



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

## ESTUDO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE FORMAÇÃO PARA UNICICLOS EVITANDO COLISÕES

Guilherme Rodrigues Carvalho de Souza

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto.

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Dezembro de 2015

ESTUDO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE FORMAÇÃO PARA UNICICLOS  
EVITANDO COLISÕES

Guilherme Rodrigues Carvalho de Souza

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO DA ESCOLA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO.

Examinado por:

---

Prof. Alessandro Jacoud Peixoto, D.Sc  
(Orientador)

---

Prof. Eduardo Vieira Leão Nunes, D.Sc

---

Eng. Rodrigo Fonseca Carneiro, B.Sc

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO de 2015

Souza, Guilherme Rodrigues Carvalho de

Estudo de estratégias de controle de formação para uniciclos evitando colisões/Guilherme Rodrigues Carvalho de Souza - Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2015.

XII, 96 p.: il.: 29,7cm.

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto

Projeto de Graduação - UFRJ / Escola Politécnica / Curso de Engenharia de Controle e Automação, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 76 - 83

1. Robôs Não-Holonômicos 2. Uniciclos 3. Controle de Formação 4. Colisão 5. Líder-Seguidor 6. Função Potencial  
I. Jacoud Peixoto, Alessandro II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia de Controle e Automação, III. Título.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

## ESTUDO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE FORMAÇÃO PARA UNICICLOS EVITANDO COLISÕES

Guilherme Rodrigues Carvalho de Souza

Dezembro/2015

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto

Curso: Engenharia de Controle e Automação

Neste trabalho, é apresentada uma estratégia para evitar colisões entre robôs não-holonômicos atuando em formação. Através desta estratégia, é buscado viabilizar a utilização da abordagem de controle de formação por líder-seguidor, especialmente quando comparada à abordagem por função potencial. Para que os testes possam ser realizados e analisados, este trabalho visa ainda criar um ambiente de simulação com interface gráfica capaz de emular a movimentação de uniciclos, calcular as suas ações e disponibilizar a sua visualização para o usuário.

*Palavras-chave:* Robôs Não-Holonômicos, Uniciclos, Controle de Formação, Colisão, Líder-Seguidor, Função Potencial

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

A STUDY ON FORMATION CONTROL STRATEGIES FOR UNICYCLES  
AVOIDING COLLISIONS

Guilherme Rodrigues Carvalho de Souza

December/2015

Advisor: Alessandro Jacoud Peixoto

Course: Control and Automation Engineering

In this study, a strategy is presented in order to avoid collisions between nonholonomic robots acting in formation. By using this strategy, we attempt to make it feasible the utilize the leader-follower formation control approach, specially when put against the potential function approach. In order for the tests to be executed and analysed, this project also envisions the creation of a simulation environment with a graphical user interface capable of emulating the movements of unicycles, calculate their actions based on their tasks and display the visualization of the acting plan for the user.

*Keywords:* Nonholonomic Robots, Unicycles, Formation Control, Collision Avoidance, Leader-Follower, Potential Function

# Sumário

|  |             |
|--|-------------|
| <b>RESUMO</b>  | <b>iii</b>  |
| <b>LISTA DE FIGURAS</b>  | <b>viii</b> |
| <b>LISTA DE ABREVIATURAS</b>   | <b>xiv</b>  |
| <b>1 Introdução</b>  | <b>1</b>    |
| 1.1 Métodos de Controle de Formação . . . . .                            | 3           |
| 1.1.1 Função Potencial . . . . .   | 3           |
| 1.1.2 Líder-Seguidor . . . . .   | 4           |
| 1.2 Objetivo . . . . .   | 5           |
| 1.3 Organização do Trabalho . . . . .                                    | 5           |
| <b>2 Descrição do Sistema Robótico</b>                                   | <b>7</b>    |
| 2.1 Robôs Não-Holonômicos . . . . .                                      | 7           |
| 2.1.1 Uniciclos . . . . .  | 8           |
| 2.2 Controle Individual - Seguimento de Trajetória . . . . .             | 9           |
| <b>3 Controle de Formação e Estratégia contra Colisões</b>               | <b>12</b>   |
| 3.1 Estratégia contra Colisões Proposta . . . . .                        | 12          |
| 3.1.1 Adaptações realizadas . . . . .                                    | 13          |
| 3.1.2 Funcionamento . . . . .  | 14          |
| 3.2 Abordagem de Líder-Seguidor . . . . .                                | 16          |
| 3.2.1 Implementação . . . . .  | 17          |
| 3.2.2 Inclusão da Estratégia contra Colisões ao Controle de Formação . . | 18          |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 3.3      | Abordagem de Função Potencial . . . . .              | 19        |
| 3.3.1    | Implementação . . . . .                              | 19        |
| <b>4</b> | <b>Software Desenvolvido - Ambiente de Simulação</b> | <b>21</b> |
| 4.1      | Simulação do Movimento . . . . .                     | 22        |
| 4.2      | Controlador . . . . .                                | 22        |
| 4.2.1    | Seguimento de Trajetória Individual . . . . .        | 22        |
| 4.2.2    | Líder-Seguidor . . . . .                             | 23        |
| 4.2.3    | Função Potencial . . . . .                           | 23        |
| 4.3      | Interface Gráfica . . . . .                          | 24        |
| 4.3.1    | Gráficos Disponíveis . . . . .                       | 25        |
| 4.4      | Dificuldades Encontradas . . . . .                   | 28        |
| <b>5</b> | <b>Simulação e Resultados</b>                        | <b>29</b> |
| 5.1      | Seguimento de Trajetória Individual . . . . .        | 30        |
| 5.1.1    | Sem Estratégia contra Colisões . . . . .             | 31        |
| 5.1.2    | Com a Estratégia contra Colisões Proposta . . . . .  | 37        |
| 5.2      | Controle de Formação por Líder-Seguidor . . . . .    | 49        |
| 5.2.1    | Sem Estratégia contra Colisões . . . . .             | 50        |
| 5.2.2    | Com a Estratégia contra Colisões Proposta . . . . .  | 56        |
| 5.3      | Controle de Formação por Função Potencial . . . . .  | 62        |
| 5.3.1    | Sem líder virtual . . . . .                          | 62        |
| 5.3.2    | Com líder virtual . . . . .                          | 68        |
| <b>6</b> | <b>Conclusões</b>                                    | <b>74</b> |
| 6.1      | Trabalhos Futuros . . . . .                          | 75        |
|          | <b>Referências Bibliográficas</b>                    | <b>77</b> |
| <b>A</b> | <b>Noções Básicas de Teoria dos Grafos</b>           | <b>85</b> |
| <b>B</b> | <b>Lei de Coulomb</b>                                | <b>87</b> |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>C</b> | <b>Código Desenvolvido</b>                                     | <b>89</b> |
| C.1      | Simulação do Movimento Individual - robotSim.m . . . . .       | 89        |
| C.2      | Seguimento de Trajetória Individual - robotControl.m . . . . . | 90        |
| C.3      | Estratégia contra Colisões - avoid.m . . . . .                 | 93        |
| C.4      | Abordagem por Líder-Seguidor - leader_follower.m . . . . .     | 94        |
| C.5      | Abordagem por Função Potencial - potencial.m . . . . .         | 96        |



# Lista de Figuras

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | Representação da manobra de "baliza" de um carro . . . . .  | 7  |
| 2.2 | Representação simplificada de um unicyclo . . . . .   | 8  |
| 2.3 | Unicyclo posicionado em um eixo de coordenadas inercial, com as variáveis definidas. . . . .  | 10 |
| 2.4 | Controlador PID utilizado . . . . .   | 11 |
| 3.1 | Diagrama de blocos representando a estratégia contra colisões proposta . .  | 15 |
| 3.2 | Seguidor (R2) buscando a posição relativa ao líder (R1). . . . .  | 16 |
| 3.3 | Formação desejada para o caso de 3 robôs, com 1 líder e 2 seguidores. . . .   | 17 |
| 3.4 | Tratamento de colisão integrado ao controle da Figura 2.4 . . . . .   | 18 |
| 4.1 | Interface gráfica pronta para o início da simulação. . . . .  | 25 |
| 4.2 | Exemplo da visualização da interface gráfica, para o caso com 3 unicyclos. .  | 26 |
| 5.1 | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática . . . . .  | 31 |
| 5.2 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática . . . . . | 32 |
| 5.3 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_{\theta} \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática . . . . .        | 32 |
| 5.4 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática . . . . .                    | 33 |
| 5.5 | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular . . . . .                                     | 34 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 5.6  | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular . . . . .  | 35 |
| 5.7  | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular . . . . .   | 35 |
| 5.8  | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular . . . . .   | 36 |
| 5.9  | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .  | 37 |
| 5.10 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . . | 38 |
| 5.11 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .          | 38 |
| 5.12 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .                    | 39 |
| 5.13 | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .   | 40 |
| 5.14 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .  | 41 |
| 5.15 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .           | 41 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.16 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros . . . . .                                  | 42 |
| 5.17 | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros . . . . .  | 43 |
| 5.18 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros . . . . . | 44 |
| 5.19 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros . . . . .          | 44 |
| 5.20 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros . . . . .                    | 45 |
| 5.21 | Visualização do plano $xy$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros . . . . .   | 46 |
| 5.22 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros . . . . .  | 47 |
| 5.23 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros . . . . .           | 47 |
| 5.24 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros . . . . .                     | 48 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 5.25 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático . . . . .   | 50 |
| 5.26 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático . . . . .                                      | 51 |
| 5.27 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático . . . . .   | 51 |
| 5.28 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático . . . . .   | 52 |
| 5.29 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular . . . . .  | 53 |
| 5.30 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular . . . . .     | 54 |
| 5.31 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular . . . . .              | 54 |
| 5.32 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular . . . . .                        | 55 |
| 5.33 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões . . . . .  | 56 |
| 5.34 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões . . . . . | 57 |
| 5.35 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões . . . . .          | 57 |
| 5.36 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões . . . . .                    | 58 |
| 5.37 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões . . . . .                 | 59 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.38 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões . . . . . | 60 |
| 5.39 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões . . . . .          | 60 |
| 5.40 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões . . . . .                    | 61 |
| 5.41 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .  | 62 |
| 5.42 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .  | 63 |
| 5.43 | Gráficos de $\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimacão de parâmetros . . . . .  | 63 |
| 5.44 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimacão de parâmetros  | 64 |
| 5.45 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .   | 65 |
| 5.46 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .  | 66 |
| 5.47 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimacão de parâmetros . . . . .   | 66 |
| 5.48 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimacão de parâmetros   | 67 |
| 5.49 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimacão de parâmetros e a presença de líder virtual   | 68 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.50 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . .  | 69 |
| 5.51 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . .           | 69 |
| 5.52 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . .                     | 70 |
| 5.53 | Visualização do plano $xy$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimação de parâmetros e a presença de líder virtual  | 71 |
| 5.54 | Gráficos de $x \times t$ , $y \times t$ , $e_{f_w} \times t$ e $u \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . . | 72 |
| 5.55 | Gráficos de $\theta \times t$ , $e_\theta \times t$ e $w \times t$ para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . .          | 72 |
| 5.56 | Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimação de parâmetros e a presença de líder virtual . . . . .                    | 73 |
| A.1  | Primeiro exemplo de grafo . . . . .  | 86 |
| A.2  | Segundo exemplo de grafo . . . . .   | 86 |
| B.1  | Representação gráfica da atração entre duas partículas carregadas descrita pela Lei de Coulomb . . . . .   | 87 |

# Lista de abreviaturas

|                          |  |
|--------------------------|--|
| $(x_{robot}, y_{robot})$ | Posição de um robô em relação aos eixos coordenados de um referencial inercial     |
| $\theta_{robot}$         | Orientação de um robô em relação ao eixo $x$ de um referencial inercial            |
| $\theta_L$               | Ângulo entre um robô e a sua referência  |
| $k_e$                    | Constante de Coulomb   |
| $k_D$                    | Ganho de desvio  |
| $\vec{r}$                | Distância entre dois agentes robóticos   |
| $e_{fw}$                 | Distância entre um robô e a sua referência projetada no eixo de translação do robô |
| $e_\theta$               | Diferença entre a orientação de um robô e a sua orientação desejada                |
| $u$                      | Velocidade linear de um robô. Saída dos controladores para o movimento linear      |
| $w$                      | Velocidade angular de um robô. Saída dos controladores para o movimento angular    |
| $v_L$                    | Velocidade da roda esquerda de um robô   |
| $v_R$                    | Velocidade da roda direita de um robô  |
| $\vec{C}_D$              | Vetor de perigo de colisão entre dois robôs  |
| $\vec{D}$                | Resultante de perigo de colisão de um robô   |
| $V_i$                    | Função potencial artificial  |
| $V_{si}$                 | Função potencial artificial deslocada e saturada                                   |
| $c$                      | Raio do círculo de segurança que contém cada robô                                  |
| $r_N$                    | Raio da região de vizinhança do robô   |

# Capítulo 1

## Introdução

A utilização de grupos de robôs autônomos ou não-tripulados é algo que vem cada vez mais sendo discutido e estudado pela comunidade de controle. Enquanto um único robô pode ser capaz de desempenhar determinadas funções, um grupo coordenado e cooperativo pode se aventurar em tarefas consideravelmente mais complexas e, preferencialmente, com maior eficiência e menor custo [1].

Biologicamente, há diversos exemplos de comunidades em que indivíduos trabalham cooperativamente, especialmente insetos, desde abelhas durante a construção de suas moradias até as trilhas de formigas na busca por alimento. O objetivo deste estudo de controle é não só emular este comportamento, mas isolá-lo e aperfeiçoá-lo. Não é à toa que o campo que considera este estudo é também conhecido como "robótica de enxame" (do inglês, "*swarm robotics*") [2].

Como no caso biológico, é importante que o controle seja descentralizado, ou seja, não haja uma inteligência central coordenando todo o grupo de uma só vez, mas que cada agente individual seja capaz de calcular suas próximas ações de acordo com as configurações presentes e passadas do ambiente e de outros agentes ao seu redor e com os parâmetros definidos pela tarefa a ser executada.

De acordo com [3]:

*Robótica de enxame é o estudo da maneira com a qual grandes números de agentes relativamente simples fisicamente podem ser desenvolvidos de modo que um comportamento coletivo desejado surja das interações locais entre os agentes e dos agentes com o ambiente.[3]*



Já há hoje diversas possíveis aplicações destas tecnologias, em campos que envolvem tarefas como o controle de grupos de veículos aéreos não tripulados [4], operações em missões de busca e resgate [5] [6], controle de formação e orientação de veículos espaciais [7] [8] [9], "pastoreio" de veículos terrestres realizado por veículos aéreos [10], controle de satélites [11] [12] [13] e automatização de autoestradas [14] [15].

Segundo [16], os comportamentos básicos de robótica coletiva podem ser divididos em quatro aspectos principais:

1. Agregação: É inicialmente necessário que os robôs sejam capazes de se reunirem.
2. Dispersão: Para que possam cobrir o máximo possível do ambiente, é necessário que os robôs sejam capazes de se dispersarem, sem que haja perda da conectividade entre eles.
3. Formação de padrões: É o posicionamento individual de cada componente, de maneira que o grupo como um todo atinja uma formação específica.
4. Movimento coletivo: O grupo de robôs deve conseguir movimentar-se de forma coesa, sem quebrar a formação.

Este estudo será focado no terceiro e quarto aspectos, analisando estratégias para a realização destas tarefas. Diante de tantas possibilidades de aplicação, a comunidade científica vem desenvolvendo diversos tipos de estratégias para lidar com o controle de formação, dentre os quais podemos destacar a abordagem comportamental [17] [18], por estrutura virtual [19] [20] e o algoritmo de consenso [21] [22]. O foco deste trabalho, no entanto, será nas abordagens de líder-seguidor e função potencial, que serão melhor explicadas na próxima seção.

## 1.1 Métodos de Controle de Formação

Nesta seção, serão resumidos os métodos de controle de formação já citados.

### 1.1.1 Função Potencial

O objetivo desta abordagem é, através de uma função potencial artificial, obter uma formação específica para os agentes robóticos. Esta função irá gerar forças de atração ou repulsão entre os componentes da formação, o que tornará possível a manutenção de uma distância determinada entre eles. Individualmente, cada robô calculará, a sua movimentação a partir desta função, buscando sempre minimizá-la.

A maneira como as forças de interação entre os agentes se configuram influencia diretamente, portanto, a formação final. Isto significa que, dada uma formação desejada para aquele sistema, é necessário encontrar matematicamente a função potencial que será capaz de originá-la.

Já foram desenvolvidos alguns estudos sobre a utilização desta abordagem na comunidade científica, podendo ser destacados [23] [24] e, especificamente em uniciclos, [25] [26].

### Líder Virtual

Se for interessante para a aplicação que o conjunto de robôs siga uma determinada trajetória, pode ser definido um líder virtual para o grupo. Este líder deverá realizar a movimentação desejada para o grupo, seguindo, portanto, uma estratégia de controle para seguimento de trajetória, mas apenas ele. As forças de interação entre os agentes geradas pela função potencial se encarregarão de que os seguidores virtuais acompanhem a movimentação do líder, como visto em [27].

### Vantagens e desvantagens

As grandes vantagens da abordagem por função potencial são o fato de ser possível provar matematicamente a estabilidade da formação e a garantia de que colisões entre os componentes serão evitadas, dada a já citada manutenção da distância determinada pela função.

Pode-se, inclusive, extrapolar este comportamento para tratar também das colisões entre os agentes robóticos e possíveis obstáculos presentes no meio de atuação.

Por outro lado, a principal desvantagem, é que, devido à possível presença de mínimos locais e dependendo de como o grafo de comunicação entre os robôs se configura, é razoavelmente comum que o grupo não convirja sempre para uma única formação, sendo necessária uma rotina adicional para identificar e evitar a ocorrência destes mínimos locais. Além disso, a própria tarefa de obter uma função potencial cujo mínimo global corresponda à formação desejada já não é das mais simples.

### 1.1.2 Líder-Seguidor

Como o nome sugere, esta abordagem torna um dos robôs o líder da formação. De certa forma, este método pode ser simplificado em vários pequenos problemas de seguimento de trajetória: o líder deve seguir uma referência especificada, enquanto os outros devem segui-lo [28]. É possível, em alguns sistemas, o estabelecimento de líderes virtuais, formando uma espécie de hierarquia de seguidores.

A partir do momento em que um agente define quem será o seu líder, ele deverá controlar a sua distância e orientação em relação ao líder. Quando há esta presença de "sub-líderes", é possível, portanto, obter formações cada vez mais complexas.

Há na literatura diversos exemplos de usos da abordagem de líder-seguidor. Há inclusive trabalhos que utilizam grupos de líder-seguidores capazes de alterar momentaneamente a formação para desviar de obstáculos [29]. A pouca robustez frente a distúrbios na comunicação da posição do líder faz com que seja razoavelmente comum que esta abordagem seja aliada a controladores que utilizem lógica *fuzzy* [30] [31]. Outros trabalhos relevantes na área são [32] [33] [34] [35].

#### Vantagens e desvantagens

As principais vantagens deste método são a simplicidade e a eficiência computacionais. A escalabilidade do controle também é consideravelmente simples, dado que ele pode ser facilmente adaptado a partir do controle de um único robô individualmente. A estabilidade desta abordagem, assim como da anterior, pode ser provada matematicamente.

A maior desvantagem, por outro lado, é a extrema dependência em relação ao rastreamento do líder, o que torna o sistema suscetível a distúrbios e vulnerável a falhas de comunicação. Adicionalmente, outro grande problema é a falta de um controle de colisão entre os seguidores. É este último que este trabalho buscará abordar.

## 1.2 Objetivo

Este trabalho busca estudar uma possibilidade para o tratamento de colisão para robôs não-holonômicos utilizando a abordagem de líder-seguidor. Isto vem sendo estudado pela comunidade de controle sob diversas perspectivas [36] [37] [38] [39]. Há inclusive trabalhos que incluem a noção de função potencial para este tratamento de colisões [40], porém sempre mantendo o resultado da função potencial como um controle direto ao robô. Neste trabalho, a tentativa será de incluir a função potencial sob a forma de alteração da referência a ser seguida, mantendo a rotina de controle inalterada.

O método proposto é inspirado na repulsão eletromagnética regida pela Lei de Coulomb, que é melhor explicada no Apêndice B. Como a Lei de Coulomb é de fato responsável pelo estabelecimento de uma força potencial elétrica, pode-se dizer que a tentativa deste estudo é buscar um meio termo entre as duas abordagens destacadas.

A eficácia do método proposto, aliado à abordagem de líder-seguidor, será testada, então, frente à da estratégia de controle de formação por função potencial.

## 1.3 Organização do Trabalho

No Capítulo 2, é descrito o tipo de robô a ser utilizado, suas restrições e sua cinemática. É apresentado o controle utilizado para cada agente robótico individualmente.

No Capítulo 3, é explicado o método proposto para reger o controle de colisões entre os agentes da formação. São ainda explicitadas as estratégias utilizadas para o controle de formação dos robôs.

No Capítulo 4, é apresentado o ambiente desenvolvido para a simulação do controle e da movimentação dos uniciclos.

No Capítulo 5, são compilados os resultados das simulações, desde o movimento

individual de cada agente até a formação utilizando ambas as abordagens, analisando o impacto gerado pela utilização da estratégia proposta contra colisões.

No Capítulo 6, finalmente, são apresentadas as conclusões finais e algumas propostas de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Descrição do Sistema Robótico

### 2.1 Robôs Não-Holonômicos

De maneira simplificada, um sistema robótico não-holonômico é aquele cujo número de graus de liberdade controláveis é menor do que o de graus de liberdade totais. Em outras palavras, um robô não-holonômico é incapaz de realizar algum (ou alguns) dos movimentos relativos ao seu universo de atuação.

Um exemplo bem familiar de um sistema não-holonômico, embora não necessariamente robótico, é um carro. A configuração de suas rodas torna possível que ele avance (ou recue) e faça curvas, mas não que ele se movimente lateralmente. Daí a necessidade da realização da manobra conhecida como "baliza" quando é desejado estacioná-lo em uma vaga paralela à via.

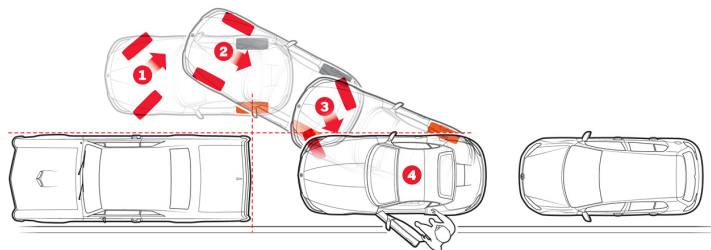


Figura 2.1: Representação da manobra de "baliza" de um carro

### 2.1.1 Uniciclos

Uniciclos são robôs com uma configuração mecânica específica, composta por duas rodas atuadas por motores e uma roda não atuada, normalmente simétrica em relação às outras duas, como pode ser visto na Figura 2.2.

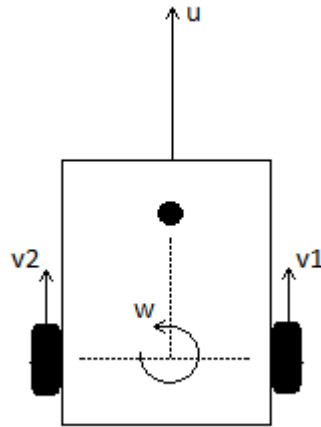


Figura 2.2: Representação simplificada de um uniciclo

Sendo  $q$  o estado atual do uniciclo em relação a um referencial inercial, dado por  $q = [x \ y \ \theta]^T$ , temos que o seu movimento é regido por:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde  $u$  é a velocidade linear do uniciclo,  $w$  é a velocidade angular,  $x$  e  $y$  são as posições em relação aos eixos do referencial inercial e  $\theta$  é a orientação do uniciclo em relação ao eixo  $x$  do referencial inercial.

Este formato simétrico do uniciclo é interessante pois permite que haja um ponto em que as forças de arrasto lateral das rodas motorizadas e a de arrasto frontal da roda livre tenham os seus torques anulados. Este ponto pode ser considerado, então, o centro de rotação do robô.

Como pode ser reparado na Figura 2.2, o uniciclo é de fato um sistema robótico não-holonômico. Ele é incapaz de se mover lateralmente, denotando, assim, a perda de

um grau de liberdade (translação lateral) e mantendo apenas os outros dois possíveis a um robô planar: translação frontal e rotação.

Cada roda de tração pode se movimentar para a frente ou para trás, de maneira independente uma da outra. Assim, a rotação conjunta realizada por elas é responsável pelo movimento retilíneo do unicyclo, enquanto a diferença entre as suas rotações é responsável pelo movimento curvilíneo. Isto pode ser verificado através da matriz de acoplamento do unicyclo:

$$\begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ a/2 & -a/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_R \\ v_L \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde  $u$  é a velocidade linear do robô,  $w$  é a velocidade angular,  $v_R$  é a velocidade do motor direito (e, conseqüentemente, da roda direita),  $v_L$  é a velocidade do motor esquerdo e  $a$  é a distância entre as rodas.

## 2.2 Controle Individual - Seguimento de Trajetória

Desejamos que cada agente robótico seja capaz de individualmente realizar tarefas de seguimento de trajetória. Para que isto seja possível, o agente deverá estar ciente da posição de uma referência a ser seguida e, a partir disso, deverá tentar minimizar o erro entre a sua posição atual e a desejada.

O controle proposto para os unicyclos neste trabalho é um PID em malha fechada para cada um dos graus de liberdade controláveis do robô:  $f_w$  (eixo de movimento retilíneo) e  $\theta$  (ângulo de rotação). O controle destes resultará, respectivamente, na força a ser aplicada no robô para que ele se mova para a frente e no momento angular para que ele gire.

