreposta (*overset*) e rígida.

Na malha flexível, os elementos se deformam a medida que o casco se movimenta. Já a malha sobreposta, é gerada em um domínio menor, em torno do casco, com condições de contorno especiais e livre para se movimentar dentro do domínio principal, que permanece fixo. Por fim, na malha rígida, o domínio inteiro se movimenta junto com o casco, mas sem haver movimento relativo entre seus vértices.

O método de malha flexível pode implicar na perda de qualidade dos elementos com o movimento do corpo e o método de malha rígida também não se desenvolve bem quando o movimento tem grandes amplitudes, podendo ser mandatório, em determinados casos, o uso da malha sobreposta.

No caso estudado, as amplitudes dos movimentos não impediram o uso do método de malha rígida e o mesmo foi escolhido por sua simplicidade, bem como em (KIM, HIZIR, *et al.*, 2017).

### 3.2.3 Método de solução

#### 3.2.3.1 Sistema de equações

O modelo “*segregated flow*”, selecionado, traz uma metodologia de solução específica, que resolve a equação da continuidade e as três de quantidade de movimento de forma sequencial, uma por vez. O processo é todo controlado por uma sequência de comandos dada pelo algoritmo “*SIMPLE*” e o método usado para relacionar essas equações é o “*predictor-corrector*”.

O algoritmo “*SIMPLE*”, a partir das condições de contorno, monta os gradientes de reconstrução, calcula os gradientes nos centros dos elementos e resolve as equações de quantidade de movimento, obtendo o campo de velocidades inicial. Em um processo iterativo de cálculo, correções nos campos de velocidade e de pressão são realizadas de forma que a conservação de massa e quantidade de movimento sejam garantidas. O vetor velocidade corrigido, então, é substituído nas equações de transporte dos modelos de turbulência e VOF para que as respectivas variáveis sejam recalculadas e usadas na próxima iteração. O processo é repetido de acordo com um critério de convergência pré-estabelecido. Definiu-se o número de 5 (cinco) iterações por cada passo de tempo.

Como não existe uma equação de transporte para a pressão, ela precisa ser calculada em conjunto com o campo de velocidades, utilizando-se da equação da continuidade. Pelo método “*predictor corrector*”, as variáveis são calculadas, num processo iterativo: primeiro, uma pressão inicial é estabelecida para cada elemento no domínio (*predictor*) e isso permite que as equações de transporte para quantidade de movimento, nas 3 (três) dimensões, sejam resolvidas na sequência, obtendo-se um campo de velocidades inicial. Este, por sua vez, é aplicado na equação da continuidade, e para que haja conservação de massa, uma correção na pressão é necessária (*corrector*). Após a correção, um novo fluxo de massa nas faces estabelece o equilíbrio e o novo campo de velocidades é obtido.

#### 3.2.3.2 Esforços e movimentos

Em conjunto com o *SIMPLE*, o algoritmo “*6-DOF*” foi selecionado para calcular os esforços do fluido sobre o casco e computar os movimentos do mesmo.

Em um determinado passo de tempo, após serem definidos o campo de pressão, o de velocidade e o tensor de tensões, em cada elemento, as tensões normais e cisalhantes são



integradas na superfície molhada do casco, calculando-se as forças e os momentos resultantes. Estes, por sua vez, são aplicados ao casco junto com a força gravitacional e as equações de movimento são resolvidas, fazendo-o encontrar uma nova posição e orientação de equilíbrio e recomeçando o processo. O critério de convergência adotado foi um número de 10 (dez) iterações por passo de tempo.

A simulação inicia sem movimento e assim permanece por um determinado intervalo de tempo, em seguida, o movimento é liberado aos poucos e sua amplitude aumenta, paulatinamente, numa função rampa, até encontrar o valor pretendido. Esse processo é necessário para evitar instabilidade numérica. O método dos trapézios, de segunda ordem, foi utilizado para integração das tensões na área molhada do casco.

## 4 Problema Físico

A resistência adicional de ondas é normalmente investigada através da realização de ensaios em tanque de reboque com ondas, nos quais o modelo é rebocado ao longo do tanque na velocidade de avanço, contra as ondas, podendo permitir ou não os movimentos do navio.

O problema que se deseja modelar consiste na estimativa da resistência adicional em ondas, por meio de ensaio com modelo em escala reduzida. No caso, o casco avança em velocidade constante, encontrando ondas regulares de proa e livre para se movimentar em *pitch* e *heave*. Para tal, adota-se um referencial paralelo ao sistema de coordenadas inerciais, o qual se movimenta com a velocidade de avanço do navio.

A Tabela 2 traz as principais características geométricas e inerciais do casco em escala reduzida. Ele apresenta proa afilada sem bulbo e popa *transom*. Não foram considerados os apêndices.

Tabela 2- Características principais do modelo de casco em estudo

Comprimento na linha d'água	6,35 m
Boca na linha d'água	0,8 m
Calado	0,28 m
Área molhada	5,86 m <sup>2</sup>
Coefficiente de Bloco	0,55
Centro de massa <sup>3</sup>	(2,91; 0 ; 0,089)
Deslocamento	0,77 ton
Momento de inércia (eixo y') <sup>4</sup>	2,09 kg.m <sup>2</sup>

As características da onda gerada, apresentadas na Tabela 3, foram escolhidas de forma que não a distanciasse muito da onda linear, mas de forma que a intensidade da resistência adicional fosse grande o suficiente para merecer um estudo, de acordo com a literatura revisada.

<sup>3</sup> Referência: Sistemas de coordenadas global (inercial), com origem na perpendicular de ré.

<sup>4</sup> Referência: Sistemas de coordenadas local (não-inercial), com origem no centro de massa do modelo.

Tabela 3- Características da onda regular

Altura (m)	0,063
Comprimento (m)	6,35
Inclinação <sup>5</sup>	0,01
Período (s)	2,02
Frequência (rad/s)	3,12
Celeridade (m/s)	3,15

A razão de comprimento escolhida para o estudo foi 1 (um), ou seja, um comprimento de onda igual ao do modelo de casco. De acordo com FALTINSEN *et al.* (1980) e outras pesquisas mais recentes, trata-se de uma região próxima à ressonância dos movimentos verticais. Já a altura da onda escolhida, caso fosse em escala real, seria equivalente à altura significativa média do estado de mar 4, na escala Douglas.

A velocidade de avanço adotada foi a de cruzeiro do navio, condição na qual a embarcação navega a maior parte do tempo. O valor na escala do modelo é de 1.588 m/s, correspondente ao número de *Froude* 0,2. Nessas condições, um observador no casco, percebe uma onda aparente com as características apresentadas na Tabela 4.

Tabela 4- Características da onda aparente.

Altura (m)	0,063
Comprimento (m)	6,35
Inclinação	0,01
Razão de comprimento ( $\lambda/L_{pp}$ )	1
Período de encontro (s)	1,34
Frequência de encontro (rad/s)	4,68
Celeridade (m/s)	4,74

Por fim, a Tabela 5 traz as propriedades dos fluidos consideradas no problema físico, no caso, trata-se de água doce e ar, na temperatura de 12,5°C.

<sup>5</sup> Inclinação da onda: razão entre altura e comprimento de onda.

Tabela 5-Propriedades dos fluidos.

Massa específica da água (kg/m <sup>3</sup> )	999,35
Viscosidade dinâmica da água (Pa s)	1,2179E <sup>-3</sup>
Massa específica do ar (kg/m <sup>3</sup> )	1,184
Viscosidade dinâmica do ar (Pa s)	1,8551E <sup>-5</sup>

## 5 Resultados e Análise

### 5.1 Resistência em mar calmo

Buscou-se, através das simulações iniciais de resistência em mar calmo, definir uma configuração de malha e parâmetros numéricos importantes para a representação do escoamento ao redor do casco. Além disso, elas permitiram distinguir as diferentes parcelas que compõem a força de resistência e ainda avaliar aspectos como campo de pressão e formação de ondas, comparando resultados obtidos a partir das formulações de Euler e RANS.

Após a definição da configuração numérica, foi realizada uma análise de convergência para estimar a incerteza das forças de resistência ao avanço. Neste trabalho foi adotada a metodologia proposta por STERN, WILSON, *et al.* (2001), recomendada em (ITTC, 2017), descrita no Apêndice II. Ainda que em problemas envolvendo superfície livre, o *STAR-CCM+* requeira formulações transientes, uma vez que o avanço em mar calmo resulta em um escoamento permanente, o efeito da discretização temporal foi considerado desprezível e apenas a discretização espacial foi avaliada no cálculo da incerteza. Sendo assim, em todas as simulações em mar calmo, foi adotado o mesmo passo de integração e o mesmo número de interações para a resolução do sistema de equações. Além disso, todas as simulações foram realizadas utilizando dupla precisão o que permitiu também desprezar o erro de arredondamento na estimativa da incerteza.

A Tabela 6 apresenta dados do refinamento da malha como tamanho do elemento base e a quantidade de elementos de cada uma das 3 (três) malhas, bem como a resistência total obtida por Euler e RANS, considerando metade do modelo.

Tabela 6-Convergência de malha e verificação.

Configuração	G1	G2	G3
Elemento Base (m)	0,14	0,11	0,08
Número de elementos (milhões)	1,09	2,24	4,05
Passo de tempo (s)	0,02	0,02	0,02
Resistência total (N) / modelo RANS	16,495	16,126	16,068
Resistência total (N) / modelo Euler	7,167	6,834	6,815

O estudo indicou convergência monotônica para os modelos aplicando equações de Euler e RANS. Os principais resultados, como resistência total (casco inteiro), área molhada, trim dinâmico e *sinkage* (afundamento), são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7-Resultados (Resistência em mar calmo).

	RANS	EULER
Trim dinâmico (graus)	-0,03	-0,07
Afundamento (m)	-0,004	-0,004
Área molhada (m <sup>2</sup> )	5,926	5,926
Resistência Total (N)	32,14	13,63
Incerteza numérica	0,1%	0,03%

A magnitude da força de resistência (total) para o modelo RANS, foi comparada à obtida através do ensaio em tanque de provas (FORCE TECHNOLOGY, 2016) e uma diferença de aproximadamente 0,5% do valor obtido no experimento, foi observada. Embora, devido à ausência de dados de incerteza experimental, não tenha sido possível validar os resultados da simulação com os do ensaio, a comparação foi útil para considerar os modelos adequados dentro da proposta da pesquisa.

O casco, nos dois modelos, quando em avanço, alcançam o equilíbrio com um *sinkage* menor que 2% do calado. Ao mesmo tempo que os valores negativos para o trim dinâmico, de acordo com o referencial adotado nas simulações (item 3.1.2), indicam pequenas rotações na direção anti-horária ou levantamento da proa.

Com o avanço do navio e a formação de uma onda única ao longo do casco, um novo campo de pressão se estabelece sobre a área molhada, o que faz surgir, além do arrasto, uma força e um momento de sustentação, fazendo o casco buscar uma nova posição de equilíbrio. No caso, o *sinkage* negativo indica que essa força de sustentação é para baixo e reduz o empuxo. Enquanto o levantamento da proa indica que o momento de sustentação é negativo e que o centro de pressão foi deslocado para ré.

Essa atitude do casco em avanço condiz com o campo de pressão em torno do casco (Figura 14), tanto no modelo RANS quanto no Euler. Em ambos, a presença do transom, de alguma forma, causa uma queda brusca de pressão na popa fazendo com que a força

vertical resultante seja negativa e sua linha de aplicação deslocada para ré do centro de massa. Como no modelo Euler a queda de pressão na popa é ainda mais acentuada que no RANS, este acaba por apresentar um trim dinâmico maior, apesar de não aparecer diferença no *sinkage*.

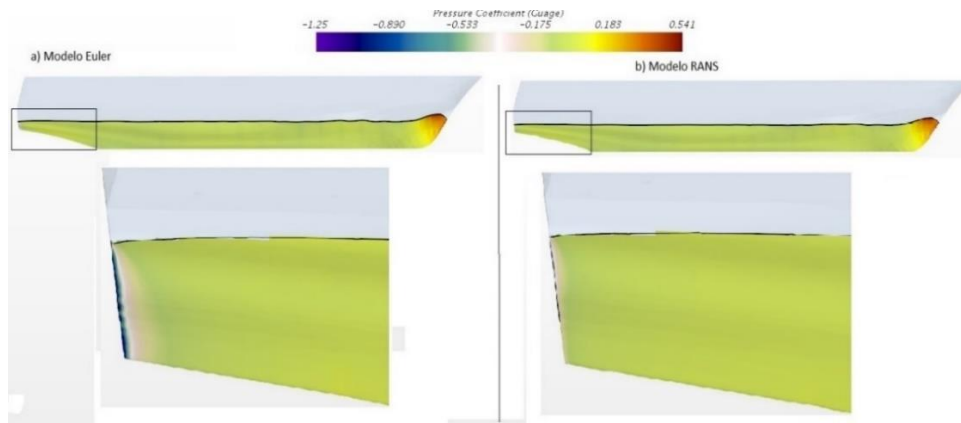


Figura 14-Distribuição do coeficiente de pressão (manométrica) ao longo da área molhada do casco (Euler vs RANS).

Para os dois modelos, Euler e RANS, os valores das parcelas da resistência de pressão e friccional foram calculados separadamente. E ainda, foram realizadas novas simulações com restrições adicionadas, para que outras parcelas de resistência, descritas no item 2.1.1, também pudessem ser obtidas. No caso, para obter a parcela de pressão viscosa, foi necessário suprimir o efeito da superfície livre, aplicando-se a condição de simetria no plano de interface ar-água. A parcela relacionada à formação de ondas, por sua vez, foi encontrada subtraindo-se as resistências das simulações com e sem superfície livre. A Tabela 8 apresenta os valores obtidos para cada parcela de resistência.

Tabela 8-Valores das parcelas de resistência (modelo RANS e Euler).

		RANS	Euler
Resistência Total (N)		32,14	13,63
Origem da força	Resistência de Pressão (N)	8,51	13,63
	Resistência Friccional (N)	23,62	0
Dissipação de Energia	Resistência de ondas (N)	4,47	8,85
	Resistência de esteira ou viscosa (N)	27,66	4,38
Parcela comum às duas abordagens	Resistência de pressão viscosa (N)	4,04	4,38

Para o modelo RANS os resultados não causaram surpresa. Nota-se que 73,5% da resistência total tem origem nas tensões cisalhantes enquanto apenas 16,5%, está relacionado à distribuição de pressão ao longo do casco. Experimentos mostram distribuição similar para navios de baixa velocidade (Froude  $< 0,3$ ). Segundo LEWIS (1988), a resistência de pressão ganha mais importância para navios de alta velocidade e a resistência friccional pode não chegar a 50% da parcela total.

Outro aspecto relevante é que, na condição mar calmo, 86% da energia é dissipada pela esteira e apenas 14% está relacionada à formação de ondas. Segundo LEWIS (1988), para baixas velocidades a força de resistência é dominada pela componente viscosa, o que condiz com os resultados encontrados. A resistência de pressão viscosa, por sua vez, representa, aproximadamente, 12% da resistência total e quase a metade da resistência de pressão.

Para o modelo Euler, como a parcela friccional é nula, a força inteira tem origem no campo de pressão. No entanto, chamou atenção os seguintes aspectos:

- I. A resistência de pressão é cerca de 60% maior que a parcela de pressão do modelo RANS, o que indica uma mudança significativa na distribuição de pressão ao longo do casco;
- II. A resistência de ondas é quase o dobro da do RANS, indicando uma diferença significativa no padrão de ondas; e
- III. Era esperado o valor nulo para resistência de pressão viscosa e para a de esteira, no entanto foi encontrado equivalente a 32% da resistência total, o que, à primeira vista, não seria compatível com a formulação de Euler, considerando a ausência de tensões viscosas no modelo.

Estes resultados levaram a uma análise mais detalhada do padrão de ondas, campo de pressão e escoamento ao redor do casco, obtidos nas simulações.

Analisando a Figura 14, que traz a distribuição de pressão no casco para os dois modelos, é possível observar o aumento da queda de pressão na popa quando se utiliza a formulação de Euler, o que resulta numa maior diferença de pressão entre proa e popa. Este resultado pode explicar a parcela de resistência de pressão ser maior para este modelo.



A Figura 15 e Figura 16 foram utilizadas para comparar os padrões de ondas obtidos nos dois modelos, Euler e RANS. A primeira apresenta uma vista de topo, onde é possível identificar a formação da esteira de Kelvin para ambos modelos. A segunda apresenta o perfil longitudinal de ondas, através de um corte no plano de centro e da projeção da linha de intersecção entre casco e superfície livre no mesmo plano ( $X/LPP$  entre 0 e 1).

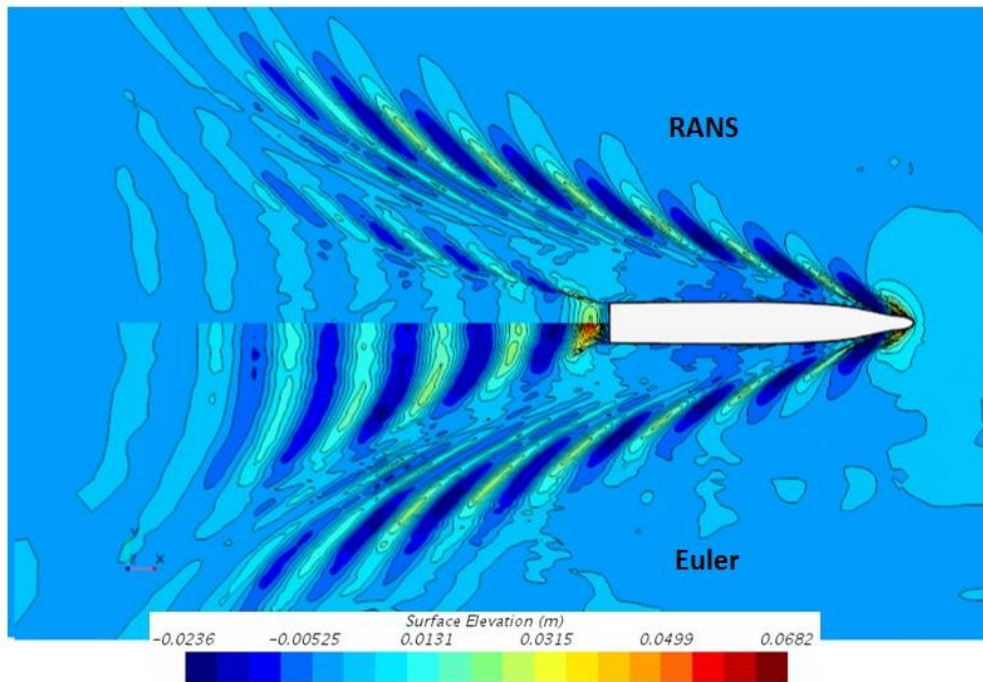


Figura 15-Comparação entre padrões de ondas dos modelos RANS e Euler (vista de topo).

