

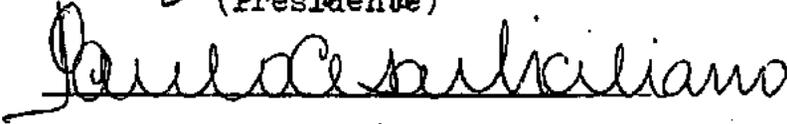
RESISTÊNCIA À TORÇÃO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO LEVE, SOB A AÇÃO
DE CARGAS COMBINADAS

JOÃO DOURADO GUERRA

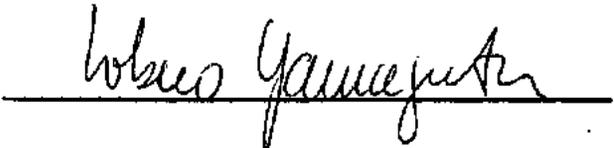
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA
NEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE "MESTRE EM CIÊNCIA" (M.Sc.).

Aprovada por:



(Presidente)






RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
OUTUBRO DE 1973

i

à Josina

A G R A D E C I M E N T O S

Ao professor Fernando Luiz Lobo B. Carneiro, pela supervisão constante exercida sôbre a realização dêste trabalho e pelo tratamento cordial recebido.

Ao professor Yosiaki Nagato, pela valiosa orientação e irrestrita colaboração prestadas em todas as etapas dêste trabalho.

Aos colegas e funcionários da Coppe, que direta ou indiretamente, contribuíram para o bom êxito dêste trabalho.

À CAPES, pelo apoio financeiro concedido.

SUMÁRIO

O propósito deste trabalho foi determinar experimentalmente o mecanismo de rutura e verificar a resistência à torção de vigas maciças de concreto armado leve, de secções retangulares, contendo ambas as armaduras longitudinal e transversal, quando submetidas à ação combinada de esforços de torção, flexão e cortante.

Para tanto, utilizou-se o método de análise já desenvolvido por Lessig e outros para o caso do concreto armado comum.

Nove vigas foram ensaiadas, tendo como variável principal o parâmetro ψ , razão do momento de torção para o momento de flexão.

Os resultados dos ensaios mostraram que os critérios adotados no método de análise utilizado são também perfeitamente aplicáveis no caso de vigas de concreto leve estrutural.

ABSTRACT

The purpose of this work was to determine experimentally the failure mechanism and to verify the ultimate torsional strength of massive beams of lightweight reinforced concrete, of rectangular sections, containing both longitudinal and transversal reinforcements, when subjected to the combined action of torsion, bending and shear.

In such a way, it was used the method of analysis developed by Lessig and others for the case of normal reinforced concrete.

Nine beams were tested, having as principal variable the parameter ψ , ratio of torsional moment to the bending moment.

The tests results showed that the criterions adopted in the method of analysis utilized are also rightly applicable in the case of lightweight concrete.

Í N D I C E

SUMÁRIO	iii
NOTAÇÕES	vi
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I - DIRETRIZES DO PLANO DE PESQUISA	2
1.1 - Programa experimental	2
1.2 - Medição das deformações	5
1.3 - Equipamento de teste	6
1.4 - Marcha de ensaio	11
CAPÍTULO II - ANÁLISE TEÓRICA DA RESISTÊNCIA ÚLTIMA DE TORÇÃO	12
2.1 - Dedução das equações de equilíbrio	12
2.2 - Determinação do momento de torção teórico de rup- tura	26
2.3 - Efeito da variação do momento fletor dentro da ba- se de medida	27
2.4 - Solução das equações quando o momento fletor va- ria	28
2.5 - Limitações	29
CAPÍTULO III - MATERIAIS	32
3.1 - Areia	32
3.2 - Agregado graúdo	32
3.3 - Cimento	32
3.4 - Aço	33
3.5 - Concreto	33
3.6 - Corpos de prova	35

CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS	40
4.1 - Comportamento das vigas	40
4.2 - Diagrama de interação	45
4.3 - Comparação dos resultados	46
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES	49
GRÁFICOS	50
APÊNDICE I - ILUSTRAÇÃO FOTOGRÁFICA	89
APÊNDICE II - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	102

NOTAÇÕES

- a - Flecha no centro da base de medida.
 a_1 - Comprimento do braço de torção.
 a_2 - Distância do plano da carga de flexão ao apoio.
 A_{s1} - Área da secção transversal da armadura longitudinal situada na face inferior da viga.
 A_{s2} - Área da secção transversal da armadura longitudinal situada na face lateral da viga, oposta à face na qual a zona de compressão está localizada.
 A_{s3} - Área da secção transversal da armadura longitudinal situada na face superior da viga.
 A_{st} - Área da secção transversal de um ramo do estribo.
 b - Largura da viga.
 C_{s1} - Distância da face inferior da viga ao centro de gravidade de A_{s1} .
 C_{s2} - Distância da face lateral da viga ao centro de gravidade de A_{s2} .
 C_{s3} - Distância da face superior da viga ao centro de gravidade de A_{s3} .
 C_{t1} - Distância da face inferior da viga ao centro de gravidade do ramo inferior do estribo.
 C_{t2} - Distância da face lateral da viga ao centro de gravidade do ramo vertical do estribo.
 C_{t3} - Distância da face superior da viga ao centro de gravidade do ramo superior do estribo.
 d - Altura útil da secção transversal da viga.
 E_{cc} - Módulo de elasticidade longitudinal do concreto.
 E_{cd} - Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico do concreto
 E_s - Módulo de elasticidade longitudinal do aço.

- f_{cc} - Resistência à compressão do concreto, determinada por testes em corpos de prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de comprimento.
- f_{ct} - Resistência à tração simples do concreto, determinada por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.
- f_{cc28} - Resistência a compressão do concreto a 28 dias de idade.
- f_{su} - Tensão de ruptura do aço.
- f_y - Tensão de escoamento do aço.
- f_{y1} - Tensão de escoamento da armadura longitudinal situada na face inferior da viga.
- f_{y2} - Tensão de escoamento da armadura longitudinal situada na face lateral da viga, oposta à face na qual a zona de compressão está localizada.
- f_{y3} - Tensão de escoamento da armadura longitudinal situada na face superior da viga.
- f_{yt} - Tensão de escoamento dos estribos.
- G - Módulo de elasticidade transversal do concreto.
- h - Altura total da secção transversal da viga.
- K - Rigidez inicial de torção (valor teórico).
- K_e - Rigidez inicial de torção (valor experimental).
- K_f - Rigidez de torção da peça fissurada.
- l_1, l_2, l_3 - Comprimento da projeção de L_1, L_2 e L_3 , sobre o eixo longitudinal da viga, respectivamente.
- $l_{1máx}, l_{2máx}, l_{3máx}$ - Valor máximo de l_1, l_2 e l_3 respectivamente.
- L_1, L_2, L_3 - Comprimento da zona de compressão para o modo 1, 2 e 3 de ruptura, respectivamente.
- M - Momento fletor.
- M_{u1}, M_{u2}, M_{u3} - Valor teórico do momento fletor da viga, no estado limite último, para o modo 1, 2 e 3 de ruptura respectivamente.

- M_{ue} - Valor experimental do momento fletor da viga, no estado limite último.
- M_{uo} - Momento fletor da viga, no estado limite último, quando submetida somente a flexão e esforço transversal.
- s - Espaçamento dos estribos.
- T - Momento torsor.
- T_{u1}, T_{u2}, T_{u3} - Valor teórico do momento torsor da viga, no estado limite último, para o modo 1, 2 e 3 de ruptura respectivamente.
- T_{ue} - Valor experimental do momento torsor da viga, no estado limite último.
- T_{uo} - Momento torsor da viga, no estado limite último, quando submetida apenas a torção.
- V - Esforço cortante.
- V_{ue} - Valor experimental do esforço cortante da viga, no estado limite último.
- V_{uo} - Esforço cortante da viga, no estado limite último, quando submetida somente a flexão e esforço transversal.
- x - Distância da linha neutra à borda mais comprimida.
- x_1 - Distância da face superior da viga ao eixo neutro.
- x_2 - Distância da face lateral da viga, na qual a zona de compressão está localizada, ao eixo neutro.
- x_3 - Distância da face inferior da viga ao eixo neutro.
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - Ângulo que o eixo neutro faz com o eixo longitudinal da viga no modo 1, 2 e 3 de ruptura, respectivamente
- $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ - Ângulo que a fissura componente da superfície de ruptura faz com o eixo longitudinal da viga no modo 1, 2 e 3 de ruptura, respectivamente.
- γ - Peso específico.
- δ - Constante de St. Venant.

- ϵ - Deformação específica.
 ϵ_{cc} - Deformação específica de compressão do concreto.
 ϵ_{ct} - Deformação específica de tração do concreto.
 ϵ_{c1} - Deformação específica longitudinal do corpo de prova de concreto.
 ϵ_{c2} - Deformação específica transversal do corpo de prova de concreto.
 ϵ_{ccu} - Encurtamento de ruptura do concreto.
 ϵ_s - Alongamento específico do aço.
 ϵ_{su} - Alongamento de ruptura do aço.
 λ - Porcentagem de água referida ao peso total de cimento mais agregados.
 θ - Ângulo de torção por unidade de comprimento.
 ξ - Valor da relação $V_b/2T_{u2}$.
 ρ_{lim} - Taxa de armadura produzindo condições balanceadas na flexão normal, no estado limite último.
 ρ_t - Razão da área de armadura de tração para a área útil de concreto (A_{s1}/bd)
 ν - Coeficiente de Poisson do concreto.
 σ_s - Tensão de tração no aço.
 σ_{cc} - Tensão de compressão no concreto.
 ψ - Razão do momento torsor para o momento fletor.

I N T R O D U Ç Ã O

Há quatro tipos básicos de solicitações que atuam em uma viga: forças axiais, forças cortantes transversais, momentos fletores e momentos torsores. Essas solicitações podem existir simultâneamente em qualquer combinação, de acôrdo com as cargas aplicadas e as características geométricas da peça.

No passado, geralmente não se levava em conta a torção no dimensionamento das estruturas de concreto. Supunha-se que os efeitos torsionais eram de importância secundária e que podiam ser desprezados em face dos grandes fatores de segurança usados no dimensionamento à flexão e cortante.

Atualmente tem-se aprimorado consideravelmente os processos de cálculo para flexão e cortante dos membros estruturais, e como consequência os fatores de segurança tem diminuído, de modo que é necessário considerar a torção explicitamente no dimensionamento, quando os momentos de torção são significantes.

Desenvolvimento recente de novas formas estruturais estimulou um interêsse crescente sôbre torção. Essas novas formas introduzem carregamentos com excentricidades, lajes em balanço, esquadras em espiral, vigas curvas em planta, etc, resultando frequentemente em membros submetidos a forças torsionais muito grandes para serem ignoradas. Portanto é essencial que os efeitos de torção sejam bem entendidos, de modo que possamos estabelecer regras de dimensionamento mais seguras para combater tais efeitos nas estruturas de concreto, principalmente nas de maior vulto.

C A P Í T U L O I

DIRETRIZES DO PLANO DE PESQUISA

1.1 - Programa experimental

Um total de 9 vigas foram dimensionadas, moldadas e testadas sob a ação de várias combinações de carregamento. Para efeito de análise, as vigas foram divididas em dois grupos A e B, sendo que dentro de cada grupo a variável independente (razão do momento torsor para o momento fletor) tinha valores nominais finais iguais a ∞ , 2.0, 1.0, 0.50 e 0.25

As vigas do grupo A, em número de 5, foram submetidas a duas cargas concentradas iguais, equidistantes do meio do vão, e aplicadas nos braços de torção, de modo que as partes centrais das vigas ficaram apenas sob a ação combinada do momento torsor e do momento fletor, ou seja, entre as duas secções de carga o esforço cortante era nulo.

Por outro lado, nas vigas do grupo B aplicaram-se três cargas concentradas, sendo uma diretamente no meio do vão e as outras duas nos braços de torção, situados nas extremidades das vigas. Obteve-se assim a combinação dos esforços de torção, flexão e cortante. Vale lembrar que em todas as vigas o momento de torção era uniforme no trecho aplicado.

As dimensões das secções transversais das vigas, bem como detalhes de ferragem são mostrados na fig. 1.1

Todas as vigas tinham 3,00 m de comprimento e foram reforçadas com uma percentagem extra de armadura (50% a mais de

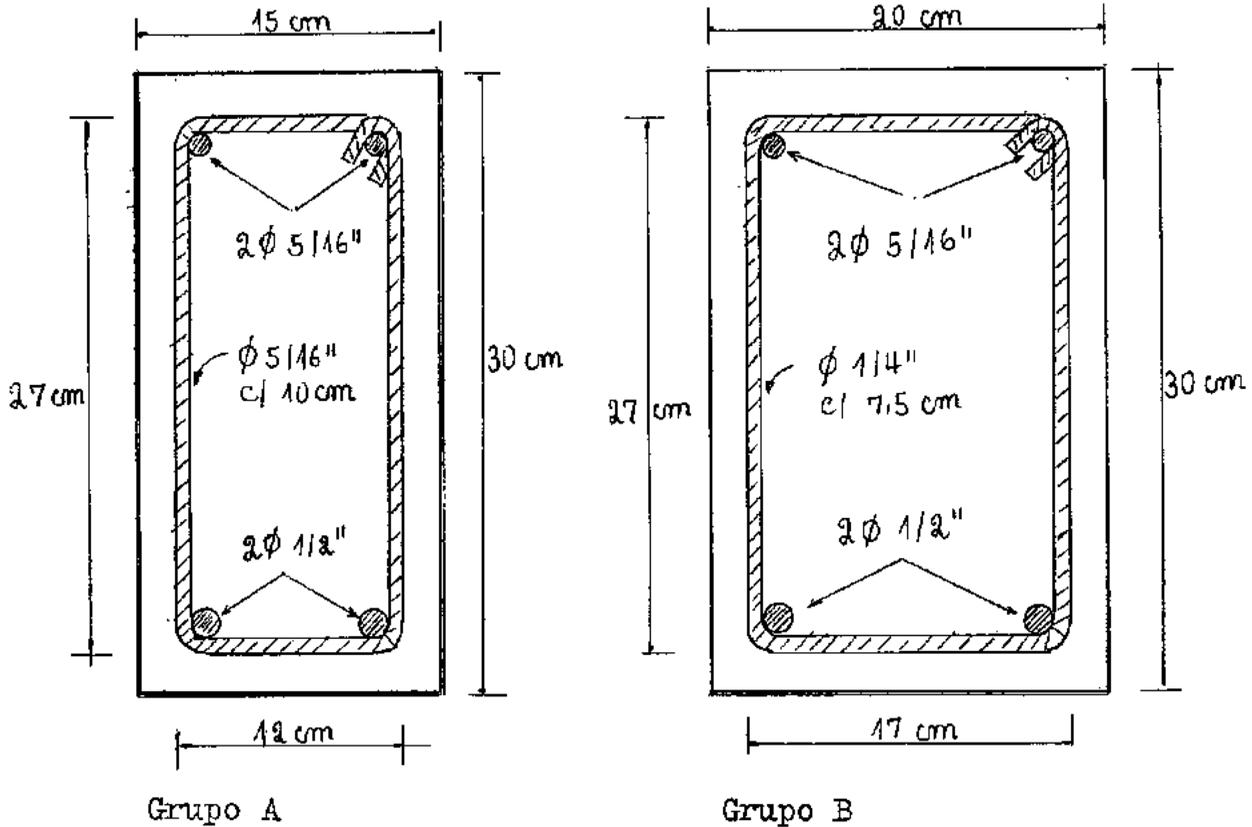
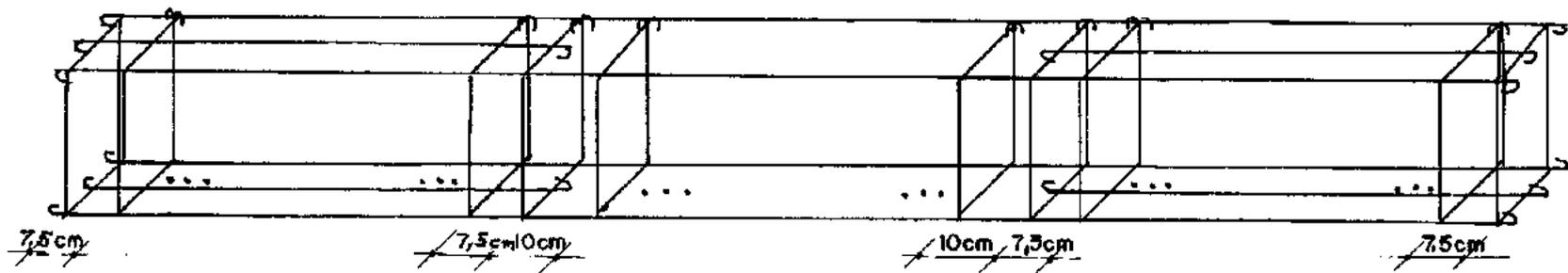


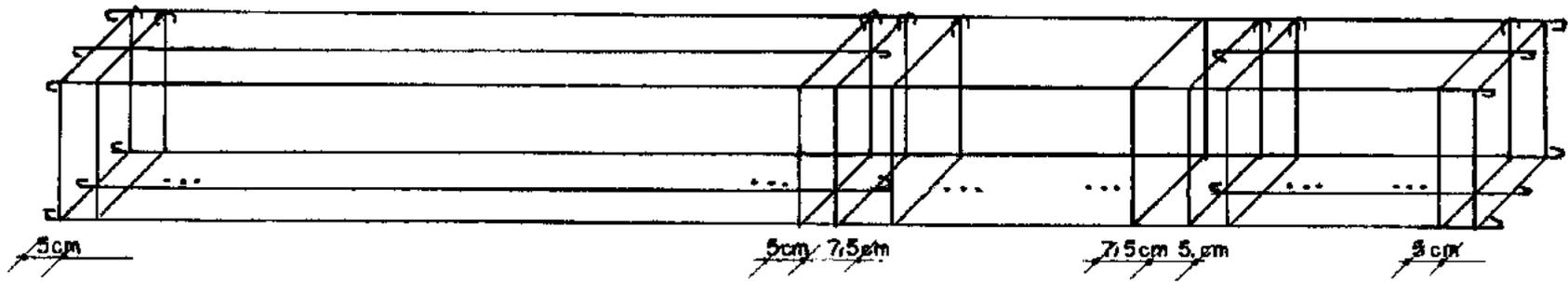
Fig. 1.1 - Secções transversais e detalhes de ferragem

barras longitudinais e 30% a mais de estribos) nas partes externas à base de medida, a fim de garantir que a ruptura ocorresse dentro da referida base. Com essa precaução procurou-se evitar também que uma ruptura local surgisse perto do cabeçote de torção, devido a concentrações de tensões. Para maior clareza, detalhes da armadura adicional são dados na fig. 1.2 e os comprimentos das bases de medida das vigas, com as respectivas posições nas vigas, são vistos na fig. 1.3

Entre as extremidades da base de medida e as secções sob carga, guardou-se uma distância sempre superior ou igual a largura da viga.



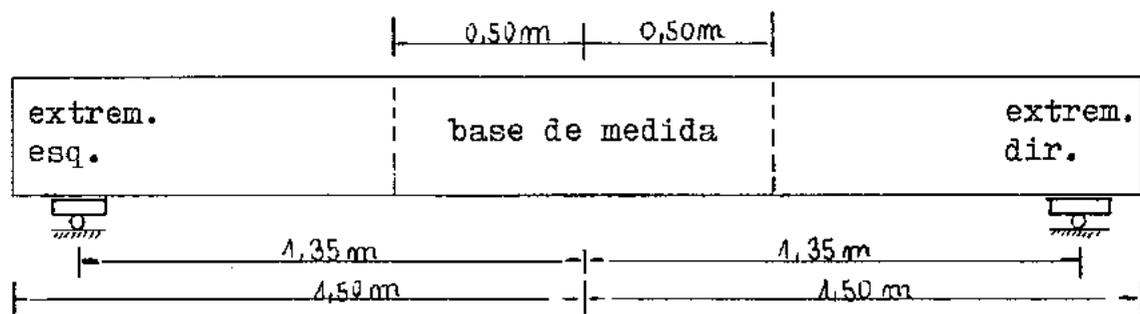
A) GRUPO A



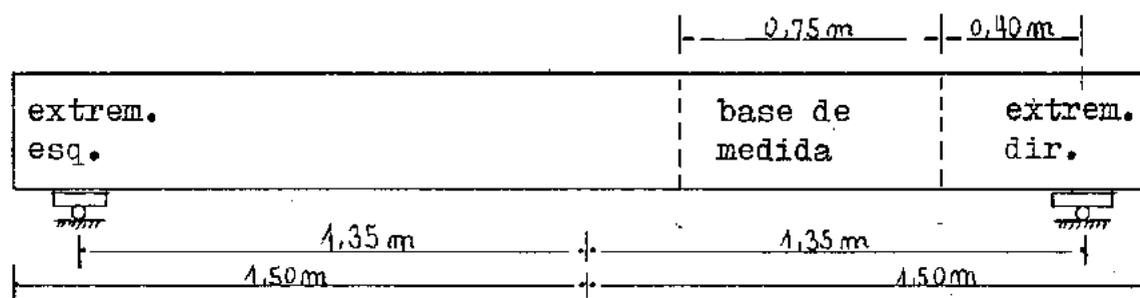
B) GRUPO B

FIG. 1-2 - DETALHES DA ARMADURA ADICIONAL

4



a) Grupo A



b) Grupo B

Fig. 1.3 - Disposição das bases de medida

As características do aço e as propriedades do concreto empregados nas vigas são dadas nas tabelas 3.1 e 4.1 e gráficos 3.4 e 3.5

1.2 - Medição das deformações

As deformações na superfície do concreto das vigas ensaiadas a torção pura (A-1 e B-1) foram medidas por rosetas de extensômetros elétricos de resistência, tipo K-20-B4-11, de 20 mm de base, bem como por "tensotast" de 100 mm de base. As rosetas e as referências coladas no concreto foram instaladas nos centros de ambas as faces verticais da viga, a fim de se estudar o comportamento do concreto, na fase elástica. As deformações correspondentes à tensão principal de tração perdem o significado logo que as

primeiras fissuras aparecem. As referências para a utilização do "tensotast" foram orientadas em 45° com o eixo da viga.

Com o emprêgo do catetômetro mediram-se as flechas nos apoios, no centro do vão, no centro e nas extremidades da base de medida.

Os ângulos de torção foram medidos nos apoios e nas extremidades da base de medida, com o auxílio de clinômetros de bôlha. Para fixar os clinômetros na viga, colocaram-se pedaços de barra grossa, por ocasião de sua concretagem, nos pontos onde se determinaram os ângulos de torção.

Deformações na armadura (longitudinal e transversal) foram medidas usando-se extensômetros elétricos de resistência, tipo K-6-A1-11 de 6 mm de base. Para se ter acesso à armadura abriram-se pequenas janelas no concreto, nos pontos previamente escolhidos para se deixar a armadura exposta.

1.3 - Equipamento de teste

Os croquis dos esquemas usados para aplicar cargas nas vigas são mostrados nas figs. 1.4 e 1.5. Nesses esquemas a carga de flexão é aplicada simultaneamente com a de torção.

As vigas foram ensaiadas numa posição inclinada em relação ao quadro fechado, onde atuam os macacos, controlados por um pulsador Amsler. Para se conseguir este efeito especial, empregou-se uma viga metálica composta, suficientemente rígida, para servir de suporte das vigas de concreto, conforme se vê nas fotografias, na parte final da tese.

No ensaio da viga B-4 foi colocado entre sua face superior e o macaco do centro uma esfera de aço contida entre as

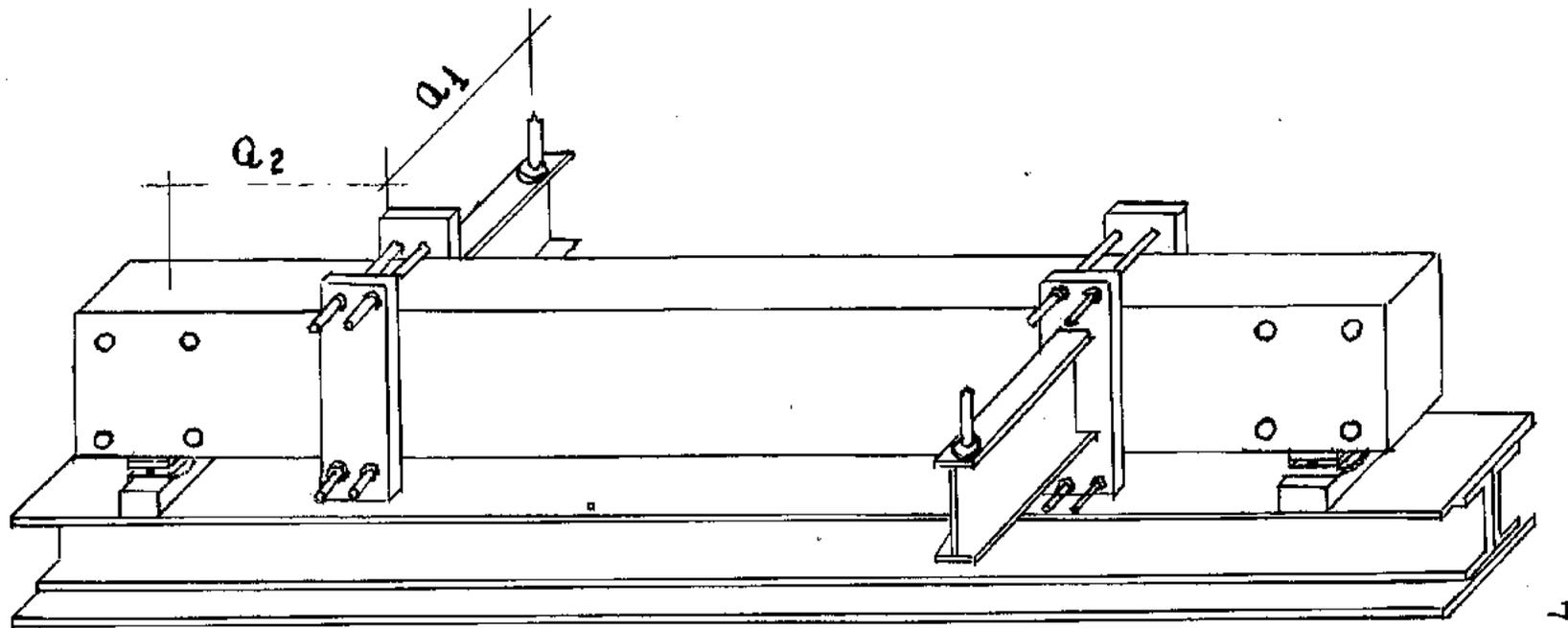
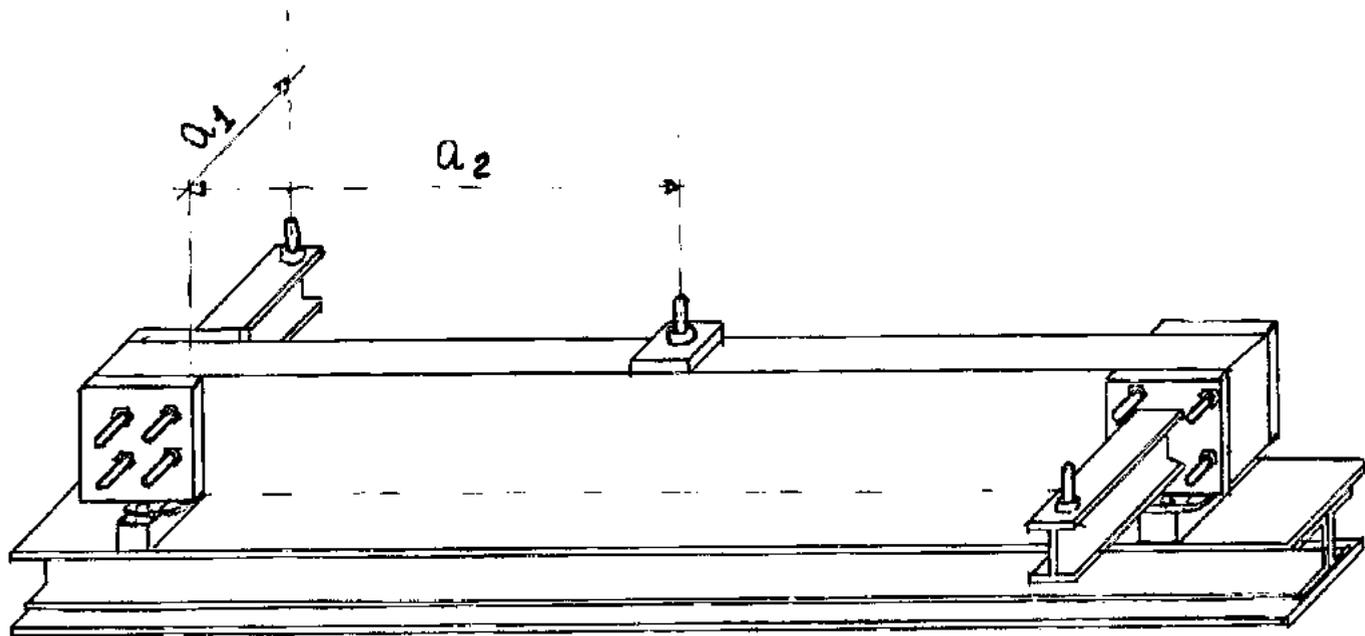


FIG. 1.5 - VISTA GERAL DO ESQUEMA DE CARREGAMENTO USADO NAS VIGAS DO GRUPO A



8

FIG. 1.4 - VISTA GERAL DO SISTEMA DE CARREGAMENTO USADO NAS VIGAS DO GRUPO B

concauidades executadas em duas pequenas chapas. A função da esfera era permitir rotações livres causadas pela torção. Porém, a junção do macaco com o sistema da esfera revelou-se imperfeita, sendo substituído por uma placa de neoprene, nos demais ensaios. Tal substituição ocasionou uma ligeira restrição de movimento na secção transversal do meio da viga, onde o macaco estava atuando.

No quadro abaixo são apresentadas as relações básicas impostas entre as cargas e seus pontos de aplicações, durante a realização dos ensaios das vigas.

Tabela 1.1 - Relações básicas

VIGA	Distância a_1 (m)	Distância a_2 (m)	Capacidade nominal dos macacos de:	
			central (tf)	extremos (tf)
A-1	0,305	0,000	-	20
A-2	0,350	0,150	10	10
A-3	0,330	0,300	10	10
A-4	0,325	0,600	10	10
A-5	0,185	0,700	10	10
B-1	0,360	0,000	-	20
B-2	0,315	1,350	10	20
B-3	0,305	1,350	20	20
B-4	0,300	1,350	20	10

O tipo de apoio visto na fig. 1.6 permite a viga girar em torno do seu eixo horizontal, bem como em torno do eixo horizontal de sua secção transversal, não oferecendo virtualmente resistência de atrito. A liberdade de rotação em torno do eixo vertical da secção transversal não é necessária desde que o carregamento de flexão atue somente em um plano vertical de simetria.

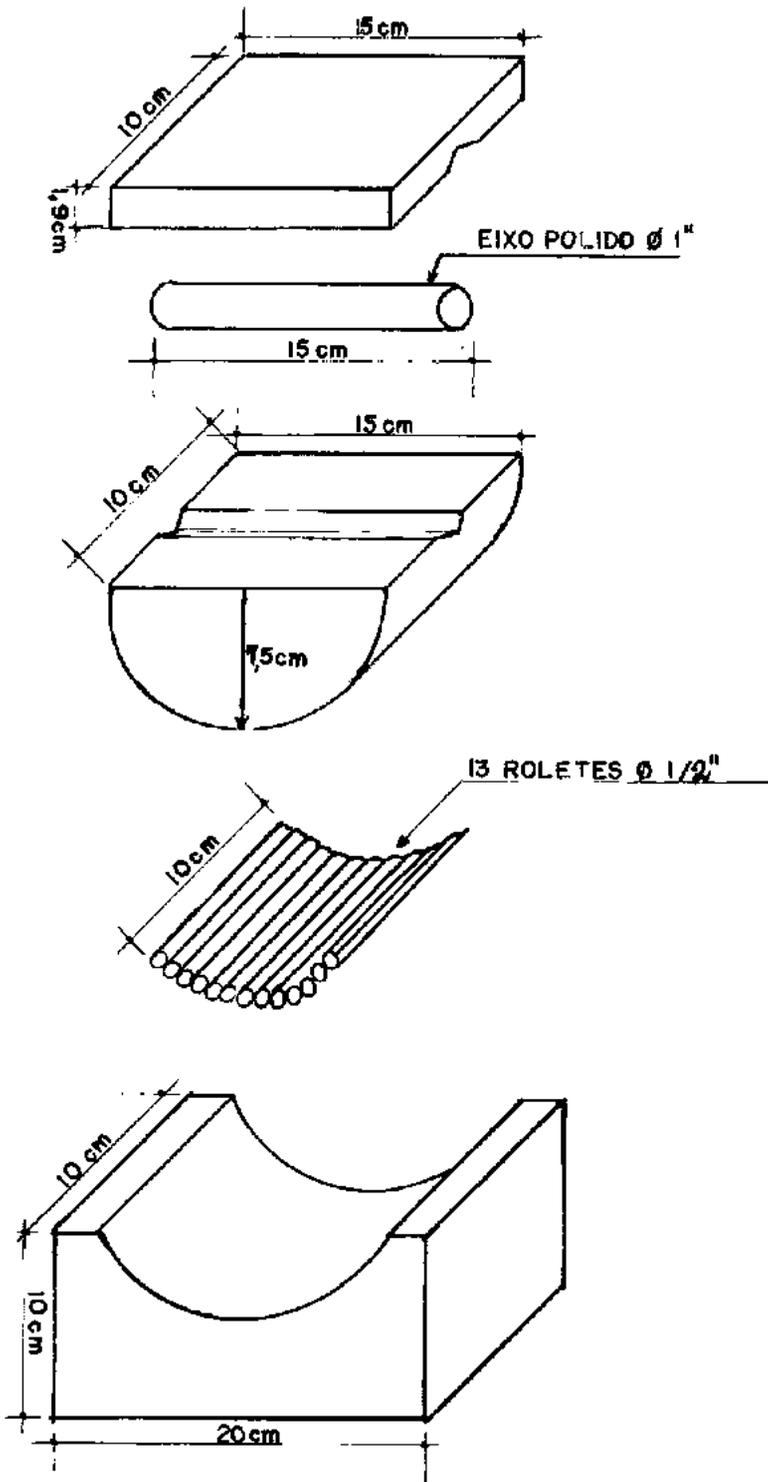


FIG. 1-6 - DETALHES DO APOIO

1.4 - Marcha de ensaio

Cada viga foi testada até a ruptura, sendo o carregamento aplicado através de uma série de incrementos. Em cada incremento a carga de flexão e a de torção foram aumentadas simultaneamente até um nível prefixado. Segundo conclusão de Zia e Cardenas¹, após testes em modelos de vigas de argamassa com armadura, a sequência de carregamento não tem influência significativa na resistência final da viga, podendo porém afetar o início de sua fissuração.

Em estágios avançados do teste, ou seja, próximo a ruptura da viga, as cargas foram geralmente aplicadas em incrementos menores.

Antes do fissuramento inicial, as medidas das deformações eram tomadas imediatamente após o carregamento requerido ter sido alcançado, enquanto que, após o fissuramento, um período de cerca de 2 minutos era reservado para permitir a estabilização das deformações, antes de medi-las, em definitivo.

O carregamento era mantido constante durante as leituras dos instrumentos e observação das aberturas de fissuras, no final de cada incremento.

