



**TÉCNICA DE REGULARIZAÇÃO BASEADA NO ÍNDICE DE INCOERÊNCIA
GEOLÓGICA PARA INVERSÃO DE DADOS SÍSMICOS**

Raphael Vieira Menezes de Souza

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como
parte dos requisitos necessários à obtenção do
título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Franciane Conceição Peters

Webe João Mansur

Rio de Janeiro

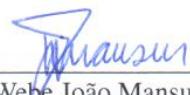
Junho de 2018

TÉCNICA DE REGULARIZAÇÃO BASEADA NO ÍNDICE DE INCOERÊNCIA
GEOLÓGICA PARA INVERSÃO DE DADOS SÍSMICOS

Raphael Vieira Menezes de Souza

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

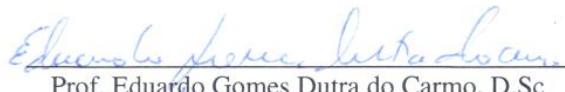
Examinada por:



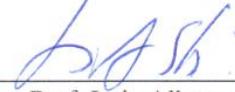
Prof. Webe João Mansur, Ph.D.



Prof. Franciane Conceição Peters, D.Sc.



Prof. Eduardo Gomes Dutra do Carmo, D.Sc



Prof. Luiz Alberto Santos, D.Sc



Prof. Francisco Célio de Araújo, Ph.D.



Prof. Edivaldo Figueiredo Fontes Junior, D.Sc

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2018

Souza, Raphael Vieira Menezes de

Técnica de regularização baseada no índice de incoerência geológica para inversão de dados sísmicos/Raphael Vieira Menezes de Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

XV, 75 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Franciane Conceição Peters

Webe João Mansur

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 72 – 75.

1. IIG. 2. Sísmica. 3. FWI. I. Peters, Franciane Conceição *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*À memória dos meus avós Zé e
Ana. Não pude estar presente nos
últimos momentos de suas vidas
por conta desse trabalho e de todo
o conhecimento agregado a ele...foi
uma boa causa, mas ainda me
sinto triste pelos momentos em
família perdidos.*

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus por me possibilitar a chance de concluir essa etapa da minha vida.

Ao meu pai, José João Souza, que mesmo sem ter o ensino fundamental completo sabia que a educação era o único caminho para minha ascensão social. Se hoje sou curioso e obcecado por resolver problemas, devo isso aos seus estímulos e as responsabilidades imputadas a mim ainda quando criança. Você sempre será meu melhor exemplo, muito obrigado.

À minha mãe, Sandra Regina Menezes Souza. Não existe um dia que eu não agradeça por cada bronca que a Sra. me deu. À época, por imaturidade, eu não entendia, mas hoje sei a valia de cada uma. Muito obrigado por ter sido uma mãe maravilhosa e por me mostrar que nunca é tarde para realizar um sonho. Ainda tenho muitos para realizar, porém hoje com esse trabalho estou realizando mais um, meu e seu. Muito obrigado.

Ao meu irmão Gabriel. Muito obrigado pelo apoio e incentivo. Sei que a distância geográfica acabou gerando um afastamento afetivo da gente. Espero com o fim desse trabalho recuperar o papel de irmão mais velho ao qual eu me abstive nos últimos anos... ou seja, voltar a pegar no seu pé.

À minha família Menezes e Vieira. Estou distante, porém saibam que vocês estavam e estarão sempre presentes. Espero que vocês se orgulhem do primeiro doutor da família...e que este trabalho incentive a termos outros.

À minha namorada, Halina. "Dova", você foi a dose de energia que me faltava para concluir essa etapa da minha vida. Muito obrigado pelos sorrisos, pelas conversas, pela compreensão, pelo amor e pela companhia. Se hoje estou concluindo essa tese, devo

isso à todas as vezes que você me trazia de volta ao trabalho durante meus devaneios procrastinantes dizendo: "Dovo, cuida...cuida!". Te amo.

Aos amigos de sempre, Bruno, Karla, Kélli, Katia, Renan e a outros enumeráveis, que sempre estiveram ao meu lado quando necessitei e sempre torceram pelo meu sucesso. E aos novos amigos, Elis, Gilmar, André, Mantuano, Leth, Helena, Mário, Renan, Diogo, Gesete, Salles e a tantos outros, que a pouco adentraram em minha vida, mas que parecem que faziam parte dela a uma eternidade. Muito obrigado pela força.

Agradeço ao meu orientador Webe por ter me aceito como orientando e por ter provido os meios para esta tese ser realizada. Muito obrigado por todas as conversas sobre pesquisa, ciência, política, sociedade e tantos outros temas. Além de propiciar o crescimento como pesquisador, me engrandeceu como pessoa.

Agradeço a minha orientadora e amiga Franciane. Muito obrigado por aceitar me orientar, mesmo eu desconhecendo quase todo o caminho que englobava a "FWI". Tudo que foi realizado nesse período devo a você. Agradeço por ter cedido parte do seu tão concorrido tempo para me passar ensinamentos, tirar dúvidas, sugerir ideias, e conversar sobre coisas da vida. Te admiro por toda sua dedicação à COPPE e ao LAMEMO, como pesquisadora e como pessoa.

Ao Luiz Alberto, Geofísico da Petrobras, pela primeira conversa a respeito de tudo que permeia o universo da modelagem geofísica, em 2013, pelas contribuições no exame de qualificação, e principalmente por ter criado o IIG.

Ao Professor Dudu, por todo conhecimento transmitido nas disciplinas e em nossas conversas. Espero continuar ainda extraíndo um pouco de conhecimento do Sr. nos próximos anos.

Ao pessoal do LAMEMO. Junior, Marquinho, Jorge, Flávio, Jandir, Serô, Gilmar, Jorjão, Wellington, Edmundo, Katia, Ana, Rodrigo, Enrique, Pedro, Cid, Leandro, Pablo, Luciana, Sebastião, Natália, Ben, Moji, Edivaldo, Paulo, Guilherme, Saulo, Marcos, Helena, Rafael, Kristian, Aldair, Genesis, Pedro, Patrick, Gabriel, André, Kymie, Mohsen, Rogério, Leonardo, e outros mais que porventura tenha esquecido.

Em especial à Ivone, a "mãezona" do laboratório. Muito obrigado por interceder por

mim em todas horas de necessidade, inclusive agora na defesa da tese.

A todo o corpo da COPPE, do LNCC e da UNESP. Se hoje sou um pesquisador, devo isso aos funcionários, professores e amigos destes órgãos.

Pelo suporte financeiro, agradeço ao CNPq, à FAPERJ e a Petrobras. Espero um dia poder retribuir para sociedade todo o incentivo que ela me deu.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

**TÉCNICA DE REGULARIZAÇÃO BASEADA NO ÍNDICE DE INCOERÊNCIA
GEOLÓGICA PARA INVERSÃO DE DADOS SÍSMICOS**

Raphael Vieira Menezes de Souza

Junho/2018

Orientadores: Franciane Conceição Peters

Webe João Mansur

Programa: Engenharia Civil

Esse trabalho avança no emprego da técnica *Full Waveform Inversion* (FWI) para geração de imagens baseada na equação completa da onda. Nessa técnica, a partir das informações do tempo de trânsito e amplitude do sinal, obtidos no levantamento sísmico, é possível gerar imagens que representem as propriedades físicas em subsuperfície. No presente trabalho, o problema direto será modelado pela Equação de Helmholtz, e resolvido pelo Método das Diferenças Finitas. O problema inverso será resolvido por meio de uma estratégia multi-escala. O objetivo principal desta tese é investigar o emprego do Índice de Incoerência Geológica - IIG como restrição no processo de regularização do problema inverso. Os experimentos computacionais mostraram que o uso do IIG como um vínculo que carrega informações relacionadas ao acamamento sedimentar, direcionou a solução do problema para uma solução mais geologicamente provável, fornecendo imagens mais realistas da subsuperfície, se comparado com o FWI clássico.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements
for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

GEOLOGICAL INCOHERENCE INDEX REGULARIZATION TECHNIQUE FOR
SEISMIC DATA INVERSION

Raphael Vieira Menezes de Souza

June/2018

Advisors: Franciane Conceição Peters

Webe João Mansur

Department: Civil Engineering

This work advances the use of the Full Waveform Inversion technique (FWI) in the generation of images based on the complete wave equation. In this technique, from the information of the transit time and amplitude of the signal, obtained from a seismic survey, it is possible to generate images that represent the physical properties in subsurface. In the present work, the direct problem will be modeled by the Helmholtz equation for the frequency domain, and solved by the Finite Difference Method, and the inverse problem will be solved by a multi-scale strategy. The main objective of this thesis is the use of the Geological Incoherence Index - IIG as a restriction in the process of regularization of the inverse problem. Computational experiments showed that the use of IIG as a link carrying information related to sedimentary bedding, directed the solution of the problem to a more geologically probable solution, providing more realistic images of the subsurface compared to the classic FWI.

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução	1
1.1 Revisão bibliográfica	3
1.2 Estrutura da tese	5
2 Problema Direto	6
2.1 Modelagem da Equação da Onda Acústica	6
2.2 Metodologia Numérica	9
2.2.1 Fonte Sísmica, Camadas de Amortecimento e Condições de Contorno	10
2.2.2 Esquema de Segunda Ordem	11
2.2.3 Esquema de Quarta Ordem	12
2.2.4 Sistema Linear	13
3 Problema Inverso	15
3.1 Multi-Escala	17
3.2 Parametrização	18
3.2.1 Etapas da parametrização	18
3.3 Algoritmo de Minimização	19
3.3.1 Método de Newton	19
3.3.2 Métodos Quasi-Newton	21

3.4	Cálculo das derivadas	23
3.5	Regularização	24
3.5.1	Regularização de Tikhonov	25
3.5.2	Total Variation Regularization (TV)	26
4	O Índice de Incoerência Geológica (IIG)	28
4.1	Automatização da Detecção de Interfaces	31
4.1.1	Regularização com IIG	33
5	Experimentos Computacionais e Discussões	38
5.1	Parâmetro de Regularização da TV	40
5.2	Modelo PH	41
5.2.1	Resultados sem Ruído	41
5.2.2	Resultados com Ruído	45
5.2.3	Discussão	48
5.3	Modelo Amoco	48
5.3.1	Resultados sem Ruído	49
5.3.2	Resultados com Ruído	52
5.3.3	Discussão	55
5.4	Modelo Marmousi	55
5.4.1	Resultados sem Ruído	56
5.4.2	Resultados com Ruído	59
5.4.3	Discussão	62
5.5	Modelo BP - 2004	62
5.5.1	Resultados sem Ruído	63
5.5.2	Resultados com Ruído	66
5.6	Discussão	69
6	Conclusões	70
	Referências Bibliográficas	72

Lista de Figuras

2.1	Fonte sísmica.	9
2.2	Discretização da malha de diferenças finitas para esquemas de segunda e quarta ordem, respectivamente.	12
3.1	Esquema Inversão.	16
4.1	Cálculo dos θ_v e θ_s para camada limitada no topo e na base por superfícies horizontais (linhas tracejadas no topo e na base) com velocidades variando verticalmente e horizontalmente, respectivamente.	30
4.2	Fluxograma do processo de cálculo do IIG.	32
4.3	Modelo PH e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.	34
4.4	Modelo Amoco e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.	34
4.5	Modelo Marmousi e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.	34
4.6	Modelo BP 2004 e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.	35
4.7	Fluxograma do processo de redução do α na regularização IIG.	37
5.1	Erro médio TV.	41
5.2	Modelo de velocidades PH exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.	43
5.3	Modelo PH sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 2160$ m.	44
5.4	Erro modelo PH.	45

5.5	Modelo de velocidades PH exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.	46
5.6	Modelo PH com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 2160$ m.	47
5.7	Erro modelo PH com ruído.	48
5.8	Modelo de velocidades Amoco exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.	50
5.9	Modelo Amoco sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3300$ m. . . .	51
5.10	Erro modelo Amoco.	52
5.11	Modelo de velocidades Amoco exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.	53
5.12	Modelo Amoco com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3300$ m. . . .	54
5.13	Erro modelo Amoco com ruído.	55
5.14	Modelo de velocidades Marmousi exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.	57
5.15	Modelo Marmousi sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 4980$ m. . . .	58
5.16	Erro modelo Marmousi.	59
5.17	Modelo de velocidades Marmousi exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.	60
5.18	Modelo Marmousi com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 4980$ m. . . .	61

5.19	Erro modelo Marmousi com ruído.	62
5.20	Modelo de velocidades BP exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.	64
5.21	Modelo BP sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3420$ m.	65
5.22	Erro modelo BP.	66
5.23	Modelo de velocidades BP exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.	67
5.24	Modelo BP com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3420$ m.	68
5.25	Erro modelo BP com ruído.	69

Lista de Tabelas

5.1 Parâmetros utilizados na modelagem dos dados sintéticos.	39
--	----

Capítulo 1

Introdução

A pesquisa na área do petróleo e gás está se tornando cada vez mais relevante na sociedade moderna. Isto se dá devido ao fato da energia fóssil ser a principal fonte de energia utilizada no mundo atualmente, e pela grande dificuldade de se encontrar e explorar estes hidrocarbonetos em novos reservatórios.

Os primeiros campos de petróleo começaram a ser explorados em meados do século XIX, de modo que suas descobertas foram facilitadas, em sua maioria, pela proximidade com a superfície e sua geologia simples (SHERIFF, 2002). Entretanto, com o avanço na análise de dados sísmicos e do emprego de novas técnicas na sísmica de exploração, foi possível a descoberta de novos reservatórios, em regiões mais profundas e com geologia mais complexa (DI BARTOLO, 2010; SANTOS, 2012).

Embora, historicamente, os métodos sísmicos tenham sido mais utilizados pela indústria petrolífera na prospecção de hidrocarbonetos (KEAREY *et al.*, 2009), outros métodos geofísicos também são utilizados, isoladamente ou em conjunto, na identificação e caracterização de novas reservas, e no gerenciamento de reservatórios já existentes. Alguns desses métodos aproveitam os fenômenos naturais (gravidade, magnetismo terrestre, mares, terremotos, etc.) para gerar dados utilizados posteriormente no imageamento do subsolo. Outra classe de métodos existente é a que utiliza os dados provenientes de estímulos artificiais. Nestes métodos, utiliza-se uma fonte artificial para a introdução de energia na região de interesse, de modo que esse estímulo propicia a geração de um campo magnético, elétrico ou de pressão, que podem ser utilizados de forma análoga aos métodos de

campos naturais no imageamento de subsuperfície.

O método sísmico, em específico, baseia-se no uso dos dados capturados por receptores, normalmente localizados na superfície terrestre (geofones) ou na superfície aquática (hidrofones), e que são gerados por meio dos efeitos da propagação de ondas sísmicas (refrações, difrações, reflexões) advindas da energia liberada por uma fonte artificial. A onda emitida pela fonte viaja pelo subsolo, de modo que em cada região de contraste de propriedades, parte da energia é refletida e capturada pelos receptores, e parte da energia segue descendente até encontrar outra região de contraste e, de forma análoga a supracitada, ter sua energia partionada, gerando assim um ciclo. Os registros sísmicos são salvos em sismogramas onde estão contidas informações sobre a posição das fontes e receptores, informações cinemáticas referentes aos tempos de trânsito e informações dinâmicas referentes à amplitude do sinal (SANTOS, 2012).

Em uma etapa posterior a da aquisição dos dados, ocorre o processamento dos dados sísmicos, que classicamente é subdividido em três etapas: deconvolução, empilhamento e migração (YILMAZ, 2001). Em linhas gerais, no processamento dos dados sísmicos busca-se, por meio de softwares e algoritmos computacionais, manipular o sinal sísmico digital contido nos sismogramas para aumentar a razão sinal/ruido. Posteriormente estas informações são processadas através de técnicas de imageamento (migração, inversão de dados sísmicos, etc), fornecendo assim uma “imagem” representativa da geologia da subsuperfície, que em conjunto com todas informações geológicas e petrofísicas aferidas, propiciam a identificação e controle de possíveis reservas de hidrocarbonetos (DI BARTOLO, 2010; MARTINS, 2015).

No presente trabalho aborda-se o imageamento por meio da técnica de inversão conhecida como "Full Waveform Inversion"(FWI), que utiliza a equação completa da onda para estimar os parâmetros elásticos de subsuperfície, fornecendo imagens de alta resolução. Esse tipo de abordagem é mais completa e atual do que outras técnicas utilizadas no passado, como a tomografia por exemplo, pois além de utilizar informações cinemáticas do tempo de trânsito, utiliza também as amplitudes gravadas no sismograma, produzindo assim imagens mais precisas e com maior resolução (ROMDHANE *et al.*, 2011).

A qualidade da imagem obtida no processo de inversão está diretamente ligada à acurácia na resolução do problema direto, ou seja, a modelagem da propagação de ondas. É por meio da solução do problema direto que se obtém um sismograma sintético associado a um dado modelo físico, que posteriormente é utilizado no processo iterativo de inversão.

Em linhas gerais, o objetivo de um algoritmo de FWI é tentar encontrar o melhor modelo de propriedades que, por meio da modelagem de propagação de ondas, gere um sismograma sintético tão próximo quanto se queira do sismograma registrado em campo. Entretanto, é sabido na literatura que a FWI é um problema mal posto, que falha nos critérios de unicidade e de estabilidade de solução (ASTER *et al.*, 2005; FICHTNER, 2010; VIRIEUX e OPERTO, 2009).

Em busca de tentar estabilizar o processo de obtenção da solução para problemas mal postos, trabalhos atuais vêm sendo desenvolvidos na área de FWI empregando a metodologia conhecida como regularização (ASNAASHARI *et al.*, 2013; DAI *et al.*, 2017; MAHARRAMOV *et al.*, 2016). Nessa técnica, por meio de imposições de restrições que alteram a função objetivo de forma estratégica, busca-se soluções mais estáveis para o problema (ENGL *et al.*, 1996). É nesse contexto que o presente trabalho foi desenvolvido. A proposta original desta tese é o emprego do Índice de Incoerência Geológica (IIG), proposto por SANTOS (2012), como restrição no processo de regularização do problema inverso. Os resultados numéricos mostraram que o uso do IIG como um vínculo que carrega em si informações relacionadas ao acamamento sedimentar do subsolo, direcionou a solução do problema para uma solução mais geologicamente provável, fornecendo assim uma imagem mais precisa da subsuperfície, se comparado com o FWI tradicional.

1.1 Revisão bibliográfica

Os primeiros trabalhos que introduziram o conceito do FWI foram desenvolvidos por LAILLY e BEDNAR (1983) e TARANTOLA (1984) e datam do começo da década de 80. Nestes trabalhos os autores desenvolvem a formulação clássica do FWI, buscando solucionar o problema inverso no domínio do tempo.

Embora muita teoria tenha sido desenvolvida a partir dos estudos preliminares em

FWI das décadas de 80 e 90, o emprego do FWI em grande escala na indústria do petróleo apenas foi colocada em linha de produção nos últimos 20 anos (MÉTIVIER *et al.*, 2013).

Muito desse avanço se deve aos trabalhos de PRATT (1999) e PRATT e SHIPP (1999) no emprego da inversão no domínio da frequência utilizando a equação da onda acústica, e ao trabalho de BUNKS *et al.* (1995) que propuseram o conceito do método *multigrid*, que objetiva melhorar a inversão por meio da decomposição por escalas. Ambos os trabalhos são a base da teoria da inversão multi-escala que é tão empregada pela literatura atual, e também é utilizada na presente tese.

Em 2004, SIRGUE e PRATT (2004) finalizaram os estudos em inversão multi-escala no domínio da frequência apresentando uma estratégia para escolhas adequadas de frequências usadas para a inversão, e demonstraram que com poucas frequências é possível representar um dado sísmico na inversão.

Nos últimos 15 anos o uso da FWI foi difundido tanto na indústria do petróleo, quanto na academia, de modo que até os dias atuais, diferentes artigos relacionados à área são publicados semanalmente, e as pesquisas se desenvolvem em diversas frentes. Ressalta-se como temas atuais a busca por estratégias da eliminação do problema de *cicle-skipping*, o uso de diferentes regularizações para o problema inverso, o emprego de diferentes normas no cálculo do resíduo, desenvolvimento de novos métodos de minimização da função objetivo, e por fim, desenvolvimento de modelagens mais robustas capazes de representar de forma mais realista a física do problema e, consequentemente, prover melhores condições para a inversão.

É importante ressaltar que embora a grande maioria da literatura referente a FWI consista de trabalhos que utilizam algoritmos de minimização baseados em derivadas da função objetivo em relação aos parâmetros, existem estudos que utilizam a inversão com métodos sem derivadas, com o uso de Redes Neurais, Algoritmos Genéticos, Machine Learning, entre outros (BADDARI *et al.*, 2009; CHEN *et al.*, 2017; ZENG *et al.*, 2011).

Os trabalhos de FICHTNER (2010); SYMES (2009); VIRIEUX e OPERTO (2009) são revisões bibliográficas sobre o tema, e de grande valia para quem deseja se aprofundar mais nos assuntos citados acima.

1.2 Estrutura da tese

Esta tese está organizada de modo que no Capítulo 2 discorre-se sobre a modelagem de propagação de ondas acústicas, o método numérico utilizado, condições de contorno e camadas de amortecimento utilizadas, e outros procedimentos para modelagem direta.

No Capítulo 3 aborda-se aspectos vinculados ao problema inverso. São apresentadas algumas técnicas de resolução do problema e discorre-se sobre alguns algoritmos de minimização e de regularização do problema inverso.

No Capítulo 4 é apresentado o Índice de Incoerência Geológico- IIG, o processo de automatização da detecção de interfaces e do cálculo automático do IIG, e por fim a proposta de regularização via IIG, núcleo desse trabalho.

No Capítulo 5 são apresentados os experimentos computacionais e a discussão dos resultados obtidos.

Por fim, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões.

Capítulo 2

Problema Direto

A modelagem de propagação de ondas, ou problema direto como é mais conhecida, objetiva o cálculo do sismograma sintético. Nas palavras de SANTOS (2012): “Se a lei física \mathbf{L} e as propriedades físicas \mathbf{m} são definidas, é possível calcular um campo \mathbf{d} (o problema direto)”, ou seja, uma vez que os parâmetros do modelo são conhecidos, utiliza-se algum tipo de modelagem para representar a lei física e calcular os dados \mathbf{d} .

Existem várias formas de modelar o fenômeno de propagação de ondas, sendo que as mais clássicas são por meio do emprego de operadores acústicos e operadores elásticos. Mais recentemente, com o aumento do poder de processamento dos computadores atuais, trabalhos vem sendo desenvolvidos utilizando operadores visco-elásticos, poro-elásticos e anisotrópicos. Esse tipo modelagem mais robusta propicia resultados com maior acurácia na representação da propagação da onda, mas contam com uma alta complexidade nas equações que modelam o fenômeno e nos algoritmos computacionais.

2.1 Modelagem da Equação da Onda Acústica

Como o objetivo do presente trabalho é avaliar o emprego do IIG no processo de regularização do problema inverso, julgou-se mais apropriada a utilização da modelagem acústica para representar o problema, visto que tal abordagem possui melhor eficiência computacional, se comparada às demais.

A equação da onda acústica para simular a propagação do campo de ondas no domínio

do tempo é dada por:

$$\frac{1}{\kappa(\mathbf{x})} \ddot{p}(\mathbf{x}, t) - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{x})} \nabla p(\mathbf{x}, t) \right) = s(\mathbf{x}, t), \quad (2.1)$$

onde $p(\mathbf{x}, t)$ é o campo de pressão, $s(\mathbf{x}, t)$ representa a fonte sísmica utilizada, $\kappa(\mathbf{x})$ o módulo de compressibilidade e $\rho(\mathbf{x})$ a massa específica. A velocidade de propagação da onda v é dada por:

$$v(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{\kappa(\mathbf{x})}{\rho(\mathbf{x})}}. \quad (2.2)$$

Uma forma alternativa de ser efetuada a modelagem da propagação de ondas é por meio de uma abordagem que resolve o problema no domínio da frequência. Nessa perspectiva o problema é modelado por uma generalização da equação de Helmholtz, dada por:

$$\frac{\omega^2}{\kappa(\mathbf{x})} P(\mathbf{x}, \omega) + \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla P(\mathbf{x}, \omega) \right) = S(\mathbf{x}, \omega), \quad (2.3)$$

onde $P(\mathbf{x}, \omega)$ e $S(\mathbf{x}, \omega)$ são as componentes do campo de pressão e do termo fonte, respectivamente, na posição \mathbf{x} e na frequência ω .

