



ESTUDO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES SOBRE UM CILINDRO
CIRCULAR ELASTICAMENTE APOIADO PELA SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS
EQUAÇÕES DE REYNOLDS

Leonardo Henrique Guerreiro de Almeida

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Rio de Janeiro
Março de 2019

ESTUDO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES SOBRE UM CILINDRO
CIRCULAR ELASTICAMENTE APOIADO PELA SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS
EQUAÇÕES DE REYNOLDS

Leonardo Henrique Guerreiro de Almeida

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Juan Bautista Villa Wanderley, Ph.D.

Prof. Antonio Carlos Fernandes, Ph.D.

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2019

Almeida, Leonardo Henrique Guerreiro de

Estudo da Vibração Induzida por Vórtices sobre um Cilindro Circular Elasticamente Apoiado pela Solução Numérica das Equações de Reynolds/Leonardo Henrique Guerreiro de Almeida. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XVII, 82 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Oceânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 58 – 60.

1. VIV. 2. Volumes Finitos. 3. Turbulência. 4. RANS. 5. CFD. I. Wanderley, Juan Bautista Villa. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

*Aos meus pais Américo e Cristina,
meu cunhado e minha irmã André
e Hellen e à minha sobrinha Tiemi
Kato, meus maiores apoiadores.*

Agradecimentos

Incontáveis foram as dificuldades durante o mestrado. No entanto, o peso delas se tornou mais brando, pois me apoiei em ombros de gigantes que me suportaram por todo esse processo.

Um dos gigantes é Deus a quem agradeço por ter me dado oportunidades que muitas pessoas almejam mas poucas as têm.

Agradeço pelos pais maravilhosos que tenho, que ao longo desses longos dois anos, mesmo longe, nunca deixaram de cuidar e se preocupar comigo. Agradeço pela criação que me deram por todo o suporte. Foram fortaleza nos tempos difíceis e comemoraram comigo os tempos alegres. Agradeço também ao meu cunhado André e à irmã Hellen, pelos conselhos, palavras amigas e por terem nos dado o maior presente de todos, minha sobrinha Tiemi Kato, à qual também sou profundamente grato. Junto com eles agradeço à toda minha família, tios primos e avós por todo suporte e torcida pela minha vitória. Amo vocês para sempre.

Agradeço ainda ao meu professor Juan Wanderley, pela incansável e infindável paciência e por toda ajuda que me prestou. Sem seus conselhos e tutoria com certeza não teria saído do lugar.

Agradeço aos meus fiéis amigos, Rafael Bruno e Samuel Filgueiras, por compartilharem minhas vitórias e derrotas, e ao meu colega de apartamento Ricardo, por todo o companheirismo durante esse tempo. A amizade de vocês é inestimável e sempre quero tê-los por perto.

Agradeço também aos meus colegas de mestrado, Thiago e Vinícius e colegas de classe pelo companheirismo e momentos divertidos, levarei-os para o resto da vida.

Agradeço aos funcionários do Programa de Engenharia Oceânica. Em especial à Eloisa, pela ajuda com as caronas sempre divertidas e descontraídas.

Por fim, agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela ajuda financeira nesse projeto.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES SOBRE UM CILINDRO
CIRCULAR ELASTICAMENTE APOIADO PELA SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS
EQUAÇÕES DE REYNOLDS

Leonardo Henrique Guerreiro de Almeida

Março/2019

Orientador: Juan Bautista Villa Wanderley

Programa: Engenharia Oceânica

A vibração induzida por vórtices (VIV) é um assunto ainda pouco dominado pela comunidade científica e de grande interesse na área da engenharia. Sua simulação numérica apresenta-se como um desafio, seja pela não-linearidade intrínseca a esse fenômeno, seja pela limitação computacional e restrita gama de métodos eficientes. Por esse motivo, vários estudos abordaram essa temática, no entanto, os resultados obtidos apresentaram-se insatisfatórios e a necessidade de melhorá-los é evidente. No presente trabalho, as equações de Navier-Stokes promediadas de Reynolds (RANS) levemente compressíveis foram resolvidas utilizando-se o método dos volumes finitos na discretização espacial e o método de Runge-Kutta de terceira ordem na integração no tempo. O código numérico foi validado pela simulação de três casos laminares ($Re = 40, 100$ e 200) e dois casos onde a esteira é turbulenta ($Re = 500$ e 1000) para o cilindro fixo. Nos casos turbulentos, os modelos de turbulência de uma equação de Spalart-Allmaras e da energia cinética turbulenta foram usados para simular a turbulência na esteira do cilindro. Por fim, simulou-se o cilindro elasticamente montado com um grau de liberdade e com baixo coeficiente de massa para $Re = 2000-12000$, onde foi possível capturar muitas características reportadas por estudos experimentais prévios, como é o caso do modo de emissão de vórtices 2P. No entanto, a resposta em amplitude calculada apresentou discrepâncias, as quais foram devidamente esclarecidas. O presente trabalho é pioneiro na medida em que avalia uma metodologia mais simples para o estudo da VIV visando eficiência em termos de custos computacionais.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF VORTEX INDUCED VIBRATION ON AN ELASTICALLY MOUNTED
CIRCULAR CYLINDER BY THE NUMERICAL SOLUTION OF THE REYNOLDS
EQUATION

Leonardo Henrique Guerreiro de Almeida

March/2019

Advisor: Juan Bautista Villa Wanderley

Department: Ocean Engineering

Vortex-induced vibration (VIV) is a subject that is still little dominated by the scientific community and of great interest in engineering. Its numerical simulation presents itself as a challenge, either by the intrinsic nonlinearity to this phenomenon, or by the computational limitation and restricted range of efficient methods. For this reason, several studies have addressed this theme, however, the results obtained were unsatisfactory and the need to improve them is evident. In the present work, the slightly compressible Reynolds averaged Navier-Stokes equations were solved using the finite volume method in spatial discretization and the third order Runge-Kutta method in time integration. The numerical code was validated by the simulation of three laminar cases ($Re = 40, 100$ and 200) and two cases in which the wake is turbulent ($Re = 500$ and 1000) for the fixed cylinder. In turbulent cases, the one-equation turbulence models of Spalart-Allmaras and turbulent kinetic energy were used to simulate the turbulence in the cylinder's wake. Finally, the elastically mounted cylinder with a low degree of freedom was simulated for $Re = 2000-12000$, where it was possible to capture many characteristics reported by previous experimental studies, such as the vortex emission mode $2P$. However, the calculated amplitude response presented discrepancies, which were duly clarified. The present work is a pioneer in that it evaluates a simpler methodology for the study of VIV aiming at efficiency in terms of computational costs.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xv
Lista de Abreviaturas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Revisão Bibliográfica	3
1.3 Objetivos	6
1.4 Delineamento do Trabalho	6
2 Premissas, Formulações e Métodos	7
2.1 Premissas	7
2.1.1 Adimensionais Importantes	7
2.1.2 Considerações Sobre Vibração Forçada	8
2.2 Formulação Matemática	10
2.2.1 Equações Governantes	10
2.2.2 Equações de Navier-Stokes Promediadas de Reynolds (RANS) . .	11
2.2.3 Modelo Spalart-Allmaras	13
2.2.4 Modelo da Energia Cinética Turbulenta	15
2.3 Formulação Numérica	17
2.4 Equação do Movimento	19
2.5 Características da Malha Computacional	20
3 Resultados - Cilindro Fixo	22
3.1 Cilindro Fixo - $Re = 40$	22
3.2 Cilindro Fixo - $Re = 100$	25
3.3 Cilindro Fixo - $Re = 200$	27
3.4 Resultados Cilindro Fixo - $Re = 500$	29

3.4.1	Modelo Spalart-Allmaras	29
3.4.2	Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)	31
3.5	Resultados Cilindro Fixo - $Re = 1000$	33
3.5.1	Modelo Spalart-Allmaras	33
3.5.2	Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)	35
3.6	Teste de Malha	37
3.7	Sumário dos Resultados	39
4	Resultados - Cilindro Elasticamente Montado	41
4.1	Modelo Spalart-Allmaras	42
4.2	Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)	47
4.3	Amplitude Máxima	52
4.4	O Efeito da Dissipação Numérica	53
5	Conclusões	55
	Referências Bibliográficas	58
A	Cálculo das Frequências	61
B	Dados para Cilindro Elasticamente Montado com um Grau de Liberdade	63
B.1	Spalart-Allmaras	63
B.2	Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)	73
C	Dados para Cilindro Elasticamente Montado com um Grau de Liberdade	82

Lista de Figuras

1.1	Perfil de velocidades sobre uma superfície curva. Na etapa 1, observa-se um gradiente fracamente adverso. Nas etapas 2 e 3, observa-se o surgimento do ponto de inflexão e o momento em que a inclinação se torna zero na parede (Tensão cisalhante zero), este é o chamado ponto de separação. Por fim, o perfil 4 mostra o refluxo junto à parede, e o escoamento separado. (Fonte: Adaptado - Wikipedia)	2
1.2	Classificação dos regimes do escoamento ao redor de um cilindro circular segundo BLEVINS [1].	4
1.3	Resposta em amplitude obtida por KHALAK e WILLIAMSON [12] (●) e FENG [13](◇)(Figura adaptada).	5
2.1	Resposta em amplitude para um sistema massa-mola-amortecedor forçado mostrando a influência da razão de amortecimento na amplitude máxima. (Fonte: Adaptado de RAO [22].	9
2.2	Volume de integração, feito de quatro elementos da malha, utilizado na abordagem <i>cell vertex</i>	17
2.3	Modelo físico cilindro-mola-amortecedor utilizado na análise do presente trabalho, onde U é a corrente incidente. (Fonte: WANDERLEY <i>et al.</i> [20]).	19
2.4	200x200 points grid used around the circular cylinder: (a)broad view, and (b) detailed view showing refinement near the cylinder.	21
3.1	Definição das dimensões características dos vórtices estacionários no bordo de fuga do cilindro. Onde D é o diâmetro, a é a distância entre o bordo de fuga e o centro do vórtice, b é a distância entre os centros dos vórtices, L é o comprimento do vórtice e θ_S é o ângulo em relação à horizontal em que o ponto de separação da camada limite acontece. . . .	23
3.2	Resultados para $Re = 40$: (a) Distribuição da pressão ao longo da superfície do corpo, partindo do bordo de ataque (0°) até o bordo de fuga (180°), e (b) Diagrama de cores do coeficiente de pressão C_p e linhas de corrente	24

3.3	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 100.	26
3.4	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 100$	26
3.5	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 100$	27
3.6	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 200.	28
3.7	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 200$).	28
3.8	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 200$).	29
3.9	Curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 500.	30
3.10	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 500$	30
3.11	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 500$	31
3.12	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 500.	32
3.13	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 500$).	32
3.14	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 500$).	33
3.15	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 1000.	34
3.16	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 1000$).	34
3.17	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 1000$).	35
3.18	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 1000.	36
3.19	Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 1000$).	36
3.20	Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 1000$)	37
3.21	Série temporal do coeficiente de arrastos para três tipos de refinamento de malha.	38
3.22	Série temporal do coeficiente de sustentação para três tipos de refinamento de malha.	38
4.1	Curva de U^* vs. A^* para o modelo Sparlat-Allmaras.	42
4.2	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 3$ (<i>Initial Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	43

4.3	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 5$ (<i>Upper Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	43
4.4	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 7$ (<i>Initial Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	44
4.5	Resposta em frequência para o modelo Sparlat-Allmaras.	45
4.6	Mapeamento do ângulo de fase para o modelo Sparlat-Allmaras.	45
4.7	Mapa de cores da vorticidades para diferentes regiões da curva, <i>initial branch</i> ($U^* = 3$), <i>upper branch</i> ($U^* = 5$) e <i>lower branch</i> ($U^* = 7$)	47
4.8	Resposta em amplitude para o modelo da energia cinética turbulenta. . . .	48
4.9	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 3$ (<i>Initial Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	49
4.10	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 4$ (<i>Initial Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	49
4.11	Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 7$ (<i>Initial Branch</i>). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.	50
4.12	Resposta em frequência para o modelo da energia cinética turbulenta. . .	50
4.13	Mapeamento do ângulo de fase entre a força e a resposta para o modelo Sparlat-Allmaras.	51
4.14	Mapa de cores da vorticidades para diferentes regiões da curva, <i>initial branch</i> ($U^* = 3$), <i>upper branch</i> ($U^* = 4$) e <i>lower branch</i> ($U^* = 7$)	52
4.15	Resposta em amplitude dos cilindro elasticamente montado para três viscosidades numéricas diferentes.	54
B.1	$U^* = 2.5$	63
B.2	$U^* = 3.25$	64
B.3	$U^* = 3.5$	64
B.4	$U^* = 3.75$	65
B.5	$U^* = 4$	65
B.6	$U^* = 4.25$	66
B.7	$U^* = 4.5$	66
B.8	$U^* = 5.5$	67
B.9	$U^* = 6$	67
B.10	$U^* = 6.5$	68
B.11	$U^* = 7.5$	68

B.12 $U^* = 8$	69
B.13 $U^* = 8.5$	69
B.14 $U^* = 9$	70
B.15 $U^* = 9.5$	70
B.16 $U^* = 10$	71
B.17 $U^* = 10.5$	71
B.18 $U^* = 11$	72
B.19 $U^* = 11.5$	72
B.20 $U^* = 12$	73
B.21 $U^* = 2$	73
B.22 $U^* = 3.5$	74
B.23 $U^* = 3.9$	74
B.24 $U^* = 5$	75
B.25 $U^* = 5.5$	75
B.26 $U^* = 6$	76
B.27 $U^* = 6.5$	76
B.28 $U^* = 7.5$	77
B.29 $U^* = 8$	77
B.30 $U^* = 8.5$	78
B.31 $U^* = 9$	78
B.32 $U^* = 9.5$	79
B.33 $U^* = 10$	79
B.34 $U^* = 10.5$	80
B.35 $U^* = 11$	80
B.36 $U^* = 11.5$	81
B.37 $U^* = 12$	81
C.1 Fluxograma do algoritmo de solução das equações.	82

Lista de Tabelas

2.1	Grupos adimensionais que governam a resposta do cilindro (Adaptado de KHALAK e WILLIAMSON [14].	8
3.1	Dimensões características dos vórtices estacionários obtidos no presente estudo comparados com resultados de vários autores, onde C_d é o coeficiente de arrasto e todos os outros parâmetros estão definidos na Fig. 3.1	23
3.2	Coeficientes de arrasto e sustentação e números de Strouhal computados para o número de Reynolds igual a 1000 com três diferentes tipos de refinamento de malha.	39
3.3	Resultados numericamente obtidos no presente estudo comparados com resultados experimentais e numéricos de vários autores.	40
4.1	Amplitudes máximas obtidas para simulações que fator de amortecimento tendendo a zero.	53

Lista de Símbolos

A	Amplitude do Deslocamento, p. 9
A^*	Razão de Amplitude, p. 8
C_D	Coefficiente de Arrasto, p. 8
C_L	Coefficiente de Sustentação, p. 8
C_μ	Coefficiente de Massa, p. 8
D	Diâmetro, p. 8
E_V, F_V	Vetores de Fluxo Viscosos, p. 14
E_e, F_e	Vetores de Fluxo Invíscidos, p. 14
F	Força, p. 8
F_0	Amplitude Força, p. 8
F_X	Força na direção X , longitudinal ao escoamento, p. 8
F_Y	Força na direção Y , transversal ao escoamento, p. 8
L	Comprimento, p. 8
U	Velocidade do Escoamento, p. 8
U^*	Velocidade Reduzida, p. 8
X, Y, Z	Forças de Corpo, nas direções x, y e z , respectivamente, p. 10
Ω	Magnitude da Vorticidade, p. 13
α	Ângulo de fase, p. 9
$\delta_{i,j}$	Delta de Kronecker, p. 12
μ	Viscosidade Dinâmica, p. 10

ν	Viscosidade Cinemática, p. 8
ω_f	Frequência Angular da Força, p. 8
ω_n	Frequência Natural do sistema em Rad, p. 8
\bar{f}	Propriedade promediada, p. 11
ρ	Densidade do Fluido, p. 8
$\tau_{i,j}$	Tensor de Tensões de Reynolds, p. 12
ν_t	Viscosidade Cinemática Turbulenta, p. 12
ζ	Razão de Amortecimento, p. 8
a	Velocidade do som, p. 8
c	Constante de Amortecimento, p. 8
f	Frequência de Vibração, p. 8
f^*	Razão de frequências, p. 8
f_N	Frequência Natural do Sistema em Hz, p. 8
k	Constante de Mola, p. 8
k	Energia Cinética Turbulenta, p. 12
l	Comprimento de Mistura, p. 15
m	massa, p. 8
m_A	Massa Adicional, p. 8
t	tempo, p. 8
u, v, w	Componentes da Velocidade nas direções x, y e z, respectivamente, p. 10
u_∞	Velocidade do escoamento Livre, p. 15
y_0	Deslocamento, p. 8
Pr_k	Número de Prandtl, p. 15
M	Número de Mach, p. 8
Re	Número de Reynolds, p. 3

Lista de Abreviaturas

DNS	Direct Numerical Simulation, p. 2
LES	Large Eddy Simulation, p. 2
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes, p. 2, 6
TVD	Total Variation Diminishing, p. 6
VIV	Vibração Induzida por Vórtices, p. 1

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A vibração induzida por vórtices (VIV) é de extrema importância em vários campos da engenharia. Esta está presente em estruturas como pilares de pontes, *risers* utilizados em operações *offshore*, dutos submarinos em vão livres, cabos elétricos de transmissão, prédios, etc. A eficiente predição e simulação deste processo é extremamente vantajoso como modo de otimização e previsão de falhas em estruturas. Por esse motivo, tem despertado a curiosidade e interesse de muitos pesquisadores ao redor do mundo.

O fenômeno de VIV origina-se da separação da camada limite na superfície de um corpo rombudo. Na teoria potencial, o fenômeno de separação não ocorre, haja vista que a dissipação de energia pelos efeitos viscosos não é considerada. Portanto, qualquer gradiente de pressão adverso encontrado pelo escoamento será naturalmente superado pela energia cinética das partículas fluidas.

No entanto, para escoamentos reais, onde a viscosidade é presente, a situação é um pouco diferente. Devido à perda de quantidade de movimento pelos efeitos viscosos, o fluido não terá energia suficiente para vencer o gradiente de pressão adverso. Então, em um determinado momento, a tensão cisalhante na superfície do corpo se torna nula, ocorrendo a separação da camada limite, como mostra a Fig. 1.1. A esse ponto dá-se o nome de ponto de separação.

No caso do escoamento ao redor de um cilindro, quando, segundo BLEVINS [1], o número de Reynolds é superior a 40, ocorre a emissão de vórtices. Este efeito provoca uma distribuição assimétrica na distribuição de pressões na superfície do corpo, dando origem a uma força de sustentação oscilatória, a qual fará o cilindro vibrar. Esse fenômeno é chamado de Vibração Induzida por Vórtices (VIV).

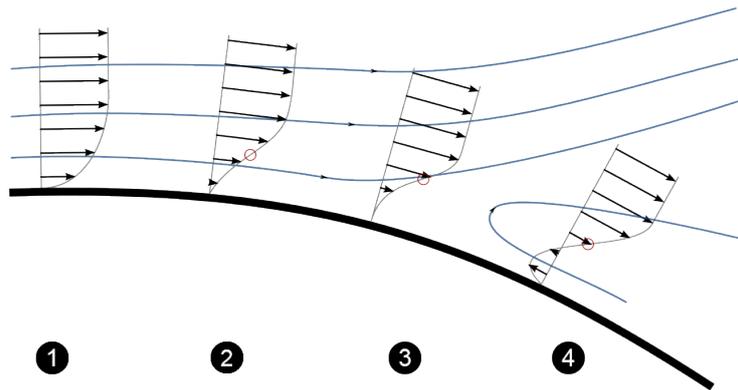


Figura 1.1: Perfil de velocidades sobre uma superfície curva. Na etapa 1, observa-se um gradiente fracamente adverso. Nas etapas 2 e 3, observa-se o surgimento do ponto de inflexão e o momento em que a inclinação se torna zero na parede (Tensão cisalhante zero), este é o chamado ponto de separação. Por fim, o perfil 4 mostra o refluxo junto à parede, e o escoamento separado. (Fonte: Adaptado - Wikipedia)

A Mecânica dos Fluidos Computacional (CFD) é utilizada amplamente na simulação da VIV como forma de contornar os inconvenientes inerentes aos processos empíricos. *Direct Numerical Simulation* (DNS), *Large Edge Simulation* (LES) e *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS) são abordagens comumente utilizadas nessa temática. Embora a primeira metodologia apresente notável precisão de resultados, ela está limitada pela enorme quantidade de esforço computacional devido à necessidade de utilização de malhas extremamente refinadas para capturar todas as escalas da turbulência, e possui aplicabilidade limitada a números de Reynolds relativamente baixos. No caso do LES, as grandes escalas da turbulência são simuladas diretamente, o que necessita um refinamento razoável da malha, enquanto que as pequenas escalas são simuladas por um modelo de turbulência.

Em contrapartida, a solução numérica das equações RANS não necessita de malhas tão refinadas, pois simula todas as escalas de turbulência por um modelo. Ao longo do tempo, esse método mostrou-se um razoavelmente preciso, sendo dotado de maior aplicabilidade e praticidade em comparação aos demais.

Foi nesse contexto que grande quantidade de conhecimento foi gerado. Embora estudos prévios tenham produzido resultados razoáveis, a necessidade de encontrar métodos cada vez mais eficientes e precisos de modo a atender as necessidades da indústria ainda é evidente. Por isso, o presente trabalho tenta avaliar a aplicabilidade de uma metodologia mais simples para simulação da VIV empregando modelos de turbulência de uma equação, o que diminui consideravelmente os esforços computacionais aplicados.

A abordagem proposta envolve a solução da forma integral das equações RANS bi-dimensionais levemente compressíveis utilizadas por WANDERLEY e LEVI [2]. Na discretização espacial, foi implementada a método de volumes finitos (FVM) e após a

aplicação das condições de contorno e iniciais, a integração no tempo foi feita pelo método de Runge-Kutta de terceira ordem. Três casos laminares ($Re = 40, 100$ e 200) e dois casos turbulentos ($Re = 500$ e 1000) foram testados e comparados com estudos experimentais já consolidados. Nos casos turbulentos, os modelos de turbulência de uma equação de SPALART e ALLMARAS [3] (S-A) e da energia cinética turbulenta de Prandtl (tratado neste texto como modelo K) foram implementados para simular a turbulência na esteira do cilindro.

1.2 Revisão Bibliográfica

Muitos autores tentaram por anos capturar a essência do fenômeno da VIV. As não-linearidades intrínsecas a esse tipo de escoamento tornam o trabalho ainda mais complexo. Nos métodos empíricos, as incertezas e erros de medição podem tornar os resultados não confiáveis, enquanto que na modelagem numérica muitas variáveis devem ser consideradas para se implementar um problema bem posto. Nesse contexto, uma ampla gama de dados experimentais, numéricos e modelos matemáticos se fez disponível na literatura com o passar do tempo. BEARMAN [4], WILLIAMSON e GOVARDHAN [5], SARPKEYA [6] apresentam revisões consistentes dos avanços nessa área de estudo.

BLEVINS [1] resume de forma consistente o arcabouço teórico para estudo da VIV. Ele apresenta em seu trabalho a categorização dos regimes de emissão de vórtices, e qual o regime do escoamento da esteira e da camada limite em relação ao número de Reynolds. A Fig. 2.1 mostra a classificação dos tipos de esteira. Segundo o autor, a emissão de vórtices só começa a partir do número de Reynolds igual a 40. Além disso, a transição para uma esteira turbulenta só ocorreria no intervalo entre Re 150 e 300. Até aproximadamente $Re = 3 \cdot 10^5$, apenas a esteira é turbulenta; a partir disso, a camada limite transiciona e o regime de emissão periódica de vórtices desaparece, dando lugar para um tipo de esteira mais estreita e desorganizada. À medida que o Re é aumentado a emissão de vórtices retorna, desta vez completamente turbulenta.

No campo experimental, dados para escoamento ao redor do cilindro fixo podem ser facilmente encontrados. TRITTON [7] mediu o coeficiente de arrasto para baixos números de Reynolds ($Re = 0,5$ a 100). Da mesma forma, CONSTANCEAU e BOUARD [8] determinaram experimentalmente as características da esteira do cilindro pela medição de diversos coeficientes de forma dos vórtices estacionários, também para baixos números de Reynolds ($Re = 5$ a 40). Para altos números de Reynolds ($Re = 100$ a 1000) WIESELSBERGER [9] e NORBERG [10] publicaram o coeficiente de arrasto médio e amplitude do coeficiente de sustentação, enquanto que SHEPPARD e OMAR [11] apresentaram a relação entre os número de Reynolds e Strouhal.

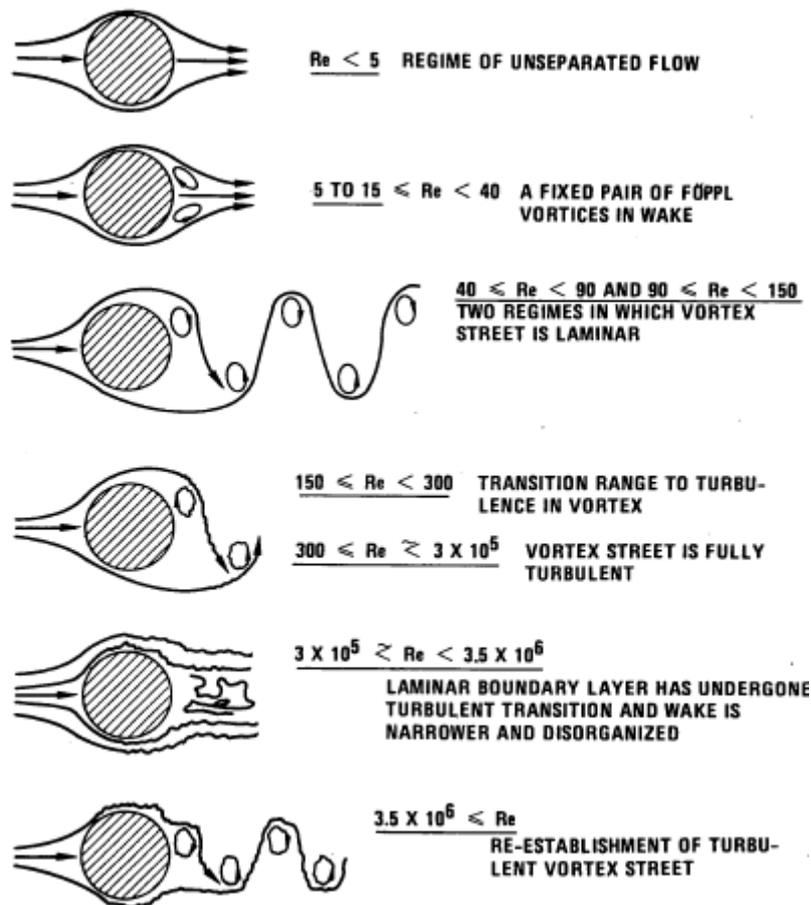


Figura 1.2: Classificação dos regimes do escoamento ao redor de um cilindro circular segundo BLEVINS [1].

KHALAK e WILLIAMSON [12] descreveram experimentalmente a dinâmica de um cilindro montado elasticamente livre para vibrar na direção transversal ao escoamento (um grau de liberdade). Neste trabalho pioneiro, um aparato capaz de simular um sistema com baixos amortecimento e massa foi desenvolvido; com isso foram capturados dois patamares de ressonância inéditos na curva velocidade reduzida vs. amplitude de vibração, a qual pode ser vista na Fig. 1.3, juntamente com os resultados de FENG [13]. O primeiro denominado de *Upper Branch*, caracterizado por amplitudes da ordem de até uma vez o diâmetro do cilindro ($1D$), e o segundo chamado de *Lower Branch*, caracterizado pelo fenômeno de sincronização ou *lock-in*, onde a frequência natural do sistema é capturada pela frequência de emissão de vórtices. Além disso, KHALAK e WILLIAMSON [12] mostraram como as condições de contorno na extremidade do cilindro pode alterar as medições de força. Quando as condições favoreciam uma emissão paralela de vórtices, a sustentação medida foi até cinco vezes maior e altamente dependente do número de Reynolds e o arrasto 17% maior do que na situação em que ocorre emissão oblíqua. Verificou-se ainda, um salto de 180° no ângulo de fase entre excitação e resposta apenas quando o escoamento faz o pulo *Upper* \Leftrightarrow *Lower branch*.

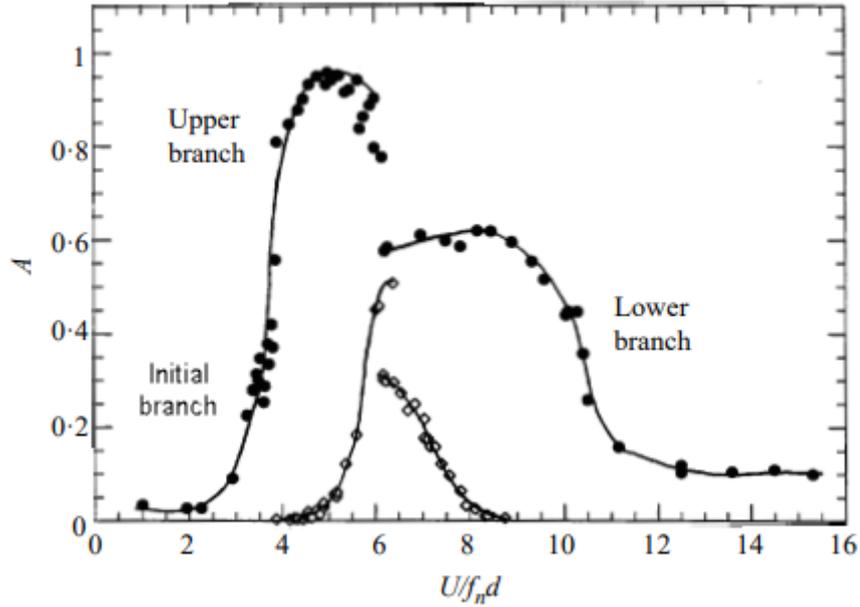


Figura 1.3: Resposta em amplitude obtida por KHALAK e WILLIAMSON [12] (●) e FENG [13](◇)(Figura adaptada).

KHALAK e WILLIAMSON [14] responderam algumas questões importantes sobre a dinâmica da vibração induzida por vórtices. Os autores enfatizaram o efeito do ângulo de fase na amplitude de resposta, para um sistema com baixa massa e amortecimento e a dificuldade de se medir, tanto experimentalmente quanto numericamente, qual o maior valor de amplitude alcançável quando um sistema possui um valor extremamente baixo para o parâmetro combinado $(m^* + C_A)\zeta$. Além disso, os autores descrevem de forma detalhada as transições entre *initial* e *upper branches*, a qual envolve o fenômeno de histerese, e *upper* e *lower branch*, no qual evidencia-se o fenômeno de mudança intermitente, onde hora o ângulo de fase e a amplitude de resposta apresentam comportamento do *upper branch* e hora do *lower branch*. Os autores descrevem também a dinâmica da esteira do cilindro associando o *initial branch* ao modo 2S (dois vórtices emitidos em cada ciclo de vibração) e o *lower branch* ao modo 2P (dois pares de vórtices emitidos em cada ciclo). Os autores concluíram, ainda, que o modo 2P é, dentre todos os modos presentes no regime de sincronização, o que apresenta comportamento mais periódico, refutando a premissa de muitos autores que acreditavam ser este modo um fenômeno transiente.

KANG e JIA [15], estudaram a variação na resposta do cilindro, com um e dois graus de liberdade, para diferentes razões de frequências naturais de vibração, as quais eram ajustadas pela alteração da constante de mola do sistema. Os autores reportaram o comportamento de “duplo pico”, para o caso com um grau de liberdade, e associaram esse fenômeno ao fato de que quando a frequência de desprendimento de vórtices é da ordem de um número inteiro (2,3,...) vezes a frequência natural de vibração do sistema, o desprendimento de vórtices gerará o que eles chamaram de “super-ressonância”.

No campo numérico, encontram-se trabalhos de grande relevância para o presente es-

tudo. RENGEL e SPHAIER [16] e HERFJORD [17] tentaram simular o cilindro fixo usando FVM e método de elementos finitos (FEM), respectivamente. Embora os resultados para número de Reynolds 40, 100 e 200 replicaram bem os resultados experimentais, os valores obtidos para número de Reynolds igual a 1000 não foram capazes de fazer o mesmo.

KANG *et al.* [18] tentaram capturar numericamente a maior amplitude de vibração transversal possível para cilindros com baixo coeficiente de massa e com dois graus de liberdade. Para isso, primeiramente investigaram a influência da magnitude da aceleração do escoamento na simulação, concluindo que, para que se capturasse a máxima amplitude transversal, aquela não deveria exceder o patamar de 0,017 por tempo normalizado. Os autores utilizaram o modelo de turbulência SST $\kappa - \omega$ modificado, esquema backward implícito de Euler para discretização temporal e os termos convectivos foram discretizados utilizando-se o esquema de diferença não-linear TVD (Total Variation Diminishing). Os resultados apresentados concordaram de forma notável com os dados experimentais de JAUVTIS e WILLIAMSON [19].

WANDERLEY *et al.* [20] usaram *Total Variation Diminishing* (TVD) junto com modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$ para replicar de forma notável os resultados experimentais para o cilindro fixo bidimensional. O programa desenvolvido resolveu as equações RANS levemente compressíveis de WANDERLEY e LEVI [2] usando o esquema de Roe-Sweby.

