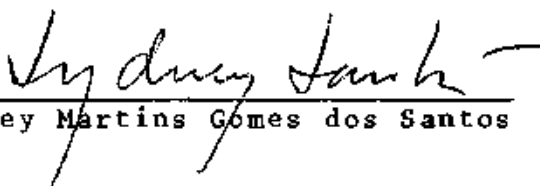


CAPACIDADE DE ROTACÃO DE RÔTULAS CONDICIONADAS  
NO CONCRETO ARMADO, COM E SEM FORÇA AXIAL.

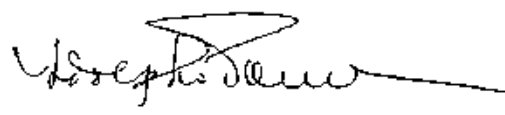
Paulo Cesar Primo Agostinho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

  
Sydney Martins Gomes dos Santos

  
Eduardo de Moraes Rego Fairbairn

  
Adolpho Polillo

RIO DE JANEIRO - RJ - BRASIL

JULHO DE 1986

AGOSTINHO, PAULO CESAR PRIMO

CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DE RÓTULAS CONDICIONADAS NO CONCRETO ARMADO, COM E SEM FORÇA AXIAL (Rio de Janeiro), 1986.

X , 142 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1986)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Rótulas Plásticas

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

À minha mãe,

Juracy P. Agostinho

e em memória de meu pai,

Henrique Agostinho

AGRADECIMENTOS

Ao professor Sydney Martins Gomes dos Santos, pela amizade, apoio e orientação durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

À todos os professores da COPPE/UFRJ e da Faculdade de Engenharia Civil de Limeira da Universidade Estadual de Campinas pelos ensinamentos recebidos.

À UNESP (Universidade Estadual Paulista), campus de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Civil e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES - PICD) que financiaram meus estudos de Pós-Graduação.

Aos professores e funcionários do Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, pela orientação, apoio e amizade.

Ao professor Renato Bertolino Júnior, da UNESP - Ilha Solteira, pela amizade e colaboração na parte computacional.

Aos amigos da COPPE/UFRJ pela dedicação e companheirismo.

Ao Marden, pela excelente elaboração gráfica deste trabalho.

À Maurícia e Leninha pelo esmerado trabalho de desenho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DE RÓTULAS CONDICIONADAS  
NO CONCRETO ARMADO, COM E SEM FORÇA AXIAL.

Paulo Cesar Primo Agostinho

Julho, 1986

Orientador: Professor Sydney Martins Gomes dos Santos

Programa : Engenharia Civil

O objetivo do trabalho foi pesquisar o comportamento de peças condicionadas na região comprimida, trabalhando à flexão composta; realizou-se uma prévia análise de ensaios relatados na bibliografia especializada, quer na flexão simples, quer na flexão composta. Os resultados experimentais obtidos foram confrontados com os valores fornecidos pelas diferentes fórmulas propostas por vários laboratórios e autores.

Como conclusão do estudo constatou-se que expressões simples das rotações plásticas, traduzem com bastante fidelidade o comportamento real das peças ensaiadas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

CAPACITY OF ROTATION OF THE CONDITIONED HINGES IN REINFORCED CONCRETE; WITH AXIAL FORCE OR NOT.

Paulo Cesar Primo Agostinho

Julho, 1986

Chairman : Prof. Sydney Martins Gomes dos Santos

Department : Civil Engineering

The objective of this work was to research, conditioned beam's comportment at the compressed region, working to the compound flexion, was realized an previous analysis of the experiment related at the specializes bibliography, whether at the simple flexion, or at the compound flexion. The experimental results were obtained confronted with the values furnished by diferent formules proposed by various laboratorys and authors.

As a conclusion of the study was verified that simple expressions of the plastic hingings, translate with enough fidelity the real comportment of the assaied beams.

ÍNDICE

	Pág.
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
CAPÍTULO II - MÉTODOS DE CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO NA FASE ELASTO-PLÁSTICA. ....	7
II.1 - Considerações .....	7
II.2 - Hipóteses de Cálculo .....	8
II.3 - Teoria Bilinear do Professor Baker .....	10
II.4 - Teoria Trilinear do Professor Macchi .....	13
II.5 - Outros Métodos .....	14
II.5.1 - Método Jossa-Castelhana .....	14
II.5.2 - Método Massonet-Doyen .....	15
II.5.3 - Método Sawyer .....	17
II.5.4 - Método de Cohn .....	18
II.5.5 - Método de Furlong .....	19
CAPÍTULO III - DETERMINAÇÃO DAS ROTAÇÕES NAS ARTI- CULAÇÕES CONDICIONADAS. ....	21
III.1 - Determinação de G. Macchi .....	22

III.2	-	Fórmula do Professor A. L. L. Baker .....	24
III.3	-	Fórmula Conceição Sampaio .....	26
III.4	-	Fórmula do Professor Sydney Santos .....	26
III.5	-	Determinação de A. H. Mattock .....	29
III.6	-	Determinação de Park e Paulay .....	40
III.7	-	Comprimento de Plastificação .....	43
III.7.1	-	Professor A. L. L. Baker .....	43
III.7.2	-	Professor Sydney Santos .....	44
III.7.3	-	Outras Determinações .....	44
III.7.3.1	-	Corley .....	44
III.7.3.2	-	Sawyer .....	46
CAPÍTULO IV	-	PLANO DE ENSAIOS .....	47
IV.1	-	Definição Geométrica .....	48
IV.2	-	Armação .....	49
IV.3	-	Medições e Instrumentação .....	58
IV.4	-	Equipamento de Carregamento da Estrutura e Plano Utilizado. ....	60
CAPÍTULO V	-	MATERIAL UTILIZADO NA MOLDAGEM DAS VIGAS ..	62
V.1	-	Aço .....	62



V.2	-	Areia .....	64
V.3	-	Brita .....	64
V.4	-	Cimento .....	65
V.5	-	Concreto .....	65
CAPÍTULO VI - RESULTADO DOS ENSAIOS. ....			66
VI.1	-	Série de Ensaio nº 1 .....	67
VI.2	-	Série de Ensaio nº 2 .....	72
CAPÍTULO VII - ANÁLISE DOS RESULTADOS. ....			76
VII.1	-	Flexão Composta .....	76
VII.1.1	-	Altura da Região Comprimida do Concreto (x)..	77
VII.1.2	-	Encurtamento Máximo do Concreto .....	78
VII.1.3	-	Capacidade de Rotação da Rótula Plástica ....	78
VII.1.4	-	Resultado Finais .....	79
VII.2	-	Flexão Simples .....	82
VII.2.1	-	Características das Peças .....	83
VII.2.2	-	Resultados Obtidos Através da Teoria de Baker e Amarakone .....	93
VII.2.3	-	Resultados Obtidos Pela Teoria de Mattock ...	101
VII.2.4	-	Resultados Obtidos pela Teoria do Professor Sydney Santos .....	105

VII.2.5	-	Resultados Finais .....	102
CAPÍTULO VIII	-	CONCLUSÃO .....	115
APÊNDICE 1	-	TEORIA DE MATTOCK - "CÁLCULO COMPUTACIONAL". .....	118
APÊNDICE 2	-	TEORIA DE BAKER - "CÁLCULO COMPUTACIONAL". .....	124
APÊNDICE 3	-	ADAPTAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL DA TEORIA DE BAKER, PARA ANÁLISE DOS DADOS DE MATTOCK. ....	127
APÊNDICE 4	-	TEORIA DO PROFESSOR SYDNEY SANTOS - "CÁLCULO COMPUTACIONAL". .....	131
APÊNDICE 5	-	TEORIA DO PROFESSOR SYDNEY SANTOS PARA PEÇAS SUJEITAS À FLEXÃO COMPOSTA - "CÁLCULO COMPUTACIONAL". .....	136
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		.....	139

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Os fundamentos da teoria de plasticidade foram expostos em 1868 por Tresca, em 1870 por Barré de Saint-Venant e em 1871 por Levy. No princípio deste século, na Alemanha, começaram a esboçar-se as primeiras análises teóricas de elementos estruturais simples, de acordo com o valor da carga última que produzia sua ruína. Em 1915, Maier e Leibnitz comprovaram experimentalmente o valor das cargas de colapso em vigas duplamente engastadas e quase simultaneamente se começou a levar em conta, nos Estados Unidos e na Inglaterra, a reserva de resistência plástica dos materiais dúteis, como critério de projeto.

Continuando essas investigações, em 1917 Kist, na Holanda, publicou um trabalho sobre o cálculo de verificação de estruturas singelas, baseando-se no comportamento plástico experimental de diversos materiais.

As polêmicas, que nasceram a partir de 1930, levaram os pesquisadores Prager, Kuntz e outros, a dedicarem-se ao estudo da determinação, com maior precisão, dos momentos limites e solicitações máximas em sólidos prismáticos diversos.

A partir de 1936 multiplicaram-se as investigações teóricas e experimentais referentes a esse assunto com Roderick,

Baker, Bleich, Beedle, Neal, Yang, Melan, Symonds, Horne e Heyman; surgiram as primeiras aplicações dos teoremas gerais da plasticidade ao projeto de estruturas, o que permitiu Van Der Broek em 1940 emitir um critério definido sobre projeto limite e publicar em 1948 o primeiro volume relativo ao tema.

A partir de 1952, são muitos os estudiosos que têm dedicado seus esforços ao estudo e aplicação de novas teorias de plasticidade à resolução de todos os tipos de estruturas planas e espaciais, permitindo que a análise e projeto limites tenham alcançado extraordinário nível de difusão.

Fundamentalmente o cálculo de estruturas em regime plástico encontra-se apoiado na propriedade que certos materiais possuem, de apresentarem deformações crescentes com tensões constantes. Como exemplo a figura I-1 mostra o diagrama do ensaio de tração simples do aço, dito de construção, onde se vê, para o valor de  $\sigma_e$ , um pequeno patamar, em que a amostra como que "escoa".

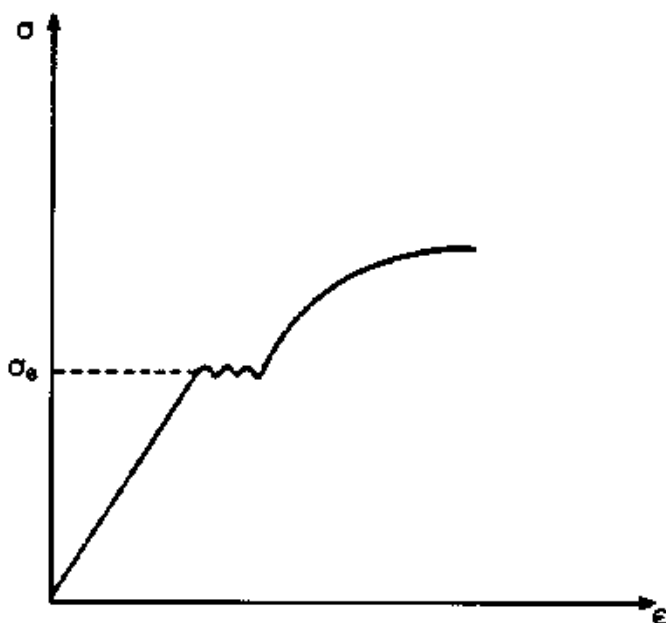


FIGURA I.1

Vejamos como essa propriedade influenciou os projetistas a adotarem uma nova sistemática no cálculo estrutural.

Consideremos a viga da figura I-2-a, constituída de um material que admite patamar de escoamento, com seção transversal constante, dois eixos de simetria ortogonais, um deles no plano de carregamento.

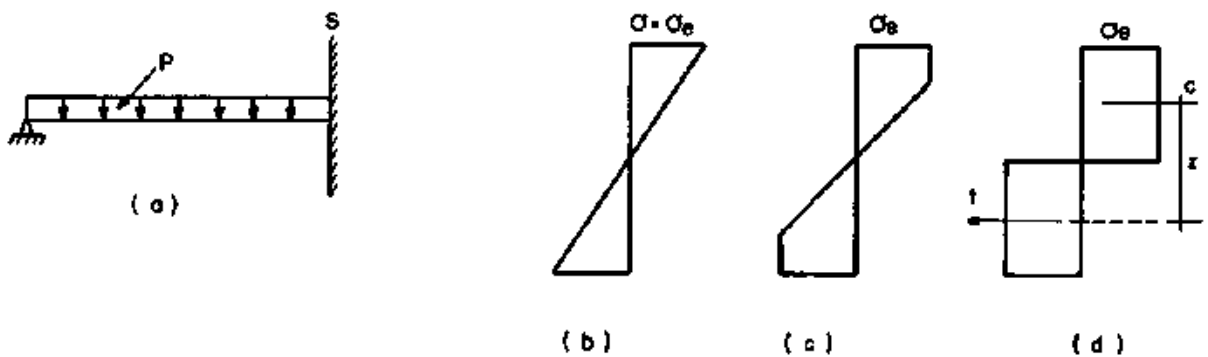


FIGURA I.2

Em primeiro lugar, suponhamos que  $p$  cresça a partir de zero; as tensões na seção "S" terão um aumento proporcional, até que a tensão de bordo atinja o limite de escoamento  $\sigma_e$  (figura I-2-b); continuando a incrementar  $p$ , o diagrama de tensões apresentará a configuração mostrada na figura I-2-c, até atingir a configuração da figura I-2-d, já em regime plástico. A esse diagrama corresponde um  $P_e$ , e um momento fletor, dito de escoamento.

$$M_e = Cz = Tz$$

$C = T$  e  $z$  dependendo da forma da seção.

A partir dessa configuração, se continuarmos a incrementar ainda mais  $p$ , com as suposições feitas,  $M_e$  permanecerá constante, e os momentos positivos passarão a ter agora um certo aumento gradativo, até que venha aparecer em outra seção um novo  $M_e$ , relativo a um  $p'$ .

O valor de  $p'$  constituirá assim o carregamento de colapso. De fato, a estrutura tornou-se agora móvel, admitindo-se comportamento de rótulas nas seções totalmente plastificadas; a viga passará, a partir desse instante, a cadeia cinemática.

Com isso o cálculo da peça hiperestática reduzir-se-á, conhecido  $M_e$ , a determinar  $p'$  de colapso. A carga de serviço, seria uma fração desse valor =  $p'/n$ .

O exemplo aqui apresentado, refere-se a materiais dúteis, ficando por conseguinte excluídos os aços duros e os materiais frágeis.

No entanto, não tardaram os especialistas em tentar estender os conceitos do cálculo plástico a esses materiais.

O professor A. L. L. Baker foi um dos primeiros a utilizar as considerações acima em estruturas de concreto armado. Partiu da hipótese da existência de um comportamento análogo ao escoamento plástico, em segmentos de hastes de concreto sub-armadas com aço doce, quando sujeitas a momentos crescentes.

Por ser o concreto armado um conjunto heterogêneo,

onde o primeiro é um material pouco dútil, a aplicação do cálculo plástico a tais estruturas, detêm-se em dois pontos básicos:

- 1 - A capacidade de rotação das rótulas plásticas.
- 2 - Fissuração excessiva.

A capacidade de rotação das rótulas plásticas no concreto armado é restrita. O objetivo desta pesquisa é ensaiar dispositivos que a aumentem, bem como as diversas fórmulas propostas por diferentes autores para a sua avaliação. Estudaremos ao longo deste trabalho esse ponto com a acuidade necessária, por constituir ele questão fundamental.

A fissuração excessiva implica em que não haja trincas com aberturas superiores às que ponham em risco as armaduras, considerando as condições e o tempo de exposição da estrutura. Assim sendo, para o caso de obras de concreto armado, será necessário que verifiquemos, para a carga de serviço, a inexistência de fissuração nociva, bem como deformações que comprometam a peça, quanto à sua utilização ou simplesmente sua apresentação. Em princípio não será aconselhável o aparecimento de rótulas plásticas em estado de serviço. Tanto a fissuração como a deformação excessiva, poderão, no entanto, ser controladas por um cálculo elástico, não extremamente rigoroso, pois se destina a uma simples verificação da ordem de grandeza.

Um fator que favorece a aplicação do cálculo plástico ao concreto armado (e em particular o projeto de rótulas condicionadas) é o fato de ser possível variar as percentagens e a distribuição das armaduras. Numa peça de seção constante,

tal variação permite alterar entre largos limites, a resistência de suas seções com pequena modificação de sua rigidez na fase elástica ou "quasi-elástica". O momento de ruptura ou de plastificação de uma seção pode ser assim fixado de acordo com conveniências do projeto, ou seja, é possível arbitrar dentro de certos limites os momentos fletores hiperestáticos. Esse fato pode ser bastante explorado, com a possibilidade de se aumentar, no projeto, a capacidade de rotação das rótulas plásticas.



## CAPÍTULO II

### MÉTODOS DE CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO

#### ARMADO NA FASE ELASTO-PLÁSTICA

##### II.1 - CONSIDERAÇÕES:

A bibliografia já se vai engrandecendo com métodos e processos aplicados ou criados para o cálculo hiperestático de estruturas em fase elasto-plástica. No caso específico do concreto armado, porém, o problema se torna mais delicado, precisamente pela natureza frágil do concreto como material estrutural.

Quando há ductilidade característica, como nas peças de aço doce, a orientação básica é pesquisar um mecanismo de colapso após a plastificação de um número suficiente de seções. Por simplificação concentram-se os setores plásticos em seções, nas quais se supõe existir rótulas ditas plásticas.

Uma ampliação dessa conceituação que não tem sido usada até o presente, consiste em predeterminar essas mesmas seções mediante projetos condicionados à priori, isto é, dando-lhes funções que limitam estáticamente sua capacidade à flexão, de modo a se poder comandar o andamento do diagrama de mo-

mentos (ou, de modo mais abrangente, solicitações seccionais).

No caso do concreto armado, essa concentração do segmento plastificado numa única seção ainda é mais arbitrária que nos materiais dúteis, porque para se preservar a distribuição da seção de maior plastificação na faixa, é mister considerar a fissuração e a esfoliação de todo um trecho. Essa é, entre outras, a razão que terá levado Macchi a considerar um "lp" (comprimento de plastificação), entre a seção de começo de plastificação e a do estado último, isto é, do término dessa mesma plastificação. Essas considerações parecem assim reforçar a idéia seguinte. Um comportamento aceitável ou melhoramento funcional de uma rótula plástica se ela for projetada, condicionada por conseguinte a esse funcionamento.

## II.2 - HIPÓTESES DE CÁLCULO

No estudo de problemas de cálculo, baseados na fase plástica, um fator importante é a relação momento x rotação; ou momento x curvatura, para o elemento estrutural a ser analisado.

O diagrama real momento x curvatura é analiticamente de difícil representação. Mas mesmo que assim não fosse, seu proveito prático seria restrito, devido à complexidade da função representativa, que não permitiria uma determinação cômoda da repartição dos momentos. Por essa razão procuram-se relações aproximadas, que facilitem a solução.

O diagrama momento x curvatura é substituído por exemplo, por uma função hiperbólica, por uma reta e por uma parábola, etc... Na prática os diagramas compostos unicamente de retas é que são importantes; principalmente o constituído de três retas (tri-linear), ou de duas retas (bilinear).

Para a resolução de problemas no regime plástico, foram propostas várias idealizações dessa curva, entre as quais podemos ressaltar as do professor Baker e do professor Macchi.

Seja a figura II-1, apresentando curvas relacionando momento x rotação. A curva 1 é a típica de um elemento estrutural.

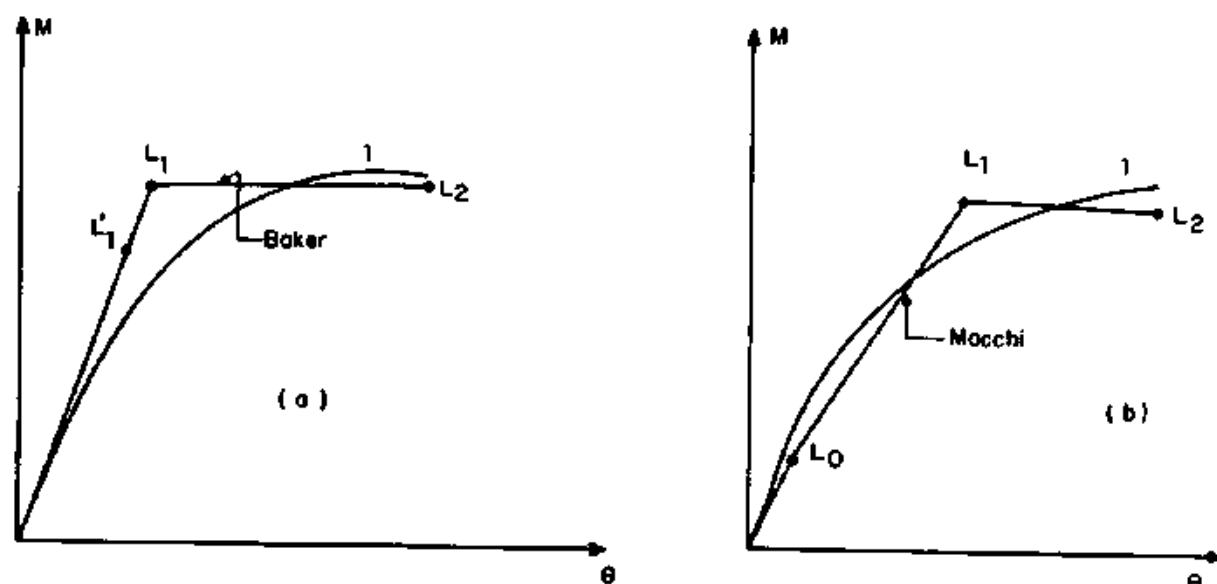


FIG II.1 - Diagrama momento rotação

O professor Baker, utiliza um diagrama bilinear (fig. II-1-a) assumindo configuração composta de dois segmentos cujos limites são:

- $L_1$ , correspondente ao início da plastificação, e
- $L_2$ , correspondente à ruptura; para o cálculo Baker introduz uma redução do ponto  $L_1$  para  $L'_1$ ; nas seções não plastificadas isso equivale a uma redução no momento fletor.

O professor Macchi, utiliza um diagrama trilinear (figura II-1-b), assumindo configuração composta de três segmentos, cujos limites seriam:

- $L_0$  - correspondente ao início da fissuração;
- $L_1$  - início da plastificação; e
- $L_2$  - ruptura.

Para a solução do problema do cálculo do concreto armado na fase plástica, foram desenvolvidos métodos baseados em uma ou outra dessas idealizações. A seguir são apresentadas algumas dessas teorias.

### II.3 - TEORIA BILINEAR DO PROFESSOR BAKER

(método das rotações últimas)

É uma teoria semi-empírica e a mais simples para o concreto armado.

Para se resolver uma estrutura  $n$  vezes hiperestática pelo cálculo elástico, podem-se colocar  $n$  rótulas de modo a

tornar a estrutura isostática, introduzindo-se então  $\underline{n}$  incógnitas, quais sejam  $\underline{n}$  pares de momentos  $X_1, \dots, X_n$  atuando nessas rótulas. A solução elástica exige que a rotação nas rótulas pela ação das cargas externas e dos momentos aplicados seja nula. Exprimem-se assim  $\underline{n}$  equações com  $\underline{n}$  incógnitas.

$$\begin{aligned}
 \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \dots + \delta_{1n} X_n &= 0 \\
 \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \dots + \delta_{2n} X_n &= 0 \\
 \vdots & \\
 \delta_{n0} + \delta_{n1}X_1 + \dots + \delta_{nn} X_n &= 0
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

sendo:

$$\delta_{ik} = \int \frac{X_i X_k}{E I} ds ; \quad \delta_{ii} = \int \frac{X_i^2}{E I} ds \quad \text{e} \quad \delta_{i0} = \int \frac{X_i X_0}{E I} ds$$

$\delta_{ii}$  = a rotação relativa das extremidades  $\underline{i}$  dos tramos adjacentes à rótula plástica  $\underline{i}$  sob a ação de momentos iguais a 1 (hum), atuando em  $\underline{i}$ , no mesmo sentido de  $\underline{X_i}$ .

$\delta_{ik}$  = a rotação na extremidade  $\underline{k}$ , do tramo  $\underline{ik}$ , sob a ação de momento igual a 1 (hum), atuando em  $\underline{i}$  na direção de  $\underline{X_i}$ .

$\delta_{i0}$  = a rotação relativa das extremidades  $\underline{i}$  dos trechos adjacentes à rótula plástica  $\underline{i}$ , sob a ação das cargas de serviço (o sentido positivo das rotações em  $\underline{i}$ , é sempre o de  $\underline{X_i}$ ).

Quando, numa estrutura hiperestática, um número suficiente de rótulas plásticas se forma, de modo a transformá-la em estaticamente determinada, ela pode ser tratada como se fossem colocadas nessas seções onde se formam as rótulas plásticas, articulações com pares de momentos cujos valores sejam iguais aos de plastificação.

As rotações  $\theta_i$  nessas seções não seriam mais nulas e, assumindo que a totalidade das deformações se concentram nas rótulas, permanecendo os trechos entre estas perfeitamente elásticas, as equações (2-1) ficarão:

$$\begin{aligned}
 \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \dots + \delta_{1n}X_n &= -\theta_1 \\
 \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \dots + \delta_{2n}X_n &= -\theta_2 \\
 \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot \\
 \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot \\
 \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot & \quad \cdot \\
 \delta_{n0} + \delta_{n1}X_1 + \dots + \delta_{nn}X_n &= -\theta_n
 \end{aligned}
 \tag{2-2}$$

Se os momentos de plastificação são fixados para cada rótula, pode-se então calcular as rotações  $\theta_i$  nesses pontos.

As rótulas plásticas podem ser inicialmente colocadas nos pontos de momentos máximos, na solução elástica. Essas posições estarão corretas, se a rotação em cada rótula for oposta à direção do momento de plastificação; nas equações (2-2),  $\theta_i$  deverá ser positivo caso  $X_i$  seja considerado negativo e vice-versa. Em nenhuma outra seção da estrutura, o momento excederá o momento de plastificação correspondente.

## II.4 - TEORIA TRILINEAR DO PROFESSOR MACCHI.

(método das rotações impostas)

Um método dito "Exato" para a resolução de uma estrutura de concreto armado pelo cálculo plástico, é também um método baseado nas equações da solução elástica (equações 2-1)

$$\delta_{i0} + \delta_{ii}X_i + \sum_{k \neq i} \delta_{ik} X_k = 0 \quad (2-1)$$

e que deverá constar um termo, que considere as rotações inelásticas existentes nas regiões fora das rótulas plásticas, ficará então:

$$\delta_{i0} + \delta_{ii}X_i + \sum_{k \neq i} \delta_{ik} X_k + \sum_{i'} \psi_{i'} + \Theta_i = 0 \quad (2-3)$$

O professor Macchi propõe uma simplificação deste método dito "Exato", sem perda de suas características através de artifícios para a resolução do sistema de equações 2-3. Consiste em considerar as rotações inelásticas como rotações impostas às seções críticas da estrutura ainda elástica.

O procedimento principia por subdividir as equações 2-3 em duas partes:

- equações elásticas devido ao carregamento.

$$\delta_{i0} + \delta_{ii} X_i + \sum_{k \neq i} \delta_{ik} X_k = 0$$

- Equações que levam em conta uma rotação inelástica unitária.

$$\sum \delta_{ik} X_k + 1 = 0$$

As duas equações têm características elásticas, sendo possível uma resolução direta. A parte "inelástica" do cálculo se ocupa com a preparação dos elementos; consiste em superpor os diagramas devido às cargas, com os decorrentes das rotações unitárias impostas, dando-se a cada um, coeficientes de amplificação, que são incógnitas do problema, de maneira a respeitar as leis momento x rotações reais.

Macchi utiliza na resolução, o diagrama momento x rotação, trilinear (figura II-1-b), por este se aproximar mais do diagrama real, proporcionando melhor precisão.

A adoção dessa simplificação no método dito "Exato", com emprego do diagrama trilinear permite, segundo Macchi, uma precisão suficiente, tanto para o caso de redistribuição da carga de serviço, como também para o caso de seções, na configuração de ruptura.

Na fase fissurada, já se apresenta considerável redistribuição de tensões na estrutura, com existência de também considerável divergência dos valores reais dos esforços internos com relação ao cálculo elástico, bem antes do aparecimento de deformações plásticas das estruturas - [11]. [12] [13] [14].

## II.5 - OUTROS METODOS.

### II.5.1 - Método Jossa-Castelhana.

Os autores propõem utilizar o método elasto-plástico



clássico, para proveito de toda sua simplicidade, introduzindo um controle simplificado das deformações. A separação das incógnitas (isto é, a redução do sistema a um conjunto de equações independentes) é obtida ao introduzir-se o número de rótulas necessário para que a estrutura se torne isostática, considerando somente em suas rótulas as rotações inelásticas.

Essa simplificação, de considerarmos as rotações inelásticas somente nas rótulas, é necessária para se conseguir a separação das incógnitas; por outro lado nos leva a negligenciar as rotações inelásticas das seções que não foram escolhidas como rótulas.

As limitações introduzidas nos momentos levados em conta abaixo da avaliação, compensa o efeito da aproximação introduzida. Todavia, os autores consideram que seus estudos devem ser verificados e que a aplicabilidade do método nos casos particulares de seções frágeis, devem ser controladas perante ensaios.

### II.5.2 - Método Massonet-Doyen.

O presente método é como que uma extensão do das rotações impostas; utiliza a superposição dos efeitos elásticos das cargas e dos efeitos (estes também elásticos), das rotações inelásticas consideradas como deslocamentos incógnitos.

A sua característica fundamental é a de seguir a evolução dos estados sucessivos de plastificação até que uma das rotações atinja o seu valor limite. Em cada estado os momentos

são expressos em função do coeficiente de carga; nos estados plastificados, esta expressão é obtida com apoio em um diagrama bilinear de encruamento (figura II-2).

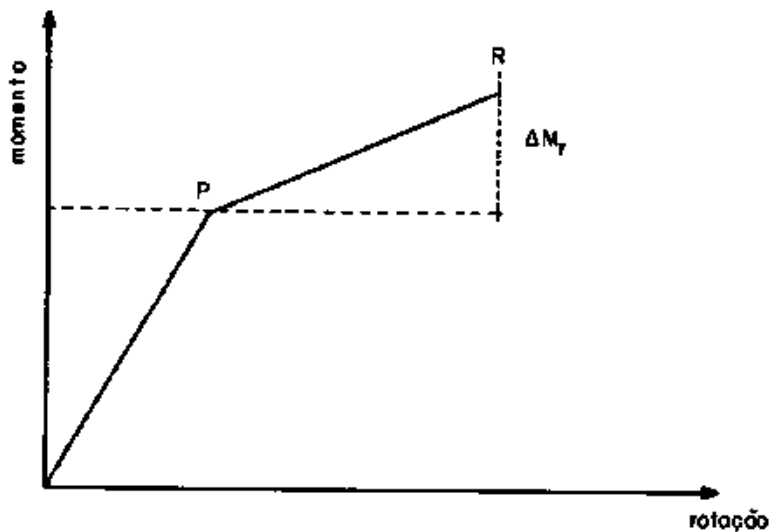


FIG II.2 - Diagrama bilinear de encruamento

Quando existem várias seções plastificadas, haverá aí a interdependência entre elas, o que obriga a resolver um sistema de equações lineares em cada etapa. Mas se as rótulas são bem escolhidas, a resolução é, sem dúvida, rápida.

