



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro

---

Escola Politécnica

# ESTUDO DE GESTÃO DE ESTOQUE UTILIZANDO UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE PREDITIVO

DOUGLAS MADALENA MARTINS

TIAGO NORONHA FERREIRA

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador:  
Prof. Amit Bhaya, Ph.D

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

2014

# ESTUDO DE GESTÃO DE ESTOQUE UTILIZANDO UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE PREDITIVO

DOUGLAS MADALENA MARTINS

TIAGO NORONHA FERREIRA

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Aprovado por:

---

Prof. Amit Bhaya, Ph.D

---

Prof. Afonso, D.Sc

---

Prof. Ramon, D.Sc

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

2014

Martins, Douglas Madalena. Ferreira, Tiago Noronha.  
Estudo de Gestão de Estoque Utilizando Uma Estratégia de Controle Preditivo  
82 páginas  
Projeto de Graduação UFRJ/ Escola Politécnica/Curso de Engenharia de Controle e Automação, 2014.  
Orientador:  
Prof. Amit Bhaya, Ph.D

1. Teoria de Controle
2. Controle de Estoque
3. Controle Preditivo

I. Martins, Douglas Madalena. II Ferreira, Tiago Noronha.  
IV. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia de Controle e Automação. V. Título.

# Agradecimentos, por Douglas

Durante esses anos em que fui aluno de graduação da UFRJ, muitas pessoas foram fundamentais para que eu enfrentasse os desafios na tarefa de concluir o curso. Gostaria de agradecer a algumas delas.

Começo agradecendo aos meus pais, Odair Martins Filho e Vanda Da Conceição Martins, por sempre me apoiarem em minhas escolhas e oferecerem todo o suporte material e emocional durante estes anos.

Ao meu irmão, Rafael Martins, e sua esposa, Kely Defanti, por sempre estarem juntos em todos os momentos.

A todos meus familiares, em especial a Luiz Claudio, Shana Moreira e Felipe Castro que participaram desta jornada no Rio de Janeiro em algum momento.

A todos meus amigos de Campos dos Goytacazes que são a prova concreta que a amizade é a coisa mais valiosa neste mundo. A todos os novos amigos que pude fazer no Rio de Janeiro. Agradecimento especial para Hugo Andrade, Marcelo Souza, Carlos Eduardo por participarem juntos desta jornada.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação como engenheiro.

Ao Tiago Noronha, meu companheiro de trabalho, pela inteligência, dedicação e vontade em tornar este projeto uma realidade. Sua participação foi imprescindível.

A todos os alunos da ECA, por sempre estarem ao meu lado nos diferentes desafios e surpresas que encontramos pelo caminho.

Ao professor Amit Bhaya pela orientação neste trabalho, nos ajudando com muita boa vontade com conselhos sempre valiosos.

Muito Obrigado!

Douglas Martins.

# Agradecimentos, por Tiago

Desde que iniciei minha jornada como aluno de graduação da UFRJ, muitas pessoas foram, direta ou indiretamente, fundamentais para que eu fosse bem sucedido em concluir o curso de Controle e Automação. Gostaria de agradecer a algumas delas em especial.

Começo por meu pai, Claudia e Paulo Ricardo, que foram extremamente pacientes e compreensíveis com todos os percalços durante o período da faculdade e toda minha vida.

A minha namorada Gabriela Meirinho, por toda a torcida e palavras de conforto no atual momento. Tenho certeza que seria muito mais difícil sem seu carinho.

Aos meus eternos amigos: Breno, Daniel, Filipe, Gabriel, Guilherme, Lucas, Rafael Antunes, Rafael Horta e Walter. Por todos os momentos de diversão que fazem a vida mais simples e também por todas as conversas que nos fazem amadurecer. Muito do que sou hoje, devo a vocês.

Aos meus amigos do Colégio Santo Agostinho: Renato, Ryan e Thalles, por mostrar que amizades verdadeiras podem sim começar com o pé esquerdo.

Ao meu amigo Júnior, por mostrar que uma amizade pode começar e continuar da forma mais simples, sem perder sua força.

Ao Douglas Martins, meu companheiro de trabalho, pela dedicação, organização e proatividade na condução desse projeto. Sua capacidade foi fundamental para a o trabalho chegar no nível que chegou.

A todos os alunos de Controle que estiveram a meu lado, seja para compartilhar tarefas ou boas risadas. Agradecimento especial aos amigos da T-13: Bruno, Caio, Guilherme, Gustavo, Hailton, Henrique, Jéssica, Leandro, Lucas, Matheus e Noelle.

Ao professor Amit Bhaya que sempre foi solícito em nos orientar e fornecer insights essenciais para o andamento do projeto.

Muito Obrigado!