1.3 Objetivos

A principal proposta deste estudo é validar o código desenvolvido como ferramenta prática de engenharia para simulação da VIV, promovendo o avanço da fronteira do conhecimento nessa temática. Sabe-se que dentre os métodos disponíveis no mercado, o método pela solução das equações de Reynolds (RANS) é o mais prático computacionalmente falando. Tendo isso em mente, o autor espera apresentar a solução dessas equações utilizando modelos de turbulência de uma equação como uma metodologia viável, além de apresentar explicações e conclusões sobre possíveis discrepâncias nos resultados.

1.4 Delineamento do Trabalho

O estudo é dividido da seguinte forma: Introdução (Capítulo 1), Premissas, Formulações e Métodos (Capítulo 2), Resultados - Cilindro Fixo (Capítulo 3), Resultados - Cilindro 1GDL (Capítulo 4) e Conclusões (Capítulo 5).

Capítulo 2

Premissas, Formulações e Métodos

2.1 Premissas

2.1.1 Adimensionais Importantes

Na análise da vibração induzida por vórtices, é comum que as grandezas envolvidas possuam magnitudes muito discrepantes. Enquanto uma variável se encontra na ordem de milhares, outra pode estar nos décimos. Por essa razão, é imprescindível trabalhar na forma adimensional, o que torna a visualização dos resultados mais clara e diminui a probabilidade de ocorrência de algum erro numérico durante a execução do código. A Tabela 2.1 mostra os principais adimensionais envolvidos na análise deste trabalho.

Destaca-se a importância do Número de Reynolds e da Velocidade Reduzida, os quais são usualmente tratados como indicadores do comportamento do escoamento e das interações fluido-estrutura.

Além disso, como trata-se de um movimento vibratório, a VIV pode ser idealizada como um sistema massa-mola-amortecedor (Ver 2.4), ou seja, o movimento será regido por uma equação de movimento do tipo forçado (Ver seção 2.4). Portanto, para caracterizar o sistema de forma satisfatória, a frequência de vibração, razão de massa, razão de amortecimento e os coeficientes das forças hidrodinâmicas de arrasto e sustentação devem ser considerados.

Por fim, destacam-se a razão de frequência e o número de Mach. A primeira é a principal indicadora do caráter da oscilação, ajudando a identificar movimentos ressonantes. Já o número de Mach é o principal indicador da compressibilidade no escoamento.

Tabela 2.1: Grupos adimensionais que governam a resposta do cilindro (Adaptado de KHALAK e WILLIAMSON [14]).

Grupos Adimensionais		
Velocidade Reduzida	U^*	$\frac{U}{f_N D}$
Razão de Amplitude	A^*	$\frac{y_0}{D}$
Razão de Massa	C_μ	$\frac{m}{\rho D^2}$
Número de Reynolds	Re	$\frac{\rho U D}{\nu}$
Razão de Frequências	f^*	$\frac{f}{f_N}$
Número de Mach	M	$\frac{U}{a}$
Razão de Amortecimento	ζ	$\frac{c}{2\sqrt{k(m+m_A)}}$
Coeficiente de Arrasto	C_D	$\frac{F_X}{\frac{1}{2}\rho U^2 DL}$
Coeficiente de Sustentação	C_L	$\frac{F_Y}{\frac{1}{2}\rho U^2 DL}$

2.1.2 Considerações Sobre Vibração Forçada

A vibração induzida por vórtices entra na categoria de vibrações forçadas, e portanto para entender melhor esse fenômeno é de extrema importância conhecer os fundamentos para sua modelagem.

Quando se analisa um sistema simples, massa-mola-amortecedor que se encontra sob a ação de uma força harmônica do tipo $F = F_0 \cos \omega_f t$, sendo ω_f sua frequência angular, o movimento da massa pode ser descrito pela equação do movimento, Eq. (2.1).

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F_0 \cos \omega_f t \quad (2.1)$$

onde, k é o coeficiente da mola e c é coeficiente de amortecimento.

ALONSO e FINN [21] proporam uma solução interessante para essa equação. Ao invés de solucioná-la por técnicas convencionais de cálculo, o autor resolveu intuitivamente a equação do movimento sob a premissa de que o corpo não vibraria com a frequência angular não amortecida (ω_n) nem com a frequência angular amortecida $\sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2}$, mas sim com a frequência da força (ω_f). Com isso, assume-se uma solução

do tipo:

$$x = A \sin(\omega_f t - \alpha) \quad (2.2)$$

e por substituição na Eq. (2.1), pode-se calcular a amplitude e fase do movimento forçado da seguinte forma:

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_f^2 - \omega_n^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_f^2}} \quad (2.3)$$

$$\tan \alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_n^2}{2\zeta \omega_f} \quad (2.4)$$

É razoável dizer que, quando o denominador da Eq. (2.3) for mínimo, a amplitude de oscilação será máxima, essa é a chamada ressonância de Amplitude [21], e que quanto maior for o amortecimento do sistema menor será o máximo da curva de amplitude. Isso ocorre na frequência:

$$\omega_A = \sqrt{\omega_n^2 - 2\zeta^2} = \sqrt{k/m - \lambda^2/2m^2} \quad (2.5)$$

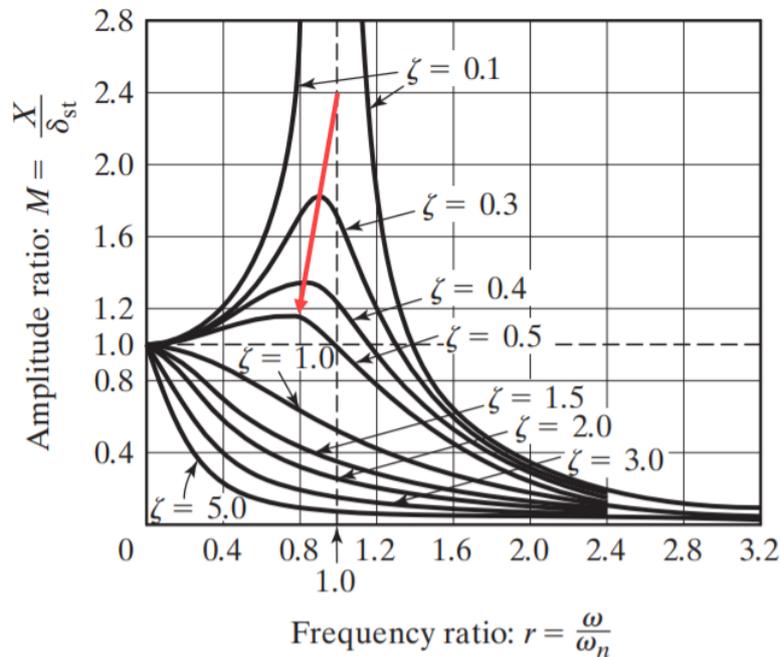


Figura 2.1: Resposta em amplitude para um sistema massa-mola-amortecedor forçado mostrando a influência da razão de amortecimento na amplitude máxima. (Fonte: Adaptado de RAO [22]).

A Fig. 2.1 mostra o comportamento da amplitude apresentado por RAO [22] à medida que o amortecimento (ζ) é aumentado. Percebe-se que o pico, não só diminui, como

também acontece em frequências menores, pois a frequência de ressonância de amplitude (ω_A) é inversamente proporcional ao amortecimento.

2.2 Formulação Matemática

2.2.1 Equações Governantes

No escopo deste trabalho, considerou como simplificação primária que o fluido de trabalho é a água, logo é um fluido newtoniano. Nos fluidos newtonianos, a taxa de deformação local e as tensões se relacionam de forma linear.

Essencialmente, o movimento do fluido pode ser descrito pela segunda lei de newton, que fala que o somatório de todas as forças atuantes sobre o fluido é igual ao produto da massa vezes a aceleração. Essa forças atuantes podem ser divididas em duas categorias, as forças de corpo (força gravitacional, força magnética, etc.), que geralmente são conhecidas, e as forças de superfície, que dependem da adoção de relações constitutivas para serem calculadas. Pode-se, assim, escrever:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \vec{F} + \vec{P} \quad (2.6)$$

onde D/Dt é a derivada substantiva, \vec{F} são as forças de corpo e \vec{P} são as forças de superfície.

A segunda lei de Newton aplicada aos fluidos, dá origem ao grupo de equações de Navier-Stokes. Essas equações, no sistema lagrangiano, podem ser escritas na forma simplificada, considerando-se fluidos incompressíveis e newtonianos como mostram as Eqs. 2.7-2.9.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = X - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2.7)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = Y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (2.8)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = Z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (2.9)$$

Além disso, o sistema é complementado, Eq. 2.10.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

Por fim, é importante ressaltar que as condições de contorno a serem satisfeitas nas equações acima para uma superfície sólida são as condições de não deslizamento e de não penetrabilidade, que podem ser escritas simplesmente como:

$$\text{C.C. na Superfície do corpo : } \begin{cases} \vec{u} = 0, \text{ corpo fixo} \\ \vec{u} = \text{velocidade do corpo, em movimento} \end{cases} \quad (2.11)$$

2.2.2 Equações de Navier-Stokes Promediadas de Reynolds (RANS)

O escoamento foi obtido a partir da solução das Equações de Navier-Stokes Promediadas de Reynolds (RANS), a qual origina-se da substituição das variáveis dependentes nas equações de Navier-Stokes e da continuidade por quantidades temporais médias somadas às flutuações. É comum na literatura, chamar de equações URANS as três equações da conservação da quantidade de movimento juntamente com a equação da conservação da massa.

Primeiramente, define-se o que é a média de uma propriedade. Segundo Reynolds, essa média seria escrita como,

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f dt \quad (2.12)$$

sendo que o intervalo de tempo Δt necessita ser grande o suficiente comparado ao período das pequenas flutuações turbulentas, de modo que a mesma seja obtido de forma precisa.

Decompõe-se então as propriedades do escoamento em suas médias somadas a flutuações, como segue:

$$u_i = \bar{U}_i + u'_i, \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \quad p = \bar{p} + p' \quad (2.13)$$

por definição a média das flutuações é igual a zero ($\overline{f'} \equiv 0$). A partir disso, pode-se provar as relações a seguir, considerando-se duas variáveis quaisquer do escoamento f e g .

$$\overline{f'g'} = 0, \quad \overline{f'g} = \bar{f}g, \quad \overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} \quad (2.14)$$

Fazendo a substituição da Eq. 2.13 nas equações de Navier-Stokes, tirando a média e manipulando-as algebricamente, levando em consideração as propriedades da Eq. 2.14, pode-se reescrever as equações governantes na sua forma bidimensional e incompressível como mostram as Eqs. 2.15 e 2.16 (i e j = 1,2).

$$\frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.15)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = \rho f_i + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j^2} - \overline{\rho u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \quad (2.16)$$

Quando comparada às Eqs. 2.7-2.9, as equações promediadas apresentam alguns ter-

mos diferentes. Em especial o último termo, que é proveniente dos termos inerciais no lado esquerdo da igualdade. Segundo FREIRE *et al.* [23] esses novos termos atuam de forma a aumentar a resistência à deformação do escoamento pela turbulência, ou seja, o efeito se assemelha a uma pseudo-viscosidade ou viscosidade aparente, a qual é capaz de difundir quantidade de movimento, e portanto dissipar energia, ao longo do escoamento muito mais rápido do que a viscosidade molecular. A esse novo termo usualmente dá-se o nome de tensor de tensões "aparentes" ou tensor de Reynolds ($\tau_{i,j}$), o qual precisa ser devidamente calculado de forma a obter-se um problema bem posto.

Ao incorporar a equação da continuidade incompressível no tensor de tensões de Reynolds, é possível reescrevê-lo da seguinte forma:

$$\frac{\partial \tau_{i,j}}{\partial x_j} = -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_j u'_i} \quad (2.17)$$

E na sua forma tensorial, têm-se

$$\tau_{i,j} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u^2} & \overline{uv} \\ \overline{uv} & \overline{v^2} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Neste tensor os elementos da diagonal são referentes às tensões normais, enquanto que os outros às tensão tangenciais ou cisalhantes.

É interessante ressaltar que a Eq. 2.16 é idêntica á equação de Navier-Stokes antes da promediação (ver Eqs. 2.7-2.9) com exceção da adição dos termos do tensor de Reynolds, que são desconhecidos. Portanto, as variáveis do problema passam a ser \overline{U}_i , \overline{p} e $\overline{u'_j u'_i}$. Em 1877, BOUSSINESQ [24] propôs que as tensões relacionadas aos processos de transferência da quantidade de movimento molecular e turbulentos fossem similares e portanto poderiam ser calculadas de forma semelhante, como na Eq. 2.19.

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{i,j} \quad (2.19)$$

Sendo assim, o problema se resumiu em definir uma forma para a chamada viscosidade turbulenta μ_t , a qual deveria incorporar a representação do fluido, do escoamento médio e da geometria do escoamento [23].

Um observação importante a se fazer é que, diferente da viscosidade molecular, a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e sim do escoamento, pois é essencialmente dependente do estado de turbulência, isto significa que μ_t pode variar muito de um ponto para outro do escoamento. A hipótese de Boussinesq, no entanto, considera a turbulência como sendo um fenômeno isotrópico e todos os modelos de turbulência partem dessas duas premissas básicas.

Atualmente, há vários tipos de modelos de turbulência. A categoria mais fundamental são os chamados modelos algébricos onde se destaca o conceito de comprimento de

mistura de Prandtl. Aqui, a turbulência é modelada por equações algébricas simples que tentam aplicar à turbulência conceitos da teoria cinética dos gases, que considera o coeficiente de viscosidade molecular como sendo proporcional ao chamado caminho livre das moléculas e à velocidade característica das mesmas [25]. Outra categoria, e sem dúvida a mais utilizada, são os modelos diferenciais, nos quais a viscosidade turbulenta é modelada por uma ou um conjunto de equações diferenciais. Nas seções a seguir, dois modelos que utilizam uma equação diferencial para a viscosidade turbulenta, os quais foram usados nas análises deste trabalho, serão apresentados.

2.2.3 Modelo Spalart-Allmaras

Como abordado na seção anterior, para resolver o problema do fechamento, é necessário descrever de forma satisfatória a chamada viscosidade turbulenta de Boussinesq. O modelo de turbulência de Spalart-Allmaras é um modelo de uma equação criado originalmente para escoamentos aerodinâmicos ao redor de corpos sólidos. A turbulência é simulada na esteira do cilindro pela adição de uma equação diferencial de transporte como mostra a Eq. (2.20).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} = c_{b1} (1 - f_{t2}) \hat{S} \hat{v} - \left[c_{w1} f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2} f_{t2} \right] \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 + \\ \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((v + \hat{v}) \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde a viscosidade turbulenta é descrita como sendo

$$v_t = \hat{v} f_{v1} \quad (2.21)$$

e os outros coeficientes são dados por

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\hat{v}}{v}, \quad \hat{S} = \Omega + \frac{\hat{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad \Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{i,j}} \quad (2.22)$$

onde Ω é a magnitude da vorticidade.

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{\frac{1}{6}}, \quad g = r + c_{w2} (r^6 - r) \quad (2.23)$$

$$r = \min \left[\frac{\hat{v}}{\hat{S} \kappa^2 d^2}, 10 \right], \quad f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2) \quad (2.24)$$

as constantes são definidas como

$$\begin{aligned}
c_{b1} &= 0.1355 & c_{b2} &= 0.622 & \sigma &= \frac{2}{3} \\
c_{w2} &= 0.3 & x_{w3} &= 0.2 & \kappa &= 0.41 \\
c_{v1} &= 7.1 & c_{t3} &= 1.2 & c_{t4} &= 0.5 \\
c_{w1} &= \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

WANDERLEY e LEVI [2] propuseram que as equações RANS fossem resolvidas de uma forma levemente compressível. Combinando essa metodologia com o modelo proposto por Spalart-Allmaras, é possível escrever as equações governantes em duas dimensões na forma vetorial, conservativa e adimensional como segue:

$$Q_t + (E_e - E_v)_x + (F_e - F_v)_y = H \tag{2.26}$$

onde,

$$Q = \begin{Bmatrix} p \\ u \\ v \\ \hat{v} \end{Bmatrix}, H = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_v \end{Bmatrix} \tag{2.27}$$

$$E_e = \begin{Bmatrix} pu \\ u^2 + p \\ uv \\ u\hat{v} \end{Bmatrix}, F_e = \begin{Bmatrix} pv \\ vu \\ v^2 + p \\ v\hat{v} \end{Bmatrix} \tag{2.28}$$

$$E_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ (\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t)(2u_x) \\ (\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t)(\nu_x + u_y) \\ \frac{1}{\sigma}(\frac{M_\infty}{Re} + \hat{\nu})\hat{v}_x \end{Bmatrix} \tag{2.29}$$

$$F_v = \begin{Bmatrix} 0 \\ (\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t)(u_y + \nu_x) \\ (\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t)(2v_y) \\ \frac{1}{\sigma}(\frac{M_\infty}{Re} + \hat{\nu})\hat{v}_y \end{Bmatrix} \tag{2.30}$$

e as derivadas parciais das propriedades são indicadas pelos subscritos das respectivas direções em que são calculadas, x ou y . Finalmente,

$$M_\infty = \frac{u_\infty}{a_\infty}, \quad Re = \frac{u_\infty L}{\nu_\infty} \quad (2.31)$$

$$H_v = c_{b1}(1 - f_{t2})\hat{S}\hat{v} - \left[c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2}f_{t2} \right] \left(\frac{\hat{v}}{d} \right)^2 + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{v}}{\partial x_j} \quad (2.32)$$

onde $M_\infty = 0.2$ para escoamentos incompressíveis.

Como qualquer equação diferencial, a equação 2.26 requer condições de contorno (C.C.). Abaixo são listadas as condições para o escoamento livre e para a parede.

$$\text{C.C. para Escoamento livre : } \begin{cases} p_\infty = 1 \\ u_\infty = M_\infty \\ v_\infty = 0 \\ \hat{v}_\infty = \frac{3M_\infty}{Re} \text{ a } \frac{5M_\infty}{Re} \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\text{C.C. na Superfície do Corpo : } \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \\ u = 0 \\ v = 0 \\ \hat{v} = 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

2.2.4 Modelo da Energia Cinética Turbulenta

O segundo modelo de turbulência utilizado nesse trabalho, emprega uma equação diferencial para a energia cinética turbulenta (k), como mostra a Eq. (2.35)

$$\frac{D\bar{k}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] - \frac{C_D \bar{k}^{\frac{3}{2}}}{l} + \left(2v_t S_{ij} - \frac{2}{3} \bar{k} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.35)$$

onde a viscosidade cinemática turbulenta é calculada como

$$v_t = C_k l (\bar{k})^{\frac{1}{2}} \quad (2.36)$$

e os outros parâmetros são definidos como

$$\begin{aligned} Pr_k &= 1.0, \quad C_D \cong 0.164, \quad C_k = C_D^{\frac{1}{3}} \\ l &= 0.0762 \delta_m \\ S_{ij} &= \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1; i = j \\ 0; i \neq j \end{cases} \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde δ_m é a espessura da camada de mistura.

Combinando a formulação levemente compressível de WANDERLEY e LEVI [2] e a equação do modelo de turbulência, é possível escrever as equações governantes em duas dimensões na forma vetorial, conservativa e adimensional da mesma forma que em (2.26), onde:

$$Q = \begin{pmatrix} p \\ u \\ v \\ \bar{k} \end{pmatrix}, H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ H_k \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

e os vetores de fluxo são definidos como

$$E_e = \begin{pmatrix} pu \\ u^2 + p \\ uv \\ u\bar{k} \end{pmatrix}, F_e = \begin{pmatrix} pv \\ vu \\ v^2 + p \\ v\bar{k} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t\right) (2u_x) \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t\right) (v_x + u_y) \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \frac{\nu_t}{Pr_k}\right) \bar{k}_x \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t\right) (u_y + v_x) \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \nu_t\right) (2v_y) \\ \left(\frac{M_\infty}{Re} + \frac{\nu_t}{Pr_k}\right) \bar{k}_y \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

onde as propriedades que possuem os subscritos x e y são as derivadas parciais das mesmas nas direções x e y respectivamente e para escoamentos incompressíveis $M_\infty = 0.2$. Por fim, o termo forçante H_k é definido da seguinte forma:

$$H_k = \nu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{C_D \bar{k}^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (2.42)$$

Resolver a Eq. (2.26) requer condições de contorno no escoamento livre e na superfície do cilindro, como mostrado abaixo

$$\text{C.C. para Escoamento livre} = \begin{pmatrix} p_\infty = 1 \\ u_\infty = M_\infty \\ v_\infty = 0 \\ \bar{k}_\infty = 1.5l^2 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

$$\text{C.C. na Superfície do Corpo} = \begin{cases} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \\ u = 0 \\ v = 0 \\ \bar{k} = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

2.3 Formulação Numérica

A forma integral da Eq. (2.26), mostrada na (2.45), é resolvida pelo método de volumes finitos usando-se uma abordagem do tipo *cell vertex*.

$$\frac{\partial \bar{Q}_{i,j}}{\partial t} = -\frac{1}{V_{i,j}} \int_{S_{i,j}} (\vec{P} \cdot \vec{n}) dS \quad (2.45)$$

onde

$$\vec{P} = E\vec{i} + F\vec{j} \quad (2.46)$$

A Fig. 2.2 mostra como a integração espacial acontece. Na abordagem *cell vertex*, as propriedades são definidas nos vértices de cada volume de integração, o qual foi convenientemente escolhido de modo a facilitar os cálculos. O volume é formado pela junção de quatro elementos da malha e as propriedades calculadas são assumidas constantes ao longo das faces do mesmo. Além disso, os vetores normais $S(i,j)$ são definidos no centro de cada face. Assim, as propriedades no centro de cada volume são computadas por meio da Eq. (2.45), onde a integral é discretizada como mostrado na Eq.(2.47).

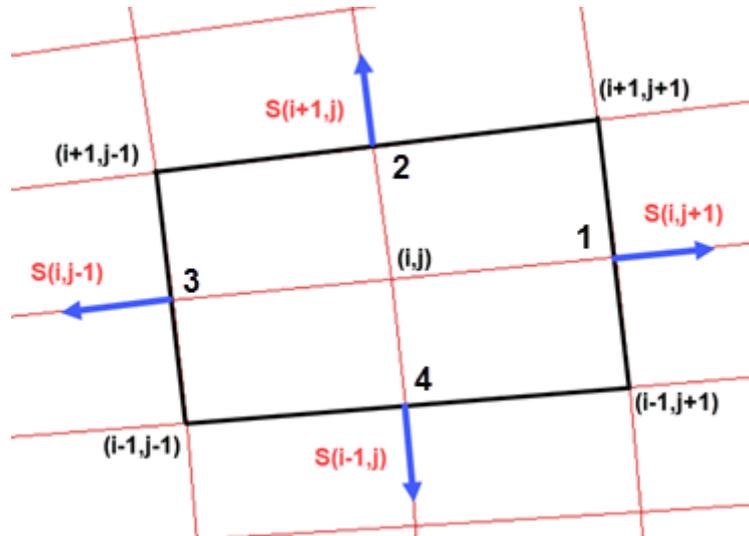


Figura 2.2: Volume de integração, feito de quatro elementos da malha, utilizado na abordagem *cell vertex*.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t}\right)_{i,j} &= -\frac{1}{V_{i,j}} \left\{ \left(\vec{P} \cdot \vec{S}\right)_{i+1,j} + \left(\vec{P} \cdot \vec{S}\right)_{i-1,j} + \right. \\
&+ \left. \left(\vec{P} \cdot \vec{S}\right)_{i,j+1} + \left(\vec{P} \cdot \vec{S}\right)_{i,j-1} \right\} - \\
&- \varepsilon \left[(\nabla_{\xi} \Delta_{\xi})^2 + (\nabla_{\eta} \Delta_{\eta})^2 \right] \bar{Q}_{i,j}
\end{aligned} \tag{2.47}$$

onde ε é a viscosidade numérica, que deve possuir o valor mínimo necessário para estabilizar a simulação, e

$$\begin{aligned}
(\nabla_{\xi} \Delta_{\xi})^2 \bar{Q}_{i,j} &= \bar{Q}_{i+2,j} - 4\bar{Q}_{i+1,j} + 6\bar{Q}_{i,j} - 4\bar{Q}_{i-1,j} + \bar{Q}_{i-2,j} \\
(\nabla_{\eta} \Delta_{\eta})^2 \bar{Q}_{i,j} &= \bar{Q}_{i,j+2} - 4\bar{Q}_{i,j+1} + 6\bar{Q}_{i,j} - 4\bar{Q}_{i,j-1} + \bar{Q}_{i,j-2}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Essa aproximação é equivalente a uma aproximação centrada de segunda ordem em diferenças finitas. Sabe-se que diferenças centradas de segunda ordem não possuem dissipação numérica, por essa razão, a fim de garantir a estabilidade do método, faz-se necessária a adição explícita do termo de dissipação numérica, escrito na segunda parte da Eq. (2.47).

A Eq. (2.49) mostra como as derivadas espaciais dentro dos vetores de fluxo viscosos, (2.29), (2.30), (2.40) e (2.41) são aproximadas.

$$\frac{\partial U}{\partial x_k} = \frac{1}{V_{i,j}} \sum_{p=1}^4 U_p \cdot S_p^k \tag{2.49}$$

onde U é a componente de velocidade considerada, u ou v , S^k é a componente do vetor normal na direção x_k , onde p é o índice indicador das faces ($p = 1$ a 4), como na Fig. 2.2.

Dadas então as devidas condições iniciais e de contorno, a Eq. (2.47) é integrada no tempo utilizando-se o método de Runge-Kutta de terceira ordem, que sabe-se ser um método bom para resolver a convecção e condução [26], portanto é um bom método para resolver a equação de Navier-Stokes, como na Eq. (2.50).

$$\begin{cases}
\tilde{\bar{Q}}_{i,j}^{n+1/3} = \bar{Q}_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t}\right)^n \\
\hat{\bar{Q}}_{i,j}^{n+1/2} = \bar{Q}_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\partial \tilde{\bar{Q}}}{\partial t}\right)^{n+1/3} \\
\bar{Q}_{i,j}^{n+1} = \bar{Q}_{i,j}^n + \Delta t \left(\frac{\partial \hat{\bar{Q}}}{\partial t}\right)_{i,j}^{n+1/2}
\end{cases} \tag{2.50}$$

onde i e j são os índices espaciais e n é o índice temporal.

2.4 Equação do Movimento

Qualquer sistema vibratório pode ser idealizado por um sistema massa-mola-amortecedor. No caso da VIV, a Fig. 2.3 mostra o modelo teórico utilizado no código desenvolvido para o caso com um grau de liberdade. Portanto, parte-se da forma mais fundamental da equação do movimento sob condições forçantes gerais, mostrada na Eq. (2.51) para a direção y .

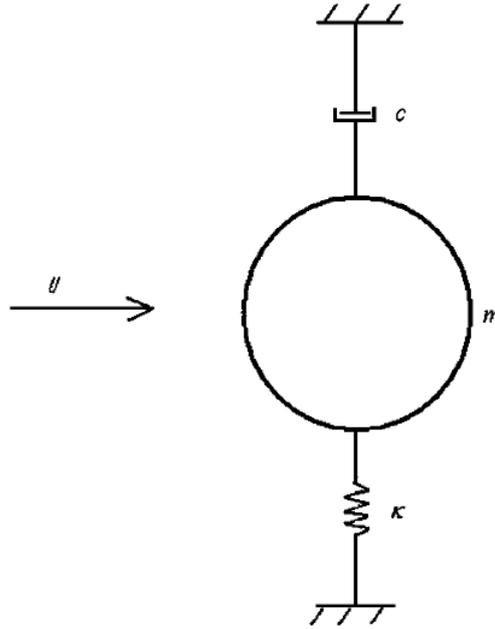


Figura 2.3: Modelo físico cilindro-mola-amortecedor utilizado na análise do presente trabalho, onde U é a corrente incidente. (Fonte: WANDERLEY *et al.* [20]).

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_y \quad (2.51)$$

onde m , c , k e F_y são a massa, coeficiente de amortecimento, constante da mola e componente forçante (no caso do presente trabalho, a força de sustentação na direção transversal ao escoamento), respectivamente.

Dividindo a Eq. (2.51) por $\frac{1}{2}m\rho a_\infty^2 DL$, pode-se reescrevê-la da seguinte forma:

$$\frac{1}{\frac{1}{2}m\rho U_\infty^2 DL} \ddot{y} + \frac{2\omega_n \zeta}{\frac{1}{2}m\rho U_\infty^2 DL} \dot{y} + \frac{\omega_n^2}{\frac{1}{2}m\rho U_\infty^2 DL} y = \frac{C_L}{2m} \quad (2.52)$$

sendo ω_n a frequência natural do sistema, ζ a razão de amortecimento, C_L o coeficiente de sustentação e a_∞ a velocidade do som. Por fim, introduz-se a seguinte adimensionalização:

$$\ddot{y}^* = \frac{\ddot{y}D}{U_\infty^2} ; \dot{y}^* = \frac{\dot{y}}{U_\infty} ; y^* = \frac{y}{D} \quad (2.53)$$

após algumas manipulações algébricas, chega-se a forma final da equação do movi-

mento, a Eq. (2.54).

$$\ddot{y} + C_{\zeta}\dot{y}^* + C_k y = \frac{C_L}{2C_{\mu}} \quad (2.54)$$

onde,

$$C_{\zeta} = \frac{4\pi}{U^*}; \quad C_k = \frac{4\pi^2}{U^{*2}}; \quad C_{\mu} = \frac{m}{\rho D^2}; \quad U^* = \frac{U}{f_n D} \quad (2.55)$$

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0 \quad (2.56)$$

As equações RANS são resolvidas juntamente com a equação do movimento sob as condições iniciais apresentadas na Eq. (2.56). Assim, determinam-se a velocidade (\dot{y}) e o deslocamento (y), os quais são utilizados para reconstruir a malha e implementar as condições de contorno na superfície do cilindro.

Para calcular a posição do cilindro, o método de Lax-Wendroff foi utilizado, enquanto que para computar a velocidade usou-se o método explícito de Euler, como apresentado nas Eqs. (2.58) e (2.59).

$$y^{n+1} = y^n + \dot{y}^n \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{y}^n \Delta t^2 \quad (2.57)$$

$$\dot{y}^{n+1} = \dot{y}^n + \ddot{y}^n \Delta t \quad (2.58)$$

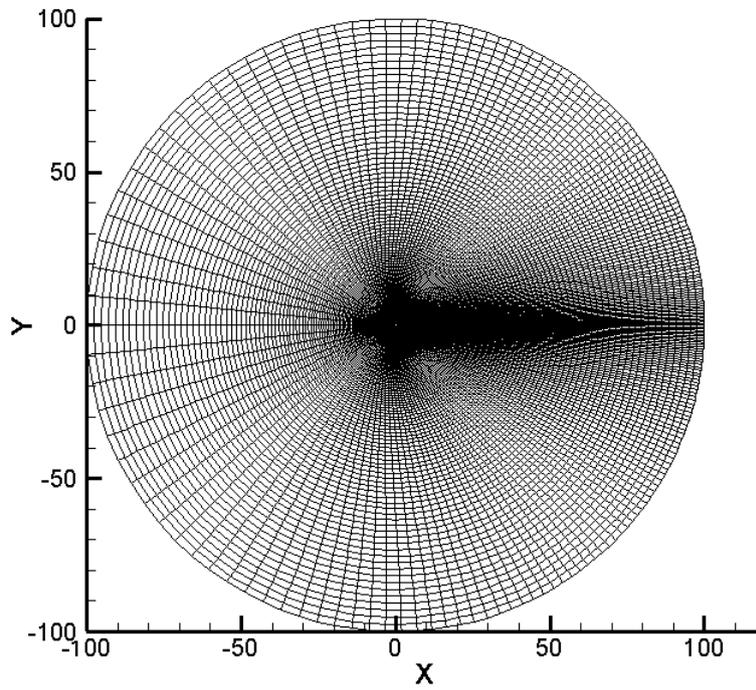
onde,

$$\ddot{y}^n = \frac{C_L}{2C_{\mu}} - C_{\zeta}\dot{y}^n - C_k y^n \quad (2.59)$$

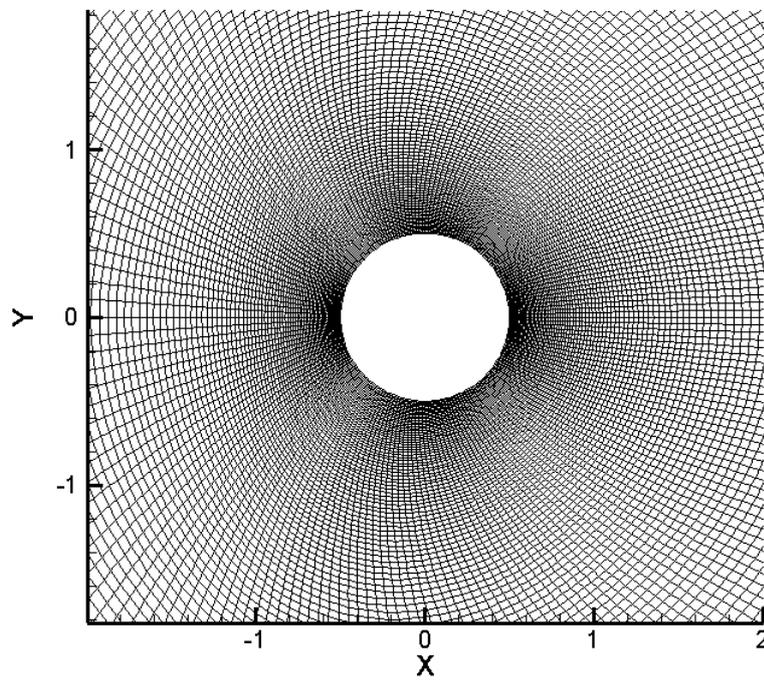
2.5 Características da Malha Computacional

Para todas as simulações, foi gerada uma malha tipo O usando-se o método algébrico multisuperfície FLETCHER [27], no qual o cilindro é feito de pontos da malha, isto é, o cilindro faz parte da malha computacional. Com o objetivo de facilitar a imposição das condições de contorno no corpo, os elementos da malha estão dispostos de forma ortogonal à superfície.

