



PROGRAMA EQ-ANP

**Processamento, Gestão e Meio Ambiente na Indústria
do Petróleo e Gás Natural**

**Determinação dos Parâmetros de um Novo
Modelo de Turbulência com Aplicação para
Fluidos de Petróleo**

Tânia Suaiden Klein

Monografia em Engenharia Química

Orientadores

**Prof. Affonso Carlos S. da Silva Telles, PhD
Prof. Ricardo de Andrade Medronho, PhD**

Outubro de 2006

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM NOVO MODELO DE TURBULÊNCIA COM APLICAÇÃO PARA FLUIDOS DE PETRÓLEO

Tânia Suaiden Klein

Monografia em Engenharia Química submetida ao Corpo Docente do Programa Escola de Química/Agência Nacional do Petróleo – Processamento, Gestão e Meio Ambiente na Indústria de Petróleo e Gás Natural, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Engenharia Química com ênfase na área de Petróleo e Gás Natural – Refino e Processamento.

Aprovado por:

Prof. Ricardo Pires Peçanha, PhD

Prof. Atila Pantaleão da Silva Freire, PhD

Dr. Carlos Alberto Capela de Moraes, DSc

Orientado por:

Prof. Ricardo de Andrade Medronho, PhD

Prof. Affonso Carlos S. da Silva Telles, PhD

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Outubro de 2006

Klein, Tânia Suaiden.

Determinação dos parâmetros de um novo modelo de turbulência com aplicação para fluidos de petróleo/ Tânia Suaiden Klein. Rio de Janeiro: UFRJ/EQ, 2006. x, 92 f.; il.

(Monografia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, 2006.

Orientadores: Affonso Carlos S. da Silva Telles e Ricardo de Andrade Medronho.

1. Turbulência. 2. Fechamento. 3. DNS. 4. Monografia. (Graduação – UFRJ/EQ). 5. Affonso Carlos S. da Silva Telles (PhD) e Ricardo de Andrade Medronho (PhD).

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, gostaria de agradecer a meus pais, Ruben Klein e Telma Suaiden Klein, pela educação e amor que sempre me deram. Sem dúvida, isto foi e sempre será muito importante em minha vida.

Gostaria de agradecer também a meu namorado, Alexandre Leoni Fonseca, por todo o apoio, compreensão, vibração e amor durante meu curso de graduação em Engenharia Química.

Agradeço a meus orientadores, Affonso C. S. S. Telles e Ricardo A. Medronho pela dedicação, companheirismo e conhecimentos passados neste trabalho desenvolvido.

Agradeço ao Prof. Eduardo Mach e à Alzirene (Zizi), pelo apoio junto à ANP.

E agradeço à Agencia Nacional do Petróleo, que apoiou este trabalho através de seu Programa de Recursos Humanos PRH-13.

Resumo da Monografia apresentada à Escola de Química como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenheira Química com ênfase na área de Petróleo e Gás Natural – Refino e Processamento.

DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM NOVO MODELO DE TURBULÊNCIA COM APLICAÇÃO PARA FLUIDOS DE PETRÓLEO

Tânia Suaiden Klein
Outubro, 2006

Orientadores: Prof. Affonso Carlos S. da Silva Telles, PhD
Prof. Ricardo de Andrade Medronho, PhD

Simulações confiáveis de escoamentos são muito importantes para a Indústria do Óleo e Gás. Como quase 100% dos escoamentos nestas indústrias são turbulentos, torna-se necessário se dispor de um bom modelo de turbulência. Porém, a maioria dos modelos para o fechamento dos fluxos turbulentos tem por base a proposta de Boussinesq, análoga ao modelo de fluido newtoniano. Em razão desta simplificação torna-se necessário o emprego de “funções de parede” que corrigem o defeito introduzindo funções arbitrárias de distância à parede. Esta arbitrariedade é eliminada com modelo recentemente publicado na literatura e, em função disto, espera-se uma adaptação mais precisa a escoamentos complexos, como os existentes na produção e processamento de petróleo.

Neste trabalho, foi realizado o ajuste e a determinação dos parâmetros deste novo modelo para escoamentos turbulentos. Os parâmetros determinados são polinômios de sexto e quarto graus onde a variável independente é a velocidade adimensional, u^+ .

Para determinação dos parâmetros, optou-se pela aplicação do novo modelo de turbulência em um escoamento plenamente desenvolvido entre placas planas paralelas.

As bases para os ajustes foram dados de flutuações associadas à turbulência obtidas por simulação numérica direta (DNS).

Para avaliar a performance do novo modelo de turbulência, foram realizadas simulações para escoamentos equivalentes aos provenientes dos bancos de dados de DNS para três fluidos: água, fluido de perfuração e petróleo. A simulação do escoamento de cada fluido foi resolvida empregando-se o modelo de turbulência $k-\epsilon$ e o modelo de turbulência SSG Reynolds Stress. Uma comparação destes resultados simulados com os obtidos com o novo modelo mostra que este último apresentou melhor previsão na região próxima à parede e melhor previsão dos componentes do Tensor de Reynolds.

Abstract of a Monograph presented to Escola de Química/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Chemical Engineer with emphasis on Petroleum and Natural Gas – Refining and Processing.

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF A NEW TURBULENCE MODEL WITH APPLICATION FOR PETROLEUM FLUIDS

Tânia Suaiden Klein
October, 2006

Supervisors: Prof. Affonso Carlos S. da Silva Telles, PhD
Prof. Ricardo de Andrade Medronho, PhD

Good flow simulations are very important for the Oil & Gas Industry. As almost 100% of industrial flows are turbulent, it is necessary to have a good turbulence model for good flow predictions. However, the majority of the proposed options for the closure of the equations for the average fields in turbulent flows are based on Boussinesq proposal, analogous to the Newtonian fluid model. Due to this simplification, it becomes necessary to employ "wall functions" to correct the problem by means of arbitrary functions of wall distance, which introduces errors in the simulations. This arbitrariness is eliminated in the new turbulence model recently published in the literature and because of that it is expected a more accurate adaptation for complex flows as the ones found on petroleum refining and production.

In this work, the adjustment and determination of the parameters of this new turbulence model was carried out. The parameters are represented by fourth and sixth grade polynomials where the independent variable is the dimensionless velocity, u^+ .

For the parameters determination, the new turbulence model was applied to a fully developed flow between parallel plates.

These parameter adjustments were based on data banks of direct numerical simulation (DNS).

To evaluate the new turbulence model performance, simulations for DNS equivalent flows of three fluids (water, drilling fluid and petroleum) were realized. Each fluid simulation was solved twice: the first using k- ϵ turbulence model and the second using SSG Reynolds Stress turbulence model.

It was noticed that the new turbulence model presented better prediction near the wall and better forecast of the Reynolds Stress components.

ÍNDICE

Capítulo I - Introdução	1
I.1 - MOTIVAÇÃO	1
I.2 - OBJETIVO	3
Capítulo II - Conceitos Relevantes	4
II.1 - O PROBLEMA DO FECHAMENTO	4
II.2 - VARIÁVEIS ADIMENSIONAIS	9
II.3 - MODELOS DE TURBULÊNCIA TRADICIONAIS	10
II.3.1 - Modelos a Duas Equações	11
II.3.2 - Modelos das Tensões de Reynolds (Reynolds Stress Models)	14
II.4 - DNS: " <i>DIRECT NUMERICAL SIMULATIONS</i> "	16
II.5 - CFD: " <i>COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS</i> "	18
Capítulo III - O Novo Modelo de Turbulência	21
III.1 – ESCOAMENTO PLENAMENTE DESENVOLVIDO ENTRE PLACAS PLANAS PARALELAS	24
III.2 – PRIMEIRO NÍVEL DAS EQUAÇÕES DO FECHAMENTO	25
III.3 – SEGUNDO NÍVEL DAS EQUAÇÕES DO FECHAMENTO	26
Capítulo IV – Determinação dos Parâmetros	29
IV.1 – AJUSTE DOS PARÂMETROS	30
IV.2 – VALIDAÇÃO DAS CORRELAÇÕES OBTIDAS	32
IV.3 – CORREÇÃO PARA $Re > 10^4$	37
Capítulo V – Comparação com Modelos Tradicionais	41
V.1 – GEOMETRIA E MALHA	41
V.2 – SIMULAÇÕES	44
V.3 - ESCOAMENTO DE ÁGUA	45
V.4 - ESCOAMENTO DE FLUIDO DE PERFURAÇÃO	49
V.5 - ESCOAMENTO DE PETRÓLEO	52
Capítulo VI – Conclusões	56
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
ANEXO I - Demonstração da Obtenção do Modelo Simplificado	59
ANEXO II - Arquivos de DNS Utilizados Para Determinação dos Parâmetros	63
ANEXO III - Descrição dos Arquivos Utilizados para Verificação dos Parâmetros	73
ANEXO VI - Resultado da Aplicação dos Parâmetros nos Demais Arquivos de DNS	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Variação da velocidade com o tempo em um escoamento a ΔP constante	4
Figura 2.2 – Variação da velocidade com o tempo em um escoamento a $\Delta P(t)$	5
Figura 4.1 – Ajuste do Parâmetro b_0^0	31
Figura 4.2 – Ajuste do Parâmetro b_1^0	31
Figura 4.3 – Ajuste do Parâmetro f	32
Figura 4.4 – Ajuste do Parâmetro g	32
Figura 4.5 – Valores do Componente R_{11}^+	34
Figura 4.6 – Valores do Componente R_{12}^+	35
Figura 4.7 – Valores do Componente R_{22}^+	35
Figura 4.8 – Valores do Componente R_{33}^+	35
Figura 4.9a – Valores do Componente R_{22} Sem o Fator Multiplicador	38
Figura 4.9b – Valores do Componente R_{22} Com o Fator Multiplicador	39
Figura 4.10a – Valores do Componente R_{33} Sem o Fator Multiplicador	39
Figura 4.10b – Valores do Componente R_{33} Com o Fator Multiplicador	39
Figura 5.1 – Geometria das Placas Planas Paralelas	42
Figura 5.2 – Zoom na Malha da Geometria das Placas Planas Paralelas	43
Figura 5.3 – Perfil do Escoamento de Água Plenamente Desenvolvido	46
Figura 5.4 – Previsão do componente R11 para escoamento com água	46
Figura 5.5 – Previsão do componente R12 para escoamento com água	47
Figura 5.6 – Previsão do componente R22 para escoamento com água	47
Figura 5.7 – Previsão do componente R33 para escoamento com água	47
Figura 5.8 – Perfil do Escoamento do Fluido de Perfuração Plenamente Desenvolvido	50
Figura 5.9 – Previsão do componente R11 para escoamento com fluido de perfuração	51
Figura 5.10 – Previsão do componente R12 para escoamento com fluido de perfuração	51
Figura 5.11 – Previsão do componente R22 para escoamento com fluido de perfuração	51
Figura 5.12 – Previsão do componente R33 para escoamento com fluido de perfuração	52
Figura 5.13 – Perfil do Escoamento do Petróleo Plenamente Desenvolvido	53
Figura 5.14 – Previsão do componente R11 para escoamento com petróleo	54
Figura 5.15 – Previsão do componente R12 para escoamento com petróleo	54
Figura 5.16 – Previsão do componente R22 para escoamento com petróleo	55
Figura 5.17 – Previsão do componente R33 para escoamento com petróleo	55

NOMENCLATURA

LETRAS LATINAS

Símbolo	Descrição	Dimensão
a_0^1	parâmetro do novo modelo	adim.
b_0^0	parâmetro do novo modelo	adim.
b_1^0	parâmetro do novo modelo	adim.
c_1^0	parâmetro do novo modelo	adim.
$C_{\varepsilon 1}$	constante do modelo k- ε	adim.
$C_{\varepsilon 2}$	constante do modelo k- ε	adim.
C_μ	constante do modelo k- ε	adim.
d	diâmetro / meia distância entre as placas	L
d_0^0	parâmetro do novo modelo	adim.
d_1^0	parâmetro do novo modelo	adim.
D_{ij}	parte simétrica do gradiente da velocidade	T^{-1}
e	parâmetro do novo modelo	adim.
F	força	MLT^{-2}
g	aceleração da gravidade	LT^{-2}
k	energia cinética turbulenta	ML^2T^{-2}
P	pressão / pressão média piezométrica	$ML^{-1}T^{-2}$
P_k	produção turbulenta	$ML^{-1}T^{-3}$
R_{ij}	Tensor de Reynolds	L^2T^{-2}
R_{ijk}	momento triplo	L^3T^{-3}
S_{ij}	termo de geração	L^2T^{-1}
t	tempo	T
v	velocidade	LT^{-1}
y	distância à parede	L

LETRAS GREGAS

Símbolo	Descrição	Dimensão
δ	delta de Kronecker	adim.
ε	dissipação turbulenta	L^2T^{-3}
ϕ_{ij}	correlação entre pressão e tensão	adim.
μ	viscosidade	$ML^{-1}T^{-1}$
ρ	densidade	ML^{-3}
σ_ε	constante do modelo k- ε	adim.
σ_κ	constante do modelo k- ε	adim.
τ	tensão	$ML^{-1}T^{-2}$

SOBRESCRITOS

Símbolo	Descrição
+	adimensional
—	componente média
<i>l</i>	laminar
<i>t</i>	componente turbulenta

SUBSCRITOS

Símbolo	Descrição
<i>o</i>	na parede
<i>i</i>	coordenada/posição
<i>j</i>	coordenada/posição
<i>k</i>	coordenada/posição
<i>p</i>	índice de Einstein
τ	de atrito
<i>x</i>	direção x
<i>y</i>	direção y
<i>z</i>	direção z

GRUPOS ADIMENSIONAIS

Símbolo	Nome
<i>Re</i>	Número de Reynolds

Capítulo I - Introdução

I.1 – Motivação

Na engenharia, os escoamentos, dos mais simples aos mais complexos, tornam-se instáveis a partir de um certo valor do Número de Reynolds. Para baixos Números de Reynolds, diz-se que os escoamentos são laminares. Para valores mais altos do Número de Reynolds os escoamentos tornam-se turbulentos. Escoamentos turbulentos apresentam um perfil caótico e aleatório onde a velocidade e a pressão mudam continuamente com o tempo (Versteeg e Malalasekera, 1995).

Simulações confiáveis de escoamentos turbulentos são muito importantes para a Indústria Química, especialmente no setor de óleo e gás, principalmente pelo fato de quase 100% dos escoamentos industriais serem turbulentos, tornando-se necessário se dispor de um bom modelo de turbulência.

As opções para o problema do fechamento no escoamento turbulento de fluidos estão em constante avaliação e sofrendo inclusões de fatores de correção de variadas justificativas. Este contexto reflete a inexistência de um método sólido e sistemático de solução do problema do fechamento.

O conceito de viscosidade turbulenta, introduzido por Boussinesq (1877) em analogia ao modelo de fluido newtoniano, não é adequado, sendo necessárias correções. Estas são expressas pelo emprego de “funções de parede”, modeladas por funções arbitrárias baseadas na distância à parede (Bird et al., 2001) ou, por exemplo, pelo conceito da energia cinética turbulenta (Wolfshtein, 1969) que deu origem à família dos modelos a uma equação que foi transformada em complexos esquemas de modelos a múltiplas equações. Essas correções não são expressas em função das propriedades das

flutuações turbulentas, o que as caracteriza como não-constitutivas e, então, não são válidas para qualquer escoamento.

Todas estas adaptações resultaram em perfis dos componentes do Tensor de Reynolds que conflitam com observações experimentais.

É importante destacar que as relações básicas para os componentes do Tensor de Reynolds, determinadas apenas pela parte simétrica do gradiente da velocidade, são insuficientes, não apresentando bons resultados, nem mesmo para escoamentos simples. Pope (1975) foi quem propôs inicialmente o desenvolvimento de equações constitutivas para os componentes do Tensor de Reynolds. Seu trabalho foi complementado por outros autores (Launder, 1989) e chegou-se ao consenso de que os componentes do Tensor de Reynolds são determinados pelo gradiente da velocidade decomposto em suas partes simétrica e anti-simétrica.

Aproximações sistemáticas para a proposição de equações constitutivas (não necessariamente para as tensões turbulentas) começaram com a termodinâmica de processos irreversíveis. A evolução desta disciplina, desenvolvida inicialmente por Liu and Muller (1983), foi chamada de termodinâmica estendida, que se tornou uma teoria aplicada quando na presença de rápidas mudanças e gradientes acentuados.

Alfradique e Telles (2006) empregaram os métodos da termodinâmica estendida para estabelecer um conjunto de equações para o problema do fechamento de escoamentos turbulentos. A principal vantagem desta metodologia foi a eliminação da arbitrariedade na seleção das variáveis constitutivas e, em função disto, espera-se uma adaptação mais precisa a escoamentos complexos, uma vez que variáveis constitutivas representam melhor os escoamentos que variáveis arbitrárias.

Sucessivas equações para os momentos de ordens crescentes foram escritas na forma de balanços em função de uma derivada temporal, um fluxo convectivo e um

campo de geração. Os termos desconhecidos de cada ordem são determinados por equações constitutivas em função dos momentos de ordem inferior.

Dessa forma, surge um novo modelo de turbulência que apresenta equações constitutivas para descrever os componentes do Tensor de Reynolds bem como os componentes turbulentos da transferência de calor e de massa.

I.2 – Objetivo

O objetivo deste trabalho é determinar os parâmetros deste novo modelo para o balanço de momento, propondo uma relação funcional entre estes e a velocidade. Para determinação dos parâmetros, serão utilizados dados de simulações em DNS que serão assumidos como valores experimentais os quais se deseja reproduzir para escoamentos similares. Um dos arquivos de DNS será reproduzido em código de Fluidodinâmica Computacional, através do software CFX.10 da ANSYS, de modo a comparar a performance do novo modelo com os modelos tradicionais $k-\epsilon$ e Reynolds Stress SSG.

Capítulo II – Conceitos Relevantes

II.1 – O Problema do Fechamento

Escoamentos turbulentos são caracterizados por apresentar um comportamento caótico e aleatório para a velocidade e para as demais propriedades do escoamento, como a pressão, por exemplo.

Considerando um escoamento turbulento exposto a um gradiente de pressão constante, tem-se que o perfil de um componente da velocidade em função do tempo flutua de forma caótica, conforme se pode ver na Figura 2.1.

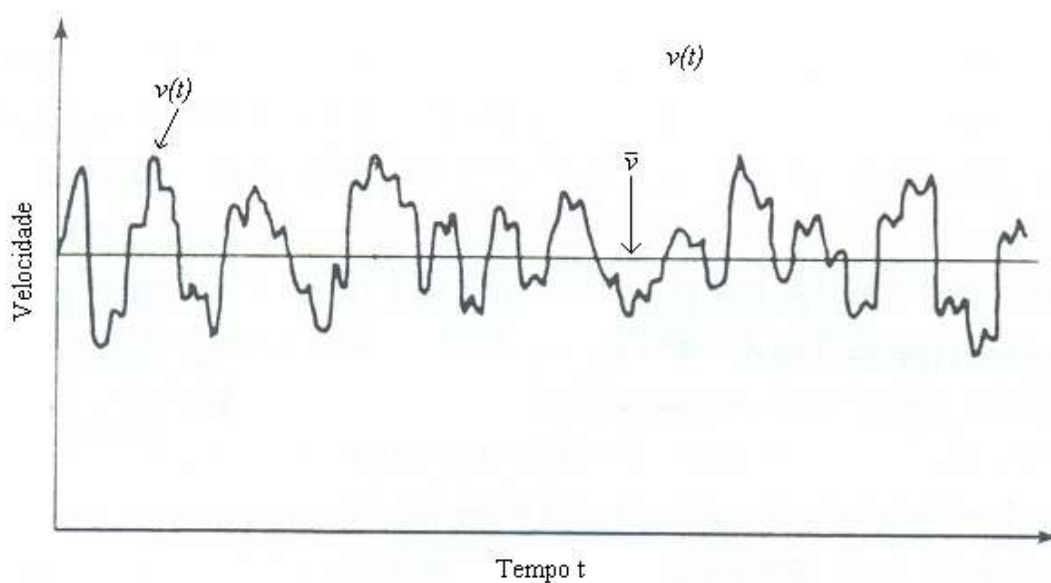


Figura 2.1 – Variação da velocidade com o tempo em um escoamento a ΔP constante (Bird, 2002)

Quando o escoamento turbulento está exposto a um gradiente de pressão que varia com o tempo, o mesmo perfil caótico é observado, porém com variações no valor da velocidade média, conforme se pode notar na Figura 2.2.

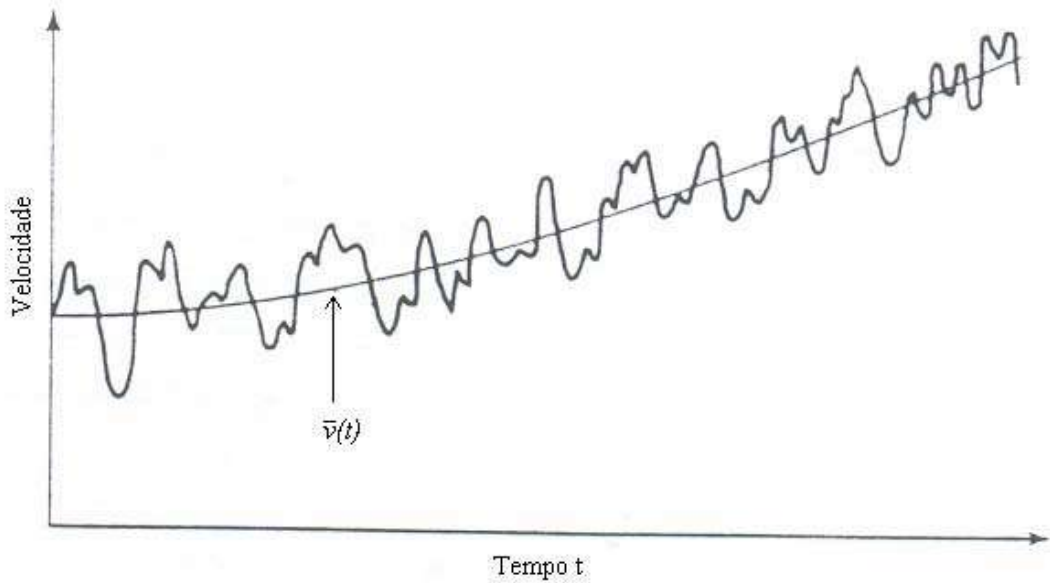


Figura 2.2 – Variação da velocidade com o tempo em um escoamento a $\Delta P(t)$ (Bird, 2002)

O problema do fechamento surge então quando, em escoamentos turbulentos, redefine-se a velocidade instantânea v como sendo a soma de sua componente média, \bar{v} , somada a sua componente flutuante, v^t .

A velocidade média é mais comumente obtida aplicando a média temporal sobre um grande número de flutuações para escoamentos estacionários, conforme se pode observar na Equação 2.1.

$$\bar{v} = \frac{1}{t_0} \int_{t-\frac{t_0}{2}}^{t+\frac{t_0}{2}} v(t) dt. \quad (2.1)$$

Onde t_0 é o período no qual a velocidade deve ser integrada de modo a gerar uma velocidade média representativa do escoamento.

Dessa forma, a velocidade instantânea v pode ser expressa como:

$$v = \bar{v} + v^t \quad (2.2)$$

Aplicando esta nova definição de velocidade na Equação da Continuidade, expressa na Equação 2.3 e reescrita para fluidos incompressíveis na Equação 2.7,

mostra-se que se chega a uma equação idêntica à Equação 2.7, originalmente para velocidade instantânea, porém para a velocidade média, como se pode verificar na Equação (2.11).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \underline{v} = 0 \quad (2.3)$$

$$\text{onde } \nabla \cdot \rho \underline{v} = \underline{v} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \underline{v} \quad (2.4)$$

Utilizando o conceito de Derivada Substantiva:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{v} \cdot \nabla \rho \quad (2.5)$$

É possível reescrever a Equação da Continuidade como:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (2.6)$$

Para fluidos incompressíveis:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \underline{v} = 0 \Rightarrow \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

Aplicando o novo conceito de velocidade:

$$\frac{\partial(\bar{v}_x + v_x^t)}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}_y + v_y^t)}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}_z + v_z^t)}{\partial z} = 0 \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial v_x^t}{\partial x} + \frac{\partial v_y^t}{\partial y} + \frac{\partial v_z^t}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.9)$$

Aplicando a média temporal em ambos os lados da equação:

$$\overline{\left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} \right)} + \overline{\left(\frac{\partial v_x^t}{\partial x} + \frac{\partial v_y^t}{\partial y} + \frac{\partial v_z^t}{\partial z} \right)} = 0 \quad (2.10)$$

Obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \bar{\underline{v}} = 0 \quad (2.11)$$

Este resultado é muito conveniente porque permite tratar a velocidade com suas componentes média e turbulenta, porém sem a introdução de nenhum novo termo, mantendo a Equação da Continuidade.

Deve-se agora então aplicar a nova definição de velocidade para a equação instantânea da quantidade de movimento que, quando a densidade ρ e a viscosidade μ são impostas constantes, recebe o nome de Equação de Navier-Stokes, ilustrada na Equação (2.12).

$$\rho \frac{D \tilde{v}}{Dt} = -\tilde{\nabla} P + \mu \tilde{\nabla}^2 \tilde{v} + \rho \tilde{g} \quad (2.12)$$

O conceito de redefinição de uma variável como sendo a soma de sua componente média e sua componente turbulenta é estendido à Pressão P , de modo que:

$$P = \bar{P} + P^t \quad (2.13)$$

Assim, a Equação de Navier-Stokes, pode ser reescrita, aplicando-se a nova definição das variáveis v e P :

$$\rho \frac{D(\bar{v} + \tilde{v}^t)}{Dt} = -\tilde{\nabla}(\bar{P} + P^t) + \mu \tilde{\nabla}^2(\bar{v} + \tilde{v}^t) + \rho \tilde{g} \quad (2.14)$$

Aplicando a média temporal em ambos os lados da equação:

$$\overline{\rho \frac{D(\bar{v} + \tilde{v}^t)}{Dt}} = \overline{-\tilde{\nabla}(\bar{P} + P^t) + \mu \tilde{\nabla}^2(\bar{v} + \tilde{v}^t) + \rho \tilde{g}} \quad (2.15)$$

Analisando cada termo da Equação 2.15 separadamente:

$$\overline{\rho \tilde{g}} = \rho \tilde{g} \quad (2.16)$$

$$\overline{\mu \tilde{\nabla}^2(\bar{v} + \tilde{v}^t)} = \mu \tilde{\nabla}^2 \bar{v} \quad (2.17)$$

$$\overline{-\tilde{\nabla}(\bar{P} + P^t)} = -\tilde{\nabla} \bar{P} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{D(\bar{v} + v^t)}{Dt} &= \frac{\partial(\bar{v} + v^t)}{\partial t} + \overline{(\bar{v} + v^t) \nabla (\bar{v} + v^t)} = \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \bar{v} + \overline{(v^t \cdot \nabla v^t)} \\ &= \frac{D\bar{v}}{Dt} + \overline{(v^t \cdot \nabla v^t)} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Reescrevendo então a Equação 2.15 através dos termos das Equações de 2.16 a 2.19, chega-se a Equação da Média Temporal, expressa na Equação 2.20:

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla \bar{P} + \mu \nabla^2 \bar{v} + \rho \bar{g} - \overline{\rho (v^t \cdot \nabla v^t)} \quad (2.20)$$

Pode-se perceber que a Equação 20 seria idêntica à Equação 2.12 para a velocidade média, não fosse pelo termo $-\overline{\rho (v^t \cdot \nabla v^t)}$. Este termo é chamado de Força Turbulenta, F^t , por unidade de área. Esta força extra de inércia é causada pelas tensões devido aos componentes flutuantes do escoamento secundário. Estas tensões compõem o Tensor de Reynolds.

$$F^t = -\overline{\rho (v^t \cdot \nabla v^t)} = -\nabla \cdot \tau^t \quad (2.21)$$

O Tensor de Reynolds τ^t , cujos componentes são normalmente denotados por R_{ij} , pode ser explicitado conforme a Equação 2.22:

$$\tau^t = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\rho (v_x^t)^2} & \overline{\rho (v_x^t v_y^t)} & \overline{\rho (v_x^t v_z^t)} \\ \overline{\rho (v_y^t v_x^t)} & \overline{\rho (v_y^t)^2} & \overline{\rho (v_y^t v_z^t)} \\ \overline{\rho (v_z^t v_x^t)} & \overline{\rho (v_z^t v_y^t)} & \overline{\rho (v_z^t)^2} \end{bmatrix} = \tau^t \quad (2.22)$$

É importante chamar a atenção para o fato de os componentes do Tensor de Reynolds serem simétricos (Equação 2.23).

