

Universidade Federal do Rio de Janeiro

PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS NO CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE ACIDENTES EM  
UMA USINA NUCLEAR EQUIPADA COM UM OU DOIS CANAIS DE PROTEÇÃO

Ediany Pedruzzi Mendes Araújo

RIO DE JANEIRO

2020



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

**PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS NO CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE  
ACIDENTES EM UMA USINA NUCLEAR EQUIPADA COM UM OU DOIS CANAIS  
DE PROTEÇÃO**

Ediany Pedruzzi Mendes Araújo

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Nuclear da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

RIO DE JANEIRO

Junho de 2020

PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS NO CÁLCULO DA FREQUÊNCIA DE ACIDENTES EM  
UMA USINA NUCLEAR EQUIPADA COM UM OU DOIS CANAIS DE PROTEÇÃO

Ediany Pedruzzi Mendes Araújo

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO  
DE ENGENHARIA NUCLEAR DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO NUCLEAR.

Examinado por:

---

Prof. Dr. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo (Orientador)

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Andressa dos Santos Nicolau (Membro)

---

Prof. Dr. Maximiano Correia Martins (Membro)

RIO DE JANEIRO

Junho de 2020

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço inicialmente ao Cnpq pela bolsa de iniciação científica concedida para realização do projeto, que deu origem ao estudo aqui apresentado.

À Divisão de Apoio ao Estudante da Universidade Federal do Rio de Janeiro pelo auxílio fornecido, que possibilitou a minha permanência na graduação.

À Universidade Federal do Rio de Janeiro que foi um ambiente de grande aprendizado tanto científico, quanto afetivo. Agradeço a todo o corpo docente e discente, em especial ao meu orientador Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo por toda a colaboração durante a elaboração deste trabalho. Agradeço também aos professores doutores Andressa dos Santos Nicolau e Maximiano Correia Martins pela disponibilidade para compor a banca de avaliação desse trabalho.

Agradeço aos meus amigos e familiares que, mesmo à distância, me apoiaram durante toda a graduação. Em especial à minha mãe, por todo o amor e incentivo a mim dedicados.

Araújo, Ediany Pedruzzi Mendes

Propagação de Incertezas no Cálculo da Frequência de Acidentes em uma Usina Nuclear equipada com um ou dois Canais de Proteção / Ediany Pedruzzi Mendes Araújo, – Rio de Janeiro: UFRJ/ESCOLA POLITÉCNICA, 2020.

x, 40 p.: il.; 29.7cm.

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/  
Curso de Engenharia Nuclear, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 33-34.

1.Sistemas de Proteção. 2.Instalações Industriais. 3. Frequência de Ocorrência de Acidentes. 4.Propagação de Incertezas. 5.Método de Monte Carlo. I. Frutuoso e Melo, Paulo Fernando Ferreira. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro,UFRJ, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Nuclear. III. Propagação de Incertezas no Cálculo da Frequência de Acidentes em uma Usina Nuclear equipada com um ou dois Canais de Proteção

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Nuclear.

Propagação de Incertezas no Cálculo da Frequência de Acidentes em uma Usina Nuclear equipada com um ou dois Canais de Proteção

Ediany Pedruzzi Mendes Araújo

Junho/2020

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Curso: Engenharia Nuclear

Este trabalho apresenta um modelo que permite propagar as incertezas dos atributos de confiabilidade no cálculo da frequência de acidentes de uma instalação nuclear. Considera-se como fator determinante para a ocorrência de acidentes a indisponibilidade do sistema de proteção, uma vez que esse tem como principal função promover o desligamento seguro da planta. O método de simulação de monte Carlo foi utilizado para gerar valores aleatórios para os atributos de confiabilidade necessários para o cálculo da indisponibilidade do sistema de proteção. A frequência de acidentes foi determinada a cada iteração e com uma amostra de tamanho adequado pode-se realizar análises estatísticas dos dados. Foi proposta a solução de dois casos, sendo o primeiro de usina nuclear equipada com um só canal de proteção e o segundo de uma instalação com dois canais de proteção redundantes. Em ambos os casos, verifica-se que os resultados possuem a ordem de grandeza esperada, além disso, foram realizados testes para demonstrar que o modelo desenvolvido é viável.

*Palavras-Chave:* Frequência de Ocorrência de Acidentes, Método de Monte Carlo, Sistemas de Proteção, Usina Nuclear, Cadeias de Markov, Propagação de Incertezas.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Nuclear Engineer.

Propagation of Uncertainties in the Calculation of the Accident Rate in a Nuclear Power Plant equipped with a single or two Channel Trip Device

Ediany Pedruzzi Mendes Araújo

June/2020

This work presents a model that allows the propagation of uncertainties of reliability attributes in the calculation of the frequency of accidents in a nuclear installation. The unavailability of the protection system is considered as a determining factor for the occurrence of accidents, since this has the main function of promoting the safe shutdown of the plant. The Monte Carlo simulation method was used to generate random values for the reliability attributes needed to calculate the unavailability of the protection system. The frequency of accidents was determined at each iteration and with an adequate sample size, statistical analysis of the data can be performed. The solution of two cases was proposed, the first of which is a nuclear power plant equipped with a single protection channel and the second of an installation with two redundant protection channels. In both cases, it appears that the results are of the expected order of magnitude; in addition, tests were carried out to demonstrate that the model developed is viable.

*Keywords:* Accident Rate, Monte Carlo Method, Protective Systems, Nuclear Power Plant, Markov Chains, Propagation of uncertainties.

## Sumário

LISTA DE FIGURAS.....	VIII
LISTA DE TABELAS.....	IX
NOMENCLATURA.....	X
1 INTRODUÇÃO.....	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONCEITOS BÁSICOS.....	3
2.1 Revisão Bibliográfica.....	3
2.2 Conceitos Básicos.....	4
2.2.1 Sistema de proteção de uma instalação nuclear.....	4
2.2.2 Frequência de acidentes.....	5
3 MODELO MATEMÁTICO PARA A GERAÇÃO DE DADOS.....	6
3.1 Método da simulação de Monte Carlo.....	6
3.2 Método da transformada inversa.....	6
3.3 Distribuições de probabilidade truncadas.....	7
3.4 Geração de dados com distribuição lognormal truncada.....	7
3.5 Estimação dos parâmetros da distribuição lognormal.....	11
4 CASOS ANALISADOS.....	12
4.1 Caso estudo 1: Frequência de acidentes de uma planta equipada com um canal de proteção.....	12
4.1.1 Cadeia de Markov do problema.....	12
4.1.2 Resolução do problema analiticamente.....	13
4.1.3 Validação da expressão analítica para o cálculo da frequência de acidentes.....	15
4.1.4 Resolução do problema numericamente.....	16
4.1.5 Validação da expressão numérica para o cálculo da frequência de acidentes.....	18
4.1.6 Código desenvolvido.....	19
4.2 Caso estudo 2: Frequência de acidentes de uma planta equipada com dois canais de proteção.....	21
4.2.1 Cadeia de Markov do problema.....	21
4.2.2 Resolução do problema numericamente.....	22
4.2.3 Validação da expressão para o cálculo da frequência de acidentes.....	24
4.2.4 Código desenvolvido.....	25
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	27
5.1 Resultados do caso estudo 1.....	27
5.2 Resultados do caso estudo 2.....	29
6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	32
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	33



APÊNDICE A1 – DEDUÇÃO DA EXPRESSÃO DA FUNÇÃO GERADORA DE DADOS QUE SEGUEM UMA DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL, QUE FOI DESENVOLVIDA NESSE TRABALHO .....	35
APÊNDICE A2 – CÓDIGO PROGRAMADO EM MATLAB, DESENVOLVIDO NESTE TRABALHO, PARA GERAÇÃO DE DADOS COM DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE LOGNORMAL TRUNCADA.....	36
APÊNDICE B1 – CÓDIGO PROGRAMADO EM MATLAB, DESENVOLVIDO NESTE TRABALHO, PARA O CASO ESTUDO 1.....	37
APÊNDICE B2 – CÓDIGO PROGRAMADO EM MATLAB, DESENVOLVIDO NESTE TRABALHO, PARA O CASO ESTUDO 2.....	38

## Lista de figuras

Diagrama simplificado do sistema de proteção de um reator nuclear.....	4
Gráfico dos dados gerados a partir da expressão (3.5).....	10
Cadeia de Markov para uma instalação equipada com um canal de proteção – Adaptado de [4].	13
Esquema simplificado do algoritmo desenvolvido para cálculo da frequência de acidentes no caso estudo 1.....	20
Cadeia de Markov de um sistema de proteção equipado com dois canais de proteção – Adaptado de [5].....	21
Esquema do algoritmo desenvolvido para o cálculo da frequência de acidentes em uma planta equipada com dois canais de proteção.....	26
Histograma da frequência de acidentes de uma instalação nuclear equipada com um canal de proteção.....	28
Histograma da frequência de acidentes de uma instalação nuclear equipada com dois canais de proteção.....	31

## Lista de tabelas

Comparação dos valores de média e desvio padrão teóricos esperados com os obtidos pela amostra.....	10
Valores utilizados para estimar os atributos de confiabilidade.....	11
Comparação dos valores analíticos obtidos pela expressão (4.11) com os resultados obtidos por [4].....	16
Comparação dos resultados obtidos com a expressão analítica e com a expressão numérica.....	19
Comparação dos valores obtidos pela expressão (4.38) e pela expressão de [5].....	25
Limites de truncamento adotados.....	27
Valores da média e desvio padrão dos dados obtidos – Caso Estudo 1.....	27
Valores dos Percentis dos dados amostrais – Caso Estudo 1.....	27
Influência dos limites de truncamento dos dados gerados.....	29
Valores da média e desvio padrão dos dados obtidos – Caso Estudo 2.....	30
Valores dos Percentis dos dados amostrais – Caso Estudo 2.....	31
Influência dos limites de truncamento dos dados gerados.....	32

## Nomenclatura

$\eta$	Frequência de Acidentes ( $\text{ano}^{-1}$ )
$\lambda$	Taxa de Falha ( $\text{ano}^{-1}$ )
$\mu$	Taxa de Reparo ( $\text{ano}^{-1}$ )
$\nu$	Taxa de Demanda ( $\text{ano}^{-1}$ )
$\gamma$	Probabilidade de Reparo Imperfeito
$\tau_p$	Intervalo entre testes ( $\text{ano}$ )
$\omega$	Parâmetro de Forma da Distribuição lognormal
$t_0$	Mediana da Distribuição lognormal
$P_i(t)$	Probabilidade do Sistema estar no Estado i, no instante t

# 1 INTRODUÇÃO

A geração de energia elétrica por meio de usinas nucleares promove, até os dias atuais, discussões acerca da importância da segurança nas instalações. Acidentes como os de Three Mile Island, ocorrido em 1979; Chernobyl, que ocorreu em 1986; e Fukushima Daiichi, cuja data de ocorrência foi 2011, ao longo da história, deixaram lições que demonstram que elevados níveis de segurança são essenciais para o uso da energia nuclear. É necessário, portanto, o estabelecimento de uma cultura de segurança que garanta a operação segura das instalações e, conseqüentemente, a redução na frequência de acidentes nas mesmas [1].

No que se diz respeito à segurança, o sistema de proteção do reator desempenha um papel essencial, visto que garante o desligamento emergencial da planta quando certos parâmetros monitorados saem da faixa segura, que garante funcionamento normal [2]. Como qualquer sistema está sujeito a falhas, a análise da confiabilidade do sistema de proteção do reator é fundamental, tendo em vista que a indisponibilidade desse sistema pode ser relacionada diretamente com a frequência de acidentes.

Os principais parâmetros utilizados no cálculo da frequência de acidentes, os quais serão descritos posteriormente, não são conhecidos com exatidão. Nesse contexto, a propagação de incertezas fornece uma ferramenta eficaz para determinar a faixa de valores aceitáveis para os atributos de confiabilidade. Esses estudos permitem inferir sobre critérios estabelecidos por órgãos reguladores, por exemplo.

Nesse sentido, este trabalho tem como objetivo propor um modelo para propagar incertezas no cálculo da frequência de acidentes para o caso de uma usina nuclear equipada com um canal de proteção e para o caso em que a instalação possua dois canais de proteção. Em ambos os casos, o método de simulação de Monte Carlo foi utilizado para gerar dados aleatórios para os atributos necessários para o cálculo da frequência de acidentes. A partir da análise estatística da amostra obtida para a frequência de acidentes pretende-se verificar o comportamento dessa variável de interesse.

O desenvolvimento deste estudo limitou-se a apresentar uma metodologia para solução dos problemas propostos, fazendo estimativas com os valores usualmente empregados nos componentes de uma instalação nuclear. Portanto, não serão discutidas aplicações reais do modelo proposto.

Uma revisão bibliográfica está contida no capítulo 2, apresentando trabalhos anteriores que possuem tópicos relevantes ao estudo em questão. Além disso, nesse capítulo, são apresentados conceitos básicos que permitem uma melhor compreensão do tema abordado.

No capítulo 3, encontra-se o modelo matemático utilizado para a resolução do problema. Descreve-se, inicialmente, o método de Monte Carlo, bem como o Método da Transformada Inversa, utilizado para obter a expressão geradora de dados aleatórios. Em seguida, tratou-se da

escolha do uso das distribuições de probabilidade truncadas e apresentou-se a expressão geradora para dados que seguem distribuição de probabilidade truncada bilateralmente. Por último, foi descrito o método que permite estimar os parâmetros da distribuição lognormal a partir de uma amostra. Discute-se também a necessidade do uso de distribuições truncadas.