Este método mostra a evolução da redistribuição plástica considerando as fases sucessivas separadas pelos pontos de plastificação das diversas rótulas. Ele permite todavia considerar todas as seções críticas, não negligenciando pois a compatibilidade das deformações.

Apresenta a vantagem de considerar o material encruado, seguindo muito de perto da fase de ruptura. O método que de uma maneira análoga considera um diagrama bilinear com encruamento, ao mesmo tempo superpõe as situações elásticas calcula-

das independentemente, é proposto pelo professor Sawyer, como uma simplificação do método geral que considera os diagramas momento - rotações multilineares e que veremos a seguir.

### II.5.3 - Método Sawyer.

Sawyer apresenta seu método aproximado, baseando-se nos requisitos de equilíbrio limite e compatibilidade de rotações. A condição de funcionalidade [14] (Tensão de serviço do aço menor que a tensão de escoamento), é verificada passo a passo. É uma análise indireta da compatibilidade rotacional por sucessivas aproximações. O projeto se inicia, ajustando o momento elástico obtido através de várias combinações de carga, para estabelecer o momento de flexão padrão provido de um reforço. Para cada possível combinação de carga, usando qualquer forma de ajuste do momento que satisfaça o equilíbrio estático, recai-se sempre no momento resistente último da seção, calculando a rotação inelástica em cada região plástica.

No diagrama momento - curvatura assume-se que o momento de plastificação é 0,85 do momento último.

A teoria elástica é usada para calcular os momentos resultantes dos ângulos de flexão inelásticos e o carregamento externo imposto à estrutura. Se o momento calculado exceder ao momento resistente último da seção, o reforço é corrigido adicionando parcelas nas regiões onde o momento último é excedido ou nas regiões onde o ângulo inelástico desenvolvido é excessi-

vo. Os momentos introduzidos pelos ângulos inelásticos e o carregamento externo são recalculados, e o reforço ajustado até que a suficiência do momento último de resistência tenha sido demonstrada.

O projeto é então verificado pela teoria elástica para assegurar que a tensão no aço e a carga última não sejam excessivas.

#### II.5.4 - Método de Cohn.

Cohn desenvolveu um método baseado no requisito do equilíbrio limite e funcionalidade. A condição da compatibilidade rotacional é verificada passo a passo. A solução é obtida reduzindo o momento elástico através de várias combinações de carga, multiplicando-se por um parâmetro  $\gamma_j \leq 1$ , onde  $\gamma_j$  é dado pelas seguintes condições:

- Para a carga de serviço, as seções críticas do pórtico devem permanecer no limite elástico;
- Para a carga última as forças internas devem equilibrar-se com as forças externas e um ou mais mecanismos de colapso deverá ser formado;
- A redução do momento global para o momento elástico deverá ser a máxima.

Um projeto padrão procura o mínimo valor de  $\gamma_j$  consistente com o comportamento aceitável da carga de serviço e condições de equilíbrio para a carga última.

As seções são projetadas, sobre bases de uma determinada distribuição de momentos de flexão e as regiões de rotação plástica são verificadas para assegurar que terão suficiente capacidade de rotação para desenvolver e assumir a distribuição de momentos e a carga última.

#### II.5.5 - Método de Furlong.

O método do projeto limite de Furlong consiste em atribuir momento último às estruturas para diferentes arranjos de carregamentos, Furlong utiliza o mais desfavorável deles, a fim de prever uma possível idealização dos momentos que satisfaça o requisito da funcionalidade e equilíbrio limite. A curva de flexibilidade será determinada por intermédio da rotação plástica resultante da distribuição do momento último. As possíveis distribuições dos momentos serão tabeladas, e a curva de flexibilidade será dada por uma equação simples. Para projetar uma viga, as seções serão reforçadas de modo que, nos locais de momento último de resistência, haja equilíbrio com a carga última, que suportará os momentos de resistência extremos, sendo iguais ou maiores que o produto de  $M_F$  pelo coeficiente dado na tabela II-1.

TABELA II-1

COEFICIENTE DO MOMENTO FLETOR, PARA VÁRIAS CONDIÇÕES DE APOIO

Condição de apoio	Tipo de momento	Carregamento somente no meio do vão	Outras formas de carregamento
duplamente engastada	negativo	0,37	0,50
	positivo	0,42	0,33
engastada	negativo	0,56	0,75
	positivo	0,50	0,46

Onde  $M_F$  é o máximo momento de flexão, no comprimento entre seções de cargas últimas, quando as extremidades são livres de restrição rotacional.

As seções são também avaliadas de maneira que:

$$\frac{\varphi_u}{\varphi_y} \geq 1 + 0,25 \frac{l_n}{d}$$

onde:

$\varphi_u$  = curvatura última

$\varphi_y$  = curvatura no início da fissuração

$l_n$  = comprimento livre

$d$  = altura efetiva da seção.

### CAPÍTULO III

#### DETERMINAÇÃO DAS ROTAÇÕES NAS ARTICULAÇÕES

##### CONDICIONADAS

As rotações  $\theta_i$  calculadas (equações 2-2), deverão ser inferiores àquelas que elas podem realizar. Então, deve ser determinada para cada rótula plástica, a rotação máxima, que ela pode admitir.

Exporemos a seguir as diversas fórmulas existentes na bibliografia, para a avaliação da capacidade de rotação das rótulas plásticas.

### III.1 - DETERMINAÇÃO DE G. MACCHI.

O professor G. Macchi em seus estudos adota como ponto de partida o diagrama trilinear, figura III-1. Onde se mostram os  $\theta$  que se necessita conhecer.

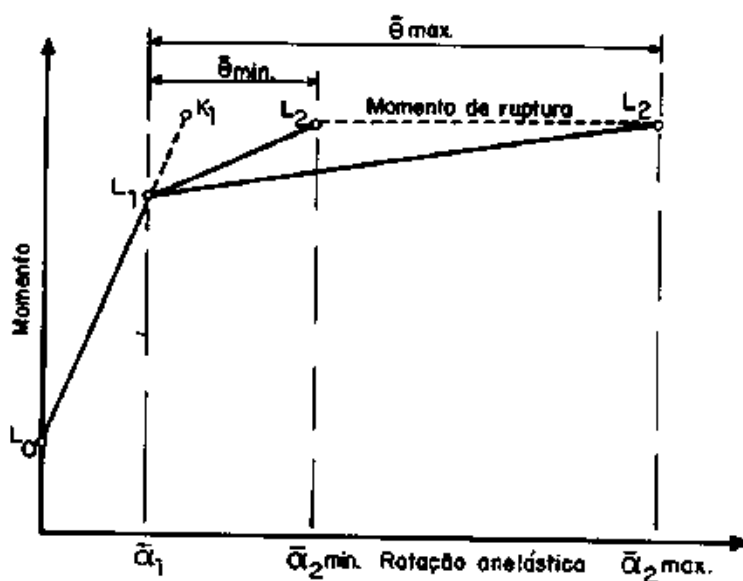


FIG III.1 - Diagrama trilinear

Macchi propõe o uso de curvas construídas experimentalmente, das quais obtêm  $\theta_{\text{min.}}$  e  $\theta_{\text{max.}}$  a partir de  $x/h$ , ou da percentagem de armadura, em vigas e colunetas. Tais curvas fazem parte de um âbaco construído com resultados de ensaios de laboratórios realizados em Paris, Turin, Porto, Madri, México e Veneza (figura III-2).



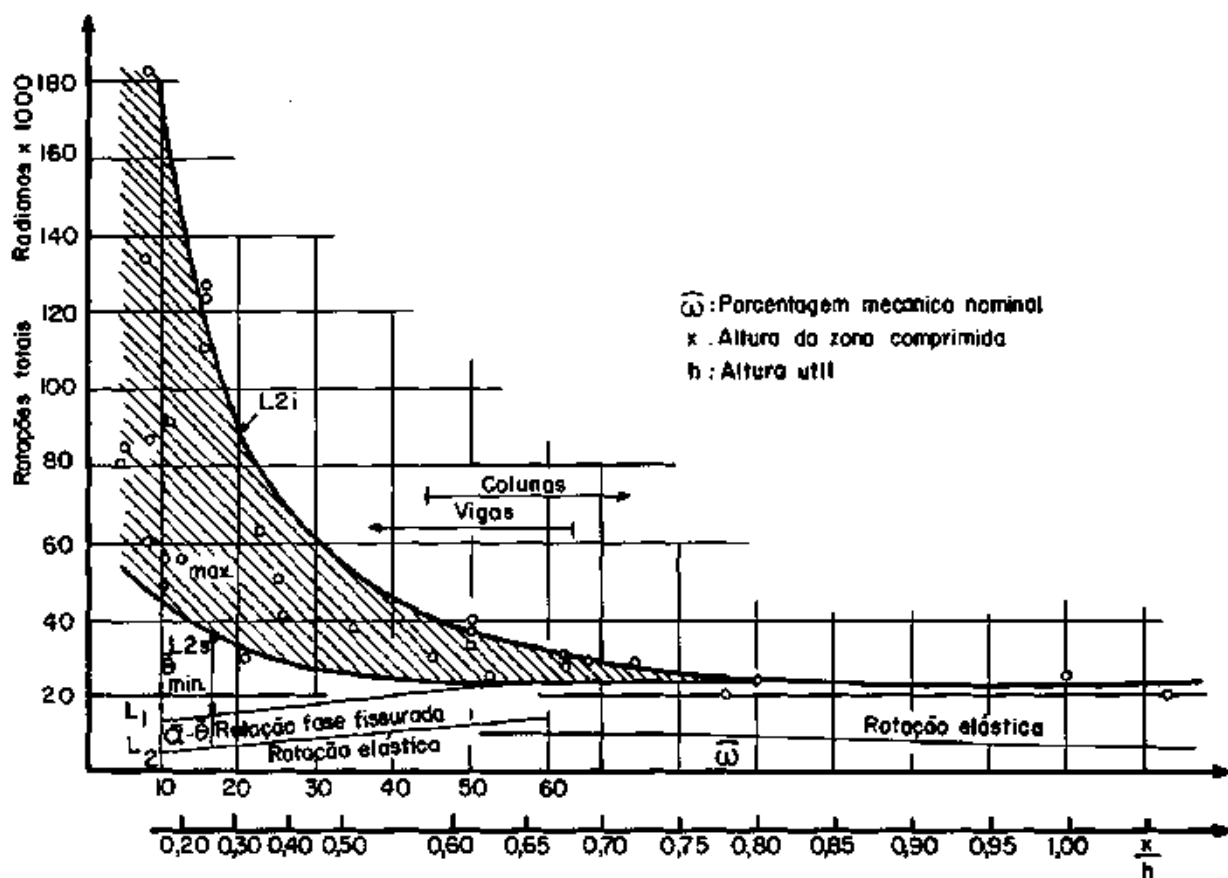


FIG III.2 - Abaco de Macchi

O uso desse diagrama é recomendado, enquanto se espera que uma análise satisfatória das deformações na faixa de ruptura permita a determinação teórica de  $\bar{\theta}$ .

III.2 - FÓRMULA DO PROFESSOR A. L. L. BAKER.

Baker havia proposto para a determinação da capacidade de rotação, a equação abaixo.

$$\theta_p = \frac{\epsilon_{c_2} - \epsilon_{c_1}}{k_x h} k_1 k_3 \left(\frac{a}{h}\right)^{1/4} h.$$

onde

$$\epsilon_{c_2} = 0,0035$$

$$\epsilon_{c_1} = 0,0020$$

$$k_1 = \begin{cases} 0,7 & \text{para aço de dureza natural} \\ 0,9 & \text{para aços encruados} \end{cases}$$

$k_3$  = variando de 0,6 a 0,9, para a resistência média do concreto determinada em corpos de prova cúbicos, de 420 a 140 Kg/cm<sup>2</sup>, (em corpos de prova cilíndricos de 350 a 115 Kg/cm<sup>2</sup>).

$a$  = distância da seção crítica, à seção de momento nulo.

$$k_x = x/h.$$

Posteriormente em um trabalho conjunto com Amarakone, a influência do cintamento foi então considerada, tendo o encurtamento máximo do concreto determinado através da equação 3-1.

$$\epsilon_{c_2} = 0,0015 \left[ 1,45 + 1,5 w_t + (0,7 - 0,1 w_t) \frac{1}{k_x} - \frac{f_{c_{cil}}}{10^4} \right]$$

ou ainda, devido ao fato de que a influência de  $f_{ccil}$  é pequena na determinação de  $\epsilon_{c2}$ , para as misturas normais de concreto, a equação 3-1, pode ser expressa da seguinte maneira.

$$\epsilon_{c2} = 0,0015 \left[ 1 + 1,5w_t + (0,7 - 0,1w_t) \frac{1}{k_x} \right] \dots (3-2)$$

onde:

$w_t$  = percentagem de estribos (estribos comuns)

$f_{ccil}$  = tensão no concreto determinada em corpos de prova cilíndricos.

$\epsilon_{c2}$  = encurtamento máximo do concreto, com limite superior igual a 10% .

A tensão máxima no concreto é dada pela equação 3-3:

$$f_{c2} = f_{ccil} \left( 0,8 + \frac{1}{k_x} \right) \dots (3-3)$$

Por intermédio da equação 3-4, obteremos a capacidade de rotação plástica.

$$\theta_p = 0,8 (\epsilon_{c2} - \epsilon_{c1}) k_1 k_3 \frac{a}{h} \dots (3-4)$$

A determinação do comprimento de plastificação (lp) será abordada no item III-7-1.

### III.3 - FÓRMULA CONCEIÇÃO SAMPAIO.

O engenheiro Joaquim da Conceição Sampaio, em trabalho apresentado às 2ª Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil [21], tratou da "Capacidade de rotação das rótulas plásticas" no concreto armado, tendo ensaiado 15 vigas no Laboratório de Ensaios de Materiais da Universidade do Porto.

Conceição Sampaio, partiu de valores fixados no Regulamento Português, com  $\epsilon_{c2} = 0,2\%$  e  $\epsilon_{c1} = 0,05\%$  e obteve as expressões 3-5; adota também a relação trilinear, tal como Macchi.

$$\theta_p = \frac{0,14 \times 10^{-5}}{w_t} \frac{a}{h} \quad \text{para armaduras de aço doce.} \quad (3-5)$$

$$\theta_p = \frac{0,04 \times 10^{-3}}{w_t} \frac{a}{h} \quad \text{para aço encruado}$$

onde:  $w_t$  é a percentagem de estribos (estribos comuns).

Assinalemos porém, que se trata de estribos habituais, com a altura total da viga, e não um condicionamento ou projeto especial com esse objetivo em vista, assunto próprio desta pesquisa.

### III.4 - FÓRMULA DO PROFESSOR SYDNEY SANTOS.

Nas rótulas condicionadas é mister, como já observado para os segmentos plastificados em estribos comuns, fazer presente o papel do condicionamento (hêlices, estribos curtos,

fretagem horizontal, etc...) na região comprimida, pois aumentando-se o  $\epsilon_{c2}$ , obviamente disporíamos de maiores  $\theta_p$ . E as fórmulas deverão assim exprimir essa variação.

Para isso podemos usar as expressões de Baker, ou adotar um caminho mais simples, já que a natureza das heterogeneidades próprias do concreto armado talvez não comportem, nem assegurem maiores complicações. Essa fórmula mais simples é a seguinte:

$$\theta_p = 2 \int_0^{l_p/2} \frac{ds}{r} = 2 \int_0^{l_p/2} \frac{\epsilon_c}{x} ds.$$

ou com aproximação suficiente

$$\theta_p = 2 \sum_1^n \epsilon_c \frac{\Delta s}{n}$$

sendo  $\epsilon_c$  a deformação do concreto com o condicionamento usado, variável de ponto para ponto.

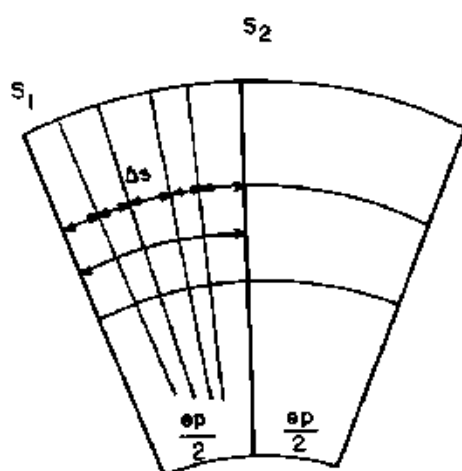


FIGURA III.3

Para  $\epsilon_c/x$  constantes, encontraremos a expressão

$$\theta_p = \frac{\epsilon_c l_p}{x}$$

Se porém na seção inicial  $S_1$ , tivermos  $\epsilon_{c1}/x_1$ , e na seção crítica, mediana, existir  $\epsilon_{c2}/x_2$ , poderemos adotar, com pequeno erro, variação linear entre esses valores, de tal sorte que;

$$\theta_p = \left( \frac{\epsilon_{c2}}{x_2} + \frac{\epsilon_{c1}}{x_1} \right) \frac{l_p}{2} \quad \dots\dots (3-6)$$

Sendo  $\epsilon_{c2}$  calculado em decorrência do condicionamento adotado, ou pela fórmula 3-1 de Baker, se só existirem estribos habituais:

Conforme o tipo de condicionamento podemos ter; (ver artigos 4.1.1-5 e 4.1.1-4 da NB-1).

a) hélice ou estribos curtos.

$\epsilon_{c2}$  = deformação de uma coluneta fretada, equivalente à região comprimida, levada a ruptura.

$$\epsilon_{c2} = \frac{1}{E_{br}} (f_{ck} + 2 w_t f_{yk}); \quad w_t = \frac{\text{área da freta}}{\text{área do núcleo}}$$

b) malhas de vergalhões.

$\epsilon_{c2}$  = deformação de uma coluneta armada, equivalente à região comprimida, levada a ruptura.

$$\varepsilon_{c2} = \frac{1}{E_{br}} (f_{ck} + 1,7 w_t f_{yk}); \quad w_t = \frac{\text{\u00e1rea da malha}}{\text{\u00e1rea da coluneta}}$$

O comprimento plastificado, ser\u00e1 abordado no item III.7.2.

### III.5 - DETERMINA\u00c7\u00c3O DE A. H. MATTOCK.

Pode-se calcular os momentos e as curvaturas, usando as equa\u00e7\u00f5es derivadas dos conceitos b\u00e1sicos, de compatibilidade de deforma\u00e7\u00f5es e equil\u00edbrio de for\u00e7as.

A rota\u00e7\u00e3o inel\u00e1stica  $\theta_u$ , ocorrendo em um comprimento de viga igual \u00e0 metade da altura efetiva e localizada na se\u00e7\u00e3o de momento m\u00e1ximo, \u00e9 calculada usando a equa\u00e7\u00e3o 3-7, obtida atrav\u00eas das considera\u00e7\u00f5es mostradas na figura III-4.

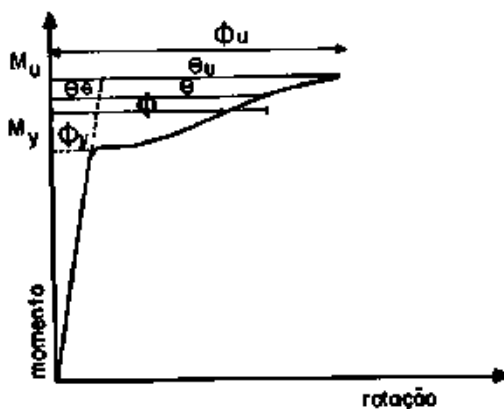


FIGURA III.4

$$\theta_u = \theta_e + \theta_y \frac{M_u}{M_y} \quad \dots \quad (3-7)$$

onde

$$\theta_u = \psi_u \frac{d}{2} \quad \text{e} \quad \theta_y = \psi_y \frac{d}{2}$$

$\theta_u$  = rotação inelástica última, ocorrendo em um comprimento  $d/2$  para um lado da seção de momento máximo.

$\theta$  = rotação total, ocorrendo em um comprimento igual a metade da altura efetiva.

$\theta_u$  = rotação  $\theta$  última

$\theta_y$  = rotação  $\theta$  no início da plastificação

$\psi$  = curvatura média, medida sobre o comprimento  $\underline{d}$ , situada simetricamente sobre a seção de momento máximo.

$\psi_u$  = curvatura máxima

$\psi_y$  = curvatura no início da plastificação.

Mattock utiliza aqui as seguintes suposições:

- 1 - No início da plastificação, a tensão de compressão no concreto varia linearmente de zero no eixo neutro, à máxima na face de compressão da viga, como indicado na figura III-5.



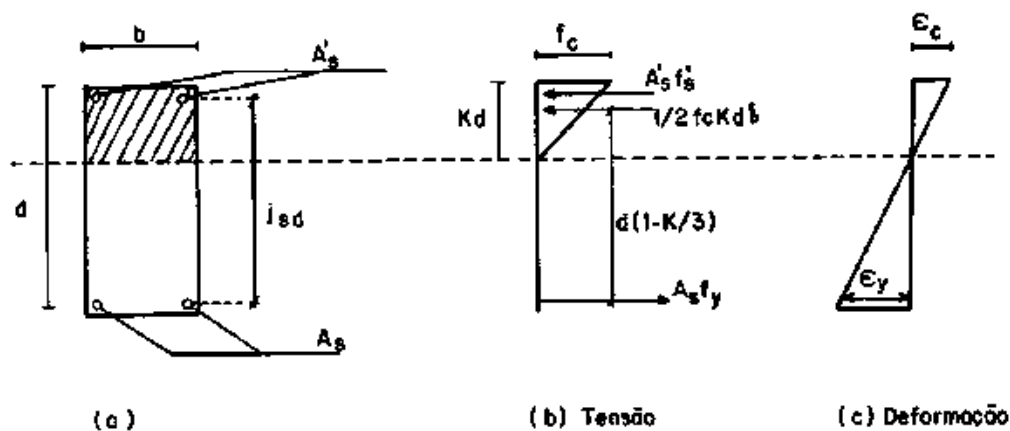


FIGURA III.5

2 - No esforço último, isto é, com o momento máximo, as tensões de compressão no concreto, são distribuídas de maneira não linear, como indicado na figura III-6, e a magnitude e localização da força resultante de compressão do concreto, pode ser expressa em termos dos coeficientes  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  das dimensões da zona de compressão.

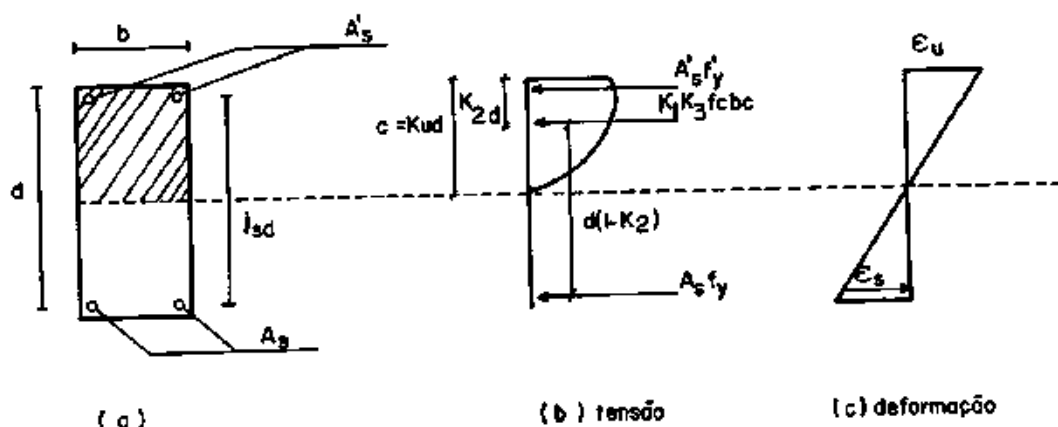


FIGURA III.6

- 3 - Despreza-se a força de tração no concreto.
- 4 - A deformação no concreto, é assumida como uma variação linear, exceto na região de ancoragem, em que a deformação nas barras é assumida igual à do concreto.
- 5 - A curva tensão - deformação do aço é suposta como se mostra na figura III-7.

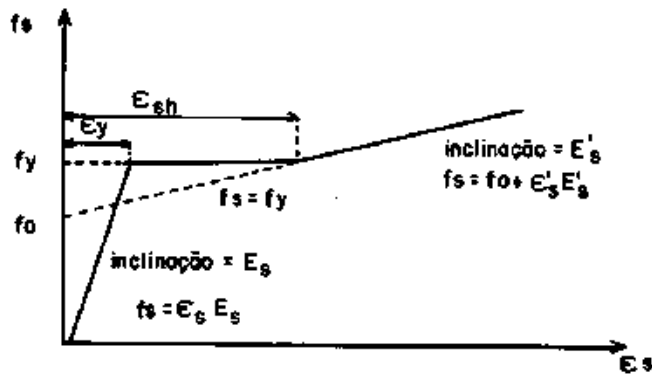


FIGURA III.7

- Condições de início de plastificação: Para a consideração das propriedades de transformação da seção, pode ser mostrado que:

$$K = \frac{\sqrt{[p'(n-1) + pn]^2 + 2[pn + p'(1-j_s)(n-1)]} - [p'(n-1) + pn]}{\dots\dots\dots} \quad (3-8)$$

onde

$$p = \frac{A_s}{bd}$$

$$p' = \frac{A'_s}{bd}$$

$n$  = razão do módulo de elasticidade do aço para o concreto =  $E_s/E_c$ .

$j_s d$  = distância entre os centros das armaduras de tração e compressão.

Para a distribuição das tensões (ver figura III-5-b)

$$\frac{f'_s}{f_c} = n(k + j_s + 1) \dots \dots \dots (3-9)$$

onde

$f_c$  = tensão de compressão máxima no concreto.

$f'_c$  = tensão no concreto, medida em corpos de prova cilíndricos.

$f_o$  = tensão definida na figura III-7.

$f_s$  = tensão de tração no aço.

$f'_s$  = tensão de compressão no aço.

$f_y$  = tensão de escoamento a tração do aço.

$f'_y$  = tensão de escoamento a compressão do aço.

Para equilíbrio das forças

$$f_c = \frac{pf_y}{\frac{k}{2} + \frac{p'f'_s}{f_c}} \dots \dots \dots (3-10)$$

substituindo ( $f'_s/f_c$ ) na equação 3-10, temos:

$$f_c = \frac{pf_y}{\frac{k}{2} + np' \left( \frac{k+j_s-1}{k} \right)}$$

O momento de plastificação é dado por:

$$M_y = \frac{1}{2} f_c k d^2 b \left( 1 - \frac{k}{3} \right) + j_s d A'_s f'_s \dots \dots (3-11)$$

A curvatura é obtida pela consideração de distribuição de deformações (ver figura III.5-c)

$$\psi_y = \frac{\epsilon_y}{d(1-k)} \quad \dots\dots (3-12)$$

- Condições de Momento Último: para equilíbrio das forças internas (ver figura III.6-b)

$$k_1 k_3 f'_c b c + f'_y A'_s = f_s A_s.$$

Transpondo

$$c = \frac{f_s A_s - f'_y A'_s}{b k_1 k_3 f'_c} = d \frac{p f_s - p' f'_y}{k_1 k_3 f'_c} \quad \dots\dots (3-13)$$

Momento último

$$M_u = k_1 k_3 f'_c b c (d - k_2 c) + f'_y A'_s j_s d \quad \dots (3-14)$$

substituindo c da equação 3-13, na equação 3-14, temos

$$M_u = b d^2 \left[ (p f_s - p' f'_y) \left( 1 - \frac{k_2 (p f_s - p' f'_y)}{k_1 k_3 f'_c} \right) + p' j_s f'_y \right] \dots$$

..... (3-15)

$M_u$  poderá ser calculado, se  $f_s$  for conhecido.

Para a compatibilidade de deformações (ver figura III.6-c)

$$\frac{c}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u} \quad \dots\dots (3-16)$$

transpondo a equação 3-13

$$\frac{c}{d} = \frac{pf_s - p'f'y}{k_1 k_3 f_c} \dots\dots\dots (3-17)$$

resolvendo a equação 3-16 e 3-17, temos:

$$f_s = \frac{1}{p} \left[ k_1 k_3 f'_c \left( \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u} \right) + p'f'y \right] \dots\dots (3-18)$$

Caso 1: Tensão abaixo da tensão de escoamento.

$$\epsilon_s = f_s/E_s.$$

substituindo  $\epsilon_s$  na equação 3-18, e resolvendo:

$$f_s = \sqrt{\frac{1}{4} \left( \epsilon_u E_s - \frac{p'}{p} f'y \right)^2 + \frac{\epsilon_u E_s}{p} (k_1 k_3 f'_c + p'f'y)} - \frac{1}{2} (\epsilon_u E_s - \frac{p'}{p} f'y) \dots\dots\dots (3-19)$$

Caso 2: Tensão igual a tensão de escoamento.

$$f_s = f_y$$

Caso 3: Tensão acima da tensão de escoamento (ver figura III-7)

$$\epsilon_s = (f_s - f_0) / E'_s \dots\dots\dots (3-20)$$

resolvendo a equação 3-18 e 3-19

$$f_s = \sqrt{\frac{1}{4} \left( \epsilon_u E'_s - f_0 - \frac{p'}{p} f'y \right)^2 + \frac{1}{p} (k_1 k_3 f'_c \epsilon_u E'_s + p'f'y \epsilon_u E'_s - p'f'y f_0)} - \frac{1}{2} \left( \epsilon_u E'_s - f_0 - \frac{p'}{p} f'y \right) \dots\dots\dots (3-21)$$

Para se saber se a tensão última é acima, igual, ou abaixo da tensão de escoamento, o valor crítico de  $(q-q')$  corresponde a  $\epsilon_s = \epsilon_y$  e  $\epsilon_s = \epsilon_{sh}$  deverá ser calculado.

onde

$$q = pf_y/f'_c, \quad q' = p'f_y/f'_c \quad \text{e} \quad q_b = p_b f_y/f'_c$$

$p_b$  = proporção de aço para balancear a condição de força última na viga, reforçada à compressão.