Dada uma referência arbitrária, inerte ou não, o robô deverá ser capaz de alcançá-la. Para isto, consideremos que a referência tem a posição  $(x_{ref}, y_{ref})$  no plano cartesiano relativo a um referencial inercial, enquanto o robô tem a posição  $(x_{robot}, y_{robot})$ . Definimos, então, as seguintes variáveis, que podem ser visualizadas na Figura 2.3.



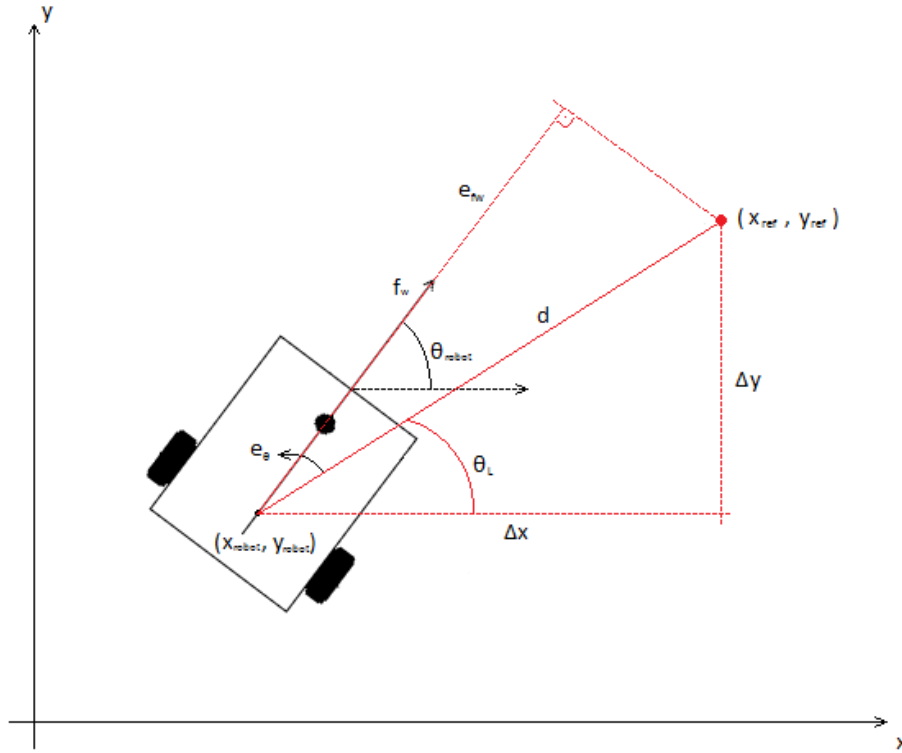


Figura 2.3: Uniclo posicionado em um eixo de coordenadas inercial, com as variáveis definidas.

- $\Delta x$ : Distância entre o robô e a referência no eixo  $x$  do referencial inercial.

$$\Delta x = x_{ref} - x_{robot} \quad (2.3)$$

- $\Delta y$ : Distância entre o robô e a referência no eixo  $y$  do referencial inercial.

$$\Delta y = y_{ref} - y_{robot} \quad (2.4)$$

- $d$ : Distância absoluta entre o robô e a referência.

$$d = (\Delta x^2 + \Delta y^2)^{1/2} \quad (2.5)$$

- $\theta_{robot}$ : Ângulo entre o eixo de  $f_w$  e o eixo  $x$  do referencial inercial.
- $\theta_L$ : Ângulo a ser alcançado para que seja possível que o robô atinja a referência, relativo ao eixo  $x$  do referencial inercial.

$$\theta_L = \arctan(\Delta y / \Delta x) \quad (2.6)$$

- $e_\theta$ : Diferença entre o ângulo a ser alcançado e o ângulo atual do robô, em relação ao eixo  $x$  do referencial inercial. É a variável a ser minimizada pelo controle do movimento de rotação.

$$e_\theta = \theta_L - \theta_{robot} \quad (2.7)$$

- $e_{f_w}$ : Distância entre o robô e a referência projetada no eixo de  $f_w$ . É a variável a ser minimizada pelo controle do movimento retilíneo.

$$e_{f_w} = d \cos(e_\theta) = \Delta x \cos(\theta_{robot}) + \Delta y \sin(\theta_{robot}) \quad (2.8)$$

A estratégia de controle é representada na Figura 2.4.

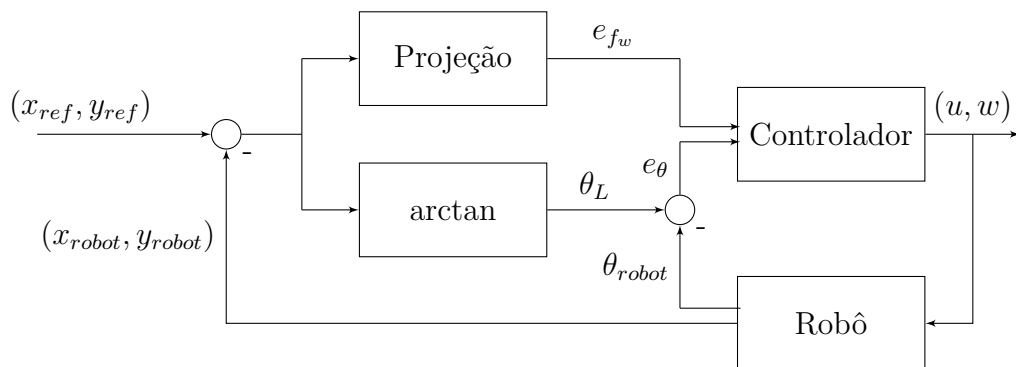


Figura 2.4: Controlador PID utilizado

As estratégias de controle de formação serão detalhadas no próximo capítulo.

## Capítulo 3

# Controle de Formação e Estratégia contra Colisões

Neste capítulo, buscaremos descrever as abordagens para o controle de formação adotadas e explicitar o que foi proposto como solução para a colisão entre agentes robóticos utilizando a estratégia de líder-seguidor.

Como dito previamente, a abordagem por função potencial se utiliza de forças de interação artificiais entre os agentes de forma a assegurar uma distância mínima entre eles. Na abordagem por líder-seguidor, por outro lado, isto não ocorre: cada seguidor controla a sua posição em relação ao líder, mas está vulnerável a colisões com outros seguidores.

Sob esta luz, a abordagem por função potencial seria indiscutivelmente preferível, mas os complicados processos matemáticos necessários para a obtenção da função artificial que melhor se adequa às necessidades do problema são um empecilho. A abordagem por líder-seguidor, por outro lado, tem uma implementação consideravelmente mais simples. Tentaremos, portanto, adaptar o conceito de forças artificiais de repulsão para dentro do contexto de líder-seguidor e analisar a sua viabilidade.

### 3.1 Estratégia contra Colisões Proposta

O método proposto para o tratamento de colisões entre agentes robóticos é inspirado em leis de repulsão do campo da Física, especialmente a Lei de Coulomb (Equação 3.1, melhor explicada no Apêndice B), que modela a força de repulsão ou atração entre duas partículas eletricamente carregadas.

$$\vec{F}_m = \frac{k_e Q_1 Q_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (3.1)$$

Inspirado neste formato, a interação entre dois agentes robóticos gera o que chamaremos de **vetor perigo de colisão** ( $C_D$ ), definido na Equação 3.2:

$$\vec{C}_D \triangleq -\frac{k_D}{\|\vec{r}\|^n} \vec{u}_r \quad (3.2)$$

onde  $\vec{r}$  é a distância entre os agentes robóticos vizinhos e  $\vec{u}_r$  é o vetor unitário na direção e sentido da distância. Os outros parâmetros serão explicitados na seção a seguir.

### 3.1.1 Adaptações realizadas

Obviamente, a Constante de Coulomb não é ideal neste contexto, sendo então substituída por uma constante arbitrária, que será estimada e experimentada. Será doravante chamada de Ganho de Desvio, ou  $k_D$ .

No Eletromagnetismo, a intensidade das cargas elétricas influencia a magnitude da força de repulsão. Na Física Gravitacional, a massa dos corpos influencia a magnitude da força gravitacional. No caso estudado, de desvio espacial apenas, o que poderia influenciar a repulsão seria a dimensão dos agentes robóticos. No entanto, como é considerado que todos os componentes da formação têm dimensões semelhantes e constantes, esta influência pode ser incorporada a  $k_D$ .

Coulomb definiu empiricamente que o módulo da força de atração/repulsão deveria ser inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas. Como um vizinho mais próximo representa um perigo de colisão maior, é de fato importante que este vetor de perigo tenha módulo inversamente proporcional à distância entre os robôs. Mas esta proporcionalidade quadrática não é necessariamente ótima. Assim, o módulo do vetor de perigo será dividido por uma potência do módulo da distância entre os robôs, com expoente  $n$  maior que 1, a ser estimado.

É válido notar que, como no nosso caso nunca haverá o interesse de que exista atração entre os agentes robóticos, a força será sempre de repulsão e, portanto, deverá ter o sentido oposto ao da distância entre eles.

A principal diferença entre a maneira como a Lei de Coulomb atua e o que é utilizado neste trabalho, no entanto, é a variável resultante da equação. No campo do eletromagnetismo, as cargas geram uma força de repulsão, que por sua vez rege o movimento da partícula. Neste estudo, no entanto, a repulsão é encarada sob a forma de desvio de objetivo daquele agente. A equação 3.3 explicita esta diferença, através das suas análises dimensionais:

$$[F_e] = N = kg.m.s^{-2} \quad (3.3)$$

$$[C_D] = m$$

Já foi dito que a grande vantagem da abordagem de líder-seguidor é a facilidade de implementação através de um simples controle de seguimento de trajetória. Esta mudança dimensional nos permite desviar apenas a referência do agente frente a uma colisão, mantendo o seu controle de rastreamento inalterado. A maneira como este desvio é feita será melhor explicada na próxima seção.

Convém notar que esta alteração dimensional também implica em mudanças na análise das constantes:

$$[k_e] = N.m^2.C^{-2} = kg.m^3.s^{-1}.A \quad (3.4)$$

$$[k_D] = m^{n+1}$$

### 3.1.2 Funcionamento

Consideremos que, no plano de atuação ao qual pertence o grupo, é estabelecido um raio de vizinhança entre os agentes robóticos  $r_N$ . Se eles estão mais próximos do que este raio, isto significa que um pertence ao grafo de comunicação do outro (vide Apêndice A) e, por isso, eles se percebem e podem evitar uma colisão. Cada robô analisa cada um dos seus vizinhos individualmente. Para um determinado vizinho, é calculado o já definido vetor de perigo de colisão.

Uma resultante vetorial de todos os vetores de perigo da vizinhança de um agente robótico nos informa, portanto, quais são a direção e o sentido mais prováveis para a

ocorrência de uma colisão. O robô deve, desta forma, ser desviado para a direção oposta a esta resultante.

A **resultante de perigo** tem, então, a seguinte formulação:

$$\vec{D} \triangleq \sum \vec{C}_{D,i} = - \sum \frac{k_D}{|\vec{r}_i|^n} \vec{u}_{r,i}, \quad \|\vec{r}_i\| \leq r_N \quad (3.5)$$

onde  $\vec{r}_i$  representa o vetor distância entre o agente cujo controle está sendo calculado e o seu  $i$ -ésimo vizinho e  $r_N$  é o raio de vizinhança.

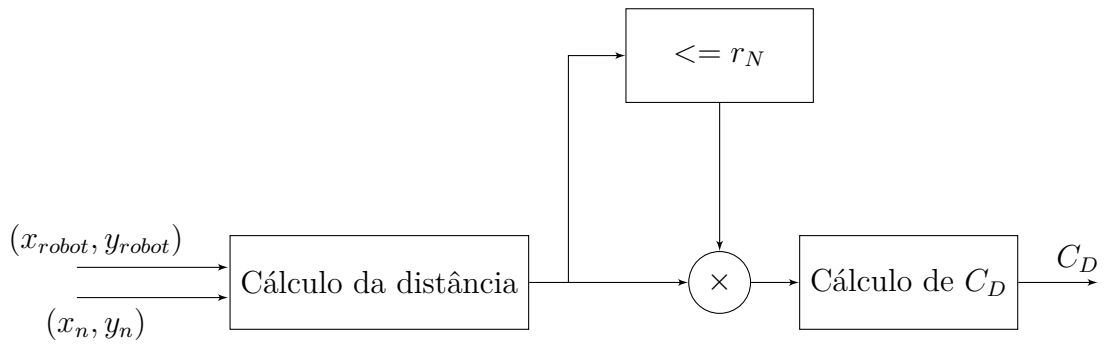


Figura 3.1: Diagrama de blocos representando a estratégia contra colisões proposta

## 3.2 Abordagem de Líder-Seguidor

Nesta abordagem, um agente será definido como o líder e irá apenas seguir a trajetória desejada para o grupo como um todo. Cada um dos agentes restantes, no entanto, será definido como seguidor e deverá controlar a sua distância e orientação frente ao seu líder, seja ele o absoluto ou um virtual (ou sub-líder).

Como desejamos comparar os resultados com a abordagem de função potencial, e a função artificial da qual dispomos posiciona os agentes no formato de um triângulo equilátero, a nossa abordagem deverá ter as seguintes regras para determinar se um agente está na posição correta:

1. A distância entre o seguidor e o seu líder deverá ser igual a um valor predefinido.
2. A orientação do seguidor deve ser igual à do seu líder.
3. O ângulo entre as posições do seguidor e do seu líder deve ser igual à orientação do líder subtraída ou adicionada de  $\pi/6$  (complemento do ângulo interno do triângulo).

Estas condições podem ser melhor observadas na Figura 3.2, onde  $\theta_1$  é a orientação do líder,  $\alpha$  é o ângulo relativo entre o seguidor e o líder e  $d$  é a distância entre eles.

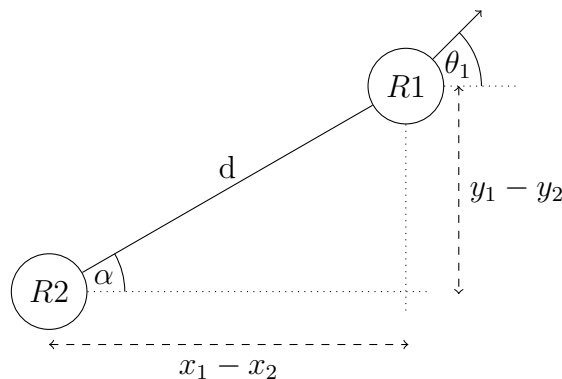


Figura 3.2: Seguidor (R2) buscando a posição relativa ao líder (R1).

### 3.2.1 Implementação

Como dito na Seção 1.1.2 , cada agente tem individualmente uma tarefa de seguimento de trajetória. A maneira de resolução desta tarefa individual foi abordada na Seção 2.2.

O escopo utilizado neste trabalho é de um grupo que inclui 3 robôs. Teremos, então, um líder, seguindo uma trajetória de referência definida externamente e representando o vértice frontal do triângulo equilátero. Os dois seguidores seguirão cada um a referência de um dos vértices restantes do triângulo definido pelo líder, com base perpendicular à orientação do líder.

Temos, assim, para cada robô, os seguintes pontos de referência, em relação ao referencial inercial:

$$\begin{cases} x_{ref,1} = x_{traj} \\ y_{ref,1} = y_{traj} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} x_{ref,2} = x_1 - l \cos(\theta_1 - \pi/6) \\ y_{ref,2} = y_1 - l \sin(\theta_1 - \pi/6) \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\begin{cases} x_{ref,3} = x_1 - l \cos(\theta_1 - \pi/6) + l \sin(\theta_1) \\ y_{ref,3} = y_1 - l \sin(\theta_1 - \pi/6) - l \cos(\theta_1) \end{cases} \quad (3.8)$$

onde  $(x_1, y_1)$  é a posição atual do líder no referencial inercial,  $\theta_1$  é a orientação atual do líder relativa ao eixo  $x$  do referencial inercial e  $l$  é a medida do lado do triângulo desejado.

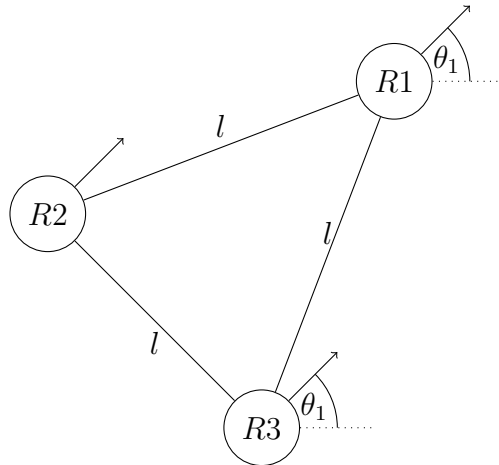


Figura 3.3: Formação desejada para o caso de 3 robôs, com 1 líder e 2 seguidores.



Para o caso dos seguidores, há ainda a possibilidade de um chaveamento de controle para a orientação do robô. Enquanto o ponto de interesse em relação ao líder não for alcançado, a orientação desejada é aquela que o direciona para este ponto de interesse, análogo ao  $\theta_L$  da Seção 2.2. A partir do momento em que esse ponto é alcançado, no entanto, a orientação desejada passa a ser a do líder, de maneira a posicionar e preparar o seguidor para uma eventual movimentação realizada pelo líder.

### 3.2.2 Inclusão da Estratégia contra Colisões ao Controle de Formação

A proposta principal deste trabalho é a inclusão do estratégia contra colisões sob a forma de alteração na referência instantânea de cada robô, de maneira a manter o controle propriamente dito como apenas um seguimento de trajetória.

Visto isso, a Figura 3.4 mostra a inclusão da estratégia contra colisões ao diagrama de blocos da estratégia de seguimento de trajetória. Comparada à Figura 2.4, pode-se perceber que o setor direito, responsável pelo rastreamento de trajetória, é mantido inalterado.

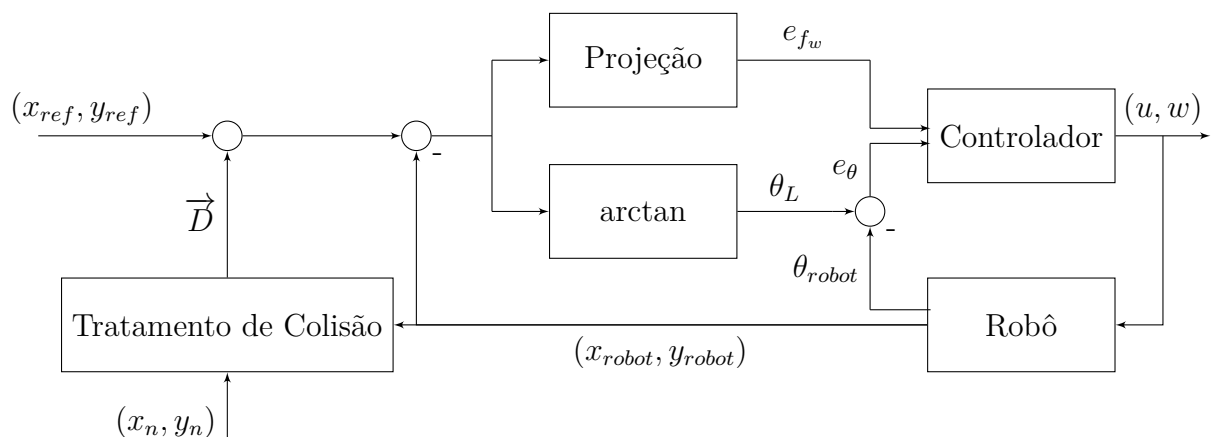


Figura 3.4: Tratamento de colisão integrado ao controle da Figura 2.4

### 3.3 Abordagem de Função Potencial

Na abordagem por função potencial, cada componente da formação é associado a uma função potencial artificial e tem por objetivo minimizá-la. Quando todos os agentes obtiverem sucesso nesta minimização, a formação desejada será alcançada.

Para isso, a função associada a cada robô é na verdade um somatório de funções potenciais entre este robô e seus vizinhos, com formato bem semelhante ao usado neste trabalho para o cálculo da resultante de desvio.

$$V_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i, j \neq i} V_{ij}(\|r_{ij}\|) \quad (3.9)$$

onde  $r_{ij}$  é a posição relativa entre os robôs  $i$  e  $j$ .

Em relação a  $V_{ij}$ , temos que:

$$\lim_{\|r_{ij}\| \rightarrow 0} V_{ij}(\|r_{ij}\|) \rightarrow \infty \quad (3.10)$$

Além disso, por construção, o valor de  $V_{ij}$  é mínimo quando  $\|r_{ij}\| = r_d$ , onde  $r_d$  é a distância entre os robôs desejada para determinada formação.

#### 3.3.1 Implementação

Como há considerável dificuldade para a obtenção de uma função potencial artificial cuja minimização corresponda à formação desejada, foi utilizada a função potencial saturada e deslocada já proposta em [25] e desenvolvida em [26].

$$V_{sij}(\|r_{ij}\|) = \begin{cases} J(\|r_{ij}\|), & \text{se } \|r_{ij}\| < r_N \\ J(r_N), & \text{se } \|r_{ij}\| \geq r_N \end{cases} \quad (3.11)$$

$$J(\|r_{ij}\|) = \log(\|r_{ij}\| - c) + \frac{a_2}{\|r_{ij}\| - c} - a_1(\|r_{ij}\| - c), \quad (3.12)$$

$$a_1 = \frac{1}{r_d - 2c + r_N},$$

$$a_2 = \frac{(r_N - c)(r_d - c)}{r_d - 2c + r_N}$$

onde  $c$  é o raio do círculo que contém cada robô e  $r_N$  é o raio da região de vizinhança do robô (região em que o grafo de conexão do robô realiza ligações, vide Apêndice A).

O objetivo declarado pela estratégia é que cada robô minimize o valor da sua função potencial artificial. Portanto, a sua movimentação deverá buscar a direção do gradiente espacial da função, porém em sentido oposto. A partir deste raciocínio e da Equação 3.11, os controles de avanço linear  $u$  e rotação  $w$  de cada robô (definidos na equação 2.2) são calculados:

$$u_i = k_v \left( -\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \cos(\theta_i) - \frac{\partial V_i}{\partial y_i} \sin(\theta_i) \right) \quad (3.13)$$

$$w_i = -k (\theta_i - \theta_{id}) \quad (3.14)$$

onde  $k_v > 0$ ,  $k > 0$  e

$$\theta_{id} = \arctan \left( -\frac{\partial V_i}{\partial y_i}, -\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right) \quad (3.15)$$

## Capítulo 4

# Software Desenvolvido - Ambiente de Simulação

Para que fosse possível realizar testes que avaliassem os controles construídos, foi criado um ambiente de simulação com o software MATLAB. Foram definidos os objetivos principais para o ambiente:

1. **Simulação do movimento:** O sistema deve ser capaz de, para cada robô, desenvolver a sua movimentação a partir dos comandos enviados pelo controle.
2. **Controlador:** Dado o estado atual do grupo e o objetivo individual de cada componente, o sistema deve calcular o controle dos agentes.
3. **Interface gráfica:** É interessante que o sistema disponibilize para o usuário uma visualização dos estados de cada robô, emulando a visão de uma câmera.

Estes objetivos devem, então, ser dispostos em um *loop* de simulação. Para cada iteração do sistema, são calculados o movimento gerado pelos controles da iteração passada e os novos controles baseados nas condições atuais, bem como é disponibilizada a visualização atual do espaço de simulação.

As soluções alcançadas para cada objetivo estão apresentadas nas próximas seções e os códigos utilizados para desenvolvê-las se encontram no Apêndice C.

## 4.1 Simulação do Movimento

Dadas a posição  $(x_i, y_i)$  e a orientação  $\theta_i$  do robô no momento atual, bem como os controles  $u$  e  $w$  gerados pela última iteração do sistema, a simulação deve ser capaz de calcular qual seria a movimentação realizada pelo agente. Para isto, foi utilizada a Equação 4.1, repetida aqui:

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix}$$

Embora o universo de simulação seja intrinsecamente de tempo discreto, foi considerado que, para testes cujos tempos ultrapassassem 30 segundos, um **passo de simulação**  $h = 0.01s$  seria satisfatoriamente pequeno, a ponto de que o tempo do sistema pudesse ser considerado contínuo.

## 4.2 Controlador

De acordo com as abordagens propostas, foram criados três controladores diferentes.

### 4.2.1 Seguimento de Trajetória Individual

Como dito na Seção 2.2, para o controle de seguimento de trajetória de um único robô foi utilizado um controlador do tipo PID.

As equações 2.7 e 2.8 já definiram  $e_\theta$  e  $e_{f_w}$ , respectivamente. A partir dos ganhos desejados para cada simulação, definem-se os controles:

$$u = K_{P,f_w} e_{f_w} + K_{D,f_w} \frac{de_{f_w}}{dt} + K_{I,f_w} \int e_{f_w} dt \quad (4.1)$$

$$w = K_{P,\theta} e_\theta + K_{D,\theta} \frac{de_\theta}{dt} + K_{I,\theta} \int e_\theta dt \quad (4.2)$$

Vale lembrar que a simulação é um ambiente com domínio de tempo discreto. Assim, as derivadas e integrais são aproximadas. Para isto, utilizaram-se, respectivamente,

a aproximação de primeira ordem por Série de Taylor aliada a um filtro passa-baixa ("derivada suja") e a Regra Trapezoidal:

$$f'(t) \simeq \frac{\tau_D f'(t-h) + f(t) - f(t-h)}{\tau_D + h} \quad (4.3)$$

$$\int_{t_0}^{t_0+h} f(t) dt \simeq h \frac{f(t_0) + f(t_0+h)}{2} \quad (4.4)$$

onde  $h$  é o passo de simulação. Para as simulações, foi utilizado  $\tau_D = 0.1$ .

### 4.2.2 Líder-Seguidor

Seguindo o que foi visto na Seção 3.2, o *loop* de controle atribui a cada robô uma referência individual, definidas nas Equações 3.6, 3.7 e 3.8. Para o líder, esta será uma referência externa ao sistema; para cada seguidor, será a posição relativa ao líder. A formação desejada, conforme descrito previamente, é a de um triângulo equilátero.

A partir do momento em que cada robô tem a sua referência, o seu controle é calculado da mesma forma que o controle individual apresentado na seção anterior.