Já no capítulo 4, estão descritos os problemas analisados neste trabalho. Dois casos foram considerados, sendo o primeiro caso em que a planta é equipada com um único canal de proteção, e, no segundo caso a planta possui dois canais de proteção redundantes. Para cada caso, temos inicialmente a apresentação do problema, seguido do modelo desenvolvido para a resolução com base nos conceitos básicos mencionados nos capítulos 2 e 3. Por fim, o algoritmo do código elaborado para a resolução do problema é apresentado.

Os resultados obtidos, após a aplicação do código desenvolvido neste trabalho no *software Matlab*, são dispostos e discutidos no capítulo 5 desse trabalho.

No capítulo 6, são expostas as conclusões e as recomendações advindas da análise do processo utilizado e dos resultados.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E CONCEITOS BÁSICOS

### 2.1 Revisão Bibliográfica

O método simplificado para calcular a frequência de ocorrência de acidentes de instalações industriais foi apresentado, inicialmente, por Lees no estudo [3]. A frequência de acidentes foi representada por  $\eta$  e no decorrer deste trabalho e esta nomenclatura foi mantida. A expressão desenvolvida relacionou a frequência de acidentes com a indisponibilidade do sistema de proteção. A abordagem foi pioneira, apesar de não considerar o reparo do sistema, fator que foi considerado nos trabalhos subsequentes.

Oliveira e Netto, em [4], analisaram a influência da taxa da demanda e da taxa de reparo na confiabilidade de um sistema de proteção com apenas um canal de proteção. No referido estudo,  $\eta$  foi calculado, analiticamente, a partir da resolução, por meio das Transformadas de Laplace, do sistema de equações diferenciais correspondentes à cadeia markoviana do sistema apresentado.

Já Oliveira *et al*, em [5], abordaram o cálculo da frequência de acidentes em uma planta equipada com dois canais de proteção, sujeitos a altas demandas. Foi realizada a análise de dois casos, o primeiro considerando que a falha é reconhecida, a partir da demanda, apenas quando os dois canais estão falhos, e o segundo, que admite que a falha de um único canal pode ser descoberta com a demanda. Os dois casos foram resolvidos numericamente a partir dos sistemas de equações diferenciais correspondentes à cadeia de Markov.

Nos trabalhos [4] e [5] não foi considerada a probabilidade de reparo imperfeito, mas foram abordados problemas similares aos analisados no decorrer deste trabalho. Portanto, ambos os estudos serão utilizados para comparação dos resultados e validação do modelo desenvolvido.

O trabalho de Nunes *et al* [6] considerou a taxa de reparo variável seguindo uma distribuição gama. O problema foi resolvido pelo método dos estágios.

Diversos trabalhos consideraram que os canais estão sujeitos a envelhecimento, que implica que a taxa de falha não será constante. Neste contexto, Oliveira em [7], fez uso do método das variáveis suplementares e resolveu o problema analiticamente, por meio das transformadas de Laplace. Já Mello *et al*, em [8] usaram o método da simulação de monte Carlo para calcular diretamente  $\eta$ .

No presente trabalho serão analisados tanto o problema do cálculo da frequência de acidentes de uma planta equipada com um canal de proteção, quanto o problema com dois canais de proteção redundantes. Considera-se que os parâmetros utilizados no cálculo de  $\eta$  não são conhecidos com precisão, mas seguem uma distribuição de probabilidade, a lognormal, como será apresentado nos próximos capítulos.

## 2.2 Conceitos Básicos

### 2.2.1 Sistema de proteção de uma instalação nuclear

Sistemas de proteção industriais, de uma forma geral, têm a função de detectar transientes de determinados parâmetros e agir para garantir a segurança da instalação. No caso de uma usina nuclear, a principal função de tal sistema é promover o desligamento seguro da planta, garantindo que não sejam ultrapassados os limites seguros de operação.

Esse sistema é composto por sensores para a medição de diversas variáveis de interesse na instalação, como por exemplo, sensores de temperatura, pressão, vazão e fluxo de nêutrons. Esses parâmetros são constantemente monitorados, a fim de verificar se os valores estão contidos no intervalo de funcionamento.

No caso da violação dos limites de operação, o sistema de proteção deverá ser acionado para iniciar os atuadores de desligamento. São exemplos de atuadores do sistema de proteção, o sistema de desarme por instrumentação, válvula de alívio de pressão, sistemas *sprinkler* e desarmes mecânicos [9]. Há a possibilidade de acionar o sistema de proteção do reator manualmente em caso de falha nos sensores.

Na Figura 1 encontra-se um diagrama simplificado do funcionamento do sistema de proteção do reator.



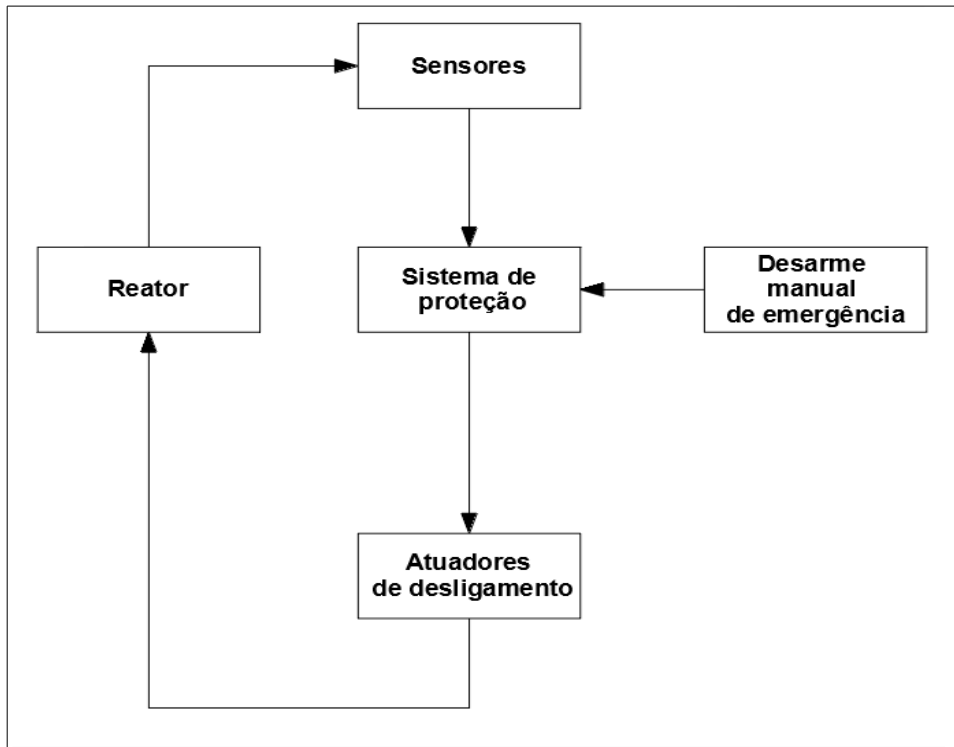


Figura 1: Diagrama simplificado do sistema de proteção de um reator nuclear.

Os sensores de um sistema de proteção são comumente chamados de canais de proteção e são vitais para o funcionamento seguro da planta, já que no caso de uma demanda o sistema de proteção só agirá se receber a informação de anormalidade a partir dos canais de proteção.

Os canais de proteção são suscetíveis a falhas como qualquer equipamento e como desempenham um papel crucial no sistema de proteção dos reatores, estão intimamente ligados à frequência de acidentes de usinas nucleares. No item 2.2.2 será abordado como a frequência de acidentes se relaciona com a falha dos canais de proteção.

Em instalações nucleares são utilizados, usualmente, equipamentos redundantes, como forma de aumentar a confiabilidade dos sistemas.

### 2.2.2 Frequência de acidentes

A frequência de acidentes de uma instalação nuclear está diretamente relacionada com a indisponibilidade média do sistema de proteção, visto que, quando este sistema não está falho é capaz de promover o desligamento seguro da planta. A frequência de acidentes, aqui representada por  $\eta$ , pode ser determinada matematicamente com o produto da taxa de demanda,  $\nu$ , que é o número de eventos iniciadores que ocorrem por unidade de tempo, pela

indisponibilidade média do sistema,  $U$ , que depende da taxa de falha,  $\lambda$ , e da taxa de reparo,  $\mu$  [4], ou seja:

$$\eta = vU(\lambda, \mu) \quad (2.1)$$

A indisponibilidade do sistema depende de suas características, como o número de canais, o intervalo entre testes,  $\tau_p$  e lógica de votação adotada em sistemas com múltiplos canais.

Neste trabalho, foi realizado o estudo de dois cenários: a planta equipada com um único canal de proteção e a planta equipada com dois canais de proteção redundantes. Nas seções 4.1 e 4.2 cada sistema será detalhado, assim como serão apresentadas as expressões de indisponibilidade média para cada caso.

### **3 MODELO MATEMÁTICO PARA A GERAÇÃO DE DADOS**

#### **3.1 Método da simulação de Monte Carlo**

O método da simulação de Monte Carlo foi aplicado no fim da década de 40 por Stanislaw Ulam e John Von Neumann para a resolução de problemas no cálculo de difusão de nêutrons durante o projeto Manhattan [10]. Esse método pode ser aplicado na determinação de aproximações numéricas para problemas sem solução analítica ou que possuam resolução complicada, além dos casos cujos cálculos exigem alto custo computacional. Tornou-se, portanto, uma ferramenta vastamente utilizada em diversas áreas como na engenharia, na física e na matemática.

O método tem como base a geração de dados aleatórios que seguem uma determinada distribuição de probabilidade. Essa etapa é realizada um número  $N$  de vezes, onde  $N$  deve ser suficientemente grande para a obtenção de uma amostra que permita realizar a análise do comportamento de certa variável de interesse.

A Simulação de Monte Carlo é convenientemente empregada na propagação de incertezas no cálculo da indisponibilidade de um sistema [11]. Como se poderá observar no decorrer deste

trabalho, o método consiste em gerar dados, com certa distribuição de probabilidade, para os parâmetros envolvidos e em seguida calcular a indisponibilidade do sistema em questão.

Na construção de códigos para a simulação de Monte Carlo são necessários modelos matemáticos que permitam a geração de dados aleatórios. Um dos métodos de geração de dados mais conhecidos e utilizados é o método da transformada inversa que será descrito a seguir.

### 3.2 Método da transformada inversa

O método da transformada inversa Erro: Origem da referência não encontrada permite a determinação da função geradora de dados aleatórios que seguem uma determinada distribuição de probabilidade. Dentre os métodos de geração de variáveis aleatórias contínuas como, por exemplo, pode-se citar o método da Rejeição e o método da Composição Erro: Origem da referência não encontrada. O método da transformada inversa é de fácil implantação e permite resultados eficazes para a distribuição aqui utilizada.

Esse método é baseado na seguinte preposição de ROSS Erro: Origem da referência não encontrada:

Seja  $U$  a variável aleatória que segue a distribuição uniforme  $(0,1)$ . Considerando que a variável  $x$  siga uma distribuição qualquer de probabilidade  $F$ .

$$X = F^{-1}(U) \quad (3.1)$$

Onde  $F^{-1}(U)$  é definido como o valor de  $x$  tal que  $F(x) = u$ .

O processo consiste na geração de números aleatórios, de distribuição uniforme  $(0,1)$ , que passarão por uma transformação (transformada inversa), de modo que esses novos dados sigam a distribuição desejada.

A aleatoriedade da amostra é crucial para uma boa representatividade do comportamento da variável de interesse e está relacionada à etapa da geração de números uniformemente distribuídos. Na prática, os computadores não são capazes de gerar números realmente aleatórios. São criados na verdade números pseudoaleatórios a partir de certos algoritmos que geram uma sequência de números que parecem ser aleatórios. O *software* utilizado para a construção do código, desenvolvido neste trabalho, foi o Matlab, que possui a função *rand* para a geração de números aleatórios uniformemente distribuídos.

### 3.3 Distribuições de probabilidade truncadas

As principais funções de probabilidade apresentam como domínio todo eixo das abscissas  $(-\infty, +\infty)$  ou o semieixo positivo das abscissas  $(0, +\infty)$ . Dessa forma, a modelagem de um determinado parâmetro pode fornecer valores sem significado físico ou que não são observados na prática. Portanto, a geração de dados com função de probabilidade truncada permite que apenas o intervalo de interesse seja considerado.

O conhecimento dos valores usuais dos parâmetros permite embasar a escolha de um valor mínimo e de um valor máximo que fazem sentido para o estudo em questão. Neste trabalho, a faixa abordada em diversos estudos como [4] e [5] permitiram determinar o truncamento da distribuição dos dados. No código desenvolvido neste trabalho o intervalo adotado para cada parâmetro foi respeitado, já que foram inseridos testes que comprovam que nenhum elemento estava sendo gerado fora do intervalo adotado.

### 3.4 Geração de dados com distribuição lognormal truncada

Segundo WASH-1400 [12], quando são observados dados que variam por fatores de erro multiplicativos, a distribuição lognormal é uma candidata adequada para a modelagem do problema. Nesse contexto, a distribuição lognormal desempenha um papel importante na propagação de incerteza no cálculo de indisponibilidade de um sistema, uma vez que parâmetros como a taxa de falha e a taxa de reparo são frequentemente expressos por fatores de erro multiplicativos [11].

Considerando o trabalho de [4] e [5] verifica-se que os valores usuais para a taxa de falha, taxa de reparo, taxa de demanda e intervalo entre testes apresentam-se distribuídos na forma de fatores. Dessa forma, cada parâmetro foi modelado por uma distribuição lognormal de probabilidade.