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} \quad (2.23)$$

Em escoamentos turbulentos, os componentes normais (τ_{xx} , τ_{yy} e τ_{zz}) são sempre diferentes de zero porque são formados pelo quadrado da velocidade turbulenta. Já os componentes cisalhantes (τ_{xy} , τ_{xz} e τ_{yz}) estão associados a diferentes componentes da

velocidade. Por exemplo, se as velocidades turbulentas v_x^t e v_z^t forem estatisticamente independentes, a média temporal de seu produto será zero (Versteeg e Malalasekera, 1995).

Relembrando a Lei da Viscosidade de Newton, expressa pela Equação 2.24, onde o sobrescrito / refere-se ao escoamento laminar, pode-se reescrever a Equação da Média Temporal de forma genérica, conforme na Equação 2.25.

$$\tau^l = -\mu(\nabla \cdot \nabla v^T)$$

(2.24)

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\nabla \bar{P} - \nabla \cdot \tau^l - \nabla \cdot \tau^t + \rho \bar{g} \quad (2.25)$$

Observando as Equações 2.11, 2.23 e 2.25 percebe-se que se chega a um sistema de 4 equações (uma vez que a Equação 2.25 se decompõe em 3 equações, uma para cada direção do escoamento, x , y e z) e 10 incógnitas: $\bar{P}, \bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, \tau_{zz}$.

O surgimento deste novo termo traz então 6 novas variáveis que caracterizam o Problema do Fechamento, pois agora, será necessário determinar uma correlação para os componentes do Tensor de Reynolds.

II.2 – Variáveis Adimensionais

Quando se fala em turbulência, é comum encontrar variáveis adimensionais como o próprio Número de Reynolds, Re , como a velocidade adimensional, u^+ e a distância adimensionalizada à parede, y^+ . As definições destas variáveis seguem respectivamente nas Equações 2.26, 2.27 e 2.29.

$$\text{Re} = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (2.26)$$

onde d é o diâmetro para tubos circulares e a metade da altura para dutos retangulares ou quadrados.

$$u^+ = \frac{\bar{v}}{v_\tau} \quad (2.27)$$

onde v_τ é a velocidade de atrito dada por:

$$v_\tau = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \quad (2.28)$$

onde τ_0 é a tensão na parede.

$$y^+ = \frac{yv_\tau\rho}{\mu} \quad (2.29)$$

e y é a distância à parede. Este conceito de distância à parede para dutos circulares ou retangulares é trivial, porém para geometrias mais complexas, torna-se uma variável indefinida.

II.3 – Modelos de Turbulência Tradicionais

Os modelos de turbulência mais tradicionais são aqueles baseados na proposição de correlações para os componentes do Tensor de Reynolds cujo surgimento provém da decomposição da velocidade em sua componente média (dada pela aplicação da média temporal num dado intervalo conveniente de tempo) e em sua componente flutuante ou turbulenta.

Aqui serão descritas duas classes de modelos de turbulência: Modelos a Duas Equações e Modelo das Tensões de Reynolds. As principais premissas de cada classe

serão apresentadas e, deve-se ter em mente que os modelos de cada classe diferem por constantes, redefinição de algum termo ou mesmo introdução de novos termos.

II.3.1 – Modelos a Duas Equações

O modelo mais representativo desta classe de modelos de turbulência é o modelo k-ε (κ-epsilon).

O modelo k-ε é estável e numericamente robusto. É considerado um dos mais proeminentes modelos de turbulência e encontra-se implementado na maior parte dos códigos de CFD (Fluidodinâmica Computacional), sendo conhecido por ser o modelo padrão das indústrias (CFX, 2005).

Este modelo aplica o conceito de viscosidade turbulenta introduzido por Boussinesq (1877), de modo a obter uma correlação constitutiva para os componentes do Tensor de Reynolds, conforme a Equação (2.30) abaixo.

$$\overline{\rho v_i^t v_j^t} = \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - 2 \rho \mu^t D_{ij} \quad (2.30)$$

Nesta equação, k é a energia cinética turbulenta, δ_{ij} é uma matriz onde δ_{ij} assume valor 1 para $i = j$ e zero para $i \neq j$, μ^t é a viscosidade turbulenta e D_{ij} é a parte simétrica do gradiente de velocidade.

Pode-se perceber pela equação 2.30 a analogia à Lei da Viscosidade de Newton onde a viscosidade (propriedade física do fluido) multiplica o gradiente da velocidade.

O modelo k-ε é conhecido como modelo a duas equações pela introdução de duas novas variáveis e conseqüentemente de duas novas equações diferenciais de transporte para estas variáveis.

As novas variáveis introduzidas são a energia cinética turbulenta, k , e a dissipação turbulenta, ε .

As equações de transporte introduzidas são:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v} k) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu^t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{v} \varepsilon) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu^t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (2.32)$$

Onde μ^t , a viscosidade turbulenta, é dada pela Equação (2.33) abaixo.

$$\mu^t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.33)$$

O termo P_k é a “produção de turbulência” resultado dos efeitos das forças viscosas e do empuxo. É expressa pela Equação (2.34) abaixo:

$$P_k = \mu^t \nabla \bar{v} \cdot \left(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T \right) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \bar{v} \left(3 \mu^t \nabla \cdot \bar{v} + \rho k \right) + P_{kb} \quad (2.34)$$

Onde P_{kb} é o termo de produção de empuxo cuja expressão pode variar para diferentes modelos, porém sendo sempre proporcional a um campo externo que pode ser gravitacional, centrífugo, eletro-magnético, dentre outros.

É importante observar que, para fluidos incompressíveis, o segundo termo da Equação 2.34 torna-se nulo.

Os termos σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ e C_μ são constantes. Estas constantes foram determinadas por diversos autores (Telles, 2005) e os valores-padrão utilizados pelo software CFX 10 da ANSYS são apresentados na Tabela 2.1 abaixo.

Tabela 2.1 – Valores das constantes do modelo k-ε utilizadas no CFX

Variável	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
Valor	1,44	1,92	1,0	1,3

O sistema formado pelas Equações 2.11, 2.23, 2.25, 2.30, 2.31, 2.32 e 2.33 está fechado e pode ser resolvido numericamente.

É importante observar que para um escoamento plenamente desenvolvido em placas planas paralelas, a parte simétrica do gradiente da velocidade, D , é dado pela Equação (2.35) abaixo.

$$D = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

De modo que, pela equação 2.30, obtém-se que:

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = \frac{2}{3} \rho k \quad (2.36)$$

$$\tau_{xy} = \mu_t \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (2.37)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (2.38)$$

A Equação 2.36 mostra uma fragilidade do modelo k- ϵ e de todos os modelos baseados na viscosidade turbulenta de Boussinesq onde o valor dos componentes normais seriam necessariamente iguais e isto é comprovadamente um equívoco.

Apesar disto, pode-se dizer que este modelo vem provendo boas previsões de muitos escoamentos de interesse na engenharia. Porém, sua performance é comprometida em algumas situações como (CFX, 2005):

- ✓ Escoamentos sobre superfícies curvas;
- ✓ Escoamento sob ação de gradientes de pressão muito grandes;
- ✓ Escoamentos com regiões de separação da camada limite;
- ✓ Jatos;
- ✓ Escoamentos em fluidos rotatórios.

Dentre outros, o RNG k- ϵ e o k- ω são modelos que se encontram nesta classe de modelos de turbulência. No RNG k- ϵ as constantes citadas acima são redefinidas em função de novos termos de modo a normalizar as equações de Navier-Stokes. Já no modelo k- ω , em vez do termo ϵ , dissipação turbulenta, define-se o termo ω , frequência turbulenta. Este modelo e suas derivações são normalmente recomendados para melhor previsão próximo à parede. Há ainda modelos que conjugam os modelos k- ω quando próximo à parede e k- ϵ para longe da parede.

II.3.2 – Modelos das Tensões de Reynolds (Reynolds Stress Models)

Conforme já dito, os modelos a duas equações oferecem boas previsões de grande parte dos escoamentos industriais. Porém, em escoamentos onde o transporte turbulento ou efeitos fora do equilíbrio são importantes, a concepção da viscosidade turbulenta passa a não ser mais válida e estes modelos passam a ser ineficientes (CFX, 2005).

Os modelos das Tensões de Reynolds, em inglês, *Reynolds Stress Models*, incluem naturalmente os efeitos de linhas de corrente curvas, mudanças bruscas na taxa de tensão, escoamentos secundários ou empuxo, quando comparados com os modelos baseados na viscosidade turbulenta. Teoricamente, estes modelos apresentariam melhores previsões para escoamentos complexos que os modelos a duas equações, porém na prática, muitas vezes, esta teoria não se confirma.

Esta melhor performance teórica em escoamentos complexos é o que justifica seu uso, uma vez que requer um alto grau de complexidade no sistema matemático resultante.

Os modelos das Tensões de Reynolds são baseados em equações de transporte para cada um dos componentes do Tensor de Reynolds (daí o nome desta classe de modelos de turbulência) e para a taxa de dissipação. São modelos caracterizados por um alto grau de universalidade de aplicação.

O aumento no número de equações de transporte leva a uma menor robustez numérica e requer maiores esforços computacionais.

Dentre os vários modelos baseados nas equações de transporte para cada um dos componentes do Tensor de Reynolds, o SSG é o mais recomendado por questões históricas e por ser um modelo padrão (CFX, 2005).

Comparando com o modelo k-ε, os modelos das Tensões de Reynolds tem seis equações de transporte a mais (uma para cada tensor de Reynolds, conforme se pode notar nas equações 2.39 e 2.41) para serem resolvidas a cada passo de tempo. Os termos de geração também são mais complexos. Dessa forma, a convergência do sistema é significativamente mais lenta.

Os modelos das Tensões de Reynolds podem ser aplicados para formulações com coeficientes de difusão iso e anisotrópicos, dependendo da forma em que é escrito.

No software CFX 10 da ANSYS as equações dos Modelos das Tensões de Reynolds são baseadas nas equações de transporte da dissipação turbulenta de modo que as Equações 2.39 e 2.40 são para formulação dos coeficientes de difusão isotrópicos e as Equações 2.41 e 2.42 para formulação dos coeficientes de difusão anisotrópicos.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{v_i^t v_j^t}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(v_k \rho \overline{v_i^t v_j^t}) = P_{ij} + \phi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{2}{3} c_s \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \frac{\partial v_i^t v_j^t}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k \varepsilon) = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right] \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{v_i^t v_j^t}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(v_k \rho \overline{v_i^t v_j^t}) = P_{ij} + \phi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu \delta_{kj} + c_s \rho \frac{k}{\varepsilon} \overline{v_i^t v_j^t} \right) \frac{\partial v_i^t v_j^t}{\partial x_j} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \varepsilon \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_k \varepsilon) = \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\mu \delta_{kj} + C_{\varepsilon} \rho \frac{k}{\varepsilon} \overline{v_k^t v_j^t} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (2.42)$$

Os diferentes modelos das Tensões de Reynolds diferenciam-se pelo valor das constantes e definição de alguns termos. (CFX, 2005; Telles, 2005)

Devido ao cálculo de cada um dos componentes do Tensor de Reynolds, espera-se uma melhor previsão dos escoamentos secundários e complexos. Porém, deve-se observar que estes modelos também utilizam variáveis arbitrárias como a viscosidade e a dissipação turbulentas.

II.4 – DNS: “*Direct Numerical Simulations*”

Conforme já mencionado anteriormente, a turbulência se torna um fenômeno complexo de ser resolvido devido à necessidade da solução do sistema formado pelas equações de Navier - Stokes.

Porém, não há solução analítica para este sistema de equações, mesmo para os escoamentos mais simples. A descrição completa de um escoamento turbulento, onde as variáveis que caracterizam o escoamento (como a velocidade e a pressão) são conhecidas como função do tempo e do espaço só pode ser obtida pela resolução numérica das equações de Navier – Stokes (Moin e Mahesh, 1998).

O método que consiste nestas soluções numéricas são conhecidas por Simulações Numéricas Diretas, ou em inglês, *Direct Numerical Simulations* (DNS).

Dessa forma, métodos numéricos precisos são requeridos para tornar a técnica de DNS praticável. Uma vez que escoamentos turbulentos normalmente apresentam amplas faixas de escalas que aumentam com o Número de Reynolds, todas as escalas, inclusive as menores, devem ser tratadas da forma mais acurada possível.

Ao implementar DNS, considera-se todos os graus de liberdade presentes em um escoamento e por isso é o único meio de prever e analisar escoamentos turbulentos em todos os detalhes sem utilizar uma pressuposição que leve à aproximações (Friedrich et al., 2000).

DNS é uma ferramenta de pesquisa e não deve ser encarado como uma solução de “força bruta” das equações de Navier Stokes para problemas de engenharia. O objetivo não é reproduzir dados experimentais de escoamentos reais, mas sim implementar estudos controlados que permitam o desenvolvimento de melhores modelos de turbulência. É importante destacar que os dados de DNS fornecem resultados relevantes referente aos componentes do Tensor de Reynolds, como suas magnitudes e possíveis escalas (Moin e Mahesh, 1998).

Quanto à evolução da técnica de DNS, pode-se dizer que os escoamentos de fluidos incompressíveis foram, inicialmente, o alvo dos estudos. Atualmente investe-se bastante em melhorar a performance de DNS para escoamentos compressíveis (Moin e Mahesh, 1998).

Uma importante restrição que hoje ainda se impõe sobre a implementação de DNS é que só se consegue efetuar simulações com Números de Reynolds baixos – moderados. Esta restrição pode ser justificada por dois principais motivos: o computacional, exigindo malhas extremamente refinadas, uma vez que o número de pontos na malha requeridos cresce mais rápido que o quadrado do número de Reynolds; e o econômico, uma vez que sempre são levados em consideração os custos de um projeto para implementação de simulações que exigem maior tempo computacional e melhores máquinas. (Moin e Mahesh, 1998 e Friedrich et al., 2000).

Após diversas implementações de DNS e suas respectivas comparações com dados experimentais, o método foi sendo aprimorado e hoje DNS de escoamentos em

canais é considerado confiável o suficiente para ser utilizado como padrão por técnicas de diagnóstico experimentais (Moin e Mahesh, 1998).

Além disso, muitas simulações em DNS referem-se a escoamentos limitados por paredes e estes vem provendo bancos de dados extremamente úteis para análises de efeitos próximos à parede (Friedrich et al., 2000).

Dessa forma, as técnicas de DNS vêm sendo muito utilizadas para parametrizar a turbulência e incrementar a busca por melhores modelos de turbulência (Moin e Mahesh, 1998).

Neste contexto, neste trabalho serão utilizados bancos de dados de DNS como sendo os dados experimentais que se deseja reproduzir.

II.5 – CFD: “*Computational Fluid Dynamics*”

A diferença crucial na visualização de escoamentos laminares e turbulentos é a presença de turbilhões de uma grande faixa de tamanhos.

Um domínio típico de escoamento de 0,1 por 0,1 metros com um alto Número de Reynolds pode conter turbilhões de “raio” variando entre 10 e 100 μm . Para descrever um processo como este, seria necessária uma malha de 10^9 a 10^{12} nós. Os eventos mais rápidos ocorrem com frequências na ordem de 10 kHz, de modo que seria necessário discretizar o tempo em passos na ordem de 100 μs (Versteeg e Malalasekera, 1995). Dessa forma, conclui-se que, num futuro próximo, não será possível resolver diretamente as Equações da Continuidade e de Navier - Stokes para a velocidade instantânea e escoamentos complexos, o que seria, a princípio o conceito de DNS, já explicado e comentado acima.

Neste contexto, engenheiros precisam dispor de procedimentos e ferramentas computacionais que possam supri-los de informações adequadas sobre processos turbulentos, porém sem precisar prever os efeitos de cada turbilhão no escoamento (Versteeg e Malalasekera, 1995). Para esta classe de soluções, utiliza-se a Fluidodinâmica Computacional, mais conhecida como CFD, proveniente do inglês *Computational Fluid Dynamics*.

CFD é a análise de sistemas, envolvendo escoamento, transferência de calor e fenômenos associados como reações químicas, por simulações baseadas em esforços computacionais (Versteeg e Malalasekera, 1995).

A técnica de CFD pode ser descrita, em parte, como a arte de substituir as equações diferenciais parciais governantes de um escoamento (Navier-Stokes, continuidade e modelos de turbulência) por "números" e dispor estes números no espaço e/ou tempo para obter uma descrição numérica final do campo completo do escoamento de interesse (Lomax, 2001).

Basicamente, para se implementar a técnica de CFD, precisa-se de um software comercial, onde se definem a geometria do escoamento bem como sua malha, as condições de contorno do escoamento e os modelos a serem utilizados. A resolução numérica das equações diferenciais parciais fica por conta do software, sendo possível o usuário interferir em critérios e parâmetros de convergência.

A malha consiste na divisão do volume da geometria em diversos pequenos volumes, elementos, para os quais as equações diferenciais parciais serão numericamente resolvidas, discretizando o sistema, inicialmente contínuo. O encontro de cada elemento forma um nó e o número de nós bem como de elementos são parâmetros utilizados para caracterizar a malha desenvolvida.

A ressalva que sempre se deve ter ao utilizar CFD é quanto à confiabilidade dos resultados obtidos. Conforme já citado, ao utilizar CFD, deve-se escolher entre modelos, especialmente modelos de turbulência. Estes modelos, por serem modelos e por saber-se de suas limitações, também já comentadas, implicam em erros e estes devem ser avaliados. Além de erros provenientes dos modelos adotados, ainda deve-se considerar possíveis erros devido às soluções numéricas.

Neste trabalho, a ferramenta CFD foi utilizada para validar dois modelos de turbulência tradicionais, o $k-\varepsilon$ e o SSG Reynold Stress, comparando os resultados obtidos com aqueles provenientes dos bancos de dados de DNS e com aqueles obtidos a partir do novo modelo de turbulência cujos parâmetros serão determinados.

Capítulo III - O Novo Modelo de Turbulência

Um Modelo de Turbulência é, por princípio, um modelo que se propõe a resolver o problema do fechamento, ou seja, correlações que permitam calcular os componentes do Tensor de Reynolds.

O Modelo de Alfradique e Telles (2006) propõe equações para a velocidade média, para os componentes do Tensor de Reynolds e para todos os momentos de ordens posteriores.

Ordens posteriores são definidas da seguinte forma:

$v_i^t \rightarrow$ primeira ordem ou velocidade turbulenta;

$v_i^t v_j^t = R_{ij} \rightarrow$ segunda ordem ou momento duplo ou Tensor de Reynolds;

$v_i^t v_j^t v_k^t = R_{ijk} \rightarrow$ terceira ordem ou momento triplo;

e assim sucessivamente. Porém, deve-se notar que o primeiro nível das equações do fechamento inclui um balanço para o termo de segunda ordem, R_{ij} , e uma equação constitutiva para o momento triplo; para o segundo nível das equações do fechamento, precisa-se do balanço para os momentos duplo e triplo e uma equação constitutiva para o momento quádruplo. E assim sucessivamente, conforme será mostrado mais adiante.

As Equações 3.1, 3.2 e 3.3 abaixo representam as equações do modelo para a velocidade média, para o momento duplo ou Tensor de Reynolds e para o momento triplo, respectivamente.

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_p} [v_i v_p + R_{ip}] = \nu \nabla^2 v_i - \frac{\partial P / \rho}{\partial x_i} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_p} [R_{jp} v_i + R_{ip} v_j + R_{ij} v_p] + \frac{\partial R_{ijp}}{\partial x_p} = S_{ij} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{ijk}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial X_p} [R_{jkp} v_i + R_{ikp} v_j + R_{ijp} v_k + R_{ijp} v_p] \\ + \frac{\partial}{\partial X_p} [-R_{ij} R_{kp} - R_{jk} R_{ip} - R_{ik} R_{jp} + R_{ijkp}] = S_{ijk} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Deve-se notar ainda que, na notação deste modelo, os componentes do Tensor de Reynolds são representados apenas pelo produto das velocidades flutuantes, ou seja, todo o balanço está dividido pela densidade ρ .

O modelo poderia ser aplicado de modo a encontrar balanços para os momentos de ordens posteriores, porém quanto maior a ordem do nível de fechamento, mais complexo ficará o sistema de equações, implicando numa possível inviabilidade (em termos de tempo para convergência) para os códigos de Fluidodinâmica Computacional, por exemplo.

Nestas equações, foi utilizada a notação de Einstein e os termos R_{ij} e S_{ij} são, respectivamente, o Tensor de Reynolds e o Termo de Geração, P é a pressão média piezométrica, dada pela Equação 3.4 e ρ é a densidade. O índice “ p ” é o índice da notação de Einstein e os índices “ i ”, “ j ” e “ k ” referem-se às coordenadas.

$$P = p + \rho gh \quad (3.4)$$

onde p é a pressão e h a altura.

A notação de Einstein pode ser explicada da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial X_p} [v_i v_p + R_{ip}] = \sum_{p=a}^b \frac{\partial}{\partial X_p} [v_i v_p + R_{ip}] \quad (3.5)$$

onde a é uma das direções do escoamento e b é a n -ésima direção deste escoamento. Num escoamento unidirecional, p assumirá apenas um valor: o valor da direção do escoamento. Normalmente, para escoamentos 3D, p varia de 1 a 3 correspondente a cada uma das coordenadas x , y , e z , (1, 2 e 3, respectivamente, por

exemplo. Deve-se notar que o número correspondente a cada coordenada é arbitrário). Este conceito ficará mais claro adiante onde o modelo será empregado.

Percebe-se, pelas Equações 3.2 e 3.3, que, para se resolver o primeiro nível das equações do fechamento, são necessárias correlações para os termos R_{ijk} e S_{ij} , enquanto que para o segundo nível das equações do fechamento, serão necessárias correlações para os termos R_{ijkp} , S_{ijk} e S_{ij} .

Aplicando a termodinâmica estendida para determinar correlações constitutivas para os termos R_{ijk} e S_{ij} do primeiro nível do fechamento, o novo modelo de turbulência propõe as Equações 3.6 e 3.7 abaixo:

$$R_{ijp} = a_0^1[\delta_{ij}v_p + \delta_{jp}v_i + \delta_{pi}v_j] + a_1^1[R_{ij}v_p + R_{jp}v_i + R_{pi}v_j] + a_2^1[R_{ij}R_{ki}v_p + R_{jk}R_{kp}v_i + R_{pl}R_{ki}v_j] \quad (3.6)$$

$$S_{ij} = b_0^0\delta_{ij} + b_0^2v_i v_j + b_1^0R_{ij} + b_2^0R_{ik}R_{kj} + b_1^2[v_i R_{jk}v_k + R_{ik}v_k v_j] + b_2^2[v_i R_{jp}R_{pk}v_k + R_{ip}R_{pk}v_k v_j] \quad (3.7)$$

O índice superior dos parâmetros refere-se à ordem em que a velocidade aparece relacionada a este termo e o índice inferior, à ordem em que os componentes do Tensor de Reynolds aparecem relacionados ao termo.

O termo δ_{ij} é definido na Equação 3.8:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow i = j \\ 0 & \Leftrightarrow i \neq j \end{cases} \quad (3.8)$$

Optou-se por utilizar a forma linear para estas correlações que é dada pelas Equações 3.9 e 3.10.

$$R_{ijk} = a_0^1[\delta_{ij}v_p + \delta_{jp}v_i + \delta_{pi}v_j] \quad (3.9)$$

$$S_{ij} = b_0^0\delta_{ij} + b_1^0R_{ij} \quad (3.10)$$

De modo que a_0^1 , b_0^0 e b_1^0 são os parâmetros do modelo para o primeiro nível do fechamento.

Introduzindo a forma linear dos termos R_{ijk} e S_{ij} nas equações de balanço dos componentes do Tensor de Reynolds resulta na Equação 3.11:

$$\dot{R}_{ij} + R_{jp} \frac{\partial v_i}{\partial x_p} + R_{ip} \frac{\partial v_j}{\partial x_p} - b_1^0 R_{ij} - b_0^0 \delta_{ij} = - \left(\frac{\partial a_0^1 v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial a_0^1 v_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.11)$$

Onde \dot{R}_{ij} é definido na Equação 3.12:

$$\dot{R}_{ij} = \frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + R_{ij} \frac{\partial v_p}{\partial x_p} \quad (3.12)$$

A forma linear para os termos R_{ijkp} , S_{ijk} e S_{ij} do segundo nível do fechamento é apresentada nas Equações 3.13, 3.14 e 3.15 abaixo:

$$R_{ijkp} = d_0^0 \delta_{ij} \delta_{kp} + d_1^0 (\delta_{ij} R_{kp} + \delta_{jk} R_{pi} + \delta_{kp} R_{ij} + \delta_{pi} R_{jk}) \quad (3.13)$$

$$S_{ijk} = c_0^1 (\delta_{ij} v_k + \delta_{jk} v_i + \delta_{ki} v_j) + e R_{ijk} \quad (3.14)$$

$$S_{ij} = b_0^0 \delta_{ij} + b_1^0 R_{ij} \quad (3.15)$$

Onde b_0^0 , b_1^0 , c_0^1 , d_0^0 , d_1^0 e e são os parâmetros do modelo para o segundo nível do fechamento.

III.1 – escoamento Plenamente Desenvolvido Entre Placas Planas Paralelas

Para a determinação dos parâmetros do modelo foi escolhido o cenário de um escoamento plenamente desenvolvido entre placas planas paralelas para o qual o modelo de Alfradique e Telles poderia ser significativamente simplificado. A idéia é posteriormente aplicar este modelo simplificado em código de CFD para comprovar sua performance e posteriormente desenvolver o modelo para aplicações em escoamentos globais e geometrias complexas.

Para o cenário então citado, pode-se dizer que $v_1 = v_1(x_2)$ e $v_2 = v_3 = 0$. Para aplicação do modelo o índice da notação de Einstein “ p ” assumirá um único valor: 2 que corresponde ao índice da direção do escoamento, x_2 .

Para determinar qual dos níveis de fechamento será utilizado, ambos serão analisados.

III.2 – Primeiro Nível das Equações do Fechamento

Aplicando o modelo de Alfradique e Telles, utilizando a Equação 3.11 para o cenário determinado, obtém-se as Equações 3.16, 3.17, 3.18 e 3.19 que seguem:

$$b_0^0 + b_1^0 R_{11} = 2R_{12} \frac{dv_1}{dx_2} \quad (3.16)$$

$$b_0^0 + b_1^0 R_{22} = 0 \quad (3.17)$$

$$b_0^0 + b_1^0 R_{33} = 0 \quad (3.18)$$

$$b_1^0 R_{12} + \varphi \frac{dv_1}{dx_2} = R_{22} \frac{dv_1}{dx_2} \quad (3.19)$$

Onde o parâmetro φ é definido na Equação 3.20:

$$\varphi = -\frac{\partial a_0^1 v_1}{\partial v_1} \quad (3.20)$$

Observando as Equações 3.17 e 3.18, pode-se perceber que, pelo primeiro nível de fechamento, obtém-se que R_{22} é igual a R_{33} , o que entra em conflito com observações experimentais e dados de DNS.