Tiago Noronha Ferreira.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

## ESTUDO DE GESTÃO DE ESTOQUE UTILIZANDO UMA ESTRATÉGIA DE CONTROLE PREDITIVO

Douglas Madalena Martins

Tiago Noronha Ferreira

2014

Orientador:

Prof. Amit Bhaya, Ph.D

Curso: Engenharia de Controle e Automação

Em tempos de globalização, a disputa entre as empresas está cada vez mais acirrada. Um ponto que pode fazer decidir o rumo para uma empresa é a logística, assunto que será abordado pelo trabalho. Uma estratégia correta de gerenciamento de estoque pode fazer a empresa competitiva e lucrativa ou obsoleta e falida.

Neste projeto, estudaremos o funcionamento de um controlador do tipo preditivo (Model Predictive Control - MPC). Esse tipo de controlador é mais usualmente utilizado no meio de controle de processos. Analisaremos como o MPC vai se comportar em um ambiente de gestão de estoques e como os parâmetros irão interferir nessa gestão. Para tal, os desempenhos serão avaliados sob a perspectiva do Economic Value Added (EVA), que determinará em termos econômicos o quanto o controle foi eficiente.

Para fins de comparação, utilizaremos também um controlador do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Mostraremos como o MPC funciona de forma diferente do PID e em quais características ele é superior.

*Palavras Chaves:* Teoria de Controle, Controle de Estoque, Controle Preditivo

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

## STUDY OF INVENTORY MANAGEMENT USING A PREDICTIVE CONTROL STRATEGY

Douglas Madalena Martins

Tiago Noronha Ferreira

2014

Advisor:

Prof. Amit Bhaya, Ph.D

Course: Control and Automation Engineering

In times of globalization, the competition between companies is increasingly fierce. One point that can set the course for a company is logistics, which is discussed at work. A correct strategy for inventory management can make a competitive and profitable or obsolete and bankrupt company.

In this project we will study the operation of a predictive type of controller (Model Predictive Control - MPC). This type of controller is most commonly used among control processes. Look at how the MPC will behave in an inventory management environment and how the parameters will affect this management. To this end, the performances will be assessed from the perspective of Economic Value Added (EVA), which will determine in economic terms as the control was efficient.

For comparison purposes, we will also use a Proporcional-Integral-Derivative controller type (PID) and show how the MPC works differently from PID and in what features it is superior.

*Keywords:* Control Theory, Inventory Control, Predictive Control

# Sumário

<b>RESUMO</b>	<b>5</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>6</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>iii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS</b>	<b>viii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b>	<b>ix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Gestão de Estoque . . . . .	1
1.1.1 Quanto pedir? . . . . .	2
1.1.2 Quando pedir? . . . . .	2
1.2 Modelo do estoque . . . . .	3
1.3 Objetivo . . . . .	5
1.4 Conteúdo do trabalho . . . . .	5
<b>2 Técnicas de Controle Utilizadas</b>	<b>6</b>
2.1 Motivação . . . . .	6
2.2 Estratégia do MPC . . . . .	7
2.3 Modelo e Estimador . . . . .	8
2.4 Cálculo do Alvo . . . . .	10
2.5 Otimização Dinâmica . . . . .	11



2.5.1	Cálculo de controle no caso do Alvo Alcançável . . . . .	11
2.5.2	Cálculo de Controle no Caso do Alvo Não Alcançável . . . . .	13
2.6	Controlador PID . . . . .	14
2.7	Algoritmos Genéticos . . . . .	15
2.7.1	Componentes . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Avaliação Econômica</b>	<b>18</b>
3.1	Economic Value Added (EVA) . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Simulação e Resultados</b>	<b>21</b>
4.1	Distúrbio na saída da planta transformada em distúrbio equivalente na entrada .	21
4.2	Funcionamento e Simulações . . . . .	23
4.2.1	Demanda constante . . . . .	24
4.2.2	Demanda variável . . . . .	29
4.3	Ajuste do EVA . . . . .	31
4.4	Avaliação dos Parâmetros . . . . .	34
4.4.1	Parâmetros do estimador . . . . .	35
4.4.2	Horizonte de Controle . . . . .	39
4.4.3	Sensibilidade do controle . . . . .	41
4.5	Lead-Time e Estoque médio . . . . .	43
4.6	Funcionamento do Controlador PID . . . . .	46
4.6.1	Estudo dos ganhos do Controlador PID . . . . .	47
4.6.2	Demanda constante . . . . .	49
4.6.3	Demanda variável . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>61</b>
5.1	Resultados Gerais . . . . .	61
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	63
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>64</b>