A função densidade de probabilidade da distribuição lognormal é dada por:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \omega t} e^{-\frac{1}{2\omega^2} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right)^2} \quad (3.2)$$

E a distribuição de probabilidade acumulada é dada por:

$$F(t) = \Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right)\right) \quad (3.3)$$

A distribuição lognormal acumulada truncada é dada por:

$$F(t) = \frac{\Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right)\right) - \Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmin}{t_0}\right)\right)}{\Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmax}{t_0}\right)\right) - \Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmin}{t_0}\right)\right)} \quad (3.4)$$

No modelo proposto neste trabalho utilizou-se o método da transformada inversa para obter a função para a geração dos dados aleatórios que seguem uma distribuição lognormal truncada. Chegando a dedução da expressão 3.5, que foi utilizada para a geração de dados:

$$t = t_0 \exp\left(\omega \Phi^{-1}\left(u\left(\Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmax}{t_0}\right)\right) - \Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmin}{t_0}\right)\right)\right) + \Phi\left(\frac{1}{\omega} \ln\left(\frac{tmin}{t_0}\right)\right)\right) \quad (3.5)$$

Onde  $t_0$  e  $\omega$  são, respectivamente, a mediana e o parâmetro de forma da distribuição lognormal, e  $tmin$  e  $tmax$  seus limites de truncamento.

A expressão 3.5 foi deduzida neste trabalho, conforme demonstrado no Apêndice A1.

Foram realizados testes para verificar o comportamento lognormal dos dados gerados a partir da função geradora de dados (3.5), obtida acima. Utilizou-se uma distribuição lognormal com parâmetros  $t_0=2.0$  e  $\omega=1.0$  truncada entre  $tmin=0.1$  e  $tmax=10.0$ . Foram realizadas **N** eventos, com  $N=10^5$

Determinou-se o erro da média e do desvio padrão amostrais, por meio da comparação com os valores teóricos esperados em dados que seguem uma distribuição lognormal com parâmetros  $t_0=2.0$  e  $\omega=1.0$  truncada entre  $tmin=0.1$  e  $tmax=10.0$ . As expressões utilizadas para a média e a variância da distribuição lognormal truncada são as seguintes, de acordo com Zaninetti (2017):

$$E(t) = \frac{e^{\frac{1}{2}\omega^2} m(\text{erf}(a_1) + \text{erf}(a_2))}{\text{erf}(a_3) + \text{erf}(a_4)} \quad (3.6)$$

$$\text{Var}(t) = \frac{N}{(\text{erf}(a_3) + \text{erf}(a_4))^2} \quad (3.7)$$

Onde:

$$N = e^{\omega^2} m^2 (\text{erf}(a_3)\text{erf}(a_5)e^{\omega^2} + \text{erf}(a_3)\text{erf}(a_6)e^{\omega^2} + \text{erf}(a_4)\text{erf}(a_5)e^{\omega^2} + \dots) \quad (3.8)$$

$$(\dots + \text{erf}(a_4)\text{erf}(a_6)e^{\omega^2} - (\text{erf}(a_1))^2 - 2\text{erf}(a_1)\text{erf}(a_2) - (\text{erf}(a_2))^2)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(-\omega^2 + \ln(tmin) - \ln(t_0))}{\omega} \quad (3.9)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(-\omega^2 + \ln(t_0) - \ln(t_{max}))}{\omega} \quad (3.10)$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(\ln(t_{min}) - \ln(t_0))}{\omega} \quad (3.11)$$

$$a_4 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(-\ln(t_{max}) - \ln(t_0))}{\omega} \quad (3.12)$$

$$a_5 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(-2\omega^2 + \ln(t_{min}) - \ln(t_0))}{\omega} \quad (3.13)$$

$$a_6 = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}(2\omega^2 + \ln(t_0) - \ln(t_{max}))}{\omega} \quad (3.14)$$

Onde a erf(x) representa a função erro, definida como:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (3.15)$$

Os valores obtidos foram os seguintes:

	Média	Desvio padrão
Valor teórico esperado, utilizando respectivamente as equações (3.6) e (3.7)	2,5436	2,1019
Valor obtido por análise da amostra	2,5442	2,1024
Erro (%)	0,0265	0,0259

**Tabela 1: Comparação dos valores de média e desvio padrão teóricos esperados com os obtidos pela amostra.**

A partir da análise da Tabela 1, pode-se perceber que o erro da média e o desvio padrão amostrais, comparados aos valores teóricos esperados, é de cerca de  $3 \cdot 10^{-2}$  %. Esse erro é suficientemente pequeno para fornecer um indício de que os dados gerados têm um comportamento de uma distribuição lognormal truncada.

Além do teste anterior, o histograma da amostra gerada foi plotado para verificar a tendência visual esperada de um dado que segue uma distribuição lognormal. Foi sobreposto ao histograma uma curva da função lognormal truncada.

No histograma contido na Figura 2 pode-se observar que o comportamento da amostra é bastante similar ao de uma lognormal que possui os mesmos parâmetros.

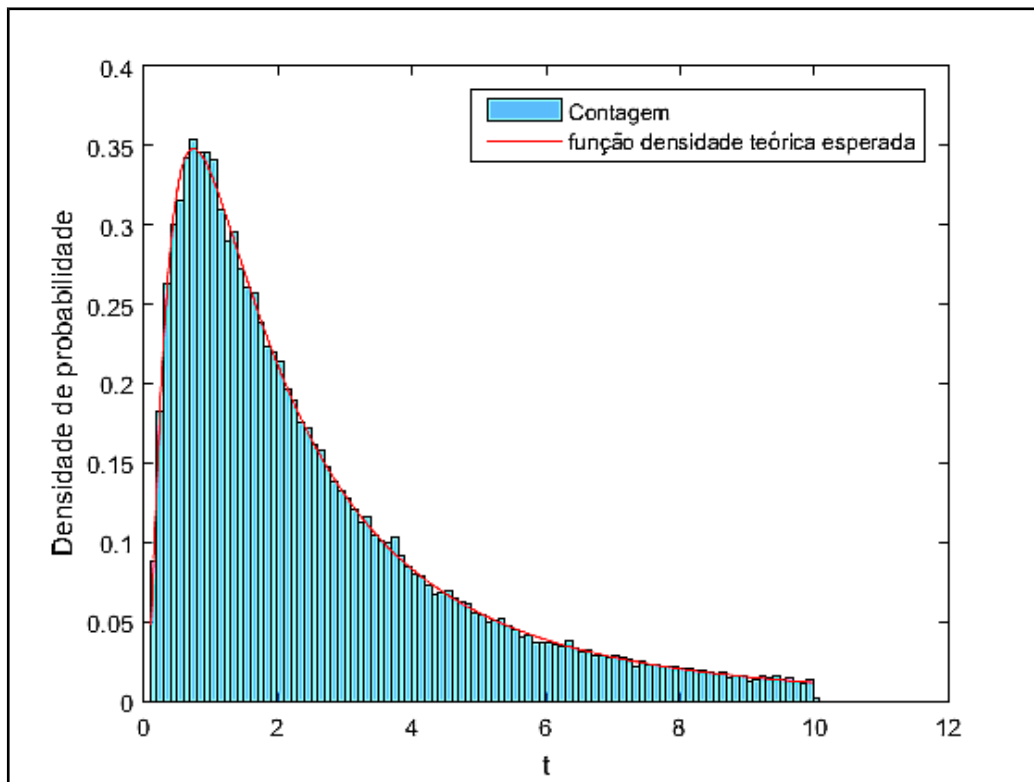


Figura 2: Gráfico dos dados gerados a partir da expressão (3.5)

O código desenvolvido neste trabalho para o teste do comportamento da expressão 3.5 encontra-se disponível no Apêndice A2.

As evidências, acima apresentadas, indicam que o modelo adotado gera dados com distribuição lognormal truncada adequadamente. A amostra de dados obtida, além de apresentar histograma com comportamento muito similar ao da distribuição teórica esperada, possui média e desvio padrão amostrais com erros pequenos em relação aos teóricos.

### 3.5 Estimação dos parâmetros da distribuição lognormal

Como se pode observar na expressão (3.5), para a geração de dados com distribuição lognormal é necessário conhecer os parâmetros  $t_0$  e  $\omega$ . Na prática, esses parâmetros não são conhecidos, mas existem métodos para determinar uma estimativa para tais valores.

Zaninetti (2017) em [15] utilizou o método dos momentos para estimar os parâmetros e obteve as seguintes expressões:

$$\begin{aligned} E(X; t_0, \omega) &= \bar{x}_1 \\ E(X^2; t_0, \omega) &= \bar{x}_2 \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\hat{t}_0 = \frac{\bar{x}_1^2}{\sqrt{\bar{x}_2}} \quad (3.17)$$

$$\hat{\omega} = \sqrt{2} \sqrt{\ln \left( \frac{\sqrt{\bar{x}_2}}{\bar{x}_1} \right)} \quad (3.18)$$

As amostras dos valores dos atributos de confiabilidade contidos nos trabalhos de [4] e [5] permitiram estimar os parâmetros da distribuição lognormal e estão apresentados na Tabela 2.

Atributo	Amostra de valores usuais
$\lambda$	0.1, 1.0, 10.0
$\mu$	52.0, 365.0, 8760.0
$\nu$	0.1, 1.0, 10.0, 15.0
$\gamma$	0.0001, 0.001, 0.01
$\tau_p$	0.0192, 0.0833, 1.0

**Tabela 2: Valores utilizados para estimar os atributos de confiabilidade**

## 4 CASOS ANALISADOS

### 4.1 Caso estudo 1: Frequência de acidentes de uma planta equipada com um canal de proteção

Neste caso, foi utilizado um sistema de proteção equipado com um único canal de proteção. Utilizou-se a cadeia de Markov para a análise da transição dos estados para determinação das probabilidades de o sistema estar em cada estado.

#### 4.1.1 Cadeia de Markov do problema

Na representação de uma cadeia de Markov, os círculos representam o estado em que o sistema está e as setas indicam as transições de estado acompanhadas das suas respectivas taxas de transição [14].

A partir do diagrama dos estados é possível construir um sistema de equações diferenciais que será uma ferramenta para a solução do problema, obtendo as expressões para as probabilidades de o sistema estar em cada estado  $P_i(t)$ .



Oliveira e Netto abordaram em [4] o mesmo caso, mas não consideraram a probabilidade de reparo imperfeito. A cadeia markoviana apresentada em [4] foi adaptada, conforme se pode observar na Figura 3.

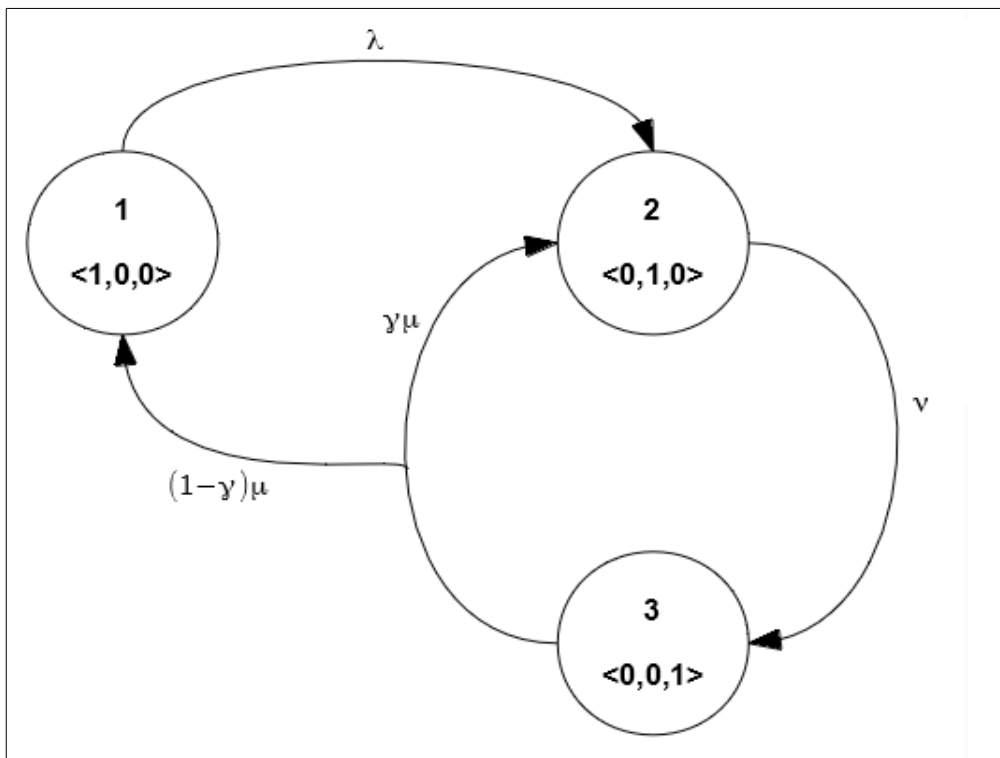


Figura 3: Cadeia de Markov para uma instalação equipada com um canal de proteção – Adaptado de [4]

O sistema apresenta os seguintes estados:

- Estado 1: Canal em funcionamento
- Estado 2: Canal falho, mas com falha não revelada
- Estado 3: Canal falho e falha revelada

Considera-se que a falha do canal pode ser detectada caso haja demanda ou quando são realizados testes nos canais.

O estado do sistema pode ser descrito da forma  $\langle i, j, k \rangle$ , onde  $i$  representa o número de canais em funcionamento,  $j$  o número de canais com falha não revelada e  $k$  o número de canais com falha revelada.

No estado 1 o canal está funcionando. Com uma taxa de falha,  $\lambda$ , irá para o estado 2, no qual o canal está falho, sem falha detectada. Com uma taxa de demanda,  $\nu$ , terá a falha revelada e irá para o estado 3. Apresentando uma taxa de transição dada pelo produto da probabilidade de reparo imperfeito,  $\gamma$ , pela taxa de reparo,  $\mu$ , retornará ao estado 2. Já quando o reparo for perfeito, a taxa de transição será dada pelo produto da probabilidade de reparo perfeito,  $(1-\gamma)$  pela taxa de reparo,  $\mu$ . Assim, o sistema voltará ao estado 1.