### 4.2.3 Função Potencial

Foi implementado o controle descrito na Seção 3.3 e definido nas Equações 3.13 e 3.14. Para adequá-las ao ambiente discreto, no entanto, foi necessário utilizar a definição formal de derivada parcial:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h} \quad (4.5)$$

Para as situações em que é interessante que a formação se movimente, é estabelecido um líder virtual. O controle de seguimento de trajetória do líder é calculado exatamente da mesma forma do que foi apresentado na Seção 4.2.1. Este controle é somado ao de função potencial, resultando no controle total do líder virtual. Os outros componentes da formação continuam sujeitos apenas ao controle por função potencial.

### 4.3 Interface Gráfica

Ainda utilizando o MATLAB, foi montada uma interface gráfica para possibilitar que a simulação do movimento dos unicyclos fosse visualizada.

Como pode ser visto na Figura 4.1, a interface apresenta inicialmente um menu com os seguintes campos:

- **Robôs:** Quantidade de robôs a ser simulada. Inicialmente definida como 3.
- **Tempo Máximo:** Intervalo de tempo (em centésimos de segundo) durante o qual a simulação será rodada. Inicialmente definido como 6000 (1 minuto).
- **Atualizar:** Caso seja necessário alterar o campo de Tempo Máximo durante a simulação, o clique neste botão fará a atualização do sistema.
- **Plotar Gráficos:** Botão que inicializa a visualização da simulação, realizando a plotagem de gráficos que serão esmiuçados na Seção 4.3.1.
- **Começar:** Botão que inicializa a simulação, utilizando os valores presentes nos dois campos iniciais.
- **Parar:** Botão que interrompe a simulação, mesmo que o intervalo inserido em Tempo Máximo ainda não tenha sido atingido.

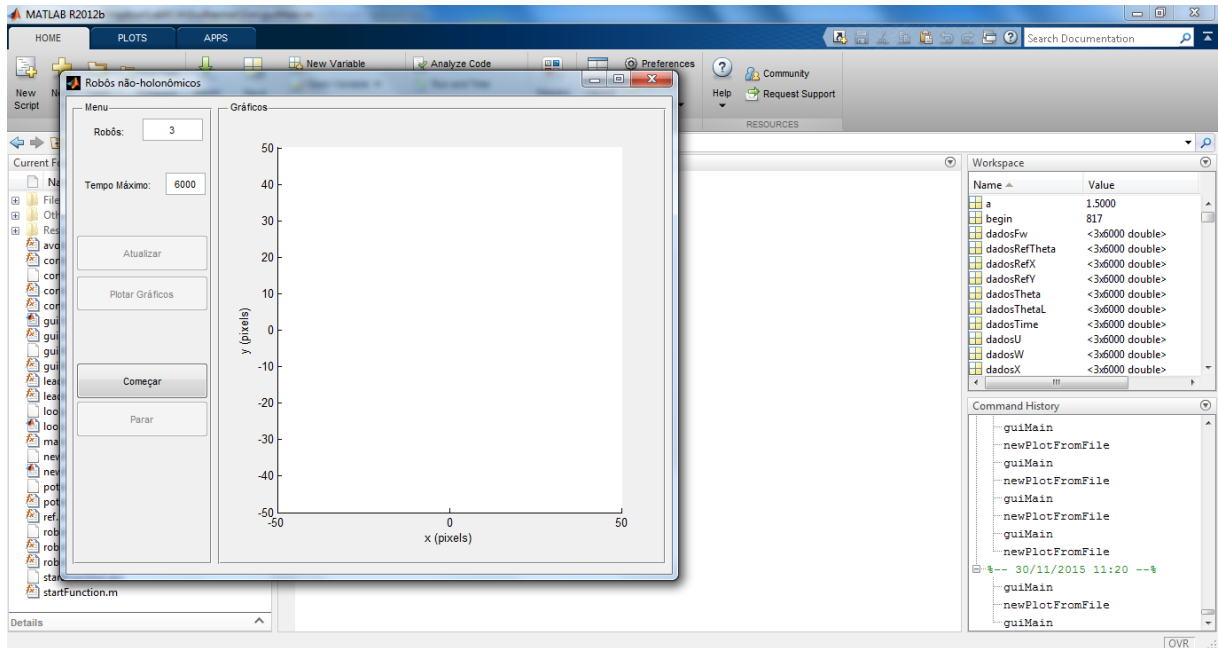


Figura 4.1: Interface gráfica pronta para o início da simulação.

Os botões *Atualizar*, *Plotar Gráficos* e *Parar* estão inicialmente indisponíveis. Assim que *Começar* é clicado e a simulação é iniciada, eles são ativados. Quando *Plotar Gráficos* é então clicado, é aberta a visualização presente na Figura 4.2.

### 4.3.1 Gráficos Disponíveis

#### Visualização Principal

Dentro da aba *Gráficos* da janela principal, é plotado um plano de visualização espacial do sistema. Este plano simula uma visão em duas dimensões do campo de atuação dos robôs, sob a forma de um gráfico  $x \times y$ . Para evitar variações durante a simulação que prejudicassem a análise em tempo real, os limites dos eixos desta visualização foram ambos fixados em  $[-50, 50]$ . Esta escala visa emular um espaço real, onde 1 unidade de medida equivaleria a 1 centímetro.

Cada robô é representado por um quadrado, cujos lados têm comprimento igual a 3 cm e que é centrado na sua posição atual. Além disso, eles levam à sua frente uma seta indicativa da sua orientação. Cada agente tem uma cor definida para a sua visualização, que será mantida no restante dos gráficos.

Quando há necessidade da sua presença, a referência é representada por um pequeno



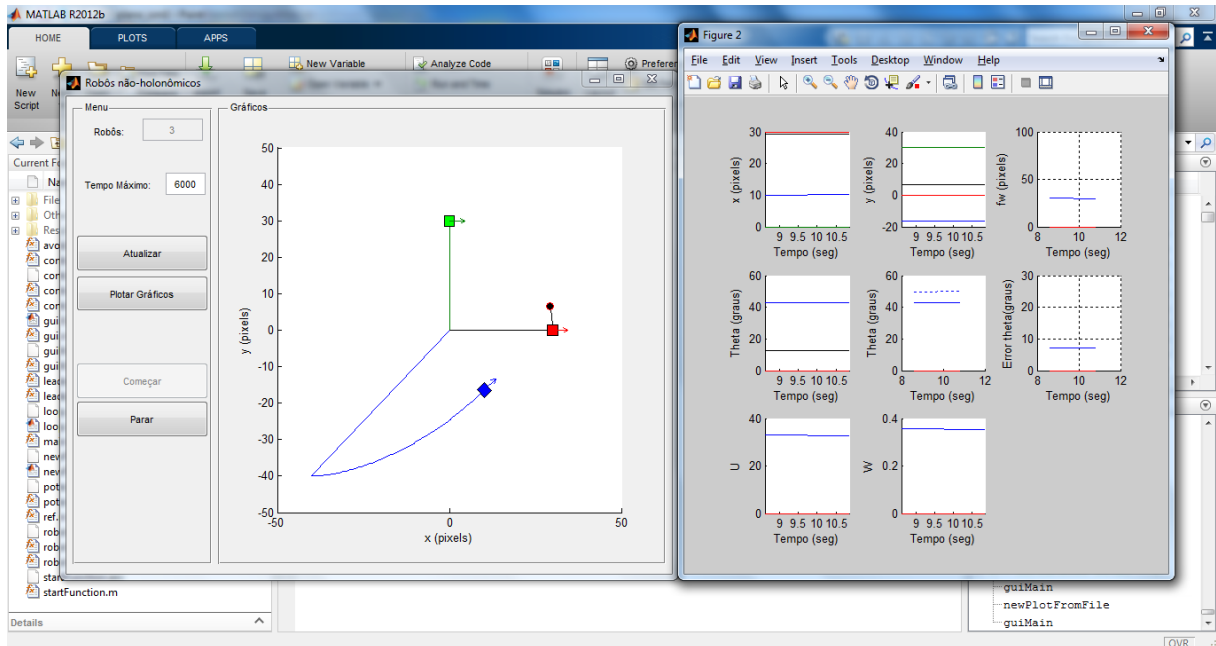


Figura 4.2: Exemplo da visualização da interface gráfica, para o caso com 3 uniciclos.

círculo preto de borda vermelha. Como a sua orientação não é de interesse do sistema, ela não é representada.

Tanto os robôs quanto a referência deixam um "rastros" ao se movimentar, sendo possível acompanhar a evolução da sua movimentação no plano.

### Janela Secundária

Além da visualização principal, é aberta uma segunda janela, que fornece ao usuário a variação de algumas informações ao longo do tempo decorrido desde o começo da simulação.

Estas informações são:

- $x \times t$ : Posição ao longo do eixo  $x$  do referencial inercial. Quando há referência externa, ela também é visível aqui.
- $y \times t$ : Posição ao longo do eixo  $y$  do referencial inercial. Quando há referência externa, ela também é visível aqui.
- $f_w \times t$ : Distância a ser alimentada ao controlador para o movimento de translação do robô. Isto é, a magnitude da projeção do vetor distância do robô à sua referência sobre o seu eixo de translação.

- $\theta \times t$  (1): Ângulo de orientação, em relação ao eixo  $x$  do referencial inercial. Quando há referência externa, ela também é visível aqui.
- $\theta \times t$  (2): Comparativo do ângulo de orientação (em linha cheia) contra o ângulo a ser seguido (em linha pontilhada).
- *Error*  $\theta(e_\theta)$ : Erro de ângulo a ser alimentado ao controlador para o movimento de rotação do robô.
- $U$ : Magnitude da saída do controlador para o movimento de translação do robô.
- $W$ : Magnitude da saída do controlador para o movimento de rotação do robô.

Mantendo a coerência do sistema, as unidades de comprimento são medidas em centímetros, o tempo, em segundos, os ângulos, em radianos, e as velocidades linear e angular, em cm/s e rad/s, respectivamente.

## 4.4 Dificuldades Encontradas

A principal dificuldade encontrada foi em relação à função *arctan*. A primeira opção seria a função *atan* do MATLAB, mas esta tem contradomínio em  $[0, \pi)$ . Para contornar isso, foi utilizada a função *atan2*, que recebe como argumentos  $Y$  e  $X$  e retorna um ângulo pertencente a  $(-\pi, \pi]$ .

Isto introduz, no entanto, uma descontinuidade quando o valor do ângulo ultrapassa  $\pi$  e retorna a  $-\pi$ , o que dificulta bastante o controle. Quanto a isso, foi utilizada a função do MATLAB *unwrap*, que normaliza um vetor (no caso, o vetor com os valores passados e presentes dos ângulos), adicionando  $2k\pi$  (onde  $k \in \mathbb{Z}$ ) aos valores do vetor cuja diferença para o anterior exceda  $\pi$  ou subtraindo, caso exceda negativamente  $-\pi$ .

Um outro problema é a exigência computacional. Como o que ocorre é apenas uma simulação de um controle descentralizado, o computador executando a simulação ainda é sobrecarregado com o cálculo do controle e das trajetórias de todos os robôs. Isto resulta em uma considerável diminuição da velocidade de simulação para os casos com mais de um robô, especialmente quando a visualização em tempo real está ativa.

# Capítulo 5

## Simulação e Resultados

Para que as variadas implementações realizadas ao longo deste trabalho pudessem ser avaliadas, foram montados diversos cenários de simulação. Estes cenários incluem a movimentação de um único unicyclo, submetido ou não ao tratamento de colisões proposto, a movimentação do grupo sob formação pela abordagem de líder-seguidor, novamente utilizando ou não o tratamento, e, por fim, o grupo sob formação pela abordagem por função potencial. Para efeito de comparação, as mesmas condições iniciais foram mantidas em cenários equiparáveis, especialmente as posições iniciais dos uniciclos e os ganhos do controlador PID para o seguimento de trajetória, quando este se fez presente.

Para cada cenário, é apresentado o plano de simulação, mostrando a trajetória realizada pelos robôs. Além disso, são disponibilizados os gráficos da posição e da orientação de cada unicyclo em relação ao referencial inercial ao longo do tempo, bem como os valores dos controles  $u$  e  $w$  aplicados e os erros  $e_{fw}$  e  $e_{\theta}$ , excetuando-se para estes últimos os cenários de formação por função potencial.

Nos gráficos representativos do plano de atuação, os robôs foram desenhados na forma plena descrita na Seção 4.3.1 nas suas últimas posições gravadas, e pontilhados nas suas posições iniciais.

Como apresentado no Capítulo 4, as unidades simuladas para as posições (e distâncias, obviamente) são dadas em centímetros, os ângulos, em radianos, o tempo  $t$ , em segundos, e as velocidades  $u$  e  $w$  em cm/s e rad/s, respectivamente. Os gráficos de distância apresentam uma linha pontilhada à marca de 10 cm, marcando o que foi chamado de **região de segurança**, uma distância mínima para evitar que os robôs colidam.

Os resultados dos cenários serão analisados em pares em um primeiro momento, detalhando as alterações para pequenas alterações de parâmetros ou trajetórias. O conjunto de resultados será analisado em sua totalidade no próximo capítulo.

## 5.1 Seguimento de Trajetória Individual

A partir do que foi descrito nos Capítulos 2 e 4, temos  $e_{f_w}$  e  $e_\theta$  como variáveis de controle, e foi utilizado um controle PID. Os ganhos foram obtidos empiricamente e serão utilizados em todos os controladores PID pelo restante do trabalho.

$$K_{P,f_w} = 1, \quad K_{D,f_w} = 0.01, \quad K_{I,f_w} = 0.05 \quad (5.1)$$

$$K_{P,\theta} = 4.8, \quad K_{D,\theta} = 0.9, \quad K_{I,\theta} = 0 \quad (5.2)$$

Teremos, a princípio, um único robô sendo controlado, enquanto os outros permanecem estáticos, em posições que deveriam atrapalhar (ou, ao menos, pôr em risco) a movimentação de um robô real, fosse este um plano físico. O objetivo disto é que, quando o controle de colisões for ativado, o seu efeito seja perceptível no movimento do primeiro robô. Inicialmente, no entanto, com este controle desativado, ele se comportará como se os outros não estivessem ali, podendo inclusive atavessá-los. As posições iniciais adotadas foram as seguintes:

$$\begin{bmatrix} x_{0,1} \\ y_{0,1} \\ \theta_{0,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -30 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{0,2} \\ y_{0,2} \\ \theta_{0,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 30 \\ \pi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{0,3} \\ y_{0,3} \\ \theta_{0,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Foi estabelecida ainda uma zona morta para o controle, para que o robô permanecesse estável quando muito próximo do seu objetivo. Como o tamanho simulado do robô equivale a 3 cm, foi considerada razoável uma zona morta para quando a distância entre o centro do uniciclo e a referência fosse menor do que 1 cm.

### 5.1.1 Sem Estratégia contra Colisões

Sem qualquer forma de tratamento de colisão contra os obstáculos representados pelos robôs estáticos, são realizadas as simulações do controle de um único unicyclo.

#### Simulação 1

No primeiro caso, a referência estará inerte, posicionada no ponto  $(40, 0)$ .

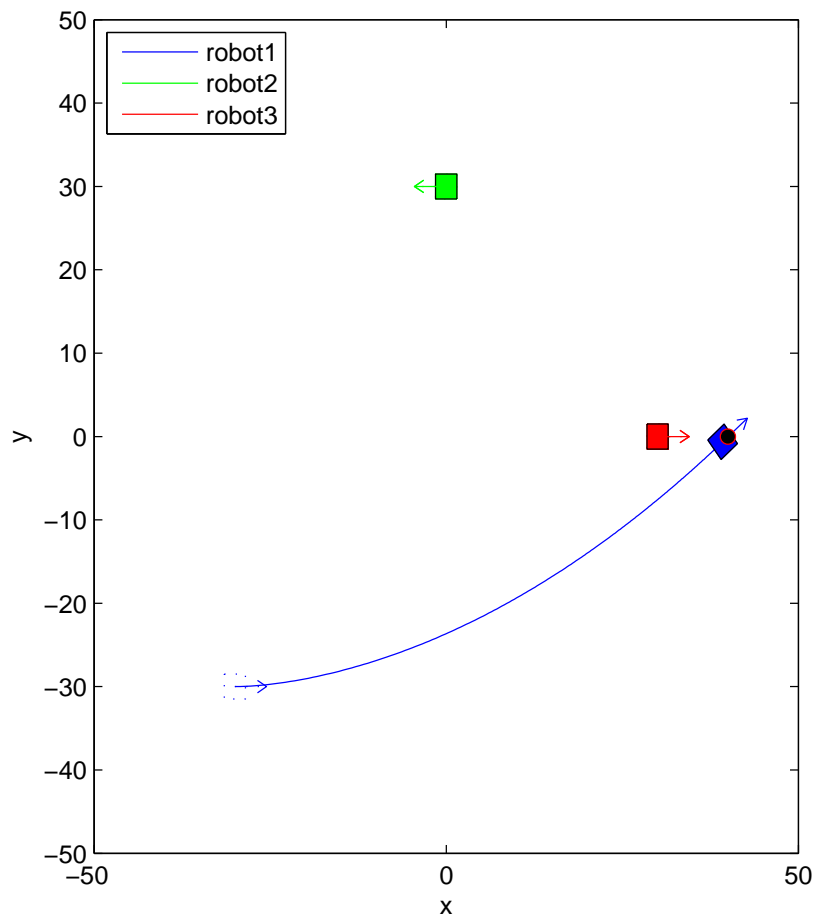


Figura 5.1: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática

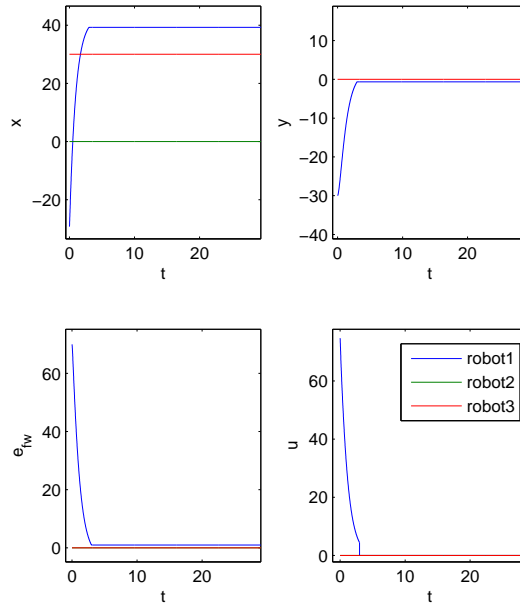


Figura 5.2: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{fw} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática

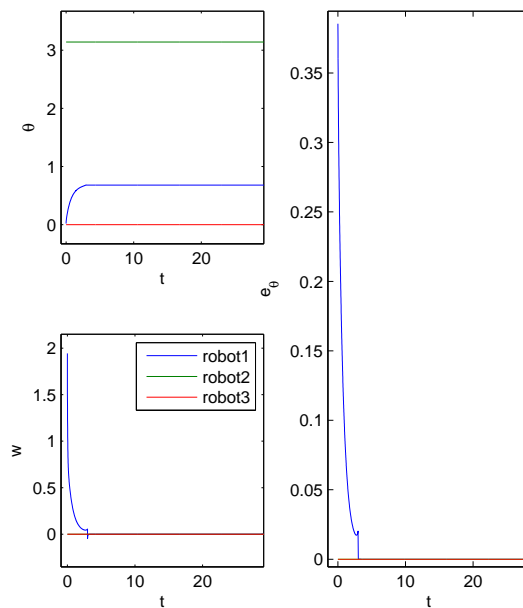


Figura 5.3: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_{\theta} \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática

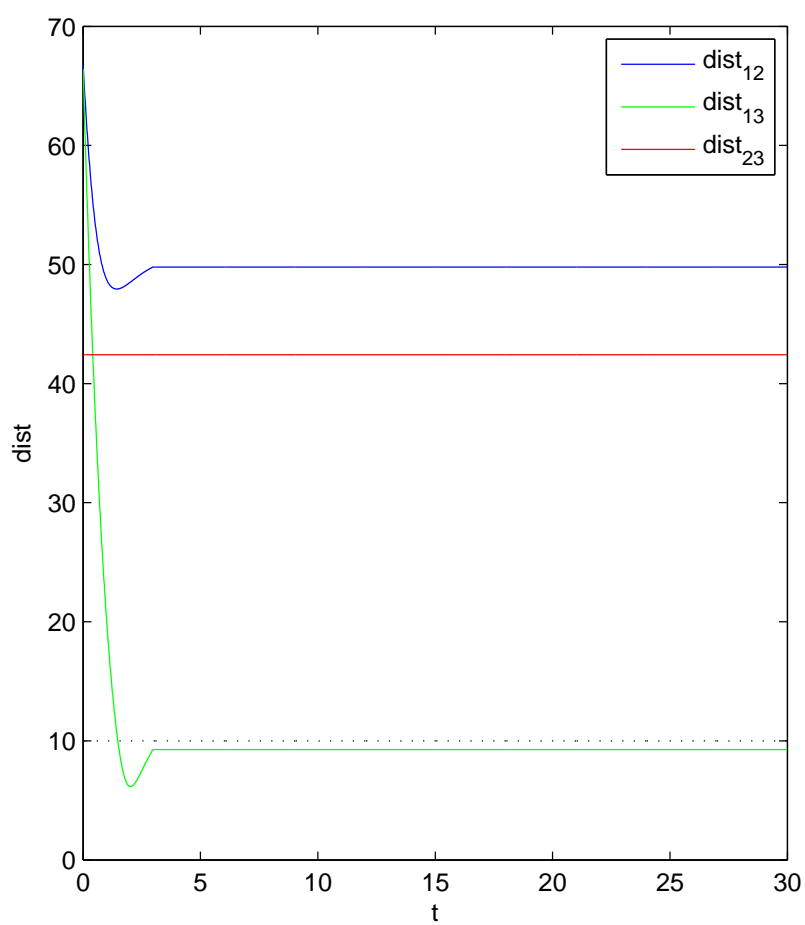


Figura 5.4: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática



**Simulação 2**

Agora, a referência descreverá uma circunferência de raio  $A$  e centrada no ponto  $(x_{ref,0}, y_{ref,0})$ , em sentido anti-horário com velocidade angular  $\omega$ .

$$\begin{cases} x_{ref,0} = 0 \\ y_{ref,0} = 0 \\ A = 30cm \\ \omega = 0.2 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.4)$$

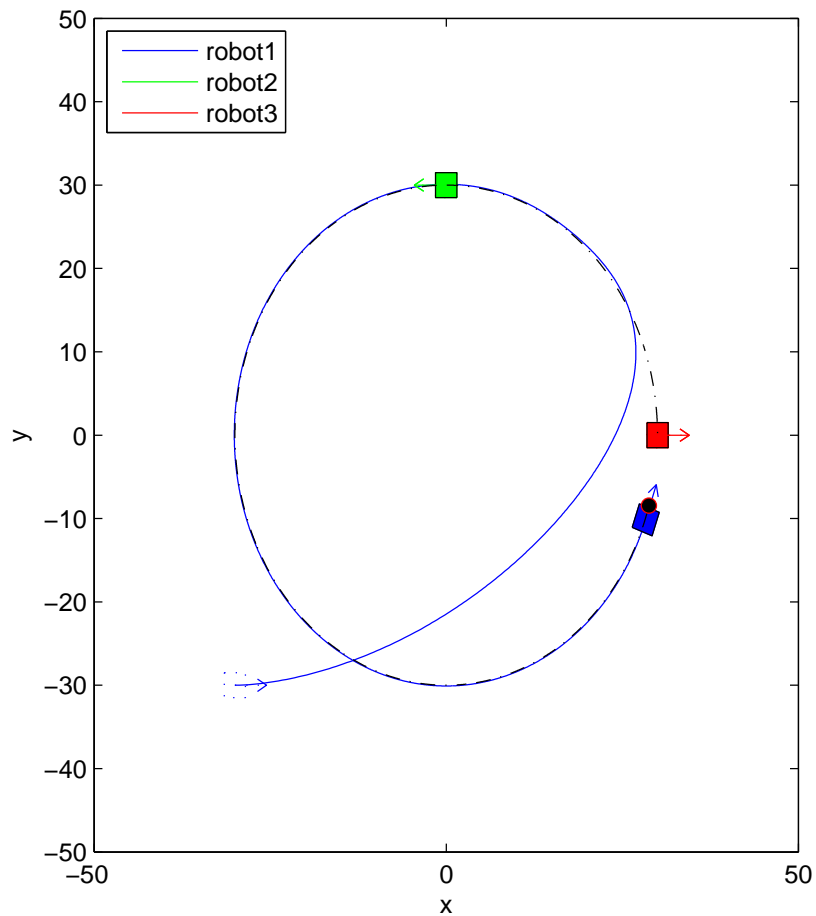


Figura 5.5: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular

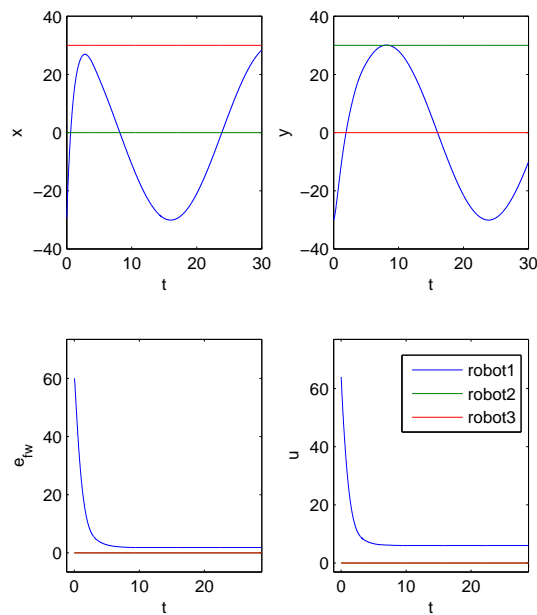


Figura 5.6: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular

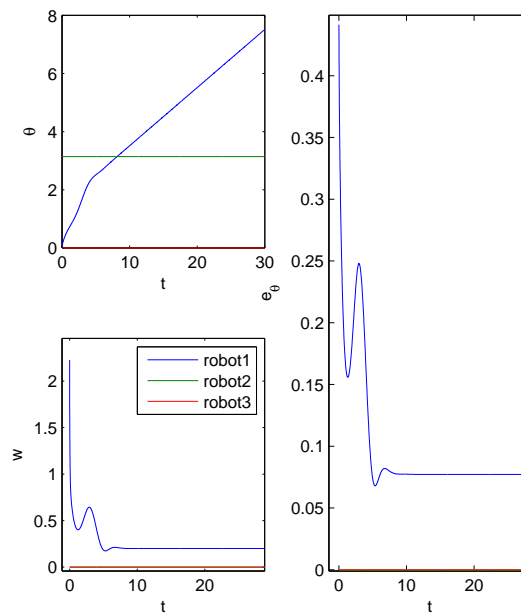


Figura 5.7: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular

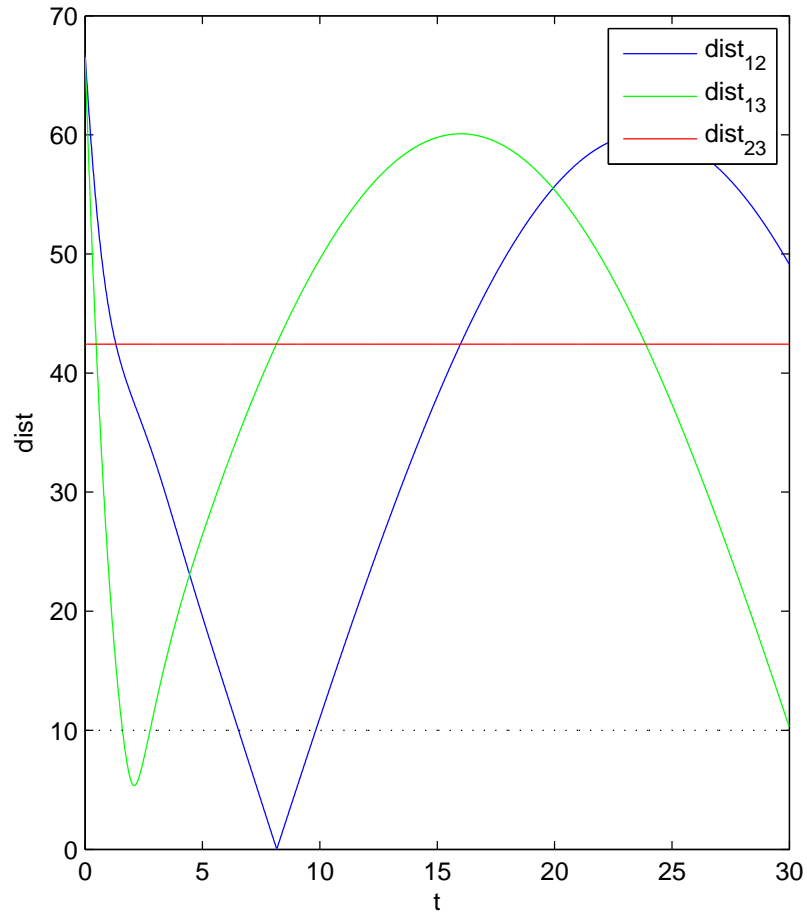


Figura 5.8: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular

### Análise

O seguimento de trajetória realizado pode ser considerado eficiente. Para o caso da referência estática, na primeira simulação, o erro final de posição foi de apenas 1cm, condizendo com o que havia sido projetado para a zona morta. Na segunda simulação, a Figura 5.5 denota boa adequação à trajetória definida pela referência, e as Figuras 5.6 e 5.7 mostram que os erros finais tanto em relação à distância quanto ao ângulo foram satisfatoriamente pequenos.

