



## ANÁLISE DINÂMICA DE UM GUINDASTE *OFFSHORE* SOBRE PEDESTAL

Rafael Silva de Miranda

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro  
Agosto de 2019

ANÁLISE DINÂMICA DE UM GUINDASTE *OFFSHORE* SOBRE PEDESTAL

Rafael Silva de Miranda

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

---

Prof. Daniel Alves Castello, D. Sc.

---

Prof. Ricardo Alexandre Amar Aguiar, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 2019

Miranda, Rafael Silva de

Análise dinâmica de um guindaste *offshore* sobre pedestal / Rafael Silva de Miranda. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XIII, 67 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 57-59.

1. Guindastes *offshore*. 2. Não linearidades. 3. Caos. I. Savi, Marcelo Amorim. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

À Tássia.

## **AGRADECIMENTOS**

Inicialmente agradeço a Deus por mais essa graça alcançada, ter me dado força e concentração necessária para que este curso fosse concluído.

À minha esposa Tássia Mendes, por todo o carinho, suporte e dedicação à família. Por ter aceitado postergar planos para que pudesse me dedicar e concluir esta etapa.

Aos meus pais, Sérgio Lúcio e Rita de Cássia Miranda, que mesmo distantes sempre procuram se fazer presentes e dar apoio e orientação.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Mecânica que contribuíram com mais essa importante etapa da minha formação profissional, que transmitiram em suas disciplinas conhecimento técnico para alçar quaisquer ares. Em especial ao Prof. Dr. Marcelo Savi, por toda paciência, ensinamentos, conselhos e orientações nas atividades acadêmicas.

A todos os amigos no MECANON/COPPE, pelas sugestões, companheirismo e ideias. Em especial aos doutorandos Rubens Akira, Phablo Carvalho, Vanderson Dornelas e Virgílio Caetano, muito obrigado por todo apoio.

Aos gerentes Petrobras Mauro Pereira e Arthur Langoni, por terem enxergado a importância da realização deste curso, liberando a carga horária necessária para a realização das disciplinas.

A todos os colegas de Petrobras que acompanharam essa trajetória e me deram suporte quando necessitei me ausentar. Em especial ao Bruno Galhardo, pelo apoio e colaboração tanto nas atividades acadêmicas quanto profissionais.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ANÁLISE DINÂMICA DE UM GUINDASTE *OFFSHORE* SOBRE PEDESTAL

Rafael Silva de Miranda

Agosto/2019

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

Guindastes são equipamentos essenciais em unidades marítimas de produção de petróleo sendo responsáveis pelas principais manobras de carga e descarga de componentes, produtos químicos, alimentos, além de ser uma alternativa de abandono da unidade em caso de emergência. A baixa confiabilidade ou a operação inadequada desse equipamento pode inviabilizar a produção de hidrocarbonetos. Com o intuito de estudar a interação dos movimentos embarcação/guindaste, este trabalho desenvolve as equações de movimento de um sistema plano composto por uma embarcação e um guindaste submetido à ação de ondas regulares. A rigidez das amarras que ancoram a embarcação ao leito marinho é a principal componente não linear conferindo dinâmica rica ao sistema, apresentando tanto respostas periódicas quanto não-periódicas. A análise dinâmica permite uma melhor compreensão do fenômeno e indica as melhores condições operacionais.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## DYNAMIC ANALYSIS OF AN *OFFSHORE* CRANE ON PEDESTAL

Rafael Silva de Miranda

August/2019

Advisor: Marcelo Amorim Savi

Department: Mechanical Engineering

Cranes are essential equipments in marine oil rigs and is the main way of loading and unloading components, chemicals and food; besides, it is an alternative way of abandoning the unit in case of emergency. The low reliability or the partial operation of this equipment can render the oil production. In order to study the interaction vessel/crane movements, this work develops the equations of motion of a plane system composed of a vessel and a crane subjected to the action of regular waves. Stiffness of the moorings that anchor the vessel to the seabed is the main nonlinear that component gives rich dynamics to the system, presenting periodic and non-periodic responses. The dynamic analysis allows a better understanding of the phenomenon and indicates the best operating conditions.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	Organização do Trabalho.....	3
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	5
2.1	Análise de Esforços .....	8
2.2	Análise Dinâmica.....	10
2.3	Compensação de Movimentos.....	12
3	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	15
3.1	Modelagem de um Guindaste com Cinco Graus de Liberdade .....	15
4	MODELO COM 1-GDL .....	25
5	MODELO COM 2-GDL .....	29
5.1	Análise do Sistema com a Variação dos Parâmetros.....	31
6	MODELO COM 3-GDL .....	46
6.1	Modelagem em 3 graus de liberdade .....	46
7	CONCLUSÕES .....	55
	REFERÊNCIAS .....	57
	ANEXO I –TABELA DE CARGA DO GUINDASTE <i>OFFSHORE</i> DE P-62.....	60
	ANEXO II – COMPONENTES DAS MATRIZES DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO .....	61
	ANEXO III –MODELAGEM DE UM GUINDASTE COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE .....	63

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Graus de liberdade que uma embarcação está sujeita, DO NASCIMENTO [5]...2	2
Figura 02: Guindaste terrestre adaptado instalado em P-09. Fabricante American, modelo 9750 .....5	5
Figura 03: Principais partes de um guindaste <i>offshore</i> de lança treliçada. Fabricante Hydralift, modelo WOMCVC 3447, instalado em P-40 .....6	6
Figura 04: Principais partes de um guindaste <i>offshore</i> de lança articulada. Fabricante Hydralift, modelo C3036KE, instalado em P-43 .....7	7
Figura 05: $\Delta U_y$ , deslocamento horizontal, $\Delta U_z$ , deslocamento do pedestal do flange superior, $r$ , raio externo do pedestal, $H_k$ , altura total do pedestal, $l_k$ , comprimento do elemento rígido, $\varphi_k$ , ângulo de inclinação, $c$ , rigidez da junta. Modelo simplificado de KRUKOWSKI & MACZYNSKI [13] para análise de um pedestal de guindaste <i>offshore</i> .....9	9
Figura 06: Modelo do oscilador descontínuo de KRUKOWSKI <i>et al.</i> [1]. Neste modelo, a polia ligada ao sistema massa mola funciona como o suporte descontínuo, amortecendo vibrações acima de uma dada amplitude .....10	10
Figura 07: Experimento estudado em ELLERMANN <i>et al.</i> [14] .....12	12
Figura 08: Sistema de compensação passiva, DO NASCIMENTO [5] .....14	14
Figura 09: Representação de um guindaste de cinco graus de liberdade .....16	16
Figura 10: Modelo com 1-gdl seguindo a referência de ELLERMANN [24] .....25	25
Figura 11: Diagrama da variação da condição inicial da posição da embarcação .....27	27

Figura 12: Comparação da (a) Captura do resultado obtido em ELLERMANN [24], com as respostas (b) da simulação das equações de ELLERMANN (vermelho) e restrição do modelo anteriormente apresentado (azul); $\mathbf{q}_0 = [1, 0]$ .....	28
Figura 13: Comparação da (a) Captura do resultado obtido em ELLERMANN [25], com as respostas (b) da simulação das equações de ELLERMANN (vermelho) e restrição do modelo anteriormente apresentado (azul); $\mathbf{q}_0 = [2, 0]$ .....	28
Figura 14: Modelo com 2-gdl.....	29
Figura 15: Espaço de fase com seção de Poincaré para a condição $A = 0,1 m$ e $\omega = 0,15 rad/s$ .....	30
Figura 16: Espaço de fase com seção de Poincaré para a condição $A = 4 m$ e $\omega = 0,42 rad/s$ .....	31
Figura 17: Diagrama de bifurcação – parâmetro variado: comprimento de cabo de aço, $l_w$ .....	32
Figura 18: Espaço de fase para a condição $l_w = 25,7 m$ .....	33
Figura 19: Espaço de fase para a condição $l_w = 40,25 m$ .....	33
Figura 20: Resposta no tempo na condição $l_w = 62m$ .....	34
Figura 21: Expoentes de Lyapunov para a condição $l_w = 62m$ ; valor do maior expoente é: $\lambda = 0,0002$ . (a) Convergência do expoente com o tempo, (b)zoom.....	34
Figura 22: Espaço de fase com Seções de Poincaré – comparação das respostas quando $l_w = 25m$ e $l_w = 62m$ .....	35
Figura 23: Diagrama de bifurcação – parâmetro variado: amplitude de excitação das ondas.....	36

Figura 24: Diagrama de espaço de fase – $A = 0,75m$ .....	37
Figura 25: Diagrama de espaço de fase – $A = 0,975m$ .....	37
Figura 26: Diagrama de espaço de fase – $A = 3,3m$ .....	38
Figura 27: Diagrama de espaço de fase – $A = 3,5m$ .....	38
Figura 28: Diagrama de bifurcação – parâmetro variado: frequência de excitação: (a) movimento da carga, (b) movimento da embarcação.....	39
Figura 29: Resposta do sistema quando $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ .....	40
Figura 30: Expoentes de Lyapunov para a condição $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ ; valor do maior expoente é: $\lambda = 0,0129$ . (a) Convergência do expoente com o tempo, (b)zoom.....	41
Figura 31: Resposta do sistema quando $\omega = 0,28 \text{ rad/s}$ .....	41
Figura 32: Resposta do sistema quando $\omega = 0,41 \text{ rad/s}$ .....	42
Figura 33: Resposta em amplitude em função da frequência. (a) Resposta do pêndulo formado pelo guindaste para $l_w = 25m$ ; (b) resposta da embarcação para $l_w = 25m$ . (c) Resposta do pêndulo formado pelo guindaste para $l_w = 62m$ ; (d) resposta da embarcação para $l_w = 62m$ .....	43
Figura 34: Resposta em amplitude em função da frequência quando $c_2 = 0$ .....	44
Figura 35: Resposta em amplitude em função da frequência: comparação de casos .....	45
Figura 36: Guindaste sobre pedestal de P-74 .....	46
Figura 37: Modelo com 3-gdl .....	47

Figura 38: Comparação respostas 2 e 3-gdl para com os parâmetros apresentados na Tabela 3 .....	48
Figura 39: Bifurcação para 3-gdl, parâmetro variado: frequência de excitação, $\omega$ .....	49
Figura 40: Resposta do sistema quando $\omega = 0,18 \text{ rad/s}$ .....	50
Figura 41: Resposta do sistema quando $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ .....	50
Figura 42: Resposta do sistema quando $\omega = 0,45 \text{ rad/s}$ .....	51
Figura 43: Diagrama comparativo da resposta em amplitude em função da frequência para 2 e 3-gdl .....	53
Figura 44: Resposta em amplitude em função da frequência para o sistema com 3-gdl.....	53
Figura 45: Comparação das respostas em amplitude em função da frequência quando $c_2 = 0$ (Duffing) e quando $c_2 \neq 0$ (completa) .....	54
Figura AIII.1: Representação de um guindaste de três graus de liberdade.....	64

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na simulação com 1-gdl, ELLERMANN [24] .....	26
Tabela 2 – Parâmetros utilizados na simulação com 2-gdl, ELLERMANN <i>et al.</i> [14] .....	29
Tabela 3 – Parâmetros utilizados na simulação com 3-gdl .....	48

# 1 INTRODUÇÃO

Guindastes, gruas e pontes/pórticos rolantes são exemplos de equipamentos de movimentação ou elevação de cargas. Eles podem ser acionados mecanicamente, hidraulicamente ou eletricamente. São capazes de mover cargas além da capacidade humana com o objetivo de viabilizar alguma tarefa e são empregados, basicamente, em todos os tipos da indústria moderna. Frequentemente são considerados equipamentos periféricos na execução de uma operação. No entanto, caso não seja projetado para a aplicação ou usado em um correto plano de movimentação, existe possibilidade de se perder o controle da estabilidade da carga e ocasionar acidentes.

Em unidades marítimas de produção de petróleo, é a partir dos guindastes que são feitas as principais manobras de carga e descarga de componentes, produtos químicos, alimentos, além de ser uma alternativa de abandono da unidade em caso de emergência. A baixa confiabilidade ou a parcial disponibilidade desses equipamentos pode inviabilizar a produção de hidrocarbonetos. Portanto, guindastes em plataformas de petróleo são considerados equipamentos críticos.

A principal característica desses equipamentos, quando comparados com os dimensionados para operar em terra é o movimento de base gerado pelos movimentos das ondas do mar. Esse fenômeno faz com que os guindastes *offshore* fiquem expostos a cargas dinâmicas elevadas. Conseqüentemente, tais movimentos alteram significativamente a capacidade de içamento do equipamento. KRUKOWSKI *et al.* [1], ADAMIEC-WÓJCIK *et al.* [2], FALAT [3] e HENRY [4] são contribuições que analisam a dinâmica de guindastes *offshore* com o intuito de controlar movimentos pendulares gerados pela embarcação e aumentar a disponibilidade operacional.

Os agentes externos que atuam sobre a embarcação são provenientes da ação das ondas, do vento e das correntes de superfície do mar, por vezes provocadas pelo vento, DO NASCIMENTO [5]. Todos esses agentes naturais são responsáveis, em algum grau, pelos movimentos que a embarcação realiza. A Figura 01 mostra os seis graus de liberdade que um corpo flutuante possui, definindo as respostas a essas excitações externas.

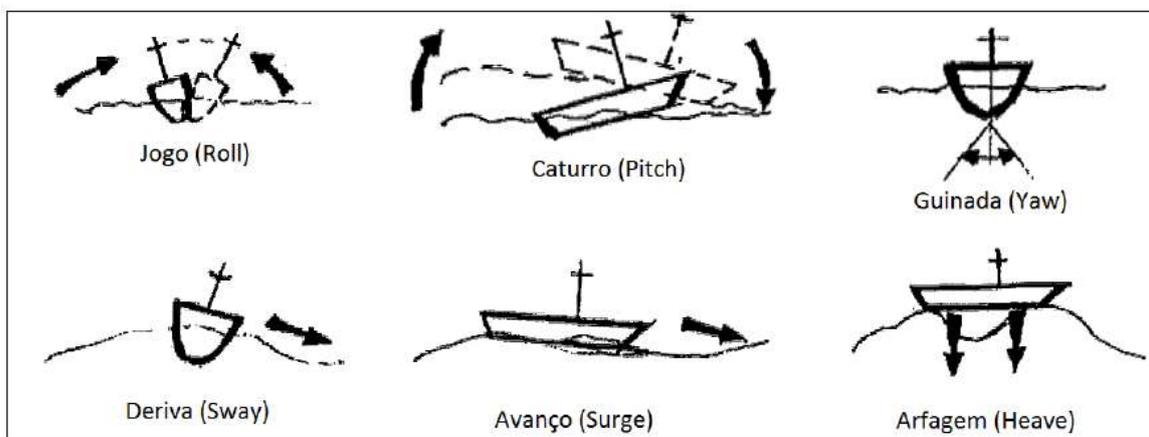


Figura 01: graus de liberdade que uma embarcação está sujeita, DO NASCIMENTO [5].

Uma embarcação que apresente rápida resposta de *roll* apresenta boa estabilidade, pois tem comportamento rápido ao retorno a posição de equilíbrio. O movimento de *pitch* na embarcação é um dos que mais solicita a estrutura, podendo submetê-la a momentos fletores severos ao longo de sua extensão longitudinal. O *yaw* é o movimento menos pronunciado e o que gera menor incômodo em relação aos outros dois. Além disso, os movimentos de translação nos eixos coordenados representam o avanço (*surge*), deriva (*sway*) e o afundamento (*heave*).

O objetivo deste trabalho é propor um modelo para avaliar a dinâmica de um guindaste *offshore* de lança treliçada, montando em um pedestal, que está sobre uma

unidade marítima de produção, ancorada por um por sistema de amarras e submetida aos movimentos do mar. A força relativa a incidência de ventos não é contemplada nesta análise. O modelo é formulado por métodos de energia, considerando os termos não lineares, aplicando as equações de Lagrange. Consideram-se termos não lineares que descrevem as forças das amarras e do acoplamento dos graus de liberdade. A partir da modelagem matemática, simulações numéricas que representam as condições operacionais serão analisadas. Pretende-se avaliar a interação entre os movimentos da embarcação e do guindaste.

Inicialmente é desenvolvido modelo que descreve 5 graus de liberdade em um sistema plano, sendo dois relacionados a translação do navio e os outros três relacionados aos movimentos do guindaste. Os graus de liberdade são restringidos com o objetivo de realizar avaliações e validações. A análise com um grau de liberdade, contempla apenas o grau de liberdade da embarcação na direção *surge*, tem o objetivo de validar o modelo aqui proposto com a literatura. O modelo de dois graus de liberdade contempla o correspondente ao pêndulo formado pela carga içada pelo guindaste, além do movimento da embarcação na direção *surge*. Por fim, o último modelo, com três graus de liberdade, foi incluído o movimento do pedestal. Esses dois últimos modelos avaliam os principais detalhes do comportamento dinâmico de guindastes sobre pedestal.

## **1.1 Organização do Trabalho**

O trabalho está dividido em cinco capítulos. No primeiro é realizada a apresentação do trabalho através de uma introdução sobre o assunto.

No segundo capítulo é abordado a revisão de literatura. Já no terceiro é realizada a modelagem matemática. No quarto, é realizada a verificação do modelo numérico, onde os resultados provenientes das equações aqui desenvolvidas são comparados com uma

publicação com um sistema de um grau de liberdade. No capítulo cinco, análise de um sistema de dois graus de liberdade é avaliada. Na sequência, o capítulo seis inclui mais um grau de liberdade e avalia as respostas do sistema em questão quando considerado três graus de liberdade.

No capítulo final, são apresentadas as conclusões do trabalho, resumos dos resultados obtidos e propostas para trabalhos futuros.

Nos anexos são mostrados o desenvolvimento matemático suprimido no texto e conceitos que dão suporte ao trabalho.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Na década de 1970 a Petrobras iniciou a exploração de hidrocarbonetos na costa brasileira. Assim como em muitos equipamentos, os guindastes aplicados nas primeiras unidades de exploração eram adaptações dos utilizados em terra, Figura 02. Guindastes terrestres adaptados ao uso *offshore* possuem as seguintes características: presença de contrapeso, cavalete baixo e presença de mesa de giro. Desta forma, como as condições de operação desses equipamentos não estavam previstas no projeto, frequentes paradas de manutenção e acidentes envolvendo a integridade humana e das instalações foram evidenciadas.



Figura 02: Guindaste terrestre adaptado instalado em P-09. Fabricante American, modelo 9750.

Com o passar dos anos, novas unidades marítimas e tecnologia proveniente da Europa e América do Norte, principalmente, foram sendo incorporadas nos novos projetos, Figura 03. Além disso, com a aplicação de normas específicas para o projeto, manutenção e inspeção de guindastes *offshore*, como: AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE [6], AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE [7] e COMISSÃO DE NORMALIZAÇÃO TÉCNICA DA PETROBRAS [8], conferiram maior segurança e

confiabilidade operacional. Tais normas abrangem somente requisitos mínimos e grande parte da tecnologia embarcada nesses equipamentos não é amplamente divulgada e discutida em meio científico por ser considerada segredo tecnológico de fabricantes.

A maioria das unidades marítimas estacionária de produção (UEPs) são equipadas com guindastes tipo lança treliçada, Figuras 02 e 03. Isso se justifica devido a boa estabilidade durante as manobras, boa relação peso/capacidade e menor custo de manutenção, quando comparado com os que possuem lança tipo articulada, Figura 04. As principais partes dos guindastes de lança treliçada e articulada estão ilustradas nas Figuras 03 e 04, respectivamente.



Figura 03: Principais partes de um guindaste *offshore* de lança treliçada. *Fabricante National Oilwell Vargo (NOV), modelo OC 3000 LE, instalado em P-54.*



Figura 04: Principais partes de um guindaste *offshore* de lança articulada. Fabricante Hydralift, modelo C3036KE, instalado em P-43.

Guindastes *offshore* não possuem a mesma capacidade de carga em todas as condições operacionais. As cargas dinâmicas que podem existir possuem alta influência na alteração da capacidade e apresentam correlação com as condições climáticas. Além disso, o momento incidente no pedestal não pode ultrapassar limite estabelecido pelo projetista do casco da embarcação; devido a estes fatores, principalmente, a capacidade do equipamento varia conforme apresentado no Anexo I. Com a análise, é possível notar que existe uma variação conforme o aumento de raio de alcance do guindaste e aumento da altura significativa de onda. Os cálculos dos coeficientes de segurança, base do resultado desta tabela, são originários das condições estabelecidas na AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE [6].

Um equipamento comum a todos os tipos de guindastes são os cabos de aço que são parte fundamental da movimentação, sendo campo de pesquisa a parte. Eles adicionam complexidade dinâmica ao sistema em que são aplicados, pois a carga a ser

movimentada fica suscetível a movimentos pendulares, devido a movimentos da base, desbalanceamentos e/ou ventos.

Em resumo, guindastes *offshore* são equipamentos responsáveis pelas principais operações de movimentação de cargas em unidades flutuantes. Como as operações são normalmente realizadas entre embarcações, esses equipamentos estão submetidos a carregamentos e oscilações que induzem movimento não desejado da carga. Na sequência, apresenta-se uma revisão de literatura envolvendo a análise dinâmica de guindastes, esforços, bem como o controle do movimento da carga.

## 2.1 Análise de Esforços

Como existem vários esforços atuando em guindastes *offshore*, sob vários aspectos, pode ser avaliado os carregamentos impostos. Em 2011, HAN *et al.* [9] descreveram um método acoplando volumes finitos a elementos finitos. O objetivo era estimar o carregamento imposto pelo vento, carga estática, carga dinâmica e o movimento de jogo (“*roll*”) da embarcação para um projeto seguro e econômico. Concluíram que os coeficientes estabelecidos em normas para o cálculo das cargas atuantes devem ser validados para as condições locais de operação e levar em consideração a geometria do equipamento.

