



DESENVOLVIMENTO DE UMA MODELAGEM PARA A VISCOSIDADE
RELATIVA DE SUSPENSÕES EM FLUIDOS NEWTONIANOS E NÃO
NEWTONIANOS EM DUTOS

Henrique Nirenberg

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Daniel Onofre de Almeida Cruz

Rio de Janeiro
Junho de 2019

DESENVOLVIMENTO DE UMA MODELAGEM PARA A VISCOSIDADE
RELATIVA DE SUSPENSÕES EM FLUIDOS NEWTONIANOS E NÃO
NEWTONIANOS EM DUTOS

Henrique Nirenberg

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Daniel Onofre de Almeida Cruz, D.Sc.

Prof. Juliana Braga Rodrigues Loureiro, D.Sc.

Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
JUNHO DE 2019

Nirenberg, Henrique

Desenvolvimento de uma modelagem para a viscosidade relativa de suspensões em fluidos Newtonianos e não Newtonianos em dutos/Henrique Nirenberg. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XIII, 44 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Daniel Onofre de Almeida Cruz

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Mecânica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 41 – 43.

1. Escoamento de suspensões. 2. Viscosidade relativa. 3. Dutos. I. Cruz, Daniel Onofre de Almeida. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE UMA MODELAGEM PARA A VISCOSIDADE
RELATIVA DE SUSPENSÕES EM FLUIDOS NEWTONIANOS E NÃO
NEWTONIANOS EM DUTOS

Henrique Nirenberg

Junho/2019

Orientador: Daniel Onofre de Almeida Cruz

Programa: Engenharia Mecânica

Nesta dissertação é desenvolvida uma nova modelagem teórica para a viscosidade relativa e para o fator de consistência relativo de suspensões de partículas esféricas em fluidos Newtonianos e não Newtonianos Lei de Potência. É feita uma revisão bibliográfica sobre o tema e descrita a sua importância para a indústria. Resultados experimentais são obtidos da literatura e comparados com as modelagens propostas e também com os modelos de Einstein [1], Maron-Pierce [2] e Pal [3]. Conclui-se que os valores obtidos pelos novos modelos são capazes de prever satisfatoriamente os resultados para a viscosidade e fator de consistência relativo.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DEVELOPMENT OF A NEW MODEL FOR THE RELATIVE VISCOSITY OF
SUSPENSIONS IN NEWTONIAN AND NON NEWTONIAN FLUIDS IN PIPES

Henrique Nirenberg

June/2019

Advisor: Daniel Onofre de Almeida Cruz

Department: Mechanical Engineering

In this thesis a new theoretical model is developed for the relative viscosity and the consistency index for suspensions of spherical particles in Newtonian and non Newtonian Power Law fluids. A literature review of the subject is done and its importance for industry described. Experimental results from literature are obtained and compared with the proposed models and also with Einstein [1], Maron-Pierce [2] and Pal [3] models. It is concluded that the values predicted by the new models are capable to obtain satisfactory results for the relative viscosity and consistency index.

Sumário

| | |
|--|------------|
| Lista de Figuras | vii |
| Lista de Tabelas | ix |
| Nomenclatura | xi |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação | 2 |
| 1.2 Objetivos | 2 |
| 2 Conceitos Básicos | 4 |
| 2.1 Reologia dos Fluidos | 4 |
| 2.2 Número de Reynolds | 7 |
| 2.3 Número de Reynolds Generalizado | 7 |
| 2.4 Número de Peclet | 8 |
| 2.5 Padrão de Escoamento de Suspensões | 8 |
| 2.6 Fração Máxima de Empacotamento | 11 |
| 3 Revisão Bibliográfica | 13 |
| 4 Metodologia | 19 |
| 4.1 Modelagem Newtoniana | 19 |
| 4.2 Modelagem não Newtoniana | 22 |
| 5 Resultados | 24 |
| 5.1 Análise da Modelagem | 24 |
| 5.2 Fluidos Newtonianos com Partículas | 28 |
| 5.3 Fluidos não Newtonianos com Partículas | 33 |
| 6 Conclusão e Propostas para Trabalhos Futuros | 38 |
| Referências Bibliográficas | 41 |
| A Mapeamento do Erro Relativo Médio ($\bar{\epsilon}$) | 44 |

Lista de Figuras

| | | |
|-----|--|----|
| 2.1 | Classificação reológica dos fluidos [RAMIREZ (2015)] | 5 |
| 2.2 | Reologia dos Fluidos | 6 |
| 2.3 | Esquematização dos padrões de escoamento e do gradiente de concentração [DORON e BARNEA (1996)] | 10 |
| 2.4 | Fração máxima de empacotamento (ϕ_m) para um típico comportamento da viscosidade relativa de uma suspensão em função da concentração de partículas (LASKOWSKI, 2013) | 11 |
| 3.1 | Ilustração da definição da viscosidade relativa definida por uma mesma taxa de cisalhamento | 15 |
| 3.2 | Ilustração da definição da viscosidade relativa definida por uma mesma tensão de cisalhamento | 15 |
| 3.3 | Mudança na reologia do fluido devido à inserção de partículas | 16 |
| 4.1 | Elemento infinitesimal de fluido com a presença de uma partícula sólida | 19 |
| 5.1 | Comportamento da modelagem do NIDF para $\beta = 1$, $\frac{\rho_p}{\rho_{fl}} = 1$ e diferentes valores de α | 25 |
| 5.2 | Comportamento da modelagem do NIDF para $\alpha = 1$, $\frac{\rho_p}{\rho_{fl}} = 1$ e diferentes valores de β | 26 |
| 5.3 | Comparação entre o resultado experimental do trabalho de LAVEN e STEIN (1991), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015) | 29 |
| 5.4 | Comparação entre o resultado experimental do trabalho de MUELLER <i>et al.</i> (2009), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015) | 31 |
| 5.5 | Comparação entre o resultado experimental do trabalho de ZHU <i>et al.</i> (2017), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015) | 32 |

| | | |
|-----|---|----|
| 5.6 | Comparação entre o resultado experimental não Newtoniano do trabalho de LAVEN e STEIN (1991), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_3$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015) | 34 |
| 5.7 | Comparação entre o resultado experimental do trabalho de PAL (2015), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_3$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015) | 36 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Regimes de escoamento | 7 |
| 2.2 | Reynolds generalizados críticos [RAMIREZ (2015)] | 8 |
| 2.3 | Relação entre o padrão de escoamento e a velocidade do escoamento | 11 |
| 2.4 | Relação entre o arranjo das partículas e a fração máxima de empacotamento (SILVA, 2003) | 12 |
| 3.1 | Modelos para a viscosidade relativa em fluidos com partículas | 18 |
| 5.1 | Nomenclatura do erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) em cada experimento | 27 |
| 5.2 | Erro relativo médio mínimo para cada cenário de acordo com os valores de α e β . O valor sublinhado e em negrito em cada linha é o erro relativo médio otimizado | 28 |
| 5.3 | Propriedades do fluido no experimento de LAVEN e STEIN (1991) | 29 |
| 5.4 | Propriedades das partículas no experimento de LAVEN e STEIN (1991) | 29 |
| 5.5 | Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de LAVEN e STEIN (1991) | 30 |
| 5.6 | Propriedades do fluido <i>Silicon oil</i> no experimento de MUELLER <i>et al.</i> (2009) | 30 |
| 5.7 | Propriedades das partículas no experimento de MUELLER <i>et al.</i> (2009) | 30 |
| 5.8 | Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de MUELLER <i>et al.</i> (2009) | 31 |
| 5.9 | Propriedades da água no experimento de ZHU <i>et al.</i> (2017) | 31 |
| 5.10 | Propriedades das partículas no experimento de ZHU <i>et al.</i> (2017) | 32 |
| 5.11 | Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de ZHU <i>et al.</i> (2017) | 32 |
| 5.12 | Propriedades do fluido Lei de Potência no experimento de LAVEN e STEIN (1991) | 34 |
| 5.13 | Propriedades das partículas no experimento de LAVEN e STEIN (1991) | 34 |
| 5.14 | Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental para fluidos Lei de Potência de LAVEN e STEIN (1991) | 35 |
| 5.15 | Propriedades do fluido Lei de Potência no experimento de PAL (2015) | 35 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.16 | Propriedades das partículas no experimento de PAL (2015) | 35 |
| 5.17 | Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental para fluidos Lei de Potência de PAL (2015) | 36 |
| A.1 | Erro relativo médio para cada cenário para as modelagens utilizadas para comparação | 44 |
| A.2 | Diferença entre o valor obtido pelos modelos da literatura e o do NIDF otimizado para cada cenário | 44 |

Nomenclatura

| | |
|------|------------------------|
| a | Aceleração |
| B | Constante de Boltzmann |
| D | Diâmetro |
| F | Força |
| i | Número de resultados |
| k | Fator de consistência |
| m | Massa |
| n | Índice de potência |
| Pe | Número de Peclet |
| R | Raio |
| Re | Número de Reynolds |
| T | Tempo característico |
| V | Volume |
| v | Velocidade |

Símbolos Gregos

| | |
|-----------------|--|
| α, β | Parâmetros de ajuste do modelo |
| $\dot{\gamma}$ | Taxa de cisalhamento |
| δ | Comprimento do elemento de fluido |
| ϵ | Erro relativo |
| η | Viscosidade dinâmica |
| θ | Temperatura |
| ν | Viscosidade cinemática |
| ρ | Densidade |
| τ | Tensão de cisalhamento |
| ϕ | Concentração volumétrica de partículas |

Subscrito

| | |
|---------|-------------------------|
| ap | Aparente |
| d | Depósito |
| exp | Experimental |
| fl | Fluido |
| ge | Generalizado |
| h | Homogênea |
| lp | Lei de Potência |
| m | Máxima |
| min | Mínimo |
| N | Newtoniano |
| p | Partícula |
| rel | Relativa |
| susp | Suspensão |
| v | Verdadeira |
| x, y, z | Componentes cartesianas |
| 0 | Inicial |

Sobrescrito

| | |
|---|--|
| L | Trabalho experimental de Laven e Stein (1991) |
| M | Trabalho experimental de Mueller et al. (2009) |
| Z | Trabalho experimental de Zhu et al. (2017) |
| P | Trabalho experimental de Pal (2015) |
| - | valor médio |

Capítulo 1

Introdução

O transporte de fluidos possui grande importância e é há muito tempo estudado pela sociedade. Seu desenvolvimento, iniciado com fluidos Newtonianos tais como ar e água, se torna mais complexo na medida que diferentes reologias de fluidos são utilizadas.

Alguns dos desafios enfrentados atualmente estão no transporte multifásico de fluidos. Exemplos interessantes sobre este tema podem ser obtidos nos trabalhos de SILVA *et al.* (2006), onde o escoamento de óleo e gás é estudado, motivado pela indústria do petróleo, assim como no trabalho de PENTEADO *et al.* (2015) que estuda o transporte de grãos por leito móvel. Neste último caso é observado um escoamento sólido com líquido, também motivado pelos sedimentos que são arrastados durante a produção de petróleo. Porém, existem diversos padrões de escoamento possíveis que dependem do material transportado e de seu tamanho, conforme explicado por DORON e BARNEA (1996).

É importante notar também a interação que os sedimentos possuem com o líquido. A formação de uma lama devido à presença de partículas torna o problema originalmente bifásico, de água contendo sedimentos por exemplo, em um escoamento monofásico de um fluido não Newtoniano.

Esta alteração na reologia do fluido é muito comum para altas concentrações de partículas, conforme pode ser observado nos recentes trabalhos contendo resultados experimentais apresentados por ZHU *et al.* (2017), PAL (2015) e MUELLER *et al.* (2009). Observa-se um rápido aumento na viscosidade do fluido até um valor “infinito” em concentrações volumétricas que variam em torno de 60% a 70%, valor conhecido pelo termo em inglês *maximum packing fraction*. Conforme explicado por MUELLER *et al.* (2009), seu valor teórico máximo para partículas esféricas monodispersas é de 74%.

Porém, nesta dissertação o foco está no desenvolvimento de uma modelagem para a viscosidade relativa, definida na equação 2.6, e sua comparação com escoamentos contendo concentrações de partículas até o valor que não altera a sua formação

reológica. Observa-se da literatura numerosa referência ao trabalho de EINSTEIN (1906). Seu desenvolvimento teórico mostra dependência da viscosidade relativa somente com a concentração de partículas.

Portanto, uma nova modelagem da viscosidade relativa para fluidos Newtonianos é desenvolvida. Em seguida, raciocínio análogo é feito estendendo-se a modelagem proposta também para fluidos Lei de Potência. A partir de um balanço de forças, uma função da relação da densidade do fluido e das partículas e da concentração de partículas é obtida e por fim esta nova equação é comparada com resultados experimentais e modelos obtidos da literatura.

1.1 Motivação

Muitos são os setores da indústria que se beneficiam com a ampliação do conhecimento em relação ao escoamento de suspensões. Na mineração, em processos que envolvem sedimentação, em sistemas de tratamento de esgoto e em sistemas de descarte de fluidos com rejeitos industriais, como cinzas de carvão na indústria térmica, são alguns exemplos.