Vale ressaltar que as Figuras 5.4 e 5.8 denotam que, ao menos em determinados momentos, os robôs estiveram aquém da distância de segurança estabelecida.

### 5.1.2 Com a Estratégia contra Colisões Proposta

Para a simulação de um único robô em movimento desviando de obstáculos inertes, foram utilizadas as mesmas condições iniciais das simulações anteriores. As simulações 3 e 4 retomam o primeiro cenário, enquanto as 5 e 6 remetem ao segundo. Os valores utilizados para os parâmetros do tratamento de colisão definidos na Seção 3.1 são apresentados junto aos resultados das simulações.

#### Simulação 3

Foi testado inicialmente um controle com a proporcionalidade inversa em relação à distância de ordem quadrática.

$$\begin{cases} n = 2 \\ k_D = 400 \end{cases} \quad (5.5)$$

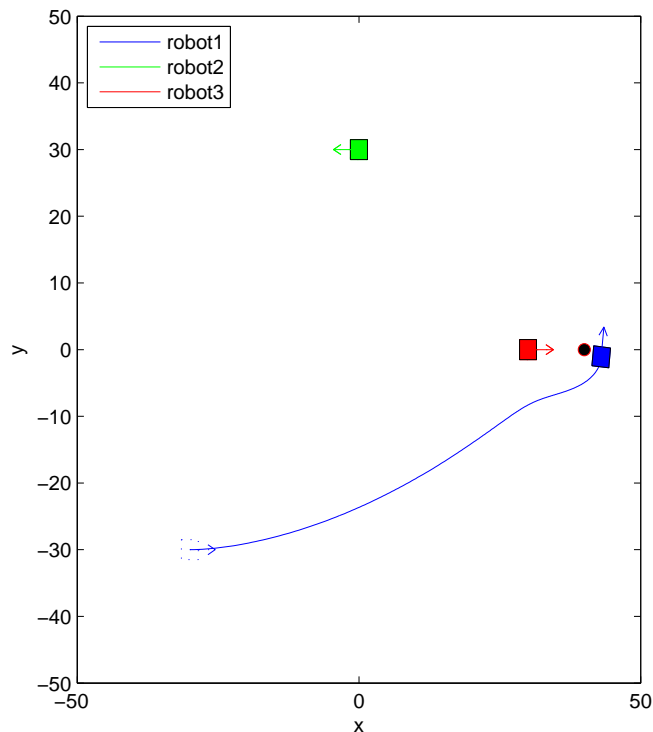


Figura 5.9: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

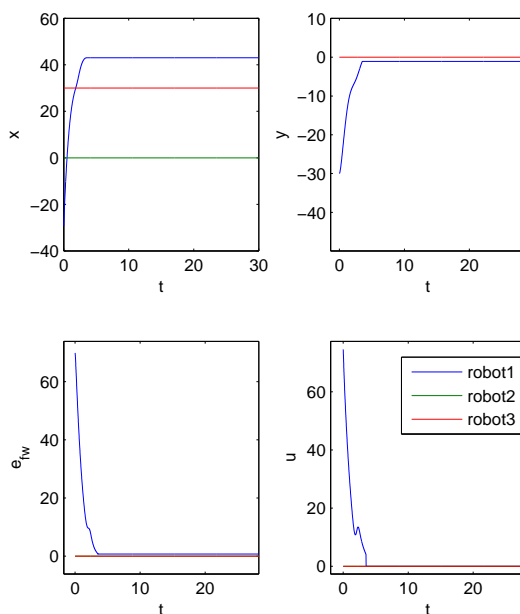


Figura 5.10: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{fw} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

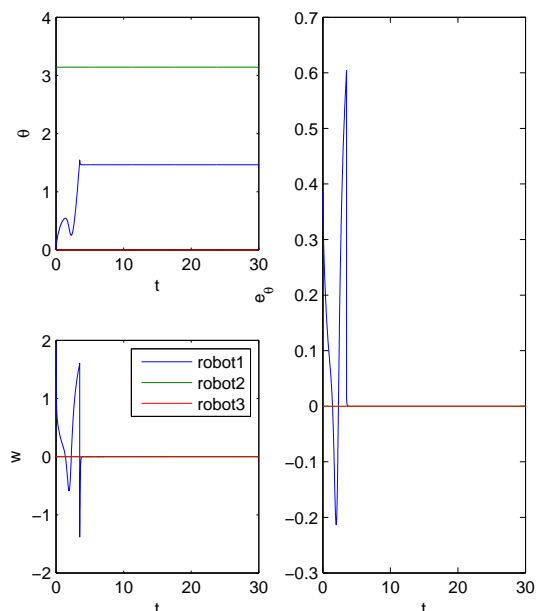


Figura 5.11: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

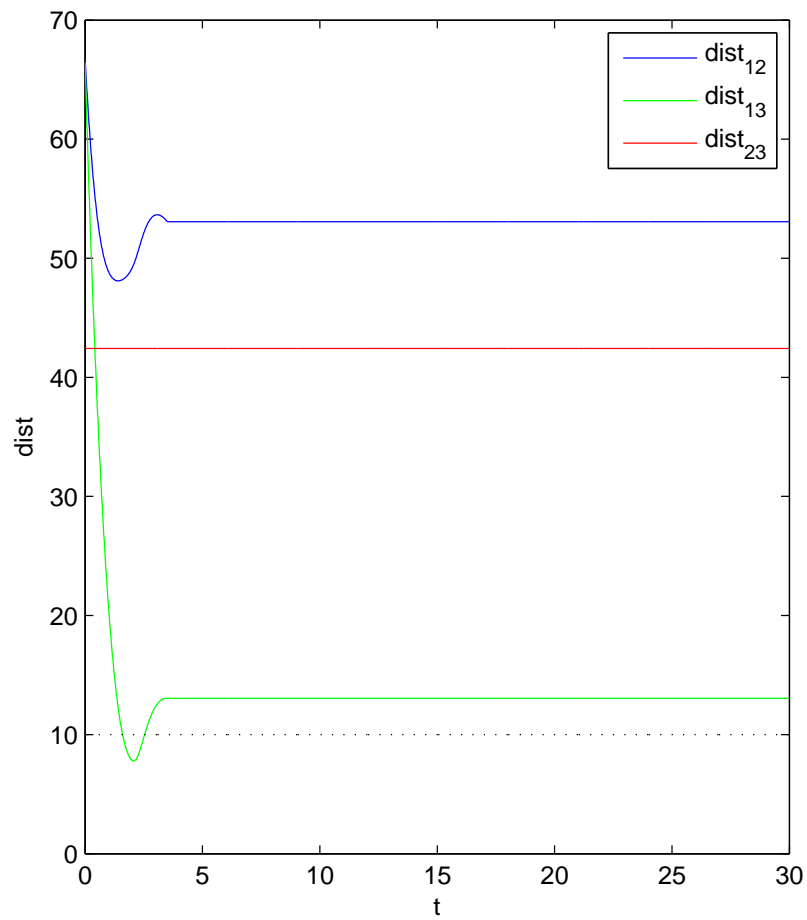


Figura 5.12: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

**Simulação 4**

Agora foi testado um controle com a proporcionalidade inversa em relação à distância de quarta ordem.

$$\begin{cases} n = 4 \\ k_D = 160000 \end{cases} \quad (5.6)$$

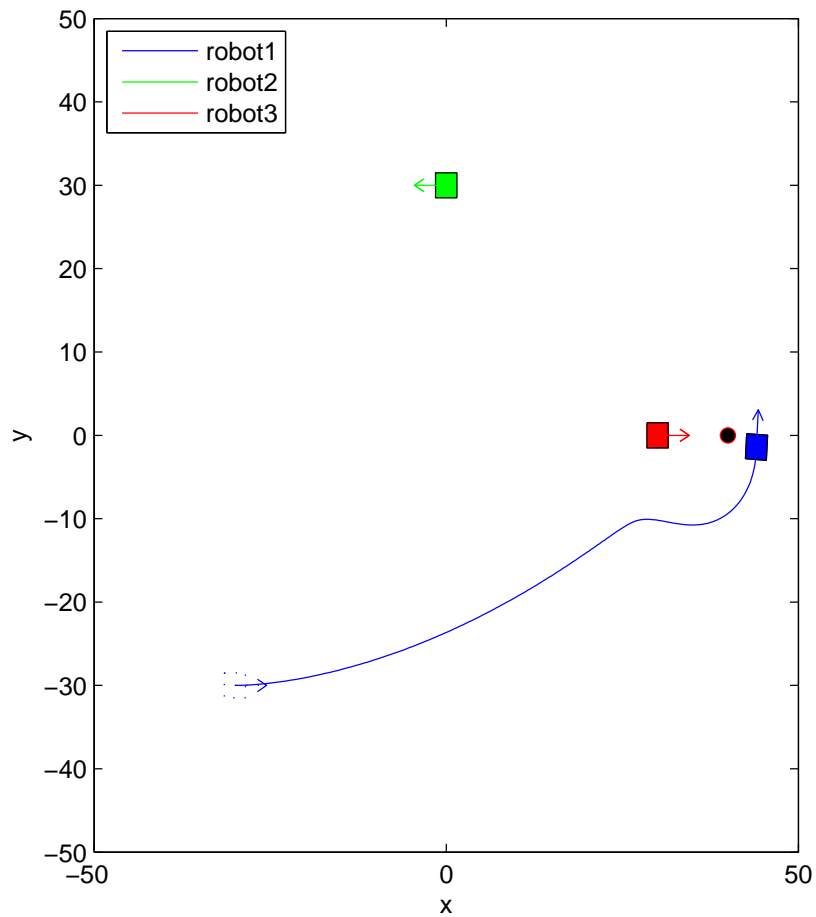


Figura 5.13: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

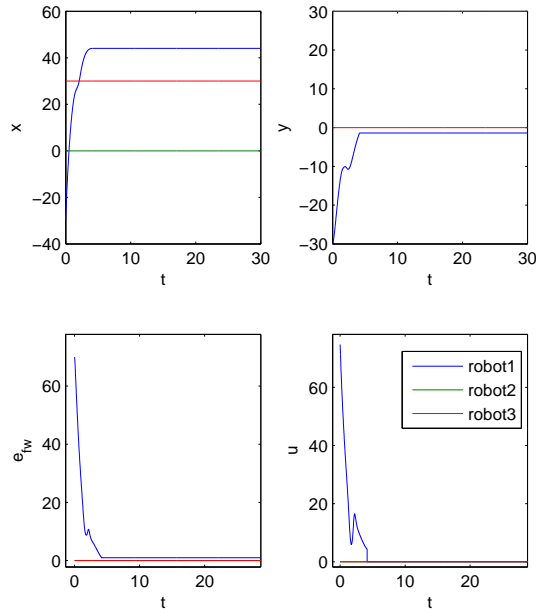


Figura 5.14: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{fw} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

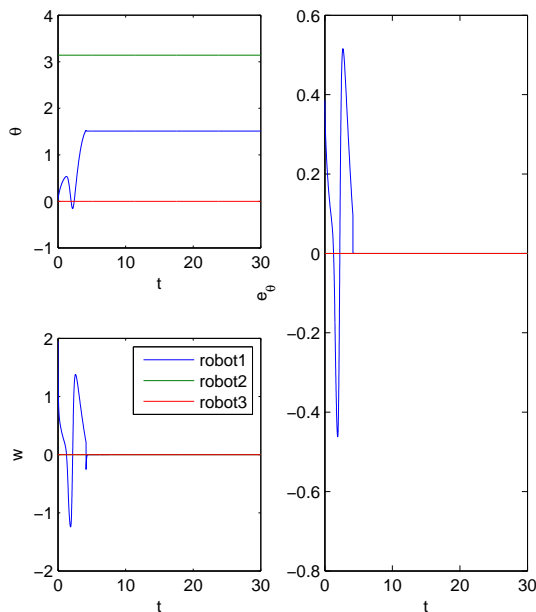


Figura 5.15: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros



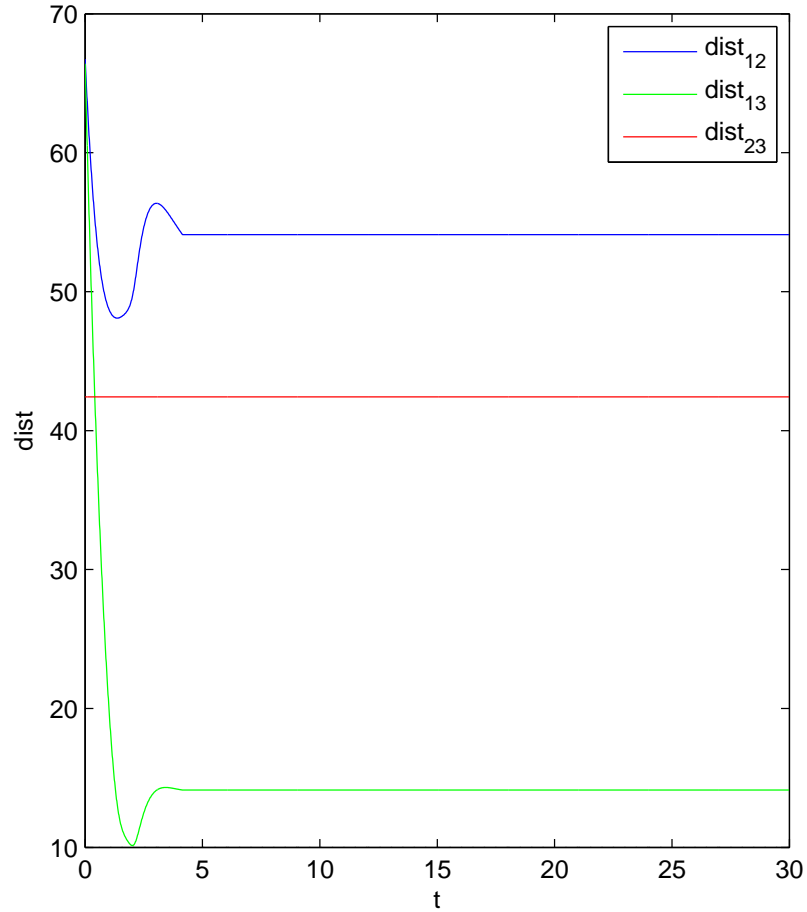


Figura 5.16: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência estática aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

### Análise

É facilmente perceptível a alteração de trajetória provocada pelo estratégia utilizada para evitar colisões, especialmente nas Figuras 5.9 e 5.13. A alteração causada na simulação 3 não foi suficiente para evitar que o robô ultrapassasse a distância de segurança em relação ao seu vizinho, como visto na figura 5.12. Na simulação 4, no entanto, este objetivo foi plenamente atingido. É notável que, quando a relação inversa entre o desvio e a distância passou a ser de quarta ordem, o ganho de desvio teve de ser aumentado correspondentemente.

A presença do desvio de trajetória, no entanto, ocasionou uma oscilação na saída dos controladores, o que não era inesperado, dado que, para evitar colisões, a referência é deslocada de maneira não-linear. O fato de que este ruído não foi consideravelmente aumentado na simulação 4 em relação anterior, mesmo com desempenho notavelmente superior, indica que esta calibragem dos parâmetros é mais adequada.

### Simulação 5

Novamente com a relação de proporcionalidade inversa quadrática, agora para seguir a referência em movimento circular.

$$\begin{cases} n = 2 \\ k_D = 400 \end{cases} \quad (5.7)$$

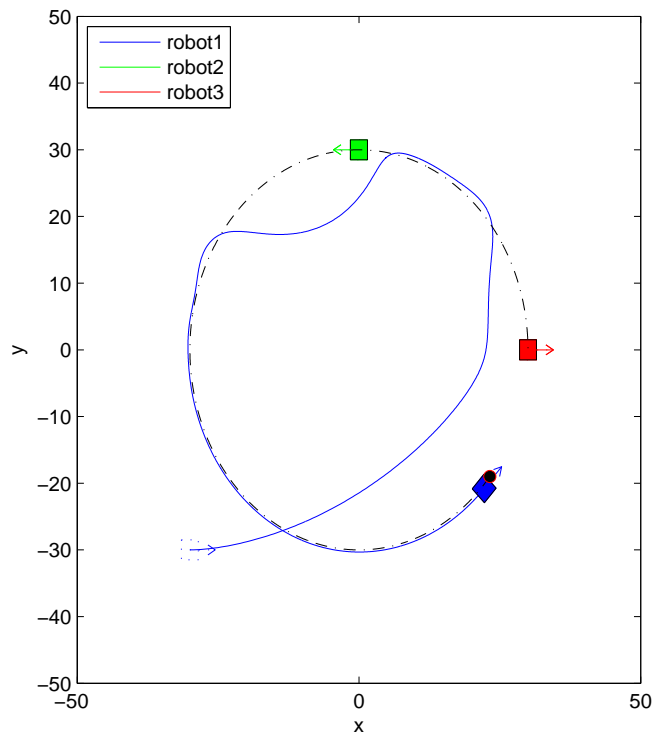


Figura 5.17: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

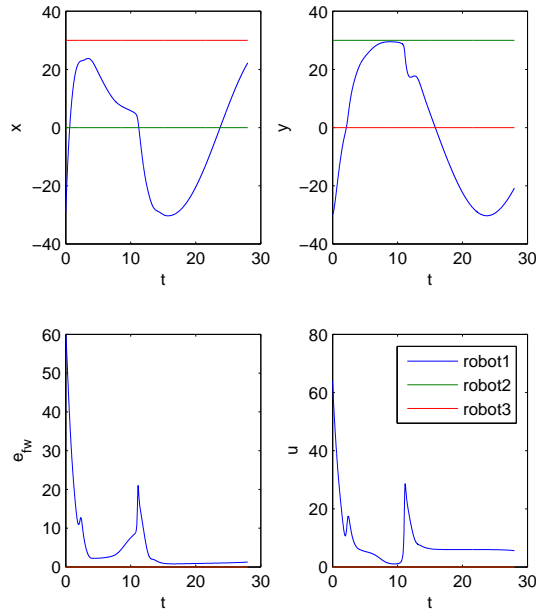


Figura 5.18: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros

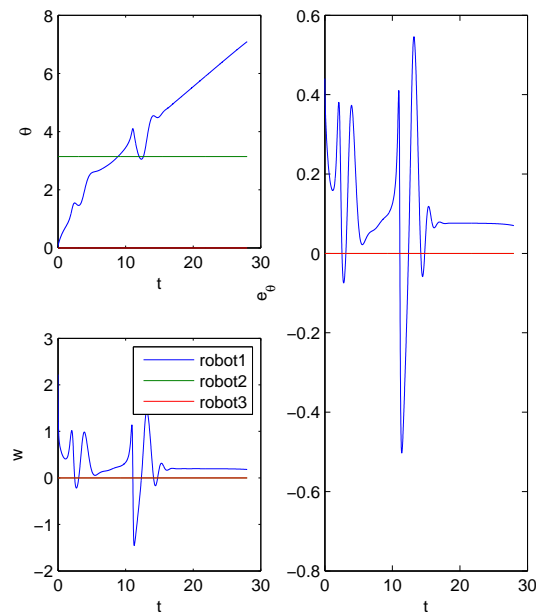


Figura 5.19: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimação de parâmetros

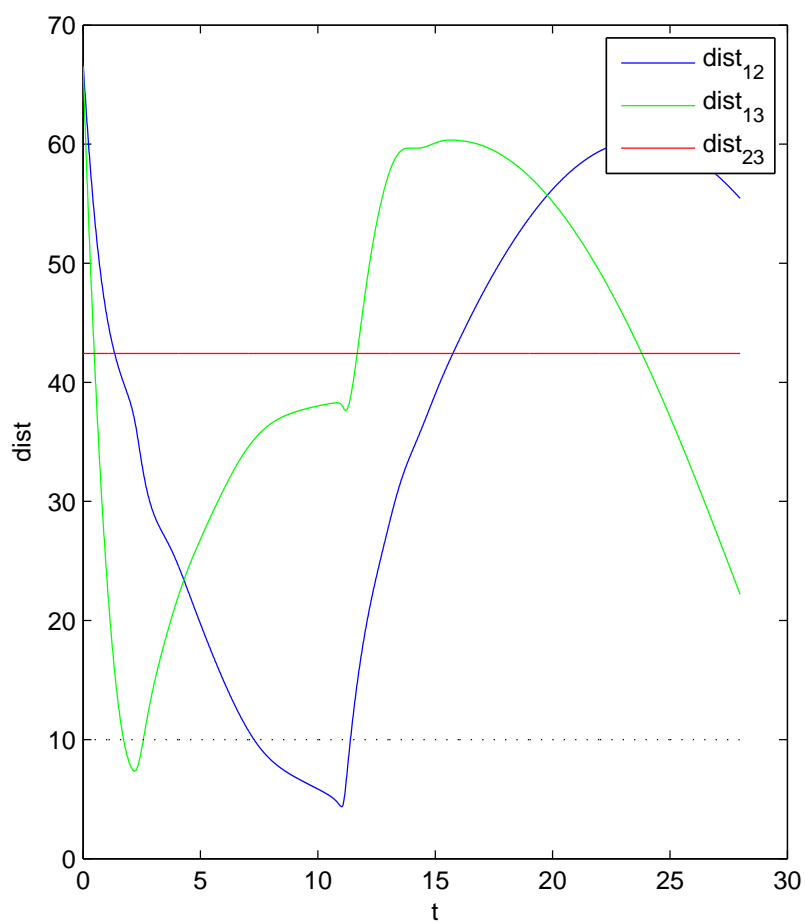


Figura 5.20: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a primeira estimativa de parâmetros

**Simulação 6**

Com a referência ainda em movimento circular, foi testado o cenário com a repulsão inversamente proporcional à quarta potência da distância.