A partir do diagrama de transição é possível calcular as probabilidades,  $P_i(t)$ , para cada estado do sistema.

#### 4.1.2 Resolução do problema analiticamente

O seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias pode ser associado à cadeia markoviana apresentada na Figura 3.

$$\begin{aligned}\frac{dP_1(t)}{dt} &= -\lambda P_1(t) + (1-\gamma)\mu P_3(t) \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda P_1(t) - \nu P_2(t) + \gamma\mu P_3(t) \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= \nu P_2(t) - \mu P_3(t)\end{aligned}\quad (4.1)$$

Considera-se que o canal está funcionando no instante  $t=0$ , logo as condições iniciais utilizadas para a resolução do problema foram:

$$P_1(0)=1; \quad P_2(0)=0; \quad P_3(0)=0 \quad (4.2)$$

O sistema foi resolvido neste trabalho analiticamente usando o método das transformadas de Laplace, conforme já utilizado no trabalho de [7] e o seguinte resultado foi obtido:

$$P_1(t) = \frac{\mu\nu - \gamma\mu\nu}{s_2} + \frac{\exp\left(-\left(\frac{\lambda + \mu\nu}{2}\right)t\right) \left( \cosh(s_1 t) \frac{\sinh(s_1 t) \left( \frac{\lambda + \mu\nu}{2} - \frac{\lambda\mu^2 + \lambda\nu^2 + \lambda\mu\nu + \gamma\lambda\mu\nu}{s_3} \right)}{s_1} \right)}{s_2} s_3 \quad (4.3)$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda\mu}{s_2} + \frac{\lambda\mu \exp\left(-\left(\frac{\lambda + \mu\nu}{2}\right)t\right) \left( \cosh(s_1 t) \frac{\sinh(s_1 t) \left( \frac{\lambda + \mu\nu}{2} - \frac{-\nu\lambda^2 + \lambda\mu^2 + \gamma\lambda\mu\nu}{\lambda\mu} \right)}{s_1} \right)}{s_2} \quad (4.4)$$

$$P_3(t) = \frac{\lambda\nu}{s_2} + \frac{\lambda\nu \exp\left(-\left(\frac{\lambda + \mu\nu}{2}\right)t\right) \left( \cosh(s_1 t) \frac{\sinh(s_1 t) \left( \frac{\lambda + \mu\nu}{2} - \frac{\lambda^2\nu + \lambda^2\nu + \lambda\mu\nu}{\lambda\nu} \right)}{s_1} \right)}{s_2} \quad (4.5)$$

Onde:

$$s_1 = \sqrt{\left( \frac{\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2}{4} - \frac{\lambda \nu + \mu \nu + \lambda \nu^2}{2} + \gamma \mu \nu \right)} \quad (4.6)$$

$$s_2 = \lambda \mu + \lambda \nu + (1 - \gamma) \mu \nu \quad (4.7)$$

$$s_3 = \lambda \mu + \lambda \nu \quad (4.8)$$

Conforme mencionado anteriormente, a frequência de acidentes é dada por:

$$\eta = \nu U(\lambda, \mu) \quad (4.9)$$

Para o caso do sistema com um único canal de proteção, a indisponibilidade média é dada pela probabilidade do canal estar em um estado falho quando houver demanda. Neste caso, a frequência de acidentes pode ser calculada da seguinte forma [4]:

$$\eta = \frac{\nu}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} P_2(t) dt \quad (4.10)$$

Considera-se, portanto, que os reparos sempre são realizados com a planta desligada. Dessa forma, apenas o estado 2, em que o canal está falho, mas a falha não foi detectada é determinante para a indisponibilidade do sistema de proteção.

Utilizando a expressão (4.4) para  $P_2(t)$ , temos que  $\eta$  é dado pela seguinte fórmula:

$$\eta = \frac{\nu}{\tau_p} \left( \frac{\lambda \exp\left(\frac{-\lambda \tau_p + \mu \tau_p + \nu \tau_p}{2}\right) (\mu^3 \sinh(s_1 \tau_p) - 2\mu^2 s_1 s_4 - \lambda \mu^2 \sinh(s_1 \tau_p) - \lambda \nu^2 \sinh(s_1 \tau_p) - \dots}{(2s_1 \lambda \mu + \lambda \nu + \mu \nu - \gamma \mu \nu)^2} \right. \\ \dots \frac{-\lambda^2 \nu \sinh(s_1 \tau_p) - \mu^2 \nu \sinh(s_1 \tau_p) + 2s_1 \mu^2 \cosh(s_1 \tau_p) + \gamma \mu \nu^2 \sinh(s_1 \tau_p) + 3\gamma \mu^2 \nu \sinh(s_1 \tau_p) + \dots}{(2s_1 \lambda \mu + \lambda \nu + \mu \nu - \gamma \mu \nu)^2} \\ \dots \frac{+2\lambda \nu s_1 S_4 - 3\lambda \mu \nu \sinh(s_1 \tau_p) - 2s_1 \lambda \nu \cosh(s_1 \tau_p) + \gamma \lambda \mu \nu \sinh(s_1 \tau_p) + 2s_1 \gamma \mu \nu \cosh(s_1 \tau_p) + \dots}{(2s_1 \lambda \mu + \lambda \nu + \mu \nu - \gamma \mu \nu)^2} \\ \left. \dots \frac{+2s_1 s_4 \lambda \mu^2 \tau_p + 2s_1 s_4 \nu \mu^2 \tau_p - 2s_1 s_4 \gamma \mu \nu + 2s_1 s_4 \lambda \mu \tau_p \nu - 2s_1 s_4 \gamma \mu^2 \tau_p \nu}{(2s_1 \lambda \mu + \lambda \nu + \mu \nu - \gamma \mu \nu)^2} \right)$$

(4.11)

Onde:

$$s_4 = \exp\left(\frac{\lambda \tau_p + \mu \tau_p + \nu \tau_p}{2}\right) \quad (4.12)$$

#### 4.1.3 Validação da expressão analítica para o cálculo da frequência de acidentes

Para validar o modelo, considerou-se a probabilidade de reparo imperfeito,  $\gamma$ , sendo nula para que o problema fosse resumido ao problema abordado por [4]. Diversos valores para  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\tau_p$  e  $\nu$  foram utilizados para calcular  $\eta$ . Os cálculos foram realizados com o auxílio do *software Matlab*. Compararam-se, então, os valores obtidos neste trabalho com os da aplicação da expressão analítica desenvolvida para  $\eta$  no trabalho [4], conforme demonstrado na Tabela 3:

Valores testados (ano <sup>-1</sup> )	$\eta$ Expressão apresentada por [4]	$\eta$ Expressão analítica (4.21)	Erro
$\lambda=0.1$ , $\mu=8760.0$ $\nu=0.1$ , $\tau_p=0.0192$	$9.5877 \cdot 10^{-5}$	$9.5877 \cdot 10^{-5}$	0
$\lambda=0.1$ , $\mu=52.0$ $\nu=15.0$ , $\tau_p=0.0192$	.0131	0.0131	0
$\lambda=1.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=0.0192$	0.0896	0.0896	0
$\lambda=1.0$ , $\mu=52.0$ $\nu=0.1$ , $\tau_p=1.0$	0.0358	0.0358	0
$\lambda=10.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=1.0$	4.6893	4.6893	0

**Tabela 3: Comparação dos valores analíticos obtidos pela expressão (4.11) com os resultados obtidos por [4].**

Como foram realizados cálculos analíticos em ambas as aplicações, pode-se observar que os resultados obtidos são idênticos. Esse fato, permite que a relação (4.11) seja considerada válida na abordagem do problema em questão.

Durante os testes realizados verificou-se que em uma determinada faixa de valores, com  $\tau_p=1 \text{ ano}$  e  $\mu=8760 \text{ ano}^{-1}$ , algumas etapas do cálculo atingiram ordens de grandeza não suportadas pelo *software* e o cálculo foi impossibilitado.

#### 4.1.4 Resolução do problema numericamente

Apesar dos resultados estarem corretos para a frequência de acidentes, a expressão analítica desenvolvida neste trabalho, 4.11, é restrita a valores de intervalo entre testes menores que 1 ano e taxa de reparo menor que 8760 ano<sup>-1</sup>. Como se deseja considerar um intervalo de truncamento maior, optou-se por efetuar a solução numérica do problema, como será descrito a seguir.

Vale destacar, portanto, que o método das diferenças finitas foi escolhido para realizar a aproximação das derivadas do sistema de equações diferenciais.

As derivadas são aproximadas da seguinte forma [16], que consiste na seguinte aproximação:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} \approx \frac{P_i(t+\Delta t) - P_i(t)}{\Delta t} \quad (4.13)$$

Dessa forma, o sistema (4.1) torna-se um sistema de equações algébricas.

$$\begin{bmatrix} \frac{P_1(t+\Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} \\ \frac{P_2(t+\Delta t) - P_2(t)}{\Delta t} \\ \frac{P_3(t+\Delta t) - P_3(t)}{\Delta t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 & (1-\gamma)\mu \\ \lambda & -\nu & \gamma\mu \\ 0 & \nu & -\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Após as devidas manipulações, o sistema algébrico pode ser expresso da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} P_1(t+\Delta t) \\ P_2(t+\Delta t) \\ P_3(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda\Delta t & 0 & (1-\gamma)\mu\Delta t \\ \lambda\Delta t & 1-\nu\Delta t & \gamma\mu\Delta t \\ 0 & \nu\Delta t & 1-\mu\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

A partir das condições iniciais,  $P_1(0)=1$  ,  $P_2(0)=0$  e  $P_3(0)=0$  pode-se obter um vetor de valores para  $P_i(t)$  . Um aspecto importante é a determinação do acréscimo temporal que será utilizado,  $\Delta t$  . Como os vetores obtidos representam probabilidades, os elementos devem assumir valores entre zero e um. Para tal, verifica-se que os elementos da diagonal principal da matriz dos coeficientes do sistema não devem apresentar valores negativos ou maiores do que um. Assim, temos:

$$\begin{aligned} 0 &\leq 1-\lambda\Delta t \leq 1 \\ 0 &\leq 1-\nu\Delta t \leq 1 \\ 0 &\leq 1-\mu\Delta t \leq 1 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Logo:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\lambda} ; \Delta t \leq \frac{1}{\nu} ; \Delta t \leq \frac{1}{\mu} \quad (4.17)$$

O valor escolhido para  $\Delta t$  deve ser tal que satisfaça:

$$\Delta t \leq \min\left(\frac{1}{\lambda}, \frac{1}{\nu}, \frac{1}{\mu}\right) \quad (4.18)$$

Outro aspecto relevante é que o intervalo entre testes,  $\tau_p$ , seja divisível por  $\Delta t$ .

As seguintes equações são obtidas e permitem determinar  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  e  $P_3(t)$ :

$$P_1(t+\Delta t) = (1-\lambda \Delta t) P_1(t) + (1-\gamma)\mu \Delta t P_3(t) \quad (4.19)$$

$$P_2(t+\Delta t) = \lambda \Delta t P_1(t) + (1-\nu \Delta t) P_2(t) + \gamma \mu \Delta t P_3(t) \quad (4.20)$$

$$P_3(t+\Delta t) = \nu \Delta t P_2(t) + (1-\mu \Delta t) P_3(t) \quad (4.21)$$

A partir dos vetores obtidos para probabilidade de cada estado, pode-se calcular a frequência de acidentes por meio da integração numérica de  $P_2(t)$ .

O método utilizado para integração numérica foi o método de Simpson Composto [16]. Esse método foi escolhido, pois já havia sido empregado no trabalho de [7] para a resolução numérica do cálculo da frequência de acidentes, conforme pode ser observado a seguir:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{3} \left\{ f(x_1) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2j-1}) + f(x_n) \right\} \quad (4.22)$$

A integral de  $P_i(t)$  é dado da seguinte forma:

$$\int_0^{\tau_p} P_i(t) dt \approx \frac{\Delta t}{3} \left\{ P_i(0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} P_i(2j\Delta t) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} P_i((2j-1)\Delta t) + P_i(\tau_p) \right\} \quad (4.23)$$

Assim sendo o valor para  $\eta$  é calculado a partir da seguinte expressão:

$$\eta = \frac{\nu}{\tau_p} \left\{ \frac{\Delta t}{3} \left\{ P_2(0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} P_2(2j\Delta t) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} P_2((2j-1)\Delta t) + P_2(\tau_p) \right\} \right\} \quad (4.24)$$

Onde:

$$n = \frac{\tau_p}{\Delta t}$$

#### 4.1.5 Validação da expressão numérica para o cálculo da frequência de acidentes

Para validar a expressão numérica, calculou-se  $\eta$  com valores discretos para a taxa de falha, taxa de reparo, taxa de demanda e intervalo entre teste. Os resultados estão apresentados na tabela 4, que permite comparar esses valores com os resultados obtidos a partir da expressão analítica (4.11).

Valores testados (ano <sup>-1</sup> )	$\eta$ Expressão analítica (4.11)	$\eta$ Expressão Numérica (4.24)	Erro (%)
$\lambda=0.1$ , $\mu=8760.0$ $\nu=0.1$ , $\tau_p=0.0192$	$9.5877 \cdot 10^{-5}$	$9.5744 \cdot 10^{-5}$	0.1384
$\lambda=0.1$ , $\mu=52.0$ $\nu=15.0$ , $\tau_p=0.0192$	0.01309	0.01310	0.1256
$\lambda=1.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=0.0192$	0.089458	0.089573	0.1290
$\lambda=1.0$ , $\mu=52.0$ $\nu=0.1$ , $\tau_p=1.0$	0.0357556	0.0357563	0.0019
$\lambda=10.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=1.0$	4.68932	4.68928	$8.7652 \cdot 10^{-4}$

**Tabela 4: Comparação dos resultados obtidos com a expressão analítica e com a expressão numérica**

Pode-se observar na Tabela 4 que o erro é suficientemente pequeno. Portanto, a solução numérica pode ser considerada viável para ser adotada no cálculo quando os atributos de confiabilidade não são conhecidos.

