

MODELAGEM LINEAR E NÃO-LINEAR PARA O TENSOR DE REYNOLDS EM ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM DUTOS

Thiago Luiz Apolinário dos Santos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Roney Leon Thompson

Rio de Janeiro

Julho de 2019

MODELAGEM LINEAR E NÃO-LINEAR PARA O TENSOR DE REYNOLDS EM
ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM DUTOS

Thiago Luiz Apolinário dos Santos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Roney Leon Thompson, Ph.D.

Prof. Angela Ourivio Nieckele, Ph.D.

Dr. João Neuenschwander Escosteguy Carneiro, Ph.D.

Prof. Juliana Braga Rodrigues Loureiro, DSc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2019

Santos, Thiago Luiz Apolinário

Modelagem Linear e Não-Linear para o tensor de Reynolds em escoamentos turbulentos em dutos/ Thiago Luiz Apolinário dos Santos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

IX, 78 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Roney Leon Thompson

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 72 – 78.

1. Modelagem Linear e Não-linear. 2. Escoamento Turbulento. 3. Dutos. I. Thompson, Roney Leon. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

DEDICATÓRIA

A presente dedicatória é endereçada primeiramente à Deus por me conceder esta oportunidade de desenvolver este trabalho e para todos que contribuíram para a concretização deste sonho.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter concedido a oportunidade e a capacidade de elaborar esta dissertação. Em segundo lugar a todos o quanto contribuíram para a realização deste trabalho de tão grande relevância a começar de toda minha família, os professores Roney e Angela além do mestre e amigo Felipe Murad.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM LINEAR E NÃO-LINEAR PARA O TENSOR DE REYNOLDS EM ESCOAMENTOS TURBULENTOS EM DUTOS

Thiago Luiz Apolinário dos Santos

Julho/2019

Orientador: Roney Thompson

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta novos modelos para calcular o escoamento turbulento de fluido Newtoniano em dutos. Foram desenvolvidos modelos para duas metodologias de cálculo do tensor de Reynolds: $(\kappa - \varepsilon)$ e $(\kappa - \dot{\gamma})$. A primeira é clássica e consiste em duas equações de fechamento, enquanto a segunda é uma nova metodologia. Os modelos de cada metodologia foram agrupados de modos que um modelo seja linear e três não lineares. Todos os modelos foram comparados com os resultados de simulação DNS em canal de placas paralelas e em tubos. Para os modelos $(\kappa - \dot{\gamma})$ foram obtidas equações que representam a variação dos fatores de relaxamento (f_μ) em função de y^+ .

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

NEW MODELS TO CALCULATE FOR NEWTONIAN FLUIDS TURBULENT PIPELINE FLOW

Thiago Luiz Apolinário dos Santos

July/2019

Advisor: Roney Thompson

Department: Mechanical Engineering

This work presents new models to calculate the turbulent flow of Newtonian fluid in ducts. Were developed models for two methodologies for calculating the Reynolds tensor: $\kappa - \varepsilon$ and $\kappa - \dot{\gamma}$. The first is a classical one consisting of two closing equations, while the second is a new methodology. The models of each methodology were grouped in such a way that one model is linear and three non-linear models. All models were compared with the DNS simulation results in channel and pipe flow. For $(\kappa - \dot{\gamma})$ models equations representing the variation of relaxation factors (f_μ) were obtained with y^+ .

Sumário

Índice de Figuras	IX
Capítulo 1	1
Capítulo 2	4
2.1. Abordagens computacionais simulatórios (DNS, LES e RANS)	4
2.2. Escoamentos em dutos e em canais (placas paralelas)	6
2.3. Escoamentos Turbulentos em Dutos	8
2.4. Fundamentos da Turbulência nos Fluidos	10
2.5. Fluidos Não-Newtonianos	16
2.6. Mecânica do Contínuo	18
2.6.1. Conceito de Objetividade	20
2.6.2. Derivada Contravariante	21
2.6.3. Modelos Lineares e Não-Lineares	23
Capítulo 3	25
3.1. Modelamento Matemático: Metodologia RANS	25
3.2. Modelos Standard $\kappa - \varepsilon$	28
3.2.1. Modelos $\kappa - \varepsilon$ Não-Lineares	31
3.2.1.1. Modelo Lien Cubic	31
3.2.1.2. Modelos Desenvolvidos $\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \gamma$	32
3.3. Modelos Numéricos	38
Capítulo 4	40
4.1. Definições de contorno e parâmetros para as simulações	43
4.2. Resultados dos modelos lineares de turbulência $\kappa - \varepsilon$	47
4.3. Resultados dos modelos não-lineares de turbulência $\kappa - \varepsilon$	52
4.4. Resultados dos modelos de turbulência $\kappa - \gamma$	56
4.5. Aplicação metodologia para novos números de Reynolds	62
5. Conclusões	68
5.1. Próximos trabalhos	70
Referências	72

Índice de Figuras

Figura 1 - Exemplo de escoamento placas paralelas.....	6
Figura 2 - Exemplo de escoamento em tubo	7
Figura 3 - Perfil Velocidade Transversal Escoamento Turbulento	9
Figura 4 - Camada Limite Turbulenta na parede de duto (FREIRE, 1990)	10
Figura 5 - Etapas de transição da Turbulência (SCHLICHTING, 1968)	13
Figura 6 - Resultados Tensor Reynolds Nieckele et al. (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016)	38
Figura 7 - Determinação do problema de escoamento turbulento em duto	40
Figura 8 - Malha de um quarto de duto OpenFOAM®	42
Figura 9 - Gradiente de Velocidades na Malha de um quarto de duto.....	42
Figura 10 - Malha Angular tipo wedge (SCHWALBERT, 2013)	43
Figura 11 - Dados Placas Paralelas e Dutos Circulares (CHIN, MONTY e OOI, 2013)	44
Figura 12 - Comparação da distribuição de velocidades do modelo linear Rodi Mansour Modificado com diferentes malhas	46
Figura 13 - Comparação da Tensão Cisalhante do modelo linear Rodi Mansour Modificado com diferentes malhas.....	46
Figura 14 - Comparação da distribuição de velocidades (U^+) entre modelos lineares.....	48
Figura 15 - Comparação dos valores da Tensão Cisalhante (τ_{xy}^+) entre os modelos lineares	48
Figura 16 - Valores energia cinética dos Modelos Lineares	50
Figura 17 - Comparação valores da dissipação da energia cinética dos Modelos Lineares.....	51
Figura 18 - Distribuição de Velocidades (U^+) Modelos na abordagem $\kappa-\epsilon$	53
Figura 19 - Tensão Cisalhante (τ_{xy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\epsilon$	53
Figura 20 - Componente Normal (τ_{xx}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\epsilon$	54
Figura 21 - Componente Normal (τ_{yy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\epsilon$	54
Figura 22 - Componente Normal (τ_{zz}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\epsilon$	54
Figura 23 - Variação da função de ajuste f_{y1} com a variável y^+	58
Figura 24 - Variação da função de ajuste f_{y2} com a variável y^+	59
Figura 25 - Variação da função de ajuste f_{β} com a variável y^+	59
Figura 26 - Distribuição da Velocidade (U^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\gamma$	60
Figura 27 - Tensão Cisalhante (τ_{xy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\gamma$	60
Figura 28 - Componente Normal (τ_{xx}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\gamma$	61
Figura 29 - Componente Normal (τ_{yy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\gamma$	61
Figura 30 - Componente Normal (τ_{zz}^+) dos modelos na abordagem $\kappa-\gamma$	61
Figura 31 - Tensão Cisalhante (τ_{xy}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\epsilon$)	63
Figura 32 - Componente Normal (τ_{xx}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\epsilon$).....	64
Figura 33 - Componente Normal (τ_{yy}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\epsilon$).....	64
Figura 34 - Componente Normal (τ_{zz}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\epsilon$).....	65
Figura 35 - Tensão Cisalhante (τ_{xy}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\gamma$)	65
Figura 36 - Componente Normal (τ_{xx}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\gamma$)	66
Figura 37 - Componente Normal (τ_{yy}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\gamma$)	66
Figura 38 - Componente Normal (τ_{zz}^+) com Re_{τ} 2000 (metodologia $\kappa-\gamma$).....	67
Figura 39 - Resultados do modelo III nas duas metodologias ($\kappa-\epsilon$ e $\kappa-\gamma$).....	70

Capítulo 1

Introdução

O escoamento em dutos é de fundamental importância para a indústria devido à sua capacidade de transporte eficiente no tocante ao custo-benefício. O estudo fenomenológico desta modalidade de escoamento tem sido bastante investigado pela indústria quanto pela academia (AYADI, NASRAOUI, *et al.*, 2018).

Escoamentos em dutos comumente ocorrem no regime turbulento devido às altas velocidades e vazões empregadas. Com isso, torna-se muito importante para a academia e para a indústria a obtenção de informações sobre o fenômeno da turbulência deste tipo de escoamento possibilitando assim tomadas de decisão mais rápidas e eficientes.

O fenômeno da turbulência é algo natural e encontrado em diversas aplicações no dia-a-dia. É possível perceber que este fenômeno é ao mesmo tempo belo e ricamente intrigante em diversas situações tais como erupções vulcânicas, movimento das massas de ar, ondas do mar na praia entre outras e retratadas por diversos pintores (ALBERELLO, ONORATTO, *et al.*, 2018).

Basicamente três palavras definem o fenômeno de turbulência: diversas escalas, aleatoriedade e caos (FREIRE, 1993). Em suma, o estudo das pequenas escalas fornece o detalhamento necessário e importante tanto para prever o fenômeno, quanto para quantificá-lo (WANG e ZHANG, 2013) pois as mesmas fornecem uma riqueza de detalhes e são pontos fundamentais no momento de modelagem. As grandes escalas também são importantes para o escoamento atuando em conjunto com as pequenas. A aleatoriedade é referente à flutuação que ocorre nas variáveis do escoamento (pressão, temperatura, vazão, etc) mesmo assim sendo determinístico, este fenômeno possui elevada dificuldade quanto a sua previsibilidade, sua quantificação e sua modelagem. O caos se refere ao movimento visual caótico que os turbilhões de partículas apresentam ao longo do escoamento (CUI, 2016).

Como citado anteriormente, no escoamento turbulento as partículas de fluidos se movimentam aleatoriamente e sem uma organização pré-definida fato este que denota a necessidade da utilização de um ferramental estatístico para descrever os movimentos

(ZHAO, ZHANG, *et al.*, 2016). A complexidade elevada do escoamento se origina nos termos não lineares das equações de conservação. Uma técnica bastante utilizada e comum na simulação numérica de escoamento turbulento em dutos é desmembrar a velocidade e a pressão em um valor médio acrescido de um termo variável oscilatório que capta e representa possíveis aleatoriedades (ALBERELLO, ONORATTO, *et al.*, 2018) e (WANG e ZHANG, 2013). Quando assume-se que é suficiente o conhecimento das grandezas médias temporais, uma modelagem simplificada pode ser empregada, ao aplicar o conceito de média de Reynolds (ou média temporal) nas equações de conservação. Como consequência, aparece nas equações de Navier-Stokes um novo termo comumente denominado Tensor de Reynolds (é o termo que representa a turbulência do escoamento e que diferencia o equacionamento do escoamento laminar para o turbulento). Para determinar este tensor existem diversos modelos de fechamento, como por exemplo, os modelos baseados no conceito da viscosidade turbulenta (BOUSSINESQ, 1877) a qual pode ser representada através de uma relação (modelo zero-equação), uma equação (modelo uma-equação) ou até mesmo duas equações ($\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \omega$).

No quesito previsão, simulações são utilizadas tais como a simulação numérica direta (DNS – direct numerical simulation), simulação das grandes escalas (LES – large eddy simulation) e simulação dos termos médios da equação de Navier-Stokes (RANS – Reynolds Average numerical simulation) (POPE, 2000) onde cada abordagem possui uma aplicação mais adequada a depender do interesse do resultado da simulação. As abordagens DNS e LES são sempre transientes e tri-dimensionais apresentando assim elevado custo. Para a compreensão de fenômenos físicos e auxílio nas modelagens mais simplificadas de escoamentos turbulentos, utiliza-se DNS a um alto custo computacional. Para obtenção de resultados menos detalhados a um custo computacional inferior utiliza-se LES. RANS é uma alternativa menos custosa computacionalmente que o LES, porém só fornece grandezas médias no tempo. Como na maioria dos casos práticos, o conhecimento das médias temporais fornece resultados plausíveis a um custo operacional e tempo de respostas aceitável (POPE, 2000), este é o enfoque mais utilizado na indústria.

O objetivo desta dissertação consiste em propor uma nova modelagem (linear e não linear) para a parte deviatórica do tensor de Reynolds em escoamentos turbulentos de fluidos newtonianos em dutos. Serão propostos e simulados pela abordagem RANS quatro modelos, utilizando como solução do tensor de Reynolds dois tipos de métodos

com 2 equações de fechamento: $\kappa - \varepsilon$ o qual é uma modelagem clássica e $\kappa - \dot{\gamma}$ (ALVES, 2014).

Adicionalmente este trabalho visa implementar os modelos desenvolvidos por (THOMPSON, 2014) no software OpenFoam[®] em um escoamento unidimensional em geometria de dutos e verificar a efetividade dos resultados através do DNS obtido por (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) avaliando se a mesma tendência obtida por (MURAD, 2016) é retificada ou ratificada.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Com o intuito de embasamento e de entendimento maior sobre o tema será elaborada uma revisão bibliográfica dos principais conceitos referentes ao tema a ser desenvolvido e avaliado no presente trabalho.

2.1. Abordagens computacionais simulatórios (DNS, LES e RANS)

Em mecânica dos fluidos computacional é importante avaliar a acurácia do método de previsão fenomenológica do escoamento atrelada ao tempo e ao custo computacional da máquina utilizada. Estas duas variáveis são correlatas na maioria dos casos, isto é, quanto maior a acurácia e/ou complexidade do experimento maior o tempo computacional e consequentemente maior o custo.

Sabidamente no fenômeno da turbulência, seja em escoamentos com geometrias definidas quanto em escoamentos livres, as suas equações apresentam um caráter não linear tornando-o complexo (KUNDU, COHEN e DOWLING, 2012). O fenômeno da turbulência é difícil de ser previsto e possui sérias limitações neste quesito. Na natureza a maioria dos escoamentos encontrados apresentam caráter turbulento (CUI, 2016) o que na indústria de dutos submarinos ou terrestres não é diferente (STUCKENBRUCK, 2009) devido às suas características dos escoamentos (combinação entre velocidade e viscosidade cinemática dos fluidos com o diâmetro interno dos dutos). Os itens anteriormente citados compõem uma entidade denominada número de Reynolds (REYNOLDS, 1883) a qual é calculada multiplicando-se a velocidade axial (U) pelo diâmetro interno do tubo (D) e dividindo-se pela viscosidade dinâmica (ν), ou seja $\left(\frac{UD}{\nu}\right)$. Em escoamento de petróleo e derivados nos dutos terrestres, por exemplo, é comum se obter números de Reynolds na ordem de grandeza de 10.000 ou até mesmo 1.000.000, sendo que o limite para transição entre o regime laminar e turbulento em tubulações é no entorno de 2300 (STUCKENBRUCK, 2009).

Quando o foco da análise é o entendimento do fenômeno, a abordagem mais consagrada é a DNS (Direct Numerical Simulation) garantindo uma acurácia quase que de 100% na determinação do campo instantâneo de velocidades (MOLLIK, ROY e

SAHA, 2017). Este método possui a capacidade de resolver todas as escalas do escoamento turbulento e alinhado ao fato de possuir acurácia altíssima, seus resultados possuem status de experimento como em (MOLLIK, ROY e SAHA, 2017). O custo operacional em contrapartida é elevadíssimo restringindo sua utilização a geometrias simples e escoamentos a baixos Reynolds (BERNARDINI, PIROZZOLI e ORLANDI, 2014) pois se esta abordagem for aplicada a escoamentos turbulentos com geometrias complexas, necessitaria de um tempo elevado que fugiria da praticidade experimental plausível (BRITO, GUZMÁN, *et al.*, 2018).

Outra abordagem bastante utilizada com menor custo computacional que o DNS é a abordagem LES (Large Eddy Simulation). Ela é ideal para experimentos com geometria complexa nos quais necessita-se de uma grande acurácia ou com uma fenomenologia física mais robusta (LAKEHAL, 2018). Mesmo sendo uma alternativa que consome menor tempo de máquina que o DNS, a abordagem LES ainda assim possui tempos computacionais não plausíveis quando se desejam respostas rápidas e objetivas o que na indústria é fundamental para a tomada de decisões (AULERY, DUPUY, *et al.*, 2016). A abordagem RANS (Reynolds Average Navier Stokes) é a mais aproximada das três, pois só permite determinar grandezas médias temporais. No entanto, é bastante utilizada na indústria (RUIZ, KAISER, *et al.*, 2016) e (MIMOUNI, FLEAU e VINCENT, 2017), pois o conhecimento do comportamento médio no tempo, com muita frequência é o suficiente para análise de processos com custo acessível.

Para exemplificar, ao longo do desenvolvimento deste trabalho foi necessário desenvolver mais de 10^3 simulações em RANS com grandes variações de tempo a depender da complexidade dos modelos, das variáveis do programa, do número de Reynolds, entre outros fatores. Somando-se o tempo delas, pode-se dizer que foram gastas cerca de 10^3 ou 10^4 horas apenas com simulação fora outras atividades até mesmo mais importantes como a programação, análise de resíduos e interpretação física dos resultados. Estes dados exemplificam o porquê a metodologia DNS ou até mesmo LES são mais utilizadas em meios acadêmicos ou em casos em que a acurácia necessária ao processo industrial seja imprescindível (RUIZ, KAISER, *et al.*, 2016). Estes números foram obtidos com o computador Dell G3 15, processador Intel® Core i7, sistema operacional Ubuntu® 16.04.6 LTS, placa de vídeo NVIDIA® GTX 1050 Ti e memória RAM 16GB.

2.2. Escoamentos em dutos e em canais (placas paralelas)

Escoamentos de fluidos newtonianos tanto em dutos quanto entre placas paralelas são utilizados com intuito de previsão fenomenológica (XU, BBOSA, *et al.*, 2018) e validação de novos modelos (POPE, 2000) por conta da simplicidade geométrica, das possibilidades de simplificação nos equacionamentos bem como na possibilidade de validação mediante experimentos ou de cálculos empíricos consagrados (BRITO, GUZMÁN, *et al.*, 2018). Ambos os escoamentos (dutos e placas paralelas) possuem semelhanças no tocante ao equacionamento e condições de contorno fazendo com que as soluções também sejam similares (CHIN, MONTY e OOI, 2013). No escoamento turbulento em um canal o fluido escoar através do espaçamento entre as placas, $2h$, enquanto elas permanecem fixas. No caso permanente e plenamente desenvolvido o problema pode apresentar importantes simplificações.

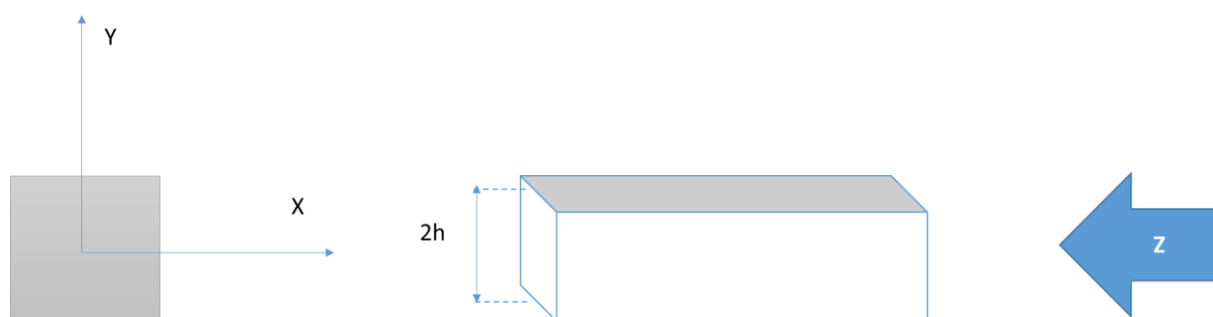


Figura 1 - Exemplo de escoamento placas paralelas

Da mesma forma, pode-se esquematizar um escoamento plenamente desenvolvido de fluido newtoniano em dutos. É importante diferenciar os escoamentos em dutos dos escoamentos em tubulação. Conforme as normas ASME B31.4 e ABNT NBR 15280-1:2017 é considerado duto, uma tubulação que interliga unidades em locais diferentes enquanto são considerados tubulação, tubos unidos que estão instalados dentro de uma mesma unidade. Como exemplo, uma união de tubos interligados contidos em um banheiro são tubulações. Uma união de tubos interligados que transportam água de uma represa e a levam até às casas são instalações dutoviárias. Na prática, estas características fazem com que em tubulações as perdas de carga localizadas sejam normalmente mais significativas que as generalizadas, fato contrário às instalações dutoviárias (SANTOS, 2016). No ponto de vista de geometria, dutos possuem normalmente diâmetros maiores

que tubulações internas em instalações por conta da natureza do transporte à qual o mesmo é concebido, principalmente por conta das vazões maiores empregadas e da necessidade de requisitos detalhados de segurança, controle e monitoramento do fluido transportado (STUCKENBRUCK, 2009), (XU, BBOSA, *et al.*, 2018) e (BAI e BAI, 2019). As instalações dutoviárias podem ser terrestres ou submarinas bem como podem ser utilizadas para transportar fluidos multifásicos e não-newtonianos (BRITO, GUZMÁN, *et al.*, 2018), (SIVAKUMAR, SIRCAR, *et al.*, 2018) e (GUO, CHEN, *et al.*, 2018). Com isso, em instalações dutoviárias, o escoamento plenamente desenvolvido é bastante investigado e explorado por ser um interesse da indústria e também por ser uma situação comum em operações (STUCKENBRUCK, 2009). Na análise fenomenológica, o regime permanente possui equacionamento semelhante em dutos e em tubulações e a comparação entre as grandezas da turbulência são normalizadas, permitindo assim uma universalização dos dados e comparação com os resultados (FOX, 1934).

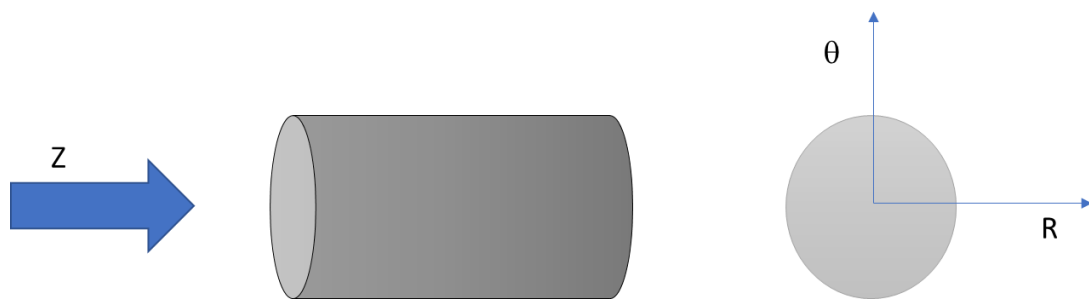


Figura 2 - Exemplo de escoamento em tubo

O escoamento de fluidos newtonianos (água e derivados líquidos de petróleo por exemplo) ao longo de grandes tubulações (dutos), é frequentemente resolvido adotando as seguintes premissas:

- Massa específica e viscosidade constantes;
- Regime permanente;
- Hidrodinamicamente desenvolvido;
- Gradiente de pressão constante ao longo da direção do comprimento;

O escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido em dutos é referenciado na academia como o escoamento de Hagen-Poiseuille. No caso de placas paralelas recebe o nome de escoamento de Couette. Nestes casos, o escoamento é uni-dimensional e o perfil analítico é facilmente obtido. No caso de escoamento turbulento, também é possível utilizar as hipóteses listadas acima para a determinação do escoamento médio

temporal. Porém, a solução analítica depende de um modelo de turbulência para o tensor de Reynolds.

2.3. Escoamentos Turbulentos em Dutos

O escoamento de fluidos newtonianos através de dutos terrestres possui um caráter mais viscométrico do que extensional quando o mesmo encontra-se em regime permanente (STUCKENBRUCK, 2009). Quando o escoamento está em regime permanente e turbulento, a rugosidade da tubulação se torna importante no cálculo dos parâmetros de escoamento. Quando a rugosidade efetiva na tubulação é superior à espessura da camada limite o duto é classificado como hidraulicamente rugoso. Do contrário, o duto é classificado como hidraulicamente liso. Esta definição é importante no que tange a escolha da equação adequada na literatura para cálculo do fator de atrito através do número de Reynolds. Em escoamentos laminares, o fator de atrito é definido por uma expressão dependente apenas do número de Reynolds ($64/Re$). Estes escoamentos são conhecidos como escoamentos de Hagen-Poiseuille (STUCKENBRUCK, 2009).

Independente do tipo de escoamento, quando o mesmo se encontra em regime permanente é possível relacionar o fator de atrito com a tensão de cisalhamento na parede e com o diferencial de pressão ao longo da direção do escoamento, conhecida como equação de Shames:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} = \frac{2D}{\rho V^2} \left(\frac{dp}{dx} \right) = F(Re, \frac{\epsilon}{D}) \quad (1)$$

Onde f é o fator de arraste de Darcy-Weisbach, τ_w é a tensão de cisalhamento na parede do duto, ρ é a massa específica do fluido e V é a velocidade. Ou seja, o fator de Darcy é uma função do número de Reynolds e da rugosidade relativa (espessura/diâmetro).