Devido a influência do peso próprio da viga, a razão do momento torsor para o momento fletor era variável no fim de cada incremento. Para as vigas do grupo B, esta razão foi computada usando o momento fletor da extremidade esquerda da base de medida. É claro que este momento era o maior dentro da referida base.

C A P I T U L O I IANÁLISE TEÓRICA DA RESISTÊNCIA ÚLTIMA DE
TORÇÃO

2.1 - Dedução das equações de equilíbrio

Uma teoria destinada ao cálculo da resistência máxima de uma viga aos esforços combinados de torção, flexão e cortante foi primeiramente proposta por Lessig em 1958², que publicou um artigo mais detalhado sobre o assunto em 1959³. Observando que as fissuras ocorrem diagonalmente na superfície da viga, e que na ruptura essas fissuras são usualmente mais abertas em três de suas faces, Lessig concluiu que a superfície de ruptura consistia de uma zona de tração em um dos lados de um eixo neutro e uma zona de compressão no lado oposto, com o eixo neutro funcionando como uma articulação plástica ou eixo de rotação. O mecanismo de ruptura se visualiza pois como sendo uma flexão, com o eixo neutro paralelo a face de compressão, mas inclinado em relação ao eixo longitudinal da viga.

Lessig distinguiu dois possíveis modos de ruptura: modo 1, quando o eixo neutro está perto da face superior da viga e modo 2 quando o eixo neutro está perto de uma face lateral. Em acréscimo a estes dois modos originalmente propostos, Arthur E. McMullen e Joseph Warwaruk⁴, e Collins e outros⁵, consideraram um modo 3 de ruptura, onde a zona de compressão deve se formar na face inferior da viga.

As seguintes hipóteses são feitas neste método de análise:

1ª) O contorno da superfície de ruptura é definido, em três lados da viga, por uma fissura contínua em espiral e no

quarto lado por uma zona de compressão retangular unindo as extremidades da fissura.

2ª) As fissuras que marcam a superfície de ruptura, em três lados da viga, são compostas de três linhas retas espiralando ao redor da viga sob um ângulo constante. Este ângulo entre essas fissuras e o eixo longitudinal da viga é nunca menor que 45°

3ª) Na ruptura, o concreto fora da zona de compressão retangular não contribue para a resistência à torção da peça.

4ª) A armadura próxima à face da viga, na qual a zona de compressão está situada, é desprezada.

5ª) O efeito de rebite da armadura é desprezado.

6ª) Não há carga local e nem mudança na seção transversal dentro da região limitada pela superfície de ruptura.

7ª) Toda a armadura, que é interceptada pela superfície de ruptura e é externa a zona de compressão, entra ou está em escoamento antes da ruptura da peça, sendo que o aço empregado na armadura possui um patamar de escoamento bem definido.

8ª) Os estribos dentro da superfície de ruptura estão igualmente espaçados.

9ª) Na ruptura, as características do concreto são conhecidas e na zona de compressão ele atinge sua total resistência a compressão, em flexão normal simples.

A primeira e segunda hipóteses delimitam a superfície de ruptura. Embora as fissuras observadas sejam na maioria curvadas, por simplicidade, assume-se que sejam compostas de três linhas retas em forma de espiral, na região de ruptura. A hipótese de que essas fissuras fazem um ângulo maior ou igual a 45° com o

eixo longitudinal da viga é fortemente evidenciada pelos testes de Chinenkov⁶ e Pandit⁷ e outras pesquisas. A terceira, quarta, quinta, sexta e oitava hipóteses são introduzidas para simplificar a análise. A sétima hipótese, obviamente verdadeira somente para vigas subarmadas, já recebeu ampla confirmação nos testes efetuados por Chinenkov⁶, Iyalin⁹, Evans e Sarkar¹¹, e Yudin¹⁰. A nona hipótese, usada em carácter simplificador, é verdadeira somente para flexão pura, ou seja, quando $\psi = 0$.

Nas deduções das equações de equilíbrio, um bloco retangular de tensão é usado na zona de compressão do concreto, com intensidade igual a $0,85f_{cc}$, uniformemente distribuída sobre uma zona de compressão equivalente. Esta última zona, limitada pelos bordos da secção transversal da viga e por uma linha reta paralela ao eixo neutro, constitui o diagrama retangular do concreto, cuja altura é igual a 0,8 vezes a distância da linha neutra à borda mais comprimida.

MODO 1 - A superfície de ruptura para este modo é representada na fig. 2.1. Fazendo o equilíbrio dos momentos internos e externos sobre um eixo paralelo ao eixo neutro e localizado a meia-altura da zona de compressão equivalente, obtém-se a seguinte equação:

$$T_{ul} \cdot \cos \alpha_1 + M_{ul} \cdot \sin \alpha_1 = A_{s1} f_{yt} \sin \alpha_1 \left(h - c_{s1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + A_{st} f_{yt} \frac{b l_1}{(2h+b)s}$$

$$\cos \alpha_1 \left(h - c_{t1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + 2A_{st} f_{yt} \frac{h l_1 w_1}{(2h+b)s}$$

onde

$$\cos \alpha_1 = \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} \quad \sin \alpha_1 = \frac{b}{\sqrt{l_1^2 + b^2}}$$

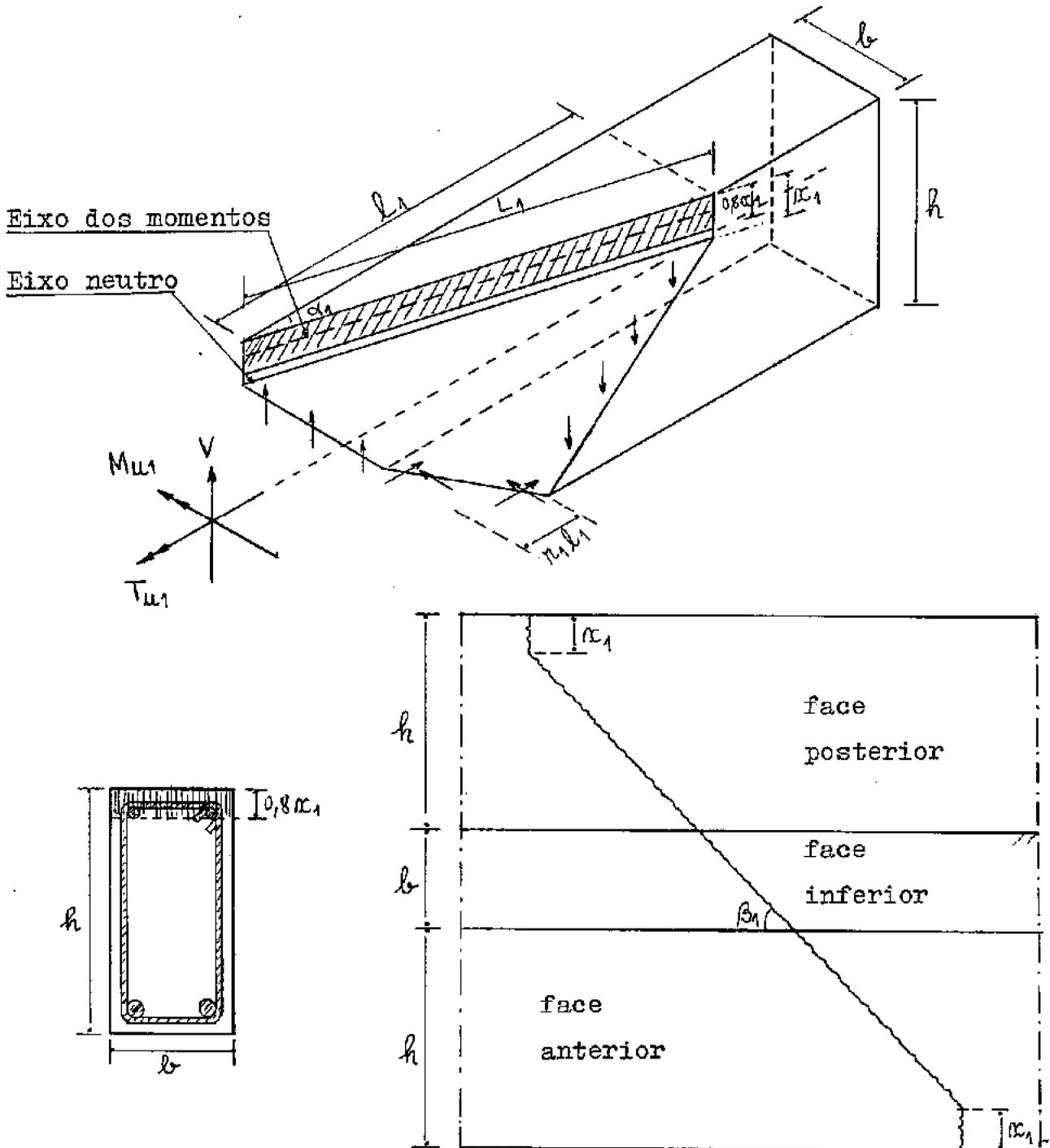
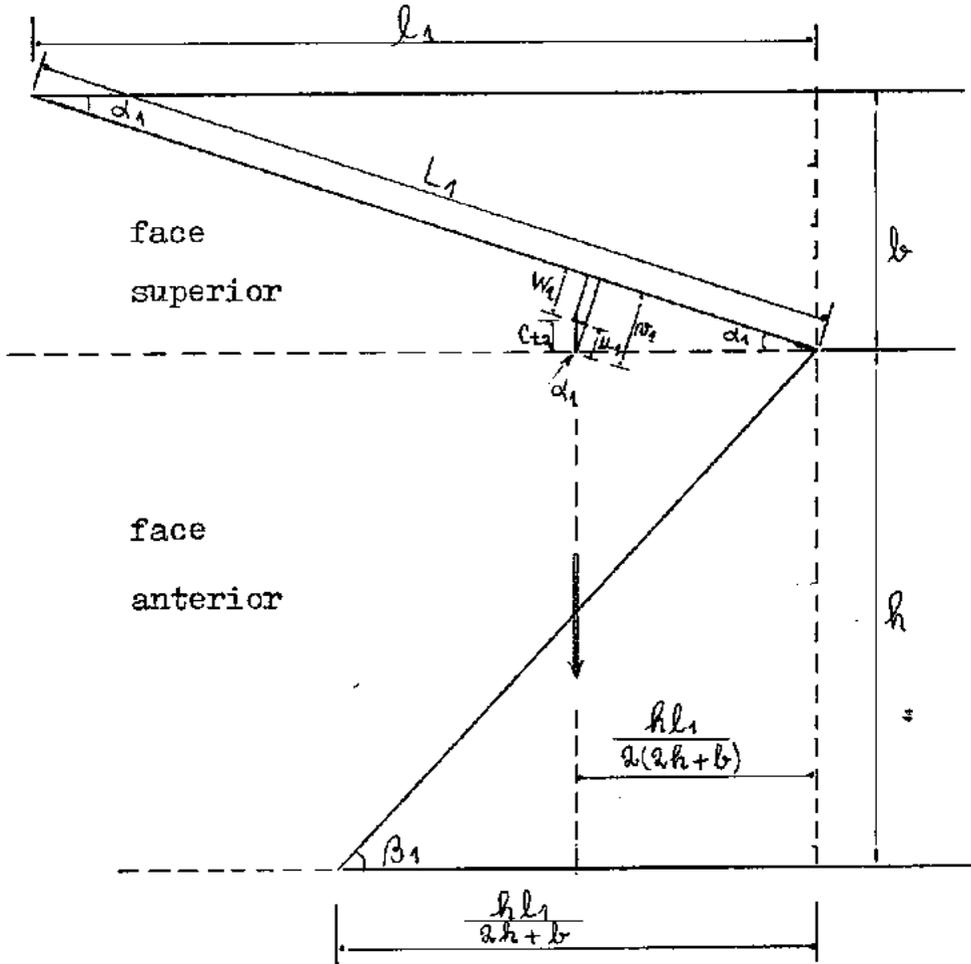


Fig. 2.1 - Modo 1 - Superfície de ruptura.

e w_1 , braço de alavanca da força resultante das reações despertadas nos ramos verticais dos estribos, é determinado a seguir.

Da figura abaixo rebatida, obtem-se prontamente que



$$v_1 = \frac{hl_1}{2(2h+b)} \operatorname{sen} \alpha_1$$

$$u_1 = C_{t2} \cos \alpha_1$$

$$w_1 = v_1 - u_1 = \frac{hl_1}{2(2h+b)} \operatorname{sen} \alpha_1 - C_{t2} \cos \alpha_1$$

Substituindo esses valores na equação anterior te-

mos:

$$T_{ul} \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} + M_{ul} \frac{b}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} = A_{sl} f_{yl} \frac{b}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} \left(h - C_{s1} - \frac{0,8x_1}{2} \right)$$

$$+ A_{st} f_{yt} \frac{bl_1}{(2h + b)s} \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} \left(h - C_{t1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + 2A_{st} f_{yt} \frac{hl_1}{(2h + b)s}$$

$$\left(\frac{hl_1}{2(2h + b)} \frac{b}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} - C_{t2} \frac{l_1}{\sqrt{l_1^2 + b^2}} \right)$$

$$T_{ul} \left(\frac{l_1}{b} + \frac{1}{\psi} \right) = A_{sl} f_{yl} \left\{ \left(h - C_{s1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + \frac{A_{st} f_{yt} h}{A_{sl} f_{yl} s} \frac{1}{bh} \left[\frac{b}{2h + b} \right. \right.$$

$$\left. \left. \left(h - C_{t1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + \frac{b}{4} \left(1 - \frac{b}{2h + b} \right) \left(1 - \frac{b}{2h + b} - \frac{4C_{t2}}{b} \right) \right] \right\}$$

Chamando: $p_1 = h - C_{s1} - \frac{0,8x_1}{2}$

$$q_1 = \frac{A_{st} f_{yt} h}{A_{sl} f_{yl} s}$$

$$r_1 = \frac{b}{2h + b}$$

$$s_1 = r_1 \left(h - C_{t1} - \frac{0,8x_1}{2} \right) + \frac{b}{4} (1 - r_1) \left(1 - r_1 - \frac{4C_{t2}}{b} \right)$$

a equação acima se transforma em:

$$T_{ul} = A_{sl} f_{yl} \left(\frac{p_1 + \frac{q_1 s_1 l_1^2}{bh}}{\frac{l_1}{b} + \frac{1}{\psi}} \right) \quad 2.1$$

Do equilíbrio das forças atuantes na superfície de ruptura, segundo uma direção normal ao plano que contém a zona de compressão, resulta a seguinte equação:

$$0,8x_1 0,85f_{cc} L_1 = A_{sl} f_{yl} \operatorname{sen} \alpha_1 + A_{st} f_{yt} \frac{r_1 l_1}{s} \operatorname{cos} \alpha_1$$

$$0,68f_{cc} x_1 L_1 = A_{sl} f_{yl} \frac{b}{L_1} + A_{st} f_{st} \frac{r_1 l_1}{s} \frac{l_1}{L_1}$$

$$x_1 = A_{sl} f_{yl} \frac{\left(b + \frac{q_1 r_1 l_1^2}{h} \right)}{0,68f_{cc} (l_1^2 + b^2)} \quad 2.2$$

Igualando a zero a derivada da equação 2.1 em relação a l_1 , encontra-se o valor de l_1 correspondente ao valor mínimo do momento de torção T_{ul}

$$T'_{ul} = A_{sl} f_{yl} \frac{\left(\frac{l_1}{b} + \frac{1}{\psi} \right) \frac{q_1 s_1 2l_1}{bh} - \left(p_1 + \frac{q_1 s_1 l_1^2}{bh} \right) \frac{1}{b}}{\left(\frac{l_1}{b} + \frac{1}{\psi} \right)^2}$$

$$T'_{ul} = 0 \quad \frac{2q_1 s_1 l_1^2}{b^2 h} + \frac{2q_1 s_1 l_1}{bh \psi} - \frac{p_1}{b} - \frac{q_1 s_1 l_1^2}{b^2 h} = 0$$

$$\frac{q_1 s_1}{b^2 h} l_1^2 + \frac{2q_1 s_1}{bh\psi} l_1 - \frac{p_1}{b} = 0$$

$$l_1 = \frac{-\frac{2q_1 s_1}{bh} \pm \sqrt{\frac{4q_1^2 s_1^2}{b^2 h^2 \psi^2} - \frac{4q_1 s_1 p_1}{b^3 h}}}{\frac{2q_1 s_1}{b^2 h}}$$

$$l_1 = -\frac{b}{\psi} + b \sqrt{\frac{1}{\psi^2} + \frac{p_1 h}{q_1 s_1 b}} \quad 2.3$$

O valor mínimo de l_1 é zero e ocorre quando $\psi=0$. Desprezando a altura x_1 da zona de compressão e tomando $\beta_1=45^\circ$, verifica-se que o valor máximo de l_1 é, pela 2ª hipótese

$$l_{1\max} = 2h + b$$

É fácil de ver que as equações 2.1, 2.2 e 2.3 estão interligadas e, por consequência, não é possível obter uma solução direta para essas equações. Recorre-se então a um processo iterativo para determinar inicialmente os valores de x_1 e l_1 , para um dado valor de ψ . Quando o grau desejado de exatidão for alcançado, calcula-se o momento de torção teórico de ruptura pela equação 2.1

MODO 2 - A superfície de ruptura para este modo é ilustrada na fig. 2.2. O esforço cortante V é suposto concentrado na meia largura da viga.

Do equilíbrio de momentos em relação ao eixo passando pela meia-altura da zona de compressão equivalente, resulta a seguinte equação:

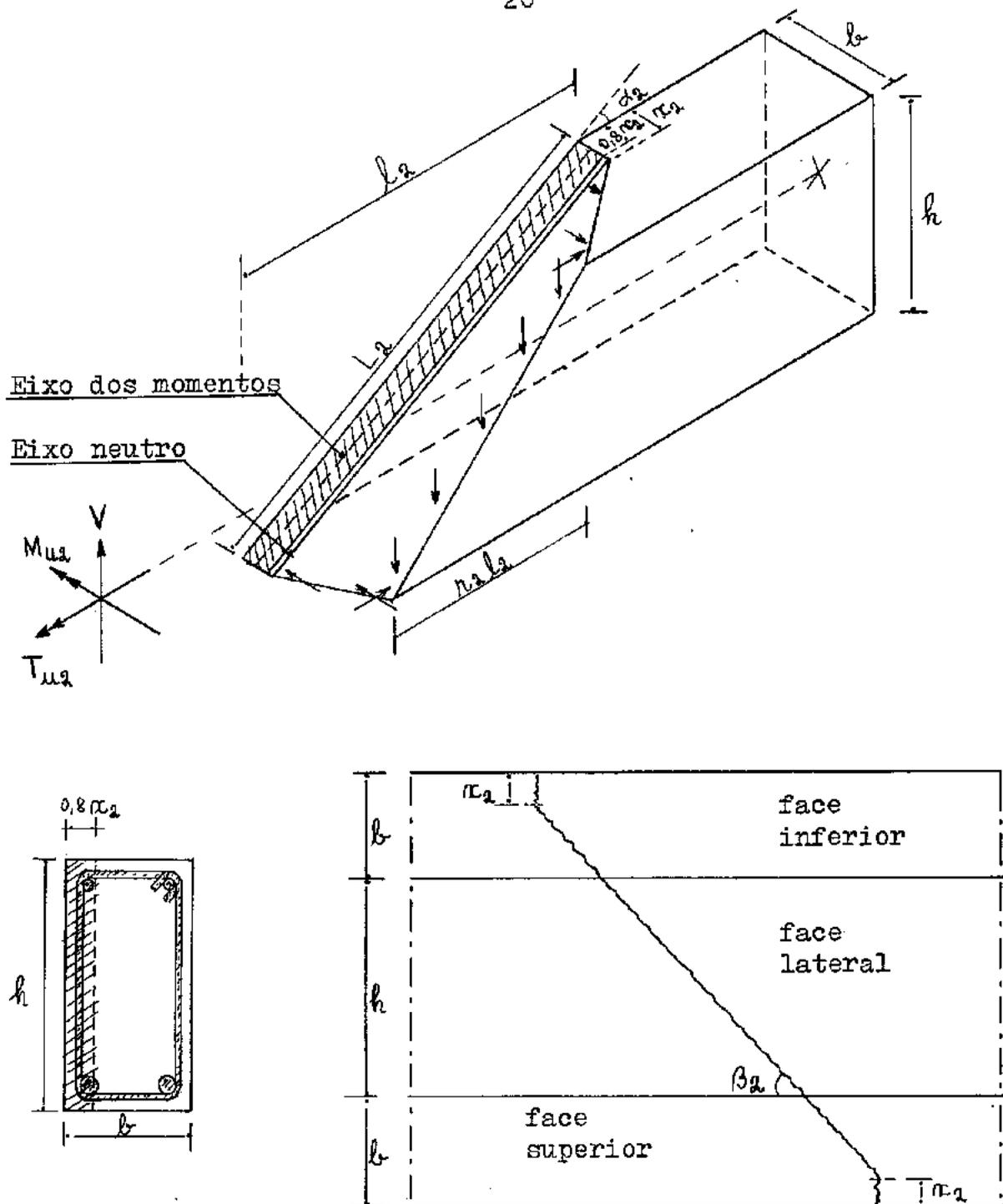
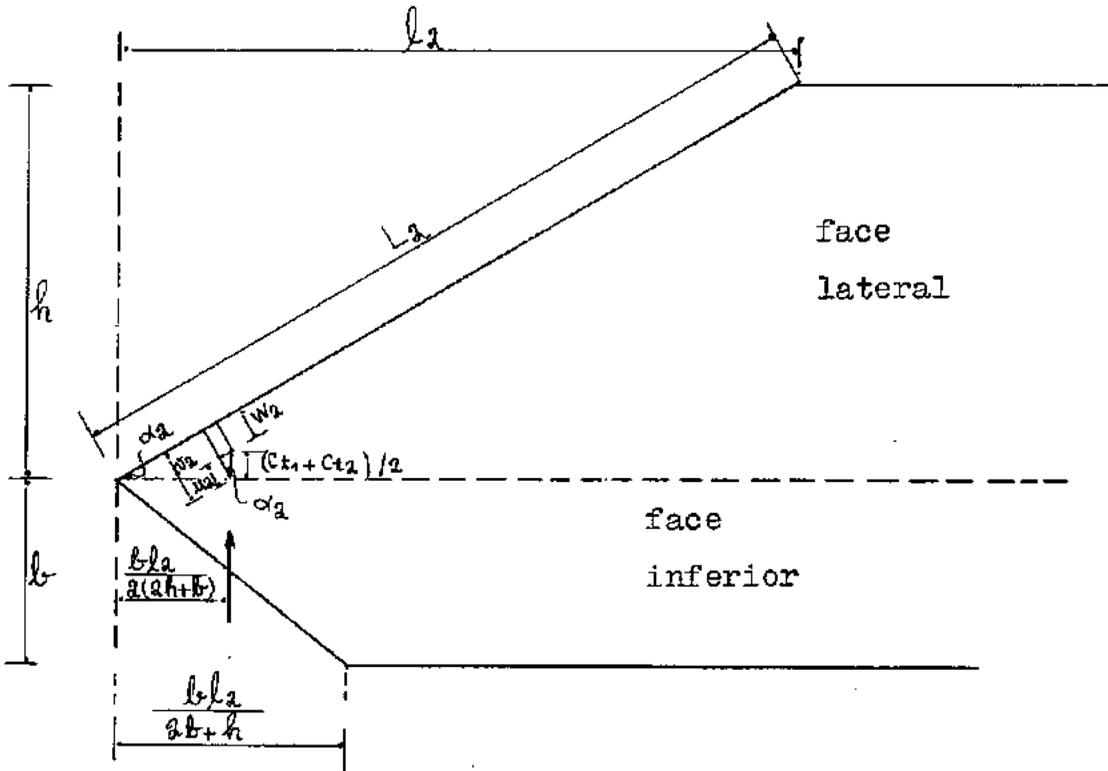


Fig. 2.2 - Modo 2 - Superfície de ruptura.

$$T_{u_2} \cos \alpha_2 + V \left(\frac{b}{2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) \cos \alpha_2 = A_{s2} f_{yt} \sin \alpha_2 \left(b - C_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) \\ + A_{st} f_{yt} \frac{hl_2}{(2b+h)s} \cos \alpha_2 \left(b - C_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + 2A_{st} f_{yt} \frac{bl_2 w_2}{(2b+h)s}$$

onde $\cos \alpha_2 = \frac{l_2}{L_2}$ $\sin \alpha_2 = \frac{h}{L_2}$

e w_2 , braço de alavanca da força resultante das reações despertadas nos ramos horizontais dos estribos, é obtido da fig. abaixo.



$$v_2 = \frac{bl_2}{2(2b+h)} \sin \alpha_2$$

$$u_2 = \frac{C_{t1} + C_{t3}}{2} \cos \alpha_2$$

$$w_2 = v_2 - u_2 = \frac{bl_2}{2(2b+h)} \sin \alpha_2 - \frac{C_{t1} + C_{t3}}{2} \cos \alpha_2$$

Substituindo esses valores na equação anterior

obtem-se:

$$T_{u2} \frac{l_2}{L_2} + v \left(\frac{b}{2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) \frac{l_2}{L_2} = A_{s2} f_{y2} \left(b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + A_{st} f_{yt} \frac{l_2}{L_2}$$

$$\frac{h l_2}{(2b + h) s} \left(b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + 2 A_{st} f_{yt} \frac{b l_2^2}{(2b + h) s L_2} \left(\frac{bh}{2(2b + h)} - \frac{c_{t1} + c_{t3}}{2} \right)$$

$$T_{u2} \left(1 + \frac{v b}{2 T_{u2}} - \frac{v b}{2 T_{u2}} \frac{0,8x_2}{b} \right) = A_{s2} f_{y2} \frac{h}{l_2} \left\{ \left(b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + \frac{A_{st} f_{yt} l_2^2}{A_{s2} f_{y2} s b h} \left[\frac{h}{2b + h} \left(b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + \frac{h}{4} \left(1 - \frac{h}{2b + h} \right) \left(1 - \frac{h}{2b + h} - \frac{2(c_{t1} + c_{t3})}{h} \right) \right] \right\}$$

Denominando: $p_2 = b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2}$

$$q_2 = \frac{A_{st} f_{yt} b}{A_{s2} f_{y2} s}$$

$$r_2 = \frac{h}{2b + h}$$

$$s_2 = r_2 \left(b - c_{s2} - \frac{0,8x_2}{2} \right) + \frac{h}{4} (1 - r_2) \left(1 - r_2 - \frac{2(c_{t1} + c_{t3})}{h} \right)$$

$$\xi = \frac{v b}{2 T_{u2}}$$

podemos escrever finalmente que

$$T_{u2} = \frac{A_{s2} f_y h}{l_2} \left(\frac{p_2 + \frac{q_2 s_2 l_2^2}{bh}}{1 + \xi - \frac{0,8x_2}{2} \xi} \right) \quad 2.4$$

Do equilíbrio de forças temos:

$$x_2 = \frac{A_{s2} f_y \left(\frac{h + \frac{q_2 r_2 l_2^2}{b}}{0,68 f_{cc} (l_2^2 + h^2)} \right) - V l_2}{0,68 f_{cc} (l_2^2 + h^2)} \quad 2.5$$

O valor de l_2 que produz o valor mínimo de T_{u2} é encontrado fazendo-se $T'_{u2} = 0$.

$$\text{Assim } T'_{u2} = \frac{A_{s2} f_y h}{1 + \xi - \frac{0,8x_2}{2}} \frac{\frac{l_2 q_2 s_2^2 l_2}{bh} - \left(p_2 + \frac{q_2 s_2 l_2^2}{bh} \right)}{l_2^2}$$

$$T'_{u2} = 0 \quad \frac{2q_2 s_2}{bh} l_2^2 - p_2 - \frac{q_2 s_2}{bh} l_2^2 = 0$$

$$l_2 = \sqrt{\frac{p_2 bh}{q_2 s_2}} \quad 2.6$$

O valor máximo de l_2 é dado por: $l_{2max} = 2b + h$

Usa-se um processo iterativo para determinar x_2 e l_2 , assumindo inicialmente $V = 0$. Para um dado valor de ξ , o momento de torção T_{u2} é calculado pela equação 2.4 e em seguida usado para calcular V , por intermédio da expressão

$$V = \frac{2T_{u2} \xi}{b}$$

O processo é então repetido e um novo valor de V é obtido. Quando a diferença entre os valores de V , provenientes de duas iterações consecutivas, for menor que uma quantidade especificada, o processo é interrompido. Os valores de T_{u2} e V determinados na última iteração são os valores teóricos de ruptura do momento de torção e do esforço cortante.

MODO 3 - A superfície de ruptura para este modo é mostrada na fig. 2.3. Na determinação das equações, procede-se de maneira inteiramente análoga ao que foi feito no modo 1. Portanto, apenas a equação final, na sua forma compacta, é apresentada.

Do equilíbrio de momentos vem:

$$T_{u3} = A_{s3} f_{y3} \left(\frac{p_3 + \frac{q_3 s_3^2 l_3^2}{bh}}{\frac{l_3}{b} - \frac{1}{\psi}} \right) \quad 2.7$$

onde
$$p_3 = h - c_{s3} - \frac{0,8x_3}{2}$$

$$q_3 = \frac{A_{st} f_{yt} h}{A_{s3} f_{y3} s}$$

$$r_3 = \frac{b}{2h + b}$$

$$s_3 = r_3 \left(h - c_{s3} - \frac{0,8x_3}{2} \right) + \frac{b}{4} (1 - r_3) \left(1 - r_3 - \frac{4c_{t2}}{b} \right)$$

Do equilíbrio de forças resulta

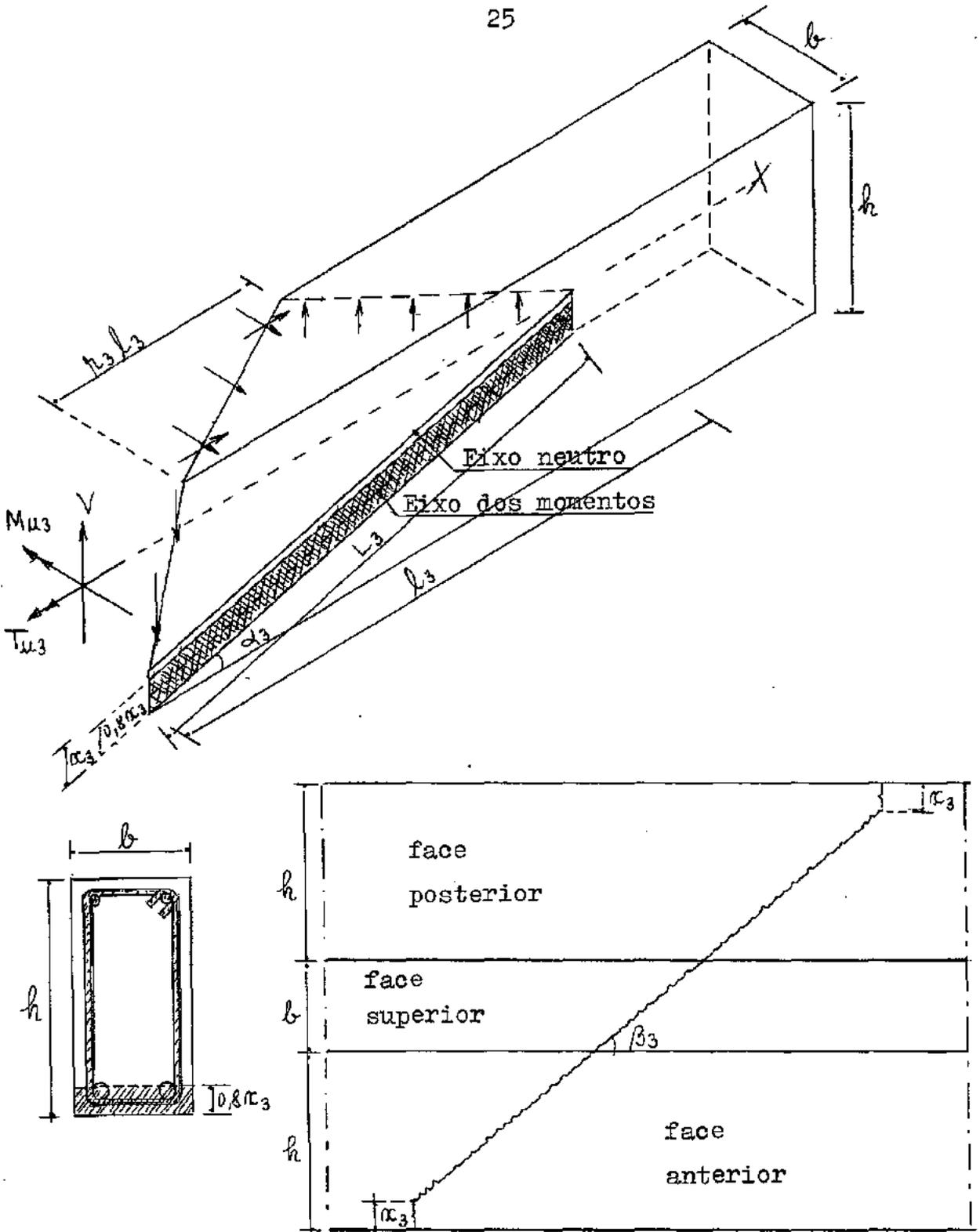


Fig. 2.3 - Modo 3 - Superfície de ruptura.

$$x_3 = A_{s3} f_{y3} \frac{\left(b + \frac{q_3 r_3 l_3^2}{h} \right)}{0,68 f_{cc} (l_3^2 + b^2)} \quad 2.8$$

O valor de l_3 que produz o valor mínimo de T_{u3} é:

$$l_3 = \frac{b}{\psi} + b \sqrt{\frac{1}{\psi^2} + \frac{p_3 h}{q_3 s_3 b}} \quad 2.9$$

O valor máximo que l_3 pode assumir é: $l_{3max} = 2h+b$.

Para um dado valor de ψ as equações são resolvidas por um processo iterativo idêntico ao usado no modo 1 de ruptura.

Cumpra ressaltar que este método de equilíbrio último exclue a consideração da compatibilidade de deformações e assim torna-se impossível estabelecer analiticamente os limites de sua validade, isto é, mudanças de secções sub-armadas para super-armadas. Pelo mesmo motivo, a deformação unitária do aço, em nenhum instante, poderá ser determinada por meios analíticos.

2.2 - Determinação do momento de torção teórico de ruptura

Nas equações deduzidas no item precedente, o processo iterativo usado para calcular x_1 , x_2 e x_3 foi continuado até que a diferença entre os valores calculados em duas iterações não fôsse maior que 0,001 cm. Semelhantemente, o processo iterativo usado no modo 2 foi continuado até que os valores de V , calculados em duas iterações consecutivas, não diferissem de uma quantidade maior que 0,001 ton.

Aplicando as equações 2.1, 2.4 e 2.7, três momentos de torção teóricos de ruptura T_{u1} , T_{u2} e T_{u3} são obtidos para cada

viga em pauta. O menor dêstes três valores é designado pela letra T_u e representa o momento de torção teórico de ruptura procurado. O modo de ruptura que corresponde a êsse menor valor é o modo pelo qual se espera que a viga rompa.

2.3 - Efeito da variação do momento fletor dentro da base de medida.

Na dedução das equações 2.1 e 2.7, admitiu-se que ψ fosse conhecido. Esta razão é constante em tôda a base de medida situada no trecho da viga submetido apenas a flexão e/ou torção. Todavia, quando o esforço cortante está presente na base de medida, o momento fletor e conseqüentemente ψ são sempre variáveis.