O raio do domínio escolhido e o número de elementos da malha foram $100D$ e 200×200 , respectivamente. Com isso, obteve-se um coeficiente de bloqueio de $0,5\%$. Para melhor representação da esteira de vórtices, um *stretching* exponencial foi aplicado tanto na direção circunferencial (direção i) quanto na direção radial (direção j) com objetivo de concentrar mais elementos próximo do cilindro e à jusante do mesmo. A Fig. 2.4(a) mostra a visão geral da malha utilizada, enquanto que a Fig. 2.4(b) mostra o refinamento próximo ao cilindro.



(a)



(b)

Figura 2.4: 200x200 points grid used around the circular cylinder: (a) broad view, and (b) detailed view showing refinement near the cylinder.

Capítulo 3

Resultados - Cilindro Fixo

Validar o método proposto no presente estudo requer simulações do escoamento ao redor do cilindro fixo e sua posterior comparação com estudo numéricos e experimentais prévios. Dentro desse contexto, três casos laminares foram simulados ($Re = 40, 100$ e 200); nesses casos, os modelos de turbulência foram desligados. Dos três casos, o que possuía número de Reynolds igual a 40 foi o único que não apresentou desprendimento de vórtices, como já era esperado [1]. Após essa etapa, o modelo de turbulência foi habilitado para o estudo de dois casos turbulentos ($Re = 500$ e 1000).

3.1 Cilindro Fixo - $Re = 40$

Para a simulação com Número de Reynolds igual a 40, a Fig. 3.2(a) mostra o diagrama de cores para o Coeficiente de Pressão (C_p) juntamente com as linhas de corrente próximas ao cilindro. No bordo de fuga, observa-se claramente a formação de dois vórtices devido à separação da camada limite pelo gradiente adverso de pressão na superfície do corpo. Estes vórtices não serão emitidos, o que é consequência da predominância das forças viscosas sobre as forças de inércia. No bordo de ataque, observa-se o ponto de estagnação como uma zona de alta pressão. Ao se dirigir para as zonas laterais do cilindro, deixando o bordo de ataque, o escoamento sofre uma aceleração que originará as duas zonas de baixa pressão.

A Fig. 3.2(b) mostra a distribuição do coeficiente de pressão ao longo da superfície do corpo (0° a 180°). Quando comparada com os resultados experimentais obtidos por TRITTON [7] e numéricos obtidos por GROVE *et al.* [28], RENGEL e SPHAIER [16], WANDERLEY *et al.* [20] e WANDERLEY e LEVI [2], a curva obtida no presente estudo apresenta uma boa concordância.

Os estudos citados também mediram o coeficiente de arrasto médio e as dimensões características dos vórtices formados. A Tabela 3.1 mostra a comparação entre os resultados experimentais obtidos por TRITTON [7], CONSTANCEAU e BOUARD [8] e numéricos

obtidos por RENGEL e SPHAIER [16] e WANDERLEY *et al.* [20] e o presente estudo. Observa-se que os resultados obtidos por outros autores e os resultados obtidos aqui são semelhantes, reforçando portanto, que concordância é satisfatória.

Tabela 3.1: Dimensões características dos vórtices estacionários obtidos no presente estudo comparados com resultados de vários autores, onde C_d é o coeficiente de arrasto e todos os outros parâmetros estão definidos na Fig. 3.1

Reference	C_d	L/D	a/D	b/D	θ_s	Remark
TRITTON [7]	1,57	-	-	-	-	Experimental
CONSTANCEAU e BOUARD [8]	-	2,13	0,76	0,59	53,5	Experimental
RENGEL e SPHAIER [16]	1,61	2,23	0,72	0,58	54,06	FVM 180x180
WANDERLEY <i>et al.</i> [20]	1,56	2,29	0,73	0,60	53,08	FDM 200x200
Present Study	1,55	2,06	0,72	0,60	53,9	FVM 200x200

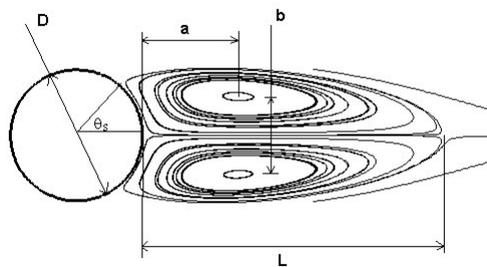
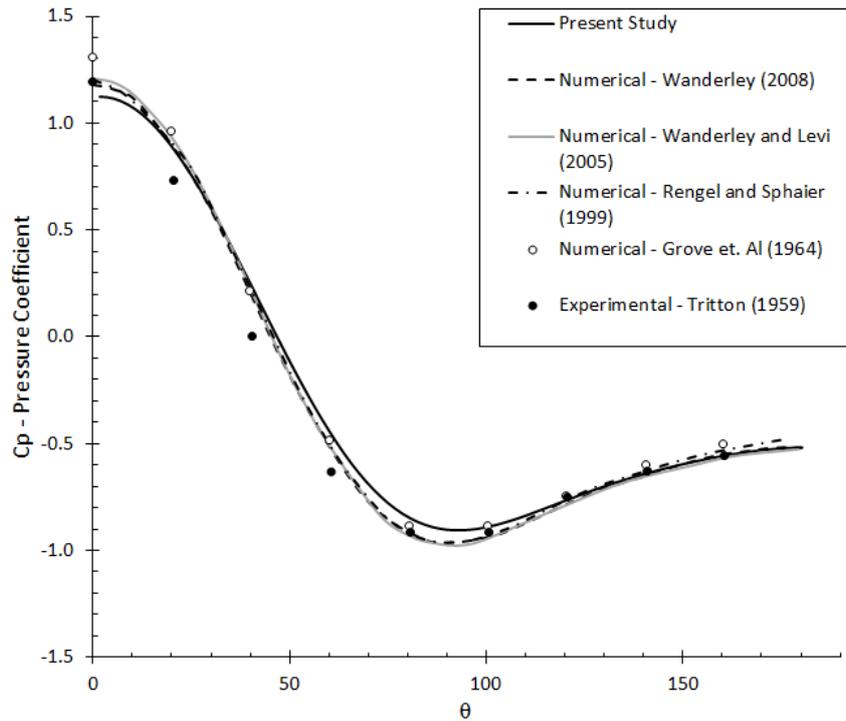
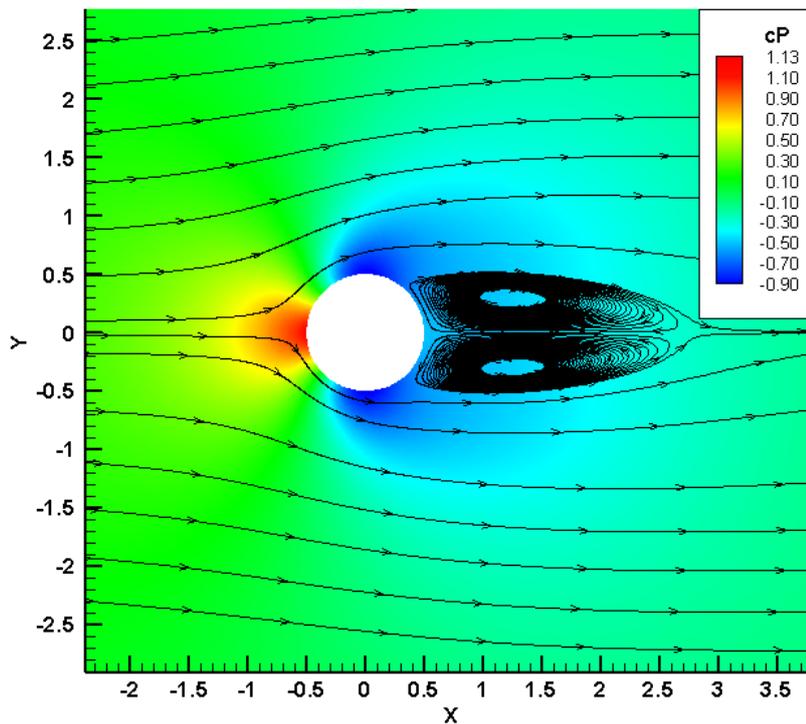


Figura 3.1: Definição das dimensões características dos vórtices estacionários no bordo de fuga do cilindro. Onde D é o diâmetro, a é a distância entre o bordo de fuga e o centro do vórtice, b é a distância entre os centros dos vórtices, L é o comprimento do vórtice e θ_s é o ângulo em relação à horizontal em que o ponto de separação da camada limite acontece.



(a)



(b)

Figura 3.2: Resultados para $Re = 40$: (a) Distribuição da pressão ao longo da superfície do corpo, partindo do bordo de ataque (0°) até o bordo de fuga (180°), e (b) Diagrama de cores do coeficiente de pressão C_p e linhas de corrente

3.2 Cilindro Fixo - $Re = 100$

Para a simulação com o número de Reynolds igual a 100, a Fig. 3.3 mostra as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação calculados pelo programa. Após certo período de tempo, a curva assume um caráter periódico, isso acontece justamente no momento em que os vórtices começam a se desprender. A liberação de vórtices ocasionará uma variação no campo de pressão próximo ao cilindro, gerando o comportamento observado na figura.

A Fig 3.4 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade. Observa-se que, diferente do caso anterior, há o desprendimento de vórtice e formação da esteira de Von Kármán.

Após atingir o estado estacionário de desprendimento de vórtices mediu-se os coeficientes de arrasto médio e a amplitude da força de sustentação. Para o arrasto médio, o valor obtido foi de 1,36, representando um erro relativo de 4,38 % em relação ao resultado experimental de WIESELSBERGER [9]. Enquanto que a amplitude do Coeficiente de Sustentação mensurado foi 0,32, o que representa um erro relativo de 0 % em relação aos resultados experimentais obtidos por NORBERG [10].

Por fim, a Fig. 3.5 mostra a curva da análise pela Transformada Rápida de Fourier (FFT) da série temporal do coeficiente de sustentação após atingido o estado estacionário. Constata-se a predominância de uma única frequência, a frequência de desprendimento de vórtices ou Número de Strouhal. Esse comportamento já era esperado uma vez que para o número de Reynolds igual a 100 a esteira é predominantemente laminar. Sendo assim, o número de Strouhal medido para essa simulação foi de 0,161, representando um erro relativo de 1,82 % em relação ao valor medido por NORBERG [10].

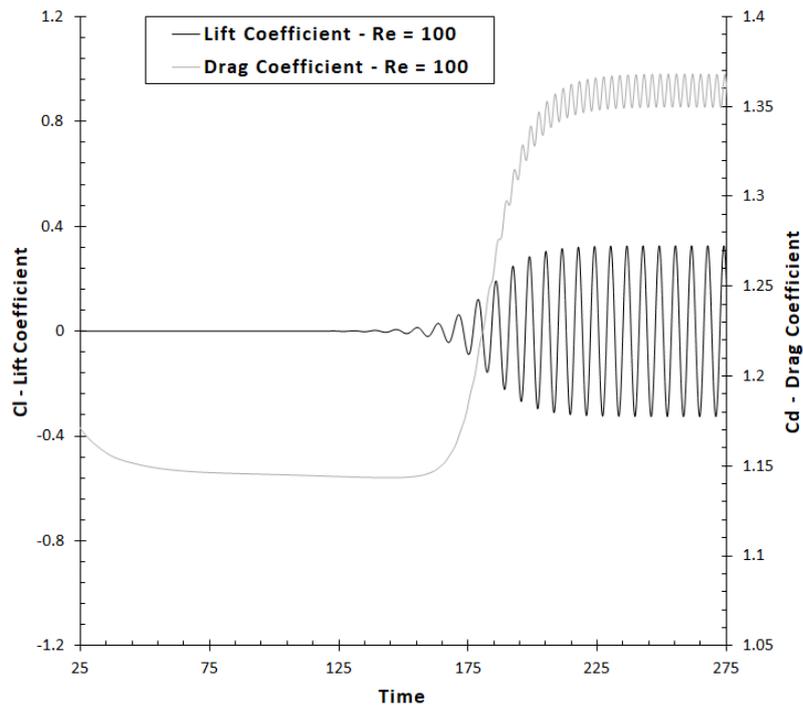


Figura 3.3: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 100.

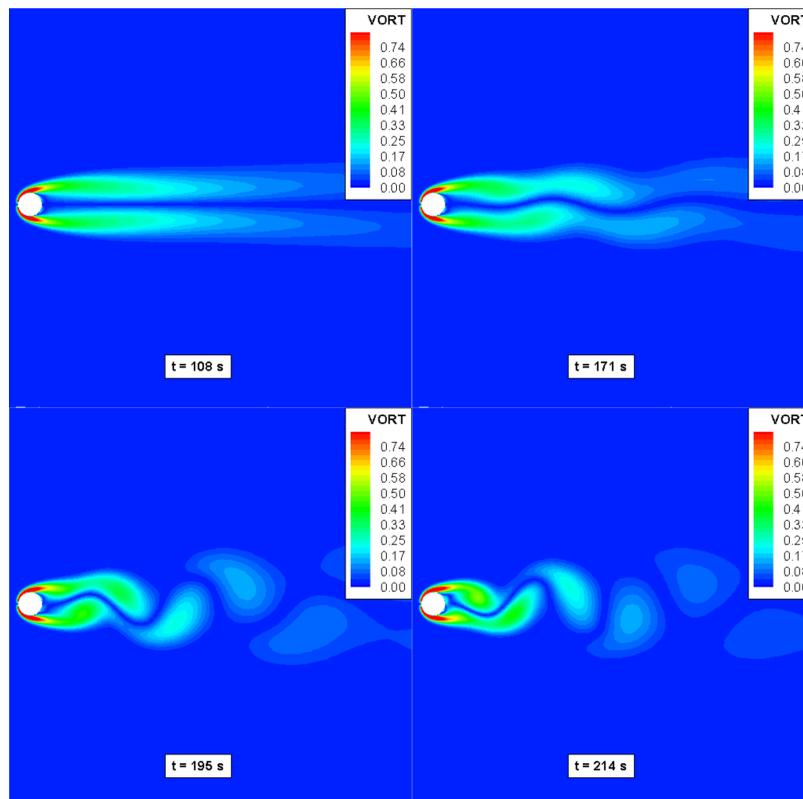


Figura 3.4: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 100$.

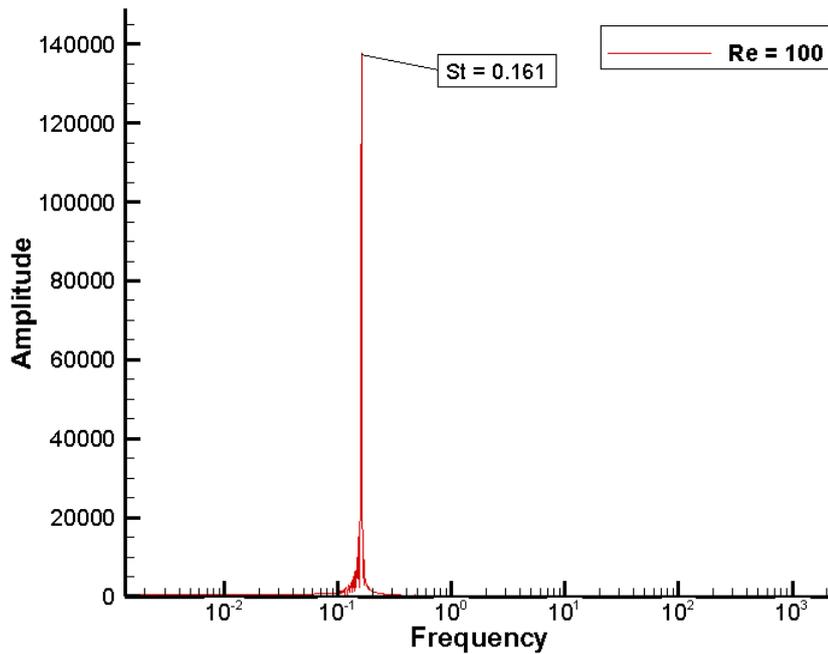


Figura 3.5: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 100$.

3.3 Cilindro Fixo - $Re = 200$

Para a simulação com o número de Reynolds igual a 200, a Fig. 3.6 mostra as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação calculados pelo programa. Após atingir o estado estacionário de desprendimento de vórtices mediu-se os coeficientes de arrasto médio e a amplitude da força de sustentação. Para o arrasto médio o valor obtido foi de 1,31, representando um erro relativo de 1,55 % em relação ao resultado experimental de WIESELSBERGER [9]. Enquanto que a amplitude do coeficiente de sustentação mensurado foi 0,62, o que representa um erro relativo de 16,9 % em relação aos resultados experimentais obtidos por NORBERG [10].

A Fig 3.7 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade. Mais uma vez observa-se que há o desprendimento de vórtice e formação da esteira de Von Kármán.

Por fim, a Fig. 3.8 mostra a curva da análise FFT da série temporal do coeficiente de sustentação após atingido o estado estacionário. Constata-se, mais uma vez, a predominância da frequência de desprendimento de vórtices ou Número de Strouhal, o que já era o esperado. O número de Strouhal medido para essa simulação foi de 0,184, representando um erro relativo de 1,09 % em relação ao valor medido por NORBERG [10].

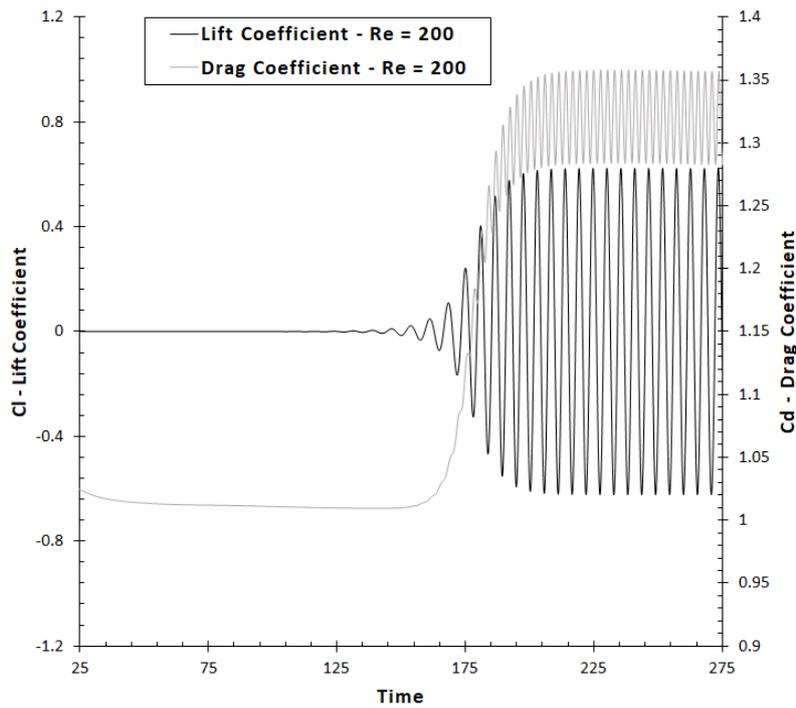


Figura 3.6: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 200.

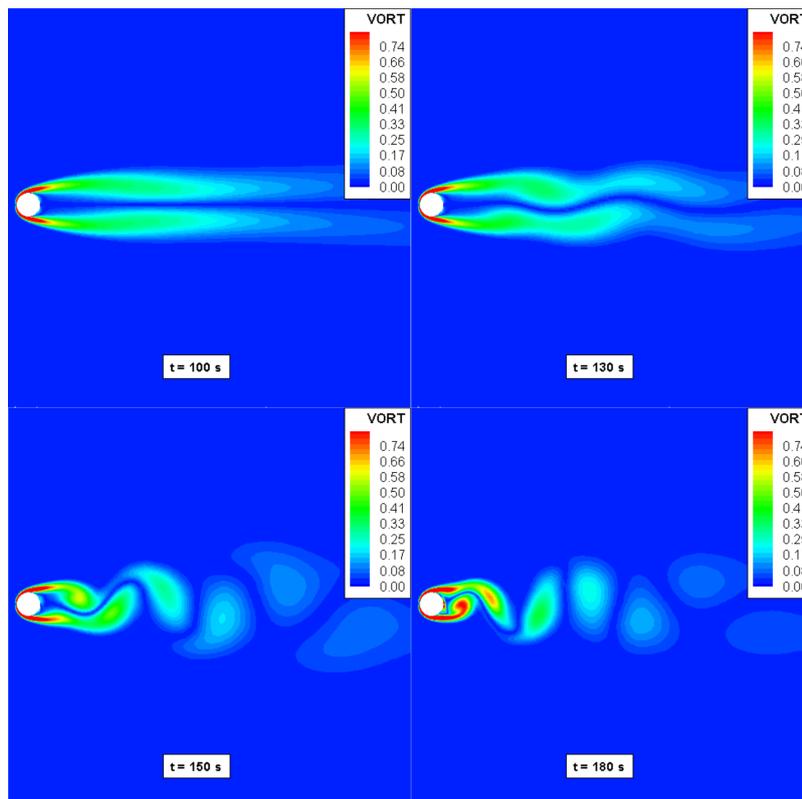


Figura 3.7: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 200$.

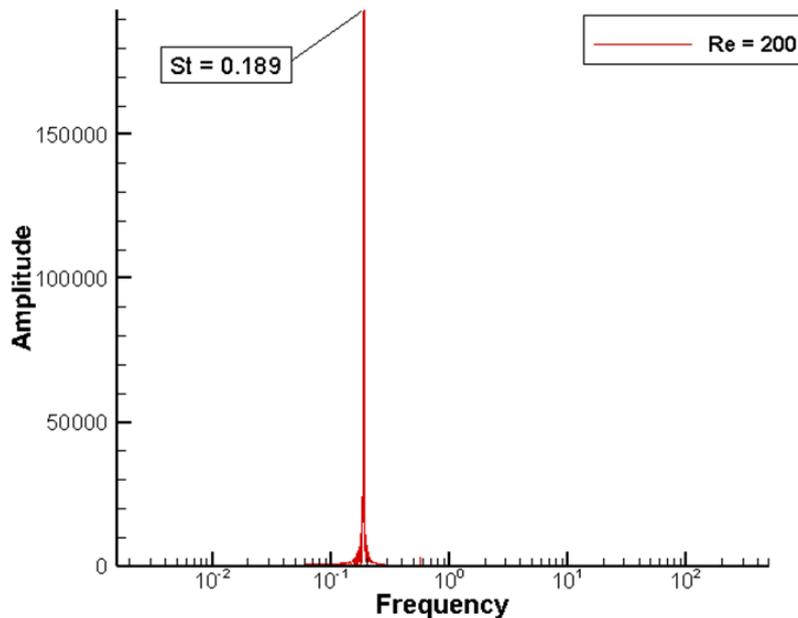


Figura 3.8: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 200$).

3.4 Resultados Cilindro Fixo - $Re = 500$

3.4.1 Modelo Spalart-Allmaras

Para a simulação com o número de Reynolds igual a 500, a Fig. 3.9 mostra as curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação calculados pelo programa. Após atingir o estado estacionário de desprendimento de vórtices mediu-se os coeficientes de arrasto médio e a amplitude da força de sustentação. Para o arrasto médio o valor obtido foi de 1,19, representando um erro relativo de 0,8 % em relação ao resultado experimental de WIESELSBERGER [9]. Enquanto que a amplitude do coeficiente de sustentação mensurado foi 0,52, o que representa um erro relativo de 136,63 % em relação aos resultados experimentais obtidos por NORBERG [10]. Essa diferença é explicada pela grande incerteza inerente ao cálculo do coeficiente de sustentação reportado também por NORBERG [10].

A Fig. 3.10 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade variando com o tempo mostrando o processo de desenvolvimento da esteira de Von Kármán.

Por fim, a Fig. 3.11 mostra a curva da análise FFT da série temporal do coeficiente de sustentação após atingido o estado estacionário. Constata-se, mais uma vez, a predominância da frequência de desprendimento de vórtices ou Número de Strouhal, o que já era o esperado. O número de Strouhal medido para essa simulação foi de 0,18, representando um erro relativo de 5,26 % em relação ao valor medido por SHEPPARD e OMAR [11].

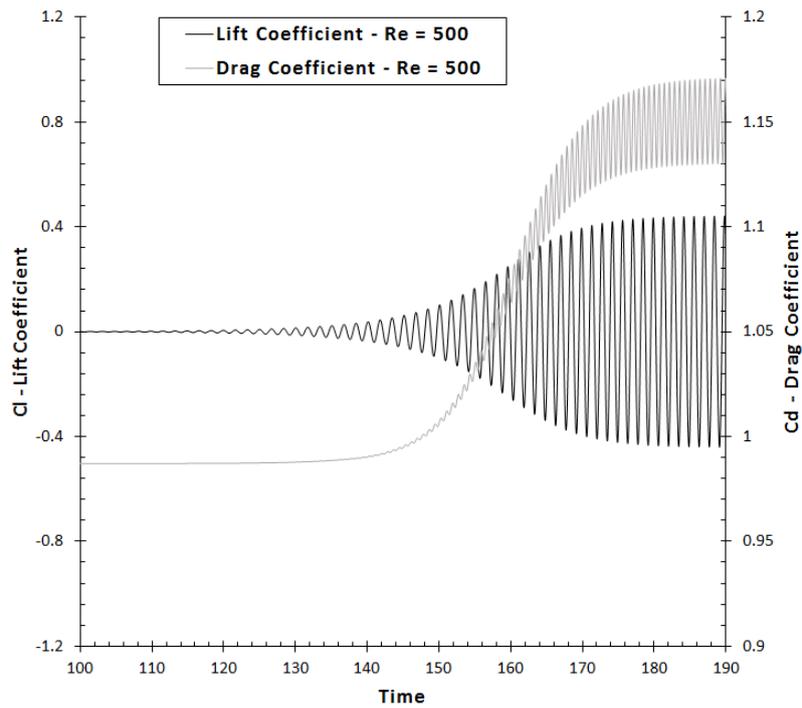


Figura 3.9: Curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 500.

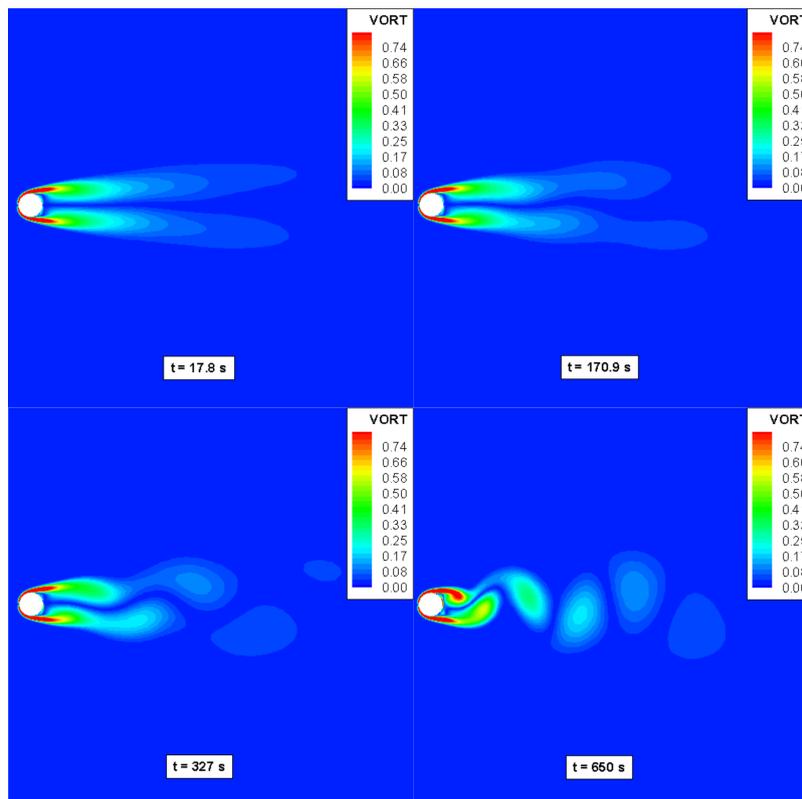


Figura 3.10: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 500$.

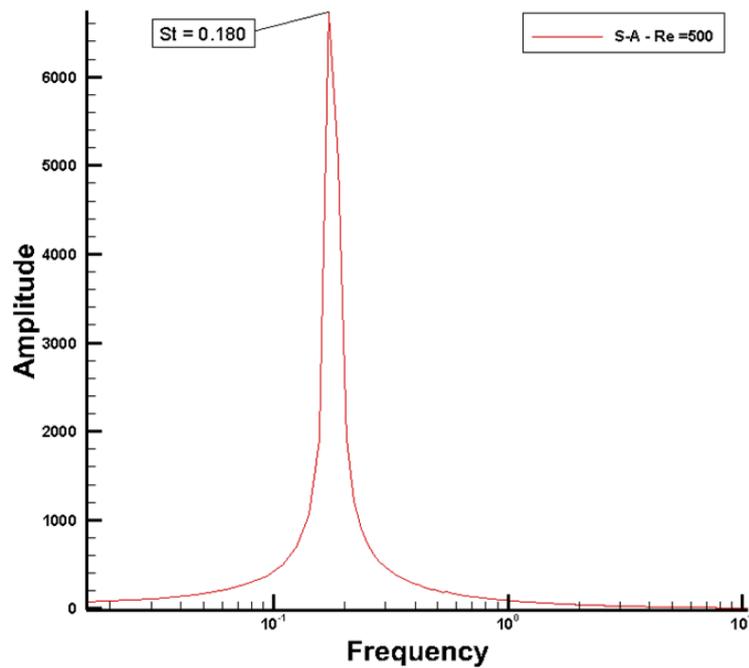


Figura 3.11: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 500$.

3.4.2 Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)

Para o modelo da energia cinética de Prandtl (k), a Fig. 3.12 mostra as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação calculados pelo programa. Após atingir o estado estacionário de desprendimento de vórtices mediu-se os coeficientes de arrasto médio e a amplitude da força de sustentação. Para o arrasto médio o valor obtido foi de 1,22, representando um erro relativo de 1,6 % em relação ao resultado experimental de WIESELSBERGER [9]. Enquanto que a amplitude do coeficiente de sustentação mensurado foi 0,66, representando um erro relativo de 63,6%. Adicionalmente, a Fig. 3.13 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade variando com o tempo.

Por fim, a Fig. 3.14 mostra a curva da análise FFT da série temporal do coeficiente de sustentação após atingido o estado estacionário. Constata-se, mais uma vez, a predominância da frequência de desprendimento de vórtices ou Número de Strouhal, o que já era o esperado. O número de Strouhal medido para essa simulação foi de 0,18, representando um erro relativo de 5,55 % em relação ao valor medido por SHEPPARD e OMAR [11].

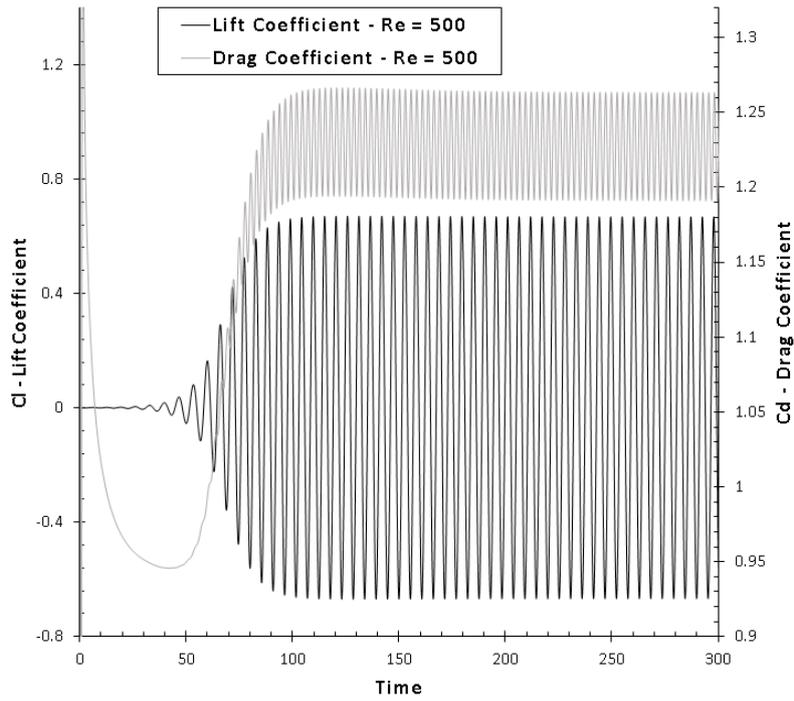


Figura 3.12: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 500.

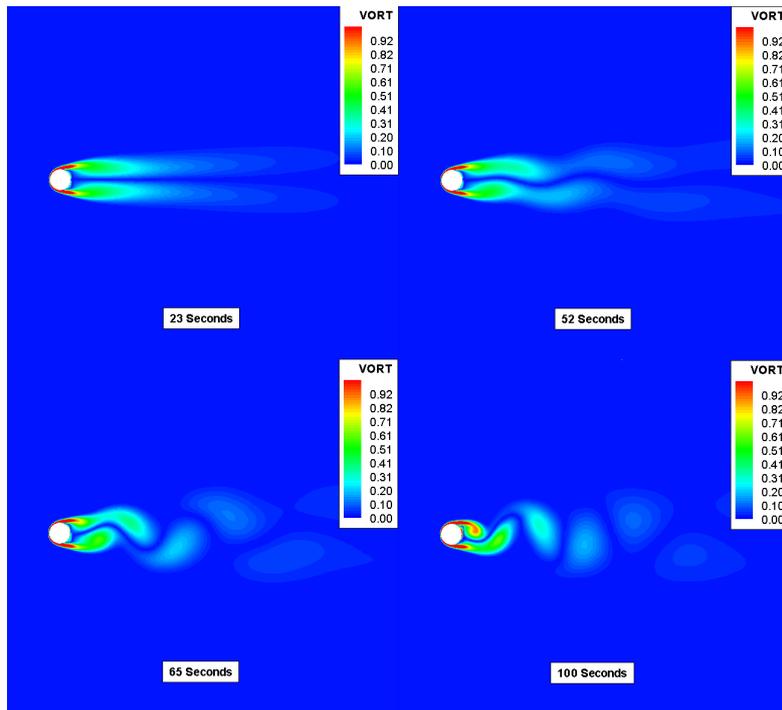


Figura 3.13: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 500$).