Como abordado em tópicos anteriores, instalações dutoviárias possuem comprimentos elevados e normalmente são dimensionados para ter o máximo de economicidade (considerando custos operacionais e de investimento). Com isso é comum o emprego de elevadas vazões e consequentemente elevadas velocidades de escoamento. Assim é possível concluir que é comum a obtenção de escoamento turbulento no regime

permanente principalmente em fluidos newtonianos. Por exemplo, em escoamento de água é comum a utilização de velocidades próximas a 4 ou 5 m/s (STUCKENBRUCK, 2009) e 1,5 a 2 m/s em escoamento de petróleo com baixas viscosidades (STUCKENBRUCK, 2009). Em escoamentos dutoviários terrestres de petróleo e derivados com altas viscosidades (normalmente superiores a 200 cSt, a depender do diâmetro nominal e da temperatura do escoamento) é comum a ocorrência de escoamento laminar. Estes dados são valores típicos de transporte dutoviário terrestre. Devido à necessidade de atendimento de mercado em alguns casos pode ocorrer de um duto terrestre transportar mais de um fluido newtoniano (derivados de petróleo distintos). Em muitas ocasiões, por conta da janela operacional, o envio de produtos precisa ocorrer em sequência. Ou seja, é necessário enviar um volume de um determinado derivado e logo em seguida outro. Na linguagem operacional, este volume (que normalmente é um valor típico estipulado) é denominado batelada. O duto que transporta mais de um produto é denominado poliduto. Em polidutos é comum a preferência por escoamentos turbulentos, uma vez que devido ao perfil transversal de velocidade existe uma menor geração de interface (termo utilizado quando um produto contido em uma batelada intersecciona o produto de outra) (SANTOS, 2016). É possível perceber esta constatação mediante figuras citadas abaixo:

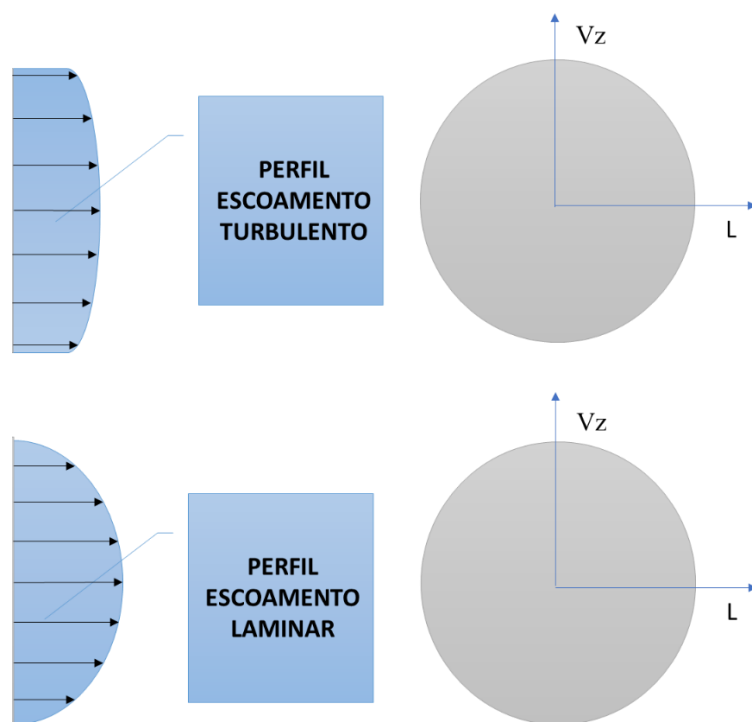


Figura 3 - Perfil Velocidade Transversal Escoamento Turbulento

Em escoamentos turbulentos dutoviários, é comum a obtenção de um perfil próximo à parede de um tubo similar ao indicado na figura a seguir:

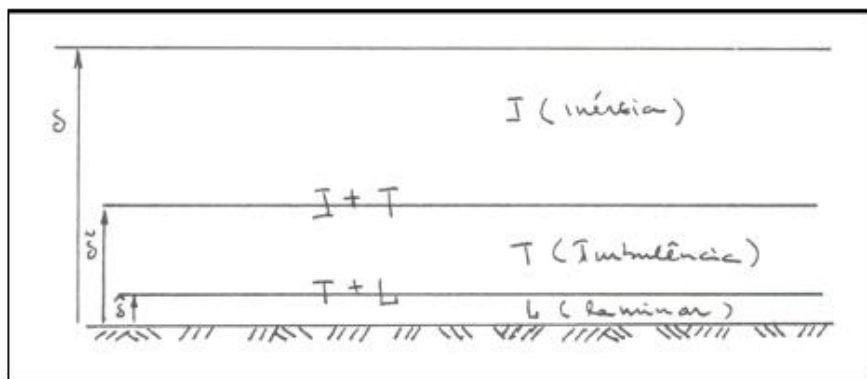


Figura 4 - Camada Limite Turbulenta na parede de duto (FREIRE, 1990)

A região mais próxima à parede do duto (na figura anterior possui a letra L) é chamada de região laminar tendo as forças viscosas como principais agentes atuantes e sua espessura normalmente é cerca de 1% da espessura total da camada limite (FREIRE, 1990).

A segunda região (na figura anterior possui a letra T) compreende a primeira citada anteriormente e corresponde a cerca de 20% da espessura total da camada limite. Normalmente é chamada como buffer zone ou camada tampão. Nesta região os esforços de inércia são da mesma ordem de grandeza que os turbulentos.

A última região da figura anterior (representada pela letra I) os termos de inércia possuem uma ordem de grandeza superior às outras forças existentes (viscosa e turbulenta). É comum esta região constituir 80% da espessura total da camada (LUMLEY, 1973) e (FREIRE, 1990).

2.4. Fundamentos da Turbulência nos Fluidos

A turbulência é um fenômeno presente em muitas situações do dia-a-dia. São exemplos deste fenômeno uma fumaça de cigarro gerando estruturas toroidais e desestabilizando-se tridimensionalmente ou o escoamento turbulento no interior dos pulmões acelerando a difusão de oxigênio facilitando assim a absorção. Uma característica importante da turbulência é a característica difusiva que a acompanha. Na

atmosfera terrestre, os gases poluentes são dispersos pelo movimento turbulento atmosférico (WANG e ZHANG, 2013), (AYADI, NASRAOUI, *et al.*, 2018) e (CUI, 2016).

Os escoamentos turbulentos são instáveis e contém flutuações que são dependentes do tempo e do espaço. Escoamentos turbulentos possuem uma multiplicidade de escalas desde as maiores escalas que são controladas pela geometria que as geram até as menores escalas que são controladas pela viscosidade do fluido além de serem altamente rotacionais (NETO, 2002).

Neste tipo de escoamento, as pequenas perturbações são ampliadas gerando instabilidades que ocasionam transição entre regimes. Para entendimento completo da transição é necessário realizar uma análise do processo não linear de amplificação de perturbações (NETO, 2002).

Como mencionado anteriormente, o escoamento turbulento possui diversas escalas. Baseando-se neste conceito é importante citar a escala dissipativa de kolmogorov onde turbilhões com tamanhos menores que a escala dissipativa não podem se desenvolver porque estariam na região do escoamento onde os efeitos viscosos dominam os efeitos de inércia (KOLMOGOROV, 1941). O valor que define a escala mínima (l_d) para que os pequenos turbilhões sejam dissipados é definido por uma expressão que depende da viscosidade do fluido (ν) e da dissipação da energia cinética (ϵ):

$$l_d = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2)$$

Como já referenciado neste capítulo, as grandes escalas são controladas pela geometria que as geram e por conta disso pode-se considerar como exemplo destas escalas o diâmetro do tubo que o escoamento ocorre ou o espaçamento entre placas paralelas. A relação entre as menores e maiores escalas é feita através do número de Reynolds (verificar tópico 2.1).

Sendo as escalas de kolmogorov as menores escalas que podem ocorrer em um escoamento turbulento, existe a possibilidade delas sofrerem influência das escalas moleculares. Segundo Lesieur (LESIEUR, 1994), a escala característica molecular seria definida através de uma relação entre a viscosidade cinemática e a velocidade do som. Com isso, Lesieur concluiu que a escala característica molecular (ou livre caminho

molecular, como é comumente conhecido) é sempre muito menor que a escala dissipativa de kolmogorov desde que a relação entre a velocidade do fluido e a velocidade do som (relação comumente conhecida como número de Mach) não seja maior que 15. Escoamentos turbulentos de fluidos newtonianos (água, petróleo, derivados de petróleo) em dutos possuem esta relação inferior a 15.

Pode-se caracterizar a turbulência pelos seguintes aspectos:

- Difusivo: A turbulência aumenta a difusão do escoamento fazendo com que partículas de fluido possam se deslocar mais rápido;
- Tridimensional e rotacional: No caminho da transição à turbulência propriamente dita, as instabilidades geradas acarretam em movimentos rotacionais e tridimensionais;
- Dissipativo: Existe uma transformação grande de energia cinética em térmica sendo necessário uma manutenção contínua de energia cinética para ocorrer a turbulência;
- Contínuo: As menores escalas da turbulência são obtidas através do cálculo da escala dissipativa de Kolmogorov e (para escoamentos com número de Mach < 15) são maiores que as escalas moleculares fazendo com que hipóteses da mecânica do contínuo sejam válidas;
- Impredizível: Segundo (NETO, 2002), a turbulência se torna um fenômeno difícil de prever por conta das imperfeições nos modelos matemáticos, nos métodos de solução das equações e nas imprecisões nos sistemas de medidas;
- Altos Números de Reynolds (em turbulência elástica isto pode não ser uma verdade): Como em escoamentos turbulentos os termos de inércia são mais significativos, é evidente que números de Reynolds altos são esperados e as não-linearidades funcionam no sentido de ampliar as perturbações. É possível calcular os graus de liberdade através do número de Reynolds e através da razão entre as escalas [escala macro (L)/escala de kolmogorov (lk)]:

$$\text{Graus Liberdade} = \left(\frac{L}{l_k}\right)^3 = Re^{\frac{9}{4}} \quad (3)$$

Assim, é possível verificar que escoamentos turbulentos possuem altos números de Reynolds e possuem diversos graus de liberdade ou escalas.

Mediante as definições anteriores é possível afirmar que o fenômeno da turbulência é prediscível e determinístico. Todavia devido à falta de capacidade de se fornecer com 100% de certeza as condições iniciais do fenômeno, aos métodos existentes para solução das equações governantes e recursos computacionais é possível entender que o fenômeno também possui um pouco de imprevisibilidade.

As instabilidades existentes no escoamento de transição foram classificadas por (SCHLICHTING, 1968) conforme esquema mostrado na figura abaixo:

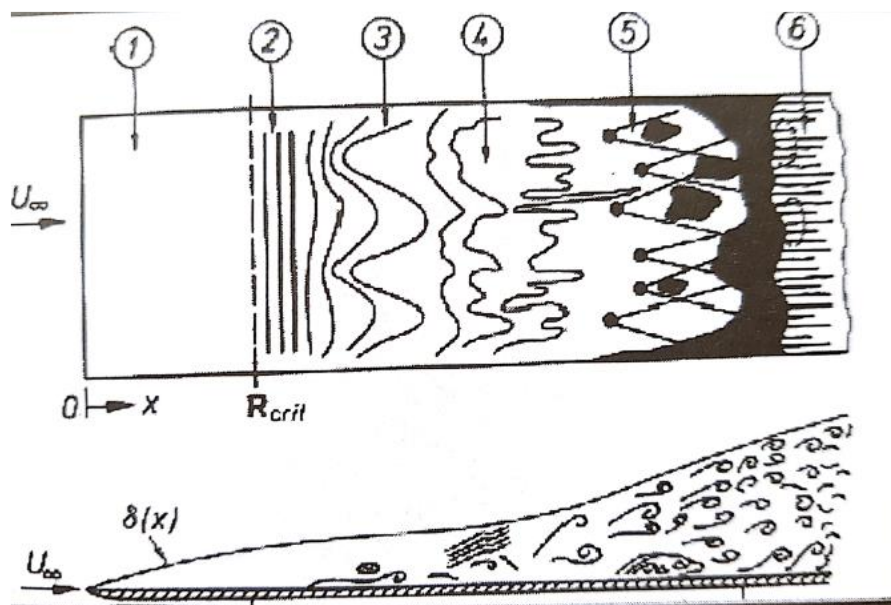


Figura 5 - Etapas de transição da Turbulência (SCHLICHTING, 1968)

Conforme a figura anterior, para um escoamento entre placas paralelas foram definidas as seguintes etapas de transição (SCHLICHTING, 1968):

- Fase 01: Escoamento laminar;
- Fase 02: Formação das primeiras instabilidades denominadas ondas de Tollmien-Schlichting;
- Fase 03: Oscilação das ondas na direção transversal à placa dando origem às instabilidades conhecidas como grampo de cabelo;
- Fase 04: Início dos *bursts* turbulentos a partir dos grampos de cabelo originando estruturas com transportes violentos de matéria da parede para o interior da camada limite;
- Fase 05: Reorganização das estruturas turbulentas em formato de spots;
- Fase 06: Escoamento totalmente turbulento;

Para equacionamento da turbulência seja em dutos ou em placas paralelas, divide-se as grandezas envolvidas em partes médias e em flutuações.

Mediante uso das equações da continuidade e das equações de Navier-Stokes em escoamentos viscométricos de fluidos newtonianos:

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \quad (4)$$

$$P = \bar{P} + p \quad (5)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = \frac{\partial (\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial (\bar{U}_i + u_i)}{\partial t} + (\bar{U}_j + u_j) \frac{\partial (\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{P} + p)}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 (\bar{U}_i + u_i)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\rho \overline{u_i u_j} - \bar{P} \delta_{ij} + \nu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (8)$$

Nas equações acima, U_i é a velocidade do escoamento e P a pressão sendo que ambas são divididas em partes referentes ao escoamento médio ($\bar{U}$ e $\bar{P}$) e à parte turbulenta (u_i e p). Compõem as equações acima, a viscosidade (ν) e a massa específica (ρ). A equação 7 representa a versão final reescrita após a passagem da média.

Como já mencionado, com a utilização de média de Reynolds (média temporal), as diversas escalas não são resolvidas e somente o comportamento médio temporal do escoamento é determinado. Com este enfoque, é possível simplificar significativamente as equações de conservação do movimento, permitindo a introdução de hipóteses de regime permanente, uni-dimensional, entre outras. Ao utilizar esta abordagem, surge uma grandeza nova, denominada Tensor de Reynolds ($-\rho \overline{u_i u_j}$) (que será abordado com mais detalhes no capítulo 3). A equação no regime turbulento passa a ter mais incógnitas do que equações disponíveis fazendo com que seja necessário providenciar novas equações que também relacionem as grandezas médias com as instantâneas. Comumente esta obtenção de novas equações é conhecida como Problema de Fechamento. Existe uma grande gama de formas para modelar o Tensor de Reynolds, como por exemplo modelagem direta do tensor, a qual pode ser diferencial ou algébrica, modelagem baseada na hipótese de Boussinesq (BOUSSINESQ, 1877), modelagem não linear (NLEVM, por exemplo), entre outras.

A modelagem baseada na hipótese de Boussinesq consiste em utilizar uma analogia com a tensão viscosa para determinar a tensão turbulenta e considerando o fenômeno de transferência de quantidade de movimento molecular e turbulento se processem de forma análoga. Com isso é introduzido o termo viscosidade turbulenta que é fenomenológico, não tendo uma base matemática. Ou seja:

$$\overline{u_i u_j} = \nu_T \left(\frac{d\overline{U_i}}{dx_j} + \frac{d\overline{U_j}}{dx_i} \right) \quad (9)$$

Como demonstrado na equação anterior o termo $\overline{u_i u_j}$ é o termo que representa o tensor de Reynolds, ν_T é a viscosidade turbulenta e $\left(\frac{d\overline{U_i}}{dx_j} + \frac{d\overline{U_j}}{dx_i} \right)$ é o termo que representa o tensor deformação.

Com isso é empregada uma analogia da viscosidade molecular com a turbulenta onde a mesma pode ser determinada em função de uma velocidade e comprimento caraterísticos, ν_c e l_c , respectivamente; esta formatação permite a solução igualando a viscosidade turbulenta com o produto das variáveis características informadas anteriormente.

$$\nu_T = l_c \cdot \nu_c \quad (10)$$

A depender da quantidade de equações utilizadas para descrever ν_T pode-se realizar a classificação:

- Zero-equação: Emprego de algum valor conhecido para a viscosidade turbulenta ou alguma forma algébrica;
- Uma equação: Existem modelos baseados no uso de uma equação diferencial para determinar a velocidade característica, a qual frequentemente é proporcional a energia cinética turbulenta $\nu_c = \sqrt{k}$ juntamente com uma equação algébrica para determinar o comprimento equivalente. Outros Utilizam os conceitos de comprimento de escala de Kolmogorov (l_c) e a partir do mesmo calculam a velocidade característica mediante equacionamento diferencial parcial (ν_c). Assim sendo a viscosidade turbulenta seria obtida por meio de uma equação diferencial (SPALART e ALLMARAS, 1992);
- Duas equações: São utilizadas duas equações diferenciais para estimar tanto a velocidade característica ($u_c = \sqrt{k}$) quanto o comprimento característico $l_c =$

$\kappa^{\frac{3}{2}}\varepsilon^{-1}$, por exemplo, sendo este método conhecido como $\kappa - \varepsilon$ justamente por ter uma equação diferencial para κ (energia cinética) e outra para ε (dissipação da energia cinética) (JONES e LAUNDER, 1972). Existem outros modelos utilizando também duas equações diferenciais como por exemplo o que em vez de utilizar ε utiliza a taxa específica de dissipação (ω) (WILCOX, 2008);

2.5. Fluidos Não-Newtonianos

Em Mecânica dos Fluidos é comum a classificação de um fluido baseando-se em suas propriedades físicas e características de escoamento. Pode-se dizer que um fluido classificado como Newtoniano possui uma relação entre tensão cisalhante (τ) e taxa de deformação ($\frac{du}{dy}$), tendo como elemento de proporção a viscosidade (μ)

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (11)$$

Através do teorema de Caley-Hamilton (THOMPSON e DE SOUZA MENDES, 2005), é possível escrever o tensor tensão como uma função do tensor deformação. Normalmente, utilizam-se as propriedades do fluido newtoniano para encontrar equações constitutivas do tensor tensão de fluidos newtonianos em escoamento laminar (hipótese de Stokes). Dentre as hipóteses utilizadas pode-se citar:

- Relação linear entre o tensor tensão e o tensor deformação;
- Consideração do fluido newtoniano como sendo uma substância pura (permitindo a definição do estado através de apenas 2 propriedades termodinâmicas);
- Relação linear entre o calor transferido e o gradiente de temperatura (fluido de Fourier) sendo esta consideração não ter relação direta com o equacionamento da tensão;

Estas considerações simplificam e determinam a expressão do tensor tensão possibilitando o equacionamento das equações de movimento. Fluidos que não possuem esta linearidade entre a tensão e a taxa de deformação, são chamados de não-newtonianos. Diferentemente das propriedades específicas dos newtonianos, este outro grupo possui diferentes tipos e características as quais serão citadas a seguir.

A primeira classificação a ser citada será a da viscosidade ser dependente da taxa de deformação através de um modelo equacional de fluido newtoniano generalizado (tensor tensão proporcional ao tensor deformação). Neste tipo de comportamento, destacam-se o shear-thickening ou reopessante (viscosidade aumenta com aumento da taxa de deformação) e shear-thinning ou pseudoplástico (viscosidade diminui com aumento da taxa de deformação) (THOMPSON e SOARES, 2016).

A segunda classificação utilizada é para fluidos dependentes do tipo de escoamento dividindo o escoamento em viscométrico ou extensional. No primeiro, o fluido apresenta um caráter isotrópico com deformações e o tensor tensão composto por elementos componentes complementares (pois um esticamento em uma direção principal provoca uma compressão nas demais). Um mesmo fluido pode nesta abordagem possuir duas viscosidades devido a características diferentes de escoamento. Normalmente fluidos quando passam por válvulas ou reduções se estendem nas direções principais acarretando em esticamentos e contrações nas direções principais enquanto que escoamentos desenvolvidos em dutos ou canais apresentam caráter viscométrico (THOMPSON e MONPEAN, 2010).

A terceira classificação utilizada é para fluidos que apresentam um caráter plástico com uma tensão de cedência representando um limite de escoamento onde aplicações de tensões abaixo deste limite não possuem taxas de deformação de tensão e acima dele o corpo deforma proporcionalmente à taxa de deformação, apresentando um caráter plástico. O material mais famoso com estas características é o de Bingham (THOMPSON e SOARES, 2016)

A quarta classificação utilizada engloba fluidos que apresentam características elásticas em série com características viscosas, ou seja, o fluido apresenta efeito de memória. O modelo mais utilizado é de Maxwell onde reologicamente associa-se em série um módulo de elasticidade Hookeano com um elemento viscoso. Normalmente este modelo é compatível com aplicação de polímeros redutores de arrasto em escoamento dutoviário (THOMPSON, 2014):

Com isto fica evidente que a taxa de deformação total depende da taxa de aplicação da tensão e da tensão aplicada. O termo acompanhante da taxa de variação da tensão é comumente chamado de tempo de relaxação e indica se o fluido apresentará um caráter mais elástico ou mais viscoso. Altos tempos de relaxação indicam viscosidade

elevada e conseqüentemente um fluido com caráter mais viscoso e baixos tempos de relaxação indicam um caráter mais elástico.

2.6. Mecânica do Contínuo

Em mecânica dos fluidos é comum a utilização da abordagem RANS para solução das equações de fechamento e a determinação de uma grandeza comumente chamada de viscosidade turbulenta. Esta grandeza foi pela primeira vez citada por (BOUSSINESQ, 1877) onde ele considerou o tensor de Reynolds proporcional ao gradiente de velocidade e conseqüentemente o tensor deformação.

Na mecânica do contínuo é comum dividir o gradiente de velocidades em partes de interesse para facilitar o cálculo ou até mesmo para possibilitar uma maior compreensão fenomenológica (TRUESDALL, 1964). Um tensor pode ser comumente desmembrado ou separado em uma parte esférica e outra deviatórica, técnica muito utilizada em mecânica dos fluidos (o número em negrito **1** representa a matriz identidade):

$$\mathbf{A} = -\overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'} + \left[\frac{1}{3} \text{tr}(-\overline{\mathbf{v}'\mathbf{v}'}) \right] \mathbf{1} \quad (12)$$

O primeiro termo (**A**) representa um tensor de segunda ordem deviatórico indicando que é composto por uma parte contendo a soma dos elementos da diagonal principal nula e outra contendo somente os elementos da diagonal principal (esférica). Normalmente, pela hipótese de Boussinesq (BOUSSINESQ, 1877) iguala-se esta expressão com 2 vezes a viscosidade turbulenta multiplicado pela parte simétrica do gradiente de velocidades.

Outra divisão muito comum em mecânica dos fluidos e do contínuo é dividir um tensor na parte simétrica e antissimétrica tal como descrito na equação abaixo:

$$\mathbf{L} = \nabla^T \mathbf{V} = 0,5 * (\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) + 0,5 * (\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (13)$$

O termo $0,5(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T)$ é chamado de **S** e $0,5(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T)$ é chamado de **W** e **L** é o gradiente de velocidades transposto. O tensor **S** é comumente chamado de taxa-de-deformação e por definição é simétrico e o tensor **W** constitui o termo antissimétrico. Como divisão do gradiente de velocidades, o tensor **S** representa a taxa de esticamento e de deformação angular dos filamentos fluidos materiais enquanto o tensor **W** representa a taxa de rotação média de dois filamentos mutuamente ortogonais.

Conforme abordado anteriormente, existem na mecânica do contínuo clássica duas decomposições. Serão abordadas novas decomposições motivadas pela investigação na área de estudos sobre a identificação de vórtices (THOMPSON, 2014). Para facilitar a compreensão os tensores de segunda ordem serão representados por letras maiúsculas em negrito.

Com intuito de preservação da invariância euclidiana em relação a diferentes sistemas referenciais, é importante inserir um conceito de decomposição de um tensor $\mathbf{G}$ em outro tensor $\mathbf{F}$. Ao fazer esta atividade, obtêm-se a projeção de $\mathbf{G}$ em $\mathbf{F}$ obtendo-se a seguinte expressão (THOMPSON, 2014):

$$\mathbf{G} = \mathbf{P}_G^F + \bar{\mathbf{P}}_G^F \quad (14)$$

Na equação acima, $\mathbf{P}$ é a projeção da parte coaxial de $\mathbf{G}$ em $\mathbf{F}$ e $\bar{\mathbf{P}}$ representa a projeção ortogonal de $\mathbf{G}$ em $\mathbf{F}$. Para ser válida esta expressão, o módulo da projeção coaxial e da ortogonal precisam ser inferiores ao módulo de $\mathbf{G}$ além de existir pelo menos um sistema de coordenadas onde uma das coordenadas de $\mathbf{G}$ seja nula em relação às projeções ortogonais e coaxiais (THOMPSON, 2014).

Conceitualmente a coaxialidade de dois tensores é assegurada “se e somente se todos os autovetores de um tensor pertencer ao conjunto formado por todos os autovetores do outro tensor”.

Conceitualmente a ortogonalidade entre dois tensores é assegurada se o produto interno entre eles for zero, garantindo também que as dimensões componentes do tensor sejam todas linearmente independentes.

Em outro trabalho Thompson (THOMPSON, 2008) propõe dois tipos de decomposição que obedecem aos preceitos acima uma proporcional-ortogonal dada por:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_F + \bar{\mathbf{G}}_F = \frac{\mathbf{G}:\mathbf{F}}{\mathbf{F}:\mathbf{F}} \mathbf{F} + \frac{(\mathbf{F}:\mathbf{F})\mathbf{G} - (\mathbf{G}:\mathbf{F})\mathbf{F}}{\mathbf{F}:\mathbf{F}} \quad (15)$$

Com a equação exposta acima, pode-se perceber o conceito de projeção ortogonal e coaxial sendo aplicado para tensores simétricos (THOMPSON, 2008).

Outra denominada por decomposição em fase e em-fora-de-fase (THOMPSON, 2008) definida como:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_F + \bar{\mathbf{G}}_F = \mathbf{1}^{FF}:\mathbf{G} + (\mathbf{1}^{\delta\delta} - \mathbf{1}^{FF}):\mathbf{G} \quad (16)$$

Onde **1** seria um tensor identidade de quarta ordem onde o índice superior **F** indica um tensor formado pelos autovetores de **F** nas diagonais principais enquanto os índices superiores a δ representam um tensor de quarta ordem que mapeia um de segunda ordem nele mesmo (THOMPSON, 2008).

“As primeiras parcelas destas decomposições (proporcional-ortogonal e em-fase-em-fora-de-fase) podem ser interpretadas como as projeções do tensor **G** em dois subespaços tensoriais definidos por **F**: o primeiro seria o subespaço dos tensores proporcionais a **F** (ortogonal-proporcional) e o segundo seria o subespaço dos tensores com mesmos autovetores de **F** (em-fase-fora-de-fase)” (THOMPSON, 2014). Com estas definições é possível compreender que os termos proporcionais a **F** estão contidos nos tensores que possuem os mesmos autovetores de **F**. Assim, pode-se considerar:

$$\mathbf{G}:\mathbf{F} = \mathbf{G}_F:\mathbf{F} = \phi_G^F:\mathbf{F} \quad (17)$$

2.6.1. Conceito de Objetividade

O conceito etimológico da palavra objetividade indica algo ou alguém externo à consciência e ou independente de preferências pessoais/individuais. Em mecânica do contínuo existem duas formas de objetividade, a euclidiana e a galileana (ASTARITA, 1979).

Como exemplo de invariância galileana, utiliza-se a seguinte expressão para o vetor posição:

$$\hat{x} = \mathbf{Q}.x + g.t + h \quad (18)$$

Q representa uma matriz ortogonal fixa sem variar com o tempo indicando um elemento que foi *girado* enquanto $g.t+h$ representa um elemento *transladado* no tempo. Assim um vetor posição de uma partícula dito invariante sob o ponto de visto galileano indica um observador em um sistema de coordenadas girado e transladado ao da partícula consegue observar a mesma propriedade (THOMPSON, 2008).