Resolvendo a equação 3-16 e 3-17 e transpondo:

$$\frac{pf_s - p'f'_y}{k_1 k_3 f'_c} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u} \quad \dots \quad (3-22)$$

agora, quando  $\epsilon_s = \epsilon_y$  e  $\epsilon_{sh}$ ,  $f_s = f_y$

$$\therefore \frac{pf_y - p'f'_y}{f'_c} = \frac{k_1 k_3 \epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u}$$

$$\text{isto é, } (q-q') = \frac{k_1 k_3 \epsilon_u}{\epsilon_s + \epsilon_u} \quad \dots \quad (3-23)$$

Quando  $\epsilon_s = \epsilon_y$ , condição de equilíbrio último,

$$(q-q')_b = \frac{k_1 k_3 \epsilon_u}{\epsilon_y + \epsilon_u} \quad \dots \quad (3-24)$$

Quando  $\epsilon_s = \epsilon_{sh}$ , início da plastificação

$$(q-q')_{sh} = \frac{k_1 k_3 \epsilon_u}{\epsilon_{sh} + \epsilon_u} \quad \dots \quad (3-25)$$

donde:

se  $(q-q') > (q-q')_b$  .....  $f_s < f_y$  ..... caso 1

se  $(q-q')_b > (q-q') > (q-q')_{sh}$  ....  $f_s = f_y$  ..... caso 2

se  $(q-q')_{sh} > (q-q')$  .....  $f_s > f_y$  ..... caso 3

A curvatura última  $\Psi_u$ , é obtida da consideração da distribuição de deformações (ver figura III.6-c).

Para os casos 1 e 3

$$\Psi_u = \frac{\epsilon_s + \epsilon_u}{d} \quad \dots\dots\dots (3-26)$$

O valor de  $\epsilon_s$  usado na equação 3-26, será o correspondente à deformação calculada para a tensão última do aço, obtida pelas equações 3-19, 3-20, de acordo com o caso.

Para o caso 2, onde  $f_s = f_y$ .

substituindo  $f_s = f_y$  na equação 3-17, temos:

$$c = d \left( \frac{p f_y - p' f'_y}{k_1 k_3 f'_c} \right)$$

isto é:

$$c = \frac{d}{k_1 k_3} (q-q') \quad \dots\dots\dots (3-27)$$

Onde a curvatura última é;

$$\Psi_u = \frac{\epsilon_u}{c} \quad \dots\dots\dots (3-28)$$

Observação:

Valores de  $\epsilon_u$ ,  $E_c$  e  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ , usados no cálculo.



$\epsilon_u$  = deformação máxima de compressão à força última, calculada usando a equação 3-29.

$$\epsilon_u = 0,003 + 0,5/z \quad \dots\dots\dots (3-29)$$

onde  $z$  é medido em polegadas.

$E_c$  = o módulo de elasticidade do concreto, foi tomado como:

$$E_c = 60.000 \sqrt{f'_c}$$

onde  $E_c$  e  $f'_c$  são em *psi*.

$k_1 = 0,85$  para forças  $f'_c$  acima de 4000 *psi*; para  $f'_c$  abaixo de 4000 *psi*, reduz-se continuamente na razão de 0,05 para cada 1000 *psi*.

$$k_2 = 0,425$$

$$k_3 = 0,85.$$

A razão da rotação inelástica total ( $\theta_{t_u}$ ), no comprimento  $z$ , para a rotação inelástica ( $\theta_u$ ), no comprimento  $d/2$ , pode ser calculada usando a equação abaixo:

$$\frac{\theta_{t_u}}{\theta_u} = 1 + \left( 1,14 \sqrt{\frac{z}{d}} - 1 \right) \left[ 1 - \left( \frac{q-q'}{q_b} \right) \sqrt{\frac{d}{16,2}} \right] \dots\dots (3-30)$$

onde  $q_b$  é calculada usando  $\epsilon_u = 0,003$ . Esta equação pode ser usada em conjunto com o valor calculado  $\theta_u$  para prever o valor limite da rotação inelástica na região plástica  $\theta_{t_u}$ .

### III.6 - DETERMINAÇÃO DE PARK E PAULAY.

A figura III-8, mostra uma peça de concreto armado, submetida à flexão, que tenha alcançado a curvatura e momento de flexão última na seção crítica. A região da curvatura inelástica é expandida sobre o comprimento da viga, para momentos de flexão acima do momento de plastificação da seção, esta região deverá ser a mínima possível. Em regiões da viga, a curvatura varia por causa do incremento de rigidez dos segmentos entre as fissuras. O pico da curva representa a região de fissuração.

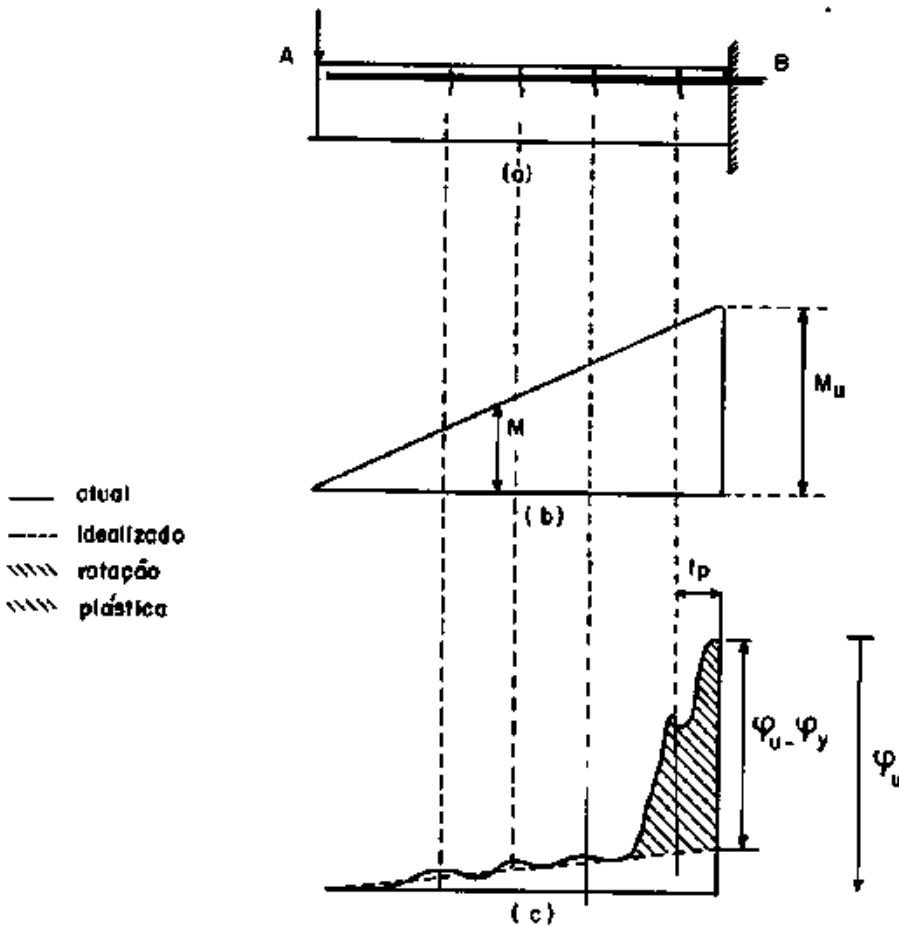


FIGURA III.8

Para se prever a ductilidade, é necessário determinar a deformação que ocorre quando o momento último é alcançado. A distribuição da curvatura última pode ser idealizada para regiões elásticas e plásticas (ver figura III.8-c). A contribuição elástica para a rotação sobre todo o comprimento da peça é dado por:

$$\theta = \int_A^B \frac{M}{EI} dx.$$

A área sombreada da figura III.8-c, é a rotação plástica que pode ocorrer, na rótula plástica, na vizinhança da seção crítica. A área inelástica para o estágio último pode ser substituída, por um retângulo de área equivalente, de altura  $\varphi_u - \varphi_y$ , e largura  $l_p$ . A largura  $l_p$  é o comprimento equivalente da rótula plástica, onde a curvatura plástica é considerada constante. Sendo assim, a rotação plástica de um lado da seção crítica, pode ser escrita como:

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y) l_p \quad \dots \dots \quad (3-31)$$

Esta equação nos fornece a rotação plástica, em função das curvaturas últimas e de escoamento, e do comprimento de plastificação.

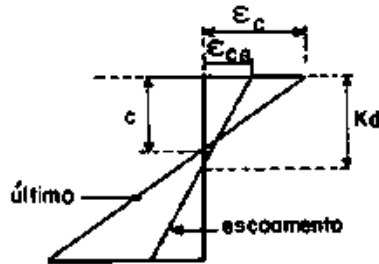


FIGURA III.9

Por intermédio do diagrama de deformação para curvatura última e de escoamento (figura III.9), podemos chegar à seguinte fórmula.

$$\theta_p = \left( \frac{\epsilon_c}{c} - \frac{\epsilon_{ce}}{kd} \right) l_p \quad \dots\dots (3-32)$$

onde:

$c$  = é a altura do eixo neutro, para o momento último.

$\epsilon_c$  = é a deformação do concreto na fibra extrema de compressão a momento último.

$kd$  = é a altura do eixo neutro, quando a curvatura de escoamento é alcançada.

$\epsilon_{ce}$  = é a deformação do concreto na fibra extrema de compressão, quando a curvatura de escoamento é alcançada.

### III.7 - COMPRIMENTO DE PLASTIFICAÇÃO:

O comprimento de plastificação ( $l_p$ ), é outro assunto muito discutido; apresentaremos aqui diversos modos de avaliá-lo.

#### III.7.1 - Professor A. L. L. Baker.

Baker, propõe a seguinte fórmula para avaliar o  $l_p$ .

- Para peças de concreto não confinado.

$$l_p = k_1 k_2 k_3 (z/d)^{0,25} d \quad \dots\dots (3-33)$$

onde

$$k_2 = 1 + 0,5 \frac{p}{p_u} \quad \dots\dots (3-34)$$

$p$  = força axial

$p_u$  = força de compressão máxima que o elemento poderia suportar sem existência de momento fletor.

- Para peças de concreto com aço transversal.

$$l_p = 0,8 k_1 k_3 (z/d) c \quad \dots\dots\dots (3-35)$$

onde  $c$  é a altura do eixo neutro, para o momento último.

O professor Baker define um comprimento equivalente igual a  $2 l_p$ , como sendo parte de uma haste na qual o comprimento inelástico dá lugar a uma curvatura constante, de modo que a rotação é igual àquela devida do comportamento inelástico.

### III.7.2 - Professor Sydney Santos.

O professor Sydney Santos considera que o comprimento  $l_p$  será o do condicionamento, se o momento for constante; se houver variação do momento figura III-10, não é necessário exceder o maior dos dois valores.

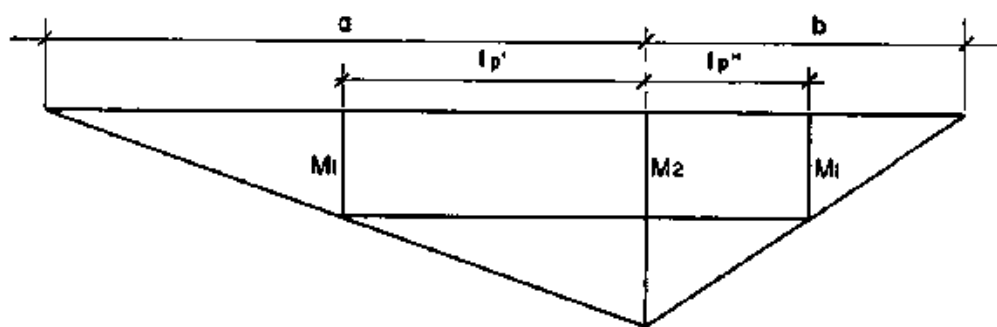


FIG III.10-Esquema para determinação do  $l_p$

$$\frac{l_p}{2} = \frac{M_2 - M_1}{M_2} \quad a.$$

..... (3-36)

$$\frac{l_p}{2} = \frac{M_2 - M_1}{M_2} \quad b.$$

sendo  $M_2$  correspondente a  $L_2$  e  $M_1$  a  $L_1$  (ver figura III-10).

### III.7.3 - OUTRAS DETERMINAÇÕES.

#### III.7.3.1 - Corley

Para os resultados dos testes de vigas simplesmente apoiadas, Corley propos a seguinte expressão para o comprimento plastificado ( $l_p$ ).

$$l_p = 0,5 d + 0,2 \sqrt{d} (z/d) \quad \dots\dots (3-37)$$

e sugere que usemos a fórmula seguinte, para a determinação da deformação máxima do concreto:

$$\epsilon_{c_2} = 0,003 + 0,002 \frac{b}{z} + \left( \frac{\phi_s f_y}{20} \right)^2 \quad \dots\dots (3-38)$$

onde:

$z$  = distância da seção crítica, ao de momento nulo.

$b$  = largura da viga.

$d$  = altura efetiva da viga (em polegadas)

$\phi_s$  = razão do volume do aço confinado (incluindo aço de compressão) para o volume total de concreto.

$f_y$  = tensão de escoamento do aço confinado.

Na discussão da publicação do Corley, Mattock sugere uma forma mais simples para se avaliar  $l_p$  e  $\epsilon_p$ .

$$l_p = 0,5 d + 0,005 z \quad \dots\dots (3-39)$$

$$\epsilon_p = 0,003 + 0,002 \frac{b}{z} + 0,2 \phi_s \quad \dots\dots (3-40)$$

Esta modificação na equação de  $\epsilon_p$  é mais conservativa para os altos valores de  $\phi_s$ .

III.7.3.2 - Sawyer.

Sawyer propôs a seguinte expressão para o comprimento plastificado ( $l_p$ )

$$l_p = 0,25 d + 0,075 z.$$

Esta equação é baseada na hipótese de que o momento máximo da peça é o momento último, que  $M_y/M_u = 0,85$ , e que a zona de influência é expandida de  $d/4$ , da seção do momento de flexão reduzida para  $M_y$ .



## CAPÍTULO IV

### PLANO DE ENSAIOS

É fato constatado que um aumento na quantidade de estribos, com uma conseqüente diminuição do espaçamento como que proporciona ductilidade ao concreto [14]. Pode ser também aumentada com a colocação de armadura de compressão. As vigas superarmadas tem sua ductilidade reduzida, pois a armadura longitudinal de tração influi também na ductilidade do concreto.

Pretendemos neste estudo definir a capacidade de rotação das rótulas plásticas no concreto armado, através de dispositivos colocados tão somente na região comprimida.

Para isso, não usamos armadura de compressão além dos ferros de montagem.

Por atuarmos tão somente na região comprimida, temos a vantagem de poder colocar quantidade maior de armadura transversal, sem alcançar a região tracionada, onde quase sempre há grande densidade de armadura longitudinal; tornar-se-ia uma área em que encontraríamos dificuldade na ocasião da concretagem, caso fosse aumentada a quantidade de armaduras transversais.

Para a realização deste estudo, executamos duas séries de vigas que passamos a descrever:

#### IV.1 - DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA

As vigas foram projetadas com dimensões de 15 x 30 x 140cm, conforme esquema abaixo, figura IV-1 e figura IV-2.

Para as vigas V2, V4 e V5, a excentricidade, ou seja o local de aplicação da carga, passou de 5cm para 10cm, medidos a partir da face inferior.

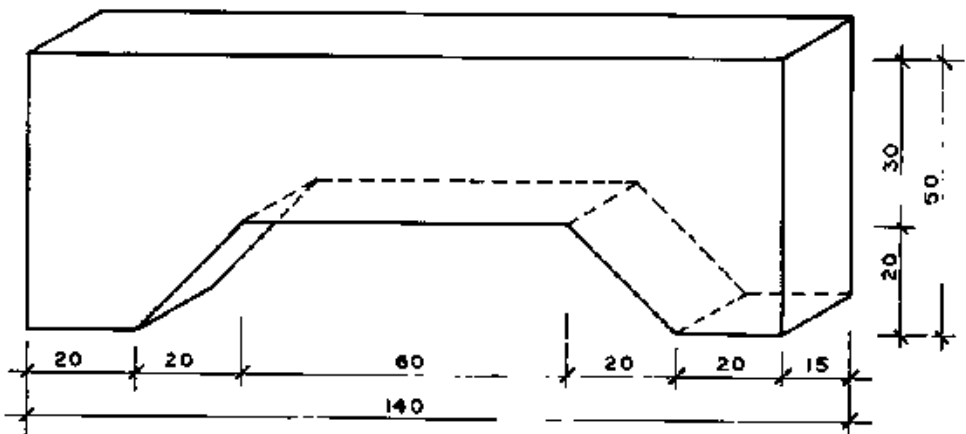


FIG IV.1 - Projeto geométrico das vigas

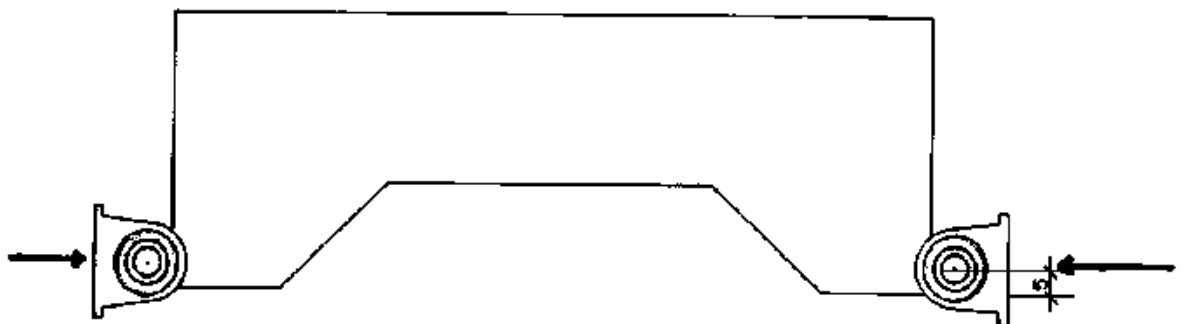


FIG IV.2 - Definição do ponto de carregamento

IV.2 - ARMAÇÃO

Todas as vigas da série 1, foram armadas à flexão com  $4\emptyset 3/8''$ , assim como as da série 2 armadas à flexão com  $4\emptyset 3/8''$  mais  $2\emptyset 3/4''$ , como indica a figura IV-3; recebendo armadura transversal em estribos de  $1/4''$  cada 15cm, e estribos de  $1/4''$  nas "cabeças" da peça.

VIGA	ARMADURA	FRETAGEM	OBSERVAÇÃO
B1	$4\emptyset 3/8''$		referência
B2	$4\emptyset 3/8''$	Hélice retangular	
B3	$4\emptyset 3/8''$	Hélice circular	
B4	$4\emptyset 3/8''$	Estribo curto	
B5	$4\emptyset 3/8''$	Fretagem tridimensional	

QUADRO 4-1 - RESUMO DAS PEÇAS DA 1ª SÉRIE DE ENSAIOS.

VIGA	ARMADURA	FRETAGEM	OBSERVAÇÃO
1	$4\emptyset 3/8'' + 2\emptyset 3/4''$		referência
2	$4\emptyset 3/8'' + 2\emptyset 3/4''$	Hélice retangular	
3	$4\emptyset 3/8'' + 2\emptyset 3/4''$	Hélice circular	
4	$4\emptyset 3/8'' + 2\emptyset 3/4''$	Estribo curto	
5	$4\emptyset 3/8'' + 2\emptyset 3/4''$	Fretagem tridimensional	

QUADRO 4-2 - RESUMO DAS PEÇAS DA 2ª SÉRIE DE ENSAIOS.

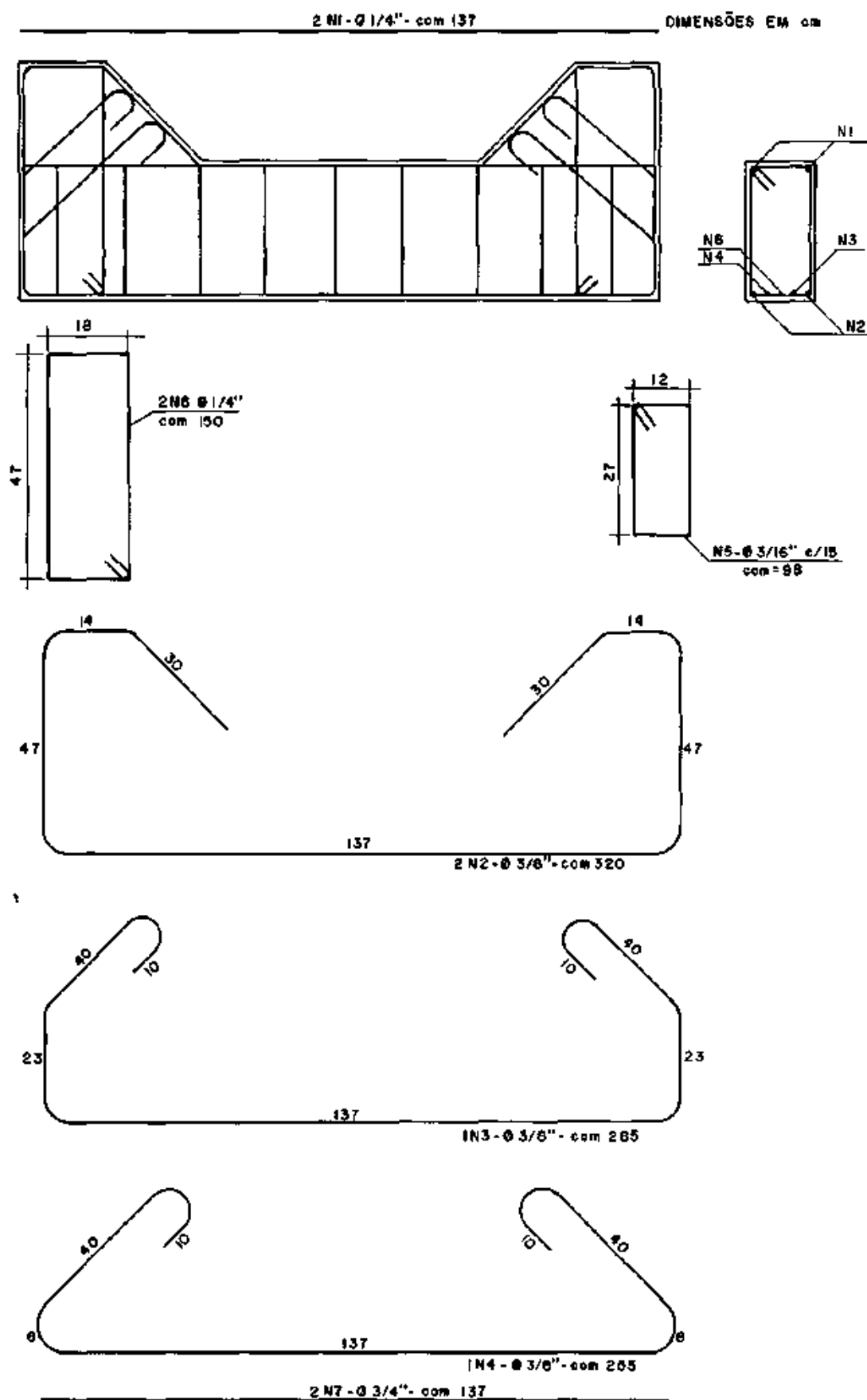
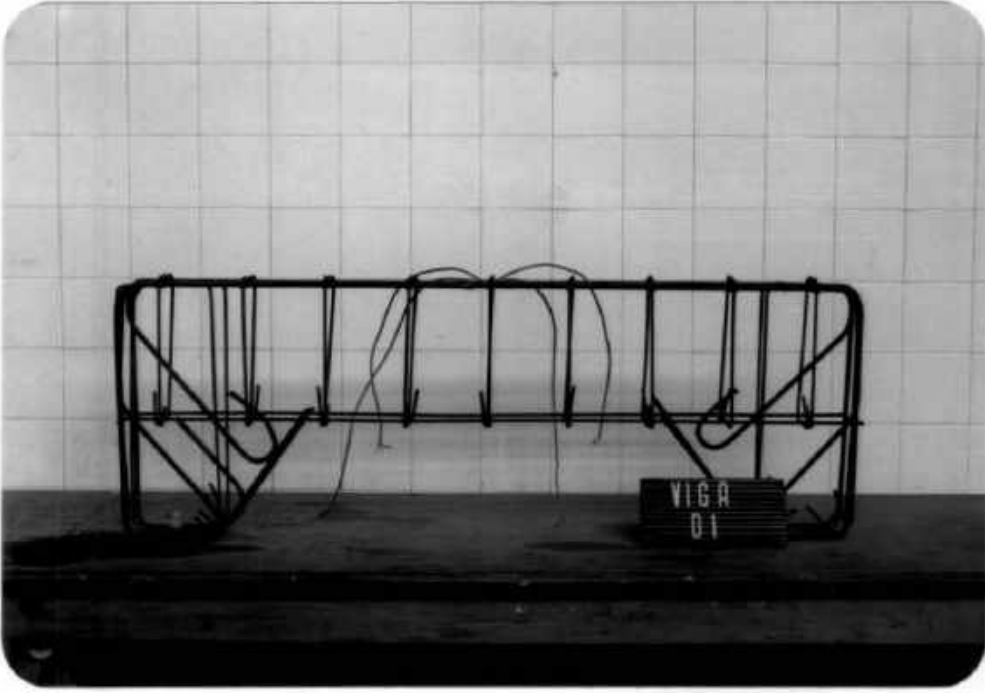


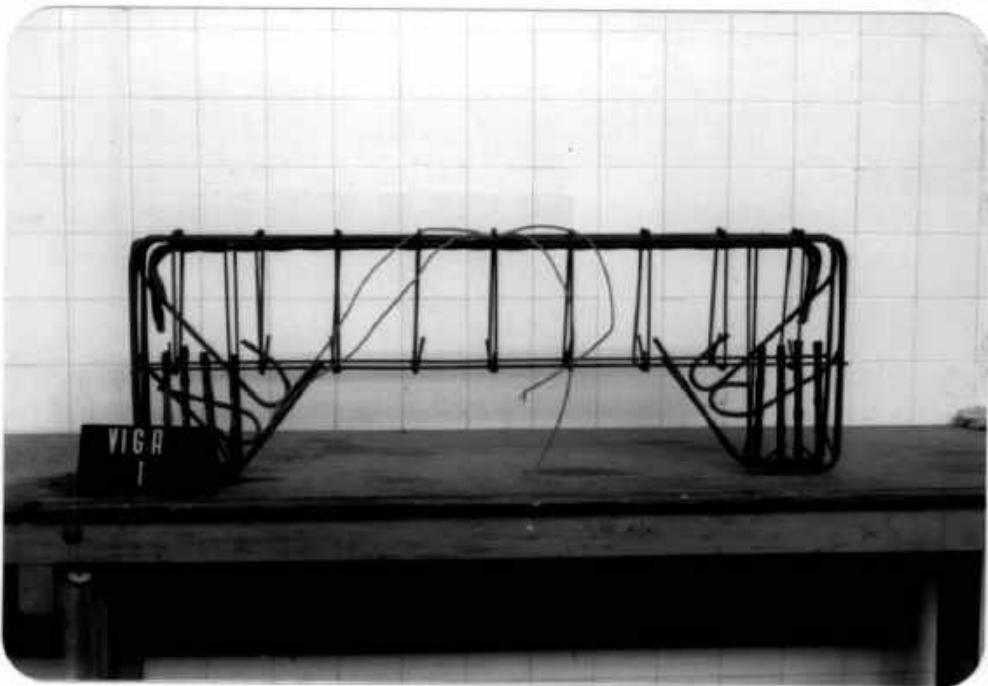
FIG. IV.3 - Planta de Armção

As demais características da cada viga são expostas a seguir:

V1 - Vigas de referência.



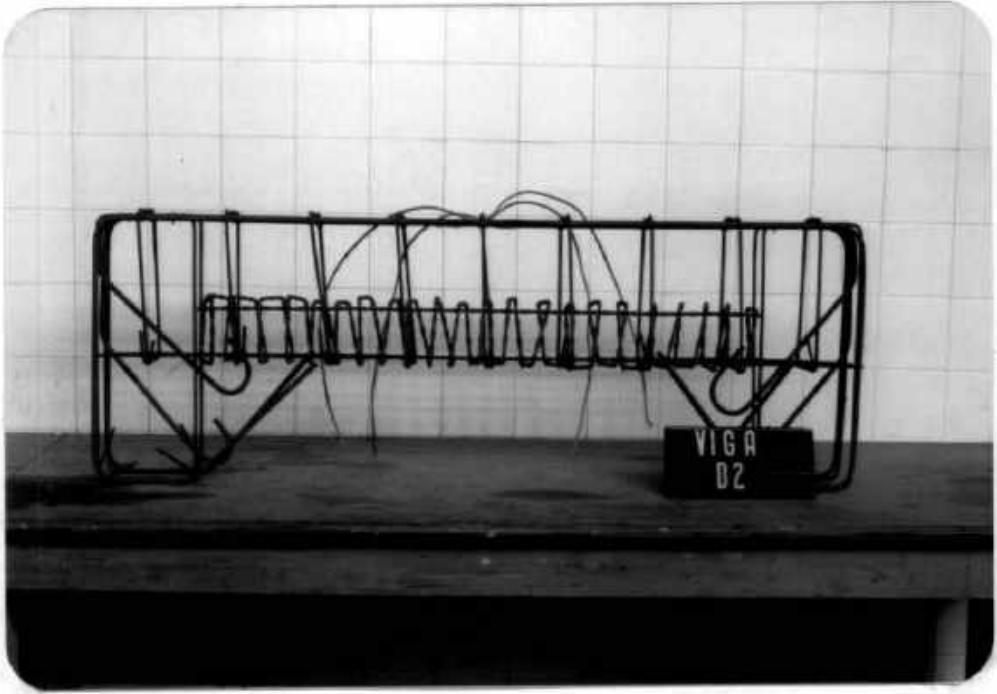
a) 1ª série.



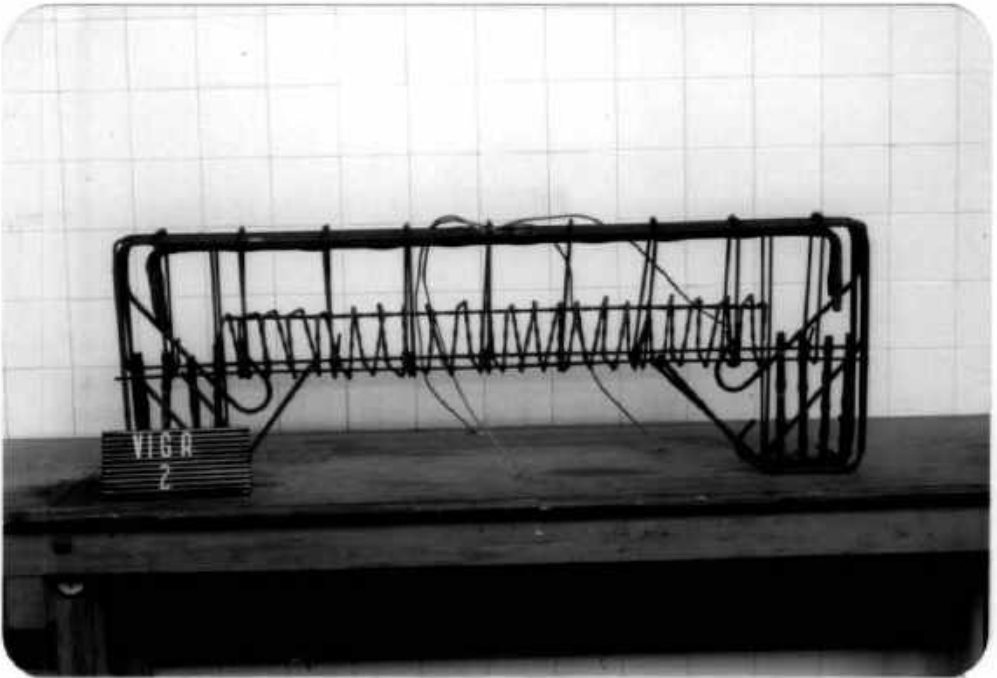
b) 2ª série.