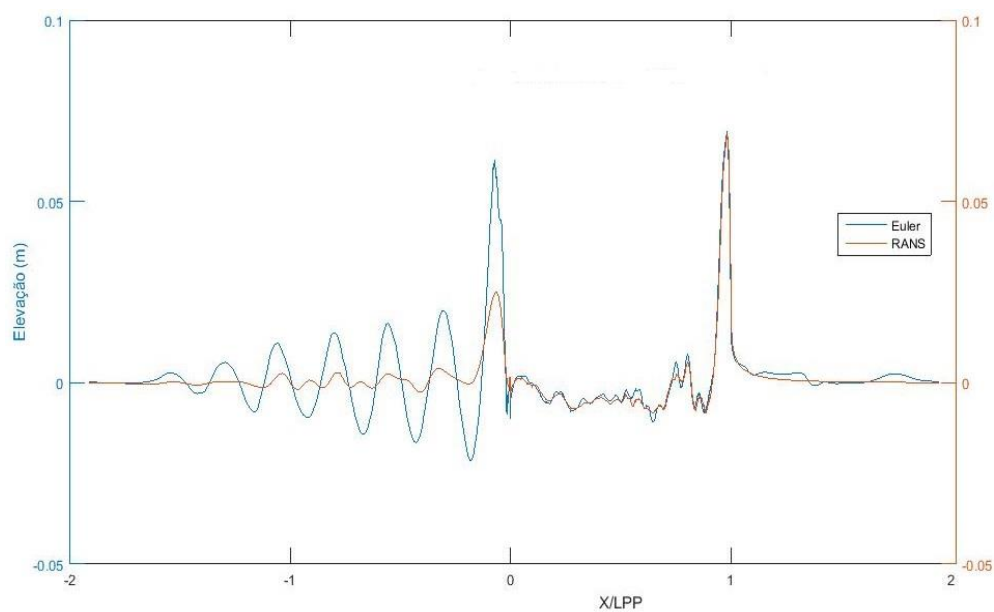


Figura 16- Elevação da linha d'água (RANS x Euler) / Corte no plano de centro do casco ( $y=0$ ) / Projeção da linha de intersecção entre o casco e superfície livre, no plano  $y=0$  ( $X/LPP$  entre 0 e 1).

O padrão de ondas geradas na popa (Figura 15) e a elevação da superfície livre ao longo do casco (Figura 16), são aspectos bem semelhantes entre os dois modelos. Mas, em ambas as figuras, é possível observar uma diferença significativa na elevação das ondas a partir da popa, sendo maiores para o modelo Euler, o que concorda com o aumento da queda de pressão observado na Figura 14.

A queda brusca de pressão próximo à quina do *transom* indica que a separação do escoamento ocorreu naquele ponto, para as formulações de Euler e de RANS. No caso da segunda, tal efeito pode estar associado ao fato do modelo de turbulência não prever a separação da camada limite ao longo do casco levando a mesma a ocorrer apenas com a descontinuidade geométrica. Mas ainda que isso fosse previsto, seria compreensível que não ocorresse separação antes do *transom*, uma vez que o casco apresenta uma variação suave da geometria na região da popa até este ponto.

Por outro lado, com a formulação de Euler, devido à ausência de tensões viscosas, não era esperado um descolamento do fluido naquela região, mas sim que o mesmo contornasse a geometria do *transom*, bem como numa abordagem potencial. No entanto, sabe-se que o modelo numérico que representa as equações de Euler carrega erros de diferentes tipos, e por isso, pressupõe-se que seja difícil a captura de um escoamento a uma certa velocidade, contornando uma mudança tão abrupta de geometria.

Uma vez acontecendo a separação no *transom*, na simulação com Euler, é compreensível que a queda de pressão seja mais intensa que na simulação com RANS, pois como não há dissipação de energia ao longo do casco, a velocidade da partícula fluida na popa é maior.

Ainda assim, não era esperado para o modelo Euler que a energia fosse dissipada de alguma forma se não na formação de ondas, mas a visualização das linhas de fluxo do escoamento na simulação sem superfície livre (Figura 17) mostrou a formação de vórtices estacionários a ré do *transom*.

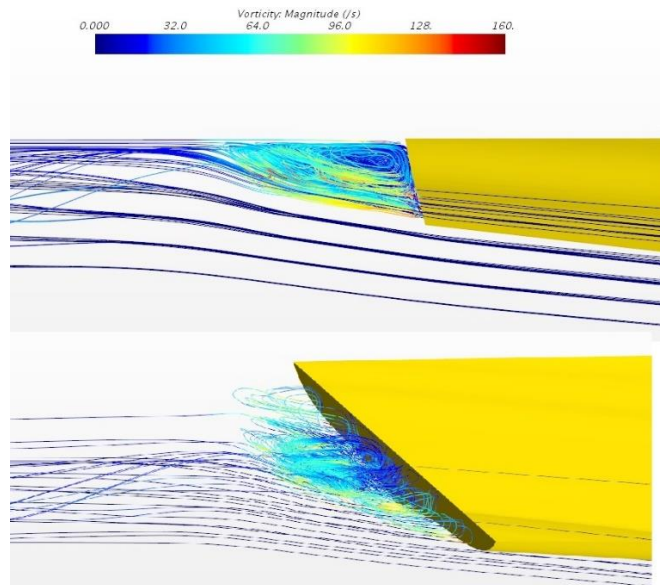


Figura 17- Linhas de fluxo e vorticidade no escoamento sem superfície livre (modelo Euler).

Num escoamento viscoso, o cisalhamento entre as camadas fluidas define um perfil de velocidades com variações a partir da superfície do casco, e isso compõe o mecanismo que adiciona vorticidade ao escoamento. Assim, em um escoamento invíscido, com um perfil de velocidades inicial uniforme não deveria haver fonte de vorticidade e nem a formação de vórtices. Essa discrepância entre a teoria de Euler e os resultados numéricos motivou uma análise mais detalhada para entender a origem do problema.

Estudos anteriores mostraram que sobre certas condições particulares é possível capturar a formação de vórtices mesmo com a formulação de Euler. Entre estes estudos destaca-se o de GOLDSHTIH e HUSSAIN (1998), os quais investigaram, por abordagem analítica, a formação de um vórtice permanente devido à separação em escoamentos incompressíveis, invíscidos e planares, em torno da estrutura denominada *backward facing step (BFS)*, como apresentado na Figura 18.

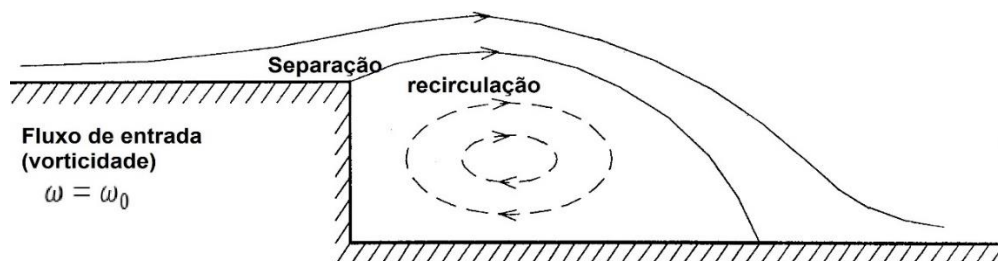


Figura 18-Sseparação e recirculação num escoamento com vorticidade na entrada, sobre a estrutura "Bakward Facing step" (GOLDSHTIH e HUSSAIN, 1998).

Segundo GOLDSHTIH e HUSSAIN (1998) é possível utilizar um modelo matemático invíscido para representar uma separação típica de um escoamento viscoso. Embora as condições de contorno do modelo invíscido, por si só, não sejam suficientes para a geração de vorticidade no domínio, esta pode ser inserida no fluxo de entrada e formar uma recirculação a partir do ponto de separação que se concentra numa região de estagnação criada pelo degrau.

Alguns autores estudaram o modelo invíscido em abordagem numérica. VAN DEN BERG (1992) analisou a formação de uma estrutura fluida permanente denominada “leading-edge vortex” que surge no escoamento subsônico sobre uma asa delgada a um certo ângulo de ataque. O objetivo era investigar a hipótese de que o coeficiente de sustentação é pouco dependente da viscosidade. Para tal, ele sugeriu que o escoamento pudesse ser representado por um modelo invíscido, mas que permitisse um fluxo rotacional em todo campo através do alongamento e convecção da vorticidade.

Segundo VAN DEN BERG (1992), a geração de vorticidade através do processo de separação do escoamento requer um modelo viscoso ou uma condição de Kutta. No entanto, já era bem aceito que uma singularidade geométrica como uma borda ou canto vivo, poderia introduzir uma dissipação artificial nas simulações. Ele, então, considerou os vórtices numéricos gerados na borda da asa, como sendo resultado de uma condição de Kutta implícita ao modelo.

Na simulação de resistência ao avanço com o modelo de Euler, sem superfície livre, o escoamento de entrada é uniforme e não contém vorticidade, o que elimina a condição necessária para gerar o vórtice permanente segundo GOLDSHTIH e HUSSAIN (1998). Por outro lado, VAN DEN BERG (1992) sugere que a formação de vórtices artificiais está relacionada à difusão numérica, quando o escoamento encontra uma singularidade geométrica, semelhante a encontrada na popa de um navio devido a presença do transom.

Alguns esquemas numéricos, especialmente os não centrados, contam com termos artificiais, ou seja, existe difusão numérica inerente a eles (ANDERSON, TANNEHILL e PLETCHER, 1997). Porém, para que estas venham a gerar vórtices artificiais seria necessário, uma singularidade ou perturbação como um canto vivo, por exemplo. Para investigar melhor o efeito, recorreu-se à simulação CFD em torno da estrutura *backward facing step (BFS)*. A Figura 19 mostra a evolução das linhas de fluxo e da vorticidade até o escoamento atingir regime permanente.

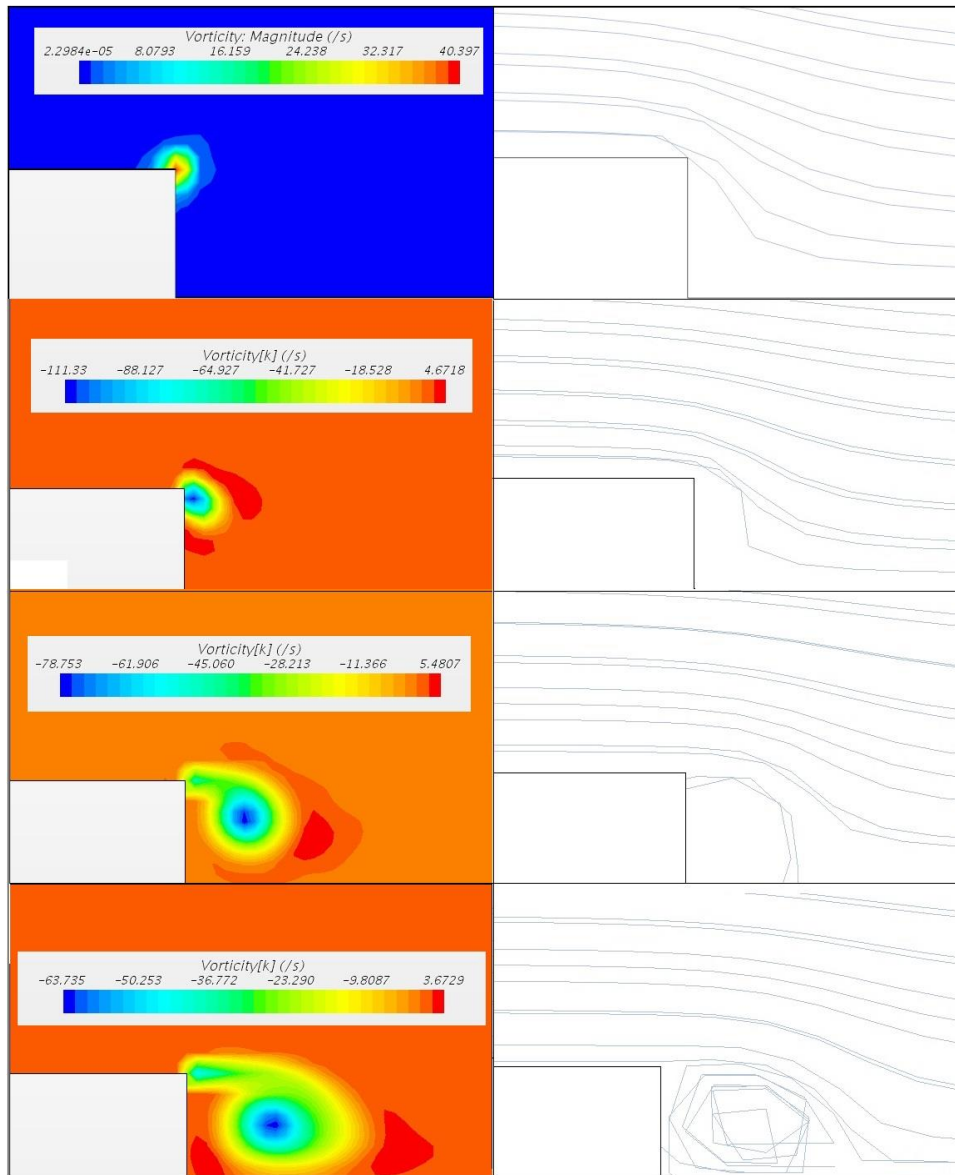


Figura 19- Evolução das linhas de fluxo e vorticidade na simulação do escoamento em torno da estrutura BFS (modelo Euler).

A simulação sugere que a vorticidade começa a ser gerada na borda do degrau, e cresce com o passar do tempo, quando começa a ser transportada para região de estagnação, onde diminui de intensidade até se estabilizar. Simultaneamente, as linhas de fluxo de recirculação se formam, se tornam mais densas e estacionam na região que era de estagnação. Pode-se concluir que o resultado da simulação corrobora o entendimento das pesquisas citadas, indicando que os vórtices estacionários que se formam a ré do transom são de origem numérica. Uma vez gerados, as equações permitem que a vorticidade seja alongada e convectada até a região de estagnação.

Em resumo, diferente da formulação de RANS, a de Euler representa um escoamento ideal no qual as tensões cisalhantes do fluido não são consideradas. A presença do transom dificulta a representação numérica dos escoamentos, especialmente a do modelo invíscido. Neste caso, baseado nas observações apresentadas anteriormente, assume-se que uma difusão numérica somada à descontinuidade geométrica do *transom*, poderiam estar causando a separação do escoamento e a formação de um vórtice estacionário na popa do navio. Tais efeitos estariam associados à queda brusca de pressão no transom e à formação de ondas com grandes amplitudes a partir da popa.

Por fim, não seria incoerente supor que caso fosse possível a reprodução perfeita do escoamento invíscido ao redor da popa, não haveria a formação do vórtice artificial nem a queda brusca de pressão na popa e a amplitude da onda de ré seria menor. Com isso a força equivalente à resistência de pressão viscosa não existiria e a resistência de ondas, bem como a resistência de pressão poderiam ser mais significativas para o modelo RANS do que para o Euler.

## 5.2 Geração de ondas

Para o estudo de resistência adicional em ondas a correta representação da onda incidente é de extrema importância. Assim sendo, foram realizados estudos preliminares com o objetivo de definir as condições mínimas de malha e dos parâmetros numéricos necessários para a correta representação da propagação da onda.

Durante estes estudos preliminares alguns problemas foram encontrados, entre os quais destacam-se a perda significativa da altura da onda após longos períodos de simulação e a ocorrência de correntes espúrias<sup>6</sup> na interface ar-água. O primeiro foi significativamente reduzido com o uso de esquemas de segunda ordem e ajuste no passo de integração. Para minimizar o segundo problema, foi utilizado um refinamento maior da malha na região da superfície livre (PERIC, 2017) e uma técnica de suavização da solução acoplada ao esquema *HRIC* (ver item 3.2.1.7).

Em seguida, a onda incidente foi imposta em sobreposição a um escoamento uniforme que representa a velocidade de avanço do casco. Essa condição de contorno provocou um forte gradiente na fronteira de entrada, gerando correntes parasitas que se propagavam ao

---

<sup>6</sup> Correntes parasitas: Pequenas ondulações em alta frequência devido a fortes gradientes no esquema numérico que resolve as equações de VOF.

longo do domínio. Para minimizar o efeito e manter a solução estável, utilizou-se a superposição da solução potencial e a solução de *Navier-Stokes*, na região próxima à condição de contorno de entrada. Tal artifício numérico é denominado “*forcing waves*”, abordado por (KIM e O’SULIVAN, 2012) e também foi aplicado com o objetivo de minimizar a reflexão na fronteira de saída.

Trata-se do acoplamento entre uma solução teórica, conhecida, e a solução das equações de Navier-Stokes discretizadas, calculada pelo *solver*. A solução teórica, no caso, foi a onda de primeira ordem de Stokes, sendo definida, apenas, a um certo comprimento a partir das fronteiras, longe o suficiente da região de interesse, para que a mesma não fosse afetada.

A solução teórica forçada ( $\phi_t$ ) é acrescida dentro do termo fonte, nas equações de quantidade de movimento discretizadas, em cada volume de controle dentro da região selecionada, como na Eq. 5.1.

$$S_\phi = \gamma\rho(\phi - \phi_t) \quad (5.1)$$

O valor do coeficiente  $\gamma$ , varia suavemente no domínio, sendo alto e máximo na superfície de contorno onde inicia a solução forçada, reduzindo-se até chegar a zero na fronteira oposta. A formulação permite uma transição suave entre as soluções, e é habilitada apenas nas regiões previamente definidas.

No domínio computacional, as distancias foram escolhidas de forma que as regiões de solução forçada ficaram, a pelo menos, 2 (dois) comprimentos de onda a ré do navio e 1 (um), avante. Não foi necessário a aplicação do artifício na superfície lateral.

Após a definição de uma configuração mínima para malha e parâmetros numéricos, aplicados à geração de ondas sobrepostas a um escoamento uniforme, foi realizado um estudo de convergência de malha e passo de integração para avaliação de incertezas da simulação. Os parâmetros analisados foram a amplitude da onda e frequência de encontro, medidos na posição onde estaria o casco e o método adotado para estimativa de incerteza foi o recomendado pelo ITTC (2017), definido no Apêndice II. Os resultados, mostrados na Tabela 9, indicaram uma convergência assintótica para a amplitude da onda e oscilatória para a frequência de encontro, com incertezas de 0,001% e 0,015%, respectivamente.