$$\begin{cases} n = 4 \\ k_D = 160000 \end{cases} \quad (5.8)$$

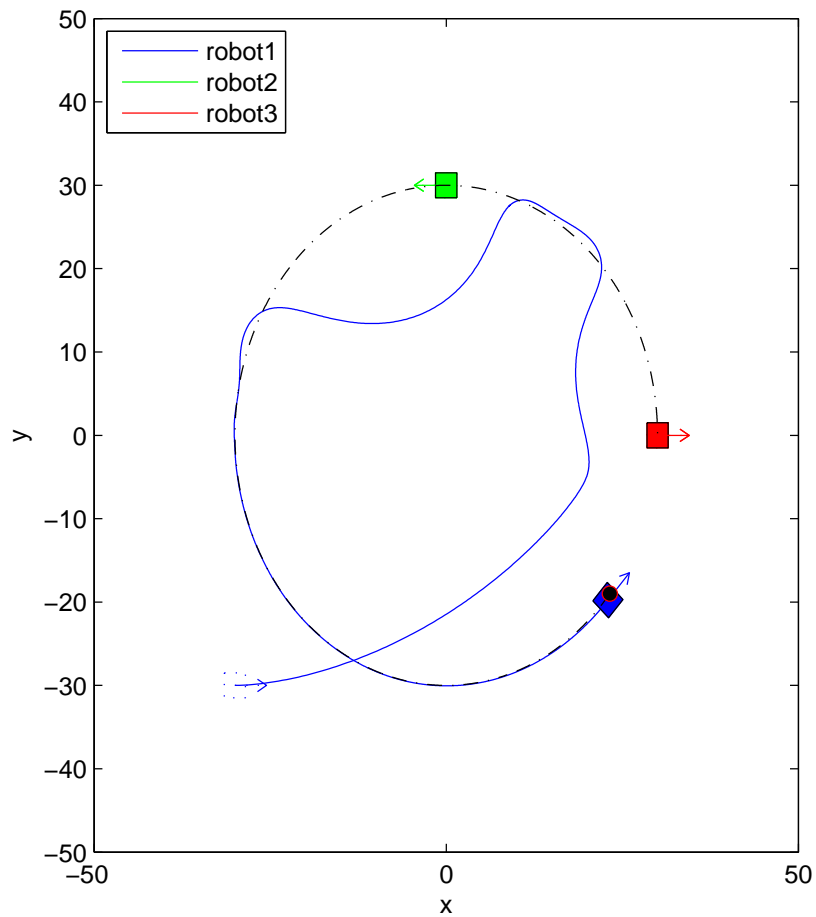


Figura 5.21: Visualização do plano  $xy$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimativa de parâmetros

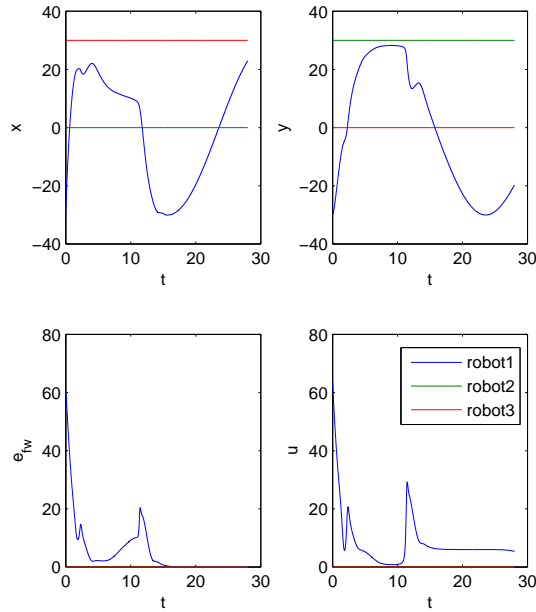


Figura 5.22: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

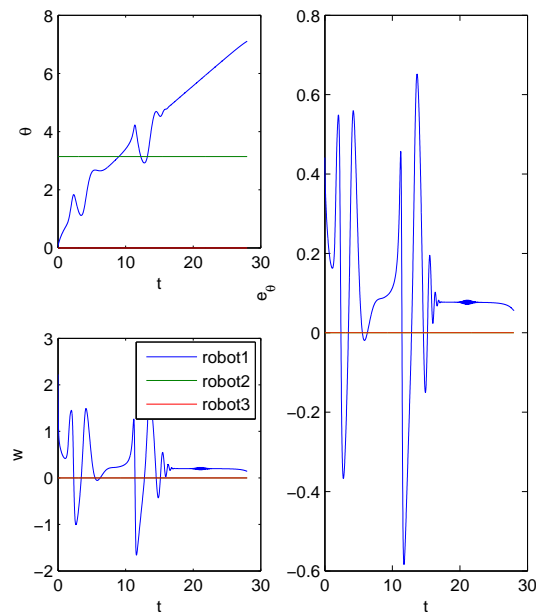


Figura 5.23: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

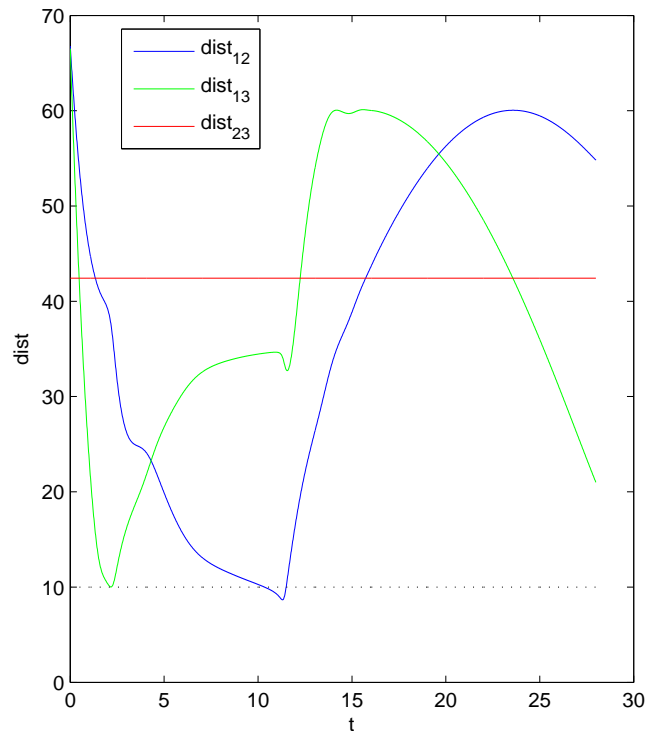


Figura 5.24: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação do rastreamento de trajetória individual com referência em movimento circular aliado à estratégia contra colisões, com a segunda estimação de parâmetros

### Análise

Novamente, é perceptível a alteração da trajetória causada pelo tratamento de colisões. O ruído desta vez foi maior, embora a sua magnitude não tenha sido ainda particularmente preocupante. Em ambos os casos, após os momentos de desvio mais acintoso, o uniciclo foi satisfatoriamente capaz de recuperar a trajetória original.

Mais uma vez, o desempenho da segunda calibragem foi superior, garantindo a permanência do robô além da distância de segurança em relação aos outros. Embora o aumento do ruído de um caso para o outro desta vez tenha sido maior, ela ainda pode ser considerada mais adequada, ratificando o que foi visto nos resultados anteriores.

## 5.2 Controle de Formação por Líder-Seguidor

A calibragem dos parâmetros do controlador PID para as próximas simulações foi mantida conforme o que havia sido utilizado durante as simulações da seção 4.1. Desta vez, entretanto, o controle será aplicado aos três robôs simultaneamente, não havendo obstáculos inertes no plano de simulação.

Com três uniciclos buscando atuar em formação, era interessante agora que eles estivessem espalhados pelo plano. Por isto, estas foram as posições iniciais escolhidas:

$$\begin{bmatrix} x_{0,1} \\ y_{0,1} \\ \theta_{0,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -30 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{0,2} \\ y_{0,2} \\ \theta_{0,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ -20 \\ \pi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_{0,3} \\ y_{0,3} \\ \theta_{0,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -30 \\ 30 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Estas posições serão as mesmas utilizadas para iniciar todas as simulações que forem realizadas a partir deste ponto.

A formação desejada para o grupo, conforme descrito na seção 3.2, é a de um triângulo equilátero, cujos lados têm 20 cm de comprimento. O robô azul foi designado como líder, enquanto os outros passaram a ser os seus seguidores.

Para todas as simulações de controle de formação, foi definido que  $r_N = 100$ . Desta forma, um robô posicionado na origem dos eixos coordenados estará conectado a praticamente todo o espaço do plano simulado pertencente à visualização. Assim o grafo de comunicação do sistema dificilmente não será completo e conectado se ele estiver contido nos limites da visualização do plano.



### 5.2.1 Sem Estratégia contra Colisões

Aqui, ainda não é utilizado o tratamento proposto para evitar a colisão entre os componentes da formação.

#### Simulação 7

Primeiramente, o líder permanece estático, enquanto os seguidores buscam as suas posições na formação.

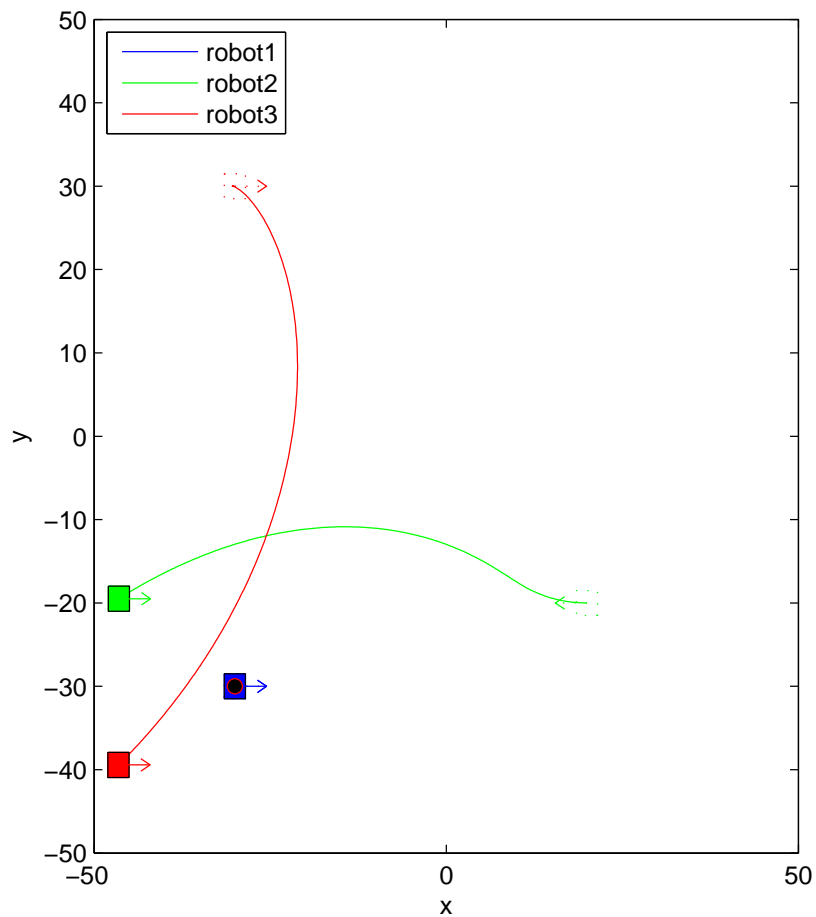


Figura 5.25: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático

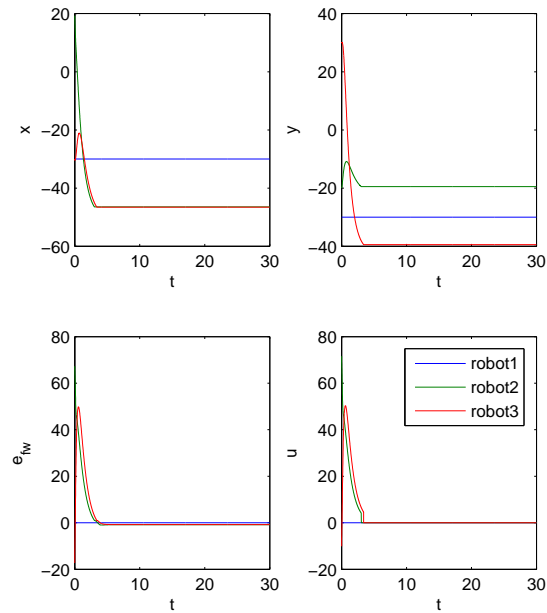


Figura 5.26: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{fw} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático

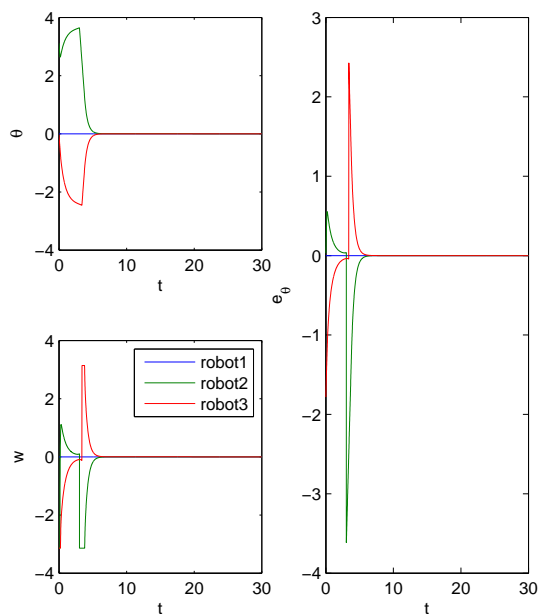


Figura 5.27: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_{\theta} \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático

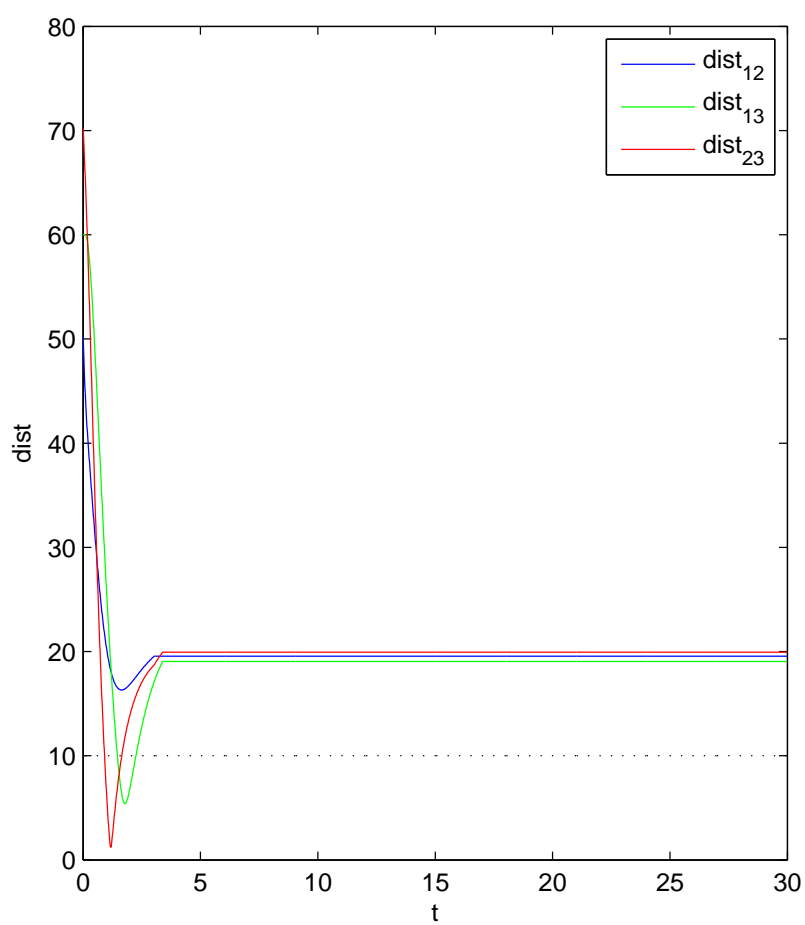


Figura 5.28: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático

**Simulação 8**

Agora o líder é movimentado, seguindo a mesma referência apresentada na simulação 2. Os seguidores devem buscar e manter a formação.

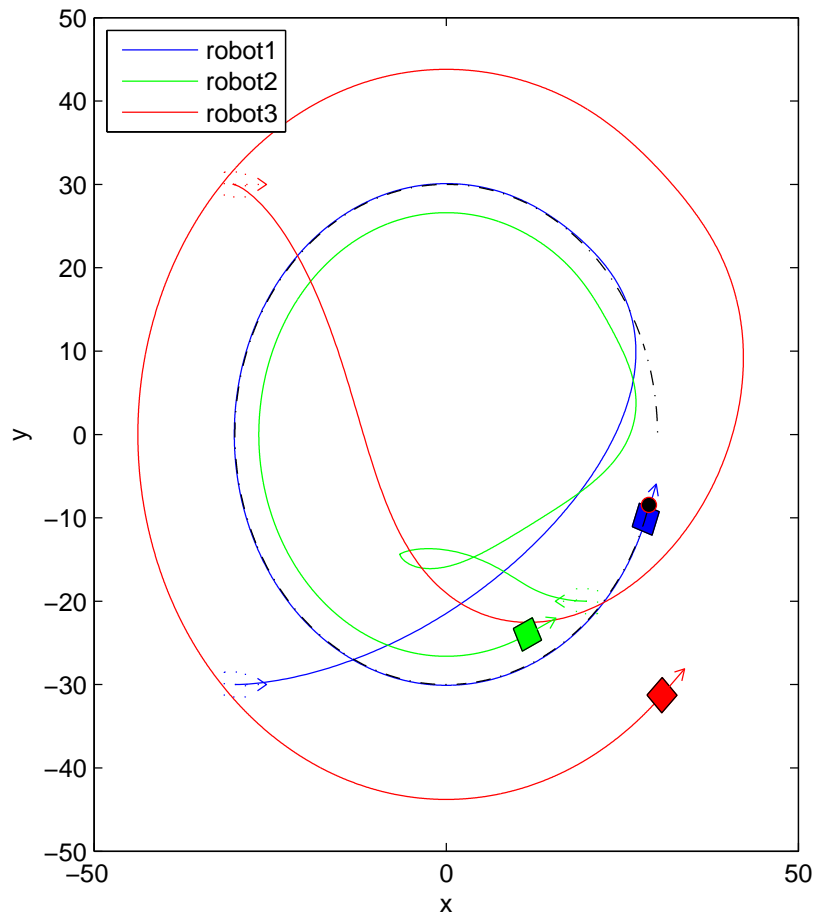


Figura 5.29: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular

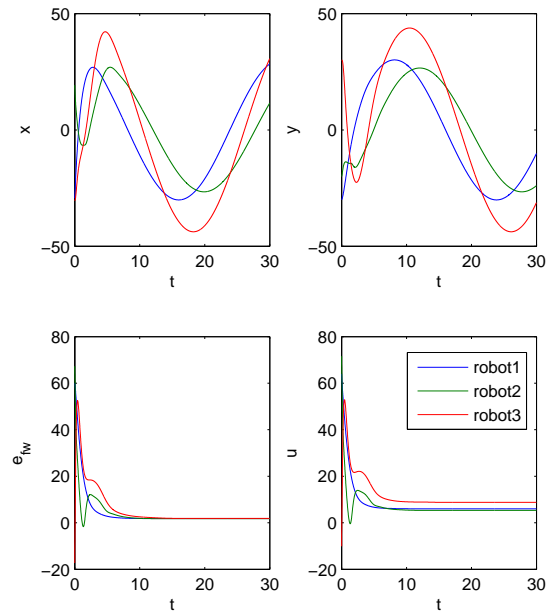


Figura 5.30: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular

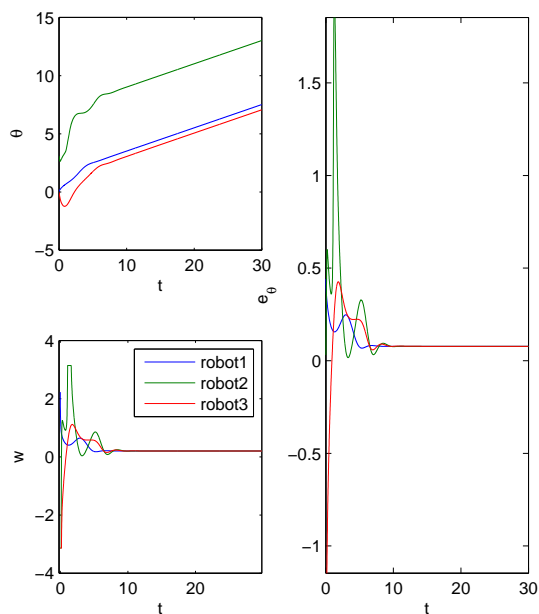


Figura 5.31: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular

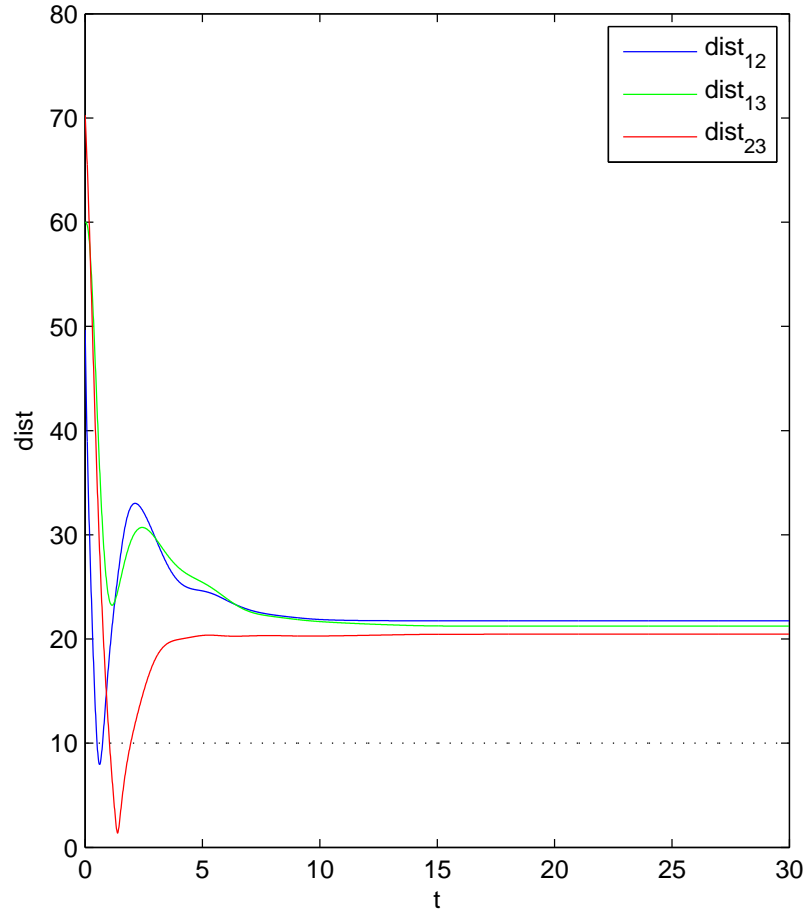


Figura 5.32: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular

### Análise

Como era esperado, os seguidores puderam convergir rapidamente para a formação, especialmente no cenário com o líder estático. Este primeiro cenário apresentou uma descontinuidade no controle angular, explicável pela preocupação dos seguidores de se alinharem à orientação do líder apenas após atingirem as suas posições na formação.

Em ambos os cenários houve aproximações entre os robôs muito aquém da distância de segurança, especialmente entre os seguidores, exemplificando o que foi visto na Seção 3.2.

### 5.2.2 Com a Estratégia contra Colisões Proposta

Agora é posto à prova o principal objetivo deste estudo: a abordagem de controle de formação por líder-seguidor é aliada à proposta de estratégia contra colisões. Foi adotada a segunda calibragem para os parâmetros de repulsão testada na Seção 5.1.