No presente trabalho optou-se pelo uso da modelagem no domínio da frequência, pois por meio dela é possível utilizar uma técnica de estabilização do problema inverso conhecida como multi-escala, que será discutida no Capítulo 3.

Por se tratar de um problema de valor de contorno, a resolução numérica da Equação 2.3 e, consequentemente, a modelagem da propagação de ondas, só é possível de ser realizada com a imposição de condições de contorno que consigam retratar, o mais próximo possível da realidade, os acontecimentos nos extremos do domínio computacional estudado. Dessa forma, na borda superior do modelo prescreve-se um valor nulo para pressão ($P = 0$). Além disso, a propagação de ondas é um problema de domínio semi-infinito, que necessita do uso de alguma estratégia para o truncamento do domínio na simulação computacional. Dessa forma, nesse trabalho emprega-se uma variação para o domínio da frequência das condições de contorno não reflexivas propostas por REYNOLDS (1978)

para simular esse domínio semi-infinito, que para um domínio bidimensional, são expressas por:

$$\begin{aligned} i\omega P + vP_z &= 0 && \text{(borda inferior),} \\ i\omega P - vP_x &= 0 && \text{(borda esquerda),} \\ i\omega P + vP_x &= 0 && \text{(borda direita),} \end{aligned} \tag{2.4}$$

onde os índices x e z simbolizam as derivadas parciais em relação às variáveis espaciais.

A utilização das bordas não reflexivas propostas por REYNOLDS (1978) consegue efetuar truncamento artificial do domínio na modelagem computacional, porém sua utilização não é capaz de eliminar totalmente os artefatos numéricos provocados pela reflexão do campo de ondas na borda inserida artificialmente. Dessa forma, em paralelo com o emprego das bordas não reflexivas, utiliza-se a técnica conhecida como *Perfectly Matched Layer* (PML), proposta por BERENGER (1994), que consiste na inserção numérica de uma camada de amortecimento que é responsável pela atenuação das amplitudes das grandezas associadas à propagação do campo de ondas nas regiões próximas ao contorno inserido artificialmente.

Como pode ser observado na Equação 2.3 possui um termo referente ao termo fonte, representado por $S(\mathbf{x}, \omega)$. Para a modelagem da propagação de ondas é necessário a utilização de alguma técnica para a simulação da geração do pulso sísmico empregado. Na literatura é possível encontrar diversas formas de representação das assinaturas das fontes sísmicas, sendo que no presente trabalho optou-se pela utilização da wavelet de Ricker, construída a partir da segunda derivada da função Gaussiana, que é representada por:

$$f(t) = (1 - 2\pi^2 f_p^2 t^2) e^{(-\pi^2 f_p^2 t^2)}, \tag{2.5}$$

onde f_p é a frequência de pico e t o tempo. A Figura 2.1 apresenta a representação da função fonte para o caso em que a frequência de pico é 30 Hz.

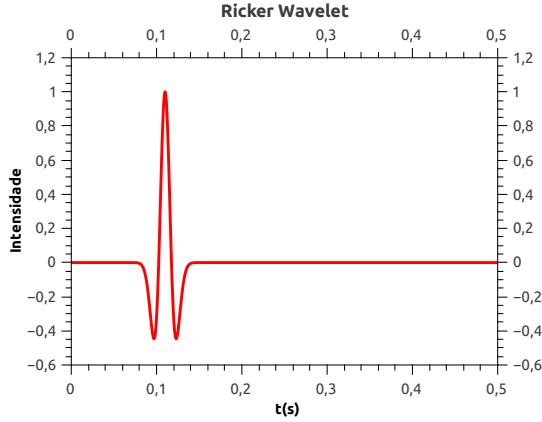


Figura 2.1: Exemplo da variação temporal de uma fonte sísmica.

Por tratar-se de uma fonte pontual, pode-se reescrever a Equação 2.5 no contexto espacial como sendo:

$$f(\mathbf{x}, t) = (1 - 2\pi^2 f_p^2 t^2) e^{(-\pi^2 f_p^2 t^2)} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s), \quad (2.6)$$

onde $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_s)$ é a distribuição conhecida como Delta de Dirac e \mathbf{x}_s é a posição da fonte.

2.2 Metodologia Numérica

No presente trabalho emprega-se o Método das Diferenças Finitas (MDF) na obtenção da solução numérica da equação da onda. Nesse método discretiza-se o domínio por meio de uma malha regularmente espaçada em cada uma das dimensões do problema, de modo que as funções e as propriedades de interesse apenas são consideradas nos nós da grade. Além disso, troca-se os operadores diferenciais das equações por operadores de diferenças, de modo que a equação diferencial parcial (EDP) torna-se um sistema de equações lineares, onde a solução é uma aproximação da solução da EDP nos pontos discretos (PETERS, 2014).

Para o desenvolvimento do presente trabalho serão utilizados dois diferentes esquemas de diferenças finitas, que são detalhadamente descritos em HUSTEDT *et al.* (2004). Um de segunda ordem, em que cada equação utiliza 5 pontos da malha, e outro de quarta ordem, que utiliza 13 pontos. A utilização de tais esquemas é feita de modo a evitar um

problema numérico conhecido como “inverse crime”, em que dados numéricos são invertidos utilizando o mesmo método e discretização da modelagem direta, e assim tornam o problema menos mal-posto do que realmente é (KAIPIO e SOMERSALO, 2006). Dessa forma empregou-se o esquema de quarta ordem, computacionalmente mais caro, para simulação dos dados “observados”, e o esquema de segunda ordem, mais rápido, para as simulações no processo de inversão.

2.2.1 Fonte Sísmica, Camadas de Amortecimento e Condições de Contorno

A versão discreta da função fonte para o domínio da frequência é obtida através da transformada de Fourier do sinal discreto da fonte no domínio do tempo, por meio de um algoritmo de DFT (*Discrete Fourier Transformation*).

Como já descrito anteriormente, no presente trabalho foram empregadas as camadas de amortecimento PML nas regiões próximas ao contorno. As versões discretas das funções de atenuação são dadas por:

$$\xi_x = \xi(x) = 1 + i \frac{\gamma(x)}{\omega}, \quad (2.7)$$

e

$$\xi_z = \xi(z) = 1 + i \frac{\gamma(z)}{\omega}, \quad (2.8)$$

em que:

$$\gamma(x) = c_{PML} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{x}{L_{PML}} \right), \quad (2.9)$$

$$\gamma(z) = c_{PML} \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{L_{PML}} \right), \quad (2.10)$$

onde c_{PML} é um parâmetro escolhido experimentalmente, e L_{PML} é a largura da camada de amortecimento utilizada.

Para os nós localizados nas bordas artificiais é necessário a utilização da versão discreta das Equações 2.4, dadas por:

$$\begin{aligned}
i\omega P_{i,j} + v_{i,j} \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta} &= 0 && \text{(borda inferior)}, \\
i\omega P_{i,j} - v_{i,j} \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta} &= 0 && \text{(borda esquerda)} \\
i\omega P_{i,j} + v_{i,j} \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta} &= 0 && \text{(borda direita.)}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

2.2.2 Esquema de Segunda Ordem

No esquema de segunda ordem, a equação referente ao nó i, j da malha utiliza as grandezas discretas do próprio nó i, j e dos 4 nós adjacentes, como pode ser visto na Figura 2.2-a. Dessa forma, pode-se escrever:

$$C_1 P_{i,j} + C_2 P_{i-1,j} + C_3 P_{i+1,j} + C_4 P_{i,j-1} + C_5 P_{i,j+1} = s_{i,j}, \tag{2.12}$$

onde os coeficientes C são calculados da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\omega^2}{\kappa_i, j} - \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}} + \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}} \right) - \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}} + \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}} \right), \\
C_2 &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}}, \\
C_3 &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}}, \\
C_4 &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}}, \\
C_5 &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}},
\end{aligned} \tag{2.13}$$

onde Δ representa o espaçamento da malha de diferenças finitas e $b_{i,j}$ representa o inverso da massa específica no nó i, j . Além disso, é importante ressaltar que os parâmetros com índices intermediários $b_{i\pm\frac{1}{2},j\pm\frac{1}{2}}$, $\xi_{xi\pm\frac{1}{2}}$ e $\xi_{zj\pm\frac{1}{2}}$, são calculados por média aritmética.

2.2.3 Esquema de Quarta Ordem

No esquema de quarta ordem, a equação referente ao nó i, j da malha utiliza as grandezas discretas do próprio nó i, j e de 12 nós adjacentes, como pode ser visto na Figura 2.2-b. Dessa forma, pode-se escrever:

$$\begin{aligned}
 & C_1 P_{i,j} + C_2 P_{i-1,j} + C_3 P_{i+1,j} + C_4 P_{i,j-1} + C_5 P_{i,j+1} \\
 & + C_6 P_{i-2,j} + C_7 P_{i+2,j} + C_8 P_{i,j-2} + C_9 P_{i,j+2} \\
 & + C_{10} P_{i-3,j} + C_{11} P_{i+3,j} + C_{12} P_{i,j-3} + C_{13} P_{i,j+3} = s_{i,j},
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

onde os coeficientes C são calculados da seguinte forma:

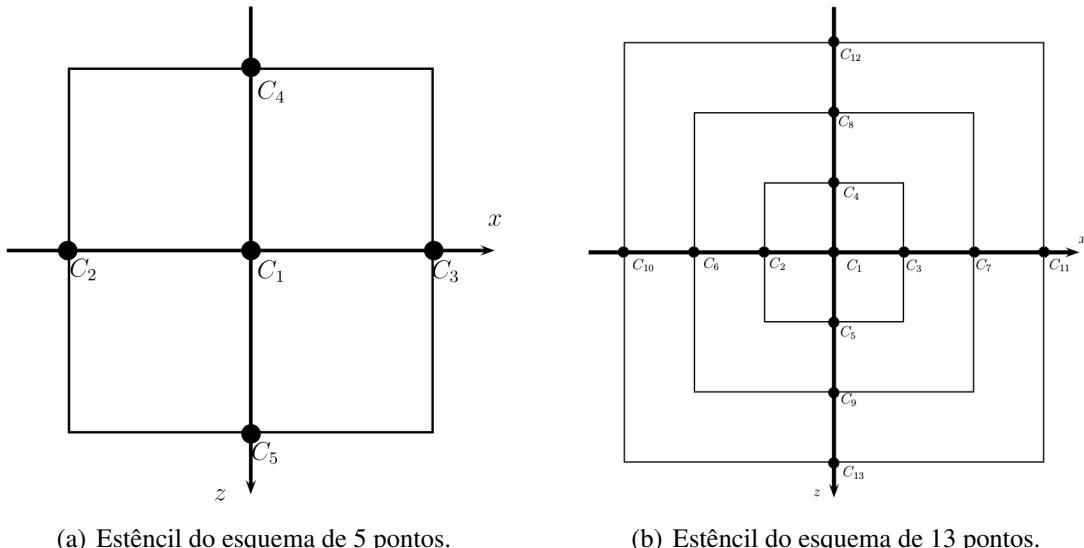


Figura 2.2: Discretização da malha de diferenças finitas para esquemas de segunda e quarta ordem, respectivamente.

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\omega^2}{\kappa_{i,j}} - \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left[\frac{81}{64} \left(\frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}} + \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{576} \left(\frac{b_{i+\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{3}{2}}} + \frac{b_{i-\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{3}{2}}} \right) \right] \\
&\quad - \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left[\frac{81}{64} \left(\frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}} + \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}} \right) + \frac{1}{576} \left(\frac{b_{i,j+\frac{3}{2}}}{\xi_{zj+\frac{3}{2}}} + \frac{b_{i,j-\frac{3}{2}}}{\xi_{zj-\frac{3}{2}}} \right) \right], \\
C_2 &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{81}{64} \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i-\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_3 &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{81}{64} \frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i+\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{3}{2}}} \right), \\
C_4 &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{81}{64} \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j-\frac{3}{2}}}{\xi_{zj-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_5 &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{81}{64} \frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j+\frac{3}{2}}}{\xi_{zj+\frac{3}{2}}} \right), \\
C_6 &= -\frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{9}{192} \frac{b_{i-\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i-\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_7 &= -\frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{9}{192} \frac{b_{i+\frac{1}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i+\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{3}{2}}} \right), \\
C_8 &= -\frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{9}{192} \frac{b_{i,j-\frac{1}{2}}}{\xi_{zj-\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j-\frac{3}{2}}}{\xi_{zj-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_9 &= -\frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{9}{192} \frac{b_{i,j+\frac{1}{2}}}{\xi_{zj+\frac{1}{2}}} + \frac{9}{192} \frac{b_{i,j+\frac{3}{2}}}{\xi_{zj+\frac{3}{2}}} \right), \\
C_{10} &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{1}{576} \frac{b_{i-\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_{11} &= \frac{1}{\xi_{xi}\Delta^2} \left(\frac{1}{576} \frac{b_{i+\frac{3}{2},j}}{\xi_{xi+\frac{3}{2}}} \right), \\
C_{12} &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{1}{576} \frac{b_{i,j-\frac{3}{2}}}{\xi_{zj-\frac{3}{2}}} \right), \\
C_{13} &= \frac{1}{\xi_{zj}\Delta^2} \left(\frac{1}{576} \frac{b_{i,j+\frac{3}{2}}}{\xi_{zj+\frac{3}{2}}} \right).
\end{aligned} \tag{2.15}$$

2.2.4 Sistema Linear

A utilização dos esquemas de diferenças finitas, assim como as condições de contorno citadas anteriormente, converte o problema em um sistema de equações que pode ser

representado como:

$$\mathbf{B}(x, \omega) \mathbf{p}(x, \omega) = \mathbf{s}(x, \omega), \quad (2.16)$$

onde $\mathbf{B}(x, \omega)$ é a matriz de impedância, que é esparsa e possui coeficientes com valores complexos, $\mathbf{p}(x, \omega)$ é o vetor que contém as aproximações para o campo de onda nos nós da grade, e $\mathbf{s}(x, \omega)$ é o vetor independente correspondente à fonte sísmica. O sistema obtido é resolvido com fatoração LU, por meio do pacote SuperLU (DEMMEEL *et al.*, 1999).

Capítulo 3

Problema Inverso

A "Full Waveform Inversion"(FWI) é uma técnica que busca recuperar, com alta resolução, o modelo de propriedades de uma região de interesse. O problema de imageamento da FWI, em suma, é um ajuste de curva, onde busca-se um vetor de parâmetros χ^* que minimize o funcional $f(\chi)$, dado pela diferença entre os dados sísmicos observados em campo e os dados obtidos com a simulação. De uma forma simplificada, como pode ser visto na Figura 3.1, o que um algoritmo de FWI faz é buscar, a partir de um modelo inicial de parâmetros χ , modelos que converjam iterativamente, utilizando algum processo de minimização, para um modelo tão próximo quanto o necessário do modelo geológico que gerou os dados observados.

O processo de estimativa dos parâmetros em um problema inverso é muito sensível, de modo que a qualidade dos dados (precisão na medição, presença de ruídos,...), assim como a quantidade de dados, têm vital importância no fornecimento de informações para resolução do problema. Problemas inversos que possuem incertezas na obtenção e/ou quantidades pequenas de dados, geralmente ferem as condições de existência, unicidade e estabilidade de solução, propostas por Hadamard para um problema bem posto (HADAMARD, 1902).

No contexto de imageamento sísmico, no qual esse trabalho está inserido, a quantidade de dados sísmicos é pequena, se comparada ao números de parâmetros que se deseja estimar. Soma-se a isso, os problemas vinculados à ruídos oriundos das falhas mecânicas e/ou falhas humanas nas medições nos campos. Dessa forma, além de não ser possível

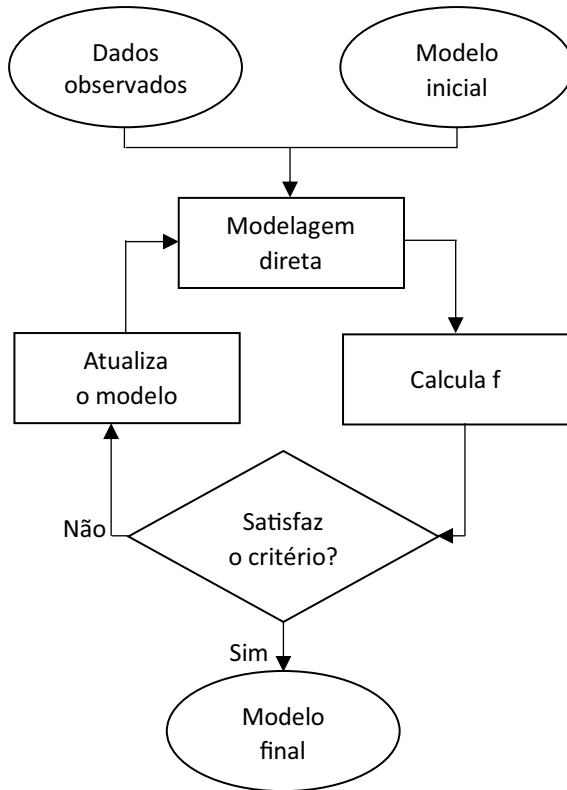


Figura 3.1: Fluxograma simplificado de um programa de inversão.

garantir a unicidade da solução, o critério de estabilidade também não é garantido devido a presença de ruídos, o que caracteriza a FWI como um problema matematicamente mal posto. Na prática o que ocorre é que as funções objetivo geradas na inversão por FWI possuem muitos mínimos locais, e dessa forma no processo iterativo de inversão a solução pode convergir para um desses mínimos, fornecendo assim uma solução não condizente com o modelo geológico real.

Ainda que mais difíceis de serem resolvidos do que os problemas inversos bem postos, os problemas mal postos, em sua maioria, também são possíveis de serem resolvidos. Para esses casos é necessário utilizar estratégias que empregam informações *apriori* sobre a geologia da estrutura de interesse para regularizar o processo de inversão. Além disso, é possível utilizar outras estratégias de estabilização para reduzir o número de mínimos locais do problema, e assim fazer com que a solução converja para um modelo mais geologicamente provável.

A seguir são discutidas algumas dessas estratégias.

3.1 Multi-Escala

Em uma abordagem tradicional, em que o problema é modelado no domínio do tempo, busca-se minimizar o funcional dado por:

$$f(\chi) = \sum_{i=1}^{nt} \int_T [u_o^i(t) - u_s^i(\chi, t)]^2 dt, \quad (3.1)$$

onde $u_o^i(t)$ é o traço observado no levantamento, $u_s^i(\chi, t)$ é o traço sintético obtido com a modelagem computacional referente ao modelo χ , T é o intervalo de tempo de observação e nt é o número de traços. Como já discutido mais acima, o imageamento da FWI é um problema mal posto, em que existe multiplicidade de mínimos locais, o que dificulta a utilização da Equação 3.1 como função objetivo.

Uma abordagem mais robusta que vem sendo utilizada atualmente é a Multi-Escala. Nela não se utiliza diretamente o sinal $u_o^i(t)$ no domínio do tempo, mas sim a transformada do sinal para o domínio da frequência, obtido com o uso da Equação 2.3. Dessa forma, o funcional dado pela Equação 3.1 pode ser reescrito de modo que, para cada frequência ω , a função objetivo é dada por:

$$f(\chi) = \sum_{i=1}^{nt} [U_o^i - U_s^i(\chi)]^2, \quad (3.2)$$

onde U_o^i e $U_s^i(\chi)$ são as componentes de frequência ω da transformada de Fourier do sinal observado $u_o^i(t)$ e do sinal sintético $u_s^i(\chi, t)$, respectivamente. De uma forma mais geral, é possível reescrever esse funcional como sendo:

$$f(\chi) = \|\mathbf{U}_o - \mathbf{U}_s(\chi)\|_2^2 = \|\mathbf{F}(\chi)\|_2^2, \quad (3.3)$$

onde \mathbf{U}_o e $\mathbf{U}_s(\chi)$ são vetores que guardam os nt valores U_o^i e $U_s^i(\chi)$, respectivamente. $\|\cdot\|_2$ denota a norma 2 ou norma Euclidiana, e \mathbf{F} é conhecido como função resíduo.

A abordagem Multi-Escala pode ser subdividida em duas estratégias de aplicação: a simultânea e a sequencial (PETERS, 2014). Na simultânea, uma vez escolhida as faixas de frequência, todos os dados são invertidos de forma simultânea, como pode ser visto em

HU *et al.* (2009). Já a técnica Multi-Escala sequencial, que é a utilizada nesse trabalho, faz o uso dos dados em ordem crescente de frequência, como pode ser visto em BUNKS *et al.* (1995); LIAO e MCMECHAN (1996).

O uso da estratégia sequencial parte do princípio que a função objetivo para frequências mais baixas é mais suave e, consequentemente, possui poucos mínimos locais. Dessa forma, divide-se o processo de inversão em faixas de frequência, e utiliza-se o processo de inversão para a atualização do modelo, em ordem crescente de frequências, de modo que atualiza-se o modelo inicial utilizando os dados da frequência mais baixa, e recursivamente repete-se o processo para as frequências maiores no processo de inversão.

Pressupõe-se que a utilização dessa estratégia maximize a probabilidade de convergência para um mínimo global da função objetivo, de modo que tanto as características de baixa frequência da estrutura geológica, quanto as de alta frequência, sejam capturadas pelo processo de inversão.

3.2 Parametrização

Define-se como parametrização o processo que converte os N parâmetros obtidos com a resolução do problema inverso, em n valores de propriedades físicas do modelo geológico.

As três etapas que constituem esse processo são explicadas a seguir.

3.2.1 Etapas da parametrização

Definição das propriedades físicas

Como já destacado anteriormente, no presente trabalho foi adotada uma modelagem acústica para a propagação da onda, e dessa forma, busca-se, por meio da solução do problema inverso, recuperar apenas a velocidade de propagação da onda primária v_p .

Imposição de restrições às propriedades

Na Secção 3.3.2 será apresentado o método L-BFGS utilizado no presente trabalho na recuperação das propriedades do modelo. No L-BFGS a busca por cada parâmetro do

modelo é realizada no conjunto dos números reais, ou seja, não existe restrição para a escolha dos parâmetros. Contudo, é possível quantificar o valor dos extremantes da velocidade v_p , uma vez que a velocidade de propagação de ondas em estruturas geológicas é bem descrita na literatura.

Uma forma de restringir a faixa de valores da velocidade é por meio de um mapeamento que transforme o parâmetro χ em uma velocidade v_p . Dessa forma é possível, como sugere HU *et al.* (2009), definir a função:

$$v_p(\chi) = \frac{v_p^{\max} \exp(\chi) + v_p^{\min} \exp(-\chi)}{\exp(\chi) + \exp(-\chi)}, \quad (3.4)$$

com $\chi \in (-\infty, +\infty)$ e $v_p \in [v_p^{\min}, v_p^{\max}]$. Derivando-se a função de transformação em relação ao parâmetro de minimização, tem-se:

$$\frac{dv_p}{d\chi} = 2 \frac{(v_p^{\max} - v_p)(v_p - v_p^{\min})}{v_p^{\max} - v_p^{\min}}, \quad (3.5)$$

que será uma expressão útil quando for abordado o cálculo de derivadas do funcional em relação às variáveis de otimização no Capítulo 3.3.2.

3.3 Algoritmo de Minimização

O problema de imageamento por FWI, consiste em minimizar a diferença entre o dado adquirido em campo e o dado modelado, ou seja, o imageamento depende da minimização do funcional não-linear dado pela Equação 3.3. Existem diversos métodos iterativos que são capazes de minimizar problemas não-lineares desse tipo, sendo que para o presente trabalho é importante ressaltar os métodos abaixo.