A indústria do petróleo é também um dos principais impulsores para a pesquisa neste campo. Durante sua extração, sedimentos em suspensão são transportados através de dutos por fluidos não Newtonianos. O elevado custo deste processo, demanda constante melhoria na sua eficiência.

Muitos trabalhos buscam modelar a mudança na viscosidade da suspensão para altas concentrações. A utilização da equação desenvolvida por EINSTEIN (1906) para baixas concentrações de partículas em fluidos Newtonianos é vastamente utilizada neste processo, conforme feito por PAL (2015), FRANKEL e ACRIVOS (1967) e MOONEY (1951). Com o aumento da concentração, é comum observar uma mudança na reologia do fluido para um comportamento não Newtoniano.

Portanto, existe uma lacuna na literatura para a modelagem de suspensões não Newtonianas contendo baixas concentrações de partículas, pois a reologia não Newtoniana é estudada a partir da inserção de partículas sólidas no fluido, provocando-se assim o aumento da concentração.

Além disso, a modelagem obtida nesta dissertação decorre de um balanço de forças e não se baseia na expansão de modelagens anteriores, conforme é bastante recorrente na literatura.

1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é propor uma modelagem teórica para a viscosidade relativa de suspensões de partículas esféricas em fluidos Newtonianos e não Newto-

nianos do tipo Lei de Potência.

Não é prevista a formação de um leito e nem interação das partículas entre si. Além disso, a interação que ocorre entre as partículas e o fluido não deve alterar a sua reologia.

Para o caso em que a suspensão é feita a partir de um fluido Lei de Potência, o objetivo da modelagem é obter o fator de consistência relativo mostrado na equação 2.7.

Deseja-se inserir na modelagem os principais parâmetros que influenciam na mudança do fator de consistência original do fluido, evitando-se ajustes empíricos na sua previsão.

Nota-se, portanto, que a equação final obtida simplificará o entendimento do problema fazendo-se com que não seja analisado mais um fluido com partículas em suspensão, mas um novo líquido com sua viscosidade modificada, isto é, o problema de um escoamento bifásico será abordado como monofásico, com a viscosidade modificada.

O resultado desta modelagem é comparado com outras já existentes na literatura e com pontos experimentais também obtidos da literatura, concluindo-se então a mais indicada para se prever a viscosidade relativa da suspensão.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

Alguns conceitos são de grande importância para o completo entendimento deste trabalho. Apesar de serem comumente aplicados e conhecidos na mecânica dos fluidos, dada a relevância, se torna interessante as suas apresentações.

2.1 Reologia dos Fluidos

O estudo da mecânica dos fluidos se deu inicialmente através da observação dos fenômenos ocorridos principalmente com o ar e a água, fluidos conhecidos como Newtonianos. Estes fluidos, por terem sido os primeiros a serem trabalhados e até hoje os mais utilizados, são os que se tem maior conhecimento. A Equação 2.1 governa esta tipologia de fluido.

$$\tau \sim \frac{dv}{dy} \quad (2.1)$$

Onde τ é a tensão de cisalhamento a qual é diretamente proporcional à taxa de deformação, v a velocidade e y a coordenada perpendicular à velocidade. A constante de proporcionalidade é dada pela viscosidade dinâmica η .

Porém, estudos sobre reologias mais complexas vem sendo desenvolvidos, pois cada vez mais fluidos que não satisfazem a Equação 2.1 são descobertos. A Figura 2.1 apresenta um diagrama com algumas dessas reologias.

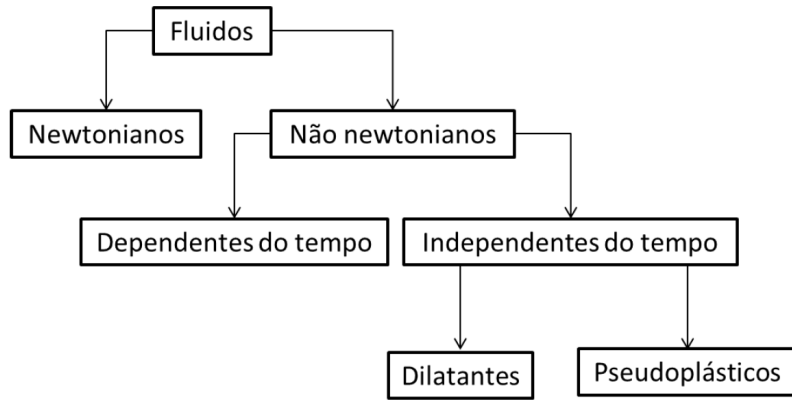


Figura 2.1: Classificação reológica dos fluidos [RAMIREZ (2015)]

Fluidos independentes do tempo são mais estudados por possuírem mais aplicações práticas para a engenharia quando comparados aos dependentes do tempo. Apenas como exemplo pode-se citar os fluidos tixotrópicos e reopéticos como dependentes do tempo.

A diferença entre os fluidos dilatantes e pseudoplásticos em relação aos fluidos Newtonianos está no parâmetro adicional n , conhecido como índice de potência, conforme mostra a Equação 2.2.

$$\tau = k \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (2.2)$$

Onde k é o fator de consistência que se torna igual à viscosidade dinâmica para o caso em que o índice de potência n é igual a 1, v é a velocidade e y a coordenada perpendicular à velocidade. Para $n < 1$ o fluido é classificado como Pseudoplástico e para $n > 1$, Dilatante. O modelo definido pela Equação 2.2, que possui duas variáveis, é conhecido como Lei de Potência.

Uma generalização ainda maior foi proposta por Herschel-Bulkley envolvendo três variáveis, conforme mostra a Equação 2.3.

$$\tau = \tau_0 + k \left(\frac{dv}{dy} \right)^n \quad (2.3)$$

O parâmetro adicional τ_0 é uma tensão inicial necessária para que o fluido comece a escoar. Portanto, aplicando-se valores de tensões menores que τ_0 não há escoamento e o material se comporta como um sólido.

A Figura 2.2 apresenta o comportamento da tensão cisalhante em função da taxa de deformação dos modelos citados.

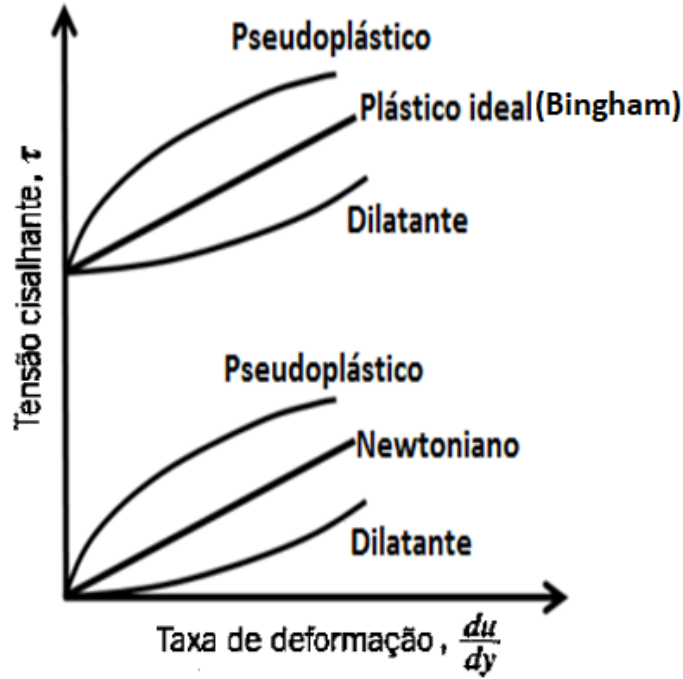


Figura 2.2: Reologia dos Fluidos

Uma outra forma de se enxergar a reologia do fluido pode ser a partir de sua viscosidade. Para um fluido Lei de Potência, por exemplo, observa-se que a equação 2.2 pode ser reescrita conforme a equação 2.4

$$\tau = k \left(\frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \left(\frac{dv}{dy} \right) \quad (2.4)$$

De onde pode-se definir na equação 2.5 a viscosidade aparente.

$$\eta_{ap} = k \left(\frac{dv}{dy} \right)^{n-1} \quad (2.5)$$

Observa-se na equação 2.5 a dependência da viscosidade com a taxa de cisalhamento.

Quando existem partículas sólidas presentes no fluido, sua reologia é estudada a partir da relação entre a viscosidade da suspensão e a viscosidade original deste fluido, chamada de viscosidade relativa e mostrada na equação 2.6.

$$\eta_{rel} = \frac{\eta_{susp}}{\eta_{fl}} \quad (2.6)$$

Onde os subíndices "rel", "susp" e "fl" referem-se respectivamente à viscosidade relativa, à viscosidade da suspensão ($\eta_{susp} = \eta(\phi)$), e à viscosidade do fluido sem a presença de partículas ($\eta_{fl} = \eta(0)$).

Para um fluido Lei de Potência a comparação entre as viscosidades da suspensão e a viscosidade do fluido pode ser dada pela equação 2.7 quando feita a relação a

partir de uma mesma taxa de cisalhamento, conforme é explicado no capítulo 3.

$$\eta_{rel} = \frac{\eta_{susp}}{\eta_{fl}} = \frac{k_{susp}\dot{\gamma}^{n-1}}{k_{fl}\dot{\gamma}^{n-1}} = \frac{k_{susp}}{k_{fl}} = k_{rel} \quad (2.7)$$

Diferentes definições da viscosidade relativa serão abordadas no capítulo 3.

2.2 Número de Reynolds

Um parâmetro de fundamental importância para o desenvolvimento da mecânica dos fluidos é conhecido como número de Reynolds (Re). Seu valor é um número adimensional dado pela razão entre as forças de inércia e as forças viscosas. A equação 2.8 mostra esta relação para fluidos Newtonianos em dutos.

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta} \quad (2.8)$$

Onde ρ é a densidade do fluido, v a sua velocidade, D o diâmetro do duto e η a viscosidade dinâmica do fluido.

Os números adimensionais são uma poderosa ferramenta que permitem através da relação entre variáveis características obter a solução para uma família de problemas, diminuindo a carga experimental necessária.

O valor do número de Reynolds fornece o regime de escoamento do fluido. Em escoamentos internos, a tabela 2.1 apresenta esta relação.

Tabela 2.1: Regimes de escoamento

| Número de Reynolds | Regime |
|--------------------|------------|
| $Re < 2000$ | Laminar |
| $2000 < Re < 4000$ | Transiente |
| $Re > 4000$ | Turbulento |

É importante notar que em condições de laboratório pode-se manter um regime laminar com números de Reynolds superiores aos apresentados. Porém, são regimes instáveis e uma perturbação no fluido o fará se alterar para turbulento.

2.3 Número de Reynolds Generalizado

Conforme foi visto na seção 2.1, para fluidos não Newtonianos existem parâmetros adicionais necessários para se definir a sua tensão. Portanto, para estes casos, um novo número de Reynold deve ser definido, conhecido como número de Reynolds generalizado (Re_{ge}).

Para a definição do número de Reynolds generalizado existe uma certa liberdade devido aos parâmetros acrescentados. Uma das definições mais encontradas na literatura é dada por METZNER e REED (1955), apresentada na equação 2.9.

$$Re_{ge} = \frac{8\rho v^{2-n} D^n}{k \left(6 + \frac{2}{n}\right)^n} \quad (2.9)$$

A transição entre os regimes de escoamento laminar e turbulento para os fluidos não Newtonianos não são bem definidos, porém algumas das previsões propostas na literatura para esta mudança é apresentada na tabela 2.2

Tabela 2.2: Reynolds generalizados críticos [RAMIREZ (2015)]

| Re_{ge} | Referência |
|--|--------------------------|
| $Re_{ge} = \frac{6464n(2+n)(1+n)}{(1+3n)^2}$ | RYAN e JOHNSON (1959) |
| $Re_{ge} = \frac{2100(2+4n)(5n+3)}{3(1+3n)^2}$ | MISHRA e TRIPATHI (1973) |
| $Re_{ge} = 2100 + 875(1-n)$ | DARBY (2001) |

2.4 Número de Peclet

Outro importante número adimensional ao se trabalhar com suspensões é o número de Peclet, o qual governa o impacto do movimento Browniano na viscosidade e é mostrado na equação 2.10.

$$Pe = \frac{6\pi\eta R_p^3 \dot{\gamma}}{B\theta} \quad (2.10)$$

onde η é a viscosidade do fluido sem a presença de partículas, R_p o raio das partículas, $\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento, B a constante de Boltzmann de valor $1,38 * 10^{-23} JK^{-1}$ e θ a temperatura absoluta.

Conforme explicado por MUELLER *et al.* (2009) e STICKEL e POWELL (2005), para $Pe > 10^3$ o movimento Browniano pode ser desprezado.

2.5 Padrão de Escoamento de Suspensões

Conforme foi explicado na seção 2.2, podem ser encontrados regimes de escoamento laminar, em transição ou turbulento em fluidos monofásicos. Porém, padrões diferentes são também estudados quando se trata de sólidos em suspensão.

DORON e BARNEA (1996) em sua pesquisa sobre o mapeamento dos padrões de escoamento em fluidos com partículas em suspensão, definiram três principais padrões para dutos horizontais, sendo eles: escoamento totalmente suspenso, escoamento com leito em movimento e escoamento com leito estacionário.

