



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  
Escola Politécnica

ANÁLISE TÉRMICA TRANSIENTE DE UM ELEMENTO COMBUSTÍVEL  
ESFÉRICO EM RESFRIAMENTO CONVECTIVO E RADIATIVO USANDO  
MODELO APERFEIÇOADO DE PARÂMETROS CONCENTRADOS

Alice Cunha da Silva

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Nuclear da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro Nuclear.

Orientador: Su Jian

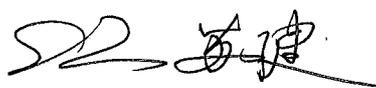
Rio de Janeiro  
Março de 2016

ANÁLISE TÉRMICA TRANSIENTE DE UM ELEMENTO COMBUSTÍVEL  
ESFÉRICO EM RESFRIAMENTO CONVECTIVO E RADIATIVO USANDO  
MODELO APERFEIÇOADO DE PARÂMETROS CONCENTRADOS

Alice Cunha da Silva

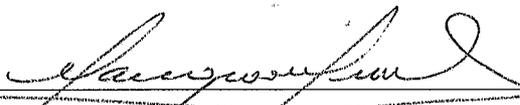
PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO  
DE ENGENHARIA NUCLEAR DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO NUCLEAR.

Examinado por:



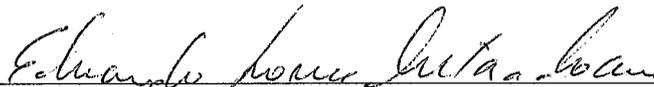
---

Prof. Su Jian, D.Sc.



---

Prof. Antônio Carlos Marques Alvim, Ph.D.



---

Prof. Eduardo Gomes Dutra Do Carmo, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2016

Cunha da Silva, Alice

Análise Térmica Transiente de um Elemento Combustível Esférico em Resfriamento Convectivo e Radiativo Usando Modelo Aperfeiçoado de Parâmetros Concentrados / Alice Cunha da Silva. - Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2016.

XIV, 42 p.: il.; 29,7 cm

Orientador: Su Jian

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Nuclear, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 40-42.

1. Condução de Calor. 2. Parâmetros Concentrados. 3. Elemento Combustível Esférico. 4. HTGR. I. Su, Jian. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Nuclear. III. Análise Térmica Transiente de um Elemento Combustível Esférico em Resfriamento Convectivo e Radiativo Usando Modelo Aperfeiçoado de Parâmetros Concentrados.

*A Deus,  
Aos meus pais Maria Isabel e  
Ubirajara, aos meus irmãos  
Rodrigo e Felipe e a minha  
querida avó Perciliana.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus acima de tudo, por seu sustento, força, amor, todas as bênçãos concedidas e por me permitir descobrir a paixão pela Engenharia Nuclear.

Aos meus pais Maria Isabel e Ubirajara por toda sua luta e esforço para sempre me dar o melhor que podiam e sempre apoiarem meus estudos e sonhos.

A minha avó Perciliana (in memoriam) que sempre me ensinou a lutar pelo que queria não importando os obstáculos que pudessem surgir no caminho.

Aos meus irmãos Rodrigo e Felipe por sempre acreditarem em mim.

Ao meu noivo Ivens por seu amor, paciência e apoio durante todo processo.

A equipe LASME pelas contribuições, força e estímulo durante todos os cinco anos de formação.

A todos os verdadeiros amigos que se mantiveram presentes em minha vida mesmo quando a quantidade de trabalho e atividades acadêmicas me impediam de estar presente na vida deles.

Ao meu orientador Su Jian (PEN/COPPE/UFRJ) por todo ensino, apoio, paciência, compreensão e oportunidades concedidas desde o início da graduação.

Aos professores e funcionários do PEN/COPPE/UFRJ que me ensinaram, acolheram e contribuíram para a minha formação.

Aos amigos de graduação em Engenharia Nuclear, por toda ajuda e apoio ao longo dos cinco anos de curso.

Ao Departamento de Engenharia Nuclear da POLI/UFRJ, pela oportunidade de realização deste trabalho.

Ao CNPq, CAPES e UFRJ pelas bolsas de Iniciação Científica e pela oportunidade de participar do programa Ciências sem Fronteiras.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Nuclear.

ANÁLISE TÉRMICA TRANSIENTE DE UM ELEMENTO COMBUSTÍVEL  
ESFÉRICO EM RESFRIAMENTO CONVECTIVO E RADIATIVO USANDO  
MODELO APERFEIÇOADO DE PARÂMETROS CONCENTRADOS

Alice Cunha da Silva

Março/2016

Orientador: Su Jian

Departamento: Engenharia Nuclear

O Reator de Alta Temperatura refrigerado a gás (HTGR) é um reator térmico nuclear de quarta geração, moderado a grafite e refrigerado a Hélio. O Reator Modular Pebble Bed é um HGTR com elementos combustíveis esféricos que nomeiam o reator. O elemento combustível é composto por uma região particulada com inclusões esféricas, partículas de combustível  $UO_2$ , dispersas em uma matriz de grafite. Nesse trabalho, a condução de calor no elemento combustível esférico foi estudada em regime transiente com resfriamento combinado convectivo e radiativo. Um modelo de parâmetros concentrados aperfeiçoado foi desenvolvido para a condução de calor transiente em uma esfera composta por duas camadas sujeita a esse resfriamento combinado. O modelo de parâmetros concentrados foi obtido através das aproximações de dois pontos de Hermite para integrais. O resfriamento transiente combinado do elemento combustível foi analisado para ilustrar o modelo de parâmetros concentrados proposto com relação a diferentes valores do número de Biot, parâmetro de condução radiativa, a condutividade térmica adimensional, o diâmetro interno e espessura de revestimento adimensionais, e a resistência de contato adimensional. Foi visto, por comparação com a solução numérica do modelo original de parâmetros distribuídos, que o modelo de parâmetros concentrados com aproximações  $H_{2,1}/H_{1,1}/H_{0,0}$  resultou em uma significativa melhora na predição da temperatura média em relação ao modelo de parâmetros concentrados clássico.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

TRANSIENT THERMAL ANALYSIS OF A SPHERICAL FUEL ELEMENT UNDER  
CONVECTIVE AND RADIATIVE COOLING USING IMPROVED LUMPED  
MODEL

Alice Cunha da Silva

Março/2016

Advisor: Su Jian

Department: Nuclear Engineering

The High Temperature Gas cooled Reactor (HTGR) is a fourth generation thermal nuclear reactor, graphite-moderated and helium cooled. The Pebble Bed Modular Reactor (PBMR) is a HTGR with spherical fuel elements that named the reactor. This fuel element is composed by a particulate region with spherical inclusions, the fuel  $\text{UO}_2$  particles, dispersed in a graphite matrix. In this work, the transient heat conduction in a spherical fuel element of a pebble-bed high temperature reactor was studied in a transient situation of combined convective and radiative cooling. Improved lumped parameter model was developed for the transient heat conduction in the two-layer composite sphere subjected this combined cooling. The improved lumped model was obtained through two-point Hermite approximations for integrals. The transient combined cooling of the two-layer spherical fuel element was analyzed to illustrate the applicability of the proposed lumped model, with respect to different values of the Biot number, the radiation-conduction parameter, the dimensionless thermal contact resistance, the dimensionless inner diameter and coating thickness, and the dimensionless thermal conductivity. It was shown by comparison with numerical solution of the original distributed parameter model that the improved lumped model, with  $H_{2,1}/H_{1,1}/H_{0,0}$  approximation, yielded significant improvement of average temperature prediction over the classical lumped model.

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>3</b>
<b>CAPÍTULO 3: FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>10</b>
<b>3.1 Equação de Condução de Calor .....</b>	<b>10</b>
3.1.1 Condições Iniciais, Interfaciais e de Contorno.....	11
3.1.2 Adimensionalização das Equações.....	17
3.1.3 Temperaturas Iniciais .....	13
<b>3.2 Queda da Potência .....</b>	<b>13</b>
<b>CAPÍTULO 4: MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS.....</b>	<b>15</b>
<b>4.1 Método Implícito.....</b>	<b>17</b>
<b>4.2 Algoritmo de Thomas.....</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 5: MODELOS DE PARÂMETROS CONCENTRADOS .....</b>	<b>22</b>
<b>5.1 Temperaturas Médias Adimensionais .....</b>	<b>22</b>
<b>5.2 Formulação de Parâmetros Concentrados.....</b>	<b>25</b>
5.2.1 Parâmetros Concentrados Clássico.....	24
5.2.2 Parâmetros Concentrados Aperfeiçoado .....	25
<b>CAPÍTULO 6: RESULTADOS.....</b>	<b>28</b>
<b>6.1 Cálculos da Temperatura Inicial.....</b>	<b>29</b>
<b>6.2 Comparação Entre Métodos.....</b>	<b>29</b>
<b>CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....</b>	<b>38</b>
<b>7.1 Conclusões .....</b>	<b>38</b>
<b>7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>39</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>40</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Elemento combustível do PBMR .....	5
Figura 2: Núcleo de um reator PBMR.....	6
Figura 3: Razão entre o decaimento da potência do reator para $t = 1$ ano e a potência inicial.....	14
Figura 4: Matriz $M x = r$ .....	19
Figura 5: Matriz $U x = p$ .....	19
Figura 6: Comparação entre três modelos do Método de Diferenças Finitas para validação do método de programação a ser utilizado no estudo. ....	20
Figura 7: Temperatura média da matriz e do revestimento de Grafite – Modelo Parâmetros Concentrados Clássico – Caso 1 .....	30
Figura 8: Temperatura média da matriz e do revestimento de grafite – Modelo Parâmetros Concentrados Clássico – Caso 1 .....	31
Figura 9: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 2.....	32
Figura 10: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 3.....	32
Figura 11: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 4.....	33
Figura 12: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 2.....	33
Figura 13: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 3.....	34
Figura 14: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 4.....	34
Figura 15: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 5.....	35

Figura 16: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 6.....	36
Figura 17: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite – Caso 5 .....	36
Figura 18: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite – Caso 6 .....	37

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Dados Utilizados .....	288
Tabela 2: Temperaturas Iniciais da Matriz e Revestimento de Grafite para Cada Modelo .....	289

**LISTA DE SIMBOLOS**

$a_v$	<i>Subscrito - média</i>
$Bi$	<i>Número de Biot</i>
$Bi_{gf}$	<i>Número de Biot do gap usado na equação da matriz de grafite</i>
$Bi_{gc}$	<i>Número de Biot do gap usado na equação do revestimento de grafite</i>
$Cp_f$	<i>Calor específico da matriz de grafite</i>
$Cp_c$	<i>Calor específico do revestimento de grafite</i>
$G$	<i>Taxa de geração de calor adimensional</i>
$G_0$	<i>Taxa inicial de geração de calor adimensional</i>
$h_g$	<i>Coefficiente de transferência de calor convectivo no gap entre a matriz de grafite e o revestimento</i>
$h_{He}$	<i>Coefficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He</i>

$h_{He-estac}$	<i>Coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He no regime estacionário</i>
$h_{He-trans}$	<i>Coeficiente de transferência de calor convectivo entre o elemento combustível e o gás He no regime transiente</i>
$H_{\alpha,\beta} - H_{\gamma,\delta}$	<i>Aproximações de Hermite (<math>\alpha, \beta</math>) para a integral da temperatura média e (<math>\gamma, \delta</math>) para a integral do fluxo de calor</i>
$i$	<i>Subscrito – Discretização espacial</i>
$k$	<i>Condutividade térmica</i>
$k_c$	<i>Condutividade térmica do revestimento de grafite</i>
$k_f$	<i>Condutividade térmica da matriz de grafite</i>
$n$	<i>Sobrescrito – Discretização temporal</i>
$N_{rc}$	<i>Parâmetro de radiação</i>
$P$	<i>Potência do reator</i>
$P_o$	<i>Potência inicial do reator</i>
$q'''$	<i>Taxa volumétrica de geração de calor</i>

$r$	<i>Coordenada esférica radial</i>
$r_{fo}$	<i>Raio da superfície externa matriz de grafite</i>
$r_{ci}$	<i>Raio da superfície interna do revestimento de grafite</i>
$r_{co}$	<i>Raio da superfície externa do revestimento de grafite</i>
$R$	<i>Coordenada esférica radial adimensional</i>
$\Delta r$	<i>Intervalo de discretização da variável posição</i>
$\Delta t$	<i>Intervalo de discretização da variável tempo</i>
$t$	<i>Tempo</i>
$\tau$	<i>Tempo adimensional</i>
$T$	<i>Temperatura</i>
$T_a$	<i>Temperatura da superfície adiabática</i>
$T_f$	<i>Temperatura da matriz de grafite</i>
$T_c$	<i>Temperatura do revestimento de grafite</i>
$T_s$	<i>Temperatura de estabilidade</i>

$T_{\infty}$       *Temperatura do fluido do ambiente (He)*

$T_{ref}$       *Temperatura de referência*

$V_f$       *Volume da matriz de grafite*

### **Letras gregas**

$\varepsilon$       *Emissividade*

$\rho_f$       *Densidade da matriz de grafite*

$\rho_c$       *Densidade do revestimento de grafite*

$\sigma$       *Constante de Stefan-Boltzmann*

$\theta_a$       *Temperatura adimensional da superfície adiabática*

$\theta_f$       *Temperatura adimensional da matriz de grafite*

$\theta_c$       *Temperatura adimensional do revestimento de grafite*

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O Reator de alta temperatura refrigerado a gás (HTGR) é um reator térmico moderado a grafite e refrigerado a Hélio. Os HTGR possuem características que tornam importante o estudo desse reator, assim como a análise térmica de seu elemento combustível. Exemplos dessas características são [1]:

- Alta eficiência térmica;
- baixos custos de operação e construção;
- atributos passivos de segurança;
- possibilidade de uso para aplicações que necessitam de calor industrial, como a produção de hidrogênio, ou em aplicações que não necessitam de tanto calor, como a dessalinização da água;

O Reator Modular Pebble Bed (PBMR) é um HGTR com elementos combustíveis esféricos que nomeiam o reator. O elemento combustível é composto por uma região particulada com inclusões esféricas, partículas TRISO (*Tristructural-isotropic*), dispersas em uma matriz de grafite. O elemento combustível é composto de duas camadas macroscópicas: A camada externa de grafite e a matriz com inclusões esféricas de partículas TRISO, estas são compostas de quatro camadas com um kernel de  $UO_2$ .