3.3.1 Método de Newton

O método de Newton é baseado na expansão em série de Taylor da função objetivo em uma vizinhança de χ^k dada por:

$$f(\chi^{k+1}) = f(\chi^k) + (\chi^{k+1} - \chi^k)^T \mathbf{G}^k + \frac{1}{2} (\chi^{k+1} - \chi^k)^T \mathbf{H}^k (\chi^{k+1} - \chi^k), \quad (3.6)$$

onde o índice k indica a iteração atual, $k + 1$ a futura iteração e \mathbf{G}^k é o vetor gradiente do funcional no ponto χ^k , de modo que seu i -ésimo elemento é calculado como:

$$G_i^k = \frac{\partial f^k}{\partial \chi_i}, \quad (3.7)$$

sendo $f^k = f(\chi^k)$, e $\mathbf{H}(\chi^k)$, denotado por \mathbf{H}^k , a matriz Hessiana, composta pelas derivadas de segunda ordem do funcional em relação aos parâmetros de minimização. Os parâmetros de velocidade que minimizam a Equação 3.6 são obtidos fazendo a derivada desse funcional em relação aos parâmetros do modelo ser igual a zero, ou seja:

$$\frac{\partial f(\chi)}{\partial \chi} = 0, \quad (3.8)$$

dessa forma obtém-se a seguinte fórmula para o método de Newton, dada por:

$$\chi^{k+1} = \chi^k - (\mathbf{H}^k)^{-1} \mathbf{G}^k, \quad (3.9)$$

de modo que é possível escrever explicitamente a direção de busca \mathbf{p}^k , como:

$$\mathbf{p}^k = -(\mathbf{H}^k)^{-1} \mathbf{G}^k. \quad (3.10)$$

O cálculo da hessiana \mathbf{H}^k na Equação 3.9 em problemas de FWI é altamente custoso computacionalmente, o que inviabiliza o uso do método de Newton para esse tipo de problema. Entretanto, existem outros métodos de minimização que ao invés de fazer o cálculo direto da Hessiana, e principalmente invertê-la, realizam um aproximação da matriz. É o caso dos métodos Quasi-Newton.

3.3.2 Métodos Quasi-Newton

A principal diferença entre os métodos de Newton e os métodos Quasi-Newton diz respeito a Hessiana. Nos métodos Quasi-Newton aproxima-se a inversa da Hessiana por uma matriz \mathbf{B}^k , ou seja $\mathbf{B}^k = (\mathbf{H}^k)^{-1}$, de modo que o cálculo da direção de busca \mathbf{p}^k , dada pela Equação 3.10, seja calculada por um produto entre uma matriz e um vetor, o que torna o método, para problemas inversos com demasiados parâmetros, muito mais rápido computacionalmente.

BFGS

Dentre os diversos métodos Quasi-Newton existentes, o método mais popular é o BFGS (NOCEDAL e WRIGHT, 2006), que possui esse nome devido aos seus criadores Broyden, Fletcher, Goldfarb e Shanno. Nesse método, a partir de uma aproximação inicial para a inversa da Hessiana \mathbf{B}^0 , é possível calcular iterativamente o valor de \mathbf{B}^{k+1} , e consequentemente o modelo χ^{k+1} , apenas com as informações do modelo, do gradiente e da inversa da Hessiana nas interações anteriores, como pode ser visto no Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Método BFGS.

Entrada: χ^0

Saída: Aproximação para χ^*

início

Avalie f^0 e \mathbf{G}^0 ;

Inicialize \mathbf{B}^0 ;

Faça $k = 0$;

enquanto os critérios de parada não sejam satisfeitos **faça**

$\mathbf{p}^k = -\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k$

Compute o passo γ^k (*line search*);

$\chi^{k+1} = \chi^k + \gamma^k \mathbf{p}^k$;

Avalie \mathbf{G}^{k+1} ;

$\mathbf{s}^k = \chi^{k+1} - \chi^k$;

$\mathbf{y}^k = \mathbf{G}^{k+1} - \mathbf{G}^k$;

$\rho^k = 1 / (\mathbf{y}^{kT} \mathbf{s}^k)$;

$\mathbf{B}^{k+1} = (\mathbf{I} - \rho^k \mathbf{s}^k \mathbf{y}^{kT}) \mathbf{B}^k (\mathbf{I} - \rho^k \mathbf{y}^k \mathbf{s}^{kT}) + (\rho^k \mathbf{s}^k \mathbf{s}^{kT})$

$k = k + 1$

enquanto

fim

Em problemas com grande número de variáveis, como é o caso da FWI, as técnicas

de atualização do método BFGS são custosas computacionalmente, e frequentemente a matriz Hessiana é demasiadamente densa, ocupando muito espaço na memória.

L-BFGS

A alternativa mais viável para superar a dificuldade com memória é a utilização dos métodos definidos como “métodos de memória limitada”(NOCEDAL e WRIGHT, 2006). Um desses métodos é o L-BFGS, que é uma versão de memória limitada do método BFGS. Nesse método, deixa-se de armazenar as aproximações da matriz Hessiana, e armazena-se apenas os m últimos vetores \mathbf{y}^k e \mathbf{s}^k que irão compor uma aproximação recursiva para o produto $\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k$, apresentada no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Aproximação $\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k$.

Entrada: \mathbf{G}^k e \mathbf{H}_k^0

Saída: $\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k$

início

```

    Faça  $q = \mathbf{G}^k$ ;
    para  $i=k-1, \dots, k-m$  faça
        |    $\mathbf{v}^i = \rho^i \mathbf{s}_i^T q$ 
        |    $q = q - \mathbf{v}^i \mathbf{y}^i$ 
    fim para
     $r = \mathbf{H}_k^0 q$ 
    para  $i=k-1, \dots, k-m$  faça
        |    $\beta = \rho^i \mathbf{y}_i^T r$ 
        |    $r = r + \mathbf{s}_i (\mathbf{v}_i - \beta)$ 
    fim para
     $\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k = r$ 
fim

```

Pode-se notar que a grande vantagem para aproximação do $\mathbf{B}^k \mathbf{G}^k$ é que todo cálculo é basicamente realizada com $4mn$ multiplicações.

Utilizando a aproximação apresentada no Algoritmo 2, pode-se representar o método L-BFGS pelo Algoritmo 3.

Os resultados que serão apresentados nesse trabalho foram obtidos com a utilização do método L-BFGS para a minimização. Uma implementação para o método é encontrada no repositório Netlib como um arquivo do tipo *shar* com o nome *lbfgs_um*, e tem sido empregada no presente trabalho.

Algoritmo 3: Método L-BFGS.

Entrada: χ^0 e m
Saída: Aproximação para χ^*

início

Faça $k = 0$;

enquanto os critérios de parada não sejam satisfeitos **faça**

Escolha uma aproximação inicial para \mathbf{H}_k^0

Compute $\mathbf{p}^k = -\mathbf{H}^k \mathbf{G}^k$ com o Algoritmo 2

Compute o passo γ^k (*line search*);

$\chi^{k+1} = \chi^k + \gamma^k \mathbf{p}^k$;

se $k > m$ **então**

| Descartar os vetores \mathbf{s}_{k-m} e \mathbf{y}_{k-m}

fim se

$\mathbf{s}^k = \chi^{k+1} - \chi^k$;

$\mathbf{y}^k = \mathbf{G}^{k+1} - \mathbf{G}^k$;

$k = k + 1$

fim enquanto

fim

3.4 Cálculo das derivadas

No presente trabalho, o gradiente do funcional é calculado por meio do método adjunto apresentado em VIRIEUX e OPERTO (2009), efetuando a derivada do funcional de norma 2 em relação às variáveis χ . A partir desse cálculo obtemos a seguinte equação:

$$\mathbf{G}(\chi) = \frac{\partial f}{\partial \chi} = -\Re[\mathbf{J}^\dagger \mathbf{F}] = -\Re\left[\left(\frac{\partial \mathbf{U}_s(\chi)}{\partial \chi}\right)^\dagger (\mathbf{U}_o - \mathbf{U}_s(\chi))\right], \quad (3.11)$$

onde o símbolo \Re denota a parte real do número complexo e \dagger o operador adjunto (transposto conjugado).

Derivando-se a Equação 2.16 em relação à variável χ_l obtém-se:

$$\mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \chi_l} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \chi_l} \mathbf{p}. \quad (3.12)$$

Na Equação 3.11, ao expandir o vetor resíduo \mathbf{F} , para todo o domínio computacional completando o vetor resíduo com zeros nos \mathbf{p}_s onde não há medidas, é possível substituir $\partial \mathbf{U}_s(\chi)/\partial \chi$ por $\partial \mathbf{p}/\partial \chi$ sem alteração do resultado. Introduzindo as derivadas $\partial \mathbf{p}/\partial \chi_l$ na Equação 3.11, tem-se:

$$G_l(\chi) = \frac{\partial f}{\partial \chi_l} = \Re \left[\mathbf{p}^T \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \chi_l} \right)^T (\mathbf{B}^{-1})^T (\mathcal{P} \mathbf{F}^*) \right], \quad (3.13)$$

onde $*$ indica o conjugado do número complexo, T o transposto e \mathcal{P} é um operador que expande o vetor resíduo \mathbf{F} , para todo o domínio computacional completando-o com zeros, de forma que $\mathcal{P}\mathbf{F}$ tenha dimensão compatível com \mathbf{B}^{-1^T} . Além disso, \mathbf{B}^{-1} é simétrica, e consequentemente pode-se substituir \mathbf{B}^{-1^T} por \mathbf{B}^{-1} . Assim:

$$G_l(\chi) = \frac{\partial f}{\partial \chi_l} = \Re \left[\mathbf{p}^T \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \chi_l} \right)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathcal{P} \mathbf{F}^*) \right]. \quad (3.14)$$

Observando a Equação 3.14 nota-se que a parte custosa do cálculo do gradiente recai apenas na solução de um único sistema linear, $\mathbf{B}^{-1} (\mathcal{P} \mathbf{F}^*)$, cuja solução é utilizada posteriormente em produtos matriz vetor para o cálculo da derivada de f em relação a cada variável χ_l . Nota-se ainda que a matriz \mathbf{B} já está fatorada no momento do cálculo do gradiente, uma vez que já foi utilizado um método direto na solução da Equação 2.16.

3.5 Regularização

Como já discutido anteriormente, o problema de inversão por FWI possui uma função objetivo com muitos mínimos locais, o que torna a busca pela solução um processo praticamente impossível de ser realizada sem a utilização de alguma técnica para reduzir as instabilidades do problema. Uma das principais ferramentas utilizadas em problemas inversos, no intuito de reduzir essas instabilidades, é a regularização. Nesse procedimento, restringe-se a classe de soluções do problema impondo informações *a priori* do problema físico. Na prática, a regularização é um ajuste de curva estratégico da função objetivo, de modo a ter uma curva com menos mínimos locais, e assim com solução mais estável (ASTER *et al.*, 2005).

3.5.1 Regularização de Tikhonov

O russo Andrey Tikhonov, na década de 40, foi quem deu início aos estudos sobre problemas mal postos e o emprego de restrições para estabilização de problemas inversos (TIKHONOV, 1943). É dele uma das técnicas mais utilizadas no mundo para resolução de problemas inversos discretos mal postos, conhecida como regularização do tipo Tikhonov (ASTER *et al.*, 2005). Essa técnica consiste em alterar o funcional do problema, de modo a acrescentar uma parcela que depende do modelo. Dessa forma, por exemplo, o Funcional 3.3 pode ser reescrito como:

$$f(\chi) = \|\mathbf{F}(\chi)\|_2^2 + \alpha^2 \|\mathbf{L}\chi\|_2^2, \quad (3.15)$$

onde o vetor de parâmetros $\chi \in \mathbb{R}^n$, α é o parâmetro de regularização e \mathbf{L} é a matriz de suavização que define a ordem da regularização.

Na regularização de Tikhonov de ordem zero, onde \mathbf{L} é a matriz identidade, na prática o processo busca minimizar a norma dos parâmetros a serem invertidos. Já na regularização de ordem 1, assume-se \mathbf{L} de modo que $\mathbf{L}\chi$ seja uma aproximação por diferenças finitas da derivada primeira do modelo. Da mesma forma, para se obter a regularização de ordem 2, basta assumir $\mathbf{L}\chi$ como sendo a aproximação da derivada segunda do modelo (DE ALMEIDA, 2013).

No contexto de imageamento por FWI, no qual esse trabalho está inserido, embora a utilização da norma 2 seja mais comum, o emprego da norma 1 induz a processos de soluções mais robustos, uma vez que sua utilização amplia a sensibilidade do processo de solução em relação ao ruído presente nos dados (BROSSIER *et al.*, 2010; PETERS, 2014). Existem ainda formulações mais robustas que utilizam as vantagens das normas 1 e 2 em métodos híbridos, de modo que o funcional é regularizado com a norma 1 enquanto o resíduo ainda é muito grande no processo, e com a norma 2 quando os resíduos são menores (GUITTON e SYMES, 2003; HA *et al.*, 2009).

3.5.2 Total Variation Regularization (TV)

Um outro tipo de regularização bastante conhecido na literatura, e que será utilizada na presente tese para efeitos de comparação com a metodologia proposta, é a *Total Variation Regularization* (TV). ASTER *et al.* (2005) destacam que em problemas nos quais existem grandes descontinuidades nos valores das propriedades do modelo, como é o caso de um modelo de camadas geológicas, a TV consegue recuperar melhor os parâmetros, dessas regiões de descontinuidade, do que as regularizações do tipo Tikhonov.

RUDIN *et al.* (1992) ressaltam que a TV pode ser descrita como:

$$f(\chi) = \|\mathbf{F}(\chi)\|_2^2 + \alpha \|\chi\|_{TV}, \quad (3.16)$$

onde a norma correspondente a regularização é definida por:

$$\|\chi\|_{TV} = \sum_{i=1}^{Nx} \sum_{j=1}^{Nz} \sqrt{|(\nabla_x \chi)_{i,j}|^2 + |(\nabla_z \chi)_{i,j}|^2 + \epsilon}, \quad (3.17)$$

em que $(\nabla_x \chi)_{i,j} = \chi_{i+1,j} - \chi_{i,j}$, $(\nabla_z \chi)_{i,j} = \chi_{i,j+1} - \chi_{i,j}$ e ϵ é uma constante adicionada para garantir que $\|\chi\|_{TV}$ seja diferenciável.

O gradiente do funcional correspondente à Equação 3.16 pode ser definido como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}(\chi) + \alpha \mathbf{G}^{TV}(\chi), \quad (3.18)$$

em que $\mathbf{G}(\chi)$ corresponde ao cálculo do gradiente sem a regularização, apresentada no Capítulo 3.4. Já o termo correspondente a derivada do termo de regularização em relação ao modelo, é apresentado de maneira detalhada por ALEMIE (2017), e é dado por:

$$\mathbf{G}^{TV}(\chi) = (\nabla_x^T \mathbf{Q} \nabla_x + \nabla_z^T \mathbf{Q} \nabla_z) \chi, \quad (3.19)$$

onde \mathbf{Q} é uma matriz diagonal dada por:

$$\mathbf{Q}_{i,i} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{Nx} \sum_{j=1}^{Nz} \sqrt{|(\nabla_x \chi)_{i,j}|^2 + |(\nabla_z \chi)_{i,j}|^2 + \epsilon}}. \quad (3.20)$$

É importante ressaltar que a escolha adequada do parâmetro α na Equação 3.16, assim como possíveis estratégias de utilização de esquemas adaptativos, que atualizem o parâmetro ao longo do processo de inversão, são etapas muito pertinentes para a estabilização do problema inverso. Se for atribuído um valor muito alto para α , o problema inverso tende a se tornar bem posto, ou seja, com solução única e estável. Porém, o uso de tal estratégia pode atrapalhar o ajuste entre os dados observados e os dados calculados, ou seja, obtém-se uma solução menos relacionada com o problema original. Por outro lado, se o α for assumido muito pequeno, haverá pouca influência da regularização no problema original, de modo que o problema continuará mal posto.

Capítulo 4

O Índice de Incoerência Geológica (IIG)

Processos geológicos de deposição, soterramento e compactação, em ambientes sedimentares, podem promover desde o adensamento de sedimentos até compactação mineralógica e diagênese, ou seja, acontece o aumento médio da densidade do "material geológico"(rocha sedimentar) em função da profundidade. Uma vez que a velocidade de propagação de ondas em um meio poroso é proporcional à densidade (GARDNER *et al.*, 1974), pode-se afirmar que a velocidade aumenta com a profundidade em uma camada geológica (SANTOS, 2012).

SHERIFF (2002) define como camada uma região na qual as propriedades diferem do que está acima e do que está abaixo, e além disso, o autor ressalta que em ambientes sedimentares a inclinação dessas camadas tendem a ser horizontais ou sub-horizontais, mas que devido a eventos geológicos de grande magnitude, a geometria da estrutura geológica pode ter sido alterada, de modo a conter fendas, falhas ou dobras, por exemplo.

Levando em consideração as afirmações supracitadas, de que o acamamento sedimentar tende a ser horizontal e que a velocidade aumenta com a profundidade, conclui-se que o gradiente de velocidade tende a ser paralelo ao vetor de aceleração da gravidade. Dessa forma, espera-se que, em um modelo geológico que não possua grandes alterações na sua geometria, o vetor gradiente de velocidade seja paralelo ao vetor normal à base ou topo da camada. Essa afirmação embasa o que SANTOS (2012) define como coerência geológica.

SANTOS (2012), em sua tese, propõe o IIG com o objetivo de quantificar a consistência entre as interfaces das camadas e o gradiente de velocidade, e assim ter uma

ferramenta a mais na análise dos seus resultados obtidos com a inversão tomográfica.

Para definir o IIG é necessário considerar o vetor gradiente de velocidade, definido por:

$$\nabla v = \left(\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad (4.1)$$

e que o ângulo θ_v que o vetor gradiente faz com a horizontal(eixo x) é dado por:

$$\theta_v = \arctan \left(\frac{\frac{\partial v}{\partial z}}{\frac{\partial v}{\partial x}} \right), \quad (4.2)$$

de modo que se calculado em todos os pontos do modelo, obtém-se um campo θ_v . Além disso, é necessário o cálculo do ângulo θ_s que o vetor normal faz com a horizontal, em todos pontos da interface de topo ou de base das camadas presentes no modelo. Uma vez calculado esse ângulo, o seu valor é extrapolado para todos os pontos da camada correspondente¹. Dessa forma ao final do processo dos cálculos dos ângulos e da extração deles para todas as camadas do modelo, e das conclusões discutidas mais acima sobre o vetor gradiente de velocidade ser paralelo ao vetor normal à base ou topo da camada, é esperado que o campo θ_s seja muito parecido com o campo θ_v .

A partir dessas premissas, SANTOS (2012) define o IIG como sendo:

$$IIG = \frac{\sum_{i=1}^n \text{abs}(\theta_{v_i} - \theta_{s_i})}{n}, \quad (4.3)$$

onde n é o número de parâmetros do modelo.

Considerando que os ângulos θ_v e θ_s variam entre 0 e 180° , obtemos da Equação 4.3 que o IIG varia entre 0 e 90° , de modo que a menor incoerência do modelo ocorre quando θ_{v_i} e θ_{s_i} são paralelos em todo o modelo, ou seja, IIG tem seu valor igual a zero. Dessa forma, espera-se que em modelos que possuam uma grande coerência geológica, o IIG seja um número próximo de zero.

Os experimentos apresentados na Figura 4.1 apresentam a comparação entre os casos

¹Se utilizada a base da camada como cálculo do vetor normal, extrapola-se o valor de θ_s para todos pontos acima do ponto no qual o vetor normal foi calculado. No caso em que for utilizado o topo da camada como cálculo do vetor normal, extrapola-se o valor de θ_s para todos pontos abaixo do ponto no qual o vetor normal foi calculado. No presente trabalho utiliza-se a base da camada como cálculo.

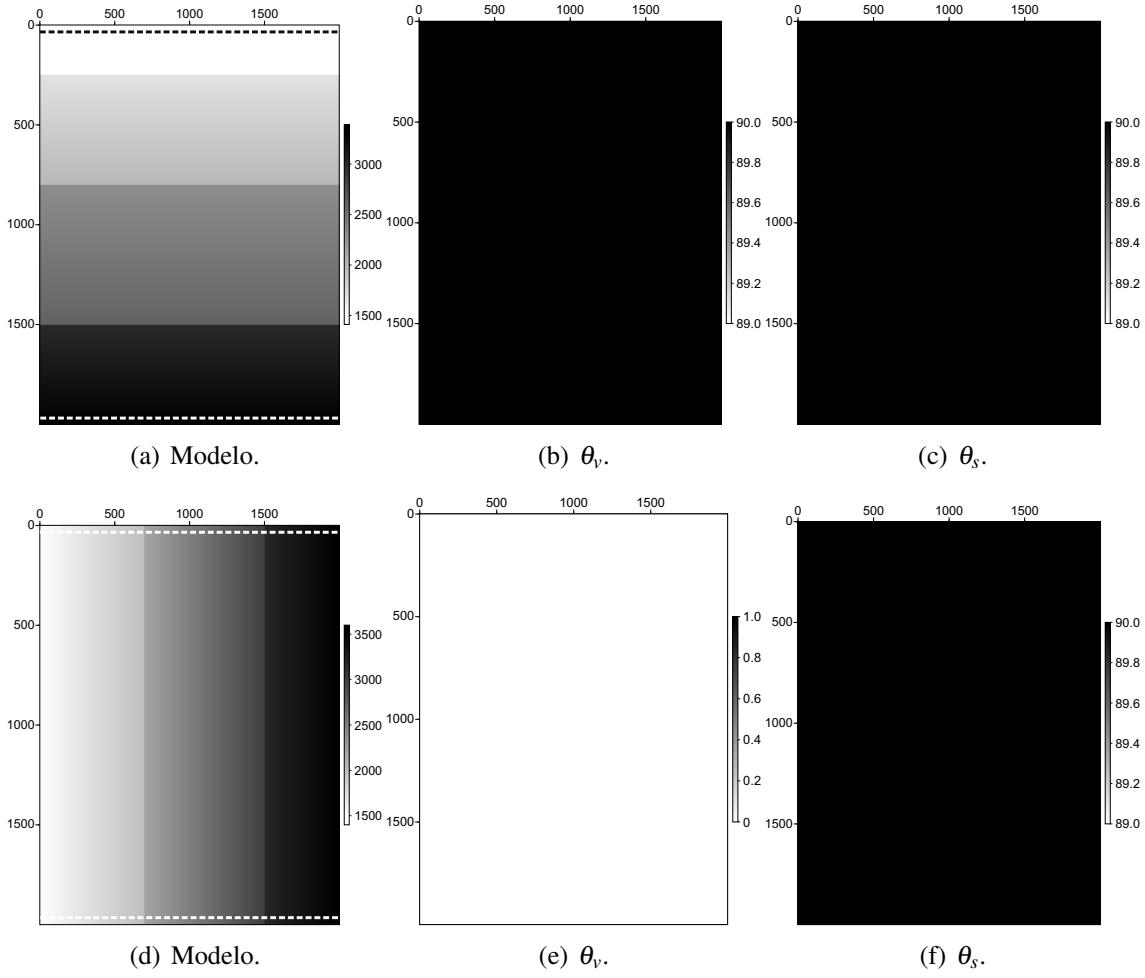


Figura 4.1: Cálculo dos θ_v e θ_s para camada limitada no topo e na base por superfícies horizontais (linhas tracejadas no topo e na base) com velocidades variando verticalmente e horizontalmente, respectivamente.

de maior e menor, respectivamente, coerência geológica entre as interfaces do modelo e o gradiente de velocidade. Como pode ser observado nas Figuras 4.1(b) e 4.1(c), para o modelo que possui camadas planas e que a velocidade varia verticalmente, nota-se que θ_v e θ_s são iguais a 90° em todo modelo. Consequentemente, o IIG, calculado com a Equação 4.3, é 0° . Por outro lado, observa-se que, para o modelo da Figura 4.1(d) em que o gradiente de velocidade é horizontal, ou seja, $\theta_v = 0$ para todo modelo, como pode ser visto na Figura 4.1(e), o IIG é 90° .

4.1 Automatização da Detecção de Interfaces

Uma questão que deve ser ressaltada sobre o cálculo do IIG diz respeito às interfaces das camadas do modelo. O objetivo de SANTOS (2012) em seu trabalho, era utilizar o IIG no processo de análise do resultado obtido com a inversão tomográfica. Dessa forma a detecção das interfaces do modelo, assim como o cálculo do IIG é realizado apenas no modelo resultante do processo de inversão.

Como o objetivo do presente trabalho foi incorporar o IIG na regularização do problema inverso, e como a inversão é um processo iterativo que faz com que em cada iteração a disposição das camadas seja diferente, se comparadas à do passo anterior, foi necessário a formulação de uma técnica computacional capaz de automatizar a detecção das interfaces. Uma descrição ilustrativa do algoritmo é apresentada na Figura 4.2.