# Lista de Figuras

1.1	Modelo de estoque utilizado neste trabalho. . . . .	3
1.2	Estratégia para pedidos para o problema de estoque. . . . .	4
2.1	Estratégia do MPC. . . . .	7
2.2	Estrutura do MPC ([3]). . . . .	8
2.3	Fluxograma do algoritmo genético. . . . .	15
4.1	Estrutura presente no algoritmo de Pannochia. . . . .	22
4.2	Estrutura utilizada neste trabalho. . . . .	22
4.3	Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada. . . . .	24
4.4	Erro do seguimento de trajetória. . . . .	25
4.5	Quantidade de produtos no estoque e estimação deste valor. . . . .	25
4.6	Demanda real e demanda estimada. . . . .	26
4.7	Valor do EVA evoluindo no tempo. . . . .	26
4.8	Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada. . . . .	27
4.9	Erro do seguimento de trajetória. . . . .	27
4.10	Quantidade de produtos no estoque e estimação deste valor. . . . .	28
4.11	Demanda real e demanda estimada. . . . .	28
4.12	Valor do EVA evoluindo no tempo. . . . .	29
4.13	Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada para o caso de de- manda variável. . . . .	30
4.14	Erro do seguimento de trajetória para o caso de demanda variável. . . . .	30
4.15	Quantidade de produtos no estoque e estimação deste valor para o caso de de- manda variável. . . . .	31

4.16	Demanda real e demanda estimada para o caso de demanda variável. . . . .	31
4.17	Valor do EVA evoluindo no tempo para o caso de demanda variável. . . . .	32
4.18	Valor do estoque evoluindo no tempo para o caso de demanda variável. . . . .	32
4.19	Valor do EVA evoluindo no tempo para o caso de demanda variável. . . . .	33
4.20	Novo valor do EVA evoluindo no tempo para o mesmo caso da demanda anterior.	34
4.21	Valor do EVA final médio para diferentes combinações de valores dos parâmetros do estimador. . . . .	36
4.22	Melhores valores do parâmetro $q_x$ para diferentes horizontes de tempo. . . . .	36
4.23	Melhores valores do parâmetro $R_v$ para diferentes horizontes de tempo. . . . .	37
4.24	Erro de seguimento de trajetória médio para diferentes combinações de valores dos parâmetros $R_v$ e $q_x$ . . . . .	38
4.25	Valor do erro médio de estimação do estoque para diferentes valores de $R_v$ e $q_x$ .	38
4.26	Valor do erro médio de estimação da demanda para diferentes valores de $R_v$ e $q_x$ .	39
4.27	Valor do EVA final médio para diferentes horizontes de controle. . . . .	40
4.28	Evolução do EVA médio para diferentes horizontes de controle. . . . .	40
4.29	Valor da média do módulo do erro de seguimento de trajetória para diferentes horizontes de controle. . . . .	41
4.30	Evolução do custo de controle para diferentes horizontes de controle. . . . .	41
4.31	EVA final médio para diferentes valores de $s$ . . . . .	42
4.32	Erro de seguimento de trajetória médio para diferentes valores de sensibilidade do controle com horizonte definido. . . . .	43
4.33	Custo de controle médio para diferentes valores de sensibilidade do controle com horizonte definido. . . . .	43
4.34	Valor do EVA para diferentes valores de lead-time. . . . .	44
4.35	Valor do erro de seguimento de trajetória para diferentes valores de lead-time. .	45
4.36	Erro de trajetória médio para diferentes valores de lead-time. . . . .	45
4.37	Valor do estoque médio do período para diferentes valores de lead-time. . . . .	46
4.38	Valor do EVA para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID. .	48
4.39	Figura 4.38 aproximada. . . . .	48

4.40	Valor do módulo do erro de seguimento de trajetória médio para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID. . . . .	49
4.41	Valor do custo de controle para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID. . . . .	49
4.42	EVA do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante). . . . .	51
4.43	Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante). . . . .	51
4.44	Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante). . . . .	52
4.45	Nível do estoque para o controlador PID com demanda constante. . . . .	52
4.46	Nível do estoque para o controlador MPC com demanda constante. . . . .	53
4.47	EVA do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante). . . . .	54
4.48	Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante). . . . .	54
4.49	Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante). . . . .	55
4.50	Nível do estoque para o controlador PID com demanda variável. . . . .	55
4.51	Nível do estoque para o controlador MPC com demanda constante. . . . .	56
4.52	EVA do controlador PID ajustado para melhor EVA e MPC (demanda variável). . . . .	57
4.53	Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda variável). . . . .	57
4.54	Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda variável). . . . .	58
4.55	EVA do controlador PID ajustado para melhor controle e MPC (demanda variável). . . . .	59
4.56	Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda variável). . . . .	59

4.57	Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda variável). . . . .	60
------	--	----