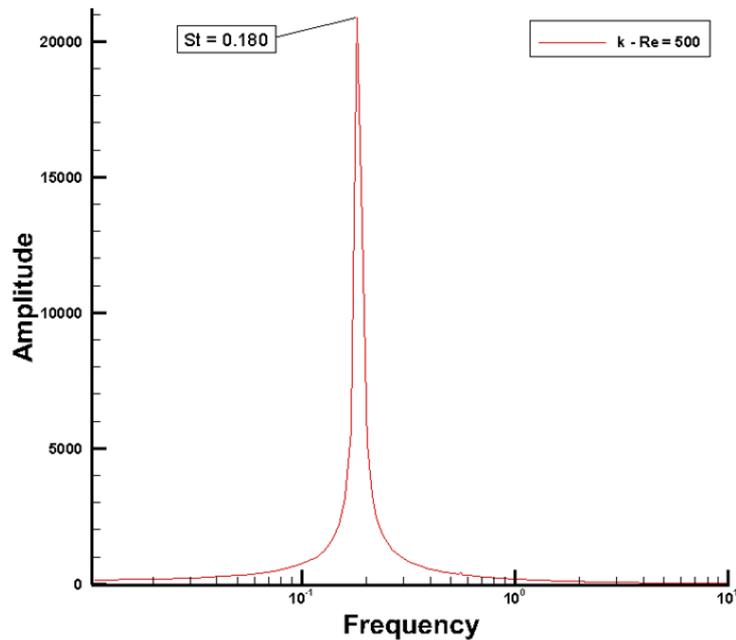


Figura 3.14: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 500$).

3.5 Resultados Cilindro Fixo - $Re = 1000$

3.5.1 Modelo Spalart-Allmaras

Para a simulação com o número de Reynolds igual a 1000, a Fig. 3.15 mostra as curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação calculados pelo programa. Após atingir o estado estacionário de desprendimento de vórtices mediu-se os coeficientes de arrasto médio e a amplitude da força de sustentação. Para o arrasto médio, o valor obtido foi de 1,16, representando um erro relativo de 16 % em relação ao resultado experimental de WIESELSBERGER [9]. Enquanto que a amplitude do coeficiente de sustentação mensurado foi 0,59, o que representa um erro relativo de 637,5 % em relação aos resultados experimentais obtidos por NORBERG [10]. Essa diferença é explicada, mais uma vez, pela grande incerteza inerente ao cálculo do coeficiente de sustentação reportado por NORBERG [10].

A Fig. 3.16 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade variando com o tempo. Observa-se mais uma vez que há o desprendimento de vórtice e formação da esteira de Von Kármán.

Por fim, a Fig. 3.17 mostra a curva da análise FFT da série temporal do coeficiente de sustentação após atingido o estado estacionário. Constata-se a predominância da frequência de desprendimento de vórtices ou Número de Strouhal, o que já era o esperado. O número de Strouhal medido para essa simulação foi de 0,19, representando um

erro relativo de 9,5 % em relação ao valor medido por NORBERG [10].

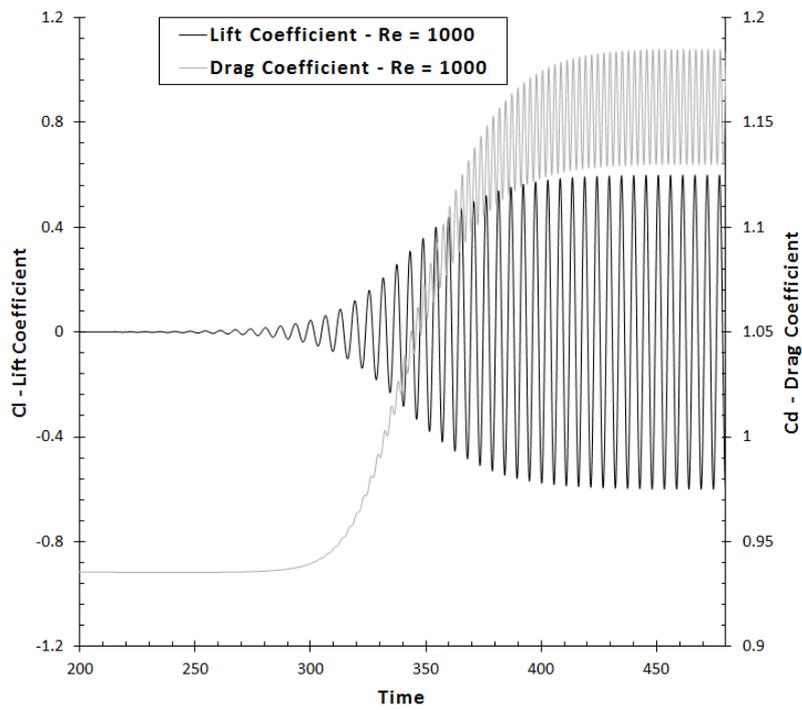


Figura 3.15: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 1000.

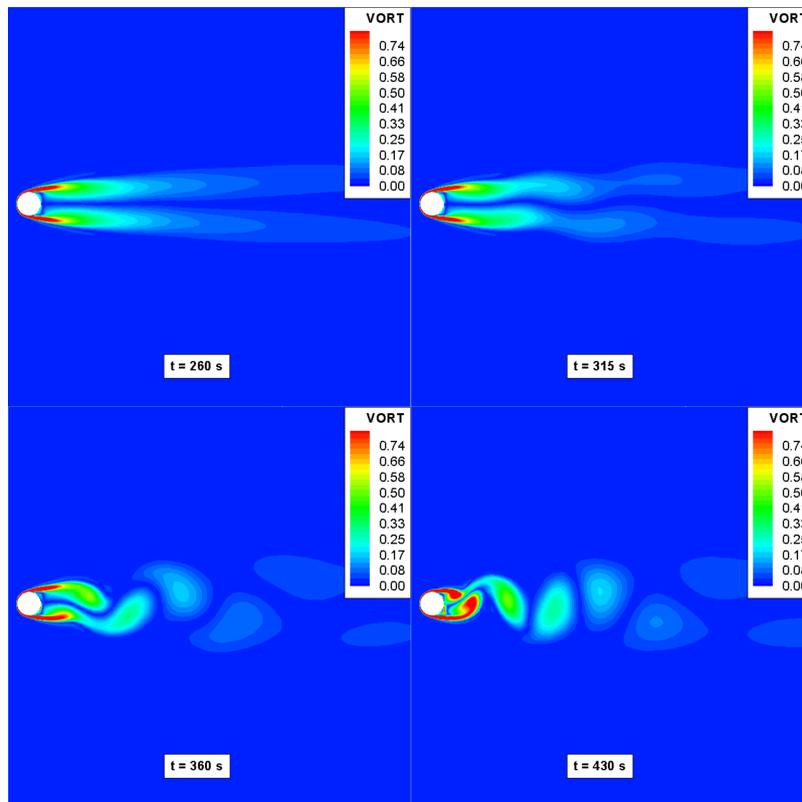


Figura 3.16: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 1000$).

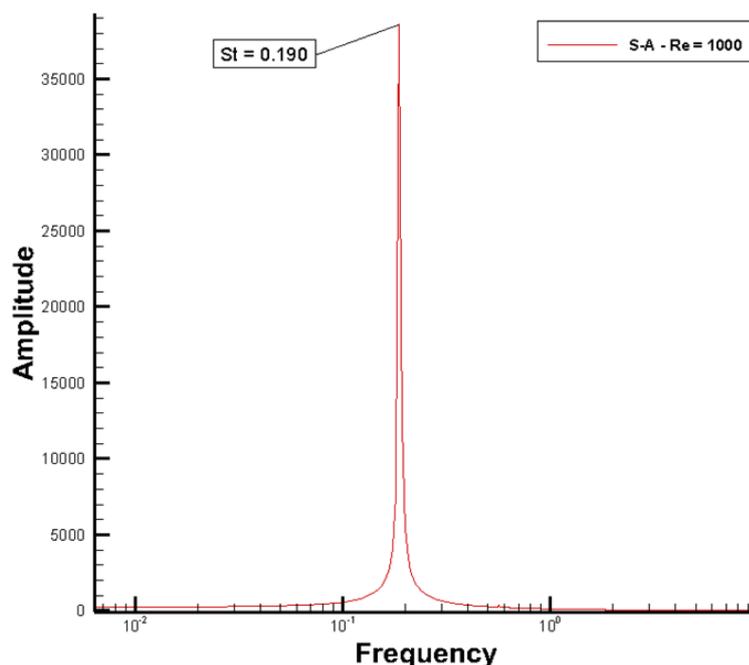


Figura 3.17: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 1000$).

3.5.2 Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)

Para as simulações para número de Reynolds igual a 1000, a Fig 3.18 mostra a série temporal dos coeficientes hidrodinâmicos de arrasto e sustentação utilizando o modelo da energia cinética turbulenta. Nesta simulação, os valores do coeficiente de arrasto médio e da amplitude do coeficiente de sustentação foram de 1,04 e 0,45, respectivamente. Esses resultados representam erros relativos de 4% e 687,5% em relação aos resultados de WIESELSBERGER [9] e NORBERG [10]. Além disso, a Fig. 3.19 mostra o diagrama de cores para o módulo da vorticidade para diversos tempos, mostrando a emissão de vórtices que foi simulada pelo programa.

Por fim, a Fig. 3.21 mostra a análise FFT da série temporal do coeficiente de sustentação após o estado estacionário ser atingido. Mais uma vez percebe-se a presença de apenas uma frequência, a frequência de Strouhal, a qual foi mensurada em 0,186, o que representa um erro relativo de 11,4% quando comparado ao resultado experimental de NORBERG [10].

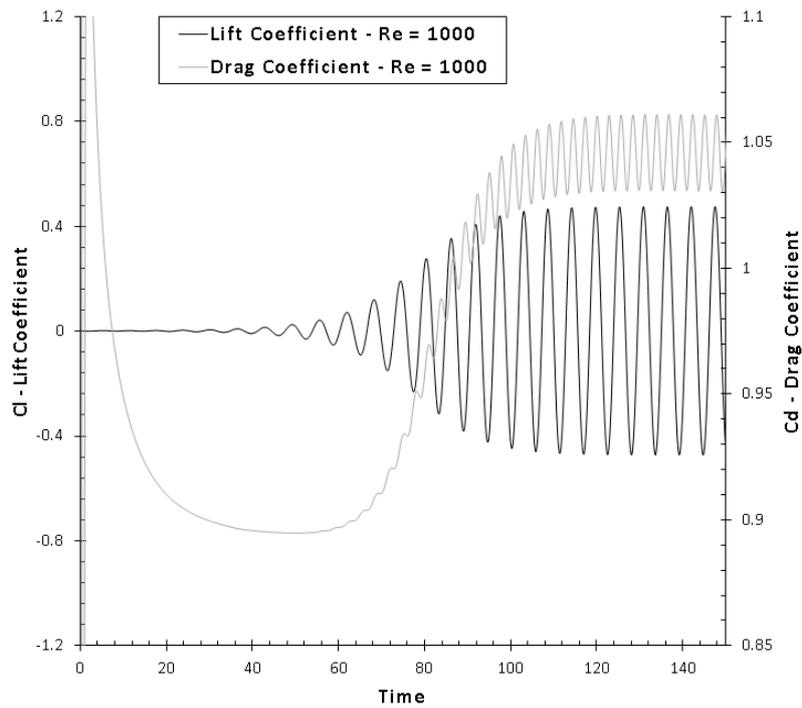


Figura 3.18: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação ao longo do tempo para o número de Reynolds igual a 1000.

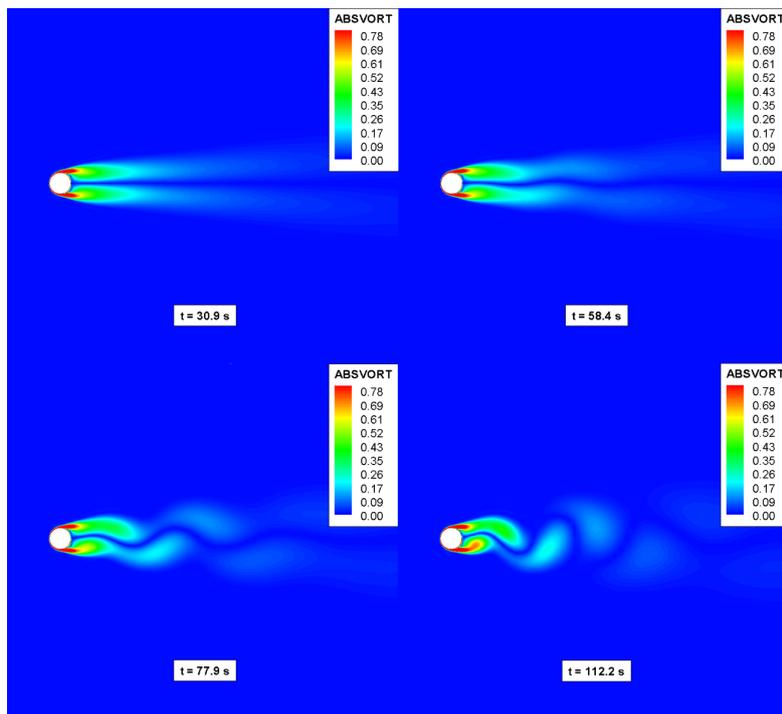


Figura 3.19: Diagrama de cores do módulo da vorticidade variando com o tempo para $Re = 1000$.

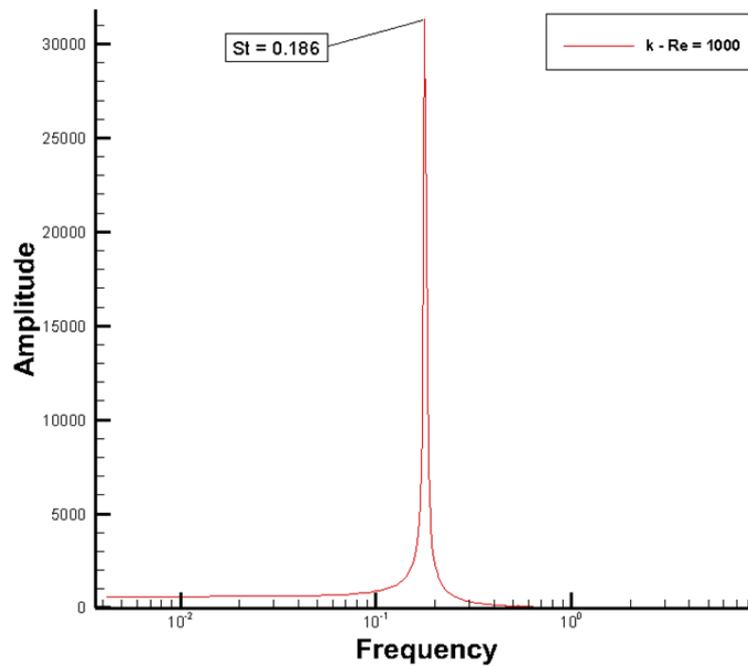


Figura 3.20: Análise FFT da série temporal da sustentação para $Re = 1000$)

3.6 Teste de Malha

O teste de malha foi feito simulando-se o cilindro fixo para Reynolds igual a 1000 com três refinamentos de malha. A primeira malha mais grosseira (200x150), a segunda intermediária (200x200) e a terceira mais refinada (200x240).

A Fig. 3.21 mostra as séries temporais do coeficiente de arrastos para os três tipos de de malha considerados. Constatou-se que houve uma expressiva variação no resultado entre a malha menos refinada e a malha intermediária, porém a variação entre a malha intermediária e mais refinada foi pouco significativa.

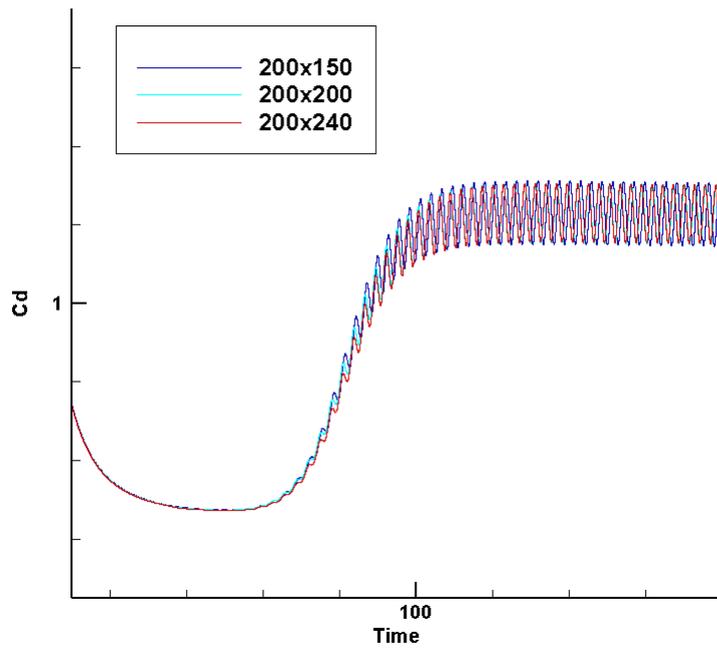


Figura 3.21: Série temporal do coeficiente de arrastos para três tipos de refinamento de malha.

Da mesma forma, a Fig. 3.22 mostra as séries temporais para o coeficiente de sustentação. Mais uma vez a variação não foi significativa entre as malhas intermediária e mais refinada.

A Tab. 3.2 mostra de forma resumida os resultados obtidos para os coeficientes de arrasto médio, as amplitudes dos coeficientes de sustentação e os números de Strouhal medidos para cada refinamento de malha.

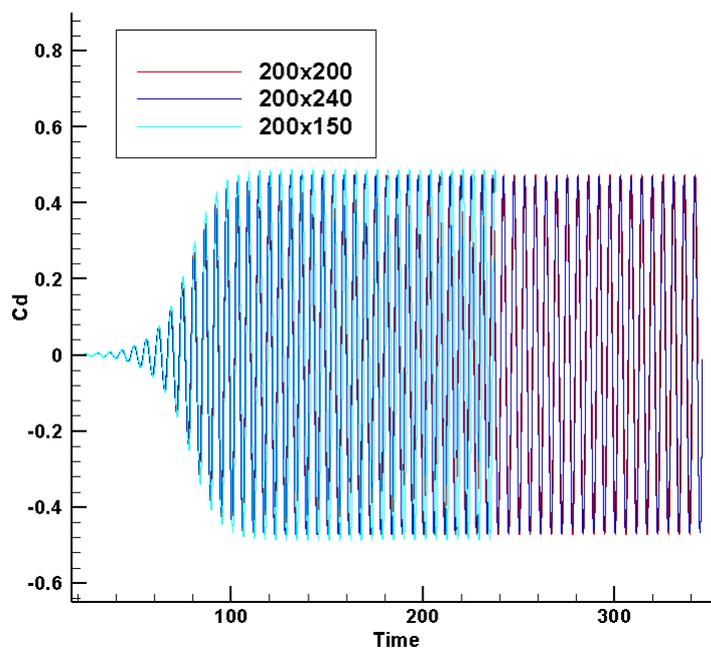


Figura 3.22: Série temporal do coeficiente de sustentação para três tipos de refinamento de malha.

Tabela 3.2: Coeficientes de arrasto e sustentação e números de Strouhal computados para o número de Reynolds igual a 1000 com três diferentes tipos de refinamento de malha.

Re	Cd	Cl	St	Remark
	1,04	0,48	0,185	(200 x 150)
1000	1,04	0,47	0,186	(200 x 200)
	1,04	0,47	0,186	(200 x 240)

3.7 Sumário dos Resultados

A Tab. 3.3 mostra de forma resumida, os resultados obtidos no presente estudo comparados com os resultados obtidos por diversos autores. Observa-se que este trabalho representa um avanço em comparação aos trabalhos de RENGEL e SPHAIER [16] e HERFJORD [17], pois se aproximou muito mais dos valores experimentais para o caso turbulento ($Re = 1000$).

Além disso, o método aplicado aqui representa um avanço na quantidade de esforço computacional empregado. Os modelos de turbulência de uma equação de Spalart-Allmaras e da energia cinética turbulenta adicionam apenas uma equação de transporte no sistema de equações governantes, portanto é de mais fácil implementação quando comparado aos método de duas equações empregado por WANDERLEY *et al.* [20].

Para o coeficiente de sustentação os resultados encontrados reforçam as incertezas reportadas por NORBERG [10]. Por outro lado, observa-se uma boa concordância dos números de Strouhal medidos nas simulações.

Tabela 3.3: Resultados numericamente obtidos no presente estudo comparados com resultados experimentais e numéricos de vários autores.

Reference	Re	Cd	Cl	St	Remark
HERFJORD [17]	100	1,36	0,34	0,168	FEM nodes,
	200	1,35	0,70	0,196	dt 10080, 0,002
	1000	1,47	1,45	0,234	
RENGEL e SPHAIER [16]	100	1,36	0,32	0,173	FVM
	200	1,35	0,67	0,203	(180 x 160)
	1000	1,60	1,70	0,225	
NORBERG [10]	100	-	0,32	0,164	Experimental
	200	-	0,53	0,182	
	500	-	0,24	0,200	
	1000	-	0,08	0,210	
WIESELSBERGER [9]	100	1,41	-	-	Experimental
	200	1,29	-	-	
	500	1,20	-	-	
	1000	0,99	-	-	
SHEPPARD e OMAR [11]	500	-	-	0,190	Experimental
WANDERLEY <i>et al.</i> [20]	100	1,30	0,25	0,158	FDM
	200	1,27	0,51	0,187	(200 x 100)
	1000	0,96	0,22	0,193	
Presente Estudo	100	1,36	0,32	0,161	FVM (200x200)
	200	1,31	0,62	0,184	
	500	1,19	0,52	0,180	S-A
	500	1,22	0,66	0,180	k
	1000	1,15	0,58	0,190	S-A
	1000	1,04	0,47	0,186	k

Capítulo 4

Resultados - Cilindro Elasticamente

Montado

KHALAK e WILLIAMSON [12] avaliaram experimentalmente o comportamento do cilindro elasticamente montado livre para se mover na direção transversal ao escoamento, ou seja, com apenas um grau de liberdade (1 GDL) e com coeficientes de massa muito baixos. A Fig. 1.3 mostra a curva obtida naquele experimento. Os autores denominaram a parte inicial no intervalo de velocidades reduzidas (U^*), entre aproximadamente 0 e 3,5, por *Initial branch*. Já o chamado *Upper Branch* encontra-se na faixa entre 3,5 e 6. Por último, tem-se o *Lower Branch* encontrado a partir da velocidade reduzida igual a 6.

Baseado nos bons resultados obtidos para o cilindro fixo, o autor sentiu-se confiante para avançar para a análise numérica de um cilindro elasticamente montado. O mesmo código foi utilizado, com exceção da inserção dos algoritmos para resolução da equação do movimento, Eq. (2.54)

Além disso, o movimento foi capturado pela reconstrução da malha. Em cada iteração, a malha era atualizada com os deslocamentos (Δx e Δy) e velocidades calculadas pela equação do movimento. Desta forma, um ponto x e y na iteração n se tornariam os pontos $x+\Delta x$ e $y+\Delta y$. Com isso, obtiveram-se as respostas em amplitude, frequência e ângulo de fase em função da velocidade reduzida (U^*).

Nesta simulação, de modo a resolver a equação do movimento, foi necessária a definição dos coeficientes de amortecimento e de massa. Para as simulações apresentadas aqui esses coeficientes foram definidos como mostra a Eq. 4.1, os mesmos utilizados por KHALAK e WILLIAMSON [12].

$$C_{\mu} = 1,88, \quad \zeta = 5,42 \cdot 10^{-3} \quad (4.1)$$

4.1 Modelo Spalart-Allmaras

A Fig. 4.1 mostra a resposta em amplitude no intervalo $U^* = 2$ a 12 para o cilindro circular elasticamente montado utilizando o modelo de turbulência de Spalart-Allmaras. Nessa simulação, o *Upper Branch* não foi satisfatoriamente capturado, no entanto, aqui obteve-se a máxima amplitude de oscilação de $0,65D$. O gráfico mostra também que, quando comparados aos resultados obtidos por MENEZHINI *et al.* [29], o código desenvolvido no presente trabalho proporcionou uma razoável melhora.

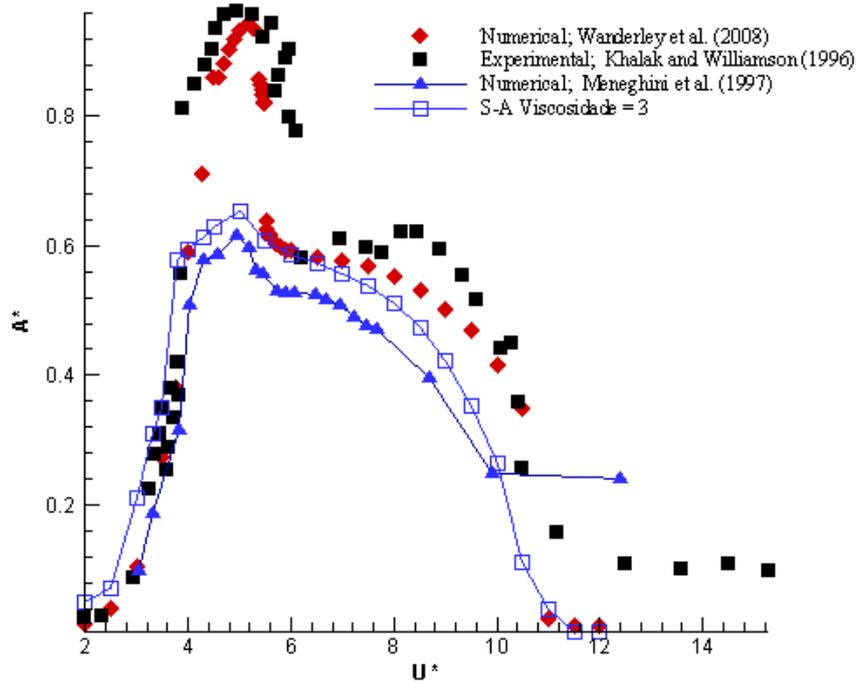


Figura 4.1: Curva de U^* vs. A^* para o modelo Spalart-Allmaras.

As Figs. 4.2 a 4.4, mostram as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação e da resposta em amplitude para três velocidades reduzidas, uma no *initial branch* ($U^* = 3$) outra no *upper branch* ($U^* = 5$) e outra no *lower branch* ($U^* = 7$). Ao lado direito de cada curva, encontram-se as análises FFT de cada série, assim é possível acompanhar a resposta em frequência para diferentes fases da simulação.

Na Fig. 4.2, se encontram as séries temporais para o *initial branch*. Pode-se observar que todas as séries, em especial a série do deslocamento, são compostas por uma combinação de frequências, evidenciado nas análises FFT onde aparecem duas frequências dominantes. Tal comportamento também foi capturado experimentalmente por KHALAK e WILLIAMSON [12]. Aqui, a força e resposta ainda se encontram em fase e o movimento ainda não é caracterizado como ressonante. No *initial branch*, para a velocidade reduzida considerada, a amplitude máxima medida após a estabilização do movimento foi de $0,21D$, e observou-se que a força de sustentação e a resposta estão aproximadamente em fase, com uma defasagem de aproximadamente 0° .

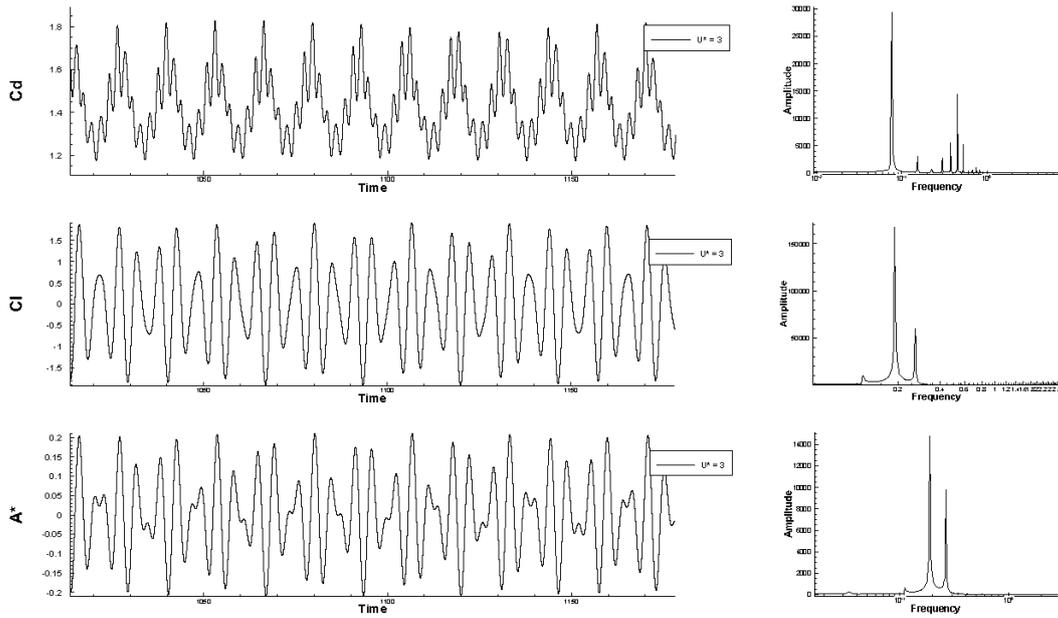


Figura 4.2: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 3$ (*Initial Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

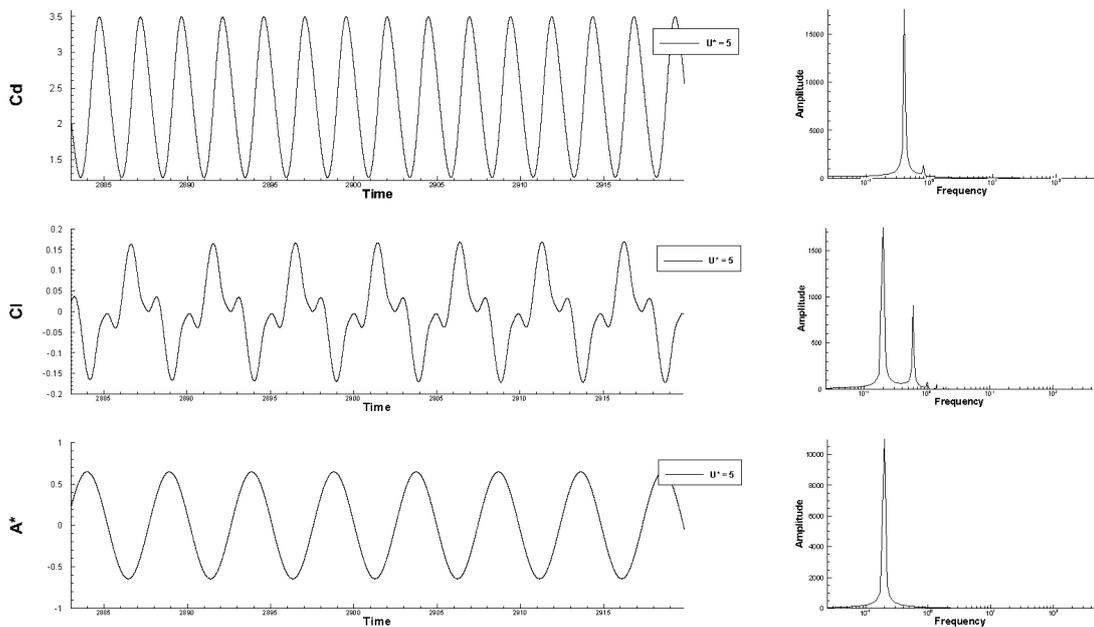


Figura 4.3: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 5$ (*Upper Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

Na Fig. 4.3, observam-se as séries temporais para o *upper branch*. Agora, a combinação de frequências está presente apenas no coeficiente de sustentação e a série temporal da amplitude de vibração é perfeitamente periódica, comportamento que difere do obtido por KHALAK e WILLIAMSON [12]. Nesta parte da curva, a amplitude

máxima medida foi de $0,65D$ e já pode-se considerar um movimento ressonante, uma vez que a resposta e a força estão defasadas de aproximadamente 180° .

Na Fig. 4.3, observam-se as séries temporais para o *lower branch*. Nessa região da curva, todas as série apresentaram o comportamento essencialmente periódico, fato evidenciado pelo pico único de frequência nas análises FFT à direita da figura. Além disso, a amplitude máxima mensurada foi de $0,539D$.