Um exame atento da equação 2.1 revela que o valor mínimo de T_{u1} corresponde ao valor mínimo de ψ . Numa viga submetida a um momento de torção constante e a um momento de flexão variável, o valor mínimo de ψ ocorre na secção transversal submetida ao momento fletor mais alto. Contudo, esta linha de raciocínio leva-nos a pensar que a ruptura acontece numa secção transversal da viga, ao passo que o modo 1 de ruptura ocorre numa superfície que se estende sôbre um comprimento de viga igual a l_1 . Sendo assim, conclue-se que a superfície de ruptura deve aparecer sôbre um comprimento de viga igual a l_1 , que se localizará adjacente a extremidade da base de medida submetida ao momento fletor mais alto. O valor de ψ que deve ser usado na equação 2.1 é o valor que êle possui na secção transversal localizada a distância $l_1/2$ da extremidade da base de medida, acima referida.

Devido ao fato da equação 2.4 não conter o termo ψ , qualquer variação no momento fletor dentro da base de medida não afeta a localização da superfície de ruptura do modo 2.

Igualmente, examinando a equação 2.7 vemos que o mínimo valor de T_{u3} corresponde ao máximo valor de ψ . Isto ocorre na secção transversal submetida ao momento fletor mais baixo. Consequentemente, a superfície de ruptura do modo 3 deve formar sôbre um comprimento de viga igual a l_3 que será contíguo a extremidade da base de medida submetida ao menor momento fletor, e o valor de ψ a ser usado na equação 2.7 é o valor que êle possui na secção transversal distante $l_3/2$ desta extremidade. Essas considerações, introduzidas nêste ítem, fixam uma correção nos resultados numéricos, caracterizada por um aumento no valor calculado do momento de torção T_u , no caso do modo 1 de ruptura, e uma redução, no caso do modo 3.

2.4 - Solução das equações quando o momento fletor varia.

Para as vigas do grupo B que são submetidas a um momento fletor variável dentro da base de medida, o valor de ψ usado nas equações 2.1 e 2.7 não pode ser determinado até que l_1 e l_3 sejam conhecidos, mas l_1 e l_3 são, por sua vez, funções de ψ . Em vista disto, foi indispensável estabelecer um novo processo iterativo para resolver este impasse. Êste processo consiste em calcular inicialmente os valores de l_1 e l_3 , usando o valor nominal de ψ . Com esses valores de l_1 e l_3 determinaram-se duas secções críticas, uma para o modo 1 de ruptura e outra para o modo 3 de ruptura, sabendo-se que a primeira esta localizada a uma distância $l_1/2$ da extremidade esquerda da base de medida e a segunda a uma distância $l_3/2$ da extremidade direita, em consonância com o modo de ruptura. O momento fletor é calculado em cada uma dessas secções críticas e empregado para calcular o novo valor de ψ que surge nas mesmas secções. Êste processo é continuado para cada secção crítica até que a diferença entre os valores de ψ computados em duas

iterações consecutivas seja menor que 0,001. Isto significa, que as vigas não devem romper nas áreas de maior momento fletor. Pelo contrário, devido a interação dos momentos de torção e flexão, elas podem romper em áreas com menores momentos de flexão.

2.5 - Limitações.

A exigência de que a armadura, interceptada pela superfície de ruptura, entre em escoamento antes do esmagamento do concreto, restringe o dimensionamento da viga. Tanto Lessig³ como Collins e outros⁵ estabeleceram limites similares nas dimensões das vigas e na quantidade de armadura usada, com a intenção de satisfazer este requisito. Esses limites, embora empíricos, revelaram-se conservativos e foram baseados em dados de experiências realizadas com vigas de seções retangulares.

As limitações são as seguintes:

a) Para evitar esmagamento prematuro do concreto.

$$\frac{T}{b^2 h f_{cc}} \leq 0,07 \quad 2.10$$

b) Para assegurar o escoamento do aço.

$$\frac{A_{st} f_{yt} b}{A_{sl} f_{yl} s} \left[1 + \frac{M}{T} \sqrt{\frac{b}{2h + b}} \right] \geq 0,25 \quad 2.11$$

c) Para evitar deformação e fissuração excessivas do concreto, a armadura longitudinal da membrura tracionada não deve exceder os limites impostos pelo dimensionamento normal à flexão. Isto é:

$$\rho_t \leq 0,75 \rho_{lim} \quad 2.12$$

Em uma viga de concreto armado, submetida a flexão pura, a taxa de armadura ρ_{lim} que produz condições balanceadas é tal que, havendo a ruptura da viga, o aço entra em escoamento ao mesmo tempo que o concreto se esmaga. Essa taxa depende da forma da secção transversal e da posição da armadura. Para uma viga de secção retangular, sem armadura de compressão, carregada no seu plano vertical de simetria, a equação para ρ_{lim} pode ser deduzida facilmente, como mostra a fig. 2.4

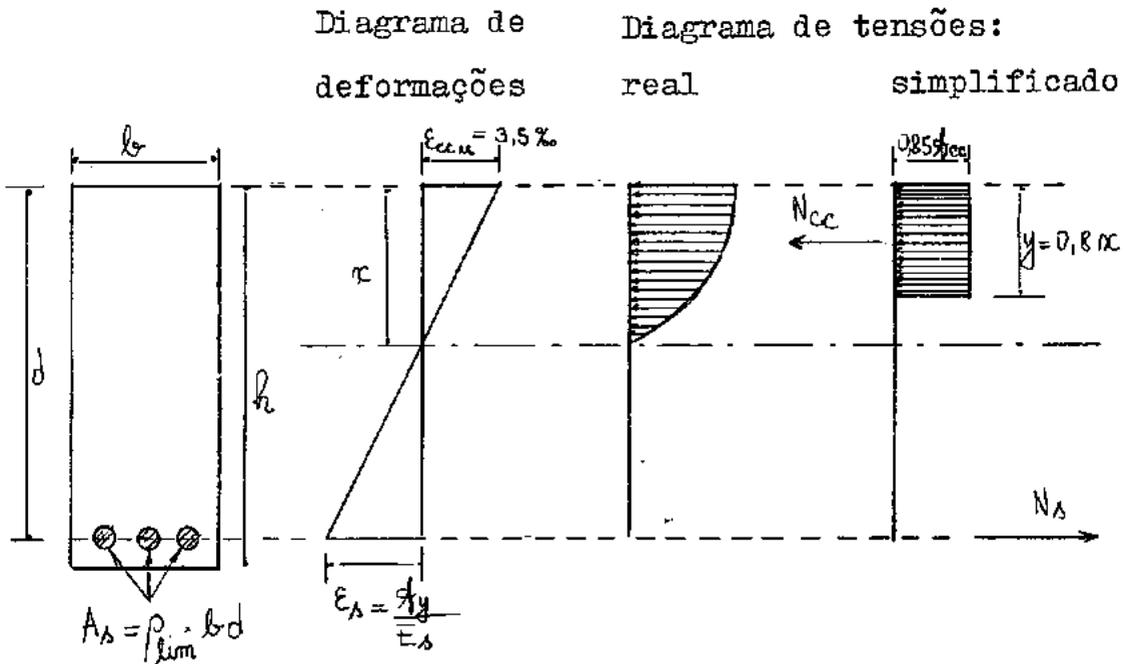


Fig. 2.4 - Dedução da equação de ρ_{lim} .

Do diagrama de deformações imediatamente obtemos:

$$x = d \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_y}{E_s}} = d \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_y}{2,1 \cdot 10^6}} = d \frac{7350}{7350 + f_y}$$

As forças N_{cc} e N_s constituem um binário, equivalente ao momento de ruptura, e valem respectivamente:

$$N_s = \rho_{\text{lim}} b d f_y$$

$$N_{cc} = b 0,8 x 0,85 f_{cc}$$

Igualando N_s e N_{cc} e substituindo x pelo seu valor dado em expressão anterior, podemos escrever:

$$\rho_{\text{lim}} b d f_y = b 0,8 x 0,85 f_{cc} = 0,68 f_{cc} b d \frac{7350}{7350 + f_y}$$

$$\text{Donde, } \rho_{\text{lim}} = \frac{4998 f_{cc}}{7350 f_y + f_y^2} \quad 2.13$$

Sendo f_{cc} e f_y expressos em kgf/cm^2 .

Ao findar este trabalho, tomamos conhecimento do recente artigo¹⁹, de autoria dos professores Jacques Fouchart e Jean-Marie Demorieux, onde os ilustres pesquisadores apresentam a teoria da treliça espacial evolutiva para o estudo da ruptura das vigas de secção retangular, maciças ou ôcas, por torção e flexão circular simultâneas, partindo da hipótese fundamental da possibilidade de adaptação plástica do sistema interiormente hiperestático que constitui semelhante viga a partir do momento em que se fissura o seu concreto, possibilidade buscada na evolução das inclinações das diagonais comprimidas (bielas de concreto) em função do carregamento.

Comparação de resultados teóricos e experimentais permitem concluir que o método da flexão enviesada de Lessig conduz a valores dos esforços de ruptura bem próximos dos obtidos pela teoria da treliça espacial evolutiva, quando a ruptura se produz por escoamento das armaduras.

C A P Í T U L O I I IM A T E R I A I S

3.1 - Areia.

No preparo do concreto usou-se uma areia média, lavada e peneirada. Ensaando três amostras representativas, obtiveram-se os seguintes resultados:

a) Granulometria:

Diâmetro máximo $D_{máx} = 2,4 \text{ mm}$
 Módulo de finura $MF = 3,24$

b) Pêso específico aparente $\gamma_{ap} = 1,5 \text{ kg/m}^3$

3.2 - Agregado graúdo.

Foi empregado como agregado graúdo o agregado leve conhecido, comercialmente, pelo nome de "cinasita", feito de argila expandida pela firma CINASA (Jundiaí-S.P.). Dos ensaios realizados em três amostras pôde-se concluir:

a) Granulometria:

Diâmetro máximo $D_{máx} = 19 \text{ mm}$
 Módulo de finura $MF = 8,05$

b) Pêso específico aparente $\gamma_{ap} = 0,69 \text{ kg/m}^3$

c) Absorção d'água (em 40 min)

Em pêso 16,2 %
 Em volume aparente 9,5 %

3.3 - Cimento.

Utilizou-se o cimento tipo Portland, marca Mauá.

3.4 - Aço.

Nas armações da vigas empregou-se o aço de dureza natural CA-24, tendo sido especificada as bitolas de 1/4", 5/16" e 1/2". Nas amostras selecionadas efetuaram-se numerosos ensaios de tração, que nos forneceram os resultados médios constantes da tabela 3.1 e gráficos 3.1 a 3.3. A deformação relativa (ϵ_{su}) foi obtida na zona de estrição pelo método 2 de medida de alongamento do MB-4.

Tabela 3.1 - Características do aço.

Categoria	Diâmetro cm	Área cm ²	f_y kgf/cm ²	f_{su} kgf/cm ²	ϵ_{su} %
CA-24	0,66	0,34	2880	3970	22
CA-24	0,82	0,53	2830	3960	28
CA-24	1,28	1,29	3255	4650	35

3.5 - Concreto

a) Fixação do traço.

Excetuadas as vigas A-2 e A-3, adotou-se para as restantes o traço em peso 1 : 3,2 : 1,9*, com fator água-cimento $X = 0,75$. Este traço foi anteriormente usado pelo Prof. Newton de Castro no desenvolvimento de sua tese ("Resistência ao Esforço Cortante no Concreto Leve" - Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ - setembro de 1971). O asterisco indica que o agregado graúdo é agregado leve.

Na concretagem da vigas A-2 e A-3 foi necessário fixar um novo traço, pois desejava-se obter um concreto cuja resistência à compressão, em 28 dias, fôsse maior ou igual a 180

kgf/cm². Seguindo o método de dosagem do concreto, desenvolvido no INT pelo prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro, temos:

$$\text{Seja } f_{cc} = 180 \text{ kgf/cm}^2$$

1) Fator água-cimento $X = 0,65$

2) Traço em peso - relação cimento : agregado 1:A

Para vibração mecânica moderada $\lambda = 9,5 \%$

$$A = \frac{X}{\lambda} - 1 = \frac{0,65}{9,5} 100 - 1 = 6,85 - 1 = 5,85$$

3) Traço em peso - relação cimento : areia : agregado graúdo

1 : AR : B

Sendo o diâmetro máximo do agregado graúdo $D_{\text{máx}} = 19 \text{ mm}$, $w = 0,5$

$$\text{brita : } B = w (A + 1) = 0,5 (5,85 + 1) = 3,42$$

$$\text{areia : } AR = A - B = 5,85 - 3,42 = 2,43$$

Traço em peso para agregados normais 1 : 2,43 : 3,42

Obtido o traço para o agregado graúdo constituído de pedra britada, o traço para o agregado leve pode ser determinado, aproximadamente, substituindo-se a brita por igual volume aparente de agregado leve.

$$P_{\text{leve}} = P_{\text{comum}} \frac{\gamma_{\text{apleve}}}{\gamma_{\text{apcomum}}} = 3,4 \frac{0,68}{1,4} = 1,66$$

Logo, adotou-se para o agregado leve o traço inicial 1 : 2,43 : 1,66* com $X = 0,65$. O concreto feito com este traço apresentou uma trabalhabilidade deficiente, sendo portanto modificado, por tentativas, para 1 : 2,6 : 1,5* com $X = 0,65$. Com este último traço obteve-se um slump igual a 1 cm, indicativo de um concreto bastante trabalhável.

b) Consumo de materiais.

1) traço 1	: 3,2 : 1,9*	com X = 0,75	
Cimento	: 1,0	250	kg/m ³
Areia	: 3,2	800	"
Cinasita	: 1,9	475	"
Água	: 0,75	187,5	"
2) traço 1	: 2,6 : 1,5*	com X = 0,65	
Cimento	: 1,0	294	kg/m ³
Areia	: 2,6	764,4	"
Cinasita	: 1,5	441	"
Água	: 0,65	191,1	"

c) Preparação do concreto.

O amassamento do concreto foi executado em betoneira do tipo de circulação forçada, sendo de 150 litros, aproximadamente, o volume de cada betonada. O lançamento dos materiais componentes do concreto obedeceu a seguinte ordem: 10% de água, agregado leve, areia, cimento e o restante da água. O adensamento do concreto na fôrma foi feito por vibrador de imersão, tendo-se tomado o cuidado de submergí-lo completamente na posição vertical.

3.6 - Corpos de prova.

a) Traço 1 : 3,2 : 1,9* com X = 0,75

Foram moldados 28 corpos de prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de comprimento, numa média de 4 para cada viga. Na moldagem foram vibrados com o vibrador de imersão e cerca de duas horas após essa operação, retirou-se a chapa que capeava a fôrma e rematou-se a superfície de tópo com uma pasta de

cimento. Após 24 horas os corpos de prova foram retirados das fôrmas metálicas e colocados submersos num tanque d'água onde permaneceram durante oito dias, para que se efetuasse a cura do concreto.

Os ensaios realizados com êstes corpos de prova forneceram os seguintes resultados:

- 1 - Resistência a compressão (tabela 3.2)
- 2 - Resistência à tração indireta, determinada por compressão diametral (tabela 3.3)
- 3 - Pêso específico: O valor médio determinado entre 20 corpos de prova foi $\gamma = 1680 \text{ kg/m}^3$
- 4 - Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico.

Utilizando-se 3 corpos de prova, foi determinado o módulo de elasticidade dinâmico por intermédio da fórmula

$$E_{cd} = (2Lif)^2 \frac{\gamma}{g} \quad 3.1$$

Sendo:

- E_{cd} - módulo de elasticidade longitudinal dinâmico
- L - comprimento do corpo de prova
- f - frequência natural de vibração
- γ - pêso específico do concreto
- g - aceleração da gravidade ($g = 981 \text{ cm/seg}^2$)

A média aritmética dos resultados encontrados foi

$$E_{cd} = 165.000 \text{ kfg/cm}^2$$

- 5 - Módulo de elasticidade longitudinal estático.

Ensaíram-se 2 corpos de prova, medindo-se as deformações longitudinais com "strain gage" de base 20 mm. Os dados

obtidos foram utilizados para traçar o gráfico 3.4 do qual se infere o valor médio

$$E_{cc} = 147.000 \text{ kgf/cm}^2$$

6 - Coeficiente de Poisson.

Nos mesmos corpos de prova do sub-ítem anterior, mediram-se também as deformações transversais com o uso de "strain gages". Os valores lidos constam no gráfico 3.4, encontrando-se para essa grandeza física o valor médio

$$\nu = 0,22$$

Tabela 3.2 - Idade e resistência à compressão dos corpos de prova de concreto, traço 1 : 3,2 : 1,9*

CP nº	Idade dias	f_{cc} kgf/cm ²
387	30	184
391	35	176
397	51	155
399	56	162
403	34	173
407	55	196
410	34	188
424	50	189

CP nº	Idade dias	f_{cc} kgf/cm ²
388	30	184
393	35	162
398	51	145
402	56	172
405	34	164
408	34	182
422	37	186

Tabela 3.3 - Idade e resistência à tração dos corpos de prova de concreto, traço 1 : 3,2 : 1,9*

CP nº	Idade dias	f_{ct} kgf/cm ²
389	30	23
394	35	20
396	51	19
400	56	21

CP nº	Idade dias	f_{ct} kgf/cm ²
404	34	20
406	34	20
423	37	23
425	37	20

b) Traço 1 : 2,6 : 1,5* com $X = 0,65$

Moldaram-se 8 corpos de prova cilíndricos, do concreto feito com este traço. Outrossim, suas moldagens e curas foram feitas em condições idênticas as anteriores. Os resultados dos ensaios realizados foram:

1 - Resistência à compressão (tabela 3.4)

2 - Resistência à tração: valor médio $f_{ct} = 24 \text{ kgf/cm}^2$

3 - Pêso específico: valor médio $\gamma = 1760 \text{ kg/m}^3$

4 - Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico: valor médio

$$E_{cd} = 185.000 \text{ kgf/cm}^2$$

5 - Módulo de elasticidade longitudinal estático: valor médio, tirado do gráfico 3.5

$$E_{cc} = 175.000 \text{ kgf/cm}^2$$

6 - Coeficiente de Poisson: valor médio tirado do gráfico 3.5

$$\nu = 0.25$$

Tabela 3.4 - Idade e resistência à compressão dos corpos de prova de concreto, traço 1 : 2,6 : 1,5*

Nº do corpo de prova	414	416	418	420	421
Idade (dias)	36	43	43	49	36
f_{cc} (kgf/cm ²)	216	226	218	242	222

C A P Í T U L O I VANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - Comportamento das vigas.

A tabela 4.1 contém as resistências do concreto em pregado nas vigas. A resistência à compressão foi considerada como a média de dois valores dos ensaios à compressão, de corpos de prova cilíndricos. A resistência a tração não foi usada em nenhuma fórmula ou cálculo, mas foi determinada para melhor caracterizar o concreto usado.

Tabela 4.1 - Resistência do concreto.

VIGA	f_{cc} (kgf/cm ²)	f_{ct} (kgf/cm ²)	Idade
A-1	185	21,4	34 dias
A-2	218	25,5	36 "
A-3	222	22,6	43 "
A-4	146	18,7	51 "
A-5	167	20,9	56 "
B-1	168	19,5	34 "
B-2	168	20,0	32 "
B-3	184	20,4	30 "
B-4	184	22,6	28 "

O desenvolvimento das fissuras foi afetado tanto pelo valor de ψ como pela grandeza do esforço cortante presente dentro da base de medida. Para as vigas testadas com o valor de ψ menor do que 1, as primeiras fissuras a formar foram fissuras de flexão bem estreitas, localizadas no meio do vão, na borda inferior da viga. A proporção que o carregamento aumentava, essas fis

suras no início subiram verticalmente nas faces verticais e depois tornaram-se inclinadas. Nesse mesmo ínterim fissuras adicionais de flexão surgiram em locais mais distantes do meio do vão e novas fissuras inclinadas nas faces verticais. Na face inferior, as fissuras começaram quase perpendiculares ao eixo da viga, mas depois se inclinaram com o aumento do carregamento.

As vigas com esforço cortante fissuraram mais intensamente na face posterior, onde as tensões de cisalhamento devidas ao esforço cortante e a torção foram aditivas. Na face anterior, onde essas tensões eram de sinais opostos, a direção de propagação das fissuras dependeu da razão T/V . Para a viga B-4, por exemplo, elas se cancelaram e as fissuras de flexão se propagaram na direção perpendicular ao eixo da viga. A medida que a razão T/V aumentou, a tensão de cisalhamento de torção tornou-se maior do que a de cortante e as fissuras na face anterior se desviaram da vertical, como na viga B-2.

Nas vigas onde ψ tinha valor igual a 1 ou maior, as primeiras fissuras apareceram na altura média das faces verticais e eram inclinadas em 45° aproximadamente com o eixo da viga. Em seguida essas fissuras se estendiam gradualmente rumo a face superior e a face inferior, espalhando-se por elas, em forma de espiral. Eventualmente essas fissuras não cobriram toda a base de medida, como aconteceu na viga B-1 que rompeu repentinamente, após mostrar esparsas fissuras. Porém, o mesmo não aconteceu com a viga A-1, que possuindo idêntico carregamento, só rompeu após estar totalmente fissurada.

Devido a ruptura súbita de algumas vigas, foi difícil observar visualmente a formação do mecanismo de ruptura. Toda via, leituras de deformações no aço, medidas de flecha, a forma e

abertura de fissuras, permitem concluir que a ruptura da viga se deu pelo esmagamento do concreto acompanhado, ou seguido imediatamente, pela rotação em torno de um eixo, localizado em diferentes regiões da viga. Realmente, nas vigas testadas com ψ igual a 0,5 ou menor, o eixo ficava próximo a face superior, enquanto que nas vigas testadas com ψ maior ou igual a 2,0, o eixo ficava próximo a face inferior. Para o valor de ψ igual a 1, a localização do eixo foi menos evidente. Particularmente na viga B-2 o eixo pareceu estar adjacente a sua face posterior.

Na ruptura, um maior alargamento das fissuras, nas faces da viga não adjacentes ao eixo de rotação, foi observado. Em geral essas fissuras foram essencialmente contínuas e espiralavam em torno de três faces da viga. Mas, em algumas vigas essa continuidade não existiu e as fissuras se dividiram em segmentos não-alinhados. A inclinação das fissuras nas faces opostas nem sempre foram iguais com o eixo da viga, em contraste com a 2ª hipótese assumida no método de análise.

Na ruptura, lascas de concreto se desprenderam da viga, principalmente das faces verticais.

As figuras 4.1 a 4.9 mostram as curvas momento de torção - deformação na armadura. Normalmente dois "strain gages" foram utilizados em cada viga para este fim, um na armadura longitudinal e outro num ramo do estribo. Em geral, houve pequena deformação no aço até surgir as primeiras fissuras. Nesse estágio houve uma redistribuição interna de tensões, resultando frequentemente num crescimento rápido das tensões no aço. Na ruptura, o aço entrou nitidamente em escoamento em algumas vigas. Todavia, em grande parte, o valor final registrado da tensão ficou abaixo da de escoamento. Nas vigas B-1, A-1 e A-5 tal comportamento pôde

ser justificado, pois a superfície de ruptura não interceptou os pontos instrumentados.

As figuras 4.10 a 4.18 contem as curvas momento de torção - flecha no centro da base de medida. Verifica-se que as vigas testadas com ψ igual ou menor do que 0,5 apresentaram flechas positivas desde o início do ensaio. Por outro lado, as vigas testadas com ψ igual a 2,0 ou maior tiveram antes de fissurar pequenas flechas positivas, ou praticamente nenhuma flecha. Depois de fissuradas, as flechas tornaram-se negativas logo em seguida (vigas A-1, B-1) ou mais próximo a ruptura (viga A-2). A flecha negativa pode ser considerada como uma forte evidência auxiliar da presença da zona de compressão na face inferior da viga, quando a ruptura é governada pelo modo 3.

As curvas momento de torção - ângulo de torção são vistas nas figuras 4.19 a 4.27. Todas as curvas são caracterizadas por um trecho inicialmente quase reto, até a primeira fissura, seguido por outro trecho curvo, na fase fissurada, onde a inclinação decrescente da curva mostra uma perda brusca da rigidez. A rigidez inicial de torção, antes de qualquer fissuramento da viga, pode ser razoavelmente calculada pelo método de Weinberger¹⁸ que consiste em somar as rigidezes individuais elásticas de torção dos retangulos componentes da secção. A equação de Weinberger é:

$$K = GC_w = \frac{E_{cc}}{2(1 + \nu)} \sum \delta b_i^3 h_i \quad 4.1$$

b_i e h_i = a menor e a maior dimensão, respectivamente, da cada retangulo componente.

$$\delta = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{192}{\pi^5} \frac{b}{h} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh \frac{n\pi h}{2b} \right)$$

Os valores experimentais da rigidez são arbitrariamente definidos como 0,75 vezes a tangente a origem da curva momento de torção - ângulo de torção. Tal definição arbitrária fez-se necessária, pois nenhuma parte da curva torção-rotação é estritamente linear.

As curvas torção-rotação apresentam um trecho de transição não linear logo após a fissuração, e depois são razoavelmente lineares nos trechos subsequentes. A rigidez a torção após a fissuração foi obtida medindo-se a declividade média da curva no trecho correspondente a fase fissurada. A tabela 4.2 mostra os valores das rigidezes da viga e as relações entre elas. Nota-se que a rigidez a torção após a fissuração é somente uma fração da rigidez inicial. A importância dessa queda de rigidez na análise e projeto de estruturas estaticamente indeterminadas é evidente.

Tabela 4.2 - Rigidez a torção das vigas.

VIGA	K (10^8 kgf.cm^2)	K_e (10^8 kgf.cm^2)	K/K_e	K_f (10^8 kgf.cm^2)	K_f/K_e
A-1	14,0	13,3	1,05	0,76	0,06
A-2	16,2	15,0	1,08	1,20	0,08
A-3	16,2	16,3	0,99	1,47	0,09
A-4	14,0	12,0	1,17	1,56	0,13
A-5	14,0	12,5	1,12	3,00	0,24
B-1	27,4	27,0	1,01	2,70	0,10
B-2	27,4	30,1	0,91	2,24	0,07
B-3	27,4	26,2	1,04	4,19	0,16
B-4	27,4	24,1	1,14	2,65	0,11

As figuras 4.28 a 4.31 mostram as curvas momento de torção versus deformação no concreto para as vigas A-1 e B-1 ensaiadas à torção pura. Antes de ocorrer as fissuras de cisalhamento as deformações cresceram aproximadamente numa proporção direta com o carregamento. Todavia, na fig.4.28 as curvas momento de torção-deformação de tração se desviaram da linha reta e mesmo mostraram uma reversão de deformação. Este fenômeno possivelmente ocorreu devido ao desenvolvimento de microfissuras que provocaram um alívio local de tensões. Após a fissuração as deformações principais de tração e compressão cresceram rapidamente.

4.2 - Diagramas de interação.

Os diagramas de interação torção-flexão das vigas do grupo A e grupo B são mostrados nas figuras 4.32 a 4.34. As linhas intituladas Modo 1, Modo 2 e Modo 3 foram obtidas resolvendo as equações 2.1, 2.4 e 2.7, respectivamente, fazendo ψ variar de 0 (flexão pura) até ∞ (torção pura). As vigas foram testadas para uma razão M/Vd constante, em cada grupo particular, considerado sob o prisma de ter ou não esforço cortante presente dentro da base de medida. Portanto as curvas representadas nos diagramas são projeções no plano cartesiano torção-flexão das intersecções das superfícies de interações com planos perpendiculares ao plano cartesiano cortante-flexão. As inclinações desses planos perpendiculares com o plano torção-flexão são determinadas pela razão M/Vd . As propriedades materiais e geométricas da viga usada na solução das equações foram a média dos valores de cada grupo.

Como há uma pequena variação nesses valores, há um ligeiro desvio da exata posição que deveriam ocupar os pontos experimentais nas curvas. A curva correspondente ao Modo 2 deixou de ser horizontal no gráfico 4.33, pois para o grupo B o esforço

cortante é considerado na equação 2.4. Nesse mesmo gráfico, nos pontos experimentais representados, o momento fletor é referente a secção crítica de ruptura, definida atrás na teoria. Para a viga B-2 o resultado experimental é mostrado por um λ , pois o modo previsto de ruptura dessa viga é modo 2, o qual independe do momento fletor. No gráfico 4.34 o diagrama de interação torção-flexão para as vigas do grupo A é apresentado na forma adimensional. Vê-se que para membros com armadura longitudinal inferior maior do que a superior a resistência à torção do membro é aumentada com a aplicação de pequenas quantidades de flexão. As tensões de compressão desenvolvidas na parte superior da viga, pela aplicação do momento fletor, aumenta a resistência a torção e consequentemente permitem uma redução da armadura longitudinal de torção. Mas, em geral, esta redução não é conveniente, pois essas barras são quase sempre necessárias na vizinhança dos apoios, por questões de ancoragem.

4.3 - Comparação dos resultados.

Na tabela 4.3 os resultados experimentais são comparados com os teóricos. Quando dois modos de ruptura observados são dados, o primeiro é que predominou. O valor registrado de ψ é o valor que existiu na ruptura (considerando-se a influência do peso próprio da viga)

Os valores mínimos do momento de torção são obtidos usando o valor mínimo de ψ na equação 2.1 e o máximo valor de ψ na equação 2.7. Esses valores ocorrem nas secções distantes $l_1/2$ e $l_3/2$ das extremidades esquerda e direita da base de medida, respectivamente. Todavia, esse critério pode não ser conservativo, pois na viga B-4 a superfície de ruptura parece ter se concentrado na extremidade da base de medida.

Tabela 4.3 - Comparação dos resultados teóricos e experimentais.

VIGA	Ψ	T_{ue} kgf.m	T_f kgf.m	T_{u1} kgf.m	T_{u2} kgf.m	T_{u3} kgf.m	T_u kgf.m	T_{ue}/T_u	T_f/T_{ue}	Modo prev. rupt.	Modo obser. rupt.
A-1	∞	732	427	1144	938	687	687	1,06	0,58	3	3
A-2	1,994	875	420	1008	942	849	849	1,03	0,48	3	3
A-3	0,997	891	396	889	943	1040	889	1,00	0,44	1	1-2
A-4	0,503	683	325	698	931	1476	698	0,98	0,47	1	1
A-5	0,249	444	185	460	936	2525	460	0,96	0,42	1	1
B-1	∞	828	648	1413	1173	849	849	0,97	0,78	3	3
B-2	1,009	1166	534	1110	1085	1136	1085	1,07	0,46	2	2-1
B-3	0,507	1037	366	861	1010	1608	861	1,20	0,35	1	1
B-4	0,252	660	270	537	883	4459	537	1,23	0,40	1	1

A zona de compressão, sendo atravessada obliquamente por uma série de fissuras de cisalhamento, torna-se duvidoso que possa desenvolver a total resistência que possui em flexão simples. Isto é mais verdadeiro, a medida que a quantidade de torção é aumentada na viga.

Nas vigas do grupo B, exceto B-1, submetidas a esforço cortante dentro de suas bases de medida, o valor da razão M/Vd foi 4,2. Nessas vigas, dentro da extensão coberta por estes testes, o esforço cortante não afetou significativamente o comportamento delas na ruptura ou suas resistências últimas de torção nos modos 1 e 3. Isto é confirmado pelas equações 2.1 e 2.7. De acordo com a equação 2.4 o esforço cortante deve afetar a resistência última de torção da viga, que rompe segundo o modo 2.

O esforço cortante sendo relativamente pequeno nas vigas testadas, a curva do modo 2 não abaixou muito o diagrama de interação. A grandeza desse esforço pode ser avaliada pela relação V_{ue}/V_{u0} onde V_{u0} foi calculado segundo as recomendações do CEB-FIP-1970. Na viga B-4 essa relação atingiu o valor máximo de: 0,35.

C A P I T U L O VC O N C L U S Õ E S

As seguintes conclusões são baseadas nos resultados desta pesquisa e são limitados a vigas de concreto armado leve, de secção retangular, contendo ambas as armaduras longitudinal e transversal.

1) Vigas de concreto armado leve submetidas a flexão, torção e a esforço cortante moderado, pode romper em três diferentes modos. Esses modos de ruptura são caracterizados pela formação de um eixo de rotação adjacente a uma das faces da viga e pelo escoamento de toda a armadura fora da zona de compressão e interceptada pelas superfícies de ruptura. Em geral o modo de ruptura previsto pela análise, preconizada por Lessig e outros, coincide com o observado no ensaio.

2) Em vigas submetidas a um momento de torção constante e a momento fletor variável, o modo 3 de ruptura ocorre na região submetida ao menor momento fletor e o modo 1 de ruptura ocorre na região submetida ao maior momento fletor.

3) Uma quantidade pequena ou moderada do esforço cortante não afeta significativamente a resistência a torção das vigas que rompem pelo modo 1 ou 3.

4) Para vigas submetidas a torção e flexão, contendo mais aço longitudinal na camada inferior do que na superior, dentro de um certo limite, a presença do momento fletor aumenta a resistência à torção das vigas.

5) A queda da rigidez de torção após o fissuramento da viga é notável.

GRÁFICOS

Obs: O sinal χ que se vê nos gráficos indica início de fissuração da viga.