# Lista de Tabelas

4.1	Valores dos parâmetros do EVA utilizados nesta seção. . . . .	23
4.2	Valores dos parâmetros do EVA atualizados. . . . .	34
4.3	Valores dos parâmetros do controlador MPC. . . . .	47
4.4	Valores dos ganhos do controlador PID para melhor EVA com demanda constante.	50
4.5	Valores dos ganhos do controlador PID para melhor controle com demanda constante. . . . .	53
4.6	Valores dos ganhos do controlador PID para melhor EVA com demanda variável.	56
4.7	Valores dos ganhos do controlador PID para melhor controle com demanda variável. . . . .	58

# Lista de Abreviaturas

**EDI** - Electronic Data Interchange

**EVA** - Economic Value Added

**GA** - Genetic Algorithm

**PID** - Proporcional, Integral e Derivativo

**MPC** - Model Predictive Control

**SISO** -Single Input, Sigle Output

**TI** - Tecnologia da Informação

# Lista de Símbolos

$I(k) = store(k)$ : volume de estoque acumulado no dia  $k$

$W(k) = shipped(k)$ : volume de itens em transição no dia  $k$  - *Work-in-Progress*

$O(k) = ordering(k)$ : volume de itens pedidos no dia  $k$

$O(k - \tau) = receiving(k)$ : volume de itens que chegam ao estoque no dia  $k$

$S(k) = selling(k)$ : volume de vendas do produto no dia  $k$

$D(k)$ : demanda pelo produto no dia  $k$

$k$ : índice temporal que representa o avanço dos dias

$\tau$ : diferença entre o dia em que se faz o pedido e o dia da reposição do estoque - *lead time*

$EVA(k)$ : Economic Value Added para o dia  $k$

$d_k$ : Demanda para o dia  $k$

$x_k$ : Estoque para o dia  $k$

$d_{t|k}$ : Demanda estimada para o dia  $t$  feita no dia  $k$

$x_{t|k}$ : Estoque estimado para o dia  $t$  feita no dia  $k$

$u_{t|k}$ : Sinal de controle calculado no dia  $k$  para o dia  $t$

$K_i$ : Ganho Integral do controlador PID

$K_p$ : Ganho Proporcional do controlador PID

$K_d$ : Ganho Derivativo do controlador PID

$R_v$ : Parâmetro do filtro de Kalman

$q_x$ : Parâmetro do filtro de Kalman

$L_x$ : Ganho do filtro de Kalman

$L_d$ : Ganho do filtro de Kalman

$N$ : Horizonte de controle para o controlador MPC

$s$ : Parâmetro de sensibilidade do controlador MPC

$\bar{y}$ : Nível de estoque desejado



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Gestão de Estoque

O estoque é a atividade que controla as disponibilidades e as necessidades de materiais e componentes do processo produtivo. O objetivo fundamental do estoque é não deixar faltar material ou produto, procurando, ao mesmo tempo, de todas as formas evitar a elevada imobilização de recursos financeiros com os mesmos.

A tarefa de administrar o estoque tem relação direta com a demanda e o fornecimento do produto. Caso ambos forem definidos e conhecidos, não haveria necessidade de estocagem. Como esta consideração não condiz com a realidade, as empresas usam os estoques para melhorar a coordenação da oferta e procura, evitando a falta de produtos.

Embora o estoque resolva o problema da falta de produtos, ele apresenta um custo significativo de manutenção. Além disso, se ele não for utilizado rapidamente, existe um risco crescente de danos, perda, deterioração ou obsolescência.

Dessa forma, criar estratégias que visem a diminuição do custo de manutenção é indispensável para uma empresa. A quantidade de produtos estocados deve ser suficiente para não haver falta no mercado e que tampouco exija a utilização (aluguel) de espaço adicional de armazenamento, fato que aumentaria o custo.

Normalmente, os administradores visam obter bons resultados através do estudo dos seguintes pontos:

- Definir o momento mais adequado da compra em termos do nível do estoque e atendimento da demanda;

- Definir a quantidade ideal do produto a ser comprado;
- Buscar os melhores preços do produto a ser comprado;
- Atender os níveis de segurança de capacidade do estoque;
- Buscar a qualidade no atendimento do cliente.

Neste trabalho, consideraremos os dois primeiros pontos como objeto de estudo, ou seja, queremos responder às perguntas de quando e quanto, em relação à compra de produtos para abastecer o armazém.

### **1.1.1 Quanto pedir?**

Manter um estoque de segurança é essencial para que não falte produtos. A questão é quantos produtos armazenar neste estoque.

É comum efetuar uma análise criteriosa da variabilidade da demanda, para elaborar os seus quantitativos. A empresa deve determinar se é possível reduzi-lo sem prejuízo para os níveis desejados de disponibilidade de produto pelo mercado.

O que deve ser avaliado, na verdade, é o nível de risco associado à manutenção de estoques de segurança pela empresa, ou seja, qual o risco de a empresa investir num determinado nível de estoque de segurança para garantir determinada disponibilidade de produto e, ao mesmo tempo, a demanda real ficar abaixo do nível esperado. Isso ocasionará aumento de custos e estoque de segurança com quantitativos desnecessários.