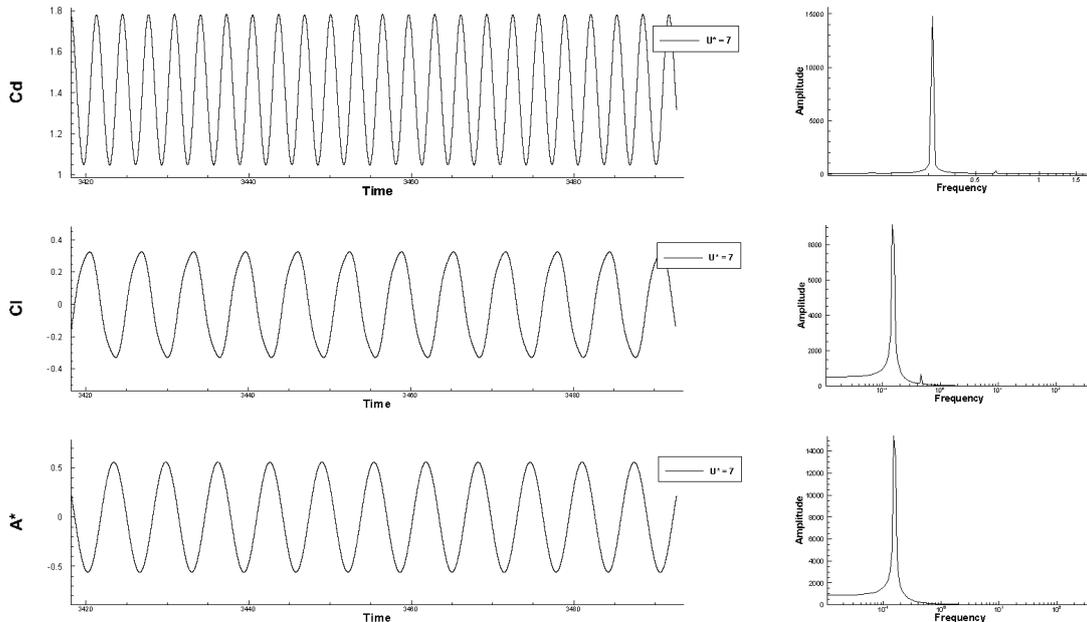


Figura 4.4: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 7$ (*Initial Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

No Apêndice C, se encontram todas as séries temporais do coeficiente de arrasto, sustentação e do deslocamento obtidos com o modelo de Spalart-Allmaras para todas as velocidades reduzidas no intervalo $U^* = 2 - 12$.

A Fig. 4.5 mostra o mapeamento das frequências extraídas das séries temporais do deslocamento do cilindro pela análise FFT. Observa-se uma boa concordância de resultados no *Initial Branch* e *Lower Branch*. No entanto, uma pequena discrepância ocorreu onde deveria ser capturado o *Upper Branch*, porém essa diferença parece não ser tão expressiva. Ressalta-se aqui que a formulação utilizada foi capaz de capturar satisfatoriamente o fenômeno de *lock-in*, fenômeno característico do *lower branch*, o qual acontece quando há uma sincronização da frequência natural do sistema com a frequência de emissão de vórtices, ocasionando o patamar observado no intervalo de entre as velocidades reduzidas 5 e 11. O uso do modelo de Spalart-Allmaras também possibilitou a captura da dupla frequência no *initial branch*, fenômeno que não foi verificado por [20], que capturou apenas uma frequência de emissão para cada velocidade reduzida no *initial branch*.

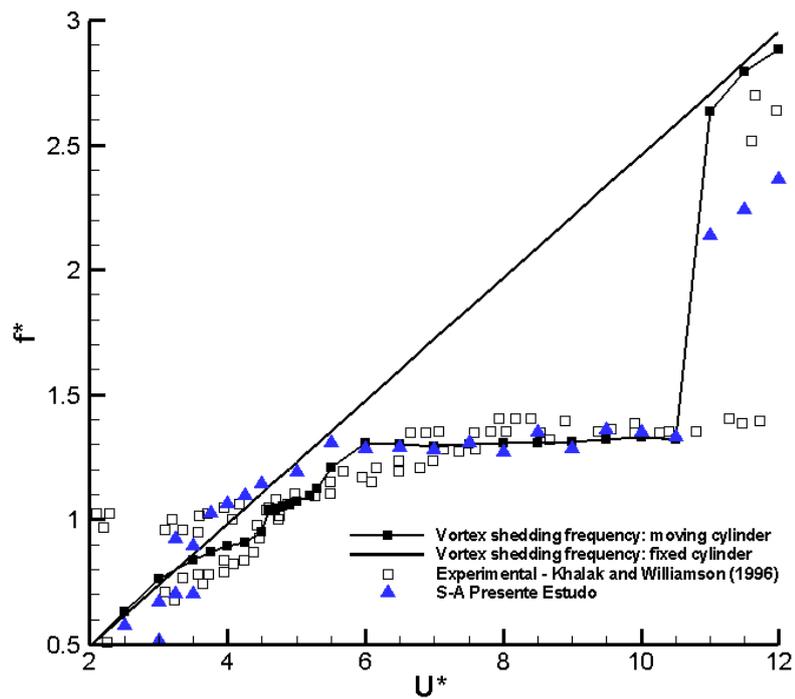


Figura 4.5: Resposta em frequência para o modelo Spalart-Allmaras.

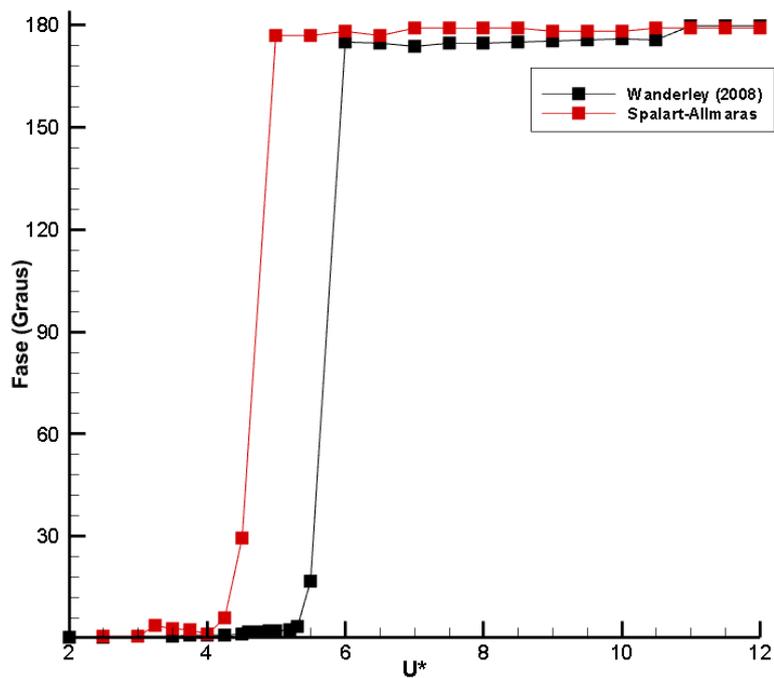


Figura 4.6: Mapeamento do ângulo de fase para o modelo Spalart-Allmaras.

A Fig. 4.6 mostra como se comportou a diferença de fase entre a excitação e a resposta. Observa-se que a transição de um regime sincronizado ou em fase para um regime fora de fase (180°) ocorre em torno da velocidade reduzida 3,5, muito mais cedo do que

a transição evidenciada por WANDERLEY *et al.* [20].

A Fig. 4.7 mostra o mapa de cores da vorticidade para três velocidades reduzidas, uma em cada *branch*, para o modelo de turbulência de Spalart-Allmaras. A primeira foto mostra o padrão de emissão de vórtices no *initial branch*, onde observou-se o regime 2S de emissão de vórtices, pois um vórtice é emitido a cada meio ciclo de oscilação.

Para o modelo de Spalart-Allmaras, o pico da curva ocorreu em torno da velocidade reduzida igual a 5, mostrada na segunda foto da Fig. 4.7. Aqui, pode-se observar um regime 2P de emissão de vórtices, pois um par de vórtices é emitido a cada meio ciclo de oscilação. Observa-se claramente que o segundo vórtice tem não só uma intensidade muito menor como também sinal oposto.

O modo 2P ocorre em função do princípio da conservação da energia. Sabe-se que o modo 2S favorece o aumento do lift no processo de aumento da amplitude [20]. Uma possível explicação para a mudança de modo 2S \implies 2P, é que quando a frequência de emissão encontra a frequência de ressonância, o sistema perde a capacidade de absorver energia que está sendo injetada pelo escoamento externo. Com isso, o segundo vórtice é liberado como uma forma de devolver energia do sistema para o escoamento externo.

Por fim, a terceira foto da Fig. 4.7 mostra o regime de emissão para o *lower branch*. Segundo [14], o *lower branch* é caracterizado por apresentar o modo 2P emissão. Na foto, é possível observar o modo 2P sendo capturado pelo programa, e diferente do 2P visto no *upper branch*, aqui o segundo vórtice é bem mais intenso.

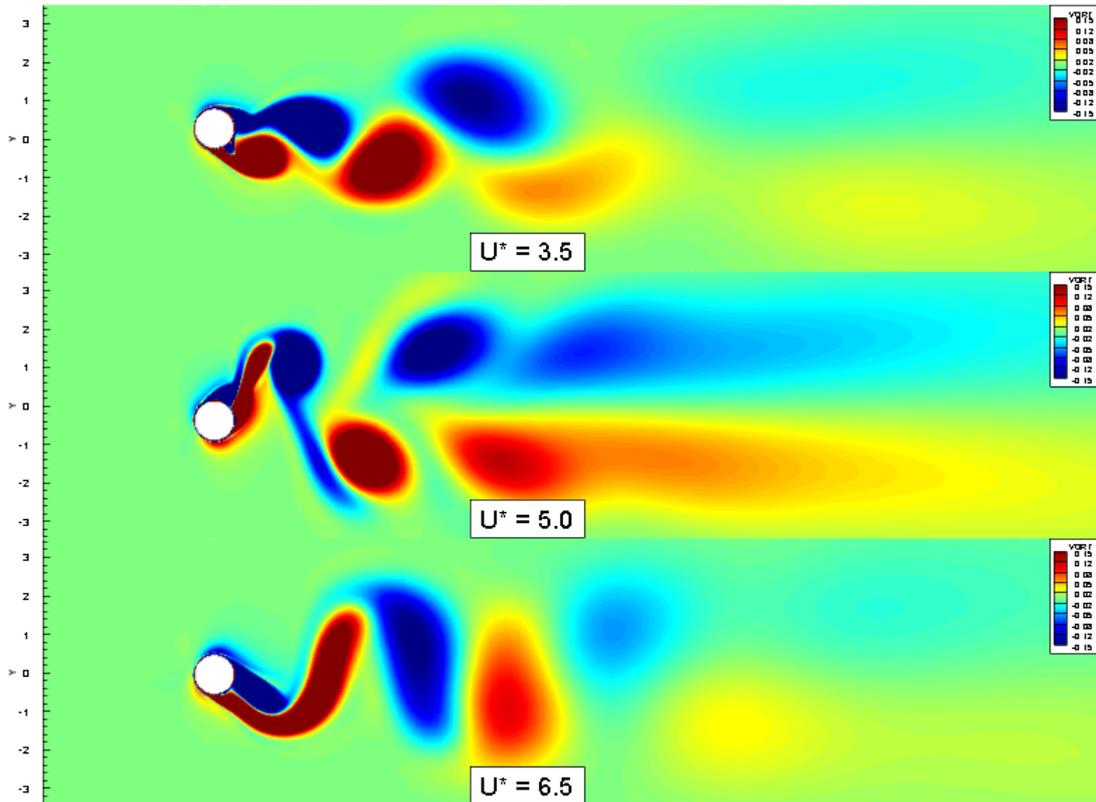


Figura 4.7: Mapa de cores da vorticidades para diferentes regiões da curva, *initial branch* ($U^* = 3$), *upper branch* ($U^* = 5$) e *lower branch* ($U^* = 7$)

4.2 Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)

A Fig. 4.8, mostra resposta em amplitude para o modelo considerado. Percebe-se que de modo geral as amplitudes obtidas pelo modelo k foram menores do que as obtidas pelo modelo de Spalart-Allmaras, sendo a máxima amplitude calculada 0,58. Quando comparado aos resultados obtidos por MENEGHINI *et al.* [29], os valores de amplitudes obtidos no presente trabalho foram piores para esse modelo de turbulência.

As Figs. 4.8 a 4.10, mostram as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação e da amplitude de oscilação para três velocidades reduzidas, uma no *initial branch* ($U^* = 3$) outra no *upper branch* ($U^* = 4$) e outra no *lower branch* ($U^* = 7$). Ao lado direito de cada curva, encontram-se as análises FFT de cada série.

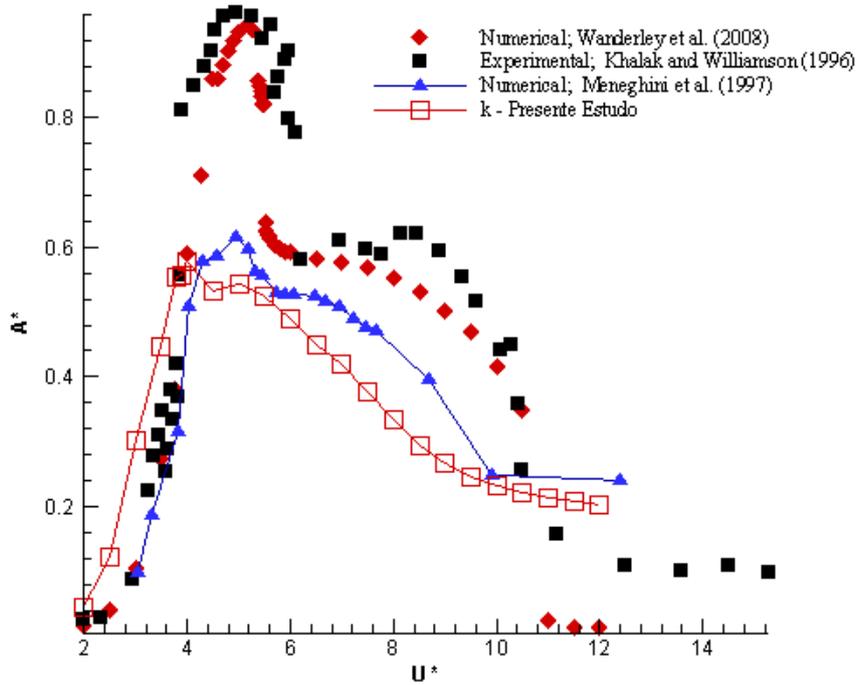


Figura 4.8: Resposta em amplitude para o modelo da energia cinética turbulenta.

Na Fig. 4.9, se encontram as séries temporais para o *initial branch*. Pode-se observar que todas as séries, em especial a série do deslocamento, são compostas por uma combinação de frequências, evidenciado nas análises FFT, onde aparecem uma frequência dominante e várias frequências maiores interagindo com a frequência mais baixa. Qualitativamente, o comportamento da curva para essa simulação se assemelha muito às medições experimentais de KHALAK e WILLIAMSON [12]. Aqui, a força e resposta ainda se encontram em fase e o movimento ainda não é caracterizado como ressonante. No *initial branch*, a amplitude máxima medida após a estabilização do movimento para a velocidade reduzida igual a 3 foi de 0,302D. Observa-se também que a resposta e a força de sustentação estão aproximadamente em fase.

Na Fig. 4.10, observam-se as séries temporais para o *upper branch*. Agora, a combinação de frequências está presente nas séries dos coeficientes de arrasto e sustentação e a série temporal da amplitude de vibração possui um leve batimento. De todas as simulações, essa foi a que mais se aproximou do comportamento capturado por KHALAK e WILLIAMSON [12], no entanto, a amplitude máxima medida não passou de 0,577D.

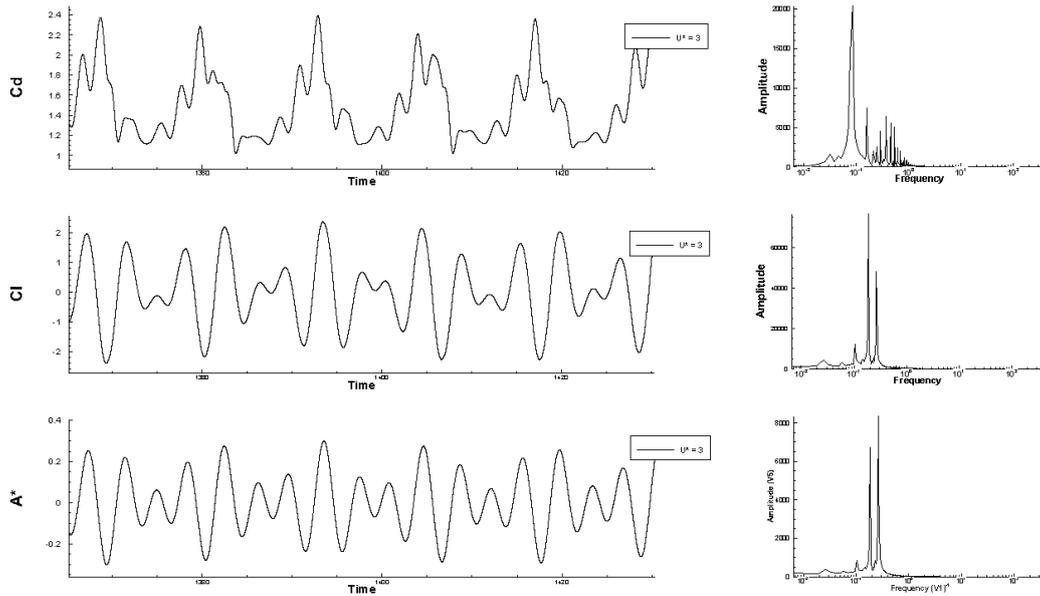


Figura 4.9: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 3$ (*Initial Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

Na Fig. 4.11, observam-se as séries temporais para o *lower branch*. Nessa região da curva, todas as série apresentaram o comportamento essencialmente periódico, fato evidenciado pelo pico único de frequência nas análises FFT à direita da figura. Além disso, a amplitude máxima mensurada foi de 0,419D.

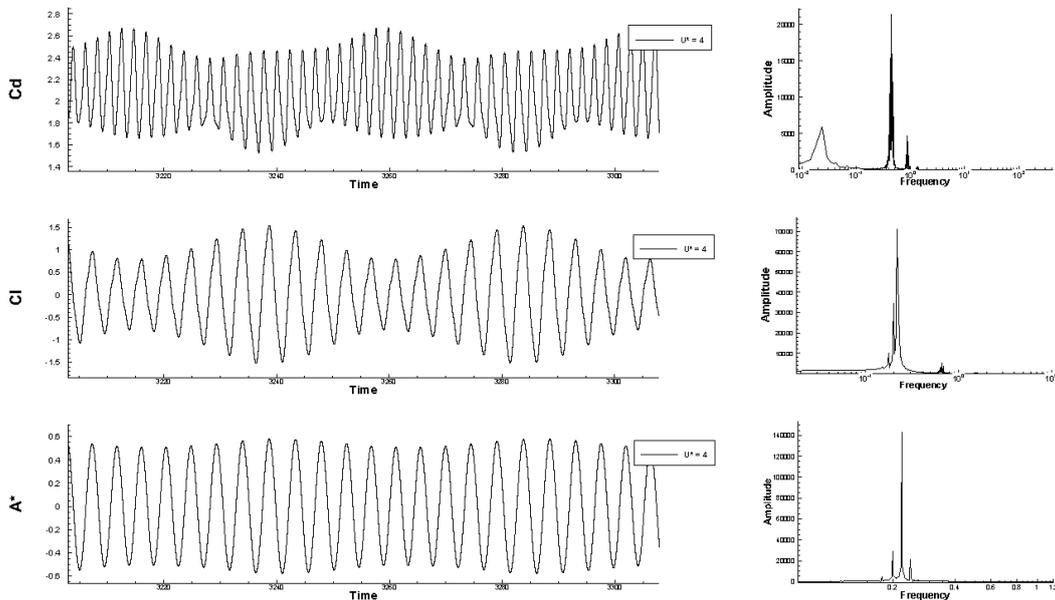


Figura 4.10: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 4$ (*Initial Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

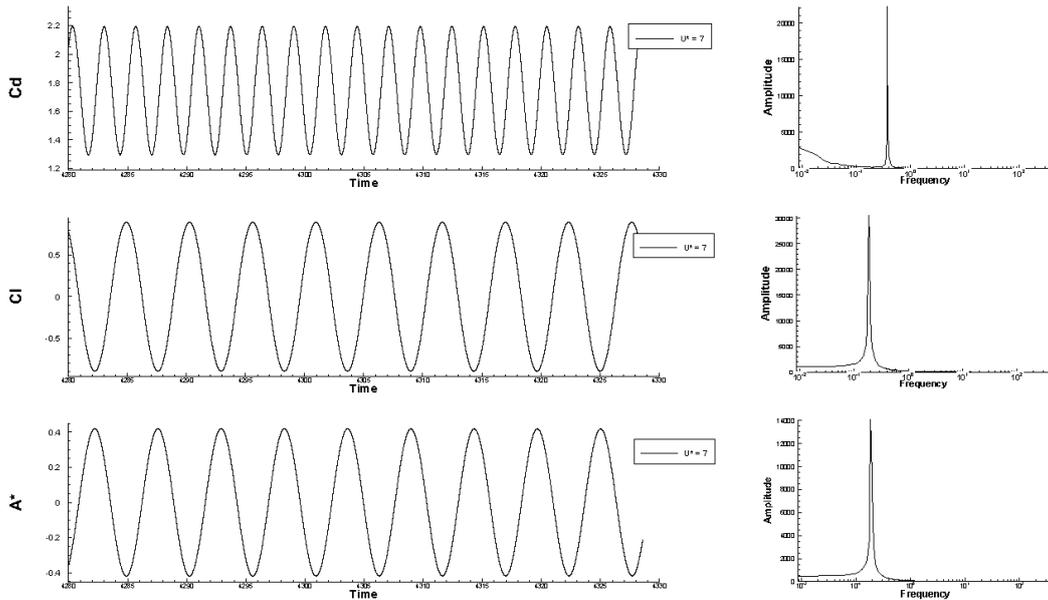


Figura 4.11: Séries temporais do coeficiente de arrasto (C_d), coeficiente de sustentação (C_L) e da resposta em amplitude (A^*) para $U^* = 7$ (*Initial Branch*). Ao lado direito encontram as análises FFT de cada curva.

No Apêndice C, podem ser encontradas, todas as séries temporais do coeficiente de arrasto, sustentação e do deslocamento obtidos com o modelo k para todas as velocidades reduzidas no intervalo $U^* = 2 - 12$.

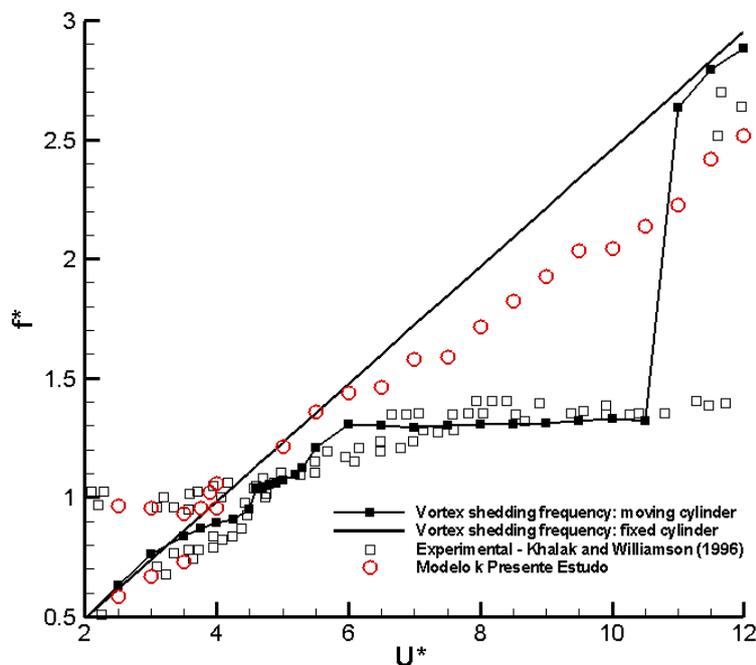


Figura 4.12: Resposta em frequência para o modelo da energia cinética turbulenta.

Na Fig. 4.12, observa-se a comparação das respostas em frequência. Constatou-se uma grande discrepância dos resultados obtidos em relação aos resultados experimentais,

principalmente nos intervalos onde se manifestam o *Upper Branch* e *Lower Branch*. Diferente do modelo de Spalart-Allmaras, o modelo *k* não foi capaz de capturar o fenômeno de *lock-in*. No entanto, no *initial branch* é possível verificar que o modelo *k* capturou satisfatoriamente as duplas frequências em diversas velocidades reduzidas.

O mapeamento da diferença de fase pode ser visto na Fig. 4.13. Observa-se um comportamento muito semelhante ao obtido utilizando-se o modelo de Spalart-Allmaras, com a transição ocorrendo em torno da velocidade reduzida 3,5.

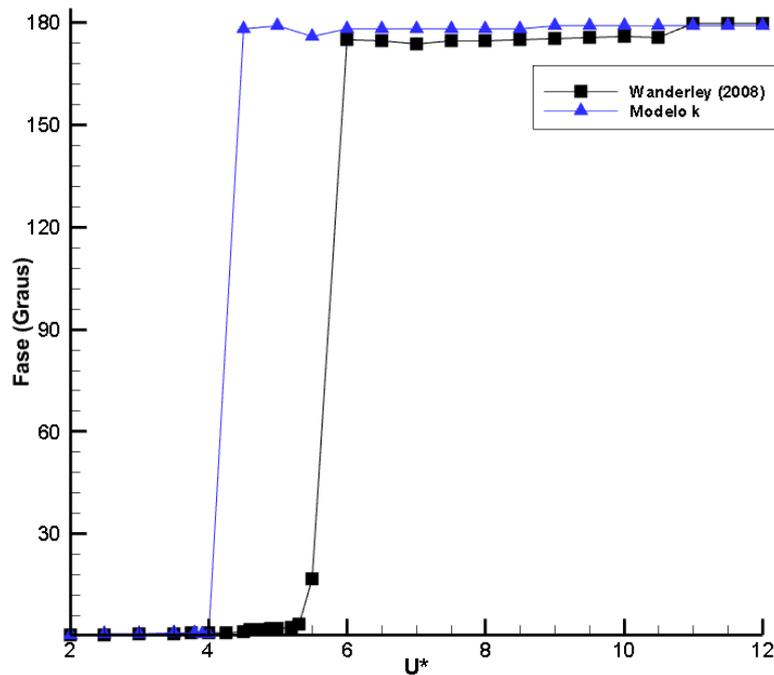


Figura 4.13: Mapeamento do ângulo de fase entre a força e a resposta para o modelo Spalart-Allmaras.

A Fig. 4.14 mostra o mapa de cores da vorticidade para três velocidades reduzidas, uma em cada *branch*. A primeira foto mostra o padrão de emissão de vórtices no *initial branch*, onde observou-se o regime 2S de emissão de vórtices, pois um vórtice é emitido a cada meio ciclo de oscilação.

Para o modelo *k*, o pico da curva ocorreu em torno da velocidade reduzida igual a 4, mostrada na segunda foto da Fig. 4.14. Aqui, pode-se observar um regime 2P de emissão de vórtices, pois um par de vórtices é emitido a cada meio ciclo de oscilação. Observa-se claramente que o segundo vórtice tem não só uma intensidade muito menor como também sinal oposto.

Por fim, a terceira foto da Fig. 4.14 mostra o regime de emissão para o *lower branch*. Segundo [14], o *lower branch* é caracterizado por apresentar o modo 2P emissão. Na foto, é possível observar o modo 2P sendo capturado pelo programa, e diferente do 2P visto no *upper branch*; aqui o segundo vórtice é bem mais intenso.

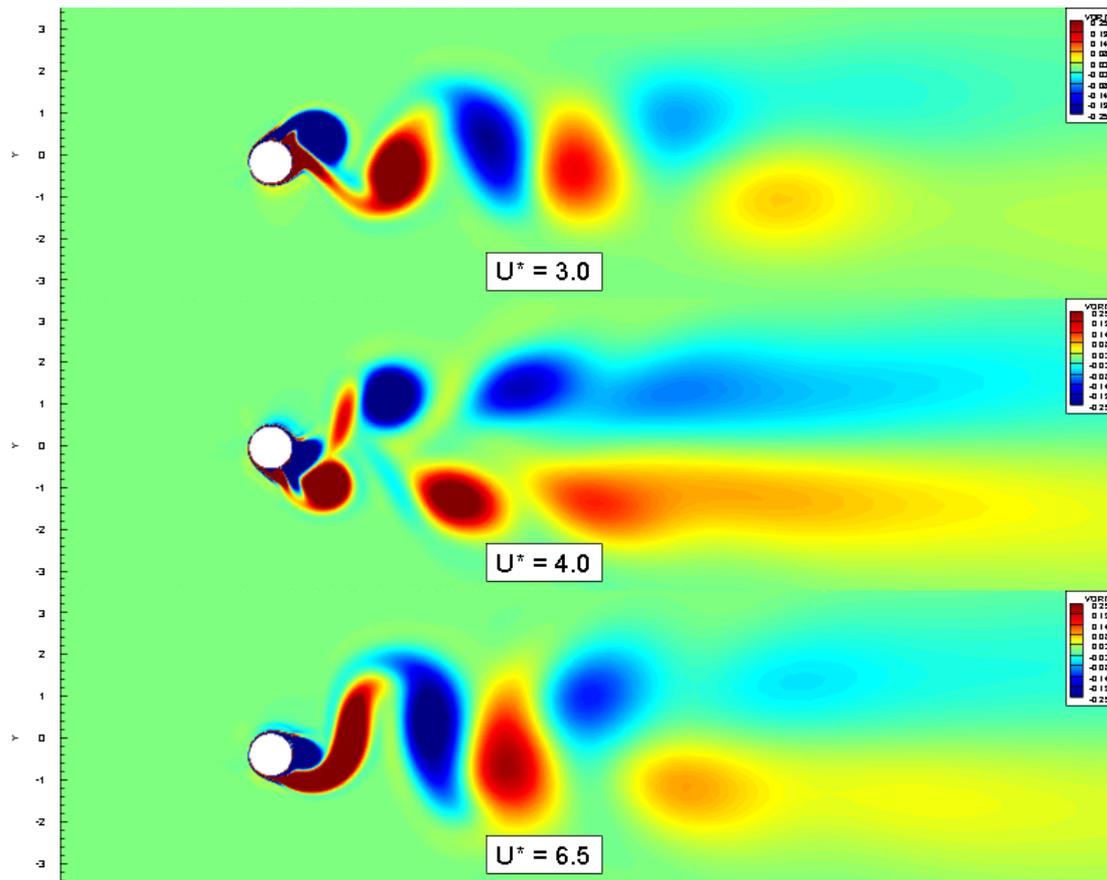


Figura 4.14: Mapa de cores da vorticidades para diferentes regiões da curva, *initial branch* ($U^* = 3$), *upper branch* ($U^* = 4$) e *lower branch* ($U^* = 7$)

4.3 Amplitude Máxima

KHALAK e WILLIAMSON [14] apresentaram resultados experimentais importantes para o cilindro elasticamente montado. Neste trabalho, os autores se dedicaram a responder a seguinte pergunta: *Qual a maior amplitude absoluta alcançável para o movimento do cilindro?*. Para isso, eles apresentaram uma coletânea de todas as amplitudes obtidas tanto experimentalmente quanto numericamente e utilizaram o equipamento que desenvolveram para alcançar amplitude máxima de 0,96 diâmetros.

No presente trabalho, os códigos desenvolvidos foram utilizados para fazer a mesma análise, e os resultados obtidos se encontram de forma resumida na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Amplitudes máximas obtidas para simulações que fator de amortecimento tendendo a zero.

Amplitudes Máximas Obtidas	
KHALAK e WILLIAMSON [14]	0,96D
WANDERLEY <i>et al.</i> [20]	0,94D
Spalart-Allmaras	0,651D
Modelo k	0,592D
MENEGHINI <i>et al.</i> [29]	0,615D

4.4 O Efeito da Dissipação Numérica

O último termo da Eq. 2.47 é a chamada dissipação numérica. Segundo LOMAX *et al.* [30], quando resolvem-se as equações de Navier-Stokes e até mesmo as equações de Euler, é comum que ocorra uma produção contínua de componentes da solução que são de alta frequência, os quais são geralmente controlados pela viscosidade molecular em escoamentos reais. No entanto, devido a limitações na resolução da malha que é possível utilizar em simulações numéricas, a captura das pequenas escalas do escoamento se torna uma tarefa difícil. Por isso, se faz necessária alguma forma de dissipação numérica para controlar esses modos de alta frequência. Além disso, a dissipação numérica possibilita a estabilização do esquema centrado, uma vez que o mesmo não possui dissipação numérica.

LOMAX *et al.* [30] demonstrou que as derivadas pares, presentes nesse termo, ocasionam um erro de amplitude na resposta. Para analisar esse efeito, três simulações foram feitas com dissipações numéricas diferentes e os resultados são mostrados na Fig. 4.15.

Observa-se que à medida que a viscosidade numérica é aumentada, o pico da curva de amplitudes se desloca para baixo e para esquerda, ou seja, o *upper branch* acontece cada vez mais cedo e com uma intensidade menor. Apesar de o *upper branch* ter sido negativamente modificado pela dissipação, o *lower branch* foi pouco afetado e se aproximou mais das amplitudes obtidas por WANDERLEY *et al.* [20].