FIGURA IV-4

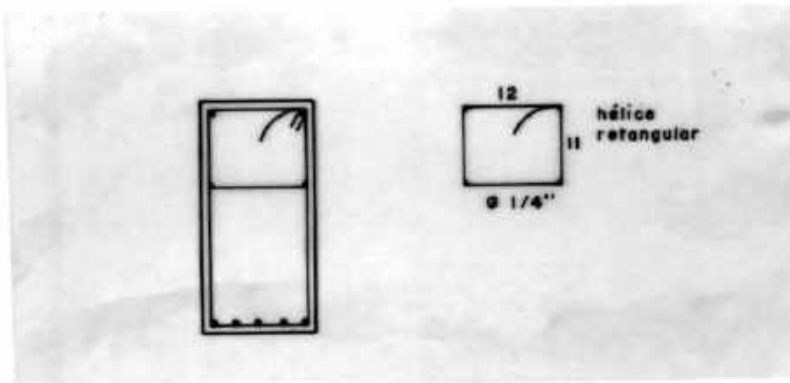
V2 - Dotada na região comprimida de "hélice retangular" (passo 5,0cm).



a) 1ª série.



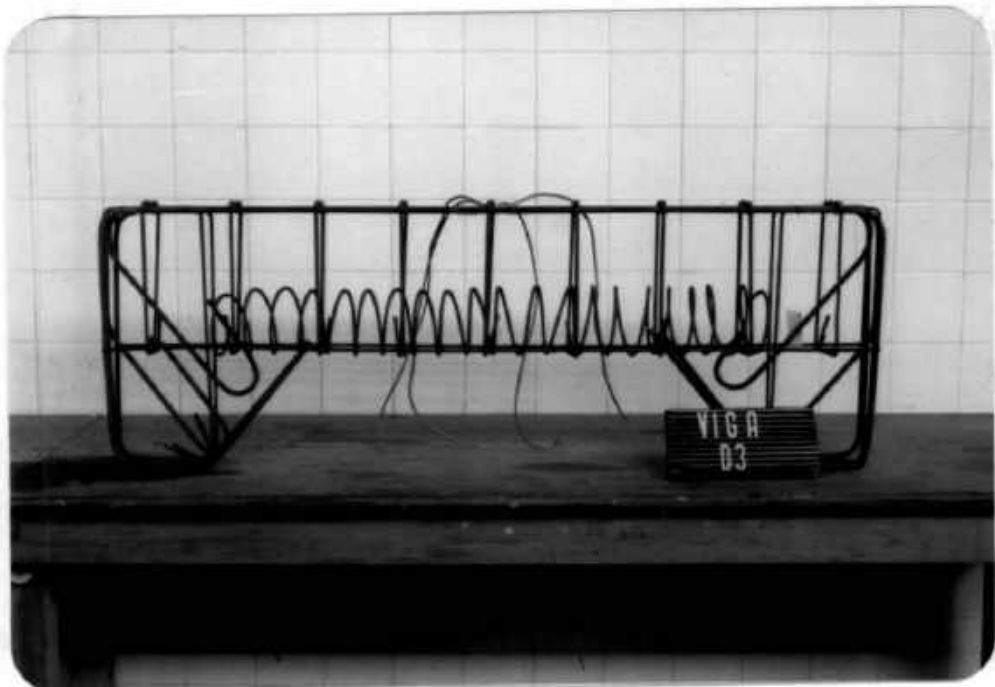
b) 2ª série.



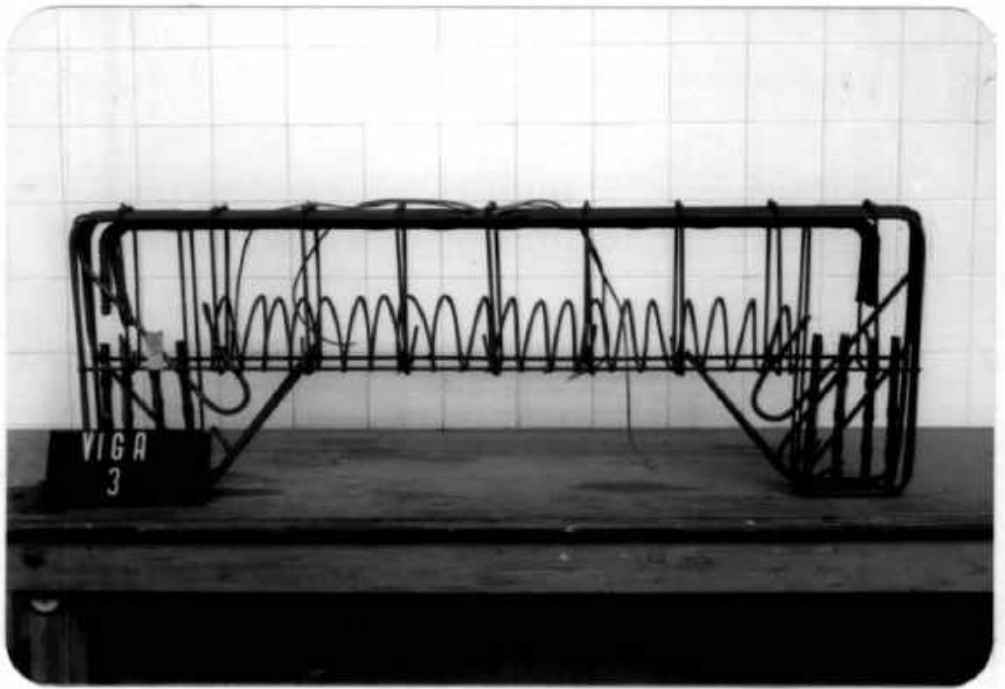
c)

FIGURA IV-5

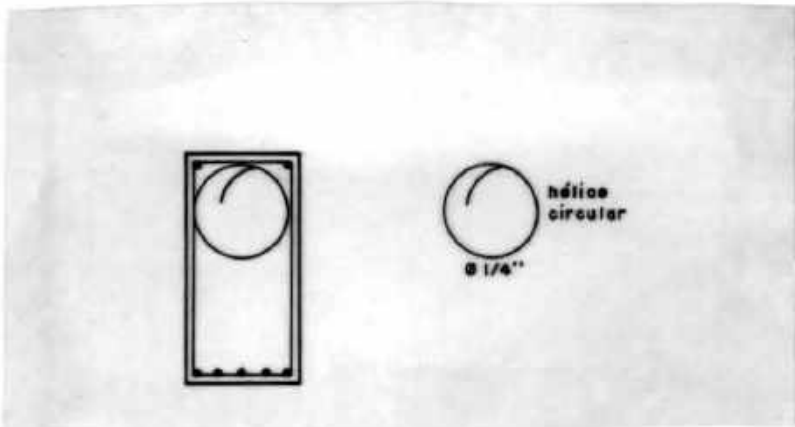
V3 - Dotada na região comprimida de "hélice Circular" ( passo 5,0cm).



a) 1ª série.



b) 2ª série.

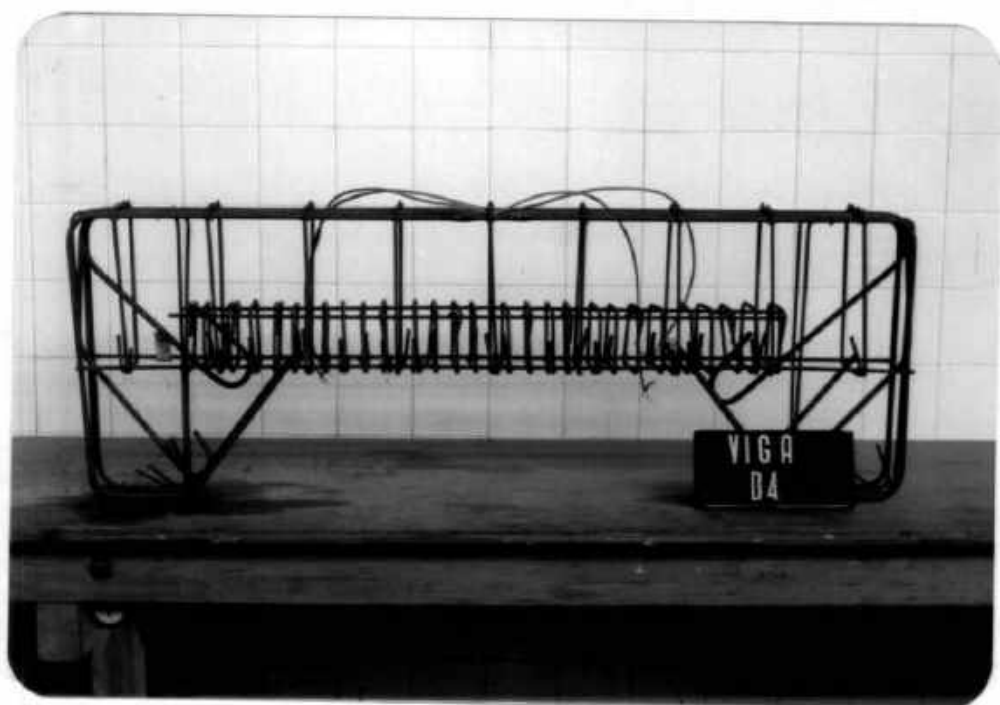


c)

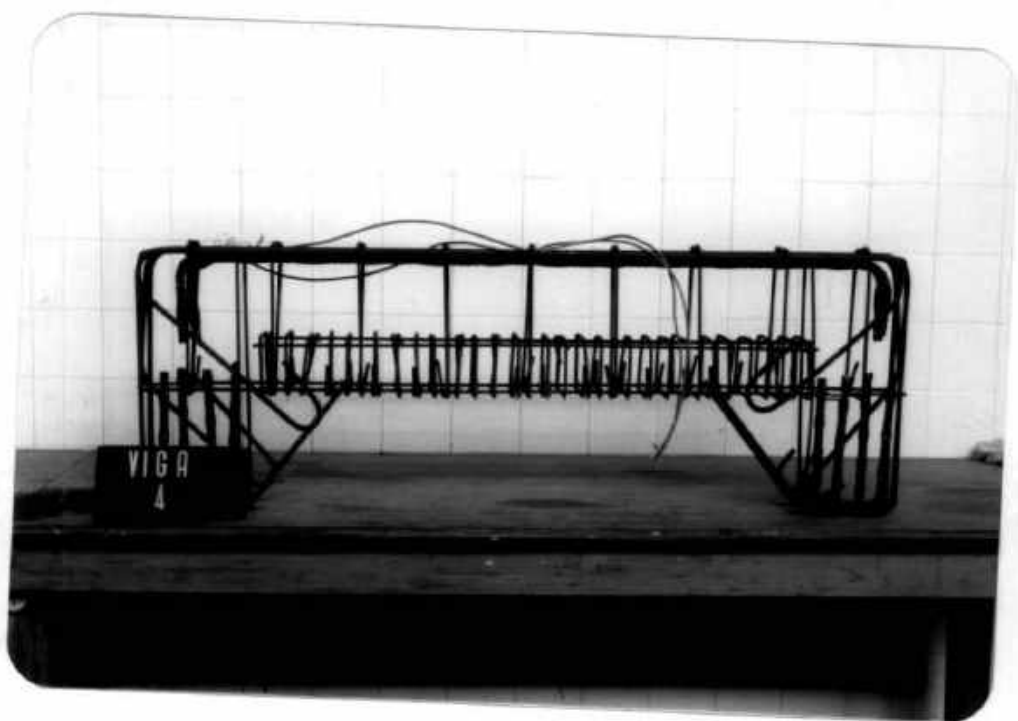
FIGURA IV-6



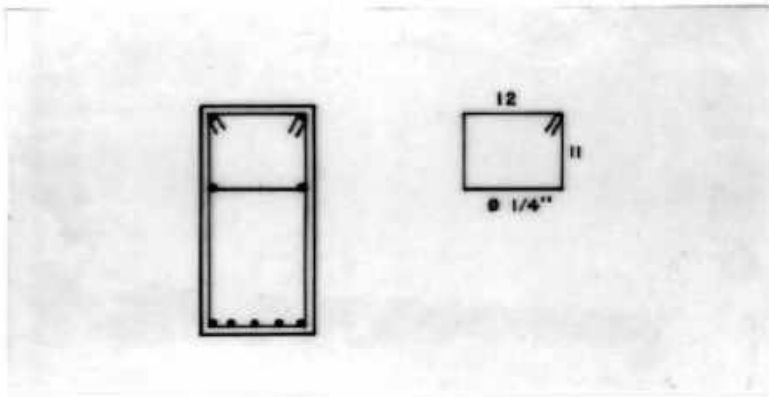
V4 - Dotada na região comprimida de "estribos curtos" retangulares, com espaçamento de 3,3cm.



a) 1ª série.



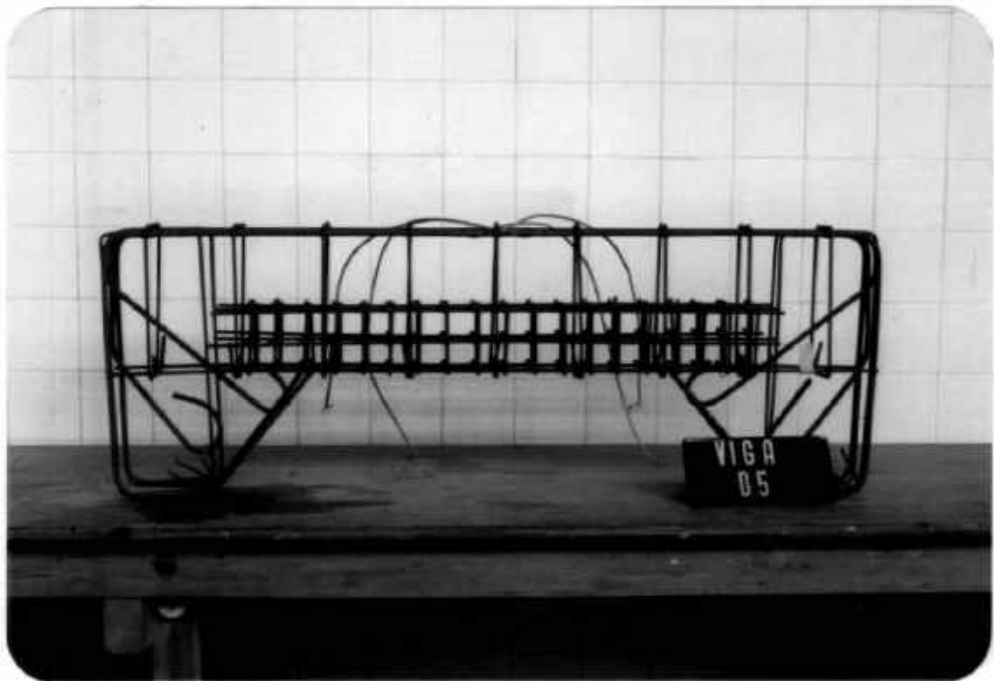
b) 2ª série.



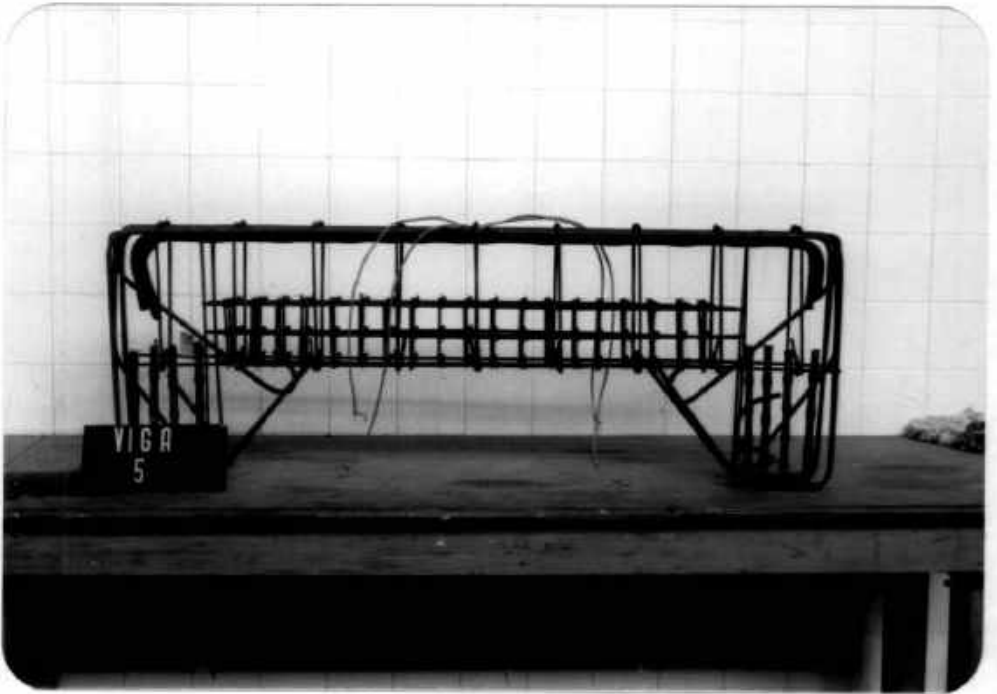
c)

FIGURA IV-7

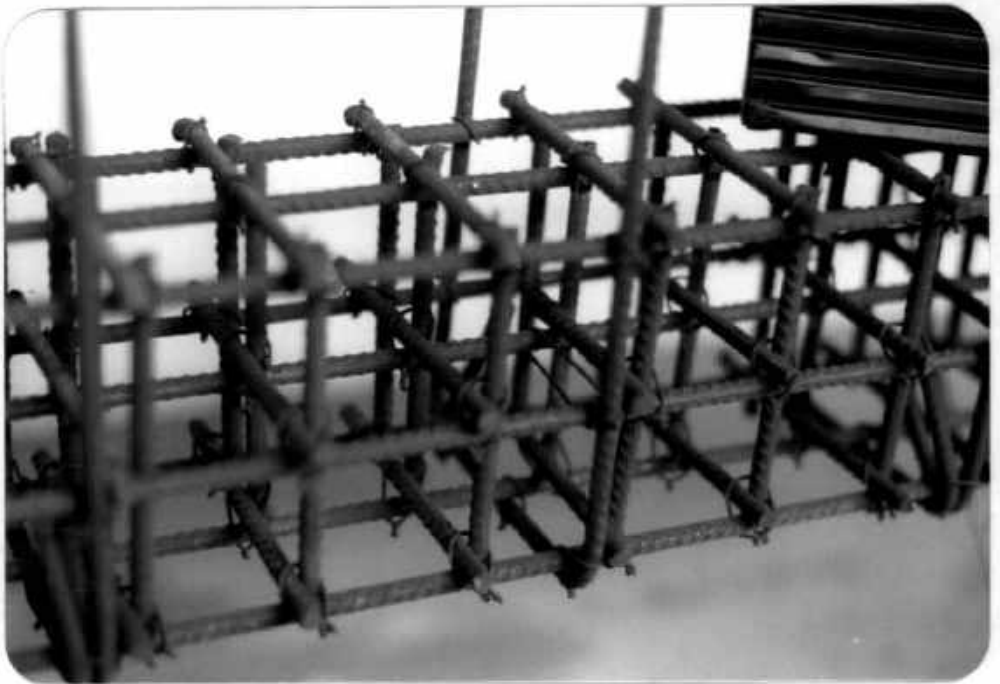
V5 - Dotada na região comprimida de "Fretagem tridimensional" (espaçamento 5cm).



a) 1ª série.



b) 2ª série.

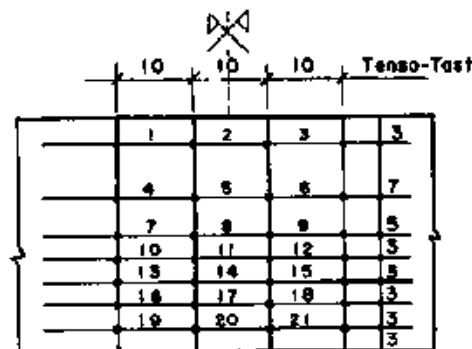


c) detalhe da fretagem.

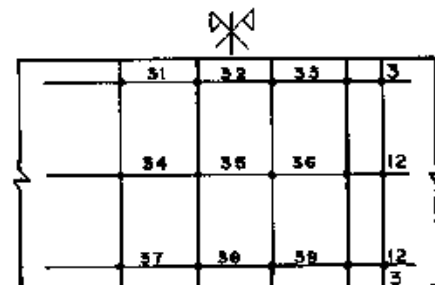
### IV-3 - Medições e Instrumentação.

Foram feitas medições de deformação no concreto e no aço, rotações das seções transversais, como indicado a seguir:

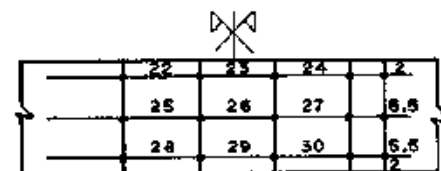
- Deformações do concreto: medições com Tenso-Tast (base 10cm) na região central da viga, como detalhado na figura IV-9.



FACE LATERAL ESQUERDA



FACE LATERAL DIREITA

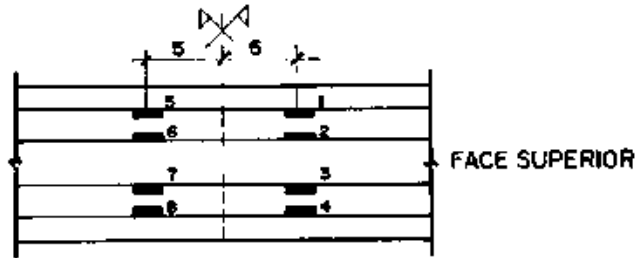


FACE SUPERIOR

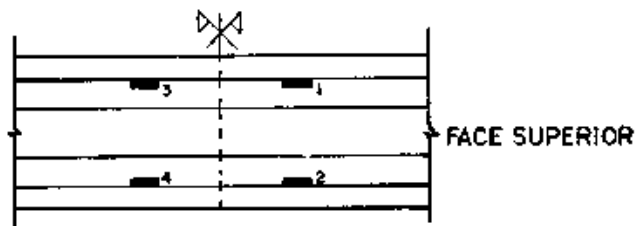
FIG IV.9-Bases de medição de deformação do concreto.

- Deformações no aço: medida das deformações com extensômetros elétricos de resistência, base 5mm, colados nas barras longi-

tudinais como indicado na figura IV-10.



a) VIGA VI



b) DEMAIS VIGAS

FIG IV.10 - Posição dos Extensômetros elétricos

- Rotações: medidas através de clinômetros de bolha, colocados como indicado na figura IV-11.

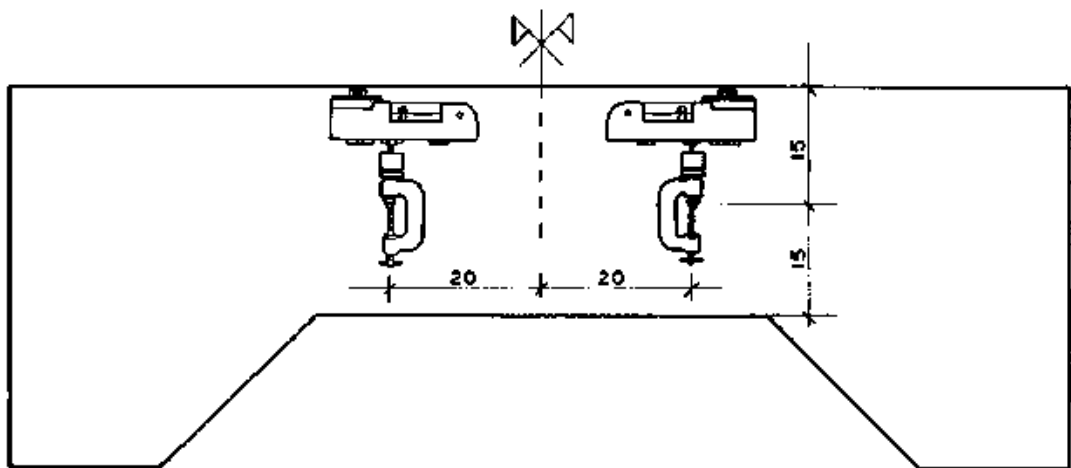


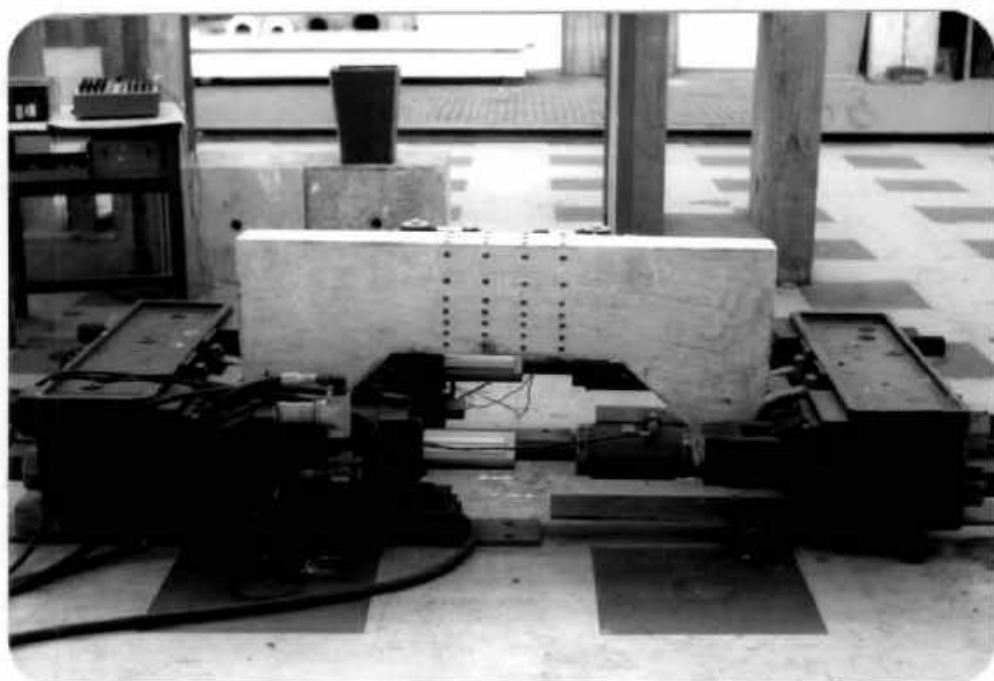
FIG IV.11 - Posição dos clinômetros

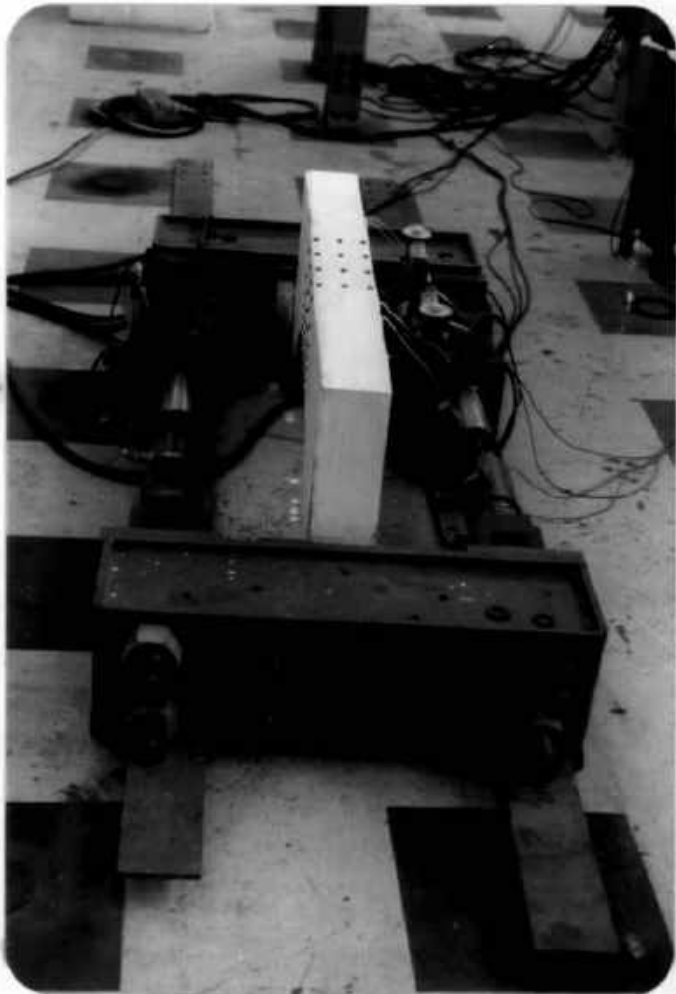
#### IV-4 - Equipamento de Carregamento da Estrutura e Plano Utilizado.

Para a aplicação de carga usou-se o equipamento MTS. Ele permite que seja utilizado tanto o controle de carga como o de deslocamento.

Permite também que sejam lidas as cargas através de Load-Cell acoplados aos macacos ou não, bem como deslocamentos, através de transdutor existente no interior do macaco. Adotamos o controle de deslocamento para que fosse permitido estudar o comportamento da estrutura na fase plástica. Entretanto, procuramos através da leitura das cargas, manter uma igualdade entre as duas, em cada etapa do carregamento.

Foram utilizados dois macacos hidráulicos com capacidade de carga igual a 350 KN e montados como mostrado nas figuras IV-12.





FIGURAS IV-12

CAPÍTULO VMATERIAL UTILIZADO NA MOLDAGEM DAS VIGASV.1 - Aço.

O aço utilizado na moldagem das vigas é o aço en-cruado (caso B), cujas características médias são mostradas a seguir.

Na figura V-1, pode ser visto o diagrama tensão de-formação dos aços longitudinais.

As características médias dos aços longitudinais e dos aços transversais estão apresentados no quadro 5-1.

	3/4"	3/8"	1/4"
$\emptyset$ (mm)	18,98	9,92	6,34
$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	518	568	652
$f_{yu}$ (N/mm <sup>2</sup> )	648	773	813
E (N/mm <sup>2</sup> )	220.000	190.000	200.000

QUADRO 5-1 - CARACTERÍSTICAS DO AÇO.