### **1.1.2 Quando pedir?**

A questão de quando pedir novos suprimentos depende parcialmente da incerteza da demanda. Os pedidos são geralmente programados para deixar um certo nível de estoque médio de segurança quando o pedido chega. O nível de estoque de segurança é influenciado pela variabilidade da demanda e do tempo de fornecimento.

A metodologia do ponto de pedido é um processo muito utilizado hoje com o suporte da tecnologia EDI (Eletronic Data Interchange). Quando atingido o ponto de pedido (previa-

mente estabelecido), essa informação é automaticamente transmitida via EDI ao fornecedor que providencia o ressuprimento.

Em diversas situações, pode-se optar por postergar a solicitação do ressuprimento a fim de obter algumas vantagens, como obter um transporte mais versátil ou visando uma economia de escala (principalmente com produtos de baixo valor agregado e pequeno risco de obsolescência).

## 1.2 Modelo do estoque

Neste trabalho, iremos considerar apenas uma parte da cadeia da logística de estoques completa, assim como em [2], [8] e [10]. Dessa forma, o modelo compreende a estrutura mostrada na figura 1.1.

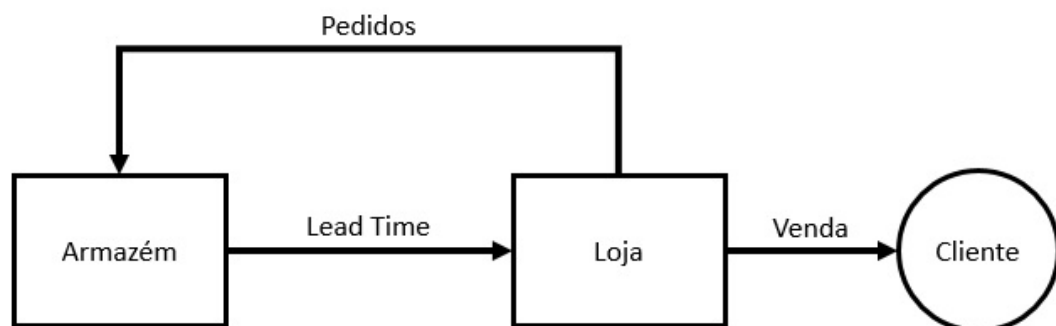


Figura 1.1: Modelo de estoque utilizado neste trabalho.

Analisando o fluxo da figura 1.1, o modelo pode ser explicado da seguinte forma: A loja possui um estoque que armazena os produtos a serem vendidos. Não é do interesse ter nem muitos produtos (custo aumentaria) e nem que falte produtos, pois desta forma, o empresário estaria perdendo a possibilidade de venda. Sendo assim, pedidos com remessas de novos produtos devem ser feitos. Existe um atraso entre o pedido e a chegada desta remessa, que é denominado Lead Time na literatura.

Podemos modelar este sistema descrito com as seguintes variáveis discretas: Número de

itens em estoque ( $I(k)$ ), carga de venda diária ( $S(k)$ ), quantidade de produtos recebidos no estoque ( $R(k)$ ), demanda ( $D(k)$ ), número de produtos pedidos em determinado dia ( $O(k)$ ), total de produtos em transferência ( $W(k)$ ). O lead time é denotado por  $\tau$ , sendo o prazo de entrega. A estratégia adotada pode ser ilustrada na figura 1.2.

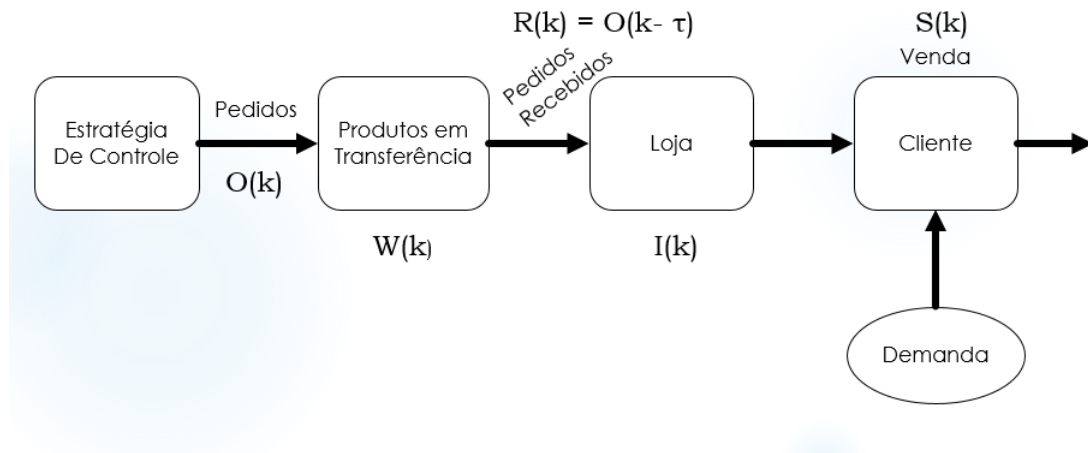


Figura 1.2: Estratégia para pedidos para o problema de estoque.