O primeiro caso ocorre quando há uma alta taxa de mistura no escoamento, assim todas as partículas sólidas são suspensas. Esta classificação pode ser dividida em dois sub-padrões: suspensão pseudo-homogênea, quando há uma distribuição praticamente uniforme ao longo da seção do duto, e escoamento com suspensão heterogênea, quando há um gradiente de concentração na direção perpendicular ao eixo do duto. O primeiro destes sub-padrões é aquele de maior interesse para esta dissertação, dada a hipótese de homogeneidade e que a dissipação de energia ocorre no fluido e entre as partículas individuais e o fluido.

O segundo caso, de escoamentos com leito em movimento, ocorre quando há baixas taxas de mistura e com isso partículas sólidas se acumulam, formando uma camada de leito que se move ao longo da parte inferior do duto, enquanto a parte superior da seção transversal do duto é ocupada por uma mistura heterogênea.

Por último, escoamentos com leito estacionário são o caso extremo daqueles com leito em movimento, ou seja, a taxa de mistura é demasiada baixa para permitir o movimento das partículas imersas, as quais se depositam na região inferior do duto. Muitas vezes, observa-se um fenômeno conhecido como “*saltation*”, que é a formação de dunas na parte superior do leito. Na região sobre o leito estacionário algumas partículas são transportadas como uma camada separada.

Estas três classificações com seus respectivos gradientes de concentração são apresentados na Figura 2.3.

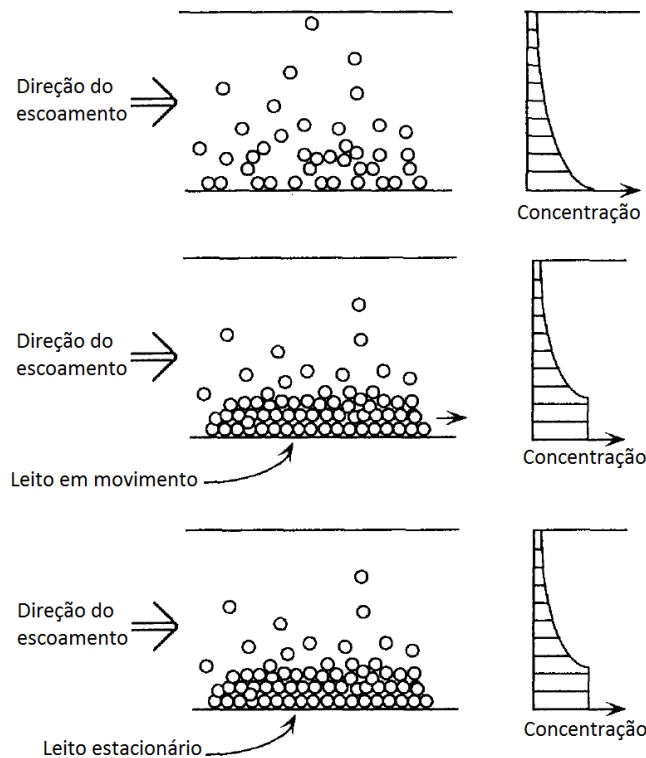


Figura 2.3: Esquemática dos padrões de escoamento e do gradiente de concentração [DORON e BARNEA (1996)]

Outra classificação importante para este tipo de escoamento é em relação às velocidades de transição nas quais cada um desses padrões ocorrem. Existe muita discordância em relação à sua terminologia principalmente em se tratando do padrão de escoamento com leito estacionário conforme foi explicado por DORON e BARNEA (1996), além da mudança de um regime para outro não ser feita de forma abrupta, o que torna mais difícil sua definição [TURIAN e YUAN (1977)]

Pode-se dar a denominação de velocidade homogênea (v_h) a velocidade acima da qual a concentração de partículas se torna homogênea. Velocidade de suspensão (v_{susp}), a velocidade acima da qual todas as partículas estão suspensas, porém com uma concentração heterogênea. A velocidade de suspensão é também encontrada na literatura como velocidade crítica. E velocidade de depósito (v_d), a velocidade acima da qual não há leito estacionário.

A tabela 2.3 resume esta relação entre as velocidades e qual o padrão de escoamento observado.

Conforme foi dito anteriormente, a interface entre os regimes de escoamento não é claro e portanto as definições dos valores de suas velocidades podem variar. Alguns autores como DURAND (1953), SPELLS (1955) e ZANDI e GOVATOS (1967) desenvolveram correlações para a obtenção da velocidade da suspensão [TURIAN e YUAN 1977].

Para o caso de suspensões em fluidos não Newtonianos, KELESSIDIS *et al.*

Tabela 2.3: Relação entre o padrão de escoamento e a velocidade do escoamento

| | |
|-----------------------------------|----------------------|
| Escoamento homogêneo | $v \geq v_h$ |
| Escoamento heterogêneo | $v_{susp} < v < v_h$ |
| Escoamento com leito em movimento | $v_d < v < v_{susp}$ |
| Escoamento com leito estacionário | $v \leq v_d$ |

(2003) em seu trabalho explica que padrões de escoamento semelhantes ao mostrado na Figura 2.3 podem ser observados, a depender somente da velocidade do escoamento.

2.6 Fração Máxima de Empacotamento

O conceito de fração máxima de empacotamento (ϕ_m), termo em inglês conhecido como “*maximum packing fraction*”, é muito utilizado ao se trabalhar com suspensões contendo altas concentrações de partículas.

Ao adicionar-se partículas em um determinado fluido haverá cada vez menos espaço para que o líquido escoe até um ponto de saturação, onde haverá um contato tridimensional por toda a partícula impedindo o seu movimento, e o escoamento cessa. Com isso, a viscosidade medida tenda a um valor infinito. A fração máxima de empacotamento pode ser vista, portanto, como a concentração volumétrica de partículas máxima para determinado escoamento.

A figura 2.4 mostra o comportamento típico da viscosidade relativa de uma suspensão em função da concentração de partículas.

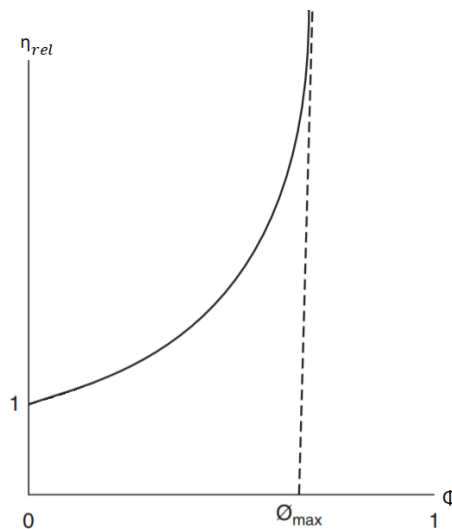


Figura 2.4: Fração máxima de empacotamento (ϕ_m) para um típico comportamento da viscosidade relativa de uma suspensão em função da concentração de partículas (LASKOWSKI, 2013)

O valor da fração máxima de empacotamento é afetado pelo tamanho das partículas, seu formato e arranjo. Distribuições polidispersas de tamanhos de partículas têm valores de ϕ_m maiores, pois as partículas menores se encaixam entre as partículas maiores. (LASKOWSKI 2013, SILVA 2003).

A tabela 2.4 apresenta alguns valores da fração máxima de empacotamento para diferentes arranjos de esferas monodispersas.

Tabela 2.4: Relação entre o arranjo das partículas e a fração máxima de empacotamento (SILVA, 2003)

| Arranjo | ϕ_m |
|--|----------|
| Cúbico simples | 0,52 |
| Configuração termodinamicamente estável | 0,548 |
| Empacotamento em hexagonal compacto | 0,605 |
| Empacotamento aleatório | 0,637 |
| Cúbico de corpo centrado | 0,68 |
| Cúbico de face centrada/Hexagonal compacto | 0,74 |

Na prática, este conceito acaba sendo utilizado pelas modelagens de suspensões contendo altas concentrações de partículas como um fator de ajuste da curva.

Capítulo 3

Revisão Bibliográfica

Para se entender a forma como se abordam os problemas envolvendo escoamento de fluidos com partículas em suspensão ao longo de dutos, uma revisão bibliográfica sobre o tema foi feita.

A modelagem matemática da presença de partículas no escoamento tem início com a equação 3.1 proposta por EINSTEIN (1906) e corrigida pelo autor em 1911.

$$\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi \quad (3.1)$$

Sua dedução analítica é para uma solução Newtoniana infinitamente dispersa de partículas esféricas sólidas. O que se encontra na literatura faz frequentemente referência a esta equação, buscando ampliá-la para o caso de altas concentrações, conforme proposto por FRANKEL e ACRIVOS (1967). Além disso, conforme explicado por PAL (2015), sua equação também é válida, tendo sido verificada experimentalmente por LAVEN e STEIN (1991), para suspensões diluídas de partículas sólidas em fluidos Lei de Potência.

Uma extensão da equação 3.1 foi proposta por BATCHELOR e GREEN (1972) acrescentando-se um termo de ordem superior, conforme mostrado na equação 3.2

$$\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi + 7,6\phi^2 \quad (3.2)$$

A definição da viscosidade relativa é bastante simplificada quando se trata de suspensões em fluidos Newtonianos pois, nestes casos a viscosidade do fluido é constante.

Porém, ao se trabalhar com fluidos não Newtonianos a viscosidade relativa pode ser comparada com a viscosidade original do fluido de 3 diferentes formas, conforme explicado no trabalho de PAL (2015) e mostrado nas equações 3.3 a 3.5.

Na primeira delas, chamada de viscosidade relativa a taxa de cisalhamento constante, considera-se a viscosidade relativa a razão entre a viscosidade da suspensão ($\eta_{susp}|\dot{\gamma}$) e do fluido ($\eta_{fl}|\dot{\gamma}$) a uma mesma taxa de cisalhamento, conforme mostra a

equação 3.3.

$$\eta_{rel,\dot{\gamma}} = \frac{\eta_{susp}|\dot{\gamma}}{\eta_{fl}|\dot{\gamma}} \quad (3.3)$$

Na segunda forma, chamada de viscosidade relativa a tensão de cisalhamento constante, a viscosidade relativa é dada pela razão entre a viscosidade da suspensão ($\eta_{susp}|\tau$) e a viscosidade do fluido ($\eta_{fl}|\tau$) a uma mesma tensão de cisalhamento, conforme mostra a equação 3.4

$$\eta_{rel,\tau} = \frac{\eta_{susp}|\tau}{\eta_{fl}|\tau} \quad (3.4)$$

Na terceira forma a viscosidade relativa, chamada de viscosidade relativa verdadeira ($\eta_{rel,v}$) a qualquer taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$), é dada pela razão entre a viscosidade da suspensão a uma dada taxa de cisalhamento ($\eta_{susp}|\dot{\gamma}$) e a viscosidade do fluido a uma taxa de cisalhamento média sofrida por ele ($\eta_{fl}|\bar{\dot{\gamma}}_{fl}$).

$$\eta_{rel,v} = \frac{\eta_{susp}|\dot{\gamma}}{\eta_{fl}|\bar{\dot{\gamma}}_{fl}} \quad (3.5)$$

Para a obtenção da viscosidade relativa verdadeira ($\eta_{rel,v}$), pode-se utilizar o método proposto por PAL (2015) que utiliza a taxa de energia dissipada média da suspensão, conforme estimou LAVEN e STEIN (1991) em seu trabalho e cujo resultado é mostrado na equação 3.6

$$\frac{\dot{\gamma}^2}{\dot{\gamma}_{fl}^2} = \left(\frac{1 - \phi}{\eta_{r,\dot{\gamma}}|\sqrt{\dot{\gamma}_{fl}^2}} \right) \left(\frac{2}{n + 1} \right) \quad (3.6)$$

Dessa forma, calcula-se a viscosidade relativa a um arbitrário valor da taxa de cisalhamento médio do fluido ($\sqrt{\dot{\gamma}_{fl}^2}$) utilizando-se a equação 3.3. Em seguida, obtém-se o resultado da taxa de cisalhamento da suspensão a partir da equação 3.6. Este método permite a geração de um gráfico de $\sqrt{\dot{\gamma}_{fl}^2}$ em função de $\dot{\gamma}$.

As definições mostradas nas equações 3.3 e 3.4 podem ser ilustradas qualitativamente nas figuras 3.1 e 3.2.