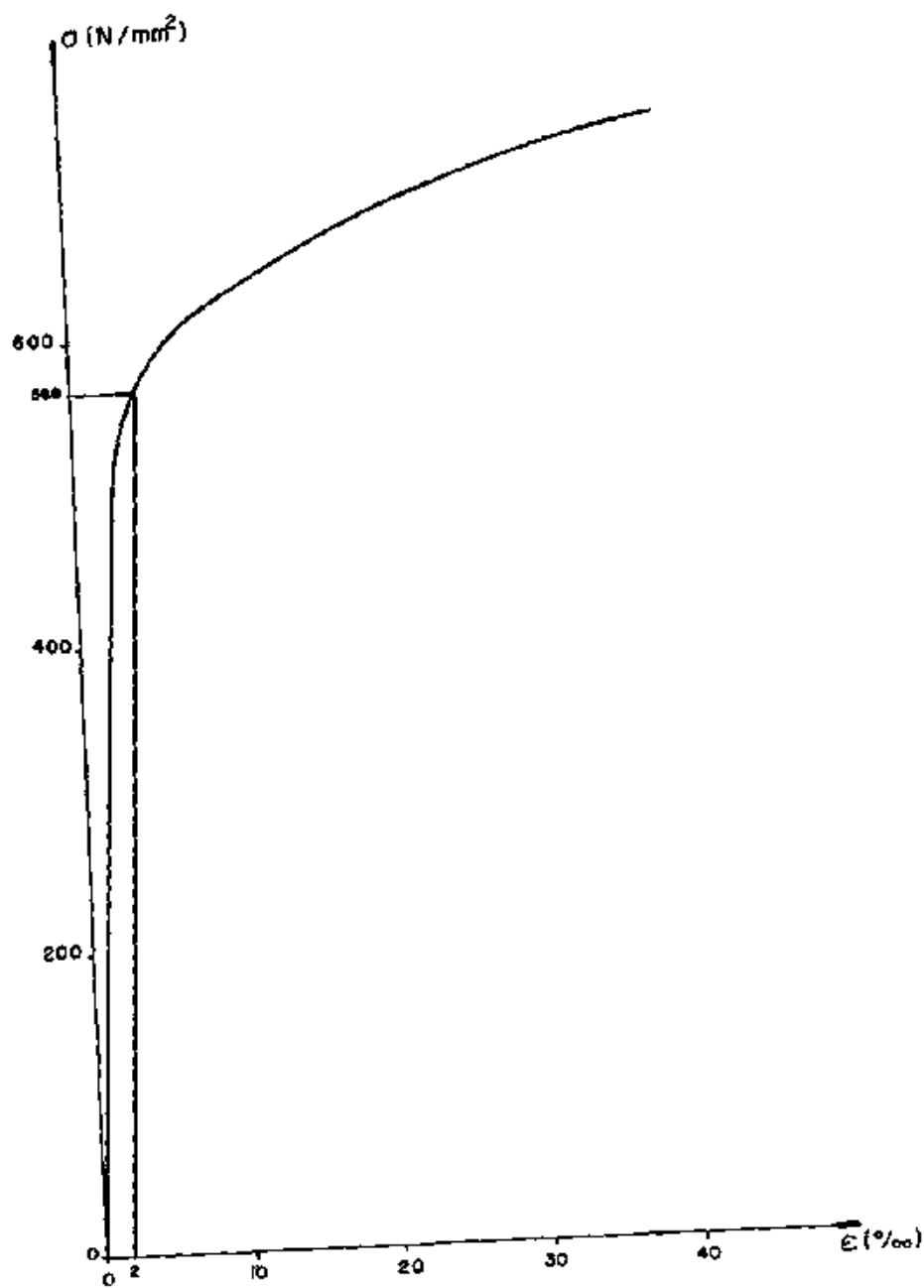


FIGURA V.1 - Diagrama tensão - deformação do aço longitudinal

V.2 - Areia

Características físicas indicadas no quadro 5-2.

Peneira (mm)	Porcentagem retida	Porcentagem acumulada
0,95	0	0
4,8	0	0
2,4	6,8	6,8
1,2	18,0	24,8
0,6	32,5	57,3
0,3	23,2	80,5
0,15	14,6	95,1
FUNDO	4,9	100,0
	diâmetro máximo D = 2,4mm	Módulo de finura M <sub>f</sub> = 2,7

QUADRO 5-2 - CARACTERÍSTICAS DA AREIA

V.3 - Brita

Características físicas indicadas no quadro 5-3.

Peneira (mm)	Porcentagem retida	Porcentagem acumulada
38	-	-
19	10,7	10,7
9,5	72,1	82,8
4,8	9,8	92,6
2,4	1,5	94,1
1,2	1,0	95,1
FUNDOS	5,0	100,1
	Diâmetro máximo D = 19mm	Módulo de finura M <sub>f</sub> = 3,8

QUADRO 5-3 - CARACTERÍSTICAS DA BRITA

#### V.4 - Cimento

Portland comum CP320 de marca Mauã.

#### V.5 - Concreto

Foi determinado o traço do concreto pelo método racional, em peso, seguinte:

1 : 1,90 : 3,90

fator água cimento:

$x = 0,60.$

consumo de cimento:

323 Kg/m<sup>3</sup>

De cada viga retiram-se 6 corpos de prova, mantidos imersos na 1ª semana e depois curados nas mesmas condições das vigas. Foram rompidos no mesmo dia do ensaio.

## CAPÍTULO VI

### RESULTADO DOS ENSAIOS

Para as leituras de deformações do concreto, como já descrito no item IV.3, foram afixadas "Bases" nas vigas. Ao longo dos ensaios, principalmente quando as deformações atingiam valores elevados ocorreram descolamentos de algumas dessas "Bases". Em decorrência, em muitas vigas não foi possível obter valores do encurtamento em vários pontos, nas últimas etapas. Por isso, muitas vezes daremos valores do encurtamento correspondente a etapas anteriores à última, chamando a atenção para tal fato.

Nos ensaios, o carregamento foi incrementado através do controle de deslocamentos, até um certo valor, onde observamos o início da ruína da viga (carga última). Na tentativa de se obterem as leituras dos instrumentos, mantivemos o carregamento constante; a partir deste instante, tornou-se muito difícil a obtenção das deformações do aço e concreto, bem como das rotações, em face da rapidez com que se alteravam as leituras, fato este que é notado nos gráficos, onde não se observa o trecho descendente das curvas.

VI.1 - SÉRIE DE ENSAIO Nº 1

Na primeira série de ensaios, foram moldadas 5 vigas, com as características já mostradas no item IV.2, denominadas:

- viga B1 - de referência.
- viga B2 - com "hélice retangular" na zona comprimida do concreto.
- viga B3 - com "hélice circular" na zona comprimida do concreto.
- viga B4 - com "estribos curtos" na zona comprimida do concreto.
- viga B5 - com "fretagem tridimensional" na zona comprimida do concreto.

No ensaio da viga B1, houve problemas com a estrutura auxiliar, que transfere a carga dos macacos para a viga, devido ao fato de que esta não estava devidamente posicionada (horizontalizada), introduzindo na viga uma carga inclinada, o que não era o desejável. Solucionado este problema o ensaio transcorreu sem maiores incidentes.

Para esta primeira série de ensaios, as vigas romperam-se por esmagamento do concreto na região central.

No gráfico relacionando momento x rotação (figura VI-1), observa-se que a capacidade de rotação das vigas com condicionamento, teve um ligeiro acréscimo em relação à viga de referência. Pode também ser notado que, nas vigas com condicionamento, houve tendência à formação de um patamar, onde a rotação aumentava sob momento constante.

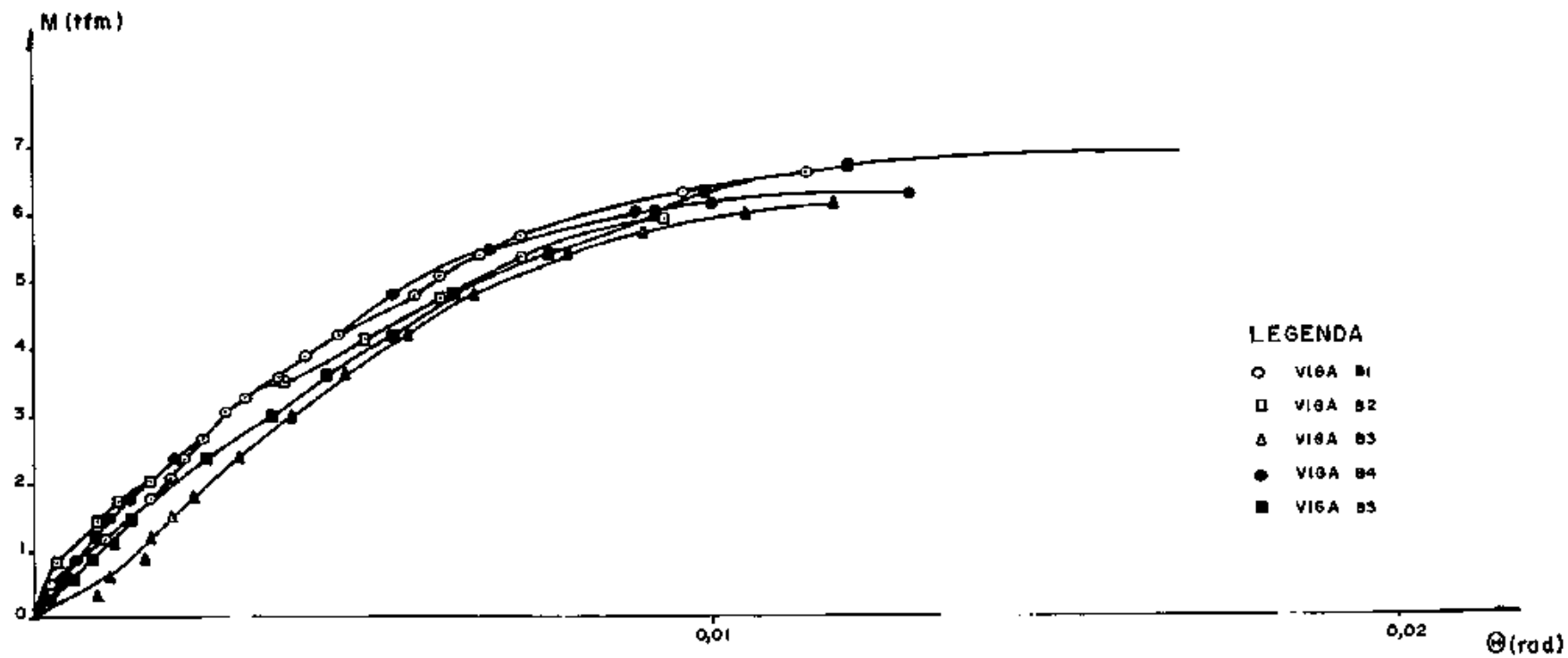


FIGURA VI.1 - Diagrama momento rotação - 1ª série

A resistência do concreto à compressão determinada pelo ensaio de 6 corpos de prova no dia dos ensaios, é dada pelo quadro 6-1.

VIGA	RESISTÊNCIA DOS C.P.
B1	346 Kg/cm <sup>2</sup>
B2	225 Kg/cm <sup>2</sup>
B3	303 Kg/cm <sup>2</sup>
B4	323 Kg/cm <sup>2</sup>
B5	332 Kg/cm <sup>2</sup>

QUADRO 6-1 - RESISTÊNCIA MÉDIA DOS C.P.  
DAS VIGAS.

No ponto de momento máximo, o encurtamento do concreto mostrado no quadro 6-2, era da ordem de:

VIGA	ENCURTAMENTO
B1	5,0%
B2	4,0%
B3	3,0%
B4	3,0%
B5	3,0%

QUADRO 6-2 - ENCURTAMENTO MÁXIMO DAS PEÇAS  
NA FIBRA MAIS COMPRIMIDA.

As fotos abaixo, mostram as configurações das peças na ruptura.

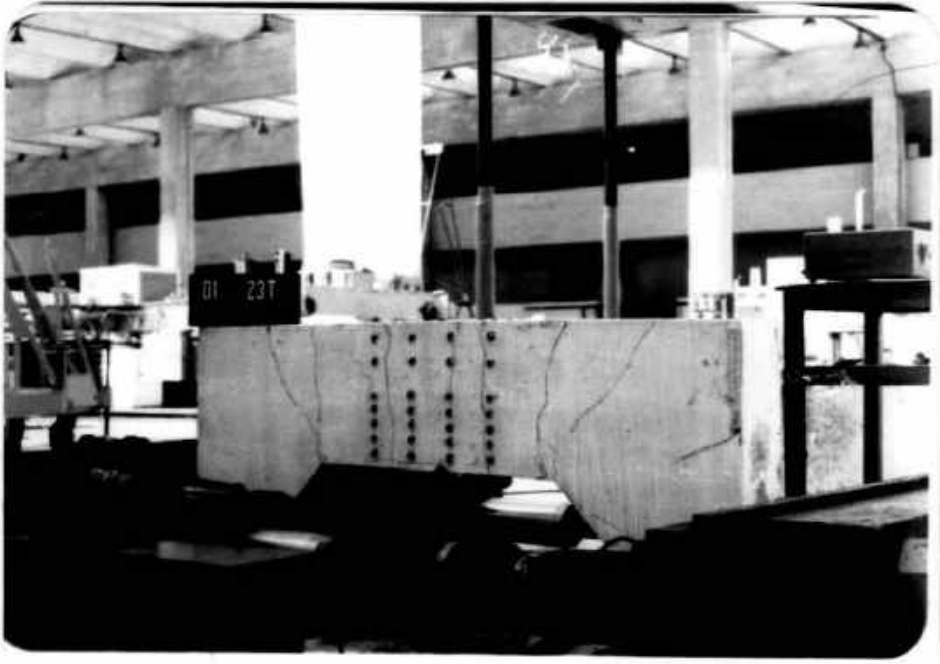


FIGURA VI-2 - VIGA B-1

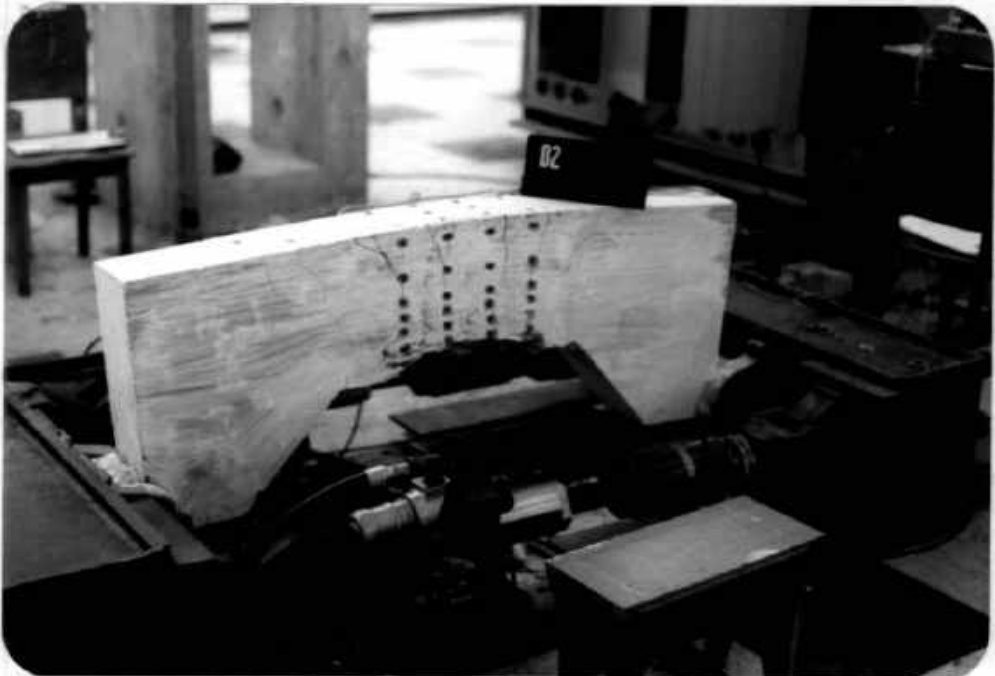


FIGURA VI-3 - VIGA B-2





FIGURA VI-4 - VIGA B-3

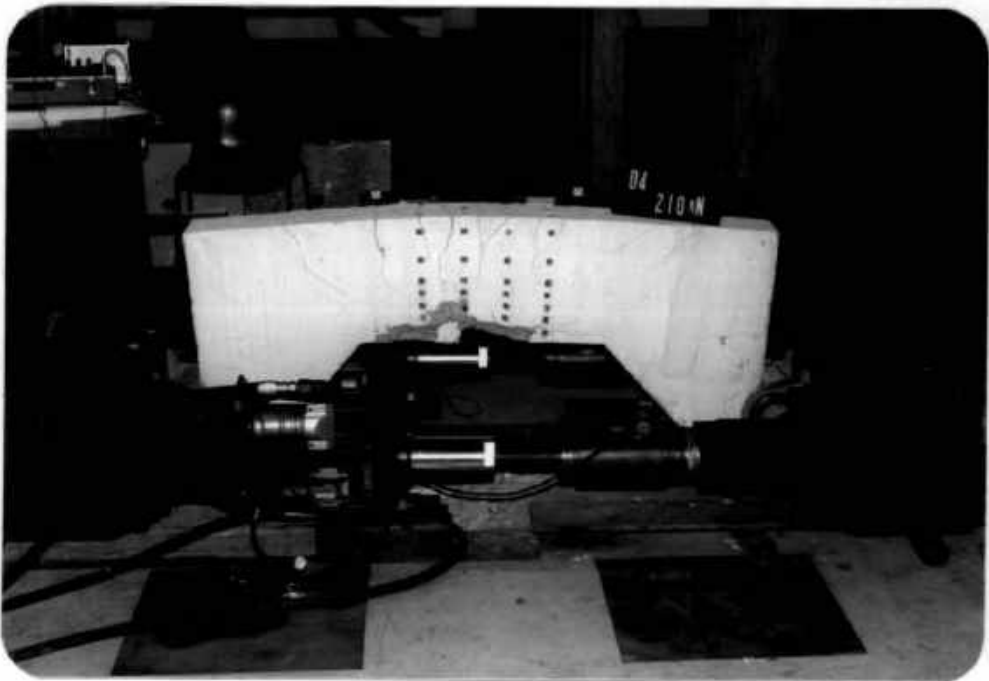


FIGURA VI-5 - VIGA B-4

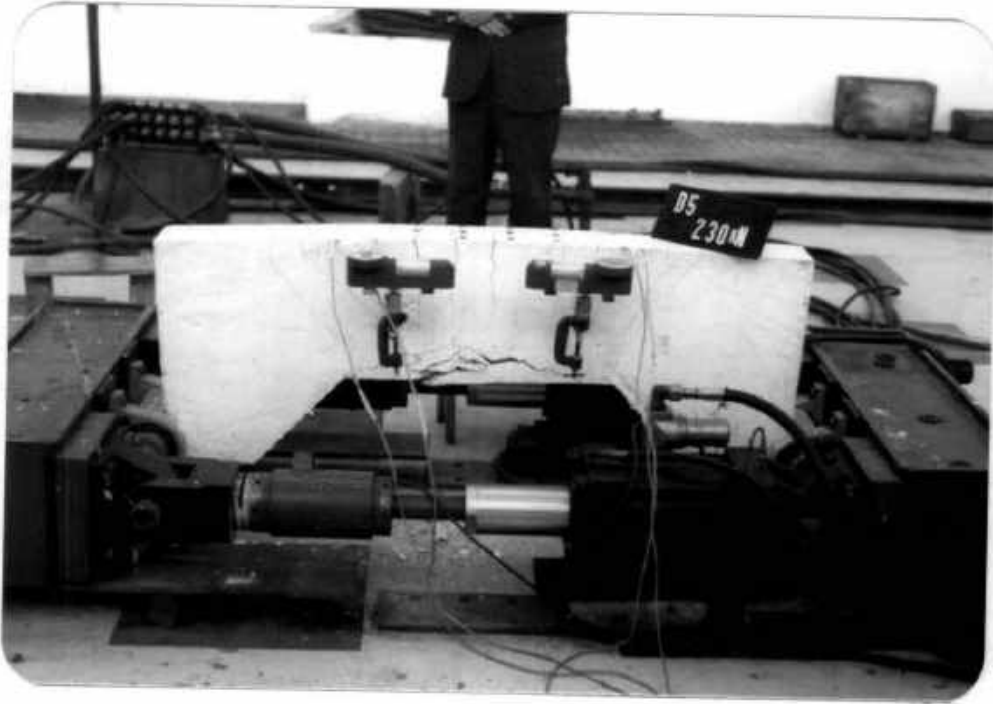


FIGURA VI-6 - VIGA B-5

VI-2 - SÉRIE DE ENSAIO Nº 2

Para esta série de ensaios, resolveu-se que a taxa de armadura de flexão deveria ser aumentada; com isto moldamos 5 vigas, como mostrado no item IV.2, denominadas:

viga 1 - de referência.

viga 2 - com "hélice retangular", na zona comprimida do concreto.

viga 3 - com "hélice circular", na zona comprimida do concreto.

viga 4 - com "estribos curtos", na zona comprimida do concreto.

viga 5 - com "fretagem tridimensional", na zona comprimida do concreto.

No ensaio da viga 1, observamos que esta rompeu na região central por esmagamento do concreto, e junto a um dos apoios por efeito da força cortante; já no ensaio da viga 3, quando se iniciou o processo de ruptura na região central da viga, esta rompeu junto a um dos apoios por efeito de força cortante, por este fator resolveu-se que para as demais vigas, reduziríamos o braço de alavanca em 5 cm, o que resolveu este problema, e estas romperam-se por esmagamento do concreto na região central.

No gráfico relacionando momento x rotação (figura VI-6), observa-se que a menos das vigas 2 e 3, a capacidade de rotação das vigas com condicionamento foi reduzida em relação à viga de referência. Pode-se também notar que a menos da viga 3, houve tendência à formação de um patamar, onde a rotação aumentava sob momento constante.

A resistência do concreto à compressão determinada pelo ensaio de 6 corpos de prova no dia dos ensaios, é dada pelo quadro 6-3.

VIGA	RESISTÊNCIA DOS C.P.
1	318 Kg/cm <sup>2</sup>
2	292 Kg/cm <sup>2</sup>
3	316 Kg/cm <sup>2</sup>
4	329 Kg/cm <sup>2</sup>
5	277 Kg/cm <sup>2</sup>

QUADRO 6-3 - RESISTÊNCIA MÉDIA DOS C.P. DAS VIGAS.

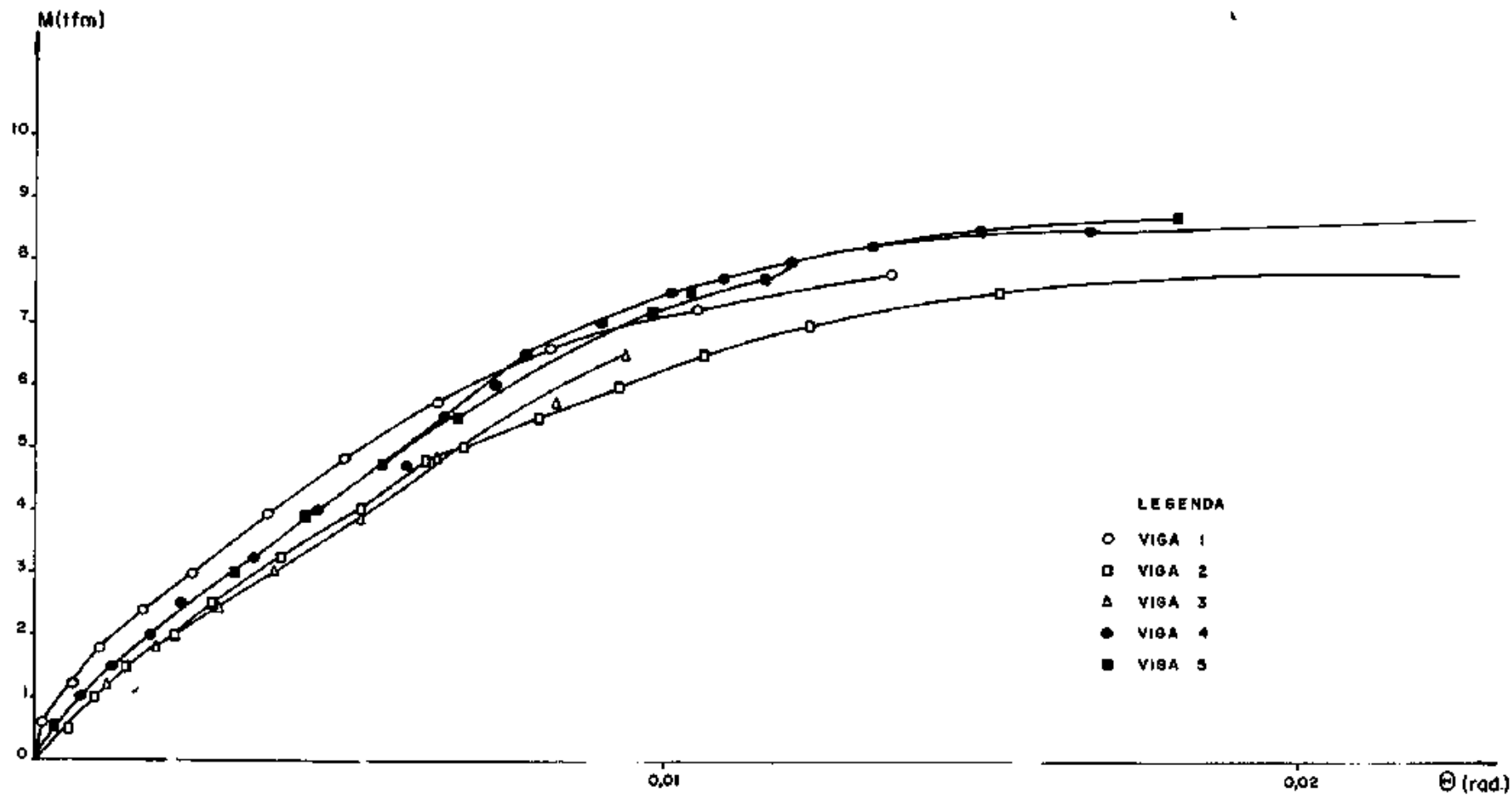


FIGURA VI.7 - Diagrama momento rotação - 2ª série

No ponto de momento máximo, o encurtamento do concreto mostrado no quadro 6-4, era da ordem de:

VIGA	ENCURTAMENTO
1	2‰
2	4‰
3	3‰
4	4‰
5	4‰

QUADRO 6-4 - ENCURTAMENTO MÁXIMO DO CONCRETO, NA FIBRA MAIS COMPRIMIDA.

## CAPÍTULO VII

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### VII.1 - FLEXÃO COMPOSTA.

Por intermédio dos resultados experimentais, confirmamos a idéia, que levou este trabalho a ser executado, de que, trabalhando com dispositivos colocados somente na região comprimida do concreto, podemos aumentar a capacidade de rotação de vigas de concreto armado.

Esse aumento da capacidade de rotação é dependente da taxa de armadura de tração utilizada. Na primeira série de ensaios, usamos uma taxa de armadura de tração que possibilitou, na sua fase última, o escoamento do aço (peça sub-armada), verificando assim, por intermédio da figura VI-1, que a capacidade de rotação das vigas com fretagem, aumentou em relação à viga de referência; já na segunda série, com uma taxa de armadura bem maior, o aço não chega a escoar (peça super armada), prejudicando a capacidade de rotação (figura VI-6).

Outros dispositivos talvez mais sofisticados [23], podem ainda ser ensaiados, pois não há interesse em se limitar a pesquisa. Mas os resultados que aqui são apresentados já são bastante úteis em ajuizar a possibilidade prática e teórica no uso, principalmente, de hélices circulares e estribos curtos, de execução muito fácil.

VII.1.1 - Altura da Região comprimida do Concreto (x).

A altura da região comprimida tende a diminuir, à medida que o carregamento aumenta, até alcançar o momento de plastificação, correspondendo ao início do patamar (figura VI-1). A partir daí, até o momento máximo resistido, a área comprimida do concreto se manteve constante, estabilizando-se a posição da Linha Neutra.

Para se obter o momento máximo resistido, teórico da viga, deparou-se com o problema de não se ter como determinar a posição da Linha Neutra, pois não se sabe, qual é a deformação do aço de tração, se este já alcançou o escoamento ou não; optou-se, então, por efetuar o cálculo fixando a posição da linha neutra ( $x_2$ ) igual a obtida experimentalmente.

Os valores da altura da região comprimida do concreto se encontram no quadro 7-1.

	1ª SÉRIE					2ª SÉRIE				
VIGAS	B1	B2	B3	B4	B5	1	2	3	4	5
$x_2$ (cm)	8,3	12,7	8,5	8,2	8,6	13,4	16,5	14,7	17,0	18,2

QUADRO 7-1 - ALTURA DA REGIÃO COMPRIMIDA DO CONCRETO.

### VII.1.2 - Encurtamento Máximo do Concreto.

Os valores do encurtamento máximo do concreto obtidos nos ensaios estão no quadro 7-2.

O cálculo teórico do encurtamento máximo do concreto, proposto pelo professor Sydney Santos no item III.4., seguindo orientação da Norma Brasileira, está mostrado no quadro 7-2.

	1ª SÉRIE					2ª SÉRIE				
VIGAS	B1	B2	B3	B4	B5	1	2	3	4	5
$\epsilon_{c2}$ lido	2,5	3,4	3,8	3,5	3,5	1,5	4,3	2,8	4,1	3,9
$\epsilon_{c2}$ teor.	1,2	2,5	2,5	3,2	3,1	1,2	2,4	2,4	3,1	3,3

QUADRO 7-2 - ENCURTAMENTO DO CONCRETO (%)

### VII.1.3 - Capacidade de Rotação da Rótula plástica.

O professor Sydney Santos adota, para a determinação da capacidade de rotação da rótula plástica, a expressão 3-6. Fazendo os cálculos, tem-se os resultados no quadro 7-3.

Os valores da rotação, obtidos nos ensaios, estão apresentados também no quadro 7-3.



VIGAS	1ª SÉRIE					2ª SÉRIE				
	B1	B2	B3	B4	B5	1	2	3	4	5
$\theta_1$ teor.	2,7	2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,7	2,6	2,6	2,7
$\theta_p$ teor.	5,6	6,7	8,5	10,4	9,9	4,4	5,6	6,0	6,3	6,3
$\theta_t$ teor.	16,6	19,0	22,4	26,2	25,3	14,2	16,5	17,3	17,9	17,9
$\theta_t$ prat.	11,4	9,3	17,9	12,9	22,5	13,6	26,3	9,4	29,6	18,1

QUADRO 7-3 - ROTAÇÕES (rad +  $10^{-3}$ )

O comprimento de plastificação ( $l_p$ ), adotado para o cálculo teórico, será igual à distância entre os clinômetros de bolha (distância experimental), porque neste trecho, o momento é considerado proximamente constante e a fretagem está contida neste.

Comparando os resultados obtidos nos ensaios com os calculados, observa-se que os calculados são superiores aos obtidos; isto se deve principalmente ao fato da impossibilidade de se ler os instrumentos na fase última do ensaio, devido à velocidade com que as leituras se sucedem, mesmo mantendo a deformação constante.