KRUKOWSKI & MACZYNSKI [10] fizeram modelagem em elementos finitos para um pedestal de guindaste *offshore*. O método utilizado nesta publicação permite a análise da flexibilidade de uma viga através de um sistema multicomponente, permitindo que a modelagem da flexão seja executada em dois planos, além da torção. Os seis graus de liberdade da embarcação foram considerados nesta contribuição. A vantagem na aplicação deste método é a possibilidade de realizar avaliação da flexibilidade do sistema em uma dada direção com uma pequena quantidade de graus de liberdade. Outra

vantagem da aplicação deste método é que, dependendo do problema considerado, as flexibilidades dos componentes da estrutura principal podem ser contabilizadas ou omitidas. Além disso, formularam que a dinâmica de um pedestal de guindaste *offshore* pode ser representada por duas barras rígidas acopladas entre si, com uma rigidez no acoplamento – Figura 05.

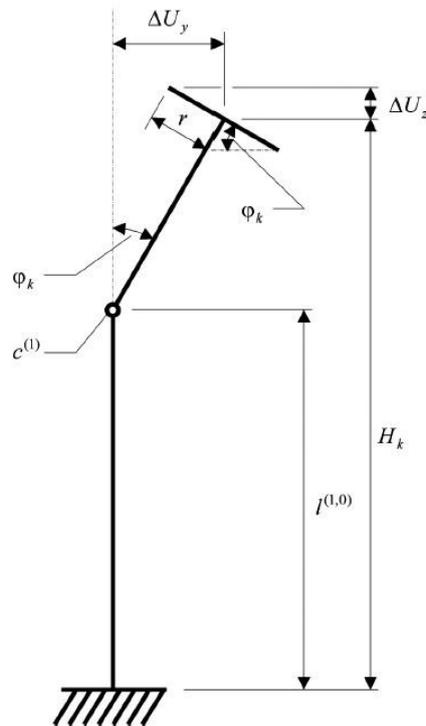


Figura 05:  $\Delta U_y$ , deslocamento horizontal,  $\Delta U_z$ , deslocamento do pedestal do flange superior,  $r$ , raio externo do pedestal,  $H_k$ , altura total do pedestal,  $l_k$ , comprimento do elemento rígido,  $\varphi_k$ , ângulo de inclinação,  $c$ , rigidez da junta. Modelo simplificado de KRUKOWSKI & MACZYNSKI [10] para análise de um pedestal de guindaste *offshore*.

Aproveitando essa metodologia e formulação, KRUKOWSKI *et al.* [1] fizeram avaliação da influência de um absorvedor de vibrações descontínuo, instalado no sistema de içamento de carga, na dinâmica de um guindaste. Com esse aparato instalado em um guindaste sobre pedestal, comprovaram numericamente redução da amplitude de vibração da carga e redução da carga dinâmica incidida na estrutura do equipamento. Desta forma,

permite-se que o guindaste opere em condições ambientais mais desfavoráveis e com menor redução de capacidade de carga. A partir da abordagem desenvolvida por eles, com a modelagem da lança como elemento flexível, concluíram que sua contribuição para a dinâmica do sistema é desprezível.

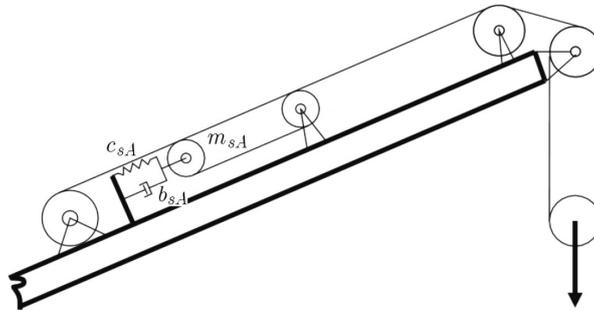


Figura 06: Modelo do oscilador descontínuo de KRUKOWSKI *et al.* [1]. Neste modelo, a polia ligada ao sistema massa mola funciona como o suporte descontínuo, amortecendo vibrações acima de uma dada amplitude.

Por fim, JU *et al.* [11] usam o método de elementos finitos para estudar o movimento acoplado do pedestal e do pêndulo, executado pela carga, em um guindaste sobre pedestal, sem movimento de base. No entanto, para simplificar, assumem pequenos ângulos, linearizando o sistema e fazendo uma análise modal.

## 2.2 Análise Dinâmica

Devido à demanda por unidades marítimas flutuantes de perfuração e produção na última década, a utilização de balsas equipadas com guindastes de grande capacidade e alcance aumentou, proporcionando maior flexibilidade tanto nas operações de montagem dos módulos sobre as unidades (“*mating*”) ainda no estaleiro ou em grandes alterações no local de instalação da UEP (Unidade Estacionária de Produção). CHA *et al.* [12] fazem interessante análise da dinâmica do sistema balsa-guindaste, avaliando um total de

quatorze graus de liberdade (seis graus da balsa e oito do guindaste). Eles conseguiram boa estimativa das frequências naturais do sistema, determinaram os fatores dinâmicos (razão da máxima carga dinâmica com a estática) gerados pelas forças do mar e apresentaram as interações entre o guindaste e a carga nas direções das ondas. PARK *et al.* [13] aproveitam a formulação anterior para incluir os efeitos de uma lança elástica e determinar novos coeficientes dinâmicos. Como já concluído por KRUKOWSKI *et al.* [1], PARK *et al.* [13] determinaram uma diferença de aproximadamente 2,3% nos fatores dinâmicos, quando comparado a lança elástica com a rígida.

ELLERMANN *et al.* [14] fazem análise da dinâmica não linear de um guindaste submetido a diversas condições de amplitude e frequência de onda. Nesta análise, a embarcação a qual o guindaste está instalado está ancorada no leito marinho. Desta forma, os esforços da amarração, que possuem importante componente na direção de avanço (“*surge*”) da embarcação, são contemplados na formulação matemática. O trabalho avaliou a dinâmica nos limites operacionais de um dado conjunto, propondo uma investigação experimental com o aparato apresentado na Figura 07. Apresentou-se análise modal e de bifurcações variando as amplitudes das ondas gerado no tanque e o comprimento do cabo de carga.

ELLERMANN *et al.* [14] e ELLERMANN & KREUZER [15] utilizaram duas ferramentas para determinar as respostas do sistema às forças periódicas e ondas: técnica de “*path-following*”, que em conjunto com a intergração numérica das equações de movimento, geram respostas no domínio do tempo. Utilizaram também o método de escalas múltiplas, que permitiu avaliar o modelo não linear. ELLERMANN & KREUZER [15], utilizam formulação anterior considerando diferentes condições iniciais de operação.

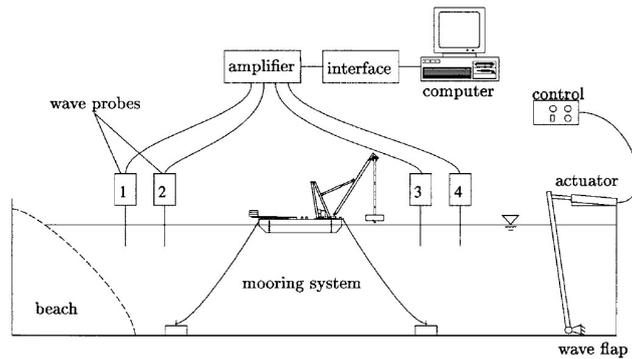


Figura 07: Experimento estudado em ELLERMANN *et al.* [14].

## 2.3 Compensação de Movimentos

A análise do controle de movimento da posição da carga em guindastes *offshore* é uma rica fonte de pesquisa e desenvolvimento, tanto com o objetivo de sincronização com os movimentos do mar quanto na subtração de movimentos indesejados.

A sincronização tem como objetivo realizar movimentações de equipamentos submarinos a partir ou para o leito marinho. Desta forma, o guindaste deve ser provido de sistema que compense o movimento da superfície (*heave compensation*), evitando impactos e movimentos indesejados durante a operação. CHU *et al.* [16] propõe um modelo que, apesar do alto consumo de energia para a atuação, combina a compensação de movimentos tanto de “*heave*” quanto o balanço da carga, variando o comprimento de cabo de aço. JOHANSEN *et al.* [17] apresentaram um modelo numérico-experimental com o objetivo de realizar a sincronização com os movimentos das ondas na fase de entrada da água do equipamento submarino. A carga é abaixada através de um dispositivo flutuante (“*moonpool*”) onde os carregamentos hidrodinâmicos são mais evidentes e tentam ser sincronizados através de um sistema de controle de realimentação defasada (“*feedforward*”).

NEUPERT *et al.* [18] propuseram um sistema de controle a partir de um modelo linearizado que avalia o movimento da embarcação e aplica uma estratégia de controle inverso na carga.

JEONG *et al.* [19] fizeram uma análise dinâmica de todas as fases da movimentação de um equipamento submarino: içamento, movimentação aérea, entrada na água (“*splash zone*”), submerção e aterrissagem. As operações inversas também foram estudadas. Várias condições de operação foram avaliadas considerando a tensão no cabo de aço como variável de controle.

Em relação ao controle de movimentação de cargas entre embarcações com o objetivo de reduzir movimento indesejado, SPATHOPOULOS & FRAGOPOULOS [20] desenvolveram um sistema de controle a partir da análise bidimensional de um guindaste. Dois métodos para controlar o sistema foram aplicados baseados em torque, não linear, e outro em cinemática, utilizando um estimador Gaussiano linear quadrático (*linear quadratic Gaussian*). Vários tipos de controladores foram aplicados ao sistema em várias condições de operação. As conclusões apontam que a diferença da resposta do controlador linear é pequena quando comparado com o não linear no sentido de redução da amplitude da oscilação. No entanto, o sistema de controle não linear possui maior eficiência energética, consumindo menor potência para atingir o objetivo.

Por fim, DO NASCIMENTO [5] apresenta modelagem matemática para um sistema de instalação de equipamentos submarinos utilizando guindastes com compensação passiva de heave, com um sistema do tipo mola pneumática, Figura 08. Nesse sistema de compensação, quando a embarcação se move para cima, a tração no cabo tende a aumentar, fazendo com que o pistão do cilindro hidráulico, que funciona como amortecedor, comprima o cilindro de gás, que atua como mola pneumática. Como

consequencia o comprimento útil do cabo aumenta, compensando assim, parcialmente, o movimento da embarcação. O objetivo desse sistema é regular a mola pneumática, ou seja, sua rigidez, de forma que a frequência natural do sistema se afaste dos períodos de excitação da embarcação. Seu modelo contempla ainda a descrição probabilística do forçamento ondulatório do mar na Bacia de Campos. Desenvolve, com isso, metodologia para determinar as janelas operacionais de instalação de equipamentos submarinos e validação do modelo comparando os resultados com os obtidos em campo.

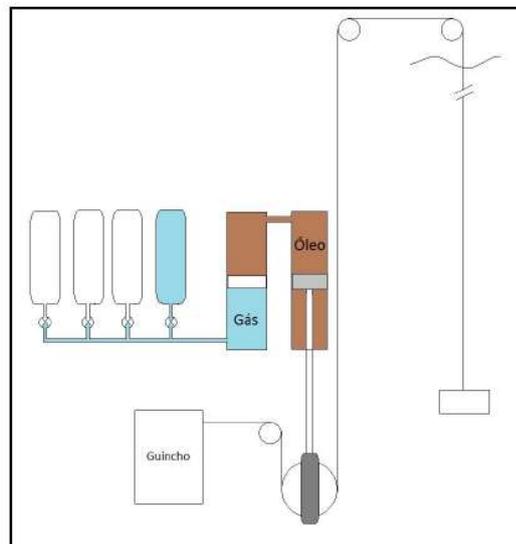


Figura 08: Sistema de compensação passiva, DO NASCIMENTO [5].

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo discute a modelagem matemática para a análise dinâmica de um guindaste. A metodologia utilizada para o desenvolvimento das equações de movimento seguiu o mesmo procedimento utilizado em JU *et al.* [11], SPATHOPOULOS & FRAGOPOULOS [20] e REN *et al.*[21] que utilizam equações de Lagrange.

Inicialmente apresenta-se o sistema completo, com os graus de liberdade considerados mais significativos no sistema plano. Esse caso geral inclui diferentes possibilidades de guindastes. Nos capítulos subsequentes, consideram-se simplificações em que se reduz o número de graus de liberdade.

#### 3.1 Modelagem de um Guindaste com Cinco Graus de Liberdade

Foi considerado um guindaste de lança treliçada sobre pedestal instalado em uma unidade marítima de produção de petróleo, ilustrado na Figura 9. Ele é modelado como um sistema plano com cinco graus de liberdade (gdl) onde os eixos coordenados  $x$ - $y$  representam as coordenadas do sistema inercial. Dos 5-gdl, dois são da embarcação,  $a$ - $b$ , que representam os movimentos de avanço (“*surge*”), afundamento (“*heave*”), respectivamente; os outros três são relativos aos movimentos do pedestal,  $\psi$ , da lança,  $\alpha$ , e da carga,  $\theta$ .

Em relação aos aspectos dimensionais, o tamanho do pedestal é  $l_p$ , da lança,  $l_b$ , e o comprimento do cabo de aço é  $l_w$ . O centro de massa, a massa e o momento de inércia do pedestal são representados por  $e_p$ ,  $m_p$  e  $I_p$ , respectivamente; os da lança são  $e_b$ ,  $m_p$  e  $I_b$ , respectivamente. Além disso, a massa e o momento de inércia da embarcação são representados por  $m_s$  e  $I_s$ , respectivamente. O navio é considerado perfeitamente balanceado, mesmo com o guindaste carregado, ou seja, a distribuição das cargas na

embarcação é considerada perfeitamente uniforme mesmo quando o guindaste está em operação e a inclinação da embarcação permanece constante.

Os pontos de conexão do pedestal com o navio e do pedestal com a lança são modelados através de um elemento elástico, onde a rigidez equivalente de cada uma delas é proporcional à rigidez à flexão do pedestal e à rigidez dos cabos de aço que sustentam a lança, respectivamente.

A rigidez à flexão do pedestal é dada por, conforme INMAN [22]:

$$k_p = \frac{3E I_p}{l_p^3} \quad (01)$$

Em relação aos cabos de aço da lança, baseado nas curvas tensão-deformação obtidas em catálogos de fabricantes, é possível determinar um valor para a rigidez elástica deste equipamento, aqui denominada  $k_b$ .

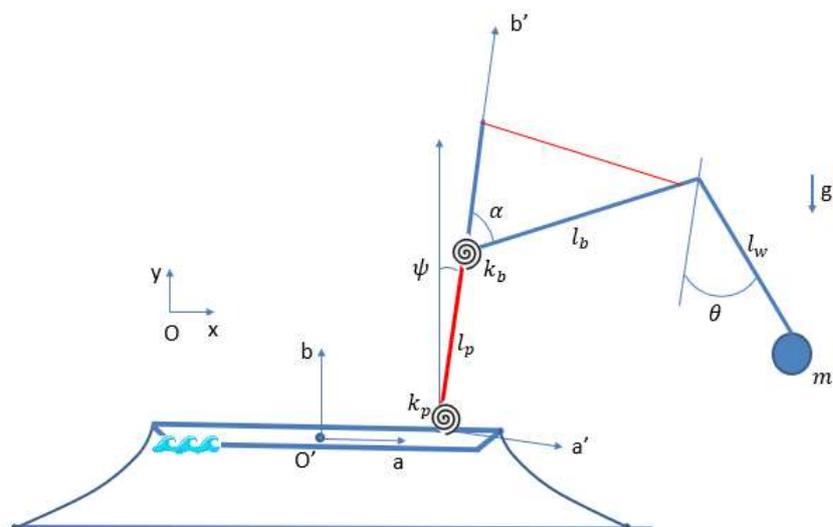


Figura 9: Representação de um guindaste de cinco graus de liberdade

As coordenadas generalizadas do sistema são representadas por  $\mathbf{q} = [x, y, \psi, \alpha, \theta]$ .

Com base no sistema de coordenadas definido na Figura 9, a posição dos centros de massa da embarcação e da lança, do pedestal e da massa concentrada da carga em função de  $\mathbf{q}$  e dos parâmetros geométricos do sistema são:

$$y_s = y \quad (02)$$

$$y_p = y + e_p \cos \psi \quad (03)$$

$$y_b = y + l_p \cos \psi + e_b \cos \alpha \quad (04)$$

$$y_w = y + l_p \cos \psi + l_b \cos \alpha + l_w \cos \theta \quad (05)$$

$$x_s = x \quad (06)$$

$$x_p = x + e_p \sin \psi \quad (07)$$

$$x_b = x + l_p \sin \psi + e_b \sin \alpha \quad (08)$$

$$x_w = x + l_p \sin \psi + l_b \sin \alpha + l_w \sin \theta \quad (09)$$

Derivando essas posições em relação ao tempo se obtém a magnitude do vetor velocidade de cada corpo – navio, pedestal, lança e carga, é dada pela raiz quadrada do quadrado dos componentes, ou seja:

$$v_s = \sqrt{\dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2} \quad (10)$$

$$v_p = \sqrt{\dot{x}_p^2 + \dot{y}_p^2} \quad (11)$$

$$v_b = \sqrt{\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2} \quad (12)$$

$$v_w = \sqrt{\dot{x}_w^2 + \dot{y}_w^2} \quad (13)$$

A energia cinética translacional de cada corpo,  $T_{ts}$ ,  $T_{tp}$ ,  $T_{tb}$  e  $T_{tw}$ , a energia cinética rotacional,  $T_{rp}$  e  $T_{rb}$ , a energia potencial gravitacional,  $U_s$ ,  $U_p$ ,  $U_b$  e  $U_w$ , e a energia potencial elástica,  $U_p$  e  $U_b$ , sendo  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\theta}$  as velocidades angulares simples do pedestal, da lança e da carga, respectivamente, são calculadas por:

$$T_{ts} = \frac{1}{2} m_s v_s^2 \quad (14)$$

$$T_{tp} = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad (15)$$

$$T_{tb} = \frac{1}{2} m_b v_b^2 \quad (16)$$

$$T_{tw} = \frac{1}{2} m_w v_w^2 \quad (17)$$

$$T_{rp} = \frac{1}{2} I_p \dot{\psi}^2 \quad (18)$$

$$T_{rb} = \frac{1}{2} I_b \dot{\alpha}^2 \quad (19)$$

$$U_s = m_s g y \quad (20)$$

$$U_p = m_p g [y + e_p (1 - \cos \psi)] \quad (21)$$

$$U_b = m_b g [y + l_p (1 - \cos \psi) + e_b (1 - \cos \alpha)] \quad (22)$$

$$U_w = m_w g [y + l_p (1 - \cos \psi) + l_b (1 - \cos \alpha) + l_w (1 - \cos \theta)] \quad (23)$$

$$U_{kp} = \frac{1}{2} k_p \psi^2 \quad (24)$$

$$U_{kb} = \frac{1}{2} k_p \alpha^2 \quad (25)$$

Baseado nisso, o Lagrangeano é dado por:

$$L = T - U = \sum_i T_{ti} + T_{ri} - (U_i + U_{ki}) \quad (26)$$

onde  $i$  representa cada uma das componentes apresentadas nas equações (14) a (25).

A modelagem das forças externas à embarcação é baseada no trabalho de ELLERMANN *et al.* [14]. De acordo com essa publicação, a componente de força relacionada à amarração da embarcação é a que induz não linearidades no sistema, gerando mudança de comportamento, de periódicos até caos. A existência de tais termos não lineares foi justificada pela intermitência do contato de um elo de amarra ao leito marinho devido ao movimento do navio.

As forças externas à embarcação aplicáveis ao modelo em análise são: hidrostática, das amarras, arraste e dependentes da excitação das ondas. Essas forças são descritas na sequência.

#### **- Forças das amarras**

Como apresentado anteriormente, a força das amarras na embarcação é a grande responsável pela não linearidade no sistema proposto, sendo modelada como uma mola não linear, aproximada por um modelo polinomial de terceira ordem.

$$F_m(\mathbf{q}) = [-c_1x - c_2|x|x - c_3x^3, 0, 0, 0, 0]^T \quad (27)$$

onde  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  são os coeficientes característicos da expressão.

Nas forças induzidas pelas amarras, notou-se necessidade de incluir uma componente relacionada à dissipação, aqui modelada como:

$$F_{md}(\mathbf{q}) = [-c \dot{x}, 0, 0, 0, 0]^T \quad (28)$$

### - Força hidrostática

$$F_b(\mathbf{q}) = [0, -\rho g A_w y, 0, 0, 0]^T \quad (28)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água do mar,  $A_w$  é a área da seção transversal da embarcação a um dado calado.

### - Forças devido ao arraste (viscoso)

$$F_d(\mathbf{q}) = [-\rho c_d B T |\dot{x}| \dot{x} / 2, 0, 0, 0, 0]^T \quad (29)$$

onde  $\rho$  é a densidade da água do mar,  $c_d$  é o coeficiente de atrito viscoso,  $B$  é a largura do casco a um dado calado  $T$ .

