

Universidade Federal  
do Rio de Janeiro

---

Escola Politécnica

CONTROLE HÍBRIDO DE POSIÇÃO E FORÇA BASEADO EM  
PASSIVIDADE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Gabriel de Carvalho Eiras Alves

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação, da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Orientador: Fernando Cesar Lizarralde

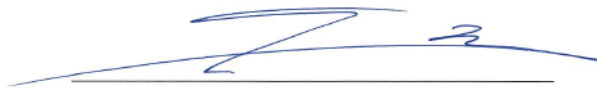
Rio de Janeiro  
Março de 2018

CONTROLE HÍBRIDO DE POSIÇÃO E FORÇA BASEADO EM  
PASSIVIDADE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Gabriel de Carvalho Eiras Alves

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO  
CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO DA ESCOLA  
POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE ENGENHEIRO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO.

Examinado por:



---

Prof. Fernando Cesar Lizarralde, D.Sc.

*Antonio C. Leite*

---

Prof. Antonio Candea Leite , D.Sc.

---

Prof. Alessandro Jacoud Peixoto, D.Sc.

*Rodolpho C. Ribeiro*

---

Eng. Rodolpho Costa Ribeiro, Eng.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
MARÇO DE 2018

Alves, Gabriel de Carvalho Eiras

CONTROLE HÍBRIDO DE POSIÇÃO E FORÇA BASEADO EM PASSIVIDADE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO /Gabriel de Carvalho Eiras Alves. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2018.

XV, 85 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Fernando Cesar Lizarralde

Projeto de graduação – UFRJ/Escola Politécnica/Curso de Engenharia de Controle e Automação, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 82 – 85.

1. Robótica. 2. Controle Híbrido. 3. Passividade. I. , Fernando Cesar Lizarralde. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia de Controle e Automação. III. Título.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à POLI/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

## CONTROLE HÍBRIDO DE POSIÇÃO E FORÇA BASEADO EM PASSIVIDADE DE UM MANIPULADOR ROBÓTICO

Gabriel de Carvalho Eiras Alves

Março/2018

Orientador: Fernando Cesar Lizarralde

Curso: Engenharia de Controle e Automação

Neste trabalho, considera-se o controle de posição e força baseado em passividade para manipuladores robóticos interagindo com superfícies conhecidas.

O controle de posição é baseado na cinemática diferencial enquanto o controle de força se baseia no monitoramento da energia do sistema como parâmetro para alterar o ganho do controle. Tal estratégia permite garantir a estabilidade do sistema, tornando o controle robusto à perturbações externas e incertezas paramétricas.

Uma das tarefas a serem consideradas consiste no rastreamento de uma trajetória desejada enquanto o efetuador exerce uma força de contato desejada sobre uma superfície. Simulações são realizadas considerando um sistema robótico real, constituído do manipulador industrial *Motoman MH12* e o sistema sensor de força *Net F/T*, com o objetivo de comprovar a viabilidade do método utilizado.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Control and Automation Enginner.

## HYBRID POSITION AND PASSIVITY-BASED FORCE CONTROL OF AN ROBOTIC MANIPULATOR

Gabriel de Carvalho Eiras Alves

March/2018

Advisor: Fernando Cesar Lizarralde

Course: Control and Automation Engineering

In this work, it is considered a position and passivity-based force control, for robotic manipulators interacting with known surfaces.

The position control is based on diferential kinematics and the force control is based on monitoring the systems energy as a parameter to change the control gain. This strategy ensures the stability of the system, making the control robust against external disturbances and parametric uncertainties.

One of the tasks to be considered is the tracking of a desired trajectory while the end-effector applies a controlled contact force on a surface. Simulations are performed considering a real robotic system, consisting of the industrial manipulator *Motoman MH12* and the *Net F/T* force sensor system , in order to prove the viability of the proposed scheme.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivos	5
1.3 Estrutura do Texto	6
<b>2 Cinemática de Manipuladores Robóticos</b>	<b>7</b>
2.1 Configuração de um Corpo Rígido	8
2.1.1 Posição e Orientação de um Corpo Rígido	9
2.1.2 Representação em Coordenadas Exponenciais	10
2.1.3 Representação em Quaternions	12
2.1.4 Transformações Homogêneas	13
2.2 Cinemática Direta	14
2.2.1 Cadeia Cinemática	15
2.2.2 Enfoque por Produtos Exponenciais	15
2.3 Cinemática Diferencial	19
2.3.1 Jacobiano Geométrico	19
2.3.2 Jacobiano Analítico	20
2.3.3 Jacobiano da Representação	20
2.4 Controle Cinemático de Posição	21
2.5 Controle Cinemático de Orientação	23
2.6 Conclusão	24
<b>3 Controle de Força</b>	<b>25</b>
3.1 Controle Cinemático de Força	25

3.2	Controle Híbrido de Força e Posição	27
3.2.1	Controle Híbrido sobre uma Superfície Conhecida	27
3.3	Conclusão	29
<b>4</b>	<b>Controle Baseado em Passividade</b>	<b>30</b>
4.1	Passividade para Sistemas Não-Lineares	31
4.2	Passividade em Sistemas Realimentados	31
4.3	Controle de Força Baseado em Passividade	32
4.3.1	Modelo de Contato Generalizado	34
4.3.2	Enfoque por Passividade	35
4.3.3	Controle	37
4.4	Controladores de Passividade	39
4.5	O Problema de Acumulação de Energia	40
4.6	Observadores de Passividade	40
4.6.1	Observador de Passividade em Janelas	41
4.6.2	Observador de Passividade Reiniciável	42
4.7	Conclusão	44
<b>5</b>	<b>Resultados de Simulações</b>	<b>45</b>
5.1	Resultados de simulação	46
5.1.1	Controle de Posição	46
5.1.2	Controle de Posição e Orientação	49
5.1.3	Controle de Híbrido de Posição, Orientação e Força	53
5.1.4	Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade Clássico	58
5.1.5	Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade em Janelas	62
5.1.6	Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade Reiniciável	67
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>72</b>
6.1	Conclusões	72
6.2	Propostas para Trabalhos Futuros	72
<b>A</b>	<b>Geometria Vetorial e Operadores</b>	<b>74</b>
A.1	Matriz de Rotação	75
A.2	Representação do Produto Vetorial num Sistema de Coordenadas	76
A.3	Derivada da Matriz de Rotação	76

<b>B Representações de Orientação</b>	<b>78</b>
B.1 Teoremas de Euler . . . . .	78
B.2 Coordenadas Exponenciais . . . . .	78
<b>C Lemas e Demonstrações</b>	<b>80</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>82</b>



# Lista de Figuras

1.1	Robô <i>Barter</i> da <i>Rethink Robotics</i>	3
1.2	Robô <i>Ocean One</i> desenvolvido na Universidade de Standford	4
1.3	Robô do projeto <i>Doris</i> desenvolvido na UFRJ	4
1.4	Interações de um sistema robótico	5
2.1	Esquema de Manipulador Robótico	7
2.2	Ponto $P$ solidário ao corpo rígido	9
2.3	<i>Pose</i> de um corpo rígido	9
2.4	Orientação de um corpo rígido	10
2.5	Rotação de um ponto em torno do eixo $h$	11
2.6	Rotação em torno de um eixo arbitrário	12
2.7	Representação de um ponto $P$ em diferentes sistemas de coordenadas	13
2.8	Transformações de coordenadas de uma cadeia cinemática aberta.	15
2.9	Exemplo de aplicação do método de cálculo da cinemática direta por	
	<i>Coordenadas Exponenciais.</i>	17
2.10	Malha de controle de velocidade em nível das juntas	21
3.1	Topologia Básica do Controle Híbrido de Posição e Força	27
3.2	Topologia Completa do Controle Híbrido de Posição e Força	28
4.1	Conexão feedback	32
4.2	Controle direto de força para referência de força constante	33
4.3	Ação de uma perturbação	34
4.4	Modelo de contato entre o manipulador robótico e o ambiente.	35
4.5	Representação de circuito elétrico do controle de força direto de um	
	modelo robótico de duas massas.	36
4.6	Representação do sistema retroalimentado de duas portas do modelo	
	com os pares de energia representados.	37
4.7	Arquitetura do Controle de Passividade	39
5.1	Seguimento de Trajetória.	47
5.2	Variáveis de Posição do Efetuador	47

5.3 Erro do Controle de Posição	48
5.4 Sinal do Controle de Posição	48
5.5 Seguimento da Trajetória Desejada	50
5.6 Posição do Efetuador	50
5.7 Erro de Posição do Efetuador	51
5.8 Orientação do Efetuador	51
5.9 Erro de Orientação do Efetuador	52
5.10 Sinais do Controle de Posição e Orientação do Efetuador	52
5.11 Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido	54
5.12 Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido	55
5.13 Erro de Posição no controle Híbrido	55
5.14 Orientação do Efetuador no Controle Híbrido	56
5.15 Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido	56
5.16 Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido	57
5.17 Referência de Força vs Força Medida no Efetuador	57
5.18 Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido	58
5.19 Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observa- dor de Passividade Clássico	59
5.20 Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico	59
5.21 Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico	60
5.22 Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico	60
5.23 Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico	61
5.24 Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico)	61
5.25 Observador de Passividade Clássico e Ganho Variável	62
5.26 Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido	63
5.27 Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observa- dor de Passividade por Janelas	63
5.28 Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas	64
5.29 Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas	64
5.30 Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas	65

5.31 Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido	
com Observador de Passividade por Janelas	65
5.32 Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido	
com Observador de Passividade por Janelas)	66
5.33 Observador de Passividade por Janelas e Ganho Variável	66
5.34 Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido	67
5.35 Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observa-	
dor de Passividade Reiniciável)	68
5.36 Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade	
Reiniciável	68
5.37 Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de	
Passividade Reiniciável)	69
5.38 Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador	
de Passividade Reiniciável)	69
5.39 Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido	
com Observador de Passividade Reiniciável)	70
5.40 Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido	
com Observador de Passividade Reiniciável)	70
5.41 Observador de Passividade Reiniciável e Ganho Variável	71

# Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros de Simulação do Controle de Posição.	46
5.2	Parâmetros de Simulação do Controle de Posição e Orientação.	49
5.3	Parâmetros de Simulação do Controle Híbrido de Posição e Orientação e Força	54

# Lista de Símbolos

$I$	Matriz Identidade, p. <a href="#">27</a>
$J(\theta)$	Jacobiano Geométrico, p. <a href="#">19</a>
$J_A(\theta)$	Jacobiano Analítico, p. <a href="#">20</a>
$J_R(\theta)$	Jacobiano da Representação, p. <a href="#">20</a>
$L_i$	Comprimento do elo $i$ , p. <a href="#">7</a>
$P$	Ponto no Espaço Tridimensional, p. <a href="#">9</a>
$S$	Matriz de Seleção, p. <a href="#">27</a>
$SO(3)$	Grupo Especial Ortonormal de Dimensão 3, p. <a href="#">10</a>
$T_{12}$	Transformação homogênea entre os sistemas de coordenadas $\bar{E}_1$ e $\bar{E}_2$ , p. <a href="#">14</a>
$\bar{E}$	Sistema de Coordenadas Ortonormal, p. <a href="#">8</a>
$\cos(\theta)$	Cosseno do ângulo $\theta$ , p. <a href="#">11</a> , <a href="#">12</a>
$\mathbb{R}$	Espaço Unidimensional, p. <a href="#">8</a>
$\mathbb{R}^3$	Espaço Tridimensional, p. <a href="#">8</a>
$\mathcal{V}$	Espaço Vetorial Normado Tridimensional, p. <a href="#">8</a>
$\sin(\theta)$	Seno do ângulo $\theta$ , p. <a href="#">11</a>
$\theta_i$	Ângulo da junta $i$ , p. <a href="#">7</a>
$\theta$	Variáveis das juntas, p. <a href="#">15</a>
$\vec{p}$	Vetor de posição, p. <a href="#">9</a>
$\vec{v}$	Representação de um Vetor, p. <a href="#">8</a>
$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$	Bases canônicas do sistema de coordenadas $\bar{E}$ , p. <a href="#">9</a>

$h$	Eixo de Rotação, p. <a href="#">11</a>
$h$	Eixo de rotação, p. <a href="#">11</a>
$q$	Quaternion Unitário, p. <a href="#">12</a>
$tr(R)$	Traço da matriz $R$ , p. <a href="#">12</a>
$u_h$	Sinal do Controle Híbrido, p. <a href="#">27</a>
$u_{hf}$	Sinal de Controle Atuante no Subespaço de Posição do Controle Híbrido, p. <a href="#">27</a>
$u_{hp}$	Sinal de Controle Atuante no Subespaço de Força do Controle Híbrido, p. <a href="#">27</a>
$R$	Matriz de Rotação, p. <a href="#">75</a>

# Lista de Abreviaturas

<i>AUV</i>	Veículos Submarinos Autônomos - <i>Autonomous Underwater Vehicle</i> , p. <a href="#">1</a>
<i>SA</i>	Universidade de Stanford - <i>Stanford University</i> , p. <a href="#">3</a>
<i>UFRJ</i>	Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. <a href="#">4</a>
<i>pose</i>	Posição e Orientação, p. <a href="#">8</a>

# Capítulo 1

## Introdução

Com o passar dos anos, houve um crescente interesse no estudo e desenvolvimento de sistemas robóticos capazes de realizar tarefas com destreza e eficiência, de forma a permitir a utilização desses sistemas em ambientes hostis ao ser humano ou até mesmo substituir o ser humano na realização de tarefas repetitivas (Whitney,1985).

Nesse sentido, os robôs, que representam sistemas mecânicos constituídos em conjunto com sistemas de sensoriamento, capazes de executar ações através de estratégias de controle pré-definidas, evoluíram de forma a atender as novas necessidades de produtividade.

Atualmente, um grande número de robôs, como os Veículos Submarinos Autônomos, (AUVs), é utilizado para executar atividades que antes eram realizadas apenas pelos seres humanos, com o intuito de diminuir custos e aumentar a segurança (Siciliano e Villano, 1999). São alguns exemplos dessas atividades:

- Monitoração e ação em linhas de produção industrial;
- Exploração de ambientes hostis ao ser humano ou impróprios para a vida humana;
- Realização de processos cirúrgicos de alta precisão;
- Execução de atividades que requerem alto nível físico.

Quando se considera a utilização de robôs para a realização de tarefas, três questões são cruciais para definição do sistema a ser utilizado (Craig e Raibert, 1979), e se tornaram os principais temas de estudo de pesquisadores na atualidade, sendo elas:

- Mobilidade - Capacidade de livre movimentação no ambiente;
- Destreza - Execução de tarefas com alta precisão e eficiência;



- Percepção - Habilidade de perceber os fatores físicos do ambiente de operação.

Algumas das principais pesquisas voltadas à melhores sistemas de percepção e destreza estão relacionadas ao controle de forças. Essas pesquisas tem ganhado foco dos estudos relacionados à robótica desde o início dos anos 80, quando o avanço tecnológico permitiu o desenvolvimento de melhores sistemas de sensoriamento além de o barateamento dos mesmos devido à produções em escala.

## 1.1 Motivação

Define-se força como a interação entre dois corpos, ou entre um corpo e o ambiente (Freedman e Young, 2003). O controle de forças em sistemas robóticos, refere-se ao conjunto de estratégias de controle que permitem a integração dos objetivos das tarefas a serem executadas e geração de trajetórias com as restrições impostas pelo ambiente de interação, através do sensoriamento do contato entre manipulador e ambiente, permitindo a modificação da trajetória (Whitney,1985).

A adoção de estratégias de controle de posição representa uma metodologia ineficiente para o controle dos sistemas robóticos em interação com o ambiente, visto que o ambiente pode estabelecer restrições físicas no espaço de operação dos manipuladores, promovendo uma limitação no movimento dos mesmos, de forma que, as restrições devem ser consideradas para o projeto de controle. A consideração do modelo matemático do ambiente resolve o problema de ineficiência do controle, porém, a modelagem permitindo a descrição detalhada das características mecânicas e geométricas do ambiente não é fácil de se obter e não contempla mudanças por fatores externos ao ambiente, o que torna as estratégias de controle de posição custosas computacionalmente e ineficazes quanto à alterações no espaço de operação (Siciliano e Villani, 1999) quando se refere a iteração com o ambiente.

Logo, a partir da necessidade de utilização de métodos mais eficientes para a iteração com o ambiente, diversas estratégias de controle de força foram desenvolvidas com o intuito de diminuir custos computacionais e envolver modelos de contato diversos. A aplicação de estratégias de controle de forças, permite, dentre outros fatores:

- Aumento de eficiência na execução de tarefas realizadas autonomamente e que exigem contato com o ambiente;
- Ampliação de uma nova dimensão de percepção de contato, através da utilização de interfaces hápticas, estabelecendo uma conexão cinemática entre o robô e o operador, quando se refere a teleoperação;
- Diminuição de riscos mecânicos ao sistema robótico e ao ambiente;

- Mitigação de erros devido à incertezas paramétricas e à erros de modelagem.

Diversas estratégias de controle de força foram desenvolvidas, contemplando desde estratégias de controle indireto de força por impedância ou por complacência, passando por estratégias de controle direto, como a regulação de força e rastreamento de forças, até chegar a estratégias avançadas como o controle de força baseado em passividade (Siciliano e Villani, 1999).

A comunidade de robótica vem trabalhando constantemente nesses temas. Dentre os principais projetos desenvolvidos na atualidade, contemplando o vasto campo do controle de força, pode-se citar:

- O robô humanoide *Baxter* (Figura 1.1), desenvolvido pela *Rethink Robotics*, que possui 7 (sete) graus de liberdade em cada braço e que possui a capacidade de sensoriamento implementada através de uma série de atuadores elásticos, com o intuito de permitir a utilização do robô no mesmo ambiente que os seres humanos de forma colaborativa, tornando-o amigável às pessoas (do inglês - *human-friendly*) (Fitzgerald, 2013).

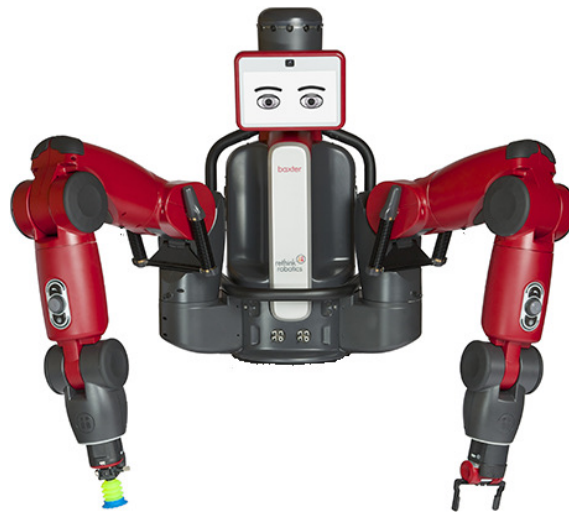


Figura 1.1: Robô *Baxter* da *Rethink Robotics* <sup>1</sup>

- O robô humanoide bimanual *Ocean One* (Figuras 1.2), desenvolvido na *Universidade de Standford (SA)*, utilizado para exploração submarina e que possui controle de forças em suas garras, permitindo um *feedback* háptico para os operadores do robô acerca da interação do mesmo com o ambiente submarino (Khatib, Yeh, Brantner et al., 2016).

---

<sup>1</sup>Extraído de: <http://www.rethinkrobotics.com/landing-page-test/baxter-2/>



Figura 1.2: Robô *Ocean One* desenvolvido na Universidade de Stanford <sup>2</sup>

- O Projeto *Doris* (Figura <sup>3</sup>), desenvolvido na *Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)*. Trata-se de um sistema robótico guiado por trilhos, que carrega diversas câmeras, sensores e dispositivos para monitorar e inspecionar diferentes áreas e equipamentos na parte *topside* de plataformas. A esse robô está acoplado um manipulador leve, provido de um sensor de força no seu efetuador, onde o controle de forças permite a interação com superfícies suaves e de geometria conhecida, como válvulas por exemplo (Xaud, 2016) e (Silva, 2017).



Figura 1.3: Robô do projeto *Doris* desenvolvido na UFRJ <sup>3</sup>

Um dos principais problemas relacionados ao controle de forças é a possibilidade de perda de estabilidade do sistema, devido a diversas causas, dentre elas: a dinâmica dos sensores, efeitos de amostragem e quantização, atrasos de comunicação, filtragem de sinais e limite da largura de banda dos atuadores, dentre outros (Balachandran, Jorda, Artigas et al., 2017) e (Eppinger e Seering, 1992). Sendo

<sup>2</sup>Extraído de: <http://news.stanford.edu/2016/04/27/robotic-diver-recovers-treasures/>

<sup>3</sup>Extraído de: [http://www.coppe.ufrj.br/sites/default/files/20151116\\_190631.jpg](http://www.coppe.ufrj.br/sites/default/files/20151116_190631.jpg)

assim, a passividade, que é uma ferramenta que serve tanto para análise, quanto para a estabilização de sistemas de controle com incertezas paramétricas, vem sendo adotada em conjunto com as estratégias de controle de forças para assegurar o bom funcionamento dos sistemas, sendo um dos temas centrais deste trabalho. O enfoque por passividade consiste no monitoramento da energia presente do sistema. Um sistema é considerado passivo, quando a energia absorvida é maior ou igual à energia armazenada no mesmo. Logo a análise de passividade leva em conta o fato de que um sistema, considerado passivo, ao possuir uma energia armazenada, maior que a fornecida, está sobre ação de alguma perturbação ou incertezas paramétricas causam impactos relevantes no sistema. Sendo assim a análise de passividade "percebe esse fenômeno", o que permite o desenvolvimento de estratégias de controle para contornar e/ou anular os efeitos destes fenômenos.

## 1.2 Objetivos

O objetivo deste trabalho é a implementação e validação de uma estratégia de controle híbrido de posição e força num manipulador robótico com seis graus de liberdade. O controle de posição se baseia na cinemática diferencial do manipulador robótico. Por outro lado, o controle de força se baseia em passividade, onde é realizado o monitoramento da energia do sistema permitindo e a detecção de perturbações no sistema. Para isso são considerados dois aspectos (Figura 1.4), o primeiro representa a interação entre o robô e o ambiente. Essa interação é caracterizada pelo hardware a ser utilizado no sistema para permitir o sensoriamento das interações do mesmo com o ambiente, considerado neste trabalho como sendo o sistema sensor de força e torque  $Net F/T$ . O segundo representa a interação entre o robô e a estratégia de controle utilizada, caracterizada pelo software, que é responsável por gerar os sinais de controle para que o robô realize tarefas, levando em consideração as informações do ambiente percebidas através dos sensores, considerado neste trabalho como sendo o algoritmo de controle implementado no framework *ROS*

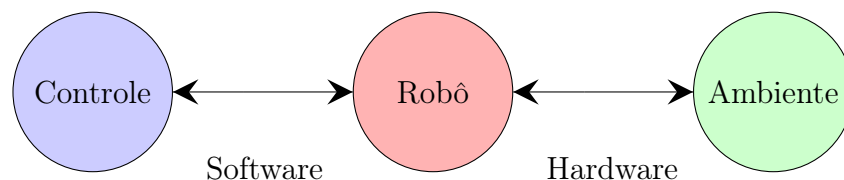


Figura 1.4: Interações de um sistema robótico

São desenvolvidos neste trabalho:

- Configuração do sensor  $Net F/T$  para se obter dados da força de contato exercida pelo manipulador no ambiente;

- Implementação de estratégia de controle de posição baseada na cinemática do manipulador;
- Implementação de estratégia de controle de força por passividade, para garantia de estabilidade do sistema;
- Integração do controle de força por passividade e controle de posição através de uma estratégia híbrida;
- Validação da estratégia híbrida adotada em ensaios experimentais.

### 1.3 Estrutura do Texto

Neste capítulo foi feita uma contextualização do tema do trabalho, descrevendo os objetivos do projeto de controle híbrido. Trabalhos de pesquisa relacionados à controle de forças foram citados, dando uma ideia do que há de mais moderno nesta área de pesquisa. Os parágrafos que seguem apresentam o que é abordado nos próximos capítulos.

O Capítulo 2 apresenta de forma clara e direta os conceitos de robótica necessários para a modelagem e controle cinemático de manipuladores robóticos.

O Capítulo 3 aborda de forma geral o tema de controle de força, descrevendo algumas das principais estratégias utilizadas na área.

O Capítulo 4 contempla a apresentação do controle de forças baseado em passividade, expondo problemas relacionados ao mesmo, bem como estratégias para solucioná-los, além da estratégia híbrida para controle de força e posição do manipulador robótico.

O Capítulo 5 descreve os processos de simulação das estratégias apresentadas, bem como os resultados dessas simulações.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho, assim como sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Cinemática de Manipuladores Robóticos

Um dos sistemas mais utilizados na indústria são os manipuladores robóticos. Os manipuladores robóticos considerados neste trabalho tem sua estrutura mecânica constituída de uma cadeia de corpos rígidos, que são conjuntos de partículas onde a posição relativa entre elas, referida num sistema de coordenadas associado ao corpo, não varia no tempo, denominadas elos, interligados por mecanismos móveis, denominados juntas, responsáveis por permitir o movimento de translação e/ou rotação dos elos. Essa cadeia possui uma extremidade restrita a uma base, enquanto na outra extremidade se encontra o efetuador, responsável por manipular um objeto no espaço, conforme pode ser visto na Figura [2.1](#).

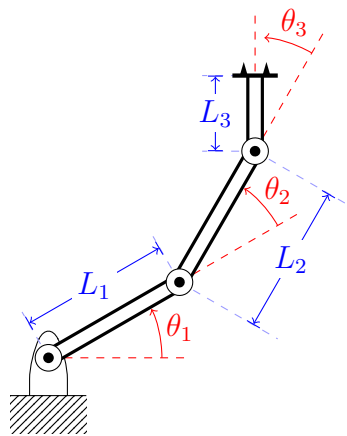


Figura 2.1: Esquema de um manipulador robótico. Em azul estão indicados os comprimentos dos elos e em vermelho estão indicados os movimentos das juntas.

A cinemática é o ramo da mecânica que estuda o movimento de corpos, sem se preocupar com a análise das suas causas. Neste sentido, a cinemática de manipuladores robóticos busca descrever a relação analítica entre a posição e movimento das

juntas e a posição, orientação e o movimento do efetuador em termos das velocidades.

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos para modelagem e controle cinemático de manipuladores robóticos, conforme descritos em (Siciliano, Sciavicco, Villani et al., 2009) e (Murray, Li e Satriy, 1994).

## 2.1 Configuração de um Corpo Rígido

Pode-se descrever completamente um corpo rígido no espaço através de sua posição e orientação (*pose*) com respeito a um sistema de coordenadas de referência. Dessa forma algumas definições geométricas são necessárias:

**Definição 2.1.** *Um sistema de coordenadas ortonormal  $\bar{E} = [\bar{e}_1 \ \bar{e}_2 \ \bar{e}_3]$  satisfaz às seguintes propriedades:*

- I.  $\|\bar{e}_i\| = 1$  para  $i = 1, 2, 3$  (Normalidade)
- II.  $\bar{e}_i \cdot \bar{e}_j = 0$  para  $i \neq j$  (Ortogonalidade)
- III.  $\bar{e}_3 = \bar{e}_1 \times \bar{e}_2$  (Regra da Mão-Direita)

onde  $\bar{e}_i \in \mathcal{V}$ , sendo  $\mathcal{V}$  um espaço vetorial normado tridimensional (Apêndice A).