#### VII.1.4 - Resultados Finais.

As características das peças ensaiadas, utilizadas para a análise teórica apresentam-se no quadro 7-4.

VIGAS	$A_s$ ( $\text{cm}^2$ )	$A'_s$ ( $\text{cm}^2$ )	$C_c$ ( $\text{Kg/cm}^2$ )	$E_1$ $+10^6$	$d$ (cm)	$D$ (cm)	$F_y$ ( $\text{Kg/cm}^2$ )	$F_{y'}$ ( $\text{Kg/cm}^2$ )	$L$ (cm)	$B$ (cm)	$e$ (cm)	$W_t$	$X_2$ (m)
B1	2,85	0,63	346	1,9	28,5	30	5680	6520	40	15	30	0,0101	8,3
B2	2,85	0,63	225	1,9	28,5	30	5680	6520	40	15	30	0,0439	12,7
B3	2,85	0,63	303	1,9	28,5	30	5680	6520	40	15	30	0,0458	8,5
B4	2,85	0,63	323	1,9	28,5	30	5680	6520	40	15	30	0,0665	8,2
B5	2,85	0,63	332	1,9	28,5	30	5680	6520	40	15	30	0,0659	8,6
1	8,55	0,63	318	2,2	28,5	30	5180	6520	40	15	30	0,0101	13,4
2	8,55	0,63	292	2,2	28,5	30	5180	6520	40	15	25	0,0439	16,5
3	8,55	0,63	316	2,2	28,5	30	5180	6520	40	15	30	0,0458	14,7
4	8,55	0,63	329	2,2	28,5	30	5180	6520	40	15	25	0,0665	17,0
5	8,55	0,63	277	2,2	28,5	30	5180	6520	40	15	25	0,0659	18,2

QUADRO 7-4 - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DAS VIGAS.

O quadro 7-5 mostra os resultados teóricos e experimentais, das vigas ensaiadas.

VIGAS	TEÓRICO									PRÁTICO				
	X <sub>1</sub> (cm)	$\epsilon_{c1-3}$ +10 <sup>-3</sup>	$\epsilon_{c2-3}$ +10 <sup>-3</sup>	P <sub>u</sub> tf	M <sub>u</sub> tf+cm	f <sub>s</sub> Kg/cm <sup>2</sup>	$\Theta_1$ +10 <sup>-3</sup>	$\Theta_p$ +10 <sup>-3</sup>	$\Theta_T$ +10 <sup>-3</sup>	$\epsilon_{c2-3}$ +10 <sup>-3</sup>	p <sub>u</sub> tf	M <sub>u</sub> tf+cm	$\Theta_t$ +10 <sup>-3</sup>	$\Theta_t/\text{prat}/$ $\Theta_p \text{ calc.}$
B1	6,25	.8	1,2	24,61	738,2	5654	2,7	5,6	16,6	1,7	22,0	660,0	11,6	2,07
B2	6,85	.9	2,9	24,35	730,6	5680	2,8	6,7	19,0	2,6	19,9	597,0	9,3	1,39
B3	6,43	.9	2,9	20,76	622,7	5680	2,7	8,5	22,4	2,5	21,0	630,0	17,9	2,11
B4	6,35	.9	3,2	21,69	650,7	5680	2,7	10,4	26,2	2,6	21,0	630,0	12,9	1,24
B5	6,31	.9	3,1	24,32	729,7	5680	2,7	9,9	25,3	2,6	23,0	690,0	22,5	2,27
1	10,71	1,4	1,2	32,98	989,5	2977	2,6	4,4	14,2	0,5	26,0	780,0	13,6	3,09
2	10,88	1,5	2,4	32,58	814,6	3854	2,7	5,6	16,5	3,6	32,0	800,0	26,3	4,70
3	10,72	1,4	2,4	20,13	604,1	5052	2,6	6,0	17,3	2,1	20,0	600,0	9,4	1,57
4	10,64	1,4	3,1	35,46	886,5	4673	2,6	6,3	17,9	3,3	35,0	875,0	29,6	4,70
5	10,98	1,5	3,3	33,77	844,4	4047	2,7	6,3	17,9	3,8	35,0	875,0	18,1	2,87

QUADRO 7-5 - RESULTADOS TEÓRICOS - EXPERIMENTAIS.

Comparando os resultados obtidos nos ensaios com os calculados, vimos que a discrepância entre os valores para a carga última ( $p_u$ ) e o momento último ( $M_u$ ) é muito pequena, assim como a deformação última do concreto nos dá valores bem próximos da realidade.

A diferença maior está nos resultados da rotação da peça, mas como os resultados teóricos são menores que os experimentais, já é possível inferir que um cálculo de concreto armado em regime plástico estará mais legitimado com o emprego conveniente de rótulas condicionadas, não só por melhor adequação entre teoria e comportamento real, como por melhor utilização da capacidade resistente das peças.

## VII.2 - FLEXÃO SIMPLES

Para a análise de peças submetidas à flexão simples, recorreremos aos resultados experimentais obtidos por Baker e Amarakone [1], e por Mattock [17]. Salientamos, portanto, que esses estudos foram desenvolvidos em peças com estribos habituais; logo, não dispõem de condicionamento.

O capítulo III, mostra diversas teorias para a avaliação da rotação plástica. Analisaremos apenas 3 (três) destas, a de Baker, de Mattock e do professor Sydney Santos; toda a sistemática de cálculo destas teorias foram traduzidas para linguagem de máquina, apresentadas nos apêndices 1, 2, 3 e 4.

(calculadora HP 41 CV)

VII.2.1 - Características das Peças.

As características físicas e geométricas das vigas analisadas por Baker e Amarakone [1], estão nos quadros 7-6-a, 7-6-b, 7-6-c e 7-6-d; onde:

$$\bar{W} = \frac{p f_{s2}}{c_c} \quad \text{porcentagem efetiva do aço de tração}$$

$$\bar{W}' = \frac{p' f_{s2}}{c_c} \quad \text{porcentagem efetiva do aço de compressão}$$

$$p = \frac{A_s}{b+d} \times 100 \quad \text{porcentagem do aço de tração}$$

$$p' = \frac{A'_s}{b+d} \times 100 \quad \text{porcentagem do aço de compressão}$$

$p''$  = porcentagem do cintamento

$c_c$  = resistência cilíndrica do concreto

$d$  = altura efetiva da seção

$D$  = altura da seção

$F_y$  = tensão de escoamento do aço

$L$  = comprimento da viga entre apoios

$B$  = largura da seção

carregamento (1/2) : 1 : carga única aplicada no meio da viga.

$M_u$  calculado

$$\beta = \frac{\theta_p \text{ atuante}}{\theta_p \text{ calculado}}$$

$\theta_p$  = rotação plástica de um lado da seção crítica

$\theta_e$  = rotação elástica da viga

$\theta_t$  = rotação total da viga

$\ell_p$  = comprimento de plastificação de um lado da seção crítica

$E_s$  = módulo de deformação do aço =  $2,1 \times 10^6$  Kg/cm<sup>2</sup>.

2 : cargas aplicadas nos terços da viga.

$$\alpha = \frac{M_u \text{ atuante}}{M_u \text{ calculado}}$$

$$\beta = \frac{\theta_p \text{ atuante}}{\theta_p \text{ calculado}}$$

$\theta_p$  = rotação plástica de um lado da seção crítica

$\theta_1$  = rotação elástica da viga

$\theta_t$  = rotação total da viga

$l_p$  = comprimento de plastificação de um lado da seção crítica

$E_s$  = módulo de deformação do aço =  $2,1 \cdot 10^6$  Kg/cm<sup>2</sup>.

VIGAS	$\bar{W}_z$	$\bar{W}_y$	$C_c$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	$P''$	d (cm)	D (cm)	$F_y$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	L (cm)	B (cm)	carr/o 1/2	$\alpha$	$\beta$
MADRID 60x-2	33,5	2,8	185	0,00176	24,5	28,0	3350	280	15	1	1,17	1,5
60x - 3	31,4	2,6	202	0,00176	24,5	28,0	3420	280	15	1	1,08	1,6
PARIS A2	4,2	4,2	318	0,00132	25,5	28,0	2820	280	25	1	1,15	1,6
A5	20,3	1,2	338	0,00172	24,5	28,0	2760	280	15	1	1,09	1,8
A8	6,32	1,2	338	0,00165	25,5	28,0	2600	280	15	1	1,17	1,7
B5	21,2	1,2	310	0,00165	24,5	28,0	2720	280	15	2	1,10	3,0
B8	7,1	1,2	310	0,00165	25,5	28,0	2690	280	15	2	1,04	1,1
PORTO B6	23,4	1,6	306	0,0026	25,1	28,0	3440	280	15	2	0,96	2,0
B7	12,8	1,6	321	0,0026	26,0	28,0	3060	280	15	2	1,06	0,6
B9	5,0	1,6	287	0,0026	26,0	28,3	2760	280	15	2	1,25	2,2
TORINO A6	16,7	1,5	297	0,00132	24,5	28,0	2800	280	15	1	1,18	0,7
E4	39,8	1,4	390	0,00132	24,5	28,0	4750	280	15	1	1,00	1,00

QUADRO 7-6-a - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS  
DAS VIGAS DE BAKER E AMARAKONE.

VIGAS	$\bar{W}_z$	$\bar{W}'_z$	$C_c$ (Kg f/cm <sup>2</sup> )	$P''$	d (cm)	D (cm)	$F_y$ (Kg/cm <sup>2</sup> )	L (cm)	B (cm)	carr/o 1/2	$\alpha$	$\beta$
TORINO L4	50,6	2,4	308	0,00117	24,5	28,0	4750	280	15	1	1,12	2,8
D8	11,0	2,0	374	0,00190	25,5	28,0	5040	280	15	1	1,32	2,0
PORTO C6	36,4	3,0	265	0,0023	24,82	28,02	4700	280	15,10	1	1,09	1,8
C7	20,3	2,5	303	0,0023	25,60	28,07	4800	280	15,04	1	1,07	2,1
C9	6,5	2,5	323	0,0023	26,30	28,07	4100	280	14,48	1	1,19	0,8
M9	6,7	2,5	302	0,0023	26,16	28,08	4100	140	15,24	1	1,32	1,2
PARIS E6	22,5	1,67	258	0,00176	24,5	28,0	5580	280	15,0	1	1,20	1,5
E9	11,7	1,67	252	0,00176	25,5	28,0	5450	280	15,0	1	1,06	0,6
F6	23,3	1,04	415	0,00176	24,5	28,0	6050	280	15,0	1	1,06	0,9
F9	6,6	0,96	450	0,00176	25,5	28,0	5660	280	15,0	1	1,03	0,9
H2	8,2	8,17	308	0,00051	25,5	28,0	5160	280	25	1	1,20	1,4
H5	46,0	1,50	287	0,00062	24,5	28,0	5440	280	15	1	1,27	1,5

QUADRO 7-6-b - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS

DAS VIGAS DE BAKER E AMARAKONE.



VIGAS	$\bar{W}_z$	$\bar{W}'_z$	$C_c$ (KgF/cm <sup>2</sup> )	$P''$	d (cm)	D (cm)	$F_y$ (KgF/cm <sup>2</sup> )	L (cm)	B (cm)	carr/o 1/2	$\alpha$	$\beta$
PARIS H8	15,2	1,47	295	0,00062	25,5	28,0	4890	280	15	1	1,06	1,2
R4	59,0	15,3	292	0,00176	24,6	28,0	4810	280	15	1	1,25	1,4
R5	41,5	14,1	317	0,00176	24,5	28,0	5200	280	15	1	1,10	1,4
R6	25,1	6,6	387	0,00176	24,5	28,0	5450	280	15	1	1,07	1,6
I. C - 3	31,5	4,0	293,85	0,0061	16,26	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,10	1,9
I. C - 4	40,7	4,2	291,75	0,0081	15,85	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,18	2,2
I. C - 5	45,1	3,7	336,74	0,0097	14,94	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,13	1,6
I. C - 6	42,9	6,0	353,61	0,0122	14,94	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,06	1,3
I. C - 7	48,4	16,1	310,73	0,0046	15,06	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,00	4,3

QUADRO 7-6-c - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DAS

VIGAS DE BAKER E AMARAKONE.

VIGAS	$\bar{W}\%$	$\bar{W}'\%$	$C_c$ (Kgf/cm <sup>2</sup> )	$P''$	d (cm)	D (cm)	$F_y$ (Kgf/cm <sup>2</sup> )	L (cm)	B (cm)	carr/o 1/2	$\alpha$	$\beta$
I. C-8	65,7	16,4	302,29	0,0055	15,19	20,32	2903,39	203,2	15,24	1	1,04	2,2
I. C-9	10,7	-	345,17	-	17,40	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,11	0,8
I. C-10	14,9	-	345,52	-	17,30	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,09	1,8
I. C-11	22,5	2,0	344,12	0,0061	17,17	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,14	1,5
I. C-12	25,1	2,0	343,77	0,0061	16,74	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,14	1,7
I. C-13	45,0	2,0	308,62	0,0081	16,26	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,34	1,2
I. C-14	16,7	11,6	314,24	0,0061	16,94	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,13	0,9
I. C-15	33,0	24,8	312,84	0,0126	17,17	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,12	0,8
I. C-16	70,4	16,4	319,87	0,0151	15,95	20,32	5975,5	203,2	15,24	1	1,27	2,5

QUADRO 7-6-a - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS DAS

VIGAS DE BAKER E AMARAKONE.

As características físicas e geométricas das vigas analisadas por Mattock [17], estão nos quadros 7-7-a, 7-7-b e 7-7-c, onde:

$F'_c$  = resistência cilíndrica do concreto

$D$  = altura efetiva da seção

$H$  = altura da seção

$p = \frac{A_s}{bd}$  razão do aço de tração

$p' = \frac{A'_s}{bd}$  razão do aço de compressão

$Z$  = distância da seção de momento máximo, a seção adjacente de momento nulo.

$F_o$  = tensão definida pela figura III-6.

$\alpha = \frac{M_u \text{ atuante}}{M_u \text{ calculado}}$

$\beta = \frac{\theta_{t_u} \text{ atuante}}{\theta_{t_u} \text{ calculado}}$

$B$  = largura da seção = 6 in.

carregamento = Todas as vigas estão submetidas a carga única, aplicada no meio da viga.

VIGA	$F_c'$ (psi)	$E_s$ +10 <sup>6</sup>	D (in)	H (in)	p	p'	$F_y$ (psi)	Z (in)	$F_y'$ (psi)	$F_o$ (psi)	$E'_s$ +10 <sup>6</sup>	$\alpha$	$\beta$
A1	5540	28,4	10	11	0,0147	0,0037	45700	27,5	49300	35600	1,05	0,87	1,22
A2	6135	28,4	10	11	0,0147	0,0037	46100	55	49300	36000	1,05	0,90	1,13
A3	5940	28,4	10	11	0,0147	0,0037	48800	110	49300	38100	1,05	1,00	1,40
A4	6215	28,4	10	11	0,0294	0,0037	45700	27,5	49800	35600	1,05	1,03	1,79
A5	5750	28,4	10	11	0,0294	0,0037	45600	55	48200	35600	1,05	1,02	1,60
A6	5960	28,4	10	11	0,0294	0,0037	47600	110	48200	37100	1,05	0,98	1,48
B1	6230	28,2	20	21	0,0147	0,0018	47700	55	49300	38200	1,03	0,92	1,39
B2	6060	28,2	20	21	0,0147	0,0018	46700	110	48800	37400	1,03	0,90	0,93
B3	6220	28,2	20	21,75	0,0294	0,0018	46600	55	51500	37300	1,03	1,02	1,55
B4	6210	28,2	20	21,75	0,0294	0,0018	46800	110	48900	37400	1,03	0,91	1,17
C1	3980	28,3	10	11	0,0147	0,0037	47700	27,5	49500	38200	0,91	0,95	2,15
C2	3770	28,3	10	11	0,0147	0,0037	47700	55	49500	38200	0,91	0,99	1,12

QUADRO 7-7-a - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS  
DAS VIGAS DE MATTOCK.

VIGA	$F_c'$ (psi)	$E_s$ $+10^6$	D (in)	H (in)	p	p'	$F_y$ (psi)	Z (in)	$F_y'$ (psi)	$F_o$ (psi)	$E'_s$ $+10^6$	$\alpha$	$\beta$
C3	3710	28,3	10	11	0,0147	0,0037	47800	110	49500	38200	0,91	1,04	1,44
C4	3760	28,3	10	11	0,0294	0,0037	47200	27,5	49500	37800	0,91	1,18	1,89
C5	3390	28,3	10	11	0,0294	0,0037	47600	55	48500	38100	0,91	1,10	1,46
C6	3970	28,3	10	11	0,0294	0,0037	46300	110	48500	37000	0,91	1,00	1,51
D1	3870	28,2	20	21	0,0147	0,0018	46300	55	50000	37000	0,92	0,93	1,15
D2	3715	28,2	20	21	0,0147	0,0018	45900	110	48500	36700	0,92	1,01	1,08
D3	3765	28,2	20	21,75	0,0294	0,0018	46400	55	49400	37100	0,92	1,07	1,50
D4	3900	28,2	20	21,75	0,0294	0,0018	46700	110	46300	37400	0,92	1,04	0,93
E1	4045	27,9	10	11	0,0147	0,0037	58600	27,5	73200	48100	1,25	0,91	1,02
E2	4110	27,9	10	11	0,0147	0,0037	60000	55	72700	49200	1,25	1,00	1,59
E3	4320	27,9	10	11	0,0147	0,0037	59800	110	72700	49000	1,25	0,98	1,55

QUADRO 7-7-b - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS

DAS VIGAS DE MATTOCK.

VIGA	$F_c'$ (psi)	$E_s$ $+10^6$	D (in)	H (in)	P	P'	$F_y$ (psi)	Z (in)	$F_y'$ (psi)	$F_o$ (psi)	$E_s'$ $+10^6$	$\alpha$	$\beta$
F1	5980	27,9	10	11	0,0147	0,0037	58600	27,5	73200	48600	1,19	0,90	0,97
F2	6000	27,9	10	11	0,0147	0,0037	60200	55	68200	50000	1,19	0,96	1,55
F3	6215	27,9	10	11	0,0147	0,0037	60200	110	67300	50000	1,19	1,05	1,54
G1	3970	28,6	20	21	0,0110	0,0018	60100	55	73600	49900	1,20	0,98	1,18
G2	4110	28,6	20	21	0,0110	0,0018	60000	110	70000	49800	1,20	1,09	1,79
G3	4170	28,6	20	21	0,0147	0,0018	60200	55	68200	50000	1,20	0,93	0,83
G4	3950	28,6	20	21	0,0147	0,0018	60200	110	73200	50000	1,20	1,02	1,45
G5	3970	28,6	20	21	0,0073	0,0018	60500	110	73600	50200	1,20	1,08	1,91

QUADRO 7-7-c - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS E GEOMÉTRICAS

DA VIGAS DE MATTOCK.

VII.2.2 - Resultados Obtidos Através da Teoria de Baker e Amarakone.

O cálculo teórico de Baker e Amarakone [1], feito como descrito no item III.2 e obedecendo as recomendações do C.E.B. [29], adota como base de cálculo que, a distribuição de tensão de compressão no concreto seja parabólica, entre o limite elástico ( $L_1$ ) e o limite de ruptura idealizados ( $L_2$ ) e que a distribuição da deformação através da seção seja linear; este ainda faz a seguinte simplificação na equação 3-4,  $k_1 \times k_3$  e  $a/z$  tenham respectivamente os valores de 0,5 e 6.

Através do cálculo teórico automatizado (apêndice 2), obtém-se os resultados mostrados nos quadros 7-8-a, 7-8-b e 7-8-c, com os resultados experimentais.

Para analisar pela teoria de Baker, os dados de Mattock, transformamos as unidades e os resultados são mostrados nos quadros 7-9-a, 7-9-b, 7-9-c e 7-9-d.

onde:

$\theta_p$  = rotação plástica (rad)

$\theta_1$  = rotação elástica (rad)

$\theta_t$  = rotação total da peça (rad)

$M_y$  = Momento elástico ( $t_f \times cm$ )

$M_u$  = Momento último ( $t_f \times cm$ )

$n_2$  =  $x/d$

$x_n$  = altura da linha neutra

$\epsilon_{c_2}$  = deformação última da fibra mais comprimida do concreto.

VIGAS	$2\theta_p$ calc.	$\theta_p$ calc.	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc.	$M_u$ calc.	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc.	$\theta_t$ calc.	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
MADRID 6a-2	0,0138	0,0069	0,0104	1,5	418,51	460,04	538,25	0,78	0,85	0,0133	0,0271	0,50	0,0036
6a-3	0,0148	0,0074	0,0118	1,6	428,32	477,48	515,68	0,83	0,93	0,0131	0,0279	0,47	0,0037
PARIS A2	0,0477	0,0238	0,0381	1,6	178,35	233,30	268,29	0,66	0,87	0,0077	0,0554	0,06	0,0100
A5	0,0220	0,0110	0,0198	1,8	463,34	552,81	602,56	0,77	0,92	0,0098	0,0314	0,30	0,0050
A8	0,0475	0,0238	0,0404	1,7	171,15	204,86	239,69	0,71	0,86	0,0074	0,0549	0,09	0,0100
B5	0,0211	0,0106	0,0317	3,0	443,79	526,29	578,93	0,77	0,91	0,0163	0,0375	0,32	0,0048
B8	0,0474	0,0237	0,0261	1,1	176,34	209,71	218,04	0,81	0,96	0,0128	0,0602	0,11	0,0100
PORTO B6	0,0195	0,0098	0,0195	2,0	536,50	593,39	569,65	0,94	1,04	0,0194	0,0389	0,35	0,0045
B7	0,0325	0,0163	0,0098	0,6	357,11	390,79	414,24	0,86	0,94	0,0151	0,0476	0,19	0,0070
B9	0,0476	0,0238	0,0524	2,2	121,86	145,56	181,94	0,67	0,80	0,0125	0,0601	0,07	0,0100
TORINO A6	0,0260	0,0130	0,0091	0,7	334,93	410,57	484,47	0,69	0,85	0,0094	0,0353	0,25	0,0057
F4	0,0118	0,0059	0,0059	1,0	1048,17	1093,26	1093,26	0,96	1,00	0,0175	0,0294	0,59	0,0033
L4	0,0084	0,0042	0,0118	2,8	1052,41	1015,32	1137,16	0,93	0,89	0,0194	0,0278	0,76	0,0029
D8	0,0371	0,0185	0,0371	2,0	329,61	383,72	506,51	0,65	0,76	0,0141	0,0512	0,16	0,0079

QUADRO 7-8-a - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE BAKER.



VIGAS	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
PORTO C6	0,0131	0,0065	0,0118	1,8	692,33	724,01	789,17	0,88	0,92	0,0167	0,0297	0,54	0,0034
C7	0,0222	0,0111	0,0233	2,1	499,57	544,59	582,71	0,86	0,93	0,0144	0,0366	0,30	0,0050
C9	0,0475	0,0238	0,0190	0,8	183,76	208,07	247,61	0,74	0,84	0,0109	0,0584	0,10	0,0100
M9	0,0475	0,0237	0,0295	1,2	182,17	208,89	275,74	0,66	0,76	0,0055	0,0530	0,10	0,0100
PARIS E6	0,0204	0,0102	0,0153	1,5	392,00	462,39	554,87	0,71	0,83	0,0174	0,0378	0,34	0,0046
E9	0,0352	0,0176	0,0106	0,6	236,23	272,77	289,14	0,82	0,94	0,0153	0,0505	0,17	0,0075
F6	0,0198	0,0099	0,0089	0,9	652,96	762,63	808,39	0,81	0,94	0,0187	0,0385	0,35	0,0045
F9	0,0475	0,0238	0,0214	0,9	237,96	283,12	291,61	0,82	0,97	0,0154	0,0629	0,10	0,0100
H2	0,0474	0,0237	0,0332	1,4	337,25	431,83	518,19	0,65	0,83	0,0142	0,0616	0,12	0,0100
H5	0,0101	0,0050	0,0075	1,5	891,51	888,17	1127,98	0,79	0,79	0,0201	0,0302	0,69	0,0030
H8	0,0282	0,0141	0,0169	1,2	359,26	404,30	428,55	0,84	0,94	0,0142	0,0424	0,23	0,0061
R4	0,0061	0,0030	0,0045	1,4	1184,06	1103,48	1379,35	0,86	0,80	0,0212	0,0273	0,88	0,0027
R5	0,0114	0,0057	0,0080	1,4	888,37	966,85	1063,54	0,84	0,91	0,0189	0,0303	0,62	0,0032
R6	0,0186	0,0093	0,0149	1,6	655,95	784,58	839,50	0,78	0,93	0,0175	0,0359	0,37	0,0043

QUADRO 7-8-b - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE BAKER

VIGAS	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc	$\pi_2$	$\epsilon_{c2}$
I. C. 3	0,0146	0,0073	0,0138	1,9	223,92	319,03	350,93	0,64	0,91	0,0131	0,0276	0,47	0,0037.
I. C. 4	0,0104	0,0052	0,0114	2,2	254,61	364,29	429,86	0,59	0,85	0,0158	0,0262	0,61	0,0032
I. C. 5	0,0085	0,0042	0,0068	1,6	243,05	481,46	453,65	0,54	0,89	0,0183	0,0268	0,67	0,0031
I. C. 6	0,0095	0,0047	0,0062	1,3	242,77	418,11	443,19	0,55	0,94	0,0175	0,0270	0,64	0,0032
I. C. 7	0,0070	0,0035	0,0150	4,3	253,71	439,41	439,41	0,57	1,00	0,0195	0,0265	0,72	0,0030
I. C. 8	0,0038	0,0019	0,0042	2,2	345,75	500,44	520,46	0,66	0,96	0,0318	0,0280	0,98	0,0026
I. C. 9	0,0386	0,0193	0,0154	0,8	119,17	157,40	174,71	0,68	0,90	0,0176	0,0561	0,16	0,0082
I. C. 10	0,0287	0,0144	0,0258	1,8	165,02	215,24	234,61	0,70	0,92	0,0181	0,0468	0,22	0,0062
I. C. 11	0,0204	0,0102	0,0153	1,5	240,02	309,74	353,10	0,68	0,88	0,0191	0,0395	0,34	0,0046
I. C. 12	0,0186	0,0093	0,0158	1,7	238,65	323,01	368,23	0,65	0,88	0,0199	0,0385	0,37	0,0043
I. C. 13	0,0106	0,0053	0,0063	1,2	335,97	424,85	569,30	0,59	0,75	0,0233	0,0338	0,67	0,0031
I. C. 14	0,0262	0,0131	0,0118	0,9	153,15	239,86	271,04	0,57	0,89	0,0187	0,0449	0,25	0,0057
I. C. 15	0,0139	0,0070	0,0056	0,8	320,03	442,11	495,17	0,65	0,89	0,0129	0,0268	0,49	0,0037
I. C. 16	0,0074	0,0037	0,0092	2,5	497,55	584,78	742,67	0,67	0,79	0,0349	0,0276	1,05	0,0025

QUADRO 7-8-c - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE BAKER.

VIGAS	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_T$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
A1	0,0156	0,0078	0,0695	8,9	329,89	375,83	585,34	0,56	0,64	0,0050	0,0206	0,18	0,0073
A2	0,0338	0,0169	0,0627	3,7	332,80	381,59	541,50	0,61	0,70	0,0099	0,0438	0,16	0,0079
A3	0,0627	0,0314	0,0739	2,4	352,25	401,42	539,87	0,65	0,74	0,0211	0,0838	0,18	0,0073
A4	0,0096	0,0048	0,0625	13,0	659,63	708,65	960,91	0,69	0,74	0,0055	0,0152	0,32	0,0048
A5	0,0180	0,0090	0,0449	5,0	658,26	699,53	839,96	0,78	0,83	0,0113	0,0293	0,35	0,0045
A6	0,0357	0,0179	0,0353	2,0	686,98	729,30	764,98	0,90	0,95	0,0233	0,0590	0,35	0,0045
B1	0,0167	0,0083	0,0489	5,9	1523,25	1577,49	2159,89	0,71	0,73	0,0052	0,0218	0,17	0,0078
B2	0,0331	0,0166	0,0326	2,0	1490,90	1543,34	1860,13	0,80	0,83	0,0101	0,0433	0,17	0,0077

QUADRO 7-9-a - RESULTADOS TEÓRICOS DE BAKER  
EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.

VIGAS	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
B3	0,0095	0,0047	0,0289	6,1	2975,43	2883,14	3372,62	0,88	0,85	0,0057	0,0152	0,33	0,0047
B4	0,0188	0,0094	0,0176	1,9	2988,18	2893,09	2784,96	1,07	1,04	0,0114	0,0302	0,33	0,0047
C1	0,0114	0,0057	0,1088	19,0	344,26	379,27	560,00	0,61	0,68	0,0055	0,0169	0,26	0,0055
C2	0,0218	0,0109	0,0491	4,5	344,23	376,93	505,22	0,68	0,75	0,0111	0,0329	0,27	0,0053
C3	0,0430	0,0215	0,0600	2,8	344,95	376,91	479,99	0,72	0,79	0,0223	0,0653	0,28	0,0052
C4	0,0058	0,0029	0,0491	17,0	681,29	660,67	904,44	0,75	0,73	0,0068	0,0126	0,55	0,0034
C5	0,0099	0,0050	0,0249	5,0	686,97	645,64	752,91	0,91	0,86	0,0146	0,0245	0,62	0,0032
C6	0,0249	0,0124	0,0275	2,2	668,28	660,03	685,85	0,97	0,96	0,0262	0,0510	0,52	0,0036

QUADRO 7-9-b - RESULTADOS TEÓRICOS DE BAKER

EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.

VIGAS	$2\theta_p$ calc.	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
D1	0,0114	0,0057	0,0335	5,9	1478,16	1472,91	1820,97	0,81	0,81	0,0054	0,0168	0,26	0,0055
D2	0,0222	0,0111	0,0274	2,5	1464,94	1454,57	1760,29	0,83	0,83	0,0107	0,0330	0,27	0,0054
D3	0,0059	0,0029	0,0189	6,4	2746,93	2609,90	2927,73	0,94	0,89	0,0067	0,0126	0,54	0,0035
D4	0,0121	0,0060	0,0089	1,5	2764,54	2645,61	2746,79	1,01	0,96	0,0133	0,0254	0,53	0,0035
E1	0,0098	0,0049	0,0433	8,9	422,96	455,32	633,24	0,67	0,72	0,0068	0,0166	0,32	0,0048
E2	0,0194	0,0097	0,0589	6,1	432,98	465,64	630,22	0,69	0,74	0,0139	0,0333	0,32	0,0048
E3	0,0407	0,0203	0,0564	2,8	431,57	467,39	572,56	0,75	0,82	0,0275	0,0681	0,30	0,0050

QUADRO 7-9-c - RESULTADOS TEÓRICOS DE BAKER

EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.