#### 4.1.6 Código desenvolvido

O código desenvolvido neste trabalho permite propagar as incertezas no cálculo da frequência de acidentes de uma planta equipada com um canal de proteção. Considera-se que os parâmetros  $\lambda$  ,  $\mu$  ,  $\gamma$  ,  $\tau_p$  e  $\nu$  são desconhecidos e seguem uma distribuição de probabilidade. O esquema simplificado da lógica do programa desenvolvido neste trabalho está apresentado na Figura 4 e possui as seguintes etapas:

**1º passo:** São gerados valores para  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\gamma$ ,  $\tau_p$  e  $\nu$  com distribuição de probabilidade lognormal, utilizando a expressão (3.5) demonstrada anteriormente no item 3.4. Os parâmetros  $t_0$  e  $\omega$  da distribuição lognormal de cada atributo foram estimados como mencionado no tópico 3.5.

**2º passo:** Em seguida, os valores para  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  e  $P_3(t)$  são calculados numericamente pelo método das diferenças finitas. Utilizam-se as equações (4.19), (4.20) e (4.21).

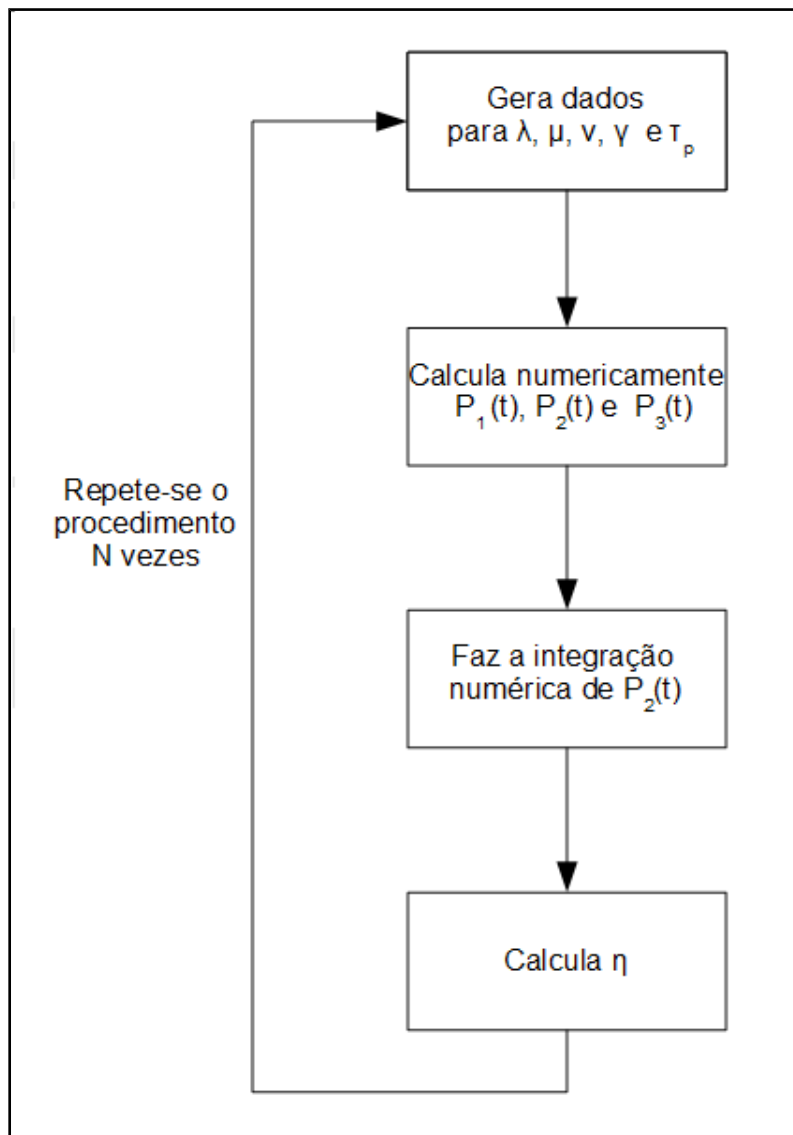
**3º passo:** A probabilidade  $P_2(t)$ , de interesse, é integrada no intervalo de 0 a  $\tau_p$ .

**4º passo:** A partir da expressão (4.24), o valor de  $\eta$  é determinado.

**5º passo:** Repete-se todo o processo, um número **N** de vezes, de modo a obter uma amostra significativa de valores da frequência de acidente.

**6º passo:** A partir da amostra de valores obtidos para  $\eta$ , a média, o desvio padrão dos valores é calculado, bem como um histograma. Os valores correspondentes aos percentis de 25,50,75 e 95 são determinados., para melhor conhecimento do comportamento da variável  $\eta$ .





**Figura 4:** Esquema simplificado do algoritmo desenvolvido para cálculo da frequência de acidentes no caso estudo 1.

No Apêndice B1 encontra-se o algoritmo completo elaborado para a resolução do problema que foi implantado no *software Matlab*. Os resultados serão apresentados no item 5.1 .

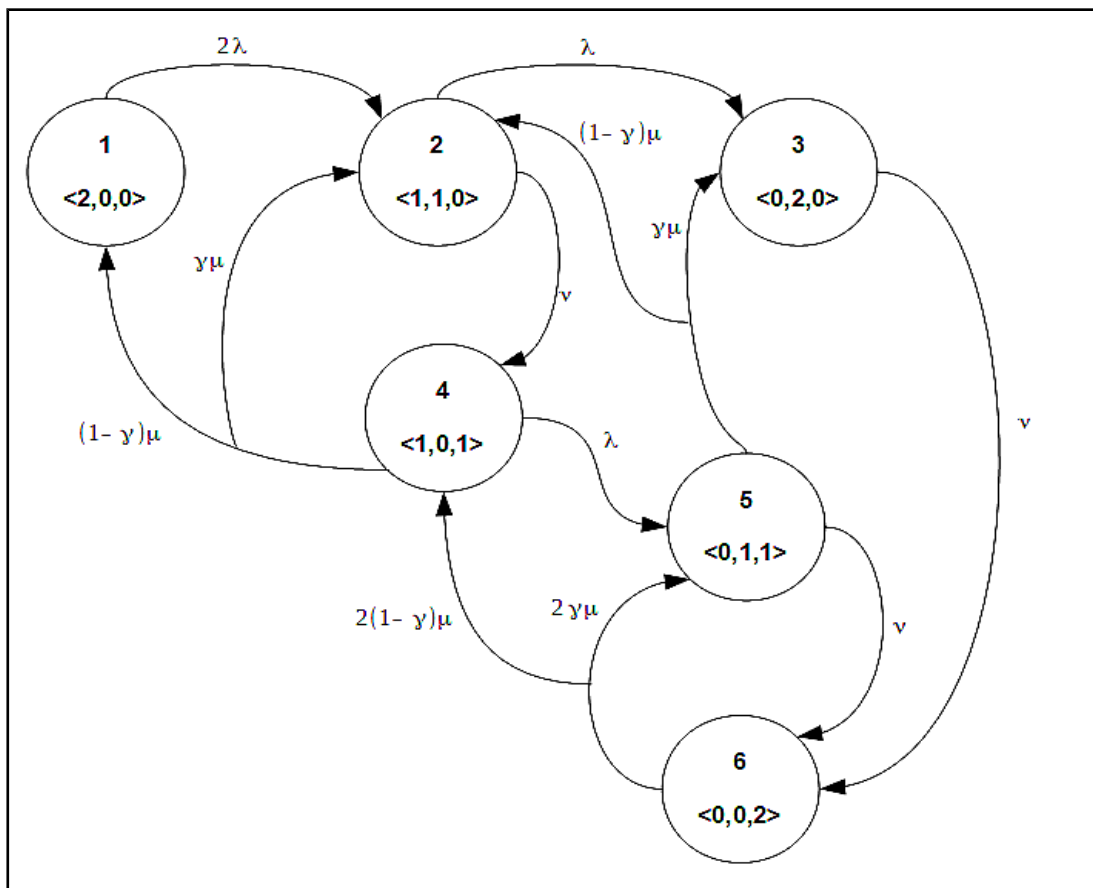
#### **4.2 Caso estudo 2: Frequência de acidentes de uma planta equipada com dois canais de proteção**

Na prática das instalações nucleares utilizam-se, em geral, sistemas com componentes redundantes como meio de aumentar a confiabilidade do sistema de proteção. Para o segundo caso apresentado nesse trabalho, foi considerado um sistema de proteção dotado de dois canais redundantes.

Considera-se que a falha em um dos canais é revelada com a demanda, mesmo que isso não implique que o sistema esteja indisponível.

#### 4.2.1 Cadeia de Markov do problema

A cadeia de Markov presente no trabalho [5] foi adaptada para considerar a probabilidade de reparo imperfeito. O diagrama de estados do problema está representado na Figura 5.



**Figura 5: Cadeia de Markov de um sistema de proteção equipado com dois canais de proteção – Adaptado de [5].**

Como pode ser observado, o sistema apresenta seis estados. Do mesmo modo que o apresentado na seção 4.1, os estados são representados da forma  $\langle i, j, k \rangle$ , onde  $i, j$  e  $k$  representam, respectivamente, o número de canais em funcionamento, o número de canais falhos sem falha detectada e o número de canais falhos com falha detectada.

No diagrama, os estados do sistema são representados por círculos e as setas indicam a transição de estados que ocorrerá com uma determinada taxa.

Os seguintes estados são possíveis para esse sistema:

Estado 1: Os dois canais estão funcionando.

Estado 2: Um canal está falho, mas a falha não foi detectada.

Estado 3: Os dois canais estão falhos, mas a falha não foi detectada.

Estado 4: Um dos canais está funcionando e o outro está falho com a falha detectada.

Estado 5: Os dois canais estão falhos, mas apenas um tem a falha detectada.

Estado 6: Ambos os canais estão falhos e com a falha detectada.

Novamente foi considerada a probabilidade de reparo imperfeito,  $\gamma$ .

#### 4.2.2 Resolução do problema numericamente

A partir da cadeia de Markov, Figura 5, pode-se associar o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_1(t)}{dt} &= -2\lambda P_1(t) + (1-\gamma)\mu P_4(t) \\
 \frac{dP_2(t)}{dt} &= 2\lambda P_1(t) - (\lambda + \nu)P_2(t) + \gamma\mu P_4(t) + (1-\gamma)\mu P_5(t) \\
 \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda P_2(t) - \nu P_3(t) + \gamma\mu P_5(t) \\
 \frac{dP_4(t)}{dt} &= \nu P_2(t) - (\mu + \lambda)P_4(t) + 2(1-\gamma)\mu P_6(t) \\
 \frac{dP_5(t)}{dt} &= \lambda P_4(t) - (\nu + \mu)P_5(t) + 2\gamma\mu P_6(t) \\
 \frac{dP_6(t)}{dt} &= \nu P_3(t) + \nu P_5(t) - 2\mu P_6(t)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Considera-se que ambos os canais de proteção do sistema estão inicialmente funcionando, logo as condições iniciais do problema são:

$$P_1(0)=1 ; P_2(0)=0 ; P_3(0)=0 ; P_4(0)=0 ; P_5(0)=0 ; P_6(0)=0 \tag{4.26}$$

O acréscimo temporal adequado,  $\Delta t$ , a ser utilizado foi determinado. Como os vetores obtidos representam probabilidades, os elementos devem assumir valores entre zero e um. Para tal, verifica-se que os elementos da diagonal principal da matriz dos coeficientes do sistema não devem apresentar valores negativos ou maiores do que um. Assim, temos:

$$\begin{aligned}
 0 \leq 1 - 2\lambda \Delta t \leq 1 \\
 0 \leq 1 - (\lambda + \nu) \Delta t \leq 1 \\
 0 \leq 1 - \nu \Delta t \leq 1 \\
 0 \leq 1 - (\mu + \lambda) \Delta t \leq 1 \\
 0 \leq 1 - (\nu + \mu) \Delta t \leq 1 \\
 0 \leq 1 - 2\mu \Delta t \leq 1
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Logo:

$$\Delta t \leq \frac{1}{2\lambda} ; \Delta t \leq \frac{1}{(\lambda+\nu)} ; \Delta t \leq \frac{1}{\nu} ; \Delta t \leq \frac{1}{(\lambda+\mu)} ; \Delta t \leq \frac{1}{(\nu+\mu)} ; \Delta t \leq \frac{1}{2\mu} \quad (4.28)$$

A frequência de acidente, neste caso, será dada da seguinte forma, segundo [5]:

$$\eta = \frac{\nu}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} (P_3(t) + P_5(t)) dt \quad (4.29)$$

O sistema de proteção é considerado indisponível quando os dois canais estão falhos e, pelo menos, a falha de um deles não foi detectada. Considera-se que quando a falha nos dois canais é detectada a usina é desligada. Ou seja, o reparo é offline.

O sistema de equações (4.25) foi resolvido numericamente, pois a solução analítica para este caso é mais complexa que o caso anterior e torna-se inviável.

O método das diferenças finitas foi utilizado para aproximar o valor das derivadas [16], de modo que o sistema de equações diferenciais torna-se um sistema de equações algébricas.