Dessa forma, o primeiro nível do fechamento é descartado.

III.3 – Segundo Nível das Equações do Fechamento

Aplicando o modelo de Alfradique e Telles substituindo as Equações 3.13 e 3.14 na Equação 3.3 para o cenário determinado, obtém-se a seguinte relação de equações.

$$(1,1,1) \quad \frac{d}{dx_2} \left[3R_{112}v_1 - 3R_{11}R_{12} + 2d_1^0 R_{12} \right] = 3c_0^1 v_1 + eR_{111}, \quad (3.21)$$

$$(1,1,2) \quad \frac{d}{dx_2} \left[2R_{122}v_1 - (R_{11}R_{22} + 2R_{12}^2) + d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22}) \right] = eR_{112}, \quad (3.22)$$

$$(1,1,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[2R_{123}v_1 - R_{11}R_{23} - 2R_{12}R_{13} + d_1^0 R_{23} \right] = eR_{113}, \quad (3.23)$$

$$(1,2,2) \quad \frac{d}{dx_2} \left[R_{222}v_1 - 3R_{12}R_{22} + 2d_1^0 R_{12} \right] = c_0^1 v_1 + eR_{122}, \quad (3.24)$$

$$(1,2,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[R_{223}v_1 - 2R_{12}R_{23} - R_{13}R_{22} \right] = eR_{123}, \quad (3.25)$$

$$(1,3,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[R_{233}v_1 - (2R_{13}R_{23} + R_{12}R_{33}) + d_1^0 R_{12} \right] = c_0^1 v_1 + eR_{133}, \quad (3.26)$$

$$(2,2,2) \quad \frac{d}{dx_2} \left[-3R_{22}^2 + (d_0^0 + 4d_1^0 R_{22}) \right] = eR_{222}, \quad (3.27)$$

$$(2,2,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[-3R_{22}R_{23} + 2d_1^0 R_{23} \right] = eR_{223}, \quad (3.28)$$

$$(2,3,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[-2R_{23}^2 - R_{22}R_{33} + d_1^0 (R_{22} + R_{33}) \right] = eR_{233}, \quad (3.29)$$

$$(3,3,3) \quad \frac{d}{dx_2} \left[-3R_{23}R_{33} + 2d_1^0 R_{23} \right] = eR_{333}. \quad (3.30)$$

E substituindo a Equação 3.15 na Equação 3.2 para o cenário determinado, obtém-se um segundo conjunto de equações que se seguem.

$$(1,1) \quad b_0^0 + b_1^0 R_{11} = \frac{d}{dx_2} [2R_{12} v_1 + R_{112}], \quad (3.31)$$

$$(2,2) \quad b_0^0 + b_1^0 R_{22} = \frac{dR_{222}}{dx_2}, \quad (3.32)$$

$$(3,3) \quad b_0^0 + b_1^0 R_{33} = \frac{dR_{233}}{dx_2}, \quad (3.33)$$

$$(1,2) \quad b_1^0 R_{12} = \frac{d}{dx_2} [R_{22} v_1 + R_{122}], \quad (3.34)$$

$$(1,3) \quad \frac{d}{dx_2} [R_{23} v_1 + R_{123}] = b_1^0 R_{13} = 0, \quad (3.35)$$

$$(2,3) \quad \frac{dR_{223}}{dx_2} = b_1^0 R_{23} = 0. \quad (3.36)$$

Observando-se as Equações 3.35 e 3.36, infere-se que $R_{123} = R_{223} = 0$. Além disso, para o cenário estudado, $R_{23} = R_{13} = 0$. Substituindo estes valores no conjunto de Equações de 3.21 a 3.30 restam apenas seis equações (Equações 3.21, 3.22, 3.24, 3.26, 3.27 e 3.29) de modo que as demais ficam com ambos os lados da equação igual a zero.

Observando então as Equações de 3.31 a 3.34, percebe-se que são necessárias correlações para os momentos triplos R_{112} , R_{122} , R_{222} e R_{233} . Dessa forma, encontra-se um sistema com seis incógnitas (os parâmetros) e quatro equações. Especificou-se então os parâmetros c_1^0 e ϵ como zero de modo a encontrar uma solução particular para o sistema e simplificando a forma de obtenção dos momentos triplos mencionados, uma vez que o lado direito das Equações 3.21, 3.22, 3.24, 3.26 fica igual a zero.

As correlações para os momentos triplos R_{112} , R_{122} , R_{222} e R_{233} são obtidas integrando-se as Equações 3.21, 3.22, 3.24 e 3.26 da parede ($x_2=0$, onde todas as variáveis em questão, velocidade e componentes do Tensor de Reynolds são zero) a qualquer x_2 .

Dessa forma, agrupando as Equações 3.21 e 3.31 chega-se a Equação 3.37. As Equações 3.24 e 3.32 darão origem à Equação 3.38, as Equações 3.26 e 3.33 darão origem à Equação 3.39 e as Equações 3.22 e 3.34 darão origem à Equação 3.40. Para escrever as Equações 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40 os parâmetros d_0^0 e d_1^0 foram redefinidos em função de novos parâmetros, f e g , expressos nas Equações 3.41 e 3.42.

$$b_0^0 + b_1^0 R_{11} + \frac{2}{3} f = \frac{d}{dx_2} \left[2R_{12}v_1 + \frac{R_{11}R_{12}}{v_1} \right] \quad (3.37)$$

$$b_0^0 + b_1^0 R_{22} + 2f = 3 \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12}R_{22}}{v_1} \right] \quad (3.38)$$

$$b_0^0 + b_1^0 R_{33} + f = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12}R_{33}}{v_1} \right] \quad (3.39)$$

$$b_1^0 R_{12} + g = \frac{d}{dx_2} \left[R_{22}v_1 + \frac{R_{11}R_{12} + 2R_{12}^2}{2v_1} \right] \quad (3.40)$$

$$f = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{d_1^0 R_{12}}{v_1} \right] \quad (3.41)$$

$$g = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22})}{2v_1} \right] \quad (3.42)$$

Capítulo IV – Determinação dos Parâmetros

Resolvendo o sistema formado pelas Equações 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40, obtém-se a correlação para cada um dos quatro parâmetros (b_0^0 , b_1^0 , f e g) do segundo nível de fechamento, expressos em função dos componentes do Tensor de Reynolds (R_{11} , R_{12} , R_{22} e R_{33}) conforme Equações 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

$$b_0^0 = -\frac{-3R_{22}I_1 + 2R_{22}I_3 + 6R_{33}I_1 - 6R_{33}I_{21} - 6R_{11}I_3 + 9R_{11}I_2}{3R_{11} + R_{22} - 4R_{33}} \quad (4.1)$$

$$b_1^0 = \frac{3I_1 + 3I_2 - 4I_3}{3R_{11} + R_{22} - 4R_{33}} \quad (4.2)$$

$$f = -\frac{3(R_{33}I_1 - 3R_{33}I_2 + R_{22}I_1 + R_{22}I_3 - R_{11}I_3 + 3R_{11}I_2)}{3R_{11} + R_{22} - 4R_{33}} \quad (4.3)$$

$$g = \frac{-3R_{12}I_1 + 4R_{12}I_3 - 3R_{12}I_3 + R_{22}I_4 + 3R_{11}I_4 - 4R_{33}I_4}{3R_{11} + R_{22} - 4R_{33}} \quad (4.4)$$

Os parâmetros I_1 , I_2 , I_3 e I_4 foram definidos de modo a simplificar a correlação e estão expressos nas Equações 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8.

$$I_1 = \frac{d}{dx_2} \left[2R_{12}v_1 + \frac{R_{11}R_{12}}{v_1} \right] \quad (4.5)$$

$$I_2 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12}R_{22}}{v_1} \right] \quad (4.6)$$

$$I_3 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12}R_{33}}{v_1} \right] \quad (4.7)$$

$$I_4 = \frac{d}{dx_2} \left[R_{22}v_1 + \frac{R_{11}R_{12} + 2R_{12}^2}{2v_1} \right] \quad (4.8)$$

Através de dados de DNS é possível determinar uma relação entre os parâmetros e a velocidade adimensional u^+ .

IV.1 – Ajuste dos Parâmetros

Os dados de DNS utilizados para obter a relação entre os parâmetros (b_0^0 , b_1^0 , f e g) e a velocidade adimensional u^+ são provenientes do site <http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp>, “Turbulence and Heat Transfer Lab. / Frontier Energy System Lab”. Deste site, três arquivos de DNS simulando o escoamento plenamente desenvolvido entre placas planas paralelas foram utilizados na determinação dos parâmetros.

Deve-se ressaltar que nos arquivos de DNS todas as variáveis são adimensionais, inclusive os componentes do Tensor de Reynolds, que poderiam adotar as notações de R_{11}^+ , R_{12}^+ , R_{22}^+ e R_{33}^+ , onde R_{ij}^+ pode ser definido conforme na Equação 4.9 abaixo.

$$R_{ij}^+ = \frac{R_{ij}}{\rho V_\tau^2} = \frac{R_{ij}}{\tau_0} \quad (4.9)$$

Dessa forma, os parâmetros estarão sendo determinados em função de u^+ , de modo que os componentes do Tensor de Reynolds estarão sendo determinados em sua forma adimensional.

A obtenção dos parâmetros foi realizada através do ajuste de polinômios de sexto grau para os parâmetros b_0^0 , b_1^0 e g e de quarto grau para o parâmetro f . Nas Figuras de 4.1 a 4.4, pode-se ver os parâmetros obtidos pelos dados de DNS e o polinômio ajustado.

A Tabela 4.1 mostra os coeficientes dos polinômios ajustados para cada parâmetro, segundo a equação geral de um polinômio, dada pela Equação 4.10.

$$y(x) = a_0 x^6 + a_1 x^5 + a_2 x^4 + a_3 x^3 + a_4 x^2 + a_5 x + a_6 \quad (4.10)$$

Tabela 4.1 – Valor dos Coeficientes da Equação 4.10 para Cada um dos Parâmetros

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
b_0^0	-1,4615E-06	7,4420E-05	-1,4577E-03	1,4000E-02	-6,3572E-02	6,9035E-02	-1,1977E-02
b_1^0	1,2290E-06	-6,7930E-05	1,3776E-03	1,2320E-02	4,0036E-02	2,0472E-02	8,0489E-02
f	-	-	4,0334E-05	-1,3757E-03	1,2447E-02	1,4406E-02	4,6504E-03
g	4,6054E-07	-1,3197E-05	1,3688E-05	1,9707E-03	-1,2604E-02	2,7364E-02	-7,1047E-03

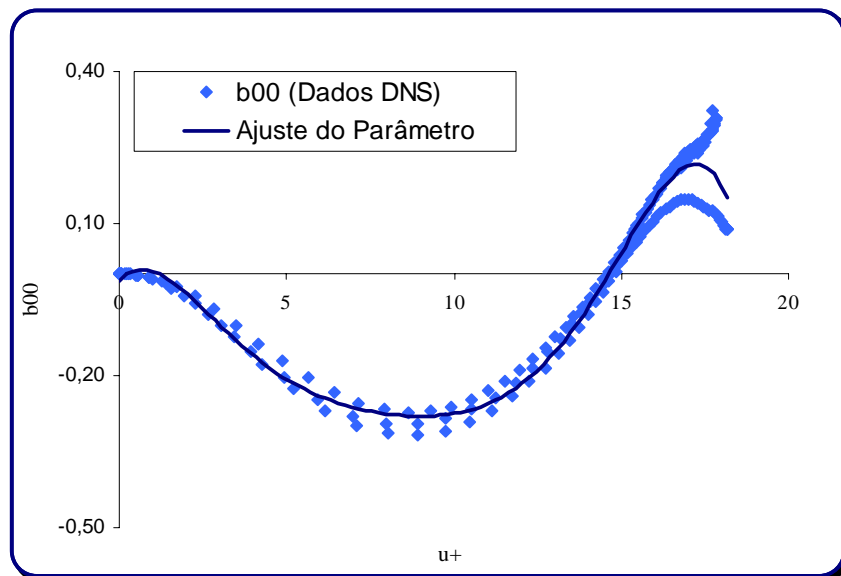


Figura 4.1 – Ajuste do Parâmetro b_0^0

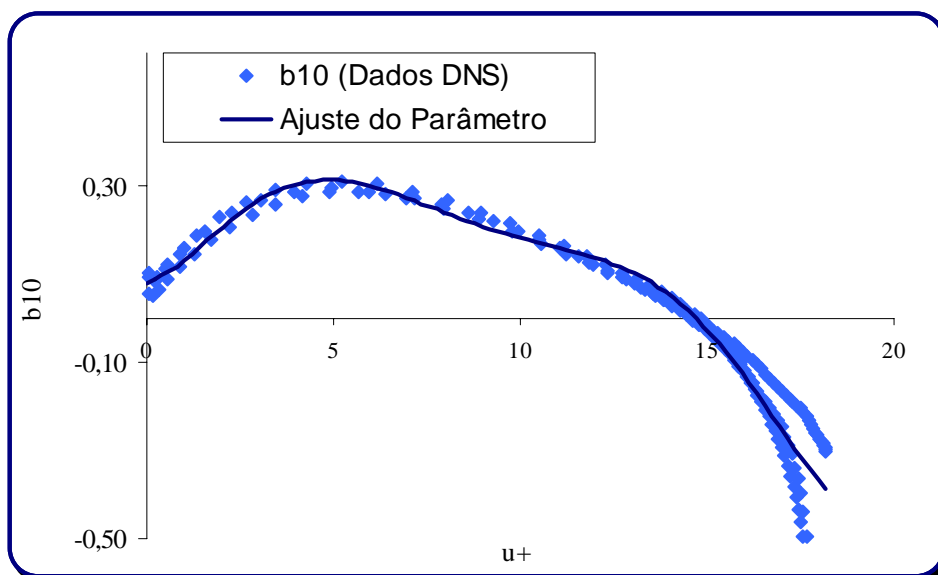


Figura 4.2 – Ajuste do Parâmetro b_1^0

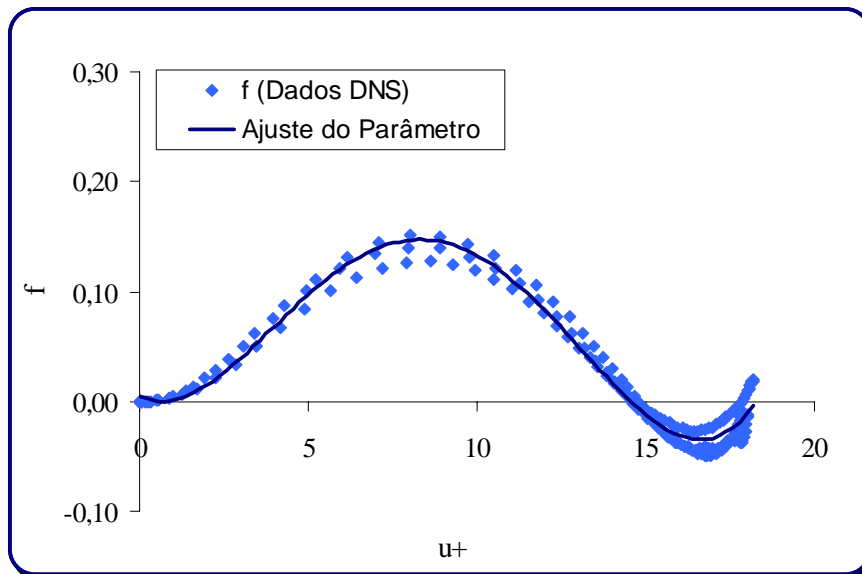


Figura 4.3 – Ajuste do Parâmetro f

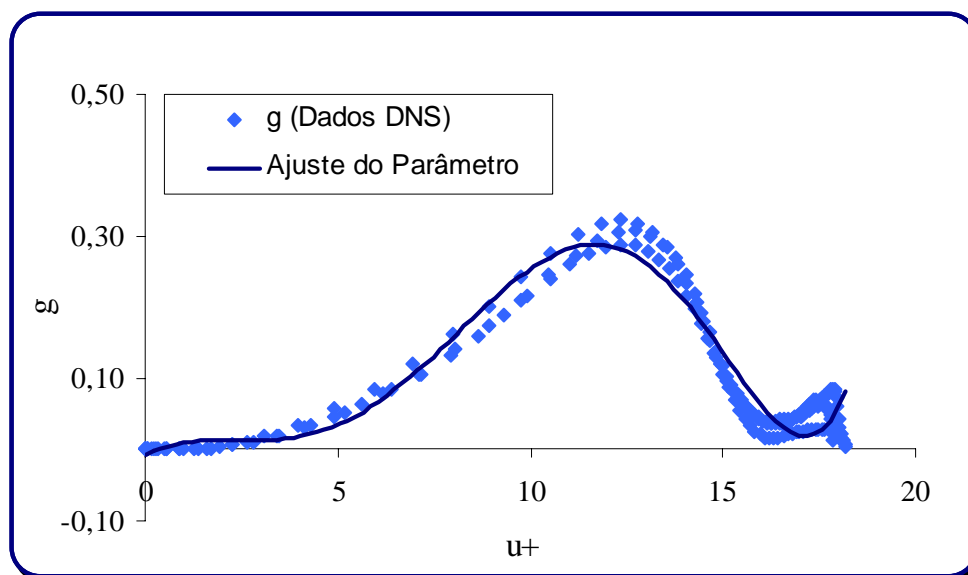


Figura 4.4 – Ajuste do Parâmetro g

IV.2 – Validação das Correlações Obtidas

O principal objetivo de calcular os parâmetros b_0^0 , b_1^0 , f e g é encontrar uma previsão razoável para os componentes do Tensor de Reynolds. Dessa forma, deseja-se

prever os componentes do Tensor de Reynolds provenientes dos arquivos de simulação DNS através dos parâmetros em função do vetor u^+ de cada simulação. Porém, analisando as Equações de 3.37 a 3.40, percebe-se que os componentes R_{11}^+ , R_{22}^+ , R_{12}^+ e R_{33}^+ são função de derivadas complexas, explicitas nas Equações 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8.

Dessa forma, para calcular os componentes do Tensor de Reynolds seria necessário investir em cálculos iterativos para cada ponto dos dados de DNS. Por esse motivo, apenas para validação das correlações obtidas, estas derivadas foram consideradas constantes, uma vez que é razoável assumir que escoamentos similares apresentem valores similares para estas derivadas complexas. Assim, os componentes do Tensor de Reynolds foram calculados através das Equações 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 obtidas a partir das Equações de 3.37 a 3.40.

$$R_{11}^+ = -\frac{1}{3} \frac{(3b_0^0 + 2f - 3l_1)}{b_1^0} \quad (4.11)$$

$$R_{12}^+ = -\frac{g - l_4}{b_1^0} \quad (4.12)$$

$$R_{22}^+ = -\frac{(b_0^0 + 2f - 3l_2)}{b_1^0} \quad (4.13)$$

$$R_{33}^+ = -\frac{(b_0^0 + f - l_3)}{b_1^0} \quad (4.14)$$

Dessa forma, para validar as correlações obtidas para os parâmetros, confrontaram-se os componentes do Tensor de Reynolds calculados através dos parâmetros (expressos em função da velocidade adimensional u^+ através da Equação 4.10 com os coeficientes apresentados na Tabela 4.1) com os componentes do Tensor de Reynolds provenientes de simulações em DNS.

Para esta validação, foram utilizados cinco arquivos em DNS simulando escoamento plenamente desenvolvido em placas planas paralelas provenientes do site já

citado (nenhum destes arquivos foi utilizado para a obtenção das correlações) e mais sete arquivos provenientes do site <http://murasun.me.noda.tus.ac.jp/db/DNS.html>, “Kawamura Lab DNS Database of Turbulent Heat Transfer”.

De todos os arquivos testados, um resultado representativo encontra-se nas Figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8. Estas figuras mostram respectivamente os componentes R_{11} , R_{12}^+ , R_{22}^+ e R_{33}^+ do Tensor de Reynolds calculados através dos parâmetros confrontados com aqueles provenientes dos dados de DNS. O arquivo de DNS referente às Figuras de 4.5 a 4.8 possui um escoamento plenamente desenvolvido entre placas planas paralelas com número de Reynolds, $Re = 5731$.

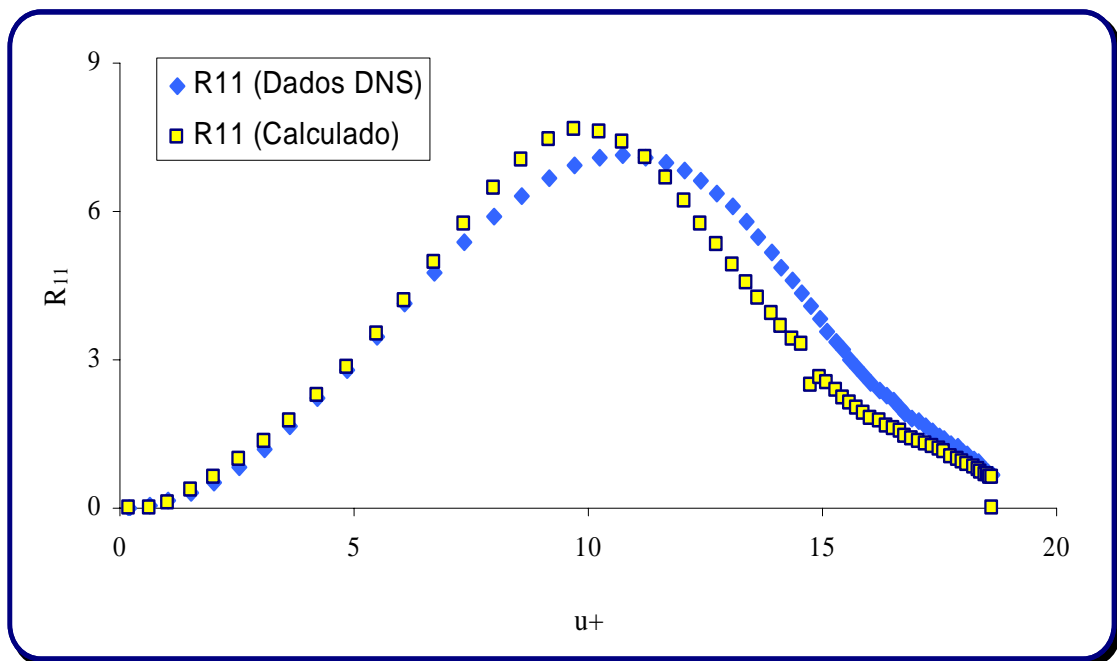


Figura 4.5 – Valores do Componente R_{11}^+

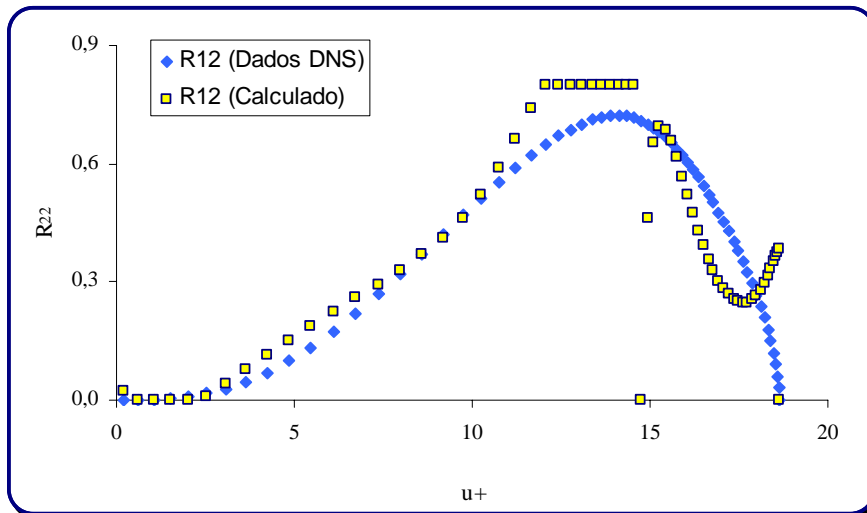


Figura 4.6 – Valores do Componente R_{12}^+

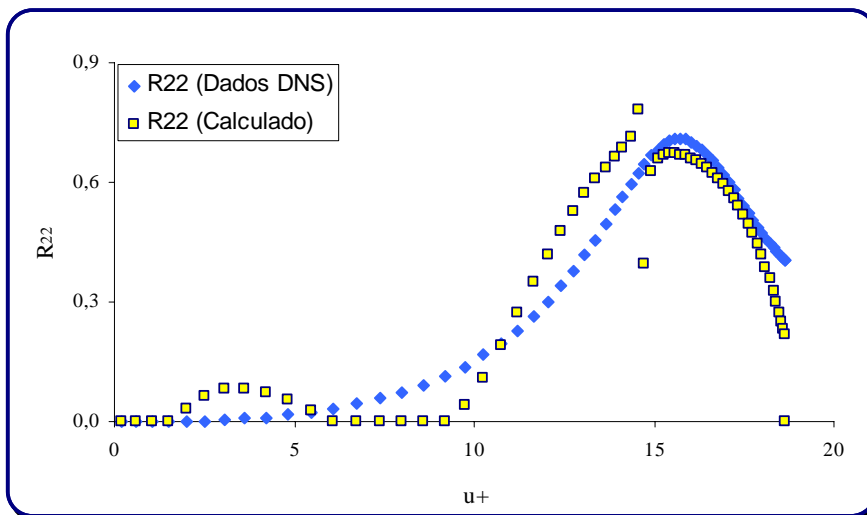


Figura 4.7 – Valores do Componente R_{22}^+

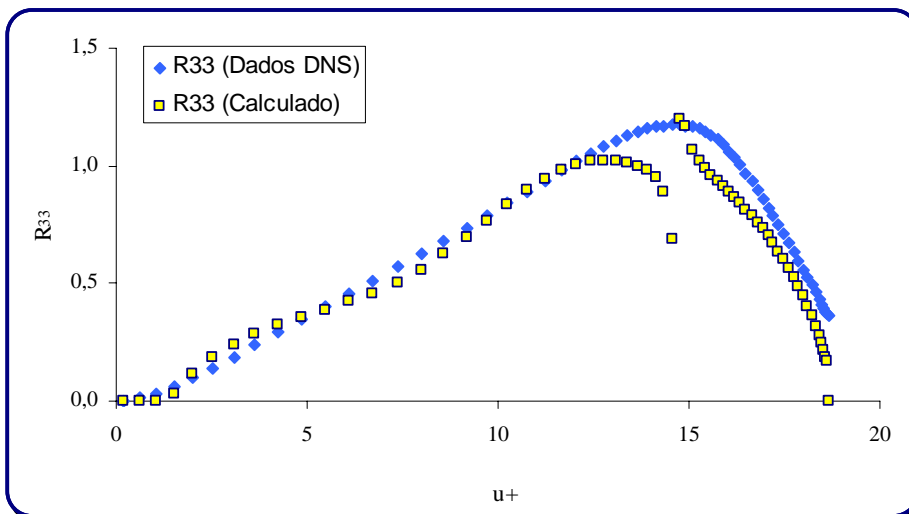


Figura 3.8 – Valores do Componente R_{33}^+

Pode-se perceber que para valores da velocidade adimensional u^+ até 11, os componentes do Tensor de Reynolds calculados apresentaram perfil muito próximo daquele dos componentes do Tensor de Reynolds provenientes dos dados de DNS. Aqui, poderia ser feita uma ressalva ao Tensor R_{22}^+ , cujo ajuste próximo à parede não desempenhou mesma performance que os demais componentes em estudo, porém, avaliando-se sua dimensão, esta observação não se justifica. Isto implica numa ótima previsão dos componentes do Tensor de Reynolds próximo à parede, no caso, próximo às placas.