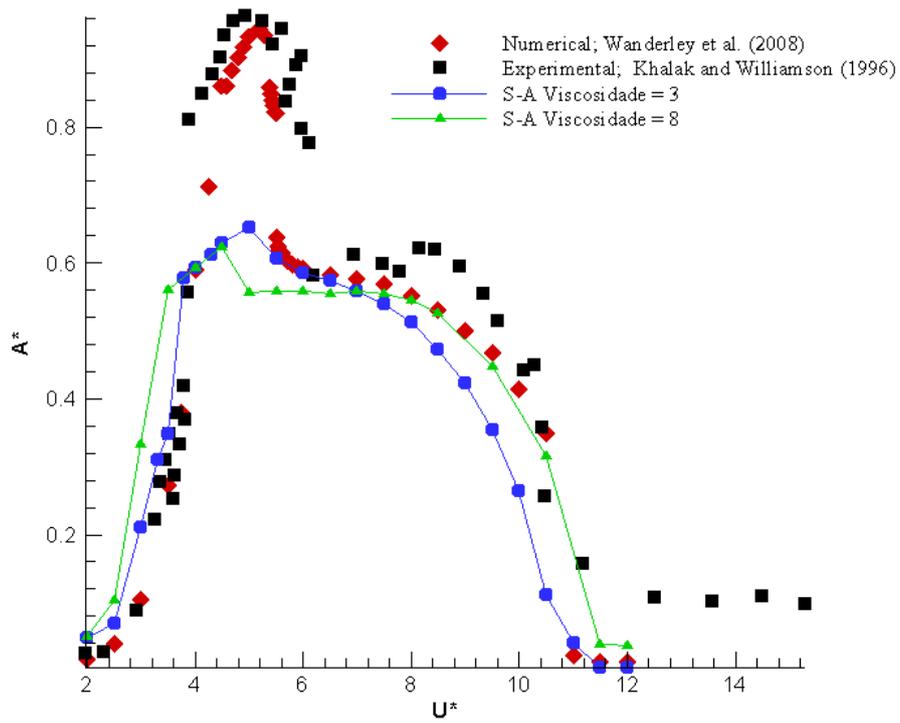


Figura 4.15: Resposta em amplitude dos cilindro elasticamente montado para três viscosidades numéricas diferentes.

Capítulo 5

Conclusões

Buscando por um balanço entre bons resultados e eficiência computacional, o presente trabalho apresentou uma abordagem mais simples para o problema, quando comparado a trabalhos anteriores. O programa resolveu as equações RANS levemente compressíveis utilizadas por WANDERLEY e LEVI [2] por meio do método de volumes finitos e a integração temporal foi feita pelo método de Runge-Kutta de terceira ordem.

Duas análises foram feitas, uma para o cilindro fixo e outra para o cilindro com um grau de liberdade (livre para se mover na direção transversal ao escoamento). Para o cilindro fixo cinco casos foram estudados, sendo três laminares ($Re = 40, 100$ e 200) e dois turbulentos ($Re = 500$ e 1000). Nos dois últimos casos, os modelos de turbulência de uma equação de Spalart-Allmaras e da energia cinética turbulenta, desenvolvido por Prandtl, foram utilizados para simular a turbulência na esteira do cilindro. Após a validação dos resultados, os mesmo códigos foram usados para simular a Vibração Induzida por Vórtices através da resolução da equação do movimento, Eq. 2.54.

Para os casos laminares das simulações com cilindro fixo, o código desenvolvido no presente trabalho pareceu representar bem os resultados experimentais tanto para a média do coeficiente de arrasto (erro relativo máximo de 3,5%) quanto para o coeficiente de sustentação máximo (erro relativo máximo de 14,5%). Portanto, quando o escoamento é basicamente bidimensional, a metodologia apresentada aqui se mostrou satisfatória.

Nos casos turbulentos, os dois modelos de turbulência funcionaram de forma satisfatória, sendo o modelo k o que mais se aproximou dos resultados experimentais. Qualitativamente, os dados para o coeficiente de arrasto foram calculados corretamente, pois observou-se um decréscimo do arrasto a medida que o número de Reynolds aumentou, o que não aconteceu nos estudos numéricos de HERFJORD [17] e RENGEL e SPHAIER [16]. Os valores obtidos para o coeficiente de arrasto médio mostraram uma boa concordância com os valores experimentais. Porém, o resultado mais notável foi obtido para o número de Reynolds igual a 1000, no qual a concordância foi razoável quando comparada com o trabalho de WANDERLEY *et al.* [20] e muito melhor quando comparada aos resultados de HERFJORD [17] e RENGEL e SPHAIER [16]. Esse resultado é muito

importante pois, mostrou-se que é possível, com apenas uma equação de transporte no modelo de turbulência, atingir valores muito próximos do experimental.

Por outro lado, os coeficientes de sustentação medidos diferiram muito dos resultados experimentais. Tal comportamento já era esperado, pois o cálculo da sustentação ainda envolve grandes incertezas. De forma geral, os dois modelos parecem simular bem o escoamento ao redor do cilindro fixo.

Após verificado que os resultados foram satisfatórios para o cilindro fixo, a vibração foi simulada pela incorporação da equação do movimento. Os teste feitos nesse trabalho tentaram replicar os resultados encontrados por KHALAK e WILLIAMSON [12], em especial a resposta em amplitude em função da velocidade reduzida. Neste caso, nenhum dos modelos de turbulência foram capazes de capturar o *upper branch*.

O autor atribui esse resultado ao uso do esquema centrado na discretização espacial, que necessita da inclusão do termo de dissipação numérica para estabilização do mesmo. Segundo LOMAX *et al.* [30], além de ser necessário para a estabilização do esquema numérico, esse termo adiciona amortecimento ao sistema tentando simular os efeitos das pequenas escalas dissipativas, que não são capturadas pela resolução grosseira da malha que geralmente é utilizadas nas simulações de interesse prático. Este fato foi evidenciado na análise da Fig. 4.15, onde o aumento da viscosidade numérica provocou não só o decréscimo do pico mas também fez com ele ocorresse em uma velocidade reduzida menor. Mesmo quando usado o menor valor de viscosidade numérica possível para não deixar o programa instável (Viscosidade = 3), a curva não passou de 0,62D. Com isso, não há dúvidas de que a simples presença da dissipação numérica, é o suficiente para não permitir a boa representação do *upper branch*.

O aumento do amortecimento do sistema também pode ser observado nas curvas de ângulo de fase vs. velocidade reduzida. Na mecânica de vibrações, ao considerar-se um movimento forçado, têm-se que quando a frequência da força excitante alcança o valor ω_A , mostrado na Eq. (2.4), verifica-se a chamada ressonância de amplitude [21] e quanto menor o amortecimento do sistema, maiores serão as amplitudes de vibração e menor será a frequência de ressonância, onde acontece o pico da curva.

À medida que o amortecimento do sistema aumenta, a tendência é de não só diminuição da amplitude máxima de vibração, mas também que ela aconteça em frequências menores, como pode-se observar na Fig. 2.1. Ou seja, há uma diminuição da frequência de ressonância de amplitude, o que ocasiona uma transição para a ressonância mais precoce, fato evidenciado nas Figs. 4.6, 4.13 e 4.15. Baseado nisso, pode-se ver, quando compara-se as Figs. 4.6 e 4.13, que o modelo de Spalart- Allmaras é menos dissipativo que o modelo *k*.

A última evidência de que a dissipação foi um fator determinante para o comportamento dos resultados reportados é encontrada em estudos de outros autores. WANDERLEY *et al.* [20] e KANG *et al.* [18], que utilizaram o esquema de discretização

não-linear *Total Variation Dimishing* (TVD), foram capazes de obter resultados notáveis. O Esquema TVD aplica dissipação numérica apenas quando necessário, onde ocorrem instabilidades numéricas.

Apesar de nenhum modelo ter capturado o pico do *upper branch*, importantes fenômenos foram replicados. Os dois modelos foram capazes de representar muito bem o modo 2P no *upper branch* e no *lower branch*. Além disso, o modelo de Spalart-Allmaras capturou o fenômeno de *Lock-in*, que acontece quando a frequência de emissão de vórtices encontra a frequência natural do sistema e há uma sincronização dessas frequências para um longo intervalo de velocidades reduzidas. E por último, a combinação de frequências observada por KHALAK e WILLIAMSON [14] no *initial branch*, que não foi computada por WANDERLEY *et al.* [20], foi bem representada no presente trabalho.

Concluiu-se então que a principal contribuição deste trabalho para o avanço da fronteira do conhecimento foi a validação de uma abordagem simples para análise da vibração induzida por vórtices, além de esclarecer os fatos que contribuíram para discrepâncias nos resultados, como é o caso da interferência da dissipação numérica na captura do *upper branch* da curva de amplitude de oscilação. Além disso, provou-se que usar modelos de turbulência de uma equação na resolução das equações RANS é uma boa estratégia para baixos números de Reynolds, na medida em que associou bons resultados e boa eficiência computacional.

Referências Bibliográficas

- [1] BLEVINS, R. D. “Flow-Induced Vibration”. cap. 3, pp. 43 – 54, Krieger Publishing Company, 2001.
- [2] WANDERLEY, J. B., LEVI, C. “Vortex Induced Loads on Marine Risers”, *Ocean Engineering*, pp. 1282 – 1295, mar. 2005.
- [3] SPALART, P. R., ALLMARAS, S. R. “A one-equation Turbulence Model for Aerodynamics Flows”, *30th Applied Aerodynamics Conference*, pp. 5 – 21, 1994.
- [4] BEARMAN, P. W. “Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations”, *Journal of Fluids and Structures*, pp. 648 – 658, 2011.
- [5] WILLIAMSON, C. H. K., GOVARDHAN, R. “A brief review of recent results in vortex-induced vibrations”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp. 713 – 735, 2008.
- [6] SARPKAYA, R. “A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations”, *Journal of Fluids and Structures*, pp. 389 – 447, 2004.
- [7] TRITTON, D. J. “Experiments on the flow past circular cylinder at low Reynolds number”, *Journal of Fluid Mechanics*, 1959.
- [8] CONSTANCEAU, M., BOUARD, R. “Experimental Determination of the Main Features of Viscous Flow in the Wake of a Circular Cylinder in Uniform Translation Steady-Flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, , n. 79, pp. 231 – 256, 1977.
- [9] WIESELSBERGER, C. “New data on the law of hydro and aerodynamic resistance”, *Physikalische Zeitschrift*, pp. 321 – 382, 1921.
- [10] NORBERG, C. “Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements”, *Journal of Fluids and Structures*, v. 17, n. 1, pp. 57 – 96, 2003. ISSN: 0889-9746. doi: [https://doi.org/10.1016/S0889-9746\(02\)00099-3](https://doi.org/10.1016/S0889-9746(02)00099-3). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974602000993>>.

- [11] SHEPPARD, D. M., OMAR, A. F. “Vortex-Induced Loading on Offshore Structures: A Selective Review of Experimental Work”, *Offshore Technology Conference*, jan. 1992.
- [12] KHALAK, A., WILLIAMSON, C. H. K. “Dynamics of a Hydroelastic Cylinder With Very Low Mass And Damping”, *Journal of Fluid Structures*, 1996.
- [13] FENG, C. C. *The measurement of Vortex Induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-section Cylinders*. Tese de Mestrado, University of British Columbia, 1968.
- [14] KHALAK, A., WILLIAMSON, C. “Motions, Forces and Mode Transitions in Vortex-Induced Vibrations at Low Mass-Damping”, *Journal of Fluids and Structures*, v. 13, n. jfls. 1999.0236, pp. 813–851, jul. 1999.
- [15] KANG, Z., JIA, L.-S. “An Experimental Investigation of One- and Two-degree of Freedom VIV of Cylinders”, *Acta Mechanica Sinica*, v. 29, n. 2, pp. 284–293, 2013.
- [16] RENGEL, J. E., SPHAIER, S. H. “A projection method for unsteady Navier-Stokes equation with finite volume method and collocated grid.” *Hybrid Methods in Heat and Mass Transfer 1*, 1999.
- [17] HERFJORD, K. *A study of two-dimensional separated flow by a combination of the finite element method and Navier-Stokes equations*. Tese de Doutorado, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Norway, 1995.
- [18] KANG, Z., NI, W., SUN, L. “A Numerical Investigation on Capturing the Maximum Transverse Amplitude in Vortex Induced Vibration for Low Mass Ratio”, *Marine Structures*, v. 52, pp. 94–107, 2016.
- [19] JAUVTIS, N., WILLIAMSON, C. H. K. “The Effect of Two degrees of Freedom on Vortex-Induced Vibration at Low Mass and Damping”, *Journal of Fluid Mechanics*, 2004.
- [20] WANDERLEY, J. B., SOUZA, G. H. B., SPHAIER, S. H., et al. “Vortex-induced vibration of an elastically mounted circular cylinder using an upwind TVD two-dimensional numerical scheme”, *Ocean Engineering*, 2008.
- [21] ALONSO, M., FINN, E. J. “Oscilações Forçadas”. v. 1, cap. 12, pp. 372–376, Editora Edgard Blücher LTDA., 1972.
- [22] RAO, S. “Vibração Excitada Harmonicamente”. cap. 3, pp. 101–107, Pearson Education do Brasil, 2009.

- [23] FREIRE, A. P. S., MENUT, P. P. M., SU, J. “Turbulência”. cap. 2, pp. 53,57, Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, 2002.
- [24] BOUSSINESQ, J. “Essai sur la théorie des eaux courantes”, *Memoirs of Presentes Academy of Science*, v. 23, n. 46, 1877.
- [25] DE SOUZA, J. F. A., DE OLIVEIRA, L. R., DE AZEVEDO, J. L. L., et al. “Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem”, *Revista Brasileira de Geofísica*, v. 29, n. 1, pp. 21,41, 2011. ISSN: 0102-261X.
- [26] LOMAX, H., PULLIAM, T. H., ZINGG, D. W. “Fundamentals of Computational Fluid Aerodynamics”. cap. 5, pp. 71 – 74, Springer, 2001.
- [27] FLETCHER, C. A. J. “Computational Techniques for Fluid Dynamics 2”. cap. 13, pp. 105 – 109, Springer, 1988.
- [28] GROVE, A. S., SHAIR, S. H., PETERSON, E. E. “An experimntal investigation of the steady separated flow past a circular cylinder”, *Journal of Fluid Mechanics*, 1964.
- [29] MENEGHINI, J. R., SALTARA, F., BEARMAN, P. W. “Numerical Simlation of Vortex Shedding from an Oscillating Circular Cylinder”, *Transactions on Modelling and Simulation*, v. 16, 1997. ISSN: 1743-355X.
- [30] LOMAX, H., PULLIAM, T. H., ZINGG, D. W. “Fundamentals of Computational Fluid Dynamics”. v. 1, cap. 11, pp. 189–201, Springer, 2001. ISBN: 3-540-41607-2.

Apêndice A

Cálculo das Frequências

As Figs. 4.5 e 4.12 mostram a resposta em frequência para o cilindro elasticamente montado com um grau de liberdade. O código desenvolvido para o presente trabalho calcula dá como output as razões de frequências em relação a frequência natural do sistema no ar (f_{Na}), no entanto os resultados obtidos por [14] são apresentados em relação à frequência natural do sistema em água (f_{Nw}). Portanto, foi necessário fazer uma transferência da frequência calculada pelo código desenvolvido de modo que fosse possível comparar os resultados obtidos numericamente com os resultados experimentais.

Primeiro definem-se os seguintes adimensionais:

$$f^* = \frac{f}{f_{Nw}}, \quad \bar{f} = \frac{fD}{U}, \quad U^* = \frac{U}{f_{Na}D} \quad (\text{A.1})$$

então,

$$U^* \bar{f} = \frac{f}{f_{Na}} \quad (\text{A.2})$$

Multiplicando so dois lados da Eq. (A.2) por f_{Na}/f_{Nw} , têm-se:

$$U^* \bar{f} \left(\frac{f_{Na}}{f_{Nw}} \right) = \frac{f}{f_{Nw}} = f^* \quad (\text{A.3})$$

onde \bar{f} é a frequência medida pela transformada rápida de Fourier (FFT), portanto,

$$f^* = U^* \bar{f} \left(\frac{f_{Na}}{f_{Nw}} \right) \quad (\text{A.4})$$

Precisa-se agora definir qual o valor da razão de frequências f_{Na}/f_{Nw} . f_{Na} e f_{Nw} podem ser definidos da seguinte forma, respectivamente:

$$f_{Na} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad f_{Nw} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m+a}} \quad (\text{A.5})$$

Dividindo um pelo outro e fazendo uma pequena manipulação algébrica pode-se che-

gar à Eq. (A.6).

$$\frac{f_{Na}}{f_{Nw}} = \sqrt{\frac{m^* + C_a}{m^*}} \quad (\text{A.6})$$

onde, a é a massa adicional, $m^* = 4m/\rho\pi D^2L$ o coeficiente de massa e $C_a = 4a/\rho\pi D^2L$ o coeficiente de massa adicional. Fazendo $C_a = 1$ e $m^* = 2,4*$, têm-se que:

$$\frac{f_{Na}}{f_{Nw}} = 1,19 \quad (\text{A.7})$$

Apêndice B

Dados para Cilindro Elasticamente Montado com um Grau de Liberdade

As Figuras abaixo mostram os dados obtidos para o cilindro elasticamente mmontado. Em cada Figura, encontram-se as séries temporais dos coeficientetes de arrasto e sustentação e da resposta em amplitude. À direita encontram-se as análise FFT de cada série.