Esse trabalho estuda o comportamento da temperatura em um caso de LOFA (*Loss of Flow Accident*) seguido do desligamento automático do reator. Quando isso acontece em um HTGR, o coeficiente negativo de reatividade impede excursões de potência do reator e esse é desligado como parte de suas características de segurança. A contribuição acadêmica deste trabalho está no uso das formulações e da metodologia utilizada, a partir do modelo de duas equações de energia aplicado à condução de calor transiente em um elemento combustível esférico particulado.

Para esse trabalho foi proposto um estudo de condução de calor transiente em uma esfera composta por duas camadas sujeita a um resfriamento convectivo e radiativo

em uma situação de LOFA. Essa análise foi realizada utilizando modelos de parâmetros concentrados e modelos de parâmetros distribuídos para comparação, sendo este último resolvido através do método de diferenças finitas.

Os modelos de parâmetros concentrados foram escolhidos porque permitem uma formulação simplificada, com baixos custos computacionais, de problemas de condução de calor em um elemento combustível particulado, através do cálculo das médias das equações macroscópicas, o que elimina a variável de posição.

No Capítulo 2, são apresentadas as principais características dos HTGR, as partículas e seus elementos combustíveis, trabalhos de análise térmica dos HTGR e o LOFA, e a revisão bibliográfica dos modelos de parâmetros concentrados para equações de transferência de calor.

O Capítulo 3 mostra a condução de calor em meio heterogêneo com a formulação geral em meios com duas camadas e o Capítulo 4 apresenta o método de diferenças finitas como solução do modelo de parâmetros distribuídos.

No Capítulo 5, são apresentados os modelos de parâmetros concentrados (a aproximação clássica e a aperfeiçoada) para a condução de calor transiente unidimensional em um elemento combustível esférico.

O Capítulo 6, por sua vez, apresenta os resultados das soluções obtidas por meio dos modelos e das metodologias desenvolvidas no Capítulo 4 e 5, e o mais preciso entre os modelos de parâmetros concentrados estudados.

Finalmente, o Capítulo 7 apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

A história dos reatores refrigerados a gás (GCR) começou efetivamente com o startup do reator X-10 moderado a grafite, refrigerado a ar de 3,5 MW, em Oak Ridge, Tennessee. O X-10 era uma planta piloto para os reatores de produção de plutônio refrigerados a água em Hanford, Washington, e utilizava refrigeração de circuito aberto. Reatores nucleares refrigerados a gás comerciais começaram em 1953, quando o Reino Unido decidiu combinar a produção de plutônio com a produção de energia elétrica, e o trabalho começou através de uma estação de energia de 4 unidades em Calder Hall. Estes primeiros reatores eram moderados a grafite com varetas de metal de urânio natural e refrigerados por circulação forçada de dióxido de carbono a uma pressão de 0,8 MPa e a uma temperatura de saída de 335°C. Os reatores de Calder Hall entraram em operação em 1956, e combinados geravam 270 MW de eletricidade. O comprometimento extensivo do Reino Unido para com a tecnologia GCR incluiu a construção de 26 reatores Magnox e 14 reatores avançados refrigerados a gás (AGR).

O interesse prematuro da França em GCR ajudou o desenvolvimento no Reino Unido em 1951. O reator de pesquisa de 2 MW em Saclay, que iniciou operando com refrigerante nitrogênio e depois trocou para dióxido de carbono, foi o primeiro reator refrigerado a gás a usar refrigeração com circuito fechado pressurizado. Apesar de similar ao programa do Reino Unido em relação ao refrigerante, moderador e combustível, o programa Francês introduziu o uso de vaso do reator de concreto protendido (PCRV), que o Reino Unido adotou para os reatores Magnox subsequentes e todos os AGR. [2]

O primeiro reator nuclear no Japão, que começou operação comercial em Julho de 1966, refrigerado a dióxido de carbono, 166 MW(e), era localizado 80 milhas a nordeste de Tokyo. O design da planta seguiu o design dos reatores Magnox do Reino Unido; no entanto, devido a preocupação com a população, o design da sua contenção possuía uma terceira barreira parcial para liberação postulada de refrigerante por selamento após decaimento de pressão. Em 1969, O Instituto de Pesquisa de Energia

Atômica Japonês (JAERI) iniciou os estudos sobre os reatores de muito alta temperatura refrigerados a gás (VHTR) reconhecendo que o calor de um processo nuclear de 900 °C ou maior seria útil para gaseificação de carvão e produção de hidrogênio e metanol. [3]

O desenvolvimento do HTGR começou em 1950 para melhorar a performance do GCR. HTGRs utilizam partículas de combustível cercadas de revestimento e dispersas em uma matriz de grafite, junto com o grafite moderador. Tanto o tipo prismático, com blocos de grafite moderador (reator tipo bloco), como elementos combustíveis esféricos (reator tipo pebble bed) são empregados. Hélio é utilizado como refrigerante para permitir um aumento na temperatura de operação, e flui através dos furos de refrigeração nos elementos tipo bloco, ou através dos interstícios presentes no núcleo pebble bed. HTGRs podem operar a temperaturas de saída de refrigeração muito altas por causa do uso de núcleo todo cerâmico. [4]

Existem diversas pesquisas e desenvolvimentos internacionais assim como projetos de potência de HTGR acontecendo na China, França, Japão, Coreia, Rússia, África do Sul e Estados Unidos, além da União Europeia entre outros. Além disso, um protótipo de reator, o Reator de Alta Temperatura Refrigerado a Gás - Modular Pebble (HTR-PM) está atualmente em construção na China com perspectiva de gerar eletricidade em 2017. [5]

O modelo de reator Pebble bed foi desenvolvido na Alemanha. O reator de pesquisa pebble bed AVR de 15 MWe operou por 22 anos demonstrando o funcionamento desta tecnologia. O reator AVR teve sua primeira criticalidade em 1966 e foi descomissionado em 1988 como consequência da repercussão do acidente de Chernobyl juntamente com alguns problemas operacionais. A Alemanha também construiu uma versão desse reator de 300 MWe no entanto devido a problemas mecânicos e políticos ele foi desativado [6]. O design do AVR foi vendido para a África do Sul como PBMR e para China como HTR-10.

Esse trabalho focou no reator Pebble Bed Modular Reactor, reator Sul Africano que estava sendo desenvolvido pela empresa ESKOM. O elemento combustível do PBMR é composto de uma região particulada com inclusões esféricas, as partículas TRISO, dispersas em uma matriz de grafite. Esse elemento combustível é composto de 2 partes macroscópicas, a camada externa de grafite e a matriz com inclusões de

TRISO. Essas partículas de combustível têm cerca de 1 mm de diâmetro e seus núcleos podem ser de urânio, tório ou plutônio, em diferentes formas químicas, como o  $\text{UO}_2$ , o UC e o  $\text{ThO}_2$ . Para esse estudo usamos  $\text{UO}_2$ . As partículas TRISO têm quatro camadas: o “buffer” poroso de carbono pirolítico (PyC) de baixa densidade, a camada mais interna de carbono pirolítico de alta densidade (IPyC), a camada de carbeto de silício (SiC) e a camada mais externa de carbono pirolítico de alta densidade (OPyC), como mostradas na Figura 1.

Essas camadas de revestimento agem como um vaso de pressão que suporta as pressões internas dos gases gerados durante a fissão do material no núcleo. São consideradas como uma barreira contra a difusão dos produtos de fissão metálicos e gasosos, devido à alta densidade do carbeto de silício, sendo esse um dos motivos de essas partículas operarem em temperaturas tão altas.

Uma vantagem da utilização dessa partícula é: mesmo que já tenha completado sua vida útil ela pode manter sua integridade por cerca de 1 milhão de anos, garantindo a contenção dos radionuclídeos por muito tempo, muitos dos quais já terão decaído totalmente antes de terminar este período de tempo. Isso garante maior segurança do combustível e permite que o usado seja mantido em depósitos subterrâneos. [7]

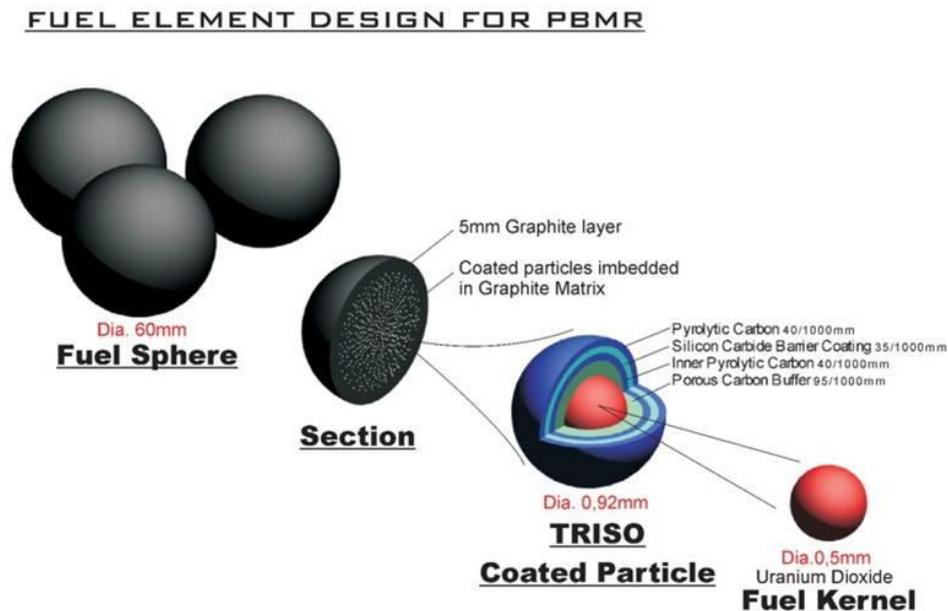
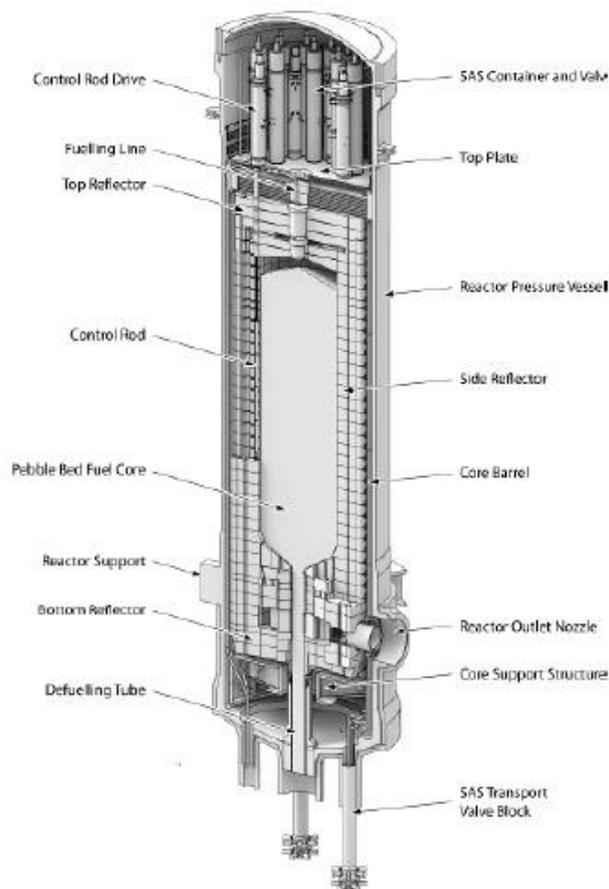


Figura 1: Elemento combustível do PBMR

Nesse trabalho nós estudamos o comportamento da temperatura do elemento combustível em um caso de perda de refrigeração (LOFA - *Loss of flow accident*) seguido do desligamento automático do reator. Quando isso acontece o coeficiente negativo de reatividade impede excursões de reatividade da geração de potência do reator e este é desligado automaticamente como parte das características de segurança. No entanto, a geração de calor de decaimento após o desligamento, derivado principalmente do decaimento dos produtos de fissão, deve ser considerada.