Para velocidades maiores, particularmente em torno de $u^+ = 14.6$, todos os quatro componentes do Tensor de Reynolds apresentaram um comportamento característico ruim. Este comportamento mostrou-se presente, nesta mesma região da velocidade adimensional para todos os arquivos de DNS testados.

Notou-se também que para os arquivos de DNS cujo escoamento apresentava número de Reynolds, Re , maior que 10^4 , a previsão dos componentes R_{12}^+ , R_{22}^+ e R_{33}^+ através das correlações dos parâmetros determinados não mais correspondiam bem aos componentes do Tensor de Reynolds provenientes dos respectivos arquivos em DNS.

Uma explicação para este comportamento ruim na região de $u^+ = 14.6$ é que o parâmetro b_1^0 cruza o eixo de u^+ aproximadamente neste valor. Como este parâmetro encontra-se no denominador das Equações 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13, aplicadas para calcular os componentes do Tensor de Reynolds, todos estes apresentam um comportamento hiperbólico em torno deste ponto. Por esse motivo, para efeito de redução dos erros relativos de previsão, optou-se por impor limites superiores e inferiores para os valores de cada componente do Tensor de Reynolds, conforme pôde-se notar nas Figuras de 4.5 a 4.8. Estes limites foram determinados de forma arbitrária, apenas observando as ordens de grandeza dos respectivos componentes do Tensor de

Reynolds provenientes dos arquivos de DNS utilizados para determinação dos parâmetros. Dessa forma, o Tensor de Reynolds normal adimensional R_{22}^+ ficou limitado entre zero (0) e um (1) e o R_{33}^+ entre zero (0) e dois (2).

IV.3 – Correção Para $Re > 10^4$

Conforme dito na seção anterior, os arquivos de DNS com $Re > 10^4$ cujos componentes do Tensor de Reynolds do escoamento simulado foram confrontados com aqueles calculados pelas correlações dos parâmetros não apresentaram bons resultados para os componentes R_{12}^+ , R_{22}^+ e R_{33}^+ . O componente R_{12}^+ apresentou comportamento não esperado e bastante conflitante quando comparado àquele proveniente da simulação em DNS. Porém, os componentes R_{22}^+ e R_{33}^+ apresentaram o perfil esperado, porém com valores menores que aqueles provenientes do arquivo em DNS.

É razoável pensar que a intensidade de turbulência, caracterizada pelo Número de Reynolds possa influenciar na determinação dos parâmetros. Dessa forma, foi desenvolvido um fator que seria aplicado no cálculo dos componentes R_{22}^+ e R_{33}^+ de forma a ajustar melhor estas variáveis.

Referente à caracterização do escoamento, os arquivos de DNS forneciam o Número de Reynolds, Re , e o que foi definido como Número de Reynolds τ , Re_τ , expresso pela equação 4.14 abaixo.

$$Re_\tau = \frac{dv_\tau \rho}{\mu} \quad (4.15)$$

Dessa forma, pode-se definir um fator adimensional r , conforme Equação 4.16.

$$r = \frac{Re}{Re_\tau} = \frac{dv\rho}{\mu} \frac{\mu}{dv_\tau \rho} = \frac{v}{v_\tau} \quad (4.16)$$

Foi considerado como fator base, r_b , a média aritmética dos fatores adimensionais dos três escoamentos utilizados para a determinação da correlação dos parâmetros. E definiu-se como fator multiplicador, r_m , a razão entre o fator adimensional de cada escoamento e o fator base.

Pode-se dizer então que r_b seria um novo parâmetro do modelo, porém desta vez o parâmetro é uma constante de valor 26,67.

Dessa forma, as Equações 4.13 e 4.14 podem ser reescritas para escoamentos com Número de Reynolds, $Re > 10^4$.

$$R_{22}^+ = -r_m \frac{(b_0^0 + 2f - 3l_2)}{b_1^0} \quad (4.17)$$

$$R_{33}^+ = -r_m \frac{(b_0^0 + f - l_3)}{b_1^0} \quad (4.18)$$

Pelas Figuras 4.9a, 4.9b, 4.10a e 4.10b pode-se perceber a melhora na previsão dos componentes R_{22}^+ e R_{33}^+ uma vez estes sendo calculados pelas Equações 4.17 e 4.18, respectivamente.

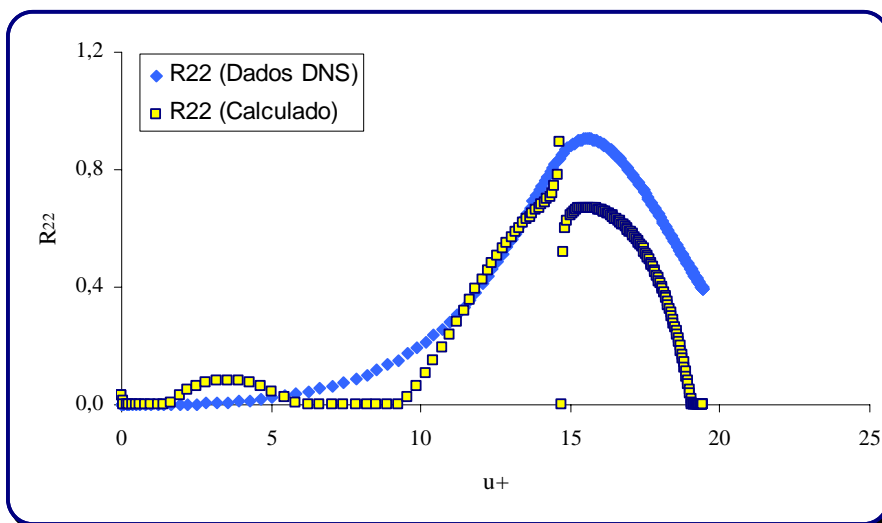


Figura 4.9a – Valores do Componente R_{22} Sem o Fator Multiplicador

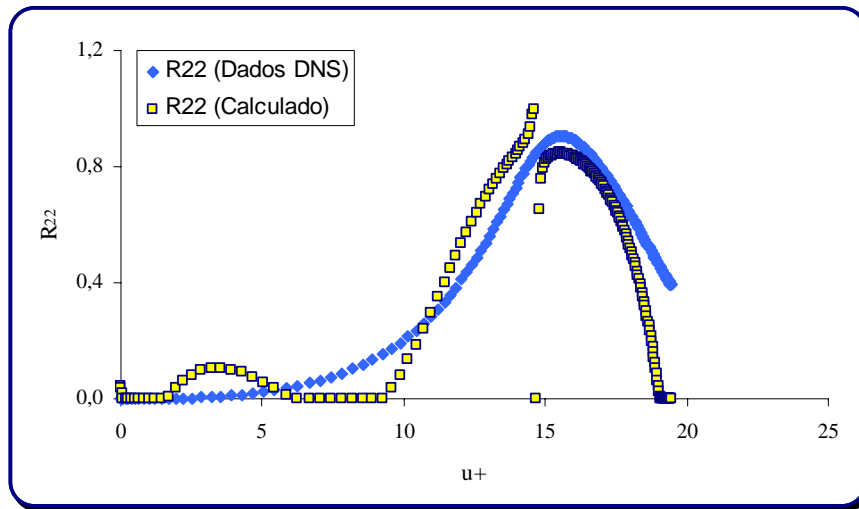


Figura 4.9b – Valores do Componente R_{22} Com o Fator Multiplicador

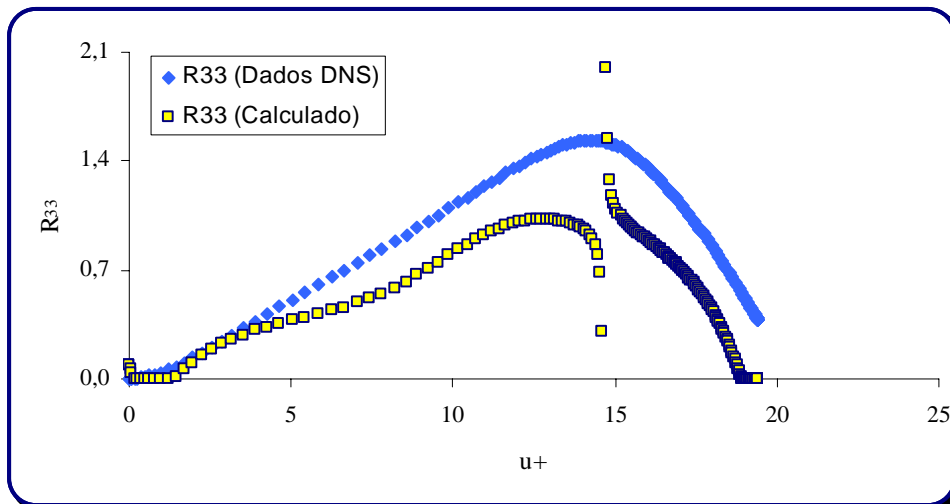


Figura 4.10a – Valores do Componente R_{33} Sem o Fator Multiplicador

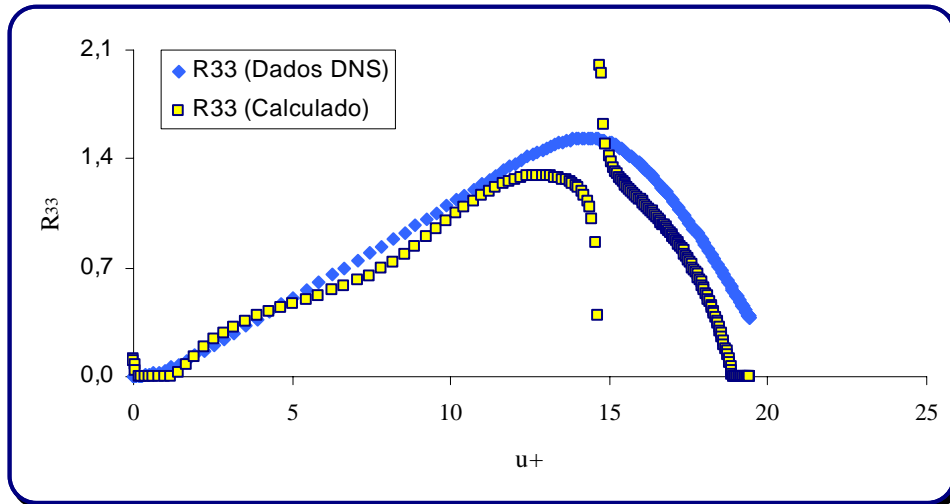


Figura 4.10b – Valores do Componente R_{33} Com o Fator Multiplicador

Pode-se notar que a nova previsão dos componentes R_{22}^+ e R_{33}^+ com a presença do fator multiplicativo r_m , está no nível daquela apresentada para a simulação em DNS com $Re < 10^4$, ou seja, bem ajustada próxima à parede e com o mesmo problema na região de $u^+ = 14,6$. A simulação do cenário em questão referente às Figuras 4.9 e 4.10 é caracterizada por um $Re = 10039$. Resultados semelhantes foram obtidos para os demais arquivos com $Re > 10^4$.

Capítulo V – Comparação com Modelos Tradicionais

Para que fosse possível comparar a capacidade de previsão dos componentes do Tensor de Reynolds do novo modelo em estudo, optou-se por simular, utilizando a Fluido Dinâmica Computacional como ferramenta, escoamentos semelhantes, porém calculados com modelos tradicionais de turbulência.

Os fluidos escolhidos para serem simulados foram a água, por ser um fluido newtoniano com propriedades físicas constantes e conhecidas, fluido para perfuração de poços e óleo (petróleo) devido à importância de bons modelos de turbulência para previsão destes fluidos.

Entende-se por escoamentos equivalentes para geometrias equivalentes (neste caso a geometria será a mesma para a simulação dos três fluidos) aqueles que apresentam mesmo número de Reynolds.

V.1 – Geometria e Malha

A geometria da simulação é composta por duas placas planas paralelas e para definir a distância (ou altura) entre as placas, escolheu-se a água como fluido que escoaria e ajustou-se a velocidade e a altura de modo que se obtivesse o mesmo número de Reynolds.

A simulação em DNS que seria reproduzida em CFD apresentava $Re = 5705$. Optou-se, por simplicidade, simular um escoamento à 1 atm e 25°C onde as propriedades da água são:

$$\rho = 997 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,0008899 \text{ kg/ms}$$

Especificando a velocidade da água como sendo 1 m/s, obtém-se a meia distância entre as placas:

$$d = \frac{\mu Re}{\nu \rho} = \frac{0,0008899 * 5705}{1 * 997} = 0,005092m$$

Logo, a distância entre as placas é $2 \times 0,005092 \text{ m} = 0,010184 \text{ m} = 1,0184 \text{ cm}$.

Para gerar a geometria e a malha foi utilizado o software Workbench.10 da ANSYS.

O comprimento das placas foi especificado em 35 cm de modo a garantir um escoamento plenamente desenvolvido que posteriormente será confirmado. A geometria e a malha desenvolvidas podem ser verificadas nas Figuras 5.1 e 5.2.

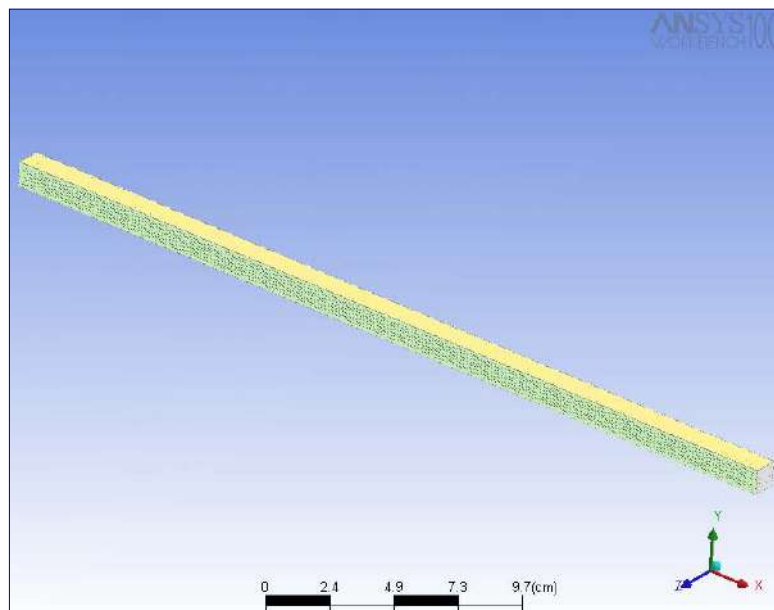


Figura 5.1 – Geometria das Placas Planas Paralelas

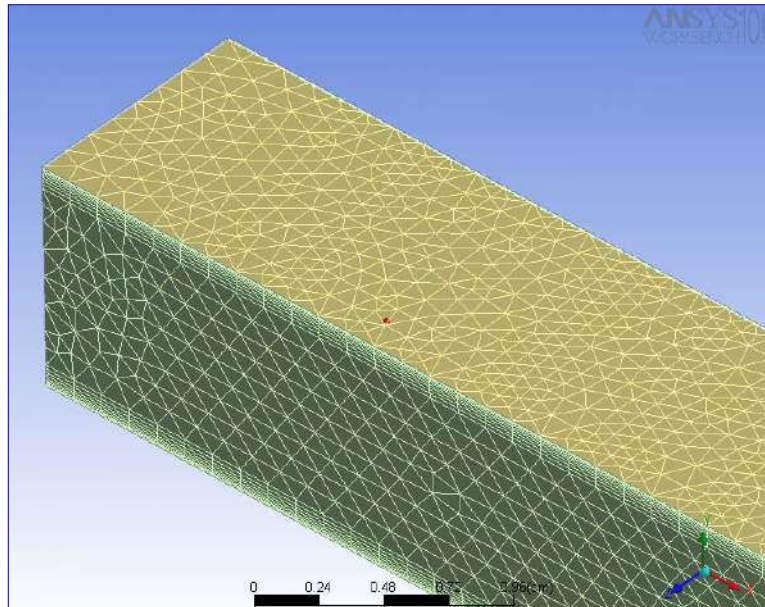


Figura 5.2 – Zoom na Malha da Geometria das Placas Planas Paralelas

Deve-se observar que houve uma preocupação em refinar a malha próximo às paredes, uma vez que esta região é de extremo interesse de estudo e difícil previsão. É relevante ressaltar que as laterais da geometria foram definidas como simétricas de modo a não importar a largura das placas.

Conforme se pode notar, a malha gerada é composta por elementos tetraédricos, o que caracteriza uma malha não estruturada, e próximo às paredes, há camadas de células prismáticas, introduzidas pela função *inflated boundaries* do software. Essas *inflated boundaries* são apropriadas para melhor previsão próximo às paredes.

Para caracterizar a malha gerada da geometria estudada em simulações de CFD, é comum se utilizar o termo “estatística da malha”, onde são fornecidos principalmente o número de nós e de elementos da malha gerada. Quanto maior este número, mais refinada é a malha e melhor será a previsão do escoamento, por outro lado, o esforço computacional exigido também será muito maior, demandando maior tempo para convergência. Sabe-se que a partir de um dado número de nós e elementos, não mais há

melhoras na previsão da simulação, de modo que não se justifica refinar mais a malha. Seria a idéia da “malha ótima” (Medronho, 2005).

Neste estudo de caso, a estatística da malha gerada é:

- ✓ Número de Nós: 179128
- ✓ Número de Elementos: 537411

Baseando-se em experiências prévias, pode-se dizer que esta malha apresenta uma estatística que satisfaz os objetivos desta simulação.

V.2 – Simulações

Para aplicação de CFD e previsão do escoamento com modelos de turbulência tradicionais foi utilizado o software CFX.10 da ANSYS.

Os modelos tradicionais escolhidos para comparação foram o k- ϵ o SSG Reynolds Stress. Optou-se pelo k- ϵ devido a ser um modelo amplamente difundido e aplicado. Optou-se pelo Reynolds Stress SSG porque este modelo se propõe a calcular cada um dos componentes do Tensor de Reynolds.

As condições de contorno deste processo são a entrada, a saída, a parede e as regiões de simetria, de modo a não se especificar a largura das placas. A entrada foi especificada no CFX como *inlet*, as saídas como *outlet*, as paredes como *wall* e as regiões de simetria como *Symetry*. Estas definições, apesar de parecerem óbvias, são inerentes ao software e poderiam ser diferentes dependendo da simulação.

A Tabela 5.1 abaixo mostra as condições de contorno especificadas.

Tabela 5.1 – Principais Inputs no software

Parâmetro	Especificação
Pressão de Referência	1 atm
Empuxo (Buoyancy)	Non Buoyancy

Tipo de Simulação	Estacionária
Modelo de Turbulência	κ - ε / Reynolds Stress SSG
CC da Entrada	Velocidade Normal (Normal Speed)
CC da saída:	0 Pa (Pressão manométrica)
CC da Parede:	No slip / Smooth
Condições iniciais	$v_x = 1$ m/s ; $v_y = v_z = 0$
Critério de convergência	RMS (Raiz do Desvio Quadrático)
Resíduo mínimo permitido	1×10^{-5}

Após rodar a simulação com o modelo k - ε , teve-se que calcular os componentes do Tensor de Reynolds através das equações (2.36) e (2.37) uma vez que o CFX não o faz.

Quando este cenário foi simulado com o modelo SSG, o próprio CFX calcula os componentes do Tensor de Reynolds.

V.3 – Escoamento de Água

Primeiramente, foi avaliado o perfil de velocidade entre as placas planas nas posições 34 cm e 35 cm de modo a confirmar que o escoamento simulado realmente reproduziu um escoamento plenamente desenvolvido. Uma vez que os perfis de velocidade a 34 cm e 35 cm se sobrepõem, pode-se dizer que no final da placa, nos 35 cm, o escoamento já é plenamente desenvolvido. Dessa forma, todos os perfis de interesse para este estudo, como as variáveis y^+ , k (energia cinética turbulenta), τ_0 e R_{ij} , serão obtidos em $z=35$ cm. Esta análise pode ser visualizada na Figura 5.3.

As Figuras 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 mostram a previsão dos componentes R_{11}^+ , R_{12}^+ , R_{22}^+ e R_{33}^+ , respectivamente, pelos modelos k - ε , SSG e o novo modelo confrontados com aqueles provenientes das simulações em DNS.

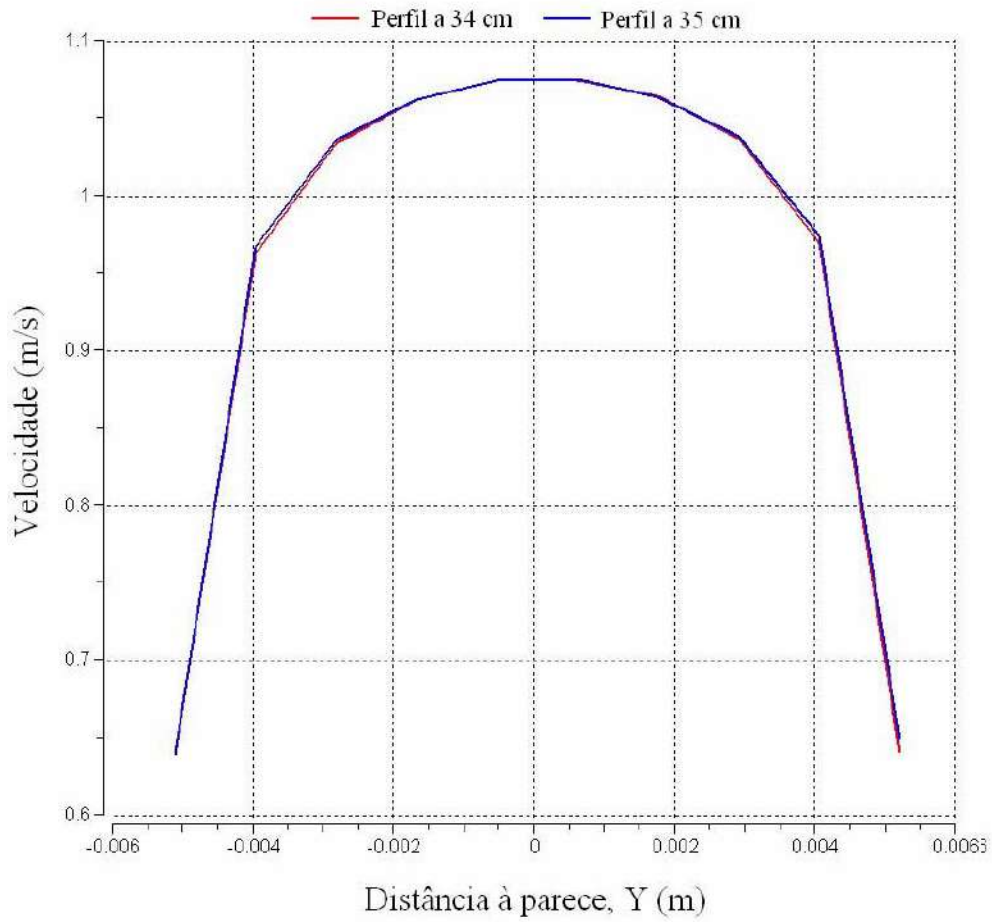


Figura 5.3 – Perfil do Escoamento de Água Plenamente Desenvolvido

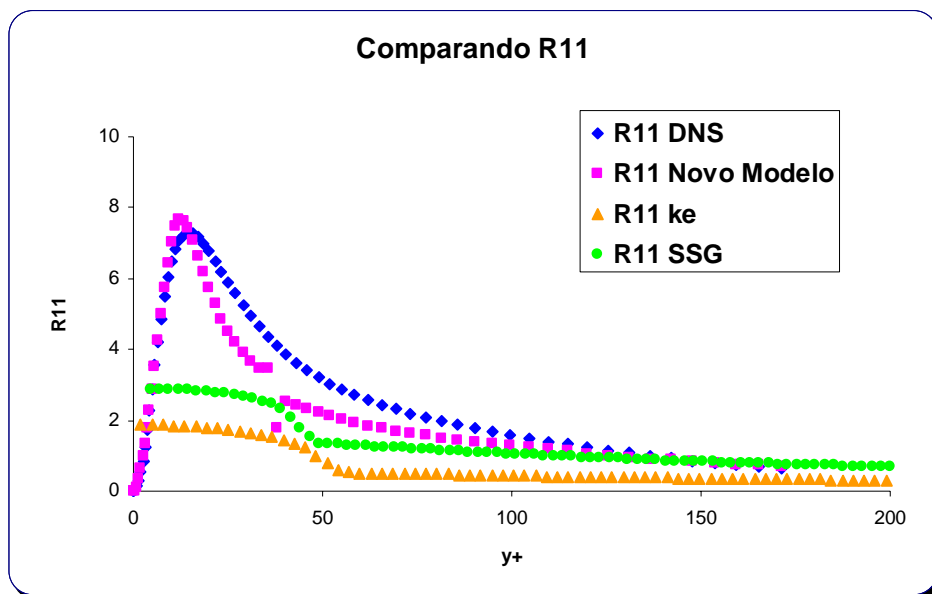


Figura 5.4 – Previsão do componente R_{11} para escoamento com água

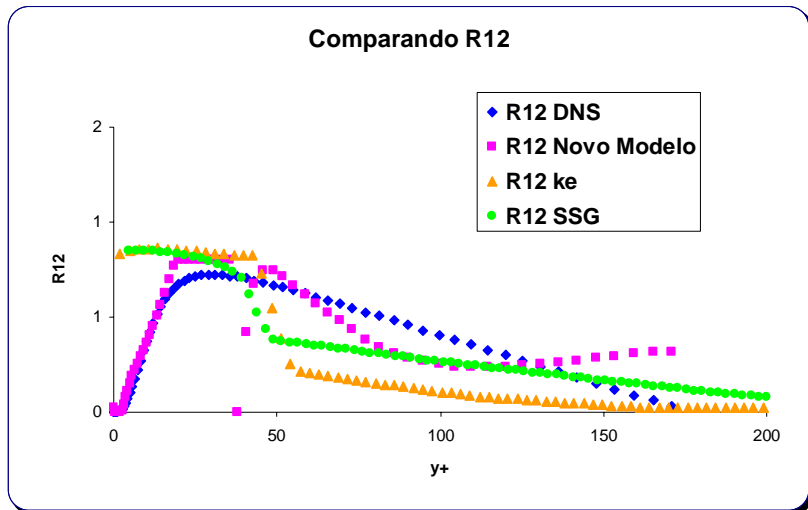


Figura 5.5 – Previsão do componente R_{12} para escoamento com água

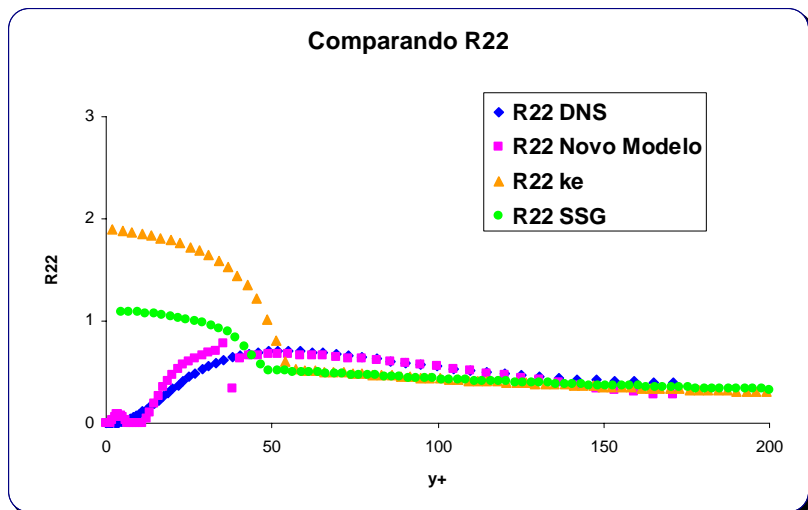


Figura 5.6 – Previsão do componente R_{22} para escoamento com água

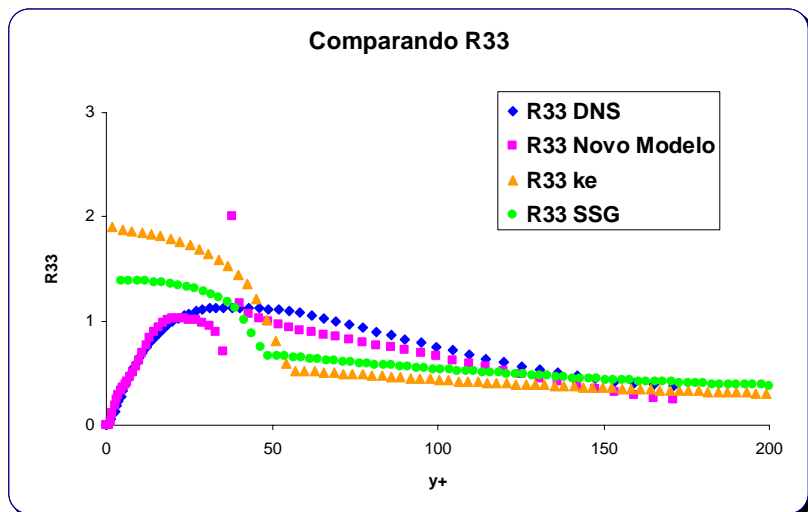


Figura 5.7 – Previsão do componente R_{33} para escoamento com água

Pode-se observar na Figura 5.4 que a previsão dos modelos k- ϵ e SSG Reynolds Stress está significativamente aquém dos valores calculados por DNS, quando próximo à parede (baixos valores de y^+), enquanto que o novo modelo em teste desempenha uma ótima performance, exceto na região onde ocorre a singularidade já citada. Deve-se notar, porém, que a região afetada por este problema é muito estreita, restringindo-se a alguns pontos e que o erro relativo destes pontos está na mesma ordem ou menor que os erros relativos para estes mesmos pontos calculados pelos modelos k- ϵ e SSG. Na região central (altos valores de y^+), onde o escoamento praticamente não mais sofre influência da presença da parede, todos os modelos apresentaram boa previsão para o Tensor de Reynolds R_{11} . Pode-se ainda destacar que, como esperado pela teoria, o modelo SSG apresentou melhor desempenho que o modelo k- ϵ .