Um sistema de coordenadas  $\bar{E} = [\bar{e}_1 \ \bar{e}_2 \ \bar{e}_3]$  pode ser interpretado como uma transformação linear (Apêndice A)  $\bar{E} : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathcal{V}$ . Assim, as coordenadas de um vetor  $\vec{v}$  em  $\bar{E}$  são definidas como  $v_E = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T \in \mathbb{R}^3$ . Logo

$$\vec{v} = \bar{E} v_E = \bar{E} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = v_1 \bar{e}_1 + v_2 \bar{e}_2 + v_3 \bar{e}_3, \quad v_i \in \mathbb{R}. \quad (2.1)$$

Analogamente, o operador adjunto de  $\bar{E}$ , denotado como  $\bar{E}^*$  (Apêndice A), representa o mapeamento  $\bar{E}^* : \mathcal{V} \mapsto \mathbb{R}^3$  e é dado por:

$$\bar{E}^* = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \cdot \\ \bar{e}_2 \cdot \\ \bar{e}_3 \cdot \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

**Definição 2.2.** *Seja o vetor  $\vec{v} = v_1 \bar{e}_1 + v_2 \bar{e}_2 + v_3 \bar{e}_3$  e o sistema de coordenadas  $\bar{E} = [\bar{e}_1 \ \bar{e}_2 \ \bar{e}_3]$ . As coordenadas de  $\vec{v}$  em  $\bar{E}$  são dadas por  $v = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T \in \mathbb{R}^3$*

- I.  $\vec{v} = \bar{E} v$
- II.  $v = \bar{E}^* \vec{v}$

### 2.1.1 Posição e Orientação de um Corpo Rígido

Escolhe-se um ponto  $P$  arbitrário, solidário ao corpo rígido (Figura 2.2). Sua posição com respeito ao sistema de coordenadas inercial de referência  $\bar{E} = [\vec{x} \ \vec{y} \ \vec{z}]$  é dada por:

$$\vec{p} = p_x \vec{x} + p_y \vec{y} + p_z \vec{z}, \quad (2.3)$$

onde  $p_x$ ,  $p_y$ , e  $p_z$  representam as coordenadas do vetor  $\vec{p}$  no sistema de coordenadas  $\bar{E}$ , definidas por  $p = [p_x \ p_y \ p_z]^T$ .

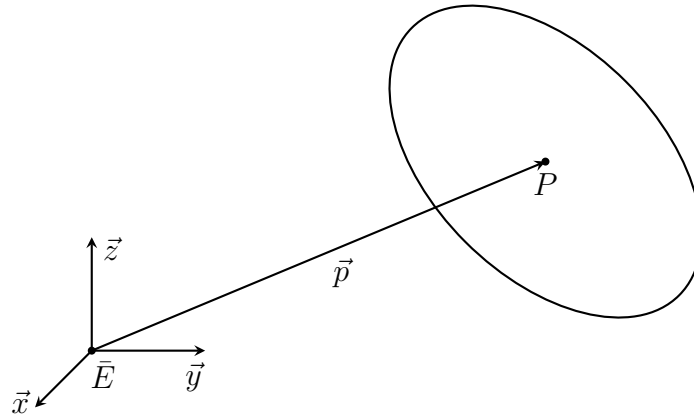


Figura 2.2: Ponto  $P$  solidário ao corpo rígido

A orientação de um corpo rígido é obtida quando se considera um sistema de coordenadas ortonormal fixo ao corpo,  $\bar{E}_2 = [\vec{x}_2 \ \vec{y}_2 \ \vec{z}_2]$ , com seus vetores unitários expressos com respeito ao sistema de coordenadas inercial de referência,  $\bar{E}_1 = [\vec{x}_1 \ \vec{y}_1 \ \vec{z}_1]$  (Figura 2.3).

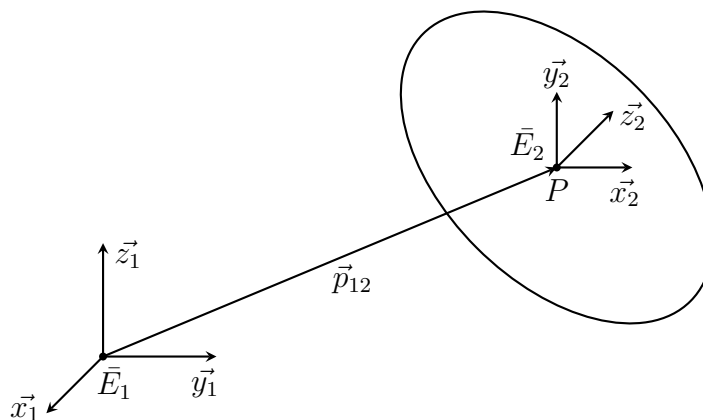


Figura 2.3: *Pose* de um corpo rígido

Sendo  $x_{12}$ ,  $y_{12}$ ,  $z_{12}$  as coordenadas de  $\vec{x}_2$ ,  $\vec{y}_2$ ,  $\vec{z}_2$ , no sistema de coordenadas  $\bar{E}_1$ ,



tem-se que

$$x_{12} = \bar{E}_1^* \vec{x}_2, \quad y_{12} = \bar{E}_1^* \vec{y}_2, \quad z_{12} = \bar{E}_1^* \vec{z}_2$$

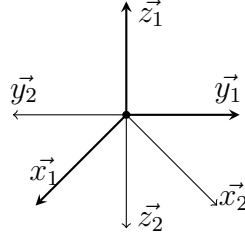


Figura 2.4: Orientação de um corpo rígido

Portanto,

$$\bar{E}_2 = \left[ \underbrace{\bar{E}_1 x_{12}}_{\vec{x}_2} \quad \underbrace{\bar{E}_1 y_{12}}_{\vec{y}_2} \quad \underbrace{\bar{E}_1 z_{12}}_{\vec{z}_2} \right] = \bar{E}_1 \underbrace{[x_{12} \quad y_{12} \quad z_{12}]}_{R_{12}} = \bar{E}_1 R_{12}$$

Onde  $x_{12} \in \mathbb{R}^3$ ,  $y_{12} \in \mathbb{R}^3$  e  $z_{12} \in \mathbb{R}^3$  são as componentes do sistema de coordenadas  $\bar{E}_2$  no sistema de coordenadas  $\bar{E}_1$ .  $R_{12}$  é chamada de matriz de rotação, orientação, atitude ou dos cossenos diretores.  $R_{12} \in SO(3)$  ([Apêndice A](#)) e é definida por

$$R_{12} = \begin{bmatrix} \vec{x}_1 \cdot \\ \vec{y}_1 \cdot \\ \vec{z}_1 \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2) & (\vec{x}_1 \cdot \vec{y}_2) & (\vec{x}_1 \cdot \vec{z}_2) \\ (\vec{y}_1 \cdot \vec{x}_2) & (\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2) & (\vec{y}_1 \cdot \vec{z}_2) \\ (\vec{z}_1 \cdot \vec{x}_2) & (\vec{z}_1 \cdot \vec{y}_2) & (\vec{z}_1 \cdot \vec{z}_2) \end{bmatrix} = \bar{E}_1^* \bar{E}_2 \quad (2.4)$$

Uma outra representação geométrica da matriz de rotação  $R_{12}$  é que ela representa a transformação das coordenadas de um vetor representado em  $\bar{E}_2$  para as coordenadas deste vetor representado em  $\bar{E}_1$ , desde que os sistemas de coordenada tenham origem comum. Logo dado um vetor qualquer  $\vec{p}$ , ele pode ser representado como  $p_a$  no sistema de coordenadas  $\bar{E}_1$  e como  $p_b$  no sistema de coordenadas  $\bar{E}_2$ . Sendo assim, a transformação de coordenadas é dada pela matriz de rotação

$$p_a = R_{12} p_b \quad (2.5)$$

### 2.1.2 Representação em Coordenadas Exponenciais

Um movimento comum encontrado na robótica é a rotação de um corpo sobre um determinado eixo e por certa quantidade, conforme demonstrado na Figura [2.5](#)

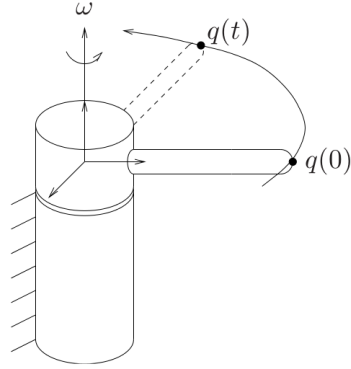


Figura 2.5: Rotação de um ponto em torno do eixo  $h$ . 1

Sendo  $h \in \mathbb{R}^3$  um vetor unitário que especifica a direção da rotação, e  $\theta \in \mathbb{R}$  o ângulo da rotação em radianos. Sabe-se que toda rotação de um objeto corresponde a alguma  $R \in SO(3)$  (Apêndice B). Considera-se que o corpo é rotacionado a uma velocidade unitária constante ao redor do eixo de rotação  $h$ . Observando um ponto  $q$  qualquer no corpo, tem-se que a velocidade deste ponto,  $\dot{q}$ , pode se escrita como

$$\dot{q}(t) = h \times q(t) \quad (2.6)$$

Considerando que  $h \times = \hat{h}$  (Apêndice A). Dessa forma, integrando a equação diferencial no tempo, tem-se que

$$q(t) = e^{\hat{h}t} q(0)$$

Como o corpo foi rotacionado ao redor do eixo  $h$  a uma velocidade de  $\theta$  unidades de tempo, tem-se que a matriz de rotação pode ser escrita em função de  $h$  e  $\theta$ , dada por

$$R(h, \theta) = e^{\hat{h}\theta} \quad (2.7)$$

Nessa forma, a matriz de rotação pode ser expressa através da *Fórmula de Rodrigues* (Rodrigues, 1840):

$$R(h, \theta) = e^{\hat{h}\theta} = I + \sin(\theta)\hat{h} + (1 - \cos(\theta))\hat{h}^2 \quad (2.8)$$

---

<sup>1</sup>Extraído de: A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation (Murray, Li e Sastry, 1994)

### 2.1.3 Representação em Quaternions

Devido ao fato de a representação em coordenadas exponenciais possuir singularidades (Apêndice B), outras representações de orientação surgiram com o intuito de prover boas características computacionais e a ausência de singularidades na representação, sendo um dos exemplos dessas representações, a representação em Quaternion Unitário (Hamilton, 1844).

Considera-se um vetor unitário qualquer  $\vec{v}$  na direção de um eixo de rotação com respeito ao sistema de coordenadas de referência

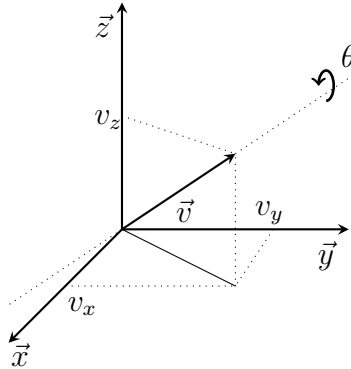


Figura 2.6: Rotação em torno de um eixo arbitrário

sendo  $\theta$  o ângulo de rotação sobre o eixo  $\vec{v}$ . O quaternion unitário é definido por:

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_v \end{bmatrix}, \quad q_0 = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \in \mathbb{R} \quad q_v = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)h \in \mathbb{R}^3 \quad (2.9)$$

onde  $h$  é o eixo de rotação,  $q_0$  é o componente escalar,  $q_v$  é o componente vetorial,  $\|q\| = 1$  é a única restrição, para que se tenha o quaternion unitário, e

$$R = (2q_0^2 - 1)I + 2(q_v q_v^T + q_0 \hat{q}_v) \quad (2.10)$$

$$q_0 = \frac{1}{2}(1 + \text{tr}(R))^{\frac{1}{2}} \quad \hat{q}_v = \frac{1}{4q_0}[R - R^T] \quad (2.11)$$

A multiplicação de quaternions, denotada por " $\cdot$ ", é distributiva e associativa, mas não comutativa, e satisfaz as relações

$$\begin{aligned} a\mathbf{i} &= \mathbf{i}a & a\mathbf{j} &= \mathbf{j}a & a\mathbf{k} &= \mathbf{k}a & a &\in \mathbb{R} \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{i} &= \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = -1 \\ \mathbf{i} \cdot \mathbf{j} &= -\mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{k} & \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} &= -\mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i} & \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} &= -\mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j} \end{aligned}$$

onde  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  representam vetores unitários nas direções do espaço euclidiano.

O conjugado de um quaternion  $q = (q_0, q_v)$  é dado por  $q^* = (q_0, -q_v)$ . A magnitude de um quaternion satisfaz  $\|q\|^2 = q \cdot q = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$ . A inversa de um quaternion é dada por  $q^{-1} = \frac{q^*}{\|q\|^2}$ .

A composição entre dois quaternions  $q$  e  $p$  satisfaz:

$$q * p = (q_0 p_0 - q_v \cdot p_v, q_0 p_v + p_0 q_v + q_v \times p_v) \quad (2.12)$$

Para a maioria das aplicações, a equação 2.12 elimina o uso das relações multiplicativas dos quaternions.

### 2.1.4 Transformações Homogêneas

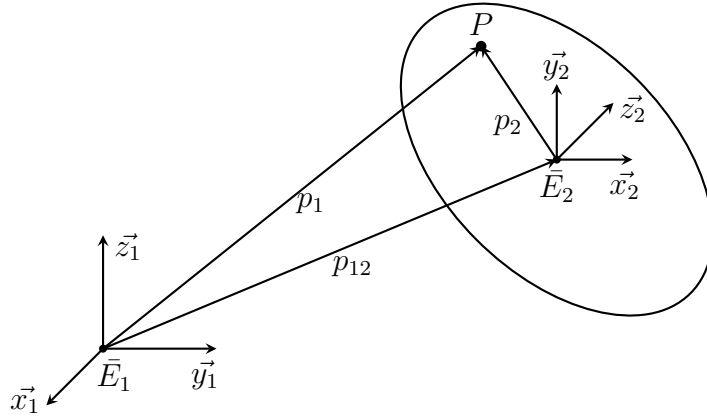


Figura 2.7: Representação de um ponto  $P$  em diferentes sistemas de coordenadas

Seja  $p_1$  o vetor de coordenadas de um ponto  $P$  no espaço, em relação a um sistema de coordenadas inercial de referência  $\bar{E}_1 = [\vec{x}_1 \ \vec{y}_1 \ \vec{z}_1]$ . Considerando um sistema de coordenadas  $\bar{E}_2 = [\vec{x}_2 \ \vec{y}_2 \ \vec{z}_2]$ , seja  $p_{12}$  o vetor de coordenadas descrevendo a origem do sistema de coordenadas  $\bar{E}_2$  com relação ao sistema de coordenadas  $\bar{E}_1$ . A matriz de rotação  $R_{12}$  descreve a orientação do sistema de coordenadas  $\bar{E}_2$  em relação à  $\bar{E}_1$ . Seja, também,  $p_2$  o vetor de coordenadas do ponto  $P$  em relação ao sistema de coordenadas  $\bar{E}_2$ , a posição do ponto  $P$  (Figura 2.7) pode ser representada no sistema de coordenadas de referência como:

$$p_1 = p_{12} + R_{12} p_2 \quad (2.13)$$

A Equação 2.13 representa a transformação de coordenadas (translação e rotação) de um vetor, de um sistema de coordenadas para outro. Esta equação pode ser reescrita numa forma matricial compacta, dada por

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{12} & p_{12} \\ 0_{3 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Então, definindo:

$$\bar{p}_i = \begin{bmatrix} p_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad e \quad T_{12} = \begin{bmatrix} R_{12} & p_{12} \\ 0_{3 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4} \quad (2.15)$$

Tem-se que  $\bar{p}_1 = T_{12} \bar{p}_2$ . Onde  $T_{12}$  é chamada de de *Transformação Homogênea*.

## 2.2 Cinemática Direta

Um manipulador robótico representa uma série de elos conectados por meio de juntas. Essas juntas podem ser dos seguintes tipos: revolução (ou rotação), prismática, cilíndrica ou esféricas, sendo que as juntas de revolução e as prismáticas são os tipos mais comuns. À sequência de elos conectados por juntas dá-se o nome de cadeia cinemática, onde num manipulador robótico, um extremo da cadeia se encontra fixado à uma base enquanto o outro extremo está fixado ao efetuador (ou ferramenta). A esse tipo de configuração, dá-se o nome de cadeia cinemática aberta.

A configuração geométrica de um manipulador é caracterizada por um número de graus de mobilidade, que são tipicamente associados à uma articulação de junta e constituem as variáveis de junta, expressas em ângulo ou deslocamento.

O objetivo da cinemática direta é calcular a posição e orientação do efetuador (ou ferramenta), com relação a um sistema de coordenadas fixo, em função das variáveis das juntas.

## 2.2.1 Cadeia Cinemática

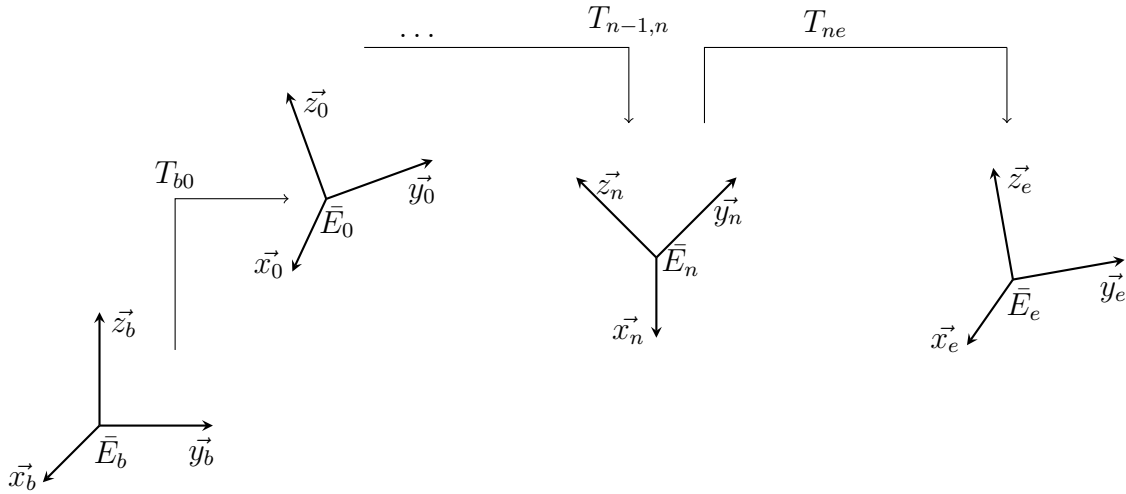


Figura 2.8: Transformações de coordenadas de uma cadeia cinemática aberta.

Uma cadeia cinemática aberta é constituída por  $n + 1$  elos numerados de 0 a  $n$ , onde o Elo 0 é fixado na base, por convenção. Os métodos para o cálculo da cinemática direta consistem na definição de um sistema de coordenadas associado a cada elo e o cálculo da transformação homogênea entre elos consecutivos, onde a transformação da base para o  $n$ -ésimo sistema de coordenadas pode ser obtida de forma recursiva (empilhamento), expressa por

$$T_{0n}(\theta) = T_{01}(\theta_1) T_{12}(\theta_2) T_{23}(\theta_3) \dots T_{n-1}(\theta_n) \quad (2.16)$$

onde  $T_{i-1,i}(\theta_i)$  é a transformação homogênea do sistema de coordenadas solidário ao elo  $i - 1$  para o sistema de coordenadas solidário ao elo  $i$  e  $\theta \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de variáveis de junta, com  $n$  sendo o número de juntas.

Representa-se por  $T_{be}(\theta)$  a transformação homogênea do efetuador com respeito a base ( $b$  - base,  $e$  - efetuador), e ela é expressa por

$$T_{be}(\theta) = T_{b0} T_{0n}(\theta) T_{ne} \quad (2.17)$$

## 2.2.2 Enfoque por Produtos Exponenciais

Um dos métodos para o cálculo da cinemática direta de um manipulador robótico é conhecido com *Enfoque por Produtos Exponenciais* e consiste num algoritmo que utiliza a representação em coordenadas exponenciais para a realização do cálculo. O procedimento consiste nas seguintes etapas:

- I. Posicionamento da cadeia aberta numa configuração inicial desejada;
- II. Escolha da origem  $O_i$  do sistema de coordenadas  $i$ , ao longo do eixo de rotação/translação  $\vec{h}_i$  da junta  $i$ ;
- III. Escolha dos sistemas de coordenadas  $\bar{E}_i$ , com  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ , todos com a mesma orientação, onde o sistema de coordenadas  $\bar{E}_0$  é escolhido arbitrariamente;
- IV. Expressão do eixo de rotação/translação  $\vec{h}_1$  e da posição  $\vec{p}_{-1,i}$  no sistema de coordenadas  $\bar{E}_{i-1}$ ;
- V. Aplicação das equações para o cálculo da cinemática direta

$$R_{0,i} = R_{0,i-1} R_{i-1,i} \quad (\vec{p}_i)_0 = (\vec{p}_{i-1})_0 + R_{0,i-1} (\vec{p}_{-1,i})_{i-1}$$

Onde  $R_{i-1,i} = e^{(\hat{h}_i)_{i-1}\theta_i}$  se a junta for de revolução e  $(\vec{p}_{-1,i})_{i-1} = (\vec{h}_i)_{i-1}\theta_i$  se a junta for de revolução, sendo que  $\theta_i$  representa o valor da variável da junta  $i$  (ângulo ou deslocamento).

Um exemplo de código para o cálculo da cinemática direta implementado na ferramenta *Matlab* pode ser visto a seguir:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Funcao para calculo de cinemática direta
% através do enfoque por produtos exponenciais
%
% Parametros
%
% theta: vetor de dimensao n com os angulos de
% rotacao / deslocamento translacional
% tipo: 0 = rotacional , nao-zero =
% prismatica (especificacao do tipo das juntas)
% H = [ h1 h2 ... hn ] (eixos de rotacao ou translacao)
% P = [p01 p12 p23 .. p_{n-1}n] (distancia entre os elos)
% n: numero de links (>1)
%
%
function [T]=fwdkin(theta,tipo,H,P,n)
    if tipo(1) == 0
        R=expm(crossmat(H(1:3,1))*theta(1));
    else
        R=eye(3,3);
    end
    p=P(1:3,1);
    p=P(1:3,1)+theta(1)*H(1:3,1);

```

```

T=[R p;zeros(1,3) 1];
for i = 2:n
    if tipo(i) == 0
        Ti=[expm(crossmat(H(1:3,i))*theta(i)) P(1:3,i); zeros(1,3) 1];
    else
        Ti=[eye(3) (P(1:3,i)+theta(i)*H(1:3,i)); zeros(1,3) 1];
    end
    T=T*Ti;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Exemplo de código

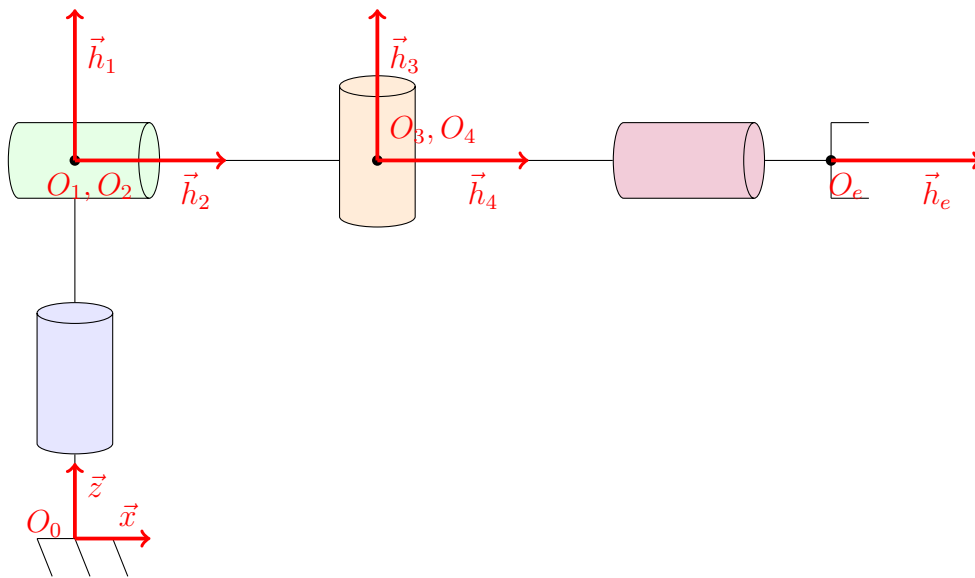


Figura 2.9: Exemplo de aplicação do método de cálculo da cinemática direta por *Coordenadas Exponenciais*.

Para o código apresentado e considerando a figura 2.9, tem-se as seguintes especificações:

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Manipulador da figura 2.9
% Parametros
l0 = 1;          % [m]
l1 = 1;          % [m]
%
% Eixos das Juntas
h1 = [0; 0; 1];
h2 = [1; 0; 0];
h3 = h1;
h4 = h2;

```



```

H = [h1 h2 h3 h4];
%
% Juntas
p01 = l0*h1;
p12 = [0;0;0];
p23 = l1*h2;
p34 = [0; 0; 0];
P = [p01 p12 p23 p34];
%
tipo = [0 0 0 0];
n = 4;
theta = input([ enter theta vector ( ,num2str(n), x1 ):   ]);
[R, p] = fwdkin(theta, tipo, H, P, n);
disp(R); disp(p)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Dessa forma, definindo uma variável  $x$ , para descrever a configuração de um manipulador, através de

$$x = \begin{bmatrix} \vec{p} \\ \phi \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^m \quad (2.18)$$

onde  $\vec{p}$  descreve a posição e  $\phi$  é uma representação da orientação do efetuador, diz-se que a variável  $x$  é definida no espaço em que uma tarefa do manipulador pode ser especificada. A esse espaço dá-se o nome de *Espaço Operacional*, onde  $m$  representa a dimensão do espaço.

Analogamente, definindo um vetor  $\theta$  contendo as variáveis das juntas, na forma

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

é definido um espaço denominado *Espaço das Juntas*, ou *Espaço de Configuração*, onde  $n$  é a dimensão desse espaço.

Como existe dependência entre a posição e orientação de um manipulador, de acordo com a combinação das variáveis das juntas, há um mapeamento entre o espaço das juntas e o espaço operacional, definido por

$$x = k(\theta) \quad (2.20)$$

A função  $k(\cdot)$  é a representação da equação de cinemática direta e é, em geral, não linear.

## 2.3 Cinemática Diferencial

A cinemática diferencial é responsável por estabelecer a relação analítica entre as velocidades das variáveis das juntas e as velocidades angular e linear do efetuador de um manipulador robótico. Tal relação é descrita pelo *Jacobiano Geométrico*, e é uma das relações mais importante para a análise e controle do movimento de um manipulador.

### 2.3.1 Jacobiano Geométrico

Como o objetivo da cinemática diferencial é relacionar as velocidades das juntas com as velocidades angular e linear do efetuador, busca-se um mapeamento na forma

$$\vec{v} = J_p(\theta) \dot{\theta} \quad e \quad \vec{\omega} = J_o(\theta) \dot{\theta} \quad (2.21)$$

onde  $\vec{v}$  é a velocidade linear do efetuador,  $\vec{\omega}$  é a velocidade angular do efetuador,  $J_p \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  é o jacobiano de posição,  $J_o \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  é o jacobiano de orientação,  $\theta \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  representa as variáveis das juntas,  $\dot{\theta} \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  representa as velocidades das juntas e  $n$  é o número de juntas.