VIGAS	$2\theta_p$ calc.	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atuante	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc.}}$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc.}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$
F1	0,0135	0,0068	0,0502	7,4	423,03	475,33	703,46	0,60	0,68	0,0064	0,0200	0,22	0,0064
F2	0,0266	0,0133	0,0703	5,3	434,46	487,16	662,93	0,66	0,73	0,0132	0,0398	0,22	0,0063
F3	0,0547	0,0274	0,0689	2,5	434,46	488,69	660,97	0,66	0,74	0,0263	0,0891	0,21	0,0065
G1	0,0120	0,0060	0,0351	5,8	1435,33	1438,57	1985,13	0,72	0,72	0,0066	0,0186	0,25	0,0057
G2	0,0247	0,0124	0,0500	4,0	1433,29	1441,76	2014,98	0,71	0,72	0,0130	0,0378	0,24	0,0059
G3	0,0098	0,0049	0,0191	3,9	1921,44	1871,47	2208,65	0,87	0,85	0,0068	0,0166	0,32	0,0048
G4	0,0187	0,0094	0,0272	2,9	1921,44	1857,29	2204,82	0,87	0,84	0,0138	0,0325	0,33	0,0047
G5	0,0337	0,0168	0,0806	4,8	958,61	993,57	1586,37	0,60	0,63	0,0126	0,0463	0,17	0,0078

QUADRO 7-9-d - RESULTADOS TEÓRICOS DE BAKER

EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.

VII.2.3 - Resultados Obtidos Pela Teoria de Mattock.

O cálculo teórico de Mattock efetua-se como descrito no item III-5 e foi traduzido para linguagem computacional, como mostra o apêndice 1.

Pela Figura III-7, vê-se que a determinação de  $f_0$  é em função do  $E'_s$ ; não se conhecendo este valor, fica impossível aplicar esta teoria. Qualquer tentativa em estimar  $f_0$  poderia resultar em valores totalmente falsos; portanto, optou-se por analisar apenas os dados fornecidos pelo próprio Mattock, como mostram os quadros 7-10-a, 7-10-b e 7-10-c; onde:

$M_y$  e  $M_u$  são dados em  $Ksi$  e  $\theta_u$ ,  $\theta_{t_u}$  em  $rad$ .

VIGA	$\epsilon_{c2}$	$n_2$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$M_y$ calc $M_u$ atu/e	$M_u$ calc $M_u$ atu/e	$\theta_u$ calc.	$\theta_{tu}$ calc.	$\theta_{tu}$ atu/e	$\frac{\theta_{tu} \text{ atu/e}}{\theta_{tu} \text{ calc.}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc
A1	0,0212	0,34	358,10	672,81	585,34	0,61	1,15	0,0329	0,0573	0,0700	1,22	0,0067	0,1214
A2	0,0121	0,33	362,01	601,67	541,50	0,67	1,11	0,0231	0,0560	0,0632	1,13	0,0134	0,1253
A3	0,0076	0,33	382,95	539,86	539,86	0,71	1,00	0,0159	0,0529	0,0741	1,40	0,0284	0,1342
A4	0,0212	0,43	692,34	932,92	960,91	0,72	0,97	0,0224	0,0355	0,0635	1,79	0,0078	0,0788
A5	0,0121	0,44	689,47	823,49	839,96	0,82	0,98	0,0138	0,0285	0,0455	1,60	0,0157	0,0727
A6	0,0073	0,44	720,36	780,59	764,98	0,94	1,02	0,0091	0,0250	0,0370	1,48	0,0327	0,0827
B1	0,0121	0,33	1500,86	2347,71	2159,89	0,69	1,08	0,0216	0,0359	0,0499	1,39	0,0070	0,0788
B2	0,0076	0,34	1486,51	2066,81	1860,13	0,79	1,11	0,0152	0,0340	0,0317	0,93	0,0137	0,0818

QUADRO 7-10-a - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.



VIGA	$\epsilon_{c2}$	$n_2$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_u$ calc	$\theta_{tu}$ calc	$\theta_{tu}$ atu/e	$\frac{\theta_{tu} \text{ atu/e}}{\theta_{tu} \text{ calc}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc
B3	0,0121	0,44	2816,29	3306,49	3372,62	0,84	0,98	0,0135	0,0191	0,0296	1,55	0,0081	0,0462
B4	0,0076	0,44	2828,25	3063,70	2787,96	1,01	1,10	0,0088	0,0157	0,0184	1,17	0,0162	0,0476
C1	0,0212	0,36	371,25	589,48	560,01	0,66	1,05	0,0300	0,0502	0,1089	2,15	0,0072	0,1076
C2	0,0121	0,36	370,82	510,33	505,22	0,73	1,01	0,0193	0,0434	0,0486	1,12	0,0145	0,1012
C3	0,0076	0,36	371,48	461,53	479,99	0,77	0,96	0,0133	0,0407	0,0586	1,44	0,0292	0,1106
C4	0,0212	0,47	706,18	766,47	904,44	0,78	0,85	0,0184	0,0251	0,0474	1,89	0,0087	0,0589
C5	0,0121	0,48	710,32	684,46	452,91	0,94	0,91	0,0103	0,0162	0,0236	1,46	0,0177	0,0501
C6	0,0076	0,47	693,67	685,85	685,85	1,01	1,00	0,0076	0,0172	0,0260	1,51	0,0337	0,0681

QUADRO 7-10-b - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.

VIGA	$E_{c2}$	$n_2$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\theta_u$ calc	$\theta_{tu}$ calc	$\theta_{tu}$ atu/e	$\frac{\theta_{tu} \text{ atu/e}}{\theta_{tu} \text{ calc}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc
D1	0,0121	0,37	1441,59	1958,03	1820,97	0,79	1,07	0,0185	0,0284	0,0326	1,15	0,0071	0,0639
D2	0,0076	0,37	1427,82	1742,87	1760,29	0,81	0,99	0,0124	0,0246	0,0266	1,08	0,0142	0,0634
D3	0,0121	0,48	2764,94	2736,20	2927,73	0,94	0,93	0,0107	0,0120	0,0179	1,50	0,0086	0,0325
D4	0,0076	0,47	2785,61	2641,14	2746,79	1,01	0,96	0,0069	0,0086	0,0080	0,93	0,0173	0,0346
E1	0,0212	0,36	456,51	695,86	633,23	0,72	1,10	0,0259	0,0416	0,0425	1,02	0,0090	0,0922
E2	0,0121	0,35	467,58	630,22	630,22	0,74	1,00	0,0169	0,0360	0,0572	1,59	0,0183	0,0903
E3	0,0076	0,35	466,51	584,25	572,56	0,81	1,02	0,0119	0,0350	0,0542	1,55	0,0364	0,1063
F1	0,0212	0,33	460,26	781,62	703,46	0,65	1,11	0,0303	0,0516	0,0500	0,97	0,0086	0,1117
F2	0,0121	0,33	472,86	690,55	662,93	0,71	1,04	0,0198	0,0456	0,0706	1,55	0,0177	0,1089
F3	0,0076	0,33	473,20	629,50	660,97	0,72	0,95	0,0140	0,0445	0,0685	1,54	0,0354	0,1243
G1	0,0121	0,33	1420,75	2025,65	1985,13	0,72	1,02	0,0190	0,0293	0,0346	1,18	0,0086	0,0672
G2	0,0076	0,32	1419,38	1848,61	2014,98	0,70	0,92	0,0133	0,0271	0,0486	1,79	0,0171	0,0714
G3	0,0121	0,36	1876,33	2374,90	2208,65	0,85	1,08	0,0156	0,0222	0,0184	0,83	0,0091	0,0534
G4	0,0076	0,37	1874,05	2161,59	2204,82	0,85	0,98	0,0101	0,0177	0,0256	1,45	0,0183	0,0536
G5	0,0076	0,27	966,53	1468,86	1586,37	0,61	0,93	0,0183	0,0417	0,0797	1,91	0,0160	0,0995

QUADRO 7-10-c - RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS DA MATTOCK.

VII.2.4 - Resultados Obtidos Pela Teoria do Professor  
Sydney Santos.

O cálculo teórico desenvolvido pelo professor Sydeny Santos [25], segue a orientação básica dada pela NB-1 [28], avalia-se a capacidade de rotação das peças de concreto armado como descrito no item III.4.

O comprimento de plastificação é determinado de acordo com o item III.7.2, e faz-se com que este não seja inferior a  $d/2$ .

Os quadros de 7-11-a a 7-11-f, mostram os resultados obtidos quando se aplica esta teoria.

VIGAS	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$M_y$ calc $M_u$ atu/e	$M_u$ calc $M_u$ atu/e	$n_2$	$\epsilon_{c2}$	$l_p$	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atu/e	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc
MADRID 6a - 2	305,21	459,00	538,25	0,57	0,85	0,45	0,0038	46,91	0,0195	0,0098	0,0104	1,07	0,0154	0,0349
6a - 3	328,55	475,60	515,68	0,64	0,92	0,42	0,0040	43,29	0,0198	0,0099	0,0118	1,19	0,0156	0,0354
PARIS A2	201,76	211,75	268,29	0,75	0,79	0,06	0,0100	12,75	0,0818	0,0409	0,0381	0,93	0,0094	0,0912
A5	533,40	547,26	602,56	0,89	0,91	0,28	0,0052	12,25	0,0104	0,0052	0,0198	3,79	0,0127	0,0232
A8	190,13	199,39	239,69	0,79	0,83	0,08	0,0100	12,75	0,0672	0,0336	0,0404	1,20	0,0092	0,0764
B5	508,68	521,27	578,93	0,88	0,90	0,29	0,0051	46,67	0,0370	0,0185	0,0317	1,71	0,0210	0,0580
B8	195,58	204,93	218,09	0,90	0,94	0,09	0,0100	46,67	0,2141	0,1071	0,0261	0,24	0,0160	0,2301
PORTO B6	505,76	590,48	568,70	0,89	1,04	0,32	0,0048	46,67	0,0320	0,0160	0,0195	1,22	0,0249	0,0569
B7	372,36	388,61	414,24	0,90	0,94	0,16	0,0079	46,67	0,0897	0,0449	0,0098	0,22	0,0193	0,1090
B9	134,67	139,41	181,94	0,74	0,77	0,05	0,0100	46,67	0,3620	0,1810	0,0524	0,29	0,0151	0,3771
TORINO A6	391,51	404,50	484,47	0,81	0,83	0,22	0,0062	12,25	0,0149	0,0075	0,0091	1,22	0,0121	0,0270
F4	674,22	1085,96	1093,26	0,62	0,99	0,56	0,0034	53,08	0,0179	0,0089	0,0059	0,66	0,0232	0,0410
L4	555,52	1014,73	1137,16	0,49	0,89	0,71	0,0030	63,36	0,0159	0,0080	0,0118	1,48	0,0239	0,0399
D8	366,94	376,74	506,51	0,72	0,74	0,13	0,0094	12,75	0,0373	0,0186	0,0371	2,00	0,0177	0,0549

QUADRO 7-11-a - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE BAKER.

VIGAS	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$n_2$	$\epsilon_{c2}$	$\lambda_p$	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atu/e	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_c$ calc
PORTO C6	440,89	725,99	789,17	0,56	0,92	0,49	0,0036	54,98	0,0211	0,0105	0,0118	1,12	0,0209	0,0420
C7	446,82	543,40	582,71	0,77	0,93	0,26	0,0055	24,88	0,0232	0,0116	0,0233	2,01	0,0184	0,0416
C9	195,47	201,79	247,61	0,79	0,82	0,06	0,0100	13,15	0,0862	0,0431	0,0190	0,44	0,0132	0,0994
M9	196,07	201,98	275,74	0,71	0,73	0,06	0,0100	13,08	0,0822	0,0411	0,0285	0,69	0,0066	0,0888
PARIS E6	326,49	457,84	554,87	0,59	0,82	0,31	0,0049	40,16	0,0308	0,0154	0,0153	0,99	0,0219	0,0527
E9	264,99	269,01	289,14	0,92	0,93	0,15	0,0086	12,75	0,0309	0,0155	0,0106	0,69	0,0186	0,0495
F6	560,65	756,15	808,39	0,69	0,94	0,33	0,0047	36,20	0,0259	0,0129	0,0089	0,69	0,0247	0,0506
F9	269,82	277,34	291,61	0,93	0,95	0,08	0,0100	12,75	0,0620	0,0310	0,0214	0,69	0,0186	0,0806
H2	380,89	390,76	518,19	0,74	0,75	0,12	0,0100	12,75	0,0430	0,0215	0,0332	1,54	0,0172	0,0603
H5	473,85	882,13	1127,98	0,42	0,78	0,65	0,0031	64,80	0,0180	0,0090	0,0075	0,83	0,0255	0,0435
H8	378,69	401,30	429,55	0,88	0,94	0,20	0,0067	12,75	0,0181	0,0091	0,0169	1,86	0,0178	0,0360
R4	605,97	1210,05	1379,35	0,44	0,88	0,64	0,0031	69,89	0,0193	0,0097	0,0043	0,44	0,0240	0,0433
R5	573,50	1000,95	1063,54	0,54	0,94	0,40	0,0041	59,79	0,0305	0,0152	0,0080	0,52	0,0235	0,0540
R6	574,42	771,59	839,50	0,68	0,92	0,27	0,0054	35,78	0,0331	0,0165	0,0149	0,90	0,0226	0,0557

QUADRO 7-11-b - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE BAKER.

VIGAS	$M_y$	$M_u$	$M_u$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$	$l_p$	$2\theta_p$	$\theta_p$	$\theta_p$	$\theta_p$ atu/e	$\theta_1$	$\theta_t$
	calc	calc	atu/e	$M_u$ atu/e	$M_u$ atu/e				calc	calc	atu/e	$\theta_p$ calc		
I.C - 3	238,97	308,46	350,93	0,68	0,88	0,40	0,0041	22,89	0,0170	0,0085	0,0138	1,62	0,0159	0,0329
I.C - 4	241,06	353,85	429,86	0,56	0,82	0,54	0,0035	32,38	0,0168	0,0084	0,0114	1,36	0,0176	0,0345
I.C - 5	255,63	385,85	453,65	0,56	0,85	0,61	0,0032	34,29	0,0163	0,0082	0,0068	0,83	0,0200	0,0363
I.C - 6	269,31	393,69	443,19	0,61	0,89	0,54	0,0035	32,10	0,0177	0,0088	0,0062	0,70	0,0197	0,0373
I.C - 7	254,40	393,52	439,41	0,58	0,90	0,48	0,0037	35,92	0,0228	0,0114	0,0150	1,31	0,0194	0,0422
I.C - 8	273,93	487,53	520,46	0,53	0,94	0,73	0,0030	44,51	0,0166	0,0083	0,0042	0,51	0,0213	0,0379
I.C - 9	154,28	156,90	174,71	0,88	0,90	0,15	0,0083	17,40	0,0575	0,0287	0,0152	0,54	0,0216	0,0791
I.C - 10	193,59	214,24	234,61	0,83	0,91	0,22	0,0063	17,30	0,0322	0,0161	0,0258	1,60	0,0228	0,0551
I.C - 11	223,09	303,98	353,10	0,63	0,86	0,30	0,0050	27,03	0,0308	0,0154	0,0153	0,99	0,0247	0,0555
I.C - 12	219,66	316,14	368,23	0,60	0,86	0,34	0,0046	31,01	0,0304	0,0152	0,0158	1,04	0,0259	0,0563
I.C - 13	221,56	418,12	569,30	0,39	0,73	0,63	0,0032	47,76	0,0212	0,0106	0,0063	0,60	0,0300	0,0513
I.C - 14	179,26	195,59	271,04	0,66	0,72	0,08	0,0100	16,94	0,1367	0,0684	0,0118	0,17	0,0234	0,1601
I.C - 15	252,65	394,32	495,16	0,51	0,80	0,12	0,0100	36,50	0,1820	0,0910	0,0056	0,06	0,0255	0,2074
I.C - 16	265,28	604,63	742,68	0,36	0,81	0,79	0,0029	57,02	0,0198	0,0099	0,0092	0,93	0,0342	0,0540

QUADRO 7-11-e - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE BAKER.

VIGAS	$M_y$	$M_u$	$M_u$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$	$l_p$	$2\Theta_p$	$\Theta_p$	$\Theta_p$	$\Theta_p$ atu/e	$\Theta_1$	$\Theta_t$
	calc	calc	atu/e	$M_u$ atu/e	$M_u$ atu/e							$\Theta_p$ calc		
A1	416,39	434,24	661,44	0,63	0,66	0,13	0,0094	12,70	0,0363	0,0181	0,0695	3,83	0,0064	0,0427
A2	420,92	439,73	611,89	0,69	0,72	0,12	0,0100	12,70	0,0423	0,0211	0,0627	2,97	0,0128	0,0551
A3	445,24	463,76	610,05	0,73	0,76	0,13	0,0094	12,70	0,0366	0,0183	0,0739	4,04	0,0272	0,0638
A4	800,44	826,80	1085,83	0,73	0,76	0,28	0,0053	12,70	0,0109	0,0054	0,0625	11,48	0,0074	0,0183
A5	750,82	818,00	949,16	0,79	0,86	0,30	0,0050	12,70	0,0096	0,0048	0,0449	9,32	0,0149	0,0245
A6	773,38	853,05	864,42	0,89	0,99	0,30	0,0050	26,09	0,0196	0,0098	0,0353	3,59	0,0309	0,0506
B1	1745,54	1828,73	2440,68	0,72	0,75	0,15	0,0087	25,40	0,0313	0,0156	0,0489	3,13	0,0067	0,0380
B2	1707,52	1789,31	2101,95	0,81	0,85	0,15	0,0087	25,40	0,0309	0,0155	0,0326	2,11	0,0132	0,0441

QUADRO 7-11-d - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE MATTOCK

VIGAS	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$M_u$ atu/e	$\frac{M_y \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$\frac{M_u \text{ calc}}{M_u \text{ atu/e}}$	$n_2$	$E_{c2}$	$l_p$	$2\theta_p$ calc	$\theta_p$ calc	$\theta_p$ atu/e	$\frac{\theta_p \text{ atu/e}}{\theta_p \text{ calc}}$	$\theta_1$ calc	$\theta_t$ calc
B3	3135,79	3344,35	3811,06	0,82	0,88	0,30	0,0050	25,40	0,0095	0,0048	0,0289	6,08	0,0076	0,0172
B4	3131,67	3356,12	3147,00	1,00	1,07	0,31	0,0049	25,40	0,0094	0,0047	0,0176	3,74	0,0154	0,0248
C1	431,76	444,38	632,81	0,68	0,70	0,19	0,0069	12,70	0,0191	0,0096	0,1088	11,38	0,0070	0,0261
C2	425,28	442,81	570,90	0,74	0,78	0,20	0,0066	12,70	0,0175	0,0087	0,0491	5,62	0,0139	0,0314
C3	419,82	443,17	542,39	0,77	0,82	0,21	0,0065	14,72	0,0196	0,0098	0,0600	6,11	0,0279	0,0476
C4	527,89	788,01	1022,01	0,52	0,77	0,47	0,0037	23,06	0,0089	0,0044	0,0491	11,03	0,0082	0,0171
C5	484,57	775,67	850,79	0,57	0,91	0,53	0,0035	53,42	0,0173	0,0086	0,0249	2,88	0,0167	0,0340
C6	552,20	784,11	775,01	0,71	1,01	0,44	0,0039	82,63	0,0351	0,0176	0,0275	1,57	0,0318	0,0669

QUADRO 7-11-e - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE MATTOCK.



VIGAS	$M_y$	$M_u$	$M_u$	$M_y$ calc	$M_u$ calc	$n_2$	$\epsilon_{c2}$	$l_p$	$2\theta_p$	$\theta_p$	$\theta_p$	$\theta_p$ atu/e	$\theta_1$	$\theta_c$
	calc	calc	atu/e	$M_u$ atu/e	$M_u$ atu/e							$\theta_p$ calc		
D1	1118,78	1275,96	2057,69	0,58	0,62	0,23	0,0061	25,40	0,0147	0,0073	0,0335	4,57	0,0066	0,0213
D2	1641,04	1700,33	1989,13	0,83	0,85	0,23	0,0060	25,40	0,0140	0,0070	0,0274	3,92	0,0136	0,0276
D3	2051,36	3042,88	3398,33	0,62	0,92	0,50	0,0036	45,52	0,0082	0,0041	0,0189	4,61	0,0081	0,0163
D4	2112,98	3082,74	3103,87	0,68	1,00	0,49	0,0037	87,89	0,0164	0,0082	0,0089	1,08	0,0163	0,0327
E1	447,15	538,75	715,55	0,62	0,75	0,23	0,0060	12,70	0,0141	0,0071	0,0433	6,14	0,0086	0,0227
E2	452,86	551,20	712,15	0,64	0,77	0,24	0,0060	24,92	0,0274	0,0137	0,0589	4,30	0,0176	0,0450
E3	471,28	551,63	646,99	0,73	0,85	0,22	0,0062	40,70	0,0488	0,0244	0,0564	2,31	0,0349	0,0837
F1	535,20	552,36	794,91	0,67	0,69	0,16	0,0081	12,70	0,0272	0,0136	0,0502	3,70	0,0083	0,0355
F2	549,71	566,60	749,11	0,73	0,76	0,16	0,0080	12,70	0,0261	0,0131	0,0703	5,38	0,0171	0,0432
F3	550,10	567,63	746,90	0,74	0,76	0,16	0,0082	12,70	0,0277	0,0139	0,0689	4,97	0,0340	0,0618
G1	1574,97	1617,34	2243,20	0,70	0,75	0,20	0,0066	25,40	0,0176	0,0088	0,0351	3,98	0,0082	0,0259
G2	1619,64	1689,44	2276,93	0,71	0,74	0,20	0,0068	25,40	0,0188	0,0094	0,0500	5,33	0,0164	0,0352
G3	1812,82	2196,39	2495,78	0,73	0,88	0,27	0,0053	25,40	0,0111	0,0055	0,0191	3,45	0,0087	0,0198
G4	1734,71	2183,10	2491,45	0,70	0,87	0,29	0,0051	57,39	0,0230	0,0115	0,0272	2,37	0,0175	0,0404
G5	1121,17	1160,19	1792,60	0,63	0,65	0,12	0,0100	25,40	0,0420	0,0210	0,0806	3,84	0,0155	0,0575

QUADRO 7-11-É - RESULTADOS TEÓRICOS DO PROFESSOR

SANTOS - EXPERIMENTAIS DE MATTOCK

### VII.2.5 - Resultados Finais.

Nas vigas apresentadas por Mattock [17], quando analisadas por sua própria teoria, apresentam resultados bem próximos da realidade, mas ao se confrontar seus resultados com outras teorias, observa-se que os valores obtidos teoricamente são muito menores que os experimentais, isto se deve principalmente ao fato de Mattock fazer as seguintes considerações:

- O comprimento de plastificação é adotado igual a  $d/2$ , enquanto Baker e o professor Sydney Santos calcula-o.
- A fretagem mesmo com estribos habituais é totalmente desprezada.
- Não é imposto nenhum limite para a deformação última do concreto.

Destas considerações resultam valores bem maiores em comparação com os obtidos por Baker e pelo professor Sydney Santos.

Apesar de ter conseguido valores teóricos mais próximos dos experimentais, conclui-se que Mattock, faz certas considerações em seus estudos, restringindo sua aplicação teórica, a apenas experimentos com características similares aos por ele realizados.

Pela comparação da teoria de Baker com a do professor Sydney Santos, feita através das vigas dos quadros de 7-6-a a 7-6-d conclui-se que a teoria do professor Sydney Santos

possibilita uma margem de erro menor, como mostra a figura VII-1.

As vigas B8, B7, B9, I.C 14, I.C 15, fornecem valores bem longe do real, isto devido ao fato destas peças serem superarmadas, onde o cálculo plástico não alcança totalmente seu objetivo.

Conclui-se que a teoria do professor Sydney Santos, além de traduzir melhores resultados, sua aplicabilidade se faz com maior facilidade, além de ser toda ela baseada na Norma Brasileira.

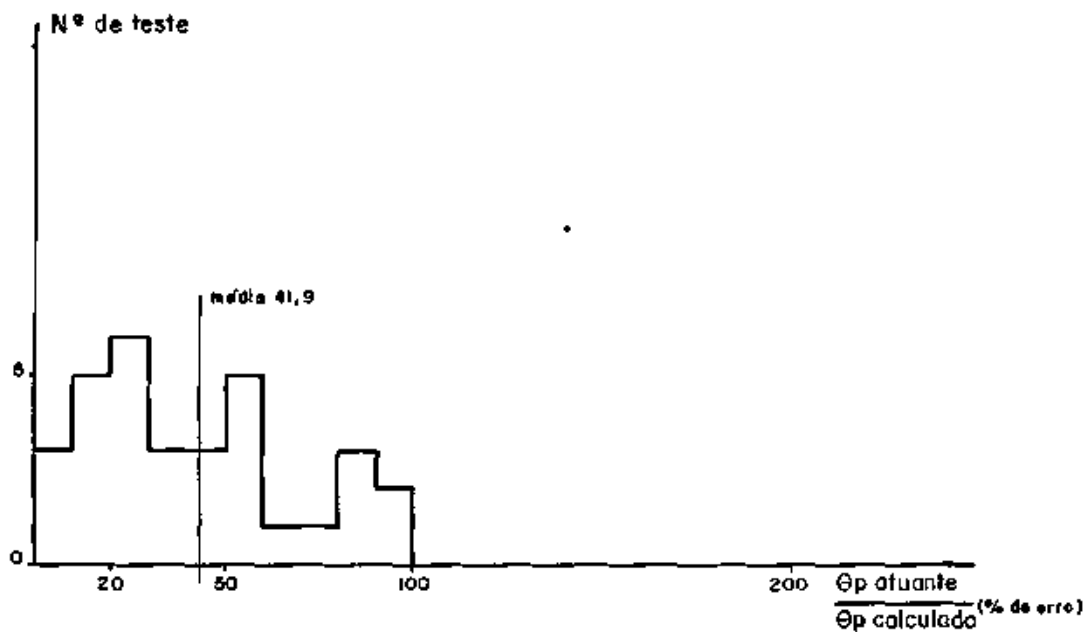
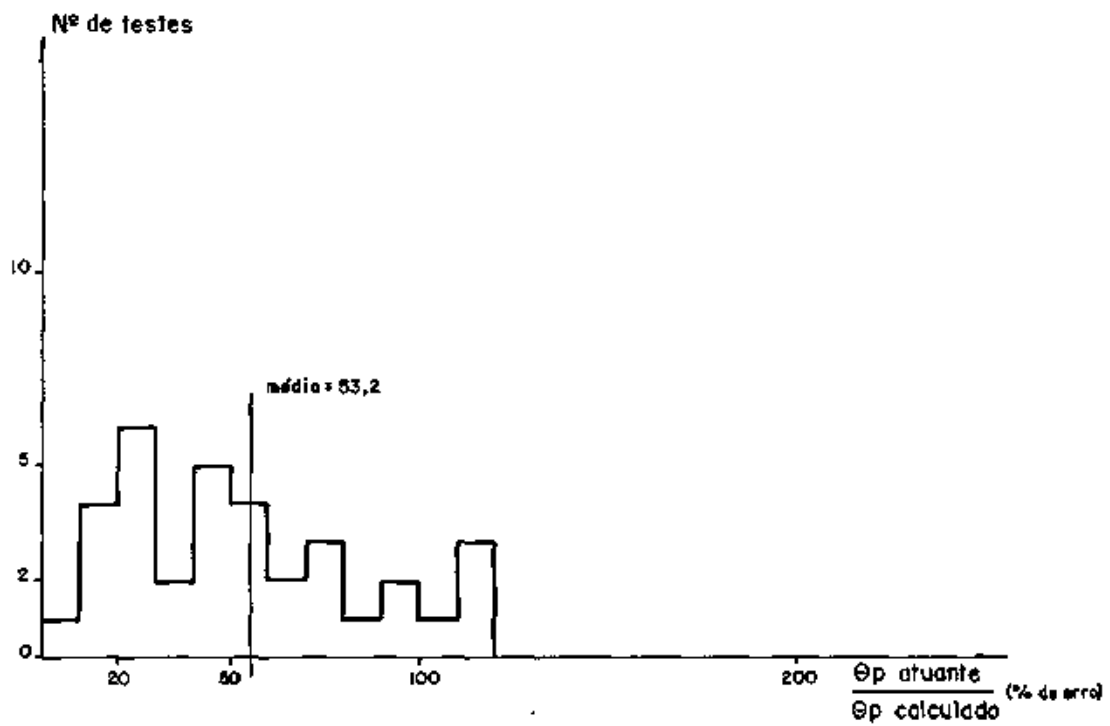


FIGURA VII.1 - Histograma  $\frac{\Theta_p \text{ atuante}}{\Theta_p \text{ calculado}}$  (% de erro) para as vigas de Baker e Amarakone

## CAPÍTULO VIII

### CONCLUSÃO

Na flexão composta demonstra-se que, o uso do condicionamento somente na região comprimida das peças, possibilita também um acréscimo na rotação, para um mesmo momento atuante, e que o uso de hélice circular e estribos curtos como fretagem, mesmo em peças dotadas de uma maior taxa de armadura de flexão, proporciona um aumento na capacidade de rotação das peças.

O encaminhamento proposto pelo professor Sydney Santos, para análise de peças com condicionamento, fornece resultados bem próximos da realidade, portanto proporcionando uma melhor adequação entre a teoria e o comportamento real; donde se conclui que um cálculo de concreto armado em regime plástico, estará bem mais legitimado com o emprego de rótulas condicionadas.

Na flexão simples, a teoria de Mattock com toda sua complexidade de cálculo, não considera qualquer forma de condicionamento. Baker leva em conta apenas os estribos habituais; conclui-se portanto que a teoria proposta retrata melhor a realidade porque: considera o condicionamento; traduz melhor os resultados; é simples tanto conceitual como algebricamente e

estã de acordo com as Normas Brasileiras.

Como sugestão para prosseguimento de pesquisa, lembramos ensaios com peças sujeitas também à cargas transversais, arranjo que permitiria maior liberdade entre as grandezas geométricas a serem utilizadas.