Observando a Figura 5.5 pode-se notar que, próximo à parede, o novo modelo em teste apresentou ótima performance para o Tensor R_{12} , enquanto que os dois outros modelos, k- ϵ e SSG, não o fizeram. Porém, para maiores valores de y^+ , nenhum dos três modelos conseguiu prever bem os dados de DNS.

Pelas Figuras 5.6 e 5.7 pode-se notar que os modelos SSG e k- ϵ obtiveram resultados bastante distantes dos esperados (DNS) próximo à parede para os componentes R_{22} e R_{33} , enquanto que o novo modelo de turbulência apresentou ótima previsão. Para valores de y^+ maiores, pode-se dizer apenas que o novo modelo apresentou discreta melhor previsão dos componentes R_{22} e R_{33} , pois todos os três modelos apresentaram boa previsão.

Deve-se ressaltar que, analisando-se as quatro Figuras (5.4, 5.5, 5.6 e 5.7), percebe-se que o comportamento ruim do novo modelo na região de $u^+ = 14.6$ não comprometeu seu desempenho e, levando em consideração os limites superiores e inferiores estabelecidos, todos os pontos discretos calculados pelo novo modelo

apresentaram erro relativo menor ou na mesma ordem que aqueles calculados pelos modelos SSG e k-ε.

V.4 – Escoamento de Fluido de Perfuração

Todos os dados referentes ao fluido de perfuração que foi simulado são provenientes de Oliveira (2004).

Este fluido de perfuração (ou lama de perfuração) é um fluido não newtoniano, mas sim pseudoplástico.

Apesar de sua composição não ter sido fornecida pela PETROBRAS, por ser uma das combinações utilizadas no processo de perfuração de poços, sabe-se que sua fase contínua é a base de água.

A PETROBRAS disponibilizou a densidade e dados da reologia deste fluido de perfuração, de modo que se conhece sua densidade e a expressão para a viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento, segundo a Lei da Potência dada pela equação 5.1.

$$\mu' = K\gamma^{n-1} \quad (5.1)$$

Onde K é uma constante de proporcionalidade, γ é a taxa de cisalhamento e n é um parâmetro de modelo.

Dessa forma, conhece-se sobre o fluido de perfuração:

$$\rho = 1246,2 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,162\gamma^{-0,446} \text{ kg/ms}$$

De modo a reproduzir um escoamento equivalente ao da água, deve-se calcular a velocidade com que o fluido de perfuração deve escoar na mesma geometria de placas planas paralelas.

$$v = \frac{\bar{\mu}Re}{d\rho} = \frac{0,018 * 5705}{0,005092 * 1246,2} = 16,18m/s$$

Onde $\bar{\mu}$ é a viscosidade média calculada a partir da taxa de cisalhamento média da simulação com a água. Espera-se que esta aproximação seja razoável uma vez que se estará errando para menos no "meio" do escoamento e para mais próximo à parede, de modo que estes erros se compensem.

Também para este escoamento testou-se se o pleno desenvolvimento do escoamento foi atingido. Pela Figura 5.8, pode-se perceber que sim.

Os resultados obtidos para os componentes do Tensor de Reynolds encontram-se nas Figuras 5.9, 5.10, 5.11 e 5.12.

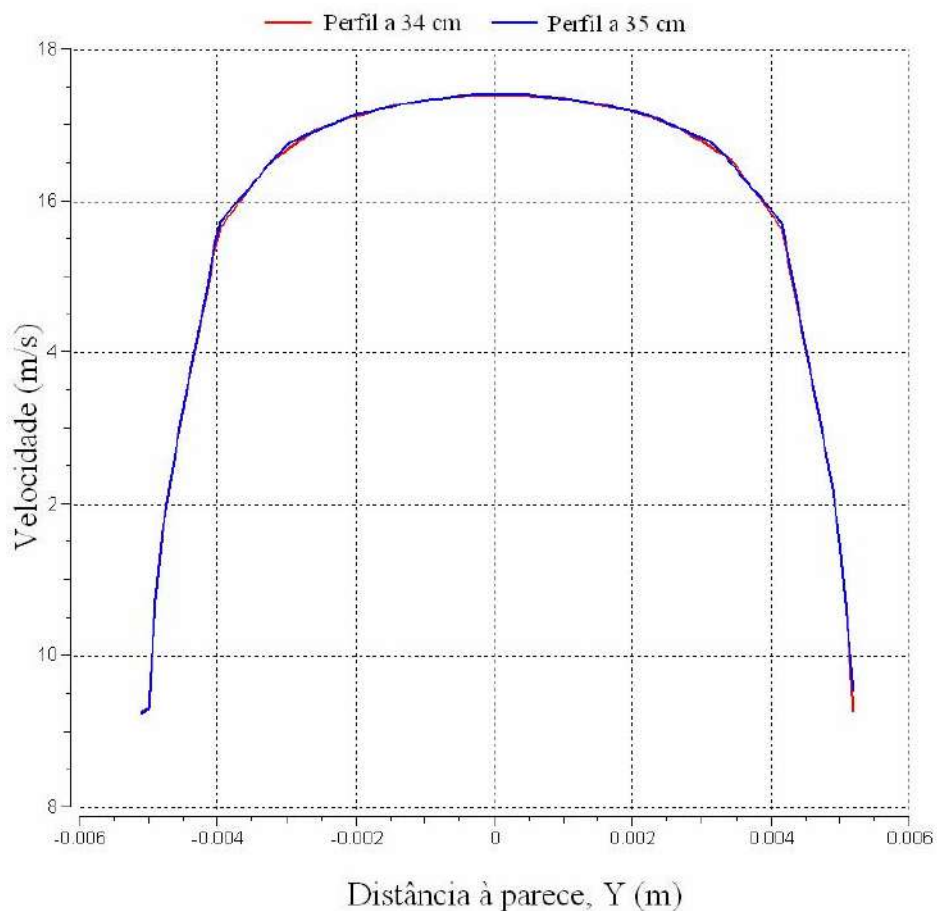


Figura 5.8 – Perfil do Escoamento do Fluido de Perfuração Plenamente Desenvolvido

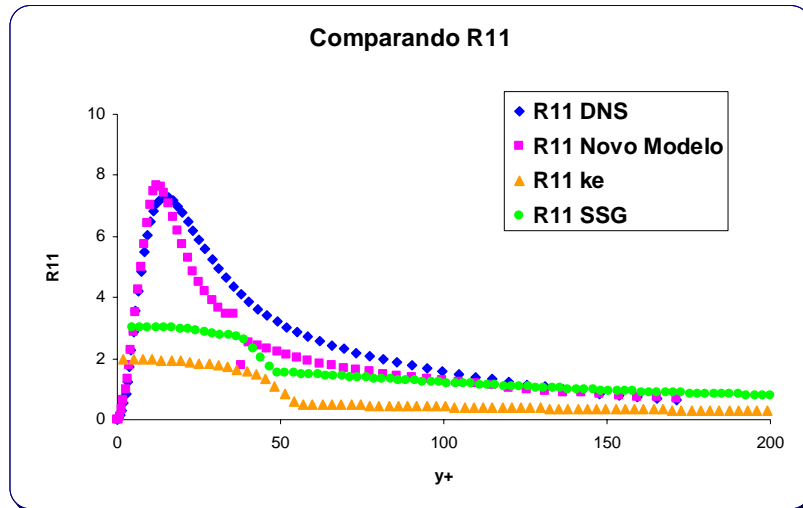


Figura 5.9 – Previsão do componente R_{11} para escoamento com fluido de perfuração

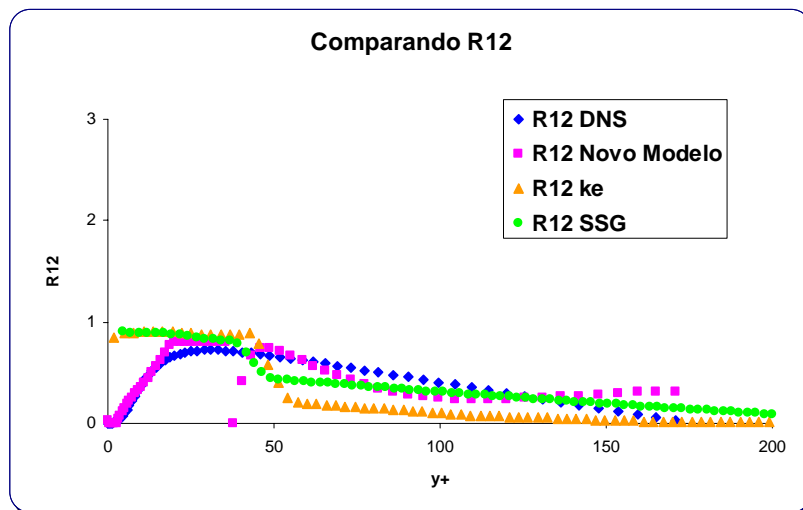


Figura 5.10 – Previsão do componente R_{12} para escoamento com fluido de perfuração

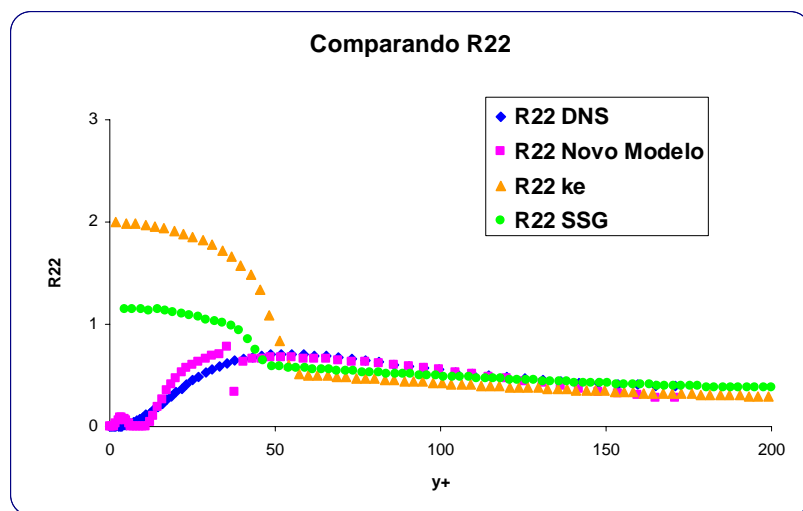


Figura 5.11 – Previsão do componente R_{22} para escoamento com fluido de perfuração

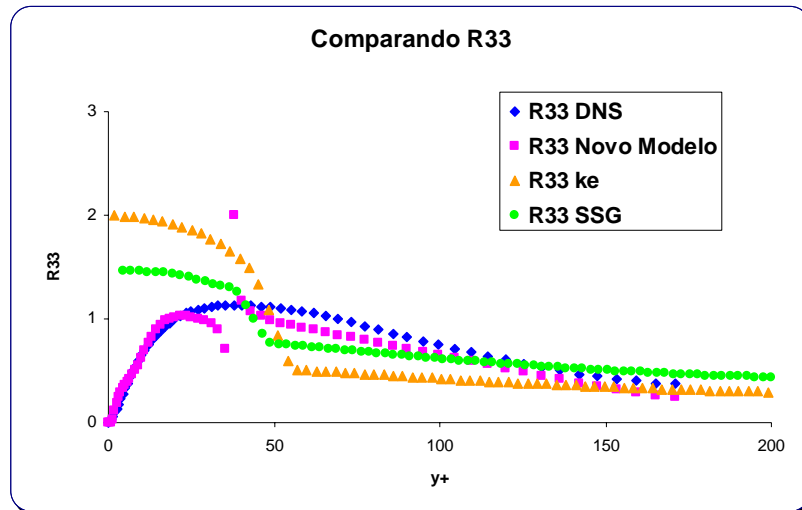


Figura 5.12 – Previsão do componente R_{33} para escoamento com fluido de perfuração

Conforme se pode observar nas Figuras de 5.9 a 5.12 o perfil dos quatro componentes do Tensor de Reynolds para cada um dos modelos (o novo modelo de turbulência, o $k-\varepsilon$ e o SSG) manteve-se, quando comparado com os resultados obtidos para o escoamento de água. Este fato mostra que a performance dos modelos não está sendo alterada com o aumento da velocidade, da viscosidade e da Tensão na Parede. Deve-se porém ressaltar que os valores absolutos dos componentes do Tensor de Reynolds são totalmente diferentes e de duas a três ordens de grandeza maior que para o escoamento de água. Este resultado é totalmente coerente uma vez que a velocidade do fluido de perfuração é em torno de uma ordem de grandeza maior que a velocidade com a qual a água escoou.

V.5 – Escoamento de Petróleo

Para simular o escoamento de petróleo, optou-se por um petróleo pesado de modo que os resultados poderiam ser interpretados também para o petróleo brasileiro. A caracterização do petróleo utilizado, petróleo proveniente do campo de Doba da cidade

de Chad, foi determinada por Dehkissia *et al.* (2004). Nesta caracterização, o petróleo foi classificado como fluido newtoniano, especialmente a 60°C, temperatura na qual a viscosidade se mantém constante. A densidade deste petróleo a 60°C foi obtida pelo gráfico apresentado em (Dehkissia *et al.*,2004) onde a densidade estava em função da temperatura.

Desta forma, conhece-se para o petróleo estudado:

$$\rho = 915 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,109 \text{ kg/ms}$$

De modo a reproduzir um escoamento equivalente ao da água e ao do fluido de perfuração, deve-se calcular a velocidade com que o petróleo deve escoar na mesma geometria de placas planas paralelas.

$$v = \frac{\mu Re}{d\rho} = \frac{0,109 * 5705}{0,005092 * 915} = 133,5 \text{ m/s}$$

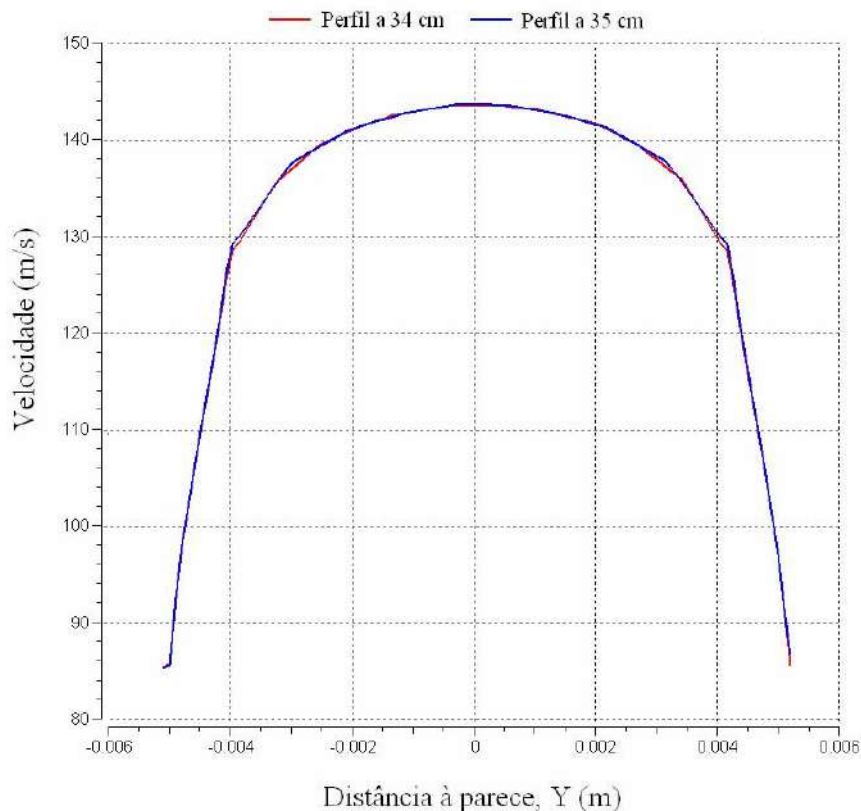


Figura 5.13 – Perfil do Escoamento do Petróleo Plenamente Desenvolvido

Novamente, testou-se se o pleno desenvolvimento do escoamento foi atingido. Este teste se justifica uma vez que, apesar da velocidade do petróleo ser muito maior que a da água, sua viscosidade também é duas ordens de grandeza maior. Por ser um escoamento equivalente, que justamente leva em consideração os efeitos de velocidade e viscosidade, espera-se que o escoamento permaneça plenamente desenvolvido em $z=35cm$. Pela Figura 5.13, pode-se confirmar que sim.

Seguem os resultados obtidos para os componentes do Tensor de Reynolds.

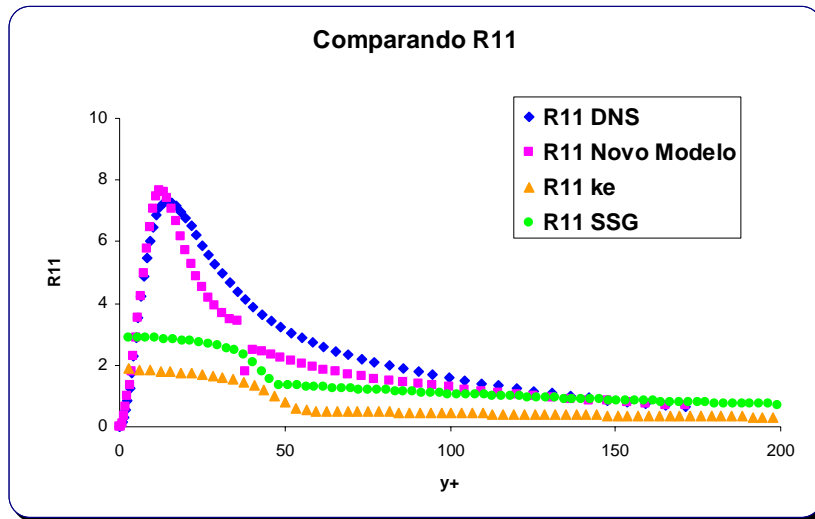


Figura 5.14 – Previsão do componente R_{11} para escoamento com petróleo

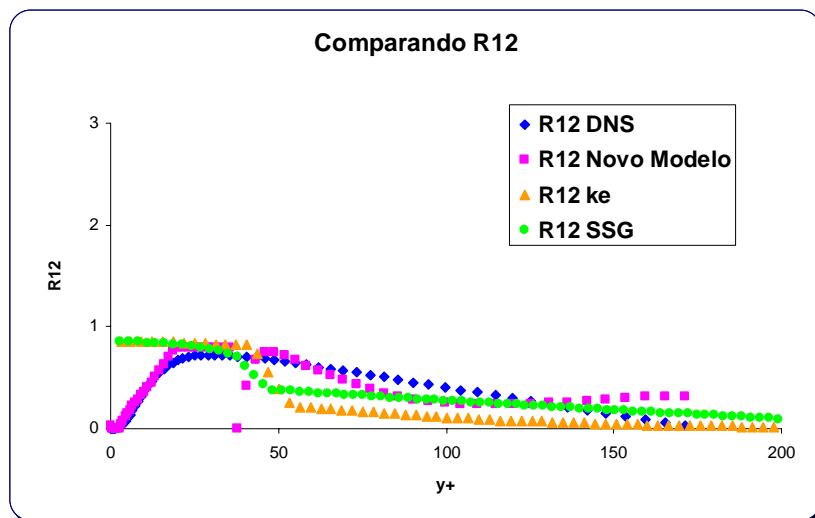


Figura 5.15 – Previsão do componente R_{12} para escoamento com petróleo

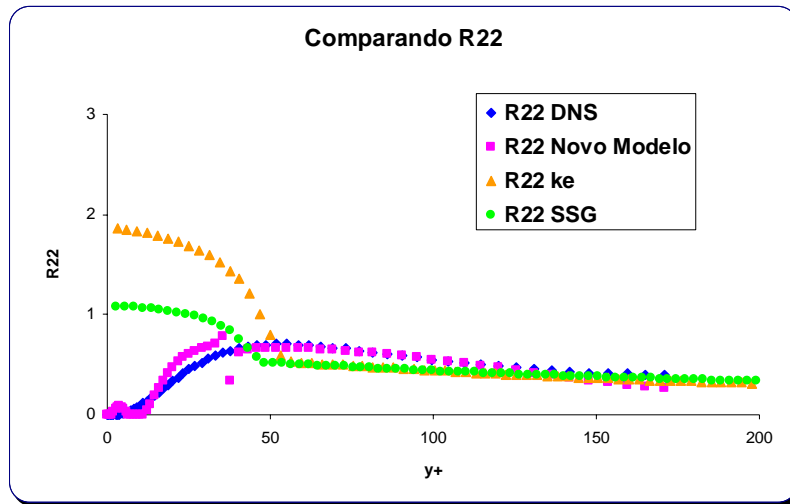


Figura 5.16 – Previsão do componente R_{22} para escoamento com petróleo

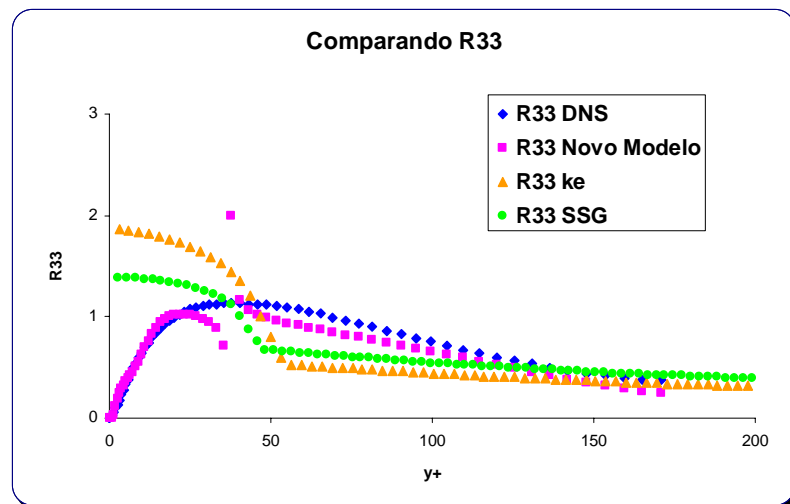


Figura 5.17 – Previsão do componente R_{33} para escoamento com petróleo

Observando-se as Figuras de 5.14 a 5.17, pode-se perceber que toda a análise feita para o fluido de perfuração permanece válida. A única diferença, como era de se esperar, está nos valores absolutos dos componentes do Tensor de Reynolds que são significativamente maiores, uma vez que a velocidade de escoamento do petróleo é muito alta, 133,5 m/s.

Após avaliar a performance dos modelos para os três fluidos – água, fluido de perfuração e petróleo – pode-se dizer que o novo modelo de turbulência apresentou melhores resultados quando comparado com os modelos k- ϵ e SSG Reynolds Stress.

Capítulo VI – Conclusões

Através dos resultados obtidos, conclui-se que o novo modelo de turbulência proposto deve continuar sendo estudado de modo a viabilizar sua total implementação em códigos de CFD. Deve-se destacar que o sistema aqui estudado – escoamento plenamente desenvolvido entre placas planas paralelas – é muito simples e é apenas um ponto de partida para compreender e prever as possíveis melhoras que este novo modelo de turbulência pode proporcionar.

Através da comparação dos resultados obtidos pelo novo modelo e pelos modelos tradicionais implantados em códigos de CFD – $k-\varepsilon$ e SSG Reynolds Stress – para os componentes do Tensor de Reynolds para os três fluidos estudados – água, fluido de perfuração e petróleo – pode-se esperar que, com este novo modelo de turbulência, seja possível obter-se melhores previsões dos escoamentos secundários, ponto fraco dos modelos atualmente utilizados. Além disso, pode-se esperar melhores previsões próximo à parede, conforme visualizado anteriormente.

O ajuste testado para escoamentos caracterizados por Números de Reynolds maiores que 10^4 , apresentou sucesso para os componentes do Tensor de Reynolds R_{22} e R_{33} , porém não surtiu efeitos positivos para o componente R_{12} , de modo que este ainda é um ponto a ser estudado.

Atualmente, está se tentando resolver o problema presente na determinação dos parâmetros (comportamento hiperbólico na região de $u^+ \sim 14,6$), eliminando as simplificações propostas, seja por definir novos parâmetros (f e g), seja por considerar não recalcular certas derivadas (I_1, I_2, I_3, I_4) e resolvendo numericamente para cada ponto de DNS o sistema simplificado para o cenário adotado. Espera-se com esta

mudança de encarar o sistema, resolver o problema do comportamento hiperbólico, bem como melhorar o ajuste para escoamentos com Números de Reynolds maiores que 10^4 .

Posteriormente, pretende-se implementar uma rotina em código de CFD de modo a resolver o problema do fechamento com o novo modelo de turbulência.

Dessa forma, pode-se dizer que este tema – implementação deste novo modelo de turbulência –, que está começando a ser desenvolvido, é de extrema significância para aumentar a confiabilidade e precisão de resultados em Fluidodinâmica Computacional e apresenta boas expectativas.