Tabela 9- Frequência e amplitude da onda gerada nas simulações com diferentes configurações de malha e passo de tempo.

Simulação	W1	W2	W3
Elemento Base (m)	0,14	0,1	0,07
Número de elementos (mil)	47	91	182
Passo de tempo (s)	0,002	0,0014	0,001
Amplitude do primeiro harmônico (m)	0,0311	0,0313	0,0314
Frequência de encontro (Hz)	0,7455	0,7453	0,7456

Apesar das três configurações serem capazes de gerar uma onda regular com parâmetros suficientemente próximos aos da onda de entrada, a configuração W1 foi escolhida por atender ao propósito da pesquisa com menor esforço computacional. A diferença entre a onda gerada pela configuração W1 e a teórica, em termos de frequência de encontro e amplitude, foi de 0,01% e 1,27%, respectivamente.

A Figura 20 apresenta a elevação da onda no domínio do tempo para configuração W1. No caso, ela foi monitorada no ponto onde se localizaria a proa do casco. Pelo histórico no tempo, é possível observar um pequeno deslocamento da elevação média e um leve achatamento na cava da onda gerada, quando comparada à onda teórica. Esta diferença é esperada devido à erros de discretização.

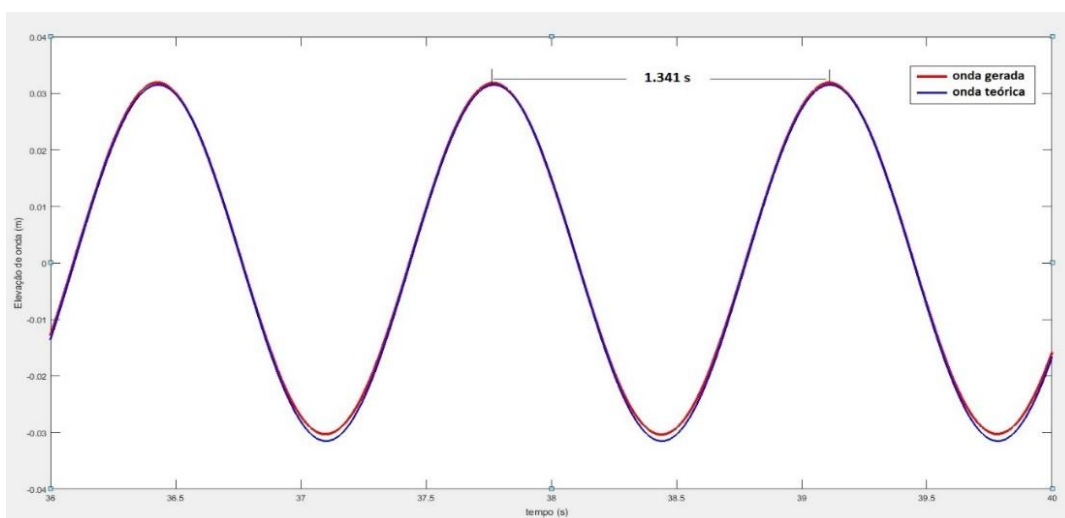


Figura 20- Comparação entre onda gerada pela simulação W1 e onda teórica de entrada (evolução no tempo).



A Figura 21 traz a análise da amplitude da onda gerada na mesma simulação, no domínio da frequência. O espectro de amplitude foi obtido pela função *fft* do *matlab*®, que representa uma simplificação da transformada de Fourier. Em todas as análises desse tipo, a amostra foi obtida entre 20 e 40 s de simulação, e com intervalo equivalente ao passo de tempo. No caso da W1, o intervalo foi de 0,002 s.

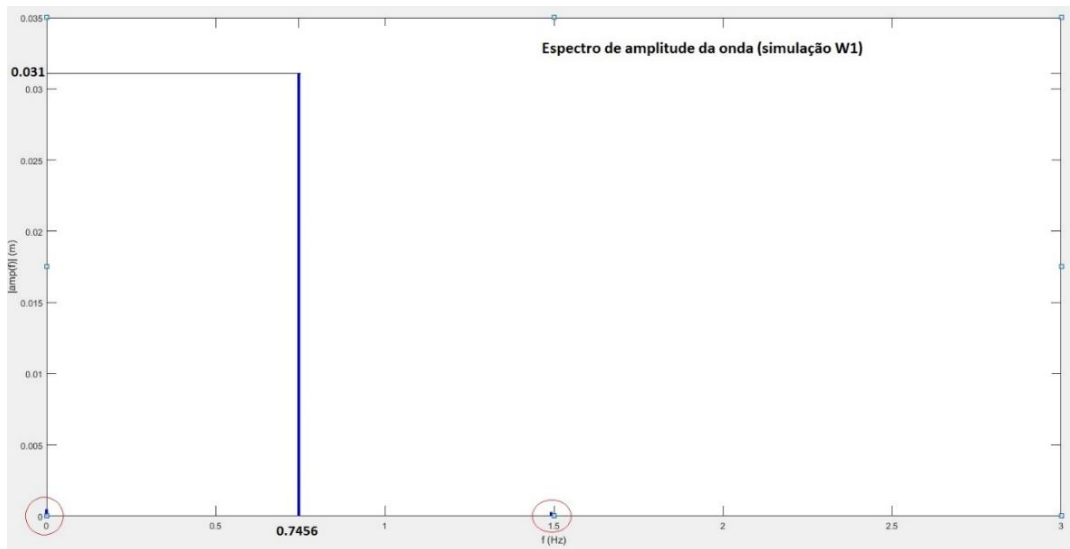


Figura 21-Espectro de amplitude da onda gerada na simulação W1.

O espectro indica que o primeiro harmônico apresenta a amplitude de 0,0311 m e se localiza na frequência de 0,7455 Hz conforme dados da Tabela 9. As pequenas amplitudes que apareceram na média e no segundo harmônico estão abaixo do valor do menor elemento de malha, da ordem de grandeza de  $1E^{-3}$  m, logo pode-se atribuí-las a erros de discretização.

O perfil instantâneo da onda gerada na simulação w1 e da onda teórica de entrada, aos 40s, são comparados na Figura 22. Nela também está destacada a região de *damping* (Região I) e a posição do casco (Região II). Pode-se observar que, em quase todo domínio (exceto na região I), a onda gerada, apesar de um leve achatamento, não apresentou perda significativa de altura e nem oscilações espúrias.

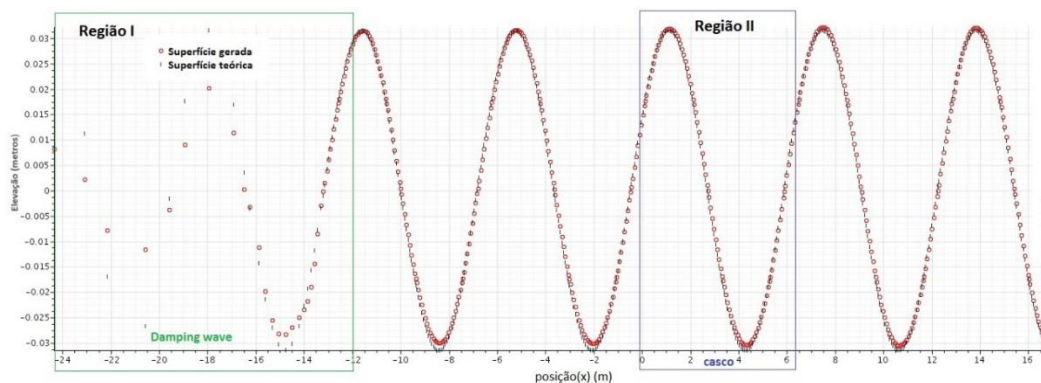


Figura 22-Foto do Perfil da onda gerada no instante aos 40s da simulação W1.

Por fim, após diferentes análises da onda gerada nas simulações, a configuração numérica W1, de menor custo computacional, foi considerada adequada para o propósito da pesquisa. Dessa forma, uma condição mínima é estabelecida para formação da onda incidente nas simulações de e resistência em ondas.

### 5.3 Resistência em ondas

Nesta seção são apresentados os estudos de resistência ao avanço, em ondas. Na primeira parte da seção é discutido o uso da formulação de RANS e EULER, na segunda, é apresentada a estimativa da resistência adicional, bem como, a das parcelas de radiação e difração.

Nesta etapa do trabalho não foi realizada a análise de convergência da malha, nem a estimativa da incerteza pois o custo computacional para a realização destes estudos foi considerado muito elevado, o que tornaria a pesquisa inviável dentro do tempo disponível.

Para esta simulação foi utilizada a combinação das malhas criadas nos estudos de resistência em mar calmo e no de geração de ondas. Apesar das simulações apresentarem características diferentes, o fato desses dois estudos estarem numericamente consistentes, traz uma indicação de que o de resistência em ondas também esteja.

Além disso, nesta parte do trabalho o objetivo é fazer a comparação entre os resultados obtidos para a mesma condição ambiental com diferentes restrições ao movimento do navio. Assim sendo, mantendo-se a configuração da malha e o setup numérico, foi assumido que o mesmo erro numérico está presente em todas as simulações, o que possibilita o uso da malha menos refinada para as análises e reduz a importância do estudo de convergência.

A Figura 23 mostra a evolução temporal da resistência em ondas, enquanto a Figura 24 e Figura 25 apresentam os sinais de *pitch* e *heave*, respectivamente. Todas comparam os resultados obtidos a partir das formulações de RANS e Euler.

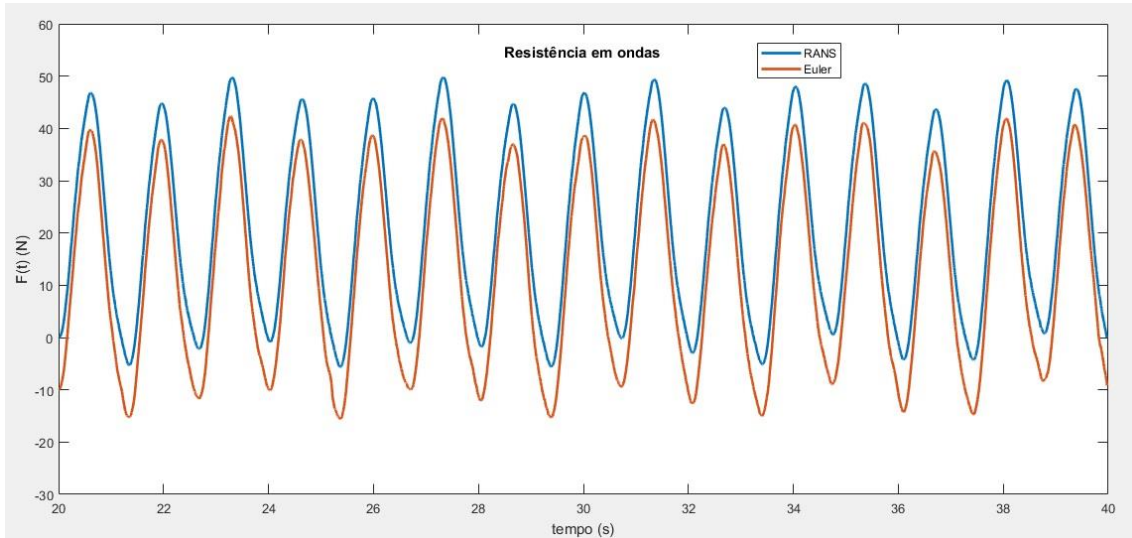


Figura 23- Sinal temporal da Resistência em ondas- malha r1 (Euler vs RANS)

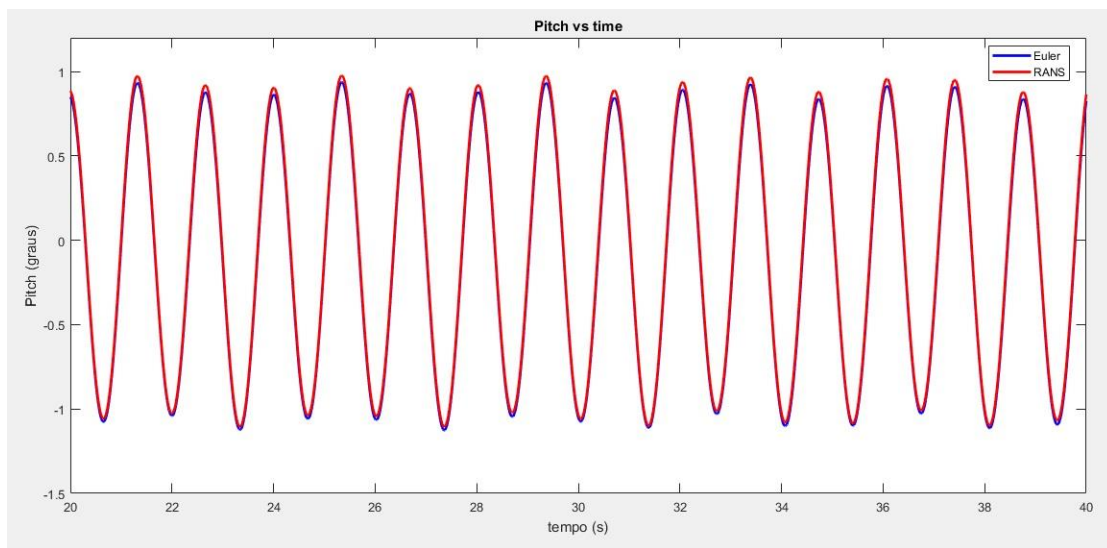


Figura 24-Sinal temporal de Pitch na simulação com ondas (Euler vs RANS)

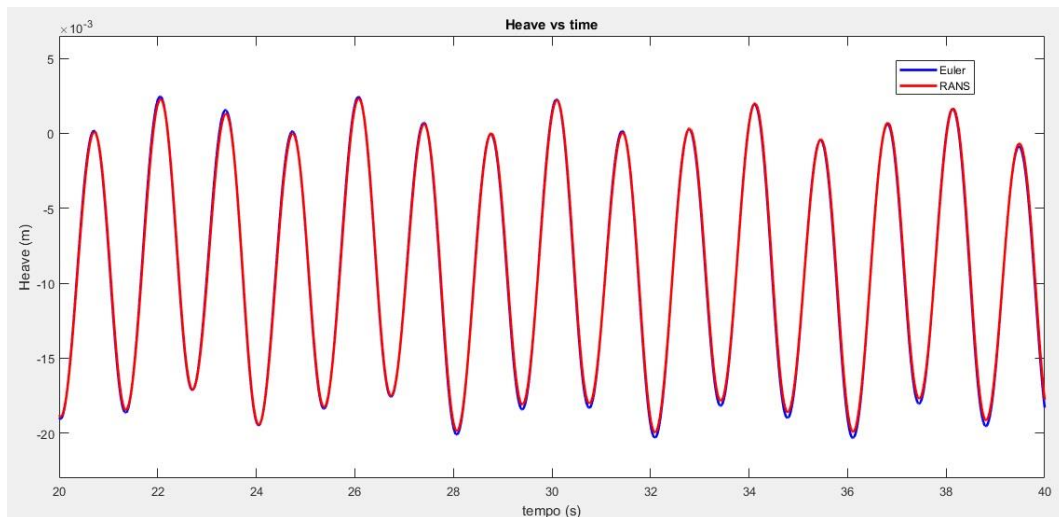


Figura 25-Sinal temporal de heave na simulação com ondas (Euler vs RANS).

Para a força de resistência, observa-se que para ambos os modelos o padrão do sinal é muito semelhante, sendo que os resultados obtidos com a formulação de RANS apresentam um valor médio maior que os resultados obtidos usando Euler. Este aumento da resistência total é coerente visto que na formulação de Euler a parcela de resistência viscosa é nula. Além disso, o padrão aperiódico dos sinais sugere a existência de mais de uma frequência.

O padrão dos sinais obtidos para *heave* e *pitch*, através das formulações de Euler e RANS, também são muito semelhantes. Estes resultados reforçam a hipótese de que a influência dos efeitos viscosos nos movimentos do navio é pequena, ao menos para esta frequência de encontro, o que está em concordância com os resultados obtidos utilizando modelos potenciais para estudo de movimento de navios. Assim como para força, foi observado um sinal aperiódico o que indica a presença de diferentes frequências.

Análogo ao que foi feito para a resistência ao avanço em mar calmo pode-se decompor a resistência total média nas parcelas de pressão e viscosa para cada uma das formulações. Os resultados são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10-Valores das parcelas de resistência média (Euler vs RANS)

Resistência média	RANS	EULER
Total (N)	42,86	25,72
Friccional (N)	24,24	0
De pressão (N)	18,62	25,72

Vale destacar, nos resultados de RANS, que a parcela de pressão corresponde a 43% da resistência total, enquanto que no mar calmo esta parcela correspondia apenas a 24%. E ainda que a magnitude da parcela friccional pouco se alterou entre as simulações em mar calmo e com ondas. Estes resultados indicam um aumento da contribuição da pressão na resistência total e sugerem que a parcela adicional da força está mais relacionada ao campo de tensões normais do que ao de tensões cisalhantes.

Nota-se também que a resistência de pressão obtida pela formulação de Euler é cerca de 40% maior que a obtida pela formulação de RANS. Tal diferença pode ser compreendida ao se observar a distribuição de pressão na área molhada do casco (Figura 26). Assim como nas simulações de mar calmo, a queda brusca de pressão no transom esteve presente e mais intensa quando se usou a formulação de Euler. De forma análoga, o efeito pode estar associado à dificuldade de se representar numericamente o escoamento invíscido em torno da geometria do transom.