**A P Ê N D I C E S**

APÉNDICE 1 - TEORIA DE MATTOCK - "CALCULO COMPUTACIONAL"

01 LBL "MATTOCK"	28 "H"	55 LBL B
02 1	29 XEQ 00	56 .5
03 STO 00	30 "P"	57 RCL 08
04 "FCL"	31 XEQ 00	58 /
05 XEQ 00	32 "PL"	59 .003
06 RCL 01	33 XEQ 00	60 +
07 4000	34 "FY"	61 STO 21
08 X>Y?	35 XEQ 00	62 VIEW 21
09 GTO 01	36 "Z"	63 GTO a
10 -	37 XEQ 00	64 LBL C
11 1000	38 "FYL"	65 .003
12 /	39 XEQ 00	66 STO 21
13 .05	40 "FO"	67 VIEW 21
14 *	41 XEQ 00	68 LBL a
15 .85	42 "ESL"	69 RCL 01
16 X<>Y	43 XEQ 00	70 SQRT
17 -	44 "B"	71 60000
18 STO 12	45 PROMPT	72 *
19 LBL 02	46 STO 00	73 STO 15
20 .85	47 "MU ACT/CALC="	74 1/X
21 STO 14	48 PROMPT	75 RCL 02
22 .425	49 STO 31	76 *
23 STO 13	50 "DTU ACT/CALC="	77 STO 16
24 "ES"	51 PROMPT	78 2
25 XEQ 00	52 STO 32	79 RCL 04
26 "D"	53 "B-1/C-2"	80 RCL 03
27 XEQ 00	54 PROMPT	81 /



82 -	111 SQRT	140 *
83 STO 17	112 RCL 18	141 RCL 17
84 1	113 -	142 *
85 X<>Y	114 STO 18	143 1
86 -	115 VIEW 18	144 RCL 18
87 RCL 06	116 RCL 17	145 3
88 *	117 +	146 /
89 RCL 16	118 1	147 -
90 1	119 -	148 RCL 18
91 -	120 RCL 18	149 *
92 *	121 /	150 RCL 19
93 RCL 05	122 RCL 16	151 *
94 RCL 16	123 *	152 2
95 *	124 STO 20	153 /
96 +	125 RCL 06	154 +
97 2	126 *	155 RCL 00
98 *	127 RCL 18	156 *
99 RCL 16	128 2	157 RCL 03
100 1	129 /	158 X+2
101 -	130 +	159 *
102 RCL 06	131 1/X	160 STO 20
103 *	132 RCL 05	161 "MY CALC="
104 RCL 05	133 *	162 XEQ 13
105 RCL 16	134 RCL 07	163 LBL b
106 *	135 *	164 RCL 07
107 +	136 STO 19	165 RCL 02
108 STO 18	137 RCL 20	166 /
109 X+2	138 *	167 RCL 21
110 +	139 RCL 06	168 +

169 1/X	198 X<>Y	227 LBL 00
170 RCL 21	199 X>Y?	228 PROMPT
171 *	200 GTO 07	229 STO IND 00
172 RCL 12	201 CF 01	230 1
173 *	202 RCL 11	231 ST+ 00
174 RCL 14	203 STO 22	232 RTN
175 *	204 XEQ 03	233 LBL 01
176 STO 26	205 XEQ 10	234 .85
177 RCL 07	206 RCL 27	235 STO 12
178 RCL 10	207 X>Y?	236 GTO 02
179 -	208 GTO 09	237 LBL 03
180 RCL 11	209 RCL 07	238 RCL 21
181 /	210 RCL 05	239 RCL 22
182 RCL 21	211 *	240 *
183 +	212 RCL 06	241 RCL 06
184 1/X	213 RCL 09	242 RCL 05
185 RCL 21	214 *	243 /
186 *	215 -	244 RCL 09
187 RCL 12	216 RCL 01	245 *
188 *	217 RCL 12	246 -
189 RCL 14	218 /	247 FS? 01
190 *	219 RCL 14	248 GTO 04
191 STO 27	220 /	249 RCL 10
192 SF 01	221 RCL 03	250 -
193 RCL 02	222 *	251 LBL 04
194 STO 22	223 1/X	252 STO 23
195 XEQ 03	224 RCL 21	253 RCL 12
196 XEQ 10	225 *	254 RCL 14
197 RCL 26	226 GTO 08	255 *

256 RCL 01	285 RCL 23	314 /
257 *	286 2	315 STO 24
258 RCL 06	287 /	316 RCL 05
259 RCL 09	288 -	317 RCL 23
260 *	289 STO 23	318 *
261 +	290 RTN	319 RCL 06
262 FS? 01	291 LBL 07	320 RCL 09
263 GTO 05	292 RCL 23	321 *
264 LASTX	293 RCL 02	322 -
265 RCL 10	294 /	323 STO 22
266 *	295 RCL 21	324 RCL 13
267 RCL 21	296 +	325 *
268 RCL 22	297 RCL 03	326 RCL 12
269 *	298 /	327 RCL 14
270 /	299 GTO 08	328 *
271 -	300 LBL 09	329 RCL 01
272 LBL 05	301 RCL 23	330 *
273 RCL 21	302 RCL 10	331 /
274 RCL 22	303 -	332 1
275 *	304 RCL 11	333 X<>Y
276 RCL 05	305 /	334 -
277 /	306 RCL 21	335 RCL 22
278 *	307 +	336 *
279 RCL 23	308 RCL 03	337 RCL 06
280 X+2	309 /	338 RCL 17
281 4	310 LBL 08	339 *
282 /	311 RCL 03	340 RCL 09
283 +	312 *	341 *
284 SQRT	313 2	342 +

343 RCL 03	372 *	401 +
344 X+2	373 /	402 1/X
345 *	374 RCL 22	403 .003
346 RCL 00	375 *	404 *
347 *	376 RCL 20	405 RCL 02
348 STO 22	377 /	406 *
349 "MU CALC="	378 RCL 24	407 .67
350 XEQ 13	379 X<>Y	408 *
351 RCL 31	380 -	409 STO 29
352 RCL 22	381 STO 30	410 RCL 25
353 *	382 "0U CALC="	411 RCL 28
354 STO 36	383 XEQ 13	412 -
355 "MU ACT="	384 LBL 11	413 RCL 29
356 XEQ 13	385 RCL 05	414 /
357 RCL 20	386 RCL 07	415 RCL 03
358 RCL 36	387 *	416 16.2
359 /	388 RCL 01	417 /
360 "MY CALC/MU ACT="	389 /	418 SQRT
361 XEQ 13	390 STO 25	419 *
362 RCL 22	391 RCL 06	420 CHS
363 RCL 36	392 RCL 07	421 1
364 /	393 *	422 +
365 "MU CALC/MU ACT="	394 RCL 01	423 RCL 08
366 XEQ 13	395 /	424 RCL 03
367 RCL 19	396 STO 28	425 /
368 RCL 15	397 .003	426 SQRT
369 RCL 18	398 RCL 02	427 1.14
370 *	399 *	428 *
371 2	400 RCL 07	429 1

430 -	459 GTO 14	488 RCL 09
431 *	460 RCL 08	489 *
432 1	461 *	490 -
433 +	462 STO 35	491 RCL 01
434 RCL 30	463 GTO 15	492 /
435 *	464 LBL 14	493 RTN
436 "0TU CALC="	465 RCL 34	494 LBL 13
437 STO 33	466 5	495 ARCL X
438 XEQ 13	467 *	496 AVIEW
439 RCL 32	468 6	497 FC? 55
440 RCL 33	469 /	498 "STOP"
441 *	470 RCL 08	499 RTN
442 "0TU ACT="	471 *	500 .END.
443 XEQ 13	472 STO 35	
444 RCL 33	473 LBL 15	
445 /	474 "01 CALC="	
446 "0TU ACT/CALC="	475 XEQ 13	
447 XEQ 13	476 RCL 35	
448 RCL 07	477 RCL 33	
449 RCL 02	478 2	
450 /	479 *	
451 1	480 +	
452 RCL 18	481 "0T CALC="	
453 -	482 XEQ 13	
454 RCL 03	483 LBL 10	
455 *	484 RCL 23	
456 /	485 RCL 05	
457 STO 34	486 *	
458 FS? 01	487 RCL 07	

APÉNDICE 2 - TEORIA DE BAKER - "CÁLCULO COMPUTACIONAL"

01 LBL "BAKER"	28 "BETA"	55 1
02 1	29 PROMPT	56 +
03 STO 00	30 STO 27	57 .0015
04 "W"	31 "1/B-2/C"	58 *
05 XEQ 00	32 PROMPT	59 .01
06 "WL"	33 LBL B	60 X<>Y
07 XEQ 00	34 CF 01	61 X>Y?
08 "CC"	35 GTO 01	62 RDN
09 XEQ 00	36 LBL C	63 STO 11
10 "PLL"	37 SF 01	64 VIEW 11
11 XEQ 00	38 LBL 01	65 RCL 03
12 "ES"	39 RCL 01	66 SQRT
13 XEQ 00	40 67	67 19500
14 "d"	41 /	68 *
15 XEQ 00	42 STO 10	69 STO 12
16 "D"	43 VIEW 10	70 1/X
17 XEQ 00	44 .7	71 RCL 05
18 "FY"	45 RCL 04	72 *
19 XEQ 00	46 .1	73 STO 13
20 "L"	47 *	74 RCL 06
21 XEQ 00	48 -	75 RCL 07
22 "B"	49 RCL 10	76 RCL 06
23 PROMPT	50 /	77 -
24 STO 00	51 RCL 04	78 -
25 "ALFA"	52 1.5	79 RCL 07
26 PROMPT	53 *	80 /
27 STO 25	54 +	81 STO 14

82 RCL 01	111 RCL 06	140 "20P CALC:"
83 RCL 03	112 +	141 XEQ 03
84 *	113 1/X	142 RCL 21
85 RCL 08	114 RCL 06	143 2
86 /	115 *	144 /
87 100	116 RCL 17	145 STO 28
88 /	117 *	146 "OP CALC:"
89 STO 15	118 RCL 08	147 XEQ 03
90 RCL 02	119 *	148 RCL 28
91 RCL 03	120 RCL 05	149 RCL 27
92 *	121 /	150 *
93 RCL 08	122 RCL 12	151 STO 29
94 /	123 *	152 "OP ACT:"
95 100	124 STO 22	153 XEQ 03
96 /	125 RCL 12	154 RCL 29
97 STO 16	126 /	155 RCL 28
98 .001	127 STO 18	156 /
99 RCL 05	128 RCL 17	157 "OP ACT/OPCALC:"
100 *	129 RCL 06	158 XEQ 03
101 RCL 01	130 *	159 RCL 15
102 *	131 /	160 RCL 06
103 RCL 08	132 STO 19	161 X↑2
104 /	133 LBL 02	162 *
105 67	134 RCL 11	163 RCL 08
106 /	135 RCL 18	164 *
107 STO 17	136 -	165 RCL 14
108 RCL 06	137 4.8	166 *
109 *	138 *	167 RCL 00
110 CHS	139 STO 21	168 *

169 STO 24	198 RCL 16	227 /
170 "MY CALC:"	199 *	228 STO 20
171 XEQ 03	200 +	229 GTO 05
172 RCL 10	201 STO 23	230 LBL 04
173 .375	202 "MU CALC:"	231 5
174 *	203 XEQ 03	232 *
175 1	204 LBL 06	233 6
176 X<>Y	205 RCL 23	234 /
177 -	206 RCL 25	235 STO 20
178 RCL 03	207 *	236 LBL 05
179 *	208 STO 26	237 "01 CALC:"
180 RCL 06	209 "MU ACT:"	238 XEQ 03
181 X+2	210 XEQ 03	239 RCL 20
182 *	211 RCL 24	240 RCL 21
183 RCL 00	212 RCL 26	241 +
184 *	213 /	242 "01 CALC:"
185 .67	214 "MY CALC/MU ACT:"	243 XEQ 03
186 *	215 XEQ 03	244 LBL 00
187 RCL 10	216 RCL 23	245 PROMPT
188 *	217 RCL 26	246 STO IND 00
189 RCL 07	218 /	247 1
190 RCL 06	219 "MU CALC/MU ACT:"	248 ST+ 00
191 -	220 XEQ 03	249 RTN
192 RCL 08	221 RCL 19	250 LBL 03
193 *	222 RCL 09	251 ARCL X
194 RCL 06	223 *	252 AVIEW
195 *	224 FS? 01	253 FC? 55
196 RCL 00	225 GTO 04	254 STOP
197 *	226 2	255 RTN
		256 .END.



APÊNDICE 3 - ADAPTAÇÃO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL DA TEORIA DE BAKER,  
PARA ANÁLISE DOS DADOS DE MATTOCK.

01 LBL "BAKER"	26 PROMPT	51 -
02 1	27 STO 25	52 RCL 10
03 STO 00	28 "OP ACT"	53 /
04 "W"	29 PROMPT	54 RCL 04
05 XEQ 00	30 STO 27	55 1.5
06 "WL"	31 "FYL"	56 *
07 XEQ 00	32 "PROMPT"	57 +
08 "CC"	33 STO 30	58 1
09 XEQ 00	34 "1/B-2/C"	59 +
10 "PLL"	35 PROMPT	60 .0015
11 XEQ 00	36 LBL B	61 *
12 "ES"	37 CF 01	62 .01
13 XEQ 00	38 GTO 01	63 X<>Y
14 "d"	39 LBL C	64 X>Y?
15 XEQ 00	40 SF 01	65 RDN
16 "D"	41 LBL 01	66 STO 11
17 XEQ 00	42 RCL 01	67 VIEW 11
18 "FY"	43 67	68 RCL 03
19 XEQ 00	44 /	69 SQRT
20 "L"	45 STO 10	70 19500
21 XEQ 00	46 VIEW 10	71 *
22 "B"	47 .7	72 STO 12
23 PROMPT	48 RCL 04	73 1/X
24 STO 00	49 .1	74 RCL 05
25 "MU ACT"	50 *	75 *

76 STO 13	105 *	134 /
77 RCL 06	106 RCL 08	135 STO 19
78 RCL 07	107 /	136 LBL 02
79 RCL 06	108 67	137 RCL 11
80 -	109 /	138 RCL 18
81 -	110 STO 17	139 -
82 RCL 07	111 RCL 06	140 .8
83 /	112 *	141 *
84 STO 14	113 CHS	142 RCL 09
85 RCL 01	114 RCL 06	143 2
86 RCL 03	115 +	144 /
87 *	116 1/X	145 *
88 RCL 08	117 RCL 06	146 RCL 06
89 /	118 *	147 /
90 100	119 RCL 17	148 STO 21
91 /	120 *	149 "20P CALC:"
92 STO 15	121 RCL 08	150 XEQ 03
93 RCL 02	122 *	151 RCL 21
94 RCL 03	123 RCL 05	152 2
95 *	124 /	153 /
96 RCL 08	125 RCL 12	154 STO 28
97 /	126 *	155 "OP CALC:"
98 100	127 STO 22	156 XEQ 03
99 /	128 RCL 12	157 RCL 27
100 STO 16	129 /	158 RCL 27
101 .001	130 STO 18	159 STO 29
102 RCL 05	131 RCL 17	160 "OP ACT:"
103 *	132 RCL 06	161 XEQ 03
104 RCL 01	133 *	162 RCL 29

163 RCL 28	192 *
164 /	193 .67
165 "OP ACT/OP CALC:"	194 *
166 XEQ 03	195 RCL 10
167 RCL 15	196 *
168 RCL 06	197 RCL 07
169 X+2	198 RCL 06
170 *	199 -
171 RCL 08	200 RCL 30
172 *	201 *
173 RCL 14	202 RCL 06
174 *	203 *
175 RCL 00	204 RCL 00
176 *	205 *
177 STO 24	206 RCL 16
178 "MY CALC:"	207 *
179 XEQ 03	208 +
180 RCL 10	209 STO 23
181 .375	210 "MU CALC:"
182 *	211 XEQ 03
183 1	212 LBL 06
184 X<>Y	213 RCL 25
185 -	214 STO 26
186 RCL 03	215 "MU ACT:"
187 *	216 XEQ 03
188 RCL 06	217 RCL 24
189 X+2	218 RCL 26
190 *	219 /
191 RCL 00	220 "MY CALC/MU ACT:"

221 XEQ 03	249 XEQ 03
222 RCL 23	250 LBL 00
223 RCL 26	251 PROMPT
224 /	252 STO IND 00
225 "MU CALC/MU ACT:"	253 1
226 XEQ 03	254 ST+ 00
227 RCL 19	255 RTN
228 RCL 09	256 LBL 03
229 *	257 ARCL X
230 FS? 01	258 AVIEW
231 GTO 04	259 FC? 55
232 2	260 STOP
233 /	261 RTN
234 STO 20	262 .END.
235 GTO 05	
236 LBL 04	
237 5	
238 *	
239 6	
240 /	
241 STO 20	
242 LBL 05	
243 "O1 CALC:"	
244 XEQ 03	
245 RCL 20	
246 RCL 21	
247 +	
248 "OT CALC:"	

APÊNDICE 4 - TEORIA DO PROFESSOR SYDNEY SANTOS  
 "CÁLCULO COMPUTACIONAL"

01 LBL "SANTOS"	27 "MU ACT="	53 STO 12
02 1	28 PROMPT	54 RCL 03
03 STO 00	29 STO 31	55 SQRT
04 "W"	30 "1/B-2/C"	56 19500
05 XEQ 00	31 PROMPT	57 *
06 "WL"	32 LBL B	58 STO 13
07 XEQ 00	33 CF 01	59 1/X
08 "CC"	34 GTO 01	60 RCL 05
09 XEQ 00	35 LBL C	61 *
10 "PLL"	36 SF 01	62 STO 14
11 XEQ 00	37 LBL 01	63 RCL 07
12 "ES"	38 RCL 01	64 RCL 06
13 XEQ 00	39 RCL 03	65 -
14 "d"	40 *	66 RCL 06
15 XEQ 00	41 RCL 08	67 /
16 "D"	42 /	68 RCL 12
17 XEQ 00	43 100	69 *
18 "FY"	44 /	70 RCL 11
19 XEQ 00	45 STO 11	71 +
20 "L"	46 RCL 02	72 2
21 XEQ 00	47 RCL 03	73 *
22 "B"	48 *	74 RCL 14
23 XEQ 00	49 RCL 08	75 *
24 "OP ACT="	50 /	76 RCL 11
25 PROMPT	51 100	77 RCL 12
26 STO 29	52 /	78 +

79 X↑2	108 *	137 X>Y?
80 RCL 14	109 RCL 14	138 RDN
81 X↑2	110 *	139 STO 18
82 *	111 RCL 15	140 RCL 15
83 +	112 2	141 3
84 SQRT	113 /	142 /
85 RCL 11	114 +	143 CHS
86 RCL 12	115 1/X	144 1
87 +	116 RCL 11	145 +
88 RCL 14	117 *	146 RCL 10
89 *	118 RCL 08	147 *
90 CHS	119 *	148 RCL 06
91 +	120 RCL 03	149 X↑2
92 STO 15	121 X<>Y	150 *
93 RCL 06	122 X>Y?	151 RCL 15
94 RCL 07	123 RDN	152 *
95 RCL 06	124 STO 17	153 RCL 17
96 -	125 RCL 14	154 *
97 -	126 *	155 2
98 RCL 06	127 RCL 15	156 /
99 /	128 /	157 RCL 18
100 STO 16	129 RCL 15	158 RCL 12
101 RCL 15	130 RCL 16	159 *
102 +	131 +	160 RCL 10
103 1	132 1	161 *
104 -	133 -	162 RCL 06
105 RCL 15	134 *	163 X↑2
106 /	135 RCL 08	164 *
107 RCL 12	136 X<>Y	165 RCL 16

166 *	195 /	224 RCL 31
167 +	196 CHS	225 "MU ACT="
168 STO 19	197 RCL 06	226 XEQ 03
169 "MY CALC="	198 +	227 RCL 19
170 XEQ 03	199 RCL 10	228 RCL 31
171 1	200 *	229 /
172 RCL 15	201 RCL 21	230 "MY CALC/MU ACT="
173 -	202 *	231 XEQ 03
174 RCL 06	203 RCL 03	232 RCL 22
175 *	204 *	233 RCL 31
176 1/X	205 .85	234 /
177 RCL 08	206 *	235 "MU CALC/MU ACT="
178 RCL 05	207 RCL 06	236 XEQ 03
179 /	208 RCL 07	237 RCL 21
180 *	209 RCL 06	238 .8
181 STO 20	210 -	239 /
182 RCL 11	211 -	240 RCL 06
183 RCL 12	212 RCL 08	241 /
184 -	213 *	242 STO 23
185 RCL 08	214 RCL 12	243 "N2="
186 *	215 *	244 XEQ 03
187 RCL 06	216 RCL 06	245 .7
188 *	217 *	246 RCL 04
189 .85	218 RCL 10	247 .1
190 /	219 *	248 *
191 RCL 03	220 +	249 -
192 /	221 STO 22	250 RCL 23
193 STO 21	222 "MU CALC="	251 /
194 2	223 XEQ 03	252 RCL 04

253 1.5	282 X<=Y?	311 RCL 25
254 *	283 RDN	312 *
255 +	284 STO 25	313 STO 26
256 1	285 "LP="	314 2
257 +	286 XEQ 03	315 *
258 .0015	287 GTO 07	316 "20P CALC="
259 *	288 LBL 06	317 XEQ 03
260 .01	289 RCL 09	318 RCL 26
261 X<>Y	290 6	319 "0P CALC="
262 X>Y?	291 /	320 XEQ 03
263 RDN	292 STO 25	321 RCL 29
264 STO 24	293 "LP="	322 "0P ACT="
265 "EC2="	294 XEQ 03	323 XEQ 03
266 XEQ 03	295 LBL 07	324 RCL 29
267 FS? 01	296 RCL 17	325 RCL 26
268 GTO 06	297 RCL 13	326 /
269 RCL 22	298 /	327 "0P ACT/CALC="
270 RCL 19	299 RCL 15	328 XEQ 03
271 -	300 RCL 06	329 RCL 20
272 RCL 22	301 *	330 RCL 09
273 /	302 /	331 *
274 RCL 09	303 RCL 24	332 FS? 01
275 2	304 RCL 23	333 GTO 04
276 /	305 RCL 06	334 2
277 *	306 *	335 /
278 RCL 06	307 /	336 STO 27
279 2	308 +	337 GTO 05
280 /	309 2	338 LBL 04
281 X<>Y	310 /	339 5



340 \*  
341 6  
342 /  
343 STO 27  
344 LBL 05  
345 "01 CALC="   
346 XEQ 03  
347 RCL 26  
348 2  
349 \*  
350 RCL 27  
351 +  
352 STO 28  
353 "07 CALC="   
354 XEQ 03  
355 LBL 00  
356 PROMPT  
357 STO IND 00  
358 1  
359 ST+ 00  
360 RTN  
361 LBL 03  
362 ARCL X  
363 AVIEW  
364 FC? 55  
365 "STOP"  
366 RTN  
367 .END.

APÊNDICE 5 - TEORIA DO PROFESSOR SYDNEY SANTOS PARA  
PEÇAS SUJEITAS À FLEXÃO COMPOSTA  
"CÁLCULO COMPUTACIONAL"

01 LBL "FLECOMP"	26 "WT"	51 *
02 1	27 XEQ 00	52 STO 17
03 STO 00	28 "X2 ="	53 RCL 06
04 "AS"	29 XEQ 00	54 RCL 05
05 XEQ 00	30 RCL 10	55 -
06 "ASL"	31 RCL 05	56 RCL 05
07 XEQ 00	32 *	57 /
08 "CC"	33 1/X	58 RCL 15
09 XEQ 00	34 RCL 01	59 *
10 "ES"	35 *	60 RCL 14
11 XEQ 00	36 STO 14	61 +
12 "d"	37 RCL 10	62 2
13 XEQ 00	38 RCL 05	63 *
14 "D"	39 *	64 RCL 17
15 XEQ 00	40 1/X	65 *
16 "FY"	41 RCL 02	66 RCL 14
17 XEQ 00	42 *	67 RCL 15
18 "FYL"	43 STO 15	68 +
19 XEQ 00	44 RCL 03	69 X↑2
20 "L"	45 SQRT	70 RCL 17
21 XEQ 00	46 21000	71 X↑2
22 "B"	47 *	72 *
23 XEQ 00	48 STO 16	73 +
24 "e"	49 1/X	74 SQRT
25 XEQ 00	50 RCL 04	75 RCL 14

76 RCL 15	105 STO 21	134 *
77 +	106 RCL 09	135 RCL 03
78 RCL 17	107 *	136 +
79 *	108 2	137 RCL 16
80 CHS	109 /	138 /
81 +	110 STO 22	139 STO 25
82 STO 18	111 .85	140 RCL 05
83 RCL 05	112 RCL 03	141 RCL 13
84 *	113 *	142 -
85 STO 19	114 RCL 19	143 RCL 25
86 RCL 07	115 *	144 *
87 RCL 04	116 RCL 10	145 RCL 13
88 /	117 *	146 /
89 RCL 19	118 RCL 02	147 RCL 07
90 *	119 RCL 08	148 RCL 04
91 RCL 05	120 *	149 /
92 RCL 19	121 +	150 X<>Y
93 -	122 RCL 01	151 X>Y?
94 /	123 RCL 07	152 GTO 04
95 STO 20	124 *	153 RCL 04
96 RCL 07	125 -	154 *
97 RCL 04	126 STO 23	155 GTO 05
98 /	127 RCL 11	156 LBL 04
99 1	128 *	157 RCL 07
100 RCL 18	129 STO 24	158 LBL 05
101 -	130 RCL 08	159 STO 26
102 RCL 05	131 RCL 12	160 .85
103 *	132 *	161 RCL 03
104 /	133 2	162 *

163 RCL 13	193 2	223 XEQ 03
164 *	194 *	224 RCL 28
165 RCL 10	195 RCL 22	225 "MU="
166 *	196 2	226 XEQ 03
167 RCL 02	197 *	227 RCL 26
168 RCL 06	198 +	228 "FS="
169 *	199 STO 31	229 XEQ 03
170 +	200 RCL 19	230 RCL 22
171 RCL 01	201 "X1="	231 "01="
172 RCL 26	202 XEQ 03	232 XEQ 03
173 *	203 RCL 13	233 RCL 30
174 -	204 "X2="	234 "0P="
175 STO 27	205 XEQ 03	235 XEQ 03
176 RCL 11	206 RCL 29	236 RCL 31
177 *	207 "LP="	237 "0T="
178 STO 28	208 XEQ 03	238 XEQ 03
179 RCL 09	209 RCL 20	239 LBL 00
180 2	210 "EC1="	240 PROMPT
181 /	211 XEQ 03	241 STO IND 00
182 STO 29	212 RCL 25	242 1
183 RCL 20	213 "EC2="	243 ST+ 00
184 RCL 19	214 XEQ 03	244 RTN
185 /	215 RCL 23	245 LBL 03
186 RCL 25	216 "PY="	246 ARCL X
187 RCL 13	217 XEQ 03	247 AVIEW
188 /	218 RCL 24	248 FC? 55
189 +	219 "MY="	249 "STOP"
190 RCL 29	220 XEQ 03	250 RTN
191 *	221 RCL 27	251 .END.
192 STO 30	222 "PU="	

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 01 - BAKER, A.L.L. e AMARAKONE, A.M.N.: Inelastic hyperstatical frames - Analyses and application of the international correlated test. Bulletin D'Information Nº 52, C.E.B., november 1965
- 02 - BAKER, A.L.L. : Proposed coordination of research on inelastic deformation - Bulletin D'Information Nº 30, august 1960.
- 03 - BAKER, A.L.L. : The ultimate load theory applied to the design of reinforced E prestressed concrete frames. Concrete publications limited, London 1956.
- 04 - BASE, G.D. e READ, J.B.: Effectiveness of helical binding in the compression zone of concrete beams. Journal of American Concrete Institute, july 1965.
- 05 - CAMPORA, G.F. : Cálculo Plástico. Macagno Landa y cia, Buenos Aires, 1967.
- 06 - CARNEIRO, F.L.L.B.: Cálculo das estruturas hiperestáticas de concreto armado na fase plástica. Primeiras Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil, Lisboa 1965.

- 07 - COHN, M.Z. : Analysis and design of inelastic structures, volume 2, Problems, University of Waterloo Press, 1972.
- 08 - COHN, M.Z. : Limit Design of reinforced concrete frames, Journal of the Structural, Divison ASCE - vol. 94. ST 10., october 1968.
- 09 - CORLEY, W.G. : Rotational capacity of reinforced concrete beams. Proceeding of the American Society of Civil Engineers, october 1966.
- 10 - FURLONG, R.W.: Design of concrete frames by assigned Limit Moments. Journal of the American concrete Institute; proceedings vol. 67, N.4 - april 1970.
- 11 - FUSCO, P.B. : Estruturas de concreto - Solicitações Normais. Editora Guanabara Dois E S.A.. Rio de Janeiro. 1981.
- 12 - HOGNESTAD, E.; HANSAN, N.W e MC HENRY, D.: Concrete stress distribution ultimate in strength design. Journal of American concrete Institute, december 1955.
- 13 - LIMA, J.A.; COELHO, A.J. e MONTEIRO, V.: Manual de Betão Armado. Laboratório de Engenharia Civil, Lisboa 1970.
- 14 - MACCHI, G.: Méthodes de calcul des structures hiperstatiques, Bulletin D'Information N° 53, C.E.B., Janvier 1966.

- 15 - MACCHI, G.: Proposition de calcul basee sur la theorie des rotations imposes, Bulletin D'Information N° 21, C.E.B. janvier 1960.
- 16 - MACCHI, G.: Proposition pour le calcul des deformations du béton armé in vue des calculs hyperstatiques. Bulletin D'Information N° 52 - C.E.B., novembre 1965.
- 17 - MATTOCK, A.H.: Rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams, Proceedings of International Symposium, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete. 1965.
- 18 - MICHALKA, C. Jr.: Rótulas condicionadas no cálculo plástico de concreto armado. Tese de Mestrado 1981 - COPPE - UFRJ.
- 19 - NAWY, E. G.; DANESI, R.F. e GROSKO, J.J.: Rectangular spiral binders effect on plastic hinge rotational capacity in reinforced concrete. Journal of American Concrete Institute. june 1971.
- 20 - PARK, R. e PAULAY, T.: Reinforced concrete structures. A Wiley Intersciencia Publication, New York, 1975.
- 21 - RAO, S.P.; KANNAN, P.R. e SUBRAHMANYAM, V.: Influence of span length and application of load on the rotational capacity of plastic Hings. Journal of American Concrete Institute, june 1971.

- 22 - SAMPAIO, J.C.: Cálculo à rotura das estruturas hiperestáticas de betão armado. Determinação da capacidade de rotação das rótulas plásticas. Segundas Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil. Porto 1967.
- 23 - SANTOS, S.M.G.: Cálculo das solicitações na fase plástica, Revista Estruturas Nº 21.
- 24 - SANTOS, S.M.G.: Cálculo estrutural na fase plástica. Pontificie Universidade Católica, Rio de Janeiro, novembro 1967.
- 25 - SANTOS, S.M.G.: Estudo teórico Experimental de rótulas condicionadas, Inédito. Rio de Janeiro.
- 26 - SANTOS, S.M.G.: Projeto de Estruturas com Articulações condicionadas. Anuário da Faculdade de Engenharia - U.E.G. 1961/62/63.
- 27 - TICKY, M. e RAKOSNIH, J.: Calcul Plastique des ossatures in beton. Editions Eyrolles, Paris 1975.
- 28 - NB-1 - Projeto e Execução de obras de concreto armado. Associação Brasileira de Normas Técnicas. 1978.
- 29 - C.E.B. - Recomendações Práticas Unificadas para cálculo e execução das obras de Betão Armado, Editorial "Engenharia". Porto, 1967.