### - Forças dependentes da excitação das ondas

As forças de excitação das ondas do mar, neste modelo, são caracterizadas por movimentos harmônicos acrescido de um termo proporcional a amplitude,  $p_d$ . Desta forma, essa componente de força pode ser escrita como:

$$F_w(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} A(k_{rx} \cos(\omega t) - k_{ix} \sin(\omega t)) + A^2 p_d \\ A(k_{ry} \cos(\omega t) - k_{iy} \sin(\omega t)) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

onde  $A$  é a amplitude das ondas,  $k_{rx}$  e  $k_{ry}$  são a parte real e  $k_{ix}$  e  $k_{iy}$  a parte imaginária dos coeficientes dependentes da frequência, que foram definidos na contribuição de ELLERMANN *et al.* [14].

Nota-se, portanto, que foi estabelecido um modelo onde uma embarcação sofre do ambiente excitação de ondas regulares e harmônicas, o que é uma simplificação. Na realidade o sistema sofreria além da excitação das ondas superficiais influência das correntes e ventos, principalmente, que podem apresentar comportamentos cíclicos e/ou aleatórios, DO NASCIMENTO [5].

Baseado nas componentes de forças, pode ser construído um vetor de forças, onde a descrição pode ser resumida da seguinte forma:

$$\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5]^T = \mathbf{F}_b(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_m(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_{md}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_d(\mathbf{q}) + \mathbf{F}_w(\mathbf{q}) \quad (31)$$

Assim, as equações de movimento são escritas como se segue:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{dq_i} \right) - \frac{dL}{dq_i} = Q_i \quad (32)$$

onde  $Q_i$  são as forças externas ao sistema.

Com isso, tem-se:

$$\begin{aligned} & (m_s + m_p + m_b + m_h) \ddot{x} + (e_b m_b + l_b m_h) \cos(\alpha) \ddot{\alpha} + [l_p(m_b + m_h) + \\ & e_p m_p] \cos(\psi) \ddot{\psi} + l_w m_h \cos(\theta) \ddot{\theta} = F_1 + (e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 + [l_p(m_b + \\ & m_h) + e_p m_p] \sin(\psi) \dot{\psi}^2 + l_w m_h \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \end{aligned} \quad (33)$$

$$(m_s + m_p + m_b + m_h)(g + \ddot{y}) = F_2 + (e_b m_b + l_b m_h) \cos(\alpha) \dot{\alpha}^2 + [l_p(m_b + m_h) + e_p m_p] \cos(\psi) \dot{\psi}^2 + l_w m_h \cos(\theta) \dot{\theta}^2 + (e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha) \ddot{\alpha} + [l_p(m_b + m_h) + e_p m_p] \sin(\psi) \ddot{\psi} + l_w m_h \sin(\theta) \ddot{\theta} \quad (34)$$

$$k_p \psi + g[l_p(m_b + m_h) + e_p m_p] \sin(\psi) + l_p l_w m_h \sin(\psi - \theta) \dot{\theta}^2 + l_p(e_p m_b + l_b m_h) \cos(\alpha - \psi) \ddot{\alpha} + [I_p + l_p^2(m_b + m_h) + e_p^2 m_b] \ddot{\psi} + l_p l_w m_h \cos(\psi - \theta) \ddot{\theta} + [l_p m_b + l_p m_h + e_p m_p] \cos(\psi) \ddot{x} = l_p(e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha - \psi) \dot{\alpha}^2 + [l_p(m_b + m_h) + e_p m_p] \sin(\psi) \ddot{y} \quad (35)$$

$$k_b \alpha + g(e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha) + l_p(e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha - \psi) \dot{\psi}^2 + l_b l_w m_h \sin(\alpha - \theta) \dot{\theta}^2 + (I_b + e_b^2 m_b + l_b^2 m_h) \ddot{\alpha} + [e_b l_p m_b + l_b l_p m_h] \cos(\alpha - \psi) \ddot{\psi} + l_b l_w m_h \cos(\alpha - \theta) \ddot{\theta} + (e_b m_b + l_b m_h) \cos(\alpha) \ddot{x} = (e_b m_b + l_b m_h) \sin(\alpha) \ddot{y} \quad (36)$$

$$l_w m_h [g \sin(\theta) - l_b \sin(\alpha - \theta) \dot{\alpha}^2 - l_p \sin(\psi - \theta) \dot{\psi}^2 + l_b \cos(\alpha - \theta) \ddot{\alpha} + l_p \cos(\psi - \theta) \ddot{\psi} + l_w \ddot{\theta} + \cos(\theta) \ddot{x} - \sin(\theta) \ddot{y}] = 0 \quad (37)$$

As equações de movimento podem ser reescritas na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{Cl}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^2 + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{g} = \mathbf{F} \quad (38)$$

onde  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  é a matriz de inércia,  $\mathbf{Cl}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  é a matriz das forças de Coriolis, PERSSON[28] e FROM *et al.*[29],  $\mathbf{K}(\mathbf{q})$ , é a rigidez dos elementos elásticos,  $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  é a matriz das forças inerciais, ou das forças potenciais, FROM *et al.* [23], e  $\mathbf{g}$  a aceleração da gravidade. As matrizes que compõem a equação (32) são apresentadas a seguir – termos apresentados no Anexo II:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ 0 & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Cl}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & cl_{13} & cl_{14} & cl_{15} \\ 0 & 0 & cl_{23} & cl_{24} & cl_{25} \\ 0 & 0 & 0 & cl_{34} & cl_{35} \\ 0 & 0 & cl_{43} & 0 & cl_{45} \\ 0 & 0 & cl_{53} & cl_{54} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ m_b + m_h + m_p + m_s \\ (l_p(m_b + m_h) + e_p m_p) \text{sen } \psi \\ (e_b m_b + l_b m_h) \text{sen } \alpha \\ (l_w m_h) \text{sen } \theta \end{bmatrix}$$

Este sistema pode ser escrito em termos do vetor de estado:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \psi \\ \alpha \\ \theta \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (39)$$

O que resulta em um seguinte sistema de equações do tipo:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} \quad (40)$$

Em simulações preliminares do sistema anteriormente discutido, foi observado pequena contribuição no grau de liberdade relacionado ao movimento da lança. Este movimento está diretamente relacionado à rigidez equivalente à tração dos cabos de aço que sustentam a lança. Desta forma, como a rigidez equivalente dos cabos da lança é

significativamente alta, de acordo com catálogos de fabricantes, esse grau de liberdade será desconsiderado nas seções que seguem.

Além disso, como afirmado em ELLERMANN *et al.* [14], considerando sua simplificação das forças de excitação, quando o sistema é excitado a frequências próximas a primeira frequência de ressonância, o movimento na direção vertical (*heave*) é pouco relevante. Desta forma, como muitas das frequências de excitação abordadas neste trabalho ocorrem nas proximidades das primeiras frequências de ressonância, tal movimento também será desconsiderado nas seções seguintes.

## 4 MODELO COM 1-gdl

O modelo com 1-gdl considera apenas o movimento de uma balsa na direção *surge*, sendo avaliado com o objetivo central de verificar se a metodologia proposta está adequada. Para isso, apresenta-se uma comparação com as respostas discutidas em ELLERMANN [24]. No trabalho é realizada análise dinâmica de uma embarcação, ancorada no leito marinho, submetida as forças das ondas do mar.

O modelo proposto por ELLERMANN [24], Figura 10, é uma simplificação de ELLERMANN *et al.* [14]. O primeiro trabalho tem o objetivo de avaliar a dinâmica da embarcação, em um grau de liberdade, quando submetida a forças de ondas superficiais.

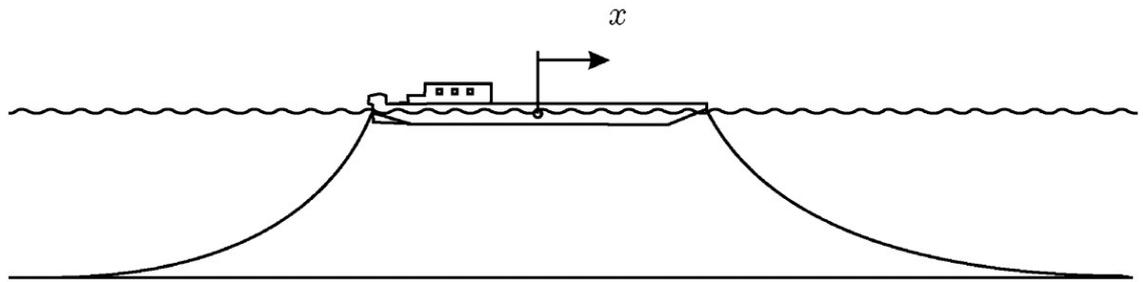


Figura 10: Modelo com 1-gdl seguindo a referência de ELLERMANN [24]

Com a simplificação da equação geral (38), é possível chegar na equação de movimento que rege esse sistema, dada por:

$$(m + a)\ddot{x} + c\dot{x} = f \quad (41)$$

onde  $m$  é a massa do navio,  $a$  é a massa adicional (considerada constante) devido à aceleração do fluido e  $c$  é o amortecimento linear originário da amarração. A força externa é baseada em uma combinação de força nas amarras ( $f_r$ ), forças devido ao arraste ( $f_d$ ), e força de excitação das ondas ( $f_e$ ):  $f = f_r + f_d + f_e$ .

A força de restituição das amarras é modelada como elementos elásticos não lineares, da seguinte forma:

$$f_r = -c_1x - c_2|x| x - c_3x^3 \quad (42)$$

onde  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  são os coeficientes característicos da expressão.

A força devido ao arraste (viscoso) da água do mar possui a seguinte forma,

$$f_d = -\rho c_d B T |\dot{x}| \dot{x} / 2 \quad (43)$$

onde  $\rho$  a densidade da água do mar,  $c_d$  é o coeficiente de atrito viscoso,  $B$  é a largura do casco a um dado calado  $T$ .

Por sua vez, a força de excitação das ondas é dividida em duas partes, sendo uma parte que varia periodicamente e outra dependente da força de arraste:

$$f_e = A(k_{rx} \cos(\omega t) - k_{ix} \sin(\omega t)) + A^2 p_d \quad (44)$$

Os parâmetros do sistema estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na simulação com 1-gdl, ELLERMANN [24].

$m = 1920 * 10^3 kg$	$c_1 = 21,2 * 10^3 N/m$	$k_{rx} = 5,54 * 10^3 N/m$
$a = 133 * 10^3 kg$	$c_2 = 9,44 * 10^3 N/m^2$	$k_{ix} = 426 * 10^3 N/m$
$c = 4,25 * 10^3 Ns/m$	$c_3 = 0,0138 * 10^3 N/m^3$	$A = 0,75 m$
$T = 1,69 m$	$c_d = 0,2$	$\omega = 0,39 rad/s$
$B = 25,0 m$	$p_d = 15,8 * 10^3 Nm^2$	$\rho = 10^3 kg/m^3$

A integração numérica das equações de movimento é resolvida utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem utilizando o ambiente MatLab. O teste de convergência definiu passos menores que  $10^{-3}s$ .

A não linearidade do sistema causa grande sensibilidade às condições iniciais nas respostas do sistema. Desta forma, apresenta-se um diagrama onde as condições iniciais são variadas, Figura 11, para comparar com os resultados do trabalho submetido à análise. O objetivo desse diagrama é identificar a influência de uma dada variável na resposta do

sistema. O diagrama apresenta a observação estroboscópica da resposta do sistema a partir da variação lenta de um dado parâmetro [25].

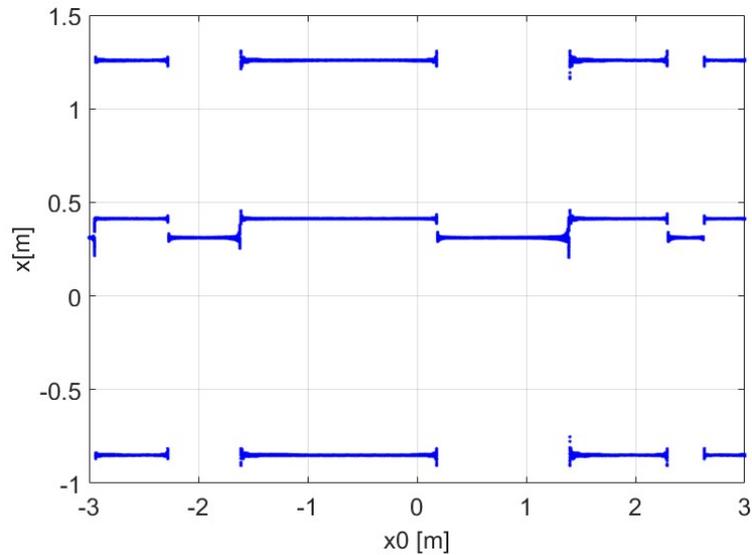


Figura 11: Diagrama da variação da condição inicial da posição da embarcação.

Analisando o diagrama da Figura 11 nota-se alternância da resposta do sistema entre período-1 e período-3. Com isso, observa-se que as condições mais condizentes com os resultados apresentados em ELLERMANN [24] podem ser  $x_0=1$ , para período-1, e  $x_0=2$ , para período-3.

A verificação do modelo toma por base os resultados de ELLERMANN [24]. As Figuras 12 e 13 mostram as respostas obtidas no presente trabalho comparadas com os resultados de ELLERMANN [24] para diferentes condições iniciais. Nota-se uma resposta de período-1 e uma resposta de período-3, com uma boa concordância com a referência.

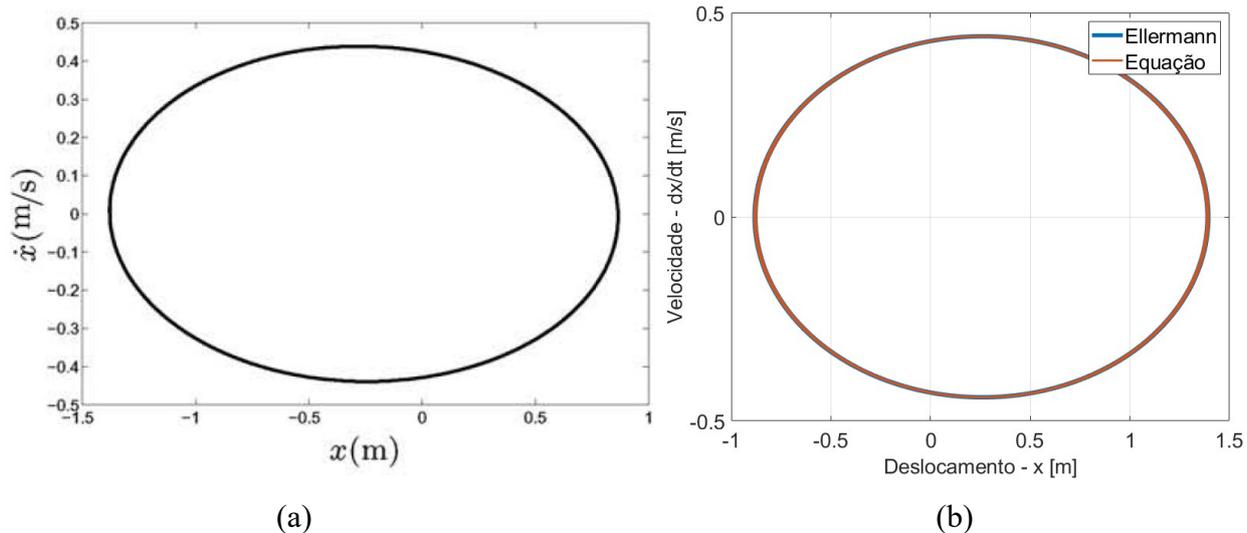


Figura 12: Comparação da (a) captura do resultado obtido em ELLERMANN [24], com as respostas (b) da simulação das equações de ELLERMANN (azul) e restrição do modelo anteriormente apresentado (vermelho);  $\mathbf{q}_0 = [1, 0]$ .

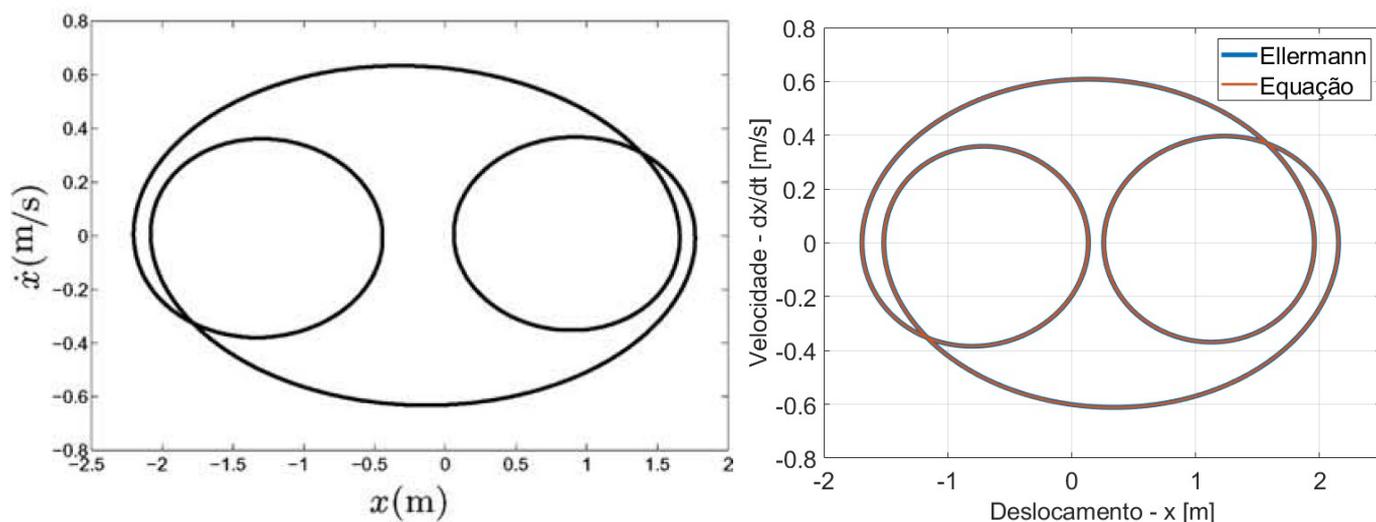


Figura 13: Comparação da (a) captura do resultado obtido em ELLERMANN [24], com as respostas (b) da simulação das equações de ELLERMANN (azul) e restrição do modelo anteriormente apresentado (vermelho);  $\mathbf{q}_0 = [2, 0]$ .

## 5 MODELO COM 2-gdl

Neste capítulo são restringidos 3-gdl do sistema apresentado no Capítulo 3 e é analisado um sistema com 2-gdl. O primeiro representa o movimento de *surge* da embarcação, já o segundo o movimento pendular da carga içada. Como executado no capítulo anterior, os parâmetros de uma balsa guindaste (*Magnus*), apresentada na Figura 14, serão considerados. Tais parâmetros são descritos em ELLERMANN *et al.* [14] e estão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros utilizados na simulação com 2-gdl, ELLERMANN *et al.* [14].

$m_s = 1920 * 10^3 kg$	$c_1 = 21,2 * 10^3 N/m$	$k_{rx} = 5,54 * 10^3 N/m$
$a = 133 * 10^3 kg$	$c_2 = 9,44 * 10^3 N/m^2$	$k_{ix} = 426 * 10^3 N/m$
$c = 4,25 * 10^3 Ns/m$	$c_3 = 0,0138 * 10^3 N/m^3$	$A = 0,75 m$
$T = 1,69 m$	$c_d = 0,2$	$m_h = 207800 kg$
$B = 25,0 m$	$p_d = 15,8 * 10^3 Nm^2$	$l_w = 25 m$
$\omega = 0,39 rad/s$	$\rho = 10^3 kg/m^3$	

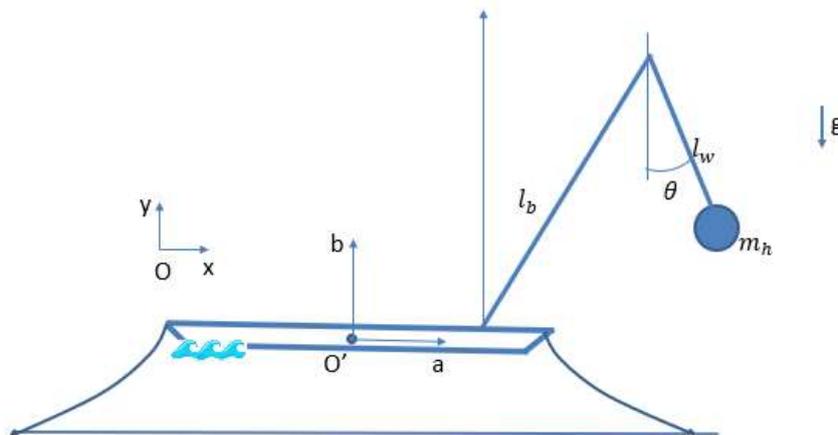


Figura 14: Modelo com 2-gdl.

As equações de movimento do sistema com 2-gdl podem ser obtidas a partir de uma simplificação da equação geral (38), o que é apresentado a seguir e discutido no Anexo III:

$$(m_h + m_s + a)\ddot{x} + l_w m_h \cos(\theta)\ddot{\theta} - l_w m_h \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + c\dot{x} = F_x \quad (45)$$

$$l_w m_h (\cos(\theta)\ddot{x} + l_w \ddot{\theta} + g \sin(\theta)) = 0 \quad (46)$$

A seguir apresentam-se algumas respostas típicas do sistema com 2-gdl. A Figura 15 apresenta a resposta do sistema em uma condição de excitação considerada branda, com amplitude de ondas  $A = 0,1 \text{ m}$  e frequência de excitação  $\omega = 0,15 \text{ rad/s}$ . Essa condição é coerente com operações em águas abrigadas – baías ou estaleiros. Nota-se movimentos de pequenas amplitudes para o grau de liberdade da carga, principalmente.