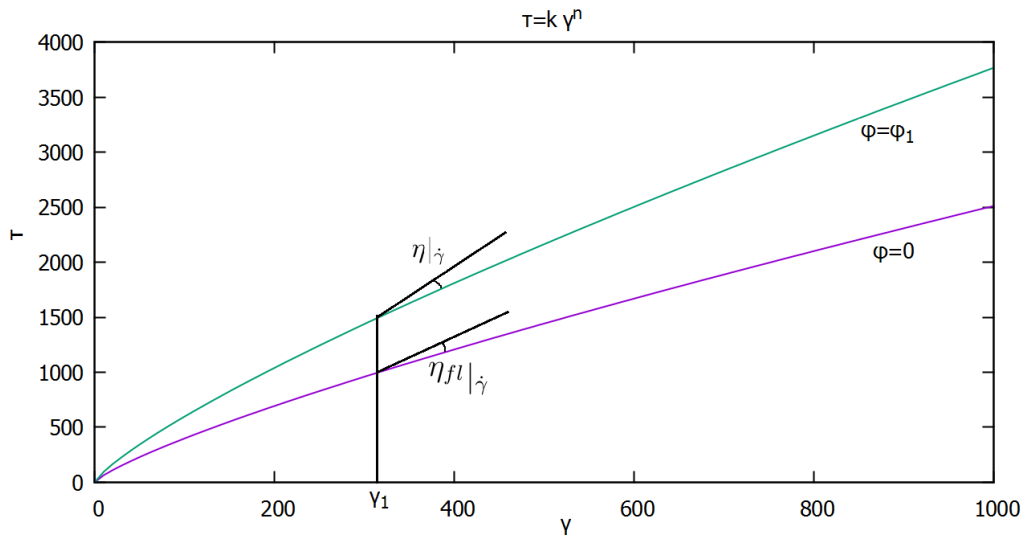


Figura 3.1: Ilustração da definição da viscosidade relativa definida por uma mesma taxa de cisalhamento

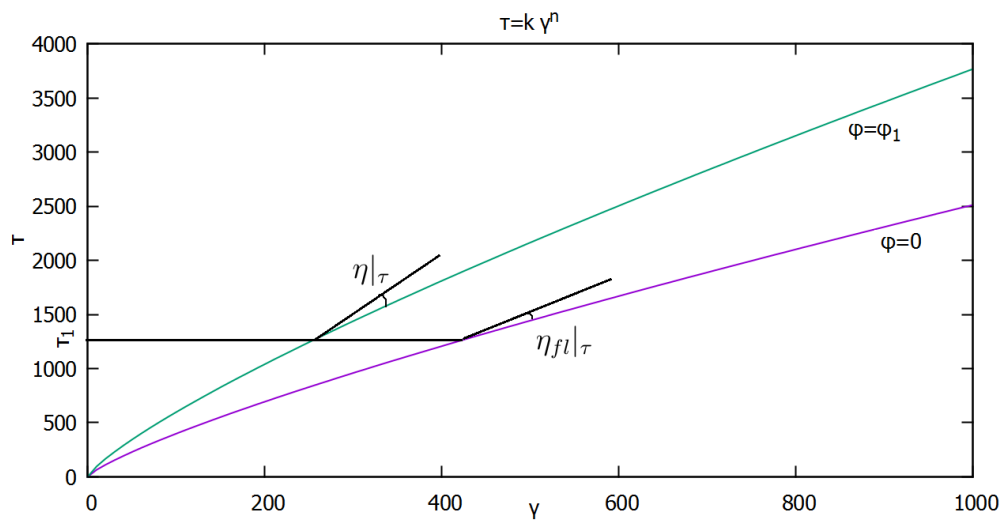


Figura 3.2: Ilustração da definição da viscosidade relativa definida por uma mesma tensão de cisalhamento

Para questões práticas, a viscosidade relativa a uma mesma taxa de cisalhamento ($\eta_{rel,\dot{\gamma}}$) é a mais importante (PAL, 2015).

Um trabalho experimental partindo de baixas até altas concentrações foi feito por MUELLER *et al.* (2009). Em seu trabalho, faz-se um estudo envolvendo a inserção de partículas em um fluido Newtoniano (*Silicon oil*).

É explicado que uma suspensão de concentração volumétrica de 1% a 2% possui uma viscosidade relativa aproximadamente linear e a reologia do fluido permanece Newtoniana. Para concentrações até 25% o regime é semi-disperso, a viscosidade relativa possui uma ordem maior de dependência com a concentração volumétrica mas o comportamento ainda é aproximadamente Newtoniano. Por último, a partir de concentrações volumétricas de 25% um regime concentrado ocorre, caracterizado pelo rápido crescimento da viscosidade relativa e aumento do comportamento não Newtoniano com o aumento da fração volumétrica.

No trabalho de MUELLER *et al.* 2009, o modelo que melhor se ajusta aos seus dados experimentais é aquele proposto por MARON e PIERCE (1956), mostrado na equação 3.7

$$\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2} \quad (3.7)$$

onde: $\phi_m = 0,611$.

No trabalho experimental desenvolvido por KATAOKA *et al.* (1978), baseado na adição de diferentes partículas em polímeros derretidos, tais como polietileno e poliestireno, pode-se observar a mudança da reologia da suspensão devido à inserção de partículas. A figura 3.3 reproduz um de seus resultados da viscosidade dinâmica em função da taxa de cisalhamento, neste caso para a inserção de balões de vidro (*glass ballons*) em polietileno.

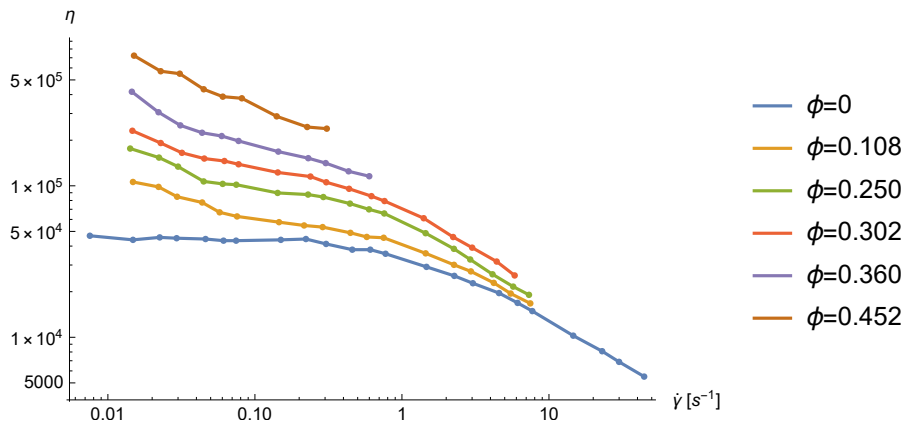


Figura 3.3: Mudança na reologia do fluido devido à inserção de partículas

Outra modelagem citada na literatura é a de LAVEN e STEIN (1991). Uma equação para fluidos Lei de Potência para suspensões infinitamente diluídas, de

forma a se reduzir à equação 3.1, é modelada pelo autor, esta é apresentada na equação 3.8.

$$\eta_{rel} = 1 + \left[2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right] \phi \quad (3.8)$$

Para maiores concentrações em fluidos Lei de Potência, PAL (2015) faz 4 modelagens diferentes a partir da equação 3.8, utilizando para altas concentrações $\phi_m = 0,637$. A tabela 3.1 apresenta estas modelagens além de outras obtidas na literatura.

Tabela 3.1: Modelos para a viscosidade relativa em fluidos com partículas

| Modelo | Referência |
|--|----------------------------|
| $\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi$ | EINSTEIN (1906) |
| $\eta_{rel} = \frac{25}{16} \frac{\phi^2}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^2}$ | EILERS (1943) |
| $\log \eta_{rel} = \frac{5}{2} \left(\frac{\phi}{1 - K\phi} \right) \quad 1,35 < K < 1,91$ | MOONEY (1951) |
| $\eta_{rel} = \frac{54}{4f^3} \frac{\phi^2}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^3} \quad 1 < f < 2$ | SIMHA (1952) |
| $\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2}$ | MARON e PIERCE (1956) |
| $\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-B\phi_m}$ | KRIEGER e DOUGHERTY (1959) |
| $\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi + 10,05\phi^2 + 0,00273\exp(16,6\phi)$ | THOMAS (1965) |
| $\eta_{rel} = \frac{9}{8} \left(\frac{\left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{1/3}}{1 - \left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{1/3}} \right)$ | FRANKEL e ACRIVOS (1967) |
| $\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi + 7,6\phi^2$ | BATCHELOR e GREEN (1972) |
| $\eta_{rel} = 1 + \left[2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right] \phi$ | LAVEN e STEIN (1991) |
| $\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2n}$ | BARNES (2003) |
| $\eta_{rel} = \exp \left[\left(2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right) \phi \right]$ | PAL (2015) (modelo 1) |
| $\eta_{rel} = (1 - \phi)^{- \left[2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right]}$ | PAL (2015) (modelo 2) |
| $\eta_{rel} = \exp \left[\frac{\left(2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right) \phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_m}} \right]$ | PAL (2015) (modelo 3) |
| $\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{- \left[2,5 \left(\frac{n+1}{2} \right) + \left(\frac{n-1}{2} \right) \right] \phi_m}$ | PAL (2015) (modelo 4) |

Capítulo 4

Metodologia

Este capítulo é dividido em duas seções onde são apresentados os desenvolvimentos teóricos utilizados para a obtenção dos modelos para suspensões em fluidos Newtonianos e não Newtonianos Lei de Potência de partículas esféricas.

4.1 Modelagem Newtoniana

Inicialmente, analisa-se um elemento infinitesimal de fluido que contém uma partícula com formato esférico, conforme mostrado na figura 4.1.

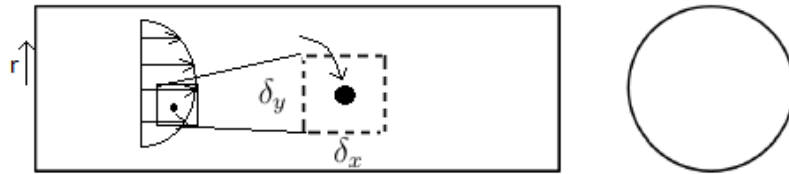


Figura 4.1: Elemento infinitesimal de fluido com a presença de uma partícula sólida

Pela segunda Lei de Newton, tem-se a força sobre uma partícula conforme mostra a equação 4.1

$$F_p = m_p a_p \quad (4.1)$$

A massa (m_p) e a aceleração (a_p) da partícula pelas camadas do fluido podem ser reescritas conforme as equações 4.2 e 4.3 respectivamente.

$$m_p = \frac{4}{3}\pi \frac{D_p^3}{8} \rho_p \quad (4.2)$$

$$a_p = \frac{\partial v}{\partial y} \delta_y \quad (4.3)$$

Onde D_p é o diâmetro da partícula, ρ_p é a densidade da partícula, δ_y é a componente perpendicular ao escoamento no volume infinitesimal de fluido e T é o tempo característico dado pela equação 4.4.

$$T = \frac{\delta_y^2}{\nu} \quad (4.4)$$

Onde ν é a viscosidade cinemática do fluido.

A força na partícula pode então ser reescrita conforme a equação 4.5.

$$F_p = \frac{\frac{\pi}{6} D_p^3 \rho_p \frac{\partial v}{\partial y} \delta_y}{\frac{\delta_y^2}{\nu}} \quad (4.5)$$

Para se obter a tensão sofrida pela partícula, pode-se dividir a equação 4.5 pela área do elemento infinitesimal de fluido onde ela se encontra. Reorganizando e simplificando, obtém-se a equação 4.6.

$$\tau_p = \frac{\pi}{6} \rho_p \nu \frac{D_p^3}{\delta_x \delta_y \delta_z} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.6)$$

Em seguida, observa-se uma escala diretamente proporcional das variáveis mostradas nas equações 4.7, 4.8 e 4.9, dada a hipótese de homogeneidade.

$$\delta_x \approx \delta_y \approx \delta_z \approx \sqrt[3]{V_{fl}} \quad (4.7)$$

$$D_p \approx \sqrt[3]{V_p} \quad (4.8)$$

$$V_p \approx \frac{4}{3} \pi R_p^3 \quad (4.9)$$

Porém, levando-se em conta também o volume ocupado pela partícula no volume de fluido, pode-se escrever a equação 4.10.

$$\sqrt[3]{V_{fl}} \approx \delta - D_p \quad (4.10)$$

Substituindo as equações 4.7 a 4.10 na equação 4.6, obtém-se a equação 4.11.

$$\tau_p = \frac{\pi}{6} \rho_p \nu \left(\frac{D_p^3}{(\delta - D_p)^3} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.11)$$

Reorganizando os termos obtém-se a equação 4.12

$$\tau_p = \frac{\pi}{6} \rho_p \nu \frac{1}{\left(\frac{\delta}{D_p} - 1 \right)^3} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.12)$$

E a equação 4.13 pode ser escrita.

$$\tau_p = \frac{\pi}{6} \rho_p \nu \frac{1}{\left(\left(\frac{V_{fl}}{V_p} \right)^{(1/3)} - 1 \right)^3} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.13)$$

Somando-se à equação 4.13 a tensão em um fluido Newtoniano, mostrada na equação 2.1, obtém-se a tensão da suspensão em um fluido Newtoniano com partículas, conforme mostra a equação 4.14.

$$\tau_{susp} = \eta_{fl} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\pi}{6} \rho_p \nu \frac{1}{\left(\left(\frac{V_{fl}}{V_p} \right)^{(1/3)} - 1 \right)^3} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.14)$$

Sabendo-se que $\nu = \frac{\eta_{fl}}{\rho_{fl}} \frac{V_p}{V_{fl}} = \phi$ =concentração volumétrica, e reorganizando a equação 4.14, obtemos a equação 4.15.

$$\tau_{susp} = \eta_{fl} \left(1 + \frac{\pi}{6} \frac{\rho_p}{\rho_{fl}} \frac{1}{\left(\left(\frac{1}{\phi} \right)^{(1/3)} - 1 \right)^3} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.15)$$

De onde conclui-se a viscosidade relativa da suspensão através da equação 4.16.

$$\frac{\eta_{susp}}{\eta_{fl}} = 1 + \frac{\pi}{6} \frac{\rho_p}{\rho_{fl}} \frac{1}{\left(\left(\frac{1}{\phi} \right)^{(1/3)} - 1 \right)^3} \quad (4.16)$$

A modelagem apresentada na equação 4.16 mostra dependência da viscosidade relativa com a concentração volumétrica de partículas, a razão das densidades das partículas e do fluido, além de um fator $(\pi/6)$ decorrente da geometria esférica das partículas.