Considerando apenas condição de contorno convectiva, Pessoa [8] propôs uma resolução esférica através de sete equações de transferência de calor convectivo utilizando a técnica da transformada integral e métodos de diferenças finitas. A análise de condução transiente em sistemas multicamadas é mais complicada quando calor ou resfriamento radiativo nos contornos é considerado.



**Figura 2: Núcleo de um reator PBMR**

- Sundén [9] apresentou soluções numéricas através do método de diferenças finitas para o problema da resposta térmica de uma placa composta submetida a um transiente de fluxo de calor em um lado, e a convecção e radiação combinadas do outro,
- Miller e Weaver [10] desenvolveram um modelo analítico baseado na técnica de separação de variáveis para prever a distribuição de temperatura através de uma estrutura multicamadas submetida a condições de contorno convectiva e radiativa linearizada,
- Li e Cheng [11] aplicaram equação de balanço de energia para obter um modelo matemática para a transferência de calor combinada convectiva e radiativa em um material de isolamento perfurado multicamada usado no espaço, que foi resolvido numericamente por método iterativo combinado com método implícito de direções alternadas.

A abordagem por parâmetros concentrados tem sido largamente utilizada para análise do comportamento termodinâmico de estruturas [12,13,14].

- Cotta e Mikhailov [15] propuseram um formalismo sistemático para proporcionar uma formulação de parâmetros concentrados aperfeiçoada para problemas de condução de calor estacionários e transiente baseado na aproximação de Hermite para temperaturas médias e integrais de fluxo de calor. Esse estudo foi desenvolvido para condução de calor transiente em duas camadas de uma vareta de combustível de um reator de água leve sujeito a resfriamento convectivo,
- Regis et al. [16] estudou um modelo de parâmetros concentrados aperfeiçoado que pode ser utilizado para análise de estabilidade de sistemas de água fervente,

- Kupiec e Komorowicz [17] empregaram, para descrição de resfriamento radiativo em um corpo esférico, uma relação própria simplificada baseada em aproximações polinomiais,
- Dantas *et al* [18] propuseram a construção de ferramentas híbridas para a solução de um problema de transferência de calor e massa durante a secagem de meios capilares porosos, empregando formulações do modelo aperfeiçoado. O trabalho focou nos efeitos do número de Biot na direção radial e nas soluções obtidas para aproximações  $H_{1,1}$  e  $H_{0,0}$ ,
- Su [12] propôs um modelo de parâmetros concentrados aperfeiçoados para resfriamento transiente radiativo de um corpo esférico para valores maiores do parâmetro de condução radiativa  $Nrc$  do que os dos modelos de parâmetros concentrados clássico considerado por Campo e Villaseñor [19],
- Tab et al. [20] expandiram o trabalho anterior apresentando modelos de parâmetros concentrados aperfeiçoados para resfriamento transientes combinados convectivo e radiativo de uma parede ,
- An e Su [14] apresentaram modelos aperfeiçoados para resfriamento combinados convectivo e radiativo de chapas multicamadas,
- Duarte [21] apresentou modelo aperfeiçoado para a dinâmica de um reator LWR com elementos combustíveis anulares, composto por três submodelos: Modelo de dinâmica do combustível, modelo neutrônico, e o modelo do balanço de energia do refrigerante. A condução de calor transiente na direção radial foi analisada através da formulação de parâmetros concentrados.
- Moreira [22] apresentou modelos clássico e aperfeiçoados utilizando aproximações de Hermite para solução de equação de condução de calor transiente unidimensional na direção radial. Esse método foi utilizado para

análise do comportamento da pastilha de dióxido de urânio e seu revestimento de liga de zircônio, sob condições de alta temperatura em que há derretimento do núcleo,

- Krusche [23] propôs uma solução para as equações que regem o transporte de calor do combustível para o refrigerante nos sentidos radial e longitudinal com acoplamento de equações da cinética pontual (com 6 grupos de nêutrons retardados) para predição da potência através de variações de reatividade. A implementação do modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados ocorreu para resoluções das equações no sentido radial.

## CAPÍTULO 3

### FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada a formulação geral da condução de calor em um meio heterogêneo com duas camadas. A análise desse trabalho foi feita utilizando tanto modelos de parâmetros concentrados como modelo de parâmetros distribuídos para comparação, que é solucionado pelo método implícito de diferenças finitas que é discutido no capítulo 4.

#### 3.1 Equação de Condução de Calor

Considere condução de calor transiente unidimensional em uma esfera composta por duas camadas. Uma matriz de grafite com inclusões esféricas geradoras de calor e um revestimento de grafite. É assumido que as propriedades termo físicas da esfera são homogêneas, isotrópicas, e independentes da temperatura. É considerado contato perfeito entre as duas camadas.

Em  $t=0$ , o corpo esférico é exposto a uma situação de perda de refrigeração forçada (LOFA). A formulação matemática do problema é dada por:

$$\rho_f C p_f \frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{k_f}{r^2} \frac{\partial \left( r^2 \frac{\partial T_f}{\partial r} \right)}{\partial r} + q''' \quad (1)$$

Para a matriz de grafite e,

$$\rho_c C p_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = \frac{k_c}{r^2} \frac{\partial \left( r^2 \frac{\partial T_c}{\partial r} \right)}{\partial r} \quad (2)$$

Para o revestimento de grafite, onde  $T_f$  e  $T_c$  são as temperaturas na matriz de grafite e no revestimento, respectivamente,  $\rho_f$  e  $\rho_c$  suas densidades,  $c_f$  e  $c_c$  seus calores específicos,  $k_f$  e  $k_c$  suas condutividades térmicas, e  $q'''$  a geração de calor volumétrica na matriz. A geração de calor no revestimento é desconsiderada.

### 3.1.1 Condições Iniciais, Interfaciais e de Contorno.

As equações devem ser resolvidas junto com as seguintes condições iniciais, de contorno, interfaciais e de finitude (no centro da esfera):

$$T_f(r, 0) = T_{f0}(r), \quad (3)$$

$$-k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (4)$$

$$-k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial r} \right|_{r=r_{f0}} = h_g (T_f(r_{f0}, t) - T_c(r_{ci}, t)), \quad (5)$$

$$T_c(r, 0) = T_{c0}(r), \quad (6)$$

$$-k_c \left. \frac{\partial T_c}{\partial r} \right|_{r=r_{ci}} = h_g (T_f(r_{f0}, t) - T_c(r_{ci}, t)), \quad (7)$$

$$-k_c \left. \frac{\partial T_c}{\partial r} \right|_{r=r_{c0}} = h(T_f(r_{c0}, t) - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_s^4), \quad (8)$$

onde  $h$  é o coeficiente de transferência de calor entre o revestimento e o refrigerante,  $h_g$  é o coeficiente de transferência de calor para o gap,  $r_{f0}$  é o raio da superfície externa da matriz,  $r_{ci}$  é o raio da superfície interna do revestimento,  $r_{c0}$  é o raio da superfície externa do revestimento,  $\varepsilon$  é a emissividade da superfície, e  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann.

Deve ser notado que a temperatura do fluido do ambiente, neste caso a temperatura do hélio, difere da temperatura do sumidouro de radiação. É recomendado introduzir a temperatura da superfície adiabática  $T_a$ , definida por:

$$h(T_a - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T^4 - T_s^4) = 0 \quad (9)$$

A condição de contorno da Eq. (8) pode ser reescrita com o uso da temperatura da superfície adiabática

$$-k_c \left. \frac{\partial T_c}{\partial r} \right|_{r=r_{c0}} = h(T_f(r_{c0}, t) - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_f^4(r_{c0}, t) - T_a^4), \quad (10)$$

Entre a superfície externa da camada da matriz e a superfície interna da camada do revestimento o gap considerado é igual à zero. Por isso esperamos observar um salto de temperatura entre essas duas condições interfaciais.

### 3.1.2 Adimensionalização das Equações

Introduzindo as seguintes variáveis adimensionais:

$$\theta_f = \frac{T_f}{T_{ref}}, \quad \theta_c = \frac{T_c}{T_{ref}}, \quad (11)$$

$$R = \frac{r}{r_{co}}, \quad \tau = \frac{k_f t}{\rho_f c_f r_{co}^2}, \quad (12)$$

$$K = \frac{k_f \rho_c c_c}{k_c \rho_f c_f}, \quad Bi = \frac{h r_{co}}{k_c}, \quad (13)$$

$$Bi_{gc} = \frac{h_g r_{co}}{k_c}, \quad Bi_{gf} = \frac{h_g r_{co}}{k_f}, \quad (14)$$

$$G = \frac{q''' r_{co}^2}{k_f T_{ref}}, \quad N_{rc} = \frac{\varepsilon \sigma r_{co} T_i^3}{k_c}. \quad (15)$$

Aplicando as Eqs. 11-15, a formulação matemática dada pelo sistema de Equações (Eqs. 1-7 e 10) pode então ser expressa na forma adimensional abaixo:

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right) + G(\tau), \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta_c}{\partial \tau} = \frac{K}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \frac{\partial \theta_c}{\partial R} \right), \quad (17)$$

Com as seguintes condições iniciais, interfaciais, de finitude e de contorno:

$$\theta_f(R, 0) = \theta_{f0}(R), \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=0} = 0, \quad (19)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=R_{f0}} = Bi_{gf} \left( \theta_f(R_{f0}, \tau) - \theta_c(R_{ci}, \tau) \right), \quad (20)$$

$$\theta_c(R, 0) = \theta_{c0}(R), \quad (21)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_c}{\partial R} \right|_{R=R_{ci}} = Bi_{gc} \left( \theta_f(R_{f0}, \tau) - \theta_c(R_{ci}, \tau) \right), \quad (22)$$

$$-\left. \frac{\partial \theta_c}{\partial R} \right|_{R=1} = Bi \left( \theta_c(1, \tau) - N_{rc} \left( \theta_c^4(1, \tau) - \theta_a^4 \right) \right). \quad (23)$$

O parâmetro  $Nrc$  caracteriza a razão da resistência da condução de calor com a resistência da radiação de calor. Esse parâmetro tem um papel análogo ao número de Biot no caso do transporte de calor convectivo entre o corpo e o ambiente.

### 3.1.3 Temperaturas Iniciais

Para encontrar as temperaturas iniciais do transiente consideramos que o reator se encontra em regime estacionário antes do início do LOFA. Então

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} = 0, \text{ e } \frac{\partial \theta_c}{\partial \tau} = 0. \quad (24)$$

E a potência é constante.

Para resolver esse sistema utilizamos o sistema transiente sem decaimento de potência e alteramos o coeficiente de transferência de calor do regime transiente para o coeficiente de transferência de calor do regime estacionário. A temperatura tomada como inicial é a temperatura de estabilidade desse sistema.

Ou seja,

$$G(\tau) = G_0 = \frac{P_0}{V_f} \quad (25)$$

## 3.2 Queda de Potência

Todreas e Kasimi [24] apresentaram a seguinte fórmula empírica para a razão entre as potências de decaimento de um reator  $P$ , após o desligamento, e a sua potência normal  $P_0$ , antes do desligamento:

$$\frac{P}{P_0} = 0.1[(t + 10)^{-0.2} - (t + t_s + 10)^{-0.2} + 0.87(t + t_s + 2 \times 10^7)^{-0.2} - 0.87(t + 2 \times 10^7)^{-0.2}] \quad (26)$$

Essa fórmula depende do tempo desde o início da criticalidade até o tempo que o desligamento inicia. Nesse trabalho utilizamos o tempo arbitrário de um ano. O comportamento do decaimento de potência para esse tempo é mostrado pela Figura 3.