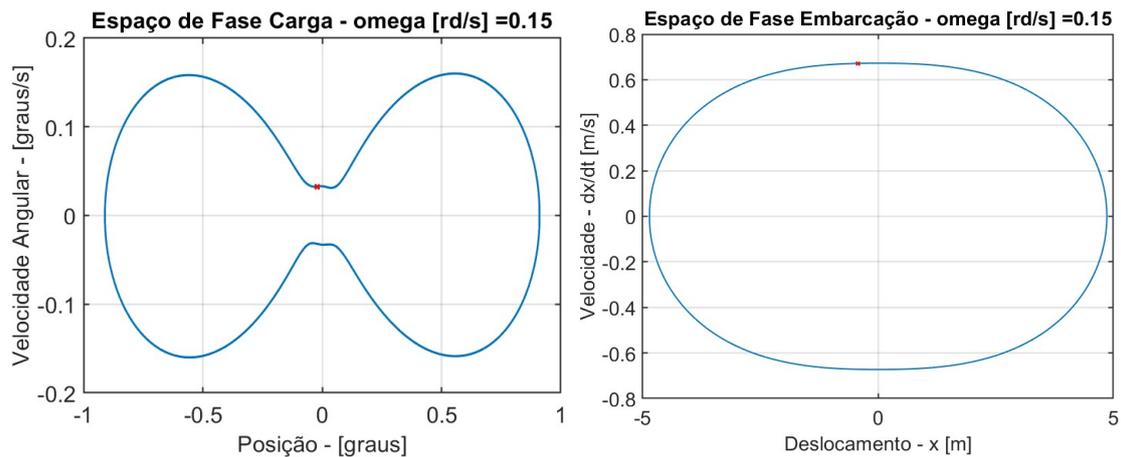


Figura 15: Espaço de fase com seção de Poincaré para a condição  $A = 0,1 \text{ m}$  e  $\omega = 0,15 \text{ rad/s}$ .

Com o objetivo de aprofundar o entendimento da resposta da embarcação, e indiretamente no guindaste, considera-se mais uma condição operacional, baseados nos trabalhos de PINHO [26] e SEIXAS[27], que analisaram dados meteo-oceanográficos gerados por uma bóia instalada em dois pontos na Bacia de Campos, campos de Malim, a uma lâmina d'água de 1.250m, e Barracuda, a 1.050m de lâmina d'água.

De acordo com SEIXAS [27], a partir da análise espectral dos dados, conclui-se que a faixa de frequências das ondas com maior ocorrência situa-se entre 0,05Hz e 0,25Hz, equivalente a  $0,31 \text{ rad/s}$  e  $1,57 \text{ rad/s}$ . Além disso, uma interessante consideração realizada em PINHO [26] diz respeito ao efeito conjunto de altura e período de ondas incidentes, uma vez que estes não são estatisticamente independentes.

Baseado naquelas publicações foi encontrado uma condição possível de ocorrer com frequência na Bacia de Campos. A Figura 16 apresenta a resposta sob tal condição:  $A = 4 \text{ m}$  e  $\omega = 0,42 \text{ rad/s}$ . Nota-se significativo aumento da amplitude de movimentos dos dois graus de liberdade em análise, quando comparado com o caso apresentado na Figura 15, de tal forma que pode inviabilizar a operação com o guindaste.

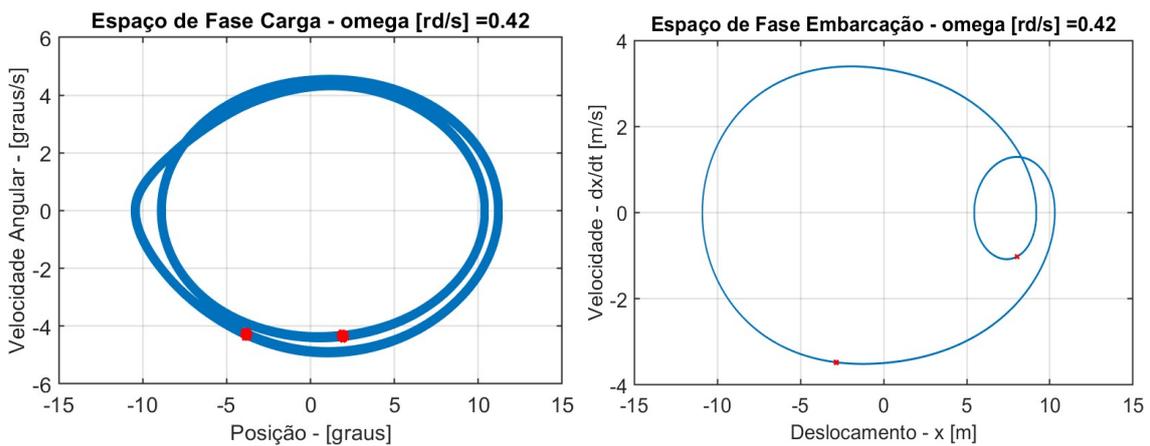


Figura 16: Espaço de fase com seção de Poincaré para a condição  $A = 4 \text{ m}$  e  $\omega = 0,42 \text{ rad/s}$ .

## 5.1 Análise do Sistema com a Variação dos Parâmetros

Apresenta-se a seguir diagramas de bibrcação com o objetivo de avaliar a resposta do sistema com a variação de um parâmetro. Os parâmetros avaliados são: frequência de excitação,  $\omega$ , amplitude de excitação,  $A$ , e comprimento do cabo de aço do

guindaste,  $l_w$ . Em cada uma das análises os parâmetros que permaneceram constantes respeitaram os valores apresentados na Tabela 2, além disso, as condições iniciais são mantidas constantes e iguais a zero.

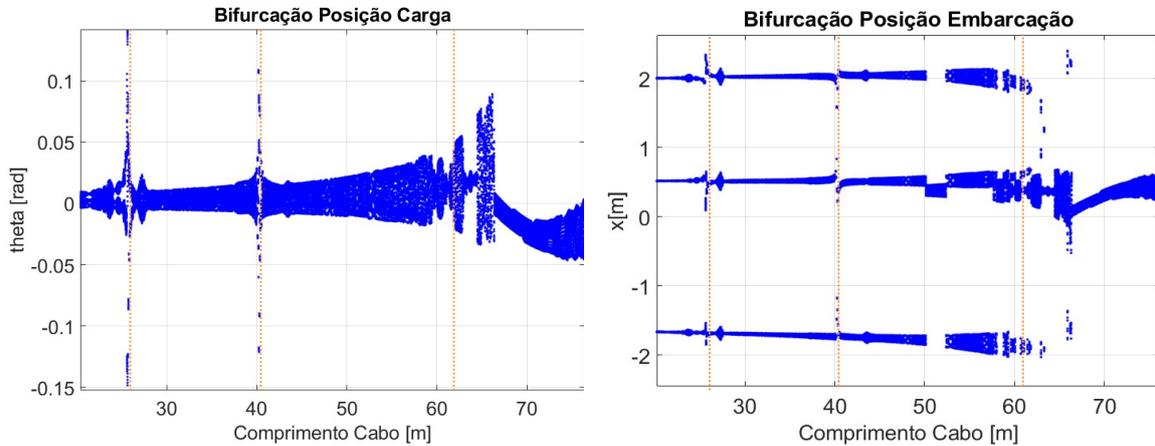


Figura 17: Diagrama de bifurcação variando parâmetro do comprimento de cabo de aço,  $l_w$ .

A Figura 17 apresenta a observação estroboscópica da resposta do sistema a partir da variação lenta do parâmetro comprimento do cabo de aço do guindaste,  $l_w$ . As linhas tracejadas no gráfico correspondem aos pontos que serão estudados com maior profundidade.

A avaliação de um sistema pendular variando o seu comprimento é pouco usual em análise dinâmica, no entanto, faz sentido no sistema em questão visto que durante uma operação de movimentação de cargas o pêndulo formado pelo guindaste varia significativamente de comprimento e pode atravessar a frequência de ressonância do sistema. Com a avaliação dos resultados, nota-se que com o aumento do comprimento do cabo, a resposta dinâmica tanto do pêndulo quanto da embarcação são periódicas, como pode ser notado nos espaços de fase apresentados nas Figura 18 e 19 correspondentes as condição de  $l_w = 25,7\text{m}$  e  $l_w = 40,25\text{m}$ , respectivamente. Deve-se ressaltar, contudo, que a periodicidade é alterada para respostas mais complexas, envolvendo subharmônicos.

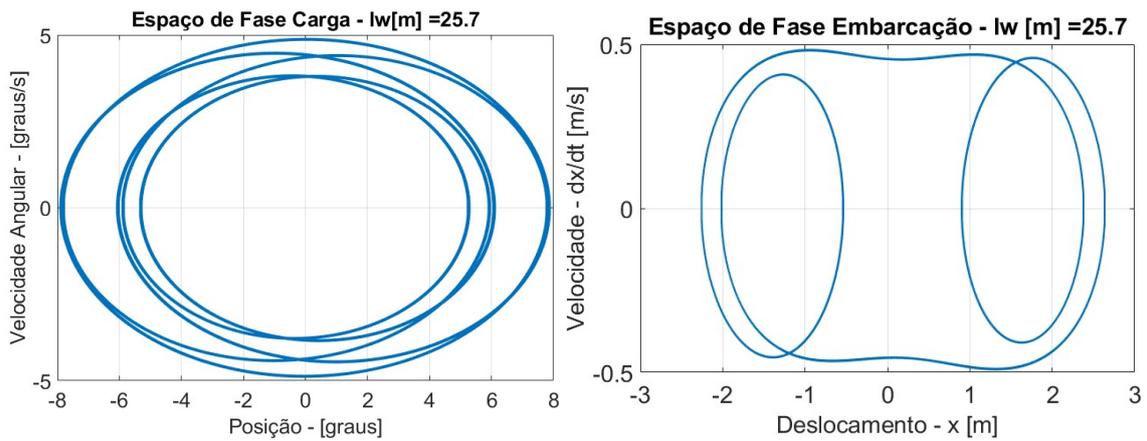


Figura 18: Espaço de fase para a condição  $l_w = 25,7 m$  .

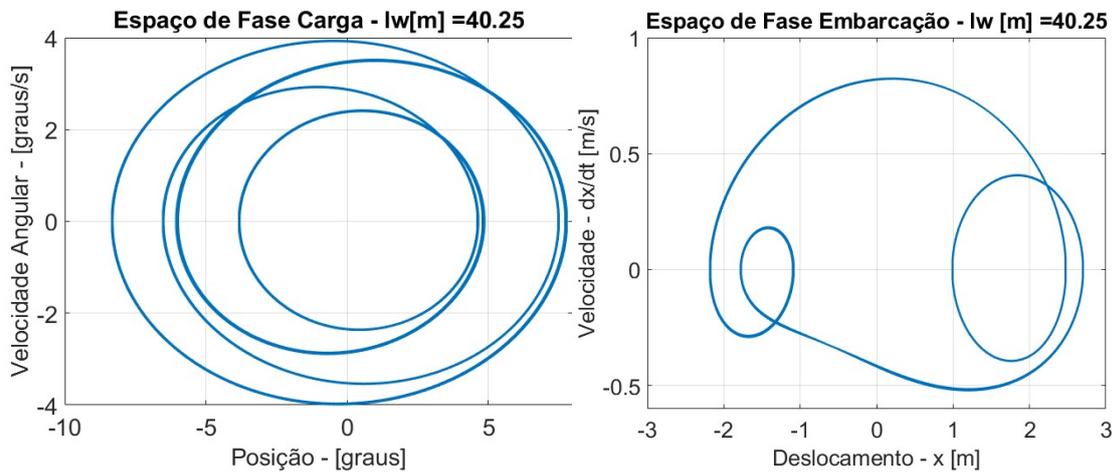


Figura 19: Espaço de fase para a condição  $l_w = 40,25 m$  .

A partir de  $l_w = 60m$  há mudança de comportamento do sistema do pêndulo formado pelo guindaste. Tal mudança está relacionada com a aproximação e posterior coincidência ( $l_w = 62m$ ) da frequência natural linear do pêndulo com a frequência de excitação do sistema.

A Figura 20 apresenta a resposta no tempo na condição  $l_w = 62m$ , que é a frequência natural linear do pêndulo formado pela carga do guindaste que coincide com a frequência de excitação imposta no sistema,

$\omega = 0,39 \text{ rad/s}$ . Observa-se uma resposta periódica com aspecto de modulação tanto no movimento do pêndulo formado pelo guindaste quanto no movimento da embarcação.

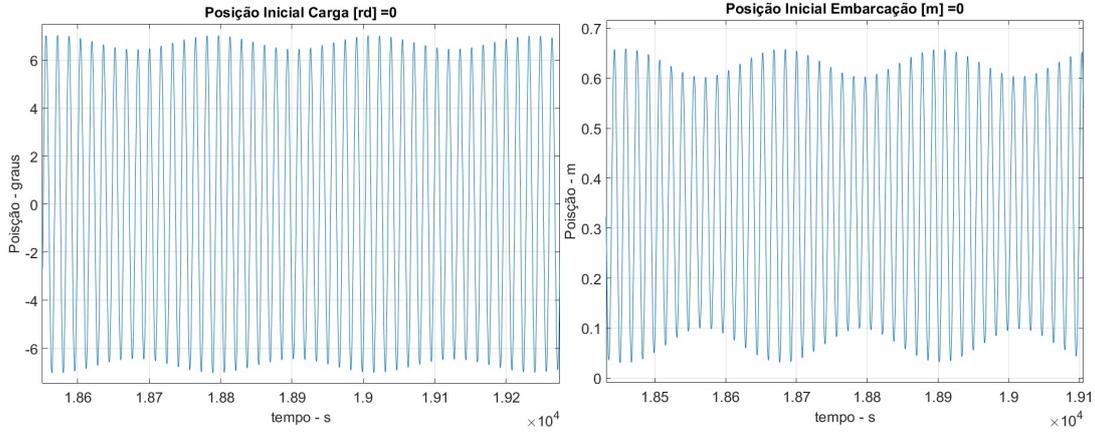


Figura 20: Resposta no tempo na condição  $l_w = 62m$ .

Com o objetivo melhorar o entendimento da dinâmica do sistema na condição  $l_w = 62m$ , são calculados os expoentes de Lyapunov [29], Figura 21. Nota-se que os valores dos expoentes do sistema proposto oscilam em valores próximos de zero, que lhe conferem característica de resposta quase-periódica. Essa característica é confirmada pelo aspecto circular das seções de Poincaré na Figura 22.

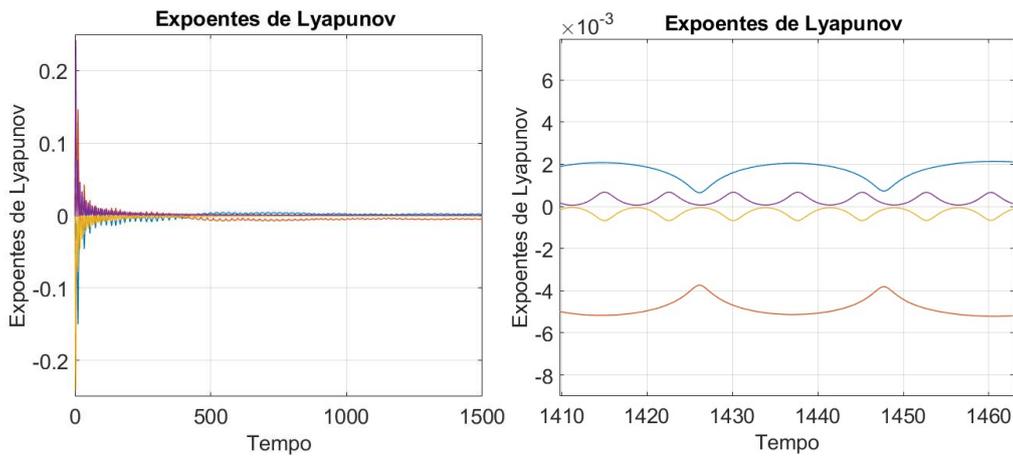


Figura 21: Expoentes de Lyapunov para a condição  $l_w = 62m$ ; valor do maior expoente é:  $\lambda = 0,002$ . (a) Convergência do expoente com o tempo, (b)zoom.

A Figura 22 apresenta a resposta comparando a operação com  $l_w = 62m$  e com  $l_w = 25m$ , aqui convencionada como operação normal. Nota-se um relevante aumento de amplitude no movimento do pêndulo formado pelo guindaste, que torna a operação insegura. Por sua vez, o grau de liberdade da embarcação apresenta uma redução da amplitude. Vê-se que o aumento da amplitude de movimento do pêndulo, devido a frequência de excitação, coincide com a ressonância: a amplitude de movimento da embarcação diminui na condição da ressonância do pêndulo pelo fato do pêndulo estar consumindo maior parte da energia do sistema e assim aumentando sua amplitude.

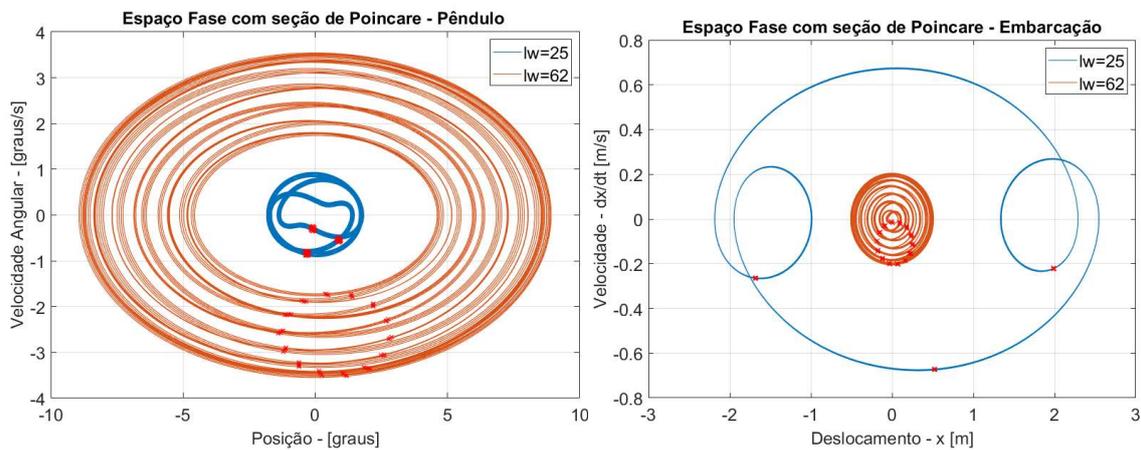


Figura 22: Espaço de fase com Seções de Poincaré – comparação das respostas quando  $l_w = 25m$  e  $l_w = 62m$ .

O próximo parâmetro a ser variado é a amplitude de excitação das ondas. A Figura 23 apresenta o diagrama de bifurcação quando o parâmetro amplitude de excitação é variado. A análise é realizada em um espectro de amplitudes maior que o comumente observado nas operações na Bacia de Campos. Com a análise, é possível observar que quando  $A < 1m$ , correspondente a excitações de mar calmo, nota-se resposta de período-2 para o pêndulo formado pelo guindaste e período-3, para a embarcação. Com o aumento das amplitudes, com valores variando entre  $2 < A < 5m$ , que são faixas comumente

observadas na operação, observam-se respostas em geral em período-2, sofrendo alternância em alguns pontos com respostas mais complexas. Essas variações são devidas as não linearidades do sistema que pode, inclusive, apresentar coexistência de várias soluções, KOVACIC & BRENNAN [28]. Por fim, para  $A > 5m$ , que é pouco observado em condições operacionais, observam-se respostas de período-1 em ambos graus de liberdade.

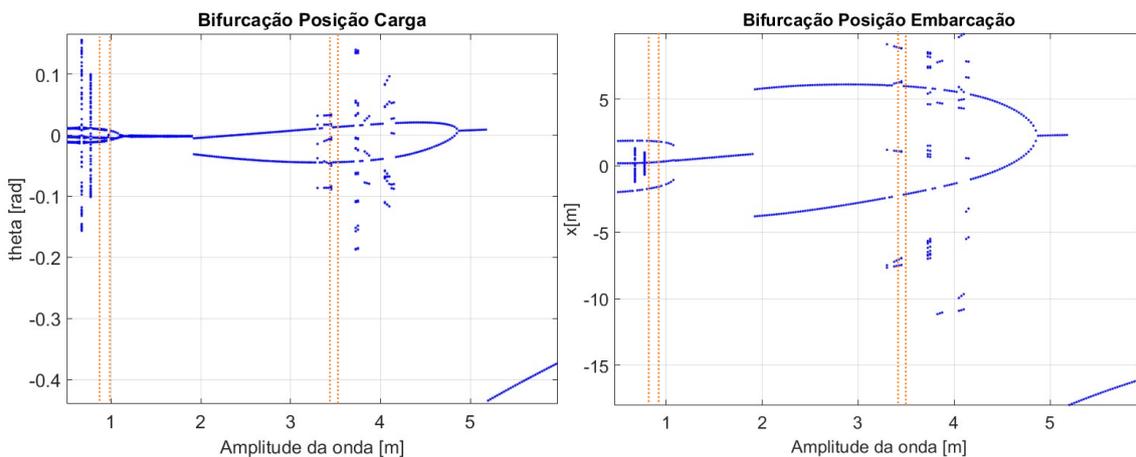


Figura 23: Diagrama de bifurcação variando o parâmetro de amplitude de excitação das ondas

Nas Figura 24 a 27 são apresentadas as repostas do sistema nas condições de amplitude, que estão tracejadas na Figura 23. Tais casos serão utilizados para observar a diferença na resposta quando da variação de um parâmetro. A Figura 24,  $A = 0,75m$ , e Figura 25,  $A = 0,975m$ , apresentam respostas em uma condição considerada de mar calmo. Nessas condições é possível observar pequenas amplitudes de movimento para ambos graus de liberdade. Interessante notar que quando a amplitude é aumentada para  $A = 0,975m$ , Figura 25, observa-se significativa mudança de comportamento do sistema, ou seja, o sistema deixa de responder em período-3 e passa a responder em período-1; já as amplitudes de movimento no grau de liberdade associado ao guindaste, quando comparado com a resposta da Figura 24, permanecem quase que inalteradas.