Outra invariância ou objetividade normalmente empregada é a euclidiana a qual é comumente empregada através do seguinte equacionamento:

$$\hat{x} = \mathbf{Q}(t).x + c(t) \quad (19)$$

Conforme a equação anterior a matriz ortogonal $\mathbf{Q}$ varia com o tempo enquanto o vetor $\mathbf{c}$ também varia com o tempo consequentemente indicando que o referencial da partícula está *girando* e *transladando* garantindo assim uma invariância de observador mais “completa” que a anterior (THOMPSON, 2008).

Diversos autores consideram a invariância galileana (JEONG e HUSSAIN, 1995) tais como Jeong e Hussein e Chakraborty (CHAKRABORTY, BALACHANDAR e ADRIAN, 2005). Outros como Astarita (ASTARITA, 1979), Thompson e de Souza Mendes (THOMPSON e DE SOUZA MENDES, 2005), Haller (HALLER, 2005) e Thompson (THOMPSON, 2008) são mais restritos e apenas consideram a invariância euclidiana.

Astarita (ASTARITA, 1979) adotou o conceito de vorticidade efetiva onde ele “tira” a não-objetividade deste tensor. Os trabalhos de Tabor e Keppler (TABBOR e KLAPPER, 1994), Hua e Klein (HUA e KLEIN, 1998), Lapeyre (LAPEYRE, KLEIN e HUA, 1999), Klein (KLEIN, HUA e LAPEYRE, 2000) entre outros utilizaram propriedades objetivas euclidianas em suas análises. Consequentemente o tensor gradiente de velocidades transposto também não é objetivo. O tensor taxa de deformação (linear e angular) é objetivo.

O tensor de Reynolds por exemplo é objetivo euclideanamente como mostrado por Speziale (SPEZIALE, 1979), discutido por Hamba (HAMBA, 2006) e detalhado por Dafalias (DAFALIAS, 2013). Thompson (THOMPSON, 2014) realizou um procedimento para separar a não-objetividade do tensor vorticidade tornando-o objetivo:

$$\bar{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \boldsymbol{\Omega}^S \quad (20)$$

Onde $\mathbf{W}$ é o tensor vorticidade obtido através de derivadas espaciais e o outro elemento ($\boldsymbol{\Omega}$) é a taxa de rotação dos autovetores do tensor deformação ($\mathbf{S}$) obtido através de derivadas espaciais segundas.

2.6.2. Derivada Contravariante

Dentre tantos conceitos matemáticos introdutórios existe um que não pode ser negligenciado: derivada temporal. É evidente que na equação de quantidade de movimento da partícula em escoamentos laminares e turbulentos é necessário a utilização

de derivadas temporais. Como já foi citado anteriormente, em escoamentos turbulentos é fundamental a utilização de termos objetivos para um melhor equacionamento e para garantia de propriedades. Truesdell e Noll (TRUEDELLE e NOLL, 1965) utilizaram conceitos de Oldroyd (OLDROYD, 1950) de identificar que a derivada material aplicada em um tensor objetivo euclideanamente perde esta propriedade. Por conta deste fato, ambos propuseram derivadas temporais que levam em consideração o referencial da partícula que está girando e transladando.

O operador derivada covariante seria representado pelo símbolo de triângulo com a ponta virada para cima:

$$(\triangle)^\Delta = \frac{D(\triangle)}{Dt} + (\triangle) \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot (\triangle) \quad (21)$$

Na expressão anterior L representa o tensor gradiente de velocidades transposto e os parênteses indicam o tensor que sofrerá uma derivada covariante. O termo com o triângulo sobrescrito na parte superior é a derivada covariante. O resultado é um tensor final objetivo euclideanamente. Utilizando a mesma nomenclatura, pode-se determinar a derivada temporal contravariante (com triângulo de ponta para baixo):

$$(\triangle)^\nabla = \frac{D(\triangle)}{Dt} - \mathbf{L} \cdot (\triangle) - (\triangle) \cdot \mathbf{L}^T \quad (22)$$

A derivada mantendo a mesma nomenclatura porém com um círculo na parte superior sobrescrito é a derivada corrotacional:

$$(\triangle)^\circ = \frac{D(\triangle)}{Dt} + (\triangle) \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot (\triangle) \quad (23)$$

Onde W representa o tensor vorticidade. Com isto representações de vetores objetivos poderiam ser representados através de derivadas temporais.

Conforme Thompson (THOMPSON, 2014) a questão seria generalizar a ideia de trajetória de uma partícula. Com isto, através do conceito de decomposição em fase e fora de fase pode-se dividir um tensor em uma parte em fase (representada pela derivada covariante de deformação tangencial) e fora de fase (representada pela derivada covariante normal) ambas obviamente aplicadas ao tensor deformação:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{1}^{SS} : \dot{\mathbf{S}} + (\mathbf{1}^{\delta\delta} - \mathbf{1}^{SS}) : \dot{\mathbf{S}} = \check{\mathbf{S}} + \boldsymbol{\Omega}^S \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega}^S \quad (24)$$

$$\check{\mathbf{S}} = \frac{D(\mathbf{S})}{Dt} \text{ autovalores}; \boldsymbol{\Omega}^S \cdot \mathbf{S} - \mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega}^S = \left(\frac{D\mathbf{S}}{Dt} \right) \text{ autovetores} \quad (25)$$

Onde (DS/Dt) autovetores significa a derivada material de $\mathbf{S}$ mantidos os autovetores fixos e (DS/Dt) autovalores significa a derivada material de $\mathbf{S}$ mantidos os autovalores fixos. Conforme a sequência descrita abaixo:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{S} = \mathbf{1}^{SS} : (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{S}) + (\mathbf{1}^{\delta\delta} - \mathbf{1}^{SS}) : (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{S}) \quad (26)$$

Sendo:

$$\mathbf{1}^{SS} : (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{S}) = 2\mathbf{S}^2 \quad (27)$$

$$(\mathbf{1}^{\delta\delta} - \mathbf{1}^{SS}) : (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} + \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{S}) = \mathbf{S} \cdot \mathbf{W} - \mathbf{W} \cdot \mathbf{S} \quad (28)$$

Através destes resultados anteriores é possível escrever a derivada convectada covariante somando-se os resultados:

$$\mathbf{1}^{SS} : \mathbf{M} = \check{\mathbf{S}} + 2\mathbf{S}^2 \quad (29)$$

$$(\mathbf{1}^{\delta\delta} - \mathbf{1}^{SS}) : \mathbf{M} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{S} \quad (30)$$

Obtendo-se o resultado para a derivada convectada:

$$\mathbf{M} = \check{\mathbf{S}} + 2\mathbf{S}^2 + \mathbf{S} \cdot \mathbf{W}^* - \mathbf{W}^* \cdot \mathbf{S} \quad (31)$$

Assim a derivada covariante convectada pode ser escrita somente com tensores sob a objetividade euclidiana. Foi possível também encontrar um tensor vorticidade efetivo e objetivo ($\bar{\mathbf{W}}$). O termo composto apenas por $\mathbf{S}$ (tensor deformação) é a parte de $\mathbf{M}$ em fase com $\mathbf{S}$, ou seja, a que corrobora a tendência de trajetória de $\mathbf{S}$. O termo formado por $\bar{\mathbf{W}}$ é a fora de fase e que “desafia” a tendência de $\mathbf{S}$.

2.6.3. Modelos Lineares e Não-Lineares

Como visto em tópicos anteriores, a turbulência normalmente é calculada através do Tensor de Reynolds em função de uma grandeza denominada viscosidade turbulenta obtendo assim uma relação linear. Esta proposta foi desenvolvida por Boussinesq em 1877. Ao longo de várias análises realizadas nos últimos anos, constata-se que esta hipótese é bastante simplória principalmente no tocante a não identificação de contribuição das tensões principais que existem no escoamento viscométrico. Ao utilizar a hipótese de Boussinesq, admite-se que a parte deviatórica do tensor de Reynolds possui uma relação linear com o gradiente de velocidades e consequentemente que as tensões cisalhantes unicamente teriam contribuição na geração do campo de velocidade médio.

Por conta destes erros intrínsecos à hipótese de Boussinesq, foram desenvolvidas alternativas que tentam diminuir este erro. Uma das abordagens desenvolvidas é a Non-Linear Eddy Viscosity Models (NLEVM) ou abordagem de Modelos Viscométricos Não Lineares tendo como um dos ícones principais o trabalho desenvolvido por Gatski e Joegen (GATSKI e JOEGEN, 2000). Outra abordagem normalmente também utilizada é a ARSM (Algebraic Reynolds Stress Model) que consiste em obter relações algébricas com variáveis conhecidas e relacioná-las com o tensor de Reynolds e um dos principais ícones é o trabalho desenvolvido por Wallin e Johansson (WALLIN e JOHANSSON, 2000). O conceito principal destas abordagens é a expansão da hipótese de Boussinesq deixando de utilizar apenas o tensor taxa de deformação e passando a utilizar outros tensores na base de comparação. Em relação a hipóteses de expansão do tensor de Reynolds, diversos trabalhos podem ser citados como norteadores e que servem de base neste assunto: Rodi (RODI, 1976), Gatzki e Wallin (GATSKI e WALLIN, 2004), Hamba (HAMBA, 2006), Thompson e Monpean (THOMPSON e MONPEAN, 2010) e Thompson (THOMPSON, 2014). Todos estes modelos apresentaram fundamentação na Assumpção do Equilíbrio Fraco ou Weak Equilibrium Assumption (WEA) à qual cria hipóteses que torna possível a simplificação na equação de Navier-Stokes a ponto de desenvolver o tensor de Reynolds de forma explícita em função de outros tensores.

Capítulo 3

Metodologia

O principal objetivo do presente trabalho é realizar uma análise a posteriori do desempenho dos modelos de propostos por Thompson et al. (2014) para prever o campo de fluxo em um tubo. A análise a posteriori significa que as equações de massa e momento são resolvidas numericamente, juntamente com equações de transporte de quantidades turbulentas para determinar o campo de velocidade média e o tensor de tensão de Reynolds. Para avaliar os modelos, as previsões são comparadas com os dados do DNS e diferentes modelos lineares e não lineares disponíveis utilizando software OpenFoam ® em abordagem RANS.

3.1. Modelamento Matemático: Metodologia RANS

Para determinar o campo de velocidades é necessário resolver as equações de massa e de quantidade de movimento linear para a geometria em questão: dutoviária. Um fluido newtoniano incompressível e com viscosidade constante, pode ser representado pela equação de Navier-Stokes com as seguintes equações:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i^*)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j^* u_i^*)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \rho g + \frac{\partial(2\mu D_{ij}^*)}{\partial x_j} \quad (33)$$

$$\mathbf{S}_{ij}^* = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j^*}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (34)$$

Nas equações acima, u_i^* representa os componentes da velocidade, p^* é a pressão média estabilizada no tubo ao longo do escoamento plenamente desenvolvido, g é a gravidade, x_j são os componentes em relação ao sistema de coordenadas escolhido, ρ é a massa específica do fluido incompressível, μ é a viscosidade molecular do fluido incompressível newtoniano e $\mathbf{S}_{ij}^*$ é o tensor taxa de deformação.

Para a realização de uma simulação a posteriori dos dados oriundos de DNS de (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012), que foram desenvolvidos e analisados em (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016) foi utilizada a metodologia RANS que significa Reynolds Average Navier Stokes e baseia-se no conceito de reescrever as

expressões das equações de Navier Stokes através de uma grandeza média e outra flutuante. Tais expressões podem ser indicadas abaixo:

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{\Delta T} \int_{\lim \Delta T \rightarrow \infty} \Phi dt \quad (35)$$

$$\Phi^* = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (36)$$

$$\bar{\Phi'} = 0 \quad (37)$$

$$\bar{\Phi' \varphi'} \neq 0 \quad (38)$$

Aplicando a metodologia acima citada nas equações de Navier Stokes, pode-se reescrever as expressões de velocidade (u) e assim:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (39)$$

$$\frac{\partial U_j U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + g + \frac{2\mu}{\rho} \frac{\partial S_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial a_{ij}}{\partial x_j} \quad (40)$$

O termo $\overline{u'_i u'_j}$ é comumente chamado na mecânica dos fluidos de Tensor de Reynolds e representa o termo indicativo de turbulência em um escoamento. O termo a_{ij} é a parte deviatórica do Tensor de Reynolds (livre de traço) onde a partir dele é possível obter a energia cinética (k):

$$a_{ij} = -\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (41)$$

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_k u'_k} \quad (42)$$

O termo p nestas equações indica a pressão oriunda dos termos mecânicos e também dinâmicos devido à turbulência, por isso possuem outra nomenclatura. Com isso, o mesmo pode ser expandido da seguinte forma:

$$p = \frac{\bar{p}^*}{\rho} - g x_i \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_z + \frac{2}{3} k \quad (43)$$

Comumente em mecânica dos fluidos é necessário adimensionalizar as equações de Navier-Stokes, uma vez que para garantir que os resultados dos modelos obtidos em uma malha possam ser testados em outras tais como as circulares de duto além de obter números oriundos do DNS de outras diferentes das utilizadas, permitindo a comparação entre os resultados. A velocidade de atrito é comumente utilizada, sendo definida em função da tensão cisalhante na parede (τ_w):

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (44)$$

Além disto, a adimensionalização é importante devido aos valores obtidos gerados serem de ordem de grandezas maiores que as variáveis originais. Normalmente a velocidade de atrito ($u_\tau = \bar{U}y/\nu$) é utilizada para adimensionalizar outras variáveis tais como velocidade, coordenada, pressão, tensor de Reynolds, energia cinética e dissipação da energia cinética sendo que a mesma contém a velocidade média $\bar{U}$, a coordenada de distância da parede (y) e a viscosidade (ν):

$$U_i^+ = \frac{U_i}{u_\tau}; R^+ = \frac{u_\tau R}{\nu}; y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}; p^+ = \frac{p}{\rho u_\tau^2}; a_{ij}^+ = \frac{a_{ij}}{\rho u_\tau^2}; k^+ = \frac{k}{\rho u_\tau^2}; \varepsilon^+ = \frac{\varepsilon}{\rho u_\tau^3} \quad (45)$$

Por conta das adimensionalizações, a equação de Navier-Stokes pode ser reescrita da seguinte forma mostrada abaixo:

$$\frac{\partial U_j^+ U_i^+}{\partial x_j^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} + \frac{1}{Re_\tau} \nu \frac{\partial^2 U_i^+}{\partial x_j^{2+}} + \frac{\partial a_{ij}^+}{\partial x_j^+} \quad (46)$$

É possível perceber o surgimento do termo $\frac{1}{Re_\tau}$ que é o inverso do número de Reynolds de atrito. Ele é definido da seguinte forma:

$$Re_\tau = \frac{v_\tau(y)}{\nu} \quad (47)$$

Como mencionado no capítulo 2, a hipótese mais utilizada em problemas de turbulência para determinar as equações de fechamento do Tensor de Reynolds é a de Boussinesq (1879) onde a viscosidade turbulenta é proporcional ao tensor taxa de deformação, hipótese oriunda dos escoamentos laminares de fluidos newtonianos. Com isso a parte deviatórica do tensor de Reynolds é obtida através de uma multiplicação entre um escalar denominado viscosidade turbulenta por duas vezes a taxa de deformação.

$$a_{ij} = \nu_\tau 2S_{ij} \quad (48)$$

A viscosidade turbulenta precisa de um equacionamento para que assim se torne possível encontrar o valor do tensor de Reynolds e consequentemente o gradiente de velocidades.

Como discutido na revisão bibliográfica, a viscosidade turbulenta precisa de um equacionamento para ser possível resolver o escoamento. A seguir alguns modelos serão apresentados. Inicialmente apresenta-se da família ($\kappa - \varepsilon$), seguidos de modelos não lineares, onde o tensor de Reynolds livre de traço é modelado por

$$a_{ij} = \nu_\tau 2S_{ij} + \text{Modelos Não Lineares} \quad (49)$$

3.2. Modelos Standard $\kappa - \varepsilon$

Neste modelo a equação de fechamento para a viscosidade turbulenta é obtida através da energia cinética (κ) e da dissipação da energia cinética (ε).

A grandeza dissipação pode ser exibida da seguinte forma:

$$\varepsilon = \frac{FV_C}{\rho l_C^3} \approx \frac{C_D \rho V_C^2 l_C^2 V_C}{\rho l_C^3} \approx \frac{\kappa^2}{l_C^3} \quad (50)$$

F é a força de arrasto e C_D é o coeficiente de arrasto. Baseando-se na relação anterior, a equação para a viscosidade turbulenta:

$$\mu_T = \frac{C_\mu \rho \kappa^2}{\varepsilon} \quad (51)$$

C_μ é uma constante obtida empiricamente e comumente possui o valor de 0,09 para escoamentos entre placas paralelas e em dutos circulares. Segundo (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016), um valor mais adequado é 0,075 e este valor foi o aplicado em todas as simulações desenvolvidas neste trabalho.

Como são entidades que determinam a viscosidade turbulenta, a energia cinética e a dissipação precisam ser determinadas e para tal, são utilizadas equações de transporte. Conforme (POPE, 2000) o equacionamento de ambas as entidades seria:

$$\frac{\partial(\rho \kappa U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \left[\left(\mu + \mu_T \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} + G_k - \rho E \quad (52)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \left[\left(\mu + \mu_T \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 1} \left(\frac{\varepsilon}{\kappa} \right) G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \left(\frac{\varepsilon^2}{\kappa} \right) \quad (53)$$

Os valores de σ_K , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ são constantes empíricas. O termo de geração em escoamento de fluidos incompressíveis é:

$$G_K = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \rho a_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (54)$$

Estes equacionamentos são aplicáveis em regiões que não estejam próximas à parede. Nas regiões próximas à parede as forças viscosas possuem relevância fazendo com que os equacionamentos sofram mudanças. Resolvendo as equações de conservação

na região da parede, desprezando gradiente de pressão, e utilizando modelo de comprimento de mistura de Prandtl, o perfil de velocidade adimensional u^+ em função da distância adimensional y^+ .

$$y^+ = \frac{\rho \mu_\tau y}{\mu} \quad (55)$$

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau}$$

A coordenada y é definida em função do sistema de coordenadas sendo a mesma a distância na direção perpendicular entre a parede e a região central do escoamento e u_τ é a velocidade de atrito.

Na região do núcleo turbulento ($y^+ > 30$) conforme (POPE, 2000), a equação abaixo descreve uma relação entre u^+ e y^+ para regiões próximas à parede:

$$u^+ = \frac{1}{0,4} \ln y^+ + 5,5 \quad (56)$$

Esta lei claramente é válida em $y^+ > 30$, porém negligenciando o efeito da *buffer layer* (camada amortecedora) a validade desta equação pode chegar a $y^+ > 11,5$. Na região da parede, visando satisfazer a equação da continuidade, o gradiente do componente normal da velocidade na direção normal é nulo. Considera-se ainda a produção de energia cinética igual à dissipação, resultando nas equações abaixo:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial n} = 0; \frac{\tau_w}{\rho} = C_\mu^{1/2} \kappa \approx \text{constante}; \varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa^2}{y} \quad (57)$$

Para escoamentos turbulentos com números de Reynolds baixos introduz-se funções de parede, f_μ , isto é, funções de amortecimento da turbulência na região da parede (WILCOX, 2006) as funções da parede sofrem modificações fazendo com que funções de amortecimento sejam utilizadas. Existem diversos modelos para a função de amortecimento e junto com estes diferentes tratamentos para a equação da dissipação. Neste trabalho investigou-se os modelos lineares de Lam Bremhorst (LAM e BREMHORST, 1981), Launder Sharma (LAUNDER, PRINDDING e SHARMA, 1977), Lien Leschziner (LIEN, CHEN e LESCHZINER, 1991) e Rodi Mansour Modificado (RODI e MANSOUR, 1993). De forma a generalizar a metodologia para os diversos modelos investigados. Assim a equação da viscosidade turbulenta seria:

$$\mu_T = \frac{f_\mu C_\mu \rho \kappa^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (58)$$

Onde $\tilde{\varepsilon}$ é a dissipação da energia cinética modificada de forma a ser nula na parede. Nestes casos, todos os componentes de velocidade, assim com a energia cinética turbulenta são impostos como nulos nas paredes. O valor da dissipação na parede seria descrito pela expressão (WILCOX, 2006):

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + E_0; \quad \varepsilon_p = 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{\kappa}}{\partial R} \right)^2 \quad (59)$$

Com estas modificações, na região da parede a energia cinética modificada precisa de um outro equacionamento de geração:

$$\frac{\partial(\rho \tilde{\varepsilon} U_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\varepsilon}}{\partial x_j} \right]}{\partial x_j} = f_1 C_{\varepsilon 1} G_\kappa \frac{\tilde{\varepsilon}}{\kappa} - f_2 C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{\kappa} + E \quad (60)$$

Todas as funções de amortecimento e todas as constantes variam conforme o modelo escolhido.

Logo abaixo seguem os valores de constantes e funções utilizadas para os modelos lineares utilizados como comparativos neste trabalho:

Tabela 1 - Valores de funções e constantes de modelos Lineares (MURAD, 2016)

Model	Lam BremHorst	Lauder Sharma	Lien Leschziner	Modified Rodi Mansour
f_μ	$\left(1 + \frac{20.5}{R_t}\right) \left(1 + e^{-0.165 R_y}\right)^2$	$1 / \exp\left(\frac{3.4}{1 + \frac{R_t}{50}}\right)$	$\frac{1 + e^{-A_\mu y^+}}{1 + e^{-A_\varepsilon y^+}}$	$1 - e^{-2 \times 10^{-4} y^+ - 6 \times 10^{-4} y^{+2} + 2.5 \times 10^{-7} y^{+3}}$
f_1	$1 + \left(\frac{0.05}{f_\mu}\right)^3$	1	1	1
f_2	$1 - 1 / \exp \sqrt{R_t}$	$1 - 0.3 e^{-\min(50, (R_t)^2)}$	$1 - 0.3 / \exp \sqrt{R_t}$	$f_2^2 f_3^4 + f_3 - 1$ $f_2^2 = 1 - 0.22 e^{-0.3357 \sqrt{R_t}}$ $f_2^1 = \frac{\varepsilon}{\varepsilon}$; $f_3 = e^{1.9 (R_p)^2}$
E	0	$2 \mu \mu_t (\nabla^2 \bar{U})^2$	$C_{\varepsilon 2} (C_\mu)^{0.75} \frac{f_2 \varepsilon \sqrt{\kappa}}{l_\theta} e^{-A_\varepsilon \sqrt{y^+}}$	$1.2 \nu u_t \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2}\right)^2 + \frac{0.0075 \nu \kappa \partial \kappa}{\varepsilon} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial y^2}$
E_0	0	$2 \mu (\nabla \sqrt{\kappa})^2$	0	$\varepsilon e^{-0.095 R_y}$
Constants	$C_\mu: 0.09$; $C_{\varepsilon 1}: 1.44$; $C_{\varepsilon 2}: 1.92$; $\sigma_\kappa: 1.0$; $\sigma_\varepsilon: 1.3$	$C_\mu: 0.09$; $C_{\varepsilon 1}: 1.44$; $C_{\varepsilon 2}: 1.92$; $\sigma_\kappa: 1.0$; $\sigma_\varepsilon: 1.3$	$C_\mu: 0.09$; $C_{\varepsilon 1}: 1.44$; $C_{\varepsilon 2}: 1.92$ $A_\mu: 0.016$; $A_\varepsilon: 0.0022$ $\sigma_\kappa: 1.0$; $\sigma_\varepsilon: 1.3$	$C_\mu: 0.09$; $C_{\varepsilon 1}: 1.44$; $C_{\varepsilon 2}: 1.92$; $\sigma_\kappa: 1.3$; $\sigma_\varepsilon: 1.3$
Parameters	$R_t = \frac{\kappa^2}{\nu \varepsilon}$; $R_y = \frac{y \sqrt{\kappa}}{\nu}$; $R_p = \frac{G_\kappa}{\kappa \sqrt{\frac{C_\mu \varepsilon}{\nu}}}$; $l_\theta = K y (1 - e^{-A_\varepsilon y^+})$; $y^+ = \frac{\sqrt{\kappa} y}{\nu}$			

3.2.1. Modelos κ - ε Não-Lineares

Modelos não-lineares consistem em ampliar a base de tensores além do tensor taxa de deformação (hipótese de Boussinesq). No presente trabalho foram comparados os modelos não-lineares κ - ε com o modelo não-linear Lien Cubic (LIEN e LESCHZINER, 1993). Diversos modelos não-lineares serão avaliados neste trabalho baseando-se nas decomposições discutidas anteriormente.

3.2.1.1. Modelo Lien Cubic

O modelo de Lien Cúbico (LIEN e LESCHZINER, 1993) é um modelo específico para baixo Reynolds que possui por conceito principal a expansão da hipótese de Boussinesq para uma base de tensores cúbicos igualando-os ao tensor de Reynolds. Este modelo já existe na base dos modelos do OpenFOAM. A tabela abaixo possui os valores utilizados para as funções de amortecimento e constantes.

Tabela 2 - Funções de amortecimento e constantes do modelo Lien Cubic (MURAD, 2016)

NLS_{ij}	$f_{\mu} \kappa \left(\left(\frac{\sqrt{\kappa}}{C_{\beta} + \bar{D}^3} \right)^2 A_1 - \left(\frac{C_{nu} \kappa}{\varepsilon} \right)^3 A_2 \right)$ $A_1 = (C_{\beta 1} (D^2)_{dev} + 2C_{\beta 2} (D \cdot W)_{symm} + C_{\beta 3} (W^2)_{dev})$ $A_2 = (C_{\gamma 1} D ^2 - C_{\gamma 2} W ^2) D + 2C_{\gamma 4} (D^2 \cdot W)_{symm}$
f_{μ}	$\frac{(1 - e^{-A_{\mu} y^*})}{l_e} K y$
f_1	1
f_2	$1 - 0.3e^{-\sqrt{R_t}}$
E	$C_{\varepsilon 2} (C_{\mu})^{0.75} \frac{f_2 \varepsilon \sqrt{\kappa}}{l_e} e^{-A_{\varepsilon} \sqrt{y^*}}$
E_0	0
Constants	$C_{\mu}: 0.09; C_{\varepsilon 1}: 1.44; A_{\varepsilon}: 0.0022; A_{\mu}: 0.016; C_{\varepsilon 2}: 1.92; \sigma_{\kappa}: 1.0; \sigma_{\varepsilon}: 1.3;$ $C_{\mu 1}: 1.25; C_{\mu 2}: 0.9$ $C_{\beta}: 1000; C_{\beta 1}: 3; C_{\beta 2}: 15; C_{\beta 3}: -19; C_{\gamma 1}: 16; C_{\gamma 2}: 16; C_{\gamma 4}: 80$
Parameters	$R_t = \frac{\kappa^2}{\nu \varepsilon}; l_e = \frac{K y}{\left(1 + \frac{2K}{(C_{\mu})^{0.75} y^*} \right)} y^* = \frac{\sqrt{\kappa} y}{\nu};$ $C_{nu} = \frac{2}{3} \frac{1}{C_{\mu 1} + \bar{D} + C_{\mu 2} \bar{W}}$ $\bar{D} = \frac{\kappa}{\varepsilon} \sqrt{2} D ; \bar{W} = \frac{\kappa}{\varepsilon} \sqrt{2} W $

3.2.1.2. Modelos Desenvolvidos κ - ε e κ - γ

Baseando-se nas premissas discutidas no capítulo 2, conforme proposto em outro trabalho de Thompson (THOMPSON, 2014) a parte deviatória do Tensor de Reynolds ($\mathbf{A}$) será obtida através de uma decomposição proporcional-ortogonal em relação ao tensor taxa de deformação entre os tensores deformação ($\mathbf{S}$):

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_S + \mathbf{A}_{\tilde{S}} = \frac{\mathbf{A}:\mathbf{S}}{\mathbf{S}:\mathbf{S}} \mathbf{S} + \frac{(\mathbf{S}:\mathbf{S})\mathbf{A} - (\mathbf{A}:\mathbf{S})\mathbf{S}}{\mathbf{S}:\mathbf{S}} \quad (61)$$

Percebe-se então a existência de duas partes uma que corrobora com a tendência e que poderia ser substituída pela viscosidade turbulenta e outra parte que não corrobora sendo a mesma não-linear. Comumente costuma-se escalonar esta expressão para a viscosidade turbulenta com a energia cinética turbulenta (k) e a dissipação turbulenta (ε) sendo as mesmas combinadas com uma constante adimensional:

$$v_t = \frac{A:S}{S:S} \cdot \frac{1}{2} = C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \quad (62)$$

Em (THOMPSON e MONPEAN, 2010) foi utilizado um exemplo desta metodologia para um canal com placas paralelas de seções quadradas através de dados do DNS e com número de Reynolds Re_τ 160. Neste exemplo a constante C_μ é calibrada com o valor de 0,09 e os resultados não apresentaram aderência com a hipótese de Boussinesq evidenciando a necessidade de novos modelos.