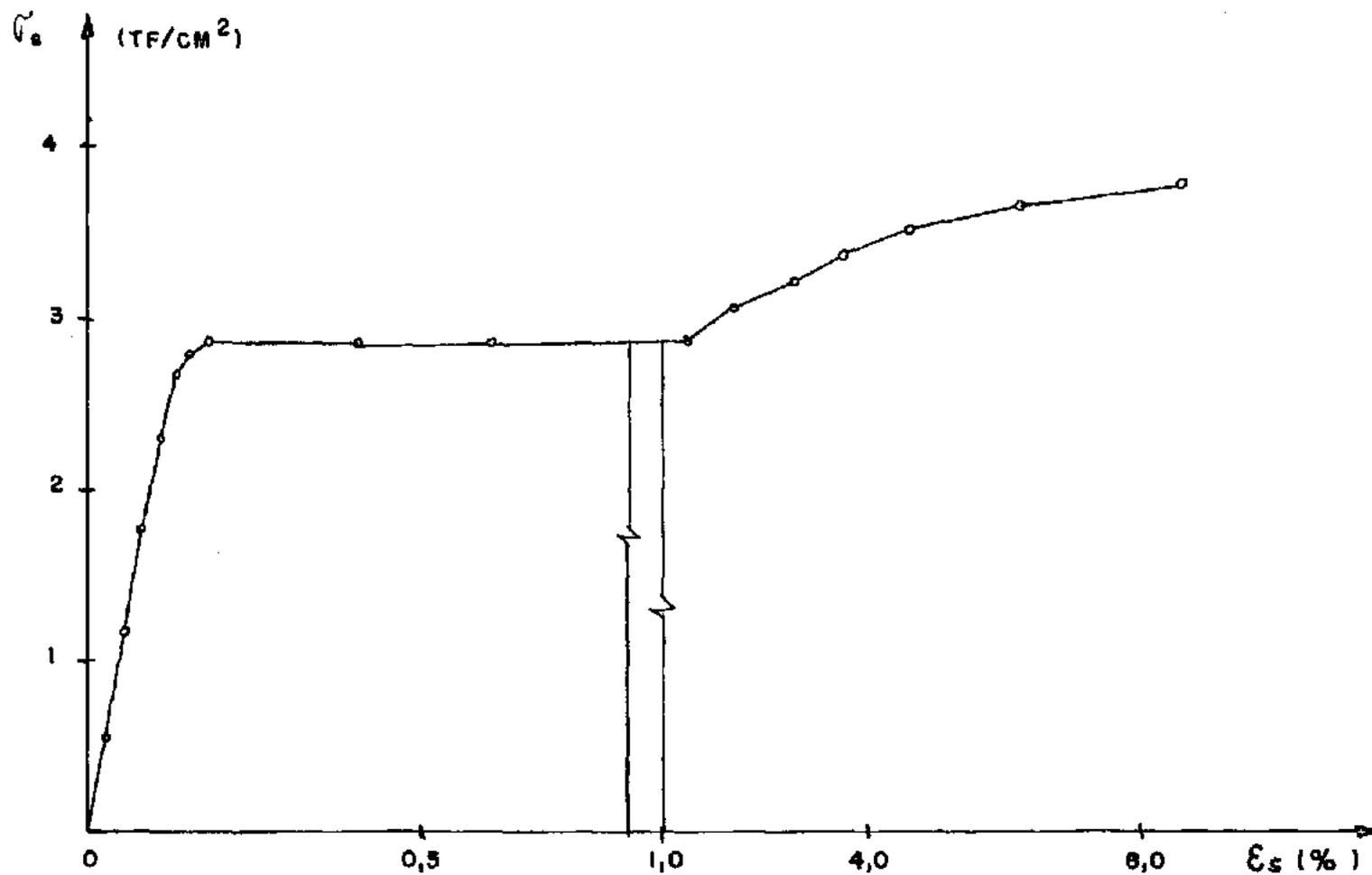


FIG. 3.1 - DIAGRAMA - "TENSÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO" (C.A. 24 Ø 1/4")

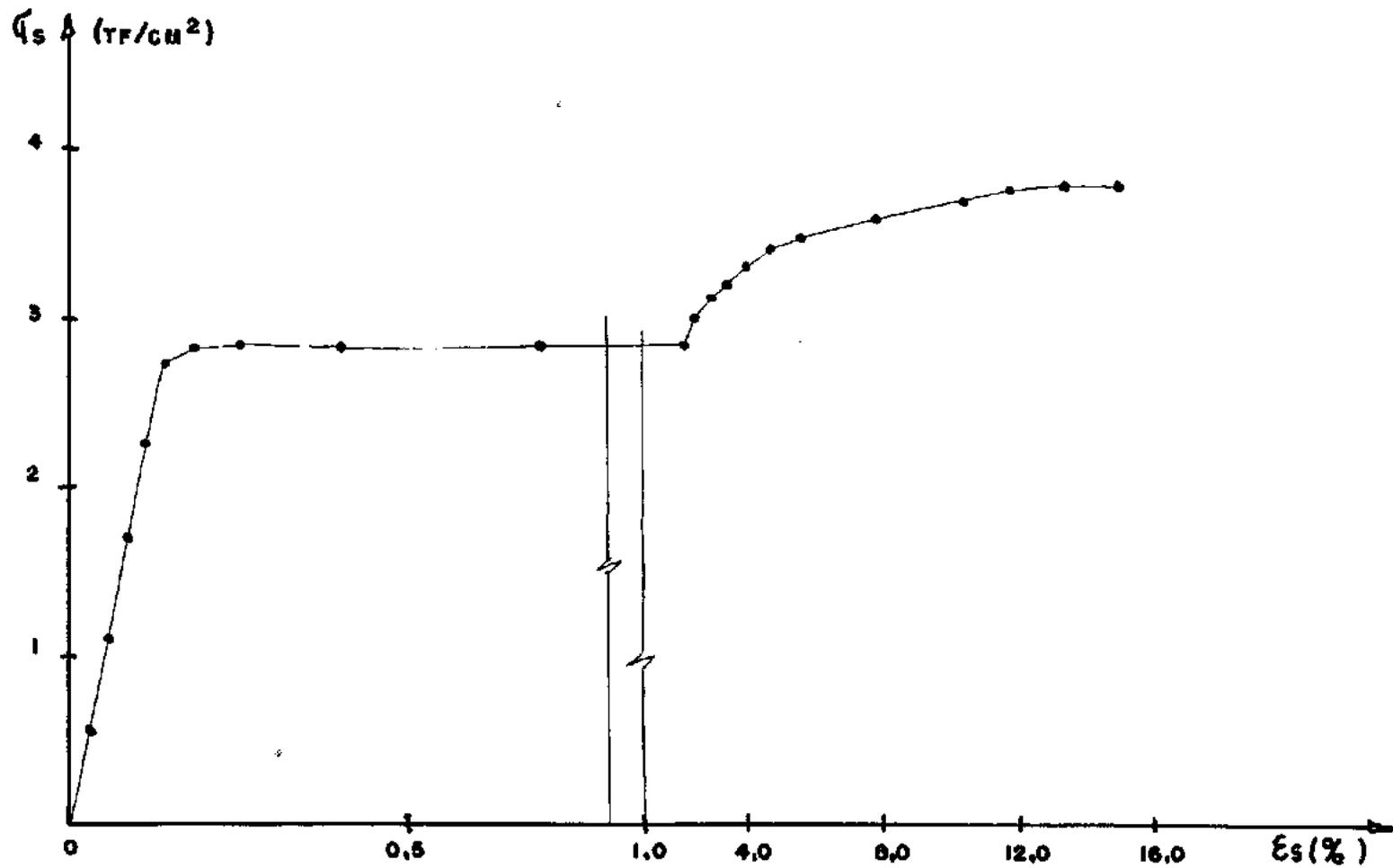


FIG. 3.2 — DIAGRAMA "TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO AÇO" (CA 24 # 5/16")

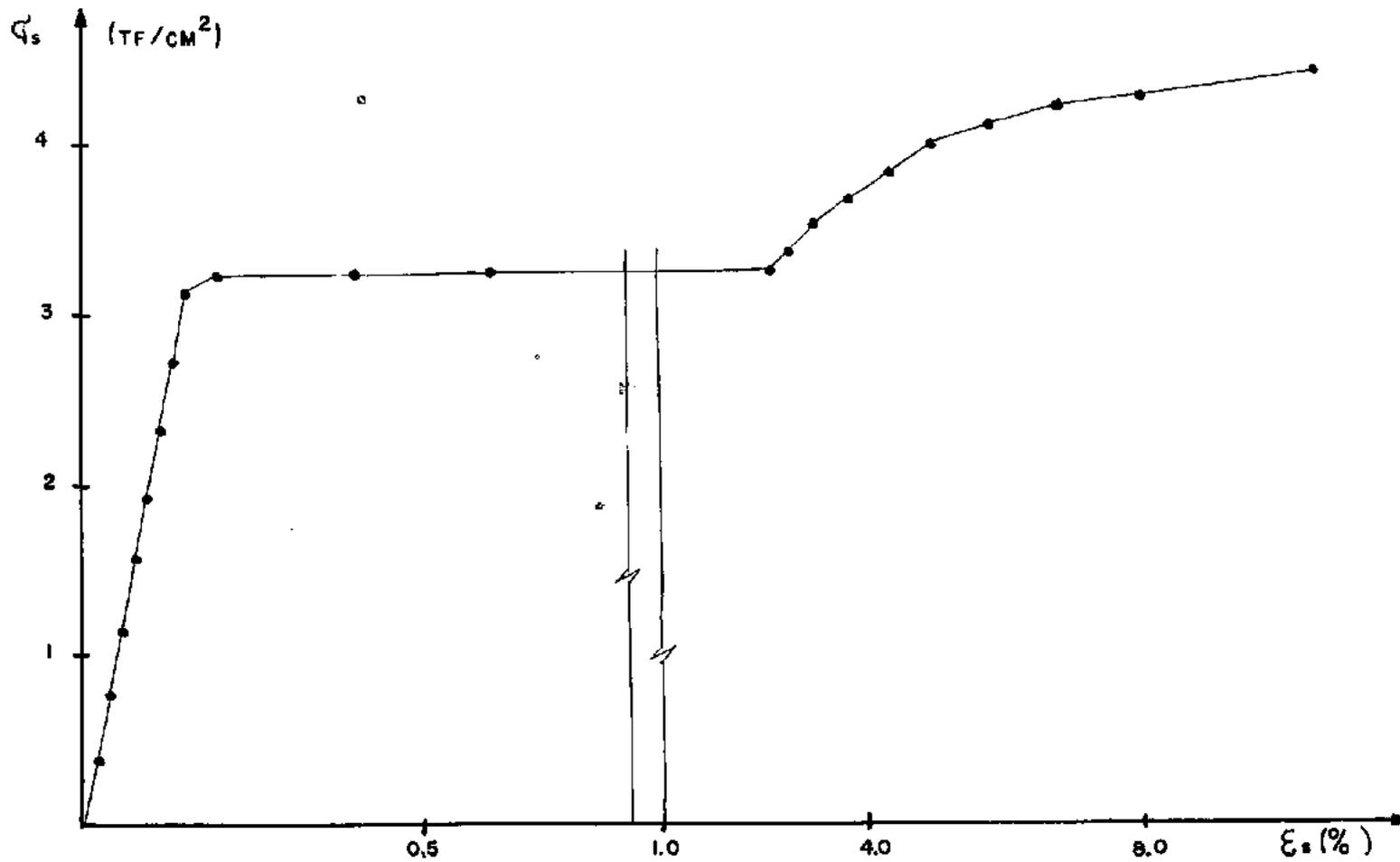


FIG. 3.3 - DIAGRAMA - "TENSÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO" (CA 24 Ø 1/2'')

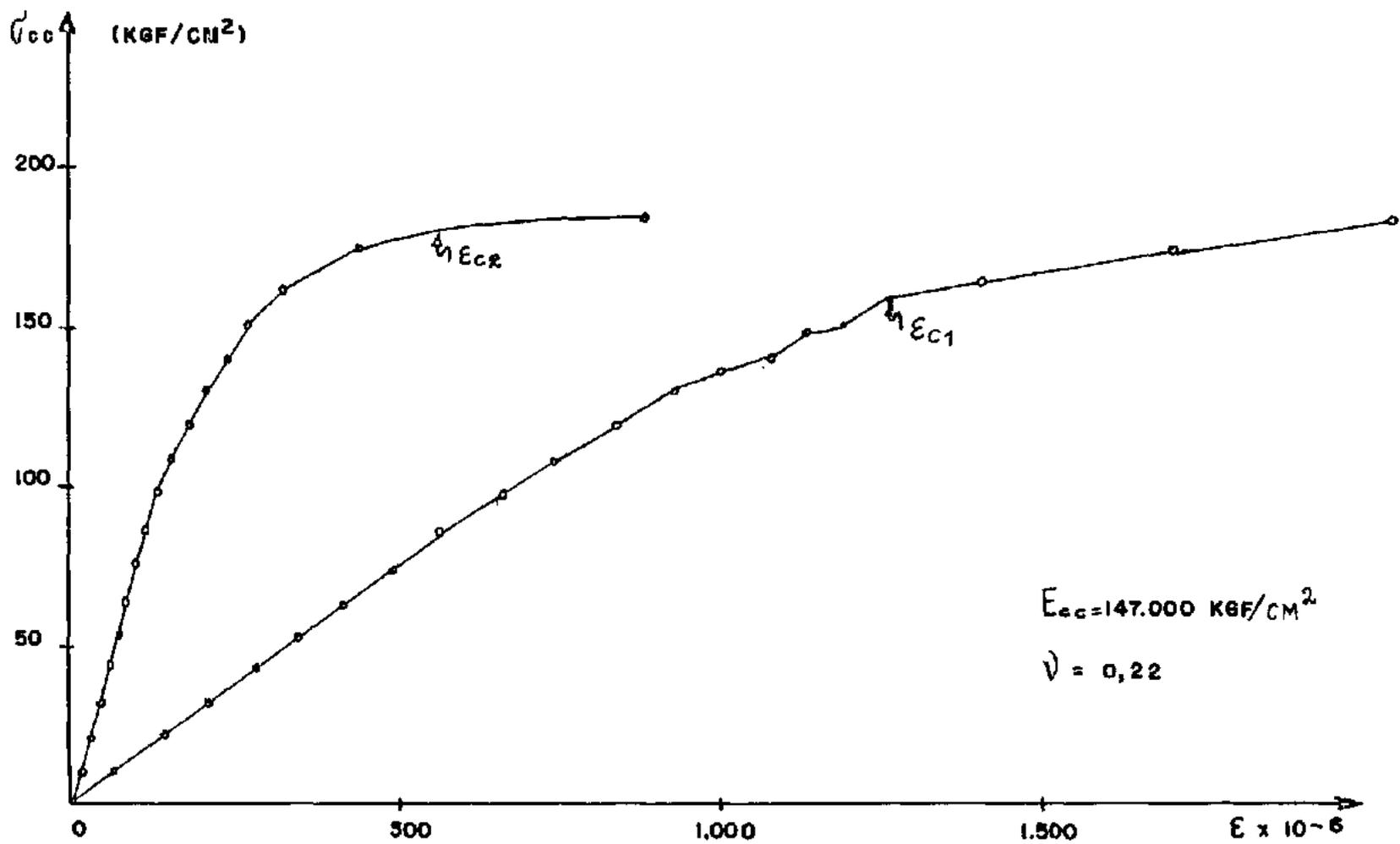


FIG. 3.4 — DIAGRAMA: "TENSÃO — DEFORMAÇÃO DO CONCRETO" (TRAÇO 1:3, 2:1.9²)

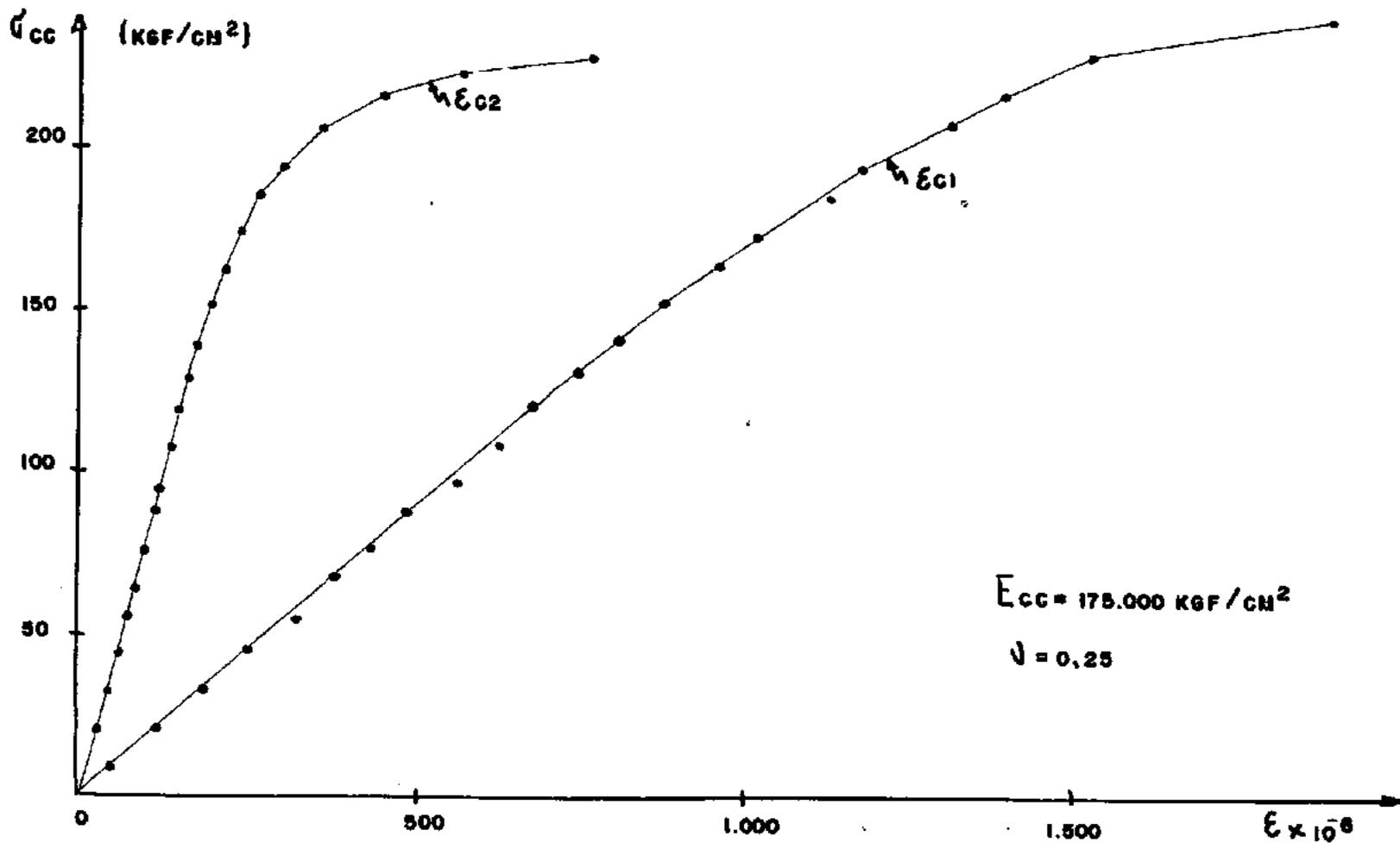


FIG. 3.5- DIAGRAMA - "TENSÃO DEFORMAÇÃO DO CONCRETO" (TRAÇO 1:2,6:1,5*)

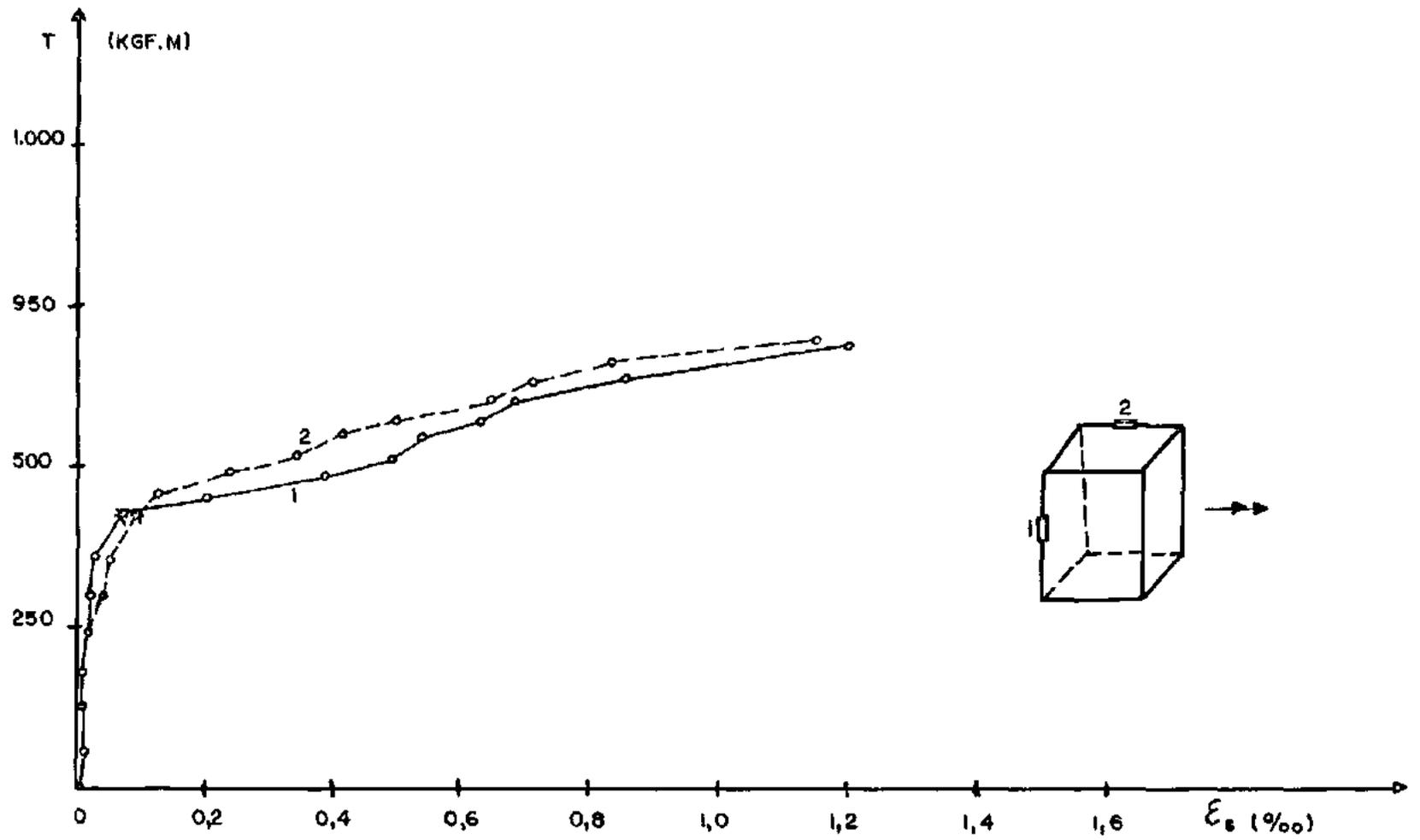


FIG. 4.1 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA A - 1

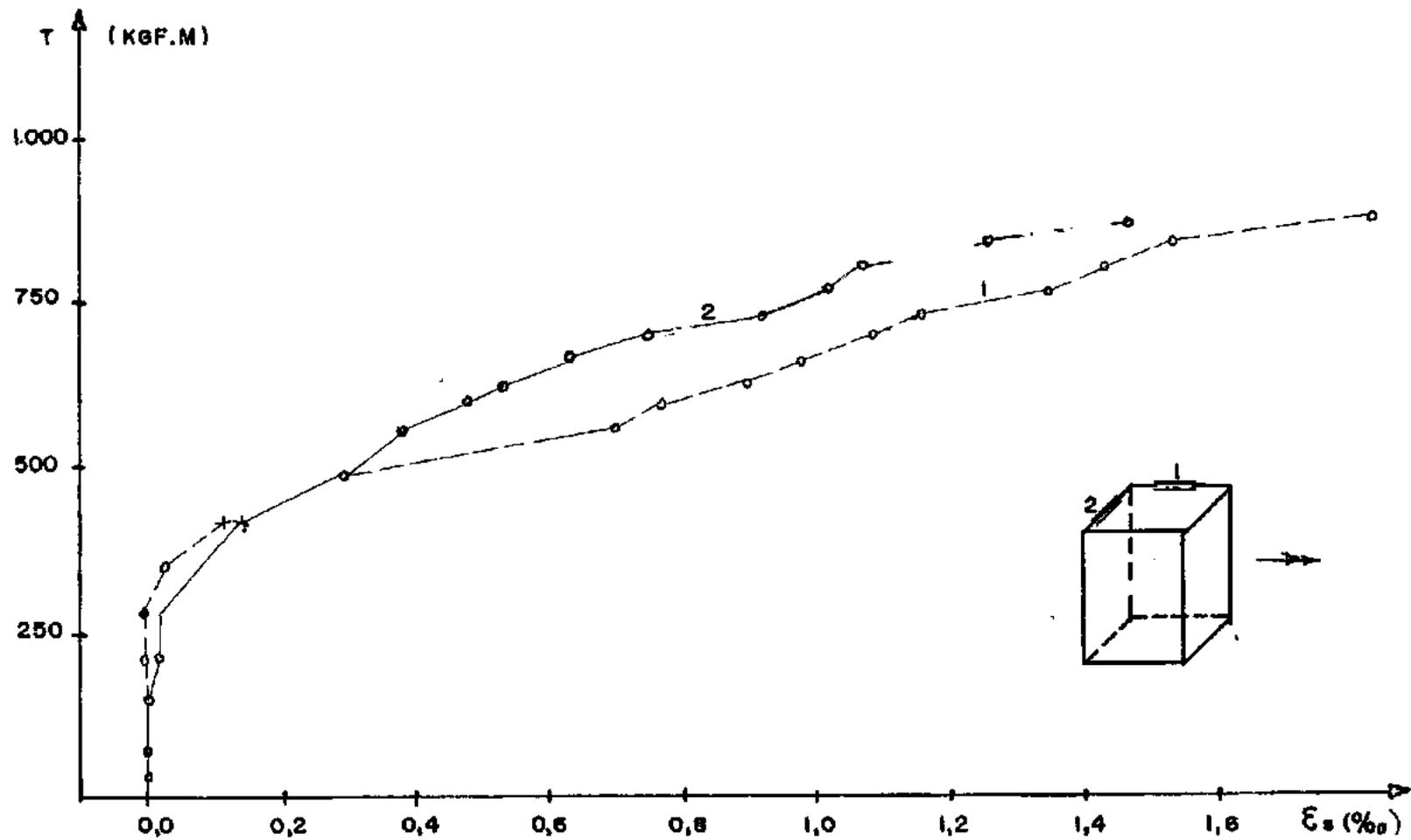


FIG. 4.2 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA A - 2

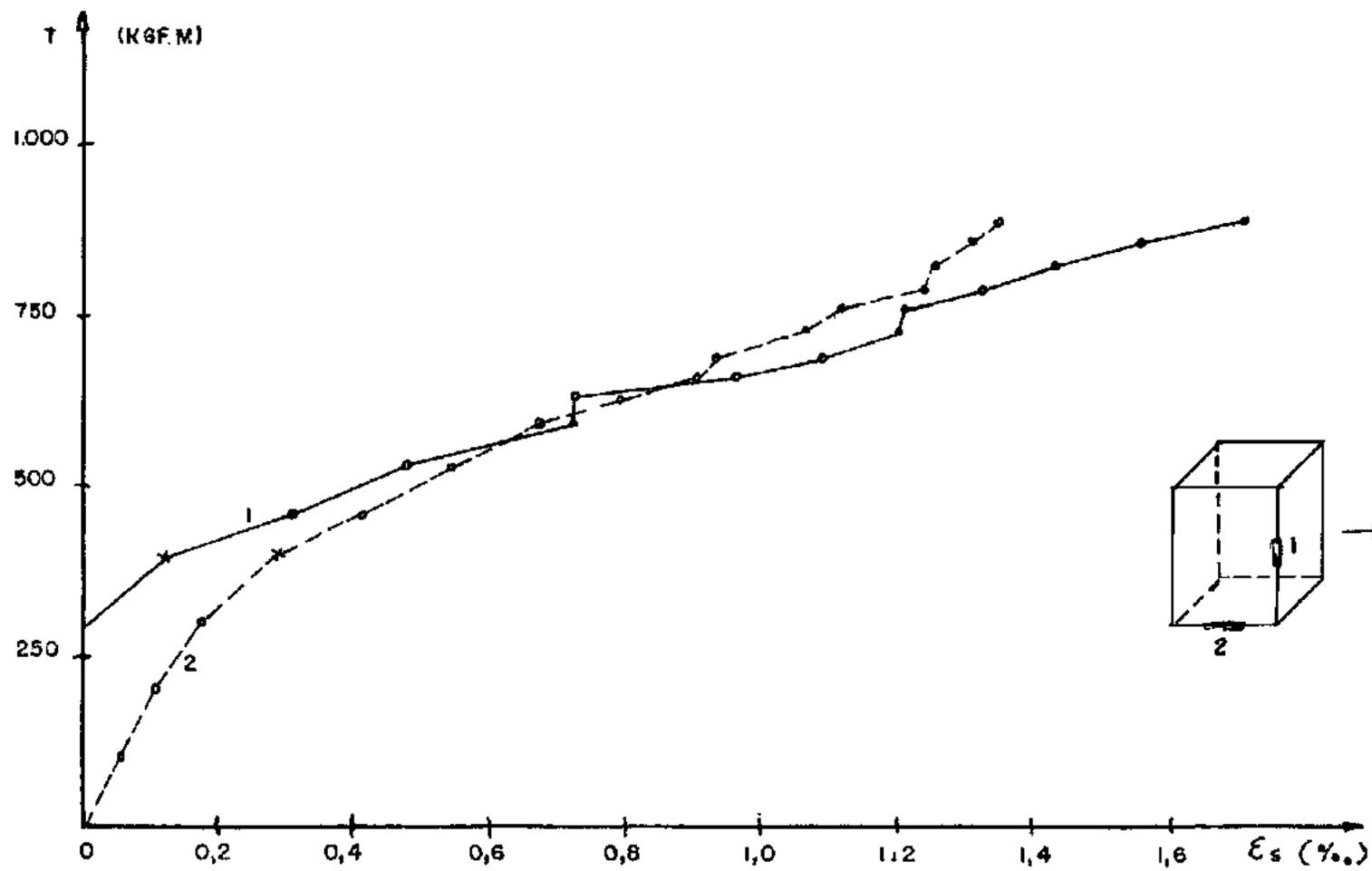


FIG. 4.3 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA A - 3

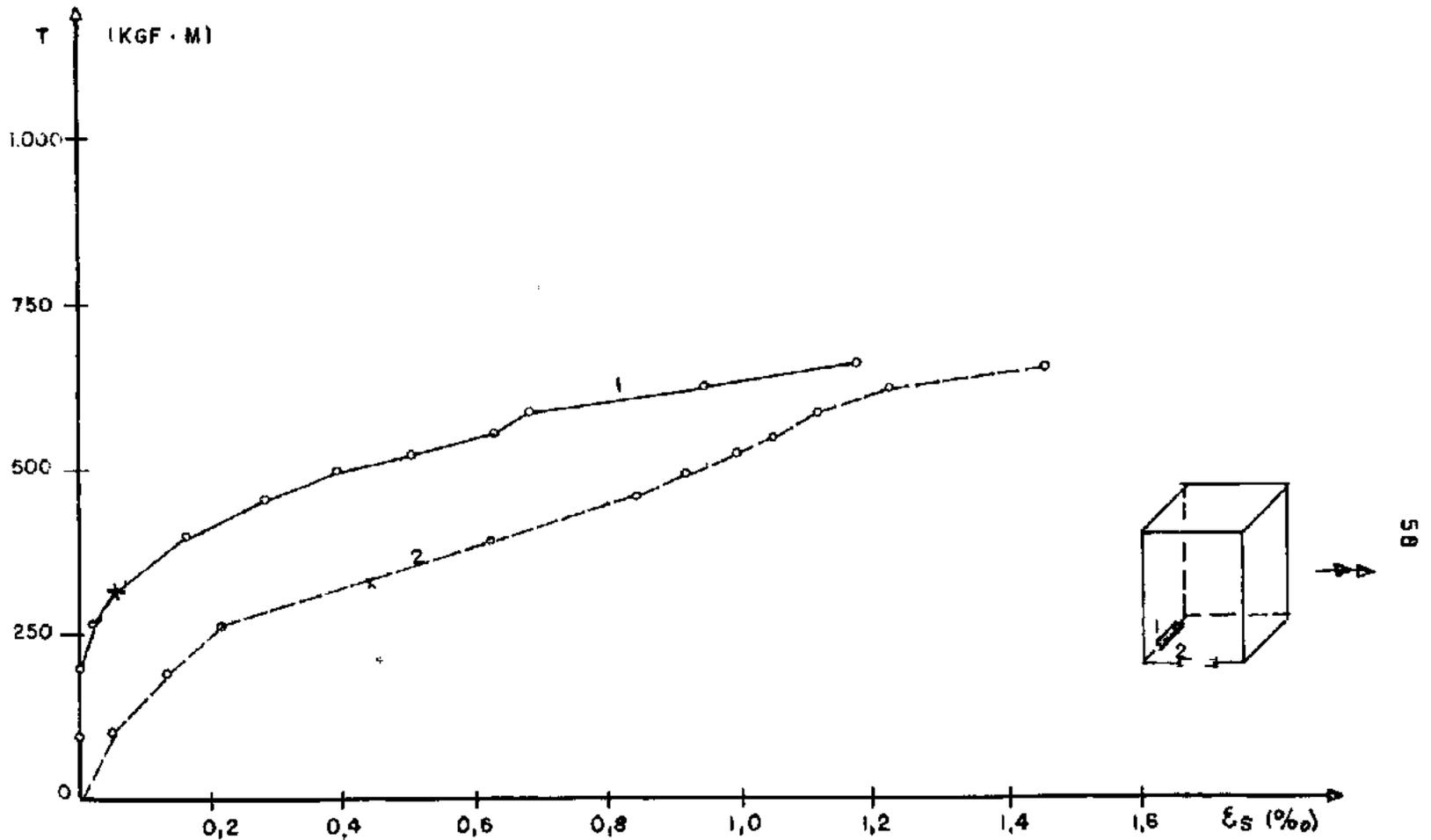


FIG. 4.4- DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA A-4

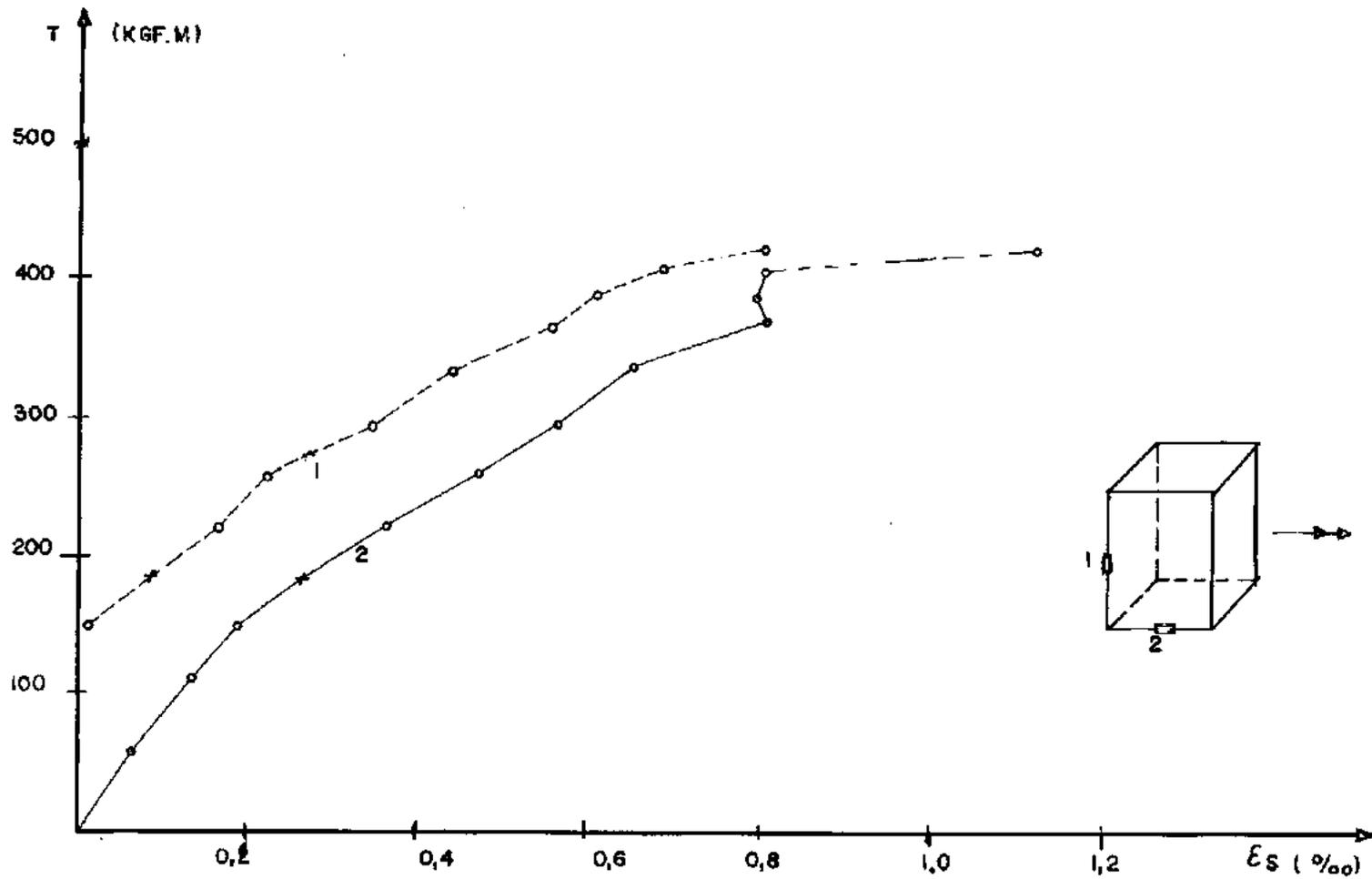


FIG. 4-5 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO — DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA A-5