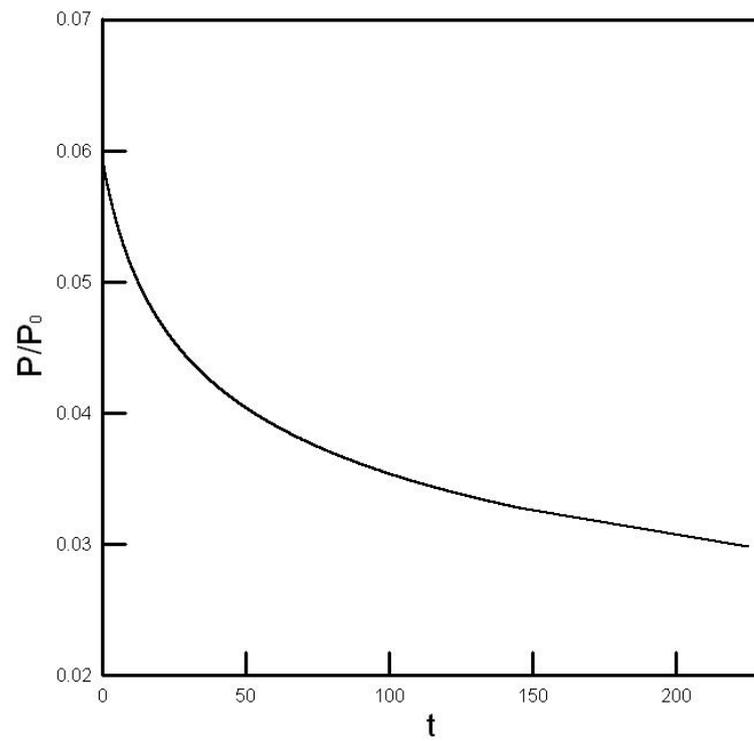


Figura 3: Razão entre o decaimento da potência do reator para  $t = 1$  ano e a potência inicial.

## CAPÍTULO 4

### **MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS**

A aproximação de derivadas por diferenças finitas é um dos mais antigos métodos para resolver equações diferenciais. Já era conhecido por L. Euler (1707-1783), em uma dimensão espacial e provavelmente estendido para segunda ordem por C. Runge (1856-1927). O advento do uso de técnicas de diferenças finitas em aplicações numéricas começou no começo dos anos 1950s e seu desenvolvimento foi estimulado pelo surgimento dos computadores que ofereciam um ambiente favorável para lidar com problemas complexos da ciência e tecnologia. Resultados teóricos têm sido obtidos desde então relacionados à acurácia, estabilidade e convergência do método de diferenças finitas para equações diferenciais parciais. [25]

O princípio dos métodos de diferenças finitas (MDF) consiste em aproximar o operador diferencial através da substituição das derivadas da equação por quocientes da diferença. O domínio é dividido em espaço e tempo e aproximações da solução são computadas em nós de tempo ou espaço. O erro entre a solução numérica e a solução exata é determinado através do erro relacionado a ir de um operador diferencial para um operador de diferenças. Esse erro é conhecido como erro de discretização ou erro de truncamento e reflete o fato de uma parte finita da série de Taylor ser utilizada na aproximação.

Três principais modelos de MDF para problemas evolutivos no tempo foram estudados: Explícito, Implícito e de Crank-Nicholson:

- O modelo explícito utiliza o próximo passo de diferença no tempo  $t_n$  e diferença central de segunda ordem no espaço, os erros desse modelo são proporcionais ao passo de tempo e ao quadrado do passo espacial, sua estabilidade depende do tamanho de seus passos.
- No modelo implícito utilizamos o passo anterior de diferença no tempo  $t_{n+1}$  e a diferença central de segunda ordem para posição. Esse esquema é numericamente estável e convergente, mas normalmente exige um

esforço computacional maior que o explícito porque necessita resolver um sistema de equações em cada passo de tempo.

- Crank Nicholson utiliza diferença central para o tempo  $t_{n+1/2}$  e diferença central de segunda ordem para o espaço. Assim como o implícito ele é numericamente estável e convergente e exige grande esforço computacional. Os erros são quadráticos para o tempo e espaço.

O modelo explícito depende do número de Courant para definição do tamanho de seus passos, ou seja, o tamanho de seu passo de tempo depende do tamanho de seu passo espacial. Esse método apresenta melhores resultados apenas para passos pequenos. Ambos os outros métodos, Implícito e Crank Nicholson demandam o mesmo esforço computacional e são numericamente estáveis, mas como o erro do segundo método apresenta uma ordem maior este seria considerado o mais ideal. No entanto, este apresenta uma pequena oscilação no início devido à utilização do algoritmo theta o que exige um esforço algébrico para corrigi-lo.

O método de diferenças finitas foi utilizado para comparação por ser um método tradicional. Dentre os vários modelos do MDF, o modelo Implícito foi escolhido para ser utilizado nesse trabalho.

Antes de resolver o sistema de equações apresentados no modelo implícito um sistema mais simples considerando o combustível homogêneo e submetido apenas a condições de contorno convectivas foi desenvolvido nos três modelos acima mencionados. Isso foi feito com objetivo de validar o programa desenvolvido em C/C++. Como o resultado obtido para esse sistema simplificado de equações foi exatamente o mesmo para os três modelos o código do modelo implícito desenvolvido foi considerado válido para utilização nesse estudo.

O resultado da comparação feita entre os três modelos do método de diferenças finitas pode ser visto na Figura 6.

## 4.1 Método Implícito

Nos modelos implícitos de diferenças finitas, as derivadas espaciais são avaliadas no passo de tempo  $t+1$ . Um dos atributos principais desse método é que não há restrição no passo de tempo devido a sua estabilidade, o que é extremamente vantajoso para simulações com alta resolução espacial [26]. Para resolução desse método foi feito um programa em C/C++ utilizando um método de álgebra linear chamado Algoritmo de Thomas [27], que é uma forma simplificada da eliminação gaussiana utilizada para resolver sistemas de equações tri-diagonais. Para solução de sistemas de equações diferenciais através do método implícito de diferenças finitas as seguintes definições são utilizadas:

$$r_{i+1/2} = \frac{r_i + r_{i+1}}{2} \quad \text{e} \quad r_{i-1/2} = \frac{r_{i-1} + r_i}{2} \quad (27)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{i+1/2}^{n+1} = \frac{T_{i+1}^{n+1} - T_i^{n+1}}{\Delta r} \quad \text{e} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{i-1/2}^{n+1} = \frac{T_i^{n+1} - T_{i-1}^{n+1}}{\Delta r} \quad (28)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i^{n+1} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (29)$$

onde  $n$  é a variável de discretização no tempo e  $i$  a variável de discretização no espaço. As duas aproximações da Eq. 28 foram utilizadas na derivada de primeira ordem para encontrar a da derivada de segunda ordem.

Aplicando as definições acima (Eqs. 27-29) nas equações principais do problema (Eqs. 1 e 2) e suas condições iniciais, de contorno e interfaciais (Eqs. 3-7 e 10), temos as seguintes equações que formam o sistema matricial tri-diagonal:

Para o primeiro nó espacial utilizando o conceito de nó central (multiplicando por  $r^2$  e integrando  $\int_0^{\Delta r/2}$ ):

$$T_0^n \left[1 + 6 \frac{\Delta t}{\Delta r^2}\right] - T_1^n \left[1 + 6 \frac{\Delta t}{\Delta r^2}\right] = T_0^{n-1} + G \Delta t \quad (30)$$

Para  $2 \leq r < r_{fo}$

$$\begin{aligned}
& -T_{i-1}^n \left[ \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right] + \\
& -T_i^n \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] - T_{i+1}^n \left[ \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right] = T_i^{n-1} + G\Delta t \quad (31)
\end{aligned}$$

Para  $r = r_{fo}$ ,

$$\begin{aligned}
& -T_{rfo-1}^n \left[ \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] + T_{rfo}^n \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] + \\
& 2B_{igf}\Delta r \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \left] - T_{rfo+1}^n \left[ 2B_{igf}\Delta r \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \right] = T_{rfo}^{n-1} + G\Delta t \quad (32)
\end{aligned}$$

Para  $r = r_{ci}$ ,

$$\begin{aligned}
& -T_{rci-1}^n \left[ \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 2B_{igc}\Delta r \right) \right] + T_{rci}^n \left[ 1 + \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 + \right. \right. \\
& \left. \left. \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 2B_{igc}\Delta r \right) \right] - T_{rci+1}^n \left[ \left( \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \right] = T_{rci}^{n-1} \quad (33)
\end{aligned}$$

Para  $r_{ci} < r < r_{co}$ ,

$$\begin{aligned}
& -T_{i-1}^n \left[ \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] + \\
& T_{rci}^n \left[ 1 + \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] - T_{i+1}^n \left[ \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \right] = T_i^{n-1} \quad (34)
\end{aligned}$$

E finalmente para  $r = R = r_{co}$  utilizando o conceito de nó fictício temos,

$$\begin{aligned}
& -T_{rco}^n \left[ \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 \right) \right] + \\
& T_{rco}^n \left[ 1 + \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i-1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 + \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 (2Bi\Delta r + 2Nrc(T_{rco}^n)^3) \right) \right] = T_{rco}^{n-1} + \\
& \frac{K\Delta t}{\Delta r^2} \left( \left( \frac{r_{i+1/2}}{r_i} \right)^2 + 2\Delta r(BiT_a + NrcTa^4) \right) \quad (35)
\end{aligned}$$

## 4.2 Algoritmo de Thomas

O algoritmo de Thomas é um método para resolver sistemas de matriz tri diagonal. É baseado na decomposição  $LU$  no qual um Sistema de matriz  $Mx = r$  é reescrito como  $LUx = r$  onde  $L$  é a matriz triangular inferior e  $U$  é a matriz triangular superior. O sistema pode ser resolvido definindo  $Ux = p$  e então resolvendo primeiro  $Lp = r$  para  $p$  e então  $Ux = p$  para  $x$ . O algoritmo de Thomas consiste em dois passos: No primeiro passo alcança-se a decomposição da matriz em  $M = LU$  e a resolução de  $Lp = r$ , levando diretamente de  $Mx = r$  para  $Lp = r$ . No segundo passo a equação  $Ux = p$  é resolvida para  $x$ . As figuras abaixo representam esse processo matricialmente. [27]

Inicialmente a matriz se apresenta da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_3 & b_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_4 & b_4 & c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_5 & b_5 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_6 & b_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{pmatrix}$$

Figura 4: Matriz  $Mx = r$

Após sua transformação a matriz é reduzida à forma apresentada pela figura abaixo:

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \gamma_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \gamma_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \gamma_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \\ \rho_4 \\ \rho_5 \\ \rho_6 \end{pmatrix}$$

Figura 5: Matriz  $Ux = p$

Onde

$$\gamma_1 = \frac{c_1}{b_1}, \rho_1 = \frac{r_1}{b_1}; \quad (36)$$

$$\gamma_1 = \frac{c_1}{b_1}, \rho_1 = \frac{r_1}{b_1}; \quad (37)$$

$$\gamma_2 = \frac{c_2}{b_2 - a_2\gamma_1}, \rho_2 = \frac{r_2 - a_2\rho_1}{b_2 - a_2\gamma_1}; \quad (38)$$

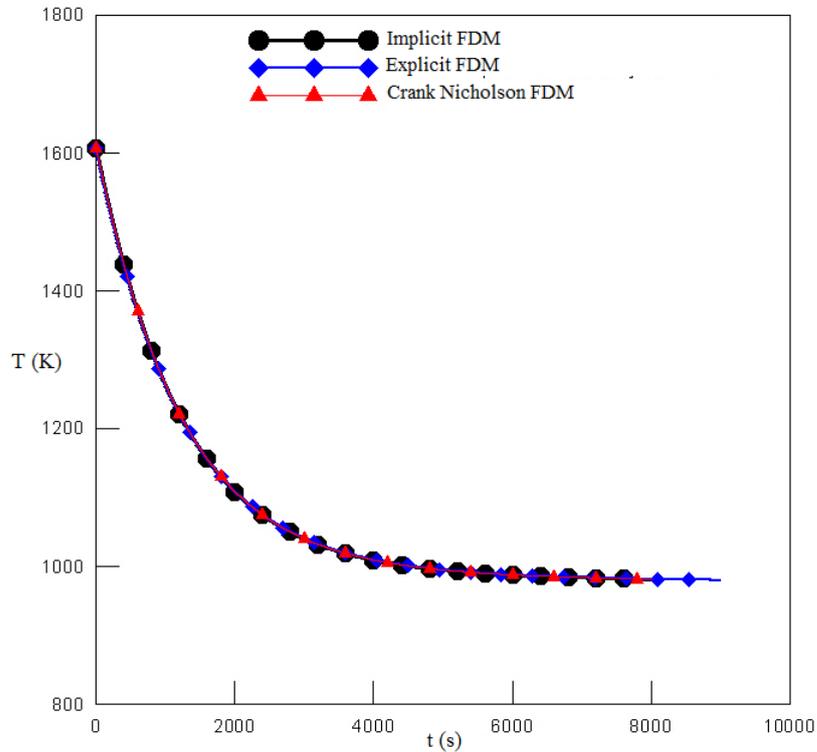
$$\gamma_3 = \frac{c_3}{b_3 - a_3\gamma_2}, \rho_3 = \frac{r_3 - a_3\rho_2}{b_3 - a_3\gamma_2}; \quad (39)$$

$$\gamma_4 = \frac{c_4}{b_4 - a_4\gamma_3}, \rho_4 = \frac{r_4 - a_4\rho_3}{b_4 - a_4\gamma_3}; \quad (40)$$

$$\gamma_5 = \frac{c_5}{b_5 - a_5\gamma_4}, \rho_5 = \frac{r_5 - a_5\rho_4}{b_5 - a_5\gamma_4}; \quad (41)$$

$$x_6 = \rho_6, \rho_6 = \frac{r_6 - a_6\rho_5}{b_6 - a_6\gamma_5} \quad (42)$$

Com isso, monta-se um sistema onde  $x$ , a solução da equação matricial, é completamente determinado.