Para comparação com dados experimentais, dois graus de liberdade α e β são inseridos na equação 4.16, obtendo-se por fim o modelo mostrado na equação 4.17

$$\eta_{rel} = 1 + \frac{\pi}{6} \frac{\alpha}{\left(\left(\frac{\beta}{\phi} \right)^{(1/3)} - 1 \right)^3} \frac{\rho_p}{\rho_{fl}} \quad (4.17)$$

Observa-se que α é capaz de corrigir uma possível não esfericidade da partícula, enquanto β é inspirado na fração máxima de empacotamento.

4.2 Modelagem não Newtoniana

Uma expansão da abordagem mostrada na seção 4.1 pode ser feita ao se introduzir variáveis não Newtonianas no desenvolvimento da equação. Será considerado um fluido com reologia Lei de Potência, o qual possui a viscosidade dada pela equação 4.18

$$\eta_{lp} = k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^{n-1} \quad (4.18)$$

O subscrito “ lp ” se refere ao fluido Lei de Potência.

Pela segunda Lei de Newton, podemos escrever a equação 4.19

$$F_p = m_p a_p \quad (4.19)$$

Onde a massa da partícula (m_p) e a aceleração da partícula (a_p) no elemento infinitesimal do fluido são dadas de forma semelhante às equações 4.2 e 4.3, conforme 4.20 e 4.21.

$$m_p = \frac{4}{3} \pi \frac{D_p^3}{8} \rho_p \quad (4.20)$$

$$a_p = \frac{\frac{\partial v}{\partial y} \delta_y}{T_{lp}} \quad (4.21)$$

Onde D_p é o diâmetro da partícula, ρ_p é a densidade da partícula, δ_y é a componente perpendicular ao escoamento no volume infinitesimal de fluido e T_{lp} é o tempo característico para o fluido Lei de Potência, dado pela equação 4.22.

$$T_{lp} = \frac{\delta_y^2}{\nu_{lp}} \quad (4.22)$$

Onde,

$$\nu_{lp} = \frac{k}{\rho_{fl_{lp}}} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^{n-1} \quad (4.23)$$

A força na partícula pode então ser reescrita conforme a equação 4.24

$$F_{p_{lp}} = \frac{\pi}{6} D_p^3 \rho_p \frac{\frac{\partial v}{\partial y} \delta_y}{\frac{\delta_y^2}{\nu_{lp}}} \quad (4.24)$$

Reorganizando os termos e inserindo a equação 4.23 obtém-se a equação 4.25

$$F_{plp} = \frac{\pi D_p^3}{6} \frac{\rho_p}{\delta_y \rho_{flp}} k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n \quad (4.25)$$

Para se obter a tensão sofrida pela partícula, pode-se dividir a equação 4.25 pela área do elemento infinitesimal de fluido onde ela se encontra, obtendo-se a equação 4.26

$$\tau_{plp} = \frac{\pi D_p^3}{6} \frac{\rho_p}{\delta_x \delta_y \delta_z \rho_{flp}} k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n \quad (4.26)$$

Analogamente ao que foi feito nas equações 4.7 a 4.10, obtém-se a equação 4.27

$$\tau_{plp} = \frac{\pi D_p^3}{6 (\delta - D_p)^3} \frac{\rho_p}{\rho_{flp}} k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n \quad (4.27)$$

Sabendo-se que $\phi = \frac{V_p}{V_{fl}} \approx \left(\frac{D_p}{\delta} \right)^3$, pode-se reescrever a tensão devido às partículas conforme a equação 4.28.

$$\tau_{plp} = \frac{\pi}{6} \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{\phi} \right)^{1/3} - 1 \right]^3} \frac{\rho_p}{\rho_{flp}} k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n \quad (4.28)$$

Somando-se a tensão de cisalhamento em um fluido Lei de Potência à equação 4.28, obtém-se a tensão da suspensão para um fluido Lei de Potência com partículas em suspensão, conforme mostrado na equação 4.29.

$$\tau_{suspplp} = k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n + \frac{\pi}{6} \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{\phi} \right)^{1/3} - 1 \right]^3} \frac{\rho_p}{\rho_{flp}} k \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^n \quad (4.29)$$

Desta forma, o fator de consistência relativo pode ser escrito conforme a equação 4.30.

$$\frac{k_{susp}}{k} = 1 + \frac{\pi}{6} \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{\phi} \right)^{1/3} - 1 \right]^3} \frac{\rho_p}{\rho_{flp}} \quad (4.30)$$

Assim como foi introduzido para a modelagem de suspensões em fluidos Newtonianos, são introduzidos dois graus de liberdade α' e β' para comparação com os dados experimentais, conforme mostrado na equação 4.31

$$k_{rel} = 1 + \frac{\pi}{6} \frac{\alpha'}{\left[\left(\frac{\beta'}{\phi} \right)^{1/3} - 1 \right]^3} \frac{\rho_p}{\rho_{flp}} \quad (4.31)$$

Capítulo 5

Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a modelagem proposta nesta dissertação comparada com algumas das modelagens e pontos experimentais já existentes na literatura. Para que seja observada com maior clareza a validade e as limitações da modelagem proposta, dividiu-se este capítulo em três seções. Primeiramente, na seção 5.1, é feita uma análise dos valores do resultado da modelagem desenvolvida no NIDF para diferentes α e β e mostrada também a sua otimização. Na seção 5.2 são apresentados resultados experimentais obtidos na literatura para suspensões em fluidos Newtonianos, os quais são comparados com a equação 4.17 e as modelagens de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015), reescritas nas equações 5.1, 5.2 e 5.3, respectivamente. A seção 5.3 é feita de forma semelhante à seção 5.2, porém para suspensões em fluidos Lei de Potência. Limitou-se a variação no valor do índice de potência em até 10% nos valores experimentais para comparação com a modelagem proposta.

$$\eta_{rel} = 1 + 2,5\phi \quad (5.1)$$

$$\eta_{rel} = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2} \quad (5.2)$$

$$\eta_{rel} = \exp \left[\frac{\left(2,5 \left(\frac{n+1}{2}\right) + \left(\frac{n-1}{2}\right)\right) \phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_m}} \right] \quad (5.3)$$

5.1 Análise da Modelagem

O primeiro caso que pode ser observado é o limite no qual o valor da concentração volumétrica tende a zero, conforme mostrado nas equações 5.4 e 5.5.

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} \eta_{rel} = \lim_{\phi \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\pi}{6} \frac{\alpha \phi}{\beta} \frac{\rho_p}{\rho_{fl}} \right) = 1 \quad (5.4)$$

$$\lim_{\phi \rightarrow 0} k_{rel} = \lim_{\phi \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\pi}{6} \frac{\alpha' \phi}{\beta'} \frac{\rho_p}{\rho_{fl,p}} \right) = 1 \quad (5.5)$$

Estes resultados mostram que as modelagens são capazes de se reduzirem linearmente a suspensões infinitamente dispersas obtendo o resultado original da viscosidade do fluido quando não há partículas.

Conforme pode ser observado nas equações 4.17 e 4.31, existe uma clara semelhança entre as modelagens desenvolvidas para suspensões em fluidos Newtonianos e em fluidos Lei de Potência. Portanto, considerando-se a relação entre as densidades da partícula e do fluido em ambos os casos igual à 1 $\left(\frac{\rho_p}{\rho_{fl}} = 1 \right)$, é feita a variação em α e β para se observar o comportamento das modelagens, conforme mostram as figuras 5.1 e 5.2

Na figura 5.1 é possível observar a influência da variação de α , para $\beta = 1$.

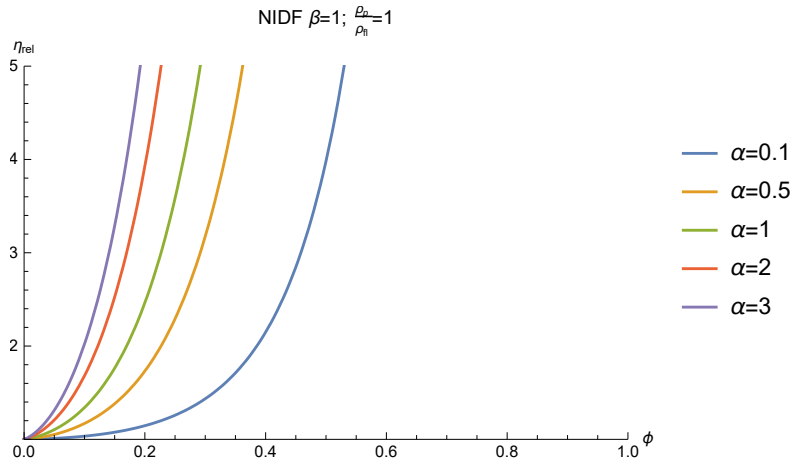


Figura 5.1: Comportamento da modelagem do NIDF para $\beta = 1$, $\frac{\rho_p}{\rho_{fl}} = 1$ e diferentes valores de α .

Na figura 5.2 é possível observar a influência da variação de β , para $\alpha = 1$.

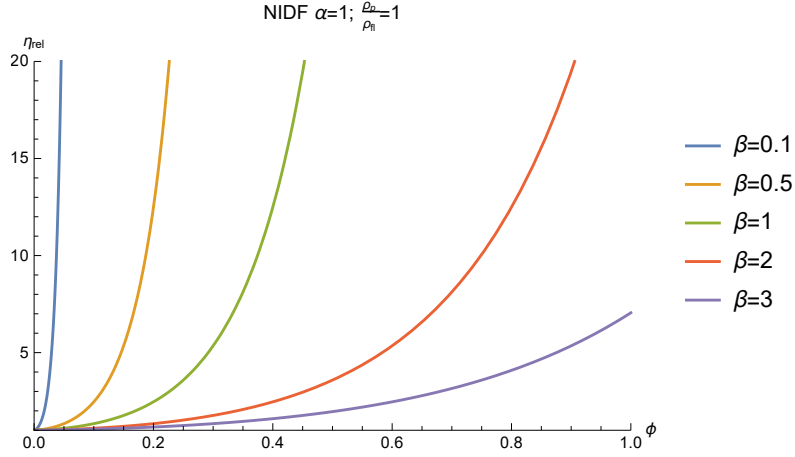


Figura 5.2: Comportamento da modelagem do NIDF para $\alpha = 1$, $\frac{\rho_p}{\rho_n} = 1$ e diferentes valores de β .

Os valores ótimos de α e β foram definidos a partir dos resultados obtidos na comparação com os pontos experimentais, conforme mostram as seções 5.2 e 5.3. Para obtê-los calculou-se o erro relativo (ϵ), conforme mostrado na equação 5.6.

$$\epsilon = \frac{\eta_{rel_{prevista}} - \eta_{rel_{exp}}}{\eta_{rel_{exp}}} \quad (5.6)$$

Onde $\eta_{rel_{prevista}}$ é a viscosidade dinâmica relativa prevista pelo modelo e $\eta_{rel_{exp}}$ é o resultado para a viscosidade relativa obtida no experimento.

Como cada valor da concentração volumétrica (ϕ) resulta em um valor de ϵ , a média desses valores para cada experimento foi obtida. Dessa forma, cada modelagem possuía para cada experimento o seu erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$), conforme mostra a equação 5.7

$$\bar{\epsilon} = \frac{\sum_1^i \epsilon}{i} \quad (5.7)$$

Onde i é o número de resultados utilizados na comparação dos dados experimentais com os previstos pelas modelagens.

Para simplificar, o resultado da equação 5.7 recebeu uma nomenclatura diferente para cada experimento, conforme mostra a tabela 5.1.

Tabela 5.1: Nomenclatura do erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) em cada experimento

| Experimento | Nomenclatura |
|---------------------------------------|---------------------------|
| LAVEN e STEIN (1991) | $\bar{\epsilon}^L$ |
| MUELLER <i>et al.</i> (2009) | $\bar{\epsilon}^M$ |
| ZHU <i>et al.</i> (2017) | $\bar{\epsilon}^Z$ |
| LAVEN e STEIN (1991) (não Newtoniano) | $\bar{\epsilon}^{L_{lp}}$ |
| PAL (2015) (não Newtoniano) | $\bar{\epsilon}^{P_{lp}}$ |

Uma análise de 6 diferentes cenários baseando-se na soma de diversas combinações dos resultados da tabela 5.1 foi feita. Buscou-se minimizar o resultado desta soma considerando-se $\alpha = \alpha'$ e $\beta = \beta'$ obtendo-se assim um único modelo para suspensões em fluidos Newtonianos e não Newtonianos. A otimização foi feita através do método *Generalized Reduced Gradient (GRG Nonlinear)*, o qual pode ser visto em maiores detalhes no trabalho de LASDON *et al.* (1974). Os valores de α e β foram variados até se chegar ao resultado para o erro relativo médio mínimo.