Com esta falta de aderência à linearidade da hipótese de Boussinesq, o autor buscou novas maneiras de encontrar a viscosidade turbulenta e obter o tensor de Reynolds. Uma forma foi considerar o tensor deformação isotrópico e utilizar o teorema de Caley-Hamilton. Assim, o tensor deformação explicaria sozinho o tensor de Reynolds onde seus coeficientes poderiam ser obtidos através dos autovalores de S (tensor deformação):

$$f(S) = \alpha_0 \mathbf{1} + \alpha_1 S + \alpha_2 S^2 \quad (63)$$

$$A = \Phi_A^S + \widetilde{\Phi}_A^S = \alpha_0 \mathbf{1} + \alpha_1 S + \alpha_2 S^2 + \widetilde{\Phi}_A^S \quad (64)$$

Com isso o último termo do lado direito da equação anterior representa um erro intrínseco à consideração feita com o teorema de Caley-Hamilton. Este erro seria mitigado pela inclusão de um termo ortogonal ao termo quadrático escrito em função do tensor taxa de deformação (S) (THOMPSON, 2014). Assim sendo propôs-se acrescentar o tensor de não persistência: $\overline{S}\overline{W} + \overline{W}S$ como substituto e consequentemente eliminador do suposto erro da expressão. Composto pelo tensor deformação (S) e pelo tensor vorticidade efetiva ($\overline{W}$) que é o tensor vorticidade menos a contribuição dela que corrobora com o tensor deformação. O tensor vorticidade efetiva pode ser descrito conforme indicado a seguir:

$$\overline{W} = W - \Omega^S; \quad \Omega^S = \dot{e}_i^S e_i^S; \quad (65)$$

O tensor $\overline{S}\overline{W} + \overline{W}S$ é chamado de tensor não-persistência (P) e o mesmo representa um termo ortogonal a S , traduz os efeitos rotacionais do escoamento e é objetivo (invariante a transformações euclidianas) conforme (THOMPSON, 2014).

Em outro trabalho desenvolvido por Niecele, et al (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016) foram construídos 6 modelos (1 linear e 5 não-lineares) para a parte deviatórica do Tensor de Reynolds a partir de todos os conceitos abordados até este

presente momento. Para a construção dos modelos foram utilizados os dados de DNS de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) referentes ao escoamento de um fluido newtoniano entre placas paralelas com um número de Reynolds característico (Re_τ) variando de 180 a 1000. Uma vez que modelos de baixo Reynolds estavam sendo investigados, os autores introduziram fatores de amortecimento na modelagem. Os coeficientes α_i dos modelos foram normalizados com a dissipação energética (ε) e a energia cinética (κ), ou seja, a metodologia $\kappa - \varepsilon$ para solução da parte deviatórica do tensor de Reynolds. Assim, os seis modelos desenvolvidos foram (os termos em negrito são tensores de ordem 2. Sendo $\mathbf{S}$ o tensor contendo a parte simétrica do campo de velocidades ou tensor deformação e $\mathbf{W}$ o tensor da parte antissimétrica do campo de velocidades ou tensor vorticidade):

$$\mathbf{A}_I = 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} \quad (66)$$

$$\mathbf{A}_{II} = C_I \kappa \mathbf{1} + 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} + C_{D2} \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon} \right) \mathbf{S}^2 \quad (67)$$

$$\mathbf{A}_{III} = C_I \kappa \mathbf{1} + 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} + C_{D2} \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon} \right) \mathbf{S}^2 + C_\beta \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon^2} \right) (\mathbf{P}) \quad (68)$$

$$\mathbf{A}_{IV} = 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} + C_\beta \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon^2} \right) (\mathbf{P}) \quad (69)$$

$$\mathbf{A}_V = C_I \kappa \mathbf{1} + 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} + C_\beta \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon^2} \right) (\mathbf{P}) + C_{\beta 2} \left(\frac{\kappa^6}{\varepsilon^4} \right) (\mathbf{P})^2 \quad (70)$$

$$\mathbf{A}_{VI} = C_I \kappa \mathbf{1} + 2C_D \left(\frac{\kappa^2}{\varepsilon} \right) \mathbf{S} + C_{D2} \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon} \right) \mathbf{S}^2 + C_\beta \left(\frac{\kappa^3}{\varepsilon^2} \right) (\mathbf{P}) + C_{\beta 2} \left(\frac{\kappa^6}{\varepsilon^4} \right) (\mathbf{P})^2 \quad (71)$$

No trabalho (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016) constatou que os modelos V e VI não apresentaram melhoria nos resultados em relação aos modelos III e IV. Com isso, para análise dos modelos faz-se necessário analisar os modelos I, II, III e IV e compará-los entre si. A comparação de um modelo linear com outros não-lineares normalmente é feita para verificar e quantificar a melhora nos resultados por conta do acréscimo equacional proposto. É possível perceber que o modelo I é linear, enquanto os demais são não-lineares. Os fatores de amortecimento f_{μ_2} , f_β , f_{β_2} foram obtidas por Niecele et al (2016) partir dos dados de DNS em função da distância adimensional à parede y^+ . Quanto ao fator de amortecimento f_μ , corresponde ao termo linear ao tensor taxa de deformação, existem muitos modelos disponíveis na literatura, como mostrado na seção 3.2. Niecele et al, 2016, avaliaram diversos modelos disponíveis e concluíram que

o modelo proposto por Rodi e Mansur (RODI e MANSOUR, 1993) apresentava o melhor desempenho.

O trabalho de (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016) utilizou uma geometria de canal entre placas paralelas para um Re_τ de 1000 para obter as funções de amortecimento dos tensores dos modelos através da abordagem DNS e de experimento físico comparando os dois resultados.

Alves (ALVES, 2014) aplicou os 6 modelos anteriormente citados para escoamento de fluido newtoniano entre placas paralelas com variações no número de Reynolds. Adicionalmente, Alves inseriu outra análise comparativa para o método de solução do tensor de Reynolds: o método $(\kappa - \dot{\gamma})$. Ou seja, em vez de utilizar a dissipação energética como um insumo para as equações da viscosidade turbulenta ele utilizou o módulo do tensor deformação linear (a parte simétrica do gradiente de velocidade). Com isso, Alves realizou simulações em DNS para os 6 modelos utilizando método energia cinética (κ) e dissipação (ϵ) além de também solucionar a turbulência com o método que utiliza energia cinética (κ) e módulo da taxa de deformação linear ($\dot{\gamma}$).

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S})} \quad (72)$$

Assim sendo os modelos anteriormente citados seriam expressos da seguinte forma (Dentro dos valores constantes estariam inseridos também os fatores de amortecimento respectivo a cada modelo):

$$\mathbf{A}_I = 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} \quad (73)$$

$$\mathbf{A}_{II} = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} + \widehat{C}_{D2} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}^2}\right) \mathbf{S}^2 \quad (74)$$

$$\mathbf{A}_{III} = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} + \widehat{C}_{D2} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}^2}\right) \mathbf{S}^2 + \widehat{C}_\beta \left(\frac{k}{p}\right) \mathbf{P} \quad (75)$$

$$\mathbf{A}_{IV} = 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} + \widehat{C}_\beta \left(\frac{k}{p}\right) \mathbf{P} \quad (76)$$

$$\mathbf{A}_V = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} + \widehat{C}_\beta \left(\frac{k}{p}\right) \mathbf{P} + \widehat{C}_{\beta 2} \left(\frac{k}{p^2}\right) (\mathbf{P})^2 \quad (77)$$

$$\mathbf{A}_{VI} = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2\widehat{C}_D \left(\frac{k}{\dot{\gamma}}\right) \mathbf{S} + \widehat{C}_{D2} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}^2}\right) \mathbf{S}^2 + \widehat{C}_\beta \left(\frac{k}{p}\right) \mathbf{P} + \widehat{C}_{\beta 2} \left(\frac{k}{p^2}\right) (\mathbf{P})^2 \quad (78)$$

Todos os termos com $\wedge$ indicam as funções que mostraram variações com a coordenada y^+ quando normalizadas pelo método $\kappa - \dot{\gamma}$. O termo “p” encontrado no

denominador de algumas expressões indica o módulo do tensor $\mathbf{P}$ que é obtido pela equação:

$$p = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{P}:\mathbf{P})} \quad (79)$$

O trabalho de Alves (ALVES, 2014), avaliou realizou uma avaliação *a priori* contendo os coeficientes α_i de normalização para os modelos propondo-se normalizar com a energia cinética turbulenta κ e o módulo do tensor taxa de deformação ($\dot{\gamma}$).

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{S}:\mathbf{S})} \quad (80)$$

Assim sendo os modelos anteriormente citados seriam expressos da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_I = 2 \widehat{f}_\mu \widehat{C}_D \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}} \right) \quad (81)$$

$$\mathbf{A}_{II} = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2 \widehat{f}_\mu \widehat{C}_D \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + \widehat{f}_{\mu_2} \widehat{C}_{D2} \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}^2} \right) \mathbf{S}^2 \quad (82)$$

$$\mathbf{A}_{III} = \widehat{C}_I k \mathbf{1} + 2 \widehat{f}_\mu \widehat{C}_D \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + \widehat{f}_{\mu_2} \widehat{C}_{D2} \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}^2} \right) \mathbf{S}^2 + \widehat{f}_\beta \widehat{C}_\beta \left(\frac{\kappa}{p} \right) \mathbf{P} \quad (83)$$

$$\mathbf{A}_{IV} = 2 \widehat{f}_\mu \widehat{C}_D \left(\frac{\kappa}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + \widehat{f}_\beta \widehat{C}_\beta \left(\frac{\kappa}{p} \right) \mathbf{P} \quad (84)$$

Todos os termos com $\wedge$ indicam que as funções foram normalizadas pelo método $\kappa - \dot{\gamma}$. O termo “ p ” indica o módulo do tensor $\mathbf{P}$.

$$p = \sqrt{\frac{1}{2}(\mathbf{P}:\mathbf{P})} \quad (85)$$

Alves (ALVES, 2014) também utilizou os dados obtidos pelo DNS para criar as funções de amortecimento para os dois modelos ($\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \dot{\gamma}$).

Nieckele et al. (2016) avaliaram os modelos utilizando uma avaliação *a priori*. Isto é, os dados de DNS referentes ao campo médio obtido pela simulação DNS foram introduzidos nos modelos e o tensor deviatório de Reynolds foi comparado com os dados de DNS. Estas avaliações foram realizadas para um escoamento entre placas paralelas. Ficou concluído que o modelo III apresentou o melhor desempenho com relação a previsão dos diferentes componentes do tensor de Reynolds.

Murad (MURAD, 2016) também analisou os diferentes modelos não lineares, para um escoamento entre placa paralelas, porém, utilizou uma análise à posteriori. Isto é, empregou os modelos diretamente na equação de conservação de quantidade de movimento linear. Murad (2018) avaliou os modelos com a normalização $\kappa - \varepsilon$ para diversos Reynolds e a normalização $\kappa - \dot{\gamma}$, somente para o Reynolds de atrito $Re_\tau = 1000$. A análise à posteriori desenvolvida por Murad (2018) corroborou as conclusões obtidas com a análise à priori. Murad (2018) mostrou ainda que a formulação $\kappa - \dot{\gamma}$ se mostrou mais estável e ligeiramente superior à formulação $\kappa - \varepsilon$, para $Re_\tau = 1000$.

O objetivo principal deste trabalho é verificar se os modelos apresentam o mesmo tipo de desempenho, ao alterarmos a geometria de interesse, isto é, buscou-se desenvolver uma avaliação à posteriori do desempenho dos modelos aplicados ao escoamento ao longo de dutos circulares realizando adequações necessárias para validação dos modelos encontrados tanto no método energia cinética-dissipação ($\kappa - \varepsilon$) quanto no método energia cinética-taxa de deformação ($\kappa - \dot{\gamma}$).

Logo abaixo seguem os resultados a priori dos componentes da parte deviatórica do Tensor de Reynolds obtidos por Nieckele et al (2016) para $Re_\tau = 1000$ entre placas paralelas.

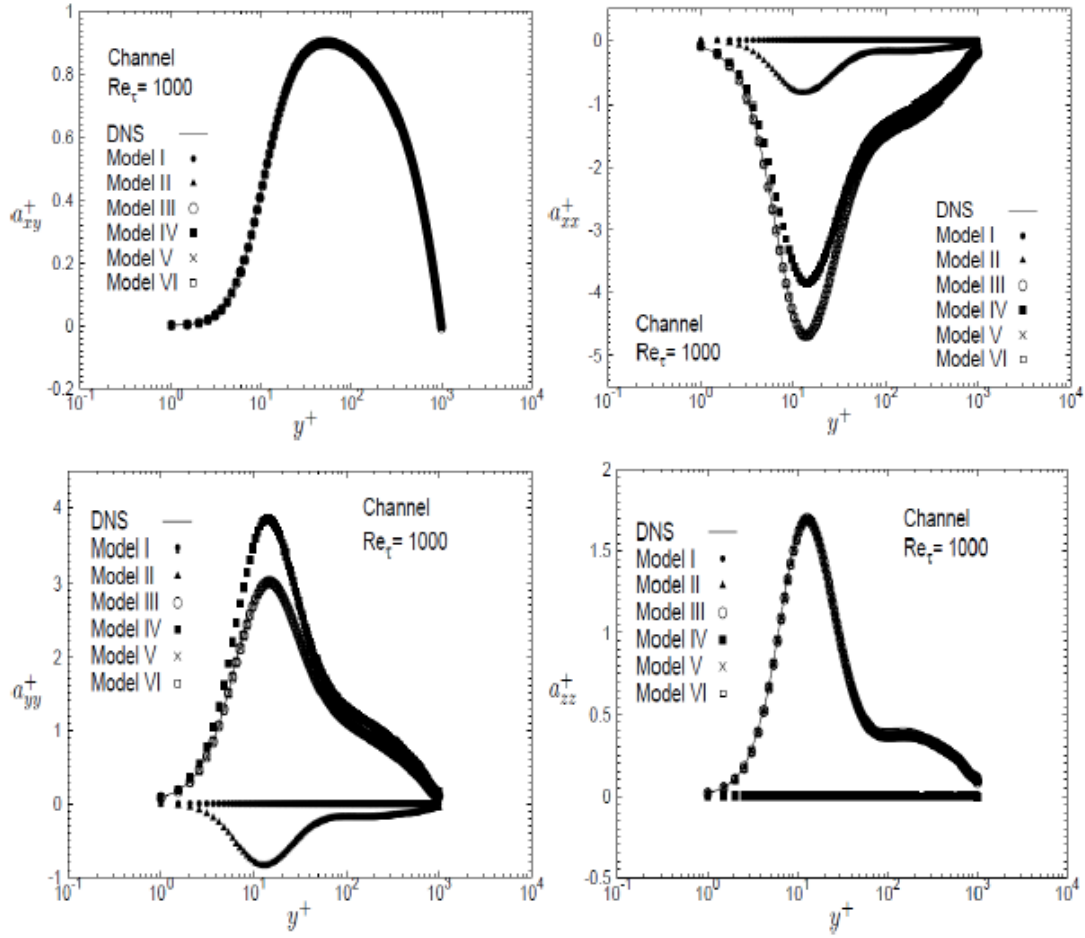


Figura 6 - Resultados Tensor Reynolds Nieckele et al. (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016)

3.3. Modelos Numéricos

Para todas as simulações realizadas foi utilizado o software OpenFOAM® que é um pacote Open Source (código fonte aberto, ou seja, sem protecionismo ou necessidades de licenças especiais para uso) na versão 4.X. Esta plataforma trabalha com a linguagem C++ e o mesmo funciona em um sistema operacional Linux. A metodologia numérica para discretização das equações de conservação é o método de volumes finitos (PATANKAR, 1980).

Todos os modelos Não-lineares assim como o modelo linear de Rodi Mansour Modificado não existiam código-fonte na plataforma e precisaram ter seus códigos-fonte desenvolvidos e inseridos no software (MURAD, 2016), tendo que ainda serem adaptados e terem as equações de ajustes modificadas implementadas. Os demais modelos utilizados

como comparação já tinham códigos desenvolvidos (Lam Bremhorst, Launder Sharma e Lien Cubic).

Conforme é conhecido, o método de volumes finitos consiste em dividir todo o domínio em volumes de controle e realizar a integração de cada volume individual até realizar toda a soma do volume total. O software OpenFOAM utiliza o teorema de divergência de Gauss para transformar a integral de volumes em integral de superfícies. Os termos difusivos foram aproximados utilizando perfis lineares e o esquema *upwind* foi empregado para calcular os termos convectivos. Todos os modelos não-lineares foram inseridos no OpenFOAM de forma explícita.

Para resolver o acoplamento velocidade-pressão utilizou-se o solver SIMPLE (Semi implicit method of Pressure linked equation) e todos os sistemas de equações foram resolvidos com o método GAMG (Geometric Algebraic MultiGrid).

Foram utilizados fatores de subrelaxação de 0,15 nas equações de solução da pressão, da velocidade e dos componentes do tensor de Reynolds, permitindo uma convergência mais lenta e tendendo a ter soluções mais robustas. Para propiciar melhores convergências, em Reynolds maiores foi necessário a utilização de fatores de relaxação menores variando entre 0,1 e 0,05 a depender do modelo. Em todos os modelos foram empregados fatores de 0,1 e para os modelos não-lineares (II e III) da metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ para $Re_\tau = 1000$ em iterações elevadas (acima de 5×10^6) foram reduzidos para 0,05. Os fatores de convergência foram os resíduos de pressão e de velocidade da ordem de 10^{-6} .

Capítulo 4

Resultados

Nesta etapa do trabalho serão expostos os resultados obtidos utilizando a metodologia apresentada para solução do problema que será mostrado a seguir. Todas as simulações foram realizadas com o computador Dell G3 15, processador Intel® Core i7, sistema operacional Ubuntu® 16.04.6 LTS, placa de vídeo NVIDIA® GTX 1050 Ti e memória RAM 16GB.

O problema de interesse, ilustrado na figura a seguir, consiste em um escoamento hidrodinamicamente desenvolvido em duto circular, com propriedades constantes e em regime permanente. Ele apresenta uma simetria angular e por isso pode ser considerado bi-dimensional tendo em vista que o escoamento do problema é plenamente desenvolvido e o campo de velocidades não apresenta variação axial, isto é, unidirecional. Como condição de contorno é considerado que não há deslizamento nas paredes ($r = R$) e simetria em $r = 0$ ($d/dr = 0$).

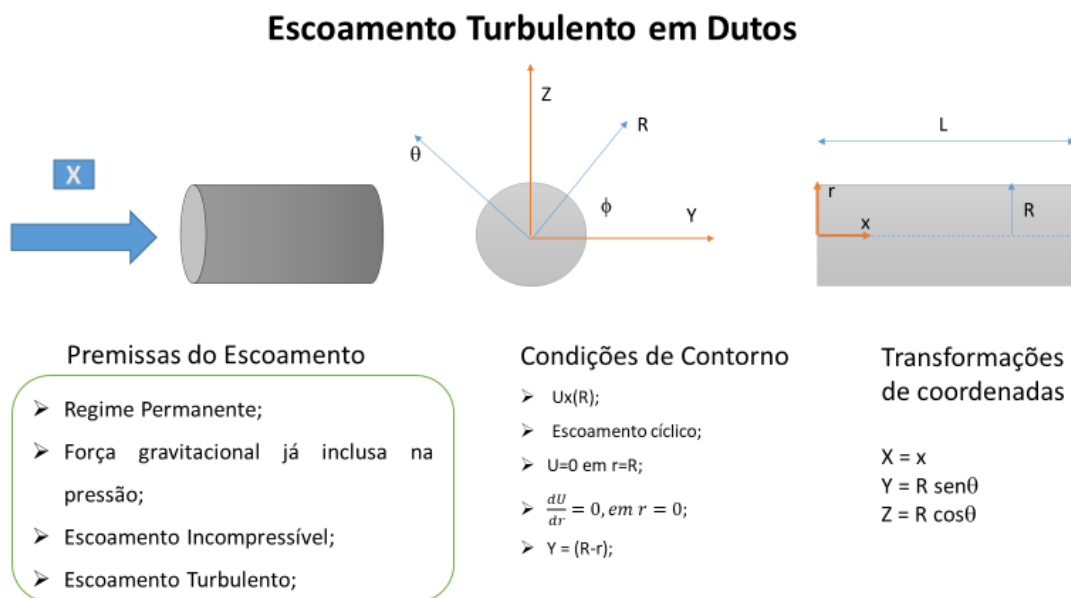


Figura 7 - Determinação do problema de escoamento turbulento em duto

Como mencionado no capítulo 3, este tipo de escoamento é governado somente pelo número de Reynolds de atrito Re_τ . Como a aceleração é nula, existe equilíbrio das

forças, portanto o gradiente de pressão na direção axial x é constante e diretamente proporcional à tensão cisalhante τ_w na parede do duto.

$$\frac{\partial P}{\partial z} \left(\frac{R}{2} \right) = \tau_w \quad (86)$$

Onde R é o raio interno do tubo. Para resolver o problema utilizando o software OpenFoam® é importante citar que ele considera este tipo de problema 3D fazendo com que alguns artifícios sejam empregados com o intuito de redução do custo operacional. Considera-se que a pressão atenda seguinte expressão:

$$p = -\alpha z + \hat{p}; \text{ onde } \alpha = \frac{2\tau_w}{R} \quad (87)$$

Assim sendo o gradiente de pressão adimensional seria escrito da seguinte forma:

$$-\frac{\partial p^+}{\partial x_i^+} = -2 + \frac{\partial \hat{p}^+}{\partial x_i^+} \quad (88)$$

Adicionalmente considera-se nulas todas as derivadas axiais nas fronteiras periódicas do domínio. O tamanho axial é considerado irrelevante na plataforma pois existe a opção de escoamento cíclico independente do comprimento axial fazendo com que seja possível a utilização de valores pequenos para o comprimento economizando memória computacional. O domínio na direção angular também é irrelevante e para utilização no software existe a possibilidade de utilizar o domínio completo do duto a até mesmo utilizar uma fatia angular. O tutorial da plataforma recomenda utilizar uma variação entre maior ou igual a 1° e menor que 5° (quando se decide por utilizar uma fatia angular e replicar o efeito de duto por simetria).

Como testes iniciais de malha foram avaliadas as possibilidades existentes de retratar a malha de duto no software. Como primeiro teste utilizou-se uma malha de tubo circular que apresentou tempos computacionais muito elevados impossibilitando a continuidade desta opção devido à quantidade de análises que precisariam ser feitas. Nesta malha foi realizada uma simulação para modelos lineares com a quantidade de nós mínima desejada para garantir não influência da malha e o tempo médio de uma simulação utilizando um modelo linear de turbulência existente na plataforma até a produção de resultados aceitáveis foi de aproximadamente 48 horas cada (com a máquina utilizada para realizar as simulações). Este tempo foi considerável inaceitável tendo em

vista que ainda seria necessário realizar simulações com complexidade mais elevada e por conta disso foram realizadas simplificações na malha.

A próxima opção foi a utilização de malha circular representada em um quarto de duto. Como o escoamento apresenta simetria em relação à direção radial e é bidimensional, a malha de um quarto de duto poderia ser aplicada sem perdas de informações ou poluição dos resultados. Tal malha se apresenta logo abaixo:

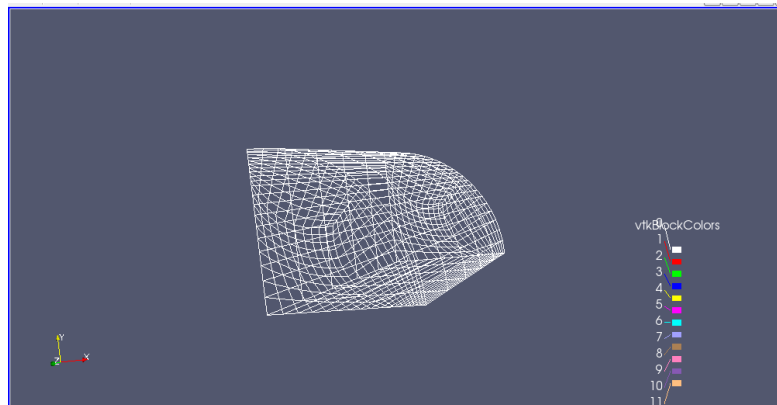


Figura 8 - Malha de um quarto de duto OpenFOAM®

Conforme visto na figura anterior é possível identificar a estratificação de malha desejável e na figura a seguir é possível perceber a coerência nos valores da distribuição de velocidades na malha.

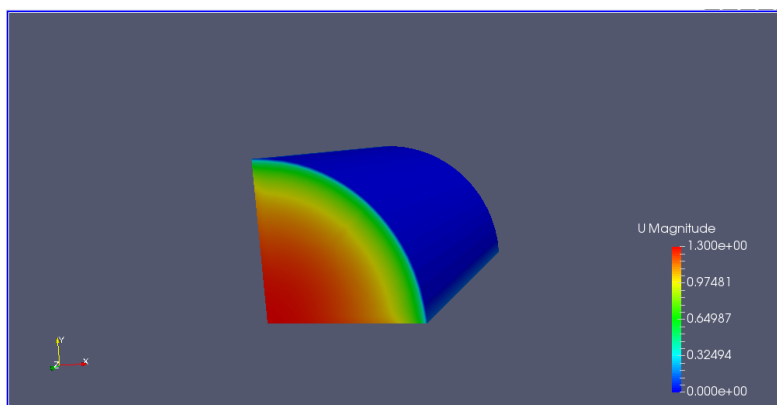


Figura 9 - Gradiente de Velocidades na Malha de um quarto de duto

Todavia esta malha ainda apresentou tempos computacionais elevados para simulações dos modelos de turbulência lineares encontrados no OpenFOAM®, cerca de 24 horas cada (considerando as mesmas circunstâncias que a malha anterior).