**Figura 6: Comparação entre três modelos do método de diferenças finitas para validação do método de programação a ser utilizado no estudo.**

Como mencionado anteriormente, a Figura 6 apresenta a comparação de três modelos diferentes do método de diferenças finitas de maneira a validar o código de programação desenvolvido para a análise de parâmetros distribuídos do problema estudado.

## CAPÍTULO 5

### MODELO DE PARÂMETROS CONCENTRADOS

Neste capítulo, são apresentadas as formulações e o desenvolvimento dos modelos de parâmetros concentrados clássico e aperfeiçoado aplicados ao modelo de duas equações de energia da condução de calor transiente unidimensional em um elemento combustível esférico com duas camadas. Assume-se que antes do início do transiente o reator se encontra em estado estacionário.

O modelo de parâmetros concentrados simplifica a descrição do comportamento de sistemas distribuídos espacialmente em uma topologia consistindo de entidades discretas que aproximam o comportamento de sistemas distribuídos com certas premissas. Matematicamente, a simplificação reduz o estado espacial do sistema a uma dimensão finita, e as equações diferenciais parciais do tempo contínuo e o modelo espacial do sistema físico em equações diferenciais ordinárias com um número finito de parâmetros. [28]

O modelo de parâmetros concentrados propõe a diminuir os custos computacionais de métodos numéricos e códigos disponíveis, para o caso de problemas multidimensionais de difusão em uma ou mais regiões através da redução do número de variáveis independentes. Isso é alcançado integrando equações diferenciais parciais em relação a variáveis espaciais as quais desejamos eliminar.

#### 5.1 Temperaturas Médias Adimensionais

Para o cálculo das temperaturas médias das duas camadas do elemento combustível utilizamos uma média volumétrica das temperaturas calculadas definida

$$\text{por: } \theta_{av}(\tau) = \frac{1}{V} \int_V \theta dV$$

O cálculo da temperatura média da matriz de grafite

$$\theta_{f,av}(\tau) = \frac{\int_0^{R_{fo}} \theta_f(R,\tau) 4\pi R^2 dR}{(4/3)\pi R^3} = \frac{3 \int_0^{R_{fo}} \theta_f(R,\tau) R^2 dR}{R_{fo}^3} \quad (43)$$

O cálculo da temperatura média do revestimento de grafite

$$\theta_{c,av}(\tau) = \frac{\int_{R_{ci}}^1 \theta_c(R,\tau) 4\pi R^2 dR}{(4/3)\pi(1-R_c^3)} = \frac{3 \int_{R_{ci}}^1 \theta_c(R,\tau) R^2 dR}{(1-R_{ci}^3)} \quad (44)$$

## 5.2 Formulação de Parâmetros Concentrados

Para encontrar a equação final de temperatura média da matriz de grafite multiplicamos a Eq. 16 por  $\frac{3R^2}{R_{fo}^3}$  e a integramos nos limites  $\int_0^{R_{fo}} dR$ . Após isso, substituímos nela os termos da Eq.43 e obtemos:

$$\frac{d\theta_{f,av}}{d\tau} = G(\tau) + \frac{3}{R_{fo}} \left. \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \right|_{R=R_{fo}} \quad (45)$$

Para encontrar a equação final de temperatura média do revestimento de grafite multiplicamos a Eq. 17 por  $\frac{3R^2}{1-R_{ci}^3}$  e a integramos nos limites  $\int_{R_{ci}}^1 dR$ . Após isso, substituímos nela os termos da Eq.44 e obtemos

$$\frac{d\theta_{c,av}}{d\tau} = \frac{3}{(1-R_c^3)} \left( \left. \frac{\partial \theta_c}{\partial R} \right|_{R=1} - R_{ci}^2 \left. \frac{\partial \theta_c}{\partial R} \right|_{R=R_{ci}} \right) \quad (46)$$

E após aplicarmos as condições de contorno às Eq. 45 e 46 respectivamente, encontramos as seguintes equações diferenciais ordinárias (EDO) a serem resolvidas aplicando o modelo clássico e o modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados.

Para matriz de grafite:

$$\frac{d\theta_{f,av}}{d\tau} = G(\tau) - \frac{3Bi_{gf}(\theta_f(R_{fo},\tau) - \theta_c(R_{ci},\tau))}{R_{fo}} \quad (47)$$

Para o revestimento de grafite:

$$\frac{d\theta_{c,av}}{d\tau} = \frac{3K(-Bi(\theta_c(1,\tau) - \theta_a) - Nrc(\theta_c(1,\tau)^4 - \theta_a^4) + Bi_{gc}R_{ci}^2(-\theta_{c,av}(R_{ci},\tau) + \theta_{f,av}(R_{fo},\tau)))}{(1-R_{ci}^3)} \quad (48)$$

### 5.2.1 Parâmetros Concentrados Clássicos

No modelo de parâmetros concentrados clássicos os gradientes de temperatura no elemento combustível não são muito altos, com isso pode-se assumir que as temperaturas nos contornos são muito similares às temperaturas médias:

$$\theta_f(R_{f0}, \tau) \cong \theta_{f,av} ; \quad (49)$$

$$\theta_c(R_{ci}, \tau) \cong \theta_{c,av} ; \quad (50)$$

$$\theta_c(1, \tau) \cong \theta_{c,av} . \quad (51)$$

Substituindo as Eqs. 49-51 nas Eqs. 47 e 48 teremos as EDOs do modelo clássico:

Para matriz de grafite:

$$\frac{d\theta_{f,av}}{d\tau} = G(\tau) - \frac{3Bi_{gf}(\theta_{f,av}(\tau) - \theta_{c,av}(\tau))}{R_{f0}} \quad (52)$$

Para o revestimento de grafite

$$\frac{d\theta_{c,av}}{d\tau} = \frac{3K(-Bi(\theta_{c,av}(\tau) - \theta_a) - Nrc(\theta_{c,av}(\tau)^4 - \theta_a^4) + Bi_{gc}R_{ci}^2(-\theta_{c,av}(\tau) + \theta_{f,av}(\tau)))}{(1 - R_{ci}^3)} \quad (53)$$

Essas duas EDOs foram resolvidas juntamente com os valores de temperatura iniciais para cada camada ( $\theta_{f,av}(0)$  e  $\theta_{c,av}(0)$ ) que foram encontrados seguindo o procedimento descrito na seção 3.1.3. Esses valores podem ser encontrados na seção 6 - Resultados Tabela 1.

Essa abordagem é limitada a números de Biot pequenos.

### 5.2.2 Parâmetros Concentrados Aperfeiçoados

No caso da hipótese da análise clássica de parâmetros concentrados não ser válida, ou seja, quando os gradientes das temperaturas no elemento combustível esférico são altos, utiliza-se a análise aperfeiçoada de parâmetros concentrados [29].

A ideia da análise aperfeiçoada é fornecer uma melhor relação entre os potenciais de contorno e os potenciais médios, que serão desenvolvidos pela aproximação de Hermite de integrais [29]. Essas aproximações permitem que as integrais de temperatura média e as integrais de fluxo de calor sejam expressas por valores de temperatura e fluxos de calor do contorno.

Esse cálculo começa integrando as equações diferenciais parciais em relação às variáveis espaciais a serem eliminadas; determinam-se as temperaturas e os fluxos de calor nos contornos em função das temperaturas médias, isso é feito através de um sistema de equações algébricas obtido usando-se as condições de contorno e as aproximações de Hermite; substituem-se estas expressões das temperaturas e dos fluxos de calor nos contornos, em função das temperaturas médias, nas equações diferenciais transformadas obtidas anteriormente; depois obtêm-se as temperaturas médias, resolvendo-se o segundo sistema obtido de as equações diferenciais; e por fim calculam-se as temperaturas nos contornos, substituindo as temperaturas médias calculadas nas respectivas expressões obtidas. [30]

A aproximação de Hermite para integrais é dada por:

$$\int_b^a y(x)dx = \sum_{v=0}^{\alpha} C_v y^{(v)}(a) + \sum_{v=0}^{\beta} D_v y^{(v)}(b) \quad (54)$$

onde  $y(x)$  e as derivadas  $y^{(v)}(x)$  são definidas para todo  $x \in (a, b)$ . Suponha que os valores numéricos de  $y^{(v)}(a)$ , para  $v = 0, 1, \dots, \alpha$ , e de  $y^{(v)}(b)$ , para  $v = 0, 1, \dots, \beta$ , são conhecidos. A expressão geral para a aproximação de Hermite  $H_{\alpha, \beta}$ , é:

$$\int_b^a y(x)dx = \sum_{v=0}^{\alpha} C_v(\alpha, \beta) h^{v+1} y^{(v)}(a) + \sum_{v=0}^{\beta} C_v(\beta, \alpha) h^{\alpha+1} y^{(v)}(b) + O(h^{\alpha+\beta+3}) \quad (55)$$

onde  $h = b - a$ , e

$$C_v(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha+1)!(\alpha+\beta+1-v)!}{(1+v)!(\alpha-v)!(\alpha+\beta+2)!} \quad (56)$$

Nesse trabalho utilizamos a aproximação  $H_{2,1}$  para temperatura média da matriz, pois a matriz necessita de correção de ordem maior devido ao nó central; aproximação  $H_{1,1}$  para temperatura medida da camada externa de grafite de maneira a corrigir dos dois lados/contorno do revestimento; e a aproximação  $H_{0,0}$  para o fluxo de calor médio nas duas regiões.

$$H_{0,0} \rightarrow \int_b^a y(r) dr \cong \frac{h}{2} (y(a) + y(b)) \quad (57)$$

$$H_{1,1} \rightarrow \int_b^a y(r) dr \cong \frac{h}{2} (y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{12} (y'(a) - y'(b)) \quad (58)$$

$$H_{2,1} \rightarrow \int_b^a y(r) dr \cong \frac{h}{5} (3y(a) + y(b)) + \frac{h^2}{20} (3y'(a) - y'(b)) + \frac{h^3}{60} y''(a) \quad (59)$$

Seguindo o procedimento descrito anteriormente, aplicamos as aproximações acima (Eqs. 57-59) obtivemos quatro equações algébricas, duas para a matriz de grafite e duas para a camada de revestimento de grafite.