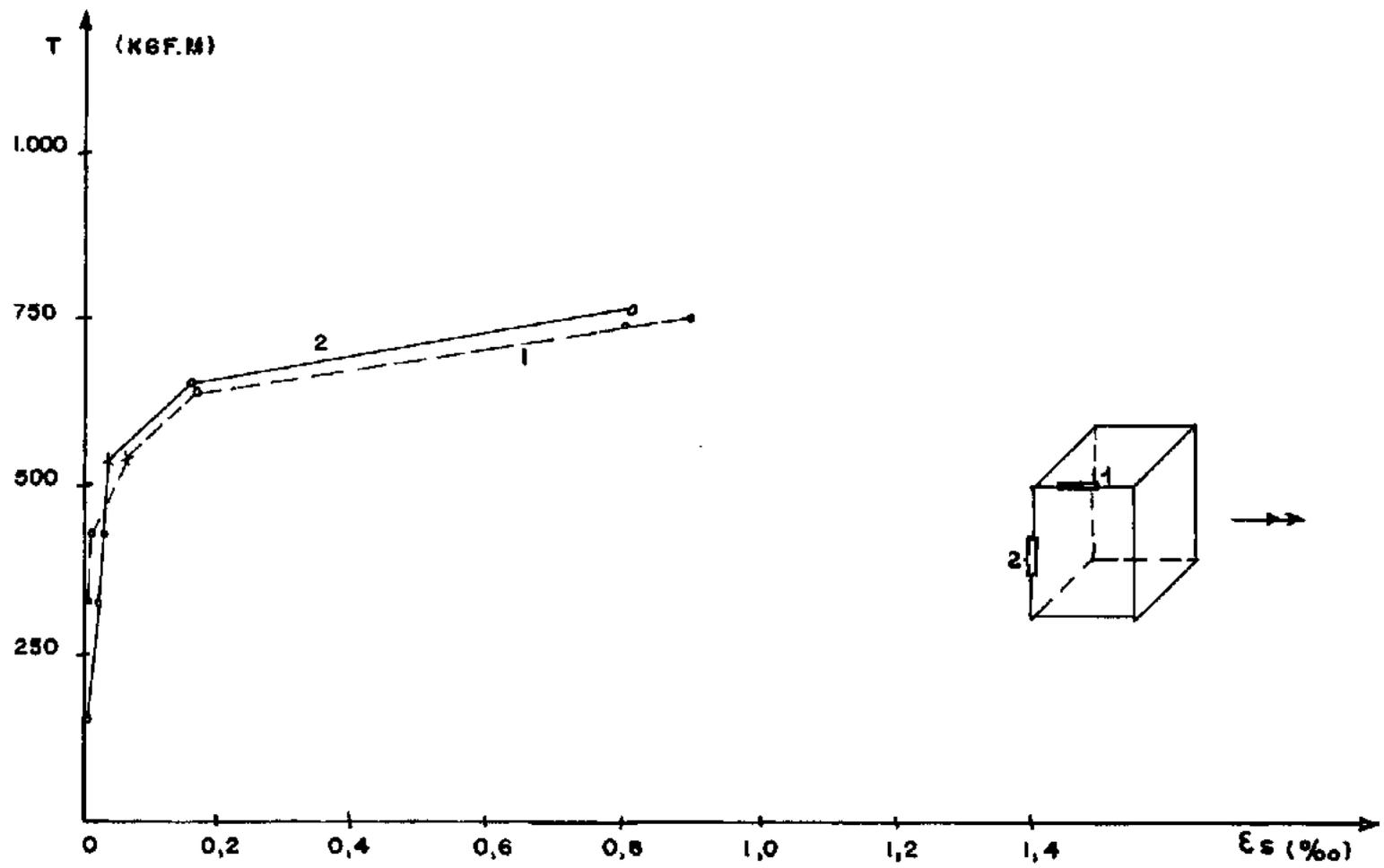


FIG. 4.6 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA B - I

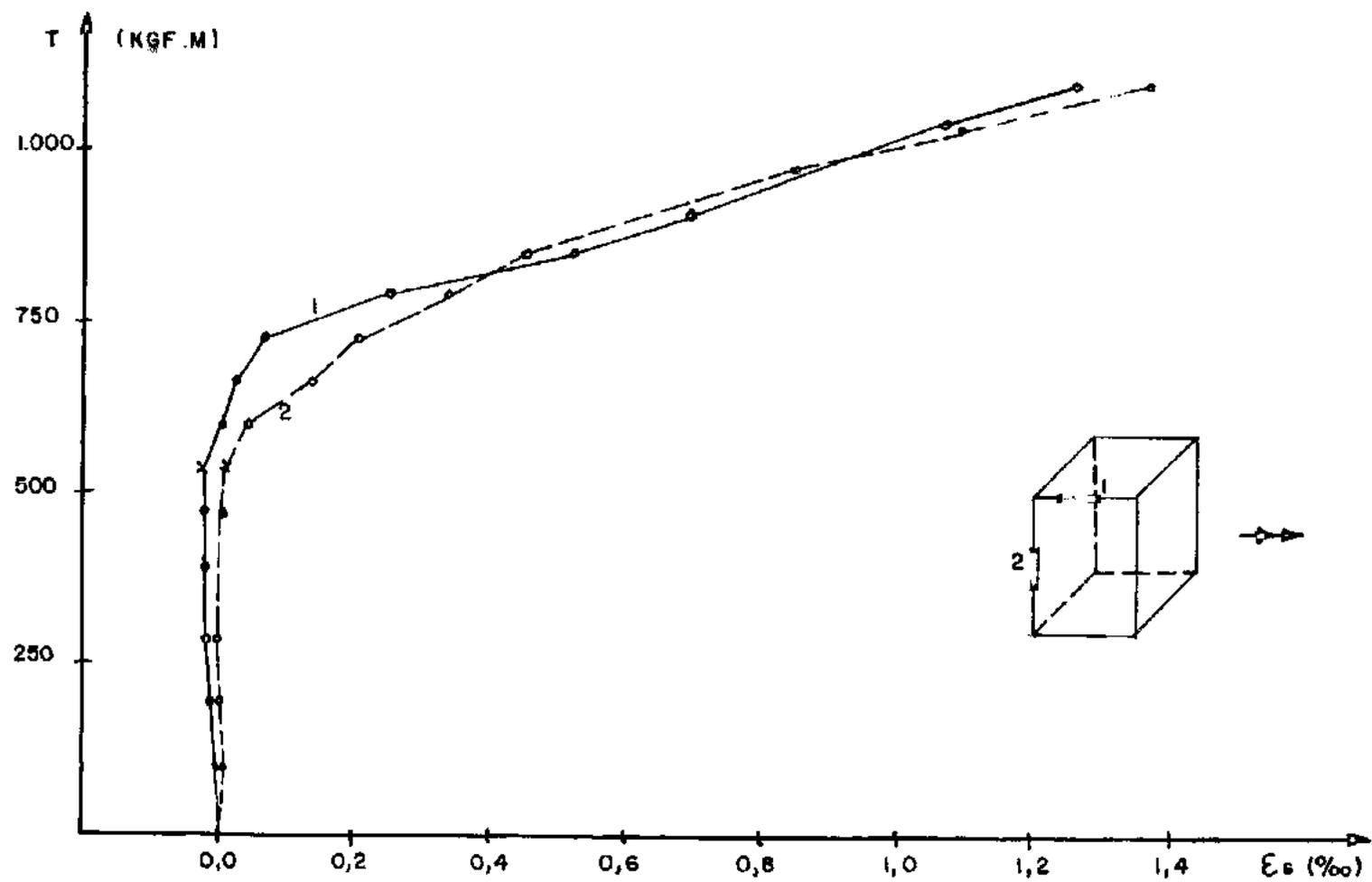


FIG. 4.7 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA B-2

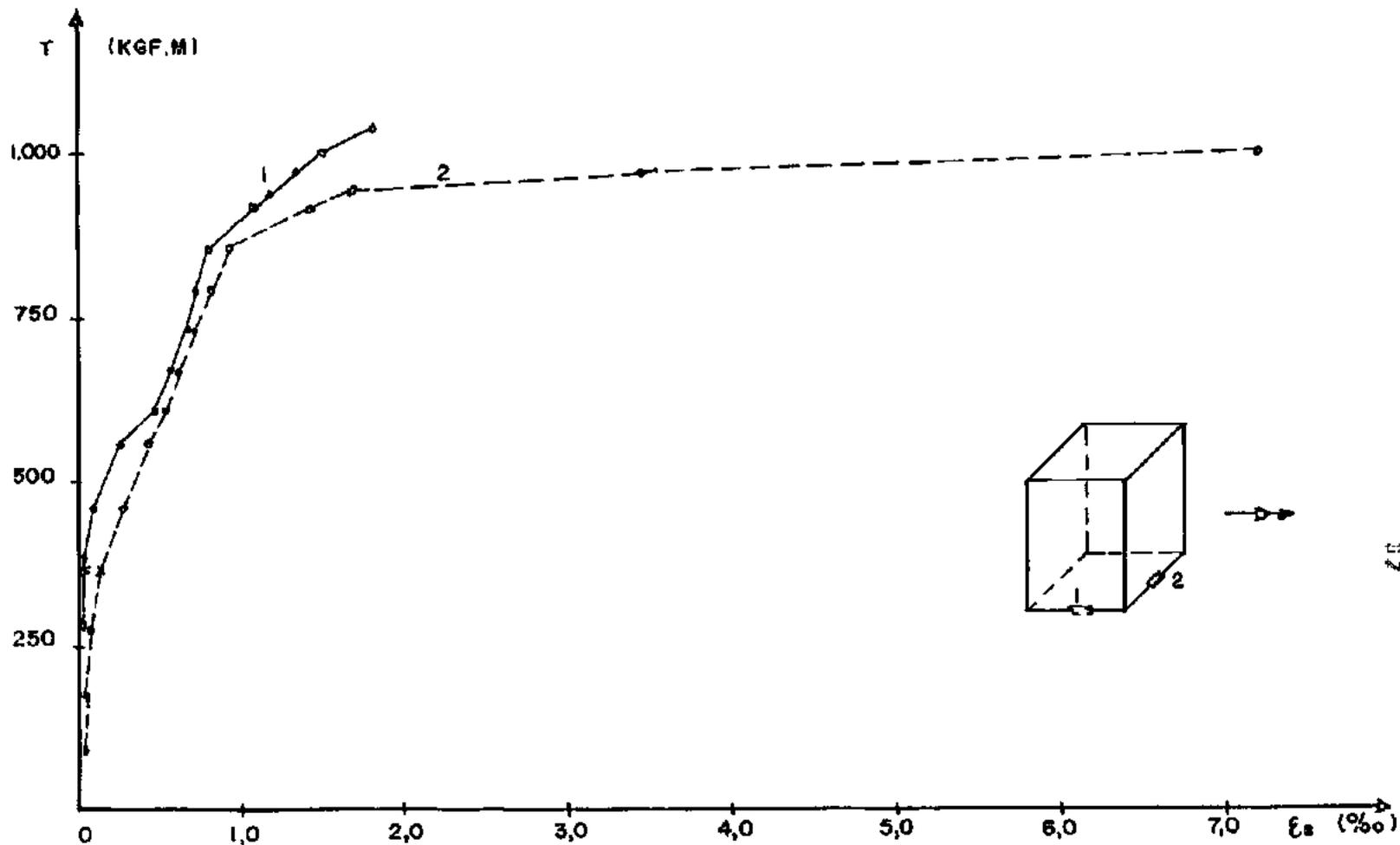


FIG. 4.8 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA - B-3

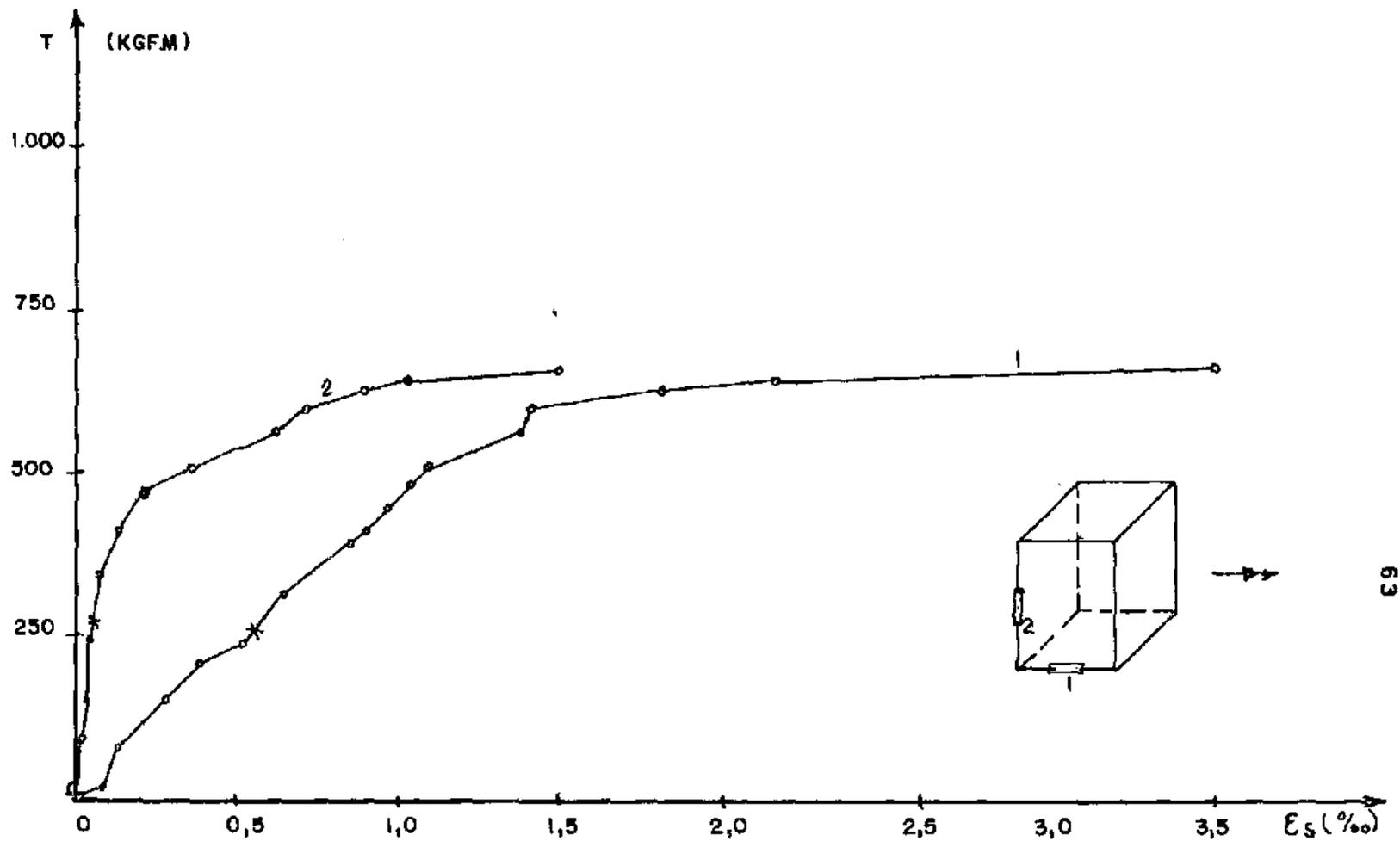
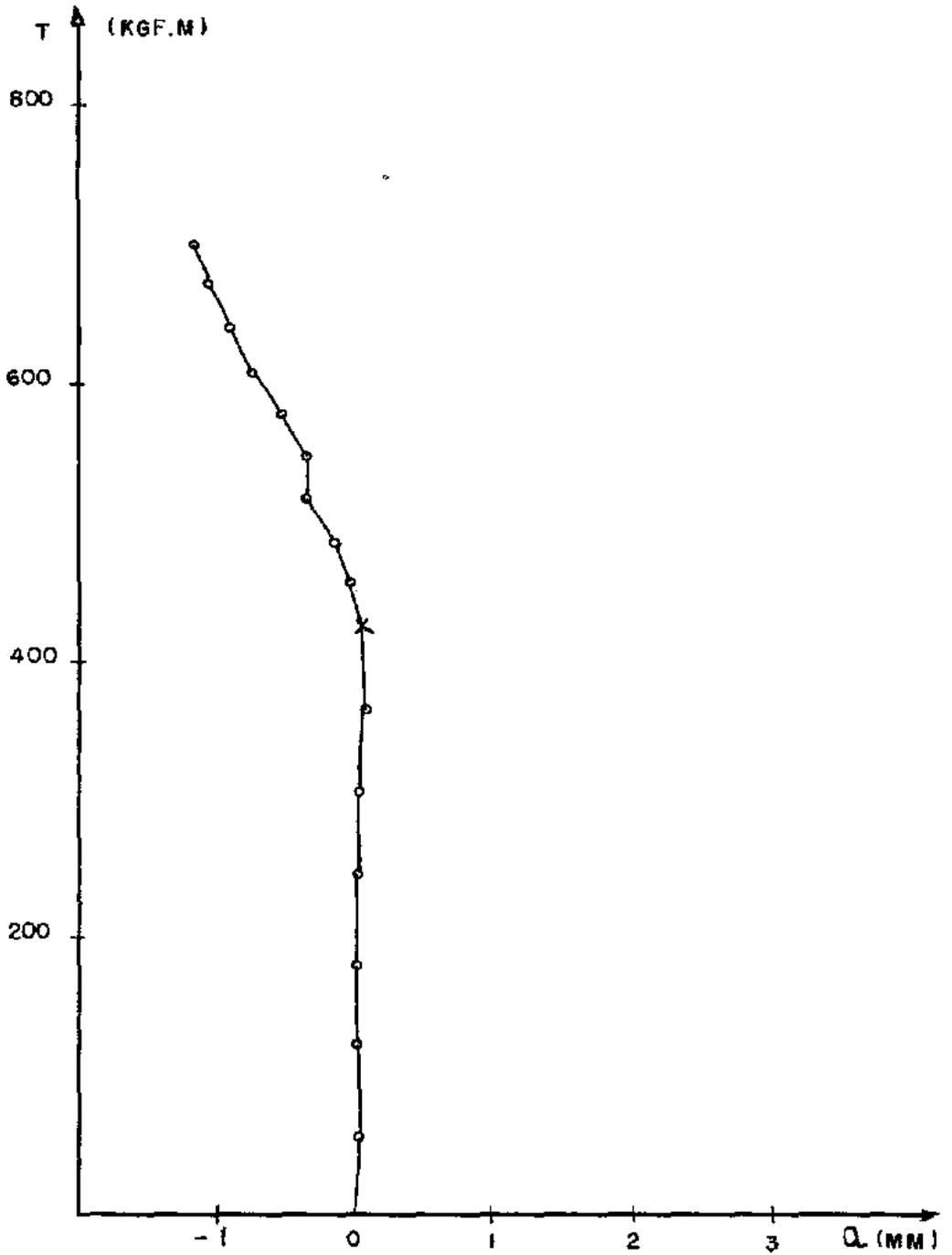


FIG. 4.9 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO — DEFORMAÇÃO DO AÇO"
VIGA B-4



VIGA 4.10 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"
VIGA A-1

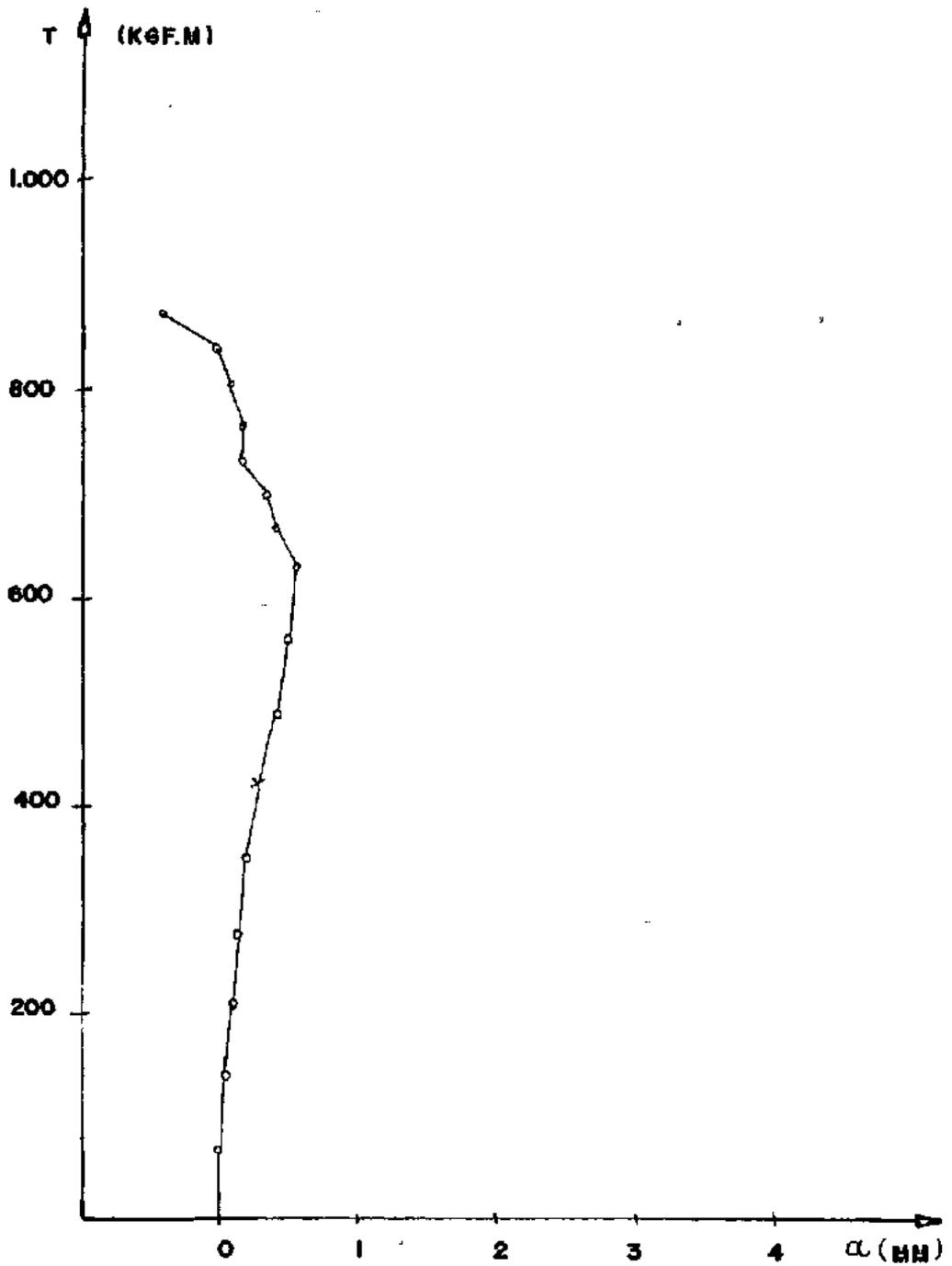


FIG. 4.11 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORCAO - FLECHA"
VIGA A - 2

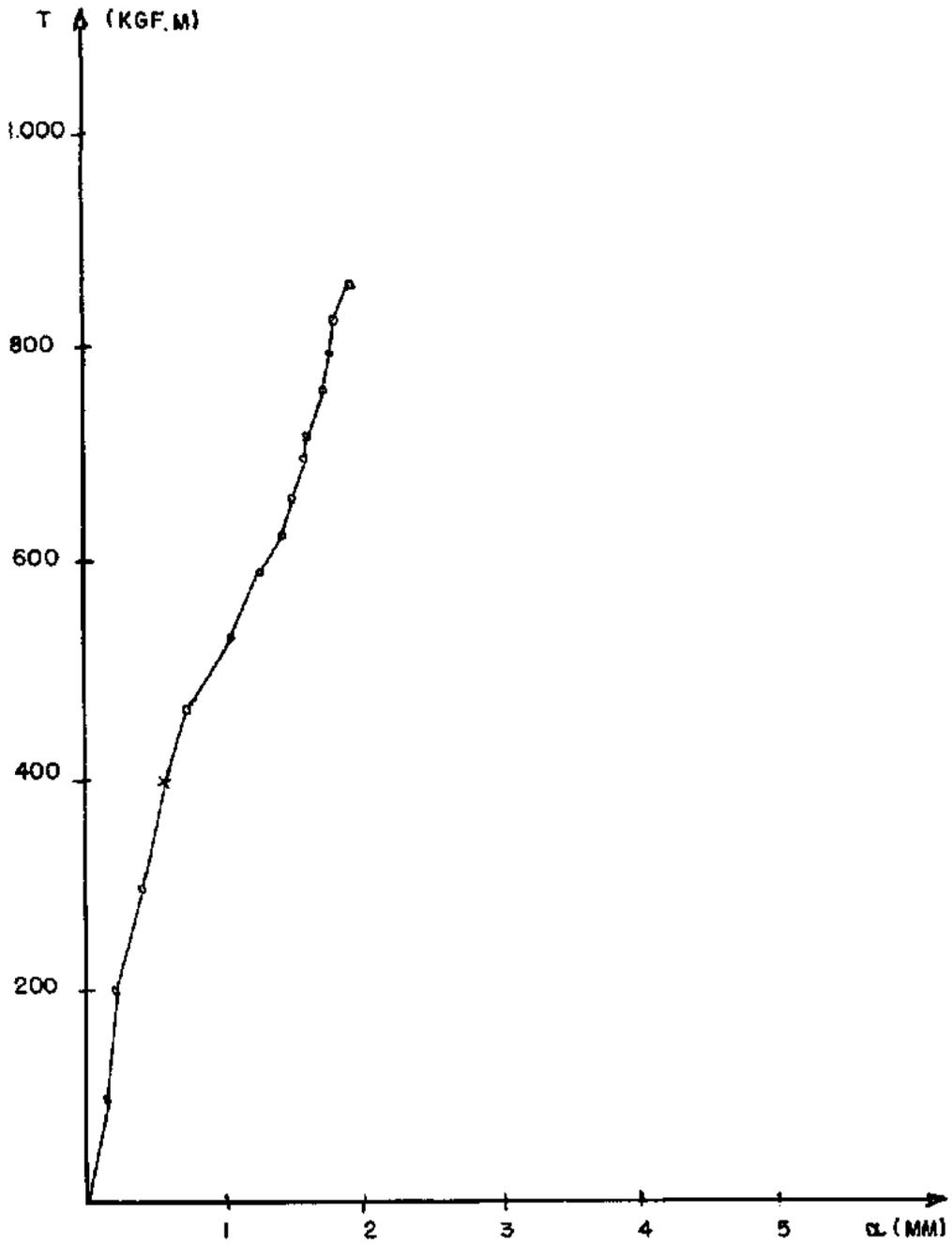


FIG. - 4.12 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"
VIGA A-3

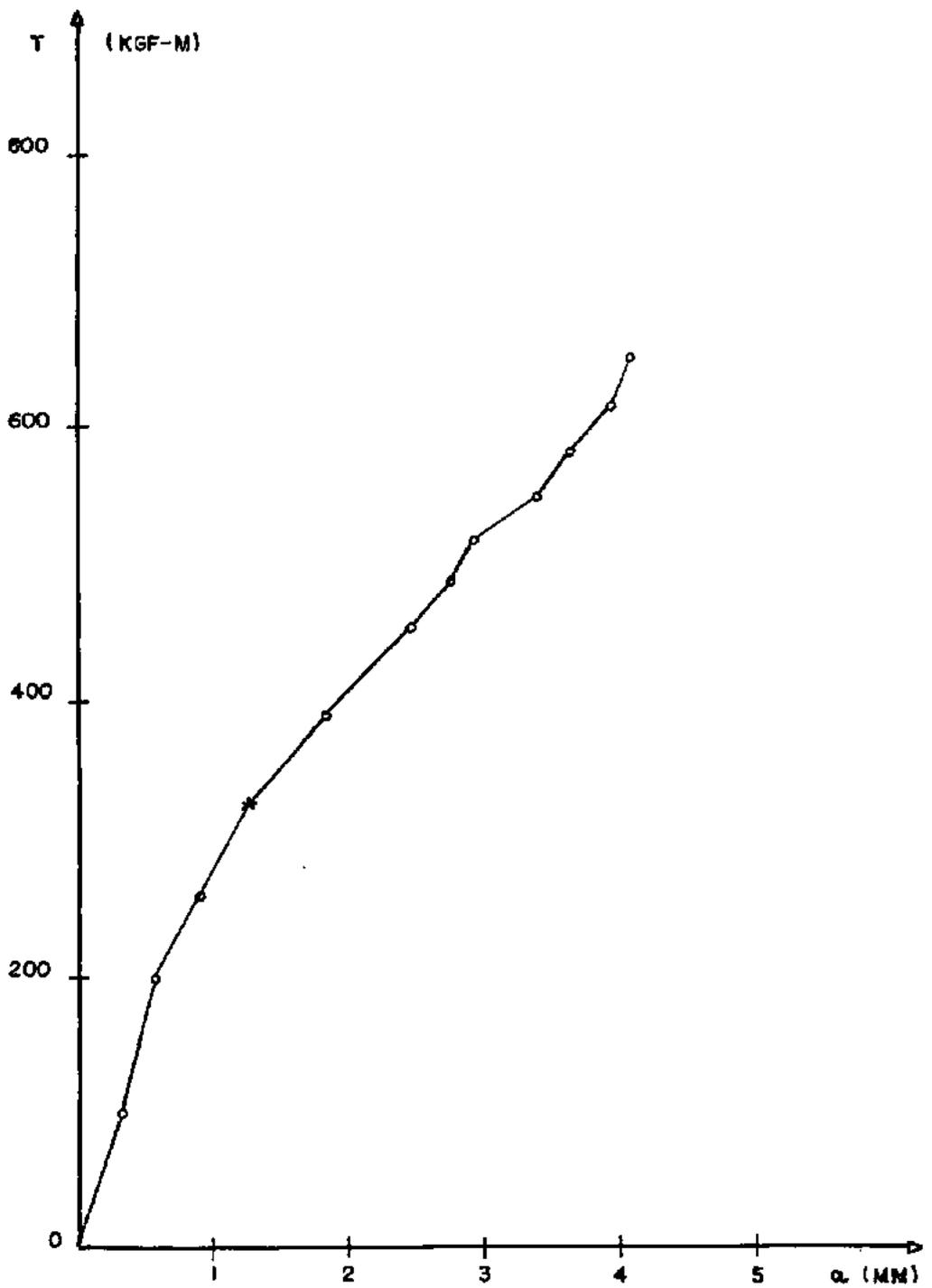


FIG. 4-13 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"

VIGA A - 4

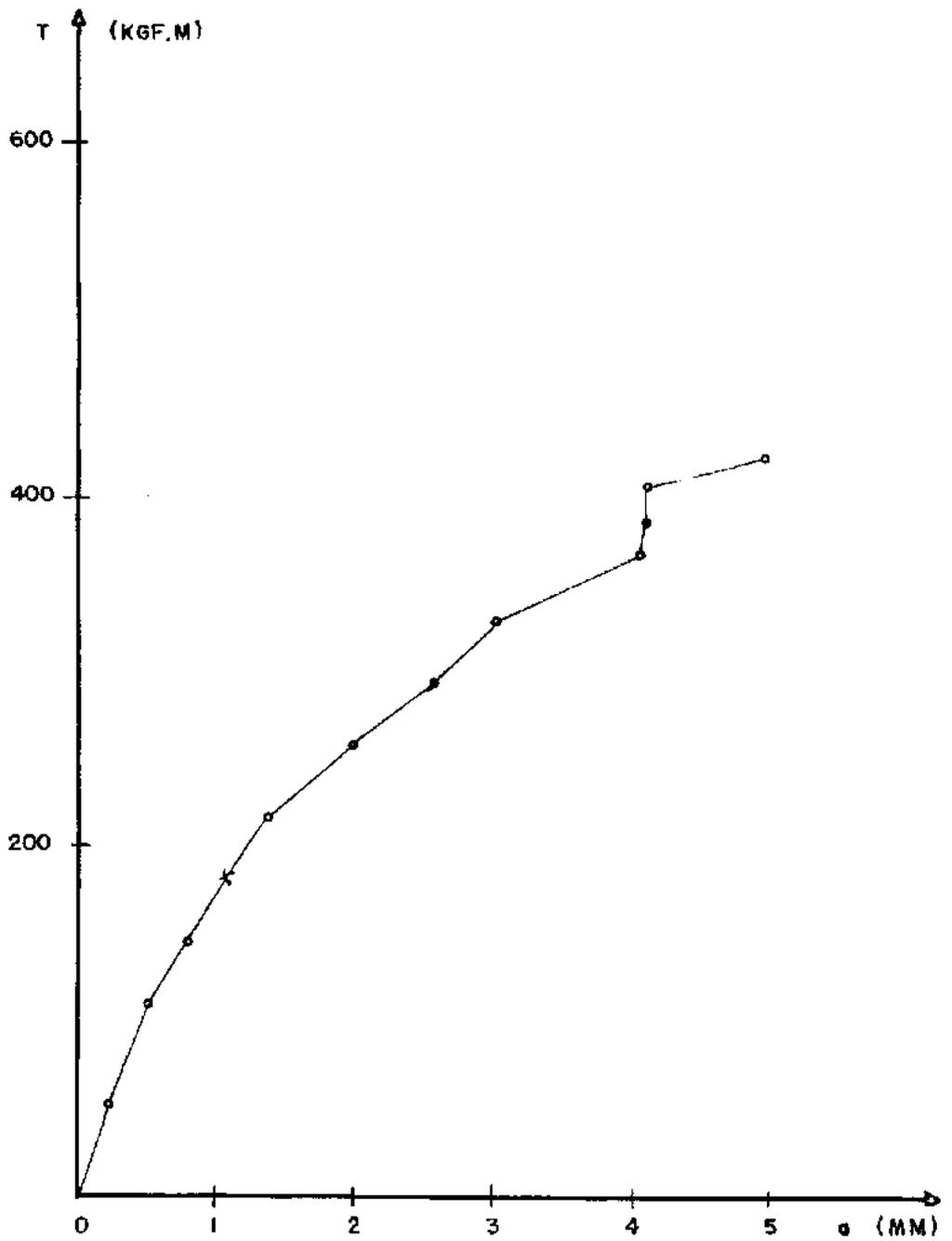


FIG. 4.14 - DIAGRAMA - "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"
VIGA A-5