Na Figura 26,  $A = 3,3m$ , é possível notar respostas periódicas complexas e de alta amplitude, maiores que  $20^\circ$ , para ambos graus de liberdade. Devido a elevada amplitude de movimento do pêndulo essa condição torna-se inaceitável operacionalmente. No entanto, mais uma vez, com um pequeno aumento da amplitude de excitação, Figura 26,  $A = 3,5m$ , nota-se respostas que podem ser aceitáveis à operação, amplitude de resposta do pêndulo formado pelo guindaste menor que  $20^\circ$ .

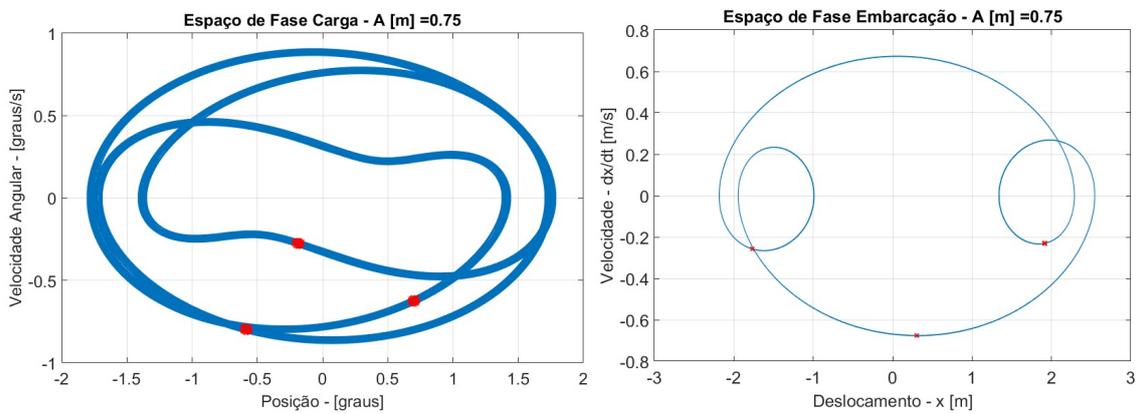


Figura 24: Diagrama de espaço de fase –  $A = 0,75m$

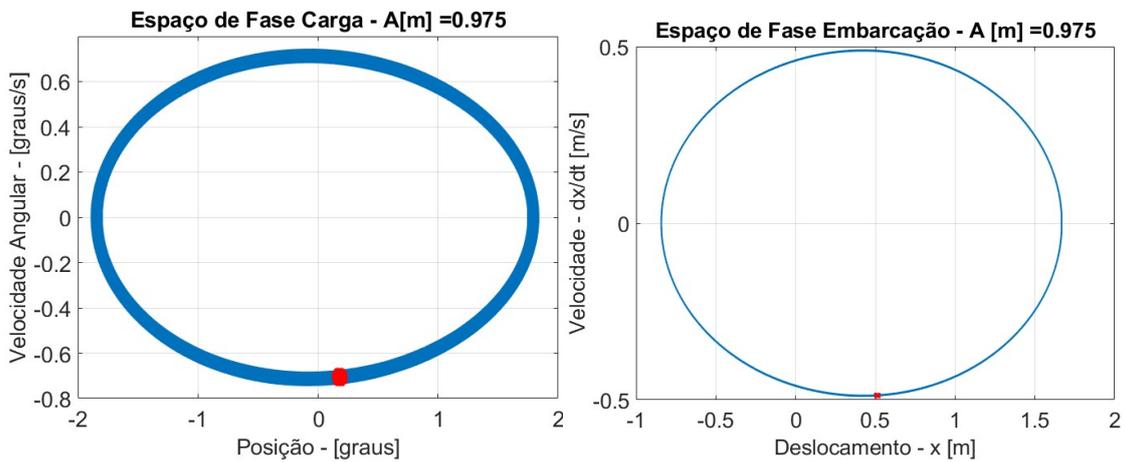


Figura 25: Diagrama de espaço de fase –  $A = 0,975m$

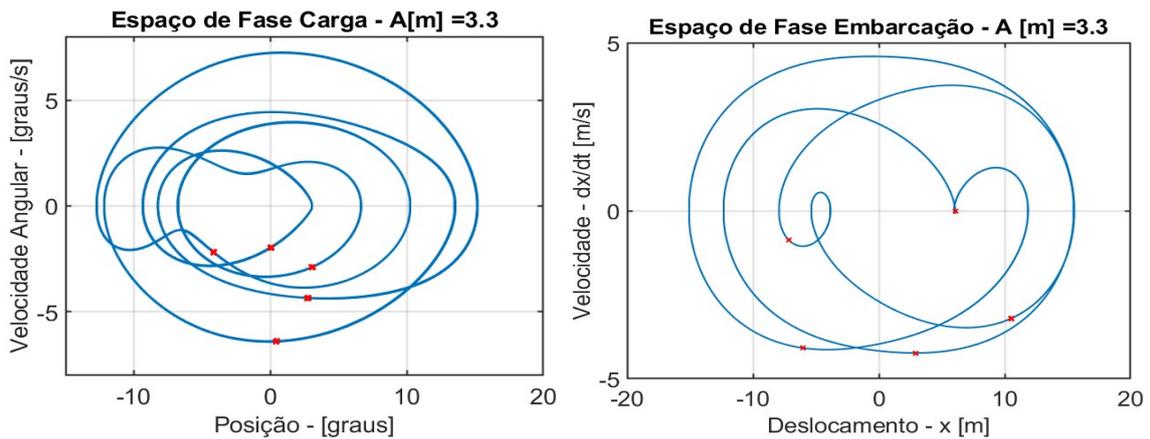


Figura 26: Diagrama de espaço de fase –  $A = 3,3m$

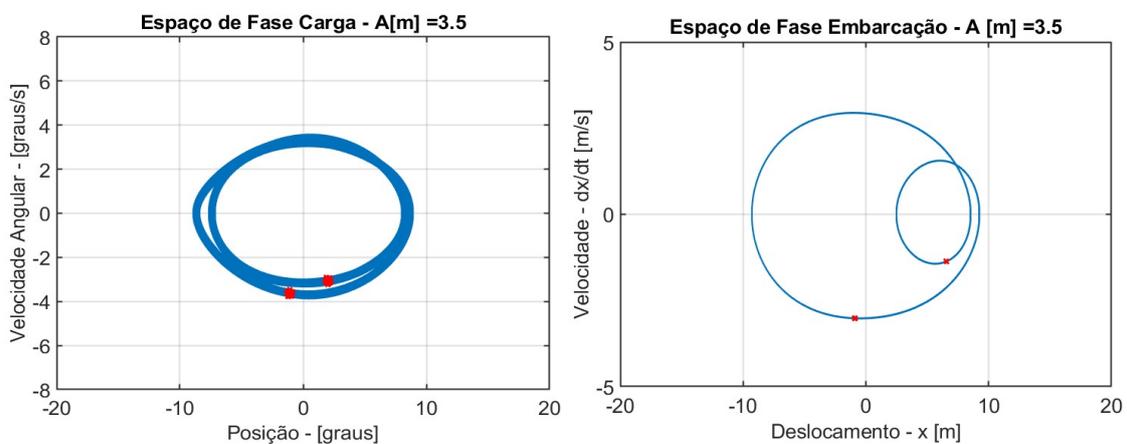


Figura 27: Diagrama de espaço de fase –  $A = 3,5m$

A seguir, considera-se a variação da frequência de excitação construindo um diagrama de bifurcação mostrado na Figura 28. Note que há regiões onde aparecem nuvem de pontos e outras onde é possível observar bifurcações. As linhas tracejadas serão as frequências de excitação que terão o comportamento analisado com mais profundidade.

Na região de  $0,2 < \omega < 0,25 \text{ rad/s}$  existem respostas complexas em ambos graus de liberdade. Na Figura 29 são apresentadas as respostas para  $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ . Nota-se que, inicialmente, esta condição induz movimentos de amplitudes inaceitáveis às operações, mas que podem estar presentes durante uma movimentação por estar em uma faixa recorrente de frequência de excitação [27]. Analisando as respostas, observa-se

interessante comportamento das seções de Poincaré, pois formam nuvem de pontos indicando ausência de periodicidade.

Nas Figuras 29a, b e c são apresentadas os mesmos espaços de fase com diferentes seções de Poincaré. É possível notar nos resultados associados à embarcação, da Figura 29a até a Figura 29c, o sistema apresenta uma resposta aparentemente caótica. Para confirmar essa afirmação estima-se o expoente de Lyapunov, Figura 30, que mostra um valor positivo  $\lambda_{m\acute{a}x} = 0,0129$ , que de fato caracteriza a resposta caótica.

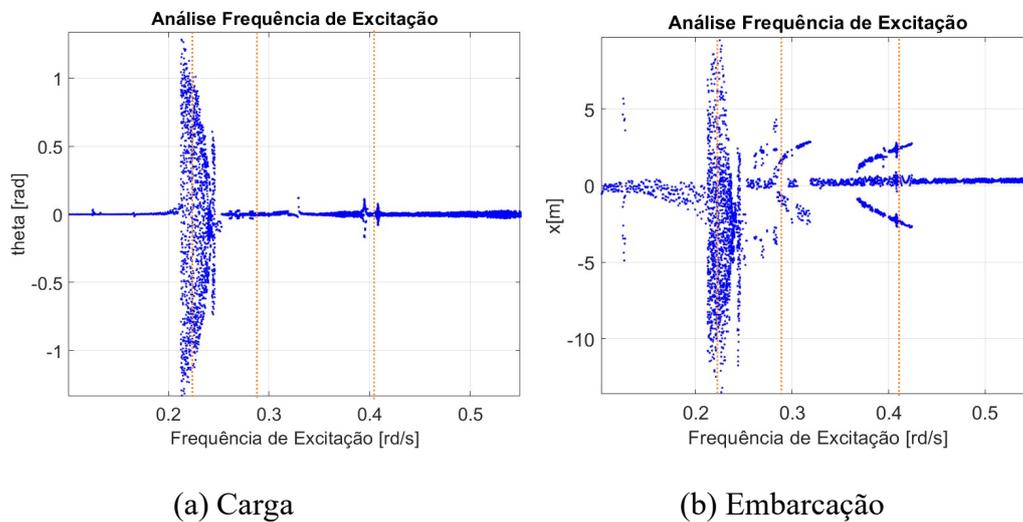
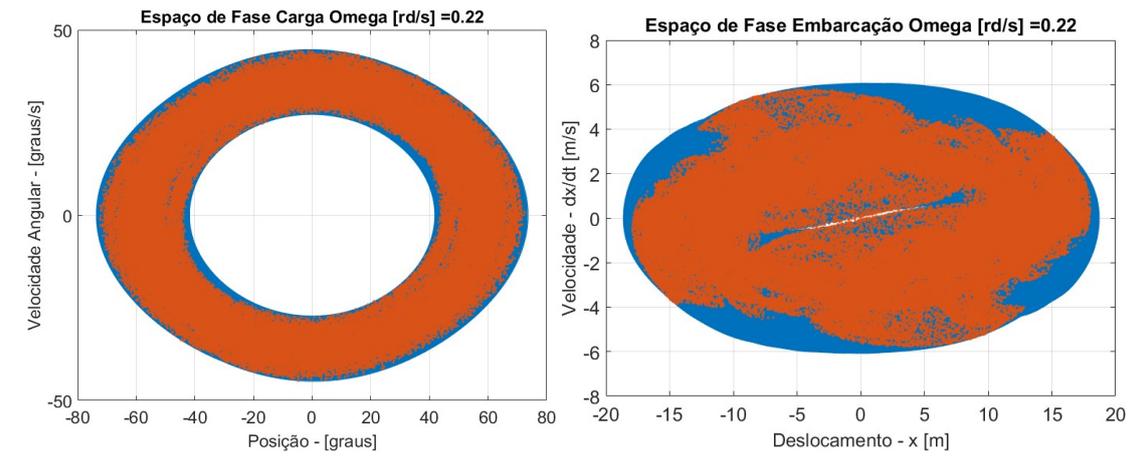
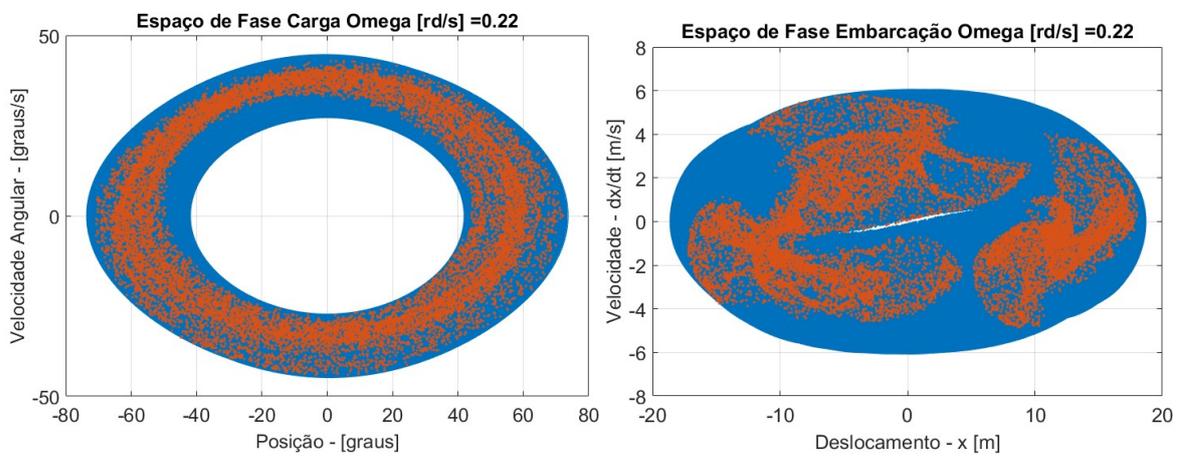


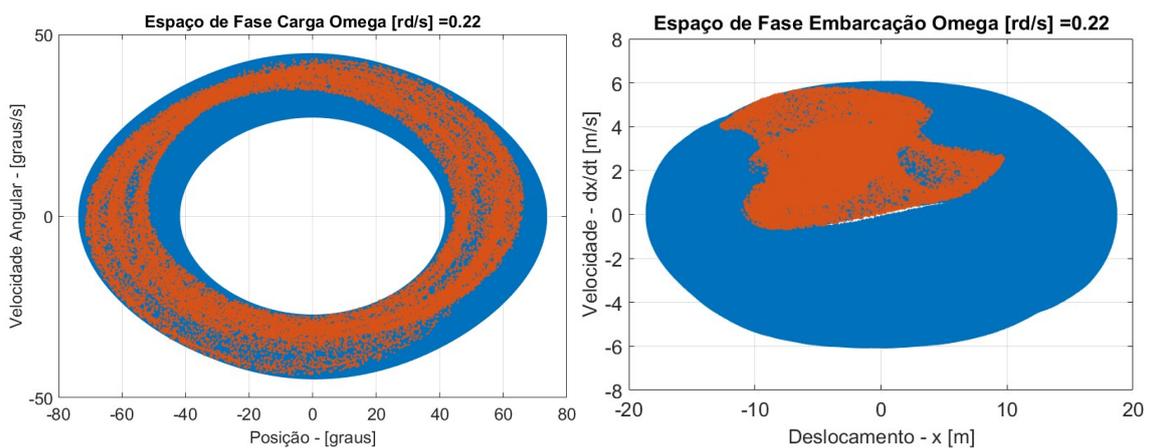
Figura 28: Diagrama de bifurcação – parâmetro variado: frequência de excitação: (a) movimento da carga, (b) movimento da embarcação.



(a)



(b)



(c)

Figura 29: Resposta do sistema quando é excitado a uma frequência de  $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$  com diferentes seções de Poincaré, defasadas de 500 períodos de (a) para (b) e em mais 500 períodos de (b) para (c).

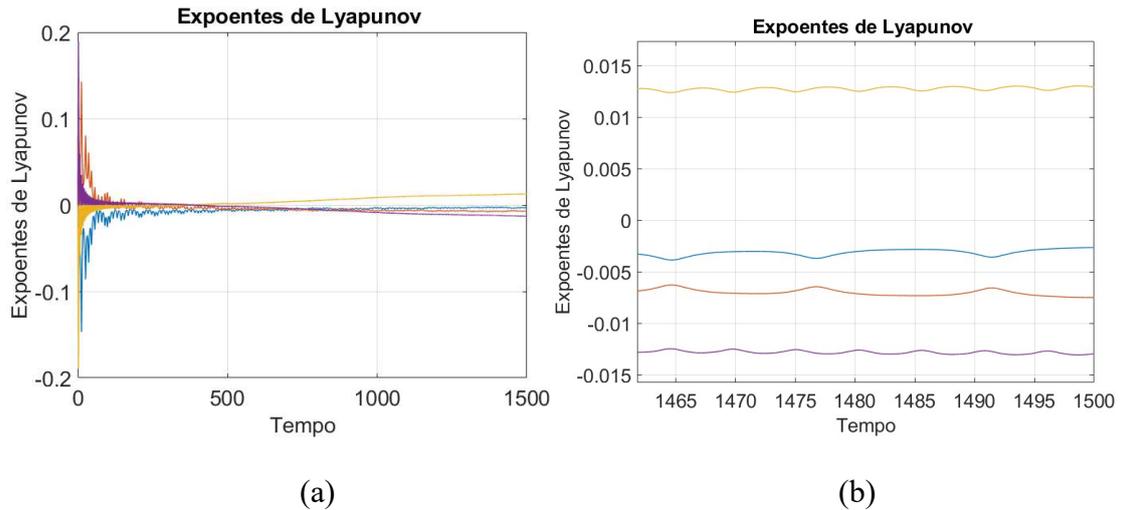


Figura 30: Expoentes de Lyapunov para a condição  $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ ; valor do maior expoente é:  $\lambda = 0,0129$ . (a) Convergência do expoente com o tempo, (b) zoom.

Passada a nuvem de pontos observa-se respostas periódicas para as demais frequências de excitação, como apresentado nas Figuras 31 e 32, onde são observadas menores amplitudes de movimento nos graus de liberdade e respostas para o grau de liberdade da carga indicando ser quase-periódicas.

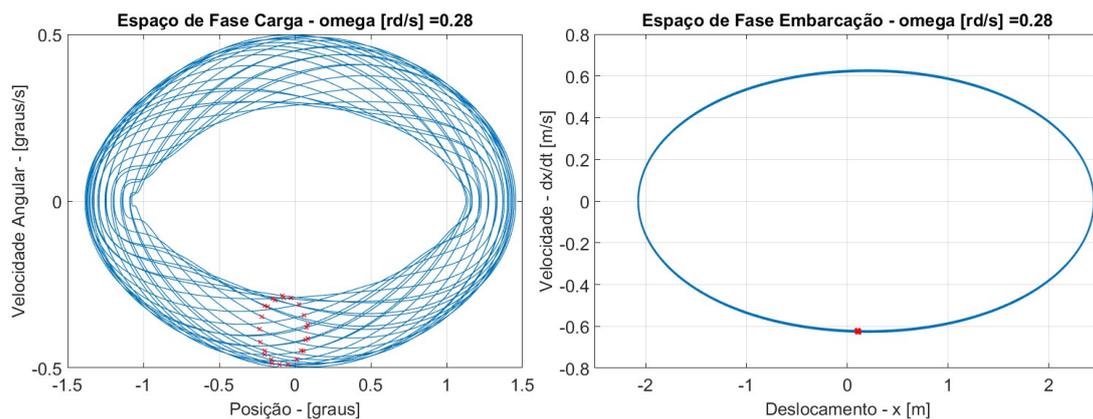


Figura 31: Resposta do sistema quando  $\omega = 0,28 \text{ rad/s}$ .

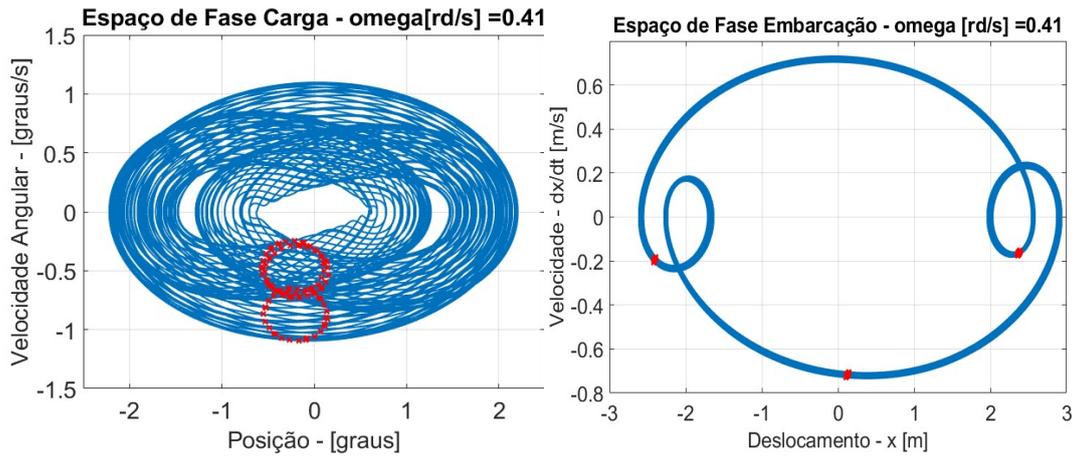


Figura 32: Resposta do sistema quando  $\omega = 0,41 \text{ rad/s}$  .