Para a matriz de grafite:

$$\theta_{f,av}(\tau) = \frac{1}{10} \theta_f(0, \tau) + \frac{6}{5} \theta_f(R_{fo}, \tau) - \frac{1}{20} R_{fo}^2 \left( \frac{3Bi_{gf}(\theta_c(R_{ci}, \tau) - \theta_f(R_{fo}, \tau))}{R_{fo}} + \frac{3Bi_{gf}\theta_f(R_{fo}, \tau)}{R_{fo}^2} \right) \quad (60)$$

Para o revestimento de grafite:

$$\theta_{c,av}(\tau) = \frac{3(1-R_{ci})\theta_c(1, \tau)}{2(1-R_{ci}^3)} - \frac{1}{12} (1 - R_{ci}^2) \left( \frac{6\theta_c(1, \tau)}{1-R_{ci}^3} + \frac{3(Bi\theta_a + Nrc\theta_a^4 - Bi\theta_c(1, \tau) - Nrc\theta_c(1, \tau)^4)}{1-R_{ci}^3} \right) + \frac{3(1-R_{ci})R_{ci}^2\theta_c(R_{ci}, \tau)}{2(1-R_{ci}^3)} - \frac{1}{12} (1 - R_{ci}^2) \left( \frac{6R_{ci}\theta_c(R_{ci}, \tau)}{1-R_{ci}^3} + \frac{3(Bi_{gc}R_{ci}^2(\theta_c(R_{ci}, \tau) - \theta_f(R_{fo}, \tau)))}{1-R_{ci}^3} \right) \quad (61)$$

Para o fluxo de calor da matriz de grafite:

$$\frac{1}{2}Bi_{gf}R_{fo} \left( \theta_c(R_{ci}, \tau) - \theta_f(R_{fo}, \tau) \right) = \theta_f(R_{fo}, \tau) - \theta_f(0, \tau) \quad (62)$$

Para o fluxo de calor do revestimento de grafite:

$$\frac{1}{2}(1 - R_{ci})(Bi\theta_a + Nrc\theta_a^4 - Bi\theta_c(1, \tau) - Nrc\theta_c(1, \tau)^4) + \frac{1}{2}Bi_{gc}(1 - R_{ci}) \left( \theta_c(R_{ci}, \tau) - \theta_f(R_{fo}, \tau) \right) = \theta_c(1, \tau) - \theta_c(R_{ci}, \tau) \quad (63)$$

As equações apresentadas acima em conjunto com as 4 condições de contorno (Eqs.19,20,22,23), formam um sistema de 8 equações algébricas para as 4 temperaturas estudadas  $\theta_f(0, \tau)$ ,  $\theta_f(R_{fo}, \tau)$ ,  $\theta_c(R_{ci}, \tau)$ ,  $\theta_f(1, \tau)$  e para as 4 derivadas de temperaturas nesses contornos. Esse sistema de oito equações foi resolvido utilizando o software Wolfram *Mathematica*.

Para encontrar as equações diferenciais ordinárias finais do modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados substituímos a solução desse sistema de 8 equações nas Eqs. (47) e (48). Assim como no modelo clássico, as EDOs então obtidas foram resolvidas com as duas condições iniciais ( $\theta_{f,av}(0)$  e  $\theta_{c,av}(0)$ ) que foram encontradas seguindo o procedimento descrito na subseção 3.1.3.

## CAPÍTULO 6

### RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos por meio da metodologia desenvolvida no capítulo anterior, e serão comparados com os encontrados através do método de diferenças finitas mencionado no Capítulo 4 para verificar a validade da metodologia e determinar o mais preciso entre os modelos de parâmetros concentrados.

Como mencionado anteriormente foi estudado uma situação de LOFA onde:

- Inicialmente o reator se encontra em estado estacionário;
- Em  $t = 0$  o reator perde refrigeração forçada. É considerada convecção e radiação como formas de transmissão de calor, porém a condução entre os elementos combustíveis em contato é desconsiderada;
- Acontece o desligamento resultando na queda da Potência em  $t=0$  representada pela equação apresentada da seção 3.2;

**Tabela 1: Dados Utilizados.**

<b>Valores Padrão dos Parâmetros Utilizados</b>			
$k_c$	41,55 W/mK	$r_{ci}$	0,025cm
$k_f$	41,8564 W/mK	$r_{co}$	0,03cm
$\rho_c$	1750 Kg/m <sup>3</sup>	$h_{He-estac}$	120
$\rho_f$	1852,27 Kg/m <sup>3</sup>	$h_{He-trans}^*$	30
$Cp_c$	1976 J/KgK	$h_g$	600000
$Cp_f$	1861,76 J/KgK	$\epsilon$	0,8
$r_{fo}$	0,025cm	$\sigma$	$5,6697 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$

\*Mudando o número de Biot o valor de  $h_{He-trans}$  se altera, mudando o valor de  $Nrc$  o  $k_c$  se altera.

## 6.1 Cálculo da Temperatura Inicial

Utilizando os conceitos mencionados na seção 3.1.3 resolvemos o sistema de equações para cada método proposto no modelo de parâmetros concentrados de modo a encontrar as temperaturas iniciais do transiente analisado para cada camada do elemento combustível.

**Tabela 2: Temperaturas Iniciais da Matriz e Revestimento de Grafite para Cada Modelo**

Temperaturas Iniciais	
Parâmetros Concentrados Clássico	
$\theta_{f,av}(0)$	1387,15 K
$\theta_{c,av}(0)$	1180,39 K
Parâmetros Concentrados Aperfeiçoado	
$\theta_{f,av}(0)$	1387,15 K
$\theta_{c,av}(0)$	1180,39 K

A diferença entre os valores iniciais de temperatura dos dois modelos de parâmetros concentrados foi basicamente nula (observamos alterações apenas na quarta casa decimal que foram desconsideradas pois levamos em consideração a capacidade de medição de um termopar) .

Para o método de diferenças finitas foi assumido que inicialmente o elemento combustível apresentava a mesma temperatura que as encontradas no método de parâmetros concentrados, ou seja, todos os nós radiais da matriz de grafite se encontravam em 1387,15 K e todos os nós radiais do revestimento se encontravam em 1180,39 K.

## 6.2 Comparação entre Modelos

Tanto o modelo clássico como o aperfeiçoado foram resolvidos numericamente. As

soluções foram comparadas com a solução do modelo Implícito de diferenças finitas das equações diferenciais adimensionais. As Figuras 7 e 8 mostram as temperaturas médias da matriz e do revestimento de grafite obtidas pela formulação clássica e Aperfeiçoada (Caso 1). As Figuras 9-18 mostram as temperaturas médias da matriz de combustível e do revestimento de grafite para  $Nrc = 0,087$  e  $Bi = 1,0$  (Caso 2),  $Nrc = 0,087$  e  $Bi = 5,0$  (Caso 3),  $Nrc = 0,087$  e  $Bi = 10,0$  (Caso 4),  $Nrc = 1$  e  $Bi = 0,02$  (Caso 5), e  $Nrc = 1$  e  $Bi = 1$  (Caso 6).

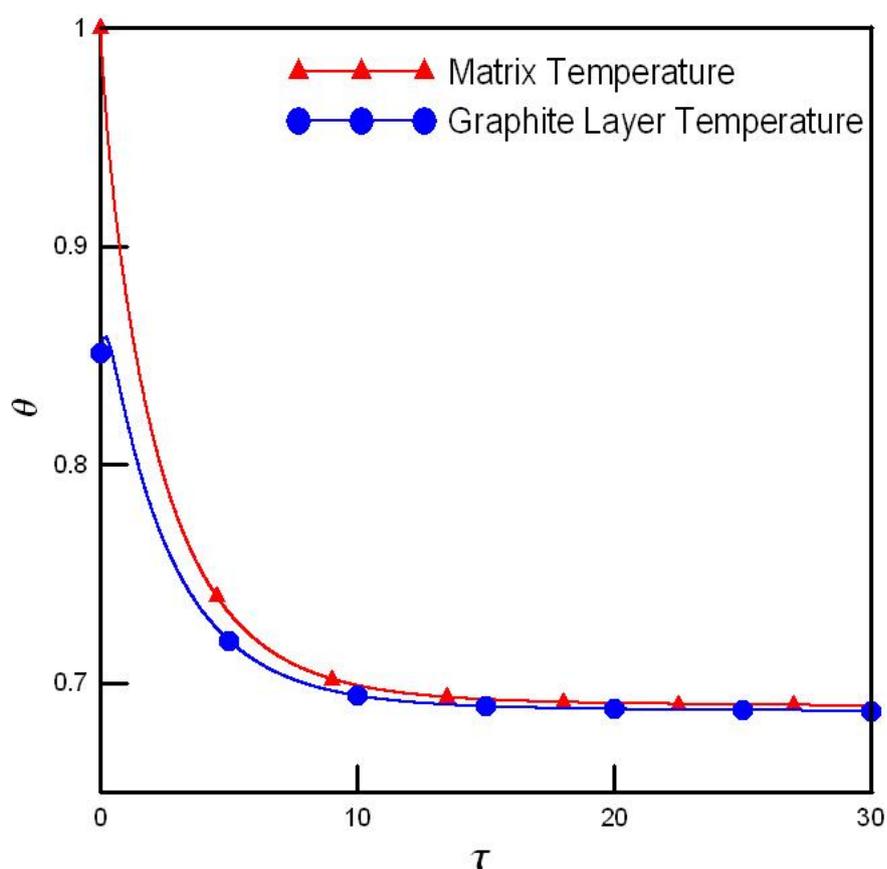
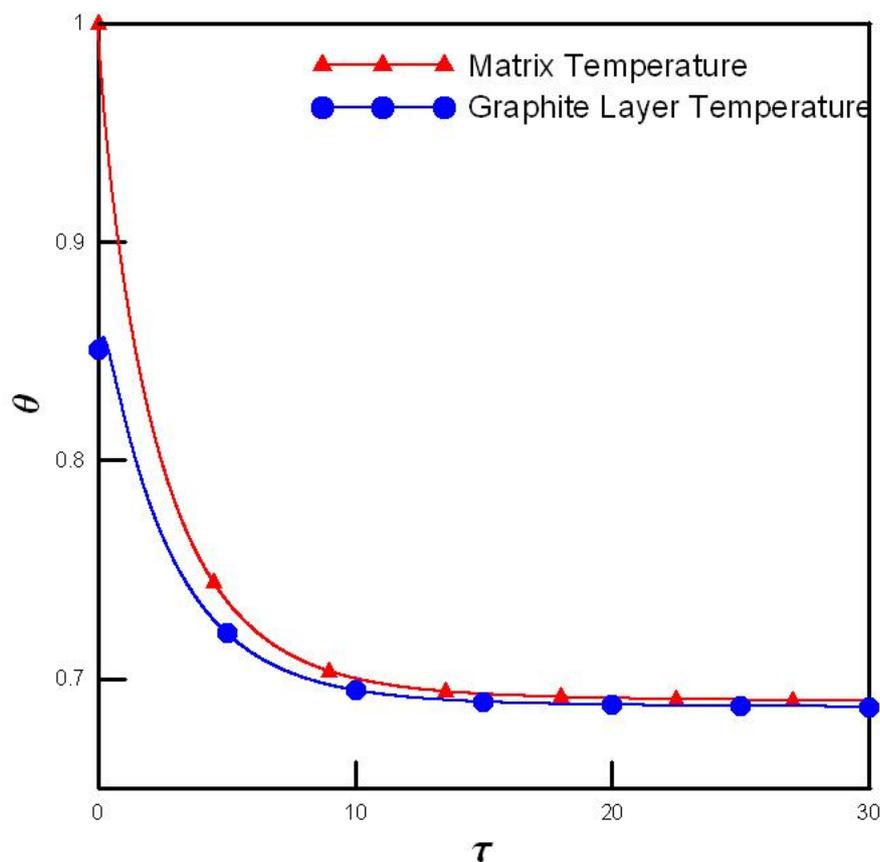


Figura 7: Temperatura média da matriz e do revestimento de grafite – Modelo Parâmetros Concentrados Clássico – Caso 1.



**Figura 8: Temperatura média da matriz e do revestimento de grafite – Modelo de Parâmetros Concentrados Aperfeiçoado – Caso 1.**

No Caso 1, observamos que em todos os métodos a temperatura média da camada de grafite aumenta um pouco antes de começar a decrescer juntamente com a temperatura média da matriz. Isso se dá porque no momento que se inicia o transiente (momento inicial do LOFA), o decrescimento súbito da capacidade de refrigeração e o começo do decaimento de potência não ocorrem na mesma proporção. Com isso, a matriz de combustível transfere calor para a camada de grafite, mas esta não possui capacidade térmica suficiente para transmitir o calor ao Hélio na mesma proporção, ou seja, a temperatura do revestimento sofre um pequeno aumento. No entanto, como a potência continua a diminuir, eventualmente as duas temperaturas começam a decrescer juntas. Nos Casos 2 e 3, a capacidade de transferência de calor é aumentada por isso não observamos esse pequeno aumento de temperatura no revestimento.