A metodologia proposta para a identificação consiste em avaliar o valor da componente vertical $\frac{\partial v}{\partial z}$ do gradiente de velocidades, uma vez que a interface da camada fica localizada nas regiões em que existe uma mudança abrupta das propriedades (DI BAR-TOLO, 2010). Na prática, no presente trabalho define-se como candidatos a pontos na interface da camada todo ponto pertencente ao modelo em que:

$$\frac{\partial v}{\partial z} \geq \delta, \quad (4.4)$$

onde δ é a média aritmética das 5 maiores variações de velocidade do modelo obtidas durante o processo de cálculo dos θ_v .

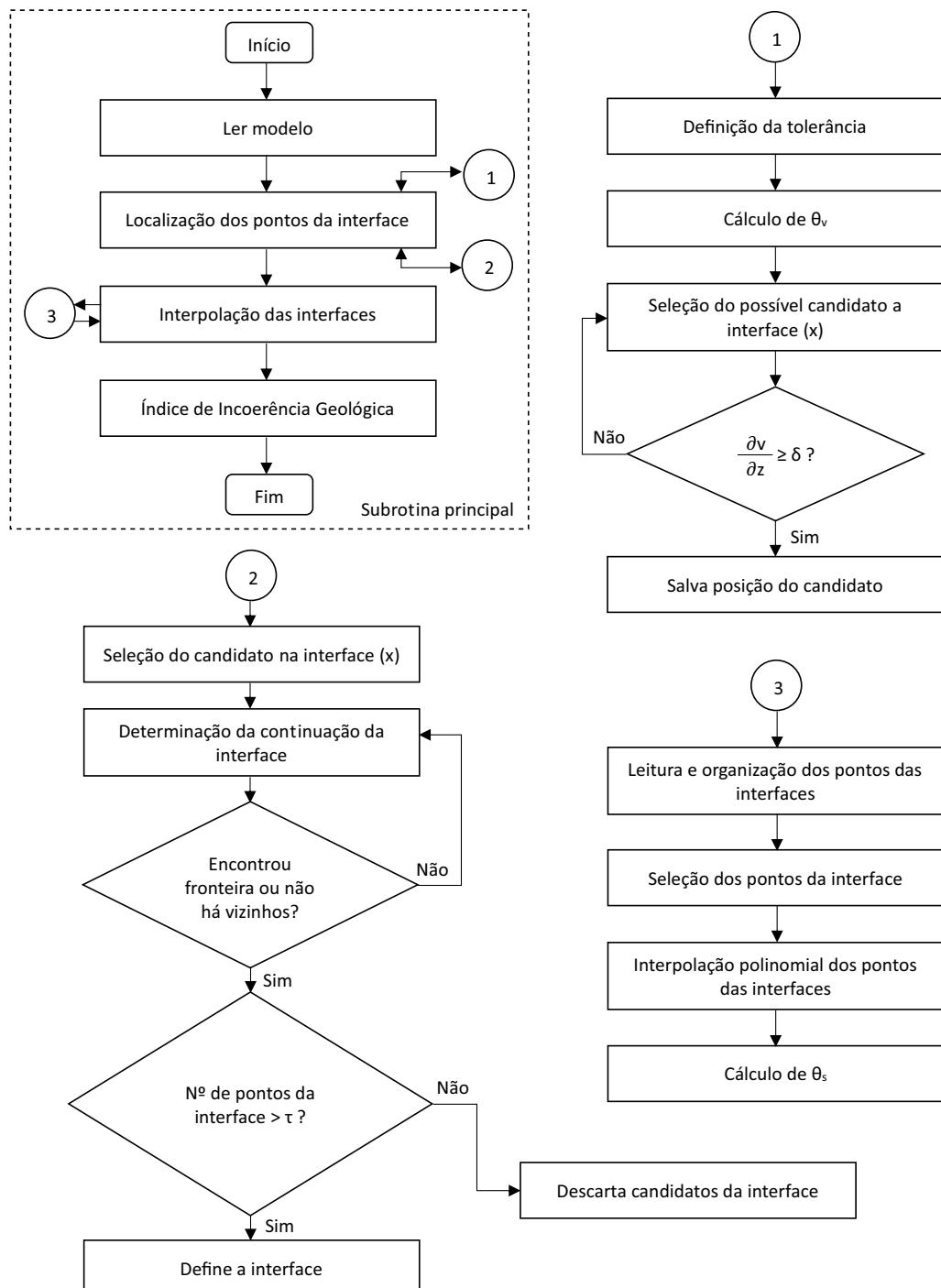


Figura 4.2: Fluxograma do processo de cálculo do IIG.

De posse de todos os pontos candidatos a interface, foi necessária a utilização de uma estratégia para ratificar se os pontos pertenciam efetivamente a alguma interface, ou se eram apenas uma anomalia local, não constituindo assim uma interface. Para isso foi desenvolvida uma sub-rotina recursiva que busca na vizinhança de cada um desses pontos candidatos a interface, outros também postulantes. Em caso de sucesso da busca, o algoritmo busca recursivamente um ponto candidato na redondeza desse novo ponto, dando continuidade ao procedimento. Uma vez que não seja encontrado nenhum novo ponto na vizinhança, o algoritmo retorna com o número de pontos consecutivos encontrados, e verifica se essa quantidade é maior do que o parâmetro τ^2 . Se a quantidade de pontos for maior, a sub-rotina classifica tais pontos como interface, e armazena suas respectivas posições, caso contrário, o algoritmo desconsidera esses pontos e segue buscando novas interfaces nos pontos restantes do modelo.

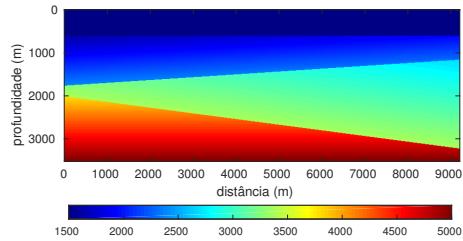
Ao fim do processo, a sub-rotina retorna uma matriz com todas interfaces classificadas, e com suas respectivas posições, como mostram as Figuras 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6. De posse de todas interfaces do modelo, o algoritmo realiza a interpolação polinomial dos pontos das interfaces para o cálculo do campo θ_s , e posteriormente finaliza seu *workflow* calculando o IIG.

A partir da utilização dessa metodologia o cálculo do IIG se torna automatizado e independente do usuário da inversão, e portanto factível de ser incorporado no processo de regularização.

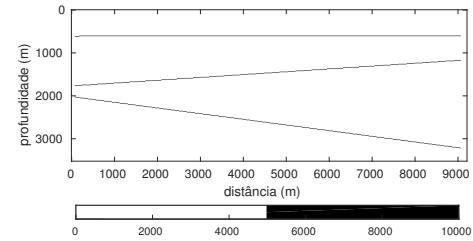
4.1.1 Regularização com IIG

No Capítulo 3.5 foi apresentado um resumo sobre as principais técnicas de regularização aplicadas à área de geofísica. Como pôde ser visto, a regularização é uma técnica que altera a função objetivo de forma estratégica, em busca de soluções mais estáveis no processo de inversão.

² Não foi encontrado na literatura uma definição detalhada a respeito da definição precisa da quantidade necessária de pontos para constituir uma interface. No presente trabalho, utilizou-se como 5 a quantidade mínima de pontos consecutivos para a classificação das interfaces, pois eram necessários, no mínimo, essa quantidades de pontos por interface para a interpolação polinomial utilizada no cálculo do campo θ_s , como será discutido mais a frente.

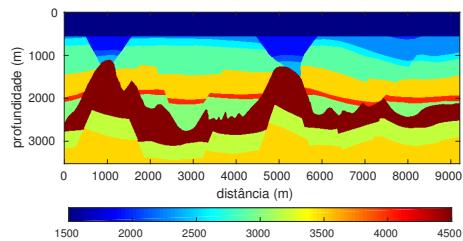


(a) Modelo.

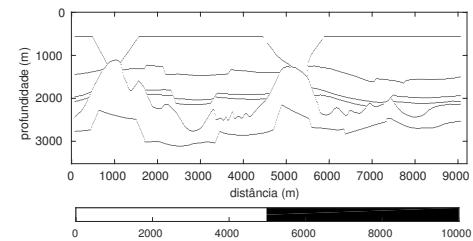


(b) Interfaces.

Figura 4.3: Modelo PH e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.

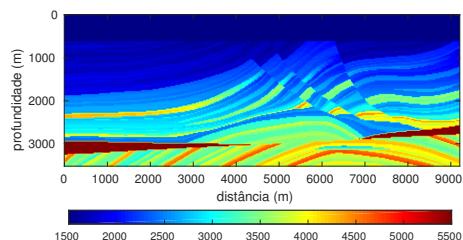


(a) Modelo.

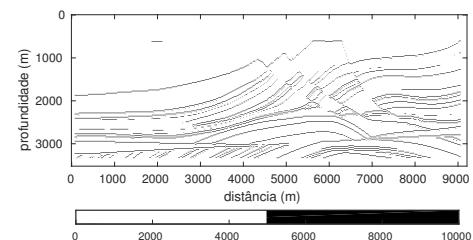


(b) Interfaces.

Figura 4.4: Modelo Amoco e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.

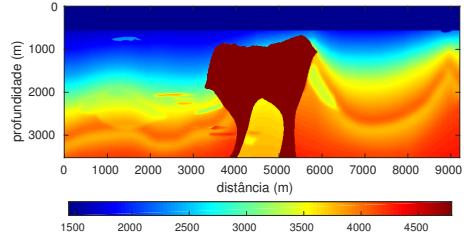


(a) Modelo.

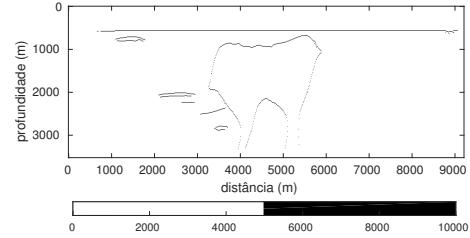


(b) Interfaces.

Figura 4.5: Modelo Marmousi e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.



(a) Modelo.



(b) Interfaces.

Figura 4.6: Modelo BP 2004 e os resultados obtidos com a detecção de interfaces.

Levando em consideração as observações feitas por SANTOS (2012) à respeito dos processos geológicos de deposição em ambientes sedimentares, e os comportamentos esperados para as variações de velocidades de propagação de ondas em subsuperfície, definidas pelo autor como coerência geológica e que foram discutidas mais detalhadamente no Capítulo 4, propõe-se na presente tese o emprego do IIG no processo de regularização. O uso dessa metodologia busca englobar essas características geológicas, que no FWI convencional são negligenciadas, de modo a tornar o problema menos mal posto.

A proposta para a utilização do IIG na regularização é incorporá-lo no funcional, da seguinte forma:

$$f(\chi) = \|\mathbf{F}(\chi)\|_2^2 + \alpha \mathbf{IIG}, \quad (4.5)$$

em que α é o parâmetro de regularização, e o **IIG** foi apresentado anteriormente e é dado por:

$$\mathbf{IIG} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{abs}(\theta_{v_i} - \theta_{s_i}). \quad (4.6)$$

O gradiente do funcional correspondente a Equação 4.5 pode ser definido como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}(\chi) + \alpha \mathbf{G}^{IIG}(\chi), \quad (4.7)$$

em que $\mathbf{G}(\chi)$ corresponde ao cálculo do gradiente sem a regularização, apresentada no Capítulo 3.4. Já o termo correspondente a derivada do termo de regularização em relação

ao modelo é dado por:

$$\mathbf{G}^{IIG}(\chi) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \theta_{v_i}}{\partial \chi} - \frac{\partial \theta_{s_i}}{\partial \chi} \right). \quad (4.8)$$

Como θ_{s_i} depende apenas das interfaces do modelo, tem-se $\frac{\partial \theta_{s_i}}{\partial \chi} = 0$, e consequentemente:

$$\mathbf{G}^{IIG}(\chi) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \theta_{v_i}}{\partial \chi} \right). \quad (4.9)$$

Explicitando o termo θ_{v_i} , apresentado na Equação 4.2, na derivada da Equação 4.9, obtém-se:

$$\frac{\partial \theta_{v_i}}{\partial \chi} = \frac{\partial}{\partial \chi} \left[\arctan \left(\frac{\frac{\partial v}{\partial z}}{\frac{\partial v}{\partial x}} \right) \right] \quad (4.10)$$

$$= \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{\partial v}{\partial z}}{\frac{\partial v}{\partial x}} \right)^2} \right] \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^{-1} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^{-2} \frac{\partial}{\partial \chi} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \right]. \quad (4.11)$$

Porém, devido ao acamamento sedimentar, nota-se que $\frac{\partial v}{\partial z} \gg \frac{\partial v}{\partial x}$, e portanto:

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{\partial v}{\partial z}}{\frac{\partial v}{\partial x}} \right)^2} \approx 0, \quad (4.12)$$

para todos parâmetros do modelo, e consequentemente, $\mathbf{G}^{IIG}(\chi) = 0$. Dessa forma, o cálculo do gradiente do funcional referente a regularização IIG continua sendo o mesmo do apresentado no Capítulo 3.4 para o funcional sem regularização.

Devido ao fato de no presente trabalho ser utilizado uma abordagem multi-escala sequencial na solução do problema inverso, o valor da função objetivo possui variações muito grandes durante a inversão. Essa característica torna inviável a utilização de um α fixo para todas as iterações da inversão, pois α pode estar ponderando muito a parcela de regularização do funcional e assim o ajuste entre os dados observados e os dados calculados pode ser dificultado. Por outro lado, α pode estar ponderando pouco a parcela de regularização do funcional, e consequentemente tendo pouca influência no problema original, de modo que o problema acaba sendo resolvido como uma FWI tradicional naquela iteração.

De modo a contornar o problema da escolha adequada do parâmetro α , propõe-se uma estratégia de redução sequencial do valor do parâmetro em caso de fracasso na busca da minimização da função objetivo, como mostra o diagrama da Figura 4.7. Sempre que ocorrerem 5 aumentos consecutivos da função objetivo em uma iteração, o novo valor de α passa a ser o anterior vezes 0.1, e o algoritmo segue a busca pela minimização do resíduo.

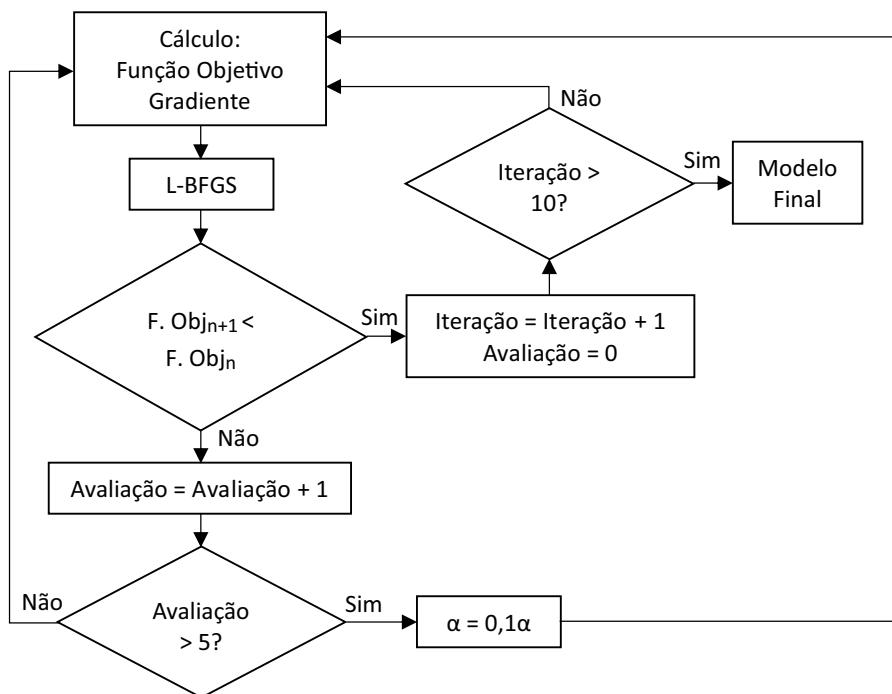


Figura 4.7: Fluxograma do processo de redução do α na regularização IIG.

Capítulo 5

Experimentos Computacionais e Discussões

Neste capítulo serão apresentados os resultados dos experimentos numéricos realizados.

Como o objetivo do presente trabalho é validar a metodologia do uso do IIG na regularização do problema inverso, além dos resultados alcançados com essa regularização também serão exibidos, para fins comparativos, os resultados das inversões obtidos com a metodologia clássica do FWI, sem regularização, e também os resultados obtidos com a *Total Variation Regularization*. Para demonstrar o desempenho da metodologia proposta, quatro modelos de velocidade com diferentes graus de complexidade são utilizados nos experimentos: O modelo PH, o modelo Amoco adaptado, o modelo Marmousi adaptado e o Modelo BP 2004 adaptado.

Todos os modelos são discretizados com uma malha regular de diferenças finitas com espaçamento de 12 m entre cada um dos nós e possuem 767×293 nós.

Os dados utilizados nas inversões foram gerados sinteticamente utilizando 188 fontes pontuais espaçadas uniformemente a uma distância de 48 m entre cada uma delas. Além disso, foram utilizados 382 receptores espaçados uniformemente a uma distância de 24 m entre si. A fonte sísmica utilizada foi a wavelet de Ricker, apresentada na Equação 2.5, com 8 Hz de frequência de pico. A tabela 5.1 apresenta o restante dos parâmetros utilizados para a modelagem.

Tabela 5.1: Parâmetros utilizados na modelagem dos dados sintéticos.

Parâmetros	Valor
Lpml	84
Cpml	-500
Frequência de pico da fonte	8 Hz
Tempo de dispara da fonte	0.06 s
Tempo total de registro	10 s
Intervalo de amostragem temporal	0.002 s
Densidade	1000 kg/m^3

Além dos experimentos realizados com os dados sintéticos detalhados acima, também serão apresentados experimentos em que foram inseridos numericamente até 30% de ruídos gaussianos nos sismogramas utilizados como "dados observados".

Nos experimentos que serão apresentados a seguir, assumiu-se o conhecimento prévio da camada de água, e consequentemente essa região, que consiste dos 767×50 primeiros nós da malha, não foi atualizada no processo de inversão. Além disso, foi assumido que o número de incógnitas do problema inverso é igual ao número de nós da malha de diferenças finitas, contabilizando 186381 parâmetros a serem estimados em cada inversão.

Como já discutido anteriormente, todas as inversões realizadas nesta tese foram realizadas com o emprego da técnica Multi-Escala, como apresentado na seção 3.1. Para a inversão foram utilizadas as frequências 6 Hz, 8 Hz, 10 Hz, 12 Hz e 14 Hz, e o critério de parada do processo iterativo para cada frequência foi o número máximo de 10 iterações por frequência ou 10 avaliações consecutivas sem redução da função objetivo na mesma iteração¹.

Para os experimentos com utilização da regularização IIG, o parâmetro inicial $\alpha = 1000$ foi escolhido empiricamente a partir da análise de sensibilidade dos resultados em relação a variações do valor deste parâmetro.

Os modelos iniciais que serão utilizados na resolução do problema inverso são suavizações dos modelos exatos. Embora suavizados, os modelos mantêm as feições em escala mais ampla do modelo original, uma vez que resultados satisfatórios com a FWI apenas são possíveis com o modelo inicial próximo ao modelo real. Na prática, os modelos ini-

¹O critério de 10 aumentos consecutivos não é aplicado para os resultados para a inversão com o uso do IIG, como foi apresentado no fluxograma 4.7

ciais são obtidos por outras técnicas de imageamento que não possuem tanta precisão quanto o FWI, como é o caso da tomografia por exemplo.

Na próxima seção será apresentada a comparação entre os resultados obtidos. Uma das comparações que será exibida é a da variação do erro médio de cada modelo em relação ao modelo exato, ao longo das avaliações da função objetivo. Define-se erro médio como:

$$E = \frac{1}{n_x n_z} \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_z} |v_{i,j} - \bar{v}_{i,j}|, \quad (5.1)$$

onde $v_{i,j}$ e $\bar{v}_{i,j}$ são os valores da velocidade no nó (i, j) nos modelos recuperado e exato, respectivamente, e n_x e n_z são o número de pontos do modelo nas direções horizontais e verticais, respectivamente.

Também são apresentadas na próxima seção figuras com resultados comparativos do que aqui definimos como erro médio dos perfis. Nestas figuras são apresentadas as diferenças entre as velocidades do modelo recuperado e do modelo exato para cada um dos 767 perfis verticais do modelo. O uso desta metodologia de comparação propicia uma análise mais detalhada da distribuição espacial dos erros no modelo de velocidades.

5.1 Parâmetro de Regularização da TV

Como já detalhado anteriormente, na discussão dos resultados serão apresentadas simulações obtidas através do uso da Total Variation Regularization. Contudo, para o uso dessa metodologia foi necessária uma análise para a escolha adequada do parâmetro de regularização α da TV. Para isso, foram feitas inversões do modelo PH com o uso de diferentes valores para α , apresentado na Figura 5.1. Como pode ser visto, os resultados com menor erro foram obtidos com $\alpha = 0,5$. Dessa forma, assumiu-se como 0,5 o parâmetro ótimo para a regularização TV, e todos os resultados com o uso dessa regularização apresentados nesta tese utilizarão esse valor para o parâmetro.

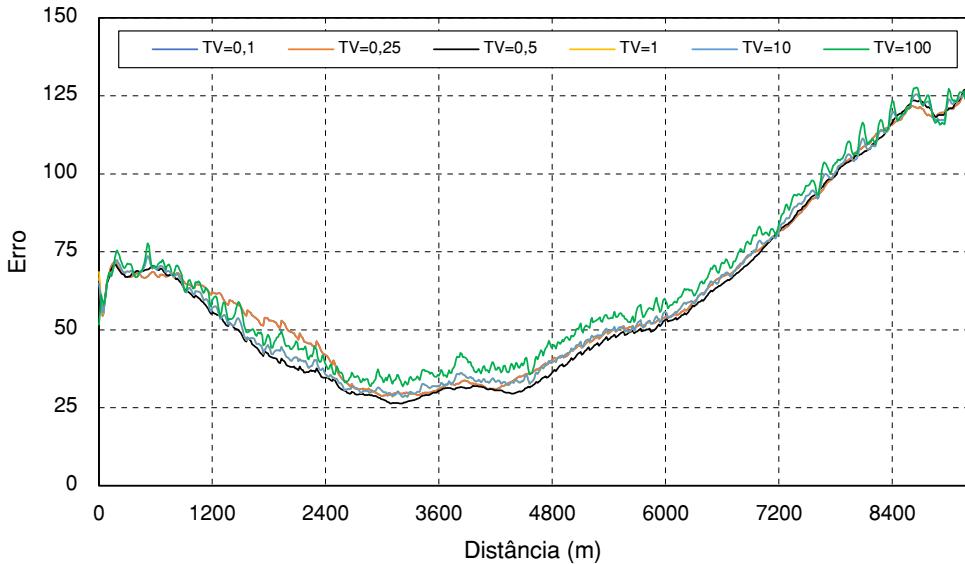


Figura 5.1: Erro médio dos perfis verticais para diferentes escolhas do α na Total Variation Regularization.

5.2 Modelo PH

O modelo de velocidades PH, Figura 5.2(a), é um modelo sintético de camadas inclinadas que foi construído, pelo autor da presente tese, para ter $IIG = 0$, ou seja, ter forte coerência geológica. Ainda que seja quase impossível encontrar uma região que possua uma geologia com tal perfeição, utilizamos este exemplo pois, em teoria, seria o melhor tipo de modelo para aplicação da regularização proposta nesta tese.

5.2.1 Resultados sem Ruído

A Figura 5.2(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG, obtidos a partir do modelo inicial apresentado na Figura 5.2 (b).

Como pode ser observado nas Figuras 5.3(a) e 5.4, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram um erro menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV. É importante ressaltar que as regiões em que a regularização IIG foi mais precisa foram nas regiões mais afastadas do centro do modelo, e que possuem pouca iluminação. A justificativa para esse resultado é que como o modelo exato satisfaz

o IIG e este foi incorporado à função objetivo, então mesmo nas regiões onde não se tem dados sísmicos, a função objetivo tem a informação sobre o modelo exato.

As figuras 5.3(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível reafirmar que os resultados com a regularização IIG (curva verde) se aproximam melhor da solução exata (curva preta).

A Figura 5.4 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. Deve-se notar que o número total de avaliações é diferente do número total de iterações, pois a cada iteração do L-BFGS é realizada uma busca ao longo da direção calculada (*line search*), e em caso de fracasso na minimização da função objetivo, uma nova avaliação dentro da mesma iteração será realizada. Além disso observa-se que nos resultados com regularização IIG foram necessários um número maior de avaliações da função objetivo, se comparados com as demais metodologias. Pode-se interpretar que o IIG força a redução do tamanho do passo, necessitando mais avaliações dentro da mesma iteração.