Baseado no resultado discutido na Figura 17, quando a frequência de ressonância do pêndulo se aproxima da frequência de excitação do sistema, há mudança de comportamento. A Figura 33 apresenta diagrama considerando os valores máximos da amplitude de resposta para cada valor de frequência de movimento: uma correspondente ao movimento com  $l_w = 25m$  e outra com  $l_w = 62m$  para cada um dos graus de liberdade. Por razões físicas, as amplitudes máximas do pêndulo formado pelo guindaste são limitadas ao dobro dos valores considerados como o aceitáveis em operações com guindastes,  $40^\circ$  - este valor foi definido baseado na área média disponível para as movimentações de carga nas unidades marítimas de produção de hidrocarbonetos.

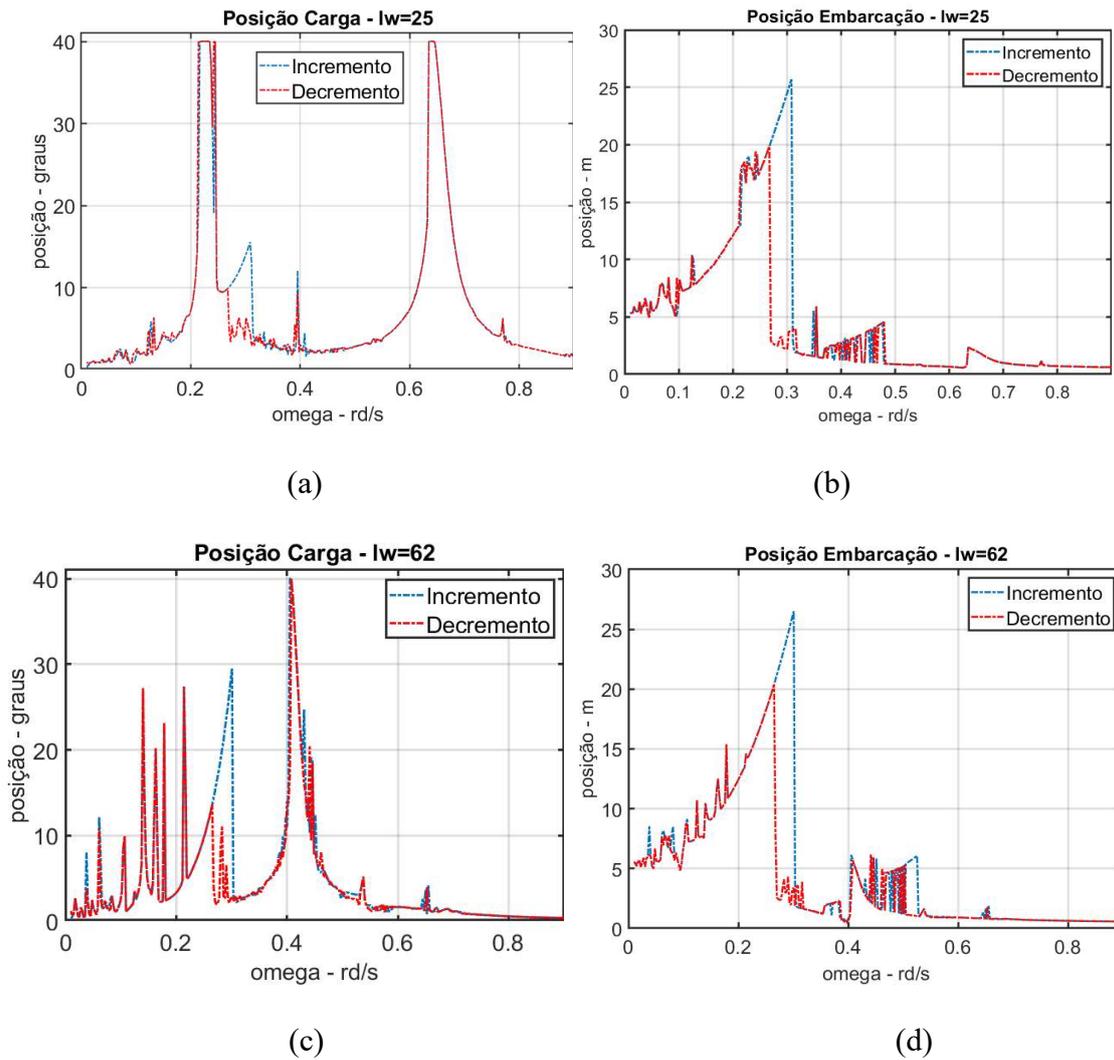


Figura 33: Resposta em amplitude em função da frequência. (a) Resposta do pêndulo formado pelo guindaste para  $l_w = 25m$ ; (b) resposta da embarcação para  $l_w = 25m$ . (c) Resposta do pêndulo formado pelo guindaste para  $l_w = 62m$ ; (d) resposta da embarcação para  $l_w = 62m$ .

Note que quando  $l_w = 62m$ , há deslocamento significativo dos picos no grau de liberdade do guindaste, devido a ressonância do sistema, além do aumento do número de frequências nas quais o sistema atinge altas amplitudes de movimento. Para compreender melhor esse resultado, analisa-se agora a rigidez não linear do sistema, representada pela força das amarras, observada na equação (27). A análise realizada

considera a contribuição de cada componente da equação na dinâmica do sistema, considerando cada uma das parcelas. Isso é feito zerando os coeficientes  $c_i$ . Quando  $c_2 = 0$ , tem-se uma equação de Duffing [25-28].

KOVACIC & BRENNAN [28] mostraram que, para valores dos coeficientes não lineares e de dissipação pequenos, existe uma ordem de grandeza menor que os outros parâmetros, frequências de ressonância primária e secundárias particulares do sistema não lineares. A Figura 34 apresenta a curva de amplitude-resposta para a equação de movimento simplificada, ficando similar a equação de Duffing. No diagrama correspondente ao grau de liberdade da embarcação fica evidente presença da frequência de ressonância secundária em  $\frac{1}{3}\omega_n$ . Além disso, fica claro as regiões onde são observados o fenômeno do salto dinâmico, caracterizado por uma região de biestabilidade [34].

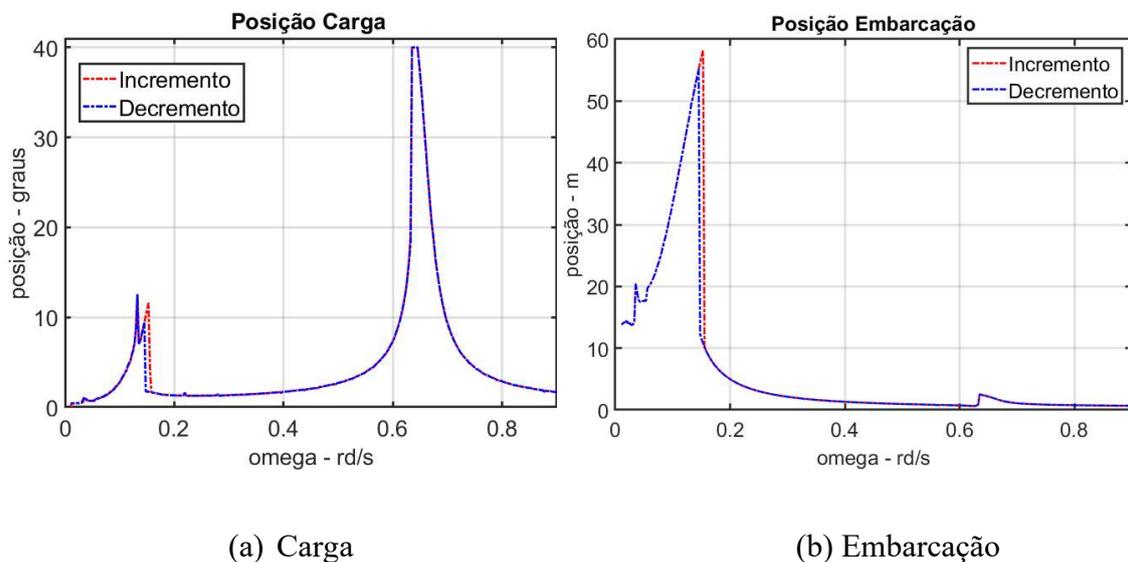


Figura 34: Resposta em amplitude em função da frequência quando  $c_2 = 0$ .

Quando é considerado apenas o termo linear, observa-se um aumento de amplitude da resposta nos pontos correspondentes as frequências de ressonância linear de

cada grau de liberdade, como esperado, Figura 35. A Figura 35 apresenta ainda um diagrama com as quatro curvas sobrepostas. Nota-se grande influência do termo quadrático na resposta do sistema, sendo o principal responsável pelos picos adicionais do sistema completo, principalmente na resposta do pêndulo formado pelo guindaste. A Figura 35b mostra a influência do aumento de rigidez no sistema especialmente com a introdução dos termos não lineares. Com o aumento da rigidez, a amplitude máxima da embarcação é reduzida e a presença dos termos não lineares acarreta em picos secundários.

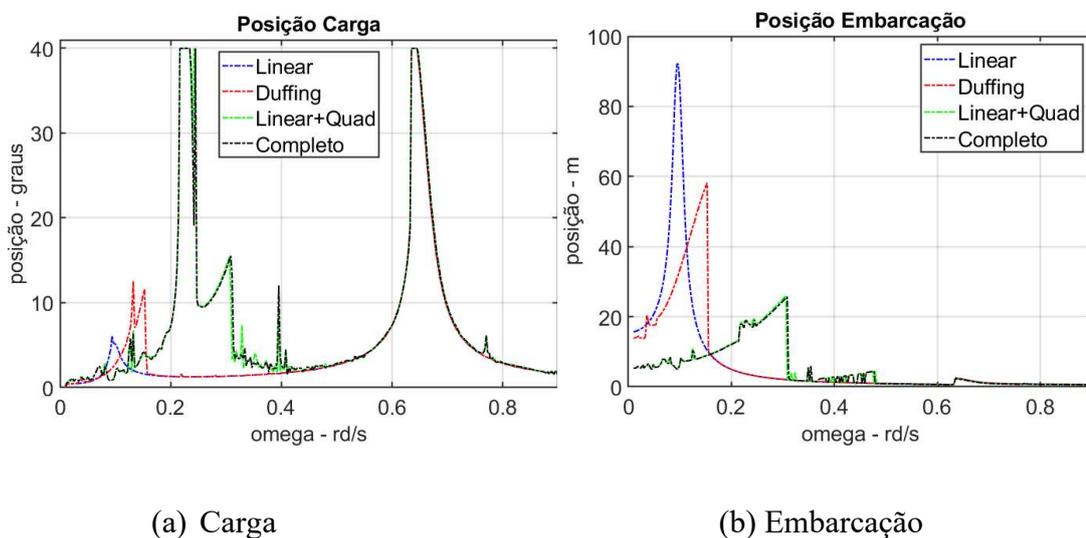


Figura 35: Resposta em amplitude em função da frequência: comparação de casos.

A análise do sistema com 2-gdl permite uma avaliação preliminar do sistema. Contudo, é importante incorporar um grau de liberdade adicional, representado pelo pedestal, para ter resultados mais próximos da realidade. Desta forma, o próximo capítulo trata de um sistema com 3-gdl.

## 6 MODELO COM 3-gdl

Os guindastes são usualmente instalados nas unidades estacionárias de produção sobre pedestais o que torna viável a operação na maioria dos módulos. A Figura 36 apresenta o guindaste sobre pedestal de P-74.



Figura 36:Guindaste sobre pedestal de P-74.

A descrição da dinâmica sobre pedestal exige um número maior de graus de liberdade levando em consideração a dinâmica do pedestal. Portanto, para contemplar esse movimento, este capítulo apresenta uma investigação de um sistema com 3-gdl.

### 6.1 Modelagem em 3 graus de liberdade

Considere um guindaste representado por um modelo com 3-gdl mostrado na Figura 37. Trata-se de um sistema plano de uma embarcação ancorada ao leito marinho com um guindaste sobre pedestal em operação. O sistema é considerado perfeitamente balanceado, ou seja, mesmo com a movimentação do guindaste a distribuição de massa

da embarcação é considerada uniformemente distribuída. As considerações das forças são as mesmas das que foram apresentadas nas seções passadas.

Como mostrado na seção 3.1, o ponto de conexão do pedestal com o navio é modelado através de um elemento elástico, onde a rigidez equivalente é proporcional à rigidez à flexão do pedestal.

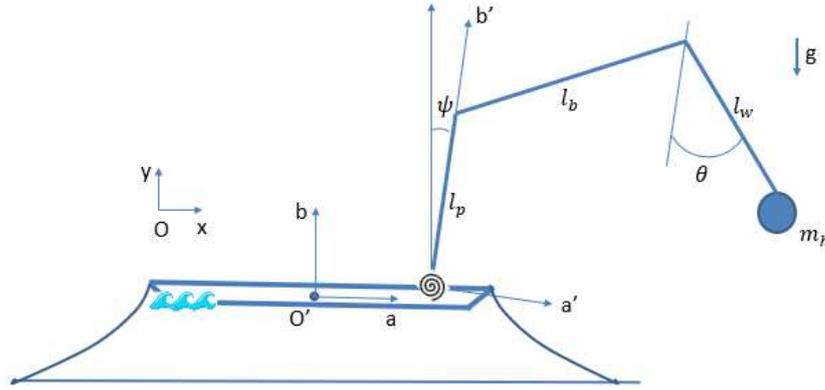


Figura 37: Modelo com 3-gdl.

A partir da simplificação da equação geral (38) é possível chegar na equação de movimento que rege o sistema de 3-gdl, dada por:

$$(m_h + m_s + a + m_p)\ddot{x} + l_w m_h \cos(\theta)\ddot{\theta} + (l_p m_h + e_p m_p)\cos(\psi)\ddot{\psi} + c\dot{x} = F_x + l_w m_h \sin(\theta) \dot{\theta}^2 + (l_p m_h + e_p m_p)\sin(\psi)\dot{\psi} \quad (47)$$

$$(l_p m_h + e_p m_p)\cos(\psi) \ddot{x} + (I_p + l_p^2 m_h + e_p^2 m_p)\ddot{\psi} + l_p l_w m_h \cos(\psi - \theta) \ddot{\theta} + l_p l_w m_h \sin(\psi - \theta) \dot{\theta}^2 + g(l_p m_h + e_p m_p) \sin \varphi + k_p \psi = 0 \quad (48)$$

$$l_w m_h \left( \cos(\theta)\ddot{x} + l_w \ddot{\theta} + l_p \cos(\psi - \theta) \ddot{\psi} - l_p \sin(\psi - \theta) \dot{\psi}^2 + g \sin(\theta) \right) = 0 \quad (49)$$

Os parâmetros utilizados na análise de 3-gdl são os mesmos utilizados nas seções anteriores, acrescentando os dados do pedestal e reduzindo o valor da carga içada.

Considere, portanto, que  $m_p$  é a massa do pedestal,  $l_p$  é o comprimento do pedestal,  $d_p$  é o diâmetro interno do pedestal e  $e_p$  é o centro de gravidade do pedestal. Os parâmetros do sistema com 3-gdl estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros utilizados na simulação com 3-gdl.

$m_s = 1920 * 10^3 kg$	$c_2 = 9,44 * 10^3 N/m^2$	$A = 0,75 m$
$a = 133 * 10^3 kg$	$c_3 = 0,0138 * 10^3 N/m^3$	$m_h = 25000 kg$
$c = 4,25 * 10^3 Ns/m$	$c_d = 0,2$	$l_w = 25 m$
$T = 1,69 m$	$p_d = 15,8 * 10^3 Nm^2$	$m_p = 7875 kg$
$B = 25,0 m$	$\rho = 10^3 kg/m^3$	$l_p = 21,6 m$
$\omega = 0,39 rad/s$	$k_{rx} = 5,54 * 10^3 N/m$	$d_p = 2.88 m$
$c_1 = 21,2 * 10^3 N/m$	$k_{ix} = 426 * 10^3 N/m$	$e_p = l_p/2$

Inicialmente, apresentam-se simulações numéricas comparando os sistemas com 3-gdl e 2-gdl. A Figura 38 apresenta a comparação das respostas considerando os parâmetros apresentados na Tabela 3. Nela são apresentadas as curvas das respostas no tempo para a embarcação e para o pêndulo formado pelo guindaste. Observa-se a significativa alteração na resposta da carga içada e uma pequena alteração do movimento da embarcação.

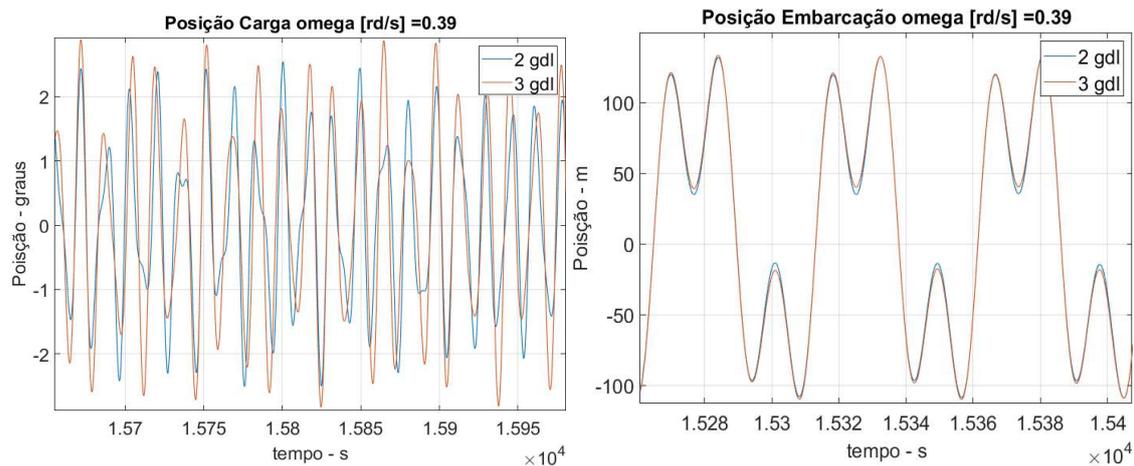


Figura 38: Comparação respostas 2 e 3-gdl para com os parâmetros apresentados na Tabela 3.

Com o objetivo de observar o comportamento global do sistema, apresenta-se um diagrama de bifurcação para o sistema 3-gdl variando frequência de excitação, Figura 39.

Note que a região próxima a  $\omega \approx 0,2$  rad/s apresenta uma resposta da carga içada mais complexa e qualquer alteração na frequência de excitação, altera de forma significativa a resposta do sistema.

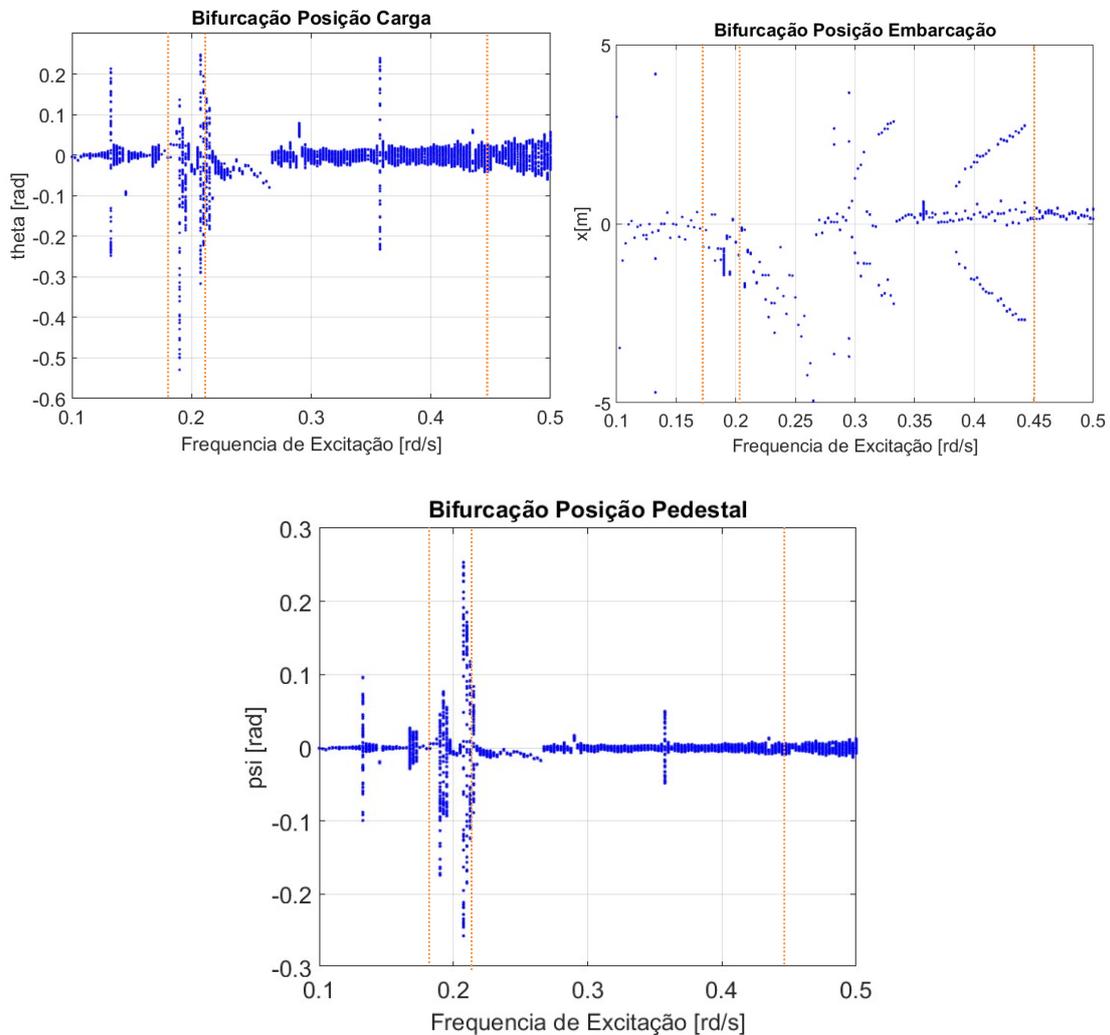


Figura 39: Bifurcação para 3 gdl, parâmetro variado: frequência de excitação,  $\omega$ .