Aproximam-se as derivadas pela seguinte fórmula:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} \approx \frac{P_i(t+\Delta t) - P_i(t)}{\Delta t} \quad (4.30)$$

O sistema (4.25) torna-se:

$$\begin{bmatrix} P_1(t+\Delta t) \\ P_2(t+\Delta t) \\ P_3(t+\Delta t) \\ P_4(t+\Delta t) \\ P_5(t+\Delta t) \\ P_6(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2\lambda\Delta t & 0 & 0 & (1-\gamma)\mu\Delta t & 0 & 0 \\ 2\lambda\Delta t & 1-(\lambda+\nu)\Delta t & 0 & \gamma\mu\Delta t & (1-\gamma)\mu\Delta t & 0 \\ 0 & \lambda\Delta t & 1-\nu\Delta t & 0 & \gamma\Delta t & 0 \\ 0 & \nu\Delta t & 0 & 1-(\mu+\lambda)\Delta t & 0 & 2(1-\gamma)\mu\Delta t \\ 0 & 0 & 0 & \lambda\Delta t & 1-(\nu+\mu)\Delta t & 2\gamma\mu\Delta t \\ 0 & 0 & \nu\Delta t & 0 & \nu\Delta t & 1-2\mu\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \\ P_5(t) \\ P_6(t) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

As seguintes equações são obtidas e permitem determinar  $P_1(t)$  ,  $P_2(t)$  ,  $P_3(t)$  ,  $P_4(t)$  ,  $P_5(t)$  e  $P_6(t)$  :

$$P_1(t+\Delta t) = (1-2\lambda\Delta t)P_1(t) + (1-\gamma)\mu\Delta t P_4(t) \quad (4.32)$$

$$P_2(t+\Delta t) = 2\lambda\Delta t P_1(t) + (1-(\lambda+\nu)\Delta t)P_2(t) + \gamma\mu\Delta t P_4(t) + (1-\gamma)\mu\Delta t P_4(t) \quad (4.33)$$

$$P_3(t+\Delta t) = \lambda\Delta t P_2(t) + (1-\nu\Delta t)P_3(t) + \gamma\Delta t P_4(t) \quad (4.34)$$

$$P_4(t+\Delta t) = v \Delta t P_2(t) + (1 - (\mu + \lambda) \Delta t) P_4(t) + 2(1 - \gamma) \mu \Delta t P_6(t) \quad (4.35)$$

$$P_5(t+\Delta t) = \lambda \Delta t P_4(t) + (1 - (v + \mu) \Delta t) P_5(t) + 2 \gamma \mu \Delta t P_6(t) \quad (4.36)$$

$$P_6(t+\Delta t) = v \Delta t P_3(t) + v \Delta t P_5(t) + (1 - 2\mu \Delta t) P_6(t) \quad (4.37)$$

O sistema de equações algébricas permite obter os valores para  $P_i(t)$  no intervalo desejado, de 0 a  $\tau_p$ .

De forma similar a abordada no sistema com um canal de proteção, a expressão para  $\eta$  é calculada com a integração numérica de  $P_3(t)$  e  $P_5(t)$ , pelo método de Simpson Composto [16].

$$\eta = \frac{v}{\tau_p} \left\{ \frac{\Delta t}{3} \left[ P_3(0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} P_3(2j\Delta t) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} P_3((2j-1)\Delta t) + P_3(\tau_p) \right] \right\} + \frac{v}{\tau_p} \left\{ \frac{\Delta t}{3} \left[ P_5(0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} P_5(2j\Delta t) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} P_5((2j-1)\Delta t) + P_5(\tau_p) \right] \right\} \quad (4.38)$$

Onde:

$$n = \frac{\tau_p}{\Delta t}$$

#### 4.2.3 Validação da expressão para o cálculo da frequência de acidentes

A fim de verificar a expressão obtida para  $\eta$  diversos valores discretos para  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\tau_p$  e  $v$  foram testados para comparar com os resultados obtidos por [5]. Para tal, a probabilidade de reparo imperfeito foi considerada com sendo nula.

Na Tabela 5, verifica-se que o erro entre os valores obtidos pela expressão (4.38), implementados no programa desenvolvido neste trabalho, e os resultados de [5] é suficiente pequeno e permite considerar a solução, aqui proposta, válida.

Valores testados (ano <sup>-1</sup> )	$\eta$ (Oliveira <i>et al</i> )	$\eta$ (Expressão desenvolvida)	Erro (%)
$\lambda=0.1$ , $\mu=8760.0$ $v=0.1$ , $\tau_p=0.0192$	$1.226 \times 10^{-7}$	$1.21683 \times 10^{-7}$	0.074

$\lambda=0.1$ , $\mu=52.0$ $\nu=25.0$ , $\tau_p=0.0192$	$2.636 \times 10^{-5}$	$2.117 \times 10^{-5}$	1.96
$\lambda=10.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=0.0192$	0.0865	0.0978	1.154
$\lambda=0.1$ , $\mu=52.0$ $\nu=0.1$ , $\tau_p=1.0$	$2.947 \times 10^{-4}$	$2.9130 \times 10^{-4}$	0.115
$\lambda=10.0$ , $\mu=365.0$ $\nu=10.0$ , $\tau_p=1.0$	3.018	3.0219	0.013

**Tabela 5: Comparação dos valores obtidos pela expressão (4.38) e pela expressão de [5]**

#### 4.2.4 Código desenvolvido

O programa desenvolvido e implantado neste trabalho foi similar ao do caso estudo 1 e segue, simplificada, o esquema da Figura 6. Os seguintes passos realizados no código são:

**1º passo:** Geram-se valores para  $\lambda$  ,  $\mu$  ,  $\gamma$  ,  $\tau_p$  e  $\nu$  com distribuição de probabilidade lognormal, utilizando a expressão (3.5) demonstrada anteriormente no item (3.4). Para tal, os parâmetros de forma e de escala de cada distribuição lognormal foram estimados como mencionado no item 3.5.

**2º passo:** A partir das equações algébricas (4.32, 4.33,4.34, 4.35, 4.36 e 4.37), pode-se calcular numericamente os valores de  $P_1(t)$  ,  $P_2(t)$  ,  $P_3(t)$  ,  $P_4(t)$  ,  $P_5(t)$  e  $P_6(t)$  pelo método das diferenças finitas.

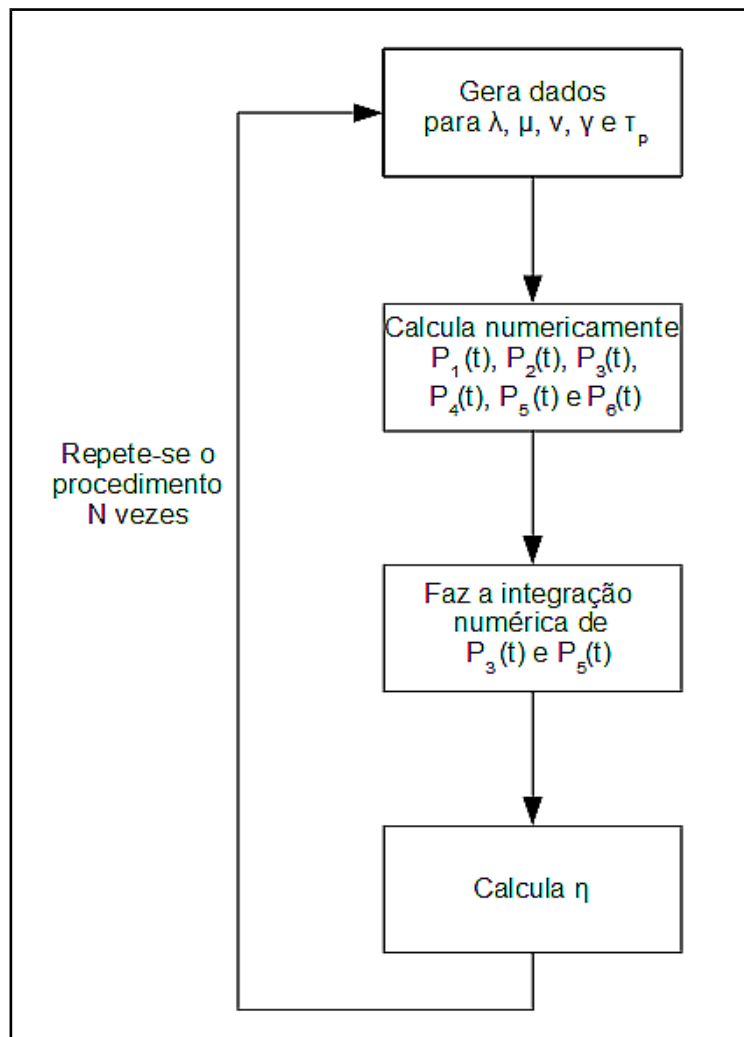
**3º passo:** As probabilidades  $P_3(t)$  e  $P_5(t)$  ,de interesse, são integradas no intervalo de 0 a  $\tau_p$  pelo método de Simpson Composto.

**4º passo:** A partir da expressão (4.38), o valor de  $\eta$  é determinado.

**5º passo:** Repete-se todo o processo, um número **N** de vezes, de modo a obter um vetor de valores da frequência de acidente.

**6º passo:** Obtido o vetor das frequências de acidentes, calcula-se a média e o desvio padrão amostrais. Um histograma é gerado e os valores correspondentes aos percentuais de 25%,50%,75% e 95% são determinados.





**Figura 6: Esquema do algoritmo desenvolvido para o cálculo da frequência de acidentes em uma planta equipada com dois canais de proteção**

O código completo desenvolvido encontra-se no Apêndice B2. Sua implementação foi realizada no software Matlab e os resultados obtidos estão dispostos no item 5.2.



## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Resultados do caso estudo 1

As seguintes entradas do problema foram utilizadas para a execução do código:

- Os valores utilizados para estimar os parâmetros da distribuição lognormal, de cada atributo, foram os apresentados anteriormente na Tabela 2.
- Os limites de truncamento para cada atributo foram baseados no trabalho [4] e estão dispostos na Tabela 6.

Atributo	Valor mínimo	Valor máximo
$\lambda$	0.1	10
$\nu$	0.1	100
$\mu$	0.1	10000
$\gamma$	0.0001	0.01
$\tau_p$	0.001	3.0

**Tabela 6: Limites de truncamento adotados**

- Foram realizados  $N=10^5$  eventos para obtenção da amostra de  $\eta$ .

Após a execução do código, os valores apresentados na Tabela 7 para a média e o desvio padrão foram obtidos.

Média da amostra obtida para $\eta$	Desvio padrão da amostra obtida para $\eta$
0.0055	0.0095

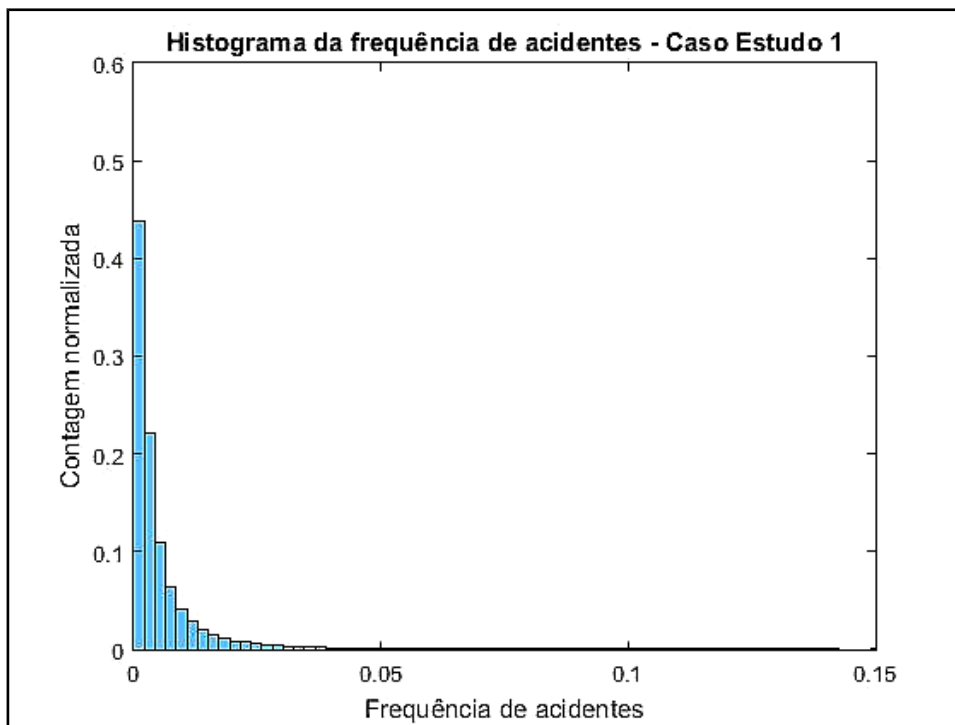
**Tabela 7: Valores da média e desvio padrão dos dados obtidos – Caso Estudo 1**

Para um melhor conhecimento do comportamento da amostra obtida, foram determinados os valores correspondentes aos percentuais de 25%, 50%, 75% e 95%, conforme estão dispostos na Tabela 8.

Percentual de 25%	Percentual de 50%	Percentual de 75%	Percentual de 95%
0.00116	0.00261	0.00600	0.01984

**Tabela 8: Valores dos Percentuais dos dados amostrais – Caso Estudo 1**

O histograma obtido a partir da amostra é o apresentado na Figura 7



**Figura 7: Histograma da frequência de acidentes de uma instalação nuclear equipada com um canal de proteção**

A execução do código no software MATLAB foi realizada em um computador com as seguintes características: sistema operacional de 64bits, com Windows 10, processador Intel Core i5, CPU de 2.20 GHz e 6GB de memória RAM. O tempo de cálculo na execução de todo o código foi de cerca de 85 segundos.

Com a análise da Tabela 8 pode-se verificar que 95% dos dados gerados possuem valores menores que 0.01984 para a frequência de acidentes.