Escrevendo numa forma compacta, tem-se que

$$\begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} = J(\theta) \dot{\theta} \quad \text{onde} \quad J(\theta) = \begin{bmatrix} J_p(\theta) \\ J_o(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

onde  $J(\theta)$  é chamado de Jacobiano Geométrico. Considera-se que o Jacobiano Geométrico pode ser particionado por

$$J = \begin{bmatrix} J_{p1} & \dots & J_{pn} \\ J_{o1} & \dots & J_{on} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

onde a contribuição de uma junta  $i$  para as velocidades angular e linear do efetuador é dada por

$$\vec{\omega}_i = \theta_i \vec{h}_i \quad e \quad \vec{v} = \vec{\omega}_i \times \vec{p}_{ie} \quad (2.24)$$

onde  $\vec{h}_i$  é o vetor unitário na direção do eixo de rotação da  $i$ -ésima junta e  $\vec{p}_{ie}$  é o vetor posição do efetuador ao eixo da  $i$ -ésima junta. Assim, o Jacobiano assume a forma

$$J = \begin{bmatrix} \vec{h}_1 \times \vec{p}_{1e} & \vec{h}_2 \times \vec{p}_{2e} & \dots & \vec{h}_n \times \vec{p}_{ne} \\ \vec{h}_1 & \vec{h}_2 & \dots & \vec{h}_n \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

O Jacobiano depende do sistema de coordenadas em que a velocidade do efetuador é expressa, logo, caso desejado representar o Jacobiano num sistema de co-

ordenadas qualquer  $\bar{E}_a$  a partir do Jacobiano computado com respeito ao sistema de coordenadas da base do manipulador,  $\bar{E}_b$ , a matriz de rotação  $R_{ab} = \bar{E}_a^* \bar{E}_b$  é suficiente para definir a nova representação, dada por

$$(J(\theta))_a = \begin{bmatrix} R_{ab} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & R_{ab} \end{bmatrix} (J(\theta))_b \quad (2.26)$$

### 2.3.2 Jacobiano Analítico

Se a posição e orientação do efetuador são especificadas em termos de um número mínimo de parâmetros no espaço operacional, intuitivamente questiona-se se há possibilidade de computar o Jacobiano através da diferenciação da função cinemática direta com respeito às variáveis das juntas. Sabe-se que a velocidade translacional do efetuador pode ser expressa como a derivada temporal da posição do efetuador, de tal forma que

$$\dot{p} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = J_p(\theta)\dot{\theta} \quad (2.27)$$

Considera-se que a orientação do efetuador  $R \in SO(3)$  pode ser representada pela parametrização  $\phi$ . Logo a derivada da representação de orientação do efetuador é dada por

$$\dot{\phi} = \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \dot{\theta} = J_\phi(\theta)\dot{\theta} \quad (2.28)$$

Assim, a equação de cinemática diferencial pode ser obtida como uma derivada temporal da equação de cinemática direta, expressa Portanto

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_p(\theta) \\ J_\phi(\theta) \end{bmatrix} \dot{\theta} = J_A(\theta)\dot{\theta} \quad (2.29)$$

onde  $J_A(\theta)$  é conhecido como o Jacobiano Analítico do manipulador e é diferente do Jacobiano Geométrico, uma vez que a velocidade angular  $\vec{\omega}$  não é dada por  $\dot{\phi}$ .

### 2.3.3 Jacobiano da Representação

É possível estabelecer uma relação entre a velocidade angular  $\vec{\omega}$  e a velocidade rotacional  $\dot{\phi}$  através de

$$\dot{\phi} = J_R(\phi)\vec{\omega} \quad (2.30)$$

onde  $J_R(\phi)$  é chamado de Jacobiano da Representação e depende da representação de orientação escolhida.

Uma vez que a relação entre  $\vec{\omega}$  e  $\dot{\phi}$  é estabelecida, o Jacobiano Analítico pode ser relacionado ao Jacobiano Geométrico através de

$$J_A(\theta) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & J_R(\phi) \end{bmatrix} J(\theta) \quad (2.31)$$

E conseqüentemente

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 4} \\ 0_{3 \times 3} & J_R(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_p(\theta) \\ J_\phi(\theta) \end{bmatrix} \dot{\theta} = J_A(\theta) \dot{\theta} \quad (2.32)$$

## 2.4 Controle Cinemático de Posição

O controle cinemático pode ser aplicado quando se assume que a dinâmica de um manipulador robótico pode ter seus efeitos desprezados para cálculo do controle do manipulador, hipótese que é apoiada quando as seguintes premissas são encontradas:

- Baixas velocidades utilizadas na realização das tarefas;
- Elevados fatores de redução nas engrenagens das juntas do manipulador;
- Existência de uma malha de controle de velocidade de alto desempenho para cada junta;
- Baixas acelerações.

Considerando que a maioria dos manipuladores possui uma malha de controle de velocidade em nível das juntas, conforme Figura 2.10.

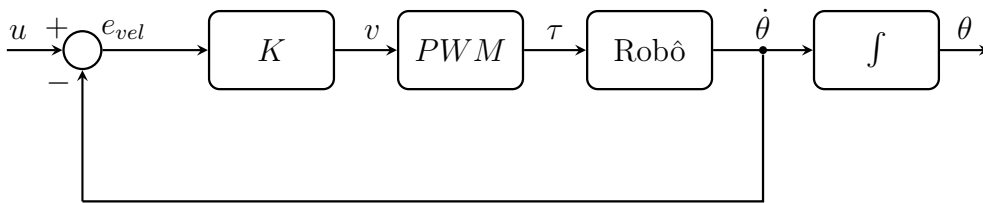


Figura 2.10: Malha de controle de velocidade em nível das juntas

onde  $u$  é o sinal de controle da malha externa entrada do sistema,  $K$  é o ganho de controle,  $v$  é o sinal de controle da malha de velocidade,  $\tau$  é o torque aplicado as juntas,  $\dot{\theta}$  representa as velocidades das variáveis juntas,  $\theta$  representa as variáveis das juntas,  $e_{vel}$  é o erro de controle da malha de velocidade e o  $PWM$  é o dispositivo responsável pela modulação por largura de pulso do sinal de controle da malha de velocidade.

Sendo assim, para uma entrada desejada  $u = \dot{\theta}_d$  e um controle de alto ganho, ou seja,  $K \rightarrow \infty$ , tem-se que o erro da malha de velocidade  $e \rightarrow 0$  e conseqüentemente,  $\dot{\theta} \approx \dot{\theta}_d$ .

O sistema de controle é dado por

$$\dot{p} = J_p(\theta)u \quad (2.33)$$

O objetivo de controle é fazer com que o manipulador siga uma referência de posição,  $p_d$ , onde o erro de posição do efetuador,  $e_p$ , é definido como a diferença entre a posição do efetuador  $p$  e a posição desejada, ou seja, o objetivo de controle é dado por

$$p \mapsto p_d(t) \quad e_p = p_d - p \mapsto 0 \text{ para } t \mapsto \infty \quad (2.34)$$

Logo, considerando o erro de posição,  $e_p = p_d - p$ , e calculando sua dinâmica, tem-se que

$$\begin{aligned} \dot{e}_p &= \dot{p}_d - \dot{p} \\ \dot{e}_p &= \dot{p}_d - J_p(\theta)u \end{aligned} \quad (2.35)$$

Considerando  $J_p$  não singular e quadrada, a lei de controle

$$u = J_p^{-1}(\theta) \bar{u} \quad (2.36)$$

lineariza o sistema, ou seja

$$\dot{e}_p = \dot{p}_d - \bar{u} \quad (2.37)$$

Escolhendo  $\bar{u}$  como

$$\bar{u} = \dot{p}_d + K_p e_p \quad (2.38)$$

a dinâmica do erro do sistema em malha fechada será dada por

$$\dot{e}_p + K_p e_p = 0 \quad (2.39)$$

onde  $K_p = k_p I$ . Se  $k_p > 0$ , o sistema será assintoticamente estável.

Vale lembrar que, devido ao fato da posição e o erro de posição podem estar referidos em sistemas de coordenadas diferentes, logo  $J_p$  deve estar referida no sistema de coordenadas correspondente a proposição adotada (na base ou no efetuador), implicando no cálculo da dinâmica do erro, as alterações necessárias devido à inserção de matrizes de rotação, caso necessárias.

## 2.5 Controle Cinemático de Orientação

Devido ao fato de o quaternion unitário ser uma representação de orientação livre de singularidades e computacionalmente eficiente, ele é amplamente utilizado no controle cinemático de orientação, devido a simplificação para a análise de estabilidade da dinâmica do erro de orientação que ele proporciona.

O objetivo do controle cinemático de orientação, para uma determinada tarefa, consiste em manter uma orientação desejada  $R_d$ , a partir de uma orientação inicial  $R$ , utilizando o quaternion unitário como forma de representação de orientação.

O erro de orientação é representado por uma matriz de erro  $R_\phi \in SO(3)$ , definida por  $R_\phi = R_d R^T$ , referido no sistema de coordenadas do efetuador. Então, fazendo com que  $R = R_{be}$  e  $R_d = R_{bd}$ , representando respectivamente a matriz de rotação entre o sistema de coordenadas da base e do efetuador e a matriz de rotação entre o sistema de coordenadas do efetuador e da orientação desejada, tem-se

$$R_\phi = E_d E_e \quad (2.40)$$

onde  $R_\phi \rightarrow I$  quando  $E_e \rightarrow E_d$ .

Considerando  $q_d = [q_{sd} \ q_{vd}]^T$  e  $q = [q_s \ q_v]^T$  os quaternions associados com as matrizes de orientação  $R_d$  e  $R$  respectivamente, tem-se que o erro de orientação no enfoque do corpos pode ser expresso em termos do erro de quaternion  $e_q = [e_{qs} \ e_{qv}]^T$  dado por

$$e_q = q_d * q^{-1} \quad (2.41)$$

Vale ressaltar que  $e_q = [1 \ 0_{1 \times 3}]^T$  se e somente se  $R$  e  $R_d$  estão alinhados e que o cálculo explícito de  $q_s$  e  $q_v$  a partir das variáveis das juntas não é possível, ele requer o cálculo intermediário da matriz de rotação  $R$ , que é obtida através da cinemática direta do manipulador, e então o quaternion pode ser obtido através de [2.11](#). Logo, o erro de orientação é dado por

$$e_o = e_{q_v} = q_s q_{vd} - q_{sd} q_v + \hat{q}_{vd} q_v \quad (2.42)$$

Conforme demonstrado em (Lizarralde e Wen, 1996), a propagação do quaternion do erro é dada por

$$\dot{e}_{q_s} = \frac{-1}{2} e_{q_v}^T \bar{\omega} \quad e \quad \dot{e}_{q_v} = \frac{1}{2} [e_{q_s} I - \hat{e}_{q_v}] \bar{\omega} \quad (2.43)$$

onde  $\bar{\omega} = \omega_d - \omega$ , ou seja, a diferença entre a velocidade angular desejada e a real. As equações em [2.43](#) descrevem a relação entre a derivada do quaternion e a velocidade angular. Essa relação vem do fato de que  $\pm q$  são duas representações de  $R$ . Essa

ambiguidade pode ser resolvida utilizando a equação cinemática

$$\dot{q} = \frac{1}{4} J_R(\phi) \omega \quad (2.44)$$

onde

$$J_R(\phi) = 2J_{R_{quat}}^T(q), \quad \text{com } J_{R_{quat}}(q) = \begin{bmatrix} -q_v \\ q_0 I - \hat{q}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_{v1} & -q_{v2} & -q_{v3} \\ q_0 & q_{v3} & -q_{v2} \\ -q_{v3} & q_0 & q_{v1} \\ q_{v2} & -q_{v1} & q_0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Logo, a seguinte lei de controle pode ser adotada

$$u_o = \omega_d + K_o e_o \quad (2.46)$$

onde num controle desacoplado entre posição e orientação, tem-se que  $u_o = \omega$ , logo

$$\omega_d - \omega + K_o e_o = 0 \quad (2.47)$$

Verifica-se que [2.47](#) é não linear, porém, aplicando o método de Lyapunov, verifica-se que o sistema é assintoticamente estável, conforme exposto em (Leite,2015).

## 2.6 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos necessários para a determinação da cinemática direta de manipuladores robóticos.

A cinemática direta explicita a relação analítica entre a posição das juntas e a posição do efetuador, enquanto a cinemática diferencial explicita a relação entre as velocidades das juntas e as velocidades do efetuador.

O controle cinemático de posição de manipuladores foi apresentado e analisado quanto a sua estabilidade.

# Capítulo 3

## Controle de Força

O controle de força é utilizado, uma vez que o controle de posição se torna ineficaz quando o ambiente de operação do manipulador robótico apresenta restrições as trajetórias que o manipulador pode executar. Sendo assim, o controle de força é um dos métodos utilizados para replanejamento de trajetórias, prevenindo danos materiais que possam vir a existir devido ao controle puramente de posição.

As estratégias de controle de força (ou controle de interação), podem ser divididas em duas categorias. A primeira categoria, denominada de *Controle Indireto de Força* e obtém o controle de força através do controle de posição e orientação, não utilizando uma malha de controle de força. Nessa categoria pode-se encontrar, como exemplos de estratégias para o controle de força: o controle por complacência (ou rigidez), que considera que, em estado estacionário, o manipulador se comporta como uma mola em respeito as forças e momentos aplicados a ele, logo a estratégia consiste na alteração dos ganhos de controle assegurando que o manipulador altere sua rigidez durante interações físicas; e o controle por impedância, onde a força aplicada ao efetuador é medida indiretamente através da utilização de uma impedância de parâmetros ajustáveis. A segunda categoria, denominada de *Controle Direto de Força*, consiste na utilização de uma malha de controle de força onde as medidas de força e torque são obtidas através de algum elemento sensor acoplado ao manipulador. Nessa segunda categoria, encontram-se as estratégias de controle híbrido e controle paralelo (Siciliano e Villani, 1999).

### 3.1 Controle Cinemático de Força

O objetivo do controle de força é fazer com que o manipulador siga uma referência de força constante,  $f_d$ , quando em contato com uma superfície conhecida, onde o erro de força no efetuador,  $e_f$ , é definido como a diferença entre a força medida,  $f_m$ , e a força desejada, ou seja, o objetivo é dado por



$$f_m \mapsto f_d \quad e_f = f_d - f_m \quad (3.1)$$

Geralmente, considera-se que a medida do sensor de força pode estar contaminada por ruído, logo, aplica-se um filtro de primeira ordem

$$\alpha \dot{z}_f = e_f - z_f \quad (3.2)$$

onde  $z_f$  é o erro de força filtrado e  $\alpha$  é a constante de tempo do filtro.

Derivando as equações [3.1](#) e [3.2](#), tem-se

$$\alpha \ddot{z}_f + \dot{z}_f = -\dot{f}_m \quad (3.3)$$

Assume-se que a força de contato pode ser modelada através de uma mola linear de constante elástica conhecido  $k_m$ ; Então, pela *Lei de Hooke*, a força medida no efetuador é dada por

$$f_m = K_m x \quad (3.4)$$

Além disso, assumindo a hipótese de controle cinemático, o sistema de controle segue a equação [2.33](#) com  $\dot{\theta}_d \approx \dot{\theta}$ . Sendo assim, aplicando [2.33](#) e [3.4](#) em [3.3](#) tem-se que

$$\alpha \ddot{z}_f + \dot{z}_f + K_m J_p u_f = 0 \quad (3.5)$$

A estratégia de controle de força baseada nas ações proporcional e integral tem sido uma das mais utilizadas no controle de força, uma vez que apresenta maior robustez com respeito ao atraso no tempo de medição e a capacidade de remoção de perturbações de força, conforme apresentado em (Wilfinger, Wen e Murphy, 1994). Sendo assim, utiliza-se a lei de controle dada por

$$u_f = J_\phi^{-1} [K_f z_f + K_{if} \int_0^t z_f(\tau) d\tau] \quad (3.6)$$

$K_f = k_f I$  e  $K_{if} = k_{if} I$ . Aplicando [3.6](#) em [3.5](#), tem-se que a dinâmica do erro do controle de força é governada por

$$\alpha \ddot{z}_f + \dot{z}_f + K_m K_f z_f + K_m K_{if} \int_0^t z_f(\tau) d\tau = 0 \quad (3.7)$$

Assim, escolhendo-se  $k_f$  e  $k_{if}$  como constantes positivas satisfazendo as condições de estabilidade estabelecidas pelo critério de *Routh - Hurwitz* (Dorf e Bishop, 2017), tem-se que a o erro decai exponencialmente e o sistema em malha fechada é assintoticamente estável.

## 3.2 Controle Híbrido de Força e Posição

Devido ao fato de que restrições geométricas impostas pelo ambiente podem conduzir a um comportamento impróprio do sistema controlado, o controle híbrido de força e posição é adotado, conforme descrito em (Mason, 1981). São definidos dois espaços de trabalho ortogonais complementares em movimento/posição e força, permitindo o desacoplamento entre o controle de força e posição. Dessa forma, as variáveis que não estão restritas pelo ambiente de operação, não são afetadas pela lei de controle.

O desacoplamento entre força e posição é realizado através da matriz de seleção  $S$ . Essa matriz determina quais graus de liberdade serão controlados pelo controle de força ou posição. A lei de controle híbrido é definida por

$$u_h = u_{hf} + u_{hp} \quad (3.8)$$

onde  $u_{hf}$  e  $u_{hp}$  são os sinais de controle atuantes sobre os subespaços de força e posição respectivamente.

$S$  é diagonal, onde os elementos da diagonal são zero ou um, onde os números zeros da diagonal representam os graus de liberdade onde se deseja cancelar os esforços da ação de controle. Dessa forma a matriz  $I - S$  representa o espaço orthogonal ao criado pela matriz  $S$ .

A topologia do controle híbrido pode ser verificada na Figura [3.1](#).

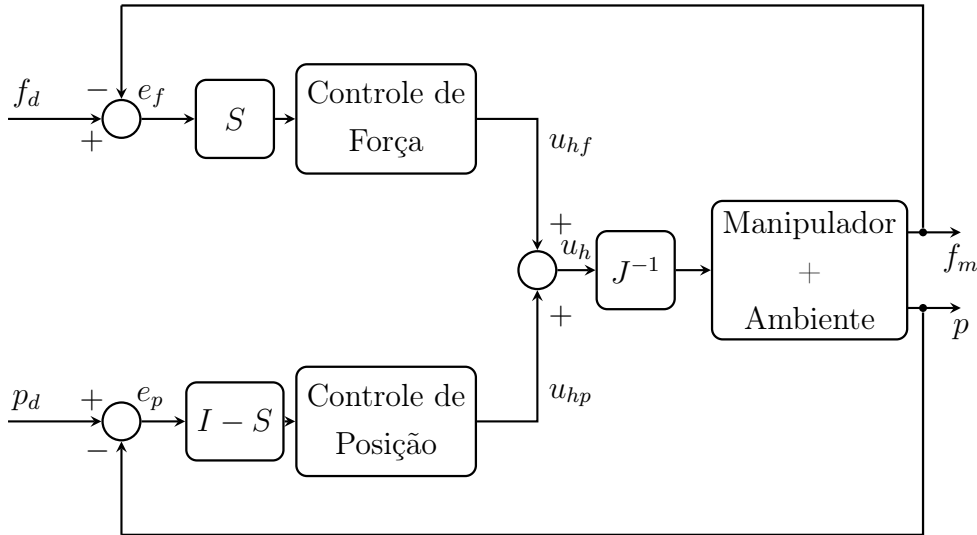


Figura 3.1: Topologia Básica do Controle Híbrido de Posição e Força

### 3.2.1 Controle Híbrido sobre uma Superfície Conhecida

Devido ao fato de o efetuador estar em contato com uma superfície, considera-se também, utilizar o controle cinemático de orientação para garantir que o efetuador

execute determinada tarefa com uma orientação desejada, com o intuito de garantir que o controle de força haja apenas na direção normal a superfície de contato.

Assume-se que a orientação do sistema de coordenadas da restrição com respeito ao sistema de coordenadas do efetuador,  $R_{es}$ , seja conhecida, e que a orientação do sistema de coordenadas do efetuador em relação ao sistema de coordenadas da base,  $R_{be}$ , pode ser obtida através da cinemática direta do manipulador.

Dessa forma, a partir da hipótese de controle cinemático, as leis de controle de força, posição e orientação, [2.46](#) e [3.8](#), podem ser transformadas em sinal de controle para as juntas através da seguinte relação

$$u = J^{-1}(\theta)[u_h \ u_o] \quad (3.9)$$

A tarefa desejada corresponde a realizar contato numa superfície conhecida a uma força constante enquanto se descreve uma trajetória no plano dessa superfície. Para isso o desacoplamento das ações de controle é realizado no sistema de coordenadas da da superfície e então o controle é realizado no sistema do coordenadas da ferramenta, conforme apresentado em (Leite,2015). Sendo assim, a topologia completa do controle híbrido é dada na Figura [3.2](#).

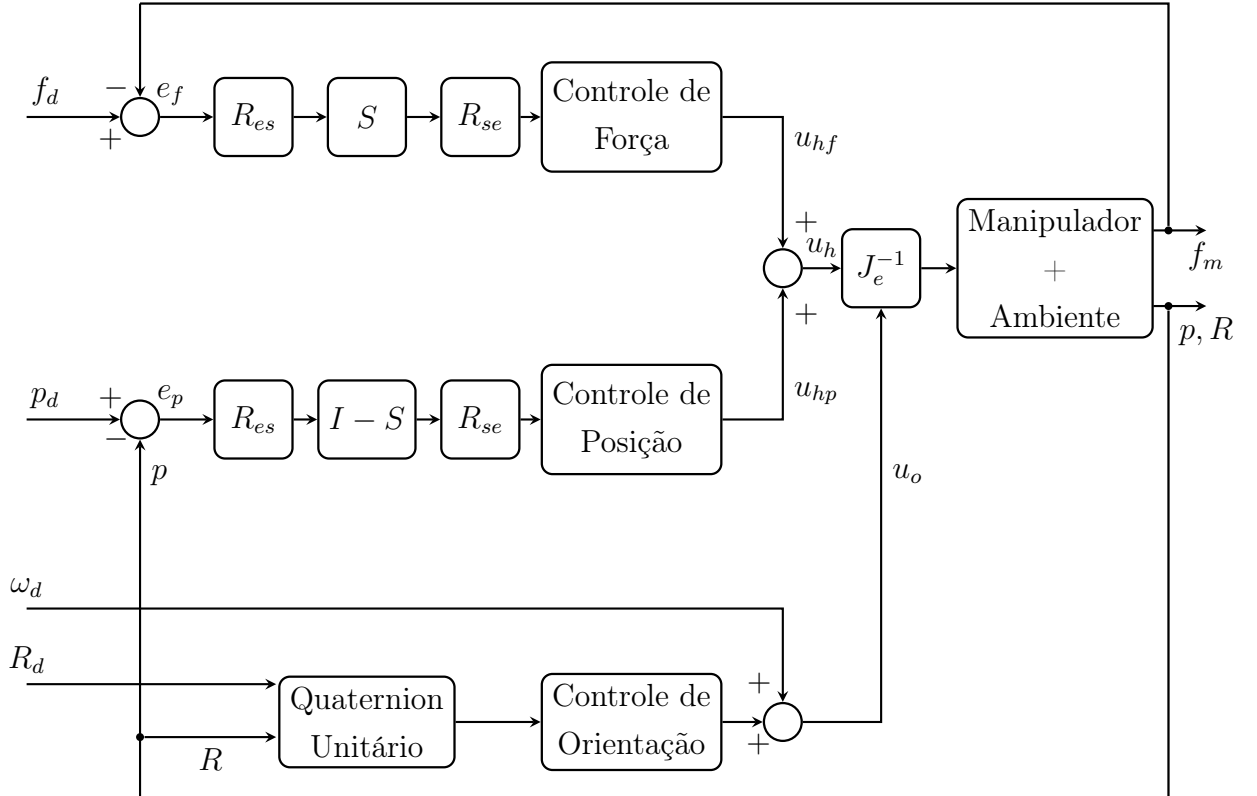


Figura 3.2: Topologia Completa do Controle Híbrido de Posição e Força

onde as variáveis estão descritas no referencial do efetuador.

Usualmente o controle de posição utiliza a estratégia de controle proporcional com feedforward para o seguimento de trajetórias, enquanto o controle de força utiliza a estratégia de controle proporcional e integral para minimizar o erro da força de interação entre o manipulador e o ambiente.

### **3.3 Conclusão**

O controle de força é utilizado quando o controle de posição se torna ineficaz devido ao fato de restrições geométricas impostas pelo ambiente e a alta complexidade de modelagem matemática do mesmo.

O controle híbrido de força e posição consiste na divisão do espaço de trabalho em dois subespaços ortogonais e complementares onde o controle de força e o de posição são computados de forma desacoplada.

# Capítulo 4

## Controle Baseado em Passividade

Um dos principais problemas, quando aplicamos estratégias de controle, é a criação de um controle que é ao mesmo tempo estável, e que é capaz de alcançar os objetivos definidos. Esse é um dos clássicos paradigmas para a engenharia de controle.

Estratégias de controle de força são passíveis de provocar perda e estabilidade do sistema devido a vários fatores, sendo alguns deles:

- Dinâmica dos sensores de força;
- Atrasos de comunicação e filtragem de sinais
- Efeitos de amostragem e quantização;
- Limites da largura de banda do controlador;
- Flexibilidade do manipulador;
- Rigidez do ambiente;
- Saturações de controle.

Devido ao fato de os manipuladores robóticos serem sistemas usualmente não-lineares, a análise desses sistemas através de parâmetros conhecidos e a teoria de controle é ineficaz para assegurar condições de estabilidade dos sistemas, não provendo garantias quanto ao controle e operação dos mesmos.

Uma abordagem é utilizar o conceito de passividade, (Khalil, 1987), para garantir estabilidade no controle. A passividade é uma propriedade da relação entre as entradas e saídas de um sistema, baseada na teoria de redes. Um sistema é passivo se a energia absorvida pela rede, durante certo período de tempo, é maior e/ou igual ao acréscimo de energia armazenada na rede durante o mesmo período. A passividade está intrinsecamente relacionada a estabilidade no sentido de Lyapunov,

muito utilizada para garantir a estabilidade de sistemas de controle com incertezas paramétricas.

Nesse capítulo serão apresentados alguns conceitos e a teoria geral da aplicação do conceito de passividade para a garantia de estabilidade no controle direto de força.

## 4.1 Passividade para Sistemas Não-Lineares

Considere um sistema dinâmico representado pelo seguinte modelo de estado

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = h(x, u) \quad (4.1)$$

onde  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^n$  é localmente Lipschitz (Khalil, 1987),  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{R}^p$  é contínua,  $f(0, 0) = 0$  e  $h(0, 0) = 0$ . O sistema 4.1 é dito passivo se existe uma função semi-definida positiva continuamente diferenciável  $V(x)$ , chamada função de armazenamento, tal que

$$u^T y \geq \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u), \quad \forall (x, u) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \quad (4.2)$$

também é dito que o sistema é saída estritamente passivo se  $u^T y \geq \dot{V} + y^T \rho(y) > 0$ ,  $\forall y \neq 0$ .

**Lema 4.1.** Se o sistema 4.1 é passivo com a função de armazenamento  $V(x)$  positiva definida, então a origem de  $\dot{x} = f(x, 0)$  é estável.

Um sistema 4.1 é dito observável estado-zero se nenhuma solução de  $\dot{x} = f(x, 0)$  pode ser encontrada em  $S = \{x \in \mathbb{R}^n | h(x, 0) = 0\}$ , exceto a solução trivial  $x(t) \equiv 0$ .

**Lema 4.2.** Considera-se o sistema 4.1. A origem de  $\dot{x} = f(x, 0)$  é assintoticamente estável se:

- o sistema é estritamente passivo ou
- o sistema é de saída estritamente passivo e observável estado-zero.

*Demonstração.* Apêndice C □

## 4.2 Passividade em Sistemas Realimentados

Considera-se o sistema da Figura 4.1, onde  $H_1$  e  $H_2$  são sistemas invariantes no tempo dados por

$$\dot{x}_i = f_i(x_i, u_i), \quad y_i = h_i(x_i, u_i), \quad i = 1, 2 \quad (4.3)$$

onde o modelo de estado em malha fechada toma a forma

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = h(x, u) \quad (4.4)$$

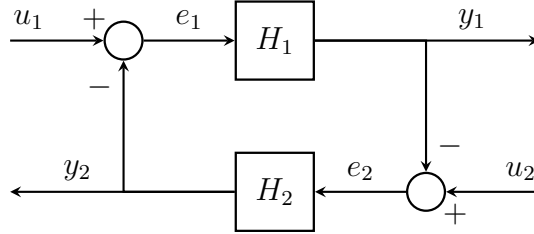


Figura 4.1: Conexão feedback

**Teorema 4.3.** *Considere a conexão feedback de dois sistemas dinâmicos invariantes no tempo na forma [4.3](#). A origem do sistema malha fechada [4.4](#) quando  $u = 0$  é assintoticamente estável se*

- *ambos componentes feedback são estritamente passivos.*
- *ambos componentes são saída estritamente passiva e observáveis estado-zero. ou*
- *um componente é estritamente passivo e o outro é saída estritamente passivo e observável estado-zero.*

### 4.3 Controle de Força Baseado em Passividade

A propriedade de passividade pode ser utilizada como uma ferramenta para a estabilização do controle de sistemas com incertezas. Apesar de ser uma propriedade mais conservativa que outros critérios de estabilidade, ela não se baseia no conhecimento preciso dos parâmetros do sistema (Lee e Spong, 2006), o que a torna útil, uma vez que incertezas de modelagem do manipulador e do ambiente podem surgir durante o processo para o projeto de controladores. O *Controle com Enfoque em Passividade*, conforme apresentado em (Hannaford e Ryu, 2002) e (Ryu, Kwon e Hannaford, 2004), é um método utilizado para assegurar a estabilidade de sistemas. O método consiste na monitoração da energia do sistema através da utilização de um observador de passividade e de um controlador por passividade, que age como um ganho variável, para garantir a estabilidade do sistema.