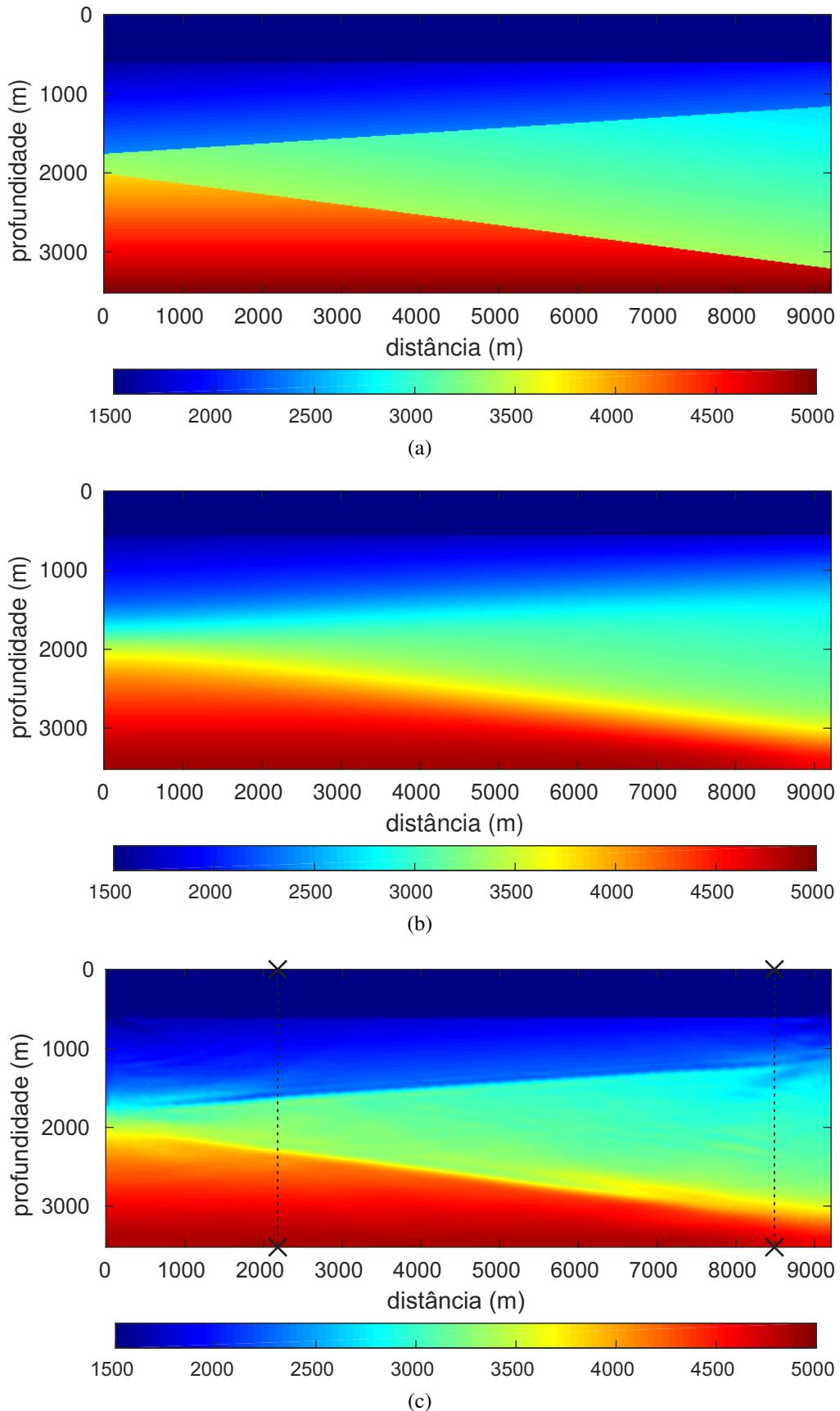
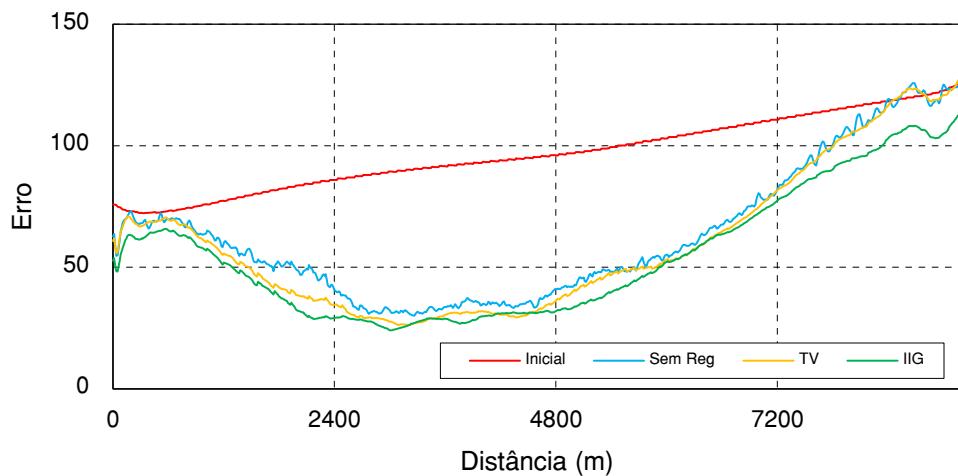
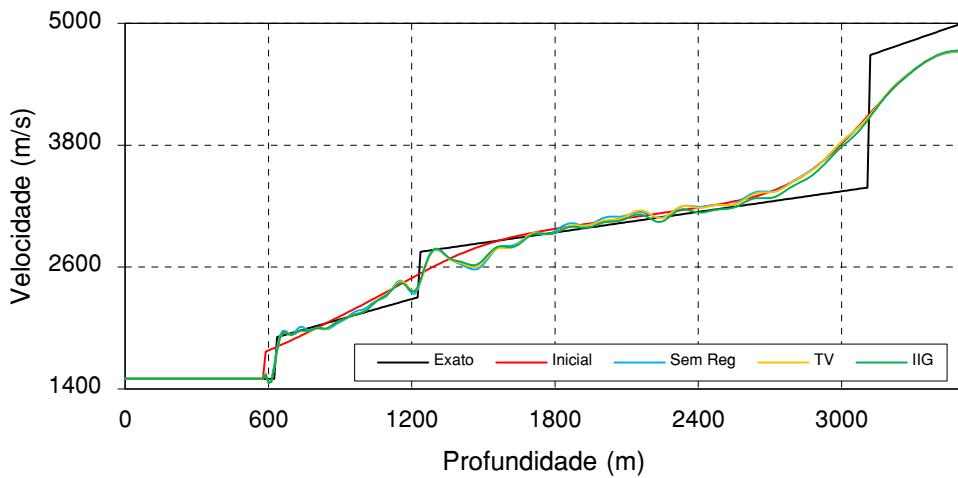


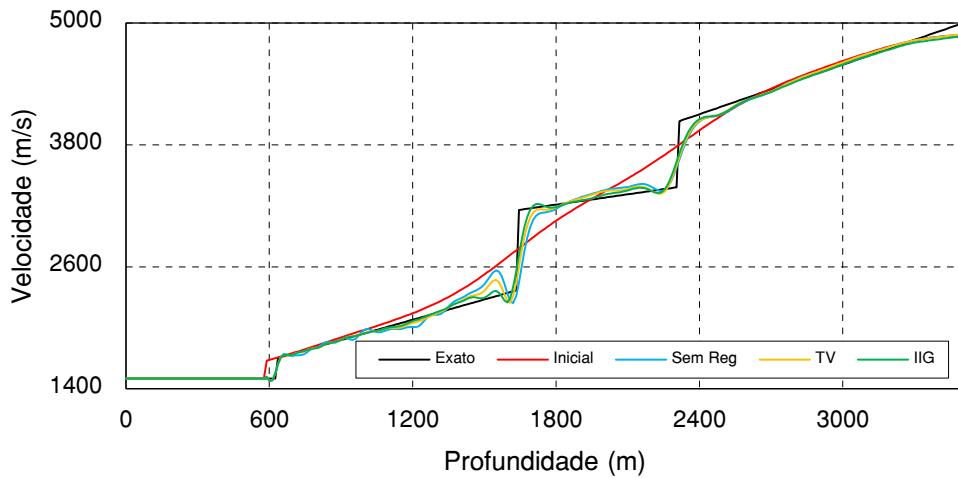
Figura 5.2: Modelo de velocidades PH exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.3: Modelo PH sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 2160$ m.

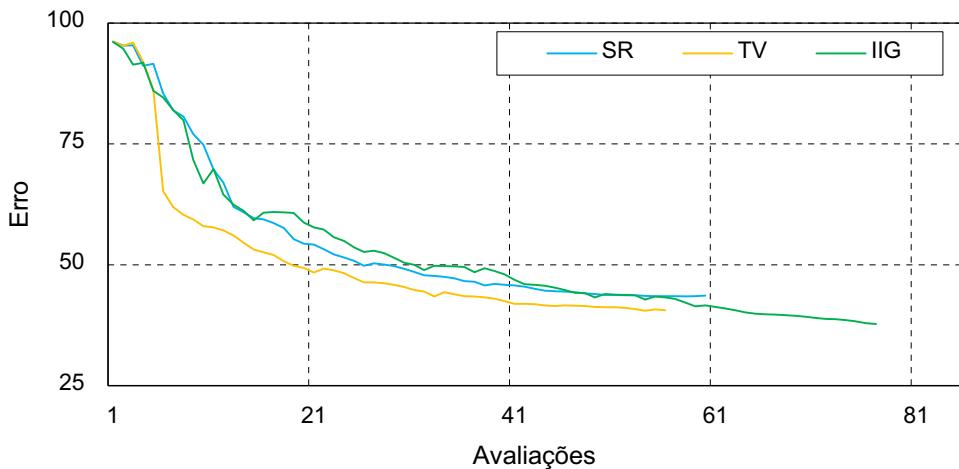


Figura 5.4: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo PH.

5.2.2 Resultados com Ruído

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a inclusão de até 30% de ruído gaussiano nos "dados observados" para o modelo PH.

A Figura 5.5(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG. Nesta figura é possível notar a presença de granulações na imagem oriundas do ajuste dos dados ruidosos durante a inversão.

Como pode ser observado nas Figuras 5.6(a) e 5.7, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram um erro menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV. As Figuras 5.6(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível reafirmar que os resultados com a regularização IIG (curva verde) se aproximam melhor da solução exata (curva preta).

A Figura 5.7 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. É importante notar que as 3 curvas nas últimas avaliações do problema inverso estão levemente ascendentes. Tal comportamento é característico no uso da FWI em dados ruidosos, em que o algoritmo busca o ajuste entre os dados calculados com a inversão e os dados ruidosos utilizados como dados observados (redução do resíduo), porém acaba piorando a solução obtida.

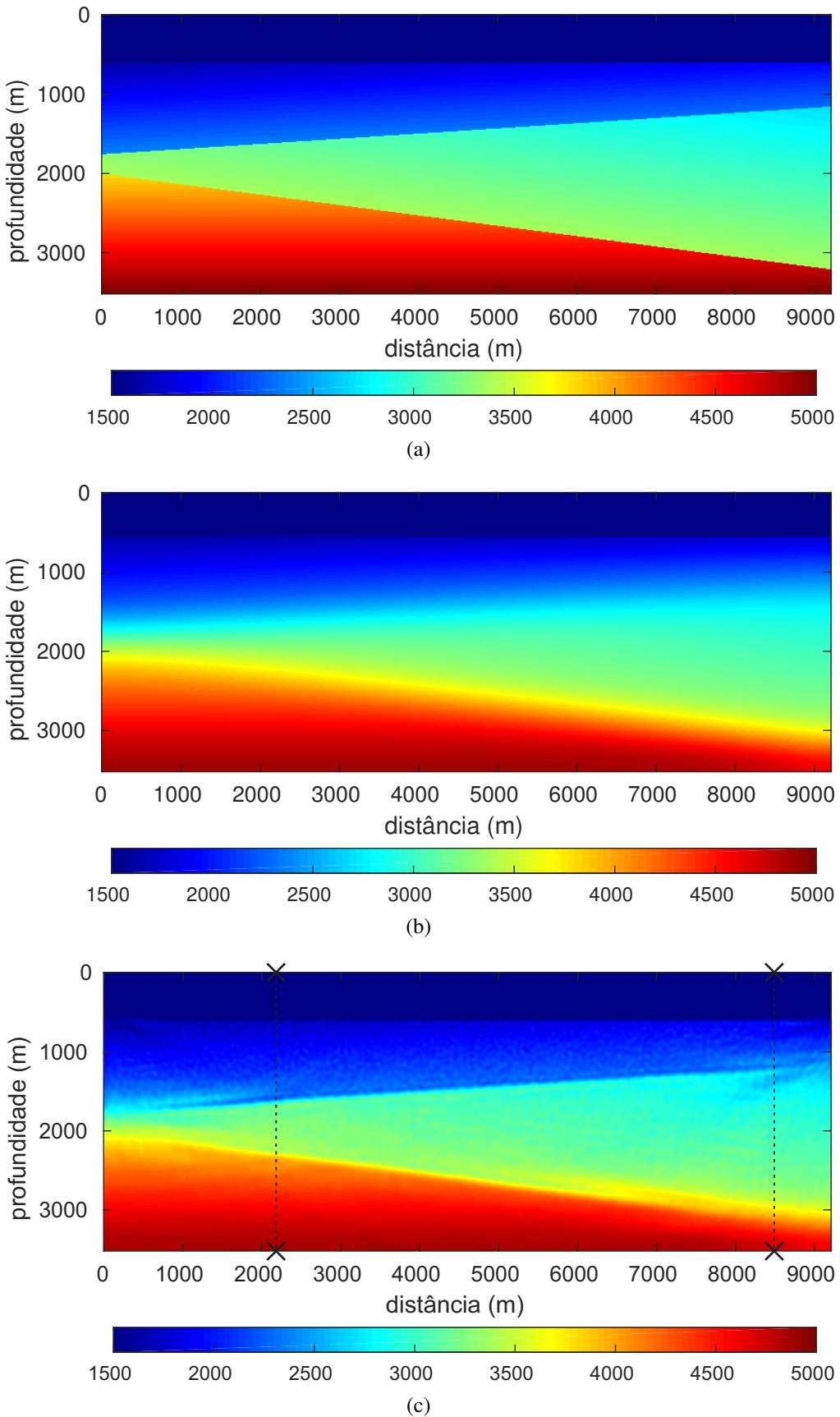
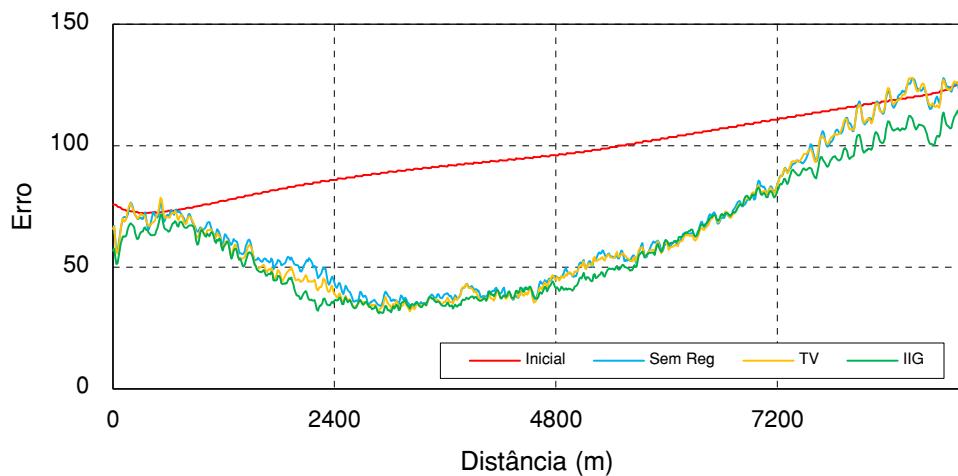
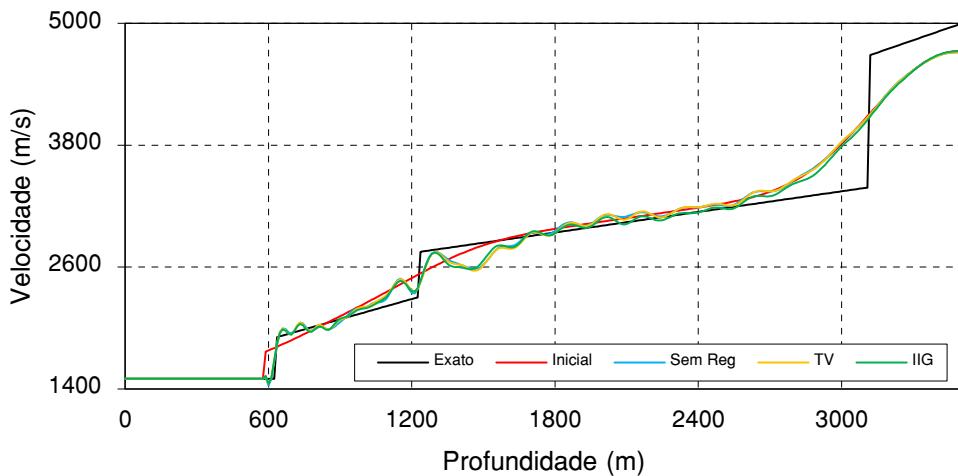


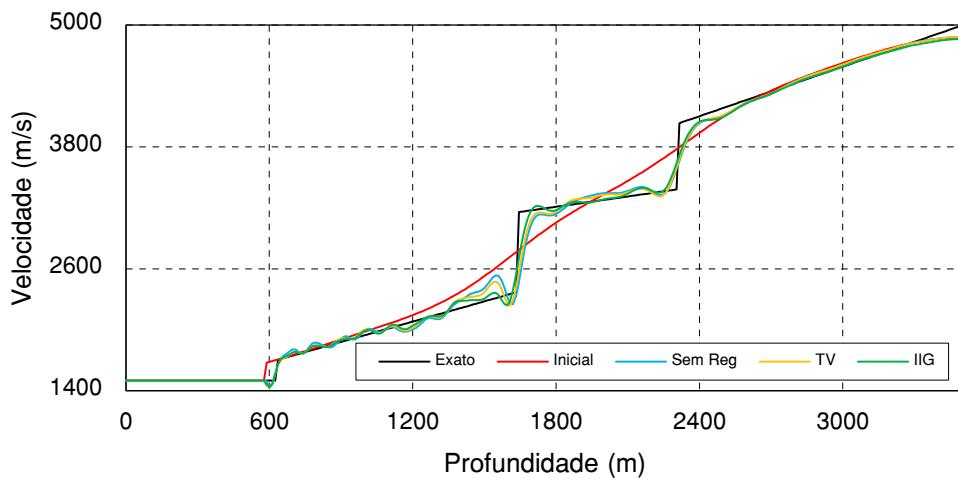
Figura 5.5: Modelo de velocidades PH exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.6: Modelo PH com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 2160$ m.

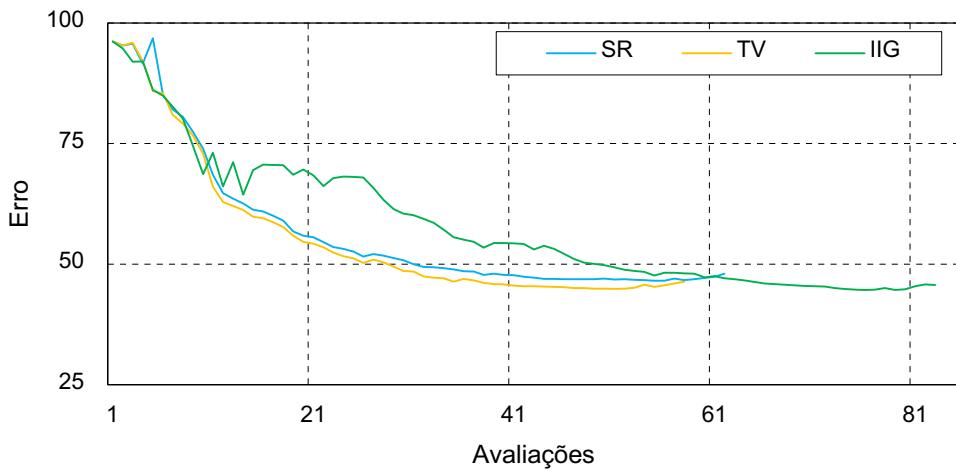


Figura 5.7: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo PH com ruído.

5.2.3 Discussão

Como pôde ser observado nos resultados apresentados nas Figuras 5.4 e 5.7, o uso das regularizações TV e IIG apresentaram reduções no erro final do modelo PH invertido, se comparadas aos resultados obtidos com o FWI sem regularização. Embora a regularização com IIG tenha apresentado melhores resultados em ambos os experimentos, os resultados mais expressivos foram observados no caso sem ruído.

É importante ressaltar que a regularização IIG apresentou melhorias expressivas no modelo, principalmente nas regiões mais afastadas do centro, como pode ser observado nas Figuras 5.3(a) e 5.6(a).

Apesar de obter melhores resultados com a utilização do IIG na regularização, devido ao uso da estratégia de redução do parâmetro de regularização α nos casos de 5 tentativas consecutivas de redução da função objetivo sem sucesso, a regularização IIG acaba fazendo mais avaliações durante o processo iterativo, e consequentemente sendo mais custosa computacionalmente.

5.3 Modelo Amoco

O modelo Amoco é obtido a partir de um repositório do Madagascar. Ele foi apresentado pela primeira vez em 1998 por John Etgen e Carl Regone em uma conferência da SEG,

e a partir de lá vem sendo utilizado em trabalhos científicos na validação de técnicas de imageamento (ALEMIE, 2017).

Escolheu-se esse modelo para os experimentos devido ao fato de não existirem variações de velocidades dentro de cada uma de suas camadas, característica essa que contraria a hipótese do IIG, e por ser um modelo de fácil identificação das interfaces.

5.3.1 Resultados sem Ruído

A Figura 5.8(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG, obtidos a partir do modelo inicial apresentado na Figura 5.8(b).

Como pode ser observado nas Figuras 5.9(a) e 5.10, assim como ocorreu com o modelo PH, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram um erro menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV. As figuras 5.9(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível reafirmar que os resultados com a regularização IIG (curva verde) se aproximam melhor da solução exata (curva preta). Também é possível notar que a FWI é mais precisa nas camadas mais rasas do modelo, como já descrito na literatura. Este fato pode ser observado claramente na Figura 5.9(c), em que é exibido um perfil de velocidades em profundidade localizado na posição $x = 3300$.

A Figura 5.10 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. Nota-se que ocorreu uma maior redução do erro médio com a utilização do IIG como regularização, se comparado com as demais metodologias. Contudo, a utilização dessa técnica acarretou em um número maior de avaliações da função objetivo, se comparados com as demais metodologias.