É de grande relevância verificar como os parâmetros de confiabilidade gerados influenciam, individualmente, na distribuição da frequência de acidentes. Para tal, foram realizadas 5 modificações nos limites dos atributos gerados.

As alterações realizadas foram as seguintes:

**Alteração 1:** Nesse caso analisou-se a influência da taxa de falha na frequência de acidentes. Considerou-se um novo intervalo para a taxa de falha,  $0.1 \leq \lambda \leq 1.0$ . Dessa forma, o valor máximo de 1 falha por ano do sistema de proteção. Os outros limites foram mantidos conforme demonstrado na Tabela 6.

**Alteração 2:** Para analisar a influência da taxa de demanda na frequência de acidentes a taxa de demanda passou a ter o intervalo  $0.1 \leq v \leq 1.0$ . Logo, a taxa demanda máxima é de 1 demanda por ano. Os outros limites foram mantidos.

**Alteração 3:** A influência taxa de reparo foi verificada. Para tal, o intervalo adotado foi  $365.0 \leq \mu \leq 10000.0$ . Os outros limites de truncamento foram mantidos.

**Alteração 4:** Analisou-se a influência da probabilidade de reparo imperfeito. O novo intervalo adotado foi  $0.0001 \leq \gamma \leq 0.001$  e os outros intervalos para geração de dados foram mantidos.

**Alteração 5:** A influência da variação do intervalo entre teste foi analisada, nesse caso. Utilizou-se o novo intervalo  $0.001 \leq \tau_p \leq 0.0833$ , com os valores para  $\tau_p$  em anos. Novamente, os limites dos outros parâmetros foram mantidos.

Limites dos atributos modificados	Média da amostra de $\eta$	Desvio padrão da amostra de $\eta$	Percentual de 95%
Limites sem modificação	0.0055	0.0095	0.01984
Alteração 1 $0.1 \leq \lambda \leq 1.0$	0.0027	0.0031	0.0082
Alteração 2 $0.1 \leq v \leq 1.0$	0.0029	0.0036	0.0096
Alteração 3 $365.0 \leq \mu \leq 10000.0$	0.0041	0.0073	0.0148
Alteração 4 $0.0001 \leq \gamma \leq 0.001$	$5.89 \times 10^{-4}$	0.0010	0.0021
Alteração 5 $0.001 \leq \tau_p \leq 0.0833$	0.0054	0.0091	0.0193

**Tabela 9: Influência dos limites de truncamento dos dados gerados**

Dessa forma, percebe-se que é possível verificar as melhores estratégias para aumento da confiabilidade do sistema de proteção. A escolha adequada dos equipamentos que possuem menor taxa de falha, por exemplo, poderá garantir uma frequência de acidentes menor. Assim como, tomar medidas que melhorem a atuação da equipe de reparo poderá diminuir a probabilidade de reparo imperfeito e, conseqüentemente, a frequência de acidentes.

## 5.2 Resultados do caso estudo 2

As seguintes entradas do problema foram utilizadas para a execução do código:

- Calcularam-se os parâmetros da distribuição lognormal, de cada atributo, com os dados apresentados na Tabela 2.

- Os limites de truncamento para cada atributo foram determinados como no caso estudo 1 , como dispostos na Tabela 6.
- Nesse caso, também foram utilizados  $N=10^5$  eventos.

Após execução a do código elaborado para o cálculo da frequência de acidentes, a Tabela 10 apresenta os resultados obtidos para média e desvio padrão.

Média da amostra obtida para $\eta$	Desvio padrão da amostra obtida para $\eta$
$1.0014 \cdot 10^{-4}$	$4.1191 \cdot 10^{-4}$

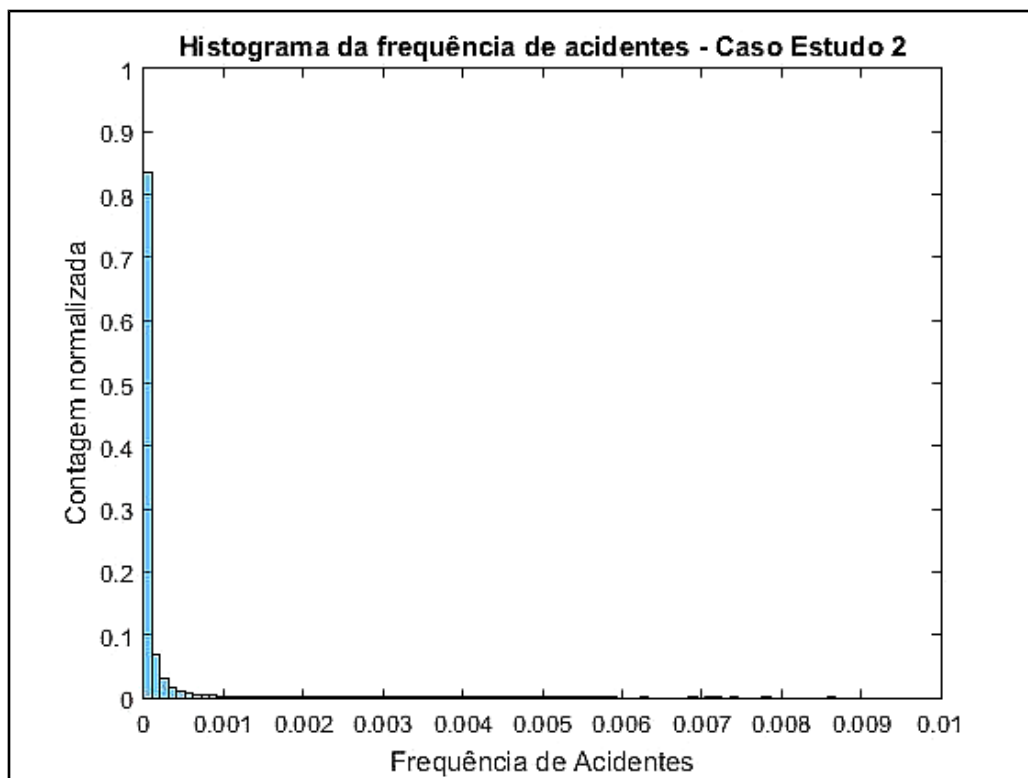
**Tabela 10: Valores da média e desvio padrão dos dados obtidos – Caso Estudo 2**

Para um melhor conhecimento do comportamento da amostra obtida, foram determinados os principais valores correspondentes aos percentuais de 25%, 50%, 75% e 95%, os quais são apresentados na Tabela 11.

Percentual de 25%	Percentual de 50%	Percentual de 75%	Percentual de 95%
$3.6201 \cdot 10^{-6}$	$1.4210 \cdot 10^{-5}$	$5.5876 \cdot 10^{-5}$	$4.0422 \cdot 10^{-4}$

**Tabela 11: Valores dos Percentuais dos dados amostrais – Caso Estudo 2**

O histograma obtido a partir da amostra é apresentado na Figura 8:



**Figura 8: Histograma da frequência de acidentes de uma instalação nuclear equipada com dois canais de proteção**

De forma similar ao discutido no item 4.1, algumas alterações foram realizadas nos limites de truncamento de cada parâmetro. As mesmas mudanças foram feitas e os resultados obtidos estão explicitados na Tabela 12.

<b>Limites dos atributos modificados</b>	<b>Média da amostra de <math>\eta</math></b>	<b>Desvio padrão da amostra de <math>\eta</math></b>	<b>Percentual de 95%</b>
Limites sem modificação	$1.0014 \times 10^{-4}$	$4.1191 \times 10^{-4}$	$4.0422 \times 10^{-4}$
Alteração 1 $0.1 \leq \lambda \leq 1.0$	$1.3698 \times 10^{-5}$	$2.2301 \times 10^{-5}$	$5.108 \times 10^{-5}$
Alteração 2 $0.1 \leq v \leq 10.0$	$9.9087 \times 10^{-5}$	$3.9860 \times 10^{-4}$	$4.060 \times 10^{-4}$
Alteração 3 $365.0 \leq \mu \leq 10000.0$	$3.9714 \times 10^{-5}$	$1.7580 \times 10^{-4}$	$1.580 \times 10^{-4}$
Alteração 4 $0.0001 \leq \gamma \leq 0.001$	$1.1113 \times 10^{-6}$	$4.538 \times 10^{-6}$	$4.535 \times 10^{-6}$
Alteração 5 $0.001 \leq \tau_p \leq 0.0833$	$1.0007 \times 10^{-4}$	$4.1003 \times 10^{-4}$	$4.0185 \times 10^{-4}$

**Tabela 12: Influência dos limites de truncamento dos dados gerados**

Conforme mencionado no item 5.1, a análise da influência dos limites de truncamento dos atributos considerados no cálculo de  $\eta$  permite definir estratégias para a diminuição da frequência de acidentes.

O computador utilizado para a execução do código no software MATLAB possui as seguintes características: sistema operacional de 64bits, com Windows 10, processador Intel Core i5, CPU de 2.20 GHz e 6GB de memória RAM. O tempo de cálculo do código foi de cerca de 91 segundos.

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os resultados obtidos indicaram valores médios para frequência de acidentes da mesma ordem de grandeza dos observados para valores médios dos resultados apresentados nos trabalhos [4] e [5]. Os testes realizados no decorrer do desenvolvimento do método demonstra que os dados gerados seguem distribuições de probabilidade lognormal e que as expressões numéricas propostas para o cálculo da frequência de acidentes garantem uma boa aproximação.

O modelo desenvolvido no decorrer desse trabalho apresentou resultados satisfatórios. Conforme o esperado, a frequência de acidentes em uma planta equipada com um único canal de proteção é maior do que a frequência de ocorrência em uma usina nuclear com dois canais de proteção redundantes.

A análise estatística da amostra obtida para  $\eta$  consistiu no cálculo da média e do desvio padrão, na determinação dos valores correspondentes a percentuais de interesse e na construção de um histograma dos dados. A análise dos valores correspondentes aos percentis de 25%, 50%, 75% e 95% da distribuição amostral obtida para a frequência de acidentes permite verificar a influência de grandes variabilidades dos parâmetros de confiabilidade. Ou seja, pode-se verificar o quanto concentrada em torno da média está a distribuição da frequência de acidentes.

Observa-se que, em ambos os casos estudados, os valores médios possuem mesma ordem de grandeza dos resultados para  $\eta$  apresentados em [4] e [5] quando utilizados o valor médio dos parâmetros.

Foi realizada uma discussão acerca da influência de cada atributo de confiabilidade pertinente no cálculo da frequência de acidentes. Portanto, esse modelo permite que sejam analisadas quais faixas de valores dos parâmetros asseguram pequenos índices de frequência de ocorrência de acidentes com nível de significância adequado. Nesse sentido, análises desse tipo permitem inferir sobre critérios estabelecidos por órgãos reguladores, assim sendo, o método desenvolvido nesse estudo pode ser considerado viável para a tomada de decisões de natureza reguladora.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] PETRANGELI, G., **Nuclear Safety**, Butterworth-Heinemann, pp. 1-12, Oxford, 2006.
- [2] LEE, D. Y. , CHOI, J. G., LYOU, J., 2006, “A Safety Assessment Methodology for a Digital Reactor Protection System”, **International Journal of Control, Automation, and Systems**, vol. 4, no. 1, pp. 105-112.
- [3] LEES, F. P., 1982, “A General Relation for the Reliability of a Single-Channel Trip System”, **Reliability Engineering**, 3(1), p.1.
- [4] OLIVEIRA, L. F., NETTO, J. D. A., 1987, “Influence of the Demand Rate and Repair Rate on the Reliability of a Single-Channel Protective System”, **Reliability Engineering**,17, pp.267-276.
- [5] OLIVEIRA, L. F., YOUNGBLOOD, R., FRUTUOSO E MELO, P. F. F., 1990, “Hazard Rate of a Plant Equipped with a Two-Channel Protective System Subject to a High Demand Rate”, **Reliability Engineering and System Safety**, 28, pp. 35-58.
- [6] NUNES, M. E. C., FRUTUOSO E MELO, P. F. F., ALVES, M. B., 1995, “Accident rate evaluation of a single protective channel with gamma-distributed downtimes by the device of stages”. In: **Proceedings of the 10 Meeting on Reactor Physics and Thermal Hydraulics**, p. 563, Brazil.
- [7] OLIVEIRA, L. G., 2018, Cálculo da Frequência de Ocorrência de Acidente de um Sistema de Proteção de um Canal de uma Instalação Nuclear sujeito a Envelhecimento - Rio de Janeiro: UFRJ/ESCOLA POLITÉCNICA.
- [8] FRUTUOSO E MELO, P. F. & G. TEIXEIRA, D & C. M. ALVIM, A., 2017, “A Monte Carlo evaluation of the accident rate of a plant equipped with an aging single-channel trip device”, **AIP Conference Proceedings**. 1863. 560060. 10.1063/1.4992743.
- [9] LEES, F. P., 1980, **Loss Prevention in the Process Industries – Hazard Identification, Assessment and Control**, 2. ed, Oxford, Butterworth Heineman.

- [10] METROPOLIS, N., 1987, "The beginning of the Monte Carlo method", **Los Alamos Science Special Issue**, pp.125-130.
- [11] KUMAMOTO, H., HENLEY, E. J., 1996, **Probabilistic Risk Assessment and Management for Engineers and Scientists**, IEEE, New York.
- [12] WASH-1400 (NUREG 75/014), 1975, Reactor Safety Study, *US Nuclear Regulatory Commission, Washington DC*.
- [13] ROSS, S. M., 2012, **Simulation**, Elsevier, New York.
- [14] SOUZA, L. F. A. de., 2019, **Análise de sensibilidade por teoria de perturbação generalizada da frequência de acidente de uma instalação nuclear equipada com um canal de proteção sob envelhecimento**. 2019. 57 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear)- Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- [15] ZANINETTI, L., 2017, "A left and right truncated lognormal distribution for the stars" **Physics Department**, I-10125.
- [16] ALVIM, A. C. M, 2007, **Métodos Numéricos em Engenharia Nuclear**, 1 ed., Paraná, Editora Certa.