Como informado anteriormente, o escoamento apresenta propriedades bidimensionais e conforme orientações tutoriais da plataforma e na literatura a malha de

1 quarto de duto poderia ser reduzida a uma fatia de duto com angulação igual a 1°. Esta malha já foi desenvolvida em outros trabalhos de simulação de escoamentos bidimensionais de fluidos newtonianos incompressíveis em dutos. O software OpenFOAM® apresenta um patch chamado CylindricalCS contendo configurações de malha onde o software entende que uma malha angular de 1° estaria representando um duto circular reconstituindo todas as simetrias necessárias para esta simulação. Com esta definição escolhida, foi possível obter convergência nos mesmos modelos gastando cerca de poucas horas por cada simulação. Ou seja, tempos computacionais bastante inferiores e aceitáveis permitindo assim avaliar as diversas variáveis do software para investigação da turbulência. Ao longo do trabalho foram realizadas mais de 1000 simulações registradas para obter os resultados expostos a seguir.

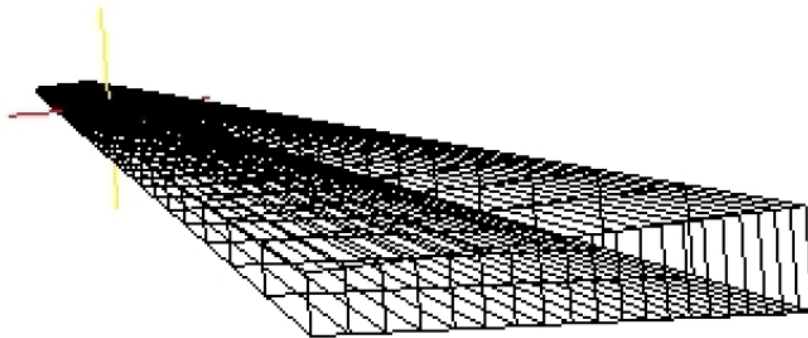


Figura 10 - Malha Angular tipo wedge (SCHWALBERT, 2013)

Na literatura do OpenFOAM® é sugerida a utilização deste tipo de malha que já foi utilizada em outros trabalhos como por exemplo o de Schwalbert (SCHWALBERT, 2013). Com isso a condição de contorno desta malha seria *wedge* nas duas regiões laterais. Onde ficaria a parede, deve ser escolhida a configuração *wall*.

Ao longo desta etapa do trabalho serão expostos os resultados com os modelos lineares e não lineares apresentados no capítulo 3. Para avaliar os resultados utilizou-se dados de DNS nas mesmas condições das simulações realizadas neste trabalho. Nos resultados a seguir os termos em coordenadas cilíndricas a_{rz} , a_{xx} , a_{rr} e $a_{\theta\theta}$ foram retratadas como a_{xy} , a_{xx} , a_{yy} e a_{zz} .

4.1. Definições de contorno e parâmetros para as simulações

Dados de DNS para escoamento turbulento hidrodinamicamente desenvolvido em duto circular foram obtidos por (CHIN, MONTY e OOI, 2013). No entanto, devido a dificuldade na obtenção de dados deste DNS detalhados, foram utilizados os dados da simulação em DNS realizada no trabalho de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) para escoamento turbulento hidrodinamicamente desenvolvido em um canal. Apesar de terem geometrias diferentes das utilizadas nos trabalhos anteriores, foi visto no trabalho de Chin et al (CHIN, MONTY e OOI, 2013) que existem semelhanças contundentes nos resultados do gradiente de velocidades e componentes no tensor de Reynolds tanto para dutos circulares quanto entre placas paralelas para fluidos newtonianos incompressíveis.

Os resultados expostos a seguir representam escoamentos turbulentos de fluidos incompressíveis newtonianos em dutos e entre placas paralelas com $Re_\tau = 1000$ atestando a validade do procedimento relatado acima.

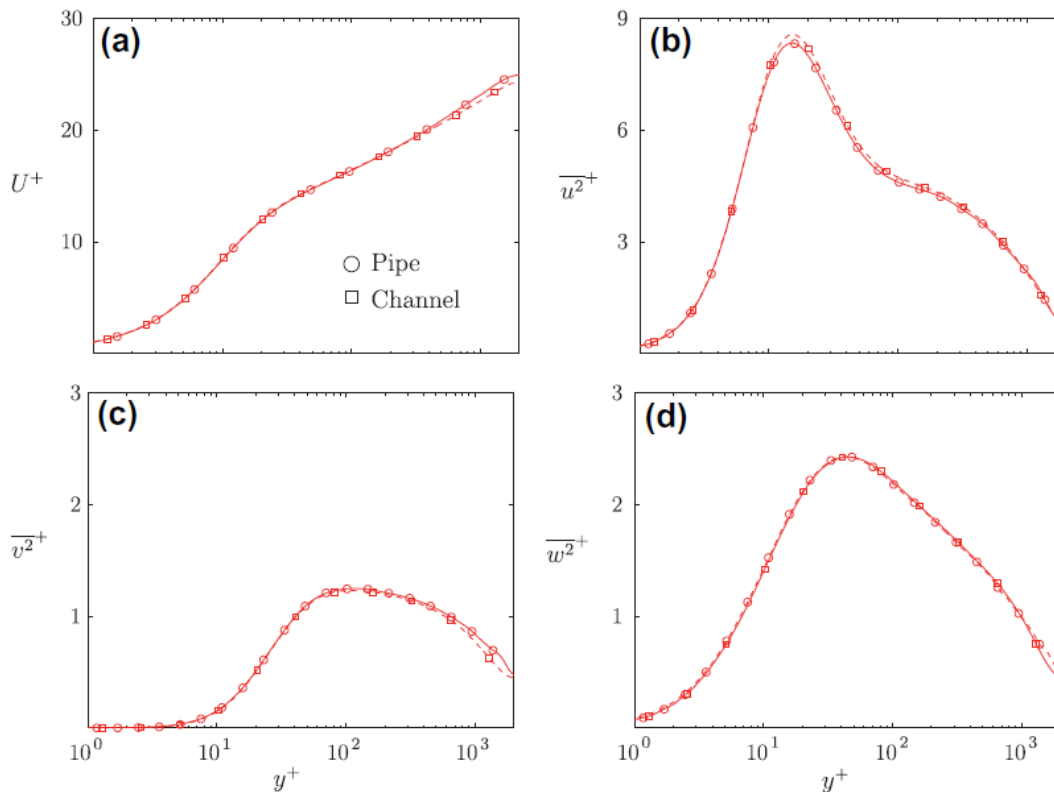


Figura 11 - Dados Placas Paralelas e Dutos Circulares (CHIN, MONTY e OOI, 2013)

Com estes resultados comprovou-se ser plausível comparar resultados de escoamentos similares nas geometrias entre placas paralelas e dutos circulares desde que

sejam respeitadas as convergências entre sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndricas.

Para este problema em questão definiu-se um gradiente de pressão constante (∇P) onde o mesmo em coordenadas cilíndricas respeita a seguinte relação (já informada anteriormente):

$$\frac{\partial P}{\partial x} \left(\frac{R}{2} \right) = \tau_w \quad (89)$$

Este problema possui solução 2D conforme citado anteriormente e desde que plenamente desenvolvido, o campo de velocidades consiste em uma velocidade axial com aceleração nula (regime não-transiente).

Nas simulações desenvolvidas, o valor do Raio foi de 1,5 metros, gradiente de Pressão foi de 6×10^{-5} Pa/m, viscosidade foi de 0,00001 cSt, u_τ de 0,00668 (dados para $Re_\tau 1000$).

A malha utilizada no OpenFoam® consistiu em condição de contorno periódica na direção x (axial) possuindo 1 célula nesta direção. Na direção θ foram utilizados também 1 célula no intuito de otimizar o tempo computacional. Todas as divisões (quantidade de células) foram realizadas na direção R, respeitando a quantidade de divisões da direção (y) utilizadas na malha de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012).

A discretização consistiu em uma quantidade de divisões nas malhas similar à utilizada pelos dados de DNS obtidos totalizando 252 pontos na direção radial pois no original, foram desenvolvidos 252 pontos ao longo do eixo y (devido ao DNS ser com geometria de placas paralelas).

Ao utilizar malha angular de 1° com 252 pontos na direção radial, o OpenFoam® através da ferramenta “checkmesh” que verifica a malha indicou a existência de volumes na região central da região radial (próximas a $r=0$) muito pequenos e que poderiam dificultar a convergência. Por este motivo, foram realizadas tentativas de utilizar uma malha com uma menor quantidade de pontos que o DNS desde que não trouxesse influência sobre as entidades avaliadas (perfil de velocidade e componentes da parte deviatórica do tensor de Reynolds).

De acordo com os gráficos a seguir correspondente ao perfil radial de velocidade axial e Tensão cisalhante de Reynolds é possível perceber uma não variação nos resultados para malhas com 252 pontos ou 126 pontos para o modelo I (linear) do Rodi Mansour Modificado utilizando a abordagem $\kappa - \varepsilon$ do código implementado no OpenFOAM®.

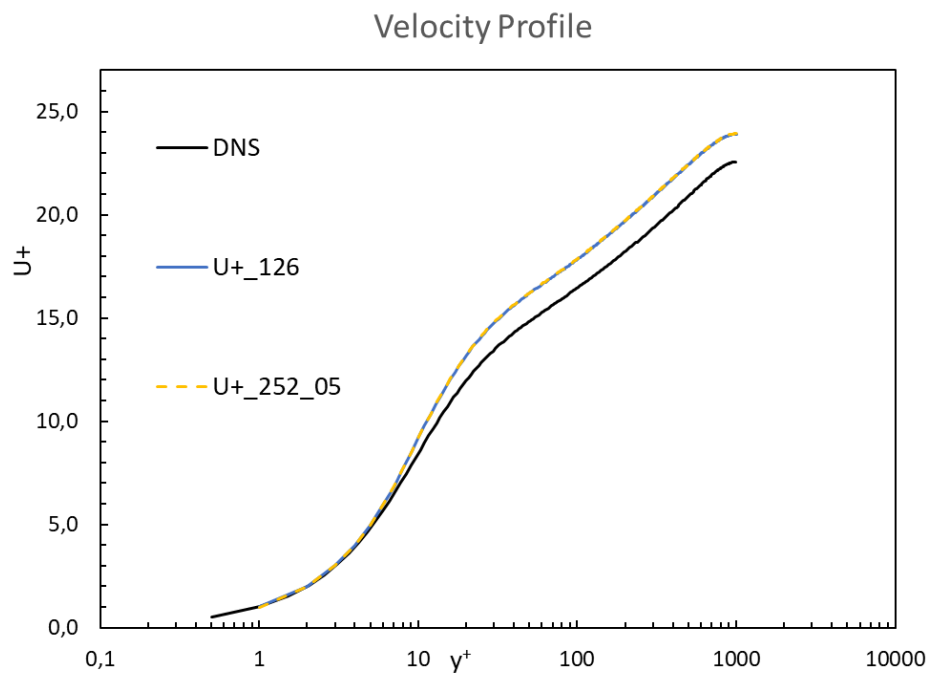


Figura 12 - Comparação da distribuição de velocidades do modelo linear Rodi Mansour Modificado com diferentes malhas

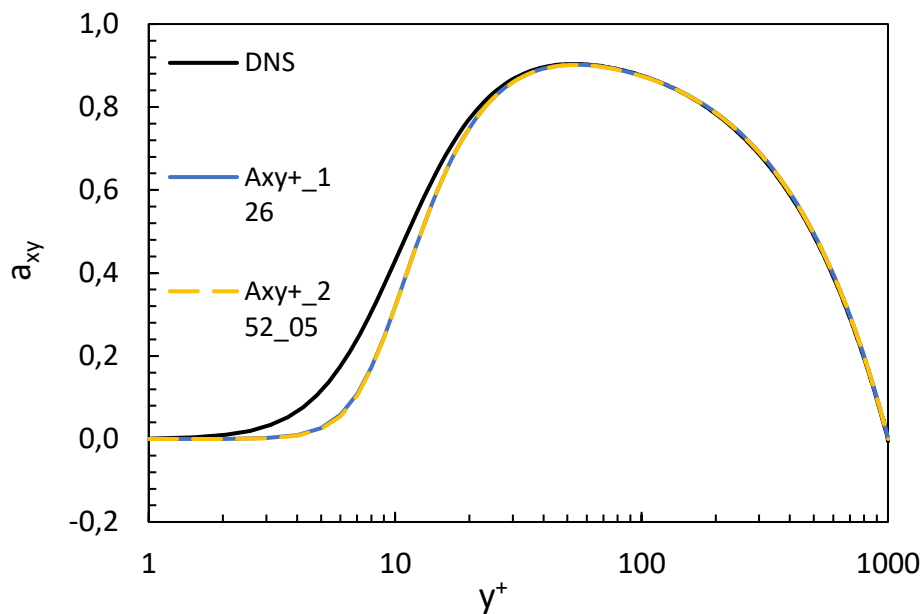


Figura 13 - Comparação da Tensão Cisalhante do modelo linear Rodi Mansour Modificado com diferentes malhas

Foi possível perceber que os resultados para a tensão cisalhante e do campo de velocidades foram praticamente os mesmos independentes da malha ter 252 pontos ou 126 pontos. Com estes resultados, decidiu-se utilizar a malha com 126 pontos nos demais modelos não-lineares desenvolvidos tendo em vista que para o campo de velocidades e tensão cisalhante apenas o tensor taxa de deformação linear possui influência.

4.2. Resultados dos modelos lineares de turbulência $\kappa - \varepsilon$

Conforme informado anteriormente, foram analisados diversos modelos lineares com o intuito de a partir do mesmo desenvolver os não-lineares. Esta decisão é importante pois para o problema de interesse, o termo linear do tensor de Reynolds é o principal responsável pela definição da tensão de cisalhamento (ou componente da parte deviatórica do tensor de Reynolds do componente a_{rz}) assim como para a definição do campo de velocidades. Com isto, serão comparados nestes dois aspectos com os dados de DNS obtidos por Thais et al (2012). Vale ressaltar aqui que modelos lineares não possuem capacidade de prever nenhum componente normal do tensor de Reynolds. Vale lembrar também que as conclusões do trabalho de Chin et al (2013) corroboram com a validade desta comparação.

Para a avaliação em questão considerou-se os modelos Lam Bremhorst (LAM e BREMHORST, 1981), Launder Sharma (LAUNDER, PRINDDING e SHARMA, 1977) e Rodi Mansour Modificado (RODI e MANSOUR, 1993) especificados para $Re_\tau = 1000$.

Nos gráficos a seguir serão mostrados o campo de velocidade axial e a tensão de cisalhamento dos diversos modelos.

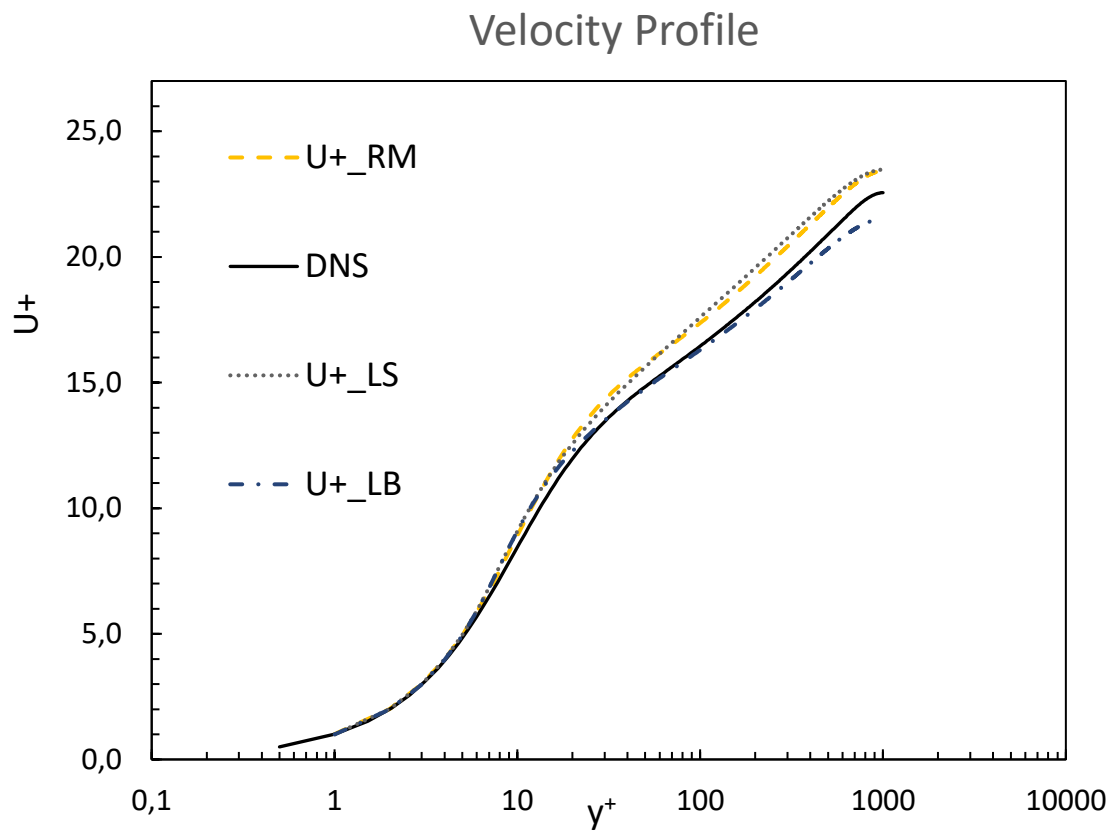


Figura 14 - Comparação da distribuição de velocidades (U^+) entre modelos lineares

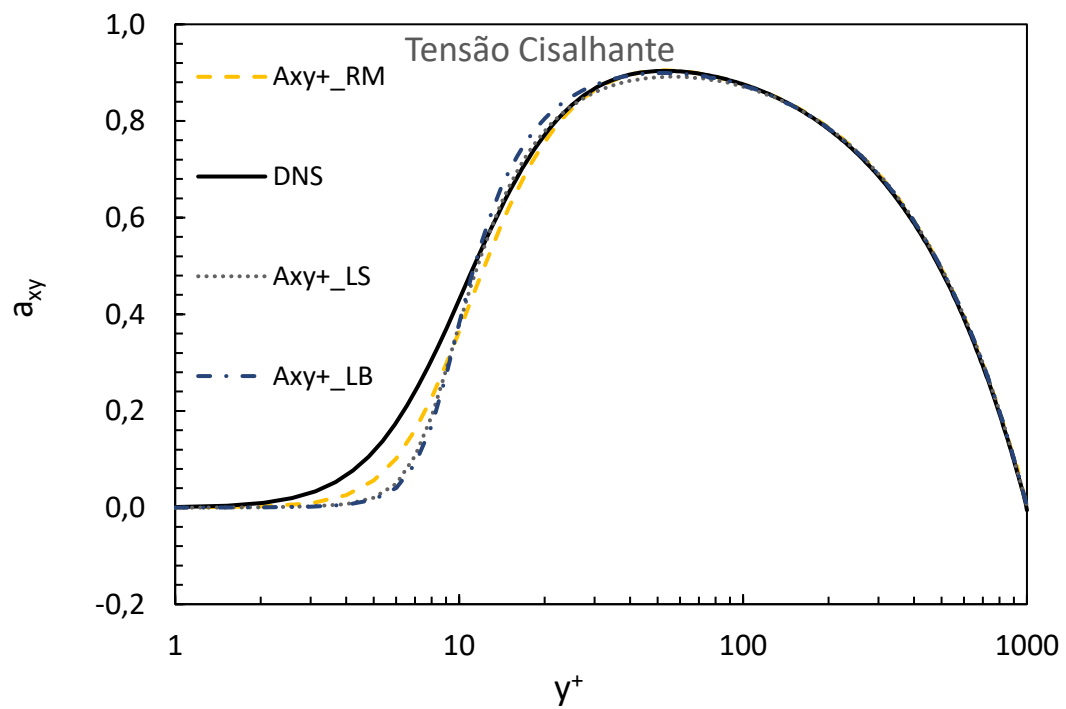


Figura 15 - Comparação dos valores da Tensão Cisalhante (a^+_{xy}) entre os modelos lineares

O modelo de Rodi Mansour Modificado possui sua função de amortecimento (f_μ) variando com a coordenada (y^+) e isto é um fator que favorece a expansão para modelos não-lineares a partir do mesmo pois as funções de ajuste que acompanham os tensores em cada modelo também possuem variação com esta coordenada. Além disso o modelo de Rodi Mansour Modificado apresentou o melhor resultado quanto à Tensão Cisalhante. Mesmo o modelo de Lam Bremhosrt apresentando o melhor resultado em relação à velocidade axial, o modelo de Rodi Mansour Modificado foi o escolhido. O Modelo Launder Sharma apresentou os resultados um pouco mais distantes da referência do DNS.

Os dados acima expostos foram obtidos para $Re_\tau = 1000$. Em relação à distribuição de velocidade axial, é possível perceber que o modelo de Rodi Mansour Modificado apresentou uma aderência de praticamente 100% com os valores obtidos em DNS na região onde $u^+ = y^+$, ou seja, na região onde as forças viscosas preponderam no escoamento (região viscosa). De acordo com a literatura (VIRK, 1975) e (LUMLEY, 1973), a região viscosa possui uma relação linear até aproximadamente $y^+ < 5$ e uma região logarítmica a partir de $y^+ > 30$ fazendo com que a região entre estes valores precise de formulação específica. Assim, todos os modelos apresentaram comportamentos ideais na região viscosa até o valor de $y^+ = 8$. Os modelos se diferem a partir desse valor de y^+ fazendo com que todos os modelos lineares superestimassem os valores de U^+ em relação aos dados de DNS obtidos para placas paralelas.

Em relação aos dados da Tensão Cisalhante os modelos apresentaram comportamentos distintos entre si. O modelo Rodi Mansour Modificado apresentou um comportamento praticamente aderente ao DNS de placas paralelas diferindo na região da parede onde $y^+ < 20$, ou seja, na região de transição (buffer zone) e na região viscosa (onde as forças viscosas preponderam no escoamento). Os demais modelos também apresentaram comportamento similares ao Rodi Mansour Modificado.

O modelo Launder Sharma apresentou desalinhamento com os dados de DNS para Tensão de Cisalhamento até a coordenada $y^+ \cong 100$. Os valores estão subestimados em relação à referência e portanto este foi o comportamento menos adequado até então.

O modelo Lam Bremhorst apresentou um valor subestimado da Tensão de Cisalhamento em relação aos dados de DNS até à coordenada $y^+ \cong 10$ e superestimado da coordenada $y^+ \cong 10$ até à coordenada $y^+ \cong 40$.

Com isso concluiu-se que o modelo que apresentou o melhor comportamento em relação às Tensões de Cisalhamento foi o de Rodi Mansour Modificado. Por conta destes resultados e de uma adequabilidade maior que os outros métodos para extensão dos modelos não-lineares, ele foi escolhido para ser base para os demais modelos não-lineares

Complementando a decisão de modelo linear adotado, foram avaliados os valores de energia cinética turbulenta e dissipação da energia cinética (κ e ε).

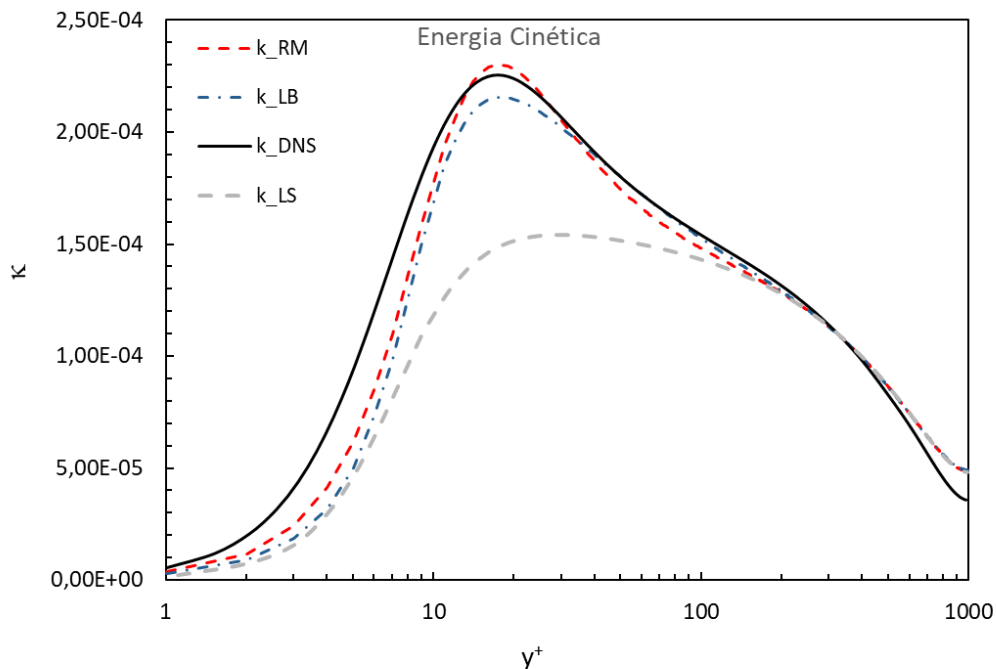


Figura 16 - Valores energia cinética dos Modelos Lineares

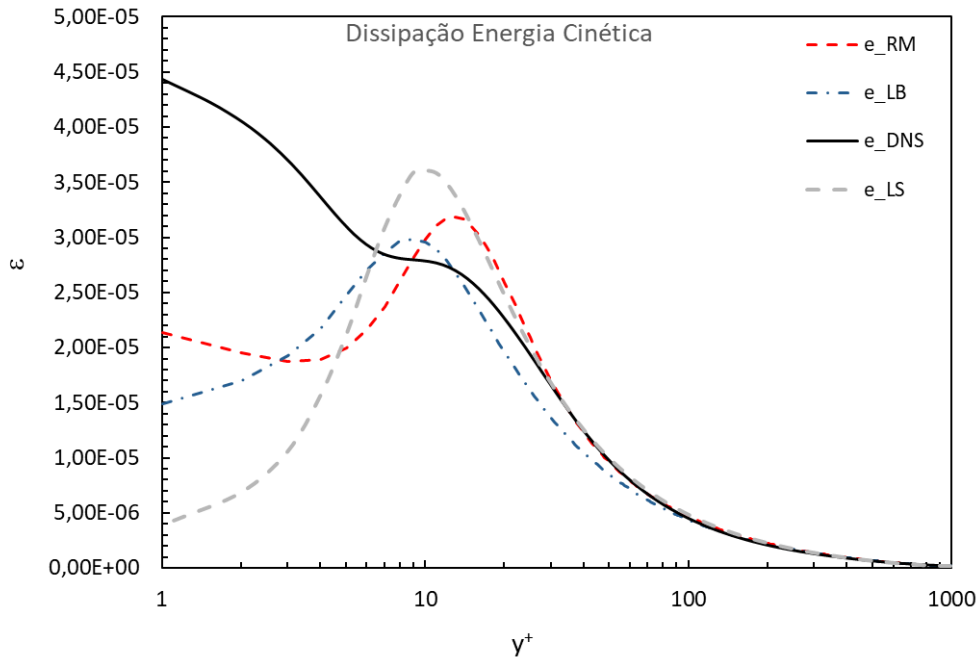


Figura 17 - Comparação valores da dissipação da energia cinética dos Modelos Lineares

Os valores de κ mostraram que o modelo de Launder Sharma apresentou os valores da energia cinética turbulenta mais distantes dos informados pelo DNS. O modelo de Lam Bremhorst e Rodi Mansour Modificado apresentaram os comportamentos mais parecidos com a referência sendo que o Rodi Mansour Modificado ficou ainda mais próximo com o comportamento do DNS e o pico ocorrido na coordenada $y^+ = 20$ apresentou um valor acima da referência.