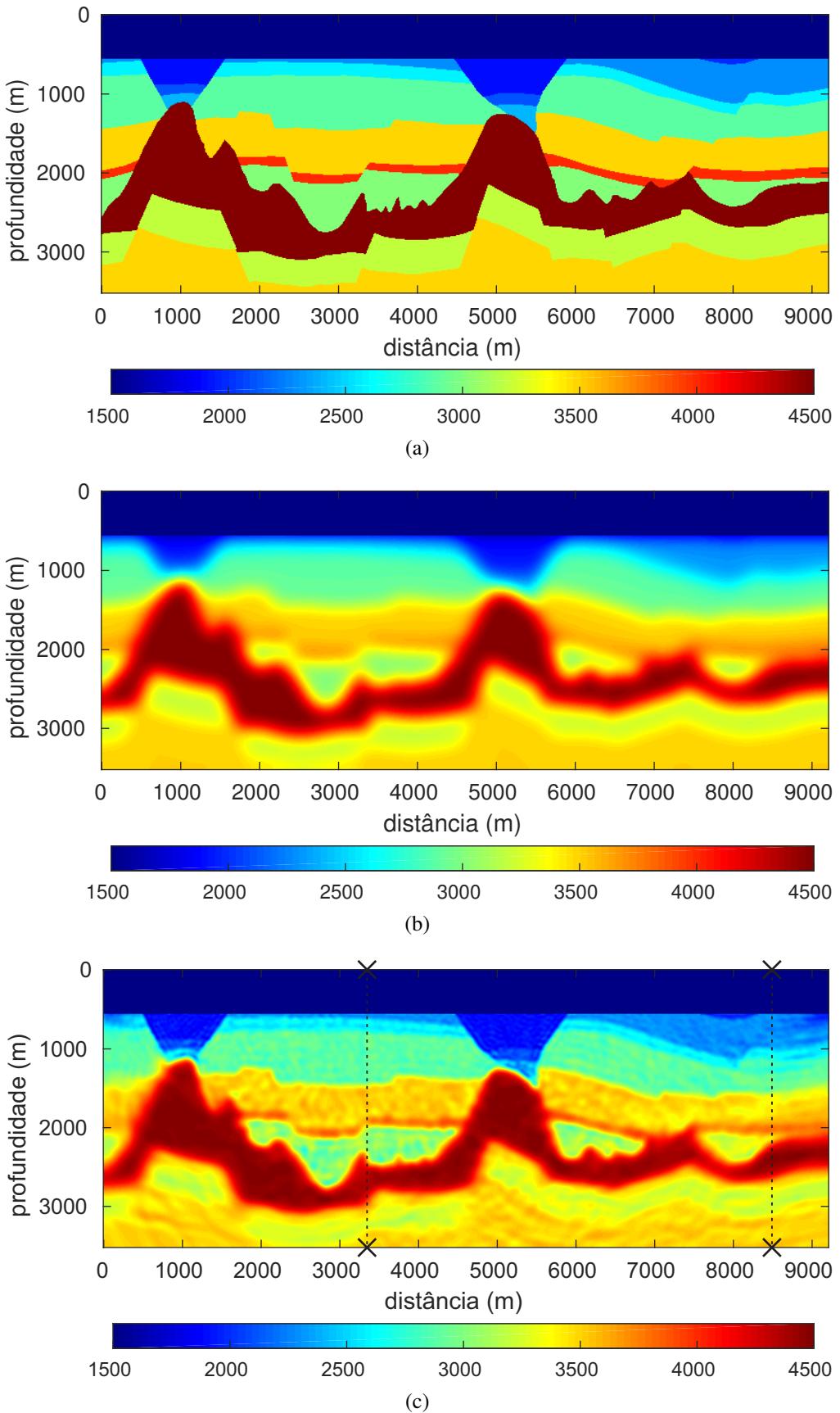
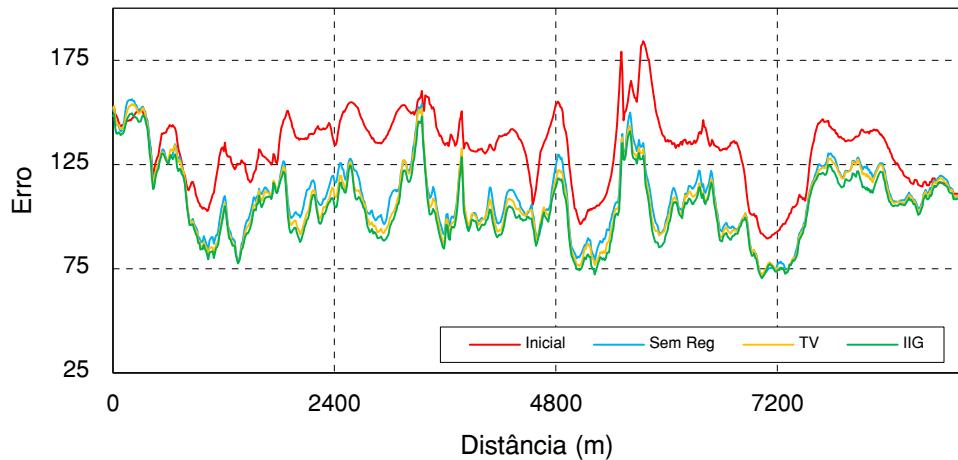
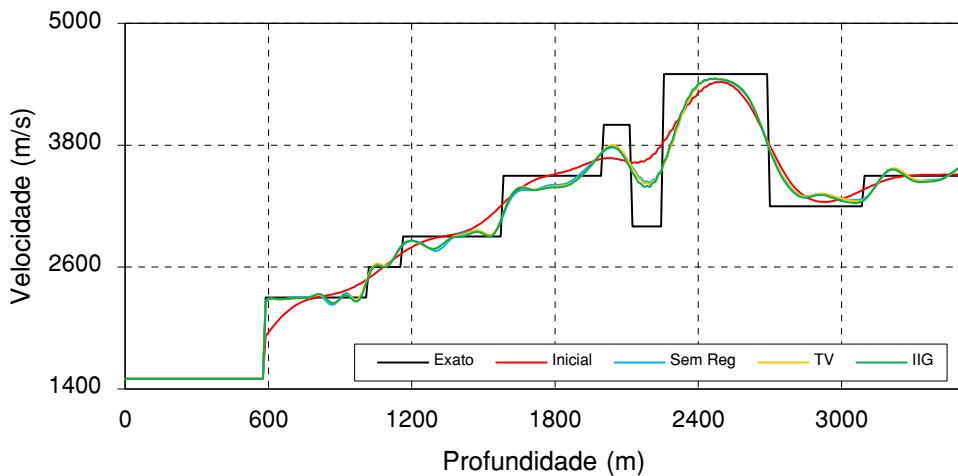


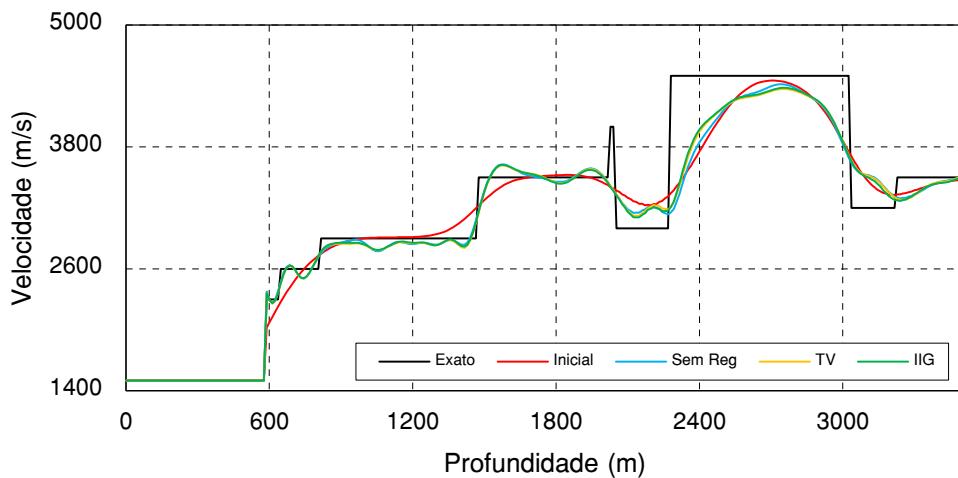
Figura 5.8: Modelo de velocidades Amoco exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.9: Modelo Amoco sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3300$ m.

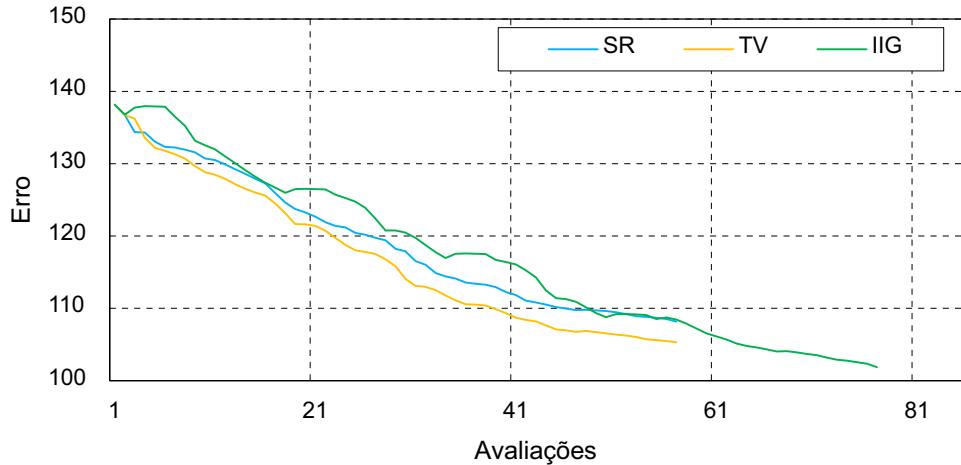


Figura 5.10: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo Amoco.

5.3.2 Resultados com Ruído

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a inclusão de até 30% de ruído gaussiano nos "dados observados" para o modelo Amoco.

A Figura 5.11(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG. Nesta figura é possível notar a presença de granulações na imagem oriundas do ajuste dos dados ruidosos durante a inversão.

Como pode ser observado nas Figuras 5.12(a) e 5.13, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram erro pouco menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV. As Figuras 5.12(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível observar que existe pouca distinção entre os resultados apresentados.

A Figura 5.13 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. Como pode ser observado, os resultados obtidos com a regularização TV (curva amarela) e a FWI sem regularização (azul) são muito próximos. E embora os resultados com o uso da regularização IIG (curva verde) tenha sido um pouco melhor que as demais, o número de avaliações da função objetivo foi maior.

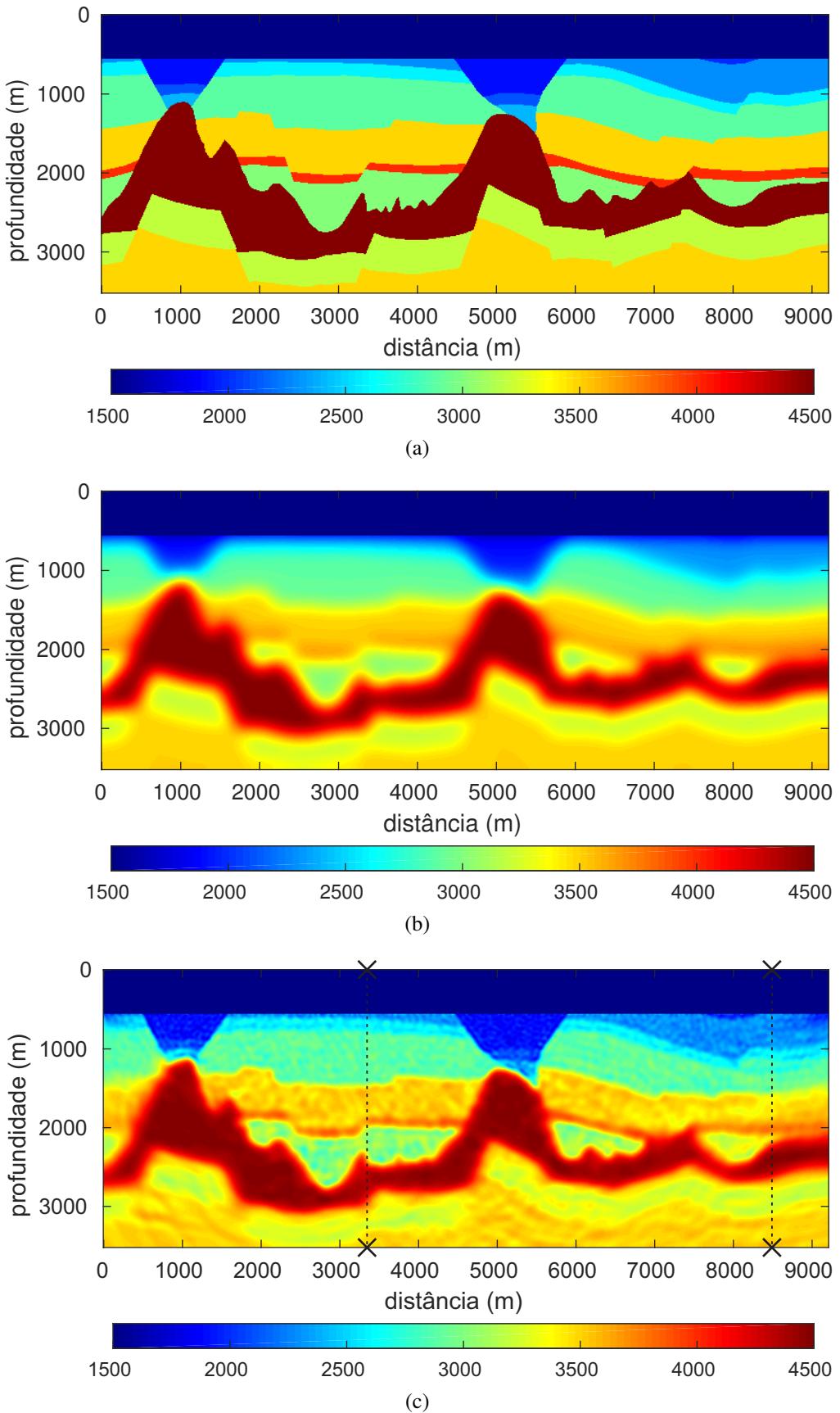
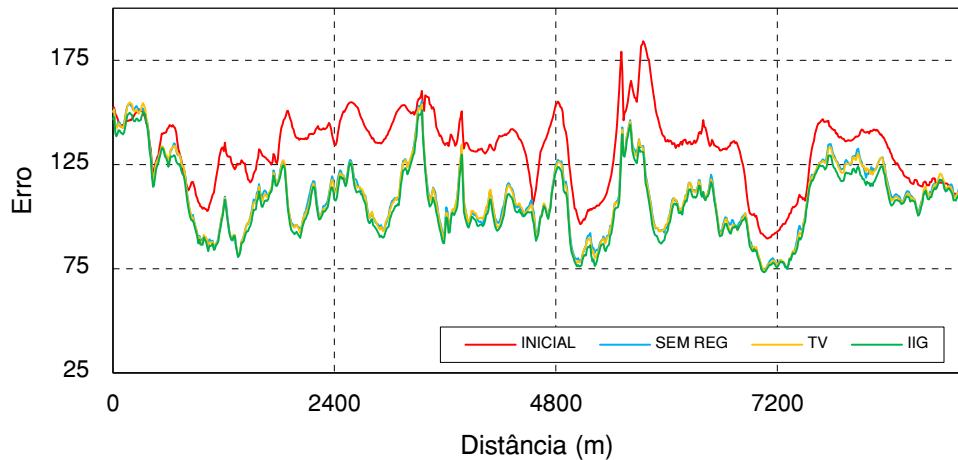
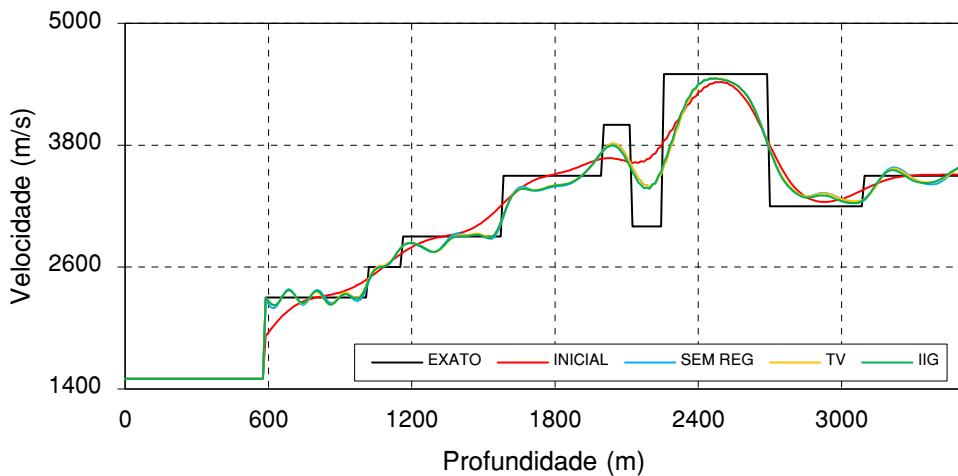


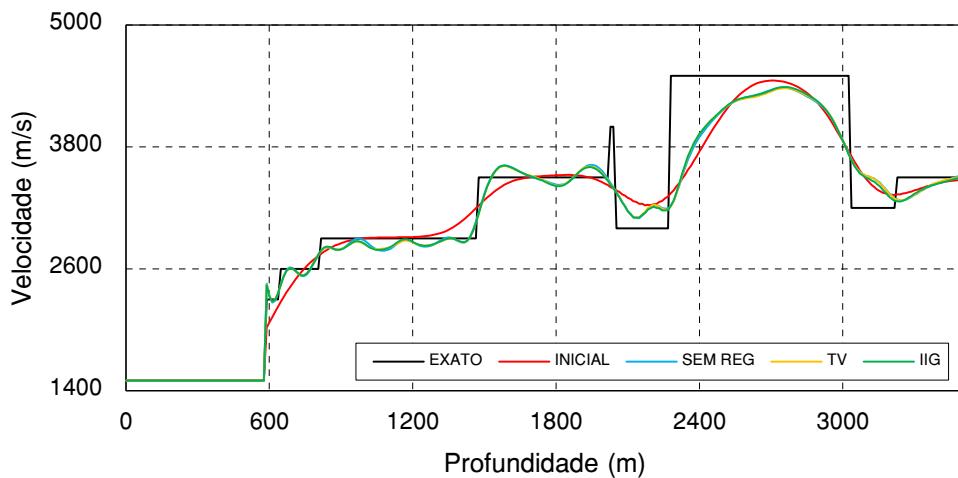
Figura 5.11: Modelo de velocidades Amoco exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.12: Modelo Amoco com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3300$ m.

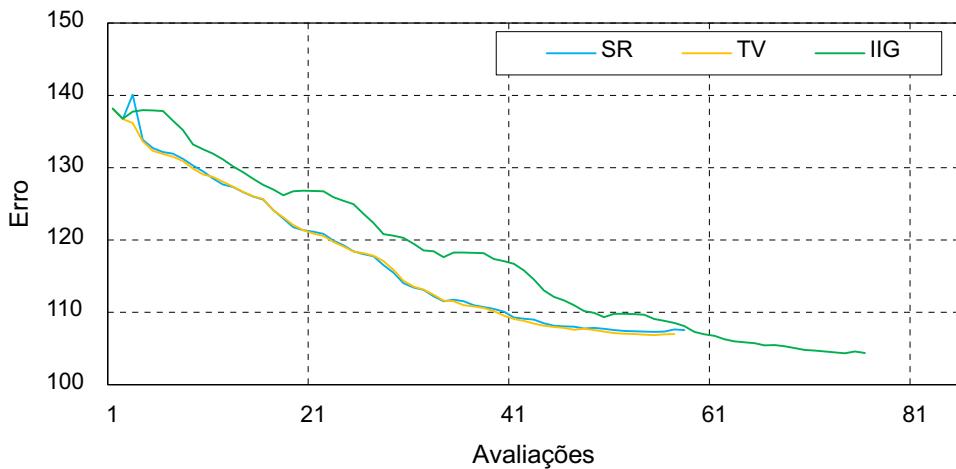


Figura 5.13: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo Amoco com ruído.

5.3.3 Discussão

Como pôde ser observado nos resultados apresentados na Figura 5.10 o uso das regularizações TV e IIG apresentaram reduções no erro final do modelo invertido, se comparadas aos resultados obtidos com o FWI sem regularização, sendo que os melhores resultados foram obtidos com o uso do IIG na regularização. Tais características não foram observadas nos resultados obtidos com a inclusão do ruído, como mostra a Figura 5.13.

Conforme esperado, embora as metodologias utilizadas tenham capturado as mudanças de camadas com certa precisão, nenhuma das técnicas de inversão foi capaz de recuperar a característica principal do modelo de não variação de propriedades dentro de cada camada, uma vez que nenhuma das regularizações contempla tal característica do modelo.

5.4 Modelo Marmousi

O modelo Marmousi é obtido a partir de um repositório do Madagascar. Ele foi criado em 1988 por um consórcio liderado pelo instituto Francês de Petróleo e foi apresentado em um congresso da EAGE em 1990 (VERSTEEG, 1994). Escolheu-se esse modelo devido a sua alta complexidade geológica, e a suas fortes mudanças horizontais e verticais de velocidade.

5.4.1 Resultados sem Ruído

A Figura 5.14(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG, obtidos a partir do modelo inicial apresentado na Figura 5.14(b).

Como pode ser observado nas Figuras 5.15(a) e 5.16, assim como ocorreu com os modelos PH e Amoco, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram um erro menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV, mesmo o modelo não satisfazendo plenamente as hipóteses do IIG. As Figuras 5.15(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível reafirmar que os resultados com a regularização IIG (curva verde) se aproximam melhor da solução exata (curva preta). Também é possível notar que a FWI é mais precisa nas camadas mais rasas do modelo. Este fato pode ser observado claramente na Figura 5.15(c), em que é exibido um perfil de velocidades em profundidade localizado na posição $x = 4980$ m.

A Figura 5.16 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. Nota-se que ocorreu uma maior redução do erro médio com a utilização do IIG como regularização, se comparada com as demais metodologias. Contudo, a utilização dessa técnica acarretou em um número maior de avaliações da função objetivo, se comparados com as demais metodologias. Além disso, verifica-se que o erro do modelo com o uso da FWI sem regularização (curva azul) foi levemente menor do que o erro com o uso da regularização TV (curva amarela).