**Apêndice A1 – Dedução da expressão da função geradora de dados que seguem uma distribuição lognormal, que foi desenvolvida nesse trabalho**

$$f(t) = k \frac{1}{\omega t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\omega^2} \left( \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right)^2}, \omega > 0, t_0 > 0, t_{min} \leq t \leq t_{max}$$

$$\int_{t_{min}}^{t_{max}} k \frac{1}{\omega t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\omega^2} \left( \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right)^2} dt = 1$$

$$k = \frac{1}{\int_{t_{min}}^{t_{max}} \frac{1}{\omega t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\omega^2} \left( \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right)^2} dt}$$

$$k = \frac{1}{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{max}}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}$$

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\frac{1}{\omega t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{\omega^2} \left( \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right)^2}}{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{max}}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}, & t_{min} < t < t_{max} \\ f(t) = 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$F(t) = \frac{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{max}}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}, \quad t_{min} \leq t \leq t_{max}$$

Pelo método da transformada inversa, temos:

$$u = F(t)$$

$$u = \frac{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}{\Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{max}}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right)}$$

De onde pode-se obter a seguinte expressão:

$$t = t_0 \exp \left( \omega \Phi^{-1} \left( u \left( \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{max}}{t_0} \right) \right) - \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right) \right) + \Phi \left( \frac{1}{\omega} \ln \left( \frac{t_{min}}{t_0} \right) \right) \right) \right)$$

## Apêndice A2 – Código programado em Matlab, desenvolvido neste trabalho, para geração de dados com distribuição de probabilidade lognormal truncada

```

% Geração de números aleatórios
% Distribuição Lognormal - Com truncamento
clc,clear all
tic
to=2.0;
omega=1.0;
N=100000;
t=[];
tmin=0.1;
tmax=10.0;
cont=0;
for i=1:N
    u=rand();
    ti=to*exp(omega*norminv(normcdf((1/omega)*log(tmin/to))+u*(normcdf((1/omega)*log(
(tmax/to))-normcdf((1/omega)*log(tmin/to))))));
    t=[t,ti];
    if ti<tmin or ti>tmax:
        cont=cont+1;
    end
end
end
histogram(t,100,'Normalisation','pdf')
hold on
x=tmin:0.01:tmax;
fx=((1./((sqrt(2*pi)).*omega.*x)).*exp(-(1./(2.*(omega^2)).*(log(x./to)).^2)))/(normcdf(
((1/omega)*log(tmax/to))-normcdf((1/omega)*log(tmin/to))));
plot(x,fx,'r')
xlabel('t')
ylabel('Densidade de probabilidade')
legend('Contagem', 'função densidade teórica esperada')
hold off
a1=(1/2)*((sqrt(2)*(-omega^2)+log(tmin)-log(to)))/omega;
a2=(1/2)*((sqrt(2)*(omega^2)+log(to)-log(tmax)))/omega;
a3=(1/2)*((sqrt(2)*(log(tmin)-log(to)))/omega);
a4=(1/2)*((sqrt(2)*(-log(tmax)+log(to)))/omega);
a5=(1/2)*((sqrt(2)*(-2*(omega^2)+log(tmin)-log(to)))/omega);
a6=(1/2)*((sqrt(2)*(2*(omega^2)-log(tmax)+log(to)))/omega);
a7=(1/2)*((sqrt(2)*(-2*(omega^2)+log(tmax)-log(to)))/omega);
a8=(1/2)*((sqrt(2)*(log(tmax)-log(to)))/omega);
n=exp(omega^2)*((erf(a3)*erf(a5)*(exp(omega^2)))+(erf(a3)*erf(a6)*(exp(omega^2)))+(erf(
(a4)*erf(a5)*(exp(omega^2)))+(erf(a4)*erf(a6)*(exp(omega^2)))-(erf(a1))^2-2*erf(a1)*erf(
(a2)-(erf(a2))^2*(to^2);
mi=(exp((1/2)*(omega^2))*to*(erf(a1)+erf(a2)))/(erf(a3)+erf(a4))
sigma=sqrt(n/(erf(a3)+erf(a4))^2)
%média e desvio dos dados gerados
media=mean(t)
desvio=std(t)
cont
erro_media=((media-mi)/mi)*100
erro_desvio=((desvio-sigma)/sigma)*100
toc

```

## Apêndice B1 – Código programado em Matlab, desenvolvido neste trabalho, para o caso estudo 1

```

%valor de g - probabilidade de reparo imperfeito
g_i=[0.0001,0.001,0.01];
g2_i=(g_i).^2;
g_media=mean(g_i);
g_desvio=std(g_i);
g2_media=mean(g2_i);
g2_desvio=std(g2_i);
%parametros estimados:
to_g=(g_media)/sqrt(g2_media);
omega_g=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(g2_media))/g_media));
gmin=0.0001;%probabilidade de reparo imperfeito mínima
gmax=0.01;%probabilidade de reparo imperfeito máxima

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%PROGRAMA PRINCIPAL
n=[];
N_iteracoes=100000; %Número de iterações
for i=1:N_iteracoes
    %geração de dados aleatórios que seguem distribuição de probabilidade lognormal ✓
    truncada
        u=rand();
        l=to_l*exp(omega_l*norminv(normcdf((1/omega_l)*log(lmin/to_l))+u*(normcdf((1/omega_l) ✓
*log(lmax/to_l))-normcdf((1/omega_l)*log(lmin/to_l)))));
        u=rand();
        v=to_v*exp(omega_v*norminv(normcdf((1/omega_v)*log(vmin/to_v))+u*(normcdf((1/omega_v) ✓
*log(vmax/to_v))-normcdf((1/omega_v)*log(vmin/to_v)))));
        u=rand();
        m=to_mi*exp(omega_mi*norminv(normcdf((1/omega_mi)*log(mimin/to_mi))+u*(normcdf ✓
((1/omega_mi)*log(mimax/to_mi))-normcdf((1/omega_mi)*log(mimin/to_mi)))));
        u=rand();
        g=to_g*exp(omega_g*norminv(normcdf((1/omega_g)*log(gmin/to_g))+u*(normcdf((1/omega_g) ✓
*log(gmax/to_g))-normcdf((1/omega_g)*log(gmin/to_g)))));
        u=rand();
        tp=to_tp*exp(omega_tp*norminv(normcdf((1/omega_tp)*log(gmin/to_tp))+u*(normcdf ✓
((1/omega_tp)*log(gmax/to_tp))-normcdf((1/omega_tp)*log(gmin/to_tp)))));
        %Calculo numerico de n
        %determina o incremento temporal
        verif=[1/l,1/v,1/m];
        dtmax=min(verif);
        arr=ceil(tp/dtmax);
        dt=tp/arr;
        N=(tp/dt)+1;
        p1=[1];
        p2=[0];
        p3=[0];
        %Determino p1,p2 e p3
        for i=1:N
            p1=[p1,(1-l*dt)^p1(i)+(1-g)^m*dt)^p3(i)];
            p2=[p2,(1*dt)^p1(i)+(1-v*dt)^p2(i)+(g^m*dt)^p3(i)];
            p3=[p3,(v*dt)^p2(i)+(1-m*dt)^p3(i)];
        end
        %integração de p2 - método de simpson composto
        soma=p2(1)+p2(end);
        for i=2:N-1
            if rem(i,2)==0
                soma=soma+4*p2(i);
            else
                soma=soma+2*p2(i);
            end
        end
    end
end

```

## Apêndice B2 – Código programado em Matlab, desenvolvido neste trabalho, para o caso estudo 2

```
%Calcula a frequência de acidentes em uma instalação equipada com dois canais de proteção
clc, clear all
tic

% ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO LOGNORMAL

%dados_lambda
l_i=[0.1,1.0,10.0];
l2_i=(l_i).^2;
l_media=mean(l_i);
l_desvio=std(l_i);
l2_media=mean(l2_i);
l2_desvio=std(l2_i);
%parametros estimados:
to_l=(l_media)/sqrt(l2_media);
omega_l=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(l2_media))/l_media));
lmin=0.1; %taxa de falha mínima
lmax=10.0; %taxa de falha máxima

%dados_ni
v_i=[0.1,1.0,10.0,15.0];
v2_i=(v_i).^2;
v_media=mean(v_i);
v_desvio=std(v_i);
v2_media=mean(v2_i);
v2_desvio=std(v2_i);
%parametros estimados:
to_v=(v_media)/sqrt(v2_media);
omega_v=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(v2_media))/v_media));
vmin=0.1; %taxa de demanda mínima
vmax=100; %taxa de demanda máxima

%dados_mi
mi_i=[52,365,8760];
mi2_i=(mi_i).^2;
mi_media=mean(mi_i);
mi_desvio=std(mi_i);
mi2_media=mean(mi2_i);
mi2_desvio=std(mi2_i);
%parametros estimados:
to_mi=(mi_media)/sqrt(mi2_media);
omega_mi=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(mi2_media))/mi_media));
mimin=1.0; %taxa de reparo mínima
mimax=10000.0; %taxa de reparo máxima

%valor de tp - tempo entre testes
tp_i=[0.0192,0.0833,1.0];
tp2_i=(tp_i).^2;
tp_media=mean(tp_i);
tp_desvio=std(tp_i);
tp2_media=mean(tp2_i);
tp2_desvio=std(tp2_i);
%parametros estimados:
to_tp=(tp_media)/sqrt(tp2_media);
omega_tp=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(tp2_media))/tp_media));
tpmin=0.001; %intervalo entre testes mínimo
tpmax=3.0; %intervalo entre testes máximo
```

```

%valor de g - probabilidade de reparo imperfeito
g_i=[0.0001,0.001,0.01];
g2_i=(g_i).^2;
g_media=mean(g_i);
g_desvio=std(g_i);
g2_media=mean(g2_i);
g2_desvio=std(g2_i);
%parametros estimados:
to_g=(g_media)/sqrt(g2_media);
omega_g=sqrt(2)*sqrt(log((sqrt(g2_media))/g_media));
gmin=0.0001;%probabilidade de reparo imperfeito mínima
gmax=0.01;%probabilidade de reparo imperfeito máxima

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%PROGRAMA PRINCIPAL

n=[];
N_iteracoes=100000; %Número de iterações
for i=1:N_iteracoes
    u=rand();
    l=to_l*exp(omega_l*norminv(normcdf((1/omega_l)*log(lmin/to_l))+u*(normcdf((1/omega_l)*log(lmax/to_l))-normcdf((1/omega_l)*log(lmin/to_l))));
    u=rand();
    v=to_v*exp(omega_v*norminv(normcdf((1/omega_v)*log(vmin/to_v))+u*(normcdf((1/omega_v)*log(vmax/to_v))-normcdf((1/omega_v)*log(vmin/to_v))));
    u=rand();
    m=to_mi*exp(omega_mi*norminv(normcdf((1/omega_mi)*log(mimin/to_mi))+u*(normcdf((1/omega_mi)*log(mimax/to_mi))-normcdf((1/omega_mi)*log(mimin/to_mi))));
    u=rand();
    g=to_g*exp(omega_g*norminv(normcdf((1/omega_g)*log(gmin/to_g))+u*(normcdf((1/omega_g)*log(gmax/to_g))-normcdf((1/omega_g)*log(gmin/to_g))));
    u=rand();
    tp=to_tp*exp(omega_tp*norminv(normcdf((1/omega_tp)*log(gmin/to_tp))+u*(normcdf((1/omega_tp)*log(gmax/to_tp))-normcdf((1/omega_tp)*log(gmin/to_tp))));
    %determina o incremento temporal
    verif=[1/(2*l),1/(1+v),1/v,1/(m+1),1/(v+m),1/(2*m)];
    dtmax=min(verif);
    arr=ceil(tp/dtmax);
    dt=tp/arr;
    N=(tp/dt)+1;
    p1=[1];
    p2=[0];
    p3=[0];
    p4=[0];
    p5=[0];
    p6=[0];
    for i=1:N
        p1=[p1,(1-2*l*dt)*p1(i)+(1-g)*m*dt*p4(i)];
        p2=[p2,(2*l*dt)*p1(i)+(1-(1+v)*dt)*p2(i)+(g*m*dt)*p4(i)+(1-g)*m*dt*p5(i)];
        p3=[p3,(1*dt)*p2(i)+(1-v*dt)*p3(i)+g*dt*p5(i)];
        p4=[p4,(v*dt)*p2(i)+(1-(m+1)*dt)*p4(i)+2*(1-g)*m*dt*p6(i)];
        p5=[p5,(1*dt)*p4(i)+(1-(v+m)*dt)*p5(i)+2*g*m*dt*p6(i)];
        p6=[p6,(v*dt)*p3(i)+(v*dt)*p5(i)+2*(1-2*m*dt)*p6(i)];
    end
    soma_l=[p3+p5];%soma dos vetores p3 e p5
    soma=soma_l(1)+soma_l(end);

```

```

soma_1=[p3+p5];%soma dos vetores p3 e p5
soma=soma_1(1)+soma_1(end);

for i=2:N-1
if rem(i,2)==0
    soma=soma+4*soma_1(i);
else
    soma=soma+2*soma_1(i);
end
end
ni=(v/tp)*(dt/3)*soma;
n=[n,ni];
end
histogram(n,100,'Normalization','probability')
title('Histograma da frequência de acidentes de uma planta equipada com dois canais de
proteção')
xlabel('Frequência de Acidentes')
ylabel('Contagem normalizada')
media_n=mean(n)
desvio_n=std(n)
percentil=prctile(n,[25 50 75 95])
toc
tempo=toc

```