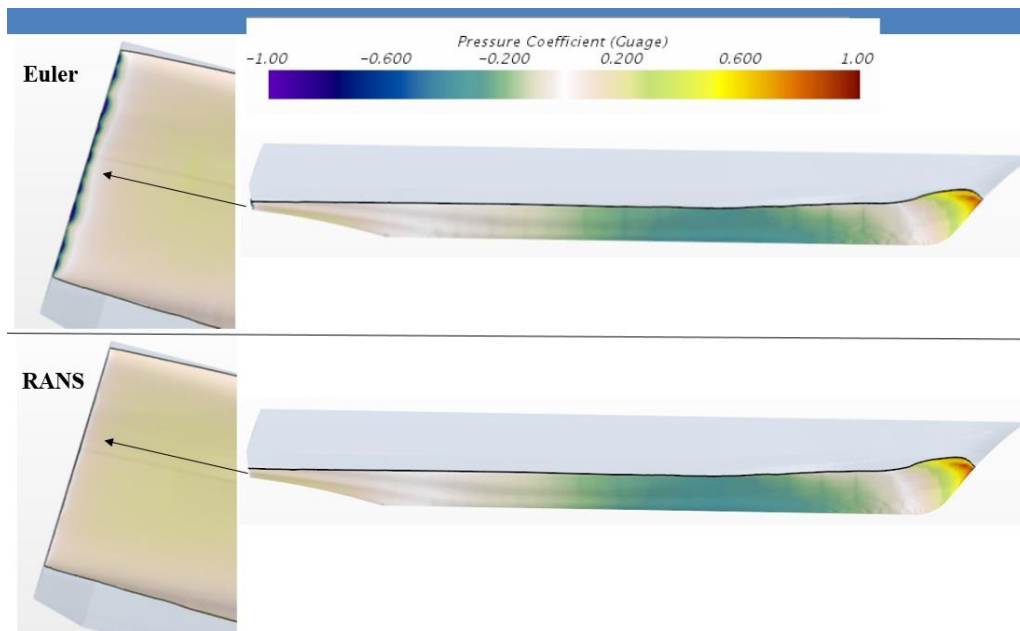


Figura 26- Campo de pressão (Manométrica) na região da popa e ao longo do casco, para os modelos RANS e Euler.

### 5.3.1 Análise Espectral

Conforme observado na seção anterior, o sinal temporal da força de resistência apresentou oscilações de amplitude, as quais sugeriram a existência de várias componentes de frequência. Para investigar melhor este aspecto, foi realizada a análise espectral do sinal.

O espectro de amplitude da força de resistência em ondas (Figura 27) revela a presença de picos em diferentes frequências, destacando-se o na frequência zero e o na frequência de encontro. Picos menores também aparecem nos múltiplos da frequência de encontro, mas o que chamou atenção foi aquele encontrado no sub-harmônico de 1/3, de mesma magnitude que o do segundo harmônico.

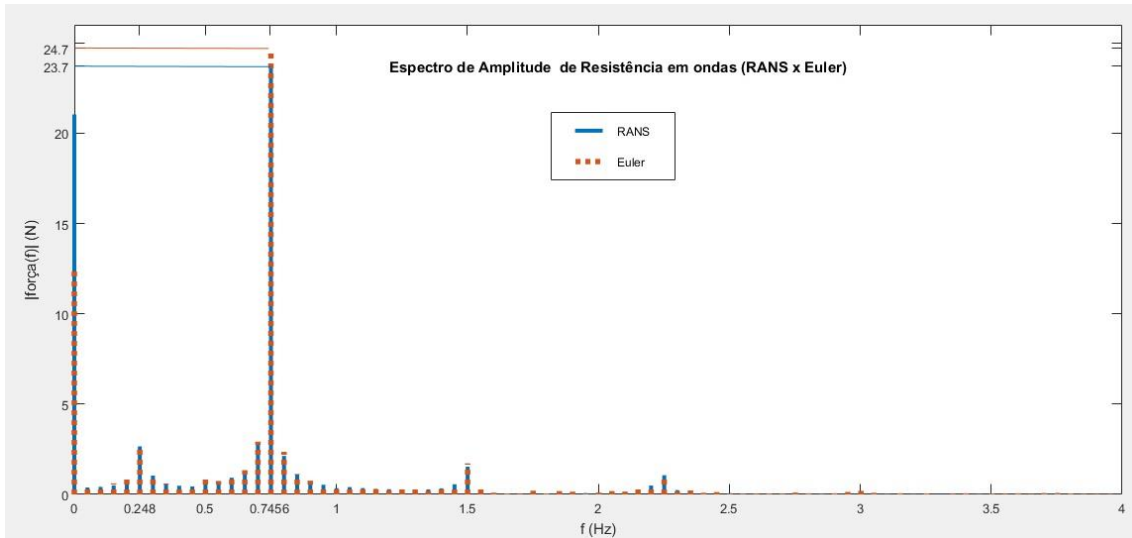


Figura 27-Espectro de amplitude da Resistência em ondas- malha r1 (Euler vs RANS)

Os resultados também mostram que a distribuição de frequência é independente da formulação na estimativa, Euler ou RANS. E ainda, as magnitudes da força nos harmônicos, exceto no zero, são muito próximas para as duas formulações. Tudo isso reforça a ideia de que as oscilações da força de resistência estão mais associadas à variação do campo de pressão enquanto a parcela friccional se encontra representada, predominantemente, na força média.

Na Tabela 11 são mostradas as amplitudes das 6 (seis) principais componentes obtidas para cada um dos sinais. Os resultados para frequência zero, correspondem ao valor médio do sinal e indicam que a resistência total obtida pela formulação de RANS é cerca de 67% maior que a obtida pela formulação de Euler. Para os demais harmônicos, os valores obtidos com a formulação de Euler tendem a ser um pouco maiores que os obtidos usando RANS, com exceção do terceiro harmônico no qual ocorre o contrário. Pode-se notar que cerca de 80% da parte oscilatória da força é devido ao primeiro harmônico.

Tabela 11- Valores dos harmônicos referente ao sinal de Resistência em ondas (metade da força)

Harmônicos (N)	Frequência (Hz)	Resistência em ondas (N)	
		RANS	EULER
0	0	21,43	12,86
1/3	0,248	2,66	2,74
1°	0,746	23,7	24,7
2°	1,491	1,53	1,71
3°	2,237	1,05	0,93
4°	2,982	0,15	0,20

Os sinais de *pitch* e *heave* também foram submetidos a análise espectral. Como os sinais obtidos utilizando a formulação RANS e EULER são muito semelhantes, apenas o espectro para o RANS é apresentado na Figura 28 e na Figura 29.

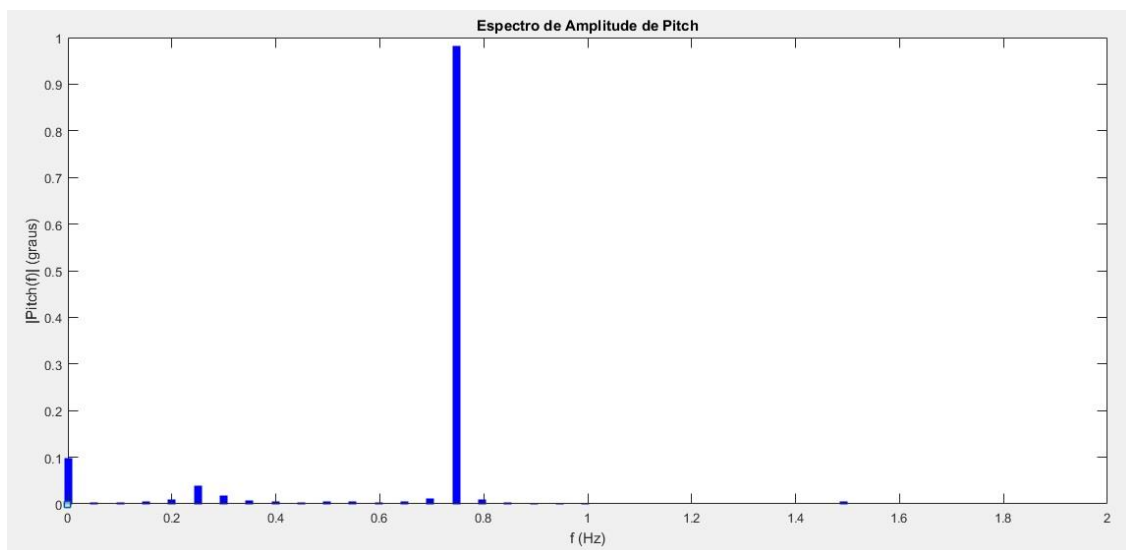


Figura 28-Espectro de amplitude com valor absoluto de Pitch na simulação com ondas (RANS)

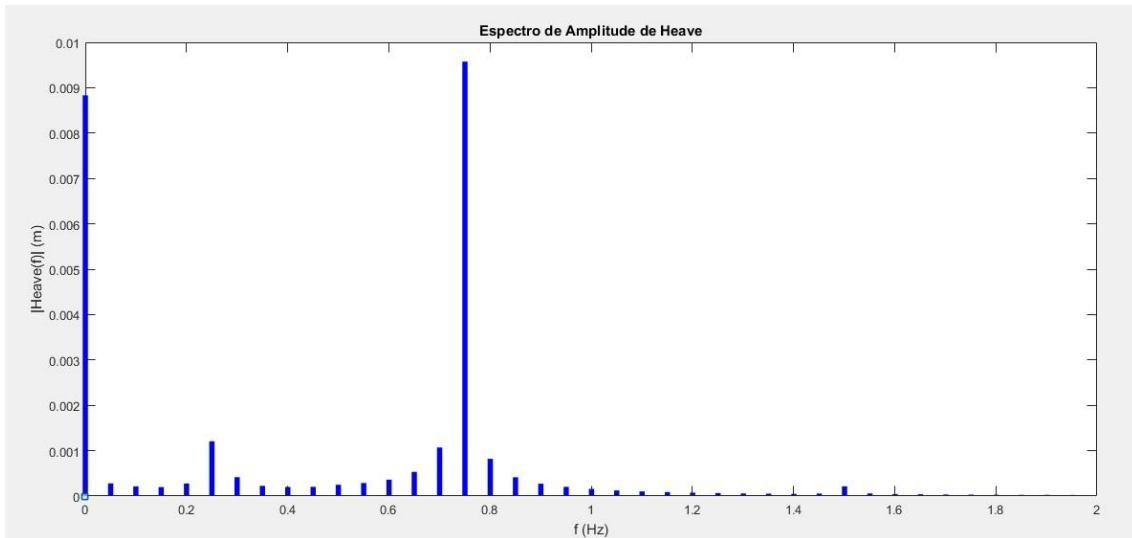


Figura 29-Espectro de amplitude com valor absoluto de heave na simulação com ondas (RANS).

Como o sinal da força, os sinais de movimento também apresentaram várias frequências, incluindo o valor médio (frequência zero), a frequência de encontro e alguns múltiplos e o sub-harmônico de 1/3. Este último é mais evidente no sinal de *heave* do que no de *pitch*.

A origem do sub-harmônico 1/3 nos sinais da força e dos movimentos foi um aspecto que necessitou de um estudo mais detalhado, principalmente para verificar se surge devido a um aspecto físico ou a um erro numérico.

Através de uma expansão em série de potência, é possível verificar que o aparecimento de harmônicos de ordem maior que 1 (um) é esperado no sinal de uma força causada pela perturbação de uma onda linear, desde que a física do fenômeno que ela representa seja não linear. Da mesma forma, pode-se constatar que não há como surgir uma sub frequência no sinal a menos que esta seja introduzida como perturbação.

A Eq.5.2 mostra uma força escrita como uma expansão representada até o termo de quarta ordem e cuja perturbação é uma onda senoidal de amplitude ( $A$ ), frequência ( $\omega$ ) e fase ( $\phi$ ), arbitrárias. Aplicando-se transformações trigonométricas na Eq.5.1, a mesma força pode ser escrita de acordo com a Eq.5.3, na qual aparecem um termo médio, o primeiro harmônico e os harmônicos de ordem superior da força.

$$F = B_1 [A \cos(\omega t + \phi)] + B_2 [A \cos(\omega t + \phi)]^2 + B_3 [A \cos(\omega t + \phi)]^3 + B_4 [A \cos(\omega t + \phi)]^4 + \dots \quad (5.2)$$



$$F = \left[ B_2 \frac{A^2}{2} + B_4 \frac{3A^4}{8} + \dots \right] + \left[ B_1 A + B_3 \frac{3A^3}{4} + \dots \right] \cos(\omega t + \phi) + \left[ B_2 \frac{A^2}{2} + B_4 \frac{A^4}{2} + \dots \right] \cos(2\omega t + 2\phi) + \left[ B_3 \frac{A^3}{4} + \dots \right] \cos(3\omega t + 3\phi) + \left[ B_4 \frac{A^4}{8} + \dots \right] \cos(4\omega t + 4\phi) + \dots \quad (5.3)$$

Nota-se que múltiplos inteiros da frequência de entrada aparecem naturalmente na resposta, mesmo que em diferentes fases e ainda que harmônicos não-múltiplos não surgem no sinal da força. No caso do fenômeno de resistência em mar com ondas regulares, o sub-harmônico não surgiria a menos que tivesse sido introduzido como perturbação. Neste caso, além da onda incidente, existem as ondas radiadas e refletidas, mas que, em tese, seriam todas perturbações na frequência de encontro e também não deveriam introduzir harmônicos não-múltiplos no sinal da força e dos movimentos.

Sabe-se que a resistência adicional em ondas não é um efeito de primeira ordem, se assim fosse, a média do sinal seria sempre nula. Muitos autores a tratam como um efeito, predominantemente de segunda ordem, no entanto, é possível que a mesma carregue componentes de terceira ordem ou superior. O que não se pode saber, a partir dos resultados encontrados, é se os harmônicos de ordem superior surgiram no sinal devido à natureza do fenômeno ou se, assim como o sub-harmônico 1/3, teriam sido introduzidos na simulação através da onda incidente.

SIGMUND e EL MOCTAR (2018), na pesquisa sobre resistência adicional, encontraram picos em sub-harmônicos no sinal de resistência, evidente em pelo menos dois dos quatro tipos de casco analisados, sendo de maior magnitude na simulação com ondas curtas. Apesar de comentar o surgimento deles, eles não discutiram a possível causa, uma vez que o objetivo do artigo é o estudo da força média.

GUO e STEEN (2011) encontram baixas frequências no sinal da força de resistência com ondas, extraído de um experimento em tanque de reboque. Eles sugerem que a causa poderia estar relacionada a incertezas na geração das ondas pelo batedor ou a interferências introduzidas pelas conexões elásticas entre o carro e o modelo.

Foram encontrados outros trabalhos que abordam o surgimento de baixas frequências no sinal de forças atuando sobre uma determinada estrutura, na presença de ondas. Sendo que, grande parte deles, ou tratam do fenômeno de *roll* paramétrico ou consideram algum mecanismo externo de restauração como cabos de fundeio e reboque.

Para que a baixa frequência pudesse ser introduzida pelo movimento de *roll*, seria necessário este grau de liberdade estar livre ou existir uma assimetria no casco ou no escoamento, nas simulações. Nenhuma das duas condições é possível, pois apenas os movimentos de *heave* e *pitch* estão sendo calculados, o escoamento incidente é uniforme e uma condição de contorno de simetria foi utilizada para reduzir o custo computacional sendo apenas metade do casco simulada. Ainda que uma das condições fosse possível, de acordo com JIANG LU (2013), cuja pesquisa se baseia em dados experimentais, o pico nos sinais da força, *pitch* e *heave*, aparece na metade e não na terça parte da frequência de encontro.

No presente trabalho, forças de restauração presentes na simulação são devido, apenas, à interação casco-fluido, não existindo nenhum mecanismo externo de força como cabos de fundeio ou reboque que poderiam estar introduzindo a baixa frequência.

Considerando todos os aspectos analisados até o momento, a hipótese mais razoável é a de que o harmônico de 1/3 estaria sendo introduzido pela onda incidente. Para investigar tal suspeita, foi realizada uma avaliação mais precisa do espectro de onda gerada pela simulação W1, na qual foi simulada apenas a propagação da onda.

Quando o mesmo espectro de amplitude da onda apresentado na Figura 21 é posto em escala logarítmica (Figura 30), fica evidente o pico de amplitude a um terço da frequência de encontro, na ordem de grandeza de  $1E^{-4}$ , em meio ao espalhamento de frequência do primeiro harmônico. Harmônicos de terceira e quarta ordem, que estão na mesma ordem de grandeza, também se tornam evidentes.

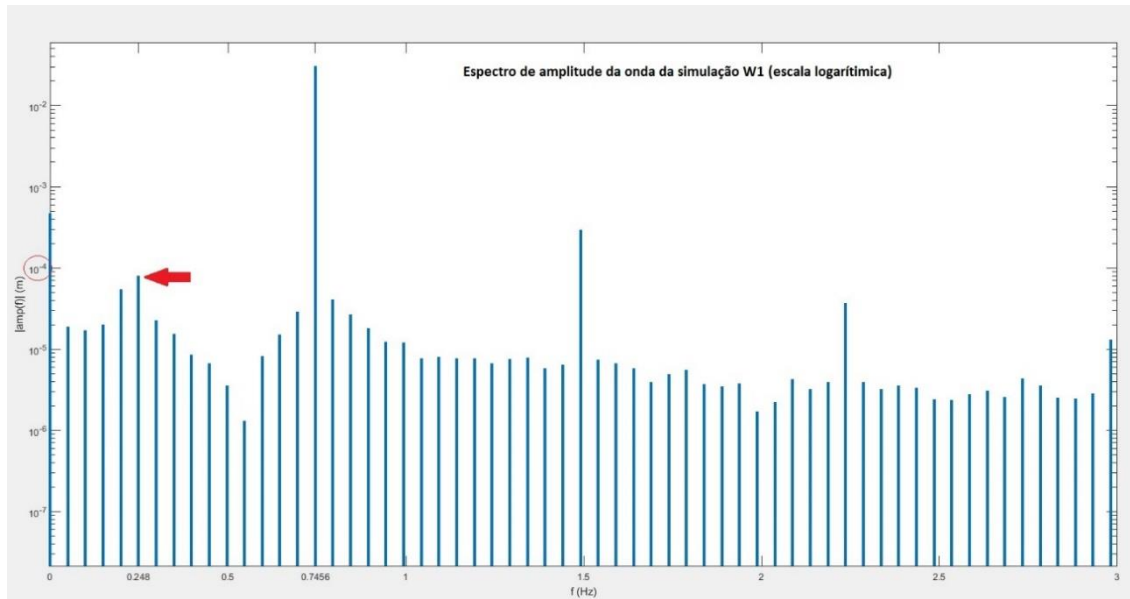


Figura 30-Espectro de amplitude da onda, em escala logarítmica / onda gerada pela malha w1 / Destaque para o pico no sub-harmônico de 0.2485 hz.

Para descartar a hipótese de que o pico no sub-harmônico de 1/3 estaria associado ao método de análise espectral, a mesma técnica foi aplicada à onda teórica de primeira ordem. No gráfico da Figura 31, pode-se observar que não houve pico na frequência de 0,2485 Hz, mas permanece o espalhamento espectral em torno do primeiro harmônico. Com isso, é coerente supor que o sub-harmônico de terceira ordem apareça, ainda que discreto, na propagação da onda incidente e se torna importante no sinal da força de resistência.