Os cenários são:

1- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ para todos os pontos experimentais utilizados ($\bar{\epsilon}_{min_1} = \bar{\epsilon}^L + \bar{\epsilon}^M + \bar{\epsilon}^Z + \bar{\epsilon}^{L_{lp}} + \bar{\epsilon}^{P_{lp}}$);

2- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ somente para os pontos experimentais utilizados dos fluidos Newtonianos ($\bar{\epsilon}_{min_2} = \bar{\epsilon}^L + \bar{\epsilon}^M + \bar{\epsilon}^Z$);

3- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ somente para os pontos experimentais utilizados dos fluidos não Newtonianos ($\bar{\epsilon}_{min_3} = \bar{\epsilon}^{L_{lp}} + \bar{\epsilon}^{P_{lp}}$);

4- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ somente para os pontos experimentais com $\phi < 10\%$ para os fluidos Newtonianos e $\phi < 20\%$ para os fluidos não Newtonianos ($\bar{\epsilon}_{min_4} = \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^L + \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^M + \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^Z + \bar{\epsilon}_{\phi < 20\%}^{L_{lp}} + \bar{\epsilon}_{\phi < 20\%}^{P_{lp}}$);

5- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ somente para os pontos experimentais com $\phi < 10\%$ para os fluidos Newtonianos ($\bar{\epsilon}_{min_5} = \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^L + \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^M + \bar{\epsilon}_{\phi < 10\%}^Z$); e

6- Somando-se os valores de $\bar{\epsilon}$ somente para os pontos experimentais com $\phi < 20\%$ para os fluidos não Newtonianos ($\bar{\epsilon}_{min_6} = \bar{\epsilon}_{\phi < 20\%}^{L_{lp}} + \bar{\epsilon}_{\phi < 20\%}^{P_{lp}}$).

Na tabela 5.2, os resultados de α e β que minimizam o valor do erro relativo médio para o seu respectivo cenário são mostrados em **negrito e sublinhados**. Os outros valores (não em **negrito** e não **sublinhados**) são consequentes resultados para o erro relativo médio dado os valores de α e β .

Tabela 5.2: Erro relativo médio mínimo para cada cenário de acordo com os valores de α e β . O valor sublinhado e em negrito em cada linha é o erro relativo médio otimizado

| $\alpha = \alpha'$ | $\beta = \beta'$ | $\bar{\epsilon}_{min_1}$ (%) | $\bar{\epsilon}_{min_2}$ (%) | $\bar{\epsilon}_{min_3}$ (%) | $\bar{\epsilon}_{min_4}$ (%) | $\bar{\epsilon}_{min_5}$ (%) | $\bar{\epsilon}_{min_6}$ (%) |
|--------------------|------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0,7617 | 1,7262 | <u>29,59</u> | 16,92 | 12,67 | 23,25 | 13,84 | 9,42 |
| 12,3811 | 9,4889 | 40,62 | <u>12,76</u> | 27,86 | 22,65 | 5,01 | 17,64 |
| 0,2602 | 1,1775 | 37,48 | 29,36 | <u>8,12</u> | 27,72 | 21,49 | 6,22 |
| 1,7956 | 2,8421 | 35,07 | 16,54 | 18,53 | <u>20,35</u> | 11,11 | 9,24 |
| 7,3306 | 6,1709 | 41,96 | 13,98 | 27,98 | 26,63 | <u>4,94</u> | 21,70 |
| 0,1815 | 0,9892 | 40,22 | 28,28 | 11,94 | 28,40 | 22,30 | <u>6,10</u> |

O que pode ser observado a partir da análise da tabela 5.2 é que com o conhecimento da suspensão que está sendo trabalhada, uma significativa melhora na previsão do modelo proposto pode ser obtida. Por exemplo, ao se trabalhar com suspensões em fluidos Lei de Potência, porém utilizando-se o resultado ótimo de α e β para um fluido Newtoniano ($\alpha = 12,3811$ e $\beta = 9,4889$), um erro relativo médio de 27,86% seria encontrado, o qual poderia ser diminuído em até 8,12% com os valores adequados de α e β ($\alpha = 0,2602$ e $\beta = 1,1775$).

O resultado dos modelos dados pelas equações 5.1, 5.2 e 5.3 para cada cenário e a sua relação com a tabela 5.2 é mostrado no apêndice A.

5.2 Fluidos Newtonianos com Partículas

Para comparação da modelagem desenvolvida nesta dissertação com dados experimentais para suspensões em fluidos Newtonianos foram utilizados 3 trabalhos. Seus resultados experimentais são mostrados junto do resultado previsto pela equação 4.17, modelada nesta dissertação, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015). Os valores de $\alpha = 0,7617$ e $\beta = 1,7262$ que resultam em $\bar{\epsilon}_{min_1} = 29,59\%$ (NIDF $\bar{\epsilon}_1$), e $\alpha = 12,38$ e $\beta = 9,4889$ que resultam em $\bar{\epsilon}_{min_2} = 12,76\%$ (NIDF $\bar{\epsilon}_2$) foram utilizados, pois o primeiro é aquele que melhor generaliza a modelagem proposta, englobando o maior número de resultados experimentais enquanto o segundo busca o melhor resultado para os fluidos Newtonianos, conforme tratado nesta seção.

As propriedades do fluido e das partículas utilizadas para o resultado experimental do trabalho de LAVEN e STEIN (1991) são mostradas nas tabelas 5.3 e 5.4 respectivamente.

Tabela 5.3: Propriedades do fluido no experimento de LAVEN e STEIN (1991)

| | |
|---|--|
| Fluido: | Glicerol e água destilada (87:13 razão mássica) a 25°C |
| Densidade (ρ_{fl}) [kg/m^3]: | 1227 |

Tabela 5.4: Propriedades das partículas no experimento de LAVEN e STEIN (1991)

| | |
|-------------------------|------------------|
| Material: | Esferas de vidro |
| Densidade [kg/m^3]: | 2810 |
| Diâmetro [μm]: | 22 e 30 |

Na figura 5.3 é mostrado o seu resultado experimental junto do resultado previsto pelas equações 4.17, 5.1, 5.2 e 5.3.

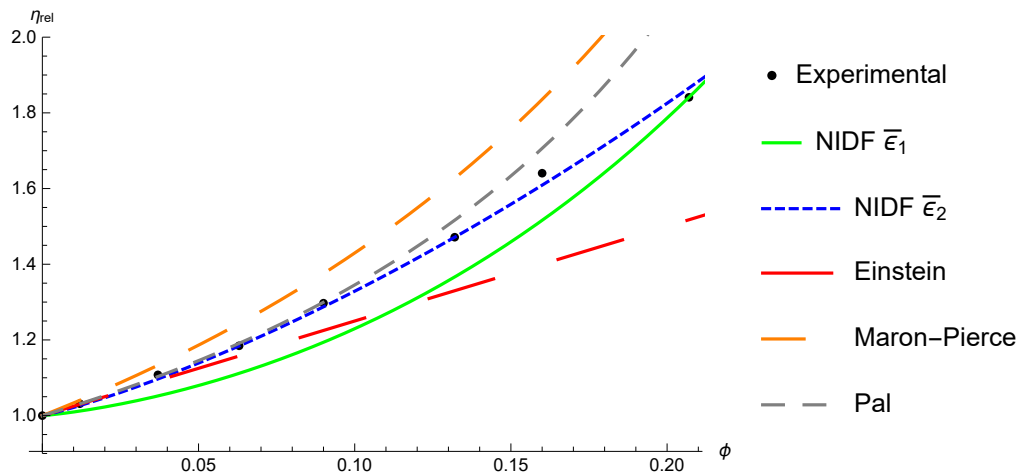


Figura 5.3: Comparação entre o resultado experimental do trabalho de LAVEN e STEIN (1991), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015)

A tabela 5.5 mostra o erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) entre os resultados experimentais e os resultados previstos pelos modelos da figura 5.3.

Tabela 5.5: Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de LAVEN e STEIN (1991)

| Modelo | $\bar{\epsilon}^L$ (%) | $\bar{\epsilon}^L$ (%) para $\phi \leq 10\%$ |
|-------------------------|------------------------|--|
| NIDF $\bar{\epsilon}_1$ | 4,47 | 4,20 |
| NIDF $\bar{\epsilon}_2$ | 0,69 | 0,45 |
| EINSTEIN | 6,40 | 1,87 |
| MARON e PIERCE | 7,60 | 2,82 |
| PAL | 3,14 | 0,23 |

O trabalho de MUELLER *et al.* (2009) apresenta valores experimentais para a inserção de partículas esféricas de vidro (*glass beads*) no fluido Newtoniano *Silicon oil*. As propriedades do fluido e das partículas utilizadas em seu experimento são apresentadas nas tabelas 5.6 e 5.7, respectivamente.

Tabela 5.6: Propriedades do fluido *Silicon oil* no experimento de MUELLER *et al.* (2009)

| | |
|--|---------------------------|
| Fluido: | <i>Silicon oil</i> @ 25°C |
| Viscosidade dinâmica (η_{fl}) [Pa.s] | 41,32 |
| Densidade (ρ_{fl}) [kg/m ³] | 894 |

Tabela 5.7: Propriedades das partículas no experimento de MUELLER *et al.* (2009)

| | |
|-----------------------------------|------------------|
| Material: | esferas de vidro |
| Densidade [kg/m ³]: | 2448 |
| Diâmetro-min. e max. [μm]: | 89,9-135 |
| Diâmetro médio [μm]: | 108 |

A figura 5.4 apresenta o seu resultado experimental junto do resultado previsto pelas equações 4.17, 5.1, 5.2 e 5.3.

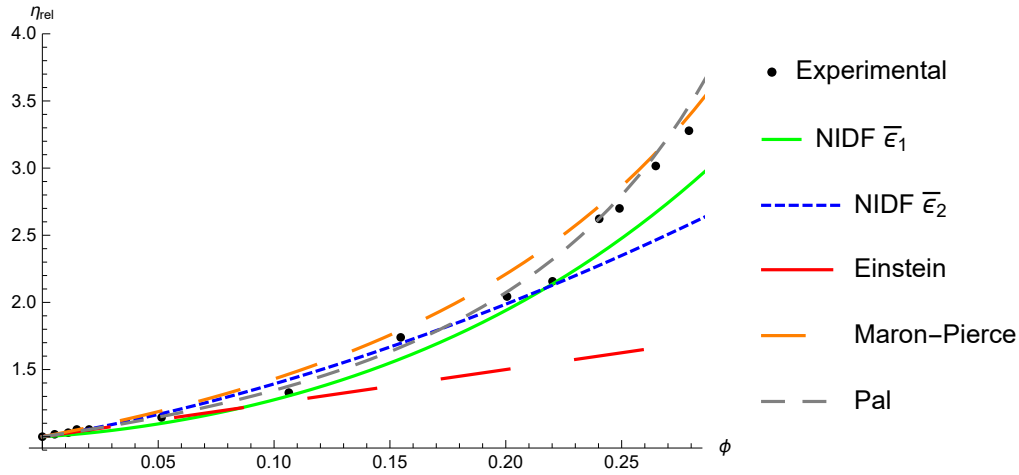


Figura 5.4: Comparação entre o resultado experimental do trabalho de MUELLER *et al.* (2009), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015)

A tabela 5.8 mostra o erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) entre os resultados experimentais e os resultados previstos pelos modelos da figura 5.4.

Tabela 5.8: Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de MUELLER *et al.* (2009)

| Modelo | $\bar{\epsilon}^M$ (%) | $\bar{\epsilon}^M$ (%) para $\phi \leq 10\%$ |
|-------------------------|------------------------|--|
| NIDF $\bar{\epsilon}_1$ | 5,13 | 2,04 |
| NIDF $\bar{\epsilon}_2$ | 6,03 | 1,71 |
| EINSTEIN | 18,24 | 1,21 |
| MARON e PIERCE | 4,12 | 2,46 |
| PAL | 2,22 | 0,88 |

Um último resultado experimental para suspensões em fluidos Newtonianos utilizado para comparação é o de ZHU *et al.* (2017). As partículas inseridas são kaolinite e o fluido Newtoniano a água. As propriedades do fluido e das partículas utilizadas em seu trabalho são apresentadas respectivamente nas tabelas 5.9 e 5.10.