Temos, então, que:

$$I(k) = I(k - 1) + O(k - \tau) - S(k) \quad (1.1)$$

$$W(k) = W(k - 1) + O(k) - O(k - \tau) \quad (1.2)$$

Sendo que

$$R(k) = O(k - \tau) \quad (1.3)$$

Notamos que a venda só será concretizada de fato se tivermos produtos em estoque. Caso contrário, faltarão produtos e a quantidade vendida será menor que a demanda pelo produto. Matematicamente, temos que:

$$S(k) = \begin{cases} D(k), & \text{se } I(k - 1) - D(k) > 1, \\ I(k - 1) - 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (1.4)$$

Dessa forma, podemos assegurar que a loja tenha pelo menos um produto em seu estoque, que serviria como vitrine ou amostra para os consumidores.

### **1.3 Objetivo**

Este trabalho tem como objetivo aplicar uma técnica de controle (Model Predictive Control) no contexto de gestão de estoques, investigar o desempenho econômico de diferentes sintonias e depois comparar com um controlador do tipo PID. Para tanto, serão realizadas diversas simulações na plataforma MATLAB.

### **1.4 Conteúdo do trabalho**

Este trabalho é dividido em 5 capítulos. O primeiro consiste em apresentar ao leitor o conceito de gestão de estoque e seu modelo, além de apresentar o objetivo e a motivação por trás de todo este contexto.

O capítulo 2 tem como objetivo apresentar os fundamentos teóricos da estratégia de controle utilizada neste trabalho para resolver o problema da gestão do estoque. É mostrado desde a motivação e os primeiros objetivos até uma formulação específica do algoritmo, apresentada por Pannochia (citar depois).

O capítulo 3 apresenta uma forma de medir o quanto a estratégia utilizada teve sucesso do ponto de vista econômico. O índice utilizado é denominado, em inglês, Economic Value Added, cujo objetivo é calcular o valor econômico agregado pela operação da cadeia de suprimento. Este medidor é muito utilizado para comparar o desempenho de diversos investimentos ([21]). Iremos apresentar seu desenvolvimento e o que cada elemento de seu cálculo significa no contexto de estoques.

O capítulo 4 apresentará simulações e resultados obtidos com a estratégia formulada.

No capítulo 5, teremos uma análise final dos resultados obtidos e apresentaremos futuros trabalhos a serem pesquisados.

# Capítulo 2

## Técnicas de Controle Utilizadas

Em diversas plantas industriais, utiliza-se o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para, principalmente, atingir o setpoint especificado pelo projeto. Neste capítulo, iremos descrever a base teórica do controlador MPC, que pode, em princípio, atender a mais exigências de projeto do que o controlador PID.

Além disso, iremos descrever alguns conceitos relacionados ao entendimento do MPC, como a estimação de parâmetros e o Controlador Linear Quadrático.

### 2.1 Motivação

O MPC foi originado no final dos anos 70 e desenvolveu-se bastante desde então. As características encontradas nos diversos tipos de controladores desta família são:

- Uso explícito do modelo da planta para prever a saída do processo em instantes futuros.
- Cálculo de uma sequência de controle visando otimizar uma função objetivo.
- Cálculo em cada instante da previsão de acordo com o horizonte, assim como a sequência de controle. Somente o primeiro sinal de controle é utilizado a cada instante.

Ao contrário do que parece, sua implementação não é muito mais complexa que um controlador PID. Além disso, possui outros pontos positivos a seu favor, tais como possuir uma compensação intrínseca para tempo morto, poder ser usado tanto para processos simples como mais complexos com atrasos longos e de fácil ajuste.

Apesar das vantagens citadas, o MPC possui uma desvantagem quanto ao modelo do processo. Se ele for alterado, seria necessário reajustar o controlador ou incorporar uma parte adaptativa ao controlador. Entretanto, na prática em geral e no caso específico da planta estudada neste trabalho, as simulações apresentadas no que segue mostram que o desempenho do controlador MPC não depende fortemente da escolha dos seus parâmetros.