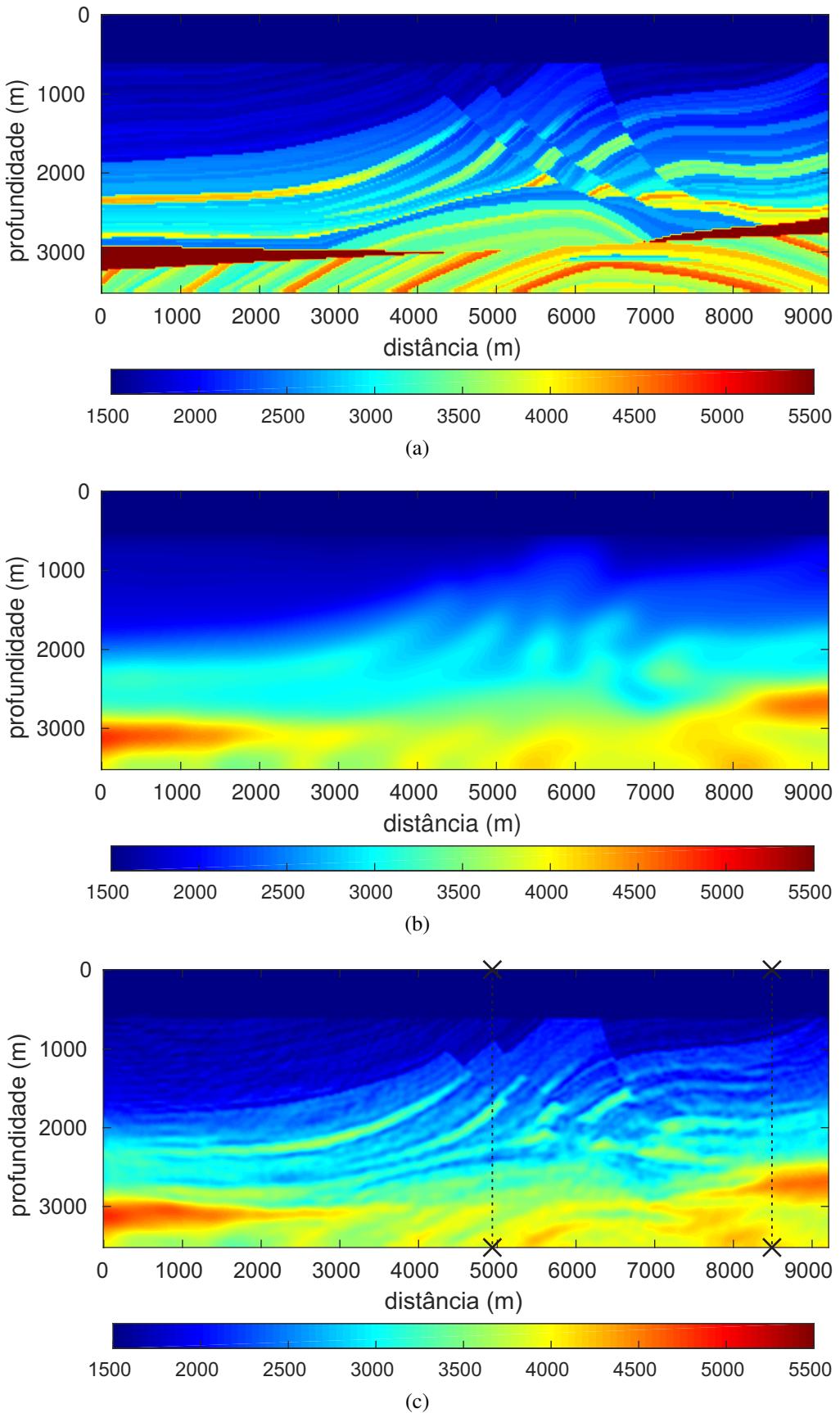
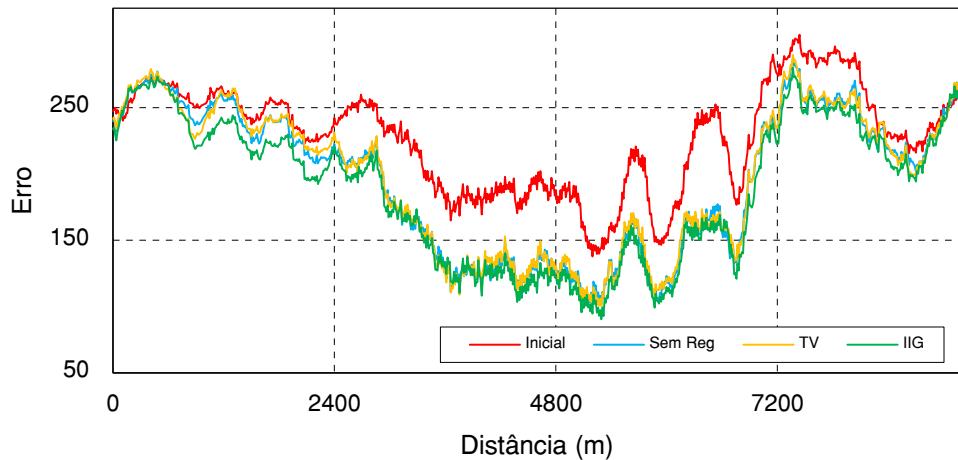
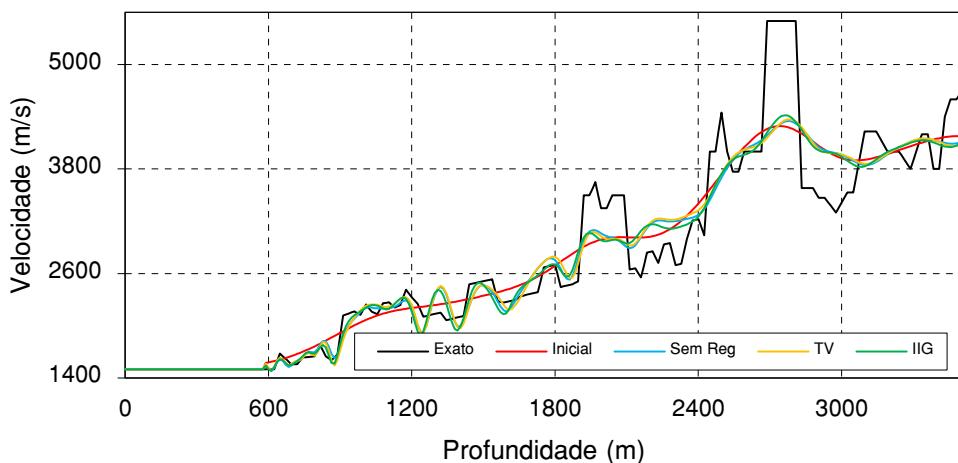


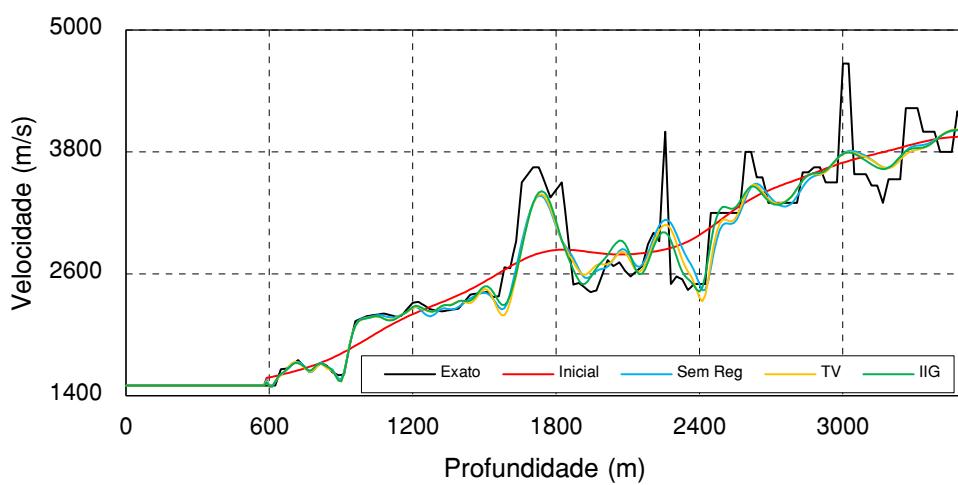
Figura 5.14: Modelo de velocidades Marmousi exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.15: Modelo Marmousi sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 4980$ m.

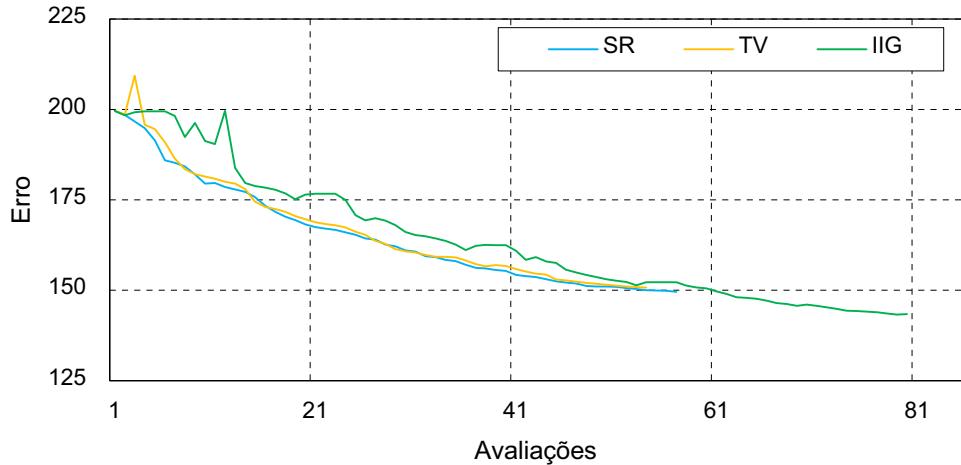


Figura 5.16: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo Marmousi.

5.4.2 Resultados com Ruído

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos com a inclusão de até 30% de ruído gaussiano nos "dados observados" para o modelo Marmousi.

A Figura 5.17(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG. Nesta figura é possível notar a presença de granulações na imagem oriundas do ajuste dos dados ruidosos durante a inversão.

Como pode ser observado nas Figuras 5.18(a) e 5.19, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG apresentaram erro pouco menor, se comparados ao FWI convencional e ao FWI com regularização TV. As Figuras 5.18(b)-(c) apresentam dois perfis verticais de velocidade, e neles é possível reafirmar que os resultados com a regularização IIG (curva verde) se aproximam mais da solução exata (curva preta).

A Figura 5.19 apresenta o erro ao longo de todas as avaliações da função objetivo para as 50 iterações. Nota-se que o erro do modelo com o uso da FWI com IIG (curva verde) embora tenha sido bem maior nas primeiras avaliações da função objetivo, já que se referem a iterações atrasadas, ao fim do processo é menor do que as demais metodologias. Além disso, verifica-se que o erro do modelo com o uso da FWI sem regularização (curva azul) foi levemente menor do que o erro com o uso da regularização TV (curva amarela).

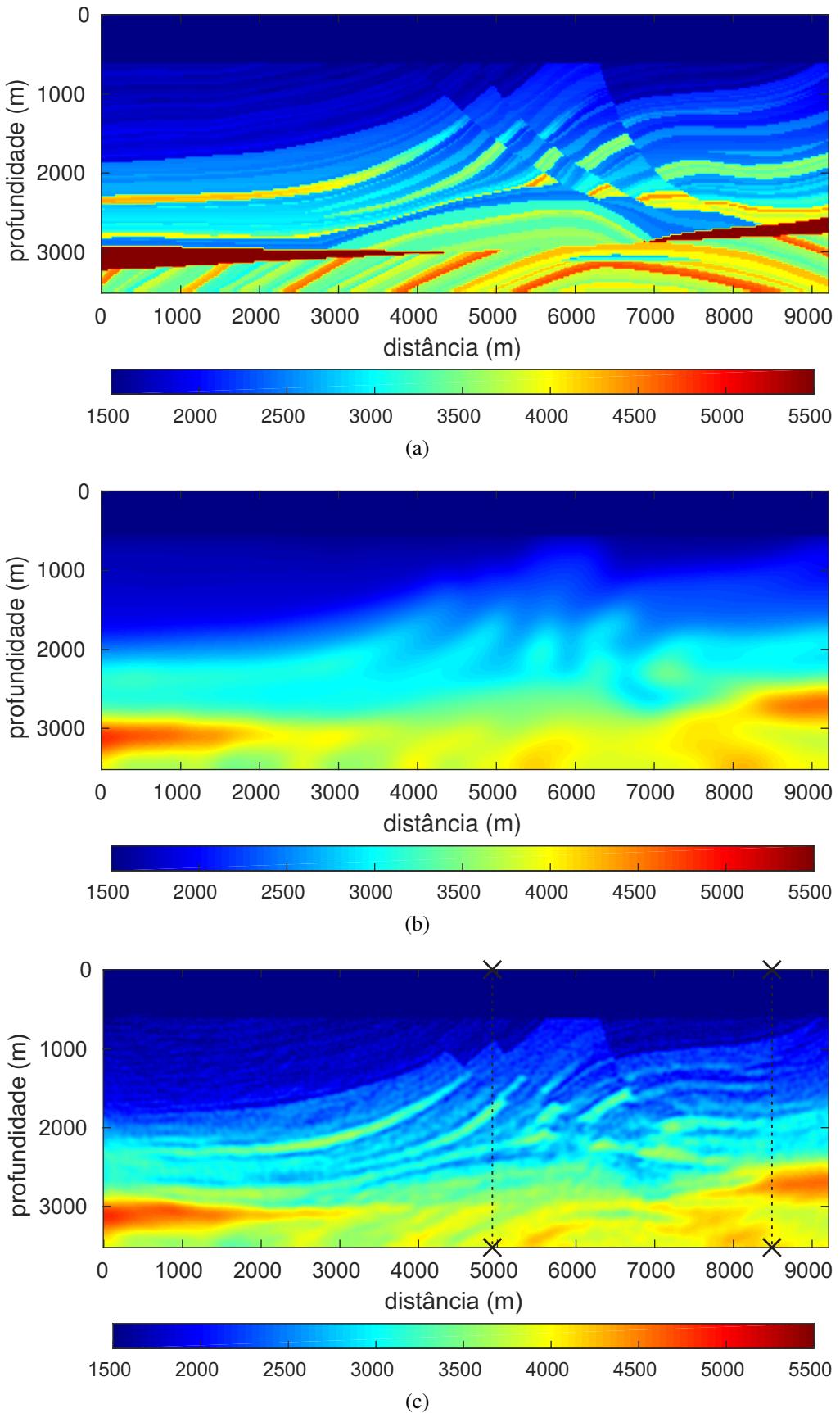
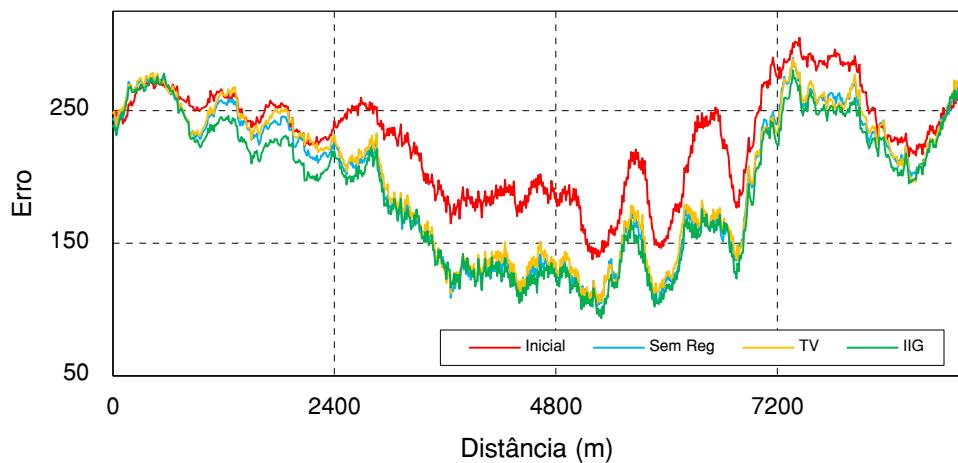
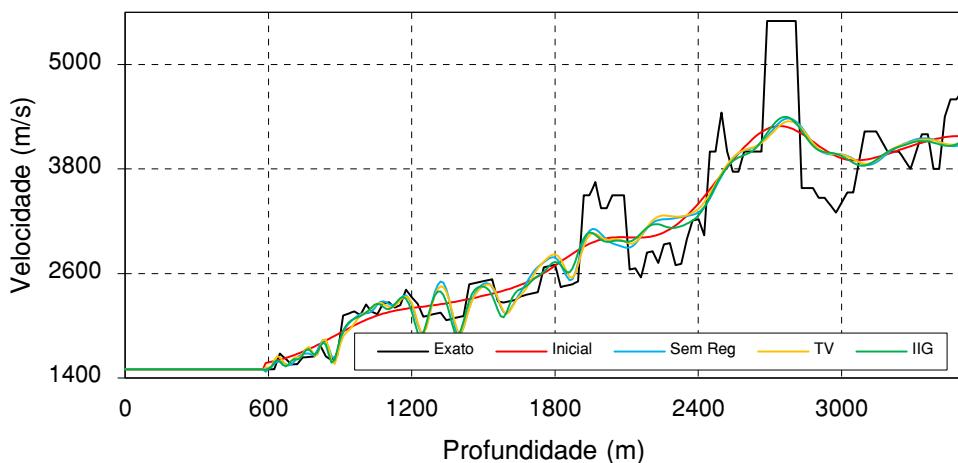


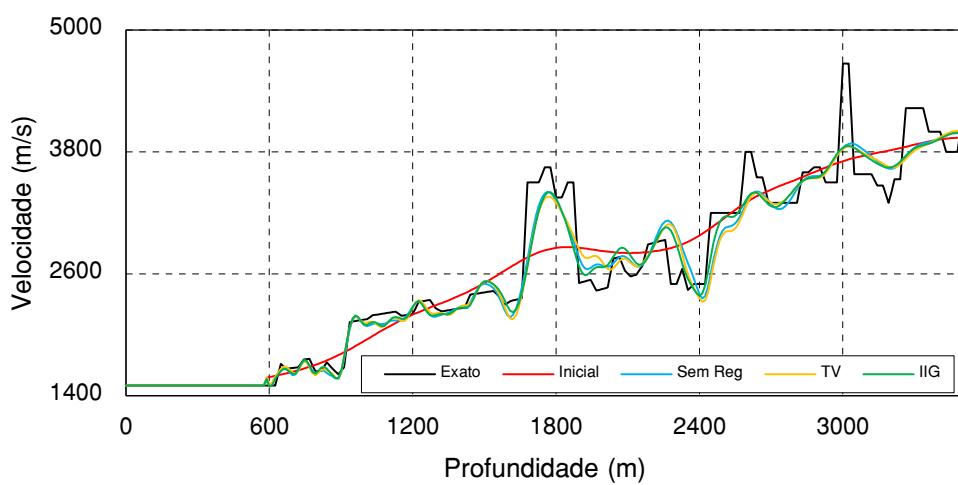
Figura 5.17: Modelo de velocidades Marmousi exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.18: Modelo Marmousi com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 4980$ m.

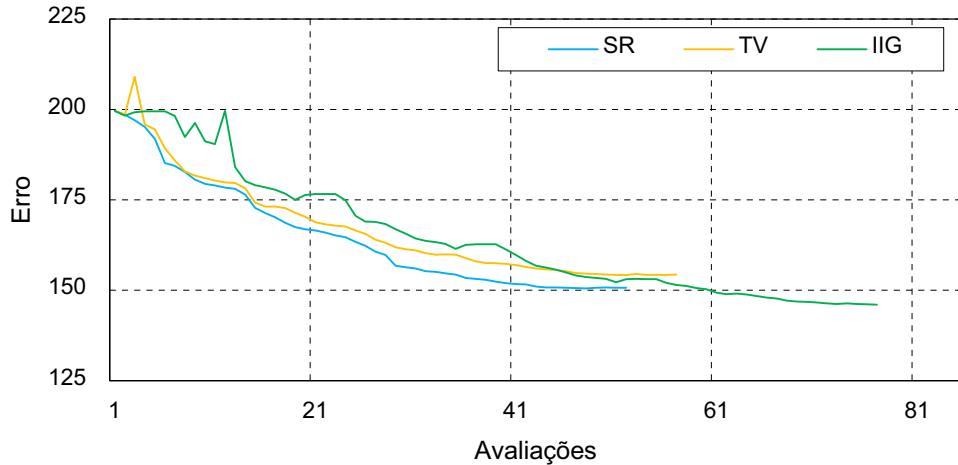


Figura 5.19: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo Marmousi com ruído.

5.4.3 Discussão

Assim como nos experimentos realizados para o modelo PH e para o modelo Amoco, a regularização IIG mostrou-se novamente mais eficaz na recuperação de propriedades do modelo Marmousi.

É importante ressaltar que, nos experimentos com e sem ruídos, a metodologia que apresentou piores resultados para o modelo Marmousi foi a regularização TV. Possivelmente isso ocorreu devido à alta heterogeneidade do modelo.

5.5 Modelo BP - 2004

Os últimos experimentos numéricos que serão apresentados nesta tese foram realizados em um modelo conhecido como BP - 2004 modificado, que foi criado pela *British Petroleum* para serem estudadas técnicas de imageamento (MARTINS, 2015).

A escolha deste modelo permite a avaliação do uso da regularização IIG no imageamento de subsuperfície com a presença de estruturas salinas. O recorte do modelo original que será utilizado nos experimentos é feito bem na parte central do modelo, onde encontra-se um grande corpo salino.

5.5.1 Resultados sem Ruído

A Figura 5.20(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG, obtidos a partir do modelo inicial apresentado na Figura 5.20(b). É possível observar no resultado da inversão a presença de artefatos numéricos que divergem da solução esperada para o problema.

Como pode ser observado nas Figuras 5.21(a) e 5.22, os resultados obtidos com o uso da regularização IIG (curva verde) apresentaram um erro menor do que os obtidos com a FWI convencional sem regularização (curva azul). Entretanto, nota-se que a metodologia com melhores resultados foi a com o emprego da regularização TV (curva amarela), que além reduzir mais o erro, demandou menos avaliações da função objetivo.

Observando a Figura 5.21(a) nota-se que embora as metodologias utilizadas nos experimentos tenham conseguido reduzir o erro do modelo obtido, na parte mais central do modelo, (as 3 curvas se encontram abaixo da curva vermelha que representa o erro do chute inicial), nas demais regiões, nenhuma das técnicas de inversão utilizadas foi capaz de melhorar a imagem.

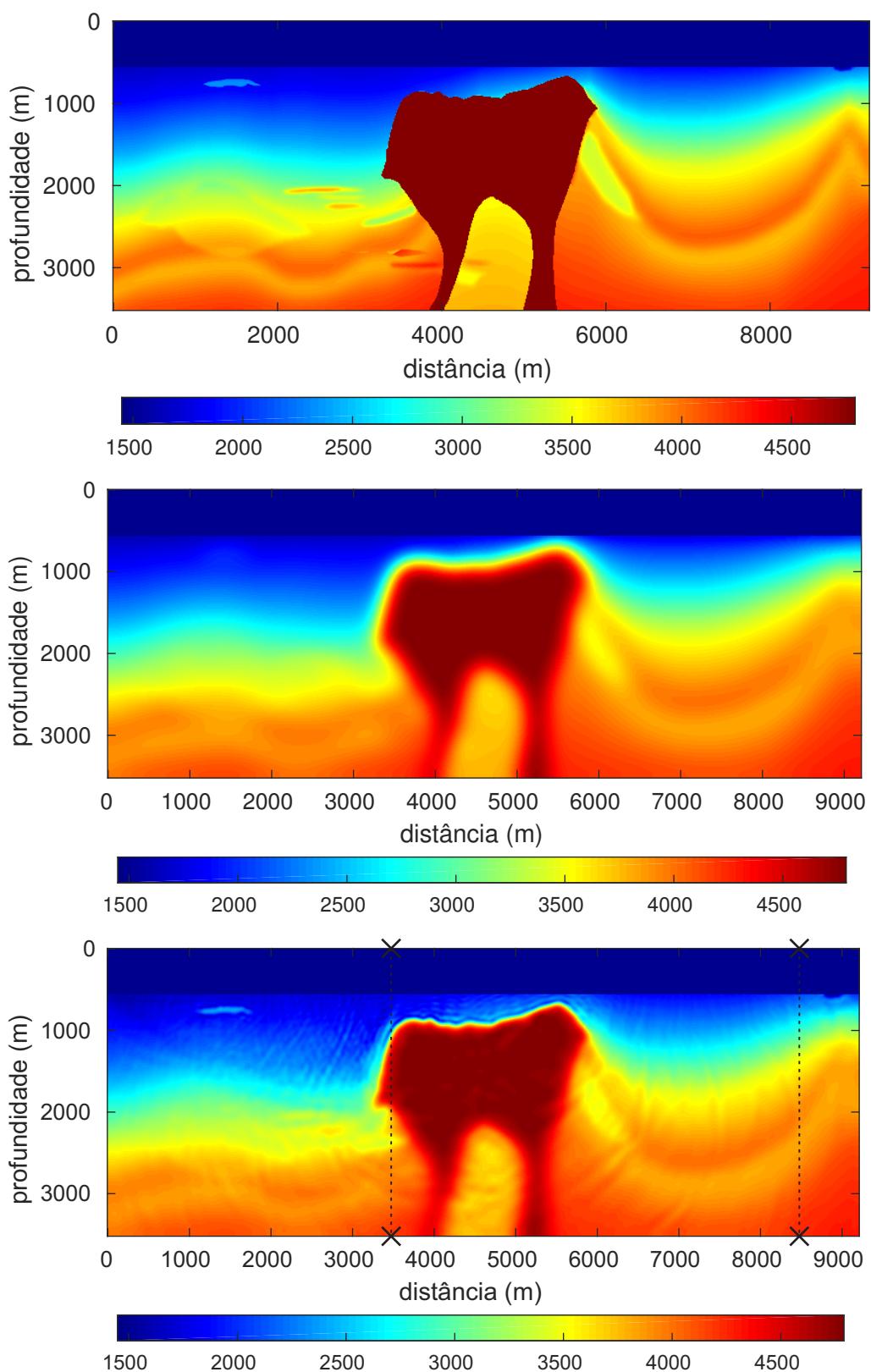


Figura 5.20: Modelo de velocidades BP exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG, respectivamente.