Os valores de ε indicaram também que o modelo Launder Sharma apresentou os valores com menor aderência à referência DNS de placas paralelas. Os valores da dissipação de Rodi Mansour apresentaram aderência completa aos dados do DNS de placas paralelas a partir dos valores da coordenada $y^+ = 40$, enquanto o modelo de Lam Bremhorst apresentou os valores de aderência a partir de $y^+ = 100$.

No âmbito geral todos os modelos apresentam resultados para a dissipação da energia cinética (ε) distantes do DNS na região próxima à parede $1 < y^+ < 20$. Isso corrobora com a tendência de comportamento dos modelos lineares na metodologia $\kappa - \varepsilon$ provavelmente por conta das suposições e simplificações existentes nos próprios modelos utilizados. Como já informado neste mesmo trabalho a metodologia RANS

calcula os valores médios das equações da conservação de movimento enquanto que o DNS resolve todas as escalas do escoamento.

4.3. Resultados dos modelos não-lineares de turbulência $\kappa - \varepsilon$

Os demais modelos Não-Lineares apresentados no capítulo 3 selecionados para avaliação nesta seção foram desenvolvidos a partir do modelo de Rodi Mansour Modificado utilizando coeficientes normalizados para κ e ε . Relembrando as equações, os modelos II, III e IV sequencialmente estariam dispostos da seguinte forma:

$$\mathbf{A}_{II} = 2fMuC_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \mathbf{S} + fMu2C_{\mu 2} \left(\frac{k^3}{\varepsilon}\right) dev(\mathbf{S}^2) \quad (90)$$

$$\mathbf{A}_{III} = 2fMuC_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \mathbf{S} + fMu2C_{\mu 2} \left(\frac{k^3}{\varepsilon}\right) dev(\mathbf{S}^2) + f_\beta C_\beta \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \mathbf{P} \quad (91)$$

$$\mathbf{A}_{IV} = 2fMuC_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right) \mathbf{S} + f_\beta C_\beta \left(\frac{k^3}{\varepsilon^2}\right) \mathbf{P} \quad (92)$$

Com isto, serão exibidos os resultados obtidos para Re_τ 1000 com os modelos não lineares seguindo a legenda:

- Modelo Rodi Mansour Modificado (RMM): RM;
- Modelo RMM com as equações do Modelo II: MII;
- Modelo RMM com as equações do Modelo III: MIII;
- Modelo RMM com as equações do Modelo IV: MIV;

Com isso os resultados para os modelos foram (para os dados das tensões principais componentes do Tensor de Reynolds os dados do Modelo Linear de Rodi Mansour Modificado não foram exibidos nos gráficos pois os valores são nulos para isso):

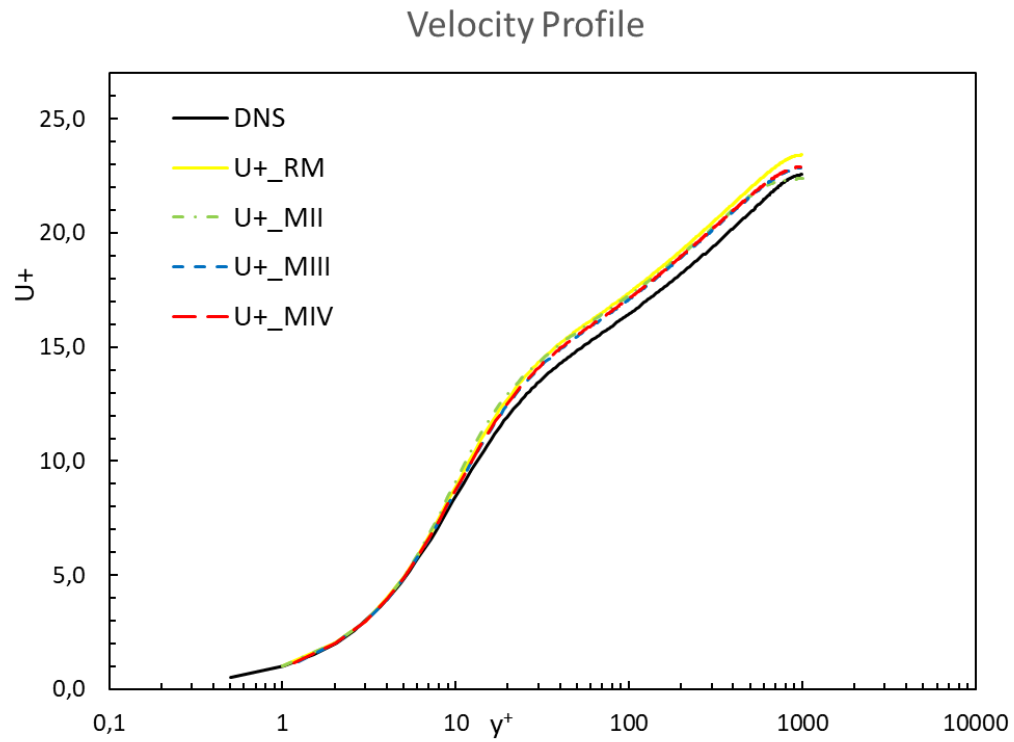


Figura 18 - Distribuição de Velocidades (U^+) Modelos na abordagem $\kappa - \varepsilon$

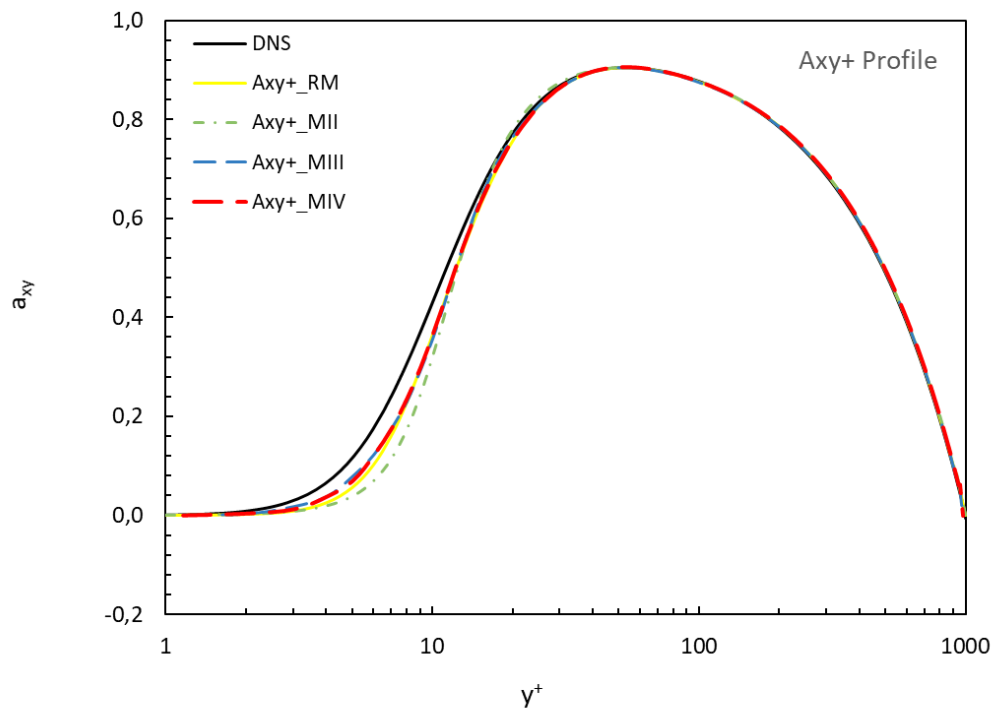


Figura 19 - Tensão Cisalhante (a_{xy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \varepsilon$

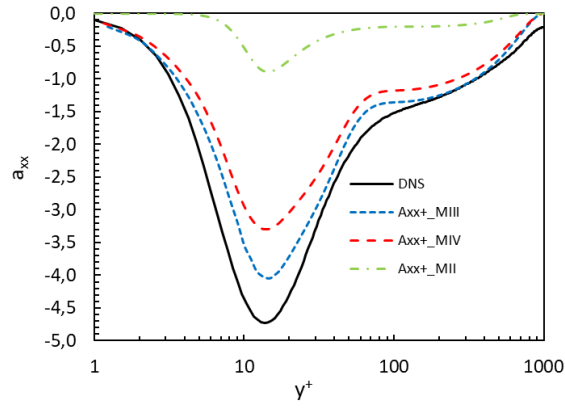


Figura 20 - Componente Normal (a_{xx}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \varepsilon$

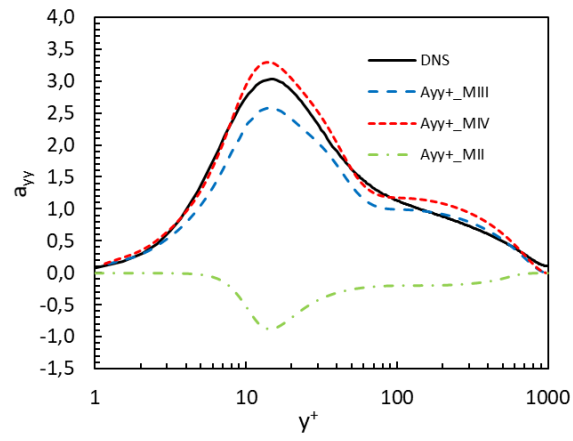


Figura 21 - Componente Normal (a_{yy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \varepsilon$

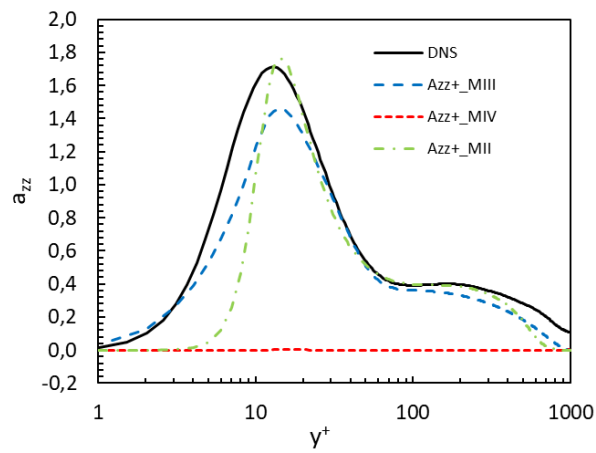


Figura 22 - Componente Normal (a_{zz}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \varepsilon$

É possível notar que a modelagem do Modelo II apresentou resultados de Velocidade Axial e Tensão Cisalhante na parede um pouco diferentes dos demais. Todavia, quando comparados com os dados de DNS de Thais et al. (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) os comportamentos do modelo para as tensões principais apresentou resultados bastante similares, a ponto de torná-lo válido para a comparação pois estariam de acordo com o proposto nas literaturas citadas neste trabalho tal como (CHIN, MONTY e OOI, 2013).

O modelo III foi o que apresentou melhor aderência aos dados base do DNS em todas as tensões principais, porém os valores foram subestimados em relação aos módulos das tensões principais. O modelo IV apresentou resultados inferiores ao III porém também relevantes sendo que na componente $a_{\theta\theta}$ ou a_{yy} os valores foram superestimados no pico que ocorre na coordenada $y^+ = 18$. Na componente a_{zz} somente os modelos II e III captaram valores similares ao DNS sendo que o valor máximo do modelo II chegou mais próximo do que o modelo III e o modelo IV não conseguiu captar valores aceitáveis para esta coordenada.

Um comentário importante é que os resultados obtidos para a velocidade axial, assim como para todos os componentes do tensor de Reynolds apresentaram exatamente as mesmas tendências que observadas na avaliação a priori dos modelos desenvolvidos por Nieuwke et al (NIECKELE, THOMPSON e MOMPEAN, 2016) para um canal de placas paralelas. Adicionalmente as mesmas tendências foram observadas por Murad (MURAD, 2016) em sua avaliação a posteriori dos modelos não lineares para um canal de placas paralelas.

Vale ressaltar aqui que o modelo II apresentou uma dificuldade adicional para convergência, fazendo que em cada iteração fosse necessário a utilização de fatores de sub-relaxação menores que os demais. Este fato evitou que os valores do componente de geração da equação de geração da energia cinética e da dissipação em cada iteração atingissem valores elevados (10^{10}) a ponto do software OpenFOAM® não conseguir prosseguir com as iterações. Provavelmente este artifício empírico fez com que os gráficos de Velocidade Axial e Tensão Cisalhante apresentassem um comportamento ligeiramente diferente dos demais modelos.

Em relação aos tempos computacionais, todos os modelos não lineares apresentaram valores maiores do que os lineares. O modelo Rodi Mansour convergiu em cerca de 1 a 2 horas, o modelo II precisou de aproximadamente 3 - 4 horas para convergir, o modelo III precisou de aproximadamente 8 horas para convergir enquanto o modelo IV precisou de aproximadamente 6 horas para convergir. Estes dados foram dentro do esperado pois o tensor $\mathbf{P}$ envolve equacionamentos de uma base de tensores em outra e naturalmente levaria um tempo computacional maior do que uma base estendida em relação ao tensor $\mathbf{S}^2$. O modelo III possui equacionamento mais complexo envolvendo os dois tensores em questão nas suas equações base.

4.4. Resultados dos modelos de turbulência $\kappa - \dot{\gamma}$

O presente modelo de convergência utiliza o módulo do tensor ($\mathbf{S}$) em vez da dissipação da energia cinética (ε). Com isso a grandeza $\dot{\gamma}$ seria obtida pelo módulo da taxa de deformação ou a raiz quadrada da metade do produto interno duplo do tensor taxa de deformação por ele mesmo (conforme visto na seção 03 deste trabalho).

Para este método as funções de amortecimento foram determinadas neste trabalho a partir dos dados de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) e utilizadas como os componentes que acompanham respectivamente os tensores $\mathbf{S}$, $\mathbf{S}^2$ e $\mathbf{P}$ ($f_{\gamma 1}$, $f_{\gamma 2}$ e f_{β}):

$$\mathbf{A}_I = 2f_{\gamma 1} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} \quad (93)$$

$$\mathbf{A}_{II} = 2f_{\gamma 1} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + f_{\gamma 2} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}^2} \right) \mathbf{dev}(\mathbf{S}^2) \quad (94)$$

$$\mathbf{A}_{III} = 2f_{\gamma 1} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + f_{\gamma 2} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}^2} \right) \mathbf{dev}(\mathbf{S}^2) + f_{\beta} \left(\frac{k}{p} \right) \mathbf{P} \quad (95)$$

$$\mathbf{A}_{IV} = 2f_{\gamma 1} \left(\frac{k}{\dot{\gamma}} \right) \mathbf{S} + f_{\beta} \left(\frac{k}{p} \right) (\mathbf{P}) \quad (96)$$

O termo “p” é o módulo do tensor $\mathbf{P}$ minúsculo inserido juntamente com o “k”. É possível observar que o módulo deste tensor possui a mesma dimensão de $\dot{\gamma}^2$.

Após as definições preliminares, foram traçados os gráficos das variações das constantes e consequentemente as funções de amortecimento, conforme indicado logo a seguir:

$$f_{\gamma 1} = \tanh(0,035y^+) * (-8,89 * 10^{-13} * (y^{+4}) + 1,40 * 10^{-9} * (y^{+3}) - 8,85 * 10^{-7} * (y^{+2}) + 0,0002 * y^+ + 0,1096) \quad (97)$$

$$f_{\gamma 2} = ((-7,5 * 10^{-7} * y^{+3} + 0,00022 * y^{+2} - 0,0202 * y^+ + 0,7467) * (\tanh(y^+/4,515))) * (0,5 * (1 - \tanh(y^+ - 68))) + (-2,3 * 10^{-7} * y^{+2} + 0,0003 * y^+ + 0,1477) * (0,5 * (\tanh(y^+ - 68) + 1)) \quad (98)$$

$$f_{\beta} = 1,1 * (1 - \tanh(0,001y^{+0,4})) * \tanh(0,5y^+) * (0,626y^{+0,2284} - (-(10^{-5}y^+)^2 + (10^{-5}y^+)^{0,8}) * 5) * 0,95 + (\tanh(10^{-5}y^+) + 2 * (y^+/5000)^2) + 4,68 * (10^{-13}) * (y^{+4}) - 1,22 * (10^{-9}) * (y^{+3}) + 9,38 * (10^{-7}) * (y^{+2}) - 0,0003y^+ + 0,216 * (1 + 0,006 * (y^+/20)) - (1 - \tanh((0,001y^+)^{0,4})) \quad (99)$$

Para traçar os ajustes destas equações, foram avaliados os dados de DNS do trabalho de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) e obtidas as variações dos valores dos coeficientes representados por $f_{\gamma 1}$, $f_{\gamma 2}$ e f_{β} com a coordenada y^+ . Após avaliação do comportamento de todas as funções, foram traçadas as seguintes estratégias de análise:

- $f_{\gamma 1}$ – Como seu comportamento apresentou o caráter mais simplificado, foi utilizado o recurso do programa excell ® e do programa graph ® para traçar uma curva de tendência polinomial mais próxima do comportamento apresentado. Como a região final da curva apresentou um comportamento decrescente, utilizou a função tangente hiperbólica para viabilizar o decréscimo na região final do domínio ($y^+ > 700$);
- $f_{\gamma 2}$ – Esta variação apresentou um caráter desafiador e precisou ser subdividida em dois domínios ($0 < y^+ < 80$) e ($y^+ > 80$) no qual foram realizados diversos testes para entender o comportamento de cada região utilizando um método dos mínimos quadrados em cada um tentando aproximar cada intervalo de variação com funções de terceiro grau e de segundo grau cada. Para que fosse possível a união entre as duas partes, também foi utilizado o recurso das funções de tangente hiperbólica em cada uma de modos que cada função tivesse os seus respectivos valores no seu respectivo intervalo de domínio, tendo seu valor próximo a zero no domínio da outra função;
- f_{β} – Para este ajuste foi utilizada a mesma estratégia que $f_{\gamma 2}$ sendo que os intervalos de domínio foram diferentes: ($0 < y^+ < 15$) e ($y^+ > 15$). Esta função

apresentou um comportamento mais complexo, dificultando o uso das funções de tangente hiperbólicas. Para isto, foi necessária uma combinação entre variações das funções hiperbólicas através de variações empíricas experimentais delas de modos que cada função polinomial fosse válida no seu respectivo domínio e no outro tivesse seu valor próximo a zero;

Como mencionado anteriormente estas funções acima dispostas foram obtidas pelo autor deste trabalho. No geral as funções apresentaram boas aderências ao proposto pelo DNS tal como exposto nos gráficos abaixo:

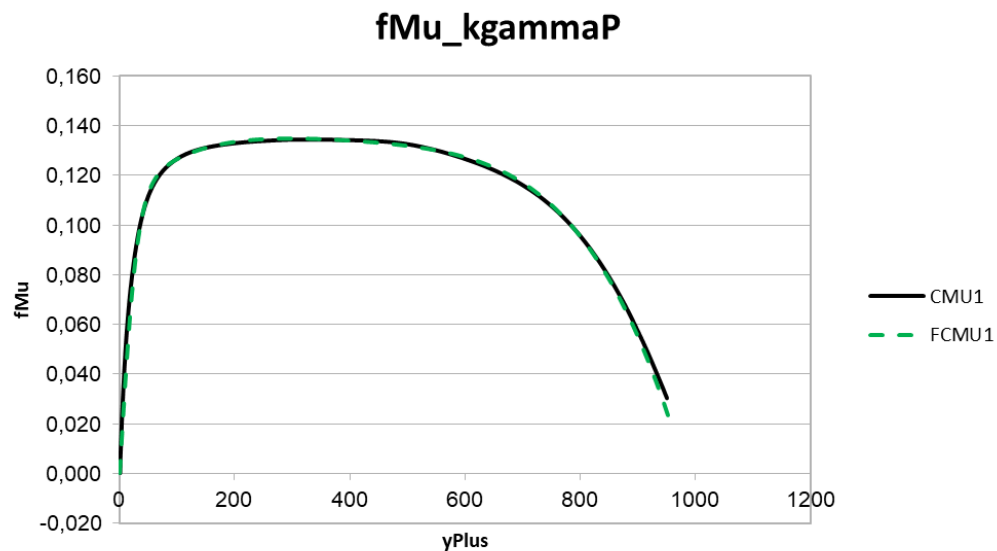


Figura 23 - Variação da função de ajuste $f_{\gamma 1}$ com a variável y^+

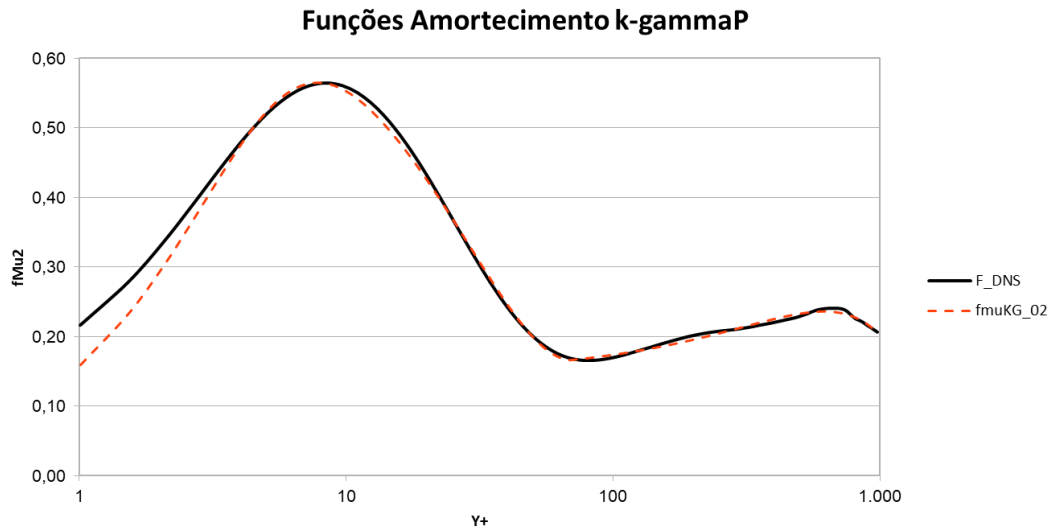


Figura 24 - Variação da função de ajuste $f_{\gamma 2}$ com a variável y^+

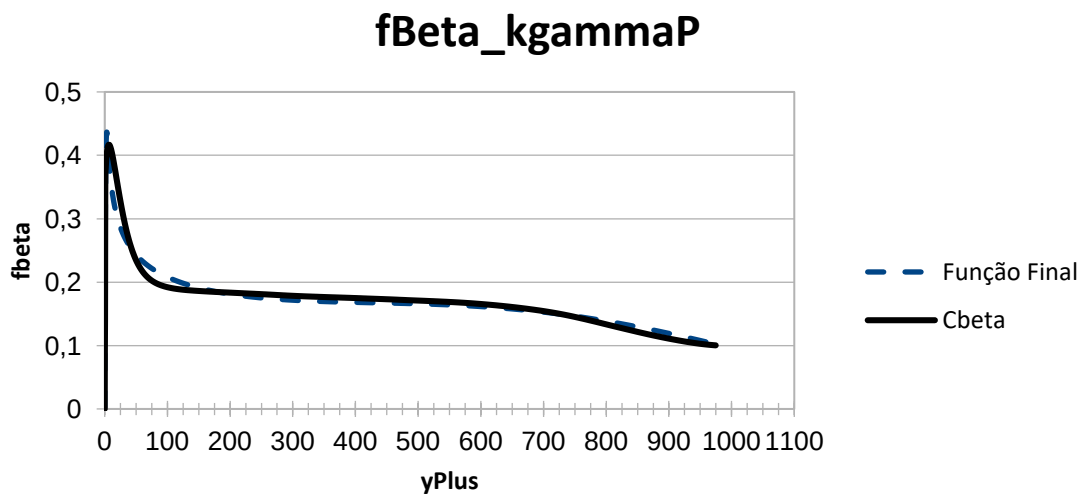


Figura 25 - Variação da função de ajuste f_{β} com a variável y^+

De posse destes dados foi possível obter todos os dados de velocidade axial, tensão cisalhante normalizada e as tensões principais do Tensor de Reynolds comparando os 4 modelos utilizando a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ conforme expostos a seguir, sendo:

- kgI – Modelo linear na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$;
- kgII – Modelo II na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$;
- kgIII – Modelo III na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$;
- kgIV – Modelo IV na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$;

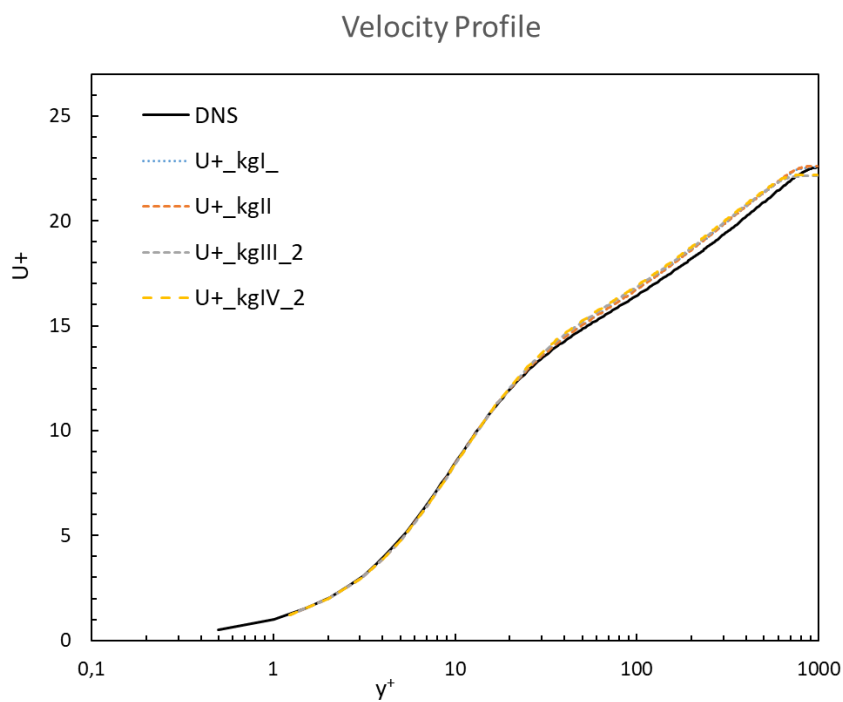


Figura 26 - Distribuição da Velocidade (U^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$