## 2.2 Estratégia do MPC

A metodologia de todos os controladores pertencentes à família do MPC é caracterizada pelas seguintes estratégias (figura 2.1):

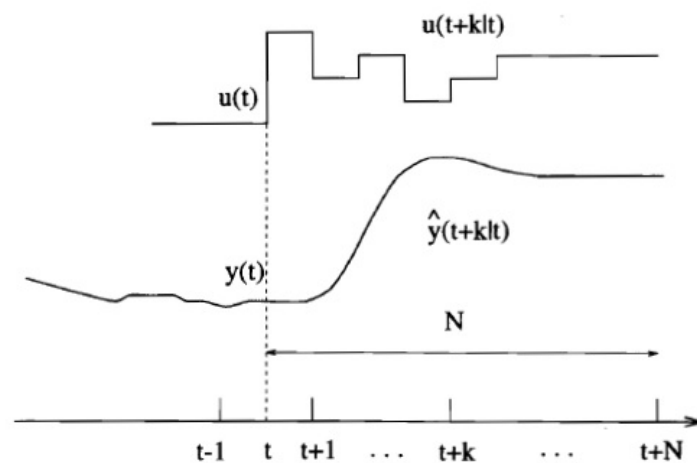


Figura 2.1: Estratégia do MPC.

1. As saídas futuras para um determinado horizonte  $N$  (chamado de horizonte de previsão) são previstas a cada instante  $t$  usando o modelo do processo. Tais saídas dependem somente do conhecimento de entradas e saídas até o instante  $t$  e dos sinais de controle futuros.
2. A sequência dos sinais de controle futuros é calculada otimizando um determinado critério com o intuito de deixar a saída do processo o mais próximo de uma trajetória determinada.

3. O sinal de controle  $u_{t|t}$  é enviado ao processo enquanto que os próximos sinais de controle calculados não são utilizados, pois no próximo instante a saída  $y_{t+1}$  será conhecida e o passo 1 é repetido. Dessa forma,  $u_{t+1|t+1}$  será calculado (normalmente será diferente de  $u_{t+1|t}$  devido à nova informação disponível).

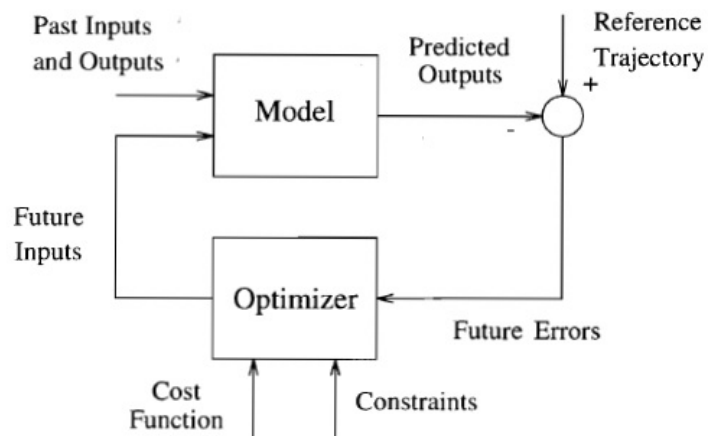


Figura 2.2: Estrutura do MPC ([3]).

Para implementar esta estratégia de controle, a estrutura mostrada na figura 2.2 é utilizada. Um modelo da planta é utilizado para prever as futuras saídas do processo baseadas em valores passados e atuais e na entrada de controle otimizada (até o horizonte de previsão).

O otimizador é uma parte fundamental desta estratégia, visto que produz as ações de controle. Através da função custo, o melhor sinal de controle é definido, dado um cenário específico. Se esta função for quadrática, uma solução explícita pode ser obtida em função de entradas e saídas passadas e futuras.

## 2.3 Modelo e Estimador

Para aplicarmos o MPC, assume-se que o sistema é conhecido, sendo da forma:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_{k-m} \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (2.1)$$



onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $u \in \mathbb{R}$  é o sinal de controle,  $y \in \mathbb{R}$  é a saída e  $m$  é um inteiro não-negativo (atraso).

Supõe-se que o sinal de controle é limitado superiormente e inferiormente:

$$u_{min} \leq u \leq u_{max} \quad (2.2)$$

Para que se possa garantir erro nulo de seguimento de trajetória em regime permanente na presença de erros no modelo da planta ou distúrbios não mensuráveis, aumenta-se o sistema descrito na equação (2.1) com um distúrbio, conforme descrito em [15]. Esta metodologia consiste em adicionar uma quantidade de distúrbios igual ao número de variáveis medidas. Como estaremos lidando com sistemas monovariáveis neste projeto, precisaremos adicionar somente uma variável  $d$  para representar tal distúrbio. O sistema aumentado fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}_{k+1} &= \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u_{k-m} \\ y_k &= \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}_k \end{aligned} \quad (2.3)$$