Referências Bibliográficas

- Alfradique, M.F., Telles, A.C.S.S. (2006), Closure of turbulence fluxes for the transport of momentum, energy and mass. *AIChE Journal*, vol. 52, n. 7, pp. 2684-2696.
- Bird, R. Byron, Stewart, Warren E., Lightfoot, Edwin N. (2002), *Transport Phenomena*; 2nd. edition; John Wiley & Sons, Inc.
- Boussinesq, J. (1877), *Theorie de l'écoulement tourbillant*, Mem. Pré. Par Div. Sav., Acad. Sci. Inst. Fr., vol. 23, pp. 31-64.
- CFX (2005), *Manual do CFX-10*, ANSYS Technology.
- Dehkissia S., Larachi F., Rodrigue, D., Chornet, E. (2004), Characterization of Doba-Chad heavy crude oil in relation with the feasibility of pipeline transportation. *Fuel*, vol. 83, pp. 2157-2168.
- Friedrich, R., Hüttl, T.J., Manhart, M., Wagner, C. (2000), Direct numerical simulation of incompressible turbulent flows. *Computer & Fluids*, vol. 30, pp. 555-579.
- Lomax, H., Pulliam, T.H., Zingg, D.W. (2001), *Fundamentals of Computacional Fluid Dynamics*, Springer, New York.
- Lui, I.S., Muller, I. (1983), Extended thermodynamics of classical and degenerate gases. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 46, pp. 285-332.
- Medronho, R.A. (2005), *Notas de aula da disciplina EQE704 - Fluidodinâmica Computacional*, ministrada na Escola de Química – UFRJ.
- Moin, P., Mahesh, K. (1998), Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 30, pp. 539-578.
- Oliveira, D.S.T. (2004), *Simulação numérica de um hidrociclone para separação de esferas ocas de lama de perfuração*, Monografia de Conclusão de Graduação. Escola de Química – UFRJ
- Pope, S.B. (1975), A more general effective viscosity hypothesis. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 72, pp. 331-340.
- Prandtl, L. (1925), Bericht uber untersuchungen fur ausgebildete turbulenz. *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik*, vol. 5, pp. 136-139.
- Telles, A.C. S.S. (2005), *Notas de aula da disciplina EQE795 – Turbulência*, ministrada na Escola de Química – UFRJ.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W. (1995), *An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The Finite Volume Method*, Longman, London.
- Wolfshtein, M. (1969), The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. *Int. J. Heat Fluid Fl.*, vol. 12, pp. 301-318.

ANEXO I – Demonstração da Obtenção do Modelo Simplificado

Aplicando para Escoamento Plenamente Desenvolvido em Placas Planas Paralelas (1)

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_p} [R_{ijp} V_i + R_{ip} V_j + R_{ij} V_p] + \frac{\partial R_{ijp}}{\partial x_p} = S_{ij} = b_0^\circ \delta_{ij} + b_i^\circ R_{ij}$$

$$(1,1) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{12} V_1 + R_{12} V_1 + R_{11} V_2] + \frac{\partial R_{112}}{\partial x_2} = b_0^\circ + b_1^\circ R_{11}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [2R_{12} V_1 + R_{112}] = b_0^\circ + b_1^\circ R_{11}}$$

$$(2,2) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{22} V_2 + R_{22} V_2 + R_{22} V_2] + \frac{\partial R_{222}}{\partial x_2} = b_0^\circ + b_1^\circ R_{22}$$

$$\boxed{\frac{\partial R_{222}}{\partial x_2} = b_0^\circ + b_1^\circ R_{22}}$$

$$(3,3) \quad \boxed{\frac{\partial R_{333}}{\partial x_2} = b_0^\circ + b_1^\circ R_{33}}$$

$$(1,2) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{22} V_1 + R_{12} V_2 + R_{12} V_2] + \frac{\partial R_{122}}{\partial x_2} = b_1^\circ R_{12}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_2} [R_{22} V_1 + R_{122}] = b_1^\circ R_{12}$$

$$(1,3) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{32} V_1 + R_{12} V_3 + R_{13} V_2] + \frac{\partial R_{132}}{\partial x_2} = b_1^\circ R_{13} = 0 \quad \boxed{R_{132} = 0}$$

$$(2,3) \quad \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{32} V_2 + R_{22} V_3 + R_{23} V_2] = \frac{\partial R_{232}}{\partial x_2} = b_1^\circ R_{23} = 0 \quad \boxed{R_{232} = 0}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{ijk}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_p} [R_{jkp} V_i + R_{ikp} V_j + R_{ijp} V_k + R_{ijk} V_p] + \frac{\partial}{\partial x_p} [-R_{ij} R_{kp} - R_{jk} R_{ip} - R_{ik} R_{jp}] \\ + d_0^\circ \delta_{ij} \delta_{kp} + d_i^\circ (\delta_{ij} R_{kp} + \delta_{jk} R_{pi} + \delta_{kp} R_{ij} + \delta_{pi} R_{jk}) = c_0^\circ (\delta_{ij} V_k + \delta_{jk} V_i + \delta_{ki} V_j) \\ + e R_{ijk} \end{aligned}$$

$$(1,1,1) = \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{112} V_1 + R_{112} V_1 + R_{112} V_1 + R_{111} V_2 - R_{11} R_{12} - R_{11} R_{12} - R_{11} R_{12} + d_1^\circ R_{12} + d_1^\circ R_{12}] = c_0^\circ V_1 + G^\circ V_1 + c_0^\circ V_1 + e R_{111}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [3R_{112} V_1 - 3R_{11} R_{12} + 2d_1^\circ R_{12}] = 3G^\circ V_1 + e R_{111}}$$

$$(1,1,2) \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{122} V_1 + R_{122} V_1 + R_{112} V_2 + R_{112} V_2 - R_{11} R_{22} - R_{12} R_{12} - R_{12} R_{22} + \textcircled{2}$$

$$+ d_0^0 + d_1^0 (R_{22} + R_{11}) = G^1(V_2) + e R_{112}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [2R_{122} V_1 - R_{11} R_{22} - 2R_{112}^2 + d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22})] = e R_{112}}$$

$$(1,1,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{132} V_1 + R_{132} V_1 + R_{112} V_3 + R_{113} V_2 - R_{11} R_{23} - R_{13} R_{12} - R_{13} R_{22} +$$

$$d_1^0 (R_{32}) = G^1(V_3) + e R_{113} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [2R_{132} V_1] = e R_{113}}$$

$$(1,2,2) \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{222} V_1 + R_{122} V_2 + R_{122} V_2 + R_{122} V_2 - R_{12} R_{22} - R_{22} R_{12} - R_{12} R_{22} +$$

$$d_1^0 (R_{12} + R_{12}) = G^1(V_1) + e R_{122}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [R_{222} V_1 - 3R_{12} R_{22} + 2d_1^0 R_{12}] = G^1(V_1) + e R_{122}}$$

$$(1,2,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{232} V_1 + R_{132} V_2 + R_{122} V_3 + R_{122} V_2 - R_{12} R_{32} - R_{23} R_{12} - R_{13} R_{22}]$$

$$= e R_{123} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} (R_{223} V_1) = e R_{123}}$$

$$(1,3,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [R_{332} V_1 + R_{132} V_3 + R_{132} V_3 + R_{133} V_2 - R_{13} R_{23} - R_{33} R_{12} -$$

$$R_{13} R_{32} + d_1^0 R_{12} = G^1(V_1) + e R_{133}$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [R_{233} V_1 - R_{33} R_{12} + d_1^0 R_{12}] = G^1(V_1) + e R_{133}}$$

$$(2,2,2) \frac{\partial}{\partial x_2} [-3R_{22}^2 + d_0^0 + 4d_1^0 R_{22}] = e R_{222}$$

$$(2,2,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [-R_{22} R_{23} - R_{23} R_{22} - R_{23} R_{22} + d_1^0 (R_{23} + R_{23})] = e R_{223}$$

$$\boxed{R_{223} = 0}$$

$$(2,3,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [-R_{23}R_{23} - R_{33}R_{22} - R_{23}R_{23} + d_i^0(R_{22} + R_{33})] = eR_{233} \quad (3)$$

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x_2} [-R_{33}R_{22} + d_i^0(R_{22} + R_{33})] = eR_{233}}$$

$$(3,3,3) \frac{\partial}{\partial x_2} [-R_{33}R_{23} - R_{33}R_{23} - R_{33}R_{23} + d_i^0(R_{23} + R_{23})] = eR_{333}$$

$$\boxed{R_{333} = 0}$$

Colocando $G^1 = e = 0$

$$(1,1,1) \frac{d}{dx_2} [3R_{112}V_1 - 3R_{11}R_{12} + 2d_i^0R_{12}] = 0$$

Integrando :

$$\int_0^{x_2} \frac{d}{dx_2} [3R_{112}V_1 - 3R_{11}R_{12} + 2d_i^0R_{12}] dx_2 = 0$$

Como R_{ijk} , R_{ij} e V_i são zero na parede ($x_2 = 0$):

$$R_{112}V_1 = 3R_{11}R_{12} - 2d_i^0R_{12}$$

$$R_{112} = \frac{3R_{11}R_{12}}{3V_1} - 2\frac{d_i^0R_{12}}{3V_1}$$

$$(1,1) b_0^0 + b_i^0 R_{11} = \frac{d}{dx_2} \left[2R_{12}V_1 + \frac{R_{11}R_{12}}{V_1} - \frac{2d_i^0R_{12}}{3V_1} \right]$$

$$b_0^0 + b_i^0 R_{11} + \underbrace{\frac{2d}{3dx_2} \left[\frac{d_i^0R_{12}}{V_1} \right]}_f = \frac{d}{dx_2} \left[2R_{12}V_1 + \frac{R_{11}R_{12}}{V_1} \right]$$

$$\boxed{b_0^0 + b_i^0 R_{11} + \frac{2}{3} f = \frac{d}{dx_2} \left[2R_{12}V_1 + \frac{R_{11}R_{12}}{V_1} \right]}$$

(4)

$$(1,2,2) \quad R_{222} V_1 - 3R_{12} R_{22} + 2d_1^0 R_{12} = 0$$

$$R_{222} = \frac{3R_{12} R_{22}}{V_1} - \frac{2d_1^0 R_{12}}{V_1}$$

$$(2,2) \quad b_0^0 + b_1^0 R_{22} = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{3R_{12} R_{22}}{V_1} - \frac{2d_1^0 R_{12}}{V_1} \right]$$

$$\boxed{b_0^0 + b_1^0 R_{22} + 2f = 3 \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12} R_{22}}{V_1} \right]}$$

$$(1,3,3) \quad R_{233} V_1 - R_{12} R_{33} + d_1^0 R_{12} = 0$$

$$R_{233} = \frac{R_{12} R_{33}}{V_1} - \frac{d_1^0 R_{12}}{V_1}$$

$$(3,3) \quad b_0^0 + b_1^0 R_{33} = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12} R_{33}}{V_1} - \frac{d_1^0 R_{12}}{V_1} \right]$$

$$\boxed{b_0^0 + b_1^0 R_{33} + f = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12} R_{33}}{V_1} \right]}$$

$$(1,1,2) \quad 2R_{122} V_1 - (R_{11} R_{22} + 2R_{12}^2) + d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22}) = 0$$

$$R_{122} = \frac{(R_{11} R_{22} + 2R_{12}^2)}{2V_1} - \frac{[d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22})]}{2V_1}$$

$$(1,2) \quad b_1^0 R_{12} = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{22} V_1 + R_{11} R_{22} + 2R_{12}^2}{2V_1} \right] - \frac{d}{dx_2} \left[\frac{d_0^0 + d_1^0 (R_{11} + R_{22})}{2V_1} \right]$$

$$\boxed{b_1^0 R_{12} + g = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{22} V_1 + R_{11} R_{22} + 2R_{12}^2}{2V_1} \right]}$$

$$I_1 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{2R_{12} V_1 + R_{11} R_{12}}{V_1} \right]$$

$$I_3 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12} R_{33}}{V_1} \right]$$

$$I_2 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{12} R_{22}}{V_1} \right]$$

$$I_4 = \frac{d}{dx_2} \left[\frac{R_{22} V_1 + R_{11} R_{22} + 2R_{12}^2}{2V_1} \right]$$

u, v, w = streamwise, wall-normal and spanwise velocity fluctuations
u_tau = friction velocity
u_i = i-th component of velocity fluctuation
u+, v+, w+ = u/u_tau, v/u_tau, w/u_tau
x, y, z = streamwise, wall-normal, spanwise directions
y+ = y*u_tau/nu

1. Description of Flow Field

The flow field simulated is a fully developed two-dimensional turbulent flow between two parallel walls. Hence, the flow is homogeneous both in the streamwise and spanwise directions and the statistics are dependent only upon the distance from the wall. The data presented here are non-dimensionalized by the wall variables, i.e., u_tau and nu. The flow condition is defined by the pressure gradient imposed (or the friction velocity) and the distance between the walls (channel height).

2. Numerical Method

Governing equations: a fourth-order equation for v, a second-order equation for omega_y derived from the incompressible Navier-Stokes equations, and the continuity equation.

Discretization method: spectral method = 128 x 128 Fourier series in the x- and z-directions, and Chebyshev polynomials up to the order 96 in the y-direction (Chebyshev-tau method).

Aliasing treatment: nonlinear terms computed with collocation grids 1.5 times finer in each direction.

Grid spacing: 18.4 and 7.36 viscous units in the x- and z- directions and 0.08*4.9 in the y-direction.

Time integration: second order Adams-Bashforth scheme for the nonlinear terms and Crank-Nicolson scheme for the viscous terms.

Size of computational box: 5*pai*delta x 2*delta x 2*pai*delta.

Initial conditions: u', v' and u_mean given in accordance with the previous numerical results.

Criterion for stationary state: linear profile of total stress and stationary behavior of mean velocity and second-order moments of the three velocity components at some distance from the wall.

Length of time integration for ensemble averaging: about 30 delta/u_tau (4400 nu/u_tau**2) after the fully developed state is reached.

Error in continuity equation = Max [abs {div(roh*v)}] : not applicable

Courant number = Max [delta-t * {abs(u_i/delta-x_i)}] : < 0.3

Computer: HITAC-S820/80 at the Computer Center of the University of Tokyo.

Computation time: about 4.0 sec CPU time per one time step.

3. Flow conditions

Re_tau = delta*u_tau/nu = 150
Re_m = 2*delta*Um/nu = 4560

4. Numerical data

4.1 Turbulence statistics

j	y+	u_mean	u_rms	v_rms	w_rms	p_rms
1	0.000000E+00	0.669280E-16	0.278139E-13	0.169865E-15	0.150574E-14	0.141986E+01
2	0.357395E-01	0.355441E-01	0.126800E-01	0.106241E-04	0.657743E-02	0.141962E+01
3	0.142941E+00	0.142109E+00	0.506814E-01	0.167416E-03	0.259754E-01	0.141893E+01
4	0.321554E+00	0.319488E+00	0.113904E+00	0.826426E-03	0.572271E-01	0.141790E+01
5	0.571492E+00	0.567331E+00	0.202212E+00	0.252205E-02	0.988329E-01	0.141675E+01
6	0.892638E+00	0.885103E+00	0.315442E+00	0.588974E-02	0.148899E+00	0.141571E+01
7	0.128484E+01	0.127200E+01	0.453296E+00	0.115776E-01	0.205294E+00	0.141511E+01
8	0.174790E+01	0.172672E+01	0.615094E+00	0.201629E-01	0.265803E+00	0.141536E+01
9	0.228162E+01	0.224720E+01	0.799302E+00	0.320853E-01	0.328278E+00	0.141688E+01
10	0.288573E+01	0.283005E+01	0.100293E+01	0.476087E-01	0.390789E+00	0.142007E+01
11	0.355994E+01	0.347004E+01	0.122101E+01	0.668112E-01	0.451753E+00	0.142540E+01
12	0.430394E+01	0.415944E+01	0.144642E+01	0.896020E-01	0.510036E+00	0.143318E+01
13	0.511737E+01	0.488790E+01	0.167037E+01	0.115756E+00	0.564973E+00	0.144366E+01
14	0.599984E+01	0.564252E+01	0.188344E+01	0.144956E+00	0.616326E+00	0.145698E+01
15	0.695093E+01	0.640870E+01	0.207690E+01	0.176830E+00	0.664150E+00	0.147310E+01
16	0.797020E+01	0.717125E+01	0.224391E+01	0.210980E+00	0.708641E+00	0.149182E+01
17	0.905715E+01	0.791585E+01	0.238023E+01	0.246994E+00	0.749990E+00	0.151288E+01
18	0.102113E+02	0.863026E+01	0.248434E+01	0.284449E+00	0.788305E+00	0.153579E+01

19	0.114320E+02	0.930511E+01	0.255705E+01	0.322904E+00	0.823577E+00	0.155999E+01
20	0.127188E+02	0.993425E+01	0.260086E+01	0.361903E+00	0.855729E+00	0.158491E+01
21	0.140710E+02	0.105145E+02	0.261929E+01	0.400978E+00	0.884663E+00	0.160982E+01
22	0.154880E+02	0.110453E+02	0.261627E+01	0.439663E+00	0.910330E+00	0.163407E+01
23	0.169691E+02	0.115279E+02	0.259575E+01	0.477511E+00	0.932782E+00	0.165705E+01
24	0.185136E+02	0.119650E+02	0.256140E+01	0.514109E+00	0.952179E+00	0.167817E+01
25	0.201207E+02	0.123601E+02	0.251651E+01	0.549096E+00	0.968763E+00	0.169696E+01
26	0.217898E+02	0.127169E+02	0.246391E+01	0.582173E+00	0.982795E+00	0.171312E+01
27	0.235200E+02	0.130392E+02	0.240595E+01	0.613104E+00	0.994503E+00	0.172638E+01
28	0.253104E+02	0.133309E+02	0.234458E+01	0.641709E+00	0.100407E+01	0.173660E+01
29	0.271603E+02	0.135957E+02	0.228131E+01	0.667861E+00	0.101166E+01	0.174374E+01
30	0.290688E+02	0.138369E+02	0.221733E+01	0.691476E+00	0.101743E+01	0.174771E+01
31	0.310348E+02	0.140574E+02	0.215350E+01	0.712512E+00	0.102156E+01	0.174856E+01
32	0.330576E+02	0.142600E+02	0.209055E+01	0.730963E+00	0.102426E+01	0.174641E+01
33	0.351362E+02	0.144473E+02	0.202903E+01	0.746858E+00	0.102568E+01	0.174129E+01
34	0.372695E+02	0.146214E+02	0.196946E+01	0.760260E+00	0.102592E+01	0.173330E+01
35	0.394565E+02	0.147840E+02	0.191223E+01	0.771273E+00	0.102495E+01	0.172263E+01
36	0.416963E+02	0.149369E+02	0.185756E+01	0.780033E+00	0.102275E+01	0.170947E+01
37	0.439876E+02	0.150813E+02	0.180549E+01	0.786692E+00	0.101927E+01	0.169410E+01
38	0.463295E+02	0.152185E+02	0.175589E+01	0.791416E+00	0.101451E+01	0.167685E+01
39	0.487209E+02	0.153495E+02	0.170869E+01	0.794375E+00	0.100850E+01	0.165795E+01
40	0.511605E+02	0.154753E+02	0.166376E+01	0.795732E+00	0.100135E+01	0.163760E+01
41	0.536473E+02	0.155966E+02	0.162103E+01	0.795637E+00	0.993136E+00	0.161598E+01
42	0.561800E+02	0.157141E+02	0.158039E+01	0.794230E+00	0.983931E+00	0.159318E+01
43	0.587574E+02	0.158281E+02	0.154172E+01	0.791648E+00	0.973843E+00	0.156930E+01
44	0.613784E+02	0.159391E+02	0.150481E+01	0.788013E+00	0.963040E+00	0.154447E+01
45	0.640416E+02	0.160475E+02	0.146947E+01	0.783439E+00	0.951731E+00	0.151871E+01
46	0.667459E+02	0.161532E+02	0.143554E+01	0.778038E+00	0.940040E+00	0.149205E+01
47	0.694898E+02	0.162565E+02	0.140293E+01	0.771919E+00	0.927975E+00	0.146449E+01
48	0.722721E+02	0.163575E+02	0.137157E+01	0.765171E+00	0.915497E+00	0.143601E+01
49	0.750916E+02	0.164562E+02	0.134132E+01	0.757877E+00	0.902548E+00	0.140668E+01
50	0.779467E+02	0.165526E+02	0.131200E+01	0.750115E+00	0.889054E+00	0.137664E+01
51	0.808363E+02	0.166465E+02	0.128341E+01	0.741974E+00	0.874956E+00	0.134599E+01
52	0.837588E+02	0.167381E+02	0.125539E+01	0.733546E+00	0.860286E+00	0.131489E+01
53	0.867130E+02	0.168271E+02	0.122772E+01	0.724923E+00	0.845137E+00	0.128340E+01
54	0.896974E+02	0.169137E+02	0.120027E+01	0.716195E+00	0.829657E+00	0.125154E+01
55	0.927105E+02	0.169977E+02	0.117303E+01	0.707448E+00	0.814005E+00	0.121938E+01
56	0.957511E+02	0.170791E+02	0.114604E+01	0.698768E+00	0.798315E+00	0.118700E+01
57	0.988175E+02	0.171578E+02	0.111933E+01	0.690233E+00	0.782665E+00	0.115448E+01
58	0.101908E+03	0.172334E+02	0.109287E+01	0.681924E+00	0.767074E+00	0.112207E+01
59	0.105022E+03	0.173059E+02	0.106661E+01	0.673917E+00	0.751616E+00	0.108992E+01
60	0.108158E+03	0.173750E+02	0.104056E+01	0.666273E+00	0.736495E+00	0.105814E+01
61	0.111313E+03	0.174407E+02	0.101479E+01	0.659038E+00	0.721933E+00	0.102691E+01
62	0.114487E+03	0.175026E+02	0.989503E+00	0.652250E+00	0.708040E+00	0.996440E+00
63	0.117678E+03	0.175604E+02	0.964949E+00	0.645941E+00	0.694851E+00	0.966985E+00
64	0.120884E+03	0.176138E+02	0.941368E+00	0.640148E+00	0.682392E+00	0.938892E+00
65	0.124104E+03	0.176625E+02	0.918989E+00	0.634900E+00	0.670756E+00	0.912511E+00
66	0.127337E+03	0.177062E+02	0.898081E+00	0.630217E+00	0.660097E+00	0.888132E+00
67	0.130580E+03	0.177445E+02	0.878953E+00	0.626109E+00	0.650591E+00	0.866049E+00
68	0.133833E+03	0.177771E+02	0.861936E+00	0.622588E+00	0.642390E+00	0.846542E+00
69	0.137094E+03	0.178041E+02	0.847406E+00	0.619673E+00	0.635607E+00	0.829915E+00
70	0.140361E+03	0.178251E+02	0.835710E+00	0.617391E+00	0.630307E+00	0.816528E+00
71	0.143632E+03	0.178400E+02	0.827120E+00	0.615764E+00	0.626523E+00	0.806722E+00
72	0.146907E+03	0.178491E+02	0.821856E+00	0.614796E+00	0.624256E+00	0.800737E+00
73	0.150183E+03	0.178521E+02	0.820080E+00	0.614475E+00	0.623501E+00	0.798725E+00

j	y+	-uv	-uv/(u_rms*v_rms)	uv_rms
1	0.000000E+00	0.151335E-31	0.000000E+00	0.472666E-29
2	0.357395E-01	0.307981E-07	0.228595E+00	0.252816E-06
3	0.142941E+00	0.198302E-05	0.233688E+00	0.159364E-04
4	0.321554E+00	0.228097E-04	0.242289E+00	0.177073E-03
5	0.571492E+00	0.129805E-03	0.254499E+00	0.961427E-03
6	0.892638E+00	0.502272E-03	0.270323E+00	0.350945E-02
7	0.128484E+01	0.151983E-02	0.289568E+00	0.991215E-02
8	0.174790E+01	0.386667E-02	0.311749E+00	0.232955E-01
9	0.228162E+01	0.861877E-02	0.336042E+00	0.474721E-01
10	0.288573E+01	0.172544E-01	0.361335E+00	0.860609E-01
11	0.355994E+01	0.315209E-01	0.386366E+00	0.141356E+00
12	0.430394E+01	0.531290E-01	0.409911E+00	0.213520E+00
13	0.511737E+01	0.833270E-01	0.430924E+00	0.300479E+00
14	0.599984E+01	0.122492E+00	0.448634E+00	0.398522E+00
15	0.695093E+01	0.169895E+00	0.462574E+00	0.503345E+00
16	0.797020E+01	0.223744E+00	0.472585E+00	0.611093E+00
17	0.905715E+01	0.281499E+00	0.478792E+00	0.719023E+00
18	0.102113E+02	0.340328E+00	0.481569E+00	0.825603E+00
19	0.114320E+02	0.397570E+00	0.481480E+00	0.930142E+00
20	0.127188E+02	0.451070E+00	0.479196E+00	0.103225E+01
21	0.140710E+02	0.499338E+00	0.475412E+00	0.113138E+01
22	0.154880E+02	0.541546E+00	0.470776E+00	0.122666E+01
23	0.169691E+02	0.577418E+00	0.465831E+00	0.131693E+01
24	0.185136E+02	0.607080E+00	0.460997E+00	0.140090E+01
25	0.201207E+02	0.630912E+00	0.456569E+00	0.147735E+01
26	0.217898E+02	0.649427E+00	0.452731E+00	0.154525E+01
27	0.235200E+02	0.663193E+00	0.449580E+00	0.160385E+01
28	0.253104E+02	0.672772E+00	0.447151E+00	0.165274E+01
29	0.271603E+02	0.678688E+00	0.445441E+00	0.169184E+01
30	0.290688E+02	0.681414E+00	0.444424E+00	0.172135E+01
31	0.310348E+02	0.681363E+00	0.444053E+00	0.174164E+01

Test Case: Fully Developed 2-D Channel Flow

Code Number: CH12__PG.WL3

Date of Release: Feb. 28, 1992

Date of Revision:

Computers: K. Horiuti
Institute of Industrial Science
University of Tokyo
7-22-1 Roppongi
Minato-ku, Tokyo 106

Nomenclature:

delta = channel half width
k = turbulent kinetic energy, $0.5*(uu+vv+ww)$
nu = kinematic viscosity
p = pressure
u, v, w = streamwise, wall-normal and spanwise
velocity fluctuations
u_tau = friction velocity
x, y, z = streamwise, wall-normal and spanwise coordinates
y+ = $y*u_tau/nu$

1. Description of Flow Field

The flow field calculated is a fully developed two-dimensional turbulent flow between two parallel flat plates.

2. Numerical Method

The Navier-Stokes and continuity equations were discretized using the Fourier series expansion in the x and z directions (128x128), and the Chebyshev polynomial expansions in the y direction (128).

Time-integration was done by combining the Second-order Adams-Bashforth scheme for nonlinear terms and the Crank-Nicolson scheme for the viscous and pressure-gradient terms.

The continuity condition was enforced using the Kleiser-Schumann method combined with the Influence Matrix technique.

Size of computational domain: $12.8*\delta$ (x) and $6.4*\delta$ (z).

Grid spacing: 18 and 9 viscous units in the x- and z- directions, respectively.

Integration time for ensemble averaging of statistical values:
Approximately $5.0 \delta/u_tau$ after a fully developed state was reached.

Turbulence statistics for the dynamic field are normalized by u_tau and nu.