O ganho variável representado pelo controlador por passividade representa a alteração da rigidez mecânica do manipulador robótico quando em contato com uma superfície.

Tem-se a seguinte situação: Uma estratégia de controle direto de força, conforme apresentado na [Seção 3.1](#) foi implementada num manipulador robótico, onde o objetivo do controle é que o manipulador exerça uma força constante na direção normal de uma superfície conforme demonstrado na Figura [4.2](#).

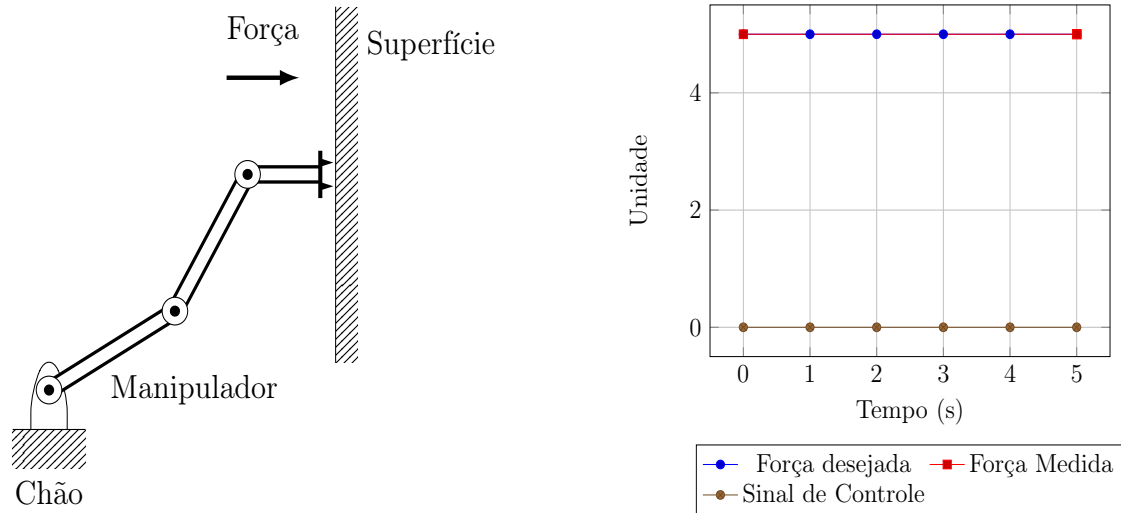


Figura 4.2: Controle direto de força para referência de força constante

Em dado momento, o manipulador sofre a ação de uma perturbação, fazendo com que a força medida torne-se maior, o que ativa a ação de controle de forma a anular o erro de força. Isso faz com que haja um aumento no sinal de controle. Vale ressaltar que o controlador utilizado é do tipo proporcional e integral. Supõe-se que a perturbação cesse após certo período de tempo. Devido à atrasos na malha de controle, o sinal de controle ainda é alto, fazendo com que o manipulador robótico perca contato com a superfície de interação. Nesse momento, o erro de força faz com que o manipulador se movimente na direção oposta, em sentido de encontro a parede, conforme demonstrado na Figura [4.3](#).



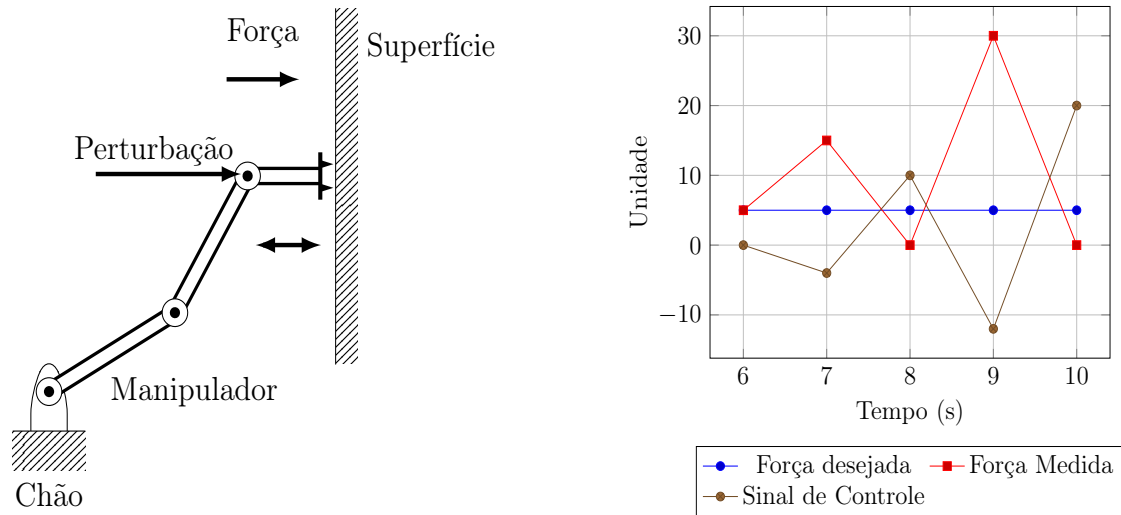


Figura 4.3: Ação de uma perturbação

Tal comportamento faz com que o manipulador se movimente em regime oscilatório, de forma que danos mecânicos podem ser impostos devido ao impacto com a superfície de interação. Esse comportamento ocorre pois a estratégia de controle implementada faz com que a rigidez mecânica do manipulador, seja alta. Observa-se que a perturbação aplicada faz com que energia seja injetada no sistema, o que faz com que o sistema não seja mais passivo, tal perturbação é equivalente para o robô como se a superfície tivesse se movido na direção do robô. Portanto, pode ser aplicado um observador de passividade para detectar os momentos em que a propriedade de passividade do sistema é perdida conjuntamente com um controlador por passividade para promover a alteração da rigidez mecânica do robô quando isso ocorre.

Para a implementação do controle baseado em passividade, um modelo de contato é requerido afim de estudar as interações entre o manipulador e o ambiente.

### 4.3.1 Modelo de Contato Generalizado

O foco deste trabalho é a realização de controle direto de força sob uma superfície fixa (Jorda, Balachandran, Ryu et al., 2017), onde um manipulador robótico aplica força na direção normal a superfície e esta força é medida através de um sensor de força acoplado entre o efetuador do robô e a ferramenta. O modelo de contato generalizado leva em conta a flexibilidade associadas à complacência do ambiente, fator que pode gerar perda de estabilidade do sistema.

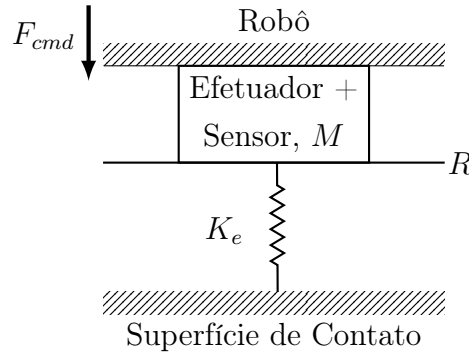


Figura 4.4: Modelo de contato entre o manipulador robótico e o ambiente.

Conforme demonstrado na Figura 4.4, o contato do robô e o ambiente é modelado da seguinte forma

- O manipulador e o sensor são representados como uma massa acoplada diretamente ao robô ( $M$ ). Para este trabalho, a flexibilidade das juntas e os amortecimentos devido as engrenagens do manipulador são negligenciados;
- A complacência da superfície de contato é representada por uma mola  $K_e$ , representando a rigidez do ambiente. O valor de  $K_e$  depende das propriedades dos materiais que constituem a superfície;
- $R$  representa uma restrição unidirecional, uma vez que a superfície apenas pode exercer força na ferramenta no sentido de afastar a mesma da superfície;
- $F_{cmd}$  é a força aplicada pelo robô, ou seja, é o sinal computado pelo controlador;
- $x_{css}$  é a distância no estado estacionário entre um ponto qualquer do conjunto  $M$  e a superfície de contato;
- $x_r$  é a distância entre  $M$  e a superfície de contato, que se altera quando  $K_e$  é comprimida ou relaxada.

Tem-se que a equação diferencial do sistema é dada por

$$M\ddot{x}_r = F_{cmd} - \underbrace{K_e(x_{css} - x_r)}_{f_m} \quad (4.5)$$

### 4.3.2 Enfoque por Passividade

A abordagem consiste na derivação de um modelo de circuito elétrico do sistema, de forma a facilitar a identificação das variáveis correlacionadas pela energia que serão utilizadas para construir um sistema realimentado. O modelo de circuito elétrico pode ser visto na Figura 4.5

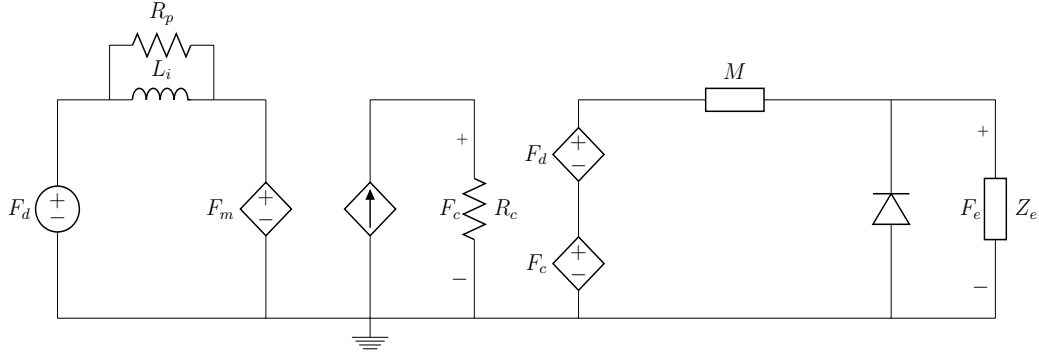


Figura 4.5: Representação de circuito elétrico do controle de força direto de um modelo robótico de duas massas.

As fontes  $F_d$  e  $F_m$  representam a referência de força desejada e a força medida no sensor respectivamente. Essas duas variáveis compõem o erro de força, que sofre ação das variáveis  $R_p$  e  $L_i$ , que representam as ações proporcional e integral da estratégia de controle definida.

A segunda malha representa uma transimpedância, que é o ganho variável proposto pelo controlador por passividade. A terceira malha representa o modelo do robô e do ambiente, onde o diodo representa a restrição unilateral do ambiente ( $R$ ) e as demais variáveis são as mesmas definidas na Figura 4.4

Aplicando as leis de Kirchoff, no domínio de Laplace, na primeira malha, tem-se

$$V_c(s) = (F_d(s) - F_m(s)) \left( \frac{1}{R_p} + \frac{1}{L_i s} \right) \quad (4.6)$$

onde  $V_c(s)$  representa o sinal de controle. Observando a malha central, a fonte de corrente dependente de  $V_c$  produz uma voltagem  $F_c$  sobre a resistência  $R_c$ , logo

$$F_c(s) = R_c V_c(s) = (F_d(s) - F_m(s)) \left( \frac{R_c}{R_p} + \frac{R_c}{L_i s} \right) \quad (4.7)$$

A resistência  $R_c$  representa o ganho variável definido pelo controlador por passividade.

Sabendo que o erro de controle é definido com  $E_f(s) = (F_d(s) - F_m(s))$ , comparando 4.7 com a equação de um controle PI no domínio de Laplace, tem-se

$$K_p = \frac{R_c}{R_p}, \quad K_i = \frac{R_c}{L_i} \quad (4.8)$$

onde  $K_p$  é o ganho proporcional,  $K_i$  é o ganho integral e  $K_d$  é o ganho derivativo.

O comando enviado ao robô é dado por

$$F_{cmd}(s) = F_d(s) + F_c(s) \quad (4.9)$$

onde  $F_d$  é o sinal da força desejada, aplicado através de um feedforward e  $F_c$  é o sinal de controle do controlador de força, multiplicado pelo ganho variável calculado pelo observador por passividade.

Após a identificação de todas as relações de energia, um sistema realimentado pode ser expresso, conforme demonstrado na Figura 4.6

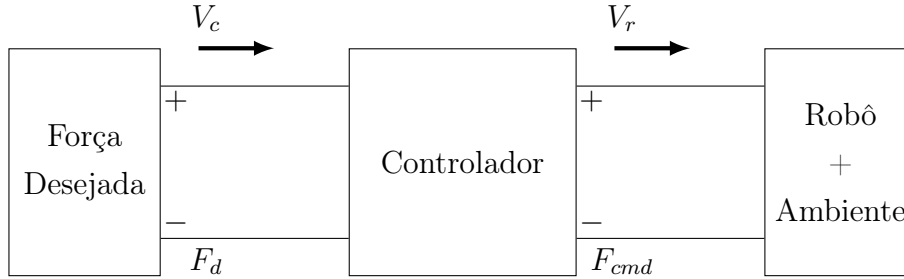


Figura 4.6: Representação do sistema retroalimentado de duas portas do modelo com os pares de energia representados.

O primeiro bloco representa a entrada desejada no controlador, provendo a referência de força  $F_d$  e o sinal de controle computado pelo controlador PI, o segundo bloco representa o controlador do controle de passividade e o terceiro bloco representa o robô e o ambiente.  $V_r$  é a velocidade do manipulador e  $F_{cmd}$  é o comando de força enviado ao robô. O robô e o ambiente são passivos. Sabendo disso, basta que seja realizado o projeto do controlador atendendo aos requisitos expostos na Seção 4.2 para que o sistema seja estável.

### 4.3.3 Controle

Caso um sistema do tipo

$$\dot{x} = f(x, u), \quad y = h(x, u) \quad (4.10)$$

seja passivo e possuir energia inicial armazenada igual a zero, tem-se que

$$\int_0^t u(s)^T y(s) ds \geq 0, \quad \forall t \geq 0 \quad (4.11)$$

A energia fornecida à um sistema passivo deve ser positiva para todo o tempo, conforme descrito em (Willems, 1972) e (van der Schaft, 2017), e motiva a definição do Observador de Passividade Clássico para sistemas discretos, como a integral discreta de pares correlacionados de energia, os quais podem ser vistos como entradas e saídas de cada sistema realimentado que compõem o sistema. Logo a estimativa de energia do Observador de Passividade Clássico ( $E_{CPO}$ ) é dada por

$$E_{CPO}(N) = \sum_{n=0}^N \sum_{k=1}^M F_k(n) V_k(n) \Delta t \quad (4.12)$$

onde  $\Delta t$  é o tempo de amostragem,  $F_k$  e  $V_k$  representam as variáveis do par correlacionado de energia do  $k$ -ésimo sistema realimentado,  $M$  é o número de sistemas realimentados existentes e  $N$  é o número de amostras total. O par  $F_k V_k$  define o fluxo de energia do sistema, onde, convencionalmente, o sinal desse produto é definido como positivo quando energia aumenta no sistema. A análise de tal fluxo é confinado para sistemas onde a taxa de amostragem é substancialmente mais rápida que a dinâmica do próprio sistema, o que geralmente ocorre em manipuladores robóticos que atendem aos requisitos do controle cinemático.

Por simplificação de análise, pode-se considerar que o sistema apresentado na Figura 4.6 é composto por apenas um sistema realimentado, conforme descrito em (Jorda, Balachandran, Ryu et al., 2017), onde o par correlacionado a ser estudado é o par  $F_d V_c$ , devido ao fato de a velocidade do efetuador do robô na direção do controle de força, ser próxima de zero.

Pode-se definir a energia fornecida ao sistema, numa amostra de tempo ( $n$ ), como sendo

$$p_s(n) = F_d(n) V_c(n) \Delta t \quad (4.13)$$

de tal forma que

$$E_{CPO}(N) = \sum_{n=0}^N p_s(n) \quad (4.14)$$

Dessa forma, quando o valor de  $p_s(n)$  é positivo, significa que se está fornecendo energia ao sistema, e quando ele é negativo, significa que o sistema está fornecendo energia. A ideia da Abordagem de Passividade no Domínio do Tempo é dizer que se o valor de  $E_{CPO}$  é sempre positivo e o sistema é inicialmente estável, o sistema continua estável pois preserva sua propriedade de passividade, já quando o valor de  $E_{CPO}$  se torna negativo, o sistema pode se tornar instável, o que faz com que seja necessário dissipar a energia que o sistema está fornecendo através da ação do controlador por passividade. Neste trabalho, o controlador por passividade adotado é o de ganho variante, onde esse ganho é representado por  $R_c$  na equação 4.7 e varia entre 1 e 0 de acordo com lei pré-definida.

A topologia do controle de força com enfoque em passividade pode ser vista na Figura 4.7.

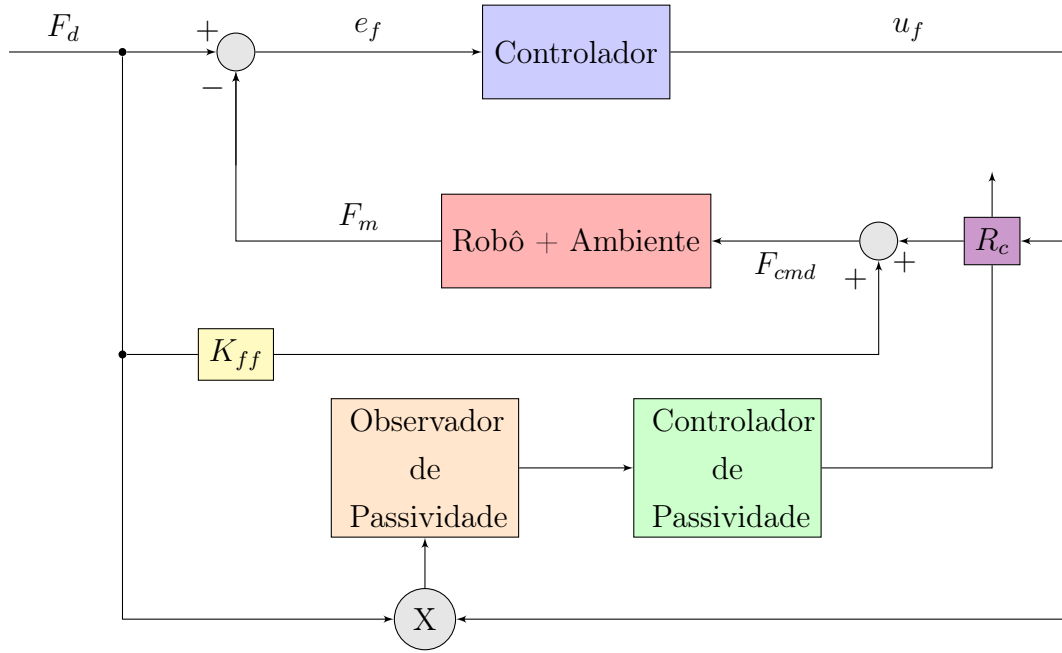


Figura 4.7: Arquitetura do Controle de Passividade

O termo  $K_{ff}F_d$  é um feedforward opcional ao controle.

## 4.4 Controladores de Passividade

O controlador por passividade age no sistema quando o sinal do observador de passividade fica negativo, atuando sobre o ganho  $R_c$ , variando-o entre 1 e 0, sendo 1 o valor inicial de  $R_c$ , permitindo a variação de flexibilidade do sistema (Lee e Payandeh, 2015). O controlador por passividade adotado neste trabalho, conforme descrito em (Jorda, Balachandran, Ryu et al., 2017), age segundo a regra heurística a seguir

- Calcula-se a largura de banda do controlador PI adotado no sistema para se obter a constante de tempo típica do sistema, denominada  $\gamma$ ;
- O valor inicial de  $R_c$  é 1;
- Se o valor do observador de passividade é negativo, o valor de  $R_c$  é dividido por 2 e mantido nesse valor pelo tempo igual a  $2\gamma$ ;
- Se o valor do observador de passividade for positivo durante um tempo consecutivo de  $5\gamma$ , o valor de  $R_c$  é acrescido de 0,1;
- O valor de  $R_c$  está contido no intervalo  $]0, 1]$ .

A malha de controle de passividade deve ter uma dinâmica lenta, de forma a evitar o acoplamento entre a malha de controle de força e a de passividade, e

por essa razão, o valor de  $R_c$  é mantido por um tempo. Além disso, o objetivo do controle de passividade é dissipar energia o mais rápido possível, por isso é escolhido um decaimento geométrico para o valor de  $R_c$ . Quando o sistema se torna estável novamente, uma abordagem conservativa é utilizada para se alcançar o ganho máximo novamente, utilizando uma progressão aritmética.

Dada a heurística apresentada, o feedforward, é elemento opcional, apresenta um papel importante, dado que, caso o observador de passividade fique negativo durante muito tempo, o ganho  $R_c$  pode demorar muito para sair de uma região próxima de zero, fazendo com que o sistema não perceba a ação da malha de controle de força. Logo, o feedforward age de forma a permitir que energia se acumule mais rapidamente no sistema, fazendo com que o observador de passividade tenha um valor positivo mais rapidamente, e conseqüentemente a malha de controle de força possa atuar consideravelmente no sistema.

## 4.5 O Problema de Acumulação de Energia

Devido as diversas condições operacionais, um problema surge quando a estimativa  $E_{CPO}$  é adotada. Supondo uma situação onde o sistema não sofra ação de perturbações durante um longo período de tempo, percebe-se que o valor  $E_{CPO}$  aumenta com o tempo, visto que o produto  $u^T(s)y(s)$  é sempre positivo, uma vez que o feedforward está sempre "injetando" energia no sistema.

Em certo momento, uma perturbação aplicada ao sistema, faz com que o valor do  $E_{CPO}$  decaia, porém, devido ao fato de a detecção da perturbação não ser instantânea e como o CPO acumulou energia durante um grande período de tempo, o sistema pode se tornar instável, fazendo com que o manipulador perca contato com a superfície e comece a oscilar, numa situação similar ao que ocorre no controle direto de força, sem considerar a estratégia de passividade.

Dessa forma, é interessante a utilização de um fator de esquecimento da energia já acumulada no passado, de forma a evitar que esse problema ocorra, além do que rastrear uma quantidade de energia que já utilizada não revela nenhuma informação útil para o controle do sistema. Por isso, dois novos observadores de passividade são propostos (Jorda, Balachandran, Ryu et al., 2017), com o intuito de solucionar o problema de acumulação de energia.

## 4.6 Observadores de Passividade

Com o intuito de evitar o problema de acumulação de energia, uma abordagem que não realiza o rastreamento de energia já dissipada pelo sistema, se "esquecendo" do que aconteceu é necessária, permitindo a detecção de instabilidades no

sistema de forma mais rápida. Para isso dois novos tipos de observadores de passividade são propostos (Jorda, Balachandran, Ryu et al., 2017): o Observador de Passividade em Janelas e o Observador de Passividade Reiniciável.

#### 4.6.1 Observador de Passividade em Janelas

A ideia por trás do do Observador de Passividade em Janelas é realizar o rastreamento da energia dissipada pelo sistema por uma janela finita de tempo. Seja  $T_{win}$  o horizonte de tempo a partir do qual o comportamento do sistema antes desse instante é esquecido.  $T_{win}$  é um número de amostras de tempo estritamente positivo. Sendo assim, a energia estimada pelo Observador de Passividade em Janelas é definida da seguinte forma:

$$E_{WPO}(N) = \begin{cases} \sum_{n=0}^N p_s(n), & \text{se } N < T_{win} \\ \sum_{n=N-T_{win}+1}^N p_s(n), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.15)$$

**Proposição :** Se a energia estimada pelo Observador de Passividade por Janelas é positiva para todo  $N$ , então a energia estimada pelo Observador de Passividade Clássico também é positivo para todo  $N$ :

$$(\forall N \geq 0, E_{WPO}(N) \geq 0) \Rightarrow (\forall N \geq 0, E_{CPO}(N) \geq 0) \quad (4.16)$$

*Demonstração.* Assume-se que

$$\forall n \geq 0, E_{WPO}(N) \geq 0$$

Agora, seja  $N \geq 0$  um número natural. Deseja-se provar que  $E_{CPO}(N) = \sum_{n=0}^N p_s(n) \geq 0$ . Aplicando a divisão euclidiana de  $N$  por  $T_{win}$  :  $N = kT_{win} + r$ , onde  $k$  e  $r$  são números inteiros positivos e  $r < T_{win}$ . Então

$$E_{CPO}(N) = \sum_{n=0}^r p_s(n) + \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{n=iT_{win}+r+1}^{(i+1)T_{win}+r} p_s(n).$$

Pode-se reconhecer a soma dos valores de  $E_{WPO}(N)$ , que são todos positivos por hipótese, então

$$E_{CPO}(n) = E_{WPO}(r) + \sum_{i=0}^{k-1} E_{WPO}((i+1)T_{win} + r) \geq 0$$

Isso significa que se o Observador de Passividade Clássico for negativo, o Observador de Passividade por Janelas também será negativo.  $\square$



O próximo passo é considerar como escolher o valor de  $T_{win}$ , uma vez que há um compromisso na escolha desse valor: se o valor de  $T_{win}$  for muito alto, isso permitirá que haja uma alta acumulação de energia e a detecção de instabilidade será lenta, já escolhendo o valor de  $T_{win}$  muito baixo, há possibilidade de detecção de vários valores negativos, uma vez que será detectada atividade no sistema devido ao ruído do sensor e não pelo fato de o sistema estar se tornando estável.

Intuitivamente, escolhe-se  $T_{win}$  menor que a escala de tempo que o controlador pode lidar. Por exemplo, imagine que a banda de passagem do controlador seja  $\omega_b$  (em Hertz). Qualquer fenômeno mais lento que  $\frac{1}{\omega_b}$  pode ser controlado pelo controlador. Logo escolhe-se  $T_{win} \leq \frac{1}{\omega_b}$ . Tipicamente se escolhe  $T_{win} = \frac{1}{2\omega_b}$ .

#### 4.6.2 Observador de Passividade Reiniciável

A ideia por trás da estimativa de energia pelo Observador de Passividade Reiniciável ( $E_{RPO}(N)$ ) é constantemente reiniciar o valor do observador, ou seja, extrair do mesmo, os eu valor anterior. Contudo essa reinicialização deve seguir duas regras:

- Deve-se "esquecer" apenas a energia dissipada no sistema, ou seja, apenas valores positivos podem ser removidos;
- Não se deseja obter uma medida de instabilidade no próximo passo após a reinicialização devido à ruídos no sensor.