Tabela 5.9: Propriedades da água no experimento de ZHU *et al.* (2017)

| | |
|---|-------------|
| Fluido: | Água @ 21°C |
| Viscosidade dinâmica(η_{fl})[Pa.s] | 0,000979 |
| Densidade (ρ_{fl})[kg/m ³] | 998 |

Tabela 5.10: Propriedades das partículas no experimento de ZHU *et al.* (2017)

| | |
|-----------------------------------|-----------|
| Material: | Kaolinite |
| Densidade [kg/m^3]: | 2600 |
| Diâmetro-min. e max. [μm]: | 0,5-18,5 |
| Diâmetro médio [μm]: | 3,71 |

Analogamente ao que foi feito para as figuras 5.3 e 5.4, obtém-se a figura 5.5

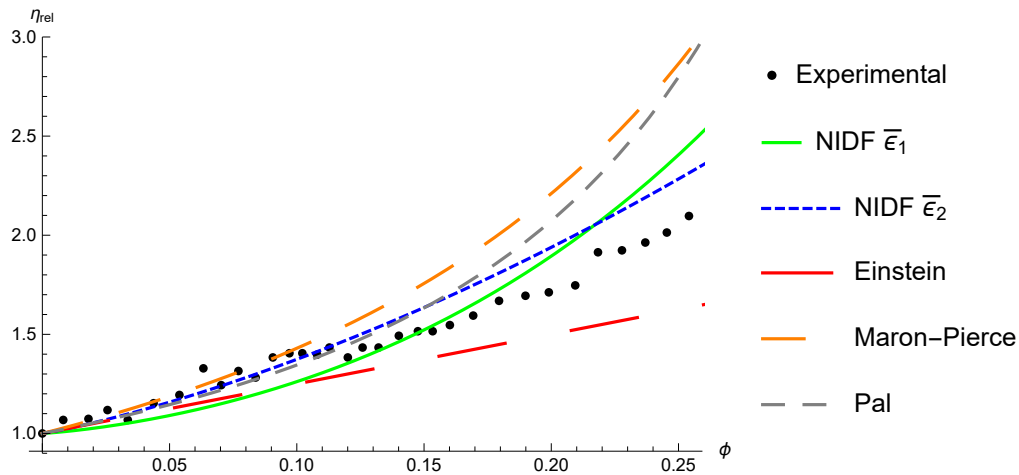


Figura 5.5: Comparação entre o resultado experimental do trabalho de ZHU *et al.* (2017), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_2$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015)

A tabela 5.11 mostra o erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) entre os resultados experimentais e os resultados previstos pelos modelos da figura 5.5.

Tabela 5.11: Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental de ZHU *et al.* (2017)

| Modelo | $\bar{\epsilon}^Z$ (%) | $\bar{\epsilon}^Z$ (%) para $\phi \leq 10\%$ |
|-------------------------|------------------------|--|
| NIDF $\bar{\epsilon}_1$ | 7,31 | 7,58 |
| NIDF $\bar{\epsilon}_2$ | 6,03 | 2,84 |
| EINSTEIN | 9,94 | 6,35 |
| MARON e PIERCE | 13,3 | 2,24 |
| PAL | 10,09 | 3,70 |

Pode-se observar que o comportamento previsto por todos os modelos mostrados é condizente com o que mostram os experimentos, com exceção daquele proposto por EINSTEIN (1906), porém sabe-se que ele é válido somente para a região infinitamente dispersa e portanto um crescimento linear é esperado.

Observando-se também o resultado mostrado na tabela 5.11, considerando-se todos os pontos experimentais utilizados do trabalho de ZHU *et al.* (2017), o modelo de EINSTEIN (1906) foi capaz de prever o comportamento com um erro relativo médio menor do que aquele de MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015). Isso se deve ao crescimento da viscosidade relativa, conforme pode ser visto na figura 5.5, ocorrer de forma mais lenta, com um aspecto quase linear. Uma possível explicação para isto ocorrer está no fato do diâmetro médio das partículas utilizadas neste trabalho experimental serem de ordem inferior em relação aos outros trabalhos, fator este que não é previsto por nenhum modelo.

Uma significativa diminuição no valor de $\bar{\epsilon}$ ocorreu do modelo NIDF $\bar{\epsilon}_1$ para o NIDF $\bar{\epsilon}_2$ na previsão dos resultados no trabalho de LAVEN e STEIN (1991), conforme mostra a tabela 5.5. A influência que os resultados experimentais para fluidos não Newtonianos tem na obtenção do modelo NIDF $\bar{\epsilon}_1$ forçou o seu crescimento para a região diluída a ser mais lento.

Outra observação interessante é a melhor previsão, bastante significativa para o modelo NIDF $\bar{\epsilon}_2$ na comparação com os trabalhos de MARON e PIERCE 1956 e ZHU *et al.* (2017) quando comparada somente com a região com $\phi < 10\%$.

5.3 Fluidos não Newtonianos com Partículas

O resultado para fluidos não Newtonianos possui um maior grau de dificuldade em relação àquele mostrado na seção anterior. Além de mais escassos, experimentos envolvendo fluidos não Newtonianos podem englobar uma ampla variedade de tipologias de fluidos. Porém, foram consideradas apenas reologias Lei de Potência com uma variação no índice de potência de até 10%.

Para comparação da modelagem mostrada na equação 4.31 com dados experimentais de suspensões em fluidos não Newtonianos foram utilizados 2 trabalhos. Seus resultados são comparados também com o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015), de forma semelhante ao que foi feito na seção 5.2. Porém, nesta seção os valores de α' e β' utilizados serão respectivamente 0,2602 e 1,1775 os quais resultam em $\bar{\epsilon}_{min_3} = 8,12\%$ (NIDF $\bar{\epsilon}_3$), pois este busca o melhor resultado para os fluidos não Newtonianos, e será utilizado novamente $\alpha' = 0,7617$ e $\beta' = 1,7262$ para se obter a maior generalização através dos resultados denominados NIDF $\bar{\epsilon}_1$.

O trabalho experimental de LAVEN e STEIN (1991) também envolve a inserção de esferas de vidro em um fluido Lei de Potência. As propriedades do fluido e das partículas utilizadas são mostradas nas tabelas 5.12 e 5.13.

Tabela 5.12: Propriedades do fluido Lei de Potência no experimento de LAVEN e STEIN (1991)

| | |
|---|--------------------------|
| Fluido: | 2% PAA em água destilada |
| Fator de consistência (k) [$Pa.s^n$]: | 5,39 |
| Densidade (ρ_{fl}) [kg/m^3]: | 1010,16 |
| Índice de potência (n): | 0,379 |

Tabela 5.13: Propriedades das partículas no experimento de LAVEN e STEIN (1991)

| | |
|-----------------------------------|------------------|
| Material: | esferas de vidro |
| Densidade [kg/m^3]: | 2830 |
| Diâmetro-min. e max. [μm]: | 36 a 50 |
| Diâmetro médio [μm]: | 43 |

A figura 5.6 mostra o resultado experimental junto do resultado previsto pelas equações 4.31, 5.1, 5.2 e 5.3.

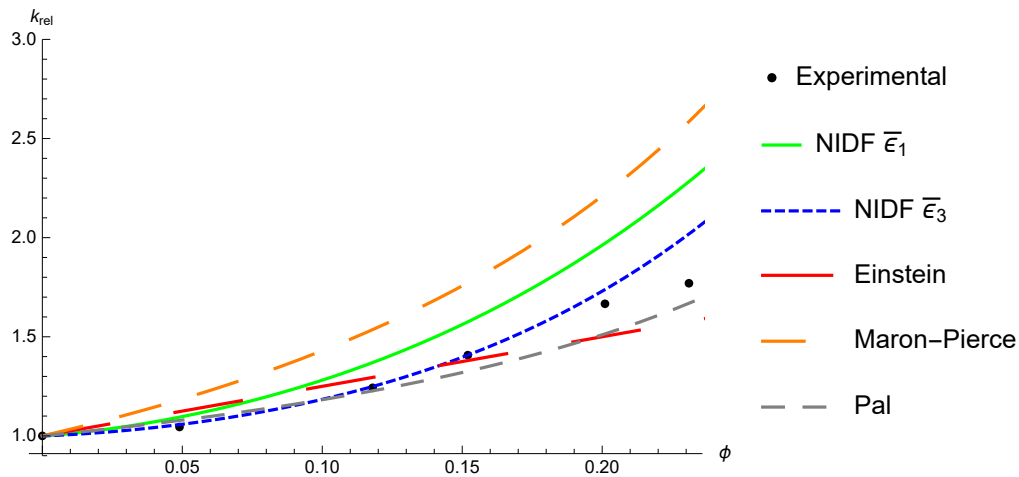


Figura 5.6: Comparação entre o resultado experimental não Newtoniano do trabalho de LAVEN e STEIN (1991), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_3$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015)

A tabela 5.14 mostra o erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) entre os resultados experimentais e os resultados previstos pelos modelos da figura 5.6.

Tabela 5.14: Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental para fluidos Lei de Potência de LAVEN e STEIN (1991)

| Modelo | $\bar{\epsilon}^{L_p}$ (%) |
|-------------------------|----------------------------|
| NIDF $\bar{\epsilon}_1$ | 12,36 |
| NIDF $\bar{\epsilon}_3$ | 3,33 |
| EINSTEIN | 5,71 |
| MARON e PIERCE | 23,66 |
| PAL | 4,16 |

O segundo resultado experimental utilizado foi obtido por PAL (2015). As propriedades do fluido e das partículas utilizadas são apresentadas respectivamente nas tabelas 5.15 e 5.16.

Tabela 5.15: Propriedades do fluido Lei de Potência no experimento de PAL (2015)

| | |
|---|---------------------------------|
| Fluido: | Cellulose gum - Type 7H4F (CMC) |
| Fator de consistência (k) [$Pa.s^n$]: | 5,40 |
| Densidade (ρ_{fl}) [kg/m^3]: | 1000 |
| Índice de potência (n): | 0,555 |

Tabela 5.16: Propriedades das partículas no experimento de PAL (2015)

| | |
|-----------------------------|------------------|
| Material: | esferas de vidro |
| Densidade [kg/m^3]: | 2500 |
| Diâmetro médio [μm]: | 92 |

A figura 5.7 mostra o resultado experimental junto do resultado previsto pelas equações 4.31, 5.1, 5.2 e 5.3.

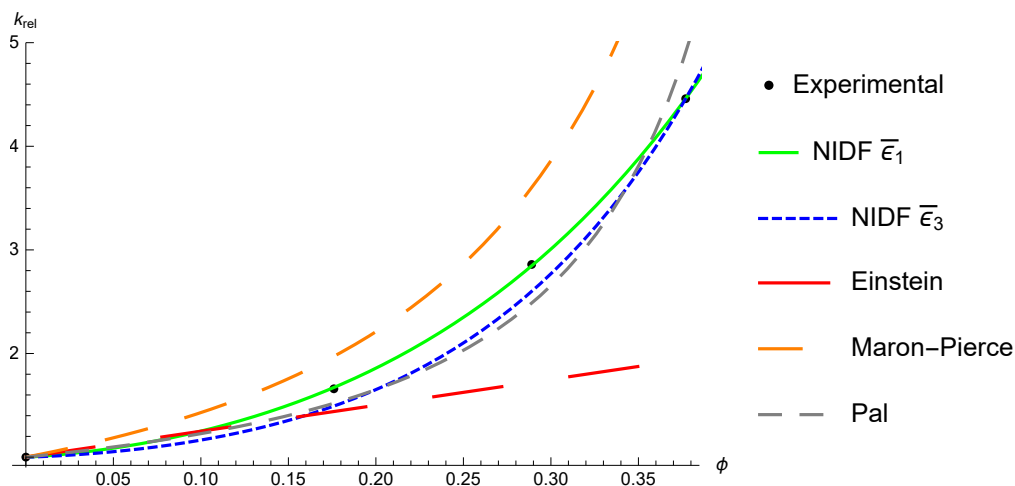


Figura 5.7: Comparação entre o resultado experimental do trabalho de PAL (2015), o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_1$, NIDF $\bar{\epsilon}_3$, o modelo de EINSTEIN (1906), MARON e PIERCE (1956) e PAL (2015)

A tabela 5.17 mostra o erro relativo médio ($\bar{\epsilon}$) entre os resultados experimentais e os resultados previstos pelos modelos da figura 5.7.

Tabela 5.17: Erro relativo médio para cada modelo em comparação com o trabalho experimental para fluidos Lei de Potência de PAL (2015)

| Modelo | $\bar{\epsilon}^{P_p}$ (%) |
|-------------------------|----------------------------|
| NIDF $\bar{\epsilon}_1$ | 0,31 |
| NIDF $\bar{\epsilon}_3$ | 4,79 |
| EINSTEIN | 27,35 |
| MARON e PIERCE | 24,4 |
| PAL | 7,85 |

Observa-se que o comportamento de crescimento do fator de consistência relativo ocorre de forma semelhante ao da viscosidade relativa, mostrada na seção 5.2.

Também é possível observar que o modelo proposto NIDF $\bar{\epsilon}_3$, para suspensões em fluidos não Newtonianos, foi capaz de prever satisfatoriamente o resultado do fator de consistência relativo e com um erro relativo médio menor que os outros modelos da literatura utilizados para comparação em ambos os trabalhos experimentais utilizados.

A modelagem prevista pelo modelo NIDF $\bar{\epsilon}_1$ demonstrou-se razoável na comparação com os resultados de LAVEN e STEIN (1991), respeitando o comportamento do crescimento do fator de consistência relativo em função da concentração de partículas em fluidos não Newtonianos, conforme mostra a figura 5.6, porém não sendo a mais adequada conforme mostra a tabela 5.14. Por outro lado, foi obtida uma excelente previsão por este modelo do resultado experimental no tra-

balho de PAL (2015). Observa-se que o resultado experimental deste último trabalho encontra-se em uma região intermediária em relação aos outros. Além disso, a relação das densidades entre as partículas e o fluido se encontra em um valor próximo da média dos trabalhos experimentais utilizados neste capítulo.