B.1 Spalart-Allmaras

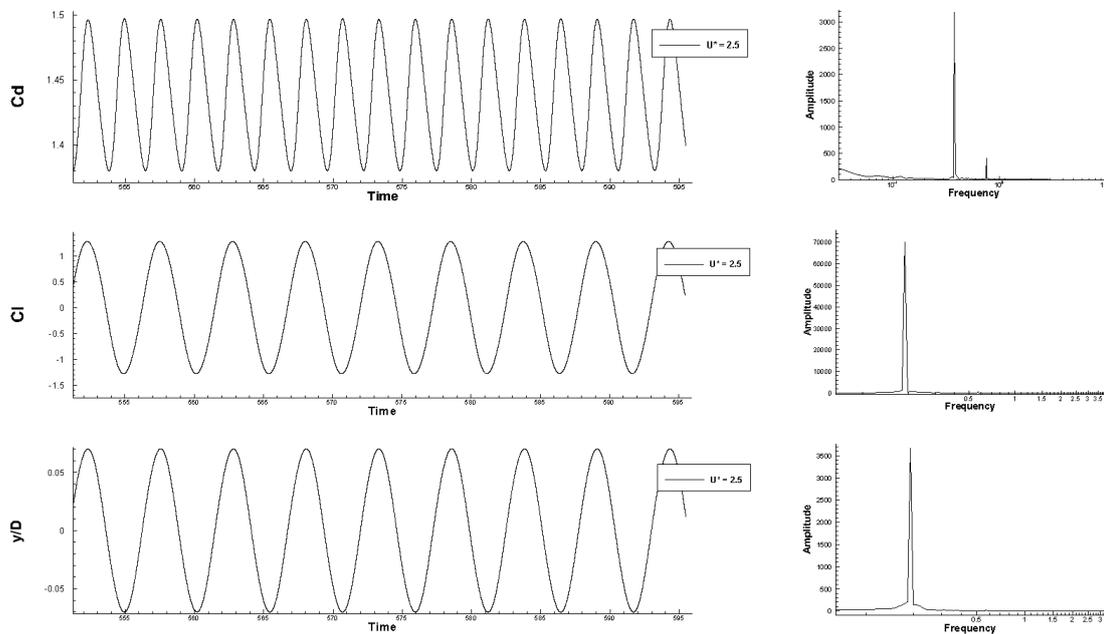


Figura B.1: $U^* = 2.5$

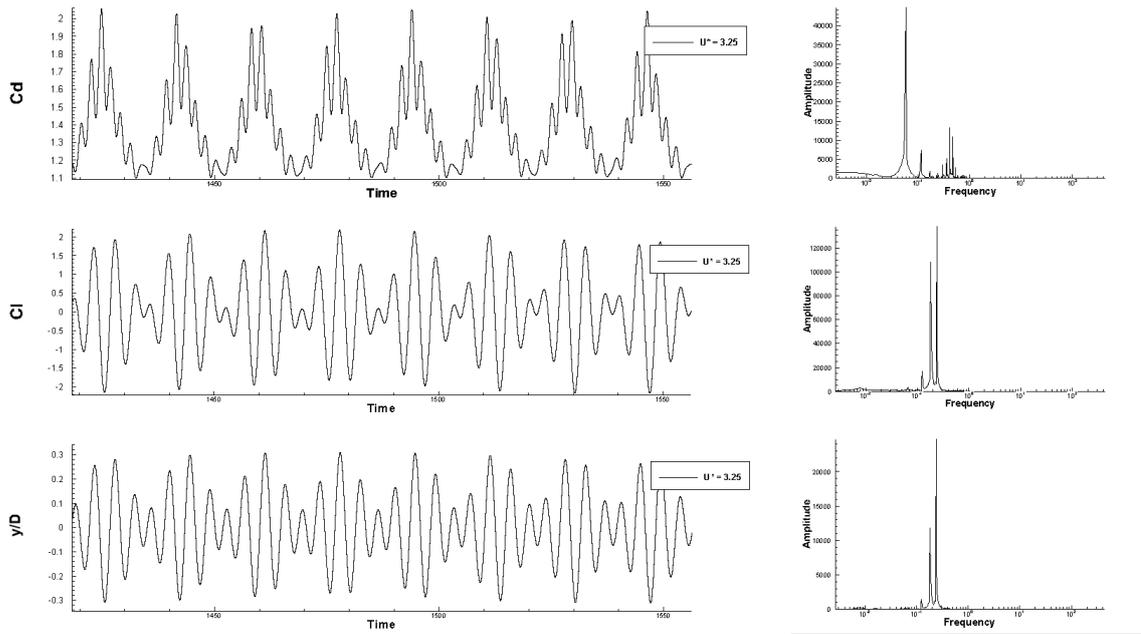


Figura B.2: $U^* = 3.25$

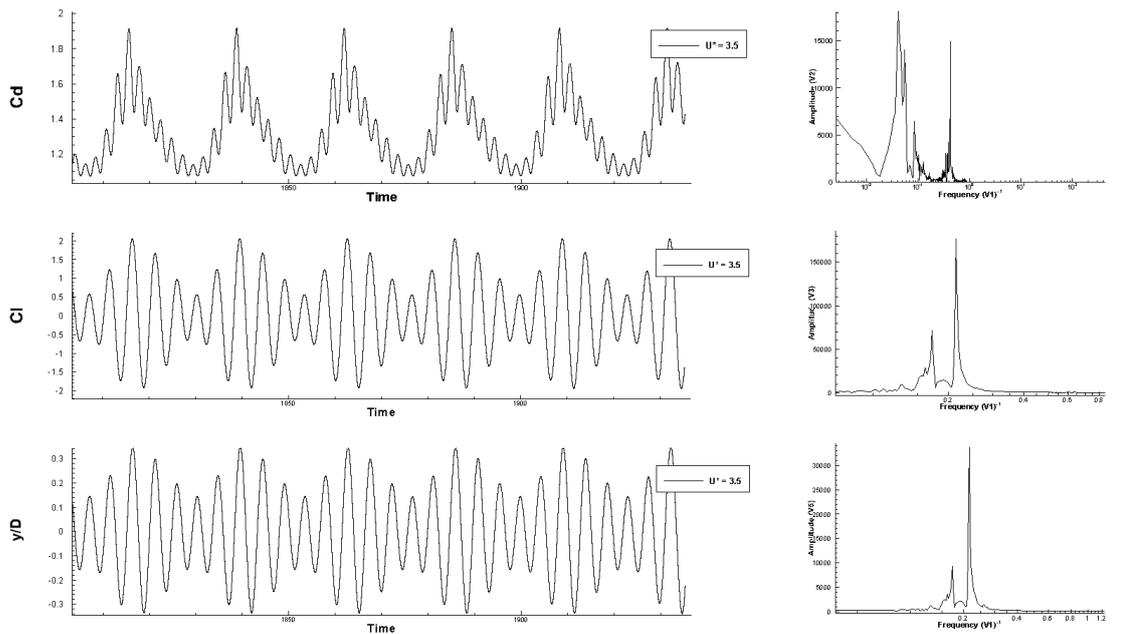


Figura B.3: $U^* = 3.5$

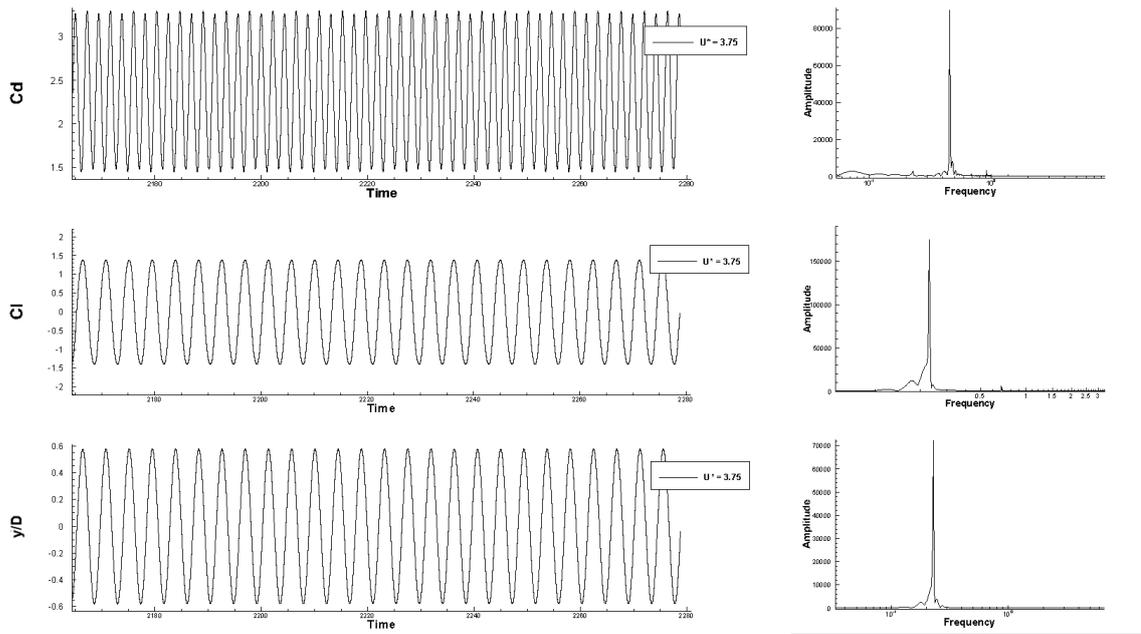


Figura B.4: $U^* = 3.75$

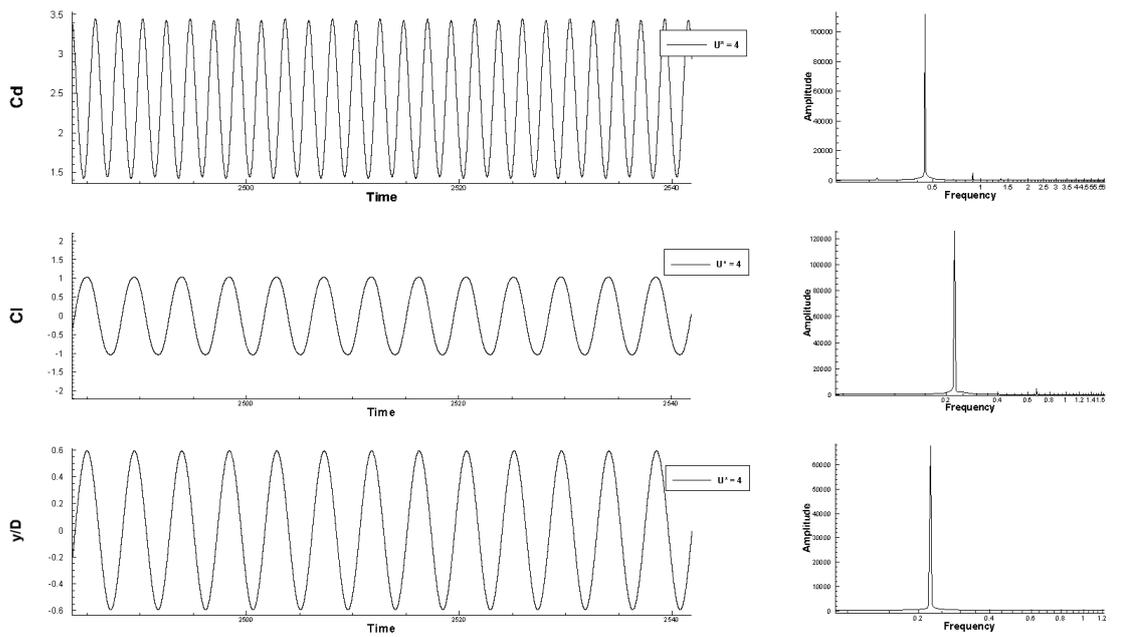


Figura B.5: $U^* = 4$

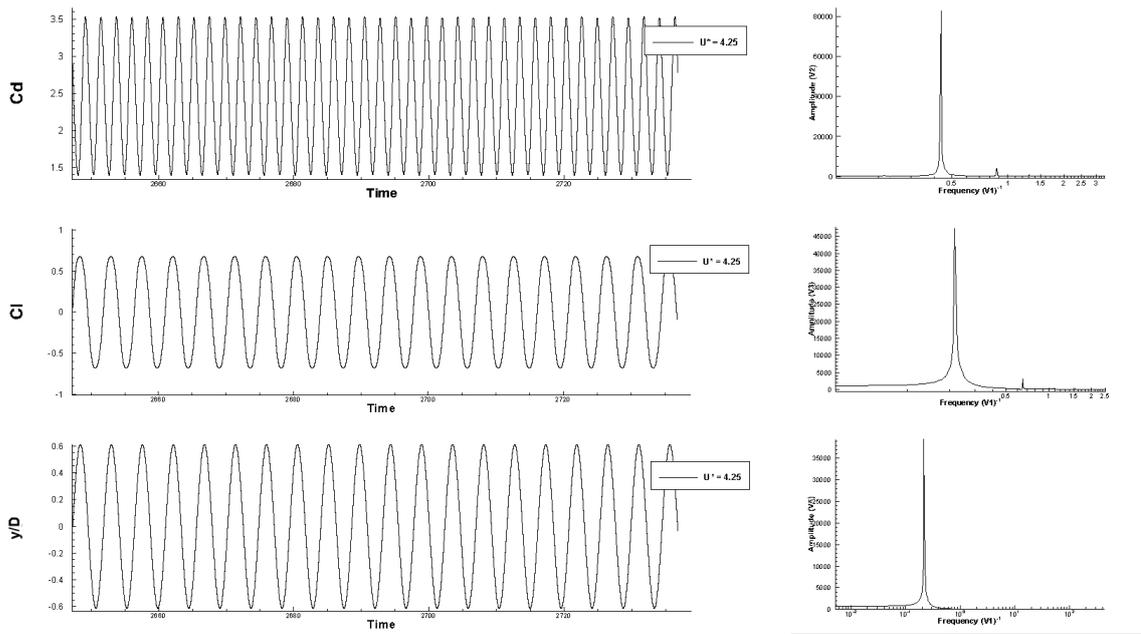


Figura B.6: $U^* = 4.25$

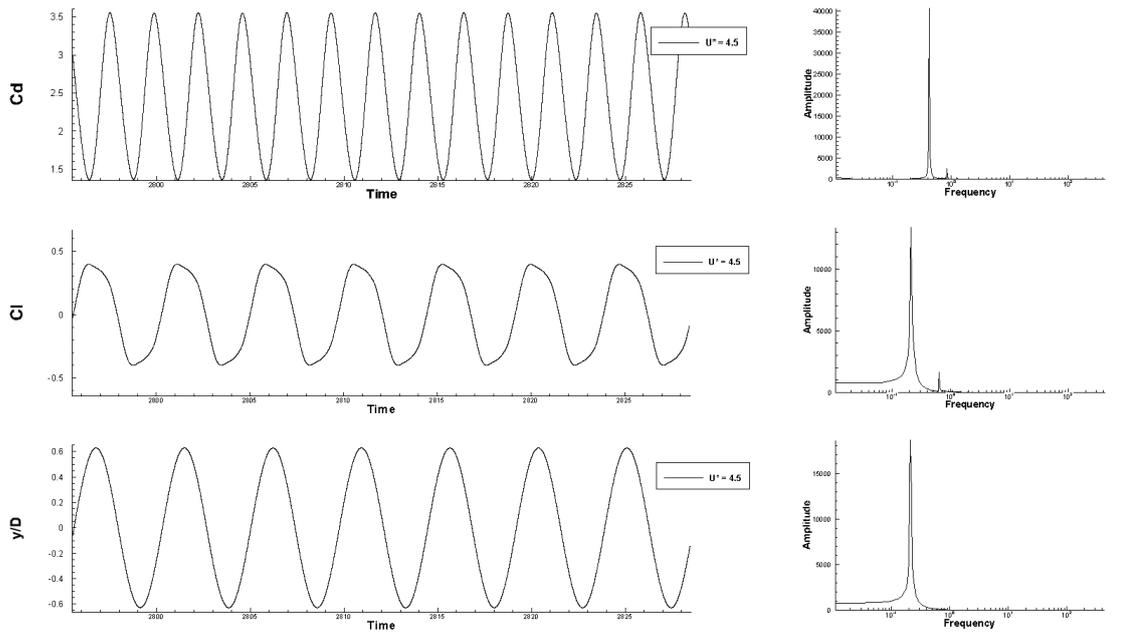


Figura B.7: $U^* = 4.5$

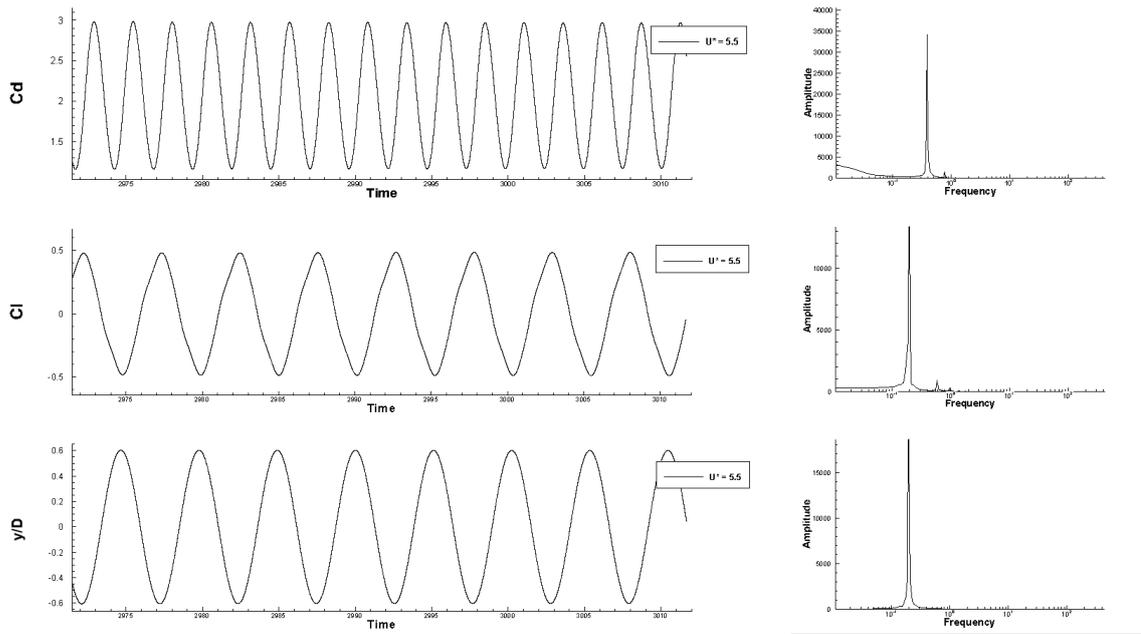


Figura B.8: $U^* = 5.5$

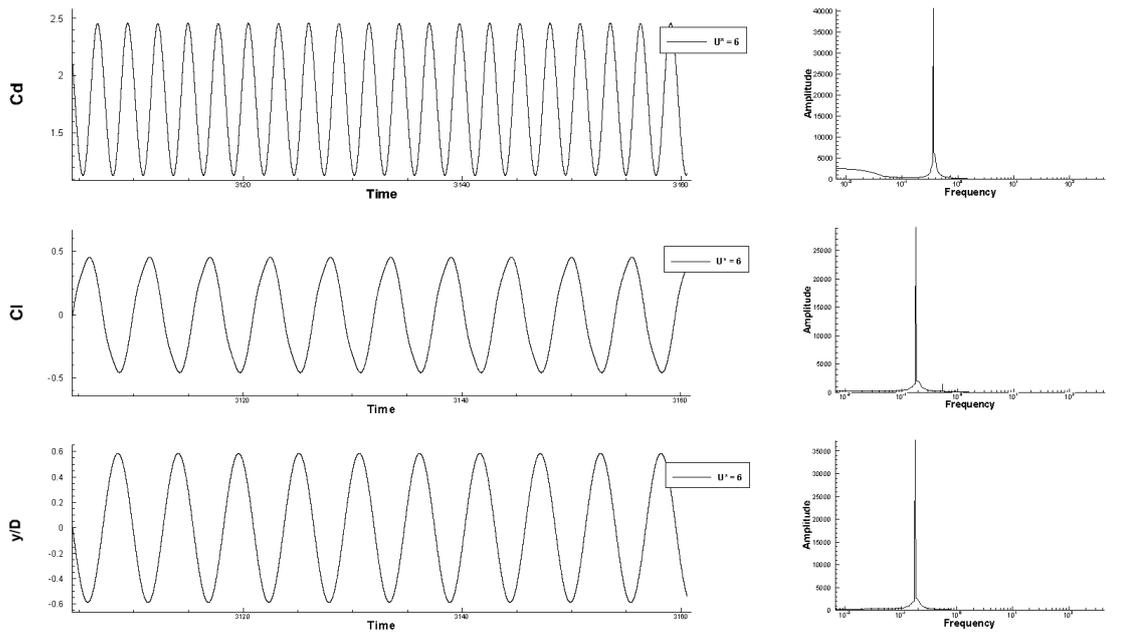


Figura B.9: $U^* = 6$

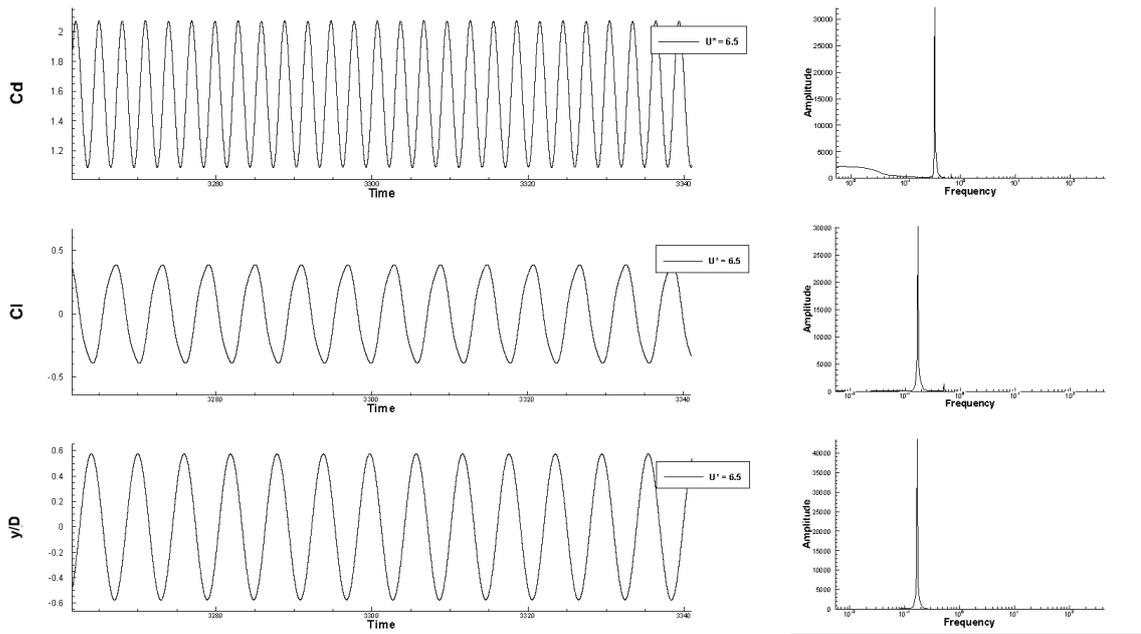


Figura B.10: $U^* = 6.5$

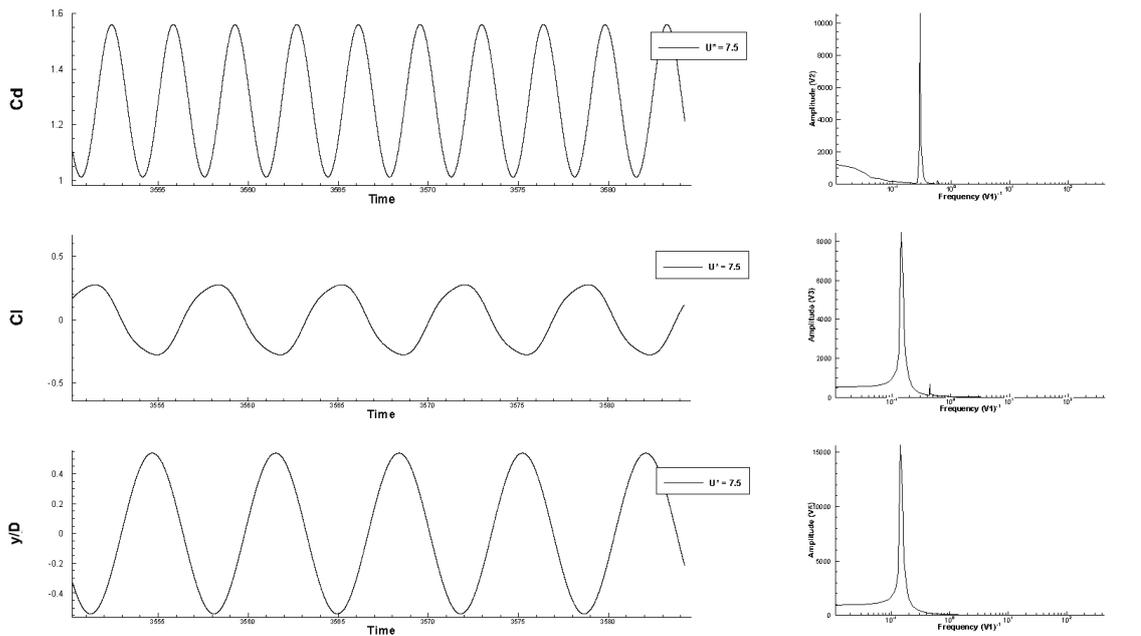


Figura B.11: $U^* = 7.5$

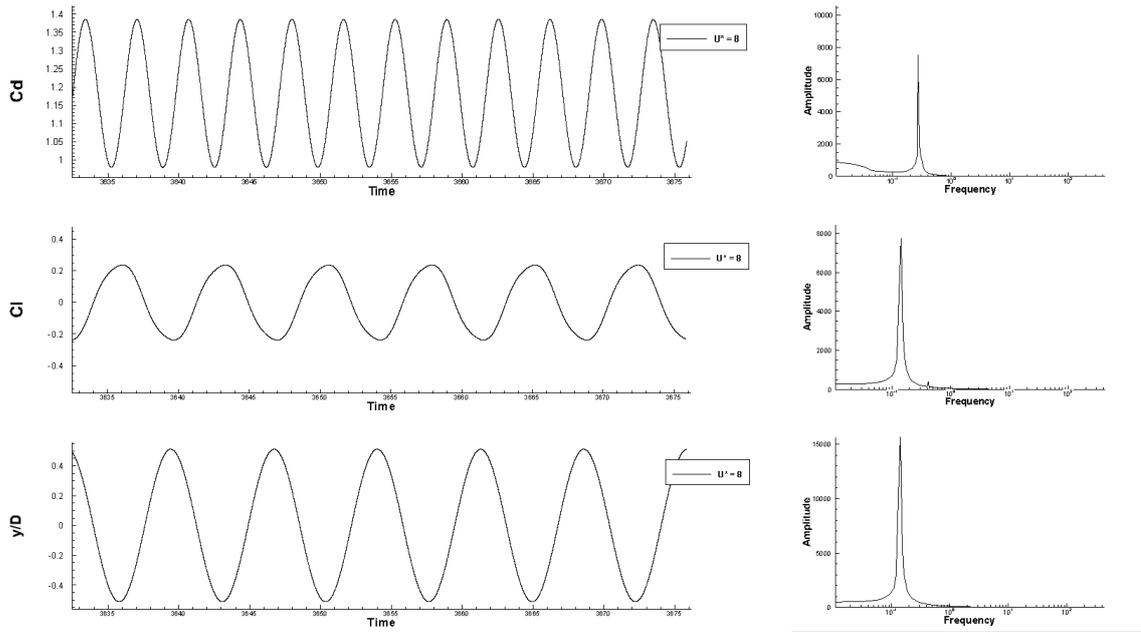


Figura B.12: $U^* = 8$

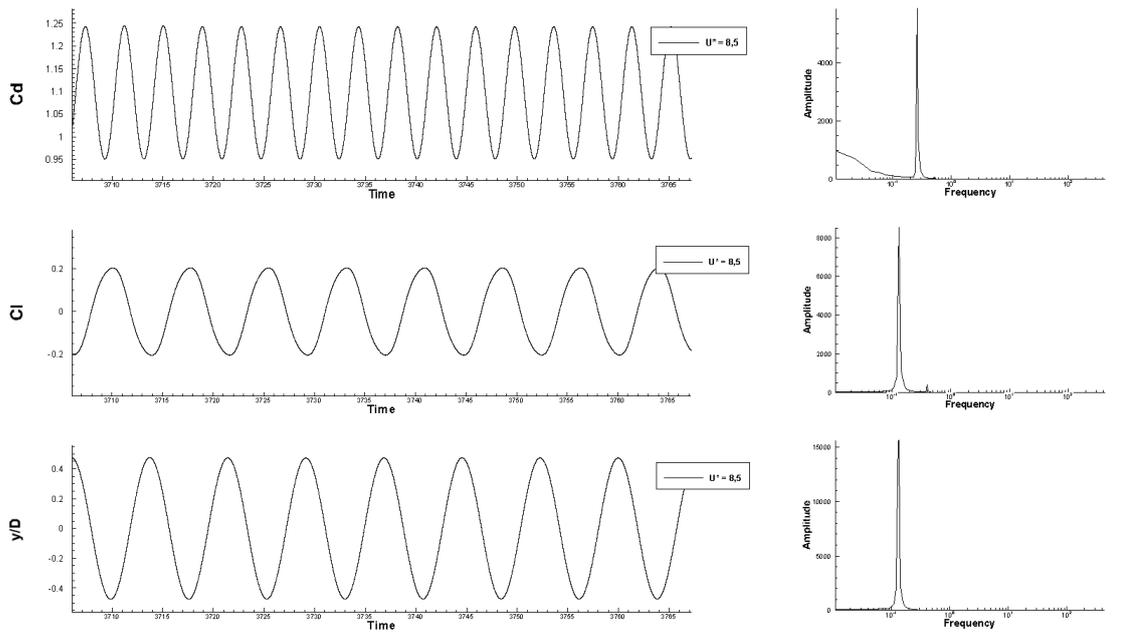


Figura B.13: $U^* = 8.5$

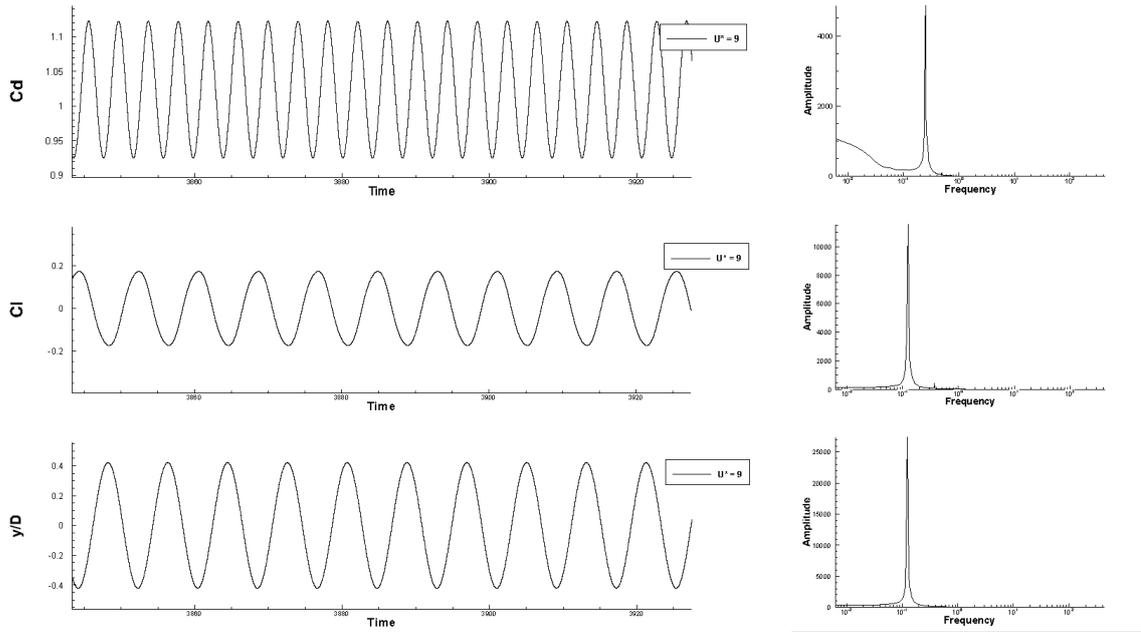


Figura B.14: $U^* = 9$

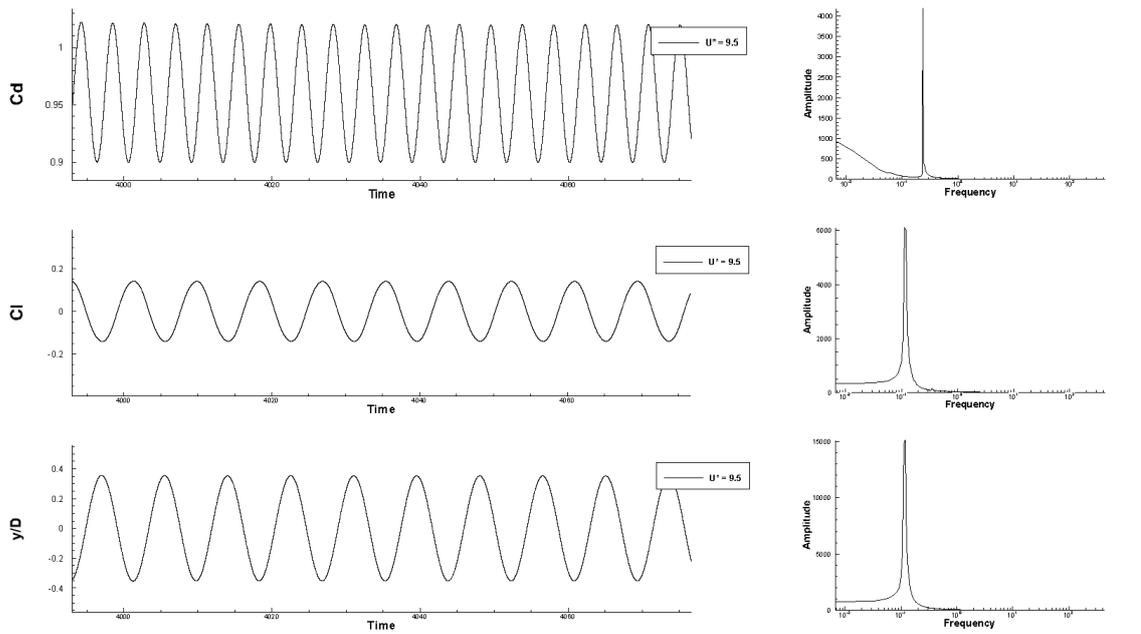


Figura B.15: $U^* = 9.5$

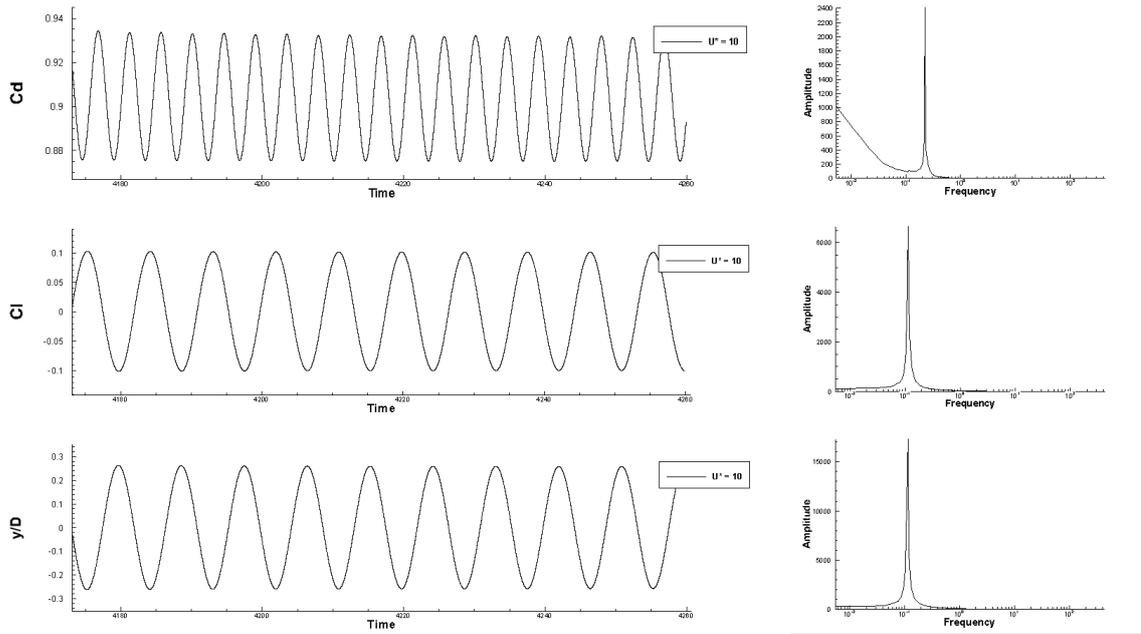


Figura B.16: $U^* = 10$

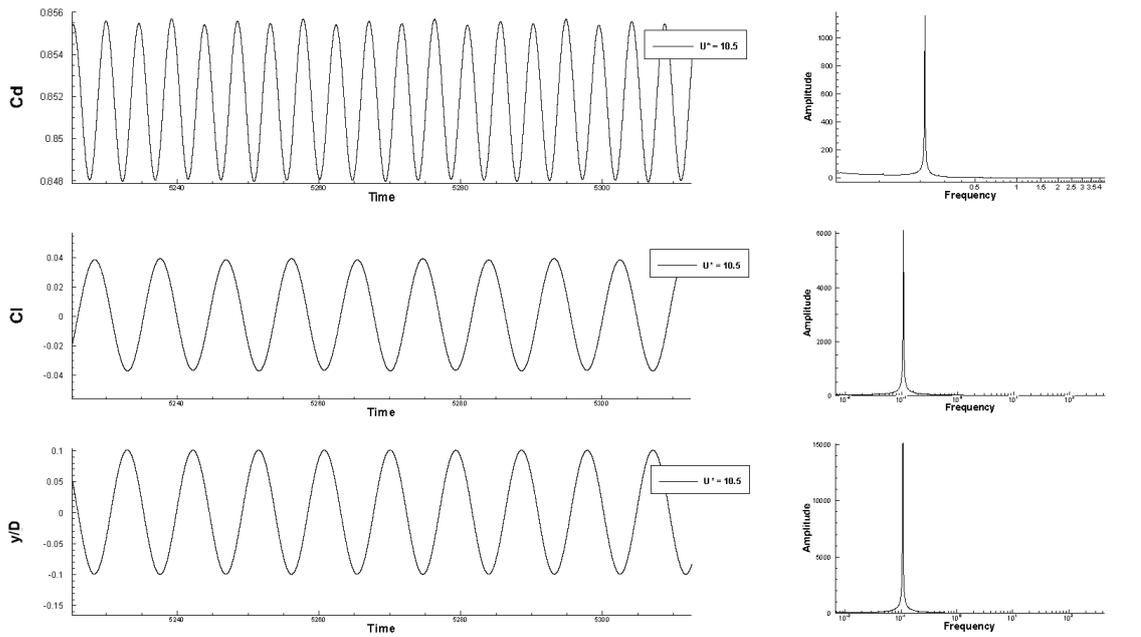


Figura B.17: $U^* = 10.5$

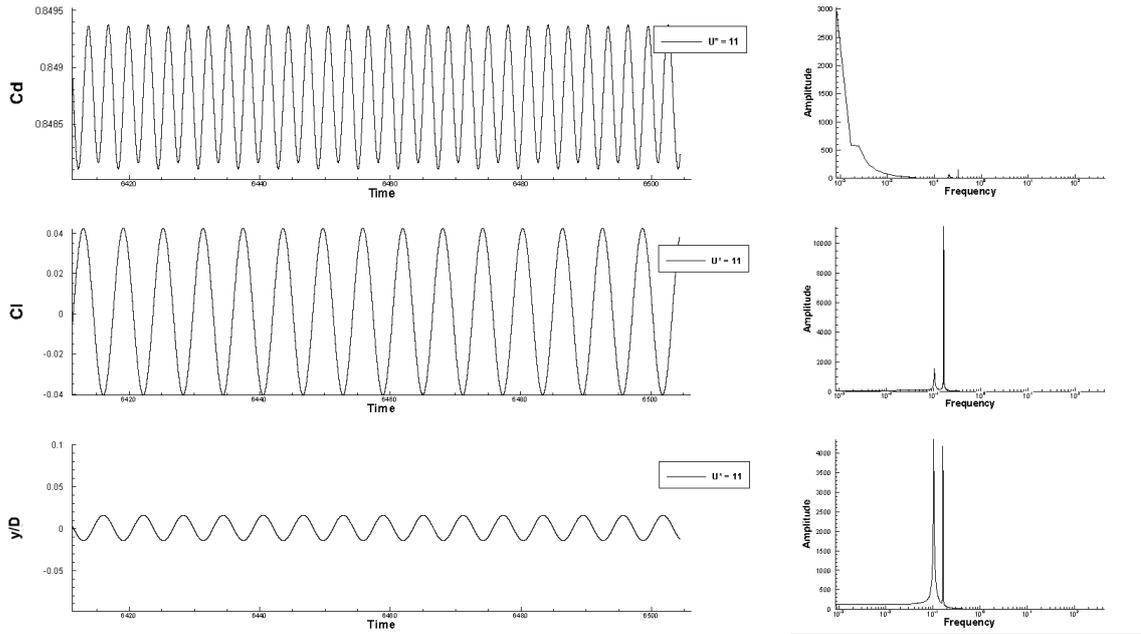


Figura B.18: $U^* = 11$

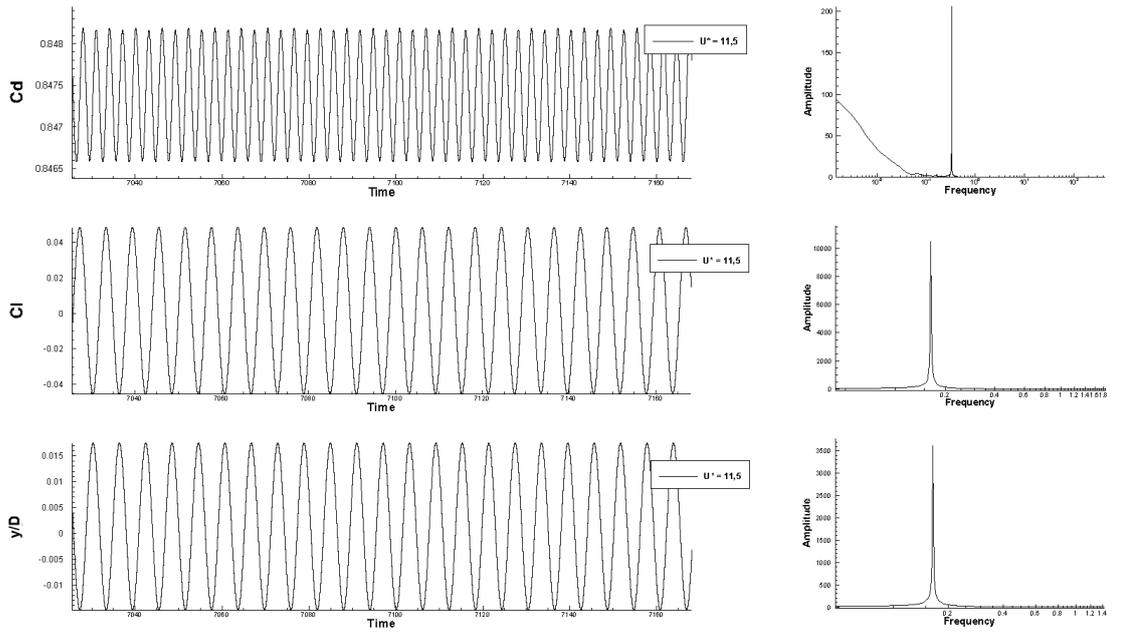


Figura B.19: $U^* = 11.5$

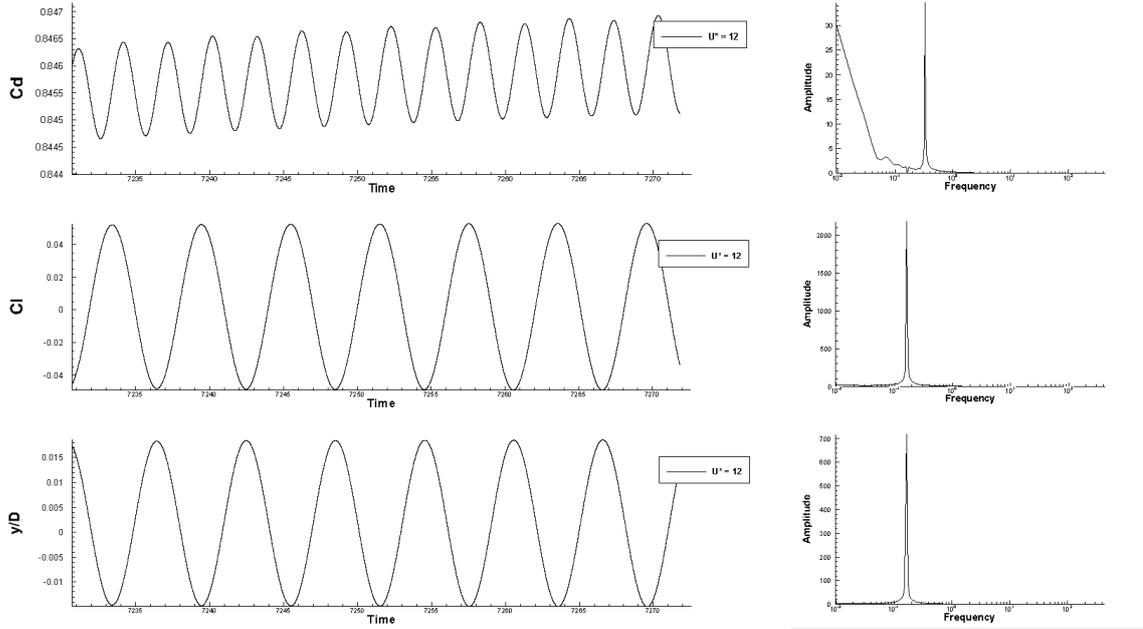


Figura B.20: $U^* = 12$

B.2 Modelo da Energia Cinética Turbulenta (k)