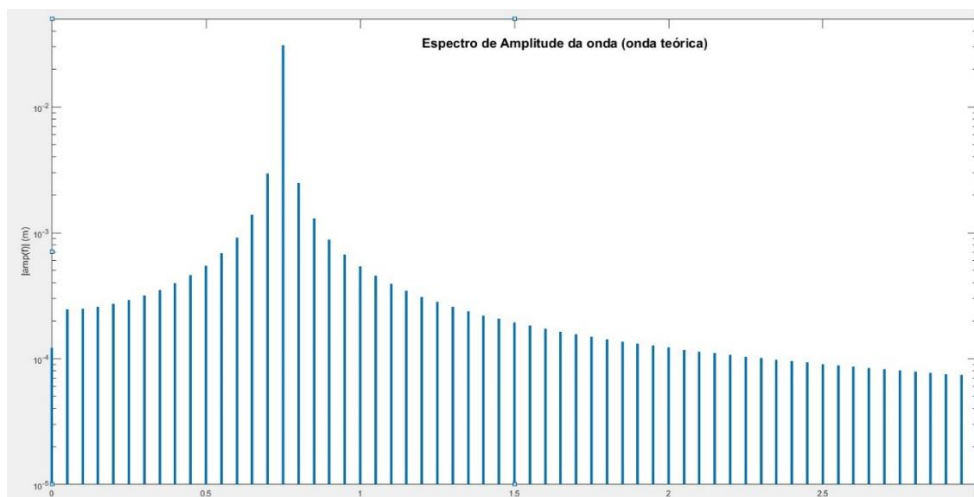


Figura 31- Espectro de amplitude, para onda teórica de primeira ordem na frequência de 0.7456 hz / Efeito de espalhamento inerente ao método de análise.

Por fim, existe indícios de que o sub-harmônico do sinal da força de resistência em ondas tenha sido introduzido na simulação pela onda incidente, podendo se tratar de um efeito físico ou de um erro numérico. Não se sabe o que aconteceria com ele caso o tempo de simulação fosse mais prolongado, mas de qualquer forma, não é esperado que o mesmo interfira na força adicional média que é o objetivo principal da pesquisa.

#### 5.4 Resistência adicional em ondas

Após estudos sobre resistência em mar calmo, propagação de ondas e resistência em ondas, o fenômeno da resistência adicional em ondas, tema central da pesquisa, é investigado com mais detalhes, nesta seção.

Para estimar a resistência adicional, a força obtida na simulação de resistência em ondas foi subtraída da obtida na simulação de resistência em mar calmo. No entanto, como era necessário que as duas apresentassem o mesmo *setup* numérico, uma nova simulação de resistência em mar calmo foi realizada. Dessa vez, o efeito da onda incidente foi eliminado nas condições de contorno da simulação com ondas.

Na Figura 32 é apresentada a série temporal da resistência ao avanço em ondas obtida através da simulação utilizando a formulação de RANS. Nesta figura também foi incluída o valor da resistência em mar calmo (linha vermelha) e o valor médio da resistência em ondas (linha azul). A parcela de resistência adicional, então, é destacada no sinal oscilatório da força. Nota-se que ela representa um aumento de aproximadamente 29% em relação à parcela de mar calmo. Este resultado está de acordo com a literatura, mas representa uma parcela alta uma vez que, segundo ARRIBAS (2007), a resistência adicional em ondas pode variar entre 15-30% da resistência em mar calmo.

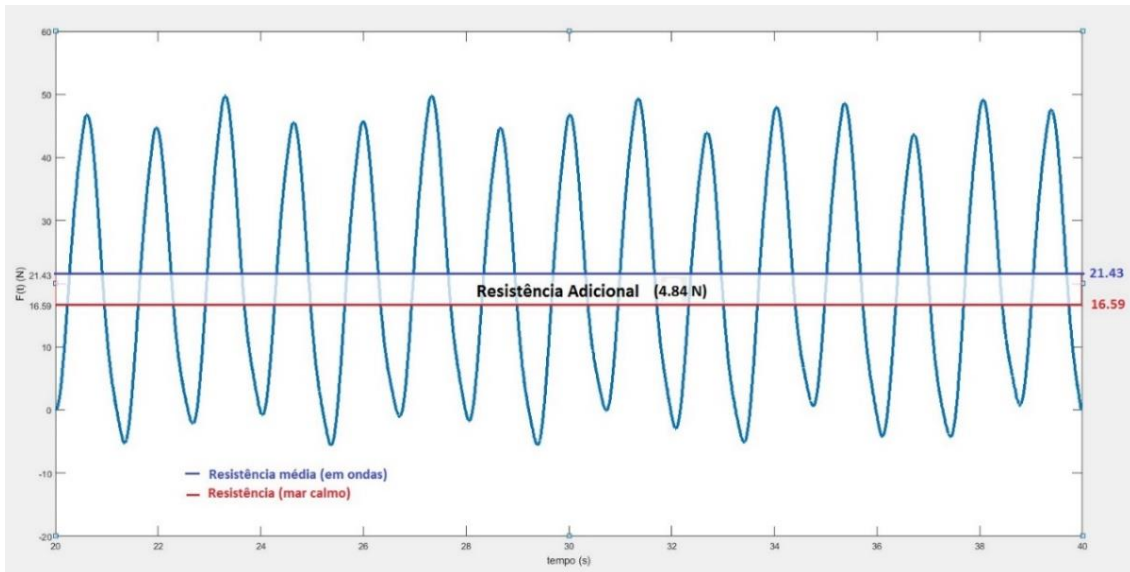


Figura 32- Representação da resistência adicional em ondas para metade do casco (modelo RANS)

A Tabela 12 apresenta dados para as parcelas de resistência adicional referentes ao modelo Euler, em vermelho e ao RANS, em azul. Através dela é possível observar que a resistência adicional aumenta em 18% do modelo RANS para o Euler, uma diferença de 1,74 N.

Tabela 12- Dados de resistência total, das parcelas friccional e de pressão, em mar calmo, com ondas e parcela adicional / modelo Euler (vermelho) e modelo RANS (azul).

Resistência (N)	Em ondas (média)		Mar calmo		Adicional	
Total	42,86	25,72	33,18	14,3	9,68	11,42
Friccional	24,24	0	23,78	0	0,46	0
De pressão	18,62	25,72	9,4	14,3	9,22	11,42

As simulações de mar calmo e de resistência em ondas mostraram a dificuldade do modelo invíscido (Euler) em capturar o escoamento em torno do *transom* e isso foi associado aos valores mais altos encontrados para resistência de pressão, em comparação aos do modelo viscoso (RANS). Da mesma forma, o valor da força adicional de pressão é maior na estimativa de Euler do que na de RANS (Tabela 12), indicando que a estimativa da resistência adicional em ondas, no modelo invíscido, também é afetada pela separação do escoamento e queda brusca de pressão na quina do *transom*, bem como, pela formação de um vórtice artificial na região de estagnação, a ré da popa.

Os resultados descritos na Tabela 12 também colaboram com a hipótese de que a resistência adicional em ondas, assim como o *shipmotion*, seria um fenômeno não-viscoso. Pode-se dizer que, na presença de ondas, para o caso estudado, apenas 4,7% da energia extra dissipada é devido ao amortecimento viscoso, ou seja, o campo de tensões cisalhantes na superfície molhada do casco quase não é afetado pela presença da onda.

Outras simulações de resistência em ondas foram realizadas para comprimentos de onda intermediários ( $0,5 < \lambda/L < 2$ ), mantendo-se as alturas. Um dos objetivos foi verificar como varia a parcela friccional nesses casos. Os sinais de resistência, *pitch*, *heave*, para razões de comprimento 0,5; 0,8; 1,2; 1,5 e 2, estão apresentados nos Anexos I, II, III, IV e V respectivamente. A Tabela 13 e o gráfico da Figura 33 trazem os resultados na forma de coeficientes de Resistência Adicional ( $C_{RA}$ ). A Resistência adicional ( $R_{Ad}$ ) foi adimensionalizada de acordo com a Eq. 5.4.

$$C_{RA} = \frac{R_{Ad}}{(\rho g \zeta^2 B_{Wl}^2 / L_{wl})} \quad (5.4)$$

*Sendo  $\zeta$ ,  $B_{Wl}$  e  $L_{wl}$ , a amplitude da onda, a boca e o comprimento do casco na linha d'água, respectivamente.*

Tabela 13- Coeficientes de Resistência adicional, total, de pressão e friccional para diferentes comprimentos de onda.

Parâmetros da onda			Coeficiente de Resistência Adicional		
Razão de comp. ( $\lambda/L$ )	Inclinação ( $H/\lambda$ )	Freq. Encontro (Hz)	Total	Friccional	De Pressão
0,5	1/50	1,20	4,4	0,4 (9,2%)	4,0
0,8	1/80	0,87	7,4	0,5 (6,4%)	7,0
1	1/100	0,75	9,9	0,5 (4,7%)	9,5
1,2	1/120	0,66	8,9	0,5 (5,5%)	8,5
1,5	1/150	0,57	6,7	0,4 (5,8%)	6,3
2	1/200	0,48	3,9	0,4 (10,4%)	3,5

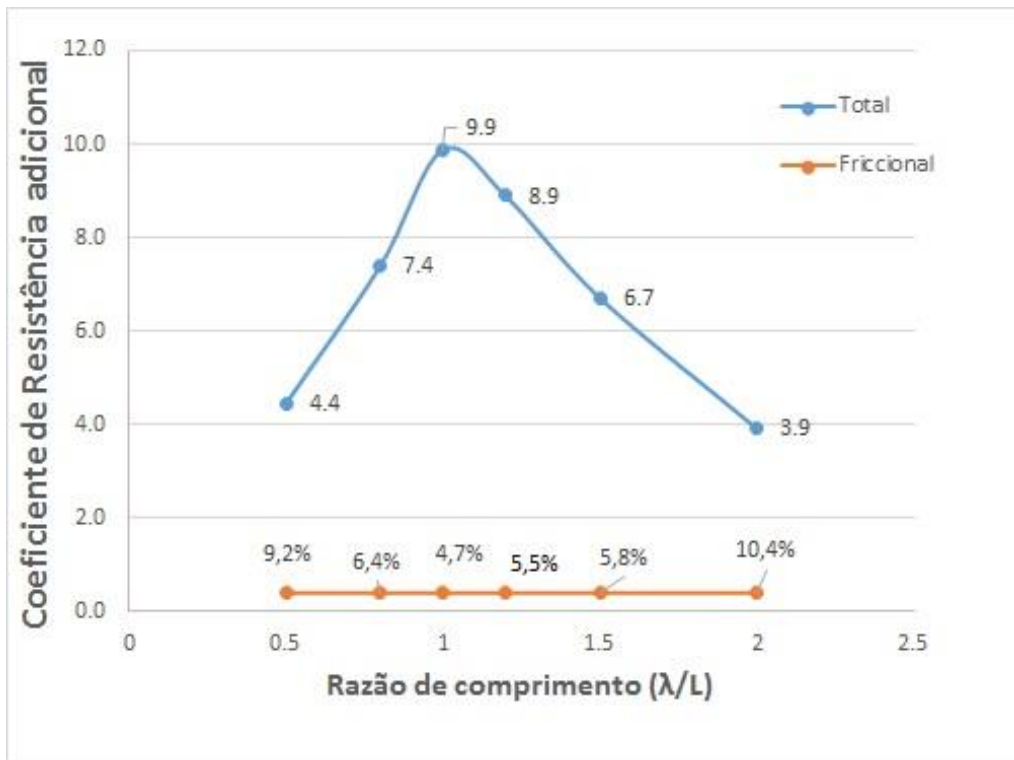


Figura 33- Razão de comp. vs Coeficiente de Resistência adicional / Influência do efeito viscoso na resistência adicional em ondas.

Analisando a Tabela 13 e o gráfico da Figura 33, nota-se que, em termos absolutos, a parcela friccional adicional, além de pequena, pouco varia com a mudança do comprimento da onda. Próximo à região de pico da força, ela representa em torno de 5% da parcela adicional total e se torna um pouco mais importante para a onda mais curta ( $\lambda/L=0,5$ ) e para as mais longas ( $\lambda/L= 2$ ), chegando a representar cerca de 10% da mesma parcela. Enquanto isso, a parcela de pressão é bastante sensível à variação de comprimento da onda e representa quase a totalidade da resistência adicional, principalmente em torno da razão de comprimento 1.

Os resultados que apontam a pequena influência da componente friccional na resistência adicional são compatíveis com os obtidos por SIGMUND e EL MOCTAR (2018), para o modelo em escala de um *cruize ship* (Navio de cruzeiro), com coeficiente de bloco 0,65 e *Froude* 0,22. Vale ressaltar que ao investigar o efeito viscoso na resistência adicional, a pesquisa de SIGMUND e EL MOCTAR (2018), é mais abrangente que a atual por aplicar comprimentos de ondas mais curtos ( $\lambda/L<0,5$ ). Nestes casos, a componente friccional foi mais significativa, chegando a quase 30% da parcela adicional total.

Pode-se concluir que, para os casos estudados, desconsiderar o amortecimento viscoso na estimativa da resistência adicional seria uma boa hipótese, especialmente na região onde o comprimento da onda é próximo ao do navio. No entanto, para ondas curtas ( $\lambda/L < 0,5$ ), de acordo com os resultados de SIGMUND e EL MOCTAR (2018), um método com tal consideração poderia gerar resultados pouco acurados. Na verdade, a captura da resistência adicional em ondas curtas é difícil até mesmo para o método experimental (GUO e STEEN, 2011).

De toda forma, em todos os casos estudados aqui, os efeitos do amortecimento hidrodinâmico (radiação) e da difração da onda no casco, juntos, representam, pelo menos 90% da resistência adicional. Dada a importância, tais efeitos foram isolados em simulações específicas com o objetivo de investigar a influência de cada um na resistência adicional e a interação entre eles.

Na simulação para capturar o efeito da difração, restrições foram impostas aos movimentos verticais. Enquanto na simulação para capturar o efeito dos movimentos verticais, a onda incidente foi suprimida da condição de entrada e os movimentos de *pitch* e *heave*, obtidos na simulação completa, foram impostos. A Figura 34 apresenta a elevação das ondas em torno do casco (vista de topo), para todos os casos simulados: mar calmo, difração, radiação e resistência em ondas (Completa).

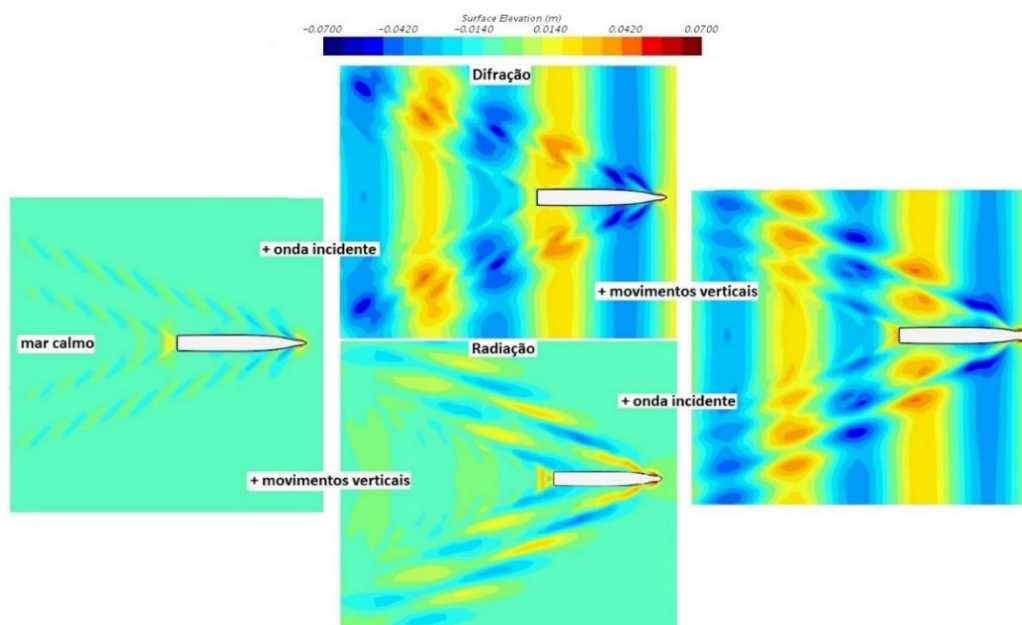


Figura 34- Elevação da onda para as simulações de resistência em mar calmo, de difração, de radiação e de resistência em ondas. (Vista de topo).



A Tabela 14 apresenta os dados obtidos nas simulações com restrições, para os outros cinco casos dentro do intervalo de ondas intermediárias. Para obter a interação entre os efeitos, a soma das parcelas de resistência adicional das simulações de radiação e difração foi subtraída da parcela obtida na simulação completa.

Tabela 14-Parcelas total, de radiação e de difração da resistência adicional (Coeficientes), para diferentes comprimentos de onda.

Razão de comp. ( $\lambda/L$ )	Coeficiente de Resistência adicional			
	Total	Difração	Radiação	Interação
0,5	4,4	1,6 (36%)	1,5 (34%)	1,3 (30%)
0,8	7,4	1,9 (26%)	4,9 (66%)	0,6 (9%)
1	9,9	2,1 (21%)	9,4 (95%)	-1,6 (17%)
1,2	8,9	2,8 (31%)	12,2 (137%)	-6,1(69%)
1,5	6,7	2,5 (37%)	5,6 (83%)	-1,4 (21%)
2	3,9	2,2 (56%)	4,7 (120%)	-3,0 (76%)

Para a razão de comprimento 1, região de pico, as parcelas encontradas para difração e radiação representaram 21% e 95% da resistência adicional, respectivamente. Esses resultados estão em acordo com a proposição de FALTINSEN (1990) de que o efeito dos movimentos do navio (radiação) é dominante na região onde o comprimento do navio é próximo ao da onda, enquanto o efeito da reflexão da onda incidente na proa é pouco expressivo. Os resultados mostraram que a interação entre os efeitos reduz a resistência adicional em 17%.

O gráfico da Figura 35 apresenta o comportamento do Coeficiente da força adicional e das parcelas de radiação e difração, para diferentes comprimentos da onda. De forma análoga, no gráfico da Figura 36, o comportamento da parcela de interação entre os efeitos é apresentado.