Supondo que a equação (??) vale e que a condição de detectabilidade é satisfeita e podemos prover um controle robusto para a planta. O estado  $x$  e o distúrbio  $d$  são estimados através das medições de  $y$  de acordo com um filtro de Kalman. A cada instante de amostragem, estimativas do estado  $\hat{x}_{k|k-1}$  e do distúrbio  $\hat{d}_{k|k-1}$  baseadas em medições anteriores são disponibilizadas. Desta forma, temos que:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + L_x(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \\ \hat{d}_{k|k} &= \hat{d}_{k|k-1} + L_d(y_k - C\hat{x}_{k|k-1}) \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde os ganhos dos filtros  $L_x \in \mathbb{R}^n$  e  $L_d \in \mathbb{R}$  são computados de forma offline como será descrito posteriormente. Dado o sinal de controle  $u_{k-m}$  (armazenado se  $m > 0$  ou computado se  $m = 0$ ), a estimação para o instante seguinte do estado e distúrbio são calculados:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k+1|k} &= A\hat{x}_{k|k} + Bu_{k-m} + B\hat{d}_{k|k} \\ \hat{d}_{k+1|k} &= \hat{d}_{k|k}\end{aligned}\tag{2.5}$$

Para computarmos os ganhos  $L_x \in \mathbb{R}^n$  e  $L_d \in \mathbb{R}$ , consideramos que:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{Q} = \begin{bmatrix} q_x I_n & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{C} = [ C \quad 0 ]$$

onde  $q_x$  é um escalar não-negativo. Considerando ainda que  $R_v$  seja um escalar positivo, temos, então, que a equação de Riccati para o estimador será:

$$\Pi = \hat{Q} + \hat{A}\Pi\hat{A}^T - \hat{A}\Pi\hat{C}^T(\hat{C}\Pi\hat{C}^T + R_v)^{-1}\hat{C}\Pi\hat{A}^T$$

onde  $\Pi \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$  é uma matriz simétrica semidefinida. Por fim, os ganhos dos filtros serão:

$$L = \begin{bmatrix} L_x \\ L_d \end{bmatrix} = \Pi\hat{C}^T(\hat{C}\Pi\hat{C}^T + R_v)^{-1}\tag{2.6}$$

Os valores de  $q_x$  e  $R_v$  são parâmetros do estimador e podem ser variados. O escalar  $q_x$  representa a razão entre a variância do ruído do estado e a variância do ruído do distúrbio. Um aumento neste valor deixaria o estimador menos incisivo na estimação do distúrbio. Por outro lado, o escalar  $R_v$  representa a razão entre a variância do ruído de saída e a variância do ruído do distúrbio, e um aumento em seu valor deixa o estimador menos sensível ao ruído da saída. Detalhes das derivações das fórmulas podem ser vistos em [11] e [15].

## 2.4 Cálculo do Alvo

Em cada instante, dados a estimação atual do distúrbio  $d_{k|k}$  e a saída desejada  $\bar{y}$ , computamos os alvos em estado estacionário para o sinal de controle (entrada) e para o estado, tal que a saída consiga alcançar o setpoint desejado. Caso a entrada não tenha restrições, os alvos são calculados como a solução do seguinte sistema linear ([15]):

$$\begin{bmatrix} I - A & -B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_k \\ \bar{u}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B\hat{d}_{k|k} \\ \bar{y} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Na seção anterior, supomos que esta primeira matriz é não-singular e, logo, o sistema tem solução única. Porém, a solução deste sistema pode violar a restrição (2.2). Dessa forma, devemos calcular os alvos a partir do seguinte problema quadrático ([15]):

$$(\bar{x}_k, \bar{u}_k) = \arg \min_{(\bar{x}, \bar{u})} \frac{1}{2} \left\{ (C\bar{x} - \bar{y})^2 + \eta [(I - A)\bar{x} - B(\bar{u} + \hat{d}_{k|k})]^T [(I - A)\bar{x} - B(\bar{u} + \hat{d}_{k|k})] \right\} \quad (2.8)$$

sujeito a:

$$u_{min} \leq \bar{u} \leq u_{max} \quad (2.9)$$

sendo  $\eta$  um número positivo grande. É importante observar que se a solução da equação (2.8) satisfizer a restrição (2.9), então a solução passa a ser a mesma da equação (2.7).

## 2.5 Otimização Dinâmica

Após ter feito o cálculo dos alvos para a entrada e para o estado, passamos para a parte de otimização dinâmica, onde o sinal de controle vai ser calculado visando otimizar uma função quadrática. Porém, pode ser que o alvo calculado não esteja nos limites impostos pela inequação (2.9) e, assim, o problema se divide em dois casos, nos quais:

1. O alvo calculado é alcançável;
2. O alvo calculado não é alcançável.

### 2.5.1 Cálculo de controle no caso do Alvo Alcançável

Dadas as estimativas do estado  $\hat{x}_{k|k}$  e do distúrbio  $\hat{d}_{k|k}$ , e dados os valores dos alvos calculados  $\bar{x}_k$  e  $\bar{u}_k$ , para o caso em que o alvo é alcançável ( $C\bar{x}_k