#### Simulação 9

Analogamente à simulação 7, o líder permanece estático enquanto os seguidores buscam a formação.

$$\begin{cases} n = 4 \\ k_D = 160000 \end{cases} \quad (5.10)$$

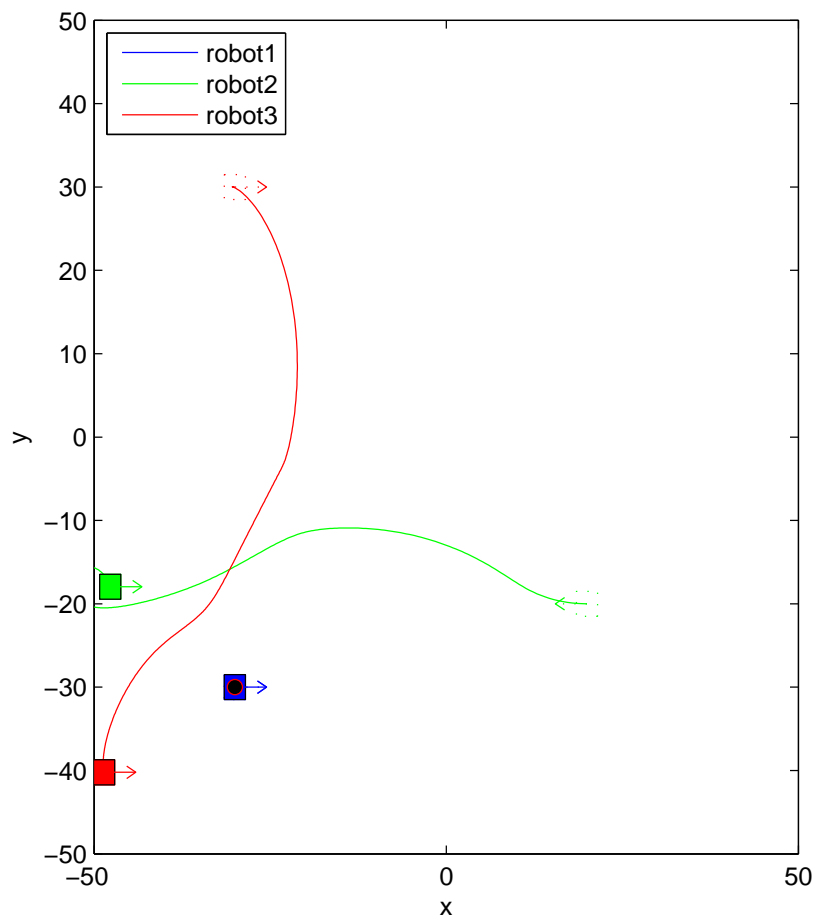


Figura 5.33: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões

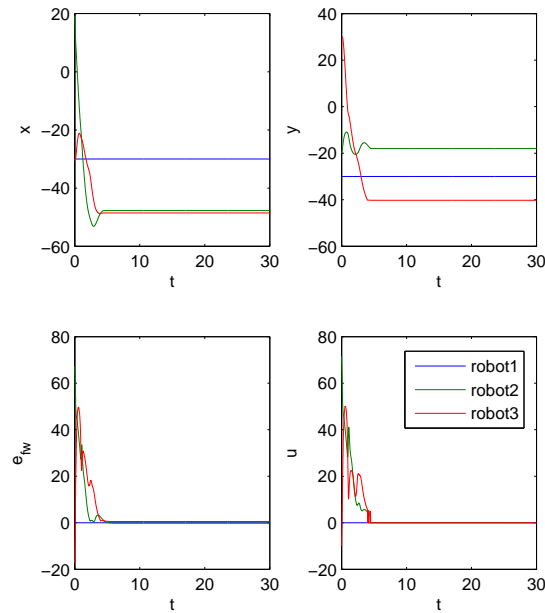


Figura 5.34: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{fw} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões

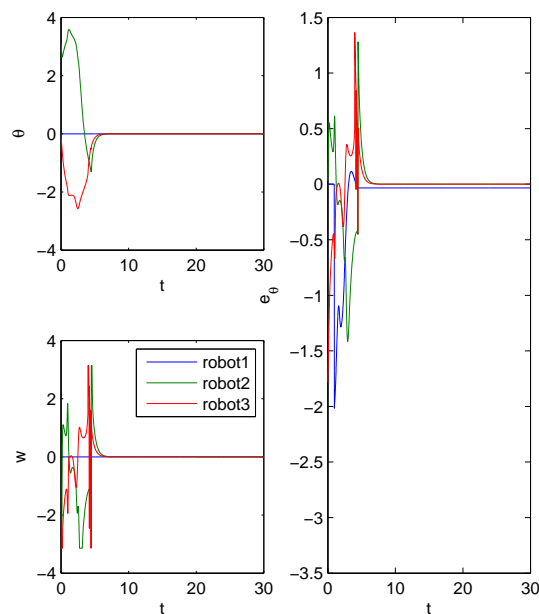


Figura 5.35: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões



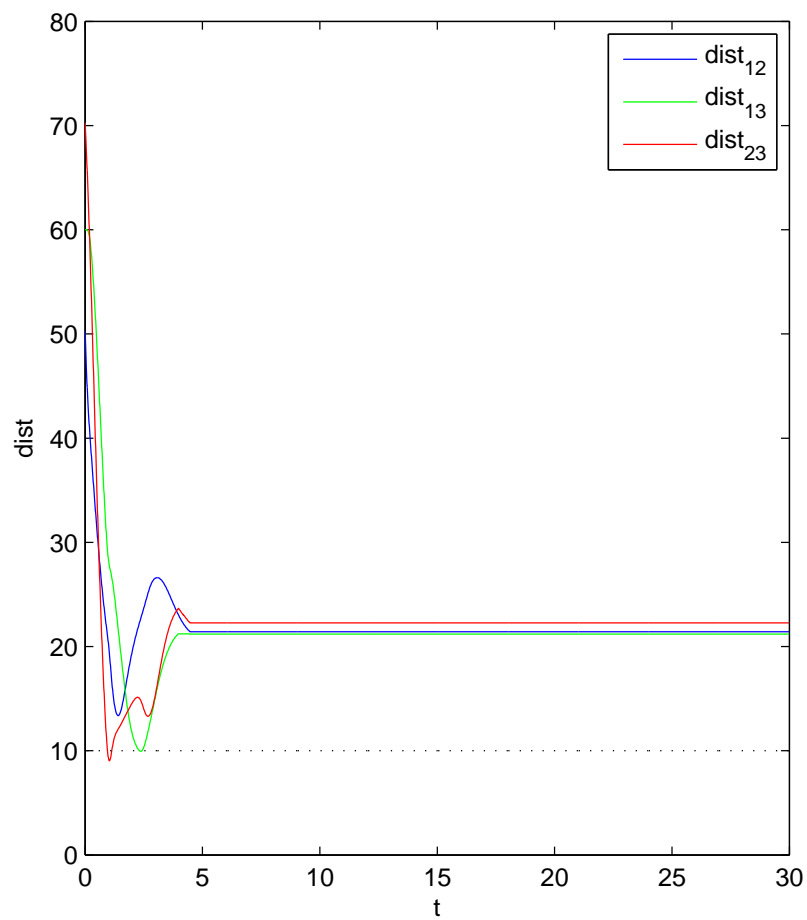


Figura 5.36: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder estático, aliada à estratégia contra colisões

**Simulação 10**

Como na simulação 8, o líder deve seguir a referência.

$$\begin{cases} n = 4 \\ k_D = 160000 \end{cases} \quad (5.11)$$

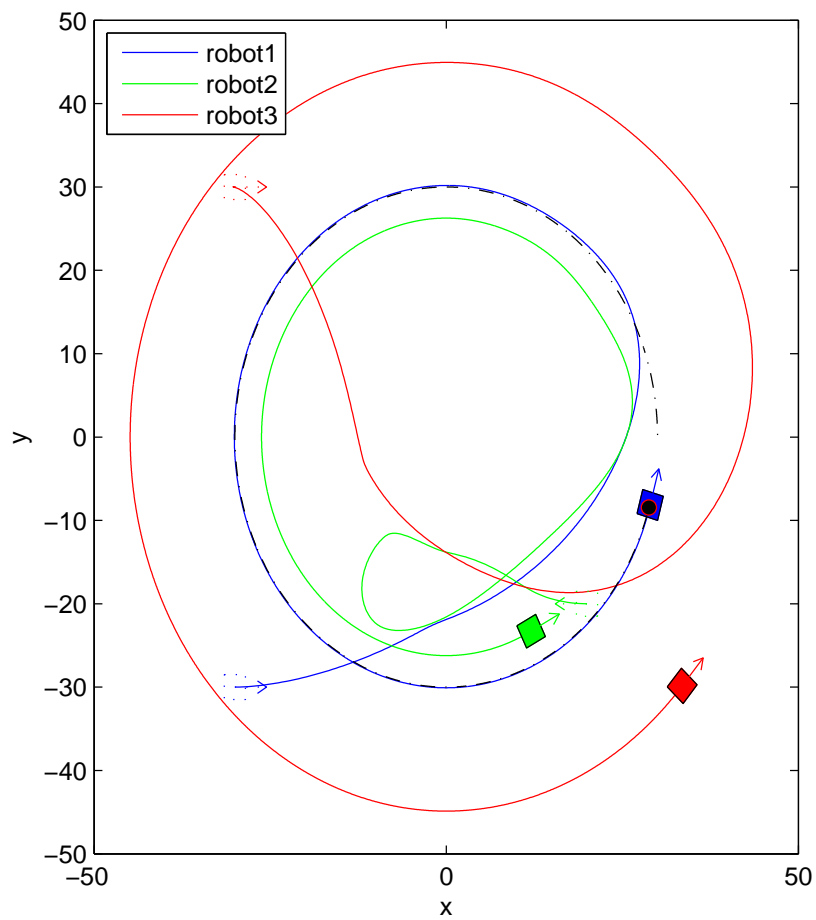


Figura 5.37: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões

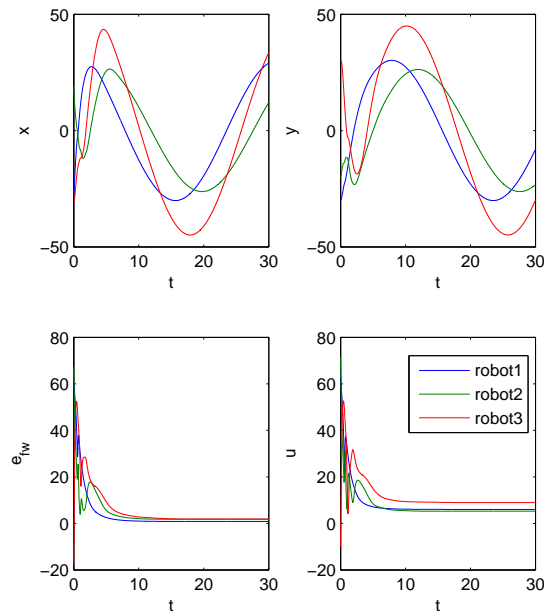


Figura 5.38: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões

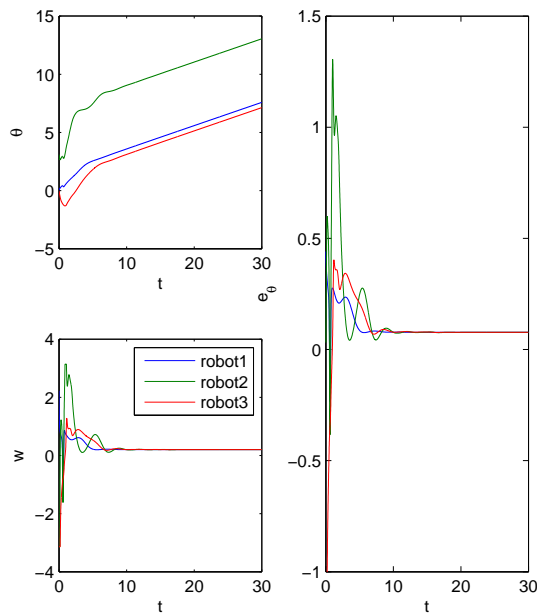


Figura 5.39: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões

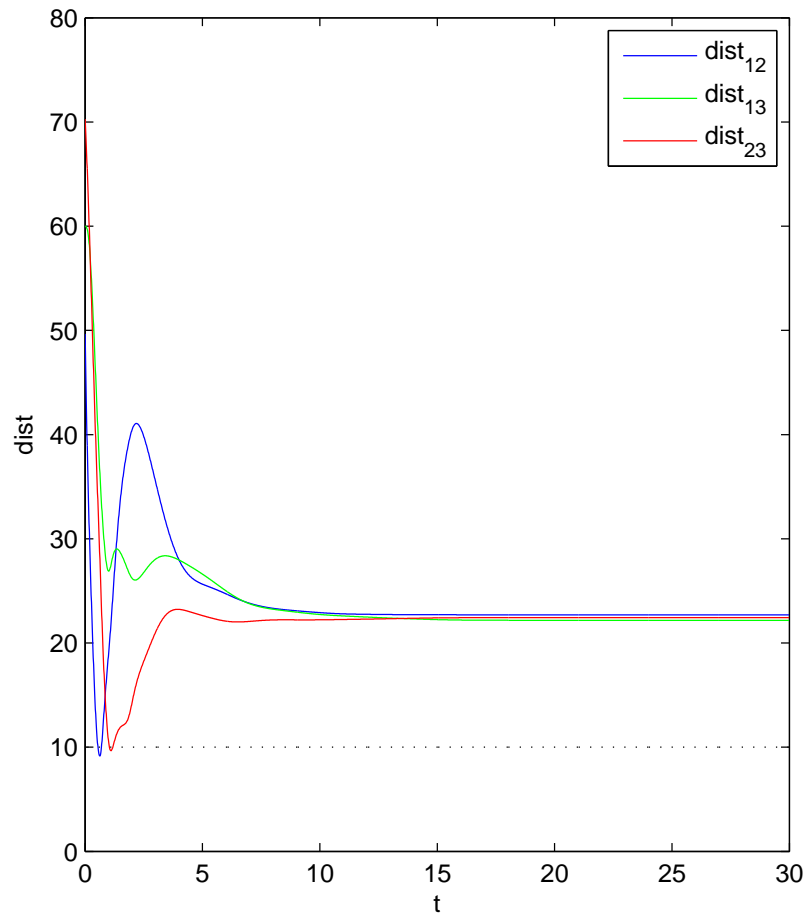


Figura 5.40: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por líder-seguidor, com líder seguindo referência em movimento circular, aliada à estratégia contra colisões

### Análise

As Figuras 5.36 e 5.40 demonstram que a estratégia obteve sucesso e as distâncias entre os agentes permaneceram seguras durante toda a simulação. Todavia, a oscilação gerada no controle, especialmente angular, permanece, e o seu impacto precisaria ser estudado antes da aplicação em um sistema real.

## 5.3 Controle de Formação por Função Potencial

Mantendo a distância de segurança de 10cm, foi considerado que  $c = 5$ . O raio da região de vizinhança é o mesmo utilizado na abordagem anterior,  $r_N = 100$ , assim como a distância desejada entre os robôs,  $r_d = 20$ . Os ganhos  $k$  e  $k_v$  foram estimados empiricamente.

### 5.3.1 Sem líder virtual

Aqui, não há movimentação do grupo como um todo. Cada agente individualmente apenas buscará atingir a sua posição desejada relativa aos outros componentes da formação.

#### Simulação 11

Para uma primeira tentativa de estimação dos parâmetros,

$$\begin{cases} k = 4 \\ k_v = 50 \end{cases} \quad (5.12)$$

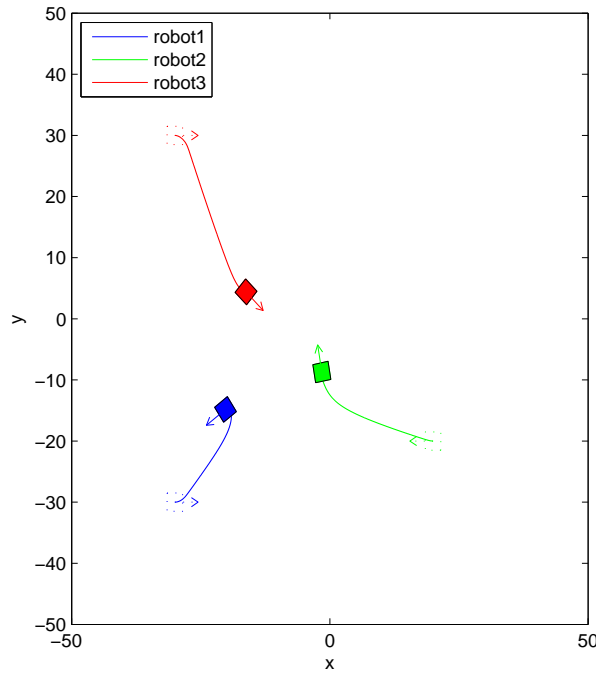


Figura 5.41: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimação de parâmetros

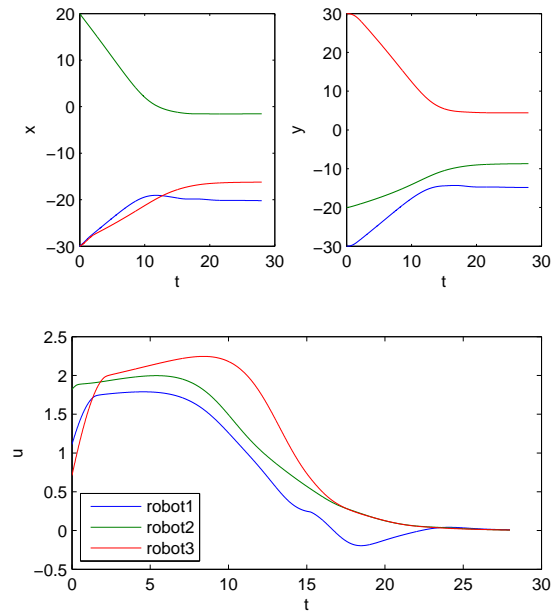


Figura 5.42: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimativa de parâmetros

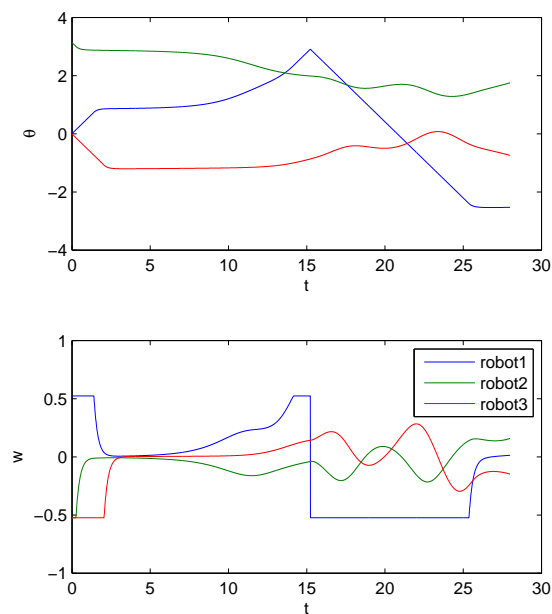


Figura 5.43: Gráficos de  $\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimativa de parâmetros

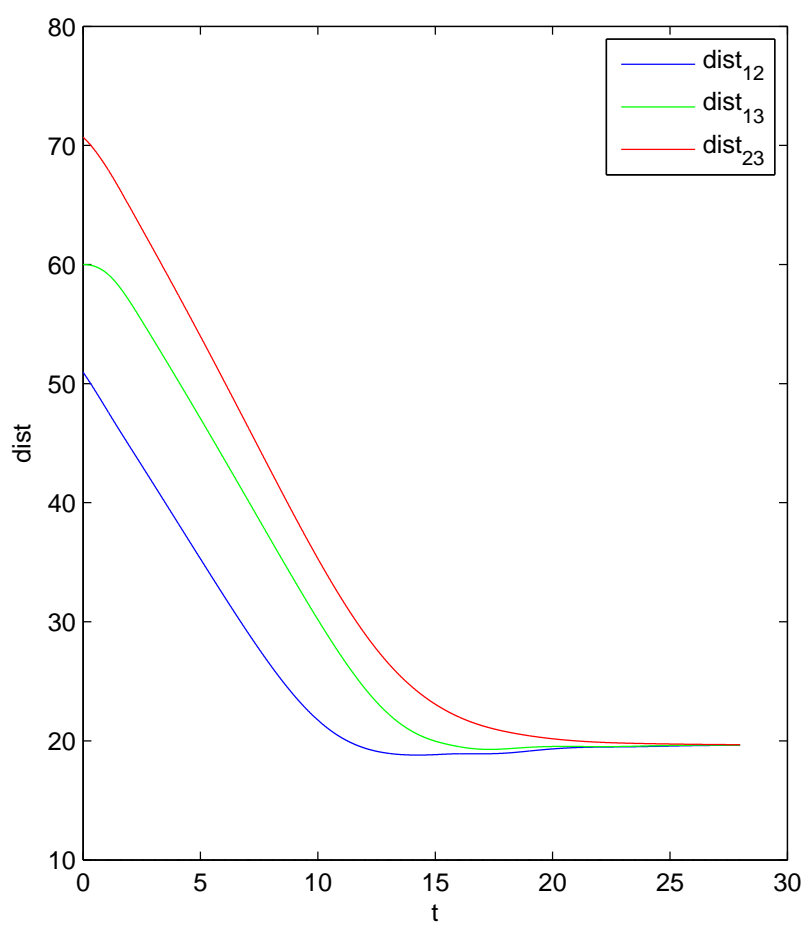


Figura 5.44: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a primeira estimativa de parâmetros

**Simulação 12**

Para uma nova tentativa de estimação dos parâmetros, ainda sem qualquer rastreamento de referência,

$$\begin{cases} k = 5 \\ k_v = 100 \end{cases} \quad (5.13)$$

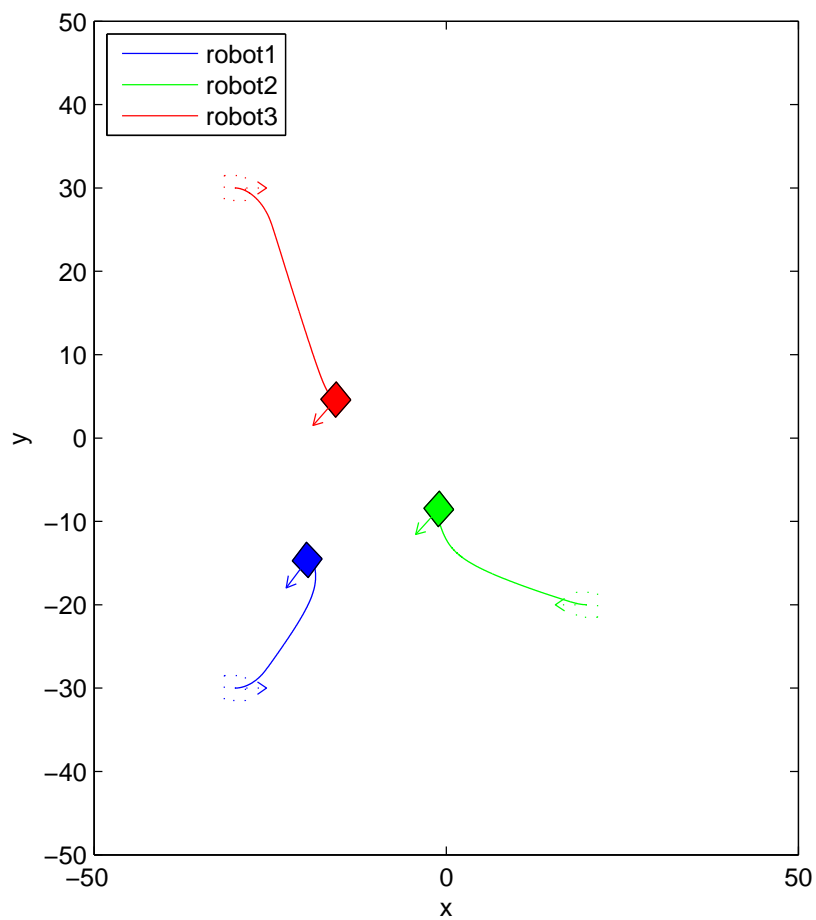


Figura 5.45: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros



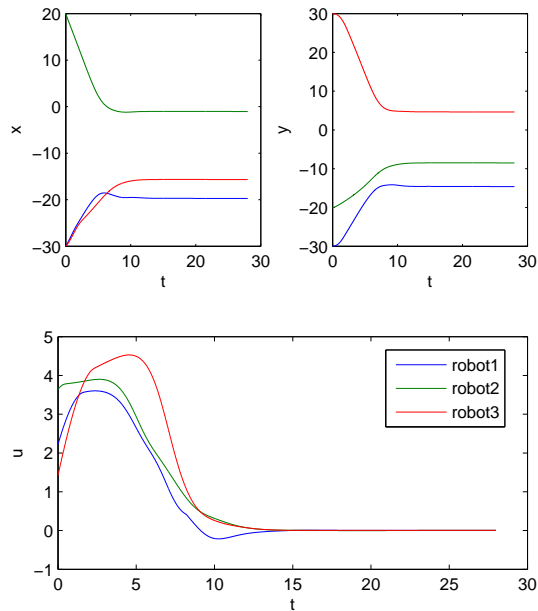


Figura 5.46: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimativa de parâmetros

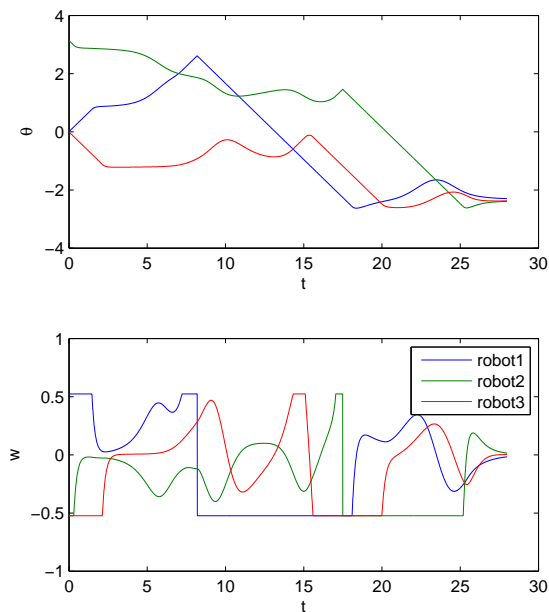


Figura 5.47: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimativa de parâmetros

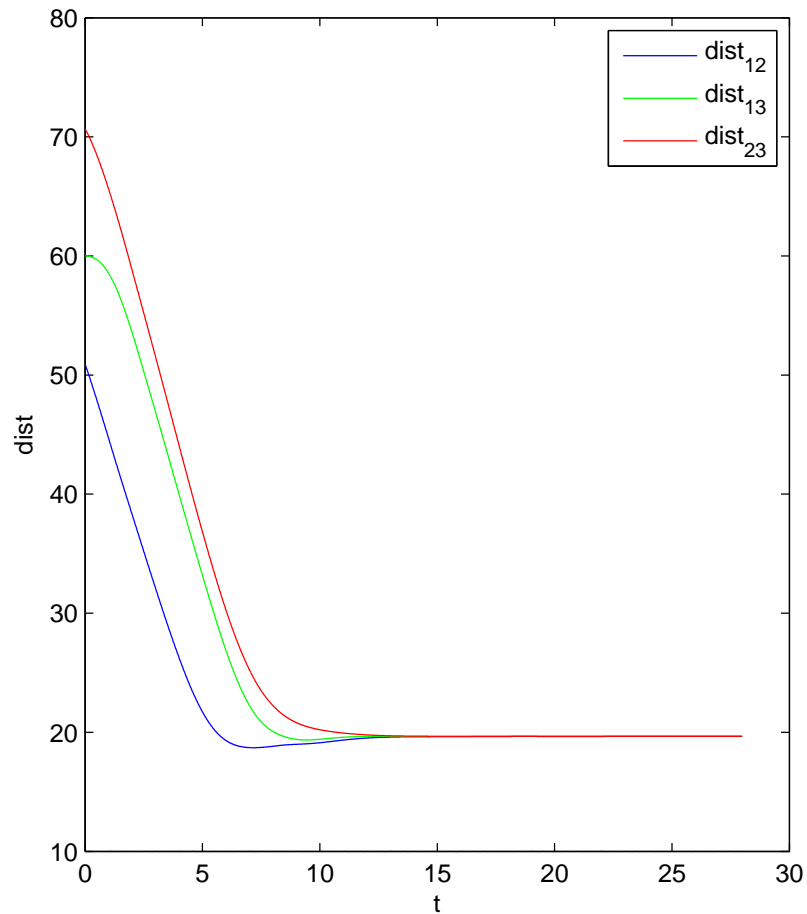


Figura 5.48: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros

### Análise

A exemplo da abordagem anterior, a formação pôde ser alcançada sem maiores problemas. Todos os três robôs se movimentam para cumprir esta tarefa, não apenas dois como antes.