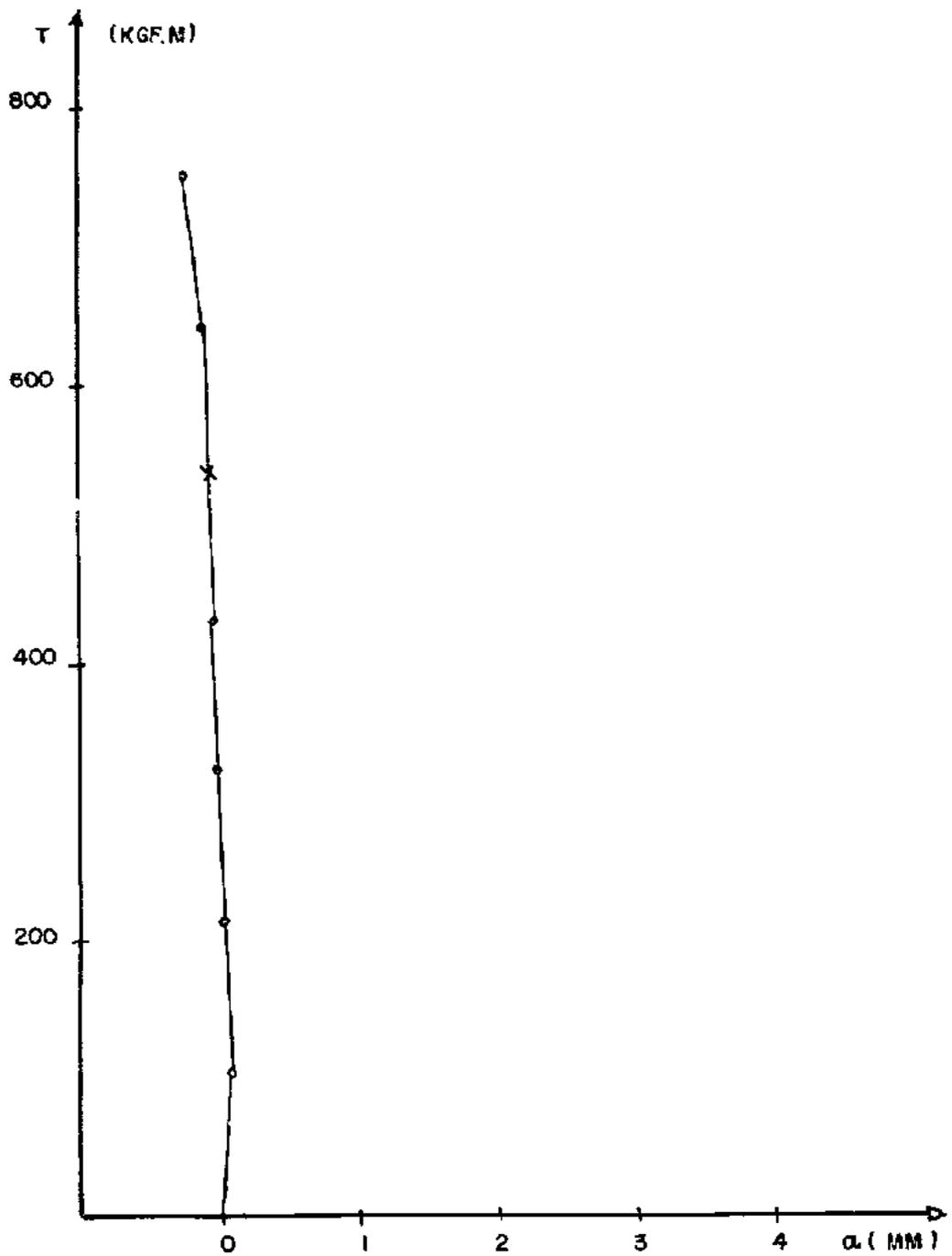


FIG. 4.15 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"

VIGA B-1

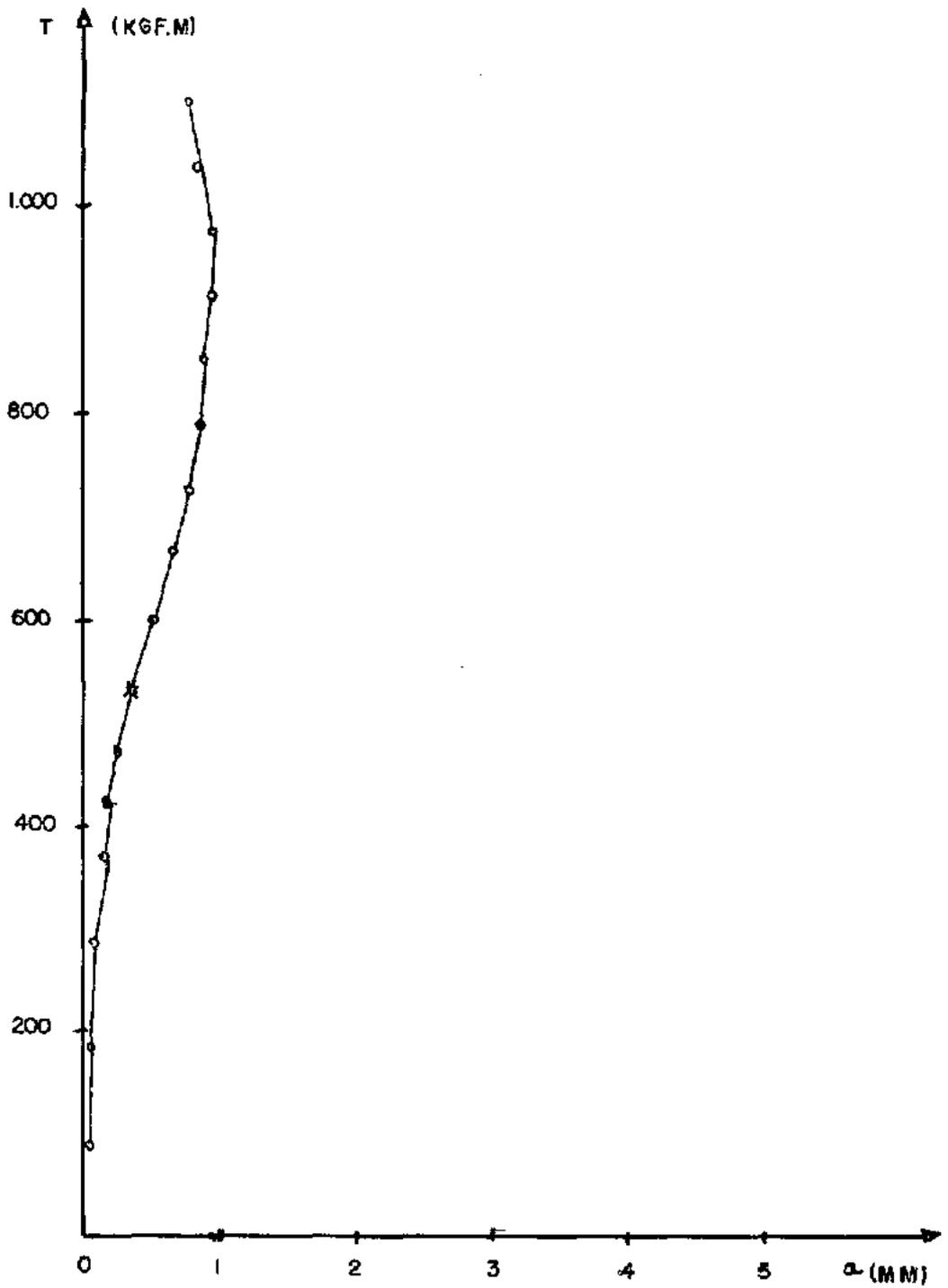


FIG. 4-16 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"
VIGA B-2

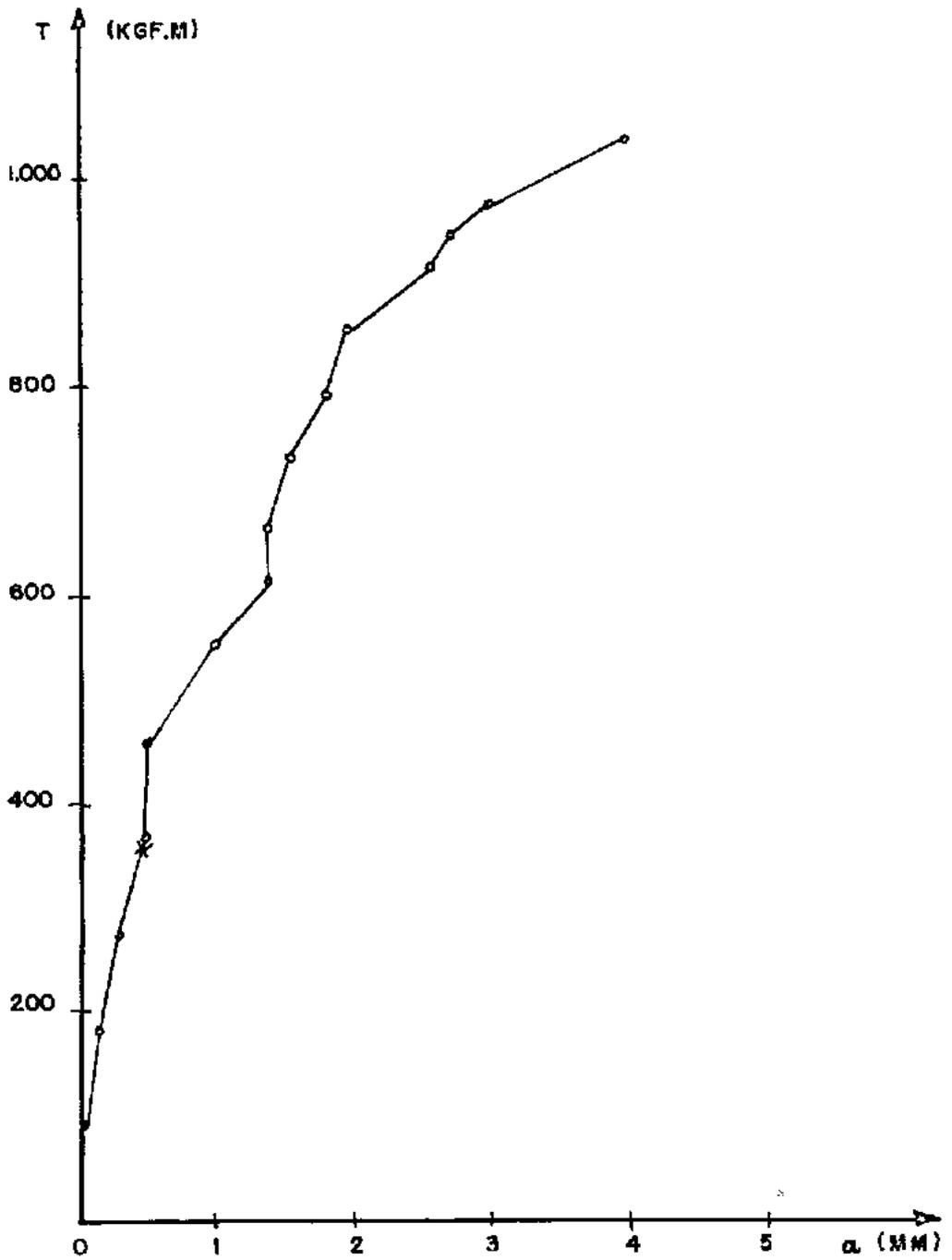


FIG. 4.17 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - FLECHA"
VIGA B-3

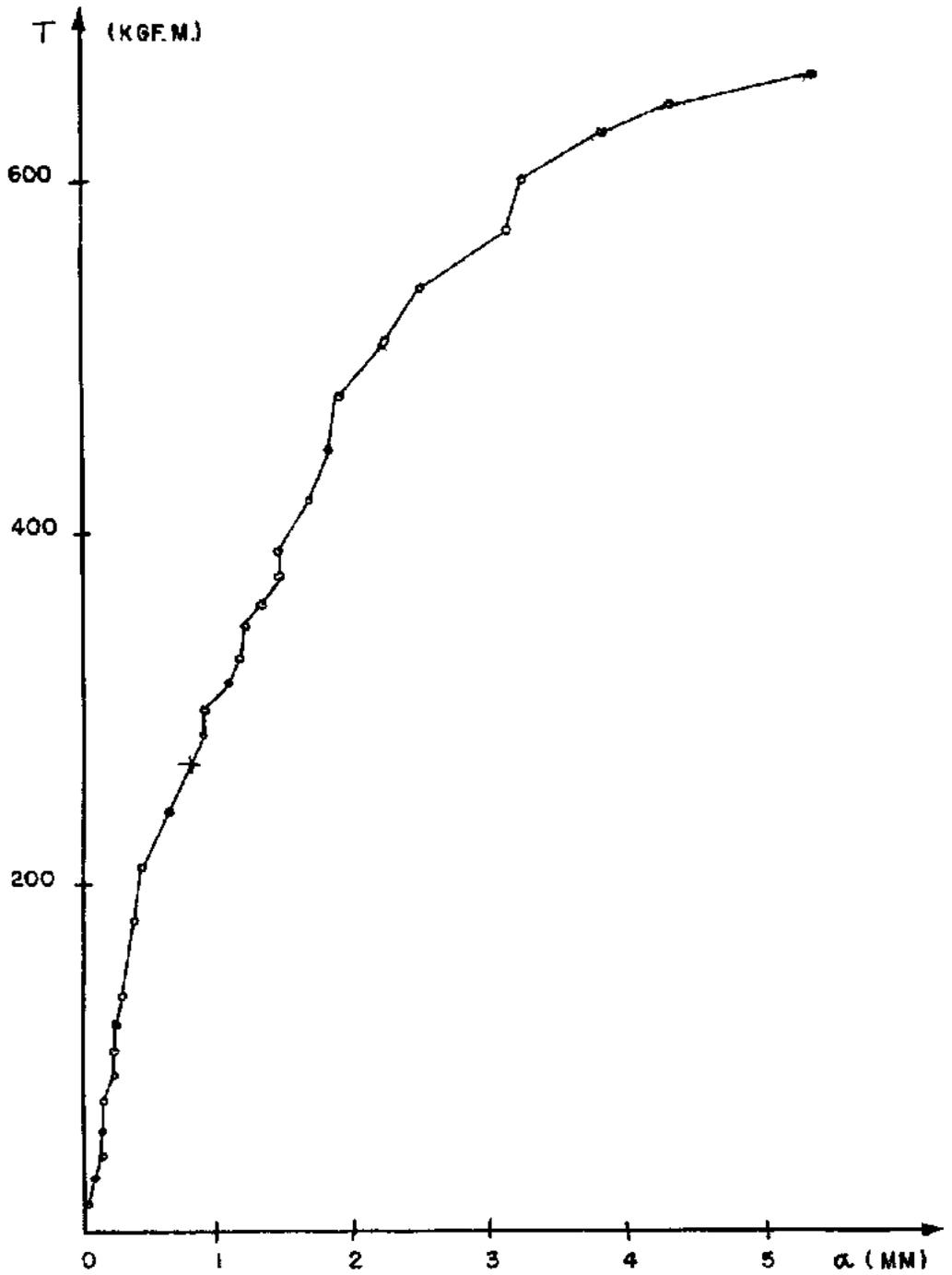


FIG. 4.18 — DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO — FLECHA"
VIGA B-4

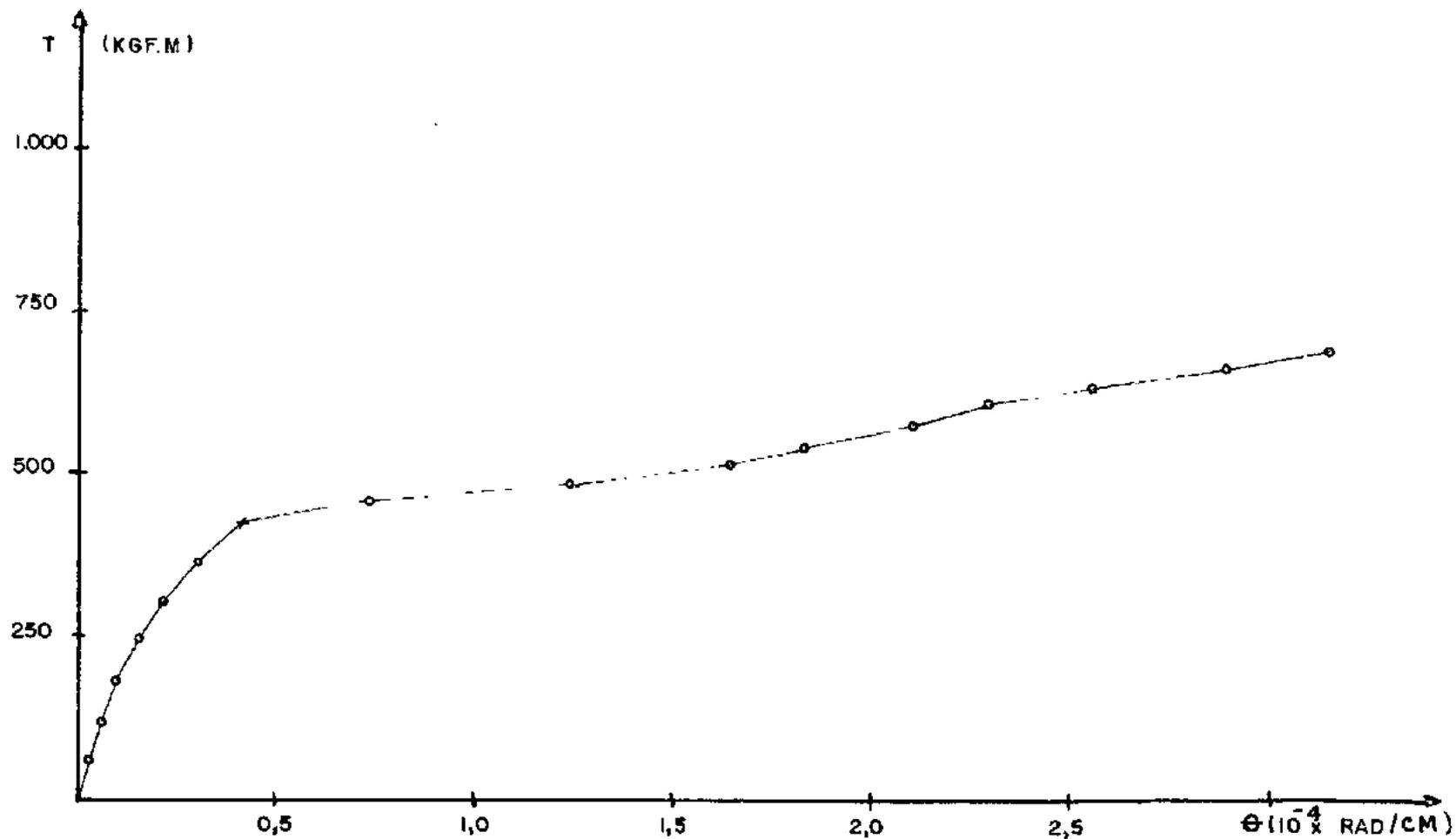


FIG. 4.19 - DIAGRAMA : "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA A-1

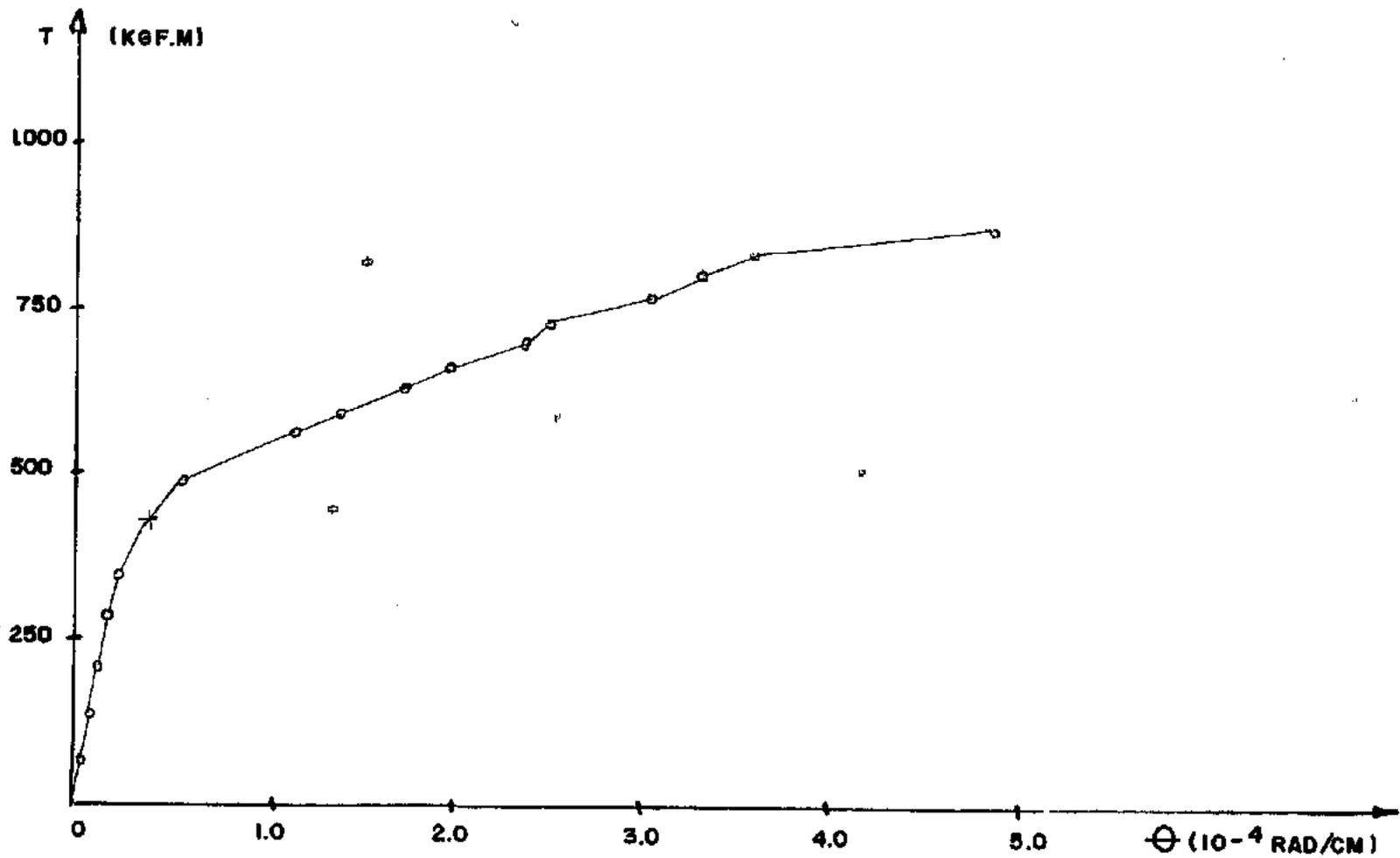


FIG. 4.20 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA A - 2

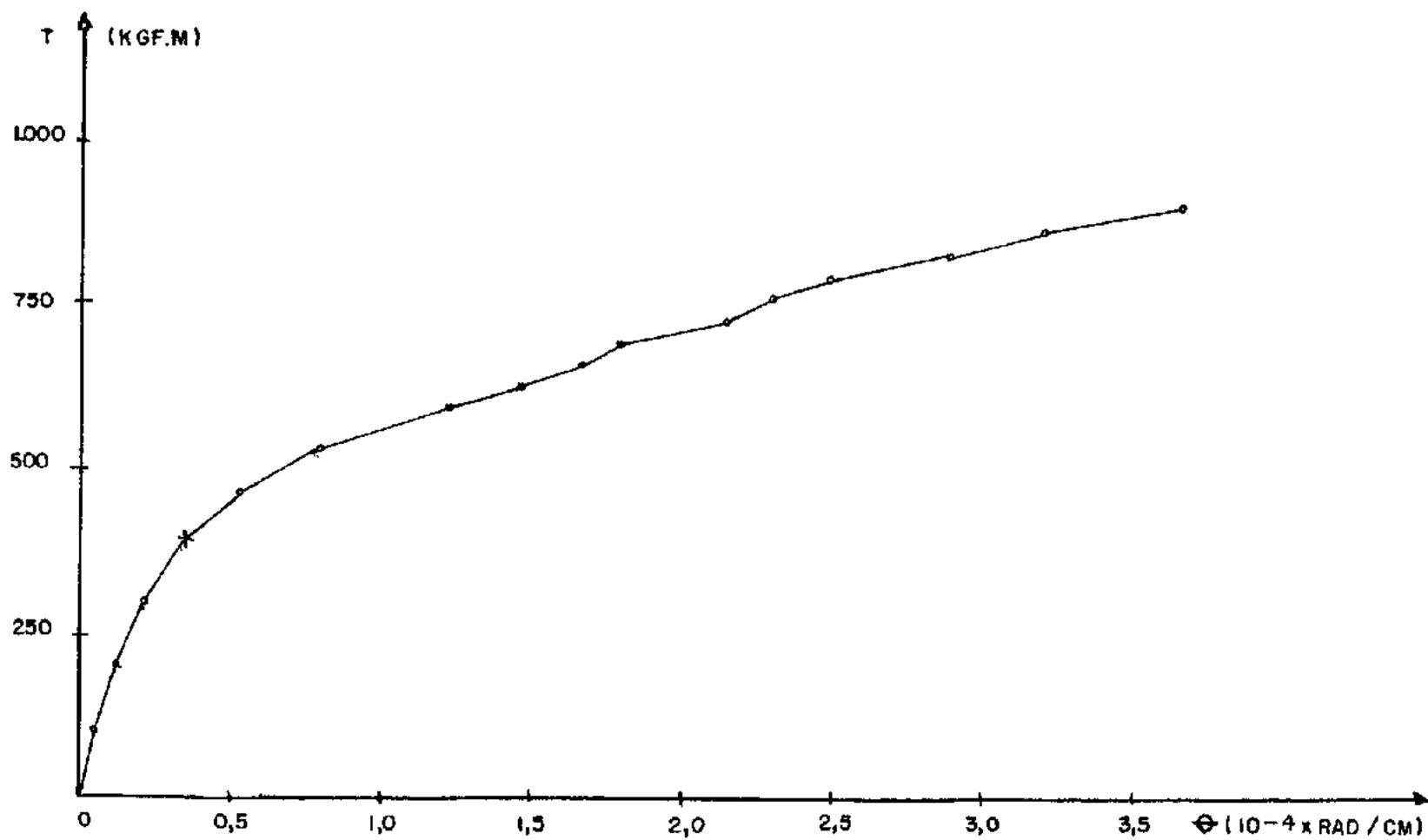


FIG. 4.21 - DIAGRAMA : "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA A-3

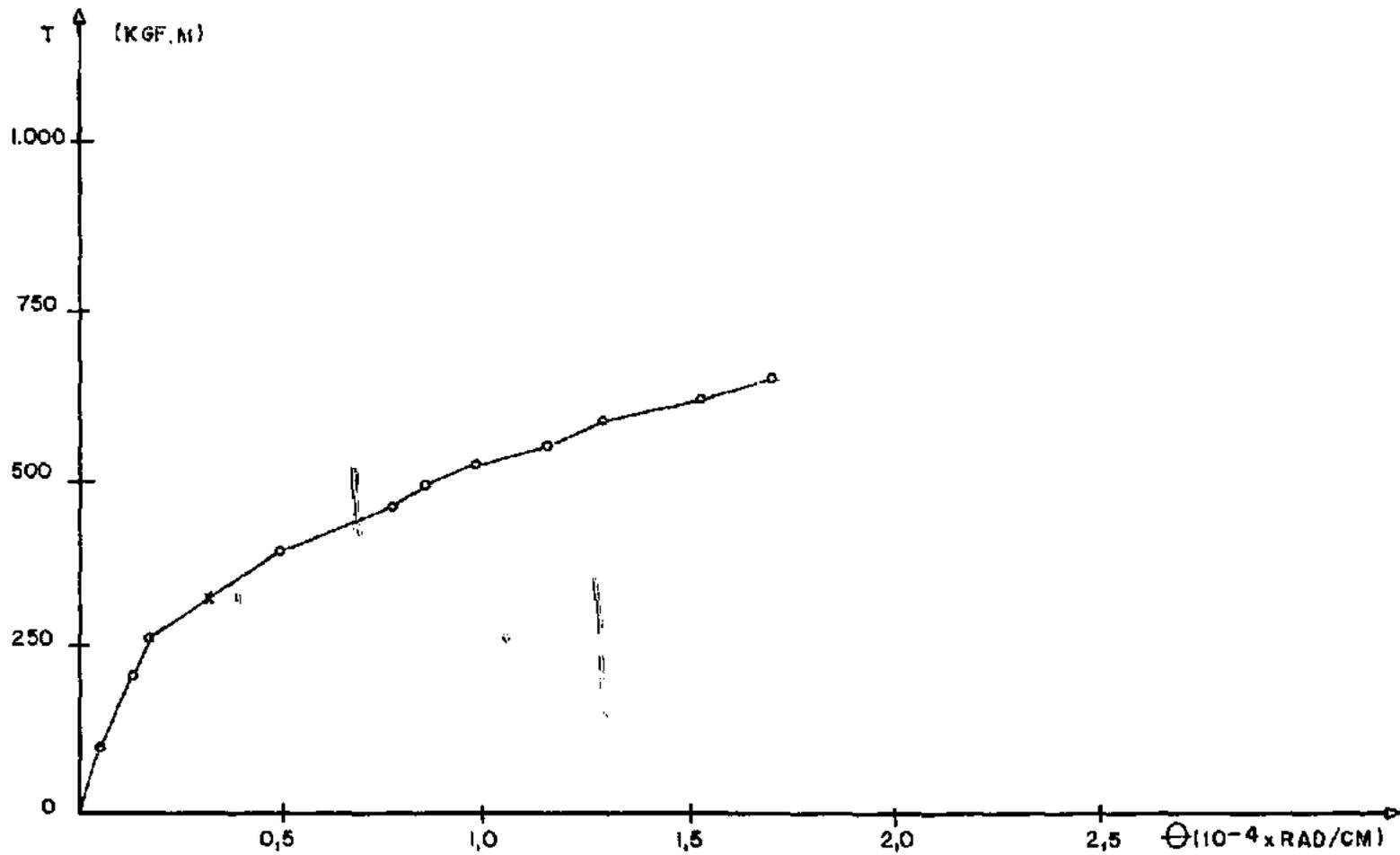


FIG. 4-22 - DIAGRAMA "MOMENTO DE TORÇÃO-ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA A-4

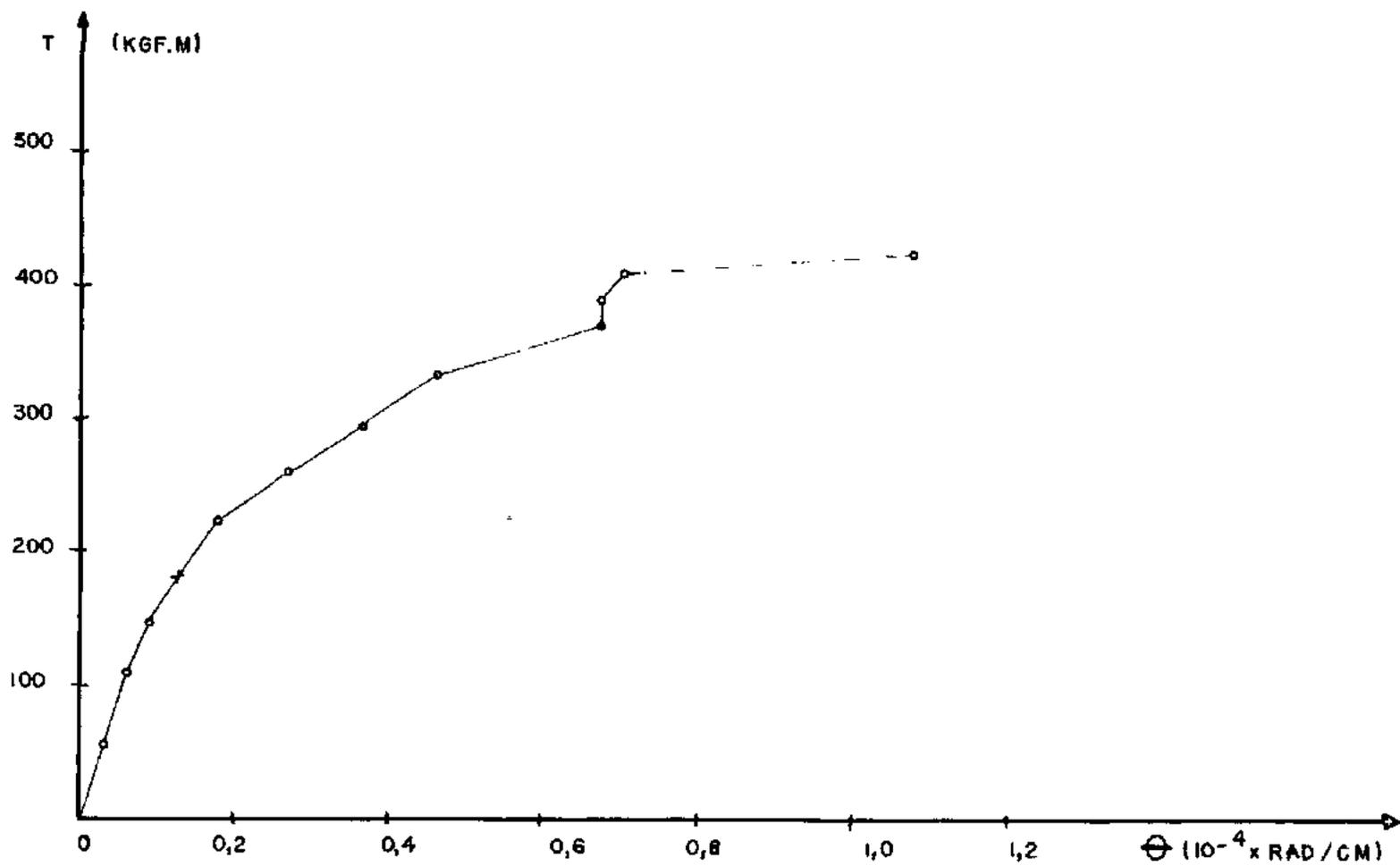


FIG. 4.23- DIAGRAMA - "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA A-5