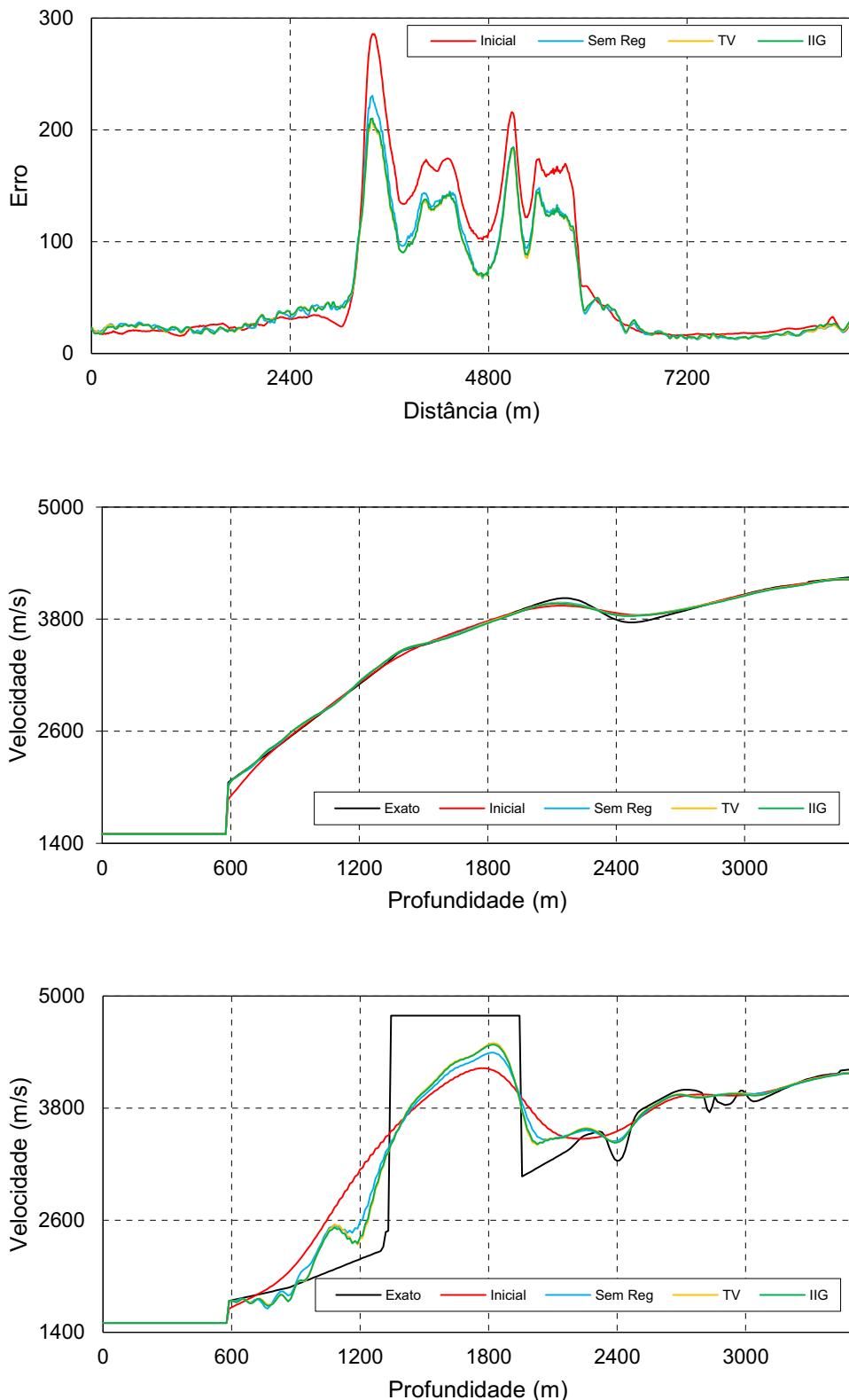


Figura 5.21: Modelo BP sem ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3420$ m.

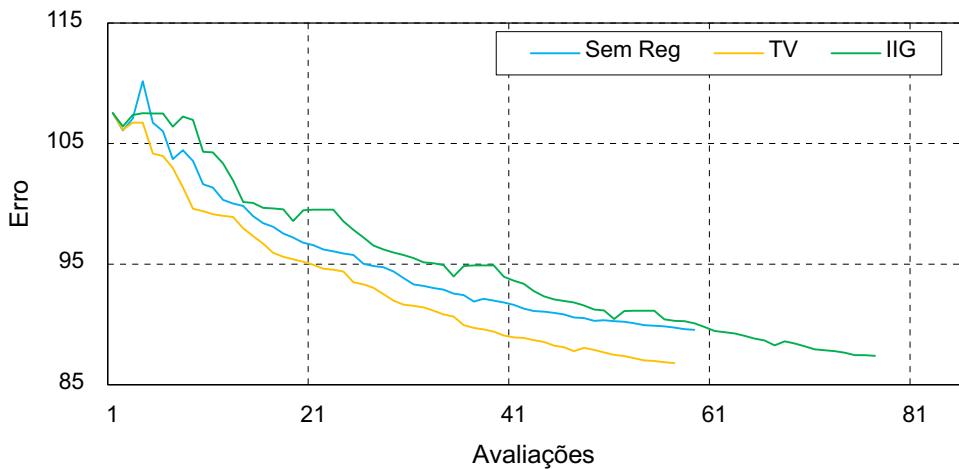


Figura 5.22: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo BP.

5.5.2 Resultados com Ruído

Nessa seção serão apresentados os resultados obtidos com a inclusão de até 30% de ruído gaussiano nos "dados observados" para o modelo BP.

A Figura 5.23(c) apresenta os resultados da inversão com regularização IIG. Assim como no experimento sem ruído, nesta figura é observado a presença de pequenos "borões" na imagem, sendo que é impossível separar quais destes artefatos são oriundos do ajuste do ruído dos dados observados, ou quais são artefatos numéricos devidos à inversão deste modelo.

Como pode ser observado nas Figuras 5.24 e 5.25, os resultados obtidos com as 3 metodologias apresentaram valores muitos similares. Porém, embora a regularização IIG tenha conseguido minimizar o erro na mesma escala de grandeza que as demais técnicas, o uso do IIG na regularização demandou 30% a mais de avaliações da função objetivo do que as demais metodologias utilizadas.

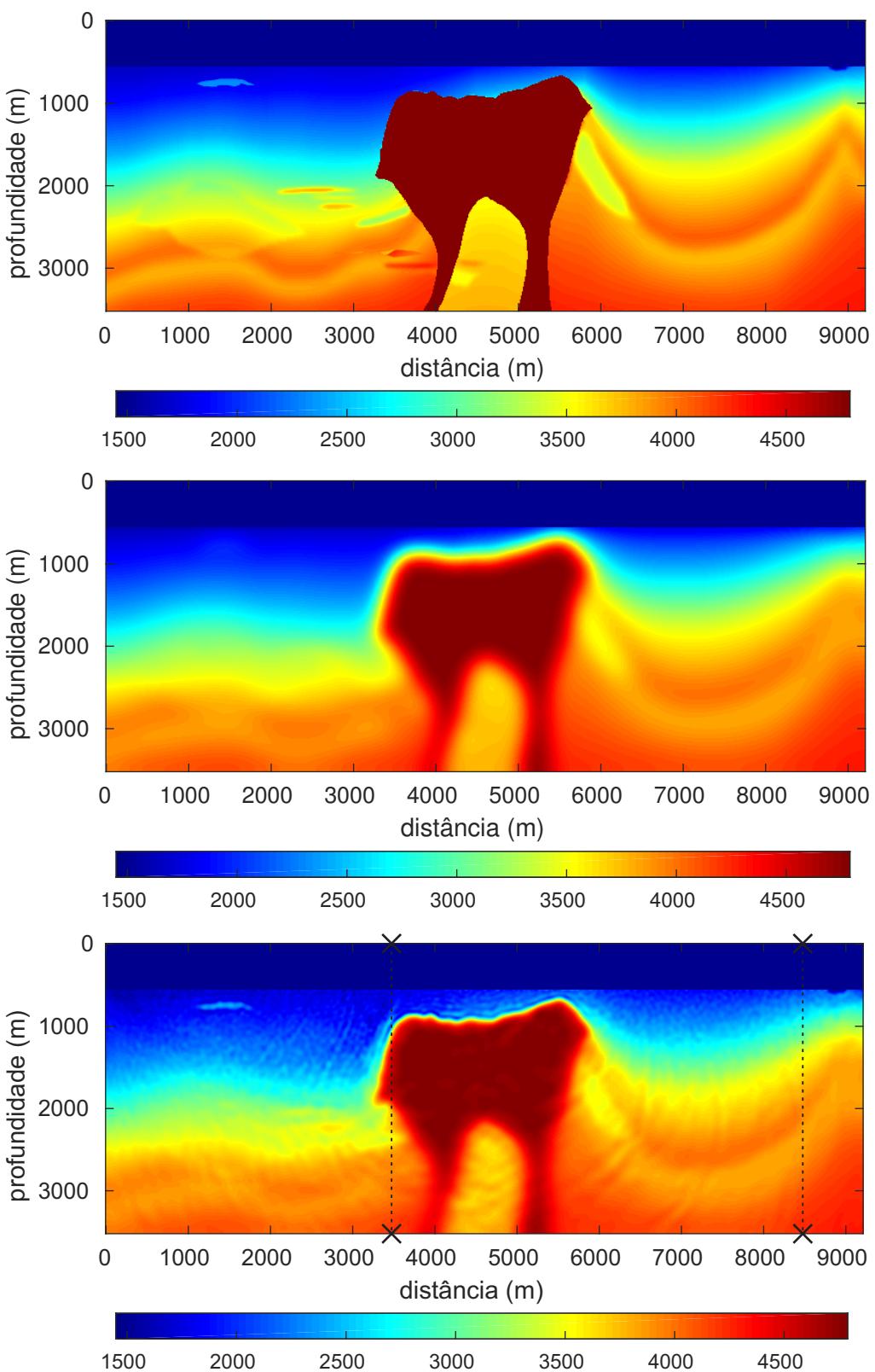


Figura 5.23: Modelo de velocidades BP exato, modelo inicial e resultado da inversão com a regularização IIG com ruído, respectivamente.

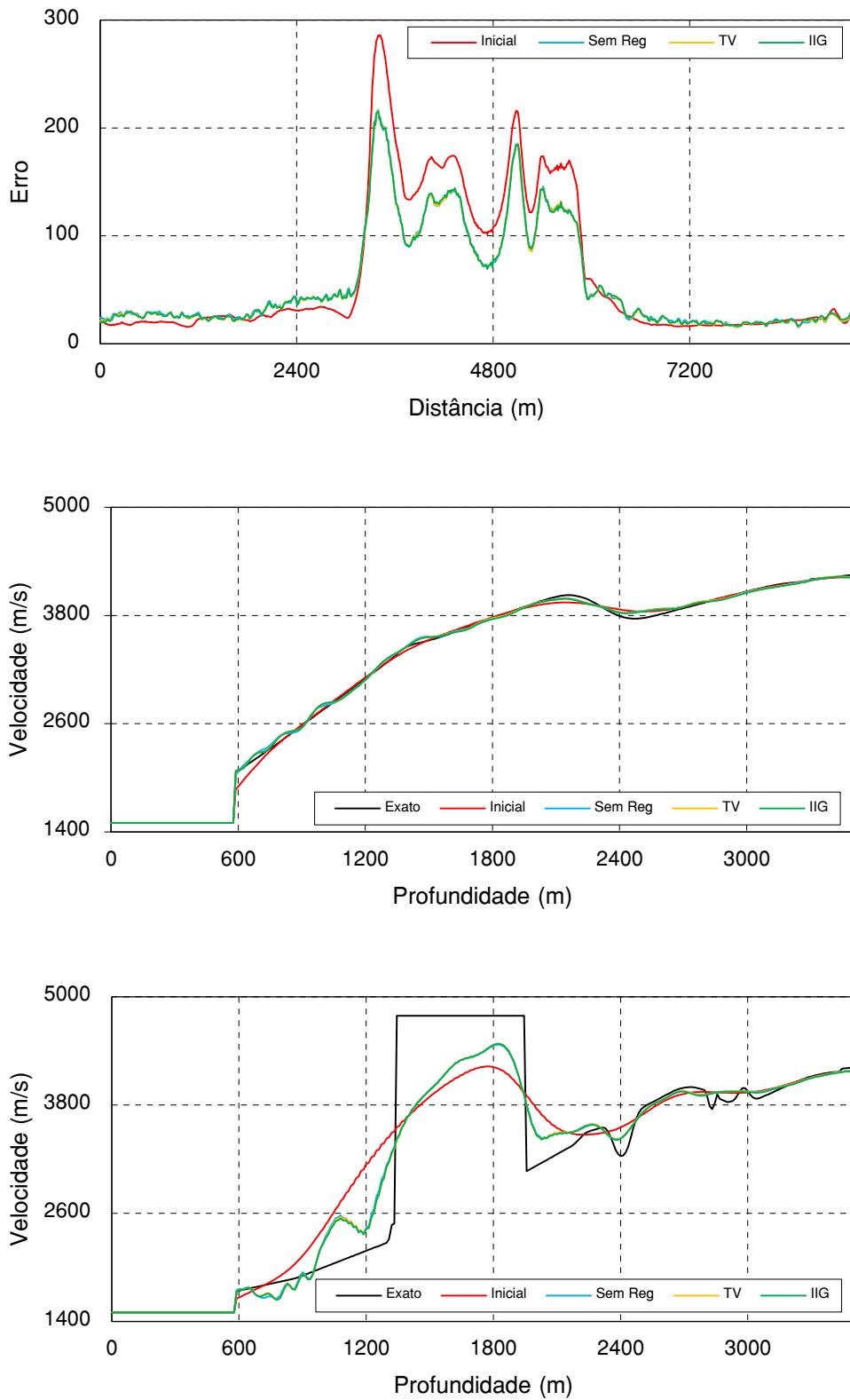


Figura 5.24: Modelo BP com ruído: (a) erro médio dos perfis verticais, (b) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 8400$ m, (c) resultados para um perfil vertical localizado na posição $x = 3420$ m.

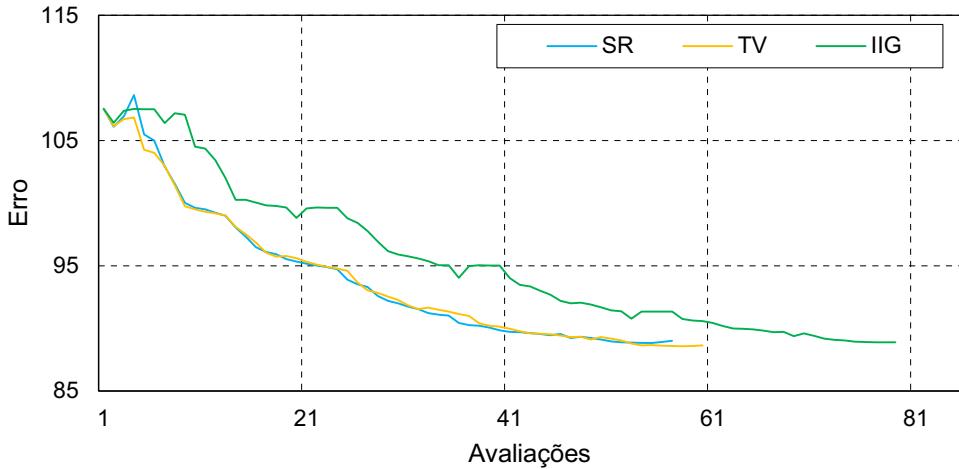


Figura 5.25: Variação do erro ao longo das avaliações do problema inverso no modelo BP.

5.6 Discussão

Como pôde ser observado nos resultados obtidos para o modelo BP, tanto nos experimentos sem ruído quanto nos com ruído, a regularização IIG não apresentou melhoras na recuperação das propriedades do modelo invertido se comparadas com as demais técnicas testadas. Entretanto, os resultados obtidos com a regularização IIG foram equivalentes aos da FWI sem regularização, indicando que o IIG pode ser empregado para uma ampla gama de problemas. Como observado na Figura 5.22 a regularização TV mostrou-se mais efetiva na redução do erro para esse modelo. Além disso, é importante frisar que o número de avaliações necessárias para a execução das 50 iterações da inversão foi 30% menor na TV, se comparada a regularização IIG.

A possível razão para o fato da regularização IIG não ter conseguido obter resultados tão bons como os obtidos nos demais modelos, pode ser devido ao fato que no modelo BP, com exceção da região que se encontra a estrutura salina, as variações do campo de velocidades são muito suaves, o que impossibilitou o algoritmo de detecção de interfaces de delimitar com precisão as camadas do modelo, como pode ser observado na Figura 4.6, e consequentemente a parcela referente regularização IIG no cálculo da função objetivo acaba desconsiderando as características geológicas do meio, que são vitais na regularização proposta.

Capítulo 6

Conclusões

Nesta tese é proposta uma técnica de regularização da FWI baseada no Índice de Incoerência Geológica - IIG apresentado por SANTOS (2012). O uso dessa metodologia buscou englobar características geológicas, que no FWI convencional são negligenciadas, de modo a tornar o problema menos mal posto matematicamente.

A incorporação do IIG na regularização do problema inverso só foi possível devido ao desenvolvimento de um algoritmo automatizado de detecção de interfaces, que foi capaz de capturar com precisão as mudanças de camadas dos modelos de velocidade testados, e calcular de forma independente do usuário o IIG do modelo.

A regularização IIG foi testada em 4 modelos com diferentes características e complexidades, e os resultados foram comparados com os obtidos com a *Total Variation Regularization* e com a FWI convencional sem regularização. Além disso foram realizados experimentos com a inclusão de até 30% de ruídos gaussianos nos "dados observados".

Embora a regularização IIG necessite de mais avaliações da função objetivo durante o processo de inversão, por buscar a solução dando passos menores, o uso do IIG apresentou melhores resultados do que as demais estratégias nos experimentos numéricos realizados, com e sem a inclusão de ruído, para os modelos PH, Amoco e Marmousi.

Os experimentos realizados no modelo BP foram os únicos em que os resultados obtidos com o uso da regularização IIG não foram melhores do que as demais técnicas. Ainda que a FWI com IIG tenha apresentado melhores resultados que a FWI convencional sem regularização, para esse modelo a regularização TV apresentou melhores imagens em

menor número de avaliações da função objetivo.

Referências Bibliográficas

- ALEMIE, W. M., 2017, *Time-Lapse Full Waveform Inversion Methods*. Tese de Doutorado, University of Alberta.
- ASNAASHARI, A., BROSSIER, R., GARAMBOIS, S., et al., 2013, “Regularized seismic full waveform inversion with prior model information”, *Geophysics*.
- ASTER, R., THURBER, C., BORCHERS, B., 2005, *Parameter estimation and inverse problems*. New York, Academic Press.
- BADDARI, K., AÏFA, T., DJARFOUR, N., et al., 2009, “Application of a radial basis function artificial neural network to seismic data inversion”, *Computers & Geosciences*, v. 35, n. 12, pp. 2338–2344.
- BERENGER, J., 1994, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, *Journal of computational physics*, v. 114, n. 2, pp. 185–200.
- BROSSIER, R., OPERTO, S., VIRIEUX, J., 2010, “Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion?” *Geophysics*, v. 75, n. 3, pp. R37–R46.
- BUNKS, C., SALECK, F. M., ZALESKI, S., et al., 1995, “Multiscale seismic waveform inversion”, *Geophysics*, v. 60, n. 5, pp. 1457–1473. doi: <https://doi.org/10.1190/1.1443880>.
- CHEN, Y., HILL, J., LEI, W., et al., 2017, “Automated time-window selection based on machine learning for full-waveform inversion”. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2017*, Society of Exploration Geophysicists, pp. 1604–1609.
- DAI, M.-X., CHEN, J.-B., CAO, J., 2017, “l1-Regularized full-waveform inversion with prior model information based on orthant-wise limited memory quasi-Newton method”, *Journal of Applied Geophysics*.
- DE ALMEIDA, V. T. X., 2013, *Tomografia sísmica de superfície: modelagem direta calculando as trajetórias de ondas refratadas*. Tese de Doutorado, Universidade Federal Fluminense.

- DEMME, J. W., EISENSTAT, S. C., GILBERT, J. R., et al., 1999, “A supernodal approach to sparse partial pivoting”, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, v. 20, n. 3, pp. 720–755.
- DI BARTOLO, L., 2010, *Modelagem sísmica anisotrópica através do método das diferenças finitas utilizando sistemas de equações de segunda ordem*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- ENGL, H. W., HANKE, M., NEUBAUER, A., 1996, *Regularization of inverse problems*, v. 375. Springer Science & Business Media.
- FICHTNER, A., 2010, *Full seismic waveform modelling and inversion*. Springer Science & Business Media.
- GARDNER, G., GARDNER, L., GREGORY, A., 1974, “Formation velocity and density—the diagnostic basics for stratigraphic traps”, *Geophysics*, v. 39, n. 6, pp. 770–780.
- GUITTON, A., SYMES, W. W., 2003, “Robust inversion of seismic data using the Huber norm”, *Geophysics*, v. 68, n. 4, pp. 1310–1319.
- HA, T., CHUNG, W., SHIN, C., 2009, “Waveform inversion using a back-propagation algorithm and a Huber function norm”, *Geophysics*, v. 74, n. 3, pp. R15–R24.
- HADAMARD, J., 1902, “Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique”, *Bulletin of Princeton University*, v. 13, pp. 1–20.
- HU, W., ABUBAKAR, A., HABASHY, T. M., 2009, “Simultaneous multifrequency inversion of full-waveform seismic data”, *Geophysics*, v. 74, n. 2, pp. R1–R14.
- HUSTEDT, B., OPERTO, S., VIRIEUX, J., 2004, “Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling”, *Geophysical Journal International*, v. 157, n. 3, pp. 1269–1296.
- KAPIO, J., SOMERSALO, E., 2006, *Statistical and computational inverse problems*, v. 160. Springer Science & Business Media.
- KEAREY, P., BROOKS, M., HILL, I., 2009, *Geofísica de exploração*. Oficina de Textos.
- LAILLY, P., BEDNAR, J., 1983, “The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations”. In: *Conference on inverse scattering: theory and application*, pp. 206–220. Siam Philadelphia, PA.

- LIAO, Q., MCMECHAN, G. A., 1996, “Multifrequency viscoacoustic modeling and inversion”, *Geophysics*, v. 61, n. 5, pp. 1371–1378.
- MAHARRAMOV, M., BIONDI, B., MEADOWS, M., 2016, “Simultaneous TV-regularized time-lapse FWI with application to field data”. In: *78th EAGE Conference and Exhibition 2016-Workshops*.
- MARTINS, M. A., 2015, *Estratégias para inversão do campo de ondas completo associado a fontes sísmicas reais e virtuais*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- MÉTIVIER, L., BROSSIER, R., VIRIEUX, J., et al., 2013, “Full waveform inversion and the truncated Newton method”, *SIAM Journal on Scientific Computing*, v. 35, n. 2, pp. B401–B437.
- NOCEDAL, J., WRIGHT, S., 2006, *Numerical optimization*. Springer Science & Business Media.
- PETERS, F. C., 2014, *Técnicas de parametrização e estabilização para o problema da recuperação de propriedades físicas da subsuperfície por meio de dados sísmicos*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PRATT, R. G., 1999, “Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 1: Theory and verification in a physical scale model”, *Geophysics*, v. 64, n. 3, pp. 888–901.
- PRATT, R. G., SHIPP, R. M., 1999, “Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 2: Fault delineation in sediments using crosshole data”, *Geophysics*, v. 64, n. 3, pp. 902–914.
- REYNOLDS, A. C., 1978, “Boundary Conditions for the Numerical Solution of Wave Propagation Problems”, .
- ROMDHANE, A., GRANDJEAN, G., BROSSIER, R., et al., 2011, “Shallow-structure characterization by 2D elastic full-waveform inversion”, *Geophysics*, v. 76, n. 3, pp. R81–R93.
- RUDIN, L. I., OSHER, S., FATEMI, E., 1992, “Nonlinear total variation based noise removal algorithms”, *Physica D: nonlinear phenomena*, v. 60, n. 1-4, pp. 259–268.
- SANTOS, L. A., 2012, *Inversão tomográfica sequencial para o campo de velocidades sísmicas baseada em difrações e critérios geológicos*. Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- SHERIFF, R. E., 2002, “Encyclopedic dictionary of applied geophysics: Tulsa, Oklahoma”, *Society of Exploration Geophysicists*.
- SIRGUE, L., PRATT, R. G., 2004, “Efficient waveform inversion and imaging: A strategy for selecting temporal frequencies”, *Geophysics*, v. 69, n. 1, pp. 231–248.
- SYMES, W., 2009, “The seismic reflection inverse problem”, *Inverse problems*, v. 25, n. 12, pp. 123008.
- TARANTOLA, A., 1984, “Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation”, *Geophysics*, v. 49, n. 8, pp. 1259–1266.
- TIKHONOV, A. N., 1943, “On the stability of inverse problems”. In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, v. 39, pp. 195–198.
- VERSTEEG, R., 1994, “The Marmousi experience: Velocity model determination on a synthetic complex data set”, *The Leading Edge*, v. 13, n. 9, pp. 927–936.
- VIRIEUX, J., OPORTO, S., 2009, “An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics”, *Geophysics*, v. 74, n. 6, pp. WCC1–WCC26.
- YILMAZ, O., 2001, *Seismic Data Analysis. Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data*, v. I. 2 ed. Tulsa, Society of Exploration Geophysicists.
- ZENG, C., XIA, J., MILLER, R. D., et al., 2011, “Feasibility of waveform inversion of Rayleigh waves for shallow shear-wave velocity using a genetic algorithm”, *Journal of Applied Geophysics*, v. 75, n. 4, pp. 648 – 655. ISSN: 0926-9851.