Uma boa estratégia para escolha do tempo de reinicialização é o tempo onde ocorre um mínimo local de energia quando energia está sendo dissipada no sistema. Dessa forma a reinicialização irá ocorrer frequentemente devido à ruídos e pequenas oscilações no sistema. O  $E_{RPO}(N)$  é definido Portanto

$$E_{RPO}(N) = \sum_{n=r(N)}^N p_s(n) \quad (4.17)$$

onde  $r(N)$  é encontrado através do seguinte algoritmo

---

#### Algoritmo para encontrar $r(N)$

---

função  $r(N)$

se  $N < 2$ , então

retorne 0

se  $\text{minimolocal}(p_s), N - 2) \ \&\& \ E_{RPO}(N - 2) \geq 0$ , então

$$r(N) = N - 1$$

senão

$$r(N) = r(N - 1)$$

fim da função

função localminimo( $f, k$ )

retorne ( $f(k - 2) \geq f(k - 1) \geq f(k)$ ) && ( $f(k) \leq f(k + 1) \leq f(k + 2)$ )

fim da função

**Proposição :** Se a energia estimada pelo Observador de Passividade Reiniciável é positivo para todo  $N$ , então a energia estimada pelo Observador de Passividade Clássico também é positivo para todo  $N$ :

$$(\forall N \geq 0, E_{RPO}(N) \geq 0) \Rightarrow (\forall N \geq 0, E_{CPO}(N) \geq 0) \quad (4.18)$$

*Demonstração.* Assume-se que

$$\forall n \geq 0, E_{RPO}(n) \geq 0$$

Deseja-se provar recursivamente que

$$\forall n \geq 0, E_{CPO}(r(n) - 1) = \sum_{k=0}^{r(n)-1} p_s(k) \geq 0$$

**Inicialização**

$$\sum_{k=0}^{r(0)-1} p_s(k) = \sum_{k=0}^{r(1)-1} p_s(k) = 0$$

pois  $r(0) = r(1) = 0$ , portanto não há termos na soma.

**Passo recursivo**

Seja  $n \geq 2$  e assuma que  $\sum_{k=0}^{r(i)-1} p_s(k) \geq 0$  para todo  $i \leq n$ . Então

- Ou  $r(n + 1) = r(n)$  e imediatamente tem-se  $\sum_{k=0}^{r(n+1)-1} p_s(k) \geq 0$  por hipótese recursiva,

- Ou  $r(n + 1) = n$ . Neste caso, desde que  $n \geq 2$ ,  $r(n - 1)$  é bem definido. Então

$$\sum_{k=0}^{r(n+1)-1} p_s(k) = \sum_{k=0}^{n-1} p_s(k) = \sum_{k=0}^{r(n-1)-1} p_s(k) + \sum_{k=r(n-1)}^{n-1} p_s(k)$$

Logo

$$E_{CPO}(r(n+1) - 1) = E_{CPO}(r(n-1) - 1) + E_{RPO}(n-1) \geq 0$$

O primeiro termo é positivo por hipótese recursiva e o segundo termo é positivo pois foi assumido que  $E_{RPO}(n) \geq 0$  para todo  $n \geq 0$ .

Finalmente,

$$\forall n \geq 0, E_{CPO}(n) = E_{CPO}(r(n) - 1) + E_{RPO}(n) \geq 0$$

Isso significa que se o Observador de Passividade Clássico for negativo, o Observador de Passividade Reiniciável também será negativo.

□

## 4.7 Conclusão

A passividade uma ferramenta de estudo das energias presentes num sistema,

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos relacionados ao controle baseado em passividade para uma Abordagem de Passividade no Domínio do Tempo. Foi demonstrado porque a passividade é uma ferramenta útil para resolver problemas relacionados à estratégias de controle tradicionais.

Foram apresentadas estratégias úteis para resolver o problema de acumulação de energia na estratégia clássica de controle por passividade.

# Capítulo 5

## Resultados de Simulações

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas para os controladores projetados nos capítulos 2,3 e 4.

É utilizado o software *Matlab* (The MathWorks, Inc.) juntamente com seu toolbox de robótica (Corke, 1996) para realizar as simulações.

Para o modelo, são considerados as seguintes condições:

- O modelo do manipulador robótico utilizado representa o manipulador, de seis graus de liberdade, *Motoman MH12* (Motoman Robotics);
- A superfície de restrição é representada por um plano e descrita pela equação  $y_s = c_p$ , onde  $c_p$  é uma constante e  $y_s$  é a coordenada  $y$  do plano, com relação ao referencial inercial da base do manipulador.
- É simulada a existência de um ruído branco de baixa intensidade no sinal da força medida  $f_m$ , de forma a representar o ruído de medição do sensor;
- É utilizado um filtro de primeira ordem no sinal da força medida  $f_m$  para filtrar o ruído de medição. O filtro é representado no domínio da frequência por

$$\frac{\beta}{\tau s + 1}$$

onde  $\beta$  é o ganho DC do filtro e  $\tau$  é sua constante de tempo. Com o objetivo de melhor representar o sistema real, considera-se que a utilização de um filtro digital obtido através do filtro expresso no domínio da frequência por uma transformação bilinear (Oppenheim e Schaffer, 2012) e dado no domínio da transformada Z por:

$$z_f = \frac{\beta h e_f (1 - z^{-1})}{2\tau + h} + \frac{z_f (2\tau - h) z^{-1}}{2\tau + h}$$

onde  $z_f$  é o sinal filtrado,  $h$  é a taxa de amostragem e  $e_f$  é o erro de força.

As tarefas simuladas consistem na validação das estratégias de controle apresentadas, evoluindo os objetivos para alcançar o controle híbrido de força, posição e orientação com enfoque em passividade.

## 5.1 Resultados de simulação

### 5.1.1 Controle de Posição

O objetivo do controle de posição é fazer com que o efetuador do manipulador robótico siga um trajetória desejada. É utilizada a lei de controle de posição expressa na equação [2.38](#), do tipo controle proporcional + feedforward.

A trajetória de referência escolhida é dada pela equação

$$p_d = \begin{bmatrix} A_x(\text{sen}(\omega_n) + \text{sen}(4\omega_n)) \\ -1.3 \\ A_z(\text{sen}(\omega_n + \frac{\pi}{2}) + \text{sen}(4\omega_n + \frac{\pi}{2})) + 0.912 \end{bmatrix}$$

onde  $A_x = A_z = 0,05m$ ,  $\omega_n = \frac{2\pi}{10} \text{ rad/s}$ . O manipulador possui, para as juntas, a configuração inicial dada, em graus, por

$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0^\circ \\ -45^\circ \\ 30^\circ \\ 0^\circ \\ 15^\circ \\ 0^\circ \end{bmatrix}$$

o que lhe confere a posição inicial do efetuador  $p_0 = [0 \quad -1,3591 \quad 0,9117]^T$ .

Os parâmetros adotados para o controle de posição podem ser vistos na tabela a seguir:

Variável	Descrição	Valor	Unidade
$k_p$	Ganho proporcional do controle de posição	2	$rad/(m.s)$
$\Delta t$	Taxa de amostragem	0,001	$s$

Tabela 5.1: Parâmetros de Simulação do Controle de Posição.

A figura [5.1](#) demonstra a comparação entre a trajetória desejada e a trajetória realizada pelo efetuador, a figura [5.2](#) mostra cada variável do espaço cartesiano,

tanto para a trajetória desejada, quanto para a realizada pelo efetuador. As figuras 5.3 e 5.4 mostram respectivamente o erro de posição e o sinal de controle das juntas do manipulador.

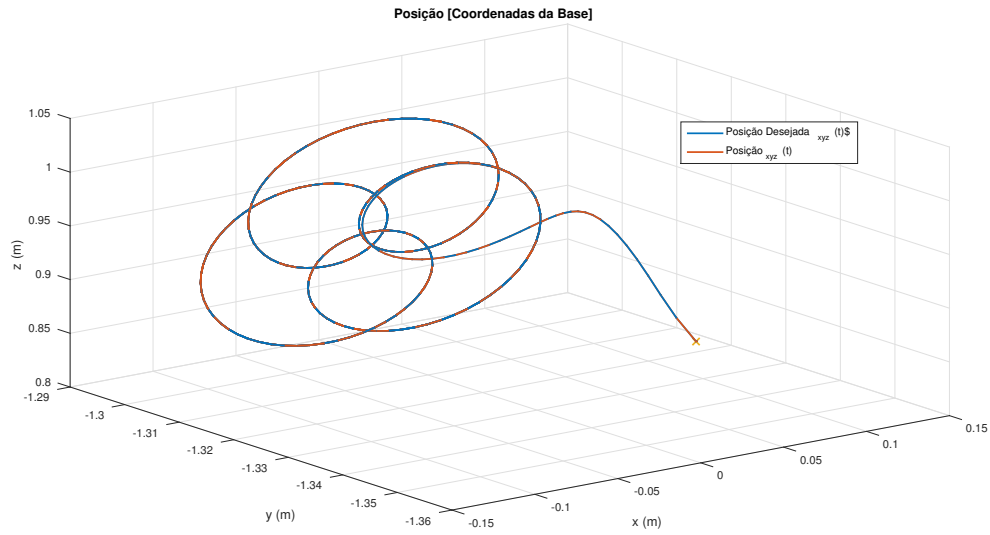


Figura 5.1: Seguimento de Trajetória.

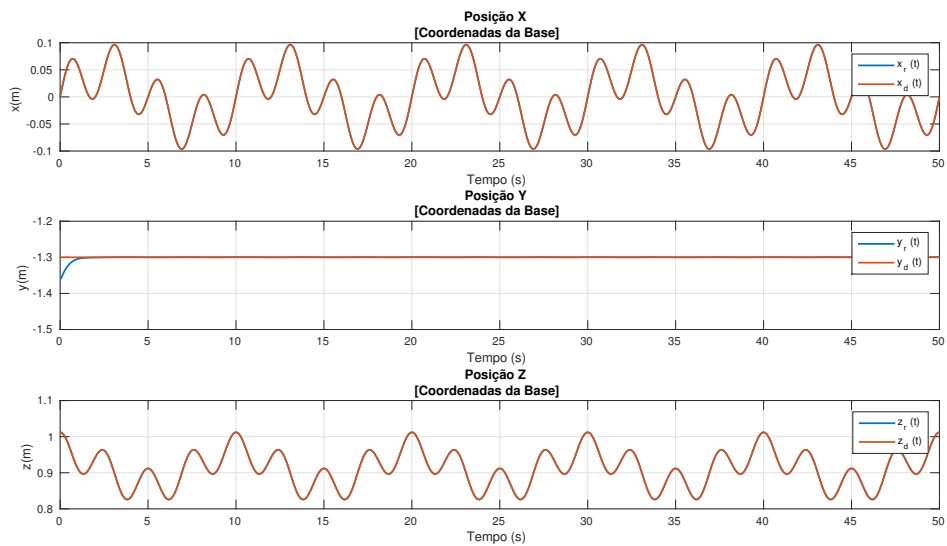


Figura 5.2: Variáveis de Posição do Efetuador

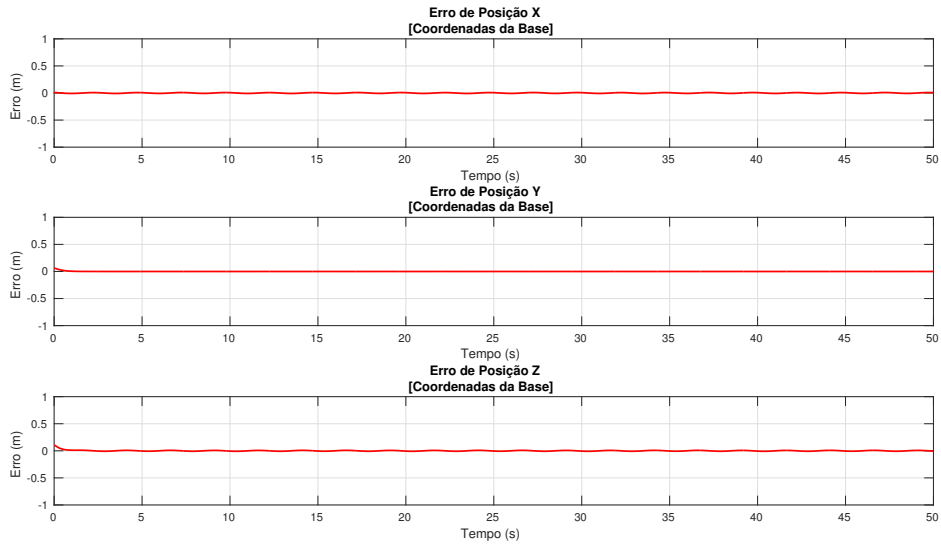


Figura 5.3: Erro do Controle de Posição

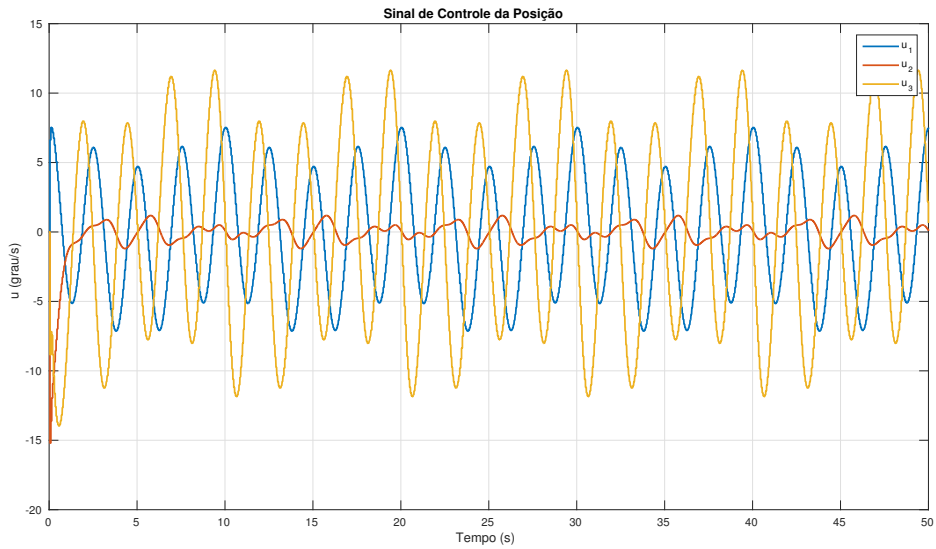


Figura 5.4: Sinal do Controle de Posição

## Conclusão

A estratégia de controle de posição adotada demonstrou resultados satisfatórios com um baixo erro absoluto no seguimento da trajetória desejada no decorrer do tempo.

## 5.1.2 Controle de Posição e Orientação

O objetivo de controle de posição e orientação consiste fazer com que o efetuador siga uma trajetória desejada, mantendo uma orientação constante. É utilizada a lei de controle de posição expressa na equação 2.38, do tipo controle proporcional + feedforward e a lei de controle de orientação da equação 2.46.

A trajetória de referência escolhida é dada pela equação

$$p_d = \begin{bmatrix} A_x(\text{sen}(\omega_n) + \text{sen}(4\omega_n)) \\ -1.3 \\ A_z(\text{sen}(\omega_n + \frac{\pi}{2}) + \text{sen}(4\omega_n + \frac{\pi}{2})) + 0.912 \end{bmatrix}$$

onde  $A_x = A_z = 0,05m$ ,  $\omega_n = \frac{2\pi}{10} \text{ rad/s}$ . O manipulador possui, para as juntas, a configuração inicial dada, em graus, por

$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0^\circ \\ -45^\circ \\ 30^\circ \\ 0^\circ \\ 15^\circ \\ 0^\circ \end{bmatrix}$$

o que lhe confere a posição inicial do efetuador  $p_0 = [0 \quad -1,3591 \quad 0,9117]^T$ .

A orientação desejada é representada pela matriz de orientação  $R_d$ , onde

$$R_d = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Os parâmetros adotados para o controle de posição e orientação podem ser vistos na tabela a seguir:

Variável	Descrição	Valor	Unidade
$k_p$	Ganho proporcional do controle de posição	2	$\text{rad}/(m.s)$
$\Delta t$	Taxa de amostragem	0,001	$s$
$k_o$	Ganho proporcional do controle de orientação	0,1	-

Tabela 5.2: Parâmetros de Simulação do Controle de Posição e Orientação.

As figuras 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10 mostram os resultados da simulação para o controle de posição e orientação.



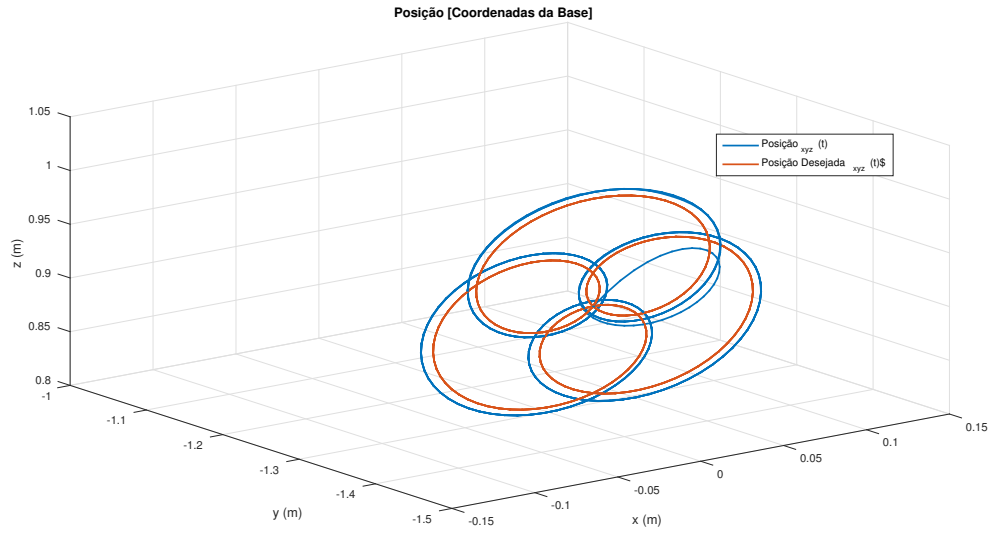


Figura 5.5: Seguimento da Trajetória Desejada

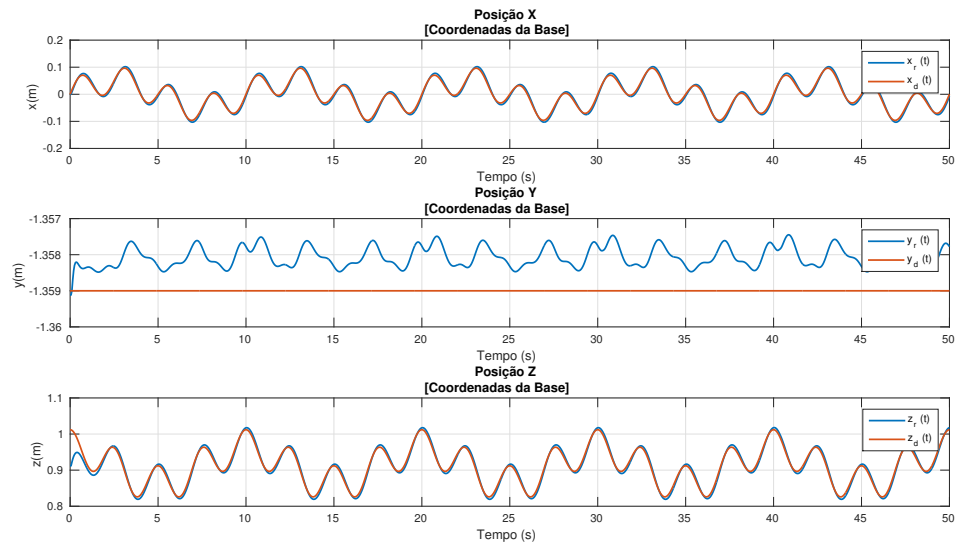


Figura 5.6: Posição do Efetuador

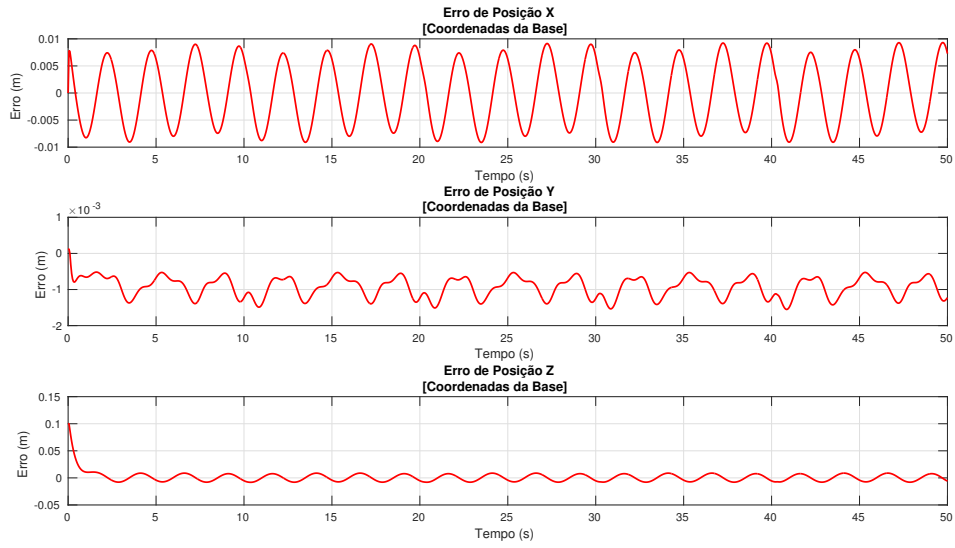


Figura 5.7: Erro de Posição do Efetuador

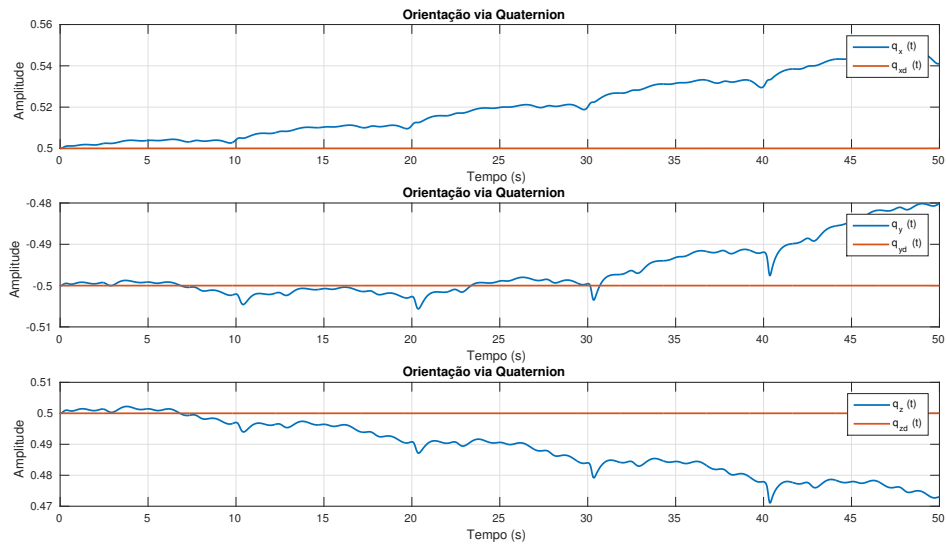


Figura 5.8: Orientação do Efetuador

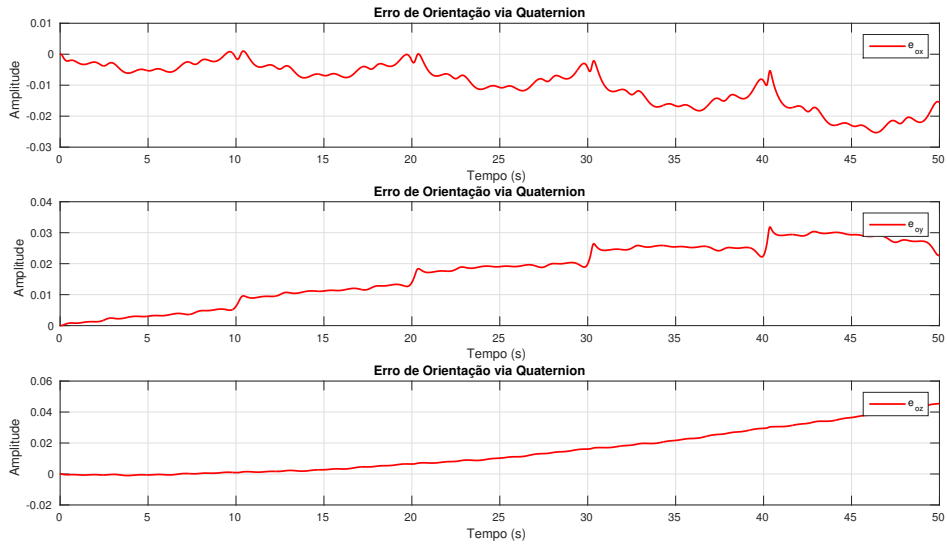


Figura 5.9: Erro de Orientação do Efetuador

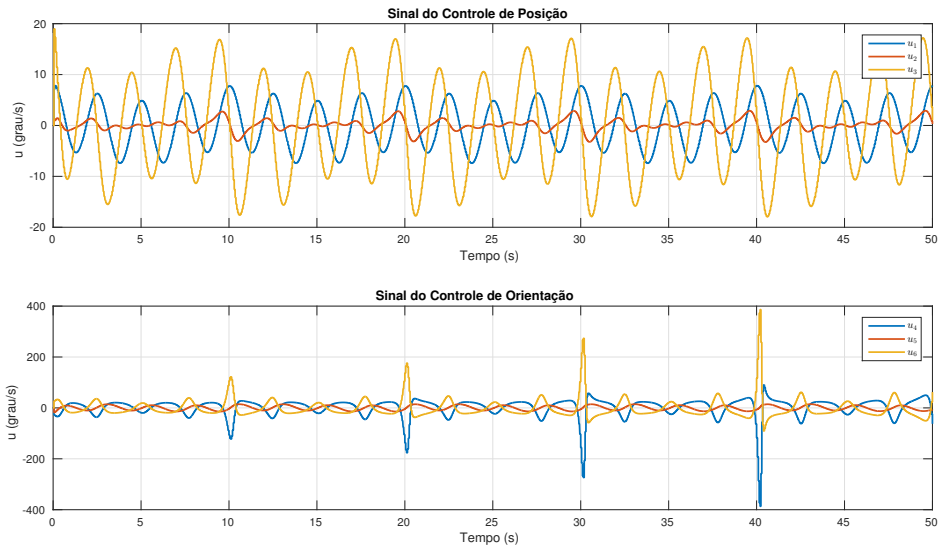


Figura 5.10: Sinais do Controle de Posição e Orientação do Efetuador

## Conclusão

A estratégia de controle de posição e orientação apresentou baixo erro absoluto no seguimento dos sinais de referência. Verifica-se que  $J_\phi$  está próximo de uma singularidade.

### 5.1.3 Controle de Híbrido de Posição, Orientação e Força

O objetivo de controle híbrido de posição, orientação e força consiste fazer com que o efetuador siga uma trajetória desejada, mantendo uma orientação e uma força de contato, com uma superfície conhecida, constantes. É utilizada a lei de controle de posição expressa na equação 2.38, do tipo controle proporcional + feedforward, a lei de controle de orientação da equação 2.46 e a lei de controle de força do tipo proporcional + integral, conforme a equação 3.6, conforme a topologia formalizada na figura 3.2.

A trajetória de referência escolhida é dada pela equação

$$p_d = \begin{bmatrix} A_x(\text{sen}(\omega_n) + \text{sen}(4\omega_n)) \\ -1.3 \\ A_z(\text{sen}(\omega_n + \frac{\pi}{2}) + \text{sen}(4\omega_n + \frac{\pi}{2})) + 0.912 \end{bmatrix}$$

onde  $A_x = A_z = 0,05m$ ,  $\omega_n = \frac{2\pi}{10} \text{ rad/s}$ . O manipulador possui, para as juntas, a configuração inicial dada, em graus, por

$$\theta_0 = \begin{bmatrix} 0^\circ \\ -45^\circ \\ 30^\circ \\ 0^\circ \\ 15^\circ \\ 0^\circ \end{bmatrix}$$

o que lhe confere a posição inicial do efetuador  $p_0 = [0 \quad -1,3591 \quad 0,9117]^T$ .

A orientação desejada é representada pela matriz de orientação  $R_d$ , onde

$$R_d = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz de seleção  $S$  é dada no referencial do efetuador e tem forma

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A referência de força é de  $15N$ , onde, após o instante de tempo igual a  $20s$ , ocorre uma perturbação na força de amplitude de  $20N$  a cada  $10s$ .