3. Flow Conditions

Re_delta = 3245
Re_tau = 180

4. Numerical data

j	y+	u_mean+	uu+	vv+	ww+	p_rms
1	0.0	0.4610D-08	0.7858D-12	0.2905D-18	0.1154D-19	0.1429D+01
2	0.5421D-01	0.5463D-01	0.3808D-03	0.6202D-09	0.1132D-03	0.1429D+01
3	0.2168D+00	0.2184D+00	0.6072D-02	0.1460D-06	0.1733D-02	0.1428D+01
4	0.4877D+00	0.4909D+00	0.3066D-01	0.3443D-05	0.8241D-02	0.1427D+01
5	0.8667D+00	0.8714D+00	0.9659D-01	0.3100D-04	0.2392D-01	0.1426D+01
6	0.1354D+01	0.1359D+01	0.2347D+00	0.1623D-03	0.5251D-01	0.1425D+01
7	0.1948D+01	0.1950D+01	0.4826D+00	0.5977D-03	0.9599D-01	0.1425D+01
8	0.2650D+01	0.2642D+01	0.8791D+00	0.1719D-02	0.1540D+00	0.1427D+01
9	0.3459D+01	0.3425D+01	0.1453D+01	0.4111D-02	0.2241D+00	0.1431D+01
10	0.4374D+01	0.4285D+01	0.2207D+01	0.8531D-02	0.3024D+00	0.1438D+01
11	0.5394D+01	0.5205D+01	0.3104D+01	0.1583D-01	0.3852D+00	0.1448D+01
12	0.6520D+01	0.6156D+01	0.4068D+01	0.2684D-01	0.4695D+00	0.1461D+01
13	0.7751D+01	0.7112D+01	0.5003D+01	0.4230D-01	0.5534D+00	0.1478D+01
14	0.9085D+01	0.8044D+01	0.5819D+01	0.6277D-01	0.6356D+00	0.1499D+01
15	0.1052D+02	0.8928D+01	0.6452D+01	0.8860D-01	0.7152D+00	0.1522D+01
16	0.1206D+02	0.9747D+01	0.6874D+01	0.1198D+00	0.7906D+00	0.1546D+01
17	0.1370D+02	0.1049D+02	0.7088D+01	0.1563D+00	0.8602D+00	0.1572D+01
18	0.1544D+02	0.1116D+02	0.7121D+01	0.1974D+00	0.9224D+00	0.1598D+01
19	0.1728D+02	0.1175D+02	0.7010D+01	0.2424D+00	0.9762D+00	0.1624D+01
20	0.1922D+02	0.1227D+02	0.6792D+01	0.2903D+00	0.1021D+01	0.1649D+01
21	0.2125D+02	0.1272D+02	0.6504D+01	0.3400D+00	0.1058D+01	0.1673D+01
22	0.2338D+02	0.1312D+02	0.6175D+01	0.3902D+00	0.1087D+01	0.1696D+01
23	0.2561D+02	0.1346D+02	0.5828D+01	0.4396D+00	0.1111D+01	0.1716D+01
24	0.2793D+02	0.1376D+02	0.5478D+01	0.4870D+00	0.1131D+01	0.1732D+01

25	0.3034D+02	0.1403D+02	0.5135D+01	0.5312D+00	0.1150D+01	0.1745D+01
26	0.3283D+02	0.1426D+02	0.4804D+01	0.5714D+00	0.1167D+01	0.1753D+01
27	0.3542D+02	0.1446D+02	0.4487D+01	0.6070D+00	0.1180D+01	0.1756D+01
28	0.3810D+02	0.1465D+02	0.4188D+01	0.6375D+00	0.1188D+01	0.1754D+01
29	0.4086D+02	0.1482D+02	0.3907D+01	0.6627D+00	0.1188D+01	0.1748D+01
30	0.4370D+02	0.1498D+02	0.3644D+01	0.6824D+00	0.1183D+01	0.1738D+01
31	0.4663D+02	0.1512D+02	0.3399D+01	0.6970D+00	0.1173D+01	0.1724D+01
32	0.4964D+02	0.1526D+02	0.3178D+01	0.7068D+00	0.1161D+01	0.1706D+01
33	0.5272D+02	0.1540D+02	0.2979D+01	0.7123D+00	0.1147D+01	0.1685D+01
34	0.5588D+02	0.1552D+02	0.2801D+01	0.7143D+00	0.1129D+01	0.1661D+01
35	0.5912D+02	0.1565D+02	0.2642D+01	0.7133D+00	0.1106D+01	0.1633D+01
36	0.6243D+02	0.1577D+02	0.2497D+01	0.7097D+00	0.1078D+01	0.1605D+01
37	0.6581D+02	0.1590D+02	0.2365D+01	0.7035D+00	0.1047D+01	0.1576D+01
38	0.6926D+02	0.1601D+02	0.2245D+01	0.6949D+00	0.1015D+01	0.1548D+01
39	0.7277D+02	0.1613D+02	0.2135D+01	0.6838D+00	0.9836D+00	0.1520D+01
40	0.7635D+02	0.1624D+02	0.2034D+01	0.6708D+00	0.9522D+00	0.1491D+01
41	0.8000D+02	0.1636D+02	0.1942D+01	0.6564D+00	0.9194D+00	0.1461D+01
42	0.8370D+02	0.1646D+02	0.1860D+01	0.6413D+00	0.8846D+00	0.1429D+01
43	0.8746D+02	0.1657D+02	0.1782D+01	0.6258D+00	0.8487D+00	0.1395D+01
44	0.9128D+02	0.1668D+02	0.1707D+01	0.6102D+00	0.8144D+00	0.1360D+01
45	0.9515D+02	0.1678D+02	0.1633D+01	0.5942D+00	0.7846D+00	0.1322D+01
46	0.9907D+02	0.1688D+02	0.1560D+01	0.5778D+00	0.7593D+00	0.1283D+01
47	0.1030D+03	0.1698D+02	0.1488D+01	0.5615D+00	0.7348D+00	0.1242D+01
48	0.1071D+03	0.1707D+02	0.1417D+01	0.5458D+00	0.7081D+00	0.1201D+01
49	0.1111D+03	0.1717D+02	0.1346D+01	0.5311D+00	0.6787D+00	0.1162D+01
50	0.1152D+03	0.1726D+02	0.1275D+01	0.5177D+00	0.6480D+00	0.1124D+01
51	0.1194D+03	0.1734D+02	0.1203D+01	0.5053D+00	0.6187D+00	0.1090D+01
52	0.1235D+03	0.1743D+02	0.1132D+01	0.4936D+00	0.5923D+00	0.1058D+01
53	0.1277D+03	0.1751D+02	0.1062D+01	0.4821D+00	0.5690D+00	0.1029D+01
54	0.1320D+03	0.1758D+02	0.9943D+00	0.4707D+00	0.5485D+00	0.1001D+01
55	0.1363D+03	0.1765D+02	0.9298D+00	0.4593D+00	0.5299D+00	0.9742D+00
56	0.1406D+03	0.1772D+02	0.8706D+00	0.4483D+00	0.5126D+00	0.9488D+00
57	0.1449D+03	0.1778D+02	0.8172D+00	0.4381D+00	0.4968D+00	0.9241D+00
58	0.1492D+03	0.1784D+02	0.7690D+00	0.4290D+00	0.4819D+00	0.9004D+00
59	0.1536D+03	0.1788D+02	0.7259D+00	0.4213D+00	0.4674D+00	0.8783D+00
60	0.1580D+03	0.1792D+02	0.6884D+00	0.4152D+00	0.4533D+00	0.8576D+00
61	0.1624D+03	0.1796D+02	0.6574D+00	0.4106D+00	0.4401D+00	0.8400D+00
62	0.1668D+03	0.1798D+02	0.6328D+00	0.4077D+00	0.4284D+00	0.8274D+00
63	0.1712D+03	0.1800D+02	0.6147D+00	0.4060D+00	0.4195D+00	0.8205D+00
64	0.1756D+03	0.1801D+02	0.6036D+00	0.4051D+00	0.4139D+00	0.8192D+00
65	0.1800D+03	0.1801D+02	0.5999D+00	0.4049D+00	0.4120D+00	0.8167D+00

j	y+	-uv+	-uv+/u_rms/v_rms
1	0.0	0.1266D-21	--
2	0.5421D-01	0.1179D-06	0.2497D+00
3	0.2168D+00	0.7603D-05	0.2578D+00
4	0.4877D+00	0.8769D-04	0.2704D+00
5	0.8667D+00	0.5002D-03	0.2878D+00
6	0.1354D+01	0.1934D-02	0.3099D+00
7	0.1948D+01	0.5803D-02	0.3358D+00
8	0.2650D+01	0.1447D-01	0.3641D+00
9	0.3459D+01	0.3109D-01	0.3926D+00
10	0.4374D+01	0.5897D-01	0.4191D+00
11	0.5394D+01	0.1003D+00	0.4420D+00
12	0.6520D+01	0.1553D+00	0.4601D+00
13	0.7751D+01	0.2215D+00	0.4728D+00
14	0.9085D+01	0.2946D+00	0.4802D+00
15	0.1052D+02	0.3694D+00	0.4827D+00
16	0.1206D+02	0.4412D+00	0.4813D+00
17	0.1370D+02	0.5065D+00	0.4771D+00
18	0.1544D+02	0.5632D+00	0.4713D+00
19	0.1728D+02	0.6108D+00	0.4648D+00
20	0.1922D+02	0.6494D+00	0.4586D+00
21	0.2125D+02	0.6800D+00	0.4532D+00
22	0.2338D+02	0.7034D+00	0.4488D+00
23	0.2561D+02	0.7207D+00	0.4453D+00
24	0.2793D+02	0.7327D+00	0.4427D+00
25	0.3034D+02	0.7401D+00	0.4408D+00
26	0.3283D+02	0.7433D+00	0.4396D+00
27	0.3542D+02	0.7428D+00	0.4391D+00
28	0.3810D+02	0.7392D+00	0.4396D+00
29	0.4086D+02	0.7330D+00	0.4415D+00
30	0.4370D+02	0.7247D+00	0.4450D+00
31	0.4663D+02	0.7144D+00	0.4499D+00
32	0.4964D+02	0.7025D+00	0.4557D+00
33	0.5272D+02	0.6893D+00	0.4614D+00
34	0.5588D+02	0.6747D+00	0.4666D+00
35	0.5912D+02	0.6590D+00	0.4712D+00
36	0.6243D+02	0.6424D+00	0.4752D+00
37	0.6581D+02	0.6251D+00	0.4788D+00
38	0.6926D+02	0.6071D+00	0.4823D+00
39	0.7277D+02	0.5884D+00	0.4857D+00
40	0.7635D+02	0.5691D+00	0.4884D+00
41	0.8000D+02	0.5490D+00	0.4898D+00
42	0.8370D+02	0.5283D+00	0.4895D+00
43	0.8746D+02	0.5068D+00	0.4872D+00
44	0.9128D+02	0.4850D+00	0.4834D+00
45	0.9515D+02	0.4628D+00	0.4785D+00

δ = channel half width
 k = turbulent kinetic energy, $u_i^*u_i/2$
 ν = kinematic viscosity
 p = pressure
 $R(ab)$ = correlation coefficient between a and b
 U_c = channel center mean velocity
 U_m = bulk mean velocity
 u, v, w = streamwise, wall-normal and spanwise velocity fluctuations
 u_τ = friction velocity
 u_i = i-th component of velocity fluctuation
 $u^+, v^+, w^+ = u/u_\tau, v/u_\tau, w/u_\tau$
 x, y, z = streamwise, wall-normal, spanwise directions
 $y^+ = y*u_\tau/\nu$

1. Description of Flow Field

The flow field simulated is a fully developed two-dimensional turbulent flow between two parallel walls. Hence, the flow is homogeneous both in the streamwise and spanwise directions and the statistics are dependent only upon the distance from the wall. The data presented here are non-dimensionalized by the wall variables, i.e., u_τ and ν . The flow condition is defined by the mean mass flux imposed and the distance between the walls (channel height).

2. Numerical Method

Governing equations: incompressible Navier-Stokes equations and the continuity equation.

Discretization method: spectral method using 160 x 160 Fourier series in the x- and z-directions, and Chebyshev polynomials up to the order 128 in the y-direction.

(A spanwise symmetry condition, which arises naturally for the transition problem and cuts the computing time and memory by a factor of two, was maintained in the turbulent flow stage. This does not appear to adversely effect the obtained turbulence statistics. All data such as box length and number of points in the spanwise direction given herein refer to the full spanwise domain.)

Aliasing treatment: nonlinear terms computed with collocation grids 1.5 times finer in each direction (aliasing errors fully eliminated)

Grid spacing: 14.8 and 7.4 viscous units in the x- and z- directions and 0.06 to 5.2 in the y-direction.

Time integration: second order Adams-Bashforth scheme for the nonlinear terms and Crank-Nicolson scheme for the viscous terms.

Size of computational box: $3.57*\pi*\delta \times 2*\delta \times 1.9*\pi*\delta$.

Initial conditions: starting with slightly disturbed laminar flow and continuing all the way through the transition process up to developed turbulence. The mass flux is kept fixed.

Length of time integration for ensemble averaging: about $4.6 \delta/u_\tau$ ($980 \nu/u_\tau^2$) after the fully developed turbulent state is reached.

Error in continuity equation = $\text{Max} \{ \text{abs} \{ \text{div}(\rho h^*v) \} \}$: machine error level

Computer: CRAY YMP

Computation time: of order 170h (single processor)

3. Flow conditions

$Re_\tau = \delta*u_\tau/\nu = 211$
 $Re_m = 2*\delta*U_m/\nu = 6666$

4. Numerical data

4.1 Turbulence statistics

j	y+	u_mean	u_rms	v_rms	w_rms	p_rms
1	0.00000E+00	9.60652E-13	1.41571E-12	1.01595E-13	1.12082E-13	1.62478E+00
2	6.34635E-02	6.34527E-02	2.42697E-02	3.53232E-05	1.25753E-02	1.62433E+00
3	2.53816E-01	2.53654E-01	9.69636E-02	5.50332E-04	4.91844E-02	1.62305E+00
4	5.70942E-01	5.70131E-01	2.17796E-01	2.66635E-03	1.06674E-01	1.62136E+00
5	1.01465E+00	1.01196E+00	3.86322E-01	7.93190E-03	1.80371E-01	1.61981E+00
6	1.58468E+00	1.57733E+00	6.01427E-01	1.79450E-02	2.64749E-01	1.61924E+00
7	2.28068E+00	2.26248E+00	8.59793E-01	3.39955E-02	3.54128E-01	1.62058E+00
8	3.10223E+00	3.05975E+00	1.15338E+00	5.68257E-02	4.43370E-01	1.62490E+00
9	4.04884E+00	3.95501E+00	1.46738E+00	8.65601E-02	5.28511E-01	1.63310E+00
10	5.11993E+00	4.92574E+00	1.78084E+00	1.22789E-01	6.07166E-01	1.64596E+00
11	6.31488E+00	5.94124E+00	2.07075E+00	1.64738E-01	6.78499E-01	1.66380E+00
12	7.63294E+00	6.96583E+00	2.31759E+00	2.11437E-01	7.42763E-01	1.68661E+00

13	9.07333E+00	7.96413E+00	2.50927E+00	2.61835E-01	8.00644E-01	1.71386E+00
14	1.06352E+01	8.90646E+00	2.64222E+00	3.14846E-01	8.52704E-01	1.74461E+00
15	1.23176E+01	9.77212E+00	2.71978E+00	3.69362E-01	8.99081E-01	1.77749E+00
16	1.41194E+01	1.05501E+01	2.74946E+00	4.24274E-01	9.39458E-01	1.81091E+00
17	1.60398E+01	1.12378E+01	2.74044E+00	4.78513E-01	9.73283E-01	1.84325E+00
18	1.80773E+01	1.18385E+01	2.70189E+00	5.31105E-01	1.00018E+00	1.87307E+00
19	2.02309E+01	1.23591E+01	2.64214E+00	5.81208E-01	1.02037E+00	1.89922E+00
20	2.24993E+01	1.28083E+01	2.56828E+00	6.28136E-01	1.03482E+00	1.92095E+00
21	2.48810E+01	1.31955E+01	2.48613E+00	6.71376E-01	1.04488E+00	1.93781E+00
22	2.73747E+01	1.35298E+01	2.40034E+00	7.10589E-01	1.05184E+00	1.94953E+00
23	2.99788E+01	1.38199E+01	2.31445E+00	7.45597E-01	1.05685E+00	1.95600E+00
24	3.26917E+01	1.40736E+01	2.23081E+00	7.76367E-01	1.06068E+00	1.95740E+00
25	3.55119E+01	1.42977E+01	2.15086E+00	8.02965E-01	1.06370E+00	1.95406E+00
26	3.84377E+01	1.44984E+01	2.07564E+00	8.25485E-01	1.06608E+00	1.94638E+00
27	4.14672E+01	1.46805E+01	2.00569E+00	8.44024E-01	1.06797E+00	1.93469E+00
28	4.45987E+01	1.48480E+01	1.94106E+00	8.58719E-01	1.06926E+00	1.91938E+00
29	4.78302E+01	1.50044E+01	1.88169E+00	8.69823E-01	1.06936E+00	1.90126E+00
30	5.11598E+01	1.51525E+01	1.82708E+00	8.77659E-01	1.06776E+00	1.88118E+00
31	5.45856E+01	1.52946E+01	1.77633E+00	8.82533E-01	1.06464E+00	1.85950E+00
32	5.81054E+01	1.54324E+01	1.72864E+00	8.84749E-01	1.06046E+00	1.83622E+00
33	6.17171E+01	1.55670E+01	1.68342E+00	8.84625E-01	1.05517E+00	1.81134E+00
34	6.54186E+01	1.56988E+01	1.64049E+00	8.82448E-01	1.04814E+00	1.78486E+00
35	6.92076E+01	1.58284E+01	1.59970E+00	8.78458E-01	1.03893E+00	1.75674E+00
36	7.30818E+01	1.59559E+01	1.56068E+00	8.72864E-01	1.02777E+00	1.72693E+00
37	7.70389E+01	1.60813E+01	1.52333E+00	8.65865E-01	1.01471E+00	1.69524E+00
38	8.10766E+01	1.62048E+01	1.48804E+00	8.57672E-01	9.99764E-01	1.66152E+00
39	8.51924E+01	1.63260E+01	1.45502E+00	8.48546E-01	9.83254E-01	1.62630E+00
40	8.93837E+01	1.64443E+01	1.42402E+00	8.38818E-01	9.65430E-01	1.59064E+00
41	9.36482E+01	1.65597E+01	1.39458E+00	8.28812E-01	9.46740E-01	1.55530E+00
42	9.79831E+01	1.66721E+01	1.36625E+00	8.18646E-01	9.27562E-01	1.52024E+00
43	1.02386E+02	1.67818E+01	1.33872E+00	8.08260E-01	9.08225E-01	1.48492E+00
44	1.06854E+02	1.68889E+01	1.31219E+00	7.97589E-01	8.88823E-01	1.44878E+00
45	1.11385E+02	1.69935E+01	1.28704E+00	7.86678E-01	8.69216E-01	1.41159E+00
46	1.15975E+02	1.70956E+01	1.26273E+00	7.75670E-01	8.49512E-01	1.37350E+00
47	1.20623E+02	1.71954E+01	1.23878E+00	7.64719E-01	8.29728E-01	1.33461E+00
48	1.25325E+02	1.72926E+01	1.21516E+00	7.53972E-01	8.09874E-01	1.29523E+00
49	1.30078E+02	1.73866E+01	1.19164E+00	7.43477E-01	7.90254E-01	1.25579E+00
50	1.34880E+02	1.74768E+01	1.16817E+00	7.33212E-01	7.71170E-01	1.21675E+00
51	1.39727E+02	1.75627E+01	1.14489E+00	7.23195E-01	7.52651E-01	1.17856E+00
52	1.44618E+02	1.76437E+01	1.12179E+00	7.13524E-01	7.34936E-01	1.14149E+00
53	1.49548E+02	1.77194E+01	1.09915E+00	7.04293E-01	7.18116E-01	1.10563E+00
54	1.54515E+02	1.77899E+01	1.07725E+00	6.95584E-01	7.02000E-01	1.07093E+00
55	1.59516E+02	1.78552E+01	1.05637E+00	6.87469E-01	6.86529E-01	1.03716E+00
56	1.64547E+02	1.79151E+01	1.03670E+00	6.80048E-01	6.71363E-01	1.00449E+00
57	1.69607E+02	1.79694E+01	1.01823E+00	6.73411E-01	6.56316E-01	9.73640E-01
58	1.74691E+02	1.80179E+01	1.00101E+00	6.67576E-01	6.41875E-01	9.45399E-01
59	1.79797E+02	1.80605E+01	9.85329E-01	6.62491E-01	6.28606E-01	9.20434E-01
60	1.84922E+02	1.80969E+01	9.71489E-01	6.58065E-01	6.17060E-01	8.99159E-01
61	1.90062E+02	1.81269E+01	9.59643E-01	6.54247E-01	6.07817E-01	8.81480E-01
62	1.95214E+02	1.81503E+01	9.50022E-01	6.51040E-01	6.01279E-01	8.66761E-01
63	2.00376E+02	1.81669E+01	9.43055E-01	6.48533E-01	5.97239E-01	8.54952E-01
64	2.05544E+02	1.81767E+01	9.38912E-01	6.46911E-01	5.95030E-01	8.47058E-01
65	2.10715E+02	1.81800E+01	9.37557E-01	6.46348E-01	5.94315E-01	8.44270E-01

j	y+	-uv	-uv/(u_rms*v_rms)
1	0.00000E+00	-2.68692E-28	-1.86814E-03
2	6.34635E-02	2.09856E-07	2.44792E-01
3	2.53816E-01	1.35356E-05	2.53656E-01
4	5.70942E-01	1.56009E-04	2.68647E-01
5	1.01465E+00	8.87728E-04	2.89703E-01
6	1.58468E+00	3.41147E-03	3.16093E-01
7	2.28068E+00	1.01161E-02	3.46095E-01
8	3.10223E+00	2.47156E-02	3.77097E-01
9	4.04884E+00	5.15920E-02	4.06184E-01
10	5.11993E+00	9.42236E-02	4.30900E-01
11	6.31488E+00	1.53412E-01	4.49715E-01
12	7.63294E+00	2.26437E-01	4.62094E-01
13	9.07333E+00	3.07731E-01	4.68379E-01
14	1.06352E+01	3.90629E-01	4.69568E-01
15	1.23176E+01	4.69193E-01	4.67052E-01
16	1.41194E+01	5.39314E-01	4.62326E-01
17	1.60398E+01	5.98921E-01	4.56726E-01
18	1.80773E+01	6.47581E-01	4.51280E-01
19	2.02309E+01	6.85905E-01	4.46660E-01
20	2.24993E+01	7.14998E-01	4.43210E-01
21	2.48810E+01	7.36084E-01	4.40999E-01
22	2.73747E+01	7.50367E-01	4.39929E-01
23	2.99788E+01	7.58957E-01	4.39810E-01
24	3.26917E+01	7.62778E-01	4.40421E-01
25	3.55119E+01	7.62617E-01	4.41569E-01
26	3.84377E+01	7.59222E-01	4.43105E-01
27	4.14672E+01	7.53203E-01	4.44931E-01
28	4.45987E+01	7.45025E-01	4.46972E-01
29	4.78302E+01	7.35030E-01	4.49082E-01
30	5.11598E+01	7.23509E-01	4.51190E-01
31	5.45856E+01	7.10737E-01	4.53372E-01

32	5.81054E+01	6.96959E-01	4.55705E-01
33	6.17171E+01	6.82375E-01	4.58217E-01
34	6.54186E+01	6.67099E-01	4.60817E-01
35	6.92076E+01	6.51219E-01	4.63413E-01
36	7.30818E+01	6.34776E-01	4.65973E-01
37	7.70389E+01	6.17784E-01	4.68374E-01
38	8.10766E+01	6.00296E-01	4.70359E-01
39	8.51924E+01	5.82355E-01	4.71676E-01
40	8.93837E+01	5.63900E-01	4.72084E-01
41	9.36482E+01	5.44850E-01	4.71386E-01
42	9.79831E+01	5.25178E-01	4.69549E-01
43	1.02386E+02	5.04887E-01	4.66610E-01
44	1.06854E+02	4.84039E-01	4.62491E-01
45	1.11385E+02	4.62693E-01	4.56986E-01
46	1.15975E+02	4.40836E-01	4.50079E-01
47	1.20623E+02	4.18590E-01	4.41869E-01
48	1.25325E+02	3.96111E-01	4.32344E-01
49	1.30078E+02	3.73442E-01	4.21513E-01
50	1.34880E+02	3.50627E-01	4.09365E-01
51	1.39727E+02	3.27733E-01	3.95824E-01
52	1.44618E+02	3.04721E-01	3.80699E-01
53	1.49548E+02	2.81563E-01	3.63718E-01
54	1.54515E+02	2.58275E-01	3.44681E-01
55	1.59516E+02	2.34895E-01	3.23448E-01
56	1.64547E+02	2.11466E-01	2.99950E-01
57	1.69607E+02	1.88010E-01	2.74192E-01
58	1.74691E+02	1.64505E-01	2.46173E-01
59	1.79797E+02	1.40976E-01	2.15966E-01
60	1.84922E+02	1.17484E-01	1.83769E-01
61	1.90062E+02	9.40059E-02	1.49728E-01
62	1.95214E+02	7.05464E-02	1.14060E-01
63	2.00376E+02	4.70819E-02	7.69811E-02
64	2.05544E+02	2.35640E-02	3.87954E-02
65	2.10715E+02	0.00000E+00	0.00000E+00


```
===== E-mail address : kawa@rs.noda.sut.ac.jp =====
=====
===== Jun. 25, 1998 =====
=====
```

```
Case: ch395_b
Date of Release: June 5, 1999
Computed by: H. Kawamura{1}, H. Abe {1} and Y. Matsuo{2}
             {1} Department of Mechanical Engineering
               Science University of Tokyo
               Noda-shi, Chiba- Ken 278-8510
               Japan
             {2} National Aerospace Laboratory
               Chofu-shi, Tokyo 182-8522
               Japan
```

1. Introduction

The direct numerical simulation (DNS) of the turbulence has been performed. The flow is assumed to be a fully developed channel flow. The mean flow is in the streamwise direction (x) and is driven by the mean pressure gradient. Periodic condition is imposed on the streamwise and spanwise directions. Non-slip is adopted over the top and bottom walls. All quantities are normalized by the wall variables, e.g, u_τ and ν . (More details are given in the references below.)

3. Numerical Method

Governing equations: Navier-Stokes equation and the continuity equation for flow field, and the energy equation for thermal field.

Discretization method: Finite Difference Method was adopted with 2nd-order central scheme (consistent scheme [1,2]) for non-linear terms and 2nd-order central scheme for viscous terms.

Spatial resolution: 9.88 and 4.94 wall units in the x- and z-directions and 0.44 to 13.0 wall units in the y-direction.

Time advancement: Crank-Nicolson for the wall-normal nonlinear terms and Second order Adams-Bashforth for the other terms.

Computational volume: $6.4 \cdot \Delta x \times 2 \cdot \Delta x \times 3.2 \cdot \Delta x$.

Grid: Staggered grid

Mesh number: 256 x 128 x 256 (Mesh B)

Criterion for stationary state: The steady state is identified by total shear stress & turbulent kinetic energy for velocity field and total heat flux & temperature variance for temperature field.

Period of time integration for ensemble averaging: about 15.800 non-dimensional units of time (ν/u_τ^2) after the flow reaches the fully developed state .

Computer: Numerical Wind Tunnel (NWT) at the National Aerospace Laboratory.