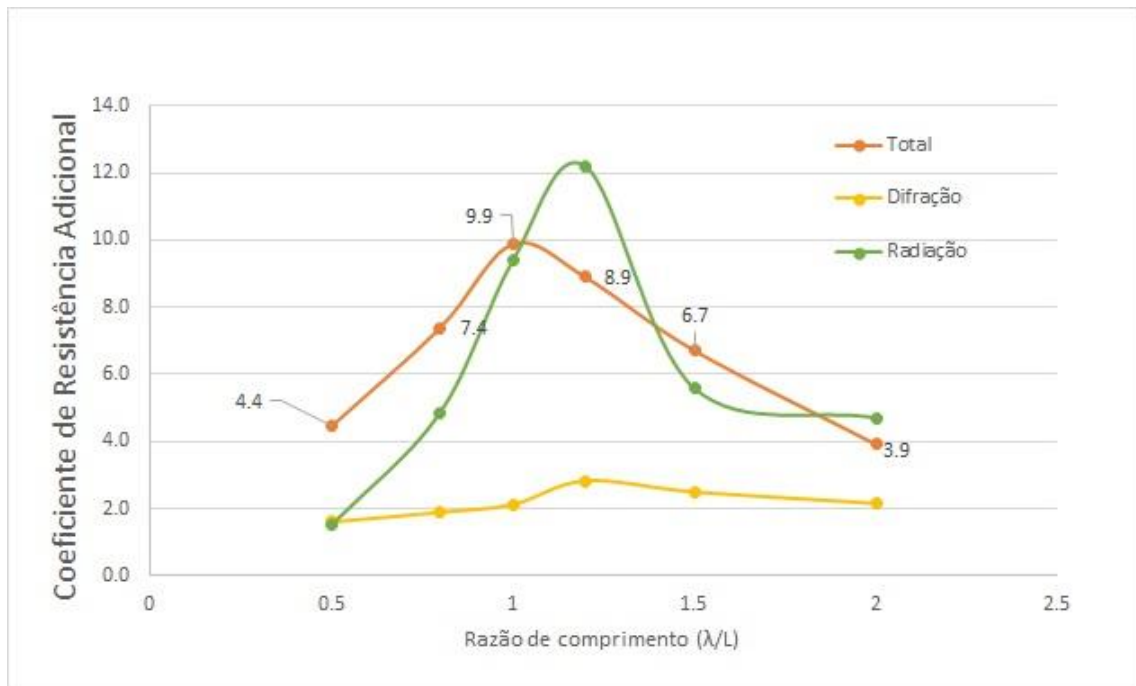


Figura 35-Resistência adicional em ondas total (laranja), força de radiação (verde) e força de difração (amarelo), variando com o comprimento da onda.

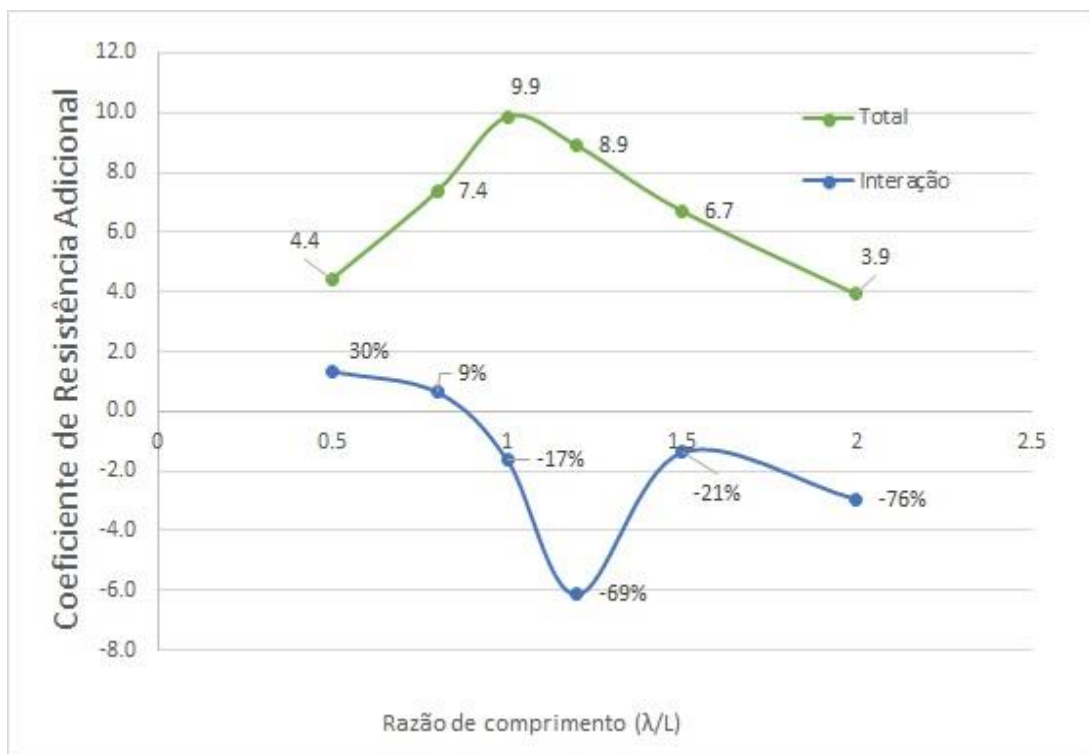


Figura 36-Interação entre radiação e difração para diferentes comprimentos de onda.

Os resultados mostram que, para os casos estudados, a resistência adicional é predominantemente influenciada pelos movimentos verticais do navio, especialmente a partir da razão de comprimento 1 onde a parcela de radiação se mostrou bastante alta.

Dessa forma, métodos de teoria potencial, como o de energia de radiação (GERRITSMAN e BEUKELMAN, 1972), que consideram apenas o efeito da radiação, podem encontrar próximos ao do experimento. Para razão de comprimento 1,2, por exemplo, eles podem até superestimá-los.

Ao que tudo indica, apesar de próximos, o pico de radiação não coincide com o pico da resistência adicional, estando este em torno da razão de comprimento 1 e aquele em torno da razão 1,2. Algo semelhante acontece nos resultados de SIGMUND e EL MOCTAR (2018) para o *cruise ship* e segundo eles, a explicação pode estar no fato de não apenas a amplitude dos movimentos verticais influenciarem na resistência adicional, mas também o ângulo de fase entre eles e a onda incidente.

Os resultados também mostram que, ao contrário da radiação, a parcela de difração é pequena e pouco sensível à mudança do comprimento da onda. Considerando que a parcela de radiação varia de acordo com o movimento relativo entre casco e onda incidente (FALTINSEN, 1990), faz sentido ela ser sensível às variações do comprimento de onda. Já a parcela de difração que está associada, basicamente, à reflexão da onda incidente na proa, depende mais do formato do casco do que das características da onda. O comportamento da radiação e difração nos pontos analisados estão de acordo com o gráfico da Figura 3 (FALTINSEN, 1990).

Apesar de não ser de abrangência da pesquisa, é razoável supor que, para ondas longas ( $\lambda/L > 2$ ), o efeito da difração tenderia a se anular, já que o casco pouco interfere na passagem da onda e o efeito da radiação seria atenuado, uma vez que o navio se movimentaria quase junto com a onda, levando a uma elevação relativa pequena. Enquanto, de acordo com a literatura revisada, em ondas curtas ( $\lambda/L < 0,5$ ), o efeito da difração seria importante e o da radiação tenderia a zero.

A interação entre os dois efeitos no ponto onde ocorre o pico da resistência adicional, ou seja, próximo à razão de comprimento 1, contribui para reduzir em 17% a força adicional. Apesar desta interação não ser desprezível, ela não torna a hipótese de superposição dos efeitos ruim. Logo, se o objetivo do método potencial for capturar a força de resistência máxima, os resultados podem ser razoavelmente próximos aos de um experimento. No entanto, para razões de comprimentos um pouco maiores, a interação, também negativa, pode ser maior que 50% e assim, métodos que consideram a superposição dos efeitos tenderiam a encontrar resultados menos acurados.

Em resumo, após a captura dos efeitos principais associados à resistência adicional em ondas, foi possível constatar que o efeito viscoso é pequeno e pode ser desprezado, especialmente nos casos em que o comprimento da onda é próximo ao do casco. Na região analisada, o efeito da difração também é pouco sensível à variação do comprimento da onda e pequeno quando comparado ao efeito de radiação. Este, por sua vez, afeta de forma significativa a resistência adicional, sendo inclusive atenuado pela difração da onda incidente, em comprimentos de onda igual ou maiores ao do navio.

## 6 Conclusão e trabalhos futuros

O estudo da resistência adicional em ondas tem sido de grande relevância no campo da hidrodinâmica ao mesmo tempo que é desafiador. O tema foi investigado com foco nos três principais efeitos hidrodinâmicos associados: o das tensões viscosas, o dos movimentos do navio (radiação) e o da interação direta entre onda incidente e casco (difração). Simulações em CFD foram utilizadas para representar o avanço do casco (em escala) de um navio escolta, encontrando uma onda regular pela proa e livre para se movimentar em *pitch e heave*.

Mesmo antes de avaliar a hipótese da resistência adicional como um fenômeno não viscoso, investigou-se, por metodologia CFD, se a mesma poderia ser obtida através da simulação de um escoamento invíscido (Euler). Assim, formulações de Euler e RANS foram aplicadas para obtenção das resistências em mar calmo e com ondas.

Nas simulações com formulação de Euler, foi observado um aumento significativo na parcela de pressão e de formação de ondas, em relação ao modelo RANS. Ao comparar os campos de pressão sobre o casco e os perfis de ondas formadas na popa, concluiu-se que devido à dificuldade de representar numericamente o escoamento em torno do *transom* no modelo invíscido (Euler), uma separação, semelhante a do modelo viscoso (RANS), ocorre na descontinuidade da geometria. Uma vez que o modelo invíscido não prevê dissipação de energia por atrito, a velocidade da partícula fluida no final da popa é maior que para o modelo viscoso (RANS), causando uma queda de pressão mais acentuada e formando ondas de maior amplitude.

Outro efeito, que chamou atenção nas estimativas com Euler, foi a formação de um vórtice estacionário a ré do *transom*, responsável por criar uma parcela de resistência equivalente à resistência de pressão viscosa, não compatível com um modelo invíscido. Após breve revisão na literatura e realização da simulação do escoamento em torno da estrutura *backward facing step (BFS)*, concluiu-se que se trata de um vórtice artificial e está associado à separação do escoamento no *transom*. No caso, a vorticidade seria introduzida no escoamento pela conjunção de dois aspectos: a difusão numérica, inerente a esquemas não centrados de integração no tempo e a presença de uma singularidade geométrica, no caso, a borda do *transom*.

Com isso, para o caso estudado, a resistência adicional encontrada a partir da formulação de Euler foi cerca de 18% maior que a obtida por RANS. Portanto, em

simulações CFD, para estimativa da resistência adicional em ondas, um certo cuidado deve ser tomado ao substituir a formulação de RANS pela de Euler, pois apesar da vantagem computacional, esta pode carregar efeitos numéricos indesejados e levar a resultados pouco acurados.

Os resultados das simulações de resistência em ondas indicaram que a parte oscilatória da resistência em ondas estaria relacionada, basicamente, às variações temporais do campo de pressão no casco, enquanto a parcela média carregaria os efeitos das tensões cisalhantes. Isso porque os sinais dos movimentos verticais (*pitch* e *heave*) e os harmônicos da força de resistência, mostraram-se bem semelhantes para formulações de RANS e Euler. A presença de um sub-harmônico de 1/3, não esperado, no sinal das forças e dos movimentos, levou a uma investigação mais aprofundada. A conclusão foi que este foi introduzido pela onda incidente, podendo estar associado a erros numéricos.

Em um primeiro momento, a resistência adicional em ondas foi estimada para uma razão de comprimento 1 (um), a qual, segundo a literatura revisada, trata-se de uma região próxima ao pico da força. O valor encontrado, aplicando-se a formulação de RANS, foi de 9,68 N, 29% da resistência em mar calmo. Nas demais razões de comprimento, o acréscimo de resistência ficou dentro do intervalo de 12 e 27%. Estes resultados corroboram a sugestão de Arribas (2007), de que a resistência adicional em ondas poderia representar de 15 a 30% da resistência em mar calmo.

As simulações também mostraram que, próximo à resistência adicional máxima ( $\lambda/L = 1$ ), a componente friccional representou apenas 4,7% da resistência adicional em ondas. Para os outros comprimentos de onda, esta parcela variou pouco em valores absolutos, mas em relação à parcela total, ela se mostrou um pouco mais importante, alcançando cerca de 10%. Em todos esses casos, os resultados reforçam a hipótese de que a resistência adicional em ondas, assim como *shipmotion*, pode ser tratada como um efeito não viscoso (ARRIBAS, 2007), o que contribui para resultados acurados em estimativas por métodos de teoria potencial. Vale ressaltar que, de acordo com a literatura revisada, em ondas curtas ( $\lambda/L < 0,5$ ), a parcela viscosa da resistência adicional poderia ser ainda mais significativa, chegando a 30% da parcela adicional total, nesses casos a estimativa da resistência adicional se torna bem mais complicada.

Restrições foram impostas às simulações de resistência para isolar os efeitos dos movimentos do navio (radiação) e da onda incidente (difração). A soma das duas parcelas não correspondeu ao valor de resistência adicional total. Na região onde o comprimento da onda é próximo ao do navio, a parcela de radiação foi a responsável pelo pico, representando 95% da resistência adicional. Os resultados também mostraram que a parcela de difração é pouco sensível à mudança do comprimento da onda enquanto a radiação, além de muito sensível, é o efeito que praticamente, determina o comportamento da resistência adicional em ondas. A interação entre os efeitos implicou numa redução da força adicional de 17%, que apesar de pequena não poderia ser desprezada. Nesse caso, a hipótese de superposição dos efeitos pode fazer com que haja uma perda de acurácia não tão grave, em métodos de teoria potencial quando comparados a experimentos. Em fases iniciais de projeto, para definição da margem de resistência, por exemplo, uma estimativa por teoria potencial poderia ser bastante eficiente, mesmo por métodos que consideram apenas o efeito da radiação.

Por fim, os resultados mostraram que, para os casos estudados, tanto o efeito viscoso quanto o da difração, além de pequenos, pouco variam com a mudança do comprimento da onda. Já o efeito dos movimentos verticais do navio (radiação) é o grande responsável pela força de resistência adicional, sendo inclusive atenuado, na interação com o efeito da difração, para comprimentos de onda iguais ou maiores que do casco.

Propõe-se, para trabalhos futuros, o estudo de como se comportam os efeitos hidrodinâmicos associados à resistência adicional em ondas, quando se varia a velocidade de avanço, o ângulo de incidência, o tipo de casco, entre outros aspectos. Bem como, a verificação da aplicação do princípio de superposição, considerado no *shipmotion*, para resistência adicional em ondas, no caso de mar irregular.

Outro trabalho interessante seria a utilização da abordagem que compara as estimativas por Euler e RANS, mas aplicada a um casco com popa simétrica à proa e de geometria com transições suaves. Dessa forma, o efeito numérico introduzido pela presença do *transom* poderia ser atenuado e o modelo invíscido, estudado com menos interferências.

## 7 Referências

ANDERSON, D. A.; TANNEHILL, J. C.; PLETCHER, R. H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**. 2. ed. Washington, USA: Taylor & Francis, 1997.

ARRIBAS, F. P. Some methods to obtain the added resistance of a ship advancing in waves. **Ocean Engineering**, Madrid, v. 34 (7), p. 946–955, 2007.

BERTRAM, V. **Practical Ship Hydrodynamics**. 1. ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.

BOESE, P. A simple method for the calculation of resistance increase of a ship in seaway. **J. Ship Technol.**, Hamburg, v. 258, February 1970.

CARRICA, P. M.; WILSON, R. V.; STERN, F. Unsteady RANS Simulation of the Ship Forward Speed Diffraction Problem. **Computers & Fluids**, Iowa, USA, v. 35(6), p. 545–570, 2006.

DEAN, R. G.; DALRYMPLE, R. A. **Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists**. 7. ed. Singapore: World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd, v. 2, 2000.

DENG, G. . L. A. et al. **Verification and validation for unsteady computation**. In: Proceedings of the Gothenburg 2010: A Workshop on CFD in Ship Hydrodynamics. Gothenburg, Sweden: [s.n.]. 2010.

EL MOCTAR, B. et al. **Prediction of ship resistance and ship motions using RANSE**. Proceedings of the Workshop on Numerical Ship Hydrodynamics. Gothenburg, Sweden: [s.n.]. 2010.

EL MOCTAR, O. et al. **Numerical and Experimental Analysis of Added Resistance of Ships in Waves**. Proceedings of the ASME 2014 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2015. NL, Canada: ASME. 2015. p. 139 (1), 011301e 011309.

FALTINSEN, O. M. **Sea Loads On Ships and Offshore Structures**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

FALTINSEN, O. M. et al. **Prediction of Resistance and Propulsion of a Ship in a Seaway**. Proceedings of the 13th Symposium on Naval Hydrodynamics. Tokyo: [s.n.]. 1980.

FANG, M. C.; CHEN, G. R. On the Nonlinear Hydrodynamic Forces for a Ship



Advancing in Waves. **Ocean Engineering**, Taiwan, v. 3, p. 2119 a 2134, March 2006.

FERZIGER, J.; PERIC, M. **Computational Methods of Fluid Dynamics**. 3. ed. Berlin Heidelberg, New york: Springer, 2002.

FORCE TECHNOLOGY. **Twin Screw Vessel, Free sailing seakeeping tests**. Kgs. Lyngby, Danish. 2016. ( FORCE 116-23307-1). Confidential, de propriedade do centro de Projetos de Navios.

FUJII, H.; TAKAHASHI, T. **Experimental study on the resistance increase of a Large Full Ship in Regular Oblique Waves**. In: Proc. 14th ITTC. Ottawa: [s.n.]. 1975. p. Vol 4, p.351 a 360.

GERRITSMA, J.; BEUKELMAN, W. Analysis of the resistance increase in waves of a fast cargo ship. **International Shipbuilding Progress**, v. 19 (217), p. 285-293, september 1972.

GOLDSHTIH, M.; HUSSAIN, F. Inviscid separation in steady planar flows. **Fluid Dynamics Research**, Houston, USA, v. 23, p. 235-266, april 1998.

GUO, B.; STEEN, S. EVALUATION OF ADDED RESISTANCE OF KVLCC2 IN SHORT WAVES. **Journal of Hydrodynamics, Ser. B**, Trondheim, Norway, v. 23 (6), p. 709-722, July 2011.