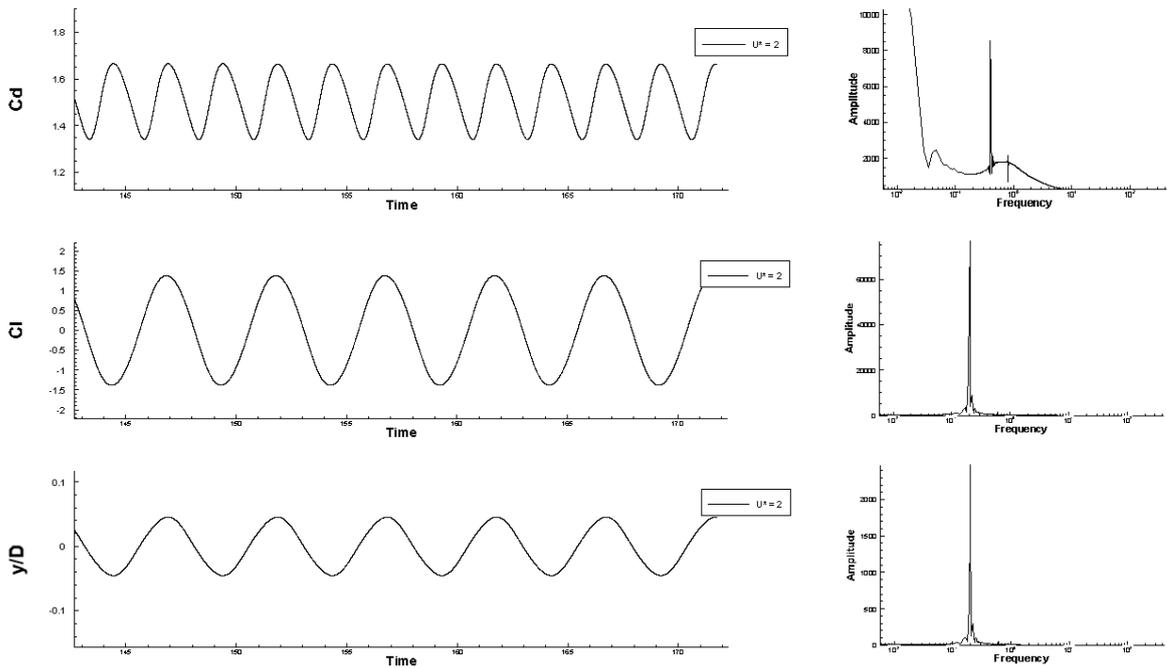


Figura B.21: $U^* = 2$

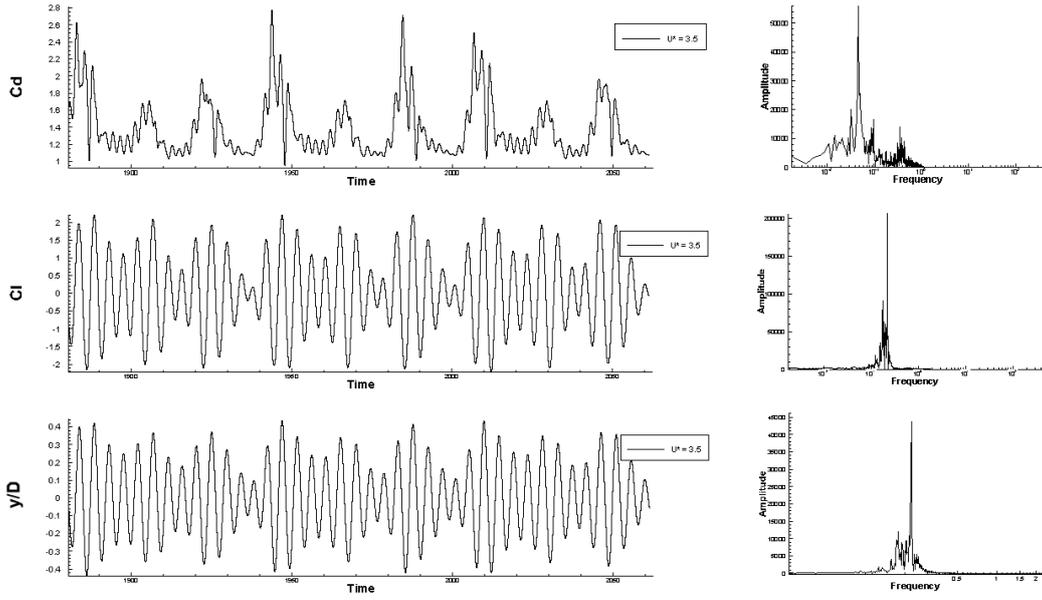


Figura B.22: $U^* = 3.5$

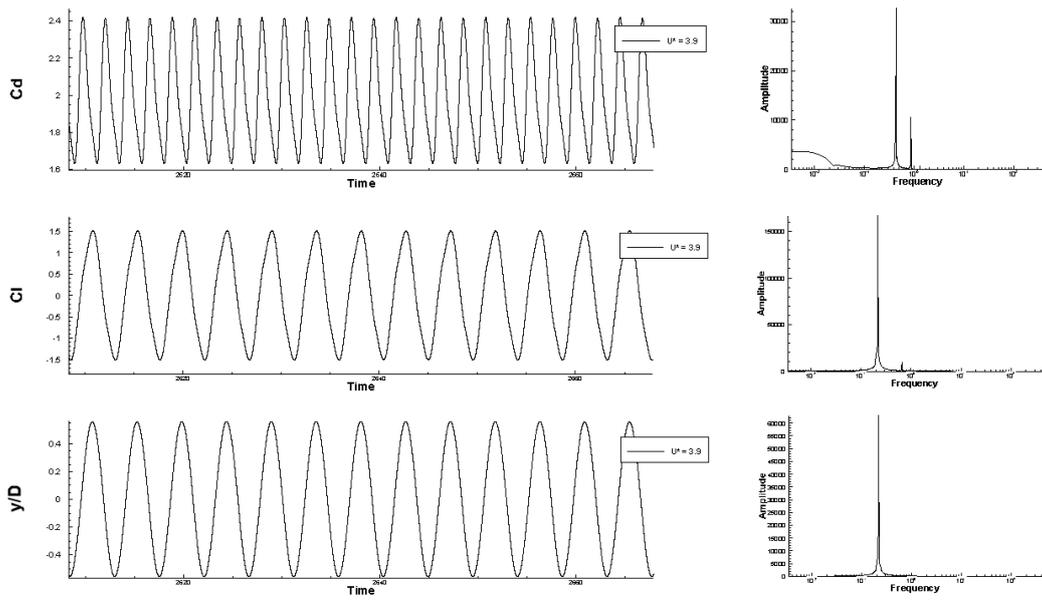


Figura B.23: $U^* = 3.9$

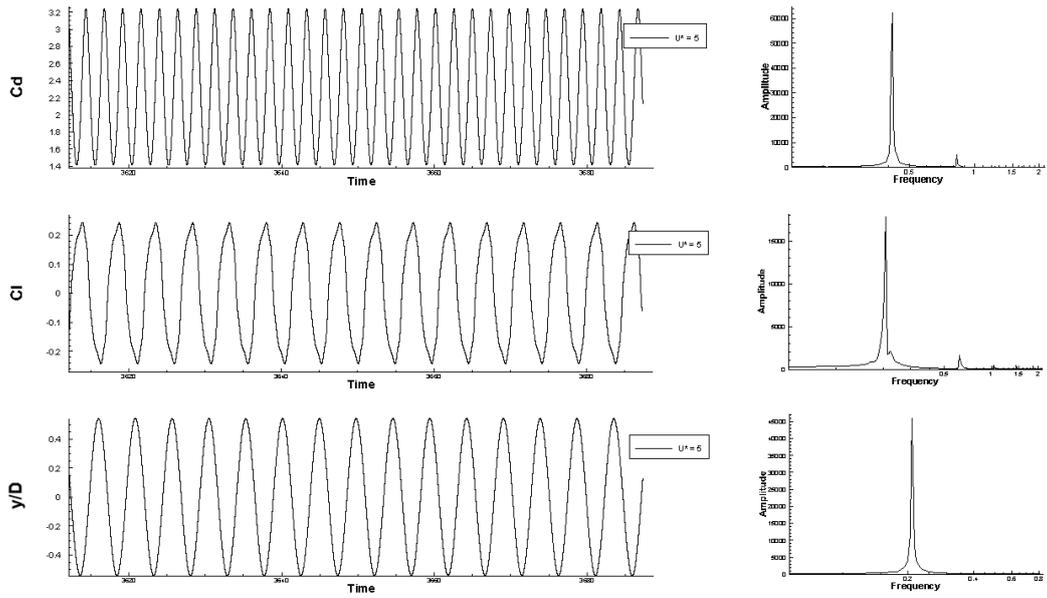


Figura B.24: $U^* = 5$

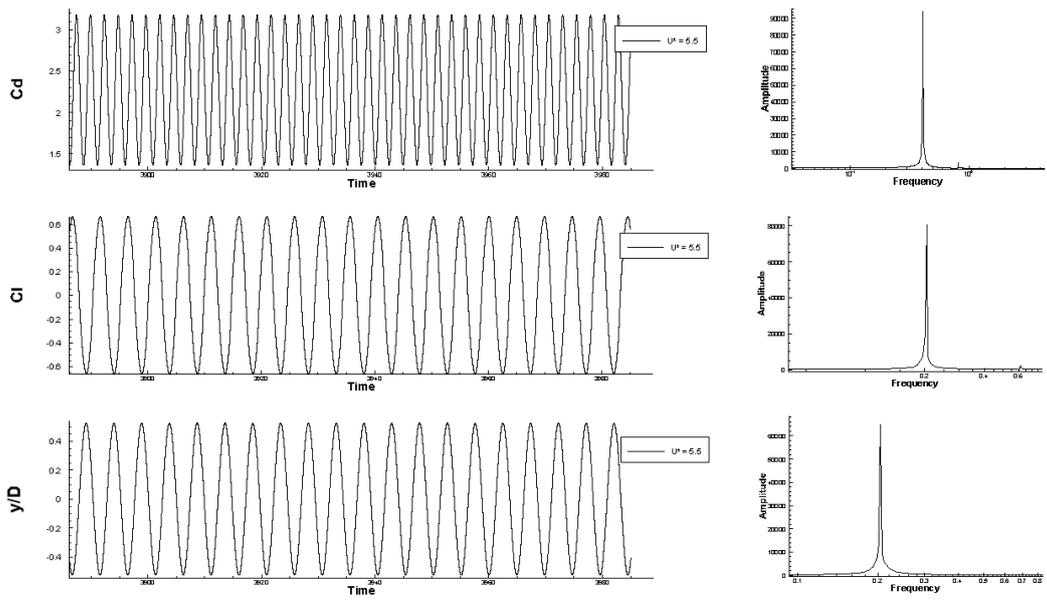


Figura B.25: $U^* = 5.5$

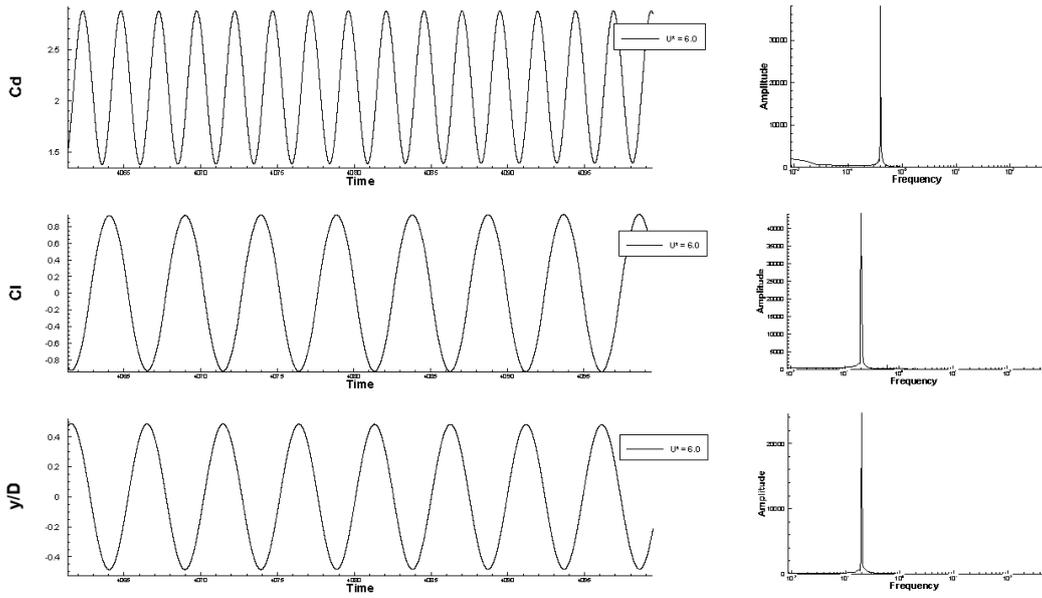


Figura B.26: $U^* = 6$

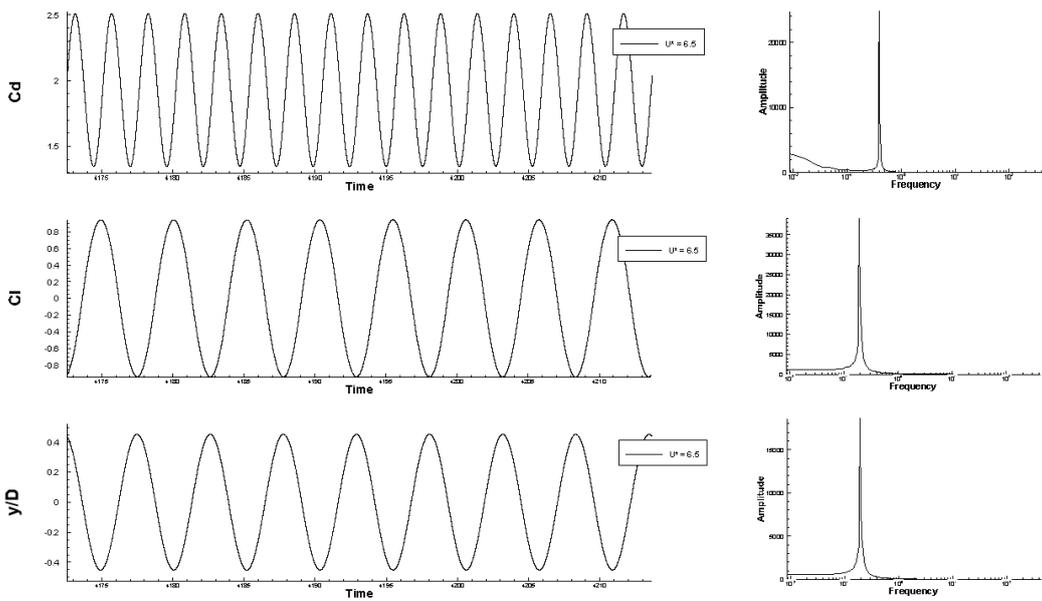


Figura B.27: $U^* = 6.5$

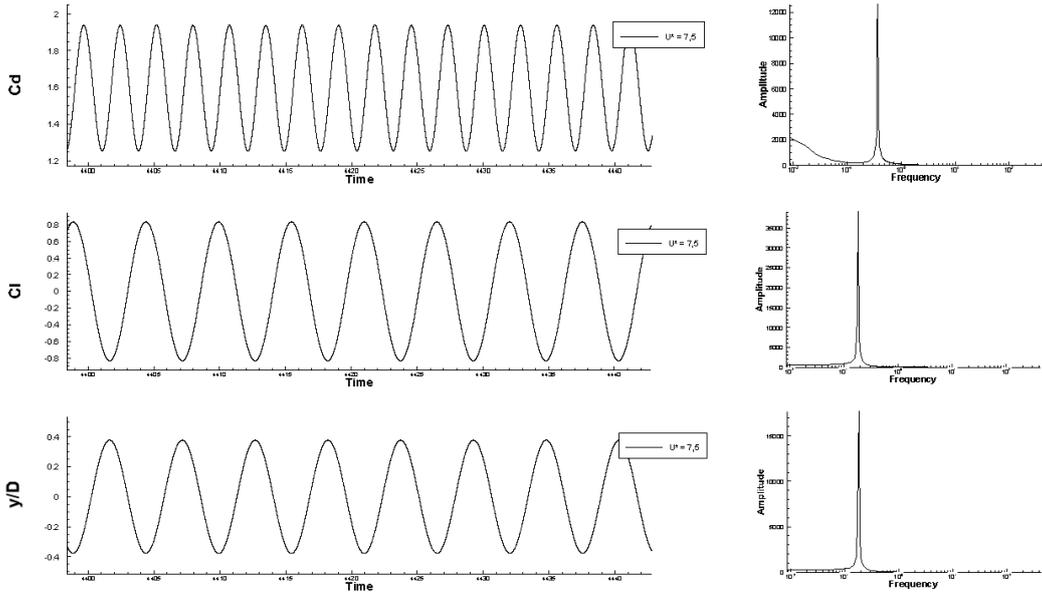


Figura B.28: $U^* = 7.5$

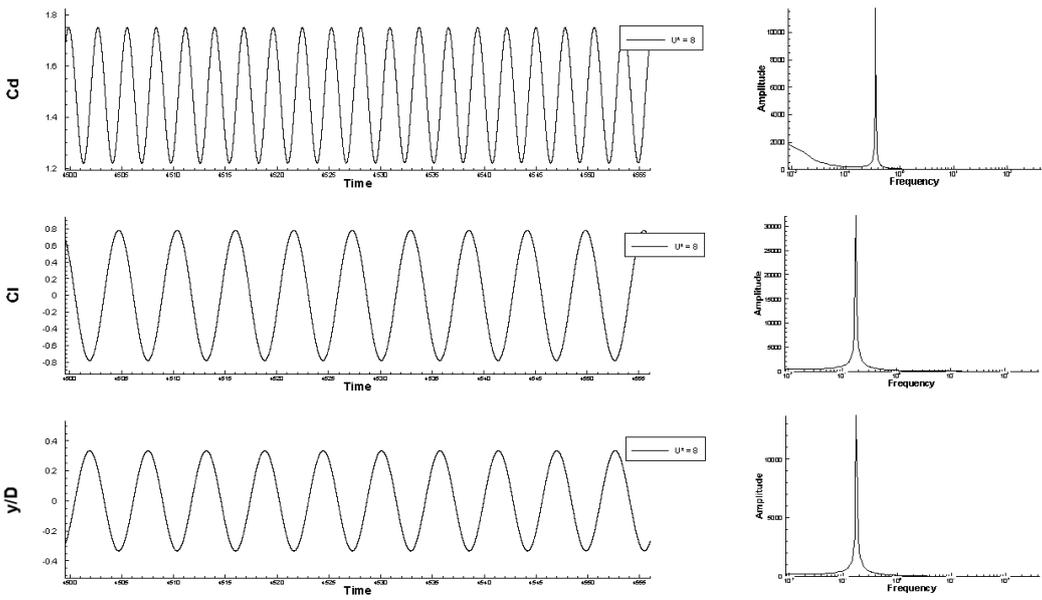


Figura B.29: $U^* = 8$

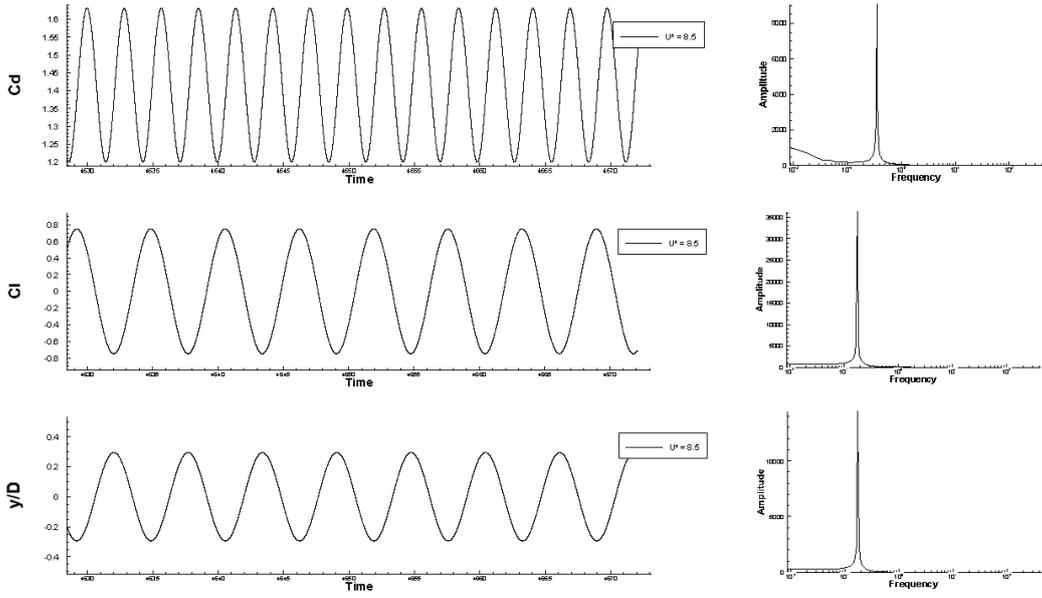


Figura B.30: $U^* = 8.5$

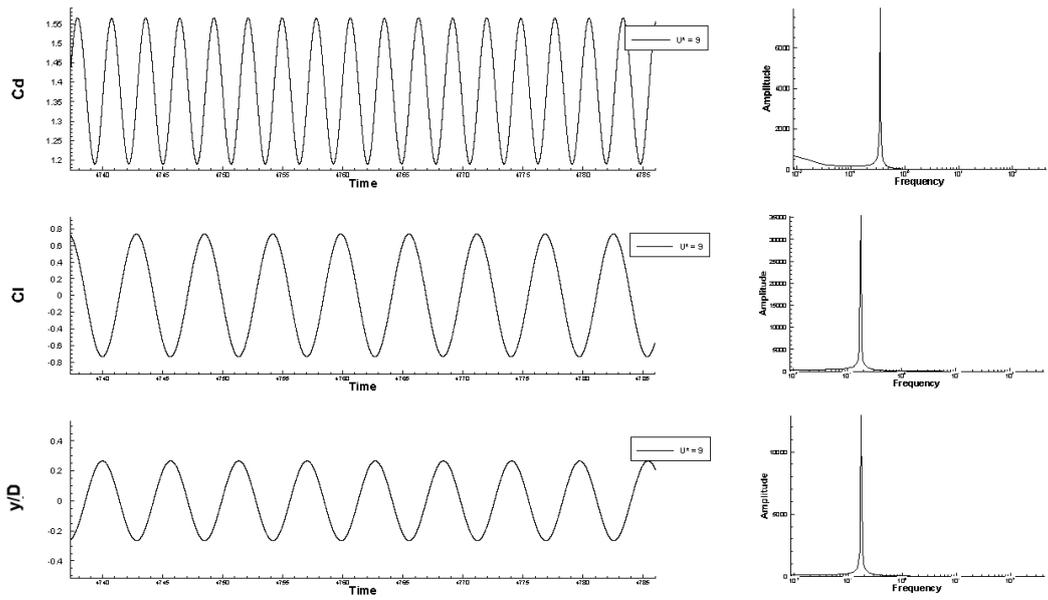


Figura B.31: $U^* = 9$

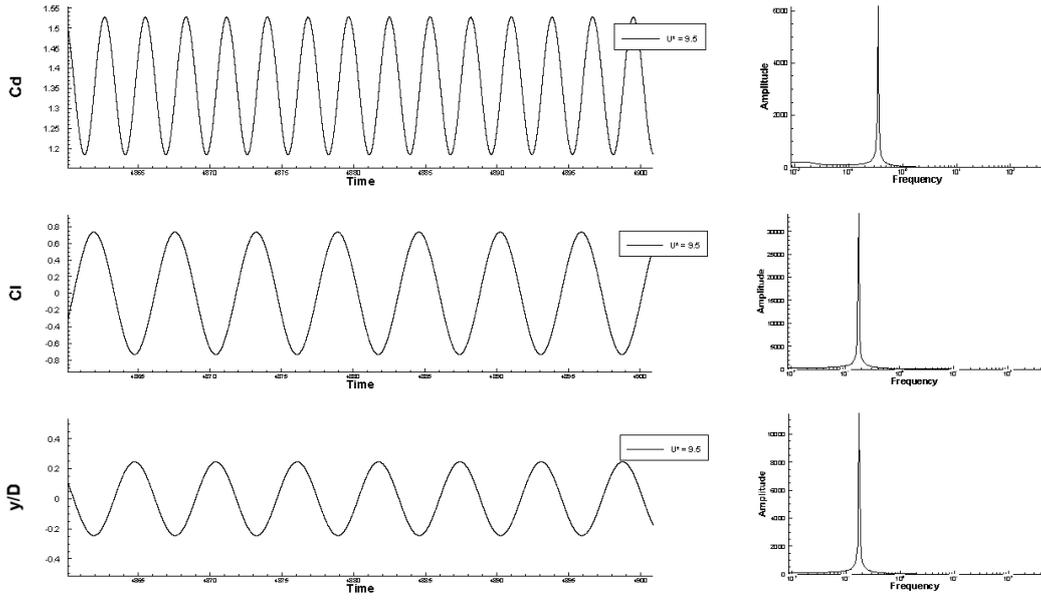


Figura B.32: $U^* = 9.5$

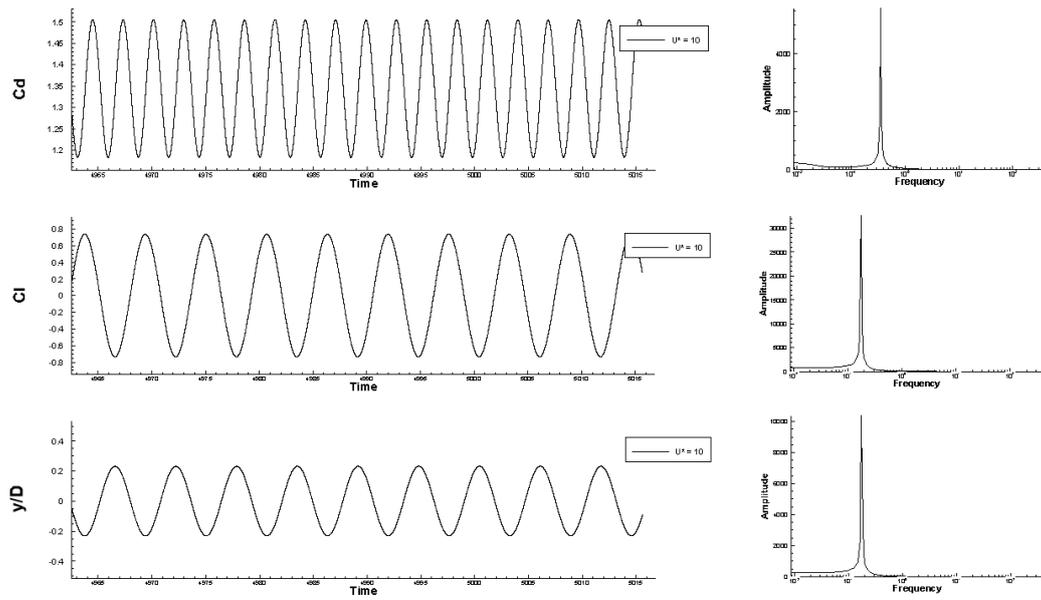


Figura B.33: $U^* = 10$

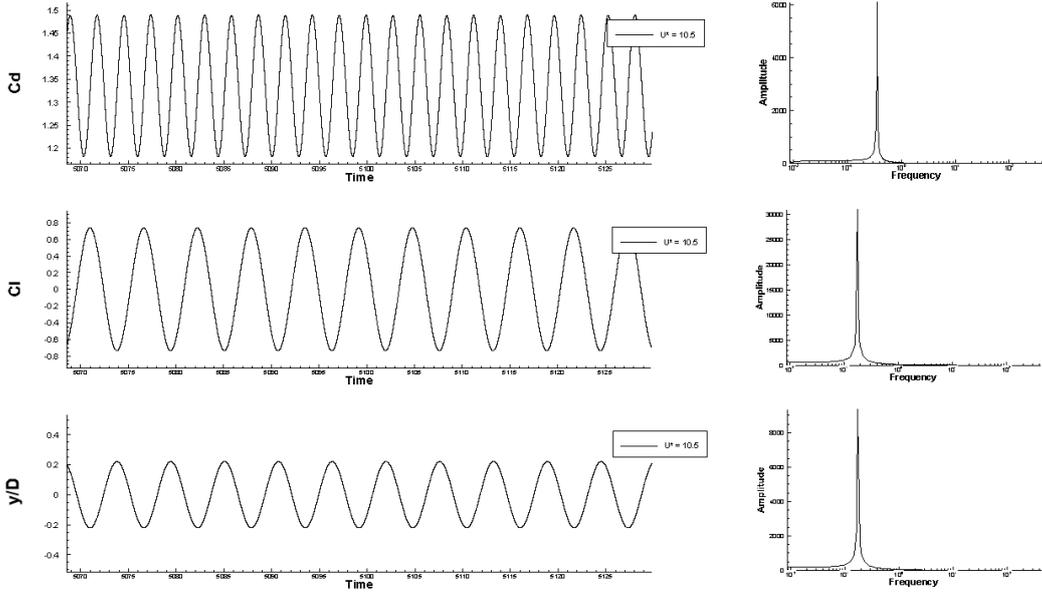


Figura B.34: $U^* = 10.5$

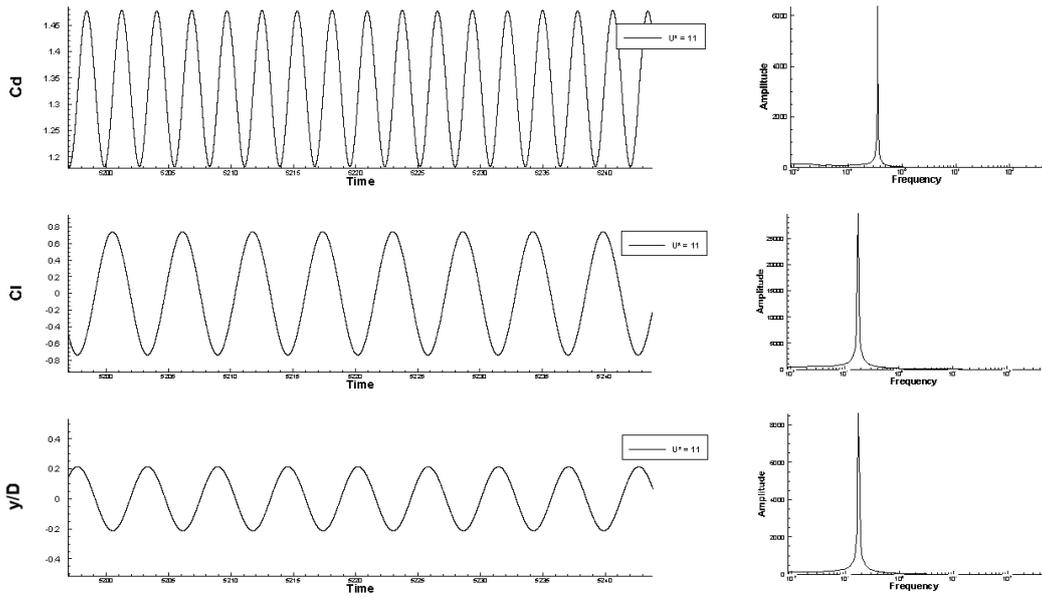


Figura B.35: $U^* = 11$

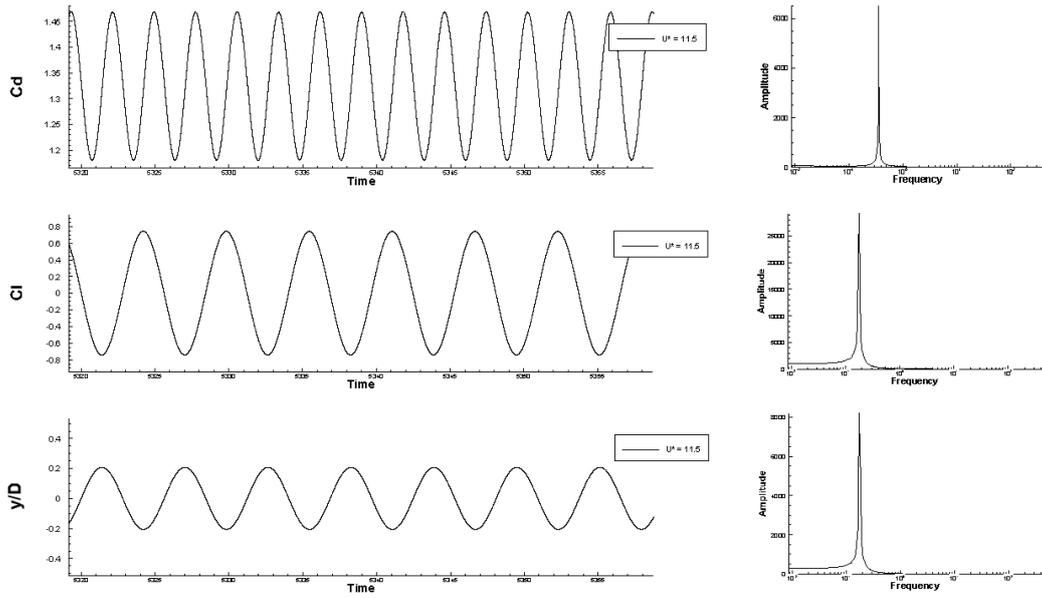


Figura B.36: $U^* = 11.5$

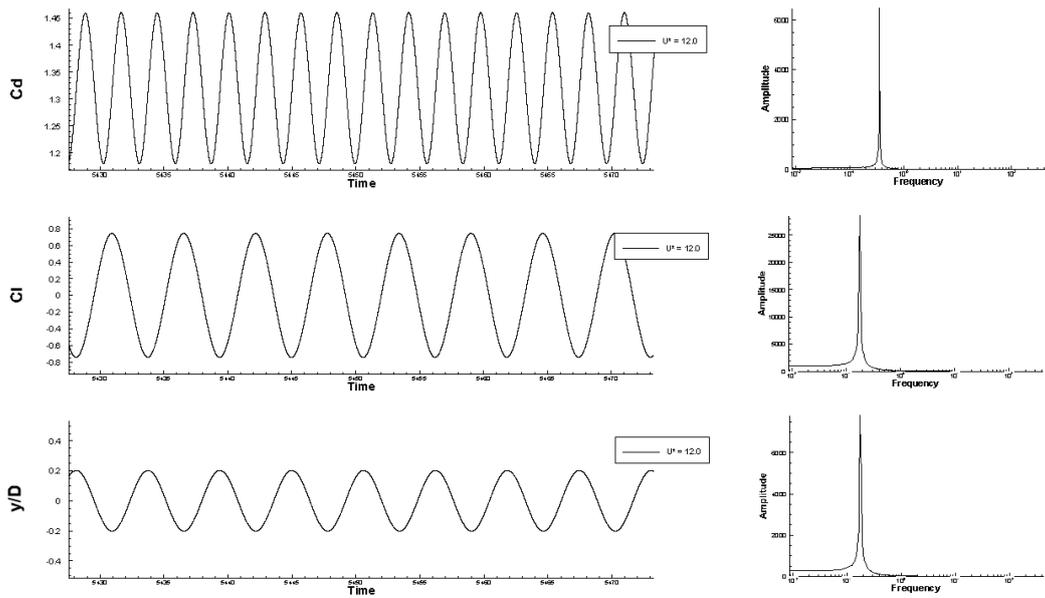


Figura B.37: $U^* = 12$

Apêndice C

Detalhamento do Algoritmo de Solução

O fluxograma mostrado na Fig. C.1 mostra como os cálculos são tratados no programa para futuras referências.

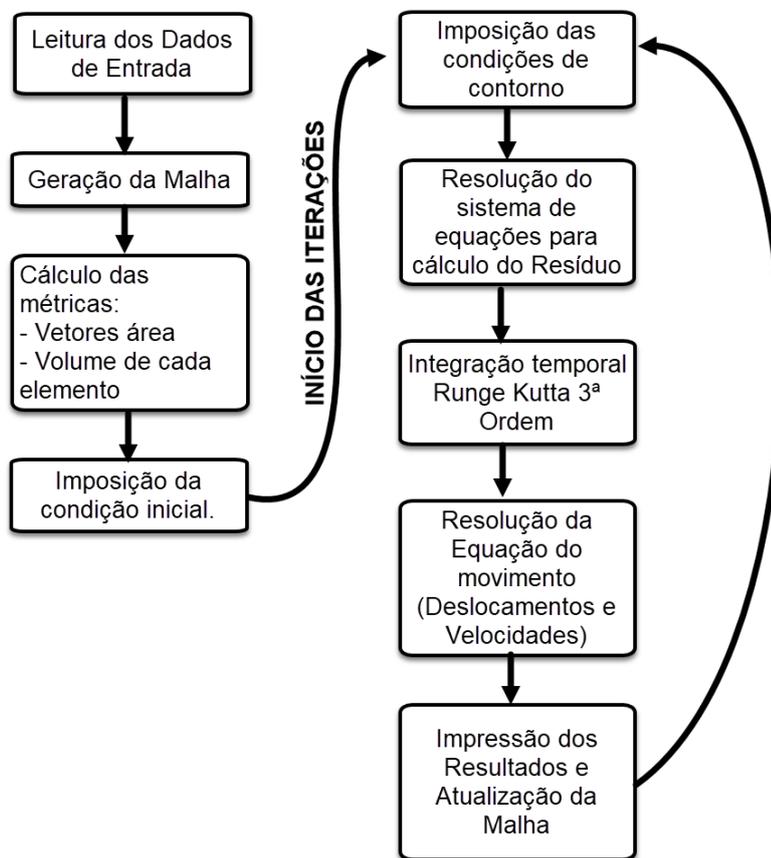


Figura C.1: Fluxograma do algoritmo de solução das equações.