Os parâmetros adotados para o controle de posição e orientação podem ser vistos na tabela a seguir:

Variável	Descrição	Valor	Unidade
$k_p$	Ganho proporcional do controle de posição	2	$rad/(m.s)$
$\Delta t$	Taxa de amostragem	0,001	$s$
$k_o$	Ganho proporcional do controle de orientação	0,1	-
$K_m$	Constante de mola	500	$N/m$
$\beta$	Ganho DC do filtro digital	1	-
$\tau$	Constante de tempo do filtro digital	0,2	$s$
$k_f$	Ganho proporcional do controle de força	5	$rad/(N.s)$
$k_{if}$	Ganho integral do controle de força	2	$rad/(N.s^2)$
$c_p$	Constante da superfície de contato	-1,33	$m$

Tabela 5.3: Parâmetros de Simulação do Controle Híbrido de Posição e Orientação e Força

Os resultados da simulação são apresentados nas figuras [5.11](#), [5.12](#), [5.13](#), [5.14](#), [5.15](#), [5.16](#) e [5.17](#).

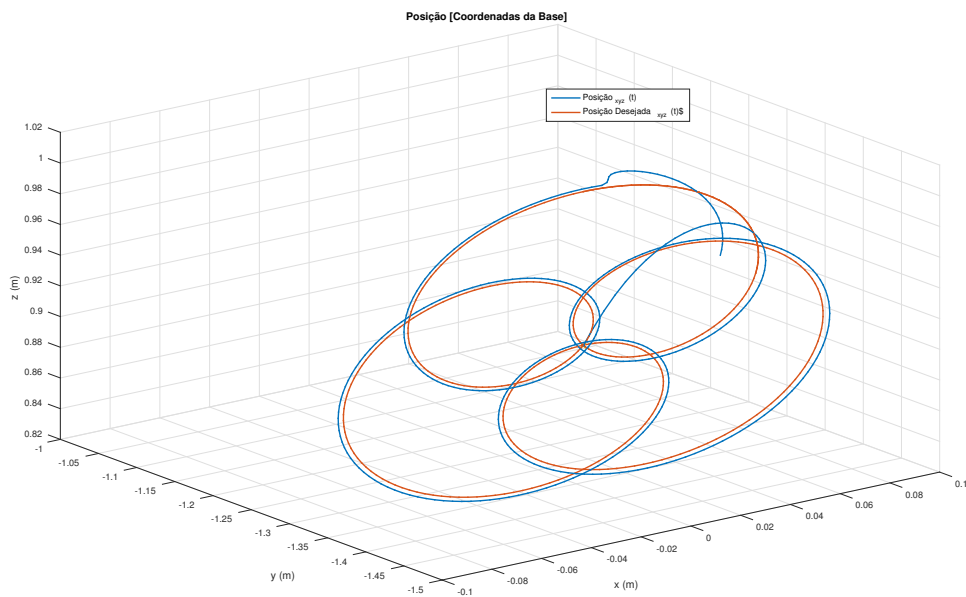


Figura 5.11: Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido

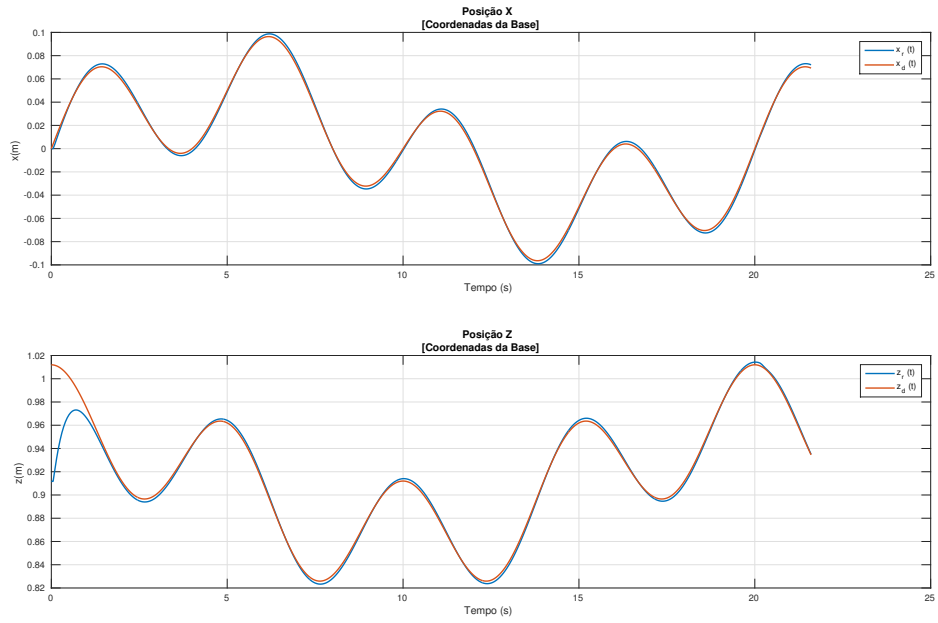


Figura 5.12: Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido

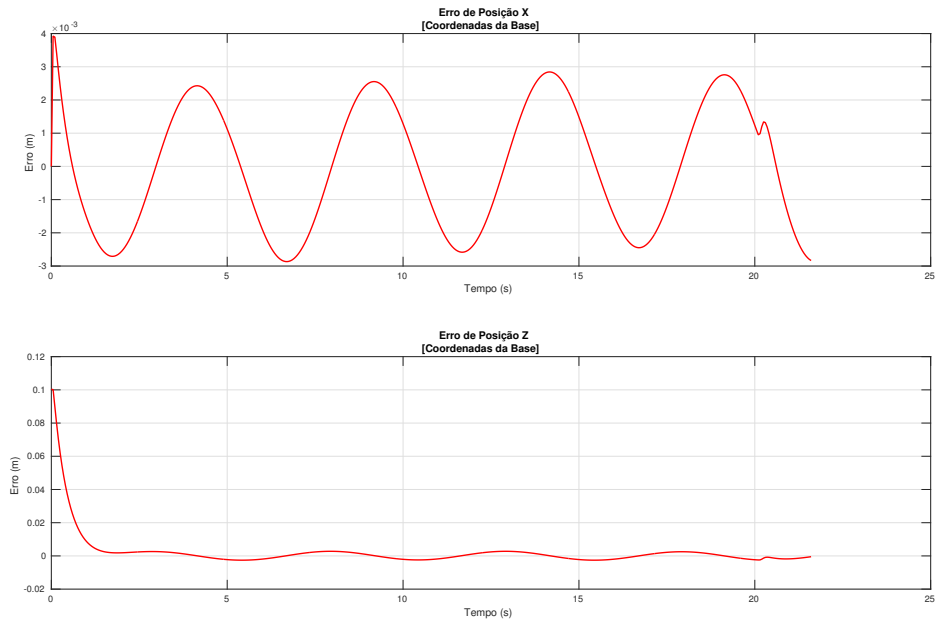


Figura 5.13: Erro de Posição no controle Híbrido

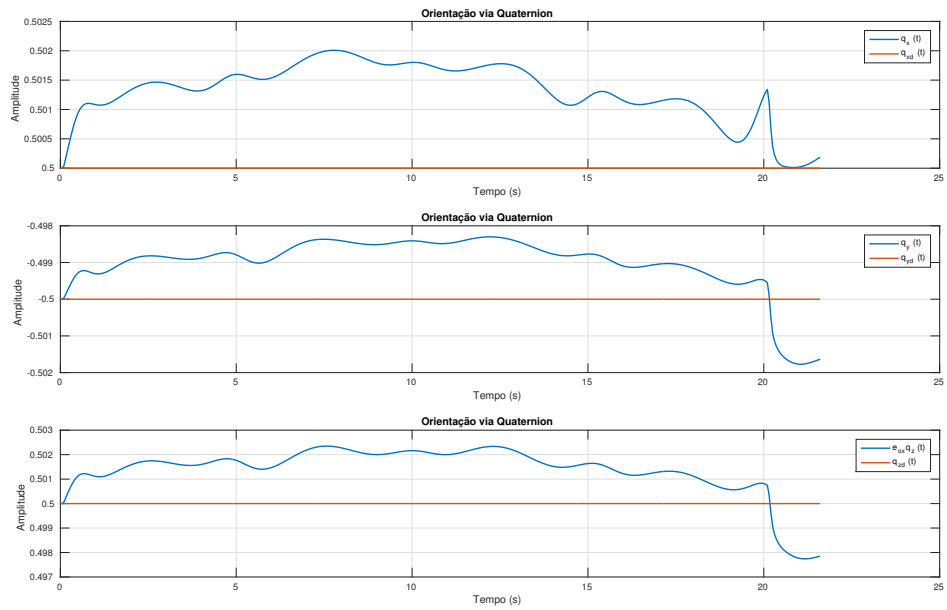


Figura 5.14: Orientação do Efetuador no Controle Híbrido

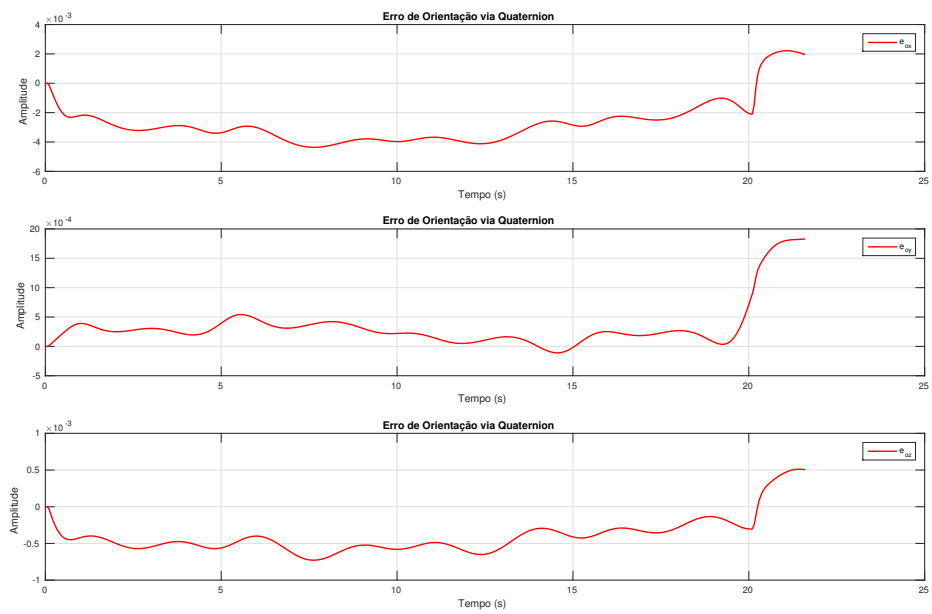


Figura 5.15: Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido

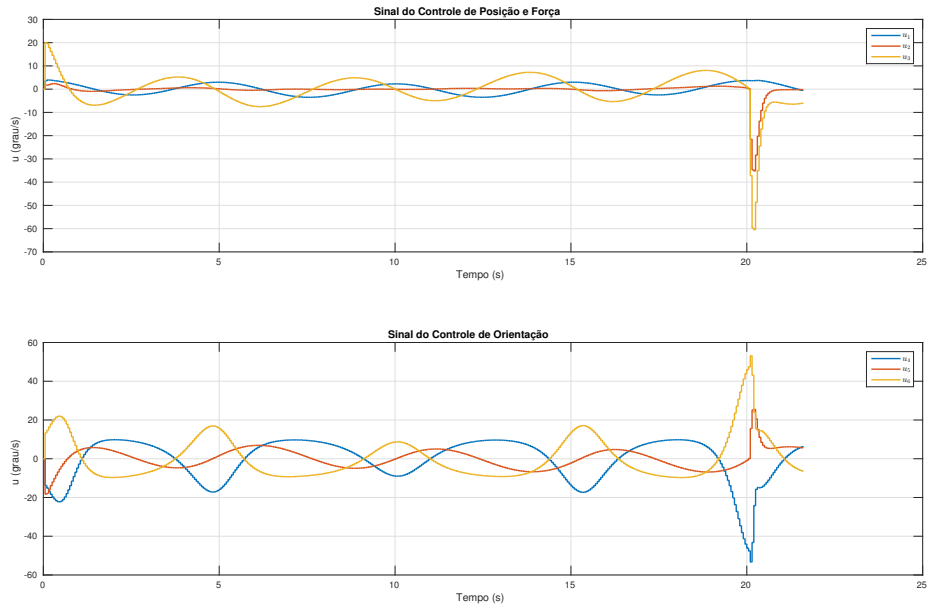


Figura 5.16: Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido

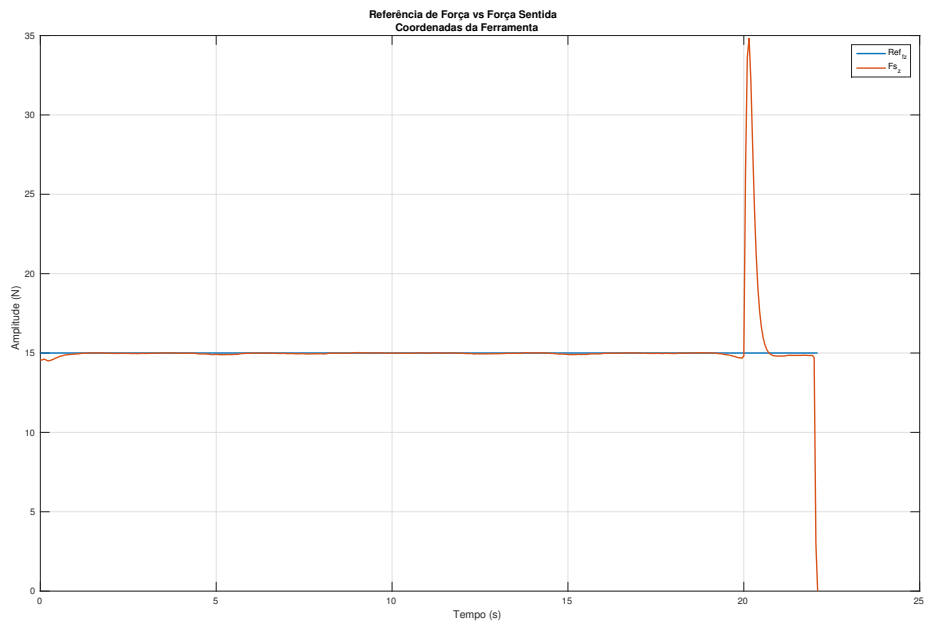


Figura 5.17: Referência de Força vs Força Medida no Efetuador



## Conclusão

Observa-se que, conforme esperado, o controle de força provocou perda de estabilidade do sistema, fazendo com que o manipulador perdesse o contato com a superfície.

### 5.1.4 Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade Clássico

É adicionado à parte de controle de força, o controle por passividade com o observador de passividade clássico e o controlador por passividade projetado no capítulo 4. Os resultados podem ser vistos nas figuras 5.18, 5.19, 5.20, 5.21, 5.22, 5.23, 5.24 e 5.25.

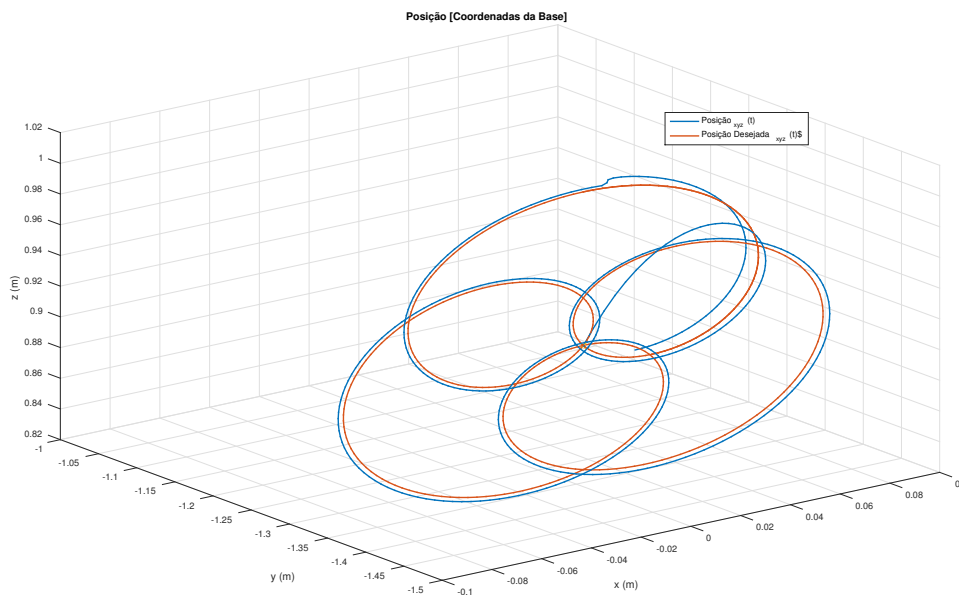


Figura 5.18: Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido

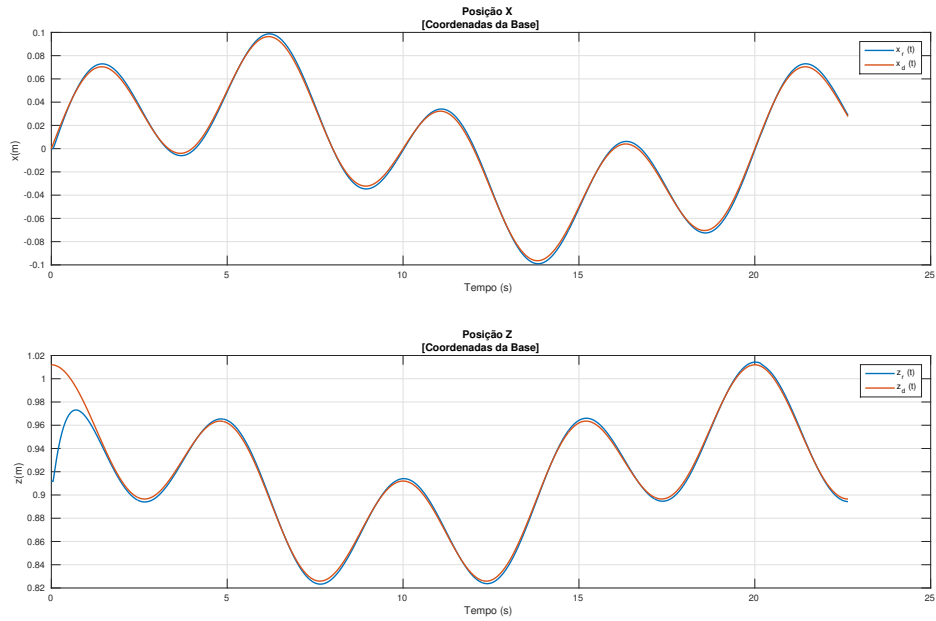


Figura 5.19: Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico

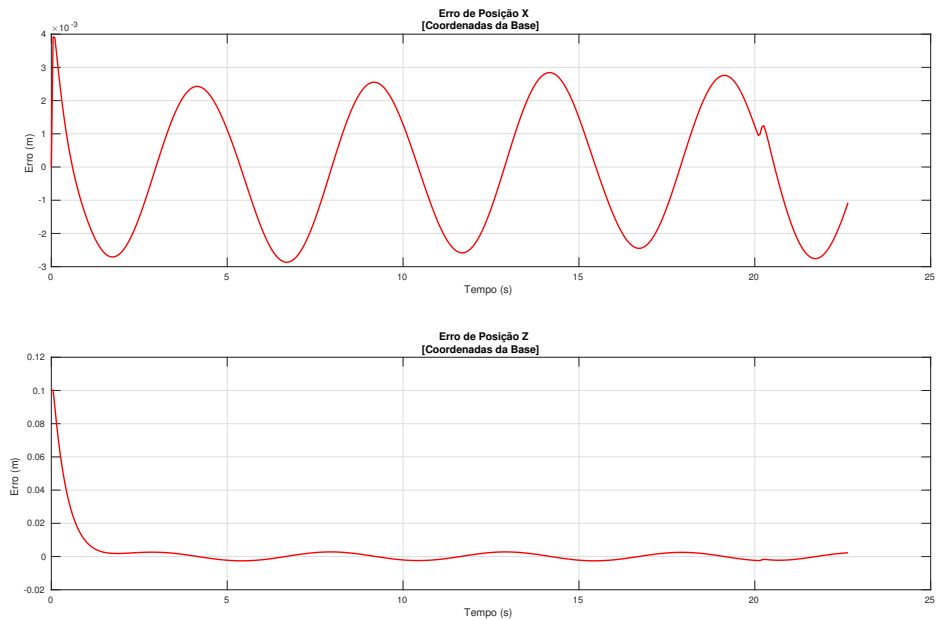


Figura 5.20: Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico

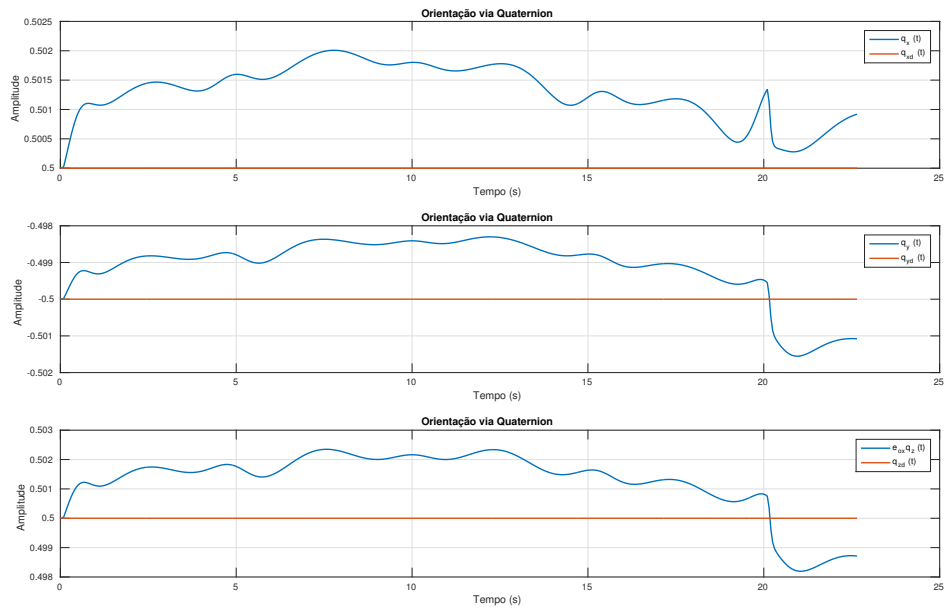


Figura 5.21: Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico

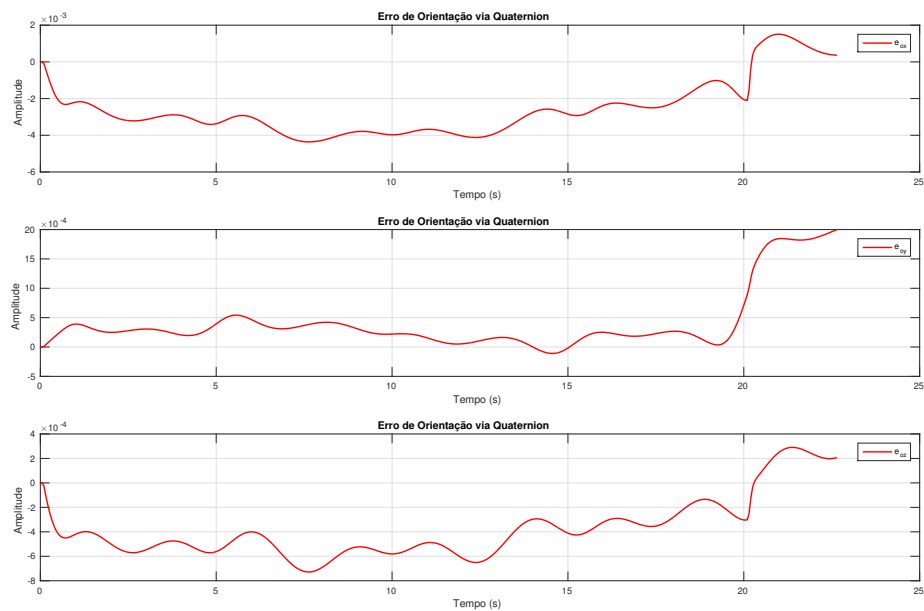


Figura 5.22: Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico

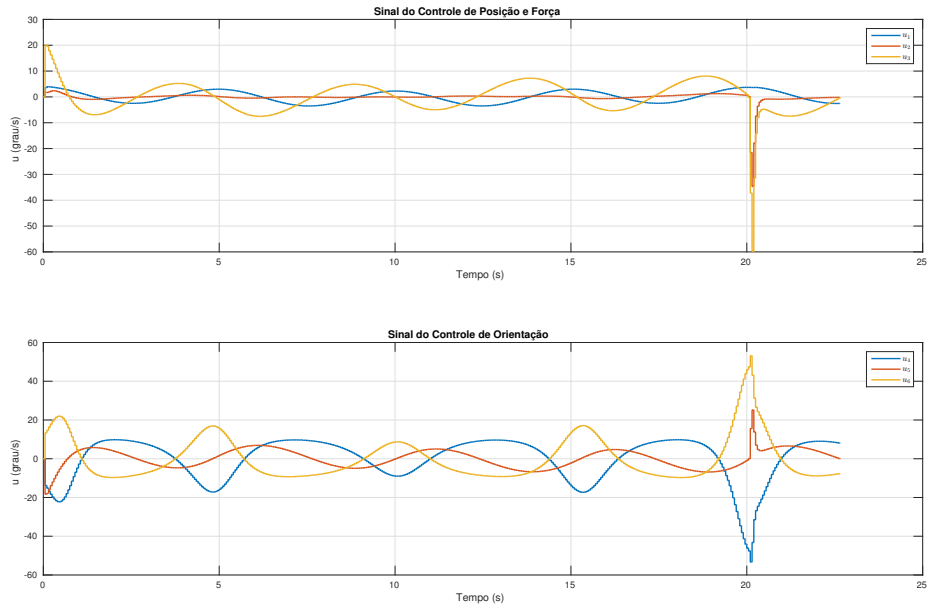


Figura 5.23: Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico

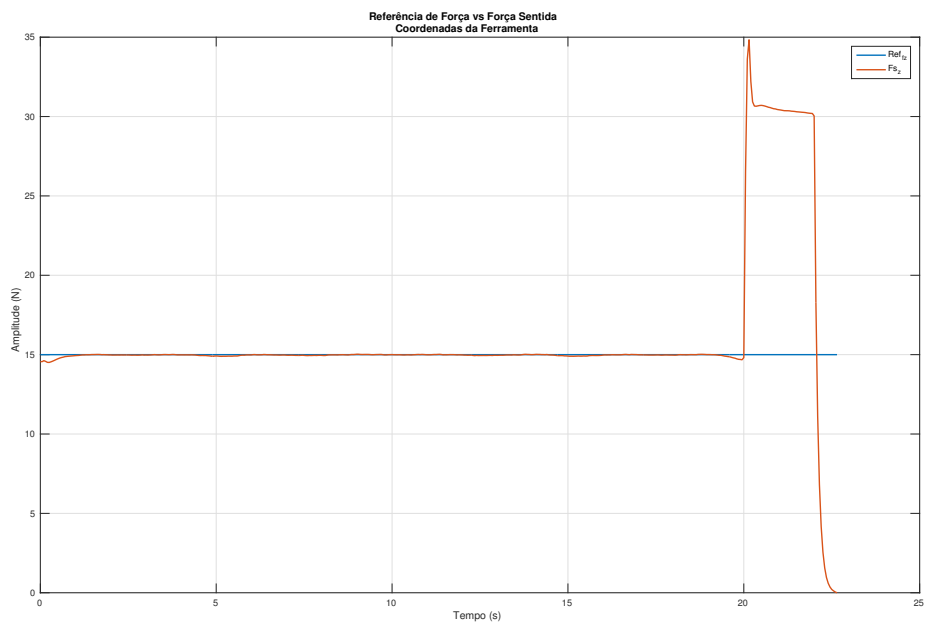


Figura 5.24: Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido com Observador de Passividade Clássico)

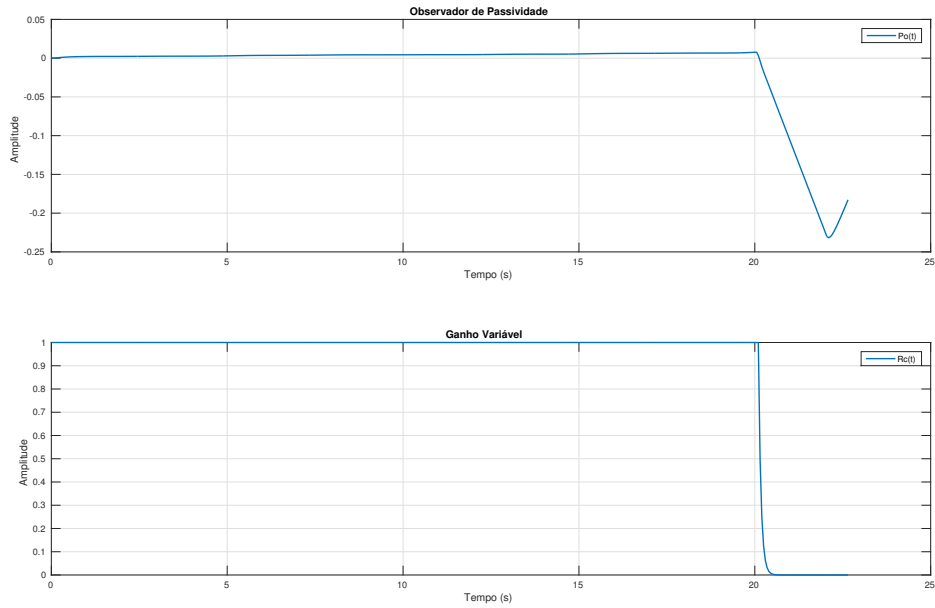


Figura 5.25: Observador de Passividade Clássico e Ganho Variável

## Conclusão

Observa-se que, conforme esperado, a aplicação do observador de passividade clássico, ainda não foi capaz de prover estabilidade ao sistema, com as condições impostas.