HAVELOCK, T. H. The Resistance of a Ship among Waves. **The Proceedings of the Royal Society of London**, v. Vol. 161, p. 299–308, august 1937. ISSN 19370147.

HIRT, C. W.; NICHOLS, B. D. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. **JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS**, Los Alamos, New Mexico, USA, v. 39, p. pp. 201-225, January 1981.

ITTC. **Practical Guidelines for Ship CFD Simulations**. 26th ITTC Specialist Committee on CFD in Marine Hydrodynamics. [S.l.]: International Towing Tank Conference (ITTC). 2011. p. Technical report 7.5-03-02-03. Revision 1.

ITTC. **Uncertainty Analysis in CFD Verification and Validation Methodology and Procedures**. 28th ITTC Specialist Committee on CFD in Marine Hydrodynamics. [S.l.]: International Towing Tank Conference (ITTC). 2017. p. Technical report 7.5-03-01-01. Revision 3.

JIANG LU, M. G. **A Study on the Effect of Parametric Rolling on Heave and Pitch**

**Motions in Head Seas.** Proceedings of the 13th International Ship Stability Workshop. Brest, France: Dep. Naval Architecture & Ocean Engineering, Osaka University, Suita, Osaka, Japan. 2013.

JONCQUEZ, S. A. G. et al. **Validation of Added Resistance Computations by a Potential-Flow Boundary-Element Method.** Proceedings of the 27th Symposium on Naval Hydrodynamics. Seoul, Korea: [s.n.]. 2008.

JONES, W. P.; LAUNDER, B. E. The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, London, v. 15, p. 301-314, February 1972.

JOUSEN, W. P. A. **Added resistance of ships in waves.** 6th Symposium on Naval Hydrodynamics. Washington D.C.: National Academy Press. 1966. p. 637.

KIM, B.; SHIN, Y. S. . Steady flow approximations in three-dimensional ship motion calculation. **Journal of Ship Research**, v. 51(3), p. 229–249, 2007.

KIM, J.; O’SULIVAN, J. **Ringling Analysis on a Vertical Cylinder by Euler Overlay Method.** 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering OMAE2012-84091. Rio de Janeiro, Brazil: ASME. 2012. p. 855-866.

KIM, K. H.; SEO, M. G.; KIM, Y. **Numerical Analysis on Added Resistance of Ships.** Proceedings of the Twentieth International Offshore and Polar Engineering Conference. Beijing, China: The International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE). 2010. p. 669.

KIM, M. et al. Estimation of added resistance and ship speed loss in a seaway. **Ocean Engineering** , Glasgow,UK, v. 141, p. 465-476, 2017.

KIM, M. et al. Numerical studies on added resistance and motions of KVLCC2 in head seas for various ship speeds. **Ocean Engineering**, Glasgow, UK, v. 140, p. 466-476., 2017.

LE MÉHAUTÉ, B. **An introduction to hydrodynamics and water waves.** Springer Study Edition. ed. New York: SPRINGER SCIENCE+ BUSINESS MEDIA, LLC, 1976.

LEWIS, E. V. **Principles of Naval Architecture.** 2. ed. Jersey City, NJ: Society of NavalArchitects and Marine Engineers, v. II, Resistance, propulsion and Vibration, 1988.

LIU, S.; PAPANIKOLAOU, A.; ZARAPHONITIS, G. Prediction of added resistance

of ships in waves. **Ocean Engineering**, Athens, Greece, v. 38 (4), p. 641–650, March 2011.

LOUKAKIS, T.; SCLAVOUNOS, P. Some extensions of the classical approach to strip theory of ship motions, including the calculation of mean added forces and moments. **Journal of Ship Research**, v. 22(1), p. 1-19, February 1978.

MARUO, H. The drift of a body floating on waves. **Journal of Ship Research**, v. 4, p. 1-5, December 1960.

MUZAFERIJA, S.; PERIC, M. **Computation of free surface flows using interface-tracking and interface-capturing methods, Chap. 2**. Southampton: Nonlinear Water Wave Interaction, Computational Mechanics Publications, 1999.

NEWMAN, J. N. The drift force and moment on ships in waves. **Journal of Ship Research**, v. 11, p. 51–60, 1967.

ORIHARA, H.; MIYATA, H. Evaluation of added resistance in regular incident waves by computational fluid dynamics motion simulation using overlapping grid system. **Journal of Marine Science and Technology**, v. 8, p. 47 a 60, October 2003.

PARK, D. M. et al. Systematic experimental and numerical analyses on added resistance in waves. **Journal of the Society of Naval Architects of Korea**, v. 51(6), p. 459–479, December 2014.

PERIC, M. **Best practices for wave flow simulations**. STAR Global Conference. Berlin: CFD & HYDRODYNAMICS. 2017.

REAVEN, H. C.; STARKE, A. R.; VAN DER PLOERG, A. Towards a CFD-based prediction of ship performance - Progress in predicting full-scale resistance and scale effects. **Transactions of the Royal Institution of Naval Architects Part A: International Journal of Maritime Engineering**, December 2007.

RODI, W. **Experience with Two-Layer Models Combining the k-e Model with a One-Equation Model Near the Wall**. 29th Aerospace Sciences Meeting. Reno, NV: [s.n.]. 1991. p. AIAA 91-0216.

RORVIK, J. **Application of Inviscid Flow CFD for prediction of Motions and Added Resistance of Ships**. Norwegian University of Science and Technology. [S.I.]. 2016.

SADAT-HOSSEINI, H. et al. **CFD verification and validation of added resistance and motions of KVLCC2 with fixed and free surge in short and long head waves.** Proceedings of the Workshop on Numerical Ship Hydrodynamics. Gothenburg, Sweden: [s.n.]. 2010.

SALVENSEN, N. Added Resistance of Ships in Waves. **Journal of Hydronautics**, v. 12, p. 24-34, 1978.

SALVESEN, N.; TUCK, E. O.; FALTINSEN, O. M. **Ship Motions and Sea Loads.** Society of Naval Architects and Marine Engineers. New York: [s.n.]. november 1970. p. 119–137.

SEO, M. G. et al. Comparative study on computation of ship added resistance in waves. **Ocean Engineering**, Seoul, v. 73, p. 1 a 15, November 2013.

SEO, S.; PARK, S.; KOO, B. Effect of wave periods on added resistance and motions of a ship in head sea simulations. **Ocean Engineering** , Gunsan, Korea, v. 137, p. 309-327, June 2017.

SIEMENS. Simcenter STAR-CCM+ v13.06 User Guide, 2018. Disponível em: <<https://mdx.plm.automation.siemens.com/>>. Acesso em: 2019.

SIGMUND, S.; EL MOCTAR, O. Numerical and experimental investigation of added resistance of different ship types in short and long waves. **Ocean Engineering** , Duisburg, Germany, v. 147, p. 51–67, January 2018.

SIMONSEN, C. D. et al. EFD and CFD for KCS heaving and pitching in regular head waves. **Journal of Marine Science and Technology**, v. 18 (4), p. 435 a 459, November 2013.

SÖDING, H. et al. A Rankine Panel Method for Added Resistance of Ships in Waves. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 136(3), p. 031601-1-031601-7, August 2014.

STERN, F. et al. Comprehensive Approach to Verification of CFD Simulation -Part 1: Methodology and Procedures. **ASME J. Fluids Eng**, Dez 2001. Vol. 123.

STERN, F.; WILSON, R.; SHAO, J. Quantitative V&V of CFD simulations and certification of CFD codes. **INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN FLUIDS**, Iwoa City, v. 50, p. 1335–1355., 2006.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A first course in turbulence**. 1. ed. Massachusetts: MIT press, 1972.

VAN DEN BERG, J. I. . H. . H. W. M. . S. H. A. **Study into the limits of an Euler equation method applied to leading-edge vortex flow**. Proceedings of the ninth GAMM- Conference Numerical Methods in Fluid Mechanics. Wiesbaden: Springer Fachmedien. 1992.

VENKATAKRISHNAN, V. Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters. **J. Comput. Phys** , v. 118, p. pp.120-130, 1995.

WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3. ed. California: DCW Industries, Inc., 2006.

WILSON R.V., S. J. . S. F. Discussion: Criticism of the Correction Factor Verification Method. **Journal of Fluids Engineering (ASME)**, v. 126, p. 704-706, September 2004.

WOLFSTEIN, M. The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. **Int. J. Heat Mass Transfer**, p. 12, pp. 301-318, 1969.

## Apêndice I - Simulações

Algumas estratégias foram adotadas para que os objetivos da pesquisa fossem alcançados. As seguintes simulações foram realizadas:

- I. Simulação de resistência em mar calmo, com modelo RANS, estudo de convergência de malha e comparação do resultado com ensaio experimental;
- II. Simulação de resistência em mar calmo, com modelo Euler com estudo de convergência de malha
- III. Simulação de resistência em mar calmo, com modelos RANS e Euler, desconsiderando a superfície livre.
- IV. Simulação de geração de ondas regulares e convergência de malha;
- V. Simulação para geração de ondas regulares, na frequência de encontro e fluxo uniforme contrário da mesma intensidade da velocidade de avanço e convergência de malha;
- VI. Simulação de resistência em ondas, aplicando modelo com equações de Euler;
- VII. Simulação de resistência em ondas, aplicando modelo com equações de RANS;
- VIII. Simulação de resistência em mar calmo, aplicando a configuração menos refinada de malha e passo de tempo, obtida no item IV (Euler) e obtenção da resistência adicional;
- IX. Simulação de resistência em mar calmo, aplicando a configuração menos refinada de malha e passo de tempo, obtida no item V (RANS) e obtenção da resistência adicional;
- X. Simulação para obtenção da resistência adicional induzida pela radiação, em um mar sem ondas, com os movimentos de *pitch* e *heave* impostos ao modelo RANS;
- XI. Simulação para obtenção da resistência adicional induzida pela difração, em um mar com ondas regulares incidindo pela proa, com os movimentos de *pitch* e *heave restritos* (modelo RANS).
- XII. Simulação de Resistência em ondas (V), de radiação (X) e de difração (XI) para outras razões de comprimento: 0,5; 0,8; 1,2; 1,5; 2.

## Apêndice II – Método de Verificação

Um estudo de convergência de malha e uma verificação dos resultados tendo por fim o cálculo de incertezas numéricas, foram realizados nas simulações de resistência em mar calmo e geração de ondas.

A metodologia aplicada foi recomendada por ITTC (2017). O parâmetro adotado para refinamento foi o tamanho do elemento base ( $l_{EB}$ ). O estudo de convergência ocorreu com 3 (três) diferentes malhas, que receberam índices 1, 2 e 3, na ordem crescente de refinamento.

A razão de refinamento ( $r$ ) entre as malhas foi definida conforme recomendação da (ITTC, 2017). Para as simulações de resistência em mar calmo, ela foi não uniforme, estando entre 1 (um) e 2 (dois). Na simulação de geração de ondas, ela foi uniforme, no valor  $\sqrt{2}$ .

Segundo STERN, WILSON e SHAO (2006), a razão de convergência entre as soluções é dada pela Eq. A2.1.

$$R = \frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_2} \quad (A2.1)$$

*Sendo,*

- $S_i$  a solução dada pela malha  $i$ ;

Uma razão ( $R$ ) entre 0 (zero) e 1 (um), aponta para uma convergência monotônica ou assintótica, mas se esta for menor que 0 (zero), a convergência é oscilatória e por fim, se for maior que 1 (um), não há convergência de solução.

Nos casos em que a convergência é oscilatória, a incerteza ( $U_{osc}$ ) pode ser definida de acordo com Eq. A2.2.

$$U_{osc} = \frac{1}{2} (S_{max} - S_{min}) \quad (A2.2)$$

*Sendo,*

- $S_{max}$  e  $S_{min}$  a maior e menor solução, respectivamente;

Nas simulações cujas soluções convergem monotonicamente, a extrapolação generalizada de Richardson, também descrita por STERN *et al.* (2001), é aplicada para cálculo do erro( $\delta$ ), ordem de acurácia ( $p$ ) e incerteza numérica ( $U_{mon}$ ). A Eq. A2.3 apresenta a fórmula para o erro. Já a ordem de acurácia pode ser calculada de duas formas: pela Eq. A2.4, se o raio de refinamento for uniforme ou, em caso contrário, pela Eq. A2.5. Por fim, um fator de correção ( $C$ ) que considera o efeito de termos de ordem mais elevada na estimativa, é dado pela Eq. A2.6 e aplicado às expressões do erro e da incerteza.

$$\delta_{RE} = C \frac{S_2 - S_1}{(r^p - 1)} \quad (A2.3)$$

$$p = \frac{\ln\left(\frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_2}\right)}{\ln(r)} \quad (A2.4)$$

$$p_{nu} = \frac{\ln\left(\frac{S_2 - S_1}{S_3 - S_2}\right)}{\ln(r_{21})} - \frac{[\ln(r_{32}^p - 1) - \ln(r_{21}^p - 1)]}{\ln(r_{21})} \quad (A2.5)$$

$$C = \frac{(r^p - 1)}{(r^{p_{est}} - 1)} \quad (A2.6)$$

sendo,

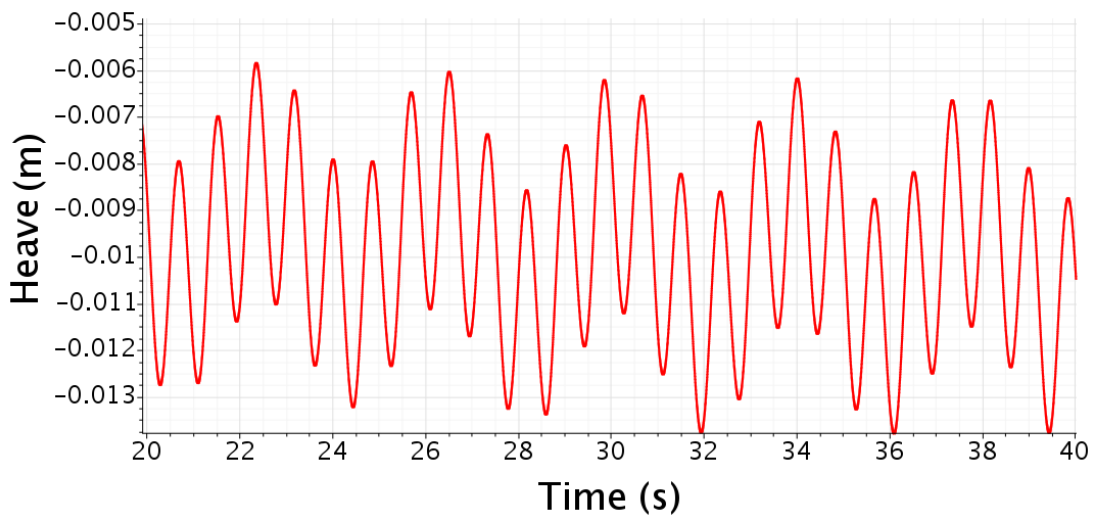
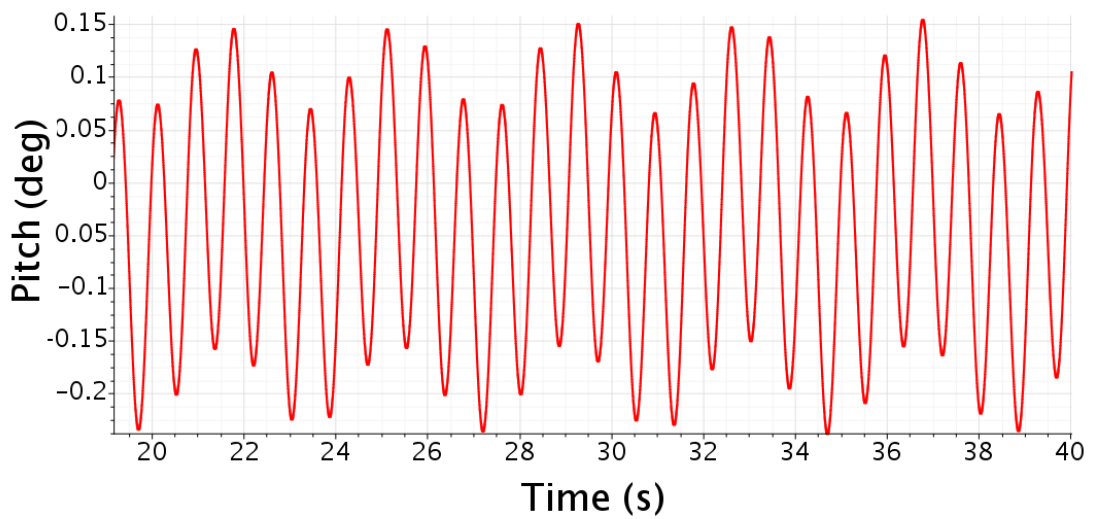
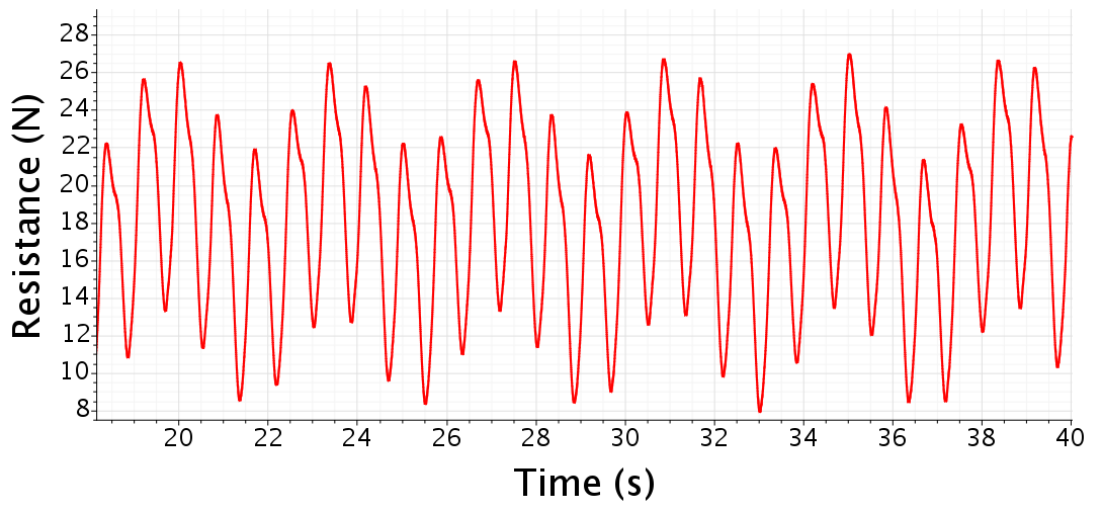
- $r_{ij}$  o raio de refinamento entre a solução  $i$  e  $j$ ; e
- $p_{est}$  uma estimativa para o limite de  $p$  quando o espaço entre as soluções tende a zero e quando ele se aproxima de  $p$ ,  $C$  tende a 1.