As Figuras 40, 41 e 42 exploram os detalhes das respostas na região complexa do diagrama de bifurcação, que varia entre  $0,15 < \omega < 0,25$  rad/s, comparando com a resposta do sistema com 2gdl. Nas Figuras 40 e 41 nota-se pouca diferença nas respostas da embarcação – período-1, e ambas muito próximas ao que ocorre com o sistema com 2-gdl. Já para o grau de liberdade do pêndulo, nota-se significativa alteração, tanto em

amplitude quanto em comportamento. A Figura 40 mostra que no sistema com 3-gdl, o pêndulo apresenta resposta com maior amplitude, no entanto com o mesmo tipo de resposta, período-3 – neste caso a operação do sistema 3-gdl seria inviável devido as grandes amplitudes. A Figura 41 mostra uma situação invertida onde o sistema com 2-gdl apresenta maior amplitude quando comparado com a resposta de 3-gdl. Portanto, dependendo da condição de excitação, a presença do pedestal pode ou não induzir movimentos da carga com maiores amplitudes.

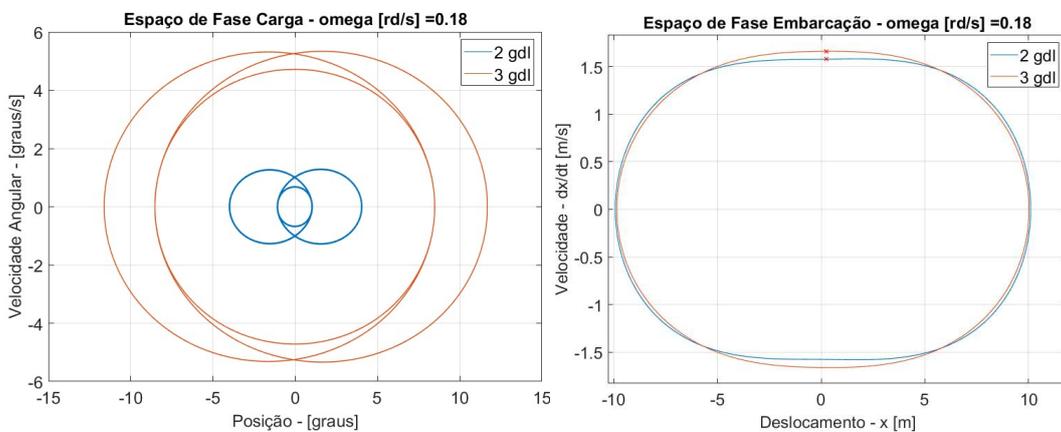


Figura 40: Resposta do sistema 3-gdl quando  $\omega = 0,18 \text{ rad/s}$ .

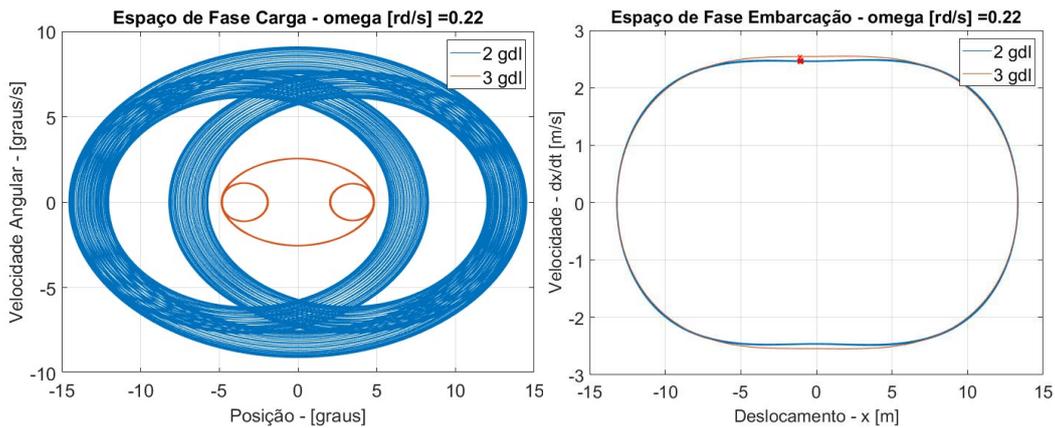


Figura 41: Resposta do sistema quando  $\omega = 0,22 \text{ rad/s}$ .

A Figura 42 apresenta outra condição de operação para o sistema quando  $\omega = 0,45 \text{ rad/s}$ . A resposta da embarcação coincide tanto no caso de 2-gdl quando no 3-gdl.

No entanto, o pêndulo apresenta uma resposta significativamente alterada, tanto em característica quanto em amplitude.

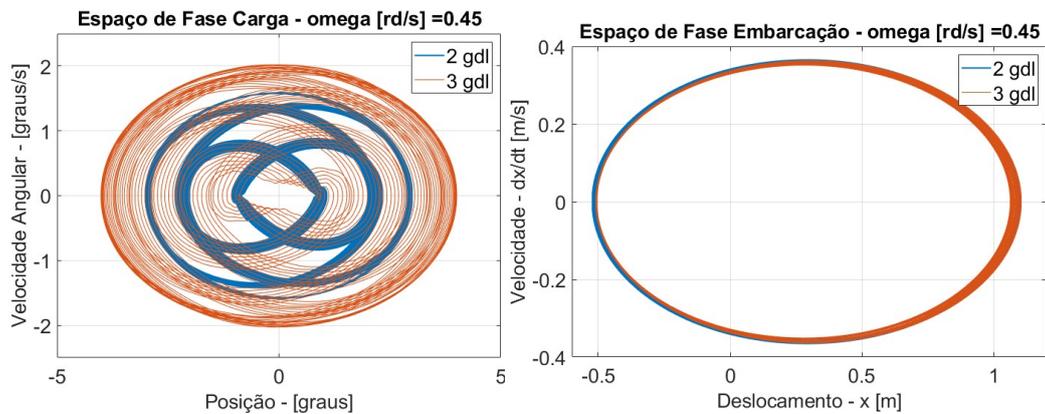


Figura 42: Resposta do sistema quando  $\omega = 0,45 \text{ rad/s}$  .

Com o objetivo de observar o comportamento global do sistema e comparar os casos de 2-gdl e 3-gdl, a Figura 43 apresenta o diagrama amplitude da resposta em função da frequência. Note que há regiões onde a presença do pedestal gera respostas onde as amplitudes induzidas no pêndulo são menores,  $\omega \approx 0,1 \text{ rad/s}$ . Entre  $0,15 < \omega < 0,35 \text{ rad/s}$  há a alternância da magnitude das amplitudes de resposta do pêndulo para os casos de 2 e 3 gdl e para  $0,35 > \omega > 0,65 \text{ rad/s}$  nota-se que a presença do pedestal induz maiores amplitudes de movimento da carga durante a operação. Por sua vez, os movimentos da embarcação não apresentam influência devido a presença do pedestal com a variação da frequência de excitação, conforme apresentado na Figura 43b.

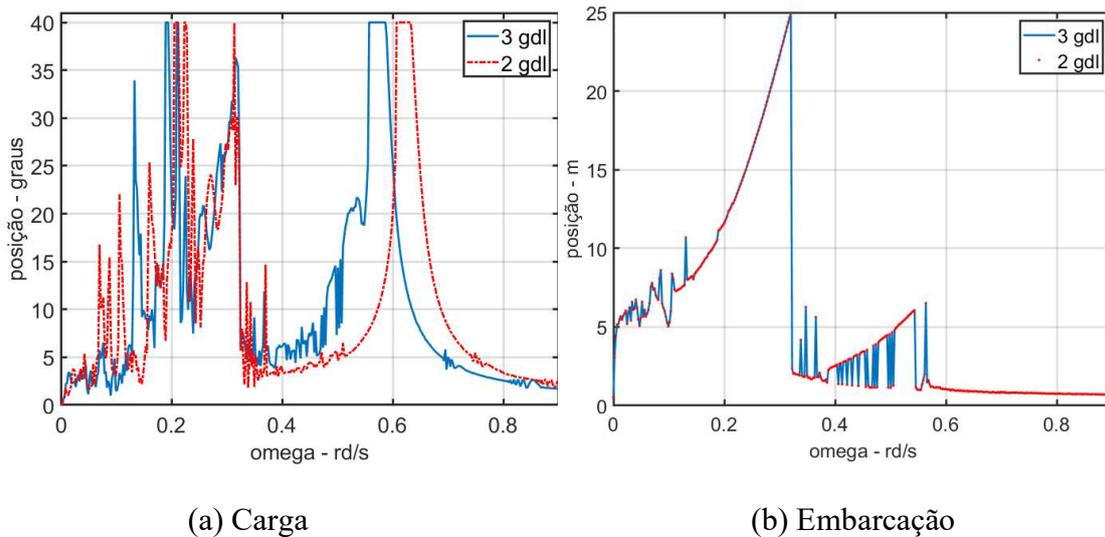
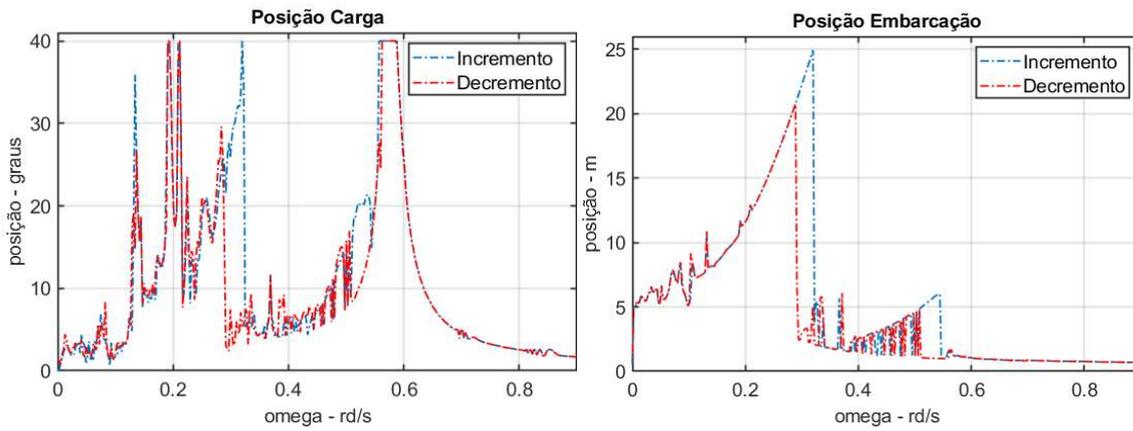


Figura 43: Diagrama comparativo da resposta em amplitude em função da frequência para 2 e 3-gdl.

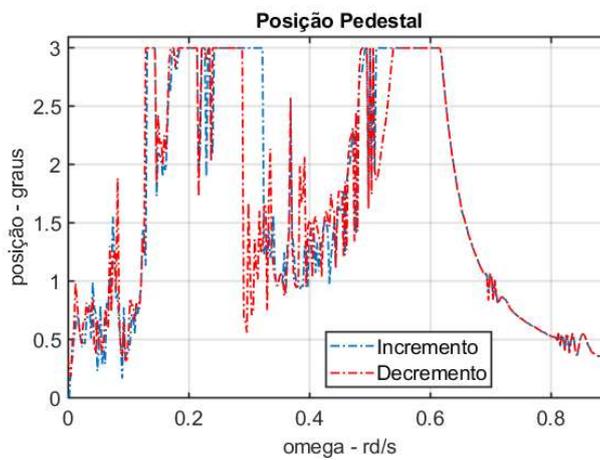
A Figura 44 apresenta o diagrama da amplitude em função da frequência considerando o sistema com 3-gdl, mostrando a variação das amplitudes com o incremento e decremento da frequência de excitação. Nessas condições, deve-se destacar o salto dinâmico, região de instabilidade que ocorre próximo a  $\omega = 0,3 \text{ rd/s}$ , valor do triplo da frequência natural linear das amarras.

Como executado no movimento da carga içada, as amplitudes máximas do pedestal do guindaste também serão limitadas. Ela será correspondente ao dobro dos valores considerados como o aceitáveis em operações com guindastes, ou seja,  $3^\circ$ .



(a) Carga

(b) Embarcação



(c) Pedestal

Figura 44: Resposta em amplitude em função da frequência para o sistema com 3-gdl.

A Figura 45 mostra uma comparação da resposta do sistema de 3-gdl com e sem a presença do termo quadrático na rigidez das amarras. Observe que o termo quadrático tem um efeito de aumentar a rigidez do sistema, excitando preferencialmente os outros graus de liberdade, o pedestal e/ou o pêndulo.

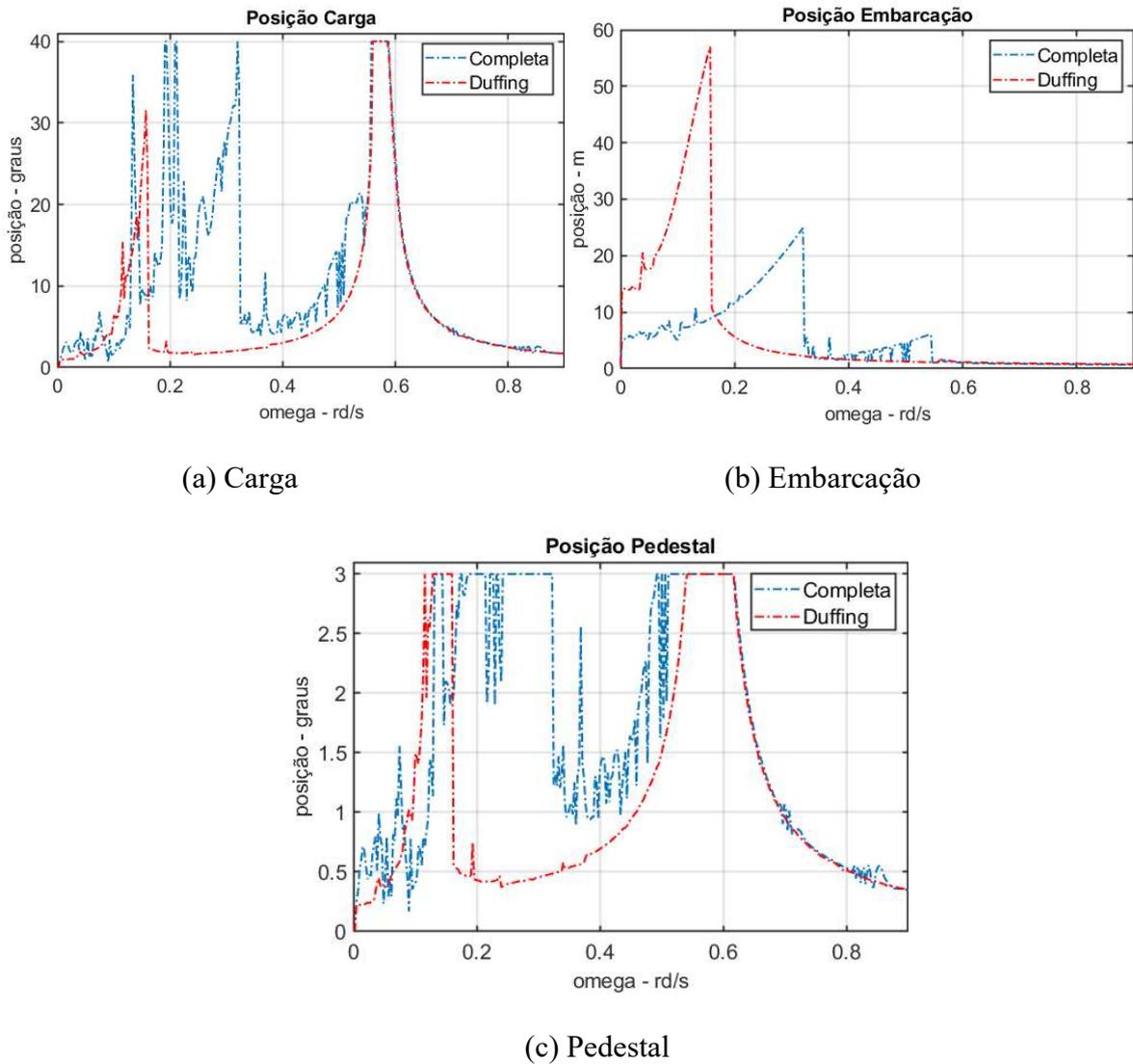


Figura 45: Comparação das respostas em amplitude em função da frequência quando  $c_2 = 0$  (Duffing) e quando  $c_2 \neq 0$  (completa).

Para atender as demandas de uma unidade de produção, os guindastes são instalados sobre um pedestal. Esse componente pode produzir tanto movimentos favoráveis, gerando condições nas quais o movimento na carga içada é reduzido quando comparado com o sistema equivalente de 2-gdl, como indesejáveis, amplificando os movimentos da embarcação. A análise do sistema com 3-gdl acrescenta riqueza ao sistema dinâmico gerando mais condições onde operações podem ser inviáveis.

## 7 CONCLUSÕES

Este trabalho trata um modelo para avaliar a dinâmica de um guindaste *offshore* de lança treliçada montado em um pedestal que está em uma unidade marítima de produção, ancorada por um sistema de amarras e submetida aos movimentos do mar. A força relativa à incidência de ventos não é contemplada nesta análise. O modelo é formulado por métodos de energia, considerando os termos não lineares, aplicando as equações de Lagrange. Os termos não lineares que descrevem as forças das amarras e do acoplamento dos graus de liberdade são levados em consideração. A partir da modelagem matemática, realizam-se simulações numéricas que representam condições operacionais.

Inicialmente foi desenvolvido modelo que descreve 5 graus de liberdade em um sistema plano, o sistema mais completo para este estado, sendo 2 graus de liberdade relacionados a translação do navio e os outros três relacionados aos movimentos do guindaste. Nota-se que o grau de liberdade relativo ao movimento da lança é pouco relevante para a dinâmica do sistema, devido à elevada rigidez à tração dos cabos de aço, sendo desconsiderado. O grau de liberdade relacionado à arfagem (*heave*) também é desconsiderado devido à baixa contribuição quando o sistema é excitado próximo da primeira frequência de ressonância [14].

Uma verificação dos resultados é realizada comparando com os resultados obtidos em ELLERMANN [24] que considera um sistema plano de um grau de liberdade, com apenas o movimento da embarcação – balsa *Magnus*, no grau de liberdade relacionado ao avanço (*surge*). Nesta avaliação nota-se uma significativa sensibilidade às condições iniciais, correlacionada com a modelagem da rigidez das amarras que ancoram a unidade ao leito marinho.

Na sequência avalia-se um sistema com dois graus de liberdade onde é adicionado o grau de liberdade relativo ao pêndulo formado pelo guindaste. A análise desenvolvida

considera diagramas de bifurcação e amplitude em frequência para fazer uma avaliação global do sistema. Observam-se regiões periódicas e não periódicas, além de situações relacionadas a grandes amplitudes de movimento. Dentre as soluções não periódicas vale destacar a ocorrência de movimento caótico, confirmado pela análise das seções de Poicaré e do cálculo dos expoentes de Lyapunov.

O grau de liberdade do pedestal é incluído gerando um sistema com 3-gdl. Para baixas frequências de excitação, a presença do grau de liberdade do pedestal pode ser vantajosa uma vez que pode reduzir a amplitude de movimento observada no gancho do guindaste em algumas condições de excitação. No que diz respeito as condições operacionais mais frequentes, a presença do pedestal amplifica os movimentos na ponta da lança do guindaste, gerando casos de condições operacionais inadmissíveis.

As análises mostram ainda a influência das não-linearidades nas amarras. Observa-se que o termo quadrático gera um efeito de aumento de rigidez do sistema e a distribuição da energia para outros graus de liberdade, excitando em maior ou menor grau o pedestal e/ou o pêndulo.

A metodologia apresentada neste trabalho permite realizar a análise da resposta de um sistema embarcação/guindaste submetidos à excitação de ondas. Desta forma, como sugestão para trabalhos futuros, a inclusão de um novo grau de liberdade pode ser útil para estudar mecanismos de controle passivo da amplitude de movimento do pêndulo para uma faixa de cargas do guindaste. Outra abordagem interessante é analisar a influência de uma excitação não harmônica no sistema, que representaria uma condição mais próxima a realidade.