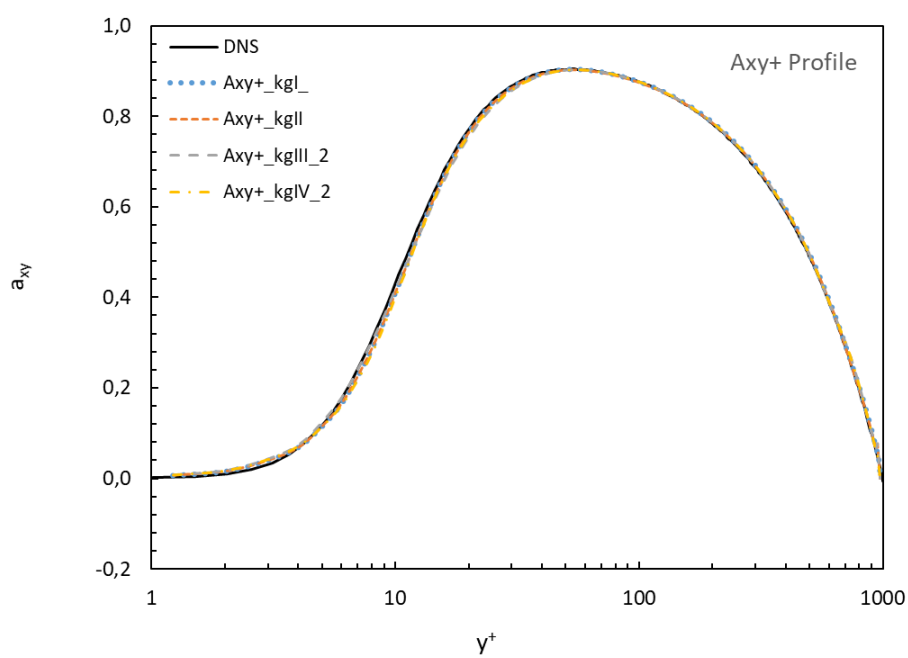


Figura 27 - Tensão Cisalhante (a_{xy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$

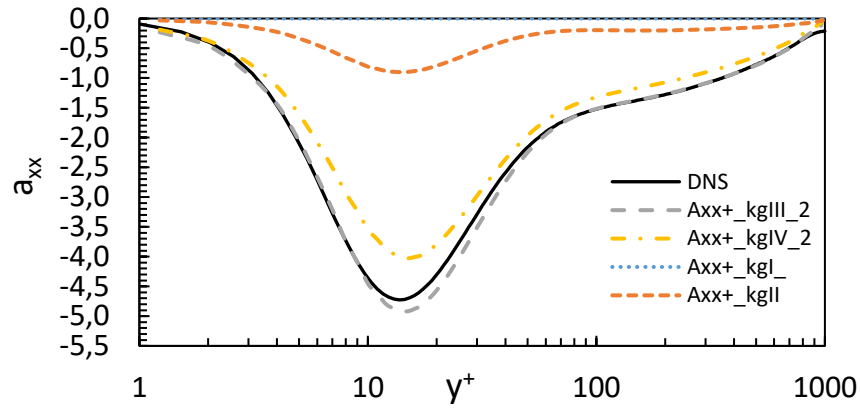


Figura 28 - Componente Normal (a_{xx}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$

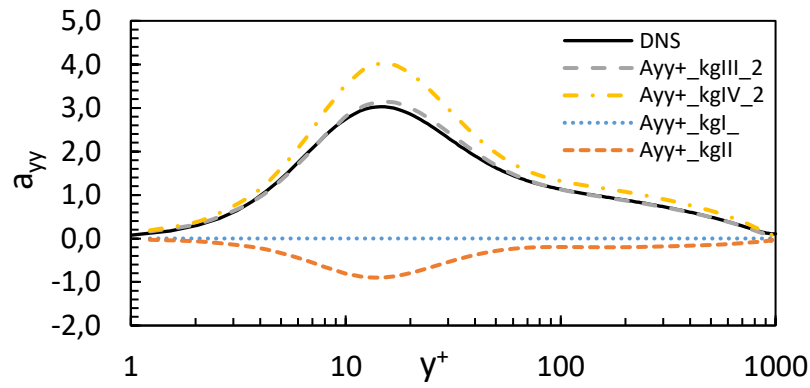


Figura 29 - Componente Normal (a_{yy}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$

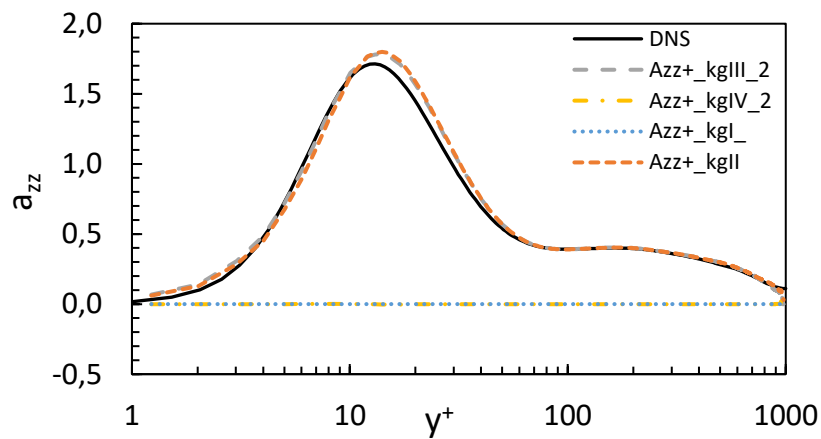


Figura 30 - Componente Normal (a_{zz}^+) dos modelos na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$

Nos gráficos anteriores, as coordenadas cilíndricas que representam $a_{rz}, a_{xx}, a_{rr}, a_{\theta\theta}$ estão sendo indicados por $a_{xy}, a_{xx}, a_{yy}, a_{zz}$.

É possível perceber que os dados obtidos com a normalização $\kappa - \dot{\gamma}$ conseguiram ficar aderentes aos dados base de DNS. Todos os modelos apresentaram uma leve superestimação no valor de U^+ porém menor do que os modelos da metodologia $\kappa - \varepsilon$. Todos os modelos apresentaram aderência quase que completa aos dados DNS para a componente da Tensão Cisalhante.

Em relação à aderência dos modelos aos dados de DNS para os componentes da direção principal, ocorreram variações dependendo dos modelos. Como esperado, o modelo I não conseguiu prever nenhum dos componentes normais.

O modelo II obteve uma captação dos componentes principais do Tensor de Reynolds similar ao modelo utilizando a metodologia $\kappa - \varepsilon$ porém com uma maior aderência aos dados originais do DNS do que o modelo I.

O modelo III apresentou a melhor aderência aos dados do DNS estando praticamente com valores sobrepostos e tendo um pleno sucesso da medição dos dados.

O modelo IV apresentou uma subestimação para o componente $a_{xx}(a_{xx})$ e superestimação do componente $a_{yy}(a_{rr})$. O componente $a_{zz}(a_{\theta\theta})$ não conseguiu ser obtido pelo modelo IV conforme esperado.

No geral os modelos da metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ apresentaram um comportamento similar aos modelos $\kappa - \varepsilon$ porém com uma aderência aos dados de DNS bastante superior indicando que os mesmos convergiram de forma melhor e possuíram melhor acurácia. Em relação aos tempos computacionais a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ apresentou números superiores pois necessitou de um número maior de iterações até a completa convergência além de terem sido necessárias mais simulações para obter-se os resultados pois os parâmetros se mostraram bastante sensíveis aos valores das equações de amortecimentos.

4.5. Aplicação metodologia para novos números de Reynolds

Com o intuito de expandir os conhecimentos anteriormente citados para números de Reynolds maiores (Re_τ) foram realizadas simulações para $Re_\tau = 2000$ e comparou-se

os resultados com o DNS de (LEE e MOSER, 2015). Para isso, utilizou-se as mesmas funções de ajuste para $Re_\tau = 1000$ tanto para a abordagem $\kappa - \varepsilon$ quanto para a $\kappa - \dot{\gamma}$ e com isso investigou-se o desempenho dos modelos para $Re_\tau = 2000$ visando avaliar a generalidade dos resultados e dependência que os ajustes possuem com o número de Re_τ . Com isso observou-se que os resultados foram um pouco menos aderentes ao DNS do que com $Re_\tau = 1000$, porém, os valores ainda assim foram relevantes e novamente a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ apresentou resultados mais aderentes do que os da $\kappa - \varepsilon$. Este comportamento era esperado pois a modelagem analisada em questão possui sensibilidade aos ajustes. Serão exibidos os resultados para os componentes do Tensor de Reynolds para as duas metodologias e $Re_\tau = 2000$. Para as simulações com $Re_\tau = 2000$ foi necessária uma malha com maior número de pontos (cerca de 150% a mais de pontos) e o tempo computacional cresceu consideravelmente (cerca de 300%). As figuras 31, 32, 33 e 34 representam os componentes da parte deviatória do tensor de Reynolds para a metodologia $\kappa - \varepsilon$ sequencialmente (a_{xy}^+ , a_{xx}^+ , a_{yy}^+ e a_{zz}^+). As figuras 35, 36, 37 e 38 representam os componentes da parte deviatória do tensor de Reynolds para a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ sequencialmente (a_{xy}^+ , a_{xx}^+ , a_{yy}^+ e a_{zz}^+).

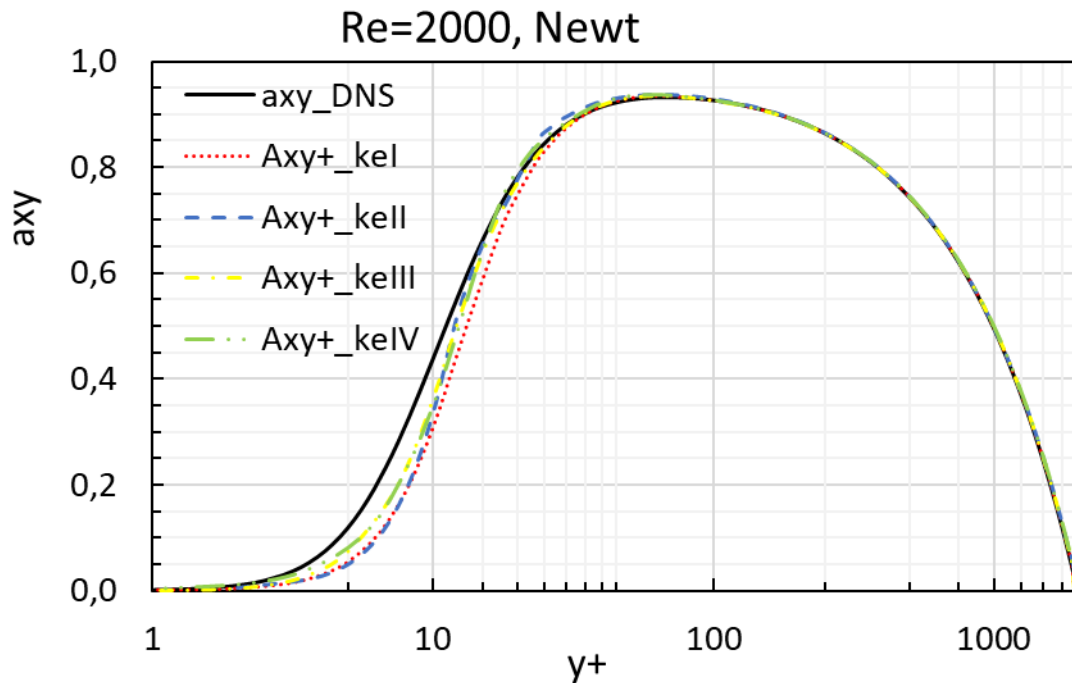


Figura 31 - Tensão Cisalhante (a_{xy}^+) com $Re_\tau = 2000$ (metodologia $\kappa - \varepsilon$)

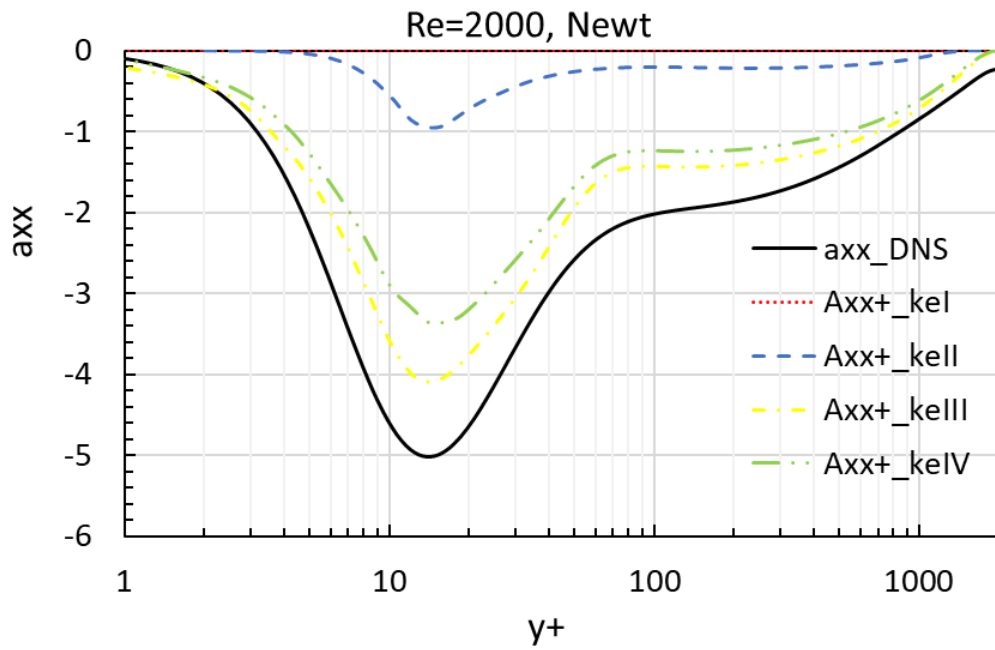


Figura 32 - Componente Normal (a_{xx}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \varepsilon$)

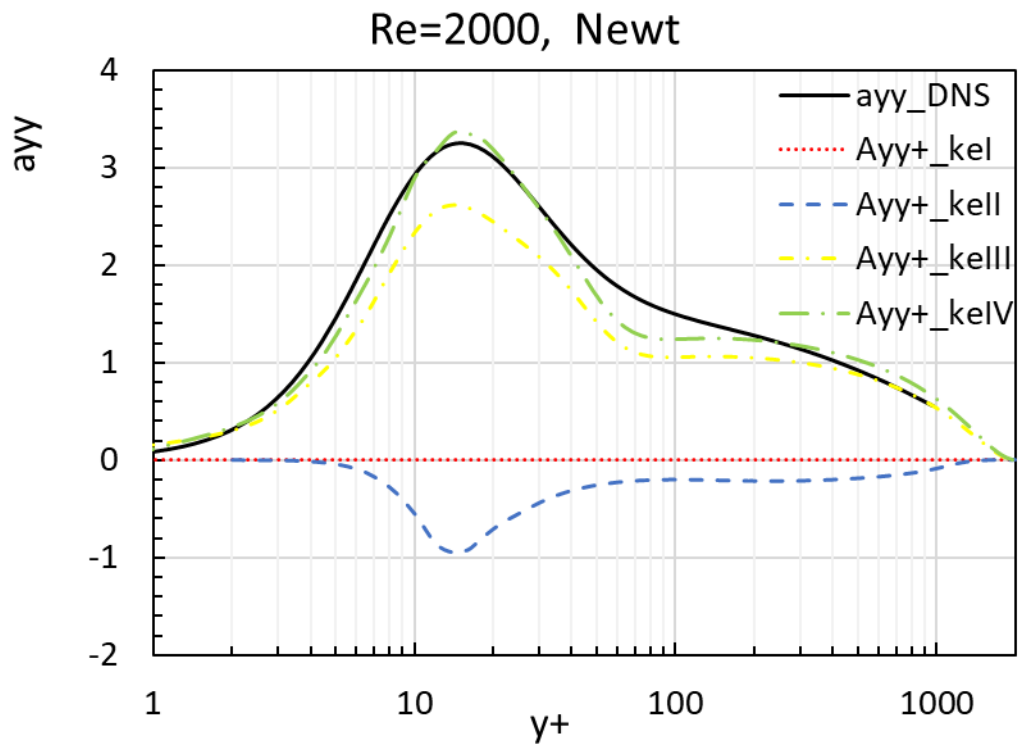


Figura 33 - Componente Normal (a_{yy}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \varepsilon$)

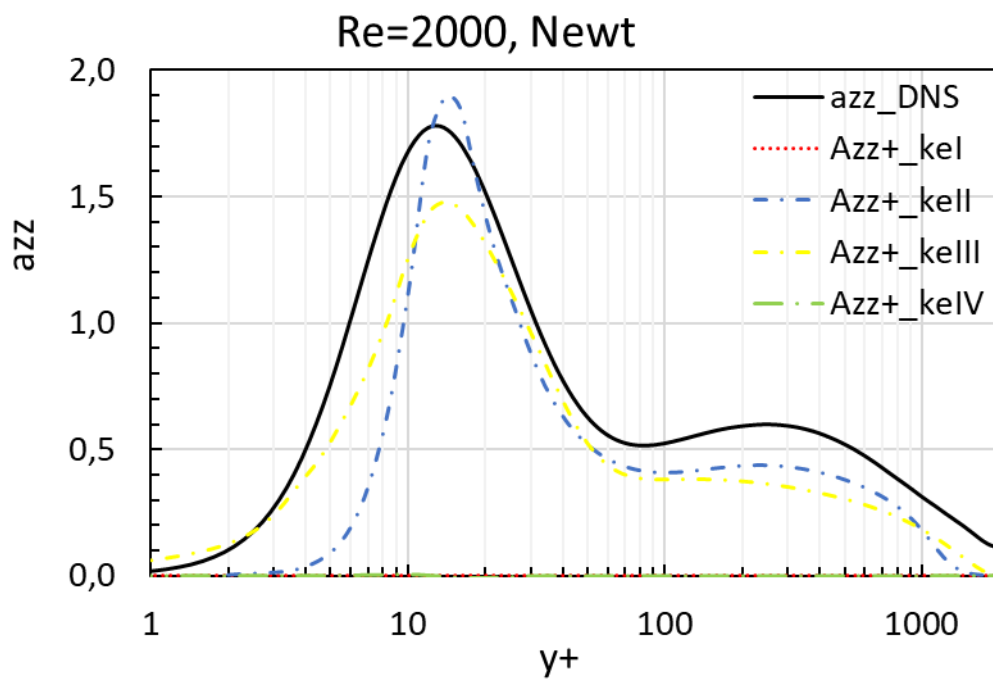


Figura 34 - Componente Normal (a_{zz}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \varepsilon$)

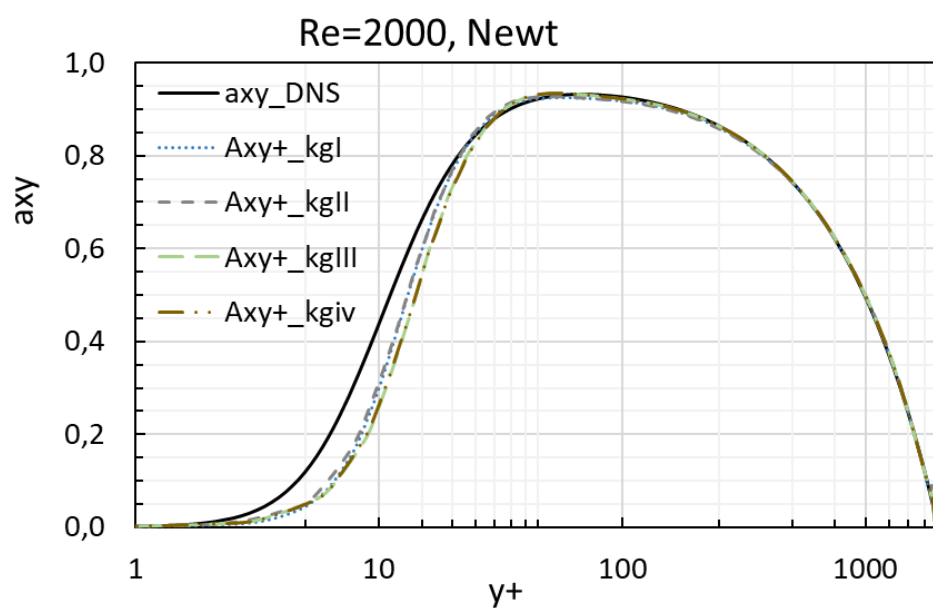


Figura 35 - Tensão Cisalhante (a_{xy}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \gamma$)

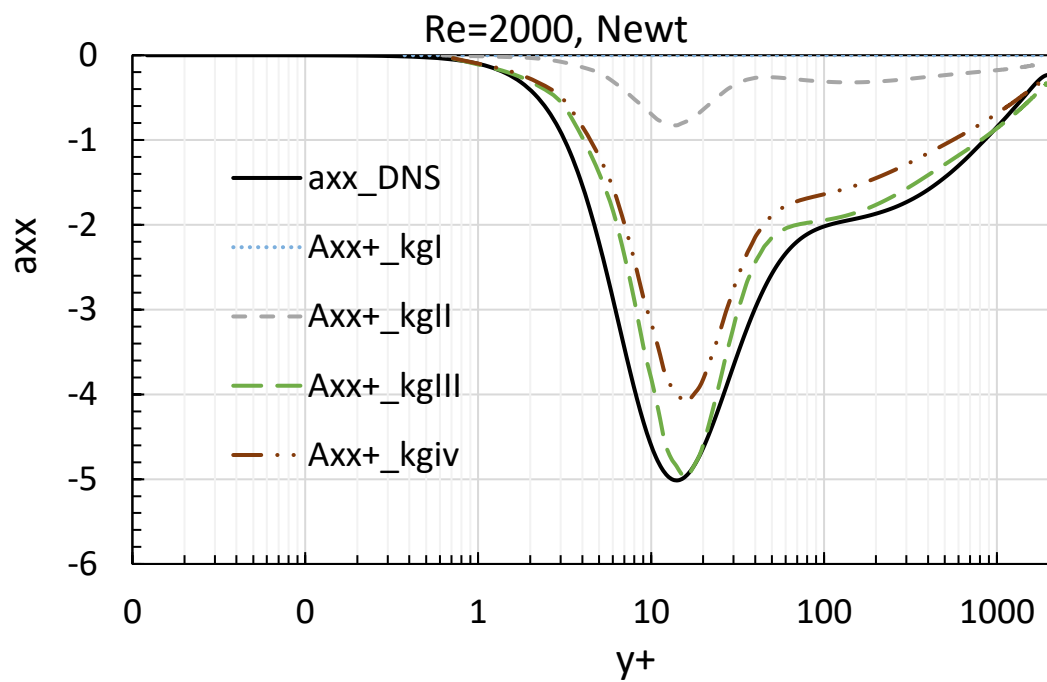


Figura 36 - Componente Normal (a_{xx}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$)

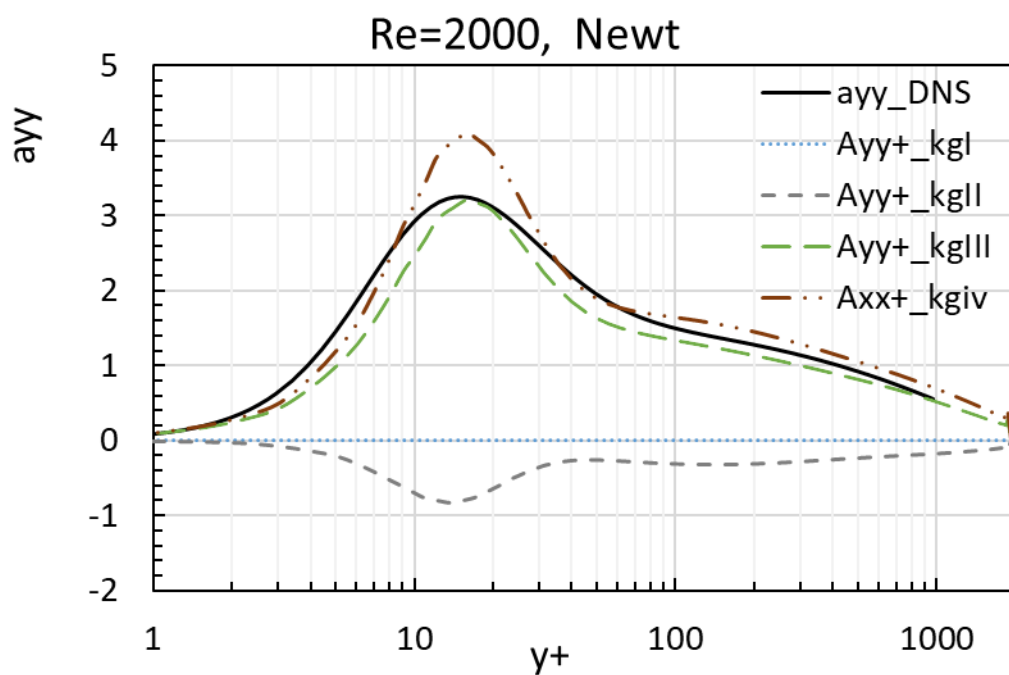


Figura 37 - Componente Normal (a_{yy}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$)

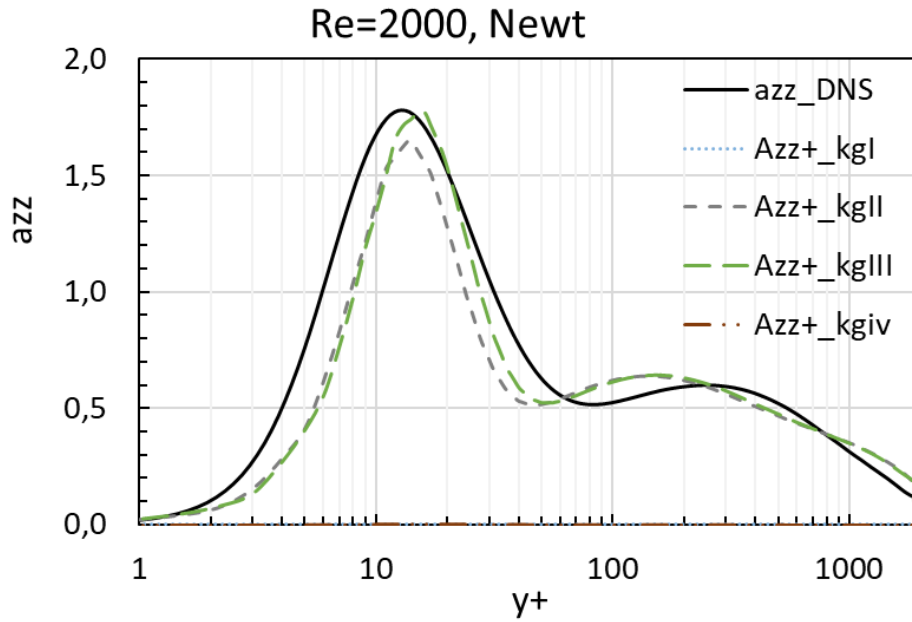


Figura 38 - Componente Normal (a_{zz}^+) com Re_τ 2000 (metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$)

Na obtenção dos resultados ocorreu uma dificuldade de convergência na região próxima ao meio do domínio para números de Reynolds maiores, principalmente para a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$. Os valores dos componentes principais do Tensor de Reynolds apresentaram resultados levemente subestimados em relação ao DNS, exceto o modelo IV para o componente a_{yy}^+ da metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ e modelo II para o componente a_{zz}^+ da metodologia $\kappa - \varepsilon$. O modelo IV da metodologia $\kappa - \varepsilon$ apresentou um resultado bastante aderente ao DNS para a componente a_{yy}^+ . O modelo III da metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ foi o que apresentou os resultados mais aderentes ao DNS, sendo assim melhor do que o mesmo modelo da metodologia $\kappa - \varepsilon$. Percebe-se que quanto maior o número de Reynolds, mais sensível a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ se apresenta para os parâmetros de simulação (quantidade de pontos da malha, fatores de subrelaxamento, entre outros). Devido ao maior número de pontos e dificuldade de convergência, o tempo computacional para as simulações de $Re_\tau = 2000$ cresceu consideravelmente em relação às simulações de $Re_\tau = 1000$ (cerca de 300%).