Diferentes abordagens foram desenvolvidas para estimativa da incerteza a partir do erro( $\delta_{RE}$ ) e do fator de correção( $C$ ). A formulação proposta por WILSON R.V. (2004), dada pela Eq. A2.7, sobre a solução não corrigida, foi aplicada.

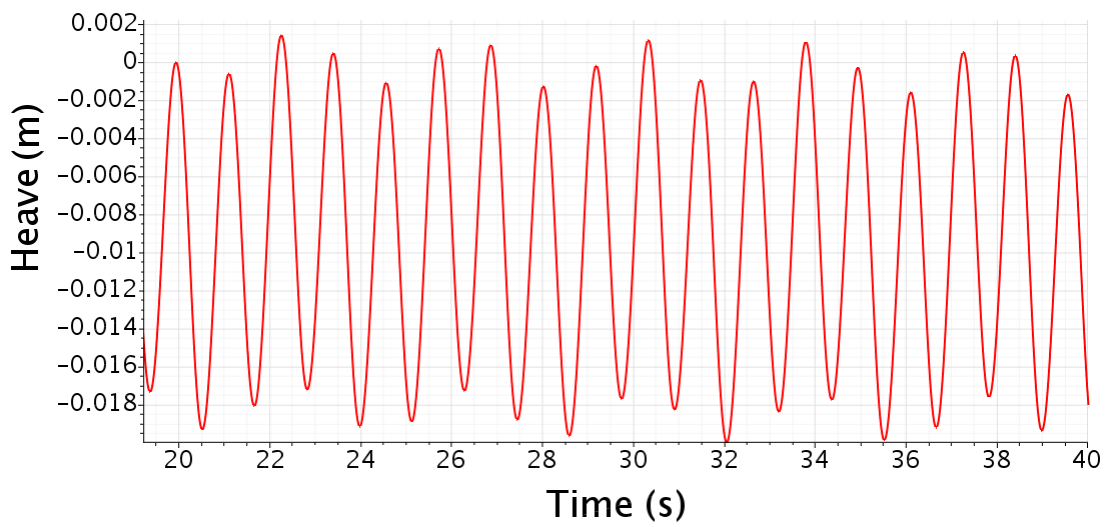
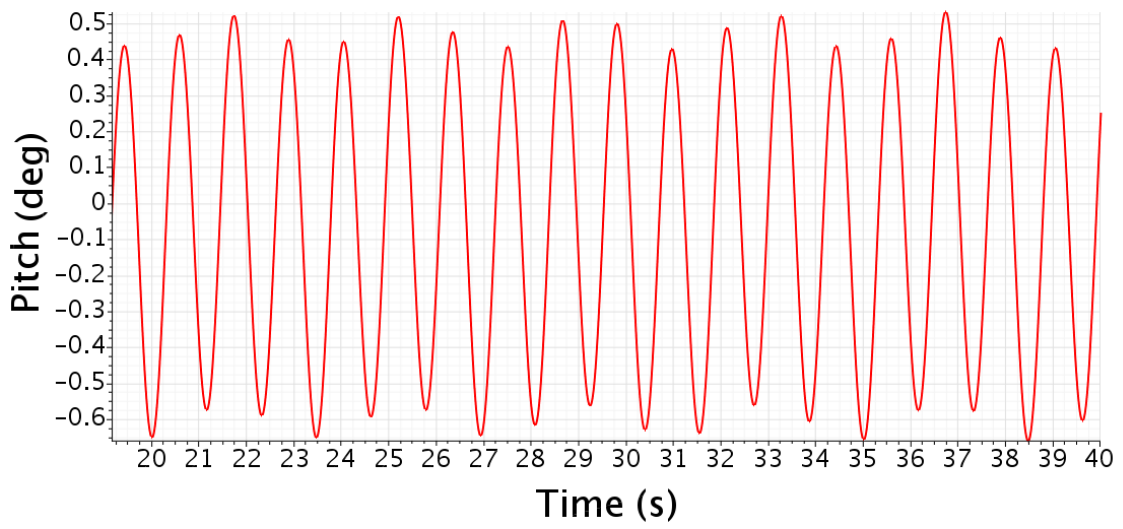
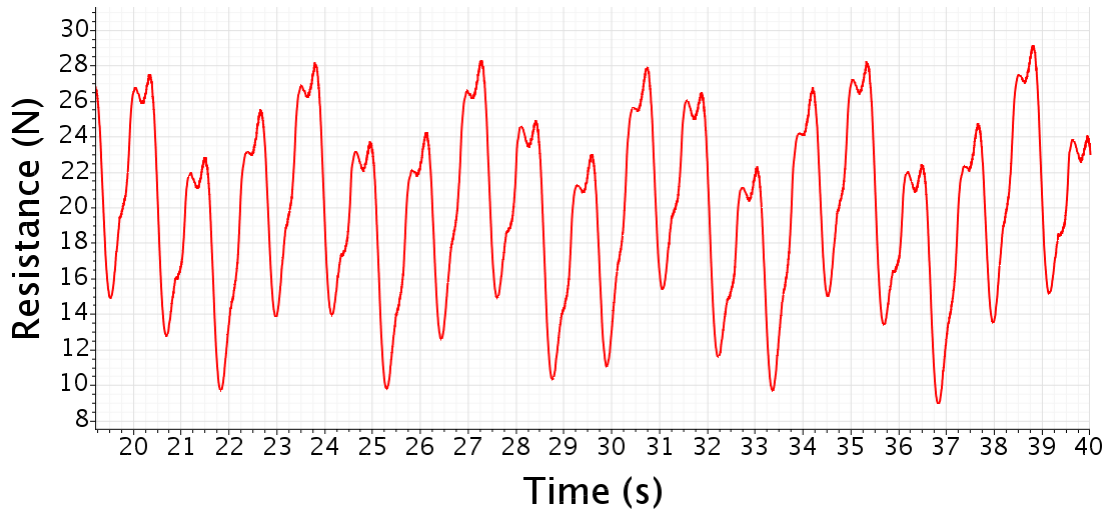
$$U_{mon} = \begin{cases} [9.6(1 - C)^2 + 1.1]|\delta_{RE}|; & |1 - C| < 0.125 \\ [2|1 - C| + 1]|\delta_{RE}|; & |1 - C| \geq 0.125 \end{cases} \quad (A2.7)$$



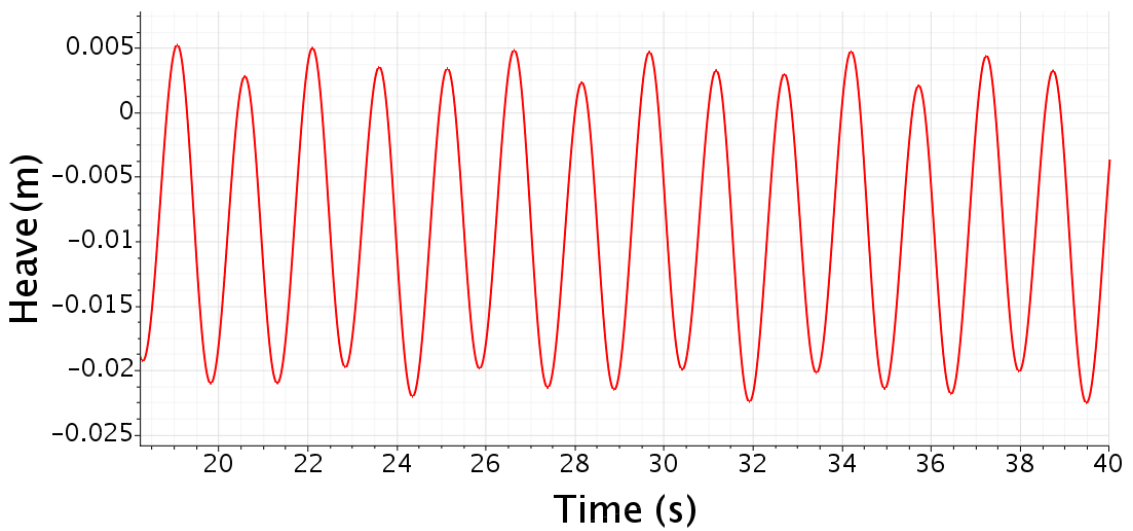
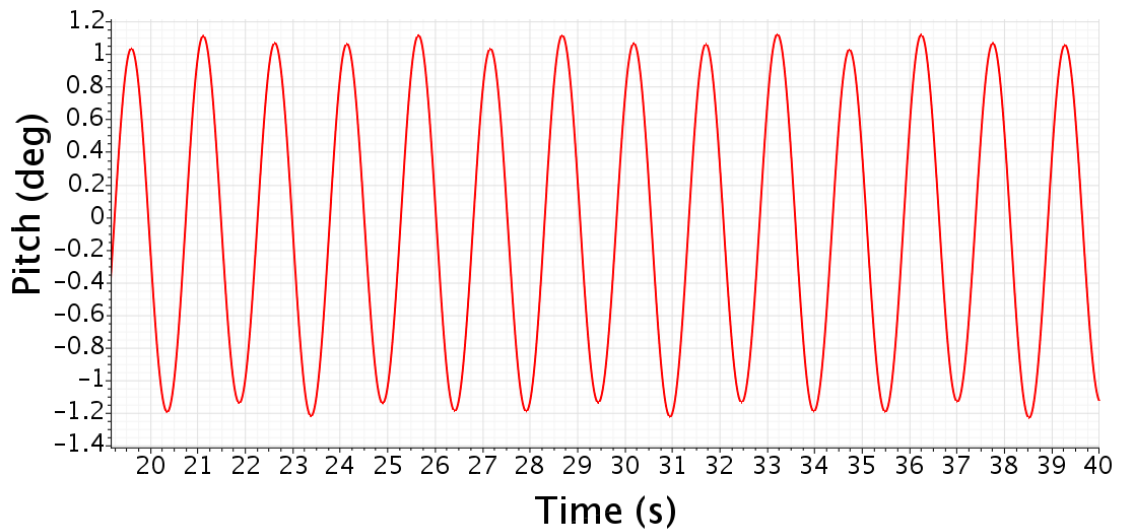
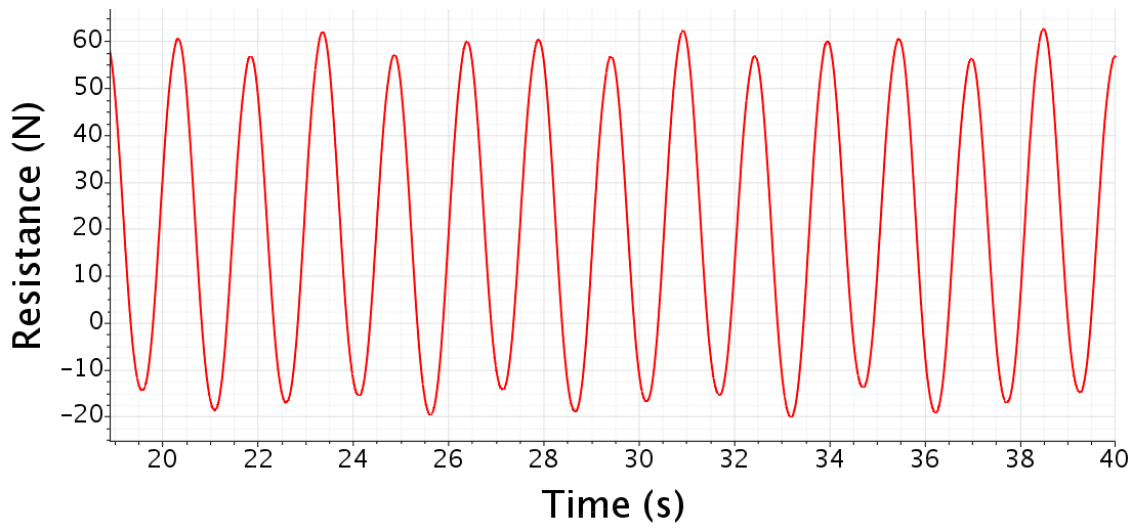
Anexo I – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda/L = 0,5$ )



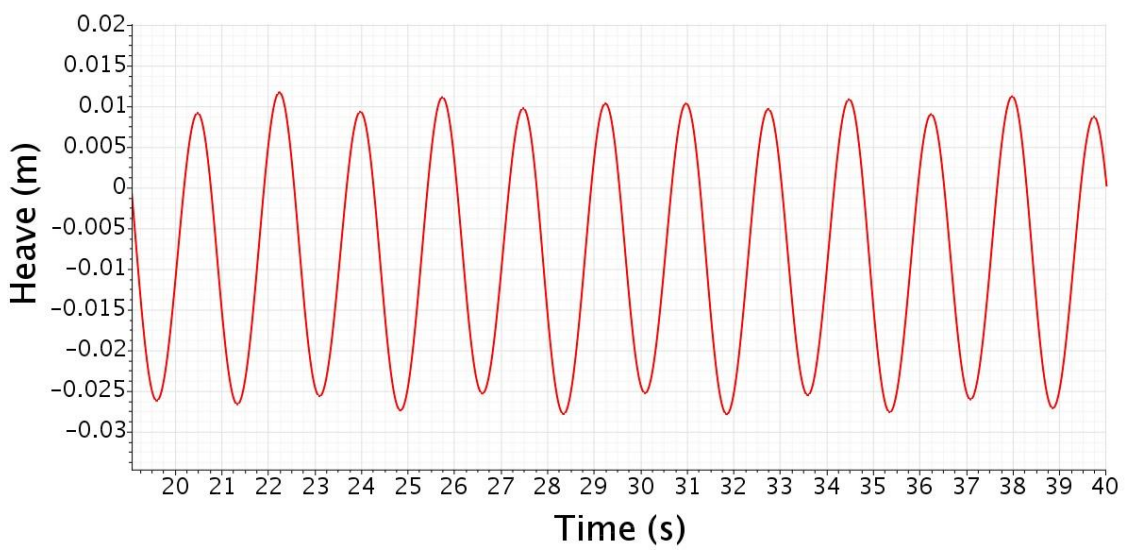
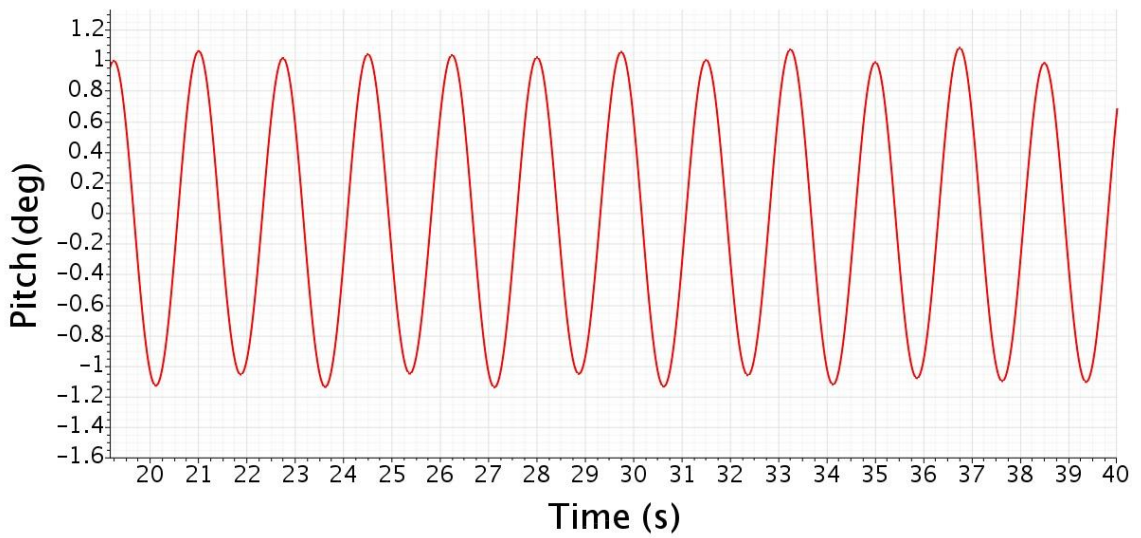
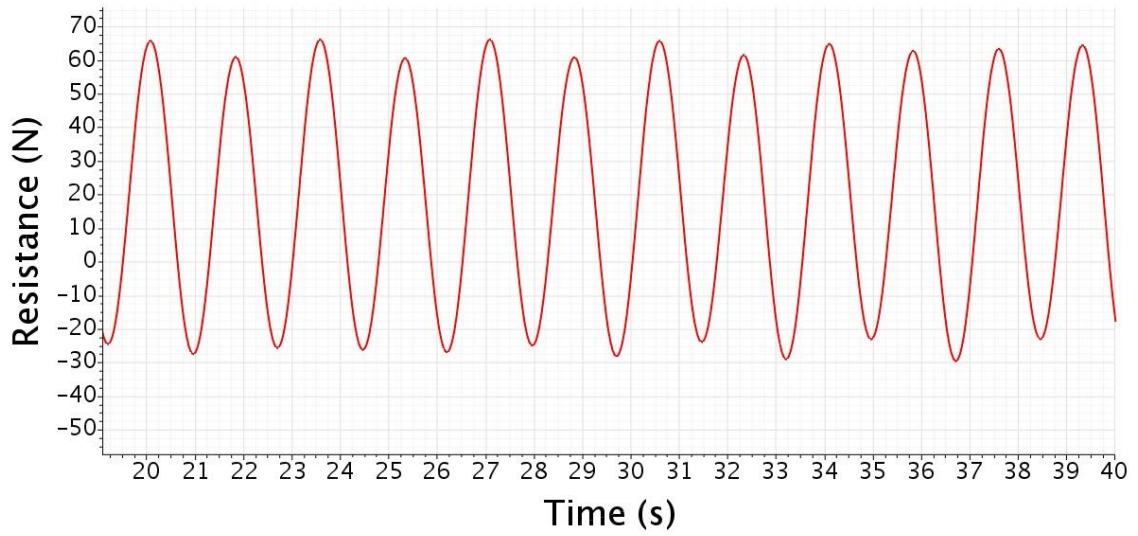
Anexo II – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda/L = 0,8$ )



Anexo III – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda/L = 1,2$ )



Anexo IV – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda/L = 1,5$ )



Anexo V – Resultados da simulação de Resistência em ondas ( $\lambda/L = 2$ )