## REFERÊNCIAS

- [1] Krukowski, J.; Maczynski, A.;Szczotka, M. The Influence of Shock Absorber on Dynamics of an *Offshore* Pedestal Crane. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v.50, n.4, p.953-966, 2012
- [2] Adamiec-Wójcik, I., Falat, P., Maczynski, A., Wojcich, S., Load stabilisation an A-Frame - a type of an *offshore* crane. **The Archive of Mechanical Engineering**, v.56, n.1, p.37-59, 2009
- [3] Falat, P, 2004, Dynamic analysis of sea crane of an A-Frame type, PhD Thesis, Bielsko-Biala
- [4] Henry, R. J., Masoud, Z. N., Nayfeh, A. H., Mook, D. T. Cargo Pendulation on Ship-Mounted Cranes Via Boom-Luff Angle Actuation. **Journal of Vibration and Control**, n.7, p.1253-1264,2001.
- [5] Do Nascimento, V M F, 2014, *Modelo de Instalação de Equipamentos Submarinos com Sistema de Compensação Passiva de Heave para Águas Profundas*, Tese M. Sc, Universidade Federal Fluminense, Niterói - RJ.
- [6] American Petroleum Institute. API 2C: *Offshore* Pedestal-mounted Cranes. Sétima edição, Washington DC, Mar. 2012.
- [7] American Petroleum Institute. API Recommended Practice 2D: Operation and Maintenance of *Offshore* Cranes. Sexta edição, Washington DC, Mai. 2007.
- [8] Comissão de Normalização Técnica da Petrobras. N-1930: Movimentação de Carga: Inspeção, Manutenção e Operação de Guindastes *Offshore*. Revisão E, Rio de Janeiro, Jun. 2014.
- [9] Han, Dae-Suk; Yoo, Sung-Won; *et al.* Coupling Analysis of Finite Element and Finite Volume Method for the Design and Construction of FPSO Crane. **Automation in Construction**, n. 20, p.368-379, 2011.
- [10] Krukowski, J.; Maczynski, A. Application of the Rigid Finite Element Method for Modelling an *Offshore* Pedestal Crane. **The Archive of Mechanical Engineering**, v.60, n3, 2013.
- [11] Ju, F.; Choo, Y.S.; Cui, F.S. Dynamic Response of Tower Crane Induced by the Pendulum Motion of the Payload. **International Journal of Solids and Structures**, v.43, p.376-389, 2006.
- [12] Cha, J.; Roh, M.; Lee, K. Dynamic Response Simulation of Heavy Cargo Suspended by a Floation Crane Based on Multibody System Dynamics, **Ocean Engineering**, v.37, p.1273-1291, 2010.
- [13] Park,K; Cha, J; Lee,K. Dynamic Factor Analysis Considering Elastic Boom Effects In Heavy Lifting Operations, **Ocean Engineering**, v.38, p.1100-1113, 2011.
- [14] Ellermann, K.; Kreuzer, E.; Markiewicz, M. Nonlinear Dynamics of Floating Cranes, **Nonlinear Dynamics**, v.27, p.107-183, 2002.

- [15] Ellermann, K.; Kreuzer, E. Nonlinear Dynamics in the Motion of Floating Cranes, **Nonlinear Dynamics**, v.9, p.377-387, 2003.
- [16] Chu, Y.; Sanfilippo, F.; AEsoy, V.; Zhang, H.; "An Effective Heave Compensation and Anti-sway Control Approach for *Offshore* Hydraulic Crane Operations". In: **Proceedings of 2014 International Conference on Mechatronics and Automation**, pp.1282-1287, Tianjin, China, Ago. 2014.
- [17] Johansen, T.; Fossen, T. I.; Sagatun, S. I.; Nielsen, F. G.; Wave Synchronizing Crane Control During Water Entry in *Offshore* Moonpool Operation -Experimental Results, **Journal of Oceanic Engineering**, v.28, n.4, p.720-728, 2003.
- [18] Neupert, J.; Mahl, T.; Haessig, B.; Sawodny, O.; Schneider, K.; "A Heave Compensation Approach for *Offshore* Cranes", In: **Proceedings of 2008 American Control Conference**, pp.538-543, Seattle, USA, Jun. 2008
- [19] Jeong, D.; Roh, M.; Ham, S. Lifting Simulation of an *Offshore* Supply Vessel Considering Various Operating Conditions, **Advances in Mechanical Engineering**, v.8, n.6, p.1-13, 2016.
- [20] Spathopoulos, M.P.; Fragopoulos, D. Pendulation Control of an *Offshore* Crane, **International Journal of Control**, v.77, n.7, 654-670, 2007.
- [21] Ren, H.; Wang, X.; Hu, Y.; Li, C.; Dynamic Response Analysis of a Moored Crane-Ship with a Flexible Boom, **Journal of Zhejiang University Science A**, v.9, n.1, pp.26-31, 2008.
- [22] Inman, D. J, "Introduction to vibration and the free response", *Engineering Vibration*, 4ª edição, capítulo 1, Upper Saddle River, New Jersey, Peaseon Education, 2014.
- [23] From, P. J., Schjolberg, I., Gravdahl, J. T., Pettersen, K. Y., Fossen, T. I.. On the Boundedness and Skew-Symmetric Properties of the Inertia and Coriolis Matrices for Vehicle-Manipulator Systems, **IFAC Proceeding Volumes**, v.43, n.16, p.193-198, 2010.
- [24] Ellermann, K, Dynamics of a Moored Barge Under Periodic and Randomly Disturbed Excitation, **Ocean Engineering**, v.32, p.1420-1430, 2005.
- [25] Savi, M. A., "Bifurcações", *Dinâmica Não-Linear e Caos*, 2 ed, capítulo 4, Rio de Janeiro, E-papers Serviços Editoriais Ltda , Rio de Janeiro, RJ, 2017.
- [26] Pinho, U. F., 2003, *Caracterização dos estados de mar na Baía de Campo*, Tese M. Sc, Univesidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

[27] Seixas, N.A.B.1997, *Clima de ondas na Bacia de Campos: análise dos dados e proposta de parametrização*. Tese D. Sc, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, RJ, Brasil

[28] Kavacic, I, Brennan, M, "The Duffing Equation", 1ed, capítulo 5, John Wiley & Sons Ltd, Noida, Índia 2011.

[29] Savi, M. A., "Bifurcações", *Dinâmica Não-Linear e Caos*, 2 ed, capítulo 3, Rio de Janeiro, E-papers Serviços Editoriais Ltda , Rio de Janeiro, RJ, 2017.

[30] Persson, A. Back to basics: Coriolis:Part 2 – The Coriolis force according to Coriolis, **Weather**, v.55, n.6p.182-188, Apr 2000.

[31] Savi, M. A., "Dinâmica Não-Linear", *Dinâmica Não-Linear e Caos*, 2 ed, capítulo 2, Rio de Janeiro, E-papers Serviços Editoriais Ltda , Rio de Janeiro, RJ, 2017.

## Anexo I –Tabela de carga do guindaste *offshore* de P-62

Tabela de carga do guindaste *offshore* de P-62. Modelo GN 25/25 DH, fabricante Marine Pellegrini Equipments – MEP.

LOAD CHART											
OFFSHORE CRANE TYPE GN 25/25 DH											
ANGLE	RADIUS (m)	LOAD MAIN HOOK [ tonnes ]									
		ONBOARD LIFTS	OFFBOARD LIFTS								
			SWH 0.5m	SWH 1.0m	SWH 1.5m	SWH 2.0m	SWH 2.5m	SWH 3.0m	SWH 3.5m	SWH 4.0m	
81.4°	9.25	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
78.9°	11.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
76.4°	13.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
73.7°	15.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
71.1°	17.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
68.3°	19.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
65.5°	21.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
62.7°	23.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
59.9°	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	25.0	20.0	14.0	10.0
56.6°	27.0	25.0	25.0	25.0	25.0	24.6	23.0	21.0	18.5	13.5	9.5
53.6°	29.0	25.0	25.0	25.0	25.0	22.8	21.0	19.0	17.0	12.8	9.0
50.4°	31.0	25.0	25.0	25.0	23.0	20.8	19.0	17.0	15.8	11.6	8.4
47.0°	33.0	23.7	23.7	23.2	21.1	18.7	17.2	15.7	14.7	11.0	7.8
43.2°	35.0	21.5	21.5	21.0	19.3	17.2	15.8	14.3	13.9	10.2	7.2
39.4°	37.0	19.8	19.8	19.2	17.5	15.7	14.3	12.8	12.8	9.5	6.5
35.0°	39.0	18.5	18.5	18.0	16.1	14.2	13.0	11.6	11.6	8.8	6.2
30.3°	41.0	16.2	16.2	15.8	14.2	13.1	12.0	10.5	10.5	8.2	5.9
24.6°	43.0	15.0	15.0	14.5	13.4	12.1	11.0	9.6	9.6	7.4	5.5
19.4°	44.5	14.0	14.0	13.5	12.5	11.0	10.0	8.8	8.8	6.8	5.3
12.0°	46.0	13.0	13.0	12.0	11.0	9.5	9.0	8.2	8.2	6.5	5.0
ANGLE [°]	RADIUS (m)	LOAD AUXILIARY HOOK [ tonnes ]									
		ONBOARD LIFTS	OFFBOARD LIFTS								
			SWH 0.5m	SWH 1.0m	SWH 1.5m	SWH 2.0m	SWH 2.5m	SWH 3.0m	SWH 3.5m	SWH 4.0m	
81.4°	10.2	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	6.0	5.5	4.5
78.9°	12.1	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	6.0	5.5	4.5
76.4°	14.1	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	6.0	5.5	4.5
73.7°	16.2	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	6.0	5.5	4.5
71.1°	18.2	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	6.0	5.5	4.5
68.3°	20.3	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
65.5°	22.4	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
62.7°	24.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
59.9°	26.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
56.6°	28.7	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
53.6°	30.6	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
50.4°	32.7	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.5	5.0	4.0
47.0°	34.7	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.0	4.0	3.5
43.2°	36.9	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.0	4.0	3.5
39.4°	39.8	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.0	4.0	3.5
35.0°	41.0	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.0	4.0	3.5
30.3°	42.9	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	5.0	4.0	3.5
24.6°	45.0	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	4.5	4.0	3.5
19.4°	46.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	4.5	4.0	3.5
12.0°	48.0	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	4.5	4.0	3.5

## Anexo II – Componentes das Matrizes da Equação de Movimento

Este capítulo visa apresentar os componentes das matrizes da equação (32) que foram omitidos na ocasião da apresentação dessa equação.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{Cl}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^2 + \mathbf{K}(\mathbf{q})\mathbf{q} + \mathbf{G}(\mathbf{q})\mathbf{g} = \mathbf{F} \quad (32)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & m_{13} & m_{14} & m_{15} \\ 0 & m_{22} & m_{23} & m_{24} & m_{25} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} & m_{35} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} & m_{45} \\ m_{51} & m_{52} & m_{53} & m_{54} & m_{55} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Cl}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & cl_{13} & cl_{14} & cl_{15} \\ 0 & 0 & cl_{23} & cl_{24} & cl_{25} \\ 0 & 0 & 0 & cl_{34} & cl_{35} \\ 0 & 0 & cl_{43} & 0 & cl_{45} \\ 0 & 0 & cl_{53} & cl_{54} & 0 \end{bmatrix},$$

$$m_{11} = m_s + m_p + m_b + m_h,$$

$$m_{13} = m_{31} = (l_p(m_b + m_h + m_p)) \cos \psi,$$

$$m_{14} = m_{41} = (e_b m_b + l_b m_h) \cos \alpha,$$

$$m_{15} = m_{51} = (l_w m_h) \cos \theta,$$

$$m_{22} = m_s + m_p + m_b + m_h,$$

$$m_{23} = m_{32} = -(l_p(m_b + m_h + m_p)) \sin \psi,$$

$$m_{24} = m_{42} = -(e_b m_b + l_b m_h) \sin \alpha,$$

$$m_{25} = m_{52} = (l_w m_h) \sin \theta,$$

$$m_{33} = I_p + l_p^2(m_b + m_h + m_p),$$

$$m_{34} = m_{43} = l_p(e_b m_b + l_b m_h) \cos(\alpha - \psi),$$

$$m_{35} = m_{53} = (l_p l_w m_h) \cos(\psi + \theta),$$

$$m_{44} = I_b + l_b^2 m_h + e_b^2 m_b,$$

$$m_{45} = m_{54} = (l_b l_w m_h) \sin \alpha \sin \theta,$$

$$m_{55} = l_w^2 m_h,$$

$$cl_{13} = -(l_p(m_b + m_h + m_p) \text{ sen } \psi),$$

$$cl_{14} = -(e_b m_b + l_b m_h) \text{ sen } \alpha,$$

$$cl_{15} = -(l_w m_h) \text{ sen } \theta,$$

$$cl_{23} = -(l_p(m_b + m_h + m_p) \text{ cos } \psi),$$

$$cl_{24} = -(e_b m_b + l_b m_h) \text{ cos } \alpha,$$

$$cl_{25} = (l_w m_h) \text{ cos } \theta,$$

$$cl_{34} = -cl_{43} = -l_p(e_b m_b + l_b m_h) \text{ sen}(\alpha - \psi),$$

$$cl_{35} = cl_{53} = -(l_p l_w m_h) \text{ sen}(\psi + \theta),$$

$$cl_{45} = cl_{54} = -(l_b l_w m_h) \text{ sen}(\alpha + \theta).$$

## Anexo III – Modelagem de um Guindaste com Dois Graus de Liberdade

Nesta seção será realizada a simplificação e validação dos modelos numéricos descritos. Considere um guindaste de lança treliçada sobre pedestal instalado em uma unidade marítima de produção de petróleo, conforme ilustrado na Figura AIII.1. Considera-se um sistema plano, inicialmente, com três graus de liberdade (gdl) onde os eixos coordenados x-y representam as coordenadas do sistema inercial. Dos 3-gdl, dois são da embarcação,  $a-b$ , que representam os movimentos de avanço (“*surge*”), afundamento (“*heave*”), respectivamente; o outro é relativo ao movimento da carga,  $\theta$ .

Em relação aos aspectos dimensionais, o tamanho do pedestal é  $l_p$ , da lança,  $l_b$ , e o comprimento do cabo de aço é  $l_w$ . O centro de massa, a massa e o momento de inércia do pedestal são representados por  $e_p$ ,  $m_p$  e  $I_p$ , respectivamente; os da lança são  $e_b$ ,  $m_p$  e  $I_b$ , respectivamente. Além disso, a massa e o momento de inércia da embarcação são representados por  $m_s$  e  $I_s$ , respectivamente. O navio é considerado perfeitamente balanceado, mesmo com o guindaste carregado, ou seja, a distribuição das cargas na embarcação é considerada perfeitamente uniforme mesmo quando o guindaste em operação e a inclinação da embarcação permanece constante.

Em relação aos cabos de aço da lança, baseado nas curvas tensão-deformação obtidas em catálogos de fabricantes, foi possível determinar um valor para a rigidez elástica deste equipamento, aqui denominada  $k_b$ . No entanto, o movimento pendular da carga é mais significativo que o de deformação do cabo, sendo, desta forma, desprezado.

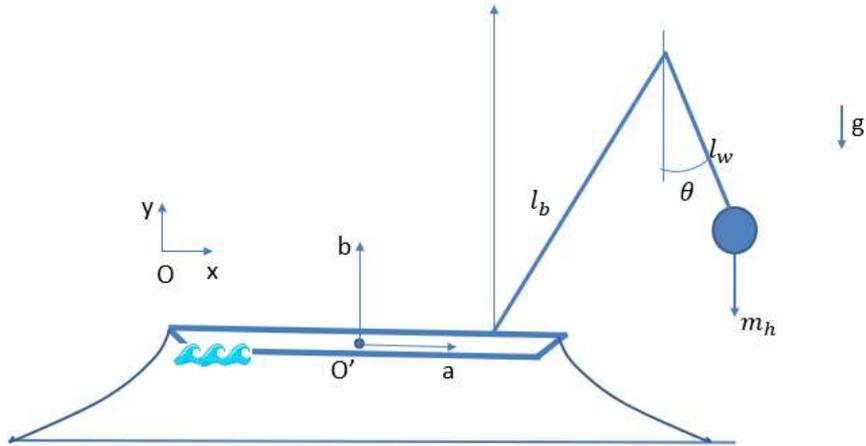


Figura AIII.1: Representação de um guindaste de três graus de liberdade

As coordenadas generalizadas do sistema são  $\mathbf{q} = [x, y, \theta]$ . Com base no sistema de coordenadas definido na Figura AIII.1, a posição do centro de massa da embarcação e da carga, considerando uma massa concentrada, em função de  $\mathbf{q}$  e dos parâmetros geométricos do sistema são:

$$y_s = y \quad (\text{iii.1})$$

$$y_w = y + l_p + l_b - l_w \cos \theta \quad (\text{iii.2})$$

$$x_s = x \quad (\text{iii.3})$$

$$x_w = x + l_p + l_b + l_w \sin \theta \quad (\text{iii.4})$$

Derivando essas posições em relação ao tempo se obtém a magnitude do vetor velocidade de cada corpo – navio e carga, é dada pela raiz quadrada do quadrado dos componentes, ou seja:

$$v_s \cdot v_s = \dot{x}_s^2 + \dot{y}_s^2 \quad (\text{iii.5})$$

$$v_w \cdot v_w = \dot{x}_w^2 + \dot{y}_w^2 \quad (\text{iii.6})$$

A energia cinética translacional de cada corpo,  $T_{ts}$  e  $T_{tw}$ , a energia potencial gravitacional,  $U_s$  e  $U_w$ , e a energia potencial elástica,  $U_p$  e  $U_b$ , sendo  $\dot{\theta}$  a velocidade angular simples da carga, respectivamente, são calculadas por:

$$T_{ts} = \frac{1}{2} m_s v_s \cdot v_s \quad (\text{iii.7})$$

$$T_{tw} = \frac{1}{2} m_w v_w \cdot v_w \quad (\text{iii.8})$$

$$U_s = m_s g y \quad (\text{iii.9})$$

$$U_w = m_w g [y + l_p (1 - \cos \theta)] \quad (\text{iii.10})$$

Baseado nisso, o Lagrangeano é dado por:

$$L = T - U = \sum_i T_{ti} + T_{ri} - (U_i + U_{ki}) \quad (\text{iii.11})$$

onde  $i$  representa cada uma das componentes apresentadas das equações (iii.1) a (iii.10).

Novamente, a modelagem das forças externas à embarcação é baseada no trabalho de ELLERMANN *et al.* [14]. Basicamente, elas estão associadas as seguintes forças: hidrostática, das amarras, arraste e dependentes da excitação das ondas, descritas pelas seguintes equações:

- Força hidrostática

$$F_b(\mathbf{q}) = [0, \quad -\rho g A_w y, \quad 0]^T \quad (\text{iii.12})$$

onde  $\rho$ , a densidade da água do mar,  $A_w$ , a área da seção transversal da embarcação a um dado calado.

- Forças das amarras

As forças das amarras na embarcação são modeladas como molas não lineares, sendo aproximadas por um modelo polinomial de terceira ordem.

$$F_m(\mathbf{q}) = [-c_1x - c_2|x| x - c_3x^3, 0, 0]^T \quad (\text{iii.13})$$

onde  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  são os coeficientes característicos da expressão.

- Forças devido ao arraste (viscoso)

$$F_d(\mathbf{q}) = [-\rho c_d B T |\dot{x}| \dot{x} / 2, 0, 0]^T \quad (\text{iii.14})$$

onde  $\rho$ , a densidade da água do mar,  $c_d$ , coeficiente de atrito viscoso, B, a largura do casco a um dado calado T.

- Forças dependentes da excitação das ondas

As forças de excitação das ondas do mar serão divididas em uma parte que varia periodicamente e outra dependente do arraste.

$$F_w(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} A(k_{rx} \cos(\omega t) - k_{ix} \sin(\omega t)) + A^2 p_d \\ A(k_{ry} \cos(\omega t) - k_{iy} \sin(\omega t)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{iii.15})$$

onde  $A$  é a amplitude das ondas,  $k_{rx}$ ,  $k_{ry}$ ,  $k_{ix}$  e  $k_{iy}$  são os coeficientes dependentes da frequência. Os valores desses coeficientes também foram baseados no trabalho de ELLERMANN *et al.* [14]. Por fim,  $p_d$  é o coeficiente da força de arrasto.

Desta forma, pode ser construído um vetor de forças. A descrição acima das forças pode ser resumida da seguinte forma:

$$\mathbf{F} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3]^T = F_b(\mathbf{q}) + F_m(\mathbf{q}) + F_d(\mathbf{q}) + F_w(\mathbf{q}) \quad (\text{iii.16})$$

Assim, as equações de movimento, não-homogênea, em coordenadas generalizadas são:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{dq_i} \right) - \frac{dL}{dq_i} = Q_i \quad (\text{iii.17})$$

onde  $Q_i$  são as forças externas ao sistema.

Resolvendo o Lagrangeano nas direções x, y e  $\theta$ , temos as seguintes equações:

$$F_x + l_w m_h \text{sen}(\theta) \dot{\theta}^2 = l_w m_h \text{cos}(\theta) \ddot{\theta} + (m_h + m_s) \ddot{x} \quad (\text{iii.18})$$

$$l_w m_h \text{cos}(\theta) \dot{\theta}^2 + l_w m_h \text{sen}(\theta) \ddot{\theta} + (m_h + m_s)(g + \ddot{y}) = F_y \quad (\text{iii.19})$$

$$l_w m_h \left( l_w \ddot{\theta} + \text{cos}(\theta) \ddot{x} + \text{sen}(\theta)(g + \ddot{y}) \right) = 0 \quad (\text{iii.20})$$

Assumindo que os esforços na direção  $y$  são desprezíveis, como executado por REN [25] *et al.* e ELLERMANN *et al.* [14], esse grau de liberdade pode ser desconsiderado. Assim, teremos:

$$F_x + l_w m_h \text{sin}(\theta) \dot{\theta}^2 = l_w m_h \text{cos}(\theta) \ddot{\theta} + (m_h + m_s) \ddot{x} \quad (\text{iii.21})$$

$$l_w m_h (g \text{sin}(\theta) + l_w \ddot{\theta} + \text{cos}(\theta) \ddot{x}) = 0 \quad (\text{iii.22})$$