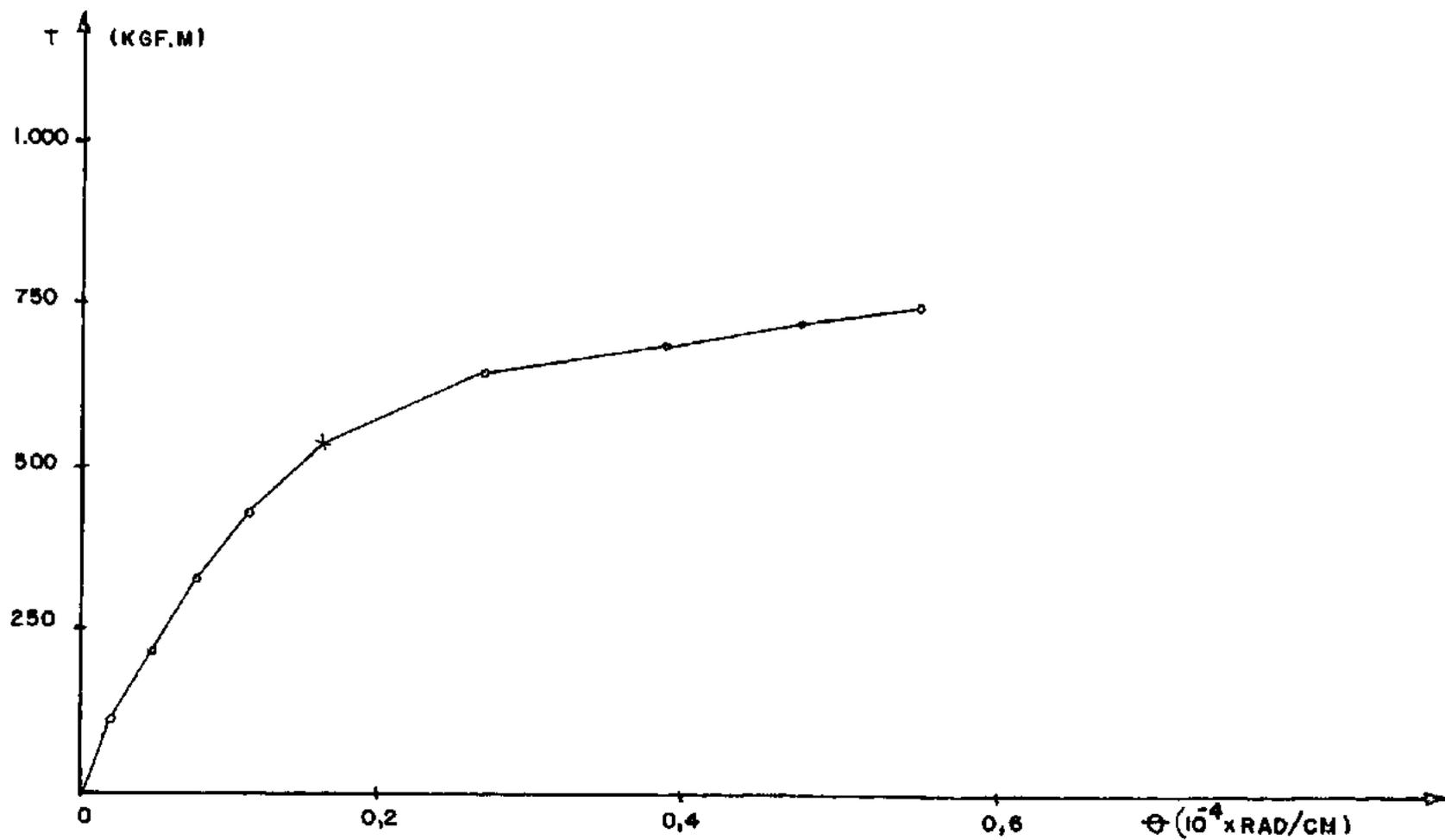


FIG. 4.24 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA B-1

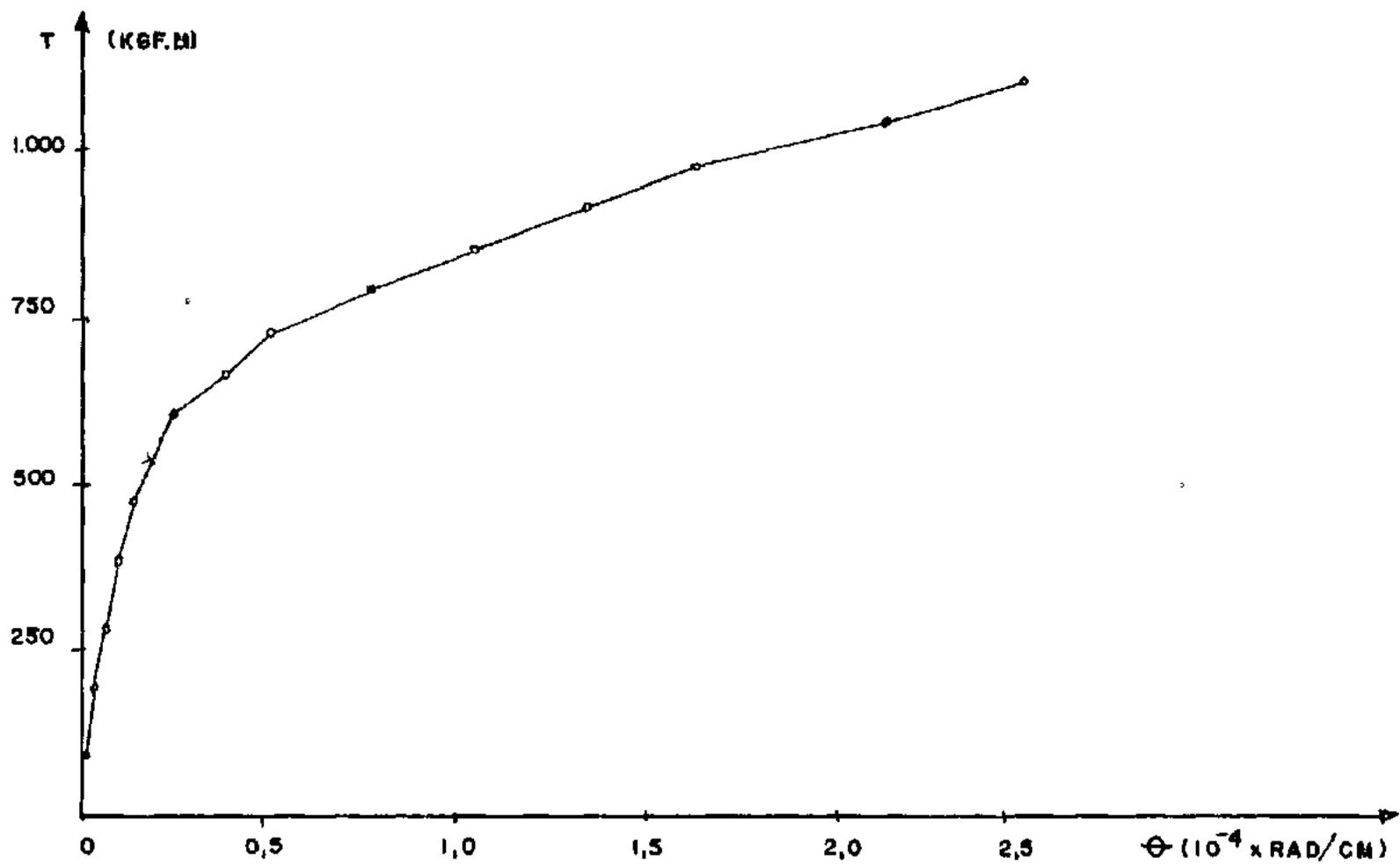


FIG. 4.25 - DIAGRAMA - "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA B-2

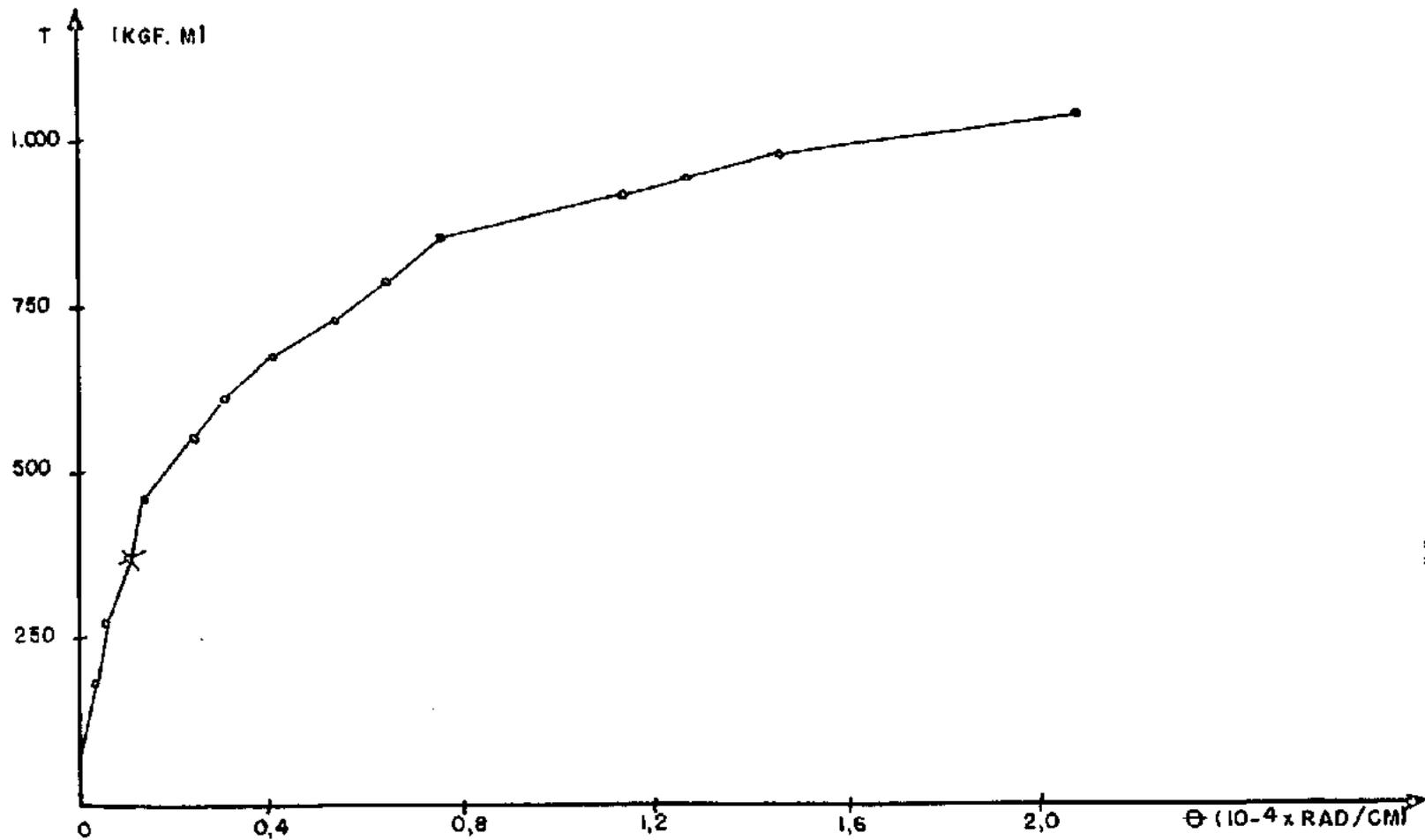


FIG. 4.26 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA B-3

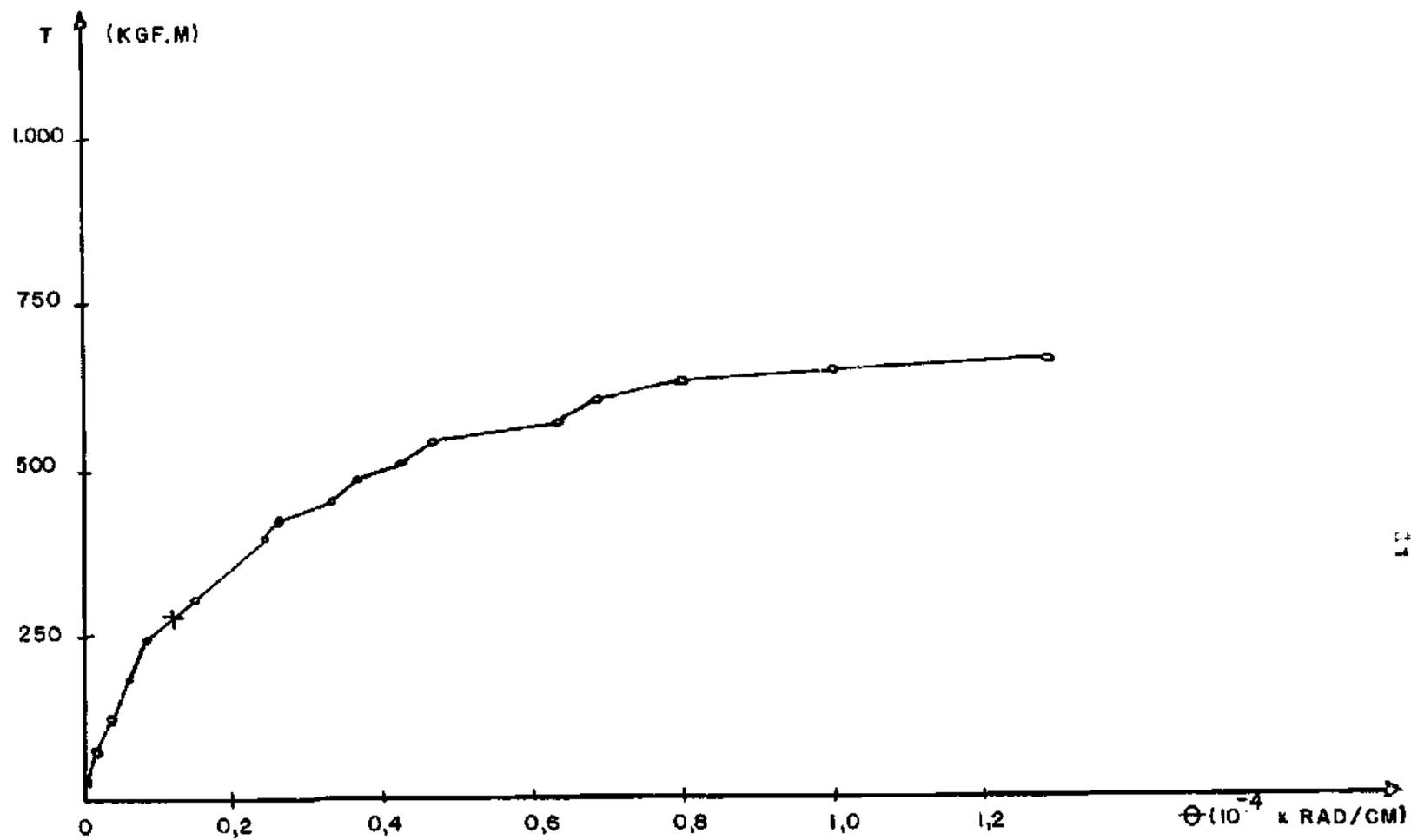


FIG. 4.27 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - ÂNGULO DE TORÇÃO"
VIGA B-4

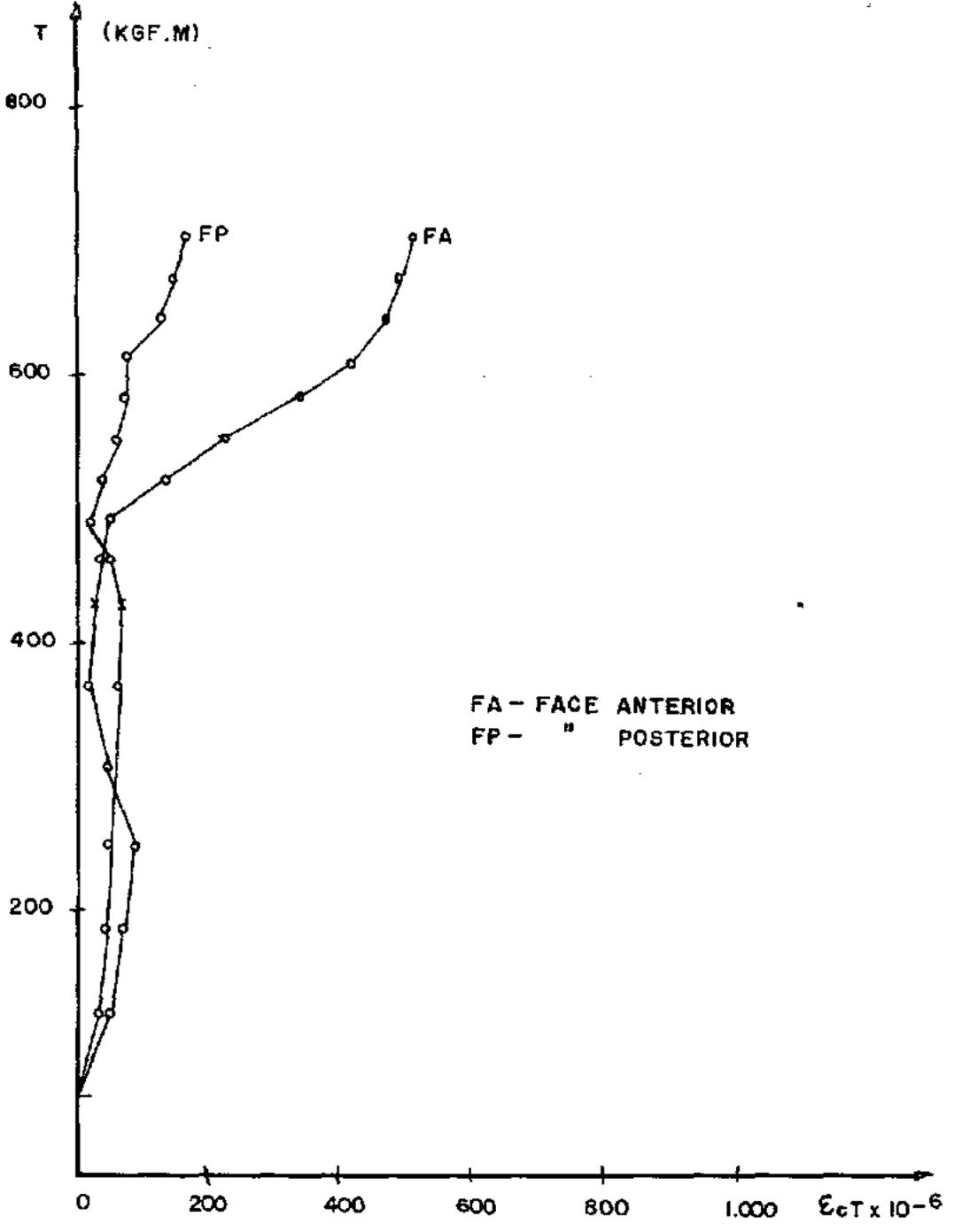


FIG. 4-28 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO DEFORMAÇÃO PRINCIPAL DE TRAÇÃO DO CONCRETO."
VIGA A-1

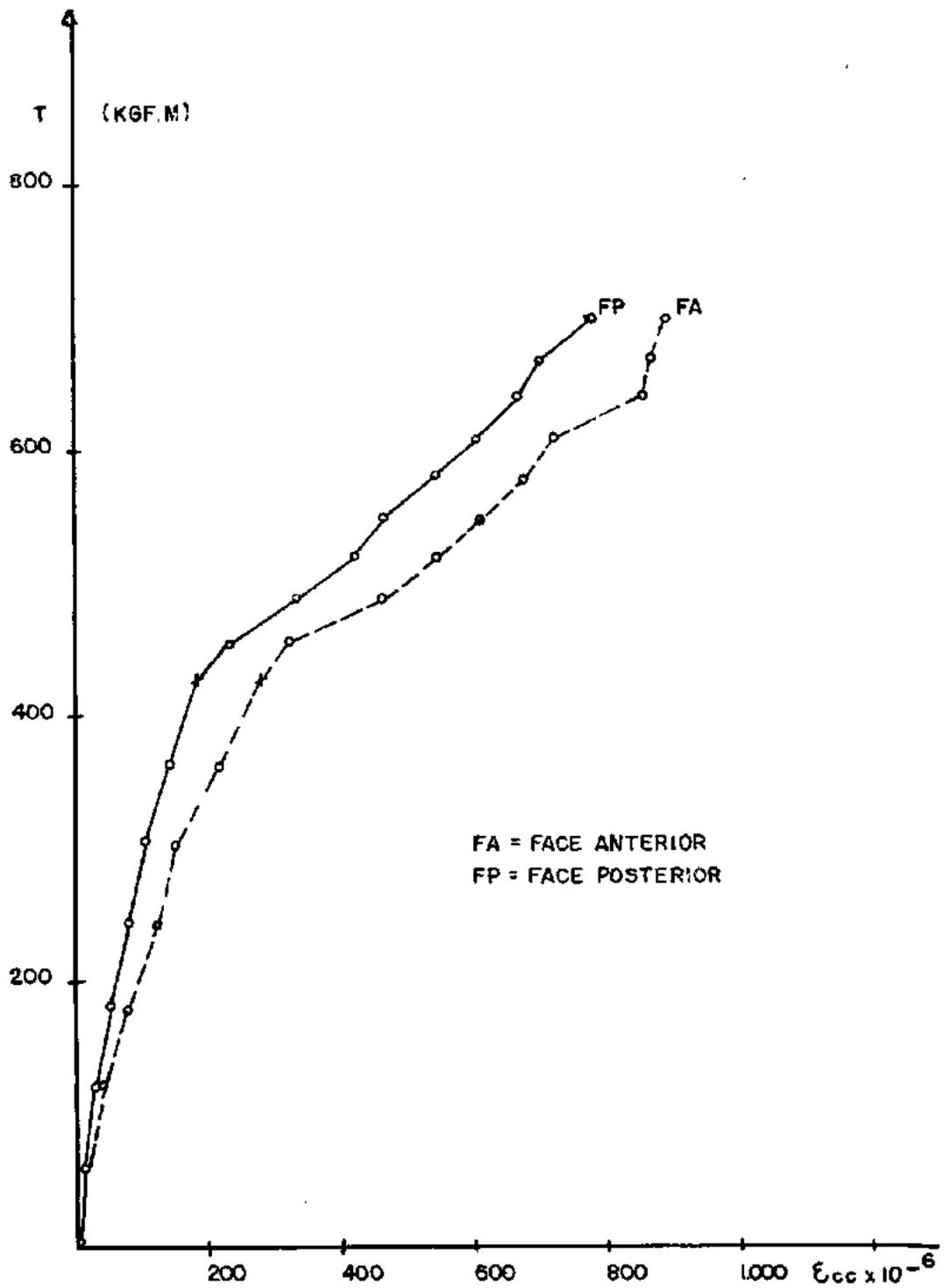


FIG. 4-29 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO PRINCIPAL DE COMPRESSÃO DO CONCRETO."
VIGA A-1

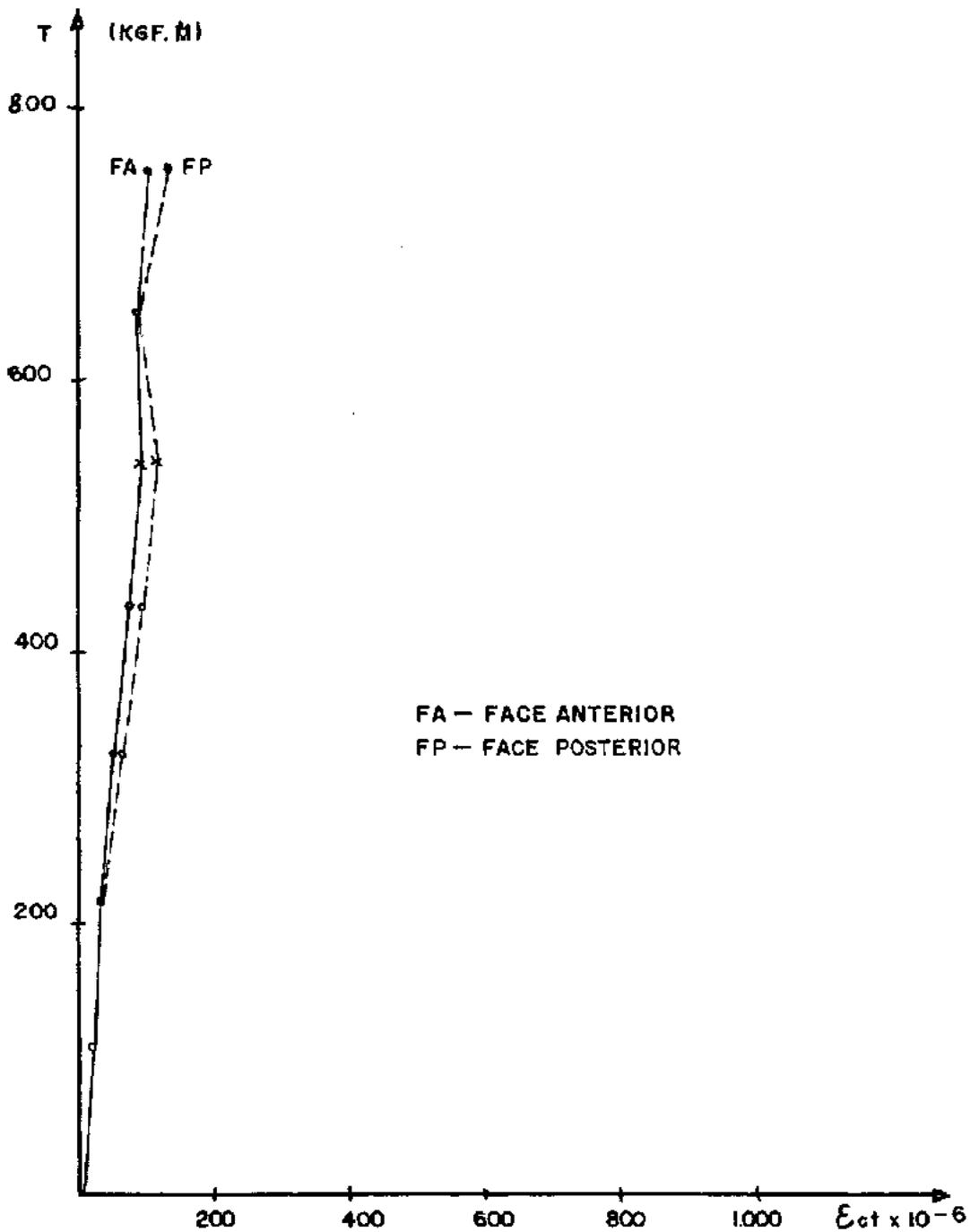


FIG. 4.30 - DIAGRAMA - "MOMENTO DE TORÇÃO - DEFORMAÇÃO PRINCIPAL DE TRAÇÃO DO CONCRETO"