4. Conditions

4.1. Specified conditions

Re_tau = 395

4.2. Obtained bulk mean quantities

Re_bulk = 13967

f) Ch395

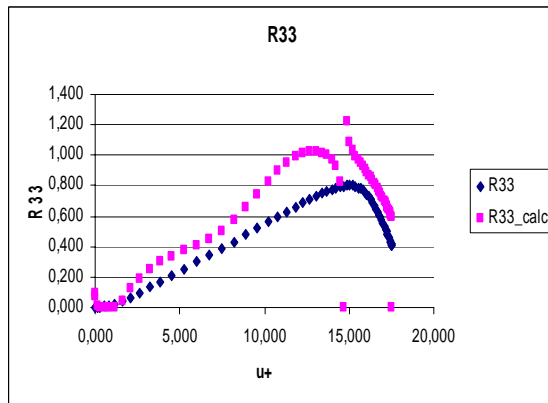
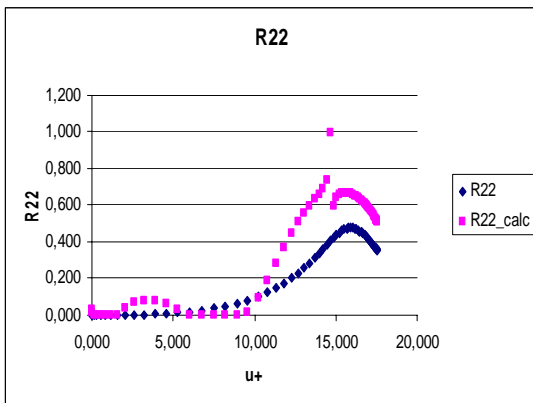
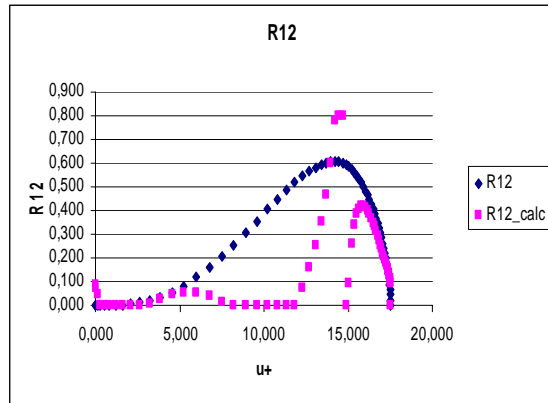
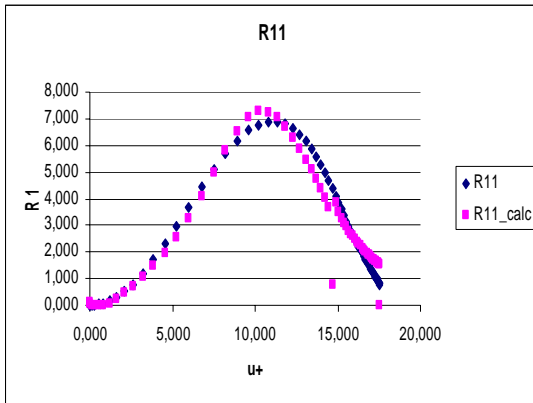
Direct Numerical Simulation Data Base for Turbulent Channel Flow with Heat Transfer
in collaboration with National Aerospace Laboratory 1998-2000

H. Kawamura Laboratory of Thermo-fluid dynamics Department of Mechanical Engineering
Faculty of Science and Technology Tokyo University of Science Noda-shi, Chiba-ken 278-8510
Japan

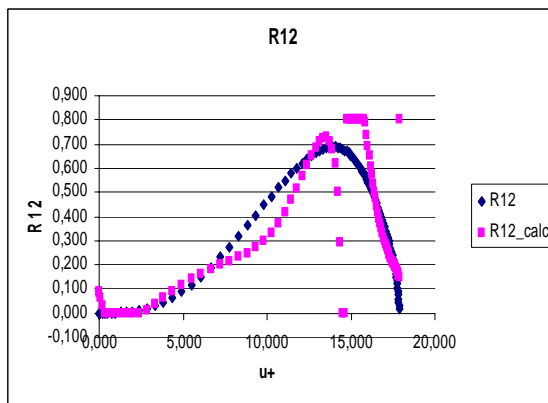
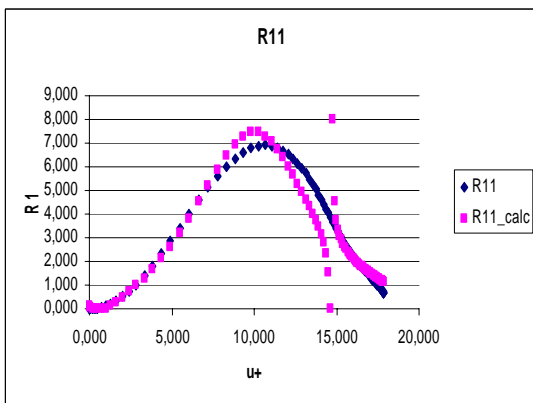
```
=====
=====
===== CAUTION =====
=====
===== All rights are reserved by the author's laboratory. =====
=====
===== All the data base are produced with maximal caution =====
===== on the accuracy and convergence; however users should =====
===== remind that their accuracy can be guaranteed within a =====
===== certain limit imposed by the boundary condition, mesh =====
===== resolution and numerical scheme employed. =====
=====
===== The data base may be updated without notification. =====
=====
```

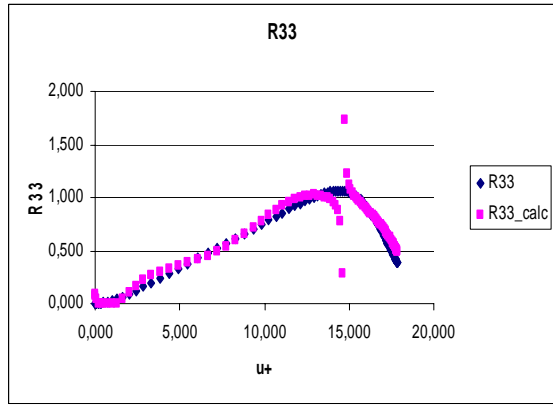
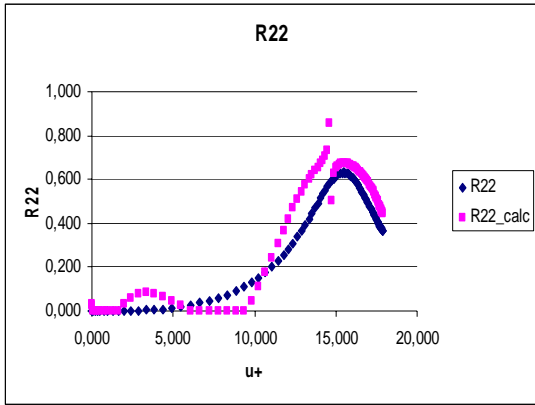

ANEXO IV – Resultado da Aplicação dos Parâmetros nos Demais Arquivos de DNS

a) CH12_PG.WL6

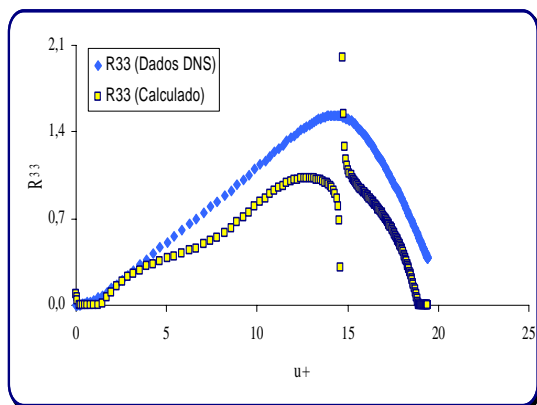
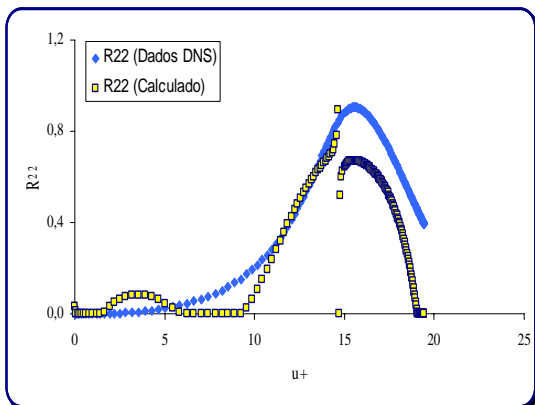
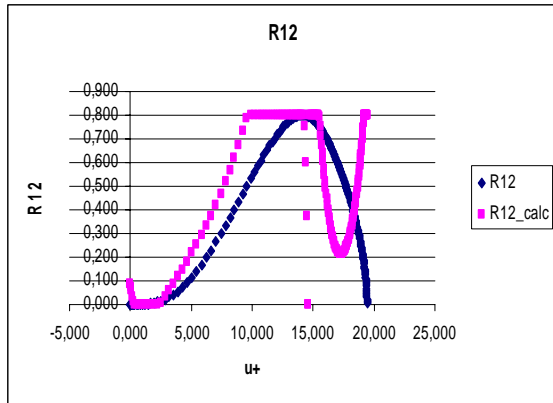
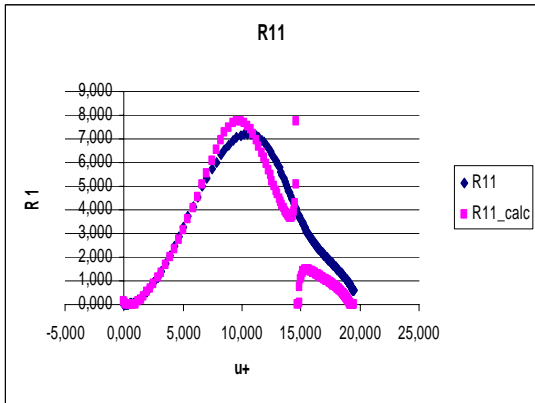


b) CH12_PG.WL7

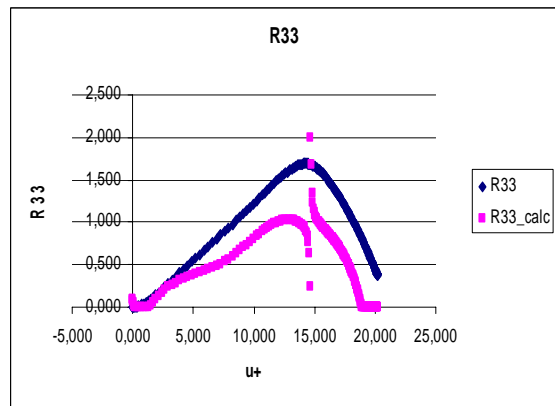
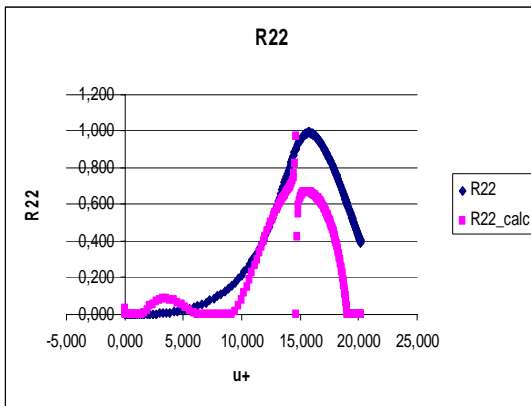
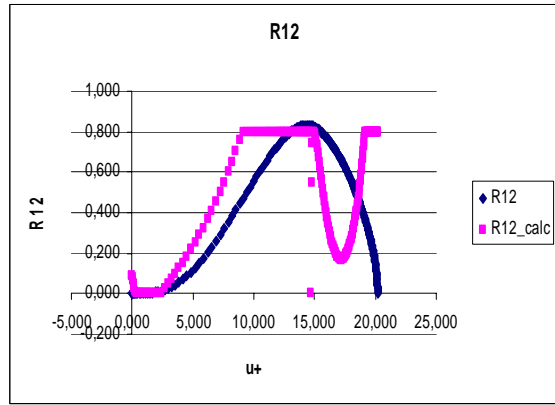
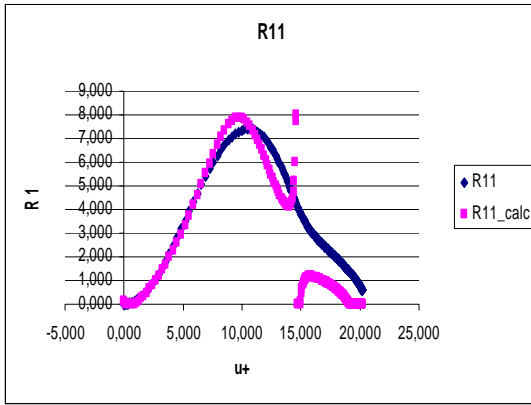




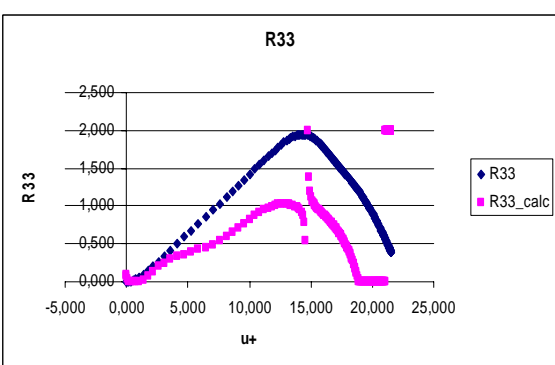
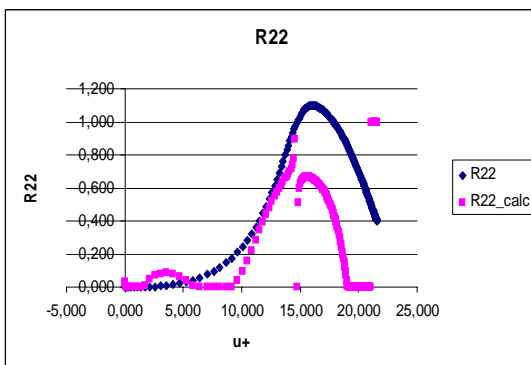
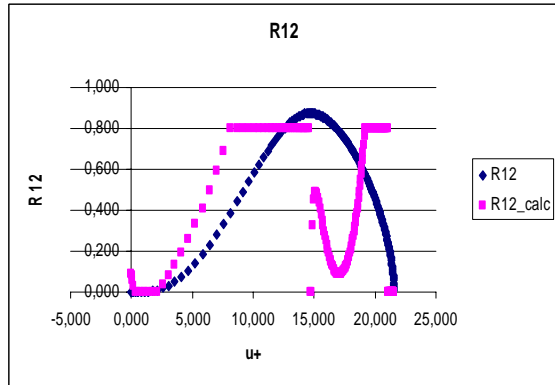
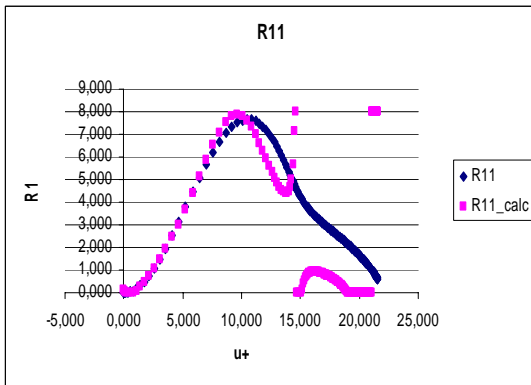
c) CH12_PG.WL8



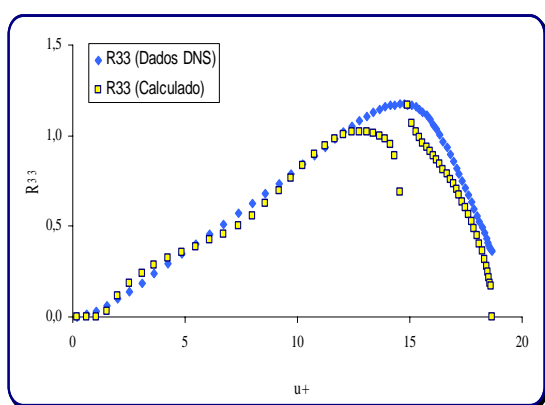
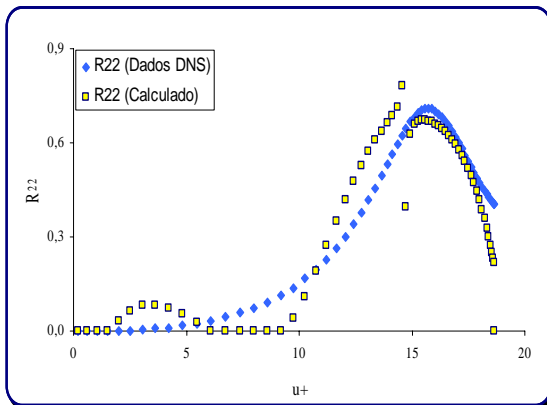
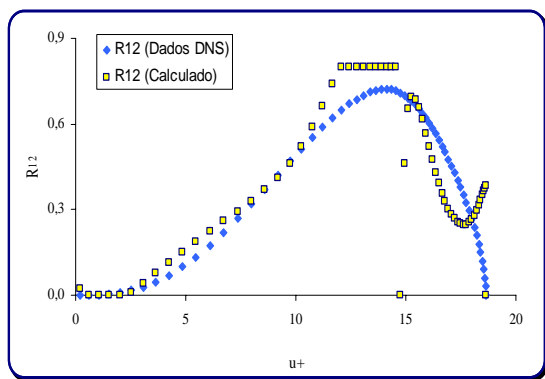
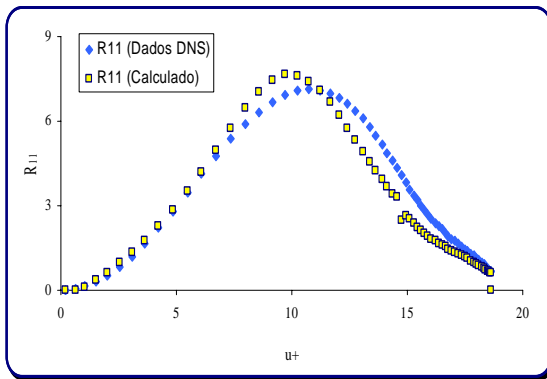
d) CH12_PG.WL9



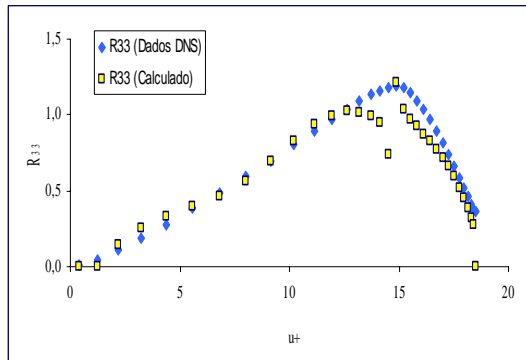
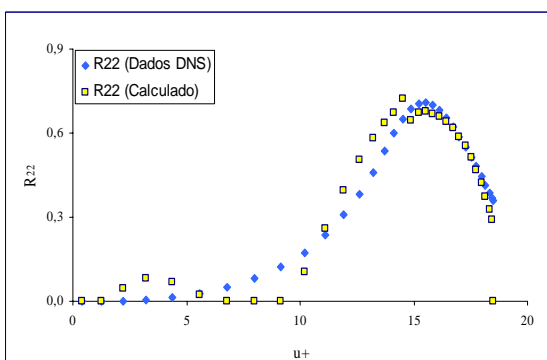
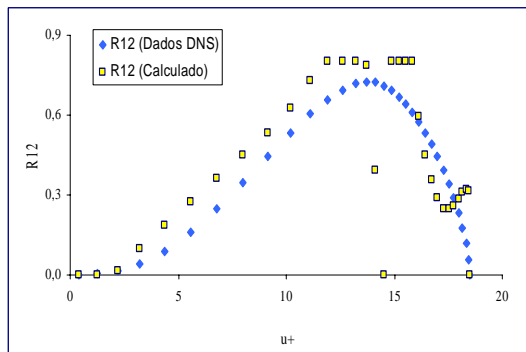
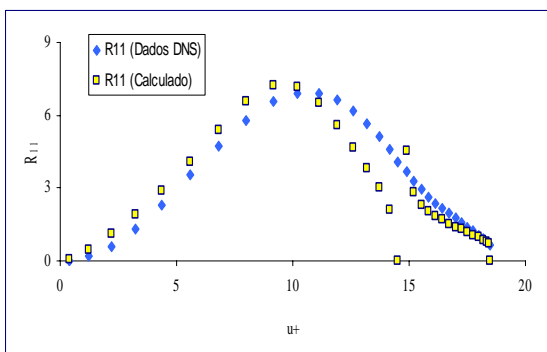
e) CH12_PG.WL10



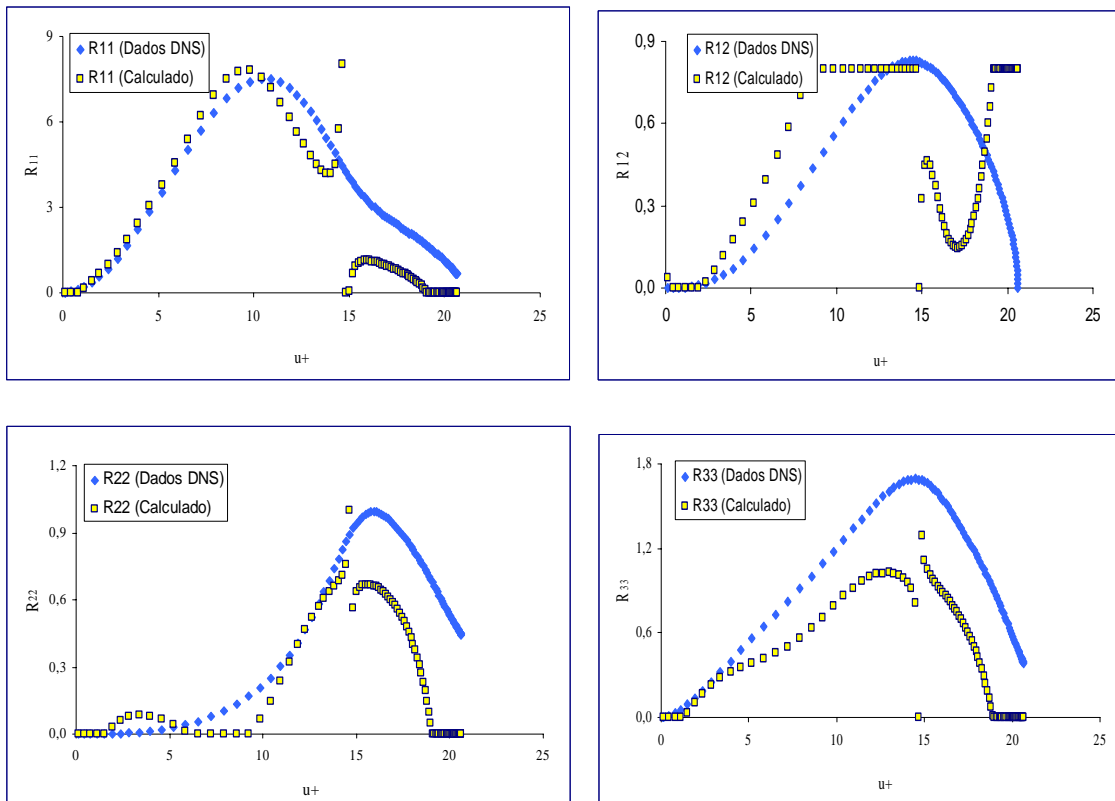
f) Ch180



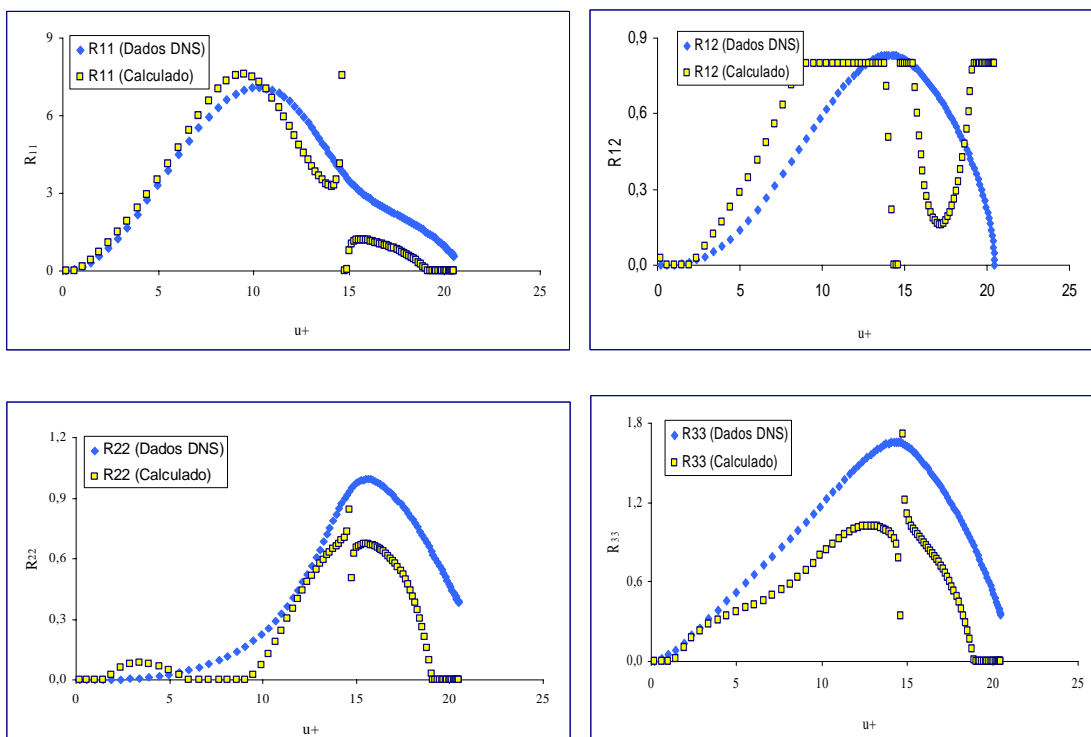
g) Ch180_b



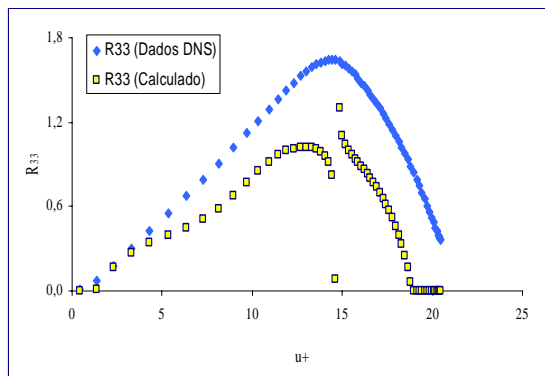
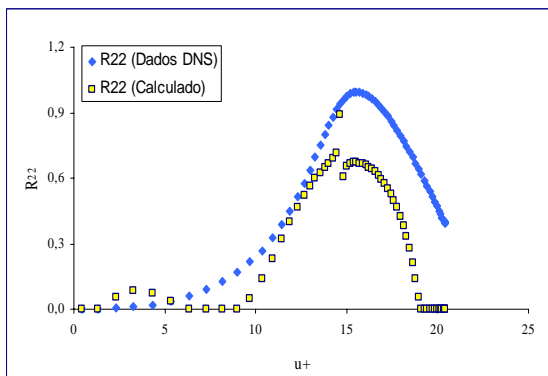
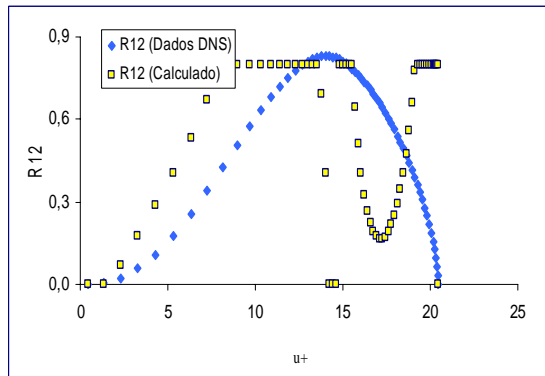
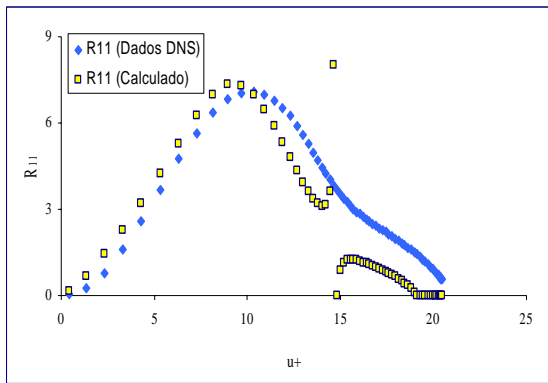
h) Ch395_4th



i) Ch395



j) Ch395_b



l) Ch640