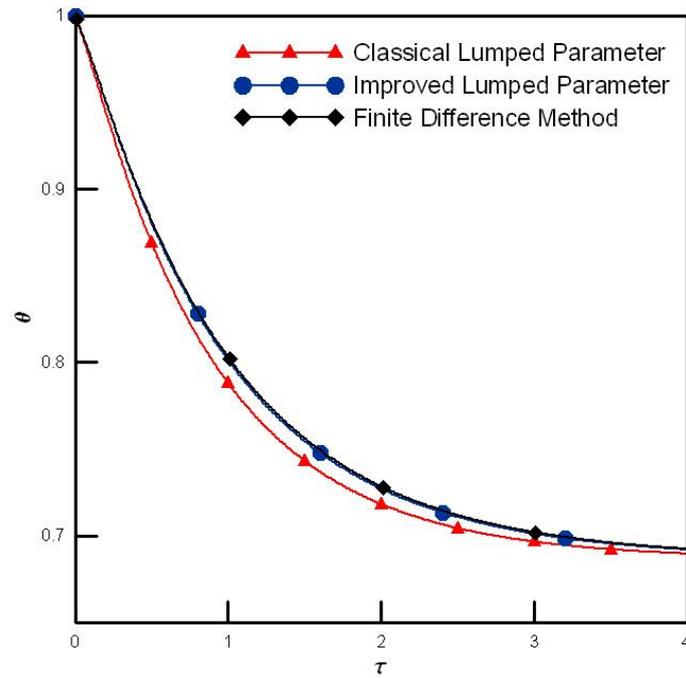


Figura 9: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 2.

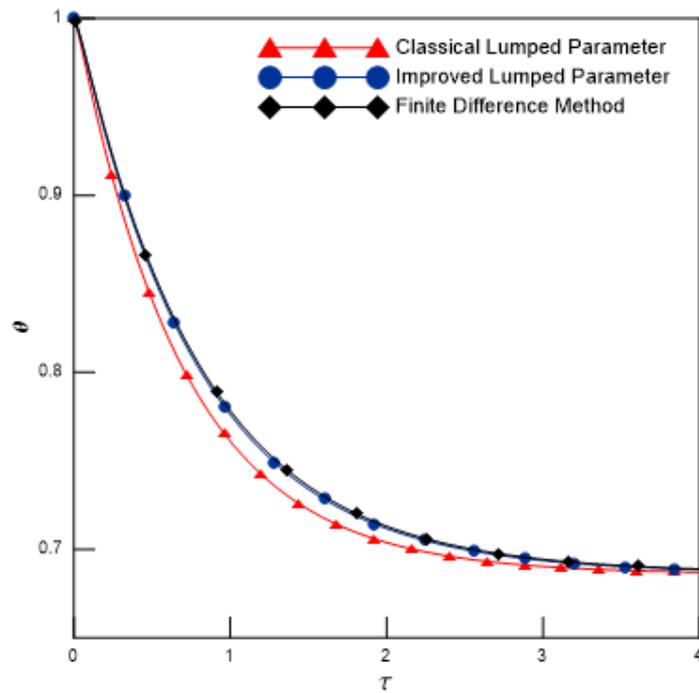
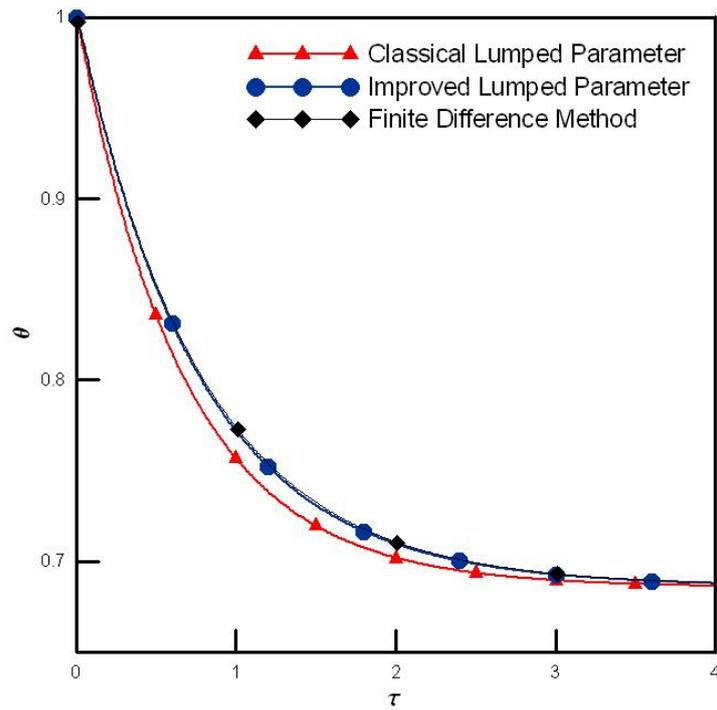
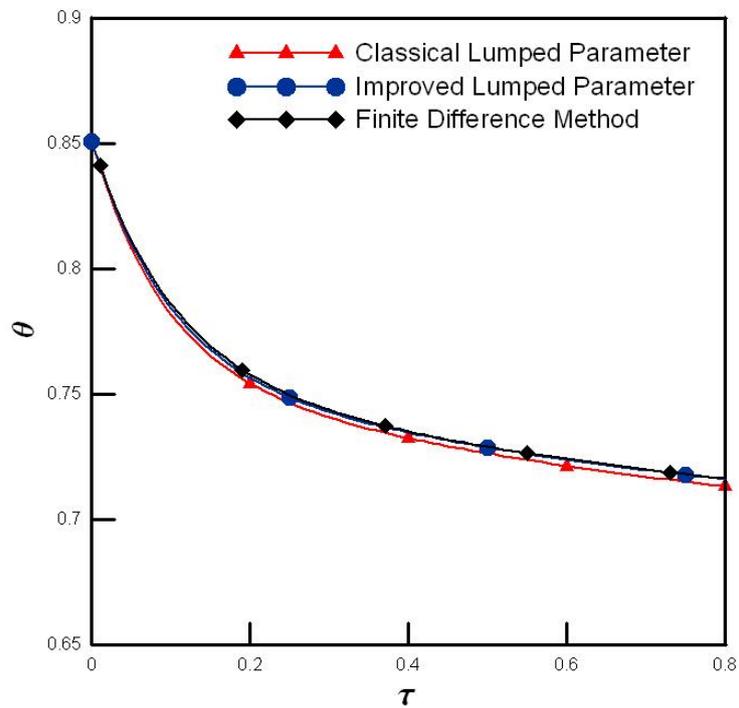


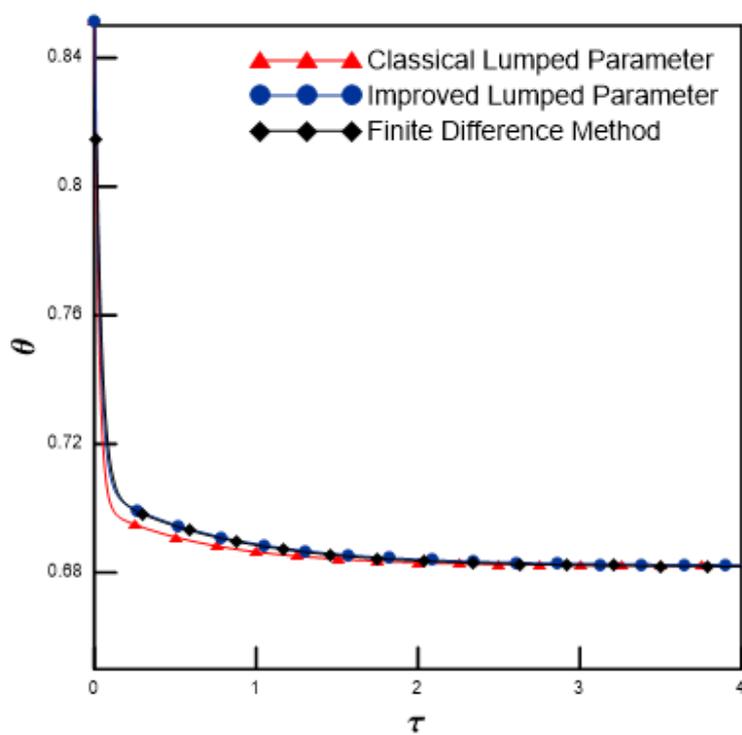
Figura 10: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 3.



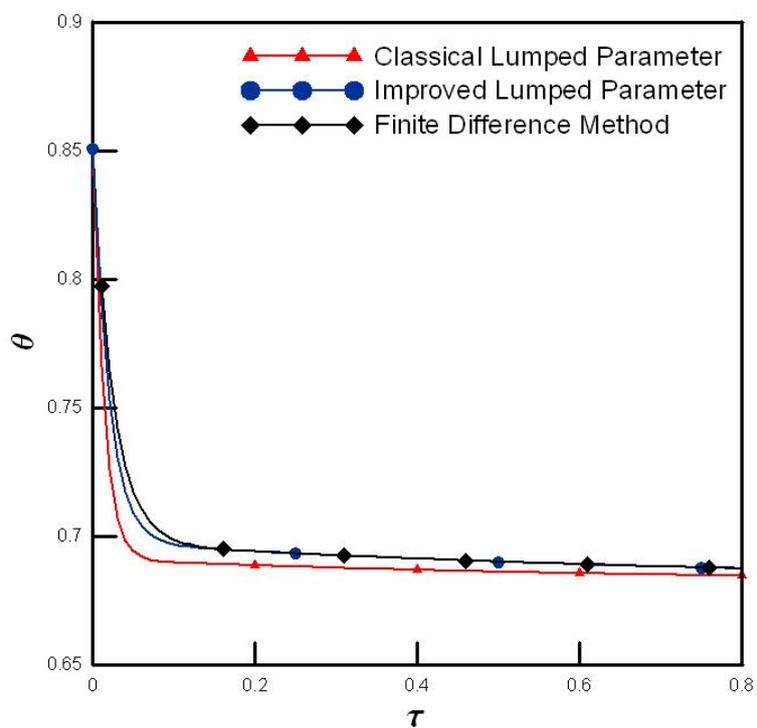
**Figura 11: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 4.**