O cálculo do controle de movimento angular, por outro lado, apresenta algumas instabilidades que, não fosse a presença de um saturador, poderiam afetar o sistema como um todo. Como estas instabilidades se apresentam principalmente quando o grupo se encontra bem próximo da formação desejada, a aplicação de uma zona morta não está descartada, embora de maneira mais complexa, visto que a conformidade é dada por várias interações, e não uma como nos testes anteriores.

### 5.3.2 Com líder virtual

Agora é interessante que a formação se movimente. Para isso, o robô azul é estabelecido como líder virtual, que realizará o seguimento de trajetória circular utilizado nos testes anteriores.

#### Simulação 13

Utilizando a segunda calibragem de parâmetros, presente na simulação 12,

$$\begin{cases} k = 5 \\ k_v = 100 \end{cases} \quad (5.14)$$

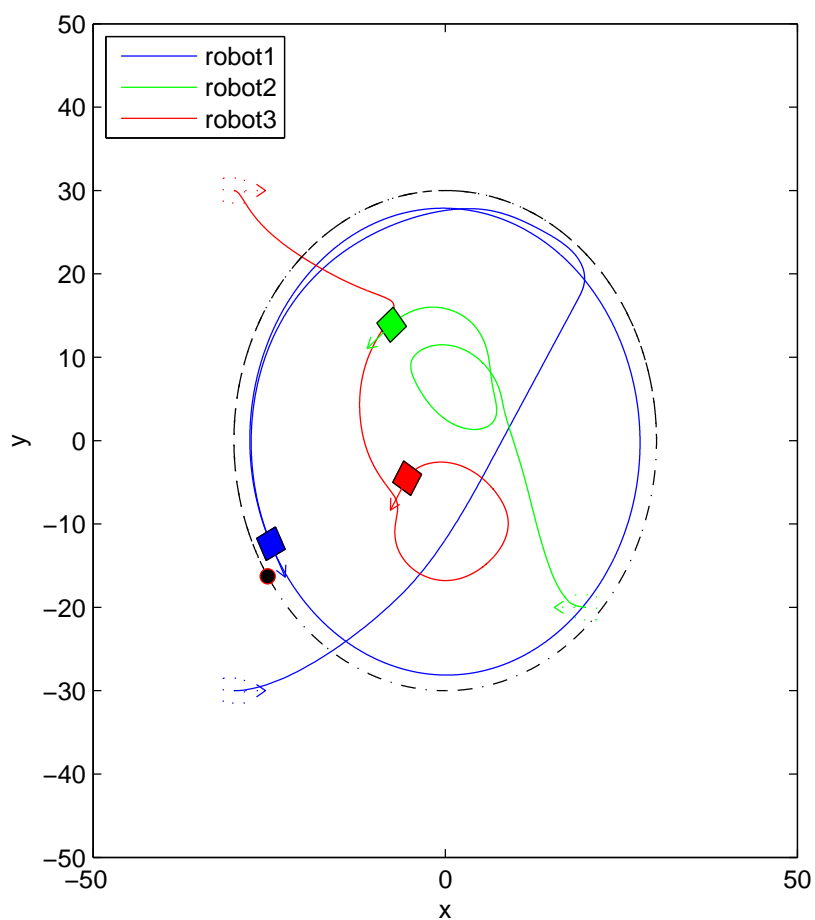


Figura 5.49: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimativa de parâmetros e a presença de líder virtual

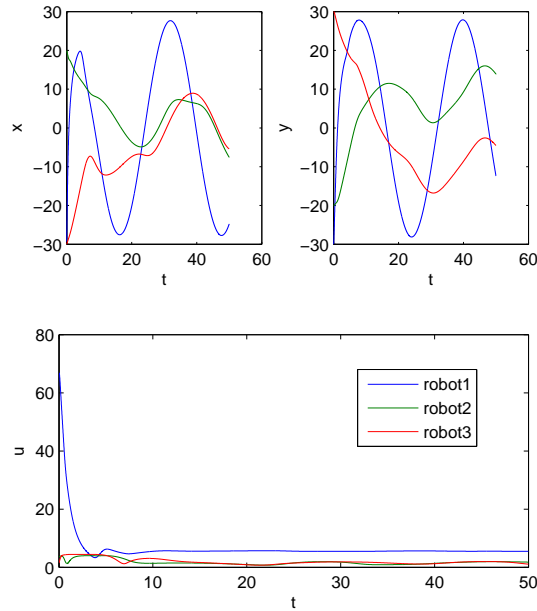


Figura 5.50: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual

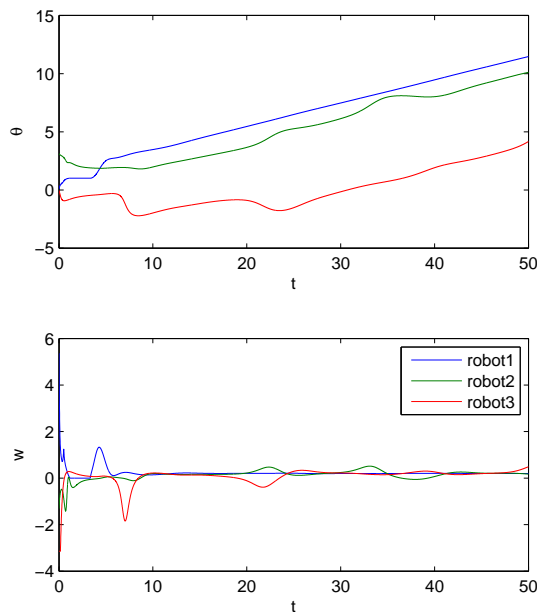


Figura 5.51: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_{\theta} \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual

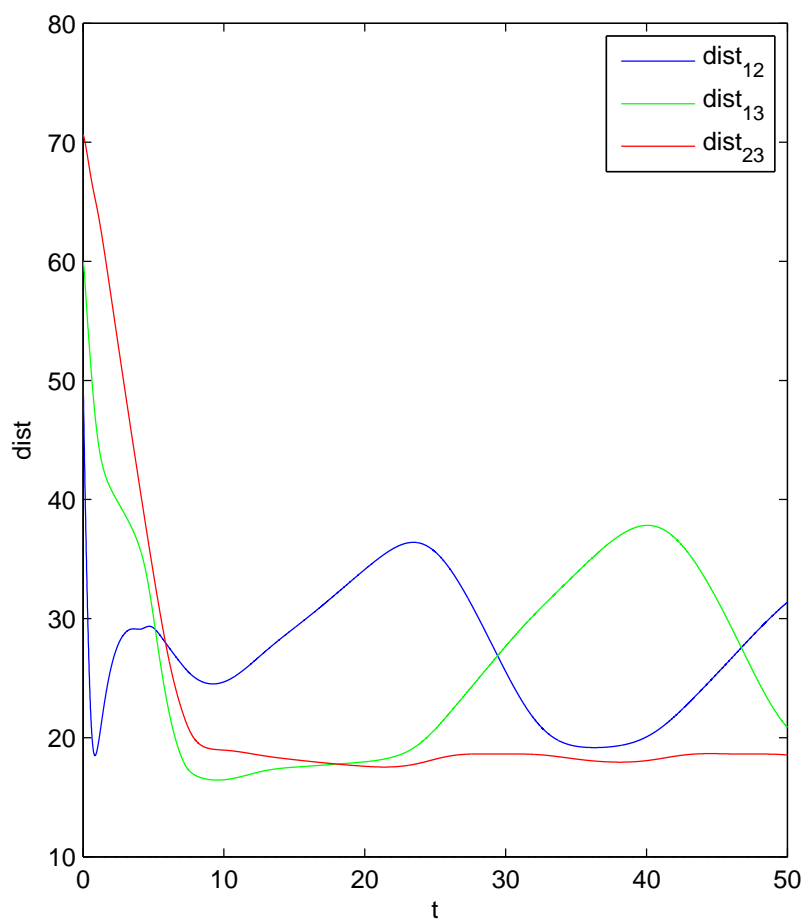


Figura 5.52: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a segunda estimação de parâmetros e a presença de líder virtual

**Simulação 14**

Com uma terceira tentativa de estimação dos parâmetros, mantendo a presença de um líder virtual rastreando a referência em movimento circular,

$$\begin{cases} k = 10 \\ k_v = 300 \end{cases} \quad (5.15)$$

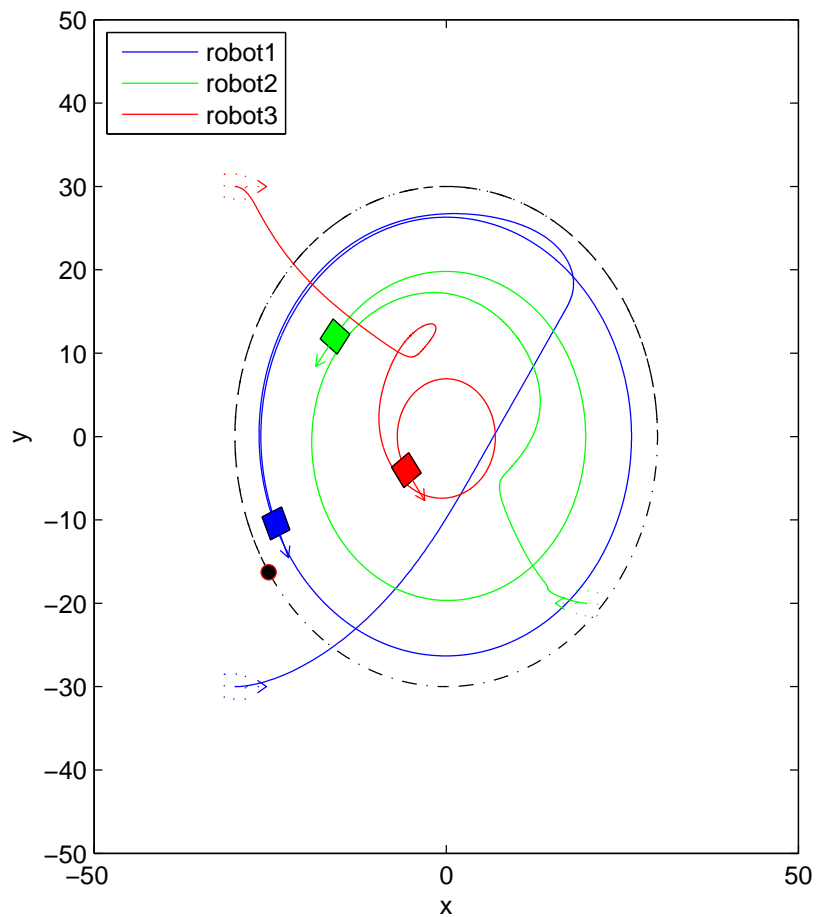


Figura 5.53: Visualização do plano  $xy$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimação de parâmetros e a presença de líder virtual

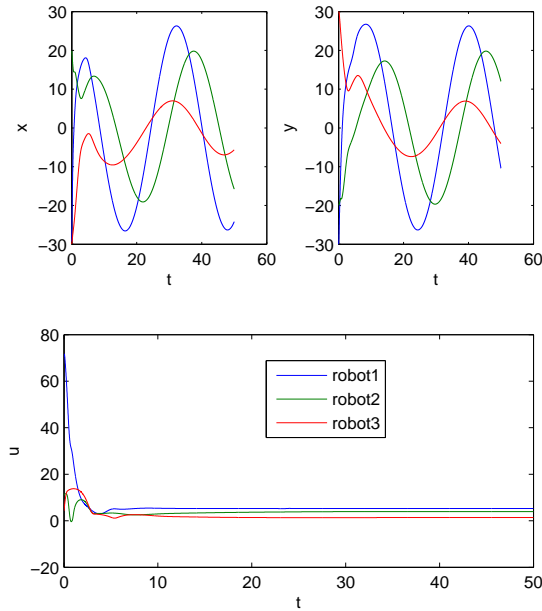


Figura 5.54: Gráficos de  $x \times t$ ,  $y \times t$ ,  $e_{f_w} \times t$  e  $u \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimativa de parâmetros e a presença de líder virtual

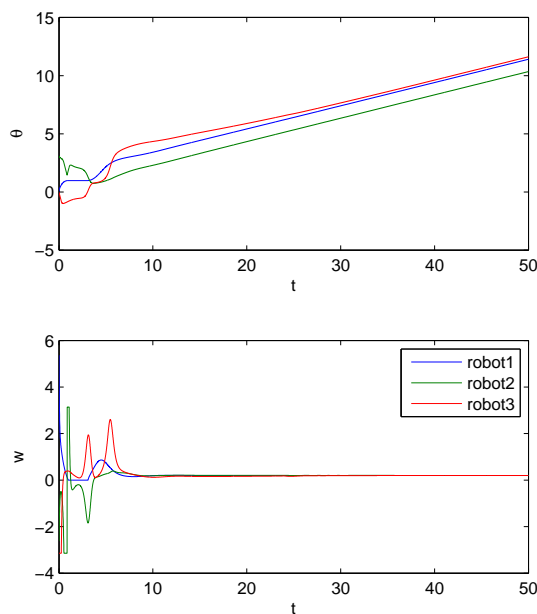


Figura 5.55: Gráficos de  $\theta \times t$ ,  $e_\theta \times t$  e  $w \times t$  para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimativa de parâmetros e a presença de líder virtual

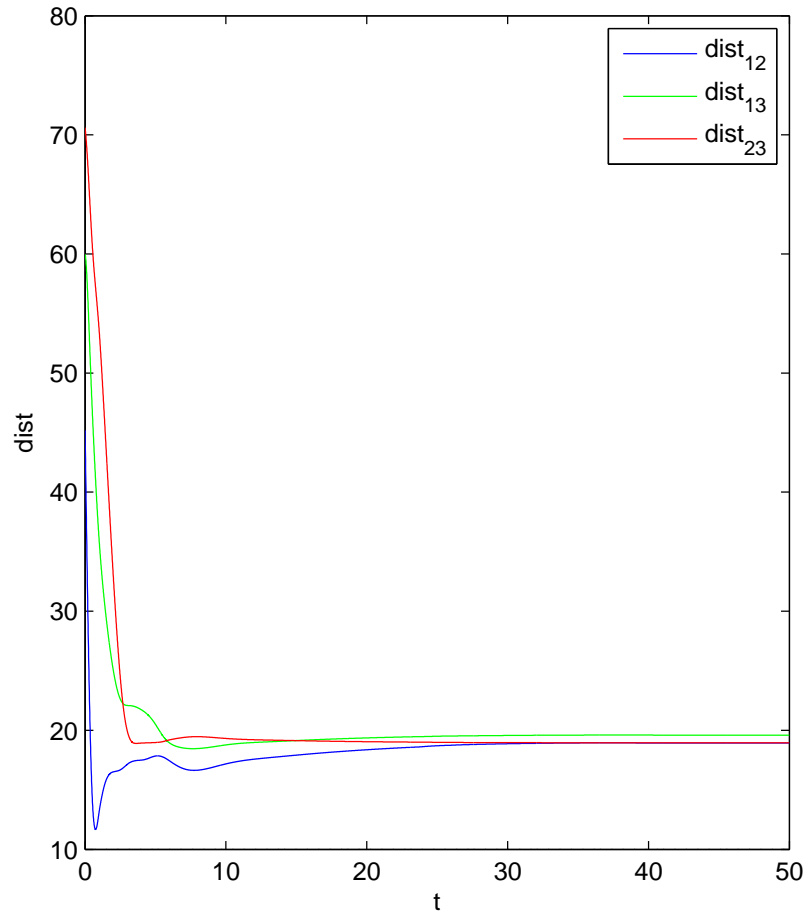


Figura 5.56: Gráficos de distância entre os agentes ao longo do tempo para a simulação da abordagem por função potencial, com a terceira estimativa de parâmetros e a presença de líder virtual

### Análise

Foi interessante notar que mesmo a calibragem de melhor resultado no cenário anterior (que havia feito os robôs convergirem para a formação em cerca de 12 segundos) foi capaz de fazer com que o grupo alcançasse a formação desejada em movimento. Com novos ganhos, por outro lado, já foi possível alcançar a formação com considerável rapidez.

O ponto negativo a se destacar é o fato de o líder virtual não ter sido capaz de alcançar perfeitamente a referência, fato que pode ser explicado pela atração exercida pelos outros agentes sobre ele.



# Capítulo 6

## Conclusões

Neste trabalho foi testado um método de evitar colisões entre robôs participantes de um grupo atuando em formação. Para que isso fosse possível, foi montado um ambiente de simulação utilizando o software MATLAB. Este ambiente foi desenvolvido de modo a atender a três demandas principais: calcular o controle dos uniciclos dadas as condições atuais do sistema e a tarefa a ser desempenhada, emular o movimento de cada robô a partir dos comandos enviados pelo controlador e disponibilizar para o usuário uma visualização do que seria o espaço de atuação em tempo real.

Com o ambiente de simulação pronto, foram executados testes que comprovassem primeiramente a eficiência do tratamento de colisões isoladamente, analisando o seu desempenho quanto a um único robô desviando de obstáculos estáticos. Cumprida esta etapa, o tratamento foi aliado à abordagem de controle de formação por líder-seguidor, de maneira que a sua eficiência pudesse ser testada frente à da abordagem de controle de formação por função potencial. Os testes foram realizados sob diversas condições iniciais e possibilidades de ganhos dos controladores, mantendo-se sempre, claro, uma coerência de condições iniciais entre os testes que seriam comparados.

A abordagem de controle de formação por função potencial já tinha a sua eficiência para grupos estáticos comprovada por [25] e [26]. Os resultados da Seção 5.3 confirmaram este fato e mostraram que a eficácia se mantém para situações em que há a presença de um líder virtual. O erro de regime do líder virtual em relação à trajetória almejada pode ser explicado pela atração exercida sobre ele pelos outros integrantes da formação.

A abordagem por líder-seguidor mostrou ser tão eficiente quanto a anterior, e indicou

ter de fato problemas quanto a colisões entre os seguidores. Neste sentido, o tratamento para colisões proposto teve sua relevância. É interessante notar que o controle por líder-seguidor tem a orientação da formação fixa, encabeçada pelo líder, enquanto (durante o seguimento de trajetória circular), um seguidor descreve uma órbita mais interna e o outro, mais externa. No controle por função potencial a orientação da formação é muito mais dependente das condições iniciais do sistema e da ordem em que os agentes atinjam a formação.

O tratamento para colisões foi eficiente para o caso individual, e a sua atuação juntamente à abordagem de líder-seguidor pôde ser verificada quando analisada a distância entre os seguidores durante o intervalo da simulação. Embora seja matematicamente lógico que a fuga de colisões seja mais eficiente quando o vetor de perigo de colisão for inversamente proporcional à quarta potência da distância, foi interessante notar que os efeitos colaterais deste benefício não foram muito maiores do que no caso da proporcionalidade inversa quadrática.

Embora a abordagem por função potencial não seja absolutamente mais eficiente do que a combinação entre líder-seguidor e o tratamento proposto, os seus resultados são, em geral, consideravelmente mais suaves, especialmente se for tratada a instabilidade do controle angular para grupos próximos da formação. A pequena diferença entre os seus transitórios, no entanto, dá margem ao considerado no princípio do estudo: a maior facilidade de implementação da segunda estratégia pode equiparar as vantagens e desvantagens de ambas.

## 6.1 Trabalhos Futuros

A principal motivação de trabalhos futuros é a aplicação em robôs reais dos testes realizados. É interessante considerar se a maior facilidade de implementação da abordagem por líder-seguidor é também revertida em eficiência computacional para controles realmente descentralizados. Considerando que a ideia de robótica de enxame passa pela utilização de robôs consideravelmente simples, esta melhoria computacional poderia ser extremamente benéfica. Como os testes foram todos realizados em ambiente de simulação, seria

também importante avaliar a viabilidade destes controles em robôs reais. Além disso, há outras estratégias para controle de formação que poderiam ser também comparadas, como a abordagem comportamental, que, assim como a por função potencial, já inclui um tratamento para colisões.

Outra possibilidade aberta pelo estudo é a aplicação da estratégia contra colisões em grupos de robôs que não atuam em formação, como uma equipe de futebol de robôs. Embora para estes casos não seja interessante que os agentes tenham um comportamento coletivo, as colisões entre eles podem prejudicar consideravelmente as estratégias individuais e o tratamento proposto pode ser uma alternativa viável.

# Referências Bibliográficas

- [1] YAN, J., BITMEAD, R. "Coordinated control and information architecture". In: *Decision and Control (CDC), 2003 42nd IEEE Conference*, v. 4, pp. 3919-3923, 2003.
- [2] ARVIN, F., MURRAY, J.C., SHI, L., ZHANG, C., YUE, S. "Development of an autonomous micro robot for swarm robotics". In: *Mechatronics and Automation (ICMA), 2014 IEEE International Conference*, v. 1, pp. 635-640, 2014.
- [3] SAHIN, E. "Swarm Robotics: From Sources of Inspiration to Domains of Application". In: *Proceedings of the 2004 international conference on Swarm Robotics*, pp. 10-20, 2005.
- [4] ZHANG, M., LIU, H. "Formation flight of multiple fixed-wing unmanned aerial vehicles". In: *American Control Conference (ACC), 2013*, pp. 1614-1619, 2013.
- [5] GUNN, T., ANDERSON, J. "Dynamic Heterogeneous Team Formation for Robotic Urban Search and Rescue". In: *Procedia Computer Science 19*, pp. 22-31, 2013.
- [6] ÇAYIRPUNAR, Ö., TAVLI, B., GAZI, V. "Dynamic Robot Networks for Search and Rescue Operations". In: *Proceedings of the EURON/IARP International Workshop on Robotics for Risky Interventions and Surveillance of the Environment*, 2008.
- [7] REN, W., BEARD, R. "A decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach". In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, v. 2, pp. 1746-1751, 2003.
- [8] SCHARF, D., HADAEGH, F., PLOEN, S. "A survey of spacecraft formation flying guidance and control. Part II: control". In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, v. 4, pp. 2976-2985, 2004.

- [9] CAI, H., HUANG, J. "The leader-following consensus of multiple rigid spacecraft systems". In: *American Control Conference (ACC), 2013*, pp. 824-829, 2013.
- [10] CHAIMOWICZ, L., KUMAR, V. "Aerial Shepherds: Coordination among UAVs and Swarms of Robots". In: *Distributed Autonomous Robotic Systems 6*, pp. 243-252, 2007.
- [11] BURNS, R., MCLAUGHLIN, C., LEITNER, J., MARTIN, M. "TechSat 21: Formation Design, Control, and Simulation". In: *Aerospace Conference Proceedings, 2000 IEEE*, v. 7, pp 19-25, 2000.
- [12] MARTIN, M., KLUPAR, P., KILBERG, S., WINTER, J. "TechSat 21 and revolutionizing space missions using microsattellites". In: *Proceedings of the 15th American Institute of Aeronautics and Astronautics Conference on Small Satellites, Utah*, 2001.
- [13] SERRANI, A. "Robust coordinated control of satellite formations subject to gravity perturbations". In: *Proceedings of the 2003 American Control Conference*, v. 1, pp. 302-307, 2003.
- [14] BENDER, J. "An overview of systems studies of automated highway systems". In: *Vehicular Technology, IEEE Transactions*, v.40, pp. 82-99, 1991.
- [15] WANG, Y., HAN, Z. "Stability of an automated vehicle platoon". In: *Proceedings of the 1998 American Control Conference*, v. 2, pp. 950-954, 1998.
- [16] NAVARRO, I., MATÍA, F. "An Introduction to Swarm Robotics". In: *ISRN Robotics, Volume 2013*, Article ID 608164, 2013.
- [17] BALCH, T., ARKIN, R. "Behavior-based formation control for multirobot systems". In: *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, v. 14, n. 6, pp. 926-939, 1998.
- [18] MONTEIRO, S., BICHO, E. "A dynamical systems approach to behavior-based formation control". In: *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference*, v. 3, pp. 2606, 2611, 2002.
- [19] LEWIS, M. A., TAN, K. H. "High Precision Formation Control of Mobile Robots Using Virtual Structures". In: *Autonomous Robots*, v. 4, pp. 387-403, 1997.

- [20] SADOWSKA, A., VAN DEN BROEK, T., HUIJBERTS, H., VAN DE WOUW, N., KOSTIC, D., NIJMEIJER, H. "A virtual structure approach to formation control of unicycle mobile robots using mutual coupling". In: *International Journal of Control*, v. 84, n. 11, pp. 1886-1902, 2011.
- [21] REN, W. "Consensus strategies for cooperative control of vehicle formations". In: *Control Theory & Applications, IET*, v. 1, n. 2, pp. 505-512, 2007.
- [22] PORFIRI, M., ROBERSON, D., STILWELL, D. "Tracking and formation control of multiple autonomous agents: A two-level consensus approach". In: *Automatica*, v. 43, n. 8, pp. 1318-1328, 2007.
- [23] PEREIRA, A. "Controle adaptativo de formação para agentes autônomos móveis usando potenciais artificiais". Tese de Doutorado, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [24] WACHTER, L., MURPHY, J., RAY, L. "Potential Function Control for Multiple High-Speed Nonholonomic Robots". In: *Robotics and Automation, 2008 IEEE International Conference*, pp. 1781-1782, 2008.
- [25] GOUVÊA, J. "Controle de formação de robôs não-holonômicos com restrição de curvatura utilizando função potencial". Tese de Doutorado, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [26] FRIED, J. "Resultados experimentais em controle de formação baseado em funções potenciais". Projeto de Graduação, Escola Politécnica, UFRJ, Rio de Janeiro, 2015.
- [27] LEONARD, N., FIORELLI, E. "Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups". In: *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference*, v. 3, pp. 2968-2973, 2001.
- [28] CONSOLINI, L., MORBIDI, F., PRATTICHIZZO, D., TOSQUES, M. "On the control of a leader-follower formation of nonholonomic mobile robots". In: *Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference*, pp. 5992-5997, 2006.