Capítulo 6

Conclusão e Propostas para Trabalhos Futuros

O conhecimento e a satisfatória previsão das características e do comportamento do escoamento de fluidos através de dutos possuem muito interesse de diversos campos da indústria.

A complexidade da adição de partículas no escoamento é um desafio atual. O desenvolvimento de trabalhos e modelagens empíricas e teóricas a respeito de suspensões mostram que um fator é acrescido no resultado da viscosidade relativa do fluido que transporta as partículas.

Inicialmente, observa-se um crescimento linear para, a partir de determinada concentração, o valor da viscosidade aumentar rapidamente até o seu valor máximo conhecido como fração máxima de empacotamento, no qual o escoamento cessa.

Outra condição importante é em relação à reologia do fluido, pois a inserção das partículas pode implicar em uma mudança não somente do incremento da viscosidade mas também no índice de potência, alterando a reologia original do fluido. Estes casos não foram considerados nesta dissertação.

A condição mencionada no parágrafo anterior restringiu os resultados experimentais possíveis, pois durante a revisão bibliográfica observou-se que muitos trabalhos na literatura estudam a influência da mudança da reologia ao adicionar-se partículas em um fluido Newtoniano.

Neste trabalho foram propostas duas modelagens, uma para suspensões em fluidos Newtonianos e outra para fluidos não Newtonianos que seguem a Lei de Potência. Em ambas as modelagens, partindo-se de um balanço de forças, obteve-se uma função da relação entre as densidades da partícula e do fluido, a concentração volumétrica de partículas, assim como um fator devido à geometria da partícula.

Observou-se que o comportamento previsto para a viscosidade relativa e o fator de consistência relativo das modelagens propostas são condizentes com os resultados experimentais obtidos da literatura.

Para o completo ajuste das modelagens propostas, foram adicionados dois parâmetros, os quais foram tratados como variáveis dependentes da reologia do fluido e da região de concentração de partículas. Observou-se que uma melhora de 70% no resultado da modelagem proposta pôde ser obtido com o adequado conhecimento do fluido trabalhado.

Um resultado que pode ser observado da tabela 5.2 é que tomando-se $\alpha = 1,7956$ e $\beta = 2,8421$, obtém-se $\bar{\epsilon}_{min_4} = 20,35\%$, o melhor para a região diluída. Porém, para a região mais concentrada, obtém-se $\bar{\epsilon}_{min_1} = 35,07\%$. Por outro lado, se $\alpha = 0,7617$ e $\beta = 1,7262$, o resultado para a região diluída até a região mais concentrada é de $\bar{\epsilon}_{min_1} = 29,59\%$, ou seja, uma melhora de 15,63%, penalizando a região diluída ($\bar{\epsilon}_{min_4} = 23,25\%$) em 14,25%. Dessa forma, pode-se concluir $\alpha = 0,7617$ e $\beta = 1,7262$ mais satisfatório, porém é interessante considerar se o problema em questão é específico da região diluída ou se deverão ser englobados também os valores para altas concentrações, assim como qual a reologia do fluido trabalhada, conforme explicado no parágrafo anterior.

Pode-se propôr para trabalhos futuros o estudo da influência do diâmetro das partículas inseridas e da viscosidade antes da inserção das partículas. Em relação a esta proposta, o trabalho de KONIJN *et al.* (2014) pode ser citado, o qual apresenta resultados experimentais a respeito destas influências, porém apenas para altas concentrações.

Desta forma, pode-se comparar a relação entre dois resultados experimentais variando-se apenas um destes parâmetros e observar a variação de α e β propostos nesta dissertação.

Propõe-se também a expansão da modelagem para outras reologias de fluidos, tais como Herschel-Bulkley, muito recorrente na literatura, e a não limitação no índice de potência em variações de até 10%, permitindo mudanças na reologia do fluido.

Uma última proposta é relacionar os parâmetros α e β com o índice de potência. Uma primeira sugestão é dada pelas equações 6.1 e 6.2

$$\alpha_{lp} = \alpha_N + \alpha(n - 1) \quad (6.1)$$

Analogamente para o parâmetro β .

$$\beta_{lp} = \beta_N + \beta(n - 1) \quad (6.2)$$

Onde α_{lp} e β_{lp} foram os resultados obtidos de α e β no modelo NIDF $\bar{\epsilon}_3$, α_N e β_N os resultados obtidos no modelo NIDF $\bar{\epsilon}_2$ e n o índice de potência.

Com esta proposta, maior generalização para o modelo pode ser obtida. Observa-se que para o caso em que o índice de potência é igual a 1, o resultado de α e β

retornam para os seus respectivos valores de suspensões em fluidos Newtonianos.

Referências Bibliográficas

- [1] EINSTEIN, A. “Eine neue bestimmung der moleküldimensionen”, *Annalen der Physik*, v. 324, n. 2, pp. 289–306, 1906.
- [2] MARON, S. H., PIERCE, P. E. “Application of Ree-Eyring generalized flow theory to suspensions of spherical particles”, *Journal of colloid science*, v. 11, n. 1, pp. 80–95, 1956.
- [3] PAL, R. “Rheology of suspensions of solid particles in power-law fluids”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 93, n. 1, pp. 166–173, 2015.
- [4] RAMIREZ, M. G. “Uma equação de atrito explícita para escoamento turbulento de fluidos não newtonianos puramente viscosos”, *Universidade Federal do Rio de Janeiro*, 2015.
- [5] DORON, P., BARNEA, D. “Flow pattern maps for solid-liquid flow in pipes”, *International journal of multiphase flow*, v. 22, n. 2, pp. 273–283, 1996.
- [6] LASKOWSKI, J. “Surface chemistry fundamentals in fine coal processing”. In: *The Coal Handbook: Towards Cleaner Production*, Elsevier, pp. 347–421, 2013.
- [7] LAVEN, J., STEIN, H. N. “The Einstein coefficient of suspensions in generalized Newtonian liquids”, *Journal of Rheology*, v. 35, n. 8, pp. 1523–1549, 1991.
- [8] MUELLER, S., LLEWELLIN, E., MADER, H. “The rheology of suspensions of solid particles”, v. 466, n. 2116, pp. 1201–1228, 2009.
- [9] ZHU, Z., WANG, H., PENG, D. “Dependence of Sediment Suspension Viscosity on Solid Concentration: A Simple General Equation”, *Water*, v. 9, n. 7, pp. 474, 2017.
- [10] SILVA, J. G. D. “Reologia e microestrutura na estabilização de suspensões concentradas de Al₂O₃.” 2003.
- [11] SILVA, E. S., OTHERS. “Estudo do escoamento bifásico em risers em movimento na produção marítima de petróleo em águas profundas”, 2006.

- [12] PENTEADO, M. R. M., OTHERS. “Transporte de grãos por leito móvel em um escoamento turbulento: deslocamento de grãos individuais”, 2015.
- [13] FRANKEL, N., ACRIVOS, A. “On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres”, *Chemical Engineering Science*, v. 22, n. 6, pp. 847–853, 1967.
- [14] MOONEY, M. “The viscosity of a concentrated suspension of spherical particles”, *Journal of colloid science*, v. 6, n. 2, pp. 162–170, 1951.
- [15] METZNER, A., REED, J. “Flow of non-newtonian fluids—correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions”, *Aiche journal*, v. 1, n. 4, pp. 434–440, 1955.
- [16] RYAN, N., JOHNSON, M. “Transition from laminar to turbulent flow in pipes”, *AIChE Journal*, v. 5, n. 4, pp. 433–435, 1959.
- [17] MISHRA, P., TRIPATHI, G. “Heat and momentum transfer to purely viscous non-Newtonian fluids flowing through tubes”, *Transactions Of The Institution Of Chemical Engineers*, v. 51, pp. 141–150, 1973.
- [18] DARBY, R. “Take the mystery out of non-newtonian fluids”, *Chemical Engineering*, v. 108, n. 3, pp. 66–66, 2001.
- [19] STICKEL, J. J., POWELL, R. L. “Fluid mechanics and rheology of dense suspensions”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 37, pp. 129–149, 2005.
- [20] TURIAN, R. M., YUAN, T.-F. “Flow of slurries in pipelines”, *AIChE Journal*, v. 23, n. 3, pp. 232–243, 1977.
- [21] DURAND, R. “Basic relationships of the transportation of solids in pipes experimental research”, pp. 89–103, 1953.
- [22] SPELLS, K. “Correlations for use in transport of aqueous suspension of fine solids through pipes”, , n. 18, pp. 501–501, 1955.
- [23] ZANDI, I., GOVATOS, G. “Heterogeneous flow of solids in pipelines”, *Journal of the Hydraulics Division*, v. 93, n. 3, pp. 145–159, 1967.
- [24] KELESSIDIS, V., MPANDELIS, G., OTHERS. “Flow patterns and minimum suspension velocity for efficient cuttings transport in horizontal and deviated wells in coiled-tubing drilling”, 2003.
- [25] BATCHELOR, G., GREEN, J. “The determination of the bulk stress in a suspension of spherical particles to order c^2 ”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 56, n. 3, pp. 401–427, 1972.

- [26] KATAOKA, T., KITANO, T., SASAHARA, M., et al. “Viscosity of particle filled polymer melts”, *Rheologica Acta*, v. 17, n. 2, pp. 149–155, 1978.
- [27] EILERS, H. “Die viskositäts-konzentrationsabhängigkeit kolloider systeme in organischen lösungsmitteln”, *Kolloid-Zeitschrift*, v. 102, n. 2, pp. 154–169, 1943.
- [28] SIMHA, R. “A treatment of the viscosity of concentrated suspensions”, *Journal of Applied physics*, v. 23, n. 9, pp. 1020–1024, 1952.
- [29] KRIEGER, I. M., DOUGHERTY, T. J. “A mechanism for non-Newtonian flow in suspensions of rigid spheres”, *Transactions of the Society of Rheology*, v. 3, n. 1, pp. 137–152, 1959.
- [30] THOMAS, D. G. “Transport characteristics of suspension: VIII. A note on the viscosity of Newtonian suspensions of uniform spherical particles”, *Journal of Colloid Science*, v. 20, n. 3, pp. 267–277, 1965.
- [31] BARNES, H. A. “A review of the rheology of filled viscoelastic systems”, *Rheology reviews*, pp. 1–36, 2003.
- [32] LASDON, L. S., FOX, R. L., RATNER, M. W. “Nonlinear optimization using the generalized reduced gradient method”, *RAIRO-Operations Research-Recherche Opérationnelle*, v. 8, n. V3, pp. 73–103, 1974.
- [33] KONIJN, B., SANDERINK, O., KRUYT, N. P. “Experimental study of the viscosity of suspensions: Effect of solid fraction, particle size and suspending liquid”, *Powder technology*, v. 266, pp. 61–69, 2014.

Apêndice A

Mapeamento do Erro Relativo Médio ($\bar{\epsilon}$)

Na tabela A.1 são apresentados os valores de $\bar{\epsilon}_1$ ao $\bar{\epsilon}_6$ para cada modelo utilizado para comparação no capítulo 5. O subíndice "min" não é utilizado pois estes valores foram obtidos diretamente pelo modelo, não tendo sido otimizados para um mínimo.

Tabela A.1: Erro relativo médio para cada cenário para as modelagens utilizadas para comparação

| Modelo | $\bar{\epsilon}_1$ | $\bar{\epsilon}_2$ | $\bar{\epsilon}_3$ | $\bar{\epsilon}_4$ | $\bar{\epsilon}_5$ | $\bar{\epsilon}_6$ |
|---------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Einstein: | 0.6766 | 0.3459 | 0.3307 | 0.2073 | 0.0943 | 0.1129 |
| Maron Pierce: | 0.7317 | 0.2508 | 0.4809 | 0.3618 | 0.0754 | 0.2863 |
| Pal: | 0.2749 | 0.1547 | 0.1202 | 0.1289 | 0.0483 | 0.0806 |

Na tabela A.2 é apresentada a diferença entre o valor obtido pela modelagem da literatura, mostrada na tabela A.1, e o resultado otimizado do NIDF para o seu respectivo cenário, mostrado na tabela 5.2. Desta forma, resultados positivos na tabela A.2 significam que a previsão do modelo proposto nesta dissertação ajustou-se melhor aos valores experimentais.

Tabela A.2: Diferença entre o valor obtido pelos modelos da literatura e o do NIDF otimizado para cada cenário

| Modelo | $\bar{\epsilon}_1 - \bar{\epsilon}_{min_1}$ | $\bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_{min_2}$ | $\bar{\epsilon}_3 - \bar{\epsilon}_{min_3}$ | $\bar{\epsilon}_4 - \bar{\epsilon}_{min_4}$ | $\bar{\epsilon}_5 - \bar{\epsilon}_{min_5}$ | $\bar{\epsilon}_6 - \bar{\epsilon}_{min_6}$ |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| Einstein: | 0.3807 | 0.2183 | 0.2495 | 0.0038 | 0.0450 | 0.0520 |
| Maron Pierce: | 0.4358 | 0.1232 | 0.3997 | 0.1583 | 0.0261 | 0.2253 |
| Pal: | -0.0210 | 0.0271 | 0.0390 | -0.0745 | -0.0011 | 0.0197 |