**Figura 12: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 2.**

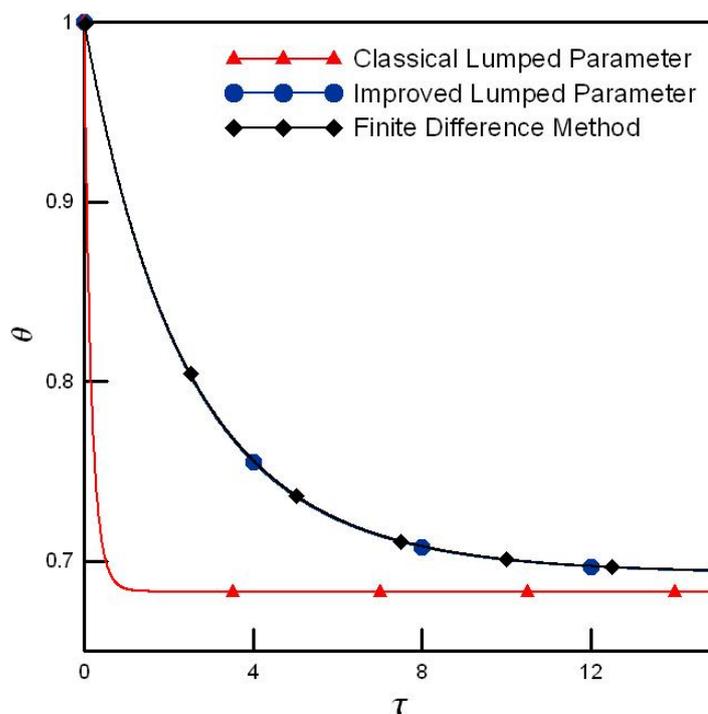


**Figura 13: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 3.**

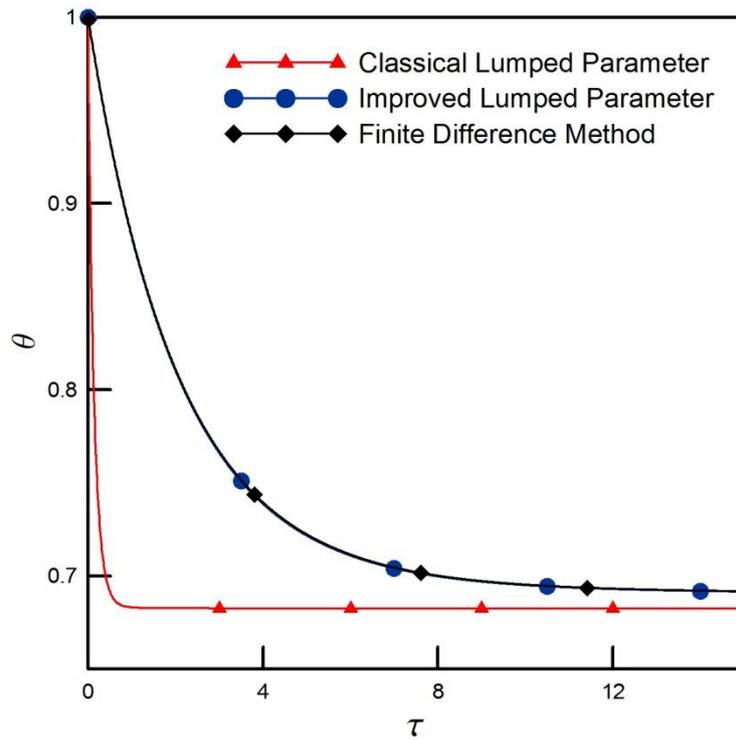


**Figura 14: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite - Caso 4.**

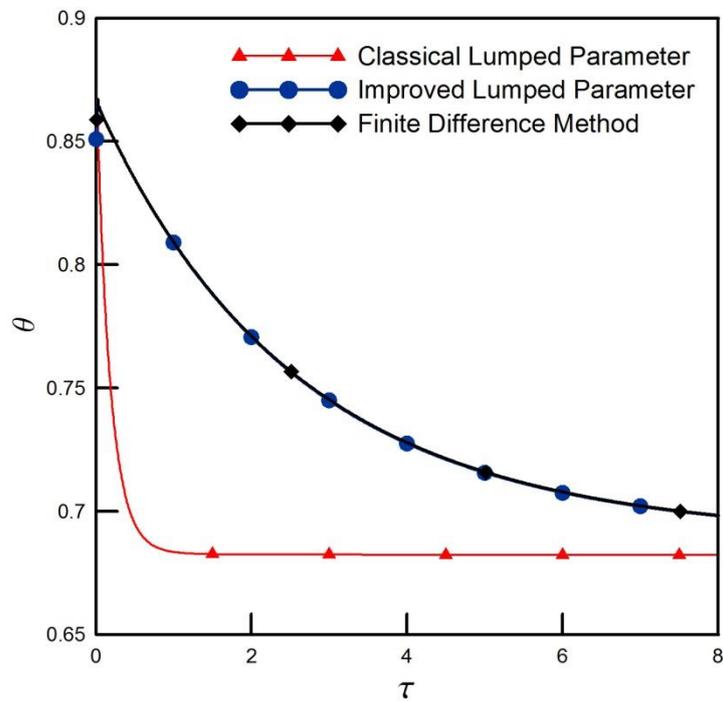
Nos Casos 5 e 6, aumentamos o parâmetro de condução radiativa  $Nrc$ , e observamos uma grande diferença entre os modelos de parâmetros concentrados. Comparado com o método de diferenças finitas, o modelo aperfeiçoado demonstra consistência. No entanto, o clássico apresentou solução inadequada.



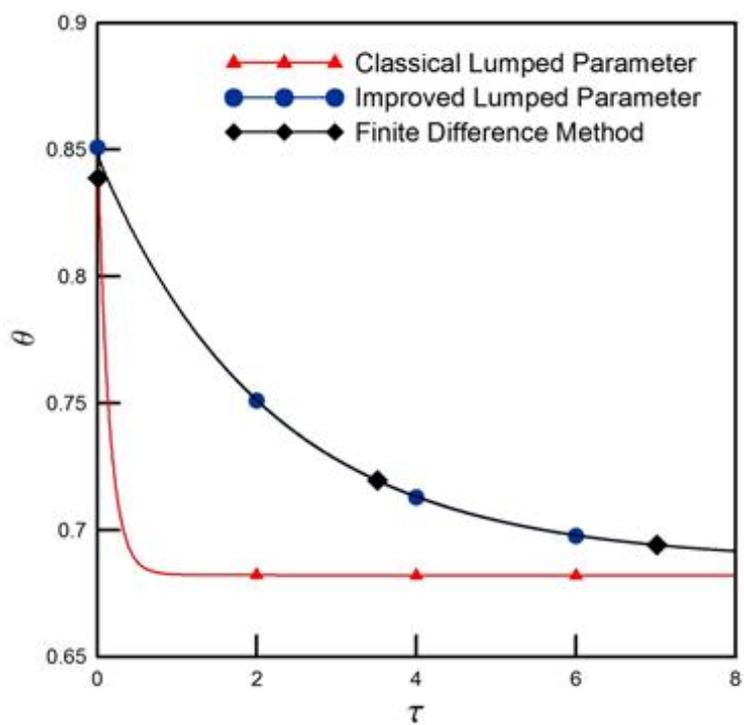
**Figura 15: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 5.**



**Figura 16: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para a matriz – Caso 6.**



**Figura 17: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite – Caso 5.**



**Figura 18: Comparação entre o Modelo Clássico, Aperfeiçoado e o Método de Diferenças Finitas para o revestimento de grafite – Caso 6.**

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foram apresentados e analisados os modelos de parâmetros concentrados clássico e aperfeiçoado para determinação de temperaturas médias transientes unidimensionais das camadas analisadas de um elemento combustível esférico heterogêneo do tipo pebble-bed. Foi simulada uma situação de LOFA seguido de shutdown do reator, sujeito a um resfriamento combinado convectivo e radiativo, com mudança instantânea do coeficiente de transferência de calor convectivo do gás hélio.

Verificou-se a validade dos modelos propostos e através da comparação entre os resultados obtidos pelos modelos e os do método implícito de diferenças finitas foi determinado o modelo de parâmetro concentrado mais preciso.

#### 7.1 Conclusões

Baseada na comparação com a solução pelo método implícito de diferenças finitas, do modelo original distribuído, podemos concluir que dos resultados obtidos o modelo de parâmetros concentrados aperfeiçoado baseado nas aproximações de Hermite para os fluxos de calor e temperaturas médias  $H_{2,1}$ ,  $H_{1,1}$  e  $H_{0,0}$  apresentou resultados compatíveis para ambas as regiões analisadas (matriz de grafite com inclusões de partículas TRISO e o revestimento de grafite). Nota-se uma melhora significativa do modelo aperfeiçoado em relação ao modelo clássico de parâmetros concentrados.

Observamos resultados mais precisos no modelo aperfeiçoado que no clássico para os casos com números de Biot e  $Nrc$  maiores. Também concluímos que o modelo clássico pode ser empregado apenas para um intervalo limitado de parâmetros de radiação  $Nrc$ , ou seja, para maiores número de  $Nrc$  o modelo clássico não é um método de solução recomendável visto que fornece resultados significativamente discrepantes com relação ao resultado do método de solução por parâmetros distribuídos.

Também observamos que o modelo clássico, mesmo nos casos de número de Biot menores, apresenta temperaturas inferiores aos dois outros modelos utilizados, demonstrando que esse modelo sai da segurança, ou seja, é menos conservativo e não deve ser utilizado para análises de problemas nucleares.

A análise do transiente de resfriamento combinado radiativo e convectivo do elemento combustível esférico heterogêneo demonstra as potenciais aplicações do modelo aperfeiçoado de parâmetros concentrados proposto em problemas práticos de engenharia.

## **7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros**

- Considerar as propriedades termo físicas de cada região dependentes da temperatura;
- Realizar um estudo mais detalhado da partícula de combustível (partícula TRISO) levando em consideração todas as camadas que o formam;
- Realizar um estudo analisando o pequeno aumento de temperatura encontrado na camada de grafite analisando as propriedades dos materiais que compõe o elemento combustível;
- Estudar os valores do coeficiente de transferência de calor entre o grafite e Hélio na passagem do regime estacionário ao transiente de maneira que a simulação se aproxime mais do incidente real;
- Realizar acoplamento neutrônico de modo a obter um comportamento da potência mais próximo a realidade

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] IAEA. **Advances in High Temperature Gas Cooled Reactor Fuel Technology**. [S.l.]. 2012.
- [2] H.L.BREY. **Development History of the Gas Turbine Modular High Temperature Reactor**. Vail, Colorado.
- [3] WILLIAMS, P. M. MHTGR Development in the United States. **Progress in Nuclear Energy**, 28, 1994.
- [4] IAEA. **Gas Cooled Reactor Design and Safety**. Viena. 1990. (312).
- [5] IAEA. Support for Demonstration of Modular High Temperature Gas Cooled Reactors (HTGRs), 2015. Disponível em:  
<<https://www.iaea.org/NuclearPower/GCR/>>. Acesso em: Janeiro 2016.
- [6] KADAK, A. C. A future for nuclear energy: pebble bed reactors. **Int. J. Critical Infrastructures**, v. 1, n. 4, 2005.
- [7] INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. **IAEA TECDOC -1198 - Current status and future development of modular high temperature gas**. Viena, p. Cap. 3. 2001.
- [8] PESSOA, C. V. **Lumped and Distributed Parameter Models for Thermal Analysis of Particulate Fuel Elements**. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2010.
- [9] SUNDÉN, B. Transient Heat-Conduction in a Composite Slab by a Time-Varying Incident Heat-Flux Combined With Convective and Radiative Cooling. **Int. Commun. Heat Mass**, v. 13, p. 515-522, 1986.
- [10] MILLER, J. R.; P.M.WEAVER. Temperature Profiles in Composite Plates Subject to Time-Dependent Complex Boundary Conditions. **Compos. Struct.**, v. 2, p. 267-278, 2003.

- [11] P.LI; CHENG, H. Thermal Analysis and Performance Study for Multilayer Perforated Insulation Material Used in Space. **Appl. Therm. Eng.**, v. 26, p. 2020-2026, 2006.
- [12] AN, C.; SU, J. Improved Lumped Models for Transient Radioactive Cooling of a Spherical Body. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, v. 31, p. 85-94, 2004.
- [13] PESSOA, C. V.; OLIVEIRA, C. L.; SU, J. **Two-Energy Modeling of Heat Conduction in a Heterogeneous Fuel Element**. Proceeding of ICONE17. [S.l.]: [s.n.]. 2009.
- [14] AN, C.; SU, J. Improved Lumped Models for Transient Combined Convective and Radiative Cooling of Multi-layer Composite Slabs. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, p. 2508-2517, 2011.
- [15] MIKHAILOV, M. D.; COTTA, R. M. **Heat Conduction - Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1997.
- [16] REGIS, C. R.; COTTA, R.; SU, J. Improved Lumped Analysis of Transient Heat Conduction in a Nuclear Fuel Rod, v. 27, p. 357-366, 2000.
- [17] KUPIEC, K.; KOMOROWICZ, T. Simplified Model of Transient Radiative Cooling of Spherical Body, v. 49, p. 1175-1182, 2010.
- [18] DANTAS, L. B.; ORLANDE, H. R. B.; COTTA, R. M. Improved Lumped-Differential Formulation and Hybrid Solution Methods for Drying in Porous Media. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 46, n. 9, p. 878-889, 2007.
- [19] CAMPO, A.; VILLASENOR, R. Subregion of Validity of The Lumped-Based Model for Transient, Radiative Cooling of Spherical Bodies to Zero Temperature Sink. **Int. Comm. Heat Mass Transfer**, v. 23, p. 855-864, 1996.
- [20] ZHENG, T.; SU, G.; SU, J. Improved Lumped Models for Combined Convective and Radiative Cooling of a Wall. **Applied Thermal Engineering**, v. 29, p. 2439-2443, 2009.

- [21] DUARTE, J. P.; JIAN, S.; ALVIM, A. C. M. **IMPROVED LUMPED PARAMETER FOR ANNULAR FUEL**. INAC. [S.l.]: [s.n.]. 2011.
- [22] MOREIRA, F. C. **Análise de Condução de Calor com Mudança de Fase em uma Vareta Combustível Nuclear**. [S.l.]: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.
- [23] KRUSCHE, R. S. A. **Análise Acoplada Termo-Hidráulica-Neutrônica de um Canal de Resfriamento do Núcleo de um PWR**. [S.l.]: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2015.
- [24] TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. **Nuclear Systems I - Thermal Hydraulic Fundamentals**. [S.l.]: Hemisphere Publishing Corporation, 1990.
- [25] FREY, P.; BUHAN, M. D. **The numerical simulation of complex PDE problems**. [S.l.]: Universidad de Chile, 2008.
- [26] KAUS, B. J. P. **Numerische Methoden 1**. [S.l.]: [s.n.].
- [27] LEE, W. T. Tridiagonal Matrices: Thomas Algorithm. In: W.T.LEE **Scientific Computation**. [S.l.]: University of Limerick.
- [28] RAMALLO-GONZÁLEZ, A. P.; EAMES, M. E.; COLEY, D. A. Lumped Parameter Models for Building Thermal Modelling: An Analytic approach to simplifying complex multi-layered constructions. **Energy and Buildings**, v. 60, p. 174-184.
- [29] MENNING, J.; AUERBACH, W. H. Two Point Hermite Approximation for the Solution of Linear Value and Boundary Value Problems. **Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.**, v. 39, p. 199-224, 1983.
- [30] PESSÔA, C. V. **Modelos de Parâmetros Concentrados e Distribuídos Para Análise Térmica de Elementos Combustíveis Particulados**. [S.l.]: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010.