VIGA B-1

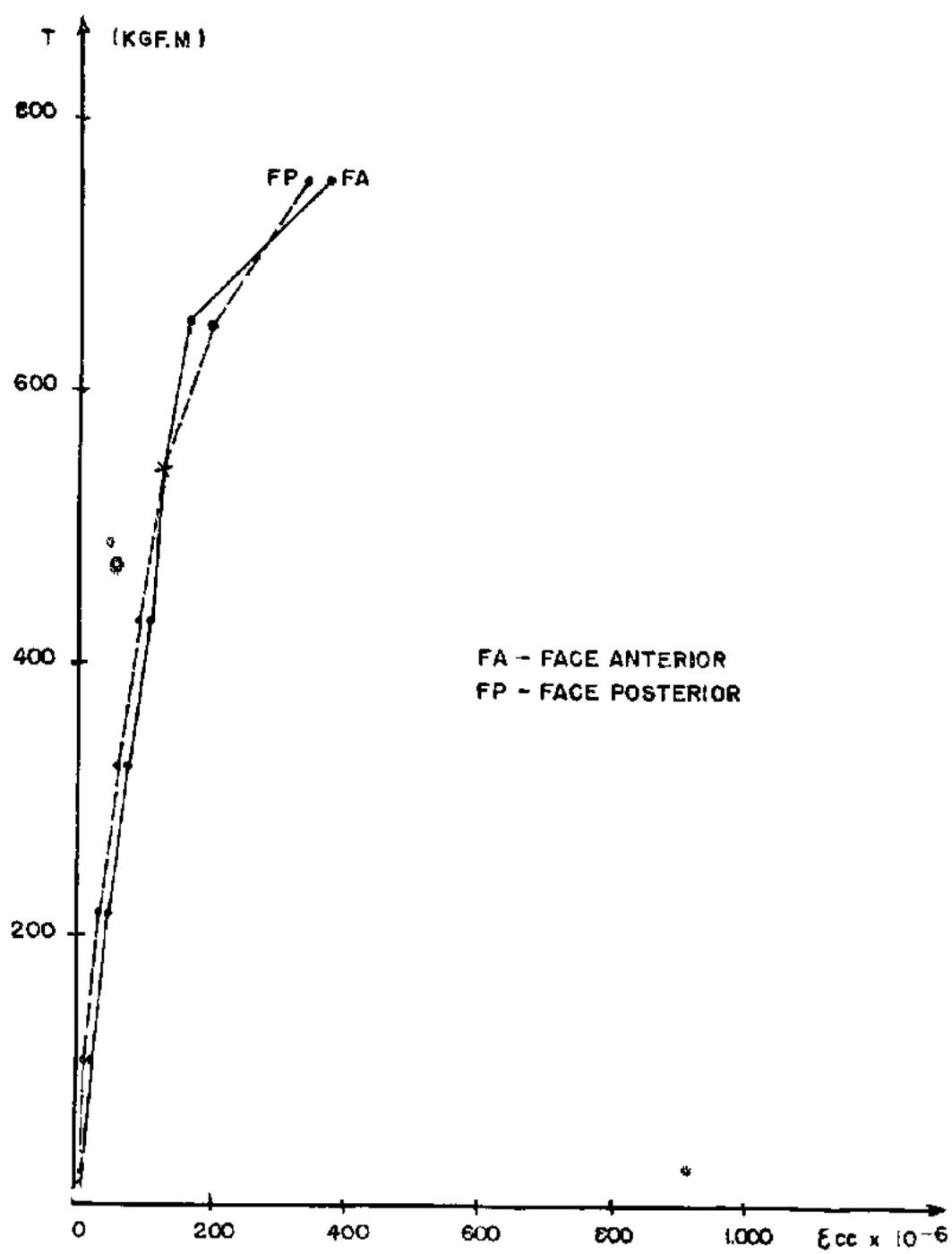


FIG. 4.31 - DIAGRAMA: "MOMENTO DE TORÇÃO — DEFORMAÇÃO PRINCIPAL DE COMPRESSÃO DO CONCRETO"
VIGA B-1

● PONTOS EXPERIMENTAIS

○ PONTOS TEORICOS

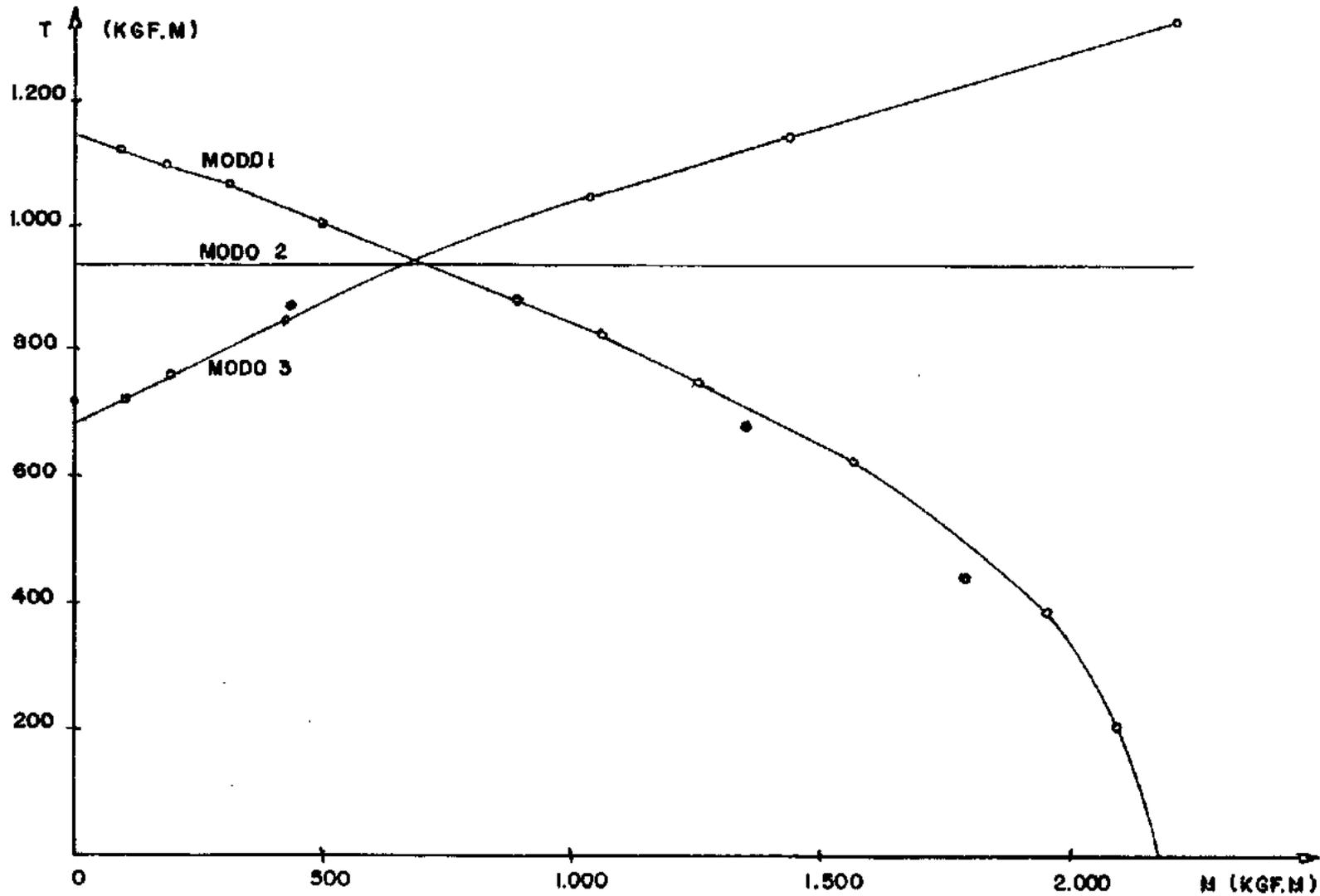


FIG. 4.32 - DIAGRAMA DE INTERAÇÃO TORÇÃO - FLEXÃO GRUPO A

- PONTOS EXPERIMENTAIS
- PONTOS TEORICOS

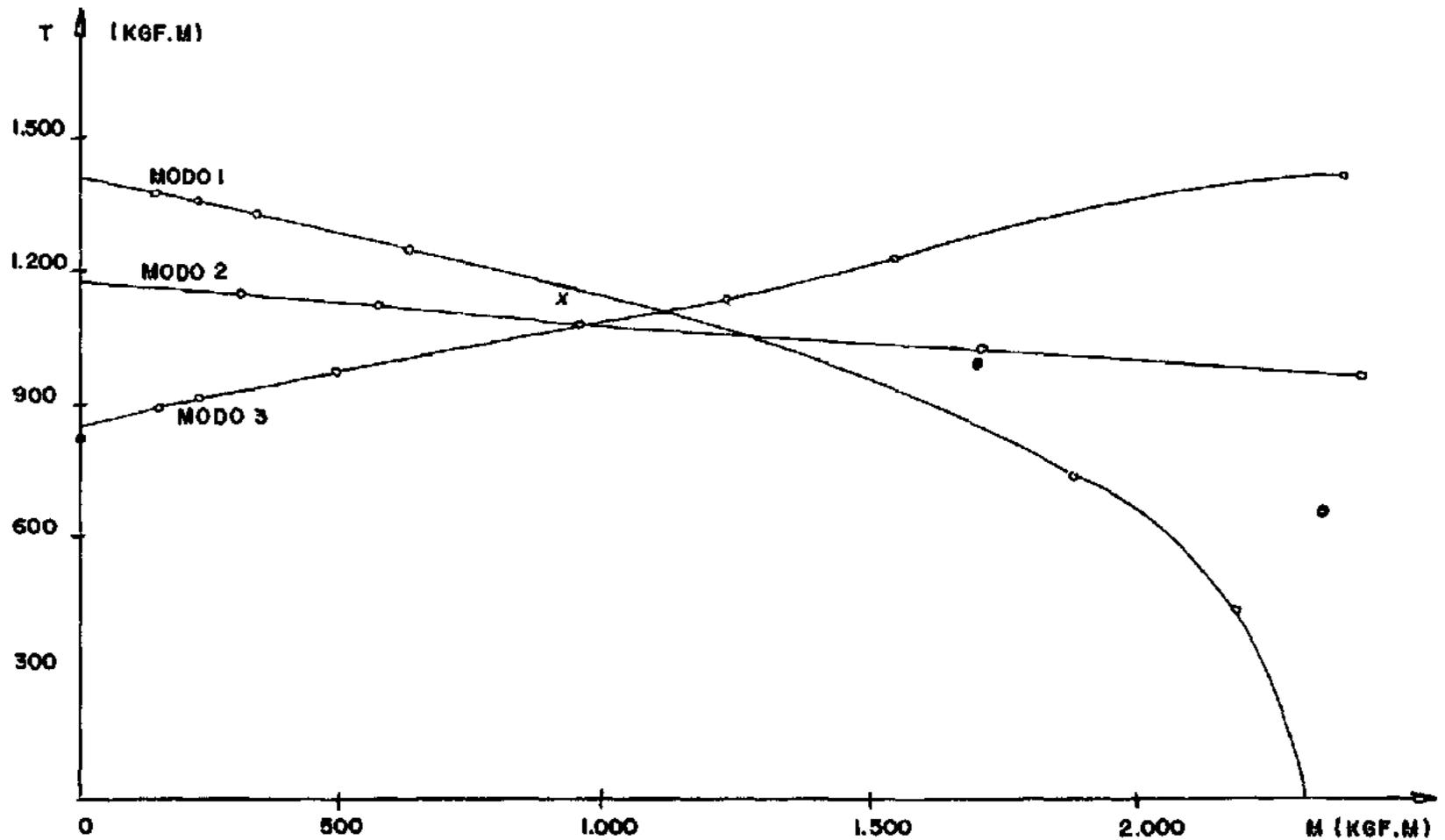


FIG. 4.33 — DIAGRAMA DE INTERAÇÃO - TORÇÃO FLEXÃO
GRUPO B

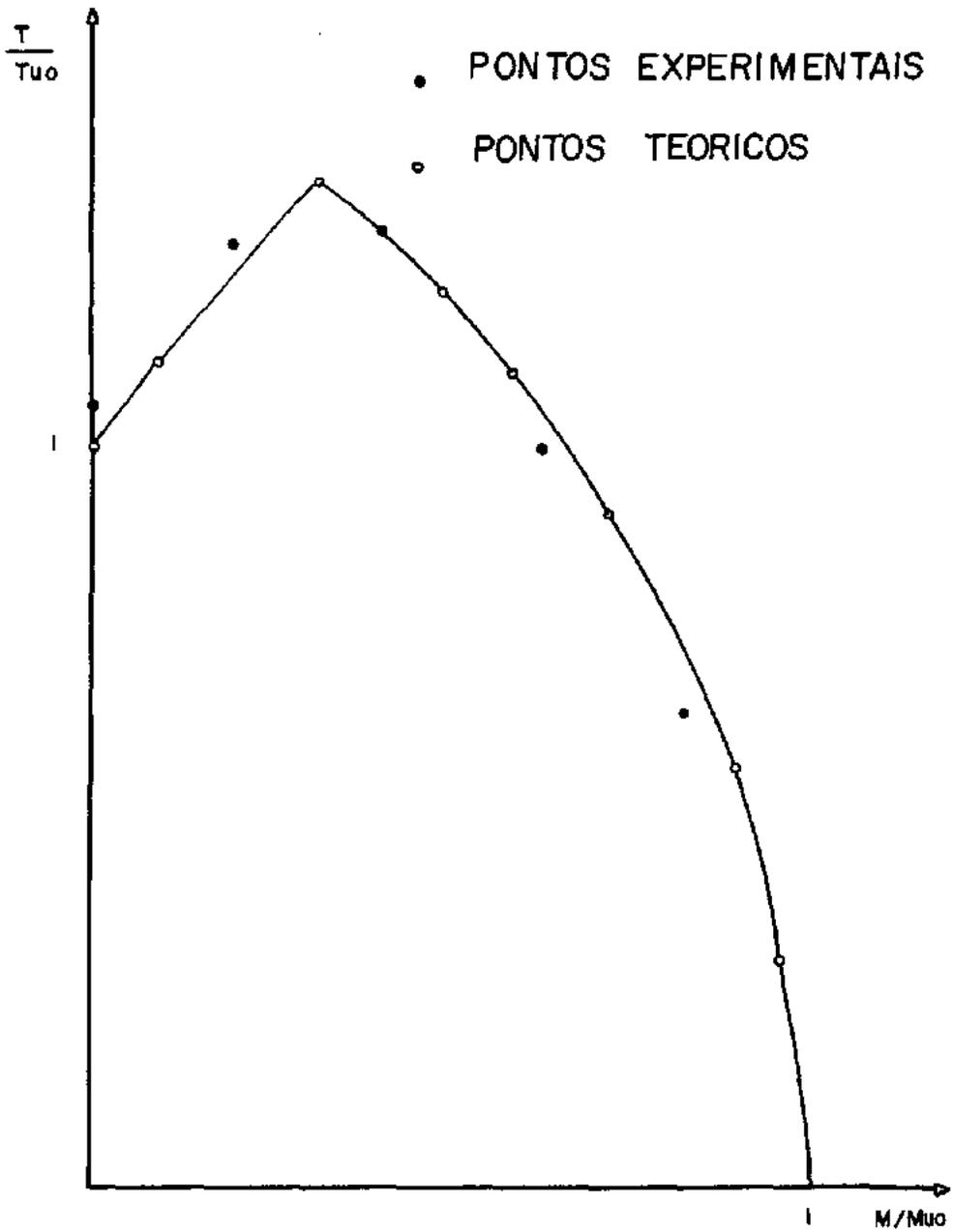


FIG. 4.34 - DIAGRAMA DE INTERAÇÃO TORÇÃO-FLEXÃO
 NA FORMA ADIMENSIONAL - VIGAS DO GRUPO A

A P Ê N D I C E I

Ilustração Fotográfica

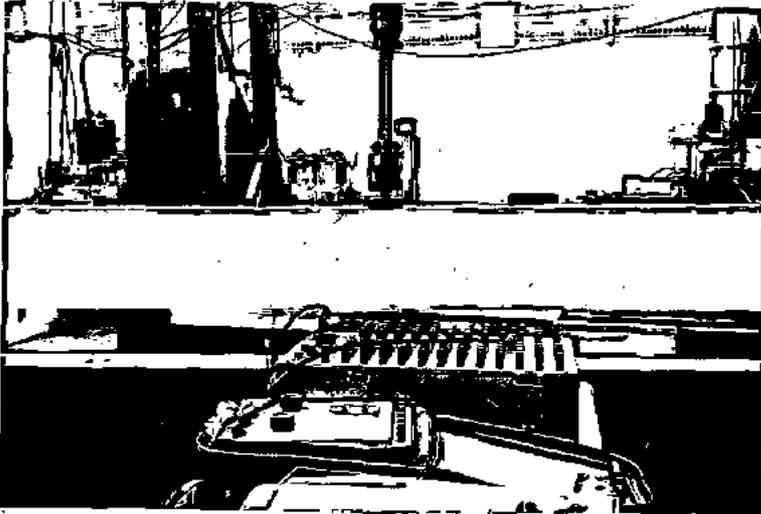


Foto 1 : Viga B-4 - face posterior



Foto 2 : Viga B-2 - face posterior

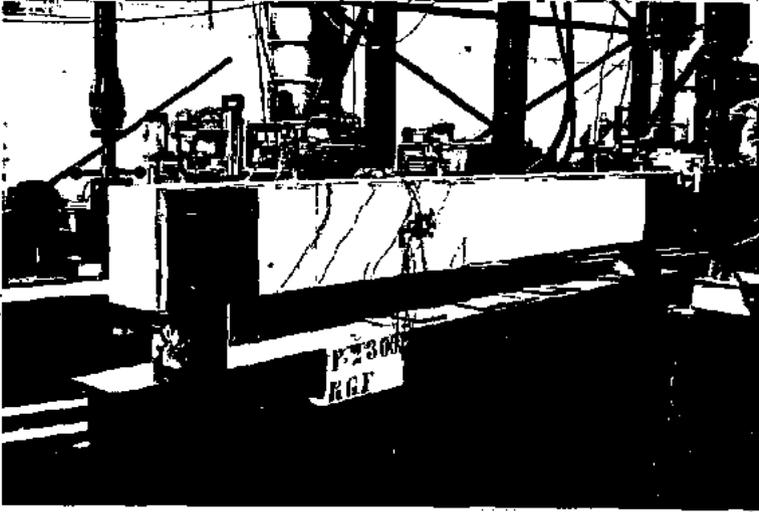


Foto 3 : Viga B-1 - face posterior

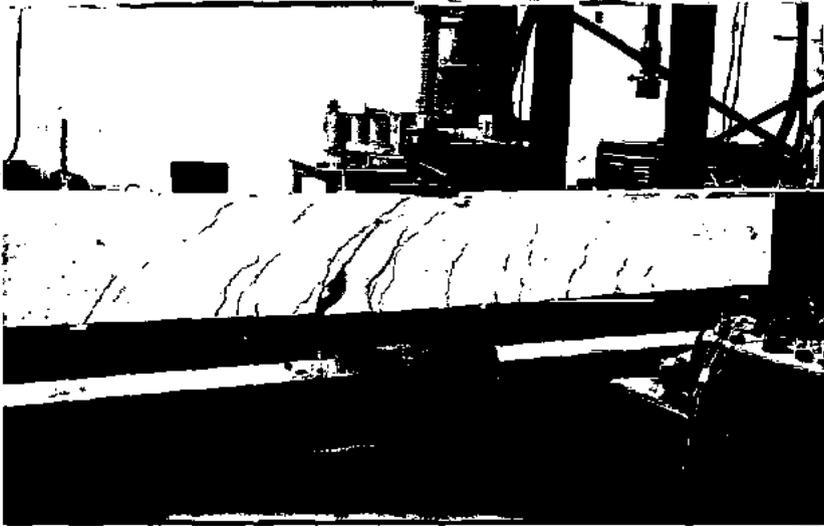


Foto 4 : Viga B-4 - face posterior

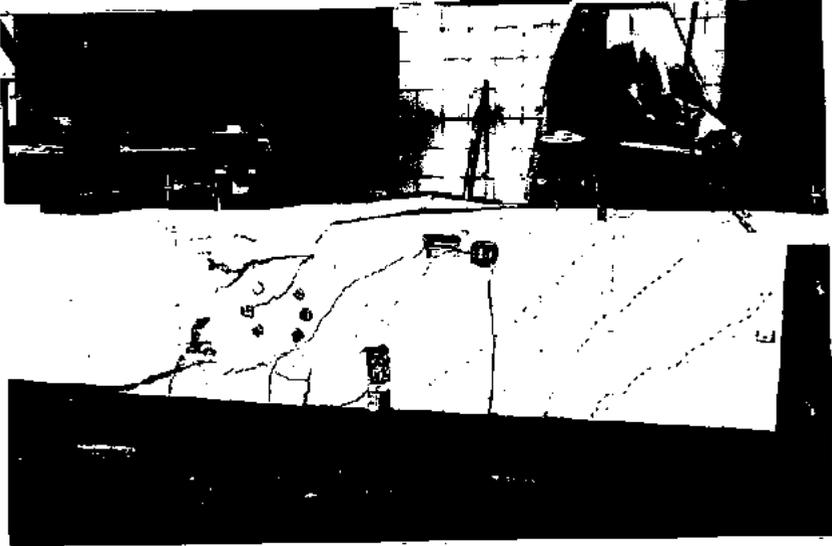


Foto 5 : Viga B-2 - face anterior

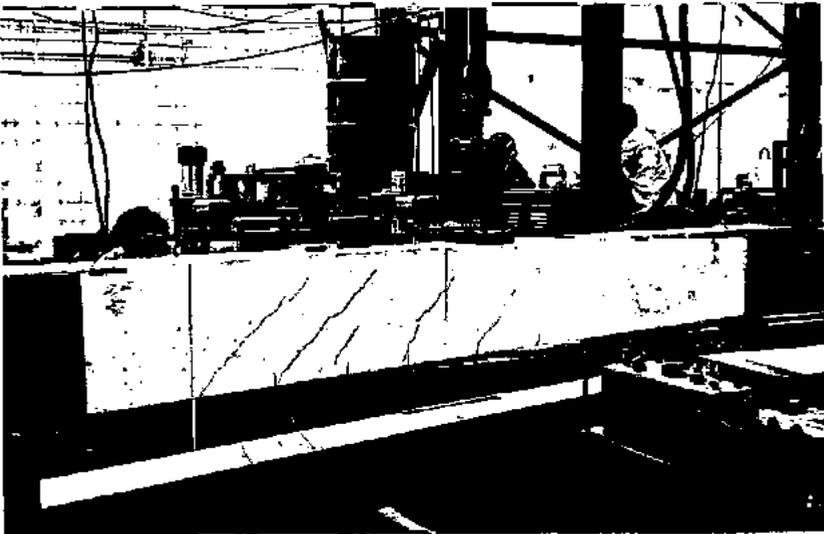


Foto 6 : Viga B-2 - face posterior

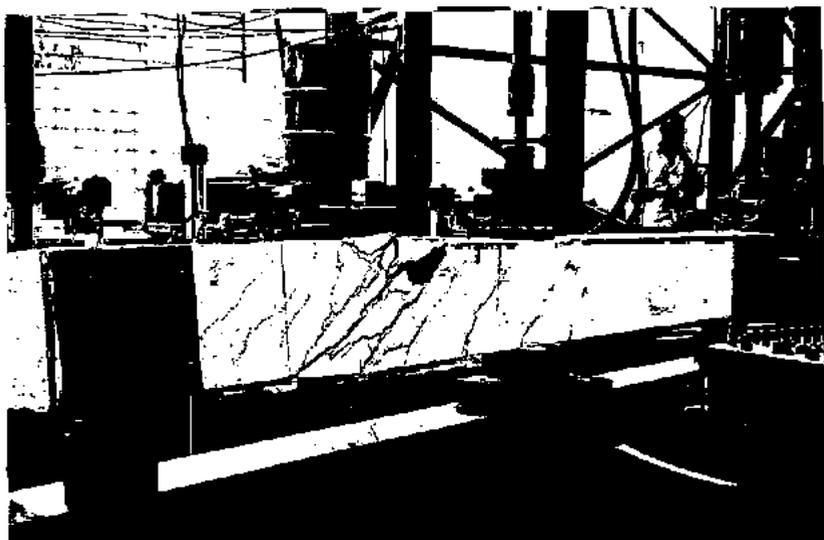


Foto 7 : Viga B-2 - face posterior

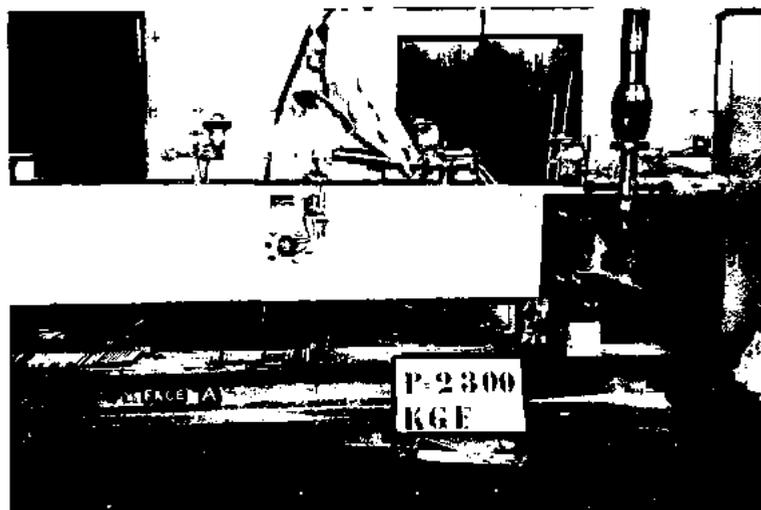


Foto 8 : Viga B-1 - face anterior

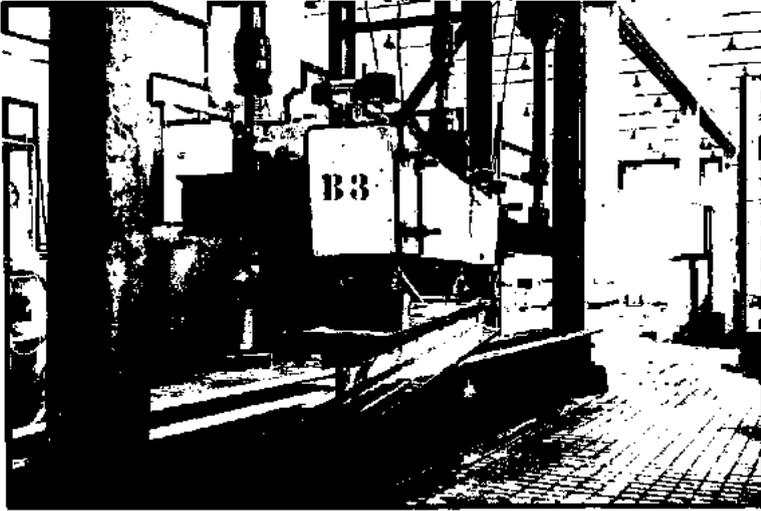


Foto 9 : Viga B-3 - vista de t \hat{o} po

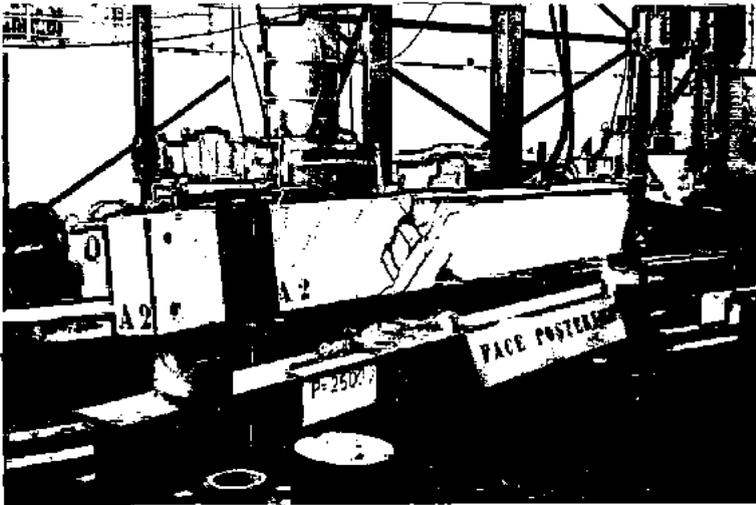


Foto 10 : Viga A-2 - face posterior

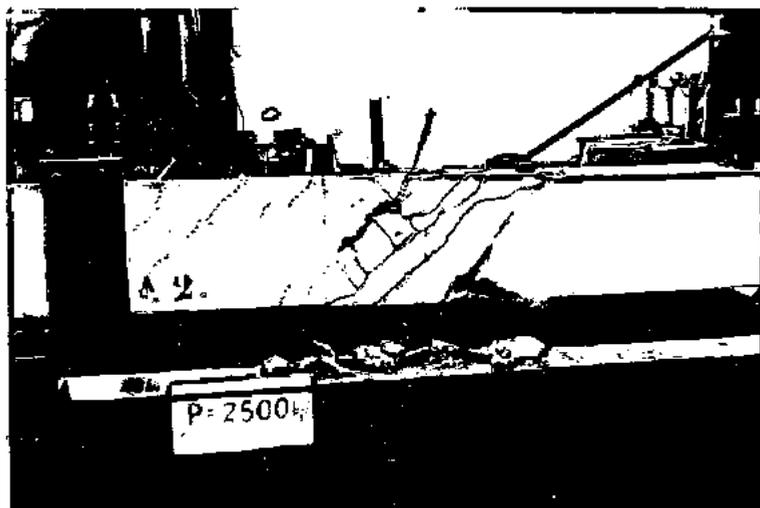


Foto 11 : Viga A-2 - face posterior



Foto 12 : Viga A-3 - face posterior

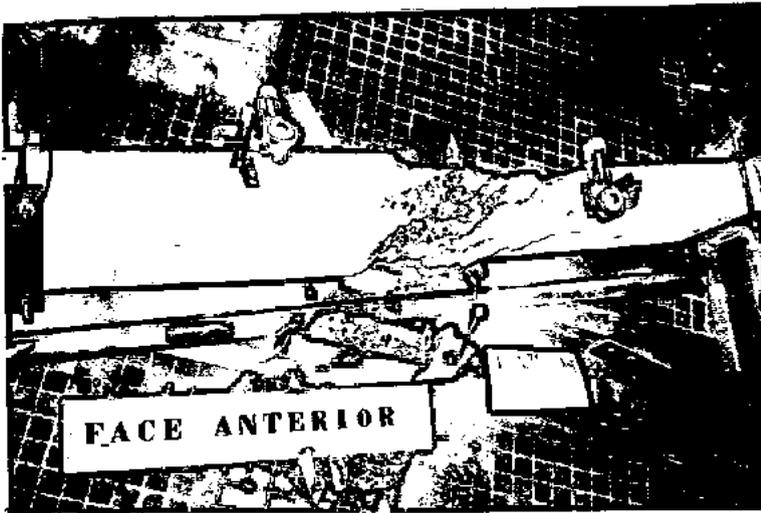


Foto 13 : Viga A-3 - vista superior

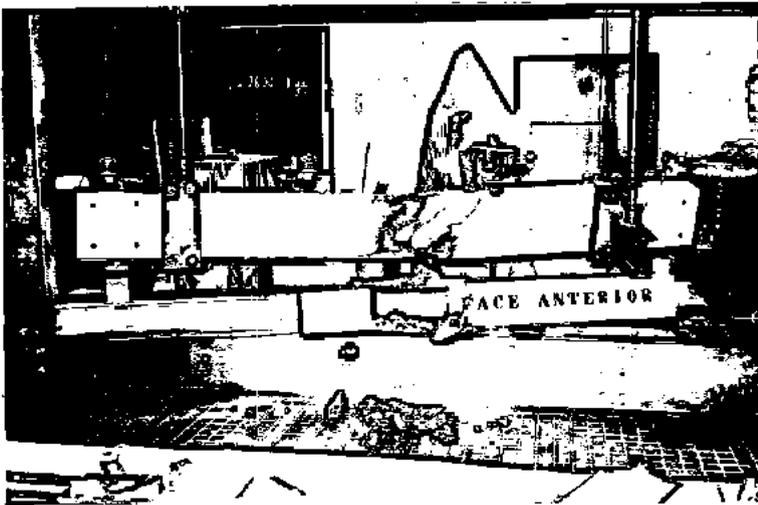


Foto 14 : Viga A-3 - face anterior

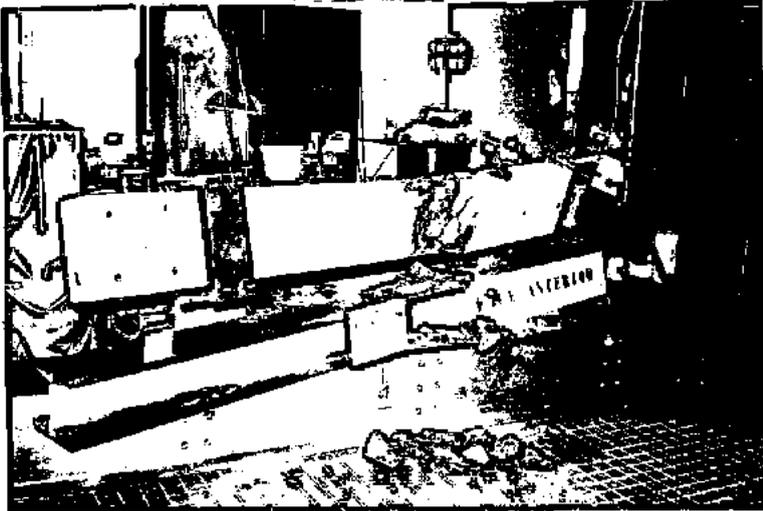


Foto 15 : Viga A-3 - face anterior

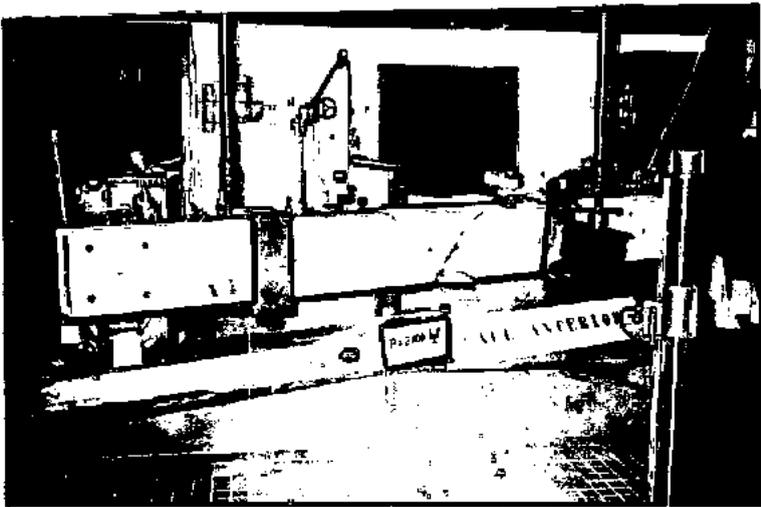


Foto 16 : Viga A-4 - face anterior



Foto 17 : Viga A-1 - face anterior



Foto 18 : Viga A-1 - face posterior

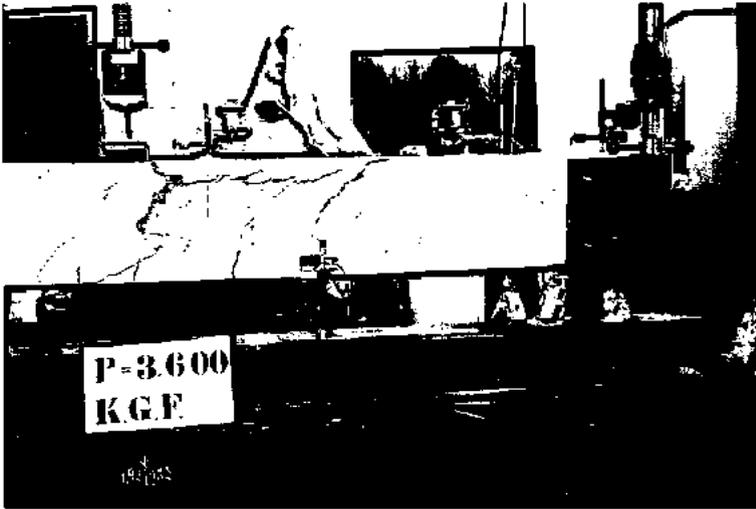


Foto 19 : Viga B-3 - face anterior

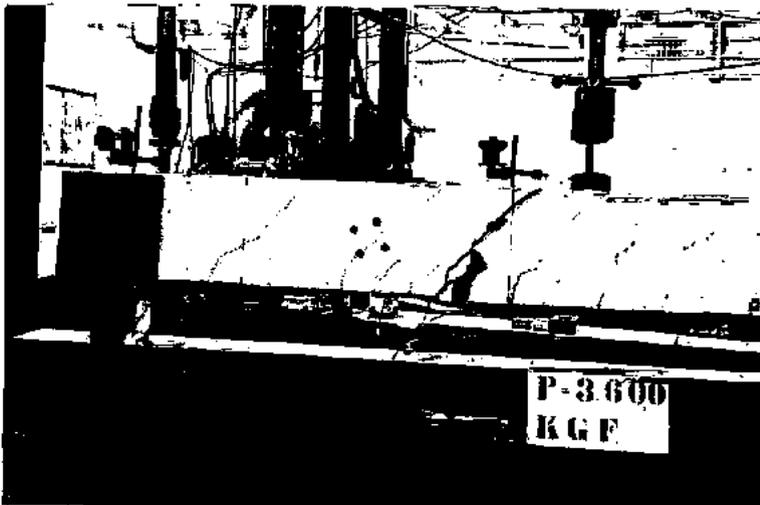


Foto 20 : Viga B-3 - face posterior

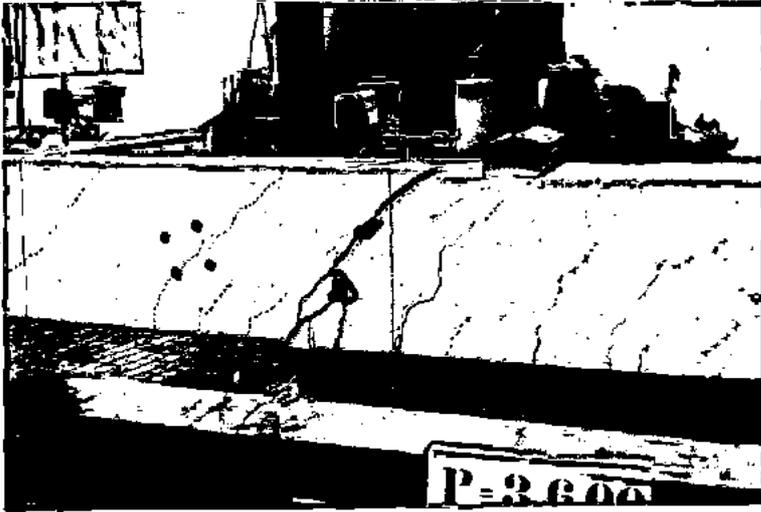


Foto 21 : Viga B-3 - face posterior

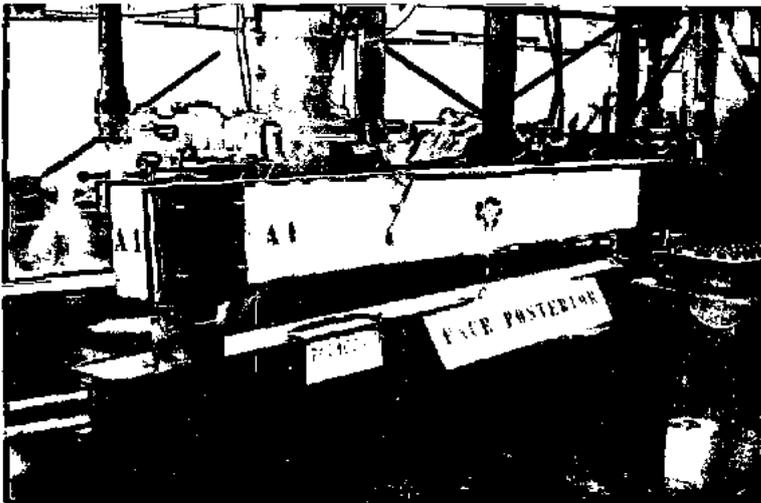


Foto 22 : Viga A-1 - face posterior

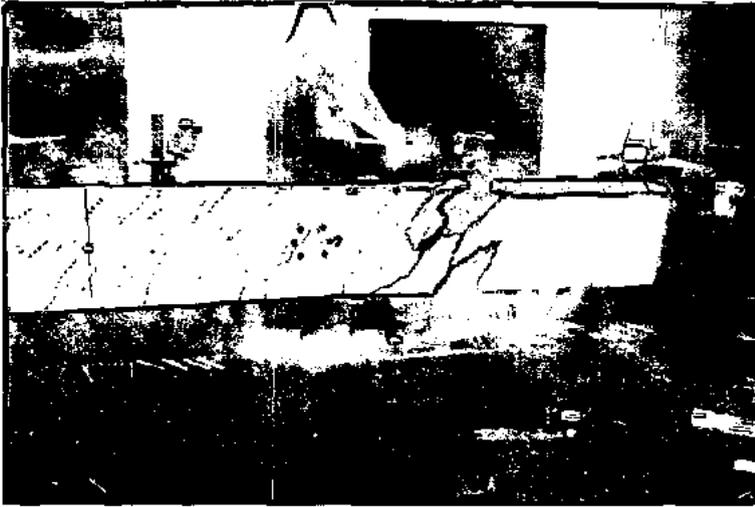


Foto 23 : Viga A-2 -- face anterior

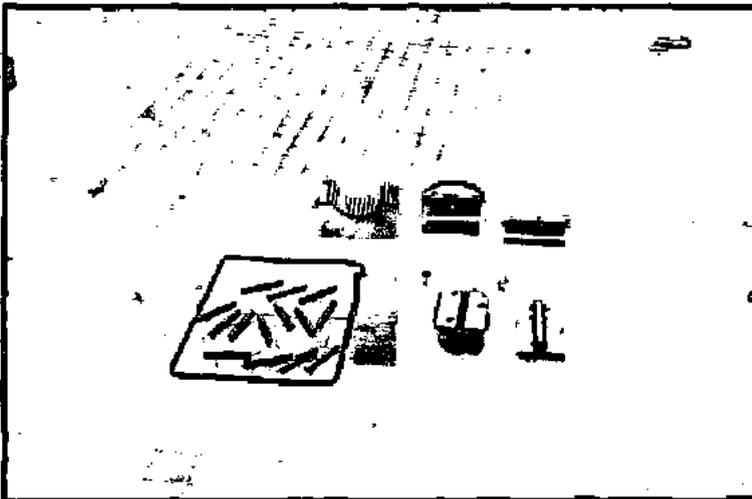


Foto 24 : Vista geral do aparelho de apoio.

A P Ê N D I C E I I

Referências Bibliográficas

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - Zia P., e Cardenas R., "Combined Bending and Torsion of Reinforced Plaster Model Beams", Torsion of Structural Concrete, SP-18, ACI, 1968.
- 2 - Lessig N. N., "Theoretical and Experimental Investigation of Reinforced Concrete Elements Subjected to Combined Bending and Torsion", Theory of Design and Construction of Reinforced Concrete Structures, Moscow, USSR, 1958.
- 3 - Lessig N. N., "Determination of Load-Bearing Capacity of Reinforced Concrete Elements with Rectangular Cross-Section Subjected to Flexure with Torsion", Concrete and Reinforced Concrete Institute, Moscow, USSR, 1959.
- 4 - Arthur E. McMullen e Joseph Warwaruk, "Concrete Beams in Bending, Torsion and Shear", ASCE, maio, 1970.
- 5 - Collins M. P., Walsh P. F., Archer F. E., e Hall A. S., "Ultimate Strength of Reinforced Concrete Beams Subjected to Combined Torsion and Bending", Torsion of Structural Concrete, SP-18, ACI, 1968.
- 6 - Chinenkov Yu. V., "Investigation of Behaviour of Reinforced Concrete Elements Subjected to Combined Bending and Torsion", Proceedings of the Concrete and Reinforced Concrete Institute, Moscow, USSR, 1959.
- 7 - Pandit G. S., "Torsional Strength and Behaviour of Concrete Beams in Combined Loading", Thesis presented to the University of Alberta at Edmonton, Canada, in july, 1965, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.

- 8 - Thomas T. C. Hsu, "Ultimate torque of reinforced rectangular beams", ASCE, fevereiro, 1968.
- 9 - Iyalin I. M., "Experimental Studies of the Behavior of Reinforced Concrete Beams with Rectangular Cross-Section Subjected to the Combined Action of Transverse Force", Flexural and Torsional Moment, Proceedings of the Concrete and Reinforced Concrete Institute, Moscow, USSR, 1959.
- 10 - Yudin V. K., "Behaviour of Reinforced Concrete Beams with Rectangular Cross-Section Subjected to Combined Torsion and Flexure", Concrete and Reinforced Concrete, nº 1, janeiro, 1964.
- 11 - Evans R. H., e Sarkar S., "A Method of Ultimate Strength Design of Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion", The Structural Engineer, vol 43, nº 10, outubro, 1965.
- 12 - Leonhardt F., "Effort Tranchant et Torsion en Béton Précontraint", Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, nº 280, abril, 1971.
- 13 - Paul Zia, "What do We know about Torsion in Concrete Members?", ASCE, junho, 1970.
- 14 - Carneiro F. L. L. B., "Dosagem de Concretos", INT, 1953.
- 15 - Carneiro F. L. L. B., "Pesquisa sôbre concreto leve e possibilidades de sua aplicação na pré-fabricação e em grandes estruturas", INT, 1967.
- 16 - Kirk D. W., e Lash S. D., "T-Beams subject to Combined Bending and Torsion", ACI, fevereiro, 1971.
- 17 - Weinberger H. F., "Upper and Lower Bounds for Torsional Rigidity", Journal of Mathematics and Physics, V 32, 1953.

- 18 - Kuyt B., "A Method for Ultimate Strength Design of Rectangular Reinforced Concrete Beams in Combined Torsion, Bending and Shear", Magazine of Concrete Research, Vol. 24, n° 78, março 1972.
- 19 - Jacques Fauchart e Jean-Marie Demorieux, "Rupture des Poutres de Section Rectangulaire en Béton Armé ou Précontraint, par Torsion et Flexion Circulaire Combinées", Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics, Supplément au N° 301 janvier 1973.