### 5.1.5 Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade em Janelas

Substitui-se o observador de passividade clássico pelo observador de passividade por janelas. Os resultados podem ser vistos nas figuras [5.26](#), [5.27](#), [5.28](#), [5.29](#), [5.30](#), [5.31](#), [5.32](#) e [5.33](#) a seguir.

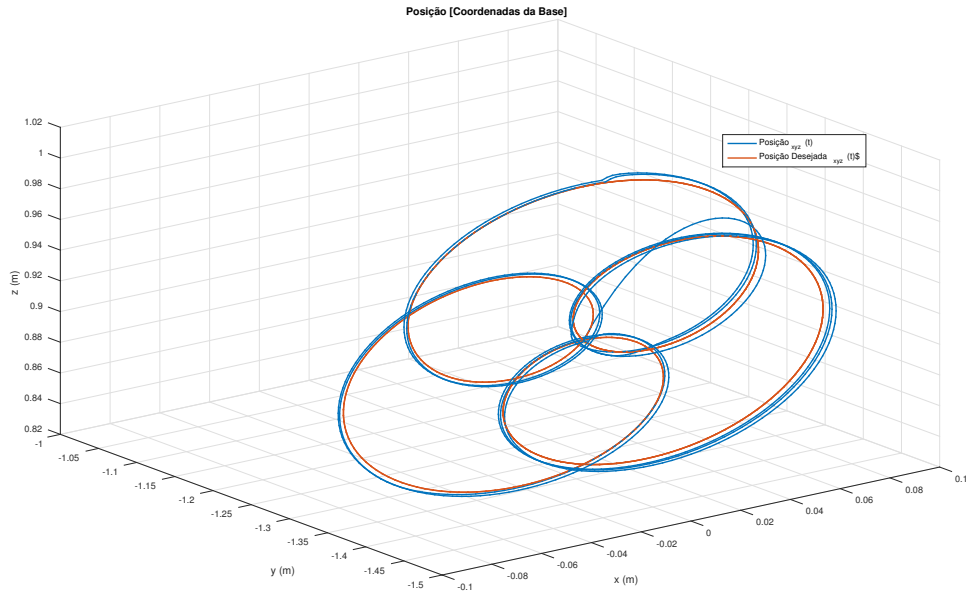


Figura 5.26: Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido

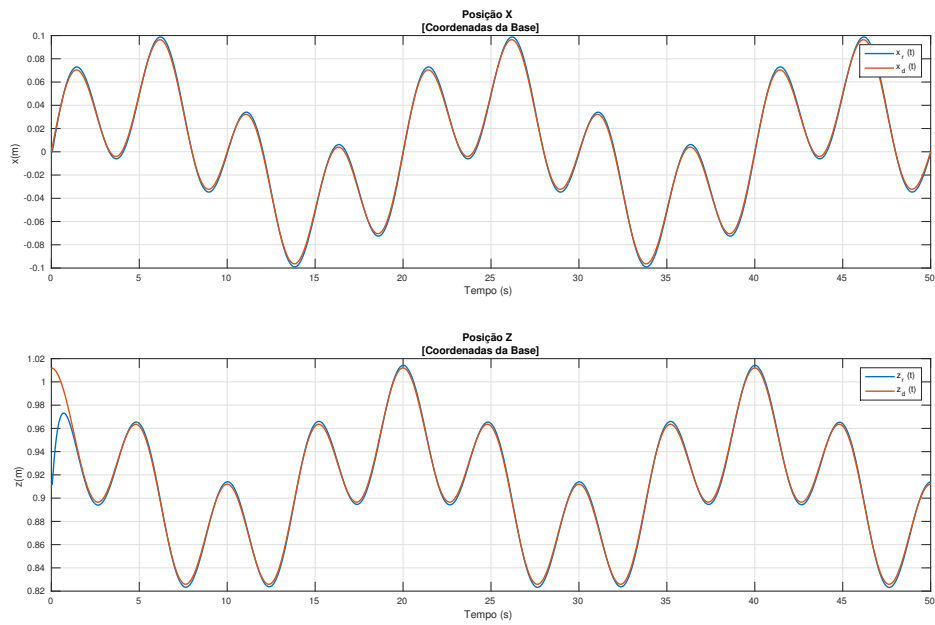


Figura 5.27: Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas

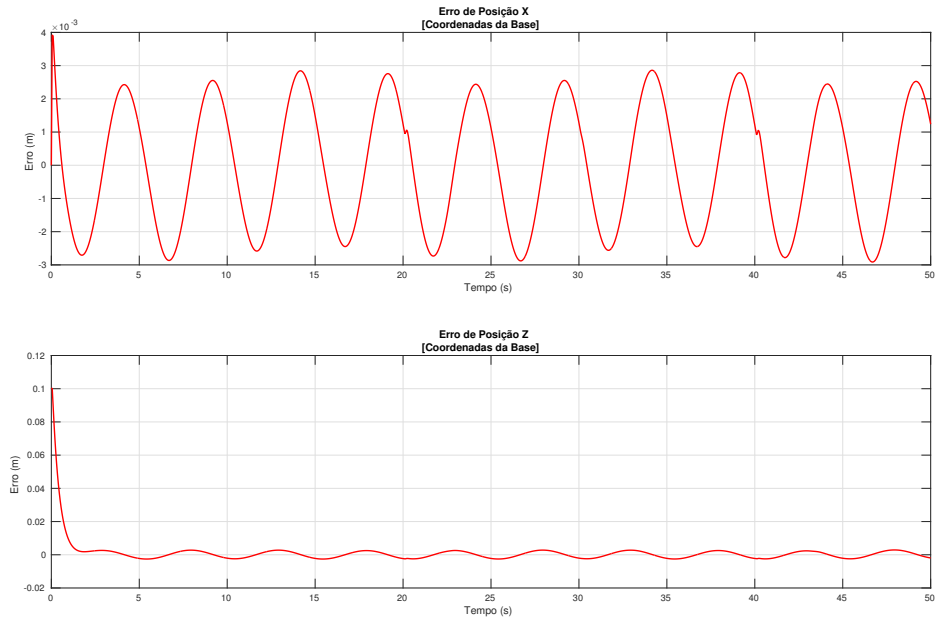


Figura 5.28: Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas

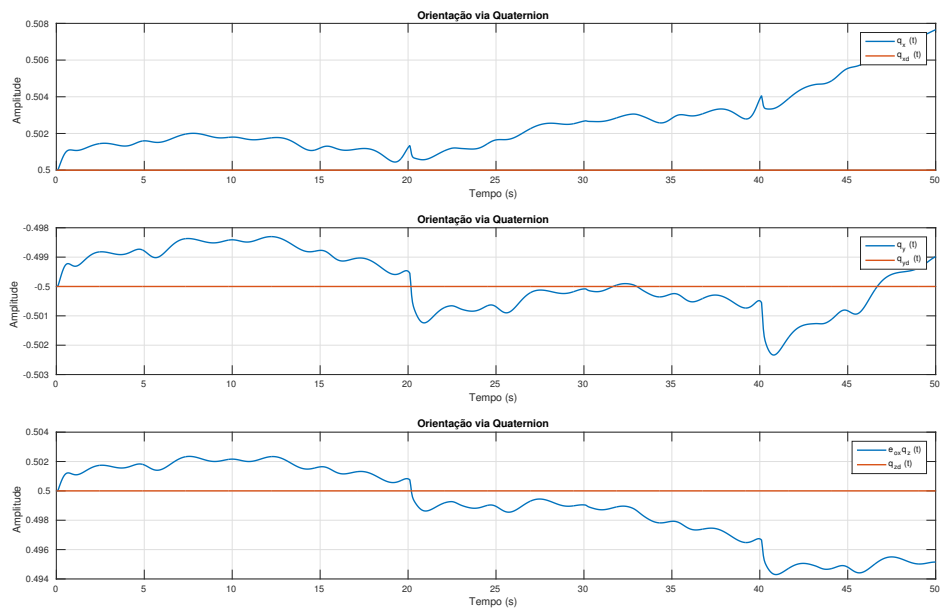


Figura 5.29: Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas

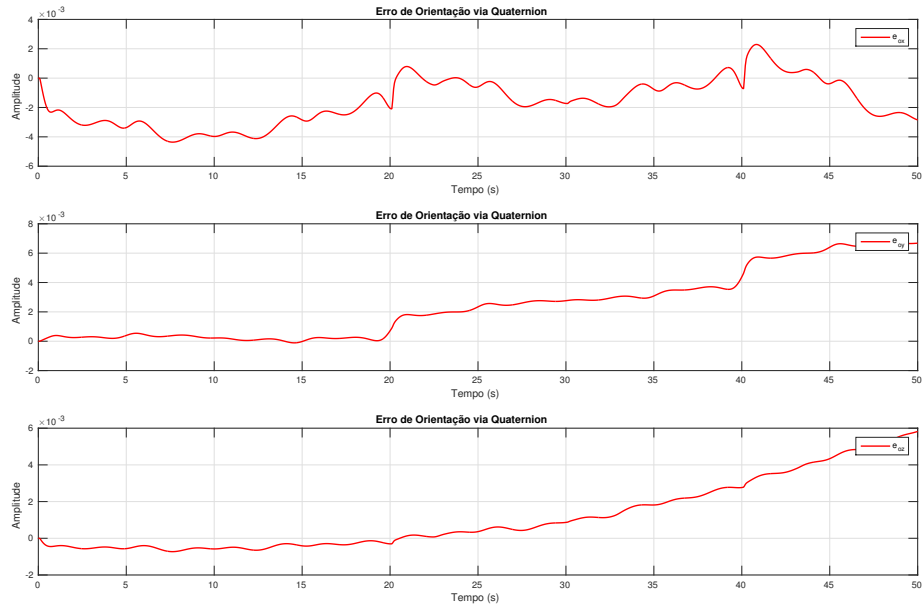


Figura 5.30: Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas

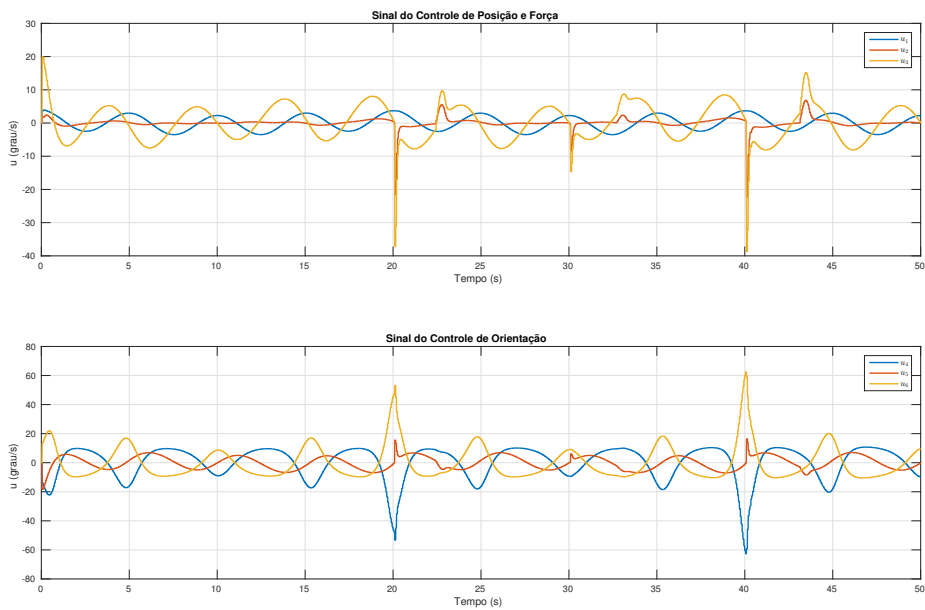


Figura 5.31: Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas



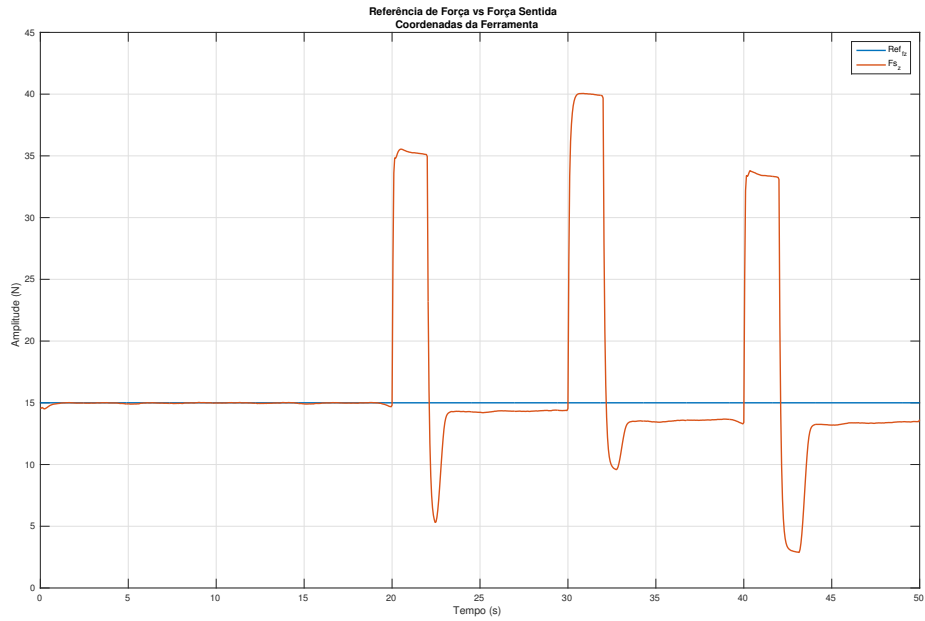


Figura 5.32: Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido com Observador de Passividade por Janelas)

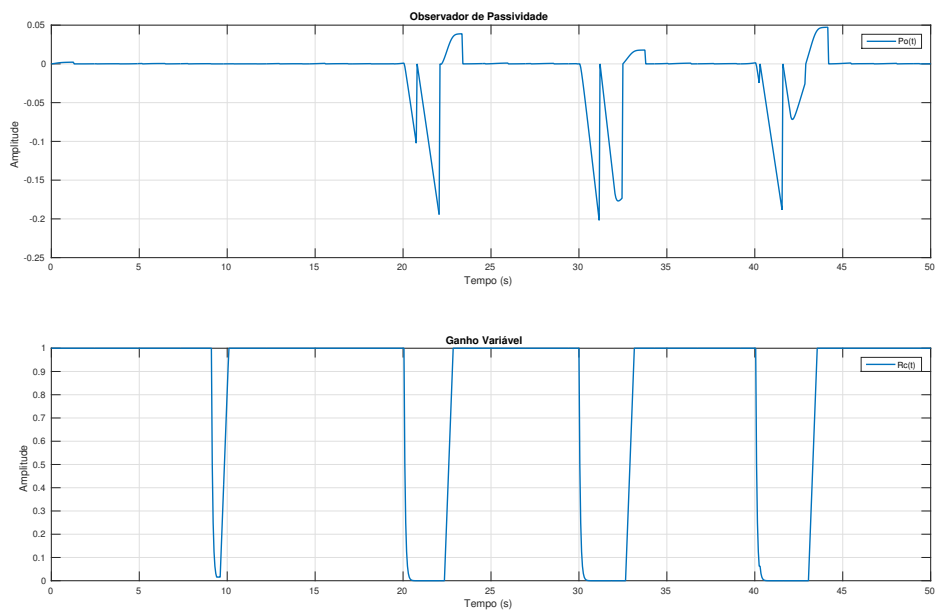


Figura 5.33: Observador de Passividade por Janelas e Ganho Variável

## Conclusão

A utilização do observador de passividade em janelas garantiu que o sistema se mantivesse estável e que o manipulador não perdesse contato com a superfície de contato.

### 5.1.6 Controle Híbrido com Enfoque em Passividade Utilizando o Observador de Passividade Reiniciável

Substitui-se o observador de passividade por janelas pelo observador de passividade reiniciável. Os resultados podem ser vistos nas figuras [5.34](#), [5.35](#), [5.36](#), [5.37](#), [5.38](#), [5.39](#), [5.40](#) e [5.41](#) a seguir.

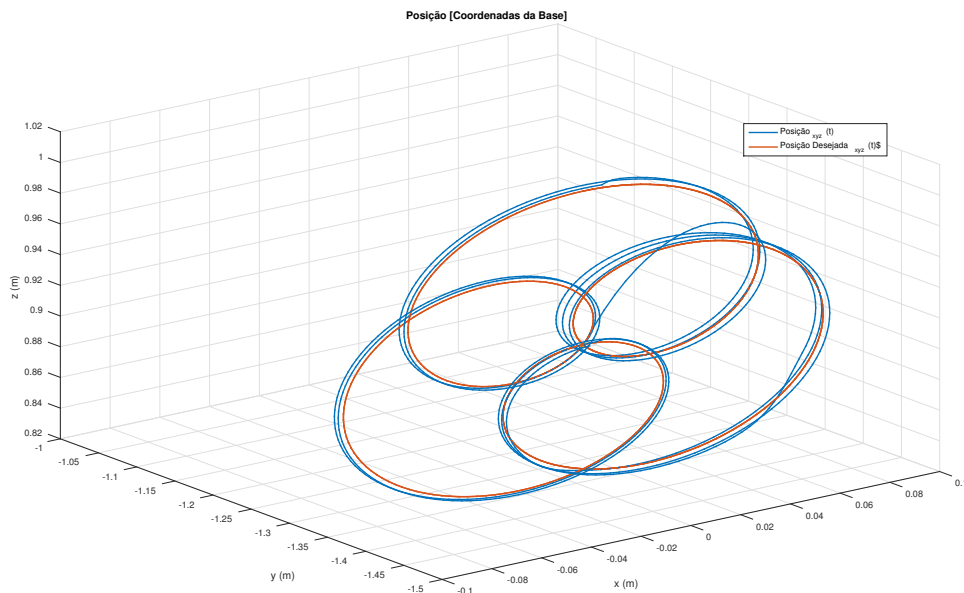


Figura 5.34: Seguimento de Trajetória do Controle Híbrido

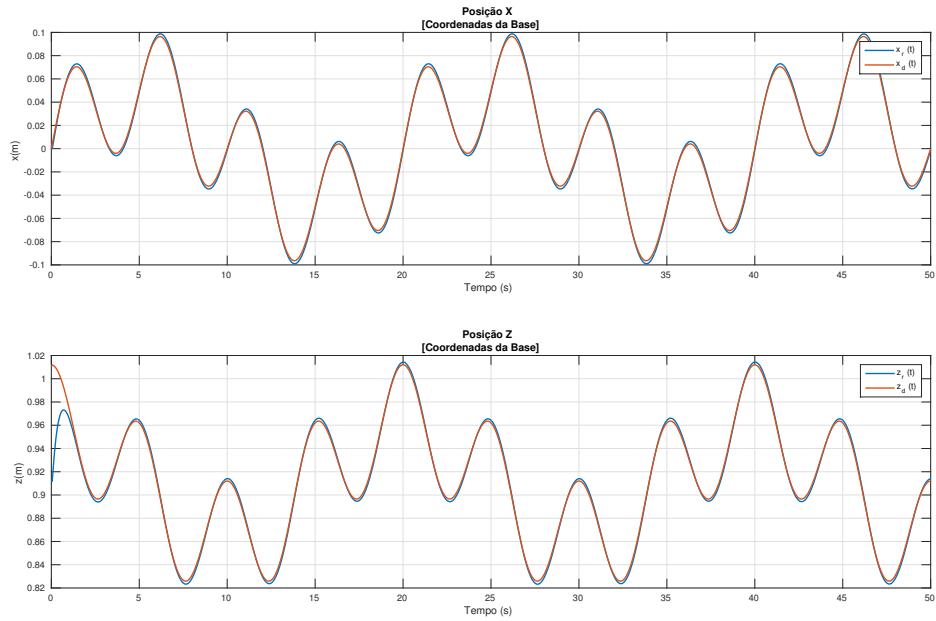


Figura 5.35: Variáveis de Posição do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável

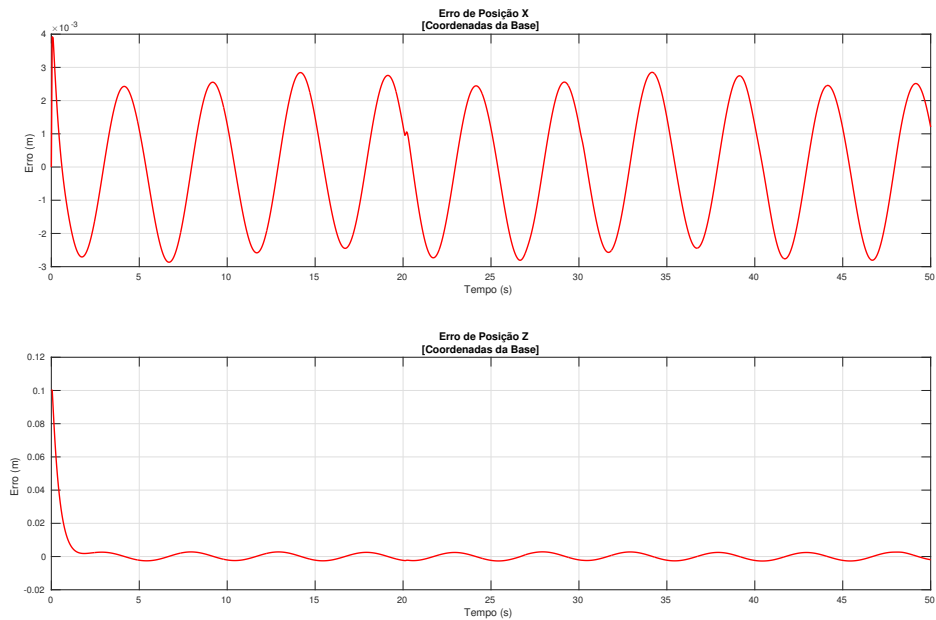


Figura 5.36: Erro de Posição no controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável

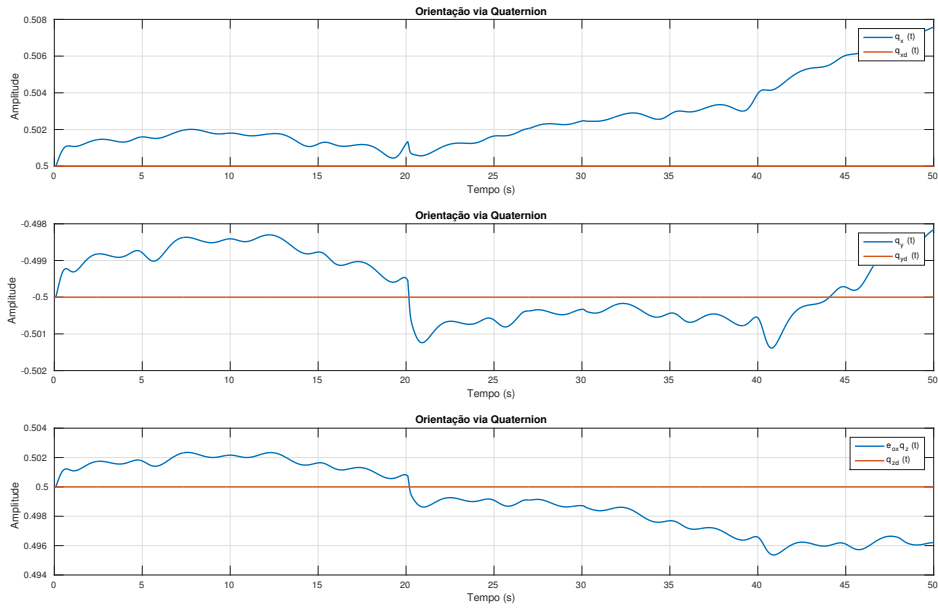


Figura 5.37: Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável

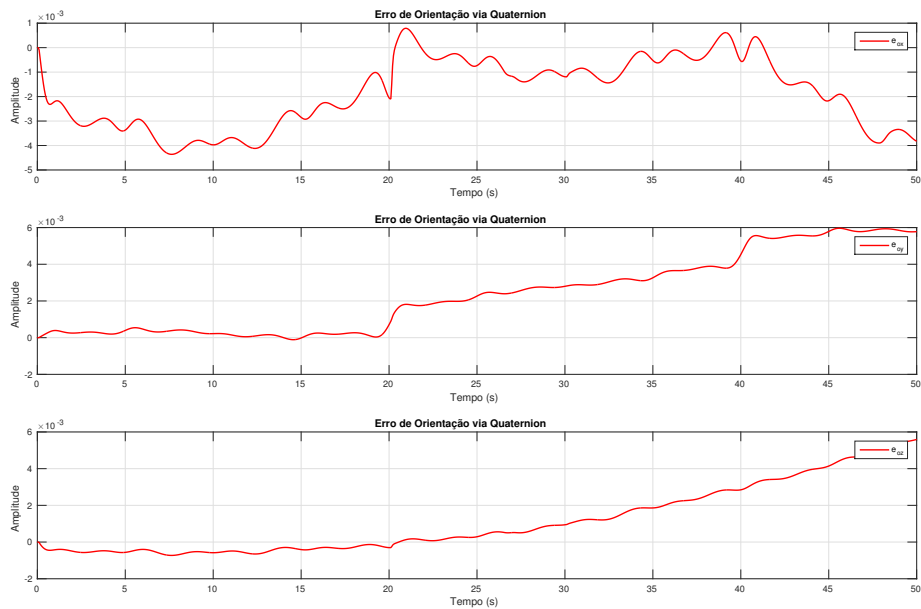


Figura 5.38: Erro de Orientação do Efetuador no Controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável

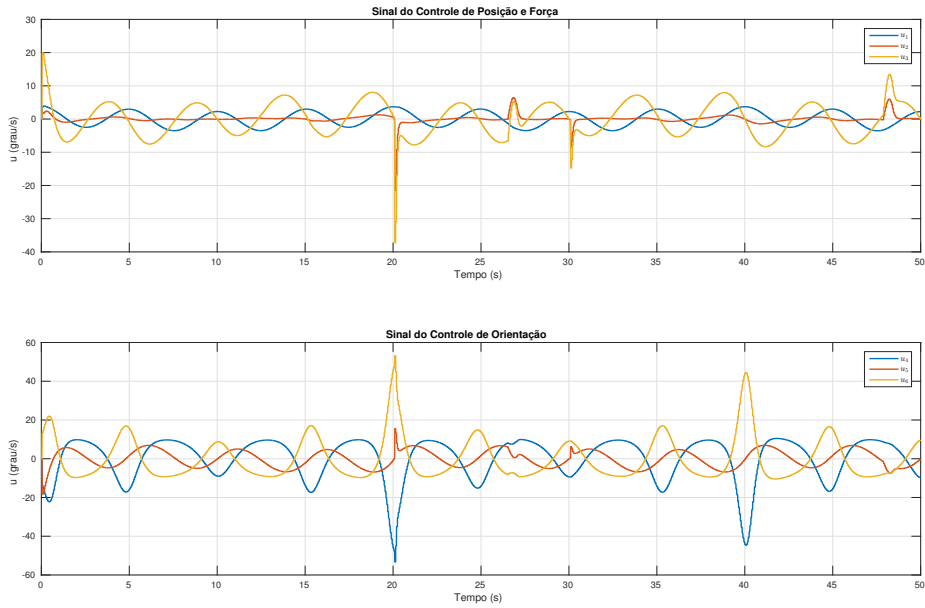


Figura 5.39: Sinais de Controle de Força, Posição e Orientação no Controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável

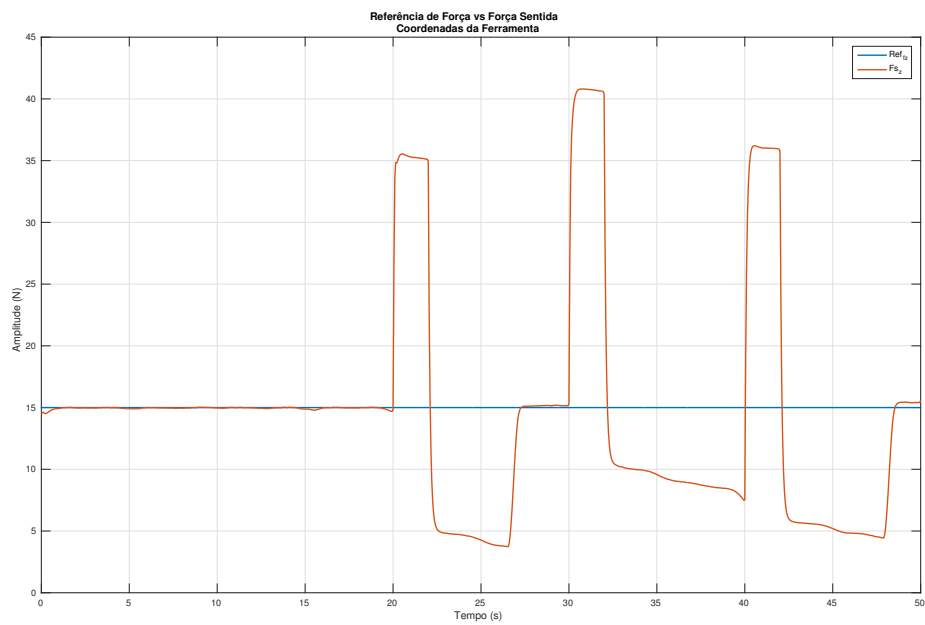


Figura 5.40: Referência de Força vs Força Medida no Efetuador - Controle Híbrido com Observador de Passividade Reiniciável)

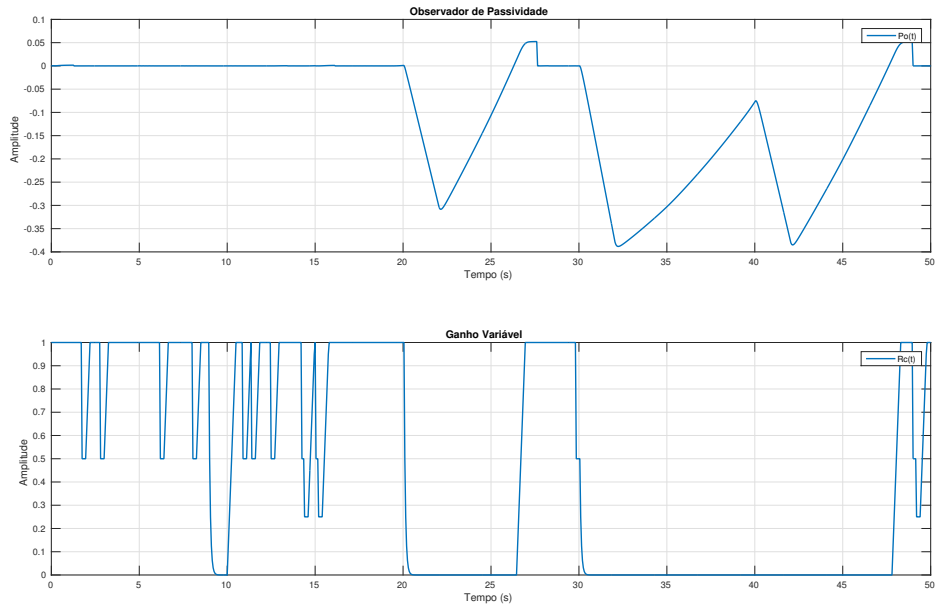


Figura 5.41: Observador de Passividade Reiniciável e Ganho Variável

## Conclusão

A utilização do observador de passividade reiniciável garantiu que o sistema se mantivesse estável e que o manipulador não perdesse contato com a superfície de contato.

# Capítulo 6

## Conclusão e Trabalhos Futuros

### 6.1 Conclusões

- Neste trabalho é proposto um método de controle híbrido de posição, orientação e força, utilizando passividade para regulação de força sobre superfícies conhecidas e garantia de estabilidade quanto à perturbações de força provenientes do ambiente de operação;
- Os controladores de posição e orientação se baseiam na ação proporcional adicionada de um feedforward para seguimento das referências desejadas, enquanto o controlador de força se baseia nas ações proporcional e integral para aumento da robustez do sistema quanto ao atraso de tempo de medição e a regulação com erro zero para referências constantes em regime permanente;
- A passividade contribui para a detecção de perturbações externas, permitindo ação sobre elas;
- Os dois novos controladores de passividade apresentados, demonstraram significativa vantagem frente ao observador clássico, diminuindo problemas de perda de contato do manipulador com a superfície de contato e perda de estabilidade do sistema.

### 6.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Buscando dar continuidade à pesquisa deste trabalho, algumas propostas para desenvolvimento em trabalhos futuros são:

- Implementação das estratégias de controle projetadas no manipulador industrial *Motoman MH12*;

- Projeto e validação de novos controladores de passividade direcionados à novos objetivos de controle;
- Aplicação em controle coordenado de robôs móveis e manipuladores e em controle colaborativo homem-máquina;
- Aplicação de estratégias de servovisão para controle de posição do manipulador robótico e interação com objetos no ambiente.



# Apêndice A

## Geometria Vetorial e Operadores

**Definição A.1.** Um Espaço Vetorial é um conjunto de elementos, denominados vetores, associados a um conjunto de números reais, denominados escalares, fechado sob a adição vetorial e a multiplicação por um escalar, que satisfaz as propriedades de comutatividade, distributividade, associatividade e a existência de um elemento neutro.

**Definição A.2.** Um Espaço Vetorial Normado é um espaço vetorial onde é definido uma norma (magnitude) dos vetores.

**Definição A.3.** Um Espaço Produto Interno é um espaço vetorial normado onde é definido o produto interno.

**Definição A.4.** Um Espaço Euclidiano 3D é um espaço produto interno onde é definido adicionalmente o produto vetorial.

**Definição A.5.** Considera-se os espaços vetoriais  $\mathcal{V}$ ,  $\mathcal{W}$  e os vetores  $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in \mathcal{V}$ . Dada a transformação

$$\bar{L} : \mathcal{V} \mapsto \mathcal{W}$$

satisfazendo o princípio de superposição (homogeneidade e aditividade), ou seja

$$\bar{L}(\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2) = \alpha_1 \bar{L}(\vec{v}_1) + \alpha_2 \bar{L}(\vec{v}_2)$$

com  $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$ .

Então  $\bar{L}(\cdot)$  define uma transformação linear. Logo, para  $\vec{v} \in \mathcal{V}$  e  $\vec{w} \in \mathcal{W}$ , tem-se que

$$\vec{w} = \bar{L}\vec{v}$$

**Definição A.6.** O Operador Adjunto de  $\bar{L}$  é uma generalização da Transposta Conjugada de matrizes. Dado  $\bar{L} : \mathcal{V} \mapsto \mathcal{W}$ . O Operador Adjunto  $\bar{L}^*$  satisfaz a seguinte relação:

$$(\vec{w} \cdot \bar{L}\vec{v})_{\mathcal{W}} = (\bar{L}^*\vec{w} \cdot \vec{v})_{\mathcal{V}} \quad \forall \vec{v} \in \mathcal{V}, \vec{w} \in \mathcal{W}.$$

**Definição A.7.** Dado um operador  $\bar{L} : \mathcal{V} \mapsto \mathcal{W}$ , tal que

$$\vec{w} = \bar{L}\vec{v} \quad \text{com } \vec{v} \in \mathcal{V}, \vec{w} \in \mathcal{W}$$

Considerando que os sistemas de coordenadas  $\bar{E}_1 \in \mathcal{V}$  e  $\bar{E}_2 \in \mathcal{W}$ , de tal forma que

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \bar{E}_1 v_1 \\ \vec{w} &= \bar{E}_2 w_2 \end{aligned}$$

A representação de  $\bar{L}$  nestes sistemas de coordenadas é notada com  $L$  e é dada por

$$w_2 = L v_1 \quad L : \bar{E}_1 \mapsto \bar{E}_2$$

Logo, tem-se as seguintes relações

$$\bar{L} = \bar{E}_2 L \bar{E}_1^* \quad L = \bar{E}_2^* \bar{L} \bar{E}_1$$

## A.1 Matriz de Rotação

A matriz de rotação  $R = [r_1 \ r_2 \ r_3]$  apresenta as seguintes propriedades

1.  $r_i \cdot r_j = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$
2.  $R^T R = R R^T = I_{3 \times 3}$  (Identidade)
3.  $\det(R) = \pm 1$  (Determinante)
4. Se  $\lambda$  for um autovalor de  $R$ , então  $|\lambda| = 1$

O conjunto de todas as matrizes  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$  que satisfazem as quatro propriedades acima citadas, pertence ao *Grupo Especial Ortonormal* de dimensão 3 ( $SO(3)$ ):

$$SO(3) = \{R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : R^T R = I \text{ e } \det(R) = 1\}$$

$SO(3) \subset \mathbb{R}^{3 \times 3}$  é um com respeito à operação de multiplicação de matrizes, ou seja, satisfaz as seguintes propriedades:

1. Fecho: Se  $R_1, R_2 \in SO(3)$ , então  $R_1R_2 \in SO(3)$  desde que

$$R_1R_2(R_1R_2)^T = R_1R_2R_1^TR_2^T = R_1R_1^T = I$$

$$\det(R_1R_2) = \det(R_1)\det(R_2) = +1$$

2. Identidade: A matriz de identidade é o elemento identidade

3. Inversão: Se  $RR^T = R^TR = I$ , então a inversa de  $R \in SO(3)$  é  $R^T \in SO(3)$

4. Associatividade: A associatividade da operação em grupo segue a associatividade da multiplicação de matrizes, ou seja,  $(R_1R_2)R_3 = R_1(R_2R_3)$

Sendo assim, pode-se referir ao grupo  $SO(3)$  como o *Grupo de rotação do  $\mathbb{R}^3$*

## A.2 Representação do Produto Vetorial num Sistema de Coordenadas

Dado o operador  $\mathcal{S}(v) = \vec{v} \times : \underbrace{\mathcal{V}}_{\vec{E}} \mapsto \underbrace{\mathcal{V}}_{\vec{E}}$ , onde  $\vec{v}$  é um vetor fixo. De acordo com a [Definição A.7](#), tem-se que

$$S = \vec{E}^* \vec{v} \times \vec{E} = \vec{E}^* [\vec{v} \times \vec{e}_1 \quad \vec{v} \times \vec{e}_2 \quad \vec{v} \times \vec{e}_3]$$

como  $\vec{v} = v_1\vec{e}_1 + v_2\vec{e}_2 + v_3\vec{e}_3$ , tem-se que:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} = \hat{v} \quad S = -S^T$$

Conclui-se que  $S = \hat{v}$  é uma matriz antissimétrica. Ao operador  $\mathcal{S}(\cdot)$  dá-se o nome de operador antissimétrico.

## A.3 Derivada da Matriz de Rotação

Dados os sistemas de coordenadas  $\vec{E}_1 = [\vec{x}_1 \quad \vec{y}_1 \quad \vec{z}_1]$  e  $\vec{E}_2 = [\vec{x}_2 \quad \vec{y}_2 \quad \vec{z}_2]$ . A derivada de  $\vec{E}_2$  considerando  $\vec{E}_1$  fixo, é dada por

$$\frac{d\vec{E}_2}{dt} = \vec{\omega}_{12} \times \vec{E}_2$$

onde  $\vec{\omega}_{12}$  é a velocidade angular do sistema de coordenadas  $\vec{E}_2$  com respeito à  $\vec{E}_1$ . Considerando a matriz de rotação  $R_{12} = \vec{E}_1^* \vec{E}_2$ . Derivando com respeito ao tempo, tem-se

$$\frac{dR_{12}}{dt} = \underbrace{\frac{d\bar{E}_1^*}{dt}}_0 \bar{E}_2 + \bar{E}_1^* \frac{d\bar{E}_2}{dt} = \bar{E}_1^* (\vec{\omega}_{12} \times \bar{E}_2) = \underbrace{\bar{E}_1^* \vec{\omega}_{12}}_{(\vec{\omega}_{12})_1} \times \bar{E}_1^* \bar{E}_2$$

Portanto

$$\dot{R}_{12} = (\vec{\omega}_{12})_1 \times R = (\hat{\omega}_{12})_1 R$$

# Apêndice B

## Representações de Orientação

### B.1 Teoremas de Euler

Teoremas extraídos de [8].

**Teorema B.1.** *O movimento de corpo rígido ao redor de um ponto  $\mathcal{O}$  deixa fixo um conjunto de pontos pertencentes à linha  $\mathcal{L}$  que passa por  $\mathcal{O}$  e é paralela ao autovetor  $\vec{v}$  de  $R$  associado ao autovalor  $+1$*

**Teorema B.2.** *Qualquer orientação  $R \in SO(3)$  é equivalente a uma rotação ao redor de um eixo fixo  $h \in \mathbb{R}^3$  por um ângulo  $\theta \in [0, 2\pi)$ .*

### B.2 Coordenadas Exponenciais

Considera-se que  $R$  pode ser descrita por:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Tem-se também que  $R = e^{\hat{h}\theta} = I + \text{sen}(\theta)\hat{h} + (1 - \text{cos}(\theta))\hat{h}^2$ , logo

$$e^{\hat{h}\theta} = \begin{bmatrix} h_1^2 v\theta + c\theta & h_1 h_2 v\theta - h_3 s\theta & h_1 h_3 v\theta + h_2 s\theta \\ h_1 h_2 v\theta + h_3 s\theta & h_2^2 v\theta + c\theta & h_2 h_3 v\theta - h_1 s\theta \\ h_1 h_3 v\theta - h_2 s\theta & h_2 h_3 v\theta + h_1 c\theta & h_3^2 v\theta + c\theta \end{bmatrix}$$

onde  $v\theta = 1 - \text{cos}(\theta)$ ,  $s\theta = \text{sen}(\theta)$ ,  $c\theta = \text{cos}(\theta)$  e  $h = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T$ . Comparando o traço de  $R$  com o traço de  $e^{\hat{h}\theta}$ , tem-se:

$$\text{tr}(R) = r_{11} + r_{22} + r_{33} \quad \text{tr}(e^{\hat{h}\theta}) = 1 + 2\text{cos}(\theta)$$

Como os traços devem ser iguais

$$\theta = \arccos \left[ \frac{\text{tr}(R) - 1}{2} \right]$$

Considerando os termos fora da diagonal

$$r_{32} + r_{23} = 2h_1 \text{sen}(\theta)$$

$$r_{13} + r_{31} = 2h_2 \text{sen}(\theta)$$

$$r_{21} + r_{12} = 2h_3 \text{sen}(\theta)$$

Para  $\theta \neq 0$  tem-se que

$$\hat{h} = \frac{1}{2\text{sen}(\theta)}(R - R^T)$$

Se  $R \neq I$  existem dois  $h$  diferentes e  $\theta \in [0, 2\pi)$  tal que  $R = e^{\hat{h}\theta}$ , tornando impossível a representação de  $R$  de forma unívoca.

# Apêndice C

## Lemas e Demonstrações

*Demonstração.* Toma-se  $V$  como uma função candidata de Lyapunov para  $\dot{x} = f(x, 0)$ . Então  $\dot{V} \leq 0$ .

Para demonstrar estabilidade assintótica da origem de  $\dot{x} = f(x, 0)$ , é necessário demonstrar que  $\dot{V}$  é negativa definida ou aplicar o princípio da invariância. Considerando o caso onde  $\dot{V} = 0$  quando  $y = 0$ , é requerido adicionalmente a propriedade de que

$$y(t) \equiv 0 \Rightarrow x(t) \equiv 0 \quad (\text{C.1})$$

para todas as soluções de  $\dot{x} = f(x, u)$ ,  $y = h(x, u)$ , quando  $u = 0$ . Equivalentemente, nenhuma solução de  $\dot{x} = f(x, 0)$  pode estar identicamente em  $S = \{x \in \mathbb{R}^n | h(x, 0) = 0\}$ , exceto a solução trivial  $x(t) \equiv 0$ . A propriedade C.1 pode ser interpretada com uma condição de observabilidade, uma vez que para um sistema linear

$$\dot{x} = Ax, \quad y = Cx$$

a observabilidade é equivalente a

$$y(t) = Ce^{At}x(0) \equiv 0 \iff x(0) = 0 \iff x(t) = 0$$

□

*Demonstração.* Supõe-se o sistema estritamente passivo com  $V(x)$  sendo sua função de armazenamento. Então, com  $u = 0$ ,  $\dot{V}$  satisfaz a inequação  $\dot{V} \leq -\psi(x)$ , onde  $\psi(x)$  é positiva definida. Pode-se utilizar essa inequação para demonstrar que  $V(x)$  é positiva definida. Particularmente, para qualquer  $x \in \mathbb{R}^n$ , a equação  $\dot{x} = f(x, 0)$  tem a solução  $\phi(t, x)$ , começando por  $x$  em  $t = 0$  e definida em algum intervalo  $[0, \delta]$ . Integrando a inequação  $\dot{V} \leq -\psi(x)$ , tem-se

$$V(\phi(\tau, x)) - V(x) \leq - \int_0^\tau \psi(\phi(t, x)) dt, \quad \forall \tau \in [0, \delta]$$

Utilizando  $V(\phi(\tau, x)) \geq 0$ , obtém-se

$$V(x) \geq \int_0^\tau \psi(\phi(t, x)) dt$$

Supõe-se que existe  $\bar{x} \neq 0$ , tal que  $V(\bar{x}) = 0$ , o que implica que

$$\int_0^\tau \psi(\phi(t, \bar{x})) dt = 0, \forall \tau \in [0, \delta] \Rightarrow \psi(\phi(t, \bar{x})) \equiv 0 \Rightarrow \phi(t, \bar{x}) \equiv 0 \Rightarrow \bar{x} = 0$$

o que contradiz a proposição de  $\bar{x} \neq 0$ . Logo,  $V(x) > 0 \forall x \neq 0$ . Isto qualifica  $V(x)$  como uma função candidata a Lyapunov e como  $\dot{V} \leq -\psi(x)$ , conclui-se que a origem é assintoticamente estável.

Supõe-se agora que o sistema é de saída estritamente passiva e  $V(x)$  é sua função de armazenamento. Então com  $u = 0$ ,  $\dot{V}$  satisfaz a inequação  $\dot{v} \leq -y^T \rho(y)$ , onde  $y^T \rho(y) > 0 \forall y \neq 0$ . Repetindo o argumento anterior, utiliza-se a inequação para demonstrar que  $V(x)$  é positiva definida. Em particular, para qualquer  $x \in \mathbb{R}^n$  tem-se

$$V(x) \geq \int_0^\tau h^T(\phi(t, x), 0) \rho(h(\phi(t, x), 0)) dt$$

Supõe-se que existe um  $\bar{x} = 0$  tal que  $V(\bar{x}) = 0$ , o que implica em

$$\int_0^\tau h^T(\phi(t, \bar{x}), 0) \rho(h(\phi(t, \bar{x}), 0)) dt = 0, \forall \tau \in [0, \delta] \Rightarrow h(\phi(t, \bar{x}), 0) \equiv 0$$

o que, devido ao sistema ser observável em estado zero, implica em

$$\phi(t, \bar{x}) \equiv 0 \Rightarrow \bar{x} = 0$$

Consequentemente,  $V(x) > 0 \forall x \neq 0$ . Isso qualifica  $V(x)$  como uma função candidata a Lyapunov e como  $\dot{V} \leq -y^T \rho(y)$ , conclui-se pelo princípio da invariância que a origem é assintoticamente estável.

□



# Referências Bibliográficas

- Balachandran, R., Jorda, M., Artigas, J., Ryu, J.-H. e Khatib, O.: *Passivity-based Stability in Explicit Force Control of Robots*. IEEE Journal on Robotics and Automation, 3(1):43–53, fevereiro de 1987, ISSN 0882-4967.
- Corke, P. I.: *A robotic toolbox for matlab*. IEEE Robotics Automation Magazine, 3(1):24–32, Mar 1996, ISSN 1070-9932.
- Corke, P. I.: *A Simple and Systematic Approach to Assigning Denavit-Hartenberg Parameters*. IEEE Transactions on Robotics, 23(3):590–594, junho de 2007, ISSN 1552-3098.
- Craig, J. J. e Raibert, M. H.: *A systematic method of hybrid position/force control of a manipulator*. Em *Computer Software and Applications Conference, 1979. Proceedings. COMPSAC 79. The IEEE Computer Society's Third International*, páginas 446–451, 1979.
- Drof, R.C. e Bishop, R.H.: *Modern Control Systems*. Pearson, 13<sup>a</sup> edição, 2017, ISBN 9780134408262.
- Eppinger, S. D. e Seering, W. P.: *Three Dynamic Problems in Robot Force Control*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 8(6):751–758, dezembro de 1992, ISSN 1042-296.
- Eppinger, S. e Seering, W.: *Understanding bandwidth limitations in robot force control*. Em *Proceedings. 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 4, páginas 904–909, março de 1987.
- Euler, L.: *Formulae generales pro translatione quacunque corporum rigidorum*. Novi Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, 20:189-207, 1776.
- Fitzgerald, C.: *Developing Baxter*. Em *2013 IEEE Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA)*, páginas 1–6, abril de 2013.
- Freedman, R.A. e Young, H. D.: *Física 1 - Mecânica*. Pearson, 12<sup>a</sup> edição, 2003, ISBN 9788588639300.

- Hamilton, W. R.: *On quaternions; or on a new system of imaginaries in algebra*. The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 25:10–13, 1844.
- Hannaford, B. e Ryu, J.-H.: *Time-domain passivity control of haptic interfaces*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 18(1):1–10, fevereiro de 2002, ISSN 1042-296X.
- Jorda, M., Balachandran, R., Ryu, J. H. e Khatib, O.: *New Passivity Observers for improved Robot Force Control*. Em *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, páginas 2177–2184, setembro de 2017.
- Khalil, H. K.: *Nonlinear Systems*. Pearson, 3<sup>a</sup> edição, 2002, ISBN 78-0130673893.
- Khatib, O.: *A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation*. IEEE Journal on Robotics and Automation, 3(1):43–53, fevereiro de 1987, ISSN 0882-4967.
- Khatib, O., Yeh, X., Brantner, G., Soe, B., Kim, B., Ganguly, S., Stuart, H., Wang, S., Cutkosky, M., Edsinger, A., Mullins, P., Barham, M., Voolstra, C. R., Salama, K. N., L'Hour, M. e Creuze, V.: *Ocean One: A Robotic Avatar for Oceanic Discovery*, IEEE Robotics & Automation Magazine, 23(4):20–29, dezembro de 2016, ISSN 1070-9932.
- Lee, J.-Y. e Payandeh, S.: *Haptic Teleoperation Systems: Signal Processing Perspective*. Springer International Publishing, 1<sup>a</sup> edição, 2015, ISBN 978-3-319-19557-5.
- Lee, D. e Spong, M. W.: *Passive Bilateral Control of Teleoperators With Constant Time Delay*. IEEE Transactions on Robotics, 22(2):269–281, abril de 2006, ISSN 1552-3098.
- Leite, A. C.: *Controle Híbrido de Força e Visão de um Manipulador Robótico Sobre Superfícies Desconhecidas*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, abril de 2015.
- Li, H., Tadano e K., Kawashima, K.: *On extending model based passivity controller to multiple degree-of-freedom teleoperation systems*. Em *2014 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO 2014)*, páginas 1834–1838, dezembro de 2014.

- Lizarralde, F. e Wen, J. T.: *Attitude control without angular velocity measurement: a passivity approach*. IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3):468–472, março de 1996, ISSN 0018-9286.
- Mason, M.: *Compliance and Force Control for Computer Controlled Manipulators*. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 11(6):418–432, junho de 1981, ISSN 0018-9472.
- Murray, R. M., Li, Z. e Computer Software and Applications Conference, 1979. Proceedings. COMPSAC 79. The IEEE Computer Society’s Third International. Sastry, S. S.: *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1<sup>a</sup> edição, 1994, ISBN 9780849379819.
- Oppenheim, A. V. e Schafer, R. W.: *Processamento em tempo discreto de sinais*. Pearson, 3<sup>a</sup> edição, 2012, ISBN 9788581431024.
- Rodrigues, O. (1840), *Des lois géométriques qui régissent les déplacements d’un système solide dans l’espace, et de la variation des coordonnées provenant de ses déplacements considérés indépendamment des causes qui peuvent les produire*. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, páginas 380–440, 1840.
- Ryu, J.-H., Kwon, D. -S. e Hannaford, B.: *Stable teleoperation with time domain passivity control*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 20(2):365–373, abril de 2004, ISSN 1042-296X.
- van de Schaft, A. J.: *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control*. Springer International Publishing, 3<sup>a</sup> edição, 2017, ISBN 978-3-319-49992-5.
- Siciliano, B. e Villani, L.: *Robot Force Control*. 540. Springer US, 1<sup>a</sup> edição, 1999, ISBN 978-1-4615-4431-9.
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L. e Oriolo, G.: *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer-Verlag London, 1<sup>a</sup> edição, 2009, ISBN 978-1-84628-642-1.
- Silva, L. (2017), *Controle de um Manipulador Robótico Leve de 4-DoF com Software Baseado em ROS e QT*. Tese de Bacharelado, Universidade Federal do Rio de Janeiro - Escola Politécnica, fevereiro de 2017.
- Xaud, M.: *Modeling, control and electromechanical design of a modular lightweight manipulator for interaction and inspection tasks*. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, abril de 2016.

- Whitney, D.: *Historical perspective and state of the art in robot force control*. Em *Proceedings. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, páginas 262–268, março de 1985.
- Wilfinger, L. S., Wen, J. T. e Murphy, S. H.: *Integral Force Control With Robustness Enhancement*. *IEEE Control Systems*, 14(1):31–40, fevereiro de 1994, ISSN 1066-033X.
- Willems, J. C.: *Dissipative dynamical systems, part I: general theory*. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45:321–351, 1972, ISSN 1432-0673.
- Zeng, G. e Hemami, A.: *An overview of robot force control*. *Robotica*, 15(5):473–482, 1997.