- [29] DESAI, J., OSTROWSKI, J., KUMAR, V. "Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots". In: *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, v. 17, pp. 905-908, 2001.
- [30] SISTO, M., GU, D. "A fuzzy leader-follower approach to formation control of multiple mobile robots". In: *Intelligent Robots and Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference*, pp. 2515-2520, 2006.
- [31] SAFFIOTTI, A. "The uses of fuzzy logic in autonomous robot navigation". In: *Soft Computing*, v. 1, pp.180-197, 1997.
- [32] CONSOLINI, L., MORBIDI, F., PRATTICHIZZO, D., TOSQUES, M. "Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints". In: *Automatica*, v. 44, n. 5, pp. 1343-1349, 2008.
- [33] SIRA-RAMÍREZ, H., CASTRO-LINARES, R. "Trajectory tracking for non-holonomic cars: A linear approach to controlled leader-follower formation". In: *Decision and Control (CDC), 2010 49th IEEE Conference*, pp. 546-551, 2010.
- [34] SHAO, J., XIE, G., WANG, L. "Leader-following formation control of multiple mobile vehicles". In: *IET Control Theory & Applications*, v. 1, n. 2, p. 545-552, 2007.
- [35] DAI, Y., LEE, S. "The leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots". In: *International Journal of Control, Automation and Systems*, v. 10, n. 2, pp. 350-361, 2012.
- [36] DIMAROGONAS, D., KYRIAKOPOULOS, K. "A Feedback Stabilization and Collision Avoidance Scheme for Multiple Independent Nonholonomic Non-point Agents". In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, pp. 820-825, 2005.
- [37] MASTELLONE, S., STIPANOVIC, D., GRAUNKE, C., INTLEKOFER, K., SPONG, M. "Formation Control and Collision Avoidance for Multi-agent Non-holonomic Systems: Theory and Experiments". In: *The International Journal of Robotics Research*, v. 27, pp. 107-126, 2008.

- [38] KOSTIC, D., ADINANDRA, S., CAARLS, J., NIJMEIJER, H. "Collision-free motion coordination of unicycle multi-agent systems". In: *American Control Conference (ACC), 2010*, pp. 3186-3191, 2010.
- [39] LIANG, Y., LEE, H. "Decentralized formation control and obstacle avoidance for multiple robots with nonholonomic constraints". In: *American Control Conference, 2006*, DOI: 10.1109/ACC.2006.1657615, 2006.
- [40] KOWDIKI, K., BARAI, R., BHATTACHARYA, S. "Leader-follower formation control using artificial potential functions: A kinematic approach". In: *Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM), 2012 International Conference*, pp. 500-505, 2012.
- [41] COULOMB, C. "Premier mémoire sur l'électricité et le magnétisme". In: *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, pp. 569-577, 1788.
- [42] COULOMB, C. "Second mémoire sur l'électricité et le magnétisme". In: *Histoire de l'Academie Royale des Sciences*, pp. 578-611, 1788.
- [43] PEREIRA, R. "Desenvolvimento de uma bancada experimental para a formação de robôs terrestres". Projeto de Graduação, Escola Politécnica, UFRJ, Rio de Janeiro, 2012.
- [44] DIMAROGONAS, D., KYRIAKOPOULOS, K. "On the Rendezvous Problem for Multiple Nonholonomic Agents". In: *Automatic Control, IEEE Transactions*, v. 52, n. 5, pp. 916-922, 2007.
- [45] GAMAGE, G., MANN, G., GOSINE, R. "Leader follower based formation control strategies for nonholonomic mobile robots: Design, Implementation and Experimental Validation". In: *American Control Conference (ACC), 2010*, pp. 224-229, 2010.
- [46] CHANG, C., FU, L. "Modeling and Stability Analysis of the Nonholonomic Multi-Agent Formation Problem". In: *Systems, Man and Cybernetics, 2006 IEEE International Conference*, v. 3, pp. 2482-2487, 2006.



- [47] FIGUEIREDO, L., JOTA, F. "Introdução ao controle de sistemas não-holonômicos". In: *SBA Controle & Automação*, v. 15, n. 3, 2004.
- [48] MURRAY, R., SASTRY, S. "Nonholonomic motion planning: steering using sinusoids". In: *Automatic Control, IEEE Transactions*, v. 38, n. 5, pp. 700-716, 1993.
- [49] VAN DEN BROEK, T., VAN DE WOUW, N., NIJMEIJER, H. "Formation control of unicycle mobile robots: a virtual structure approach". In: *Decision and Control, 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference*, pp. 8328-8333, 2009.
- [50] XIANG, X., LAPIERRE, L., JOUVENCEL, B., PARODI, O. "Coordinated path following control of multiple nonholonomic vehicles". In: *OCEANS 2009 - Europe*, pp. 1-7, 2009.
- [51] INDIVERI, G. "Kinematic time-invariant control of a 2D nonholonomic vehicle". In: *Decision and Control, 1999. Proceedings of the 38th IEEE Conference*, v.3, pp. 2112-2117, 1999.
- [52] LEE, S., CHO, Y., HWANG-BO, M., YOU, B. "A stable target-tracking control for unicycle mobile robots". In: *Intelligent Robots and Systems, 2000. Proceedings of the 2000 IEEE/RSJ International Conference*, v.3, pp. 1822-1827, 2000.
- [53] MORIN, P., SAMSON, C. "Trajectory tracking for non-holonomic vehicles: overview and case study". In: *Robot Motion and Control, 2004. Proceeding of the 4th International Workshop*, 2004.
- [54] JARZEBOWSKA, E. "Advanced Programmed Motion Tracking Control of Nonholonomic Mechanical Systems". In: *Robotics, IEEE Transactions*, v. 24, n. 6, pp. 1315-1328, 2008.
- [55] SARFATTI, J. "Nonholonomic Constraints in Newtonian Mechanics". In: *Pedagogic Review from the Classics of Physics*, 2007.
- [56] REEDS, J., SHEPP, L. "Optimal paths for a car that goes both forward and backwards". In: *Pacific Journal of Mathematics*, v. 2, pp. 367-393, 1990.

- [57] PEREIRA, G., KUMAR, V., CAMPOS, M. "Closed loop motion planning of cooperating mobile robots using graph connectivity". In: *Robotics and Autonomous Systems*, v. 56, n. 4, pp. 373-384, 2008.
- [58] AILON, A., ZOHAR, I. "Control Strategies for Driving a Group of Nonholonomic Kinematic Mobile Robots in Formation Along a Time-Parameterized Path". In: *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions*, v. 17, n. 2, pp. 326-336, 2012.
- [59] TIPLER, P., MOSCA, G. "Physics for Scientists and Engineers", 6th ed., W. H. Freeman and Company, 2008.
- [60] FEOFILOFF, P., KOHAYAKAWA, Y., WAKABAYASHI, Y. "Uma introdução sucinta à teoria dos grafos". 2011.
- [61] BOLLOBÁS, B. "Modern Graph Theory". In: *Graduate Texts in Mathematics*, v. 184, Springer, 2008.
- [62] MURRAY, R., LI, Z., SASTRY, S. "A mathematical introduction to robotic manipulation". CRC press, 1994.
- [63] FAHIMI, F. "Autonomous Robots - Modeling, Path Planning and Control". Springer Science+Business Media, LLC, 2009.
- [64] SIEGWART, R., NOURBAKHSI, I., SCARAMUZZA, D. "Introduction to Autonomous Mobile Robots". The MIT Press, 3rd ed., 2011.
- [65] EDWARDS, D., BEAN, T., ODELL, D., ANDERSON, M. "A leader-follower algorithm for multiple AUV formations". In: *Autonomous Underwater Vehicles, 2004 IEEE/OES*, pp. 40-46, 2004.
- [66] JADBABAIE, A., LIN, J., MORSE, A. "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules". In: *Automatic Control, IEEE Transactions*, v. 48, n. 6, pp. 988-1001, 2003.
- [67] JIA, Y., WANG, L. "Decentralized Formation Flocking for Multiple Non-Holonomic Agents". In: *Cybernetics and Intelligent Systems, IEEE Conference*, pp. 100-105, 2013.

- [68] CAO, K., XIANG, G., YANG, H. "Formation Control of Multiple Nonholonomic Mobile Robots". In: *Information Science and Technology (ICIST), 2011 International Conference*, pp. 1038-1042, 2011.
- [69] GHOMMAM, J., MEHRJERDI, H., SAAD, M., MNIF, F. "Formation path following control of unicycle-type mobile robots". In: *Robotics and Autonomous Systems*, v. 58, n. 5, pp. 727-736, 2010.
- [70] CHANG, C., TSAI, C. "Formation stabilization of nonholonomic multi-robot systems using relative distance measurements". In: *System Science and Engineering (ICSSE), 2014 IEEE Conference*, pp. 1-6, 2014.

# Apêndice A

## Noções Básicas de Teoria dos Grafos

Dado um conjunto qualquer  $V$ , um grafo  $G$  é um par  $(V, E)$ , sendo  $E$  um subconjunto de  $V^2$ . Chamaremos os elementos de  $V$  de **vértices** e os de  $E$ , de **arestas** (do inglês, *edges*). O grafo é, portanto, o par entre um conjunto de elementos e as relações 2 a 2 entre eles. Dois vértices são ditos **vizinhos** se a ligação entre eles pertence a  $E$ .

Levando em conta o que é interessante para este estudo, consideraremos apenas grafos não direcionados. Estes são grafos em que, para um par de vértices  $i$  e  $j$ , não há distinção entre as arestas  $(i, j)$  e  $(j, i)$ , ou seja, se  $i$  se comunica com  $j$ ,  $j$  também é necessariamente capaz de se comunicar com  $i$ .

Cada vértice  $i$  de  $G$  tem, logicamente, um conjunto de vizinhos (que pode ser vazio), ou seja um conjunto dos vértices com os quais  $i$  tem arestas pertencentes a  $E$ . Chamaremos este conjunto de  $N_i$  (do inglês, *neighbors*).

É possível que dois vértices  $i$  e  $j$  não estejam diretamente conectados mas ainda assim um seja alcançável a partir do outro. A figura A.1 mostra um exemplo disso. Nela, os vértices 1 e 3 não se comunicam diretamente, mas poderiam alcançar um ao outro através de 2 ou 4. Chamamos isso de **caminho** entre os vértices 1 e 3. Um caminho de tamanho  $m$  tem  $m + 1$  vértices, incluindo o inicial e final. O caminho entre os vértices 1 e 3 teria, portanto, tamanho 2.

Se, para todo e qualquer par de vértices pertencentes a  $V$  existir pelo menos um caminho atingível através da combinação das arestas pertencentes a  $E$ , dizemos que o grafo  $G$  é **conectado**.

Por outro lado, se todo e qualquer par de vértices pertencentes a  $V$  tiver a sua

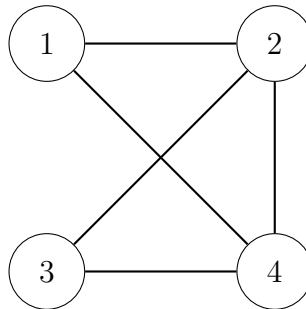


Figura A.1: Primeiro exemplo de grafo

ligação representada entre as arestas de  $E$ , o grafo é definido como **completo**. Em outras palavras,  $G$  é completo se e somente se  $A = V^2$ .

Pelas definições, percebe-se que todo grafo completo é conectado, mas a recíproca não é necessariamente verdadeira. A figura A.1 ilustra este fato: o grafo é conectado, mas não completo. Já o grafo da figura A.2 é tanto conectado quanto completo.

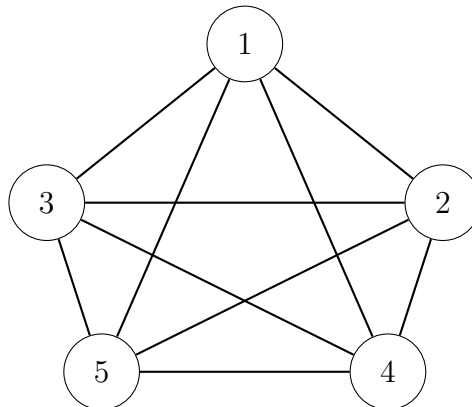


Figura A.2: Segundo exemplo de grafo

# Apêndice B

## Lei de Coulomb

Em 1785, o físico francês Charles-Agoustin de Coulomb, até então mais interessado no campo de mecânica aplicada, publicou os seus três primeiros ensaios sobre eletricidade e magnetismo, que acabariam sendo uma das bases para o eletromagnetismo clássico.

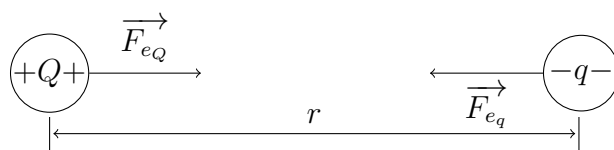


Figura B.1: Representação gráfica da atração entre duas partículas carregadas descrita pela Lei de Coulomb

Já no primeiro dos três estudos [41], o cientista concluiu, através da análise de resultados empíricos, que “a ação repulsiva que duas esferas de mesma natureza elétrica exercem uma sobre a outra é inversamente proporcional ao quadrado das distâncias”.

Na segunda publicação [42], enfim, Coulomb chegou, também empiricamente à conclusão de que “para duas esferas eletrificadas, uma de eletricidade positiva e outra de eletricidade negativa, elas se atrairão mutuamente. (...) Essa força atrativa é proporcional à razão inversa do quadrado das distâncias, como já havíamos descoberto para a força repulsiva, (...) e diretamente proporcional ao produto dos módulos das cargas”.

A partir destas duas afirmações, elaborou-se a chamada Lei de Coulomb:

*A magnitude da força eletrostática entre duas cargas pontuais é diretamente proporcional ao produto escalar das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. A direção da força é a mesma da linha que*

*une as cargas. Se a polaridade é a mesma, a força é repulsiva. Caso contrário, é atrativa.*

Ou, sob a forma de equação:

$$\vec{F}_e = k_e \frac{Qq}{r^2} \hat{e}_r \quad (\text{B1})$$

onde  $k_e$  é a desde então referida Constante de Coulomb,  $Q$  e  $q$  são os módulos das cargas das partículas,  $r$  é o módulo da distância entre elas e  $\hat{e}_r$  é o vetor unitário na direção e no sentido do vetor distância.

Posteriormente, a Constante de Coulomb foi estimada e constatou-se que ela é inversamente proporcional à permissividade elétrica do vácuo.

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \quad (\text{B2})$$

$$\epsilon_0 \approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

Para a validade da lei, no entanto, três condições devem ser obedecidas:

- As cargas devem ser consideradas pontuais.
- Elas devem ser estacionárias, uma em relação à outra.
- Elas devem estar no mesmo meio físico.

Mais de dois séculos depois, a Lei de Coulomb continua sendo essencial para o estudo da eletricidade. A sua extrapolação sob a forma da definição de campo magnético foi posteriormente de imensurável importância na unificação das teorias de eletricidade e magnetismo.

# Apêndice C

## Código Desenvolvido

### C.1 Simulação do Movimento Individual - robotSim.m

```
1 function [xData,yData,thetaData]... , errorsData] ...
2     = robotSim(hObject, handles, ...
3     dt, u, w)
4
5     %%Setando variáveis
6     xLast = handles.xData(:,end);
7     yLast = handles.yData(:,end);
8     thetaLast = handles.thetaData(:,end);
9
10    xData = zeros(handles.numberOfRobots,1);
11    yData = zeros(handles.numberOfRobots,1);
12
13    thetaData = thetaLast + w*dt;
14    mTheta = (thetaData+thetaLast)/2;
15
16    %%Cálculo do movimento em si
17    for i=1:handles.numberOfRobots
18        xData(i) = xLast(i) + u(i)*cos(mTheta(i))*dt;
19        yData(i) = yLast(i) + u(i)*sin(mTheta(i))*dt;
20    end
21 end
```



## C.2 Seguimento de Trajetória Individual - robotControl.m

```

1 function [u, w, ...
2     controlMemory, thetaL,...h, thetaL, ...
3     errorFw, errorTheta]= ...
4     robotControl(hObject, handles, ...
5         x, y, theta, ...
6         xRef, yRef, thetaRef, ...
7         t, controlMemory, h)
8
9     updatedHandles = guidata(hObject);
10
11     %%Preparação de variáveis
12     errorFw = nan(handles.numberofRobots,1);
13     errorTheta = nan(handles.numberofRobots,1);
14     thetaL = nan(handles.numberofRobots,1);
15     on = ones(handles.numberofRobots,1);
16     deadZone = ones(handles.numberofRobots,1);
17     dTheta = nan(handles.numberofRobots,1);
18     dThetaL = nan(handles.numberofRobots,1);
19     dErrorX = nan(handles.numberofRobots,1);
20     dErrorY = nan(handles.numberofRobots,1);
21     dErrorFw = nan(handles.numberofRobots,1);
22     intFw = nan(handles.numberofRobots,1);
23     intTheta = nan(handles.numberofRobots,1);
24
25     %%PID
26     %%Valores dos ganhos
27     gPFw = 1;
28     gDFw = 0.01;
29     gIFw = 0.05;
30
31     gPTheta = 4.8;
32     gDTheta = 0.9;
33     gITheta = 0;
34
35     %%Cálculo dos erros
36     errorX = xRef - x;
37     errorY = yRef - y;
38
39     closeEnoughDist = 1;
40     onDist = 6;
41     DTau = 0.1;
42
43     for i=1:handles.numberofRobots
44         errorFw(i) = errorX(i)*cos(theta(i))+errorY(i)*sin(theta

```

```

        (i));
45     dist = sqrt(((errorX(i)^2)+(errorY(i)^2)));
46     on(i)=dist>onDist;
47     deadZone(i)=dist>closeEnoughDist;
48
49     thetaAux = atan2(errorY(i),errorX(i));
50
51     %%Tratamento da descontinuidade de atan2
52     thetaVector = [handles.thetaLData(i,:) thetaAux];
53     thetaVector = unwrap(thetaVector);
54     thetaL(i) = thetaVector(end);
55
56     errorTheta(i) = thetaL(i)-theta(i);
57
58     %%%Preparação dos termos de derivada
59     % dX[t] = (dX[t-1]*DTau + errorX[t]-errorX[t-1])/(DTau+h
60     )
61     dTheta(i) = (1/(DTau+h))*(dThetaLast(i)*DTau +
62     errorTheta(i)-errorThetaLast(i));
63     dThetaL(i) = (1/(DTau+h))*(dThetaLLast(i)*DTau + thetaL(
64     i)-thetaLLast(i));
65     dErrorX(i) = (1/(DTau+h))*(dErrorXLast(i)*DTau + errorX(
66     i) - errorXLast(i));
67     dErrorY(i) = (1/(DTau+h))*(dErrorYLast(i)*DTau + errorY(
68     i) - errorYLast(i));
69     dErrorFw(i) = dErrorX(i)*cos(theta(i)) - errorX(i)*sin(
70     theta(i))*dTheta(i) + ...
71     dErrorY(i)*sin(theta(i)) + errorY(i)*cos(theta(i))*
72     dTheta(i);
73
74     %%%Preparação dos termos de integral
75     intFw(i) = intFwLast(i) + h*((errorFw(i)+errorFwLast(i))
76     /2)*on(i);
77     intTheta(i) = intThetaLast(i) + (h*(errorTheta(i)-
78     errorThetaLast(i))/2)*on(i);
79
80     end
81
82     errorTheta = thetaL - theta;
83
84     %%%Cálculo do controle
85
86     %%fw
87     controlPFw = gPFw*errorFw;
88     controlDFw = gDFw*dErrorFw;
89     controlIFw = gIFw*intFw;

```

```
81
82     %%theta
83     controlPTheta = gPTheta*errorTheta;
84     controlDTheta = gDTheta*(dTheta-dThetaL);
85     controlITheta = gITheta*intTheta;
86
87     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
88     %Controle calculado!
89     u = (controlPFw + controlDFw + controlIFw).*deadZone;
90     w = (controlPTheta + controlDTheta + controlITheta);
91
92     guidata(hObject , updatedHandles);
93
94 end
```

### C.3 Estratégia contra Colisões - avoid.m

```

1 function [xDanger, yDanger] = avoid(x,y,theta,numberOfRobots)
2
3     %%Preparação de variáveis
4     xDanger = zeros(numberOfRobots,1);
5     yDanger = zeros(numberOfRobots,1);
6     r_N = 100;
7     n=5;
8     k_D = 160000;
9
10    for i=1:numberOfRobots
11        cD = [0 0]; %%Resultado de colisão
12        for j=1:numberOfRobots
13            if j~=i
14                dx = x(j)-x(i);
15                dy = y(j)-y(i);
16                r = [dx dy];
17                dist = norm(r);
18                if dist>0 && dist<r_N;
19                    cD = cD - (k_D/(dist^n))*r; %%Somando o vetor de
20                        perigo de colisão
21                end
22            end
23        end
24        thetaD = atan2(cD(2),cD(1));
25        if (sin(thetaD)==sin(-theta(i))) && (cos(thetaD)==cos(-theta
26            (i))) %%thetaD==theta(i)
27            rotTheta=-pi/2;
28            M = [cos(rotTheta) sin(rotTheta); -sin(rotTheta) cos(
29                rotTheta)];
30            cD = (M*cD)';
31        end
32        xDanger(i) = cD(1);
33        yDanger(i) = cD(2);
34    end
35 end

```

## C.4 Abordagem por Líder-Seguidor - leader\_follower.m

```

1 function [xRef,yRef,thetaRef] = leader_follower (xTraj,yTraj,
2         thetaTraj,...,
3         x,y,theta,handles)
4
5 %%Criando variáveis
6 xRef = zeros(handles.numberofRobots, 1);
7 yRef = zeros(handles.numberofRobots, 1);
8 thetaRef = zeros(handles.numberofRobots, 1);
9
10 %%Parâmetros
11 dist = 20;
12 xL = x(1) - dist*cos(theta(1)-pi/6);
13 yL = y(1) - dist*sin(theta(1)-pi/6);
14 xR = xL + dist*sin(theta(1));
15 yR = yL - dist*cos(theta(1));
16
17 for i=1:handles.numberofRobots
18     switch i
19         case 1 %Líder
20             %Estático
21             % xRef(i) = x(i);
22             % yRef(i) = y(i);
23             % thetaRef(i) = theta(i);
24
25         %Seguindo Trajetória
26         xRef(i) = xTraj;
27         yRef(i) = yTraj;
28         thetaRef(i) = thetaTraj;
29
30         case 2 %Seguidor 1
31             %Formação em Triângulo
32             xRef(i) = xL;
33             yRef(i) = yL;
34             thetaRef(i) = theta(1);
35
36         case 3 %Seguidor 2
37             %Formação em Triângulo
38             xRef(i) = xR;
39             yRef(i) = yR;
40             thetaRef(i) = theta(1);
41
42         otherwise
43             xRef(i) = xTraj;
44             yRef(i) = yTraj;

```

```
44         thetaRef(i) = thetaTraj;  
45     end  
46 end  
47 end
```

## C.5 Abordagem por Função Potencial - potencial.m

```

1 function [u, w, ...
2     xRef, yRef, thetaRef, thetaL, fwData, errorTheta] =
3     potencial(x,y,theta,t,handles,hObject,h)
4
5     k=10;
6     kv=300;
7
8     %%Preparação de variáveis
9     xRef=zeros(handles.numberofRobots,1);
10    yRef=zeros(handles.numberofRobots,1);
11    thetaRef=zeros(handles.numberofRobots,1);
12    thetaL=zeros(handles.numberofRobots,1);
13    fwData=zeros(handles.numberofRobots,1);
14    errorTheta=zeros(handles.numberofRobots,1);
15
16    u = zeros(handles.numberofRobots,1);
17    w = zeros(handles.numberofRobots,1);
18
19    dVdx = nan(handles.numberofRobots,1);
20    dVdy = nan(handles.numberofRobots,1);
21    aux = nan(handles.numberofRobots,1);
22
23    %%Cálculo do controle
24    for i=1:handles.numberofRobots
25        %%Termos derivativos
26        dx1 = V(i,x(i)+h,y(i),x,y,handles);
27        d2 = V(i,x(i),y(i),x,y,handles);
28        dy1 = V(i,x(i),y(i)+h,x,y,handles);
29        dVdx(i) = (dx1-d2)/h;
30        dVdy(i) = (dy1-d2)/h;
31
32        aux(i) = atan2(-dVdy(i),-dVdx(i));
33
34        %%Tratamento da descontinuidade do atan2
35        vector = [handles.auxVector(i,2) aux(i)];
36        vector = unwrap(vector);
37        aux(i) = vector(end);
38
39        %%Armazenamento de variáveis para a próxima iteração
40        handles.auxVector(i,1) = handles.auxVector(i,2);
41        handles.auxVector(i,2) = aux(i);
42
43        u(i) = -kv*(cos(theta(i))*dVdx(i) + sin(theta(i))*dVdy(i)

```

```

    ));
44     w(i) = -k*(theta(i) - aux(i));
45     end
46     guidata(hObject, handles);
47 end
48
49 function [pot] = V(i, xi, yi, x, y, handles) %%Somatório das funções
    2 a 2
50     pot = 0;
51     for j=1:handles.numberofRobots
52         if j~=i
53             difX = xi-x(j);
54             difY = yi-y(j);
55             rij = sqrt(difX^2+difY^2);
56             pot = pot + Vij(rij);
57         end
58     end
59 end
60
61 function J = Vij(rij) %%Função potencial artificial deslocada e
    saturada
62     r_N=100; % Região do grafo de vizinhança
63     c=5; % Raio do robô
64     rd=20; % Distância desejada
65     if rij < r_N
66         r=rij;
67     else
68         r=r_N;
69     end
70
71     a1 = 1/(rd - 2*c + r_N);
72     a2 = (r_N-c)*(rd-c)/(rd - 2*c + r_N);
73
74     aux=log(r-c);
75     J = aux + a2/(r-c) + a1*(r-c);
76 end

```