5. Conclusões

Modelos lineares e não lineares para prever escoamento turbulento hidrodinamicamente desenvolvido em dutos circulares foram avaliados através de comparação com dados de DNS.

Para avaliação dos modelos utilizou-se dados de DNS para escoamento em canais, uma vez que mostrado em Chin et al (CHIN, MONTY e OOI, 2013) os resultados adimensionais são equivalentes. Desta forma foi possível avaliar os resultados para escoamentos turbulentos de baixo Reynolds ($Re_\tau = 1000$ e $Re_\tau = 2000$) utilizando dados de Thais et al (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) e Lee e Moser (LEE e MOSER, 2015).

Dos modelos lineares avaliados, o modelo de Rodi e Mansour Modificado (RODI e MANSOUR, 1993) apresentou o melhor desempenho para o escoamento em questão e foi utilizado como base para os modelos não lineares.

Conforme demonstrado neste trabalho, foi possível através da extensão das bases de tensores que compõem a equação dos componentes da parte deviatórica do Tensor de Reynolds obter resultados muito próximos ao DNS utilizando metodologia RANS e método $\kappa - \dot{\gamma}$, ou seja, o objetivo principal do trabalho foi atingido trazendo um avanço tecnológico para a academia pois permitirá análises de escoamento turbulento de fluido incompressível em dutos com $Re_\tau = 1000$ e $Re_\tau = 2000$ utilizando um tempo computacional bastante inferior e com acurácia elevada.

A utilização de método $\kappa - \dot{\gamma}$ mostrou ser mais eficaz que a do método $\kappa - \varepsilon$. Isto indicou que esta nova abordagem de 2 equações para fechamento do Tensor de Reynolds apresentou elevada eficácia, mostrando que expandindo a hipótese de Boussinesq para modelos não lineares é possível obter resultados mais acuráticos além de não ter uma dependência direta com a dissipação de energia cinética.

Os resultados para $\kappa - \varepsilon$ foram menos precisos, porém apresentaram uma convergência mais fácil. O método $\kappa - \dot{\gamma}$ obteve resultados mais eficazes porém mostrou-se mais sensível aos parâmetros das funções de amortecimento. O fato dos melhores resultados terem sido da metodologia que emprega $\kappa - \dot{\gamma}$, pode ter sido

por conta da mesma ter uma menor influência da dissipação da energia cinética turbulenta, a qual sabidamente possui alta incerteza. Por outro lado, na região no meio do domínio, ocorreu dificuldades de convergência devido à sensibilidade do método nesta região devido a presença de termos que envolvem uma divisão de grandezas muito pequenas no meio do domínio, como por exemplo o valor de $\mathbf{S}$ e consequente o valor de $\dot{\gamma}$.

Conforme o esperado, o modelo I (modelo linear) foi incapaz de prever as tensões normais. O modelo II obteve resultados ínfimos para os componentes $a_{xx}(a_{xx})$ e $a_{yy}(a_{rr})$ e bons resultados em $a_{zz}(a_{\theta\theta})$, sendo que os resultados no método $\kappa - \varepsilon$ foram menos aderentes aos resultados de DNS do que o $\kappa - \dot{\gamma}$. O modelo III foi o que apresentou resultados mais aderentes ao DNS sendo que na abordagem $\kappa - \dot{\gamma}$ os resultados para as tensões principais foram praticamente iguais aos de DNS, concordando com a análise a priori e a posteriori realizada por Nieckele et al (2016) e Murad (2016) para o escoamento em canal. Este resultado confirma que adicionando os tensores $\mathbf{S}^2$ e $\mathbf{P}$ ao tensor taxa de deformação torna-os capazes de representar adequadamente as componentes normais do tensor de Reynolds. Consequentemente esta adição acarretou em tempos computacionais mais elevados do que os modelos lineares.

Todos os modelos apresentaram resultados similares em relação à variação da velocidade axial no tubo e à Tensão Cisalhante na parede sendo que os modelos $\kappa - \dot{\gamma}$ apresentaram resultados mais próximos aos do DNS, exceto para a região $y^+ > 40$ onde os valores foram levemente superestimados. Em $\kappa - \varepsilon$ os resultados foram similares e aderentes exceto no intervalo $1 < y^+ < 30$ para a Tensão Cisalhante e discrepantes do DNS (superestimados) para a velocidade axial em $y^+ > 40$.

Os resultados expostos para $Re_\tau = 2000$ foram um pouco menos aderentes ao DNS de comparação em relação aos resultados com $Re_\tau = 1000$ apresentando também uma maior dificuldade de convergência na região do meio do domínio (principalmente na componente a_{zz}^+ para a metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$). A Tensão Cisalhante das duas metodologias apresentou resultados subestimados para a região $1 < y^+ < 40$ e resultados nas tensões principais (para os modelos III de cada abordagem) levemente subestimados porém atingindo o pico dos valores iguais aos

do DNS. Os componentes das Tensões Principais da metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ foram mais aderentes ao DNS do que a metodologia $\kappa - \varepsilon$ em conformidade com os resultados da metodologia $Re_\tau = 1000$.

A metodologia $\kappa - \dot{\gamma}$ apresentou, no geral, resultados mais aderentes ao DNS do que a $\kappa - \varepsilon$ e o modelo III foi o que apresentou os melhores resultados em relação ao DNS em todas as abordagens e em todos os números de Reynolds (Re_τ) analisados. Para exemplificação seguem os gráficos abaixo retratando os resultados do modelo III para as duas metodologias avaliadas ($\kappa - \varepsilon$) na cor azul e ($\kappa - \dot{\gamma}$) na cor cinza.

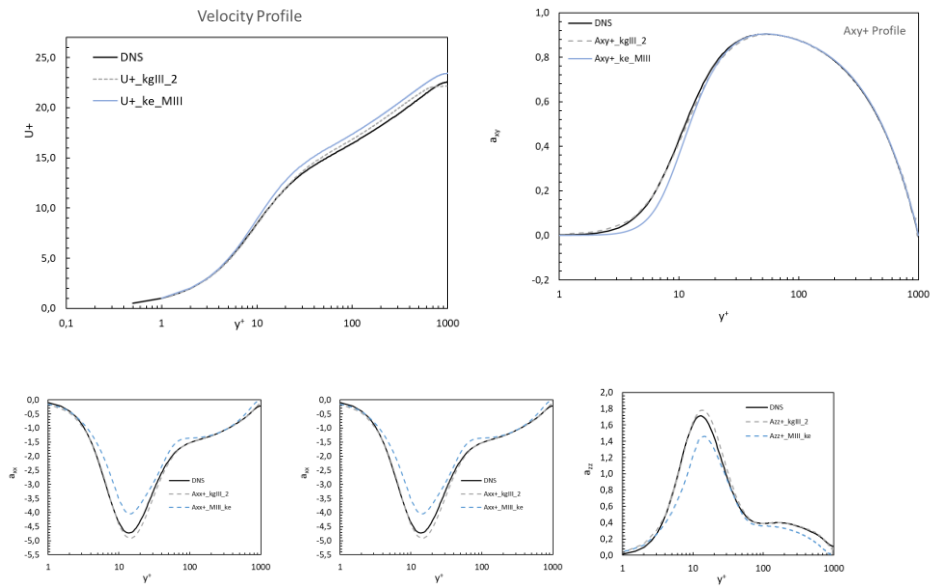


Figura 39 - Resultados do modelo III nas duas metodologias ($\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \dot{\gamma}$)

5.1. Próximos trabalhos

Os próximos trabalhos que podem ser desenvolvidos seria expandir estas metodologias para escoamentos similares com a mesma geometria e com números de Reynolds (Re_τ) maiores (3000, 4000 até 5000) além de desenvolver tentativas de diminuir os problemas de convergência no meio do domínio para $Re_\tau = 2000$. Este problema de convergência possa ser diminuído se for obtido dados de DNS para gerar ajustes específicos para o número de Reynolds em questão.

Outra análise após estes resultados pode ser a expansão de ambas as metodologias para fluidos não-newtonianos. Primeiro fluidos viscoplásticos

adicionando aos modelos variações nas viscosidades moleculares (fluidos shear thinning e shear thickening). Em um segundo momento seria uma expansão para fluidos viscoelásticos sendo que as equações de Navier-Stokes não poderiam ser utilizadas ou precisariam ser modificadas para permitir o início dos cálculos acarretando provavelmente em uma nova metodologia de uso do software OpenFOAM® e sendo necessário o trabalho de modificação de equações mais básicas do software. Um estudo preliminar nesta linha poderia iniciar através do fluido Fene-P (THAIS, GATSKI e MOMPEAN, 2012) e (THOMPSON, 2014).

Referências

(PTEN), I. P. Oil and Gas Journal/articles. **Oil and Gas Journal**, Setembro 2002. Disponível em: <www.ogj.com/articles>.

ABDOU, H. A. M. Maximizing Transportation Capacity of an Aged Crude Oil Pipeline. **Pipeline Tecnology Conference**, 2013.

AFKHAMI, M.; HASSANPOUR, A.; FAIRWEATHER, M. Effect of Reynolds number on particle interaction and agglomeration in turbulent channel flow. **Powder Technology**, Leeds, nov. 2018. 908-920.

ALBERELLO, A. et al. Observation of turbulence and intermittency in wave-induced oscillatory flows. **Wave motion**, Adelaide, 24 Maio 2018. 81-89.

ALVES, F. A. V. D. B. **Uso de base de dados DNS para construção de modelos RANS utilizando decomposições tensoriais e coeficientes de bases normalizadas**. Universidade Federal Fluminense. Rio de Janeiro, p. 41. 2014.

ALYESKA-PIPE. **TAPS**. Disponível em: <www.alyeska-pipe.com/TAPS>.

ASTARITA, G. Objective and generally applicable criteria for flow classification. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, 1979. 267-295.

ASTARITA, G. Objective and generally applicable criteria for flow classification. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, Amsterdam, 8 Janeiro 1979. 69-76.

AULERY, F. et al. Spectral analysis of turbulence in anisothermal channel flows. **Computers and Fluids**, Pergignan, jun. 2016. 115-132.

AYADI, A. et al. Effect of the turbulence model on the simulation of the air flow in a solar chimney. **International Journal of Thermal Sciences**, Sfax, 26 Maio 2018. 423-434.

B. YU, F. L. A. Y. K. **International Journal of Heat and Flow**, p. 961, 2004.

BAI, Y.; BAI, Q. Subsea Pipelines. In: ROMER, B. **Subsea Engineering Handbook**. 2ª. ed. Cambridge: Elsevier, 2019. p. 919-940.

BERNARDINI, M.; PIROZZOLI, S.; ORLANDI, P. Velocity statistics in turbulent channel flow up to $Re=4000$. **Journal of Fluids Mechanics**, 2014. 171-191.

BIZOTTO, V. C. **Redução de Atrito Hidrodinâmico em Soluções de Polímeros e Dispersões Coloidais**. Campinas. 2008.

BOUSSINESQ, J. Essay sur la theorie des eaux courantes. **Mem. pres. Acad. Sci.**, Paris, 1877.

BRITO, A. et al. Rheological study of two- and three-phase highly viscous fluid flow in pipelines. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, Venezuela, 2018. 772-780.

- CANEVAROLO, S. J. **Transparências de Aula – Relaxações em Polímeros**. 2ª. ed. São Paulo: ArtLibert, v. Capítulo II, 2006.
- CHAKRABORTY, T. B.; BALACHANDAR, C. G.; ADRIAN, R. J. On the relationships between local vortex identification schemes. **Journal of Fluid Mechanics**, 2005. 189-214.
- CHIN, C.; MONTY, J. P.; OOI, A. Reynolds number effects in DNS of pipe flow and comparison with channels and boundary layers. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, Victoria, 25 dezembro 2013. 33-40.
- CHINESTA, F. et al. **Natural Element Method for the Simulation of Structures and Processes**. 2ª. ed. Hoboken: Wiley, 2009.
- COLEBROOK; WHITE. [S.I.]. 1937.
- COUNCIL, C. R. Investigation of Pipeline Drag Reducers in Aviation Turbine Fuels. **CRC Report Number 642**, 2005.
- COUNCIL, C. R. **Investigation of Pipeline Drag Reducers in Aviation Turbine Fuels**. [S.I.]. 2005. (Number 642).
- CRUZ, D. Turbulência em Fluidos Não Newtonianos. In: FREIRE, A. P. S.; ILHA, A.; COLAÇO, M. **Turbulência**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: ABMC, v. 6, 2006. Cap. 6, p. 253-331.
- CUI, L. Atmosphere turbulence MTF models in moderate-to-strong anisotropic turbulence. **Optik**, Beijing, 06 novembro 2016. 68-75.
- DAFALIAS, Y. F. Objectivity in turbulence under change of reference frame and superposition of rigid body motion. **Journal of Engineering Mechanics**, 2013. 699-707.
- DHATT, G.; TOUZOT, G.; LEFRANÇOIS, E. **Finite Element Method**. 2ª. ed. Hoboken: Wiley, 2012.
- FABIO LIMEIRA, D. S. J. L. OPASC PIPELINE OPTIMIZATION USING DRA. **Rio Pipeline**, 2011.
- FOX, R. W. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. [S.I.]: LTC, 1934.
- FREIRE, Á. P. **Introdução à Turbulência**. 1ª Edição. ed. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, v. Volume Único, 1993.
- FREIRE, Á. P. S. **Teoria da Camada Limite**. 1ª Edição. ed. Rio de Janeiro: UFRJ, v. Volume 1, 1990.
- GATSKI, T. B.; JOEGEN, T. NonLinear eddy viscosity and algebraic stress models for solving complex turbulent flows. **Progress Aerospace Science**, v. 36, p. 655-682, 2000.
- GATSKI, T. B.; WALLIN, S. Extending the weak equilibrium condition for algebraic Reynolds stress models to rotating and curved flows. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 518, p. 147-155, 2004.

GONÇALES, V. Estudo Comportamento Viscoplastico de Polímero Semicristalino aplicado na Indústria do Petróleo. **Tese Doutorado**, Rio de Janeiro, 2013.

GUO, X. et al. Flow characteristics and dispersion during the leakage of high pressure CO₂ from an industrial scale pipeline. **International Journal of greenhouse gas control**, Dalian, Abril 2018. 70-78.

GUSTAFSSON, B.; KREISS, H.-O.; OLIGER, J. **time-dependent problems and difference methods**. 2^a. ed. New Jersey: Wiley, 2013.

HALLER, G. An Objective definition of a vortex. **Journal of Fluid Mechanics**, 2005. 1-26.

HAMBA, F. Euclidean invariance and weak equilibrium condition for the algebraic Reynolds Stress Model. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 244, p. 101-116, 2006.

HAMBA, F. Euclidean invariance and weak equilibrium condition for the algebraic Reynolds stress model. **Journal of Fluids Mechanics**, 2006. 399-406.

HOYT, K., 1971.

HUA, B. L.; KLEIN, P. An exact criterion for the stirring properties of nearly two-dimensional turbulence. **Physica D**, 1998. 98-110.

JEONG, J.; HUSSAIN, F. On the identification of a vortex. **Journal of Fluid Mechanics**, 1995. 69-94.

JONES, W. P.; LAUNDER, B. E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 1972. 301-314.

JUNIOR, C. D. V. G.; TEIXEIRA, M. B.; FERREIRA, V. **Estudo de Diminuição de Arrasto Aerodinâmico e do Consumo de Combustível de uma Geometria Veicular**. Associação Educacional Dom Bosco. Resende, p. 16. 2015.

KELLAND, M. A. **Production Chemical for the Oil and Gas Industry**. [S.l.]: CRC Press, 2001.

KLEIN, P.; HUA, B. L.; LAPEYRE, G. Alingment of tracer gradient vectors in 2D turbulence. **Physica D**, 2000. 246-260.

KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. **Dokl. Akad. Nauk.**, 1941. 299-303.

KOWALIK, D. P. L. 4508128, 1985.

KUNDU, P. K.; COHEN, M. I.; DOWLING, D. R. **Fluid Mechanics**. 5^a. ed. Waltham: Elsevier, 2012.

LAKEHAL, D. Highly-resolved LES of turbulent convective flow along a PWR rod bundle. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Zurich, 22 Janeiro 2018. 785-794.

- LAM, C.; BREMHORST, K. Modified Form of k-e for predicting Wall Turbulence. **Journal of Fluids Engineering**, 1981. 456-460.
- LAPEYRE, G.; KLEIN, P.; HUA, B. L. Does the tracer gradient vector align with the strain eigenvectors in 2D turbulence. **Physics of Fluids**, 1999. 3727-3729.
- LAUNDER, B.; PRINDDING, C.; SHARMA, B. The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces. **Journal of Fluids Engineering**, 1977. 99-231.
- LEE, M.; MOSER, R. D. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_{\tau} = 5200$. **Journal of Fluid Mechanics**, 2015. 395-415.
- LESIEUR, M. **La turbulence**. França: Presses Universitaires de Grenoble, 1994.
- LIEN, F.; CHEN, W.; LESCHZINER, M. Low-Reynolds-Number Eddy-Viscosity Modelling Based on Non-Linear Stress-Strain/Vorticity Relations. **Engineering Turbulence Modelling and Experiments**, 1991. 91-100.
- LIEN, F.; LESCHZINER, M. A Pressure-Velocity Solution Strategy for Compressible Flow and Its Application to Shock/Boundary-Layer Interaction Using Second-Moment Turbulence Closure. **Journal of Fluids Engineering**, 1993. 717-725.
- LUMLEY, J. L. **Drag Reduction in Turbulent Flow by Polymer Additives**. [S.l.]. 1973.
- MALIK, M. Hydrogen Bonding Mediated Shear Stable Clusters as Drag Reducers. **Chemical Engineering Science**, p. 105, 1995.
- MIMOUNI, S.; FLEAU, S.; VINCENT, S. CFD calculations of flow pattern maps and LES of multiphase flows. **Nuclear Engineering and Design**, Chatou, 16 janeiro 2017. 118-131.
- MOLLIK, T.; ROY, B.; SAHA, S. Turbulence modeling of channel flow and heat transfer: A comparison with DNS data. **Procedia Engineering**, Dhaka, 2017. 450-456.
- MURAD, F. W. **Performance evaluation of nonlinear explicit algebraic Reynolds Stress Models to predict channel flow**. PUC-RIO. Rio de Janeiro, p. 91. 2016.
- NETO, A. D. S. Fundamentos da Turbulência de Fluidos. In: FREIRE, Á. P. S. **Turbulência**. 1ª Edição. ed. Rio de Janeiro: ABCM, v. Volume 1, 2002. Cap. 1, p. 272.
- NIECKELE, A. O.; THOMPSON, R. L.; MOMPEAN, G. Anisotropic Reynolds Stress Tensor representation in shear flows using DNS and experimental data. **Journal of Turbulence**, Rio de Janeiro, 03 fevereiro 2016.
- OLDROYD, J. G. On the formulation of rheological equations of state. **Proc. Roy. Society**, 1950. 523-541.
- PATANKAR, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. In: PATANKAR, S. V. **Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Science**. [S.l.]: [s.n.], 1980.
- POPE, S. B. **Turbulent Flows**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct ou sinous, and the law of resistance in parallel channells. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, Manchester, p. 935-982, 1883.

RODI, W. A new algebraic relation for calculating the Reynolds Stresses. **ZAMM - Journal Applied Mathematics and Mechanics**, v. 56, p. 219-221, 1976.

RODI, W.; MANSOUR, N. Low Reynolds number k-e modelling with the aid of direct simulation data. **Journal Fluid Mechanical**, 1993. 509-529.

RUIZ, J. et al. CFD analysis of drift eliminators using RANS and LES turbulent models. **Applied Thermal Engineering**, Elche, 13 Fevereiro 2016. 979-987.

SAMANTA, D. **Transition to turbulence in pipe flow of Newtonian and Non Newtonian fluids**. Saarbrucken. 2012.

SANTOS, T. L. A. D. **Aplicação de Polímeros Redutores de Atrito no Escoamento em Dutos de Petróleo e Derivados**. PUC-RIO. Rio de Janeiro. 2016.

SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1968.

SCHWALBERT, M. P. **Simulação de Escoamentos Não Newtonianos não isotérmicos e sua aplicação à engenharia de poços de petróleo**. UFRJ. Rio de Janeiro, p. 236. 2013.

SHAMES. [S.l.]: [s.n.], 1973.

SINAISKI, E. G. **Hydromechanics**. 2ª. ed. Leipzig: Wiley, 2011.

SIVAKUMAR, P. et al. Flow improvers for assured flow of crude oil in midstream pipeline - A review. **Journal of petroleum science and engineering**, Gandhinagar, janeiro 2018. 24-30.

SOUSA, F. B. D. C. C. **Métodos Passivos de Redução de Arrasto**. UFRJ. Rio de Janeiro, p. 55. 2011.

SPALART, P. R.; ALLMARAS, R. S. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. **AIAA Paper**, 1992. 92-0439.

SPEZIALE, C. G. Invariance of turbulent closure models. **Pshysics of Fluids**, 1979. 1033-1037.

STRATTA, J.; FRANK, C. W.; JR, A. B. 3,736,288, 1973.

STUCKENBRUCK, S. Escoamento de Líquidos e Gases em Dutos. In: FREIRE, J. L. D. F. **Engenharia de Dutos**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: ABCM, v. I, 2009. Cap. 2, p. 2.1-2.38.

TABBOR, M.; KLAPPER, I. Stretching and alignment in chaotic turbulent flows. **Chaos, Solitions, and Fractals**, 1994. 1031-1055.

- TATIZAWA, N.; C., S. J.; FERIOLI, J. F. M. **Uso de Redutores de Atrito no Transporte de Petróleo e Derivados**. Rio de Janeiro. 1999.
- THAIS, L.; GATSKI, T.; MOMPEAN, G. Some Dynamical Features of Turbulent Flow of a Viscoelastic Fluid for Reduced Drag. **Journal of Turbulence**, 2012. 1-26.
- THOMPSON, R. L. Some perspectives on the dynamic history of a material element. **International Journal of Engineering Science**, 2008. 524-549.
- THOMPSON, R. L. A note on some insights from decoupling the time derivative of an objective tensor. **International Journal of Engineering Science**, 2014. 22-27.
- THOMPSON, R. L. Modelagem Tipo Média de Reynolds para Turbulência Newtoniana e Viscoelástica. In: TURBULÊNCIA, I. E. D. P. D. T. E. **Turbulência**. 1ª Edição. ed. Vale do Sinos: São Leopoldo, v. Volume 9, 2014. Cap. Capítulo 3, p. 301.
- THOMPSON, R. L.; DE SOUZA MENDES, P. R. Persistence of straining and flow classification. **International Journal of Engineering Science**, 2005. 79-105.
- THOMPSON, R. L.; MONPEAN, G. An alternative assessment of weak-equilibrium conditions in turbulent closure models. **International Journal of Engineering Science**, 2010. 1633-1640.
- THOMPSON, R. L.; SOARES, E. J. Viscoplastic dimensionless numbers. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, Rio de Janeiro, 09 Maio 2016. 57-64.
- TRUEDELLE, C. A.; NOLL, W. The Non-Linear fields in Mechanics. **Fludgge's Handbuch der Physik - Springer**, 1965. III/3.
- TRUEDELLE, V. C. Zeitschrift für angewandte mathematik und mechanik. **Ingenieurwissenschaftliche Forschungsarbeiten**, Maryland, maio 1964. 149-158.
- VANESSA C BIZOTTO, E. S. **Redução de Atrito Hidrodinâmico por Agentes Poliméricos e a Cinética de Degradação Molecular**. Campinas, SP. 2007.
- VIEIRA, R. B. **Medições do Escoamento Turbulento em Tubos na Presença de Polímeros Redutores de Atrito**. Rio de Janeiro. 2012.
- VIRK, P. S. **Drag Reduction Fundamentals**. [S.I.]. 1975.
- WALLIN, S.; JOHANSSON, A. V. An explicit algebraic Reynolds Stress Model for incompressible and compressible turbulent flows. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 403, p. 89-132, 2000.
- WANG, X.; ZHANG, Y. Lens ghost imaging in a non-Kolmogorov slant turbulence atmosphere. **Optik**, Jiangnan, 6 Janeiro 2013. 4378-4382.
- WASILKOSKI, C. **Comportamento dos Polímeros**. [S.I.]. 2006.
- WILCOX, D. **Turbulence Modelling for CFD**. San Diego: DCW Industries, 2006.

WILCOX, D. C. Formulation of the $k-\omega$ Turbulence Model Revisited. **AIAA Journal**, 2008. 2823-2838.

WILLEMSSENS, E. **Estudo de Redução de Arraste no Escoamento Turbulento de Água em Duto Quadrado Ranhurado**. PUC-RIO. Rio de Janeiro, p. 18. 2013.

XU, H. et al. Oil transportation in pipelines with the existence of ice. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, Texas, Agosto 2018. 137-146.

ZHAO, Y. et al. Polarization of quantization Gaussian Schell-beams through anisotropic non-Kolmogorov turbulence of marine-atmosphere. **Optics Communications**, Wuxi, 31 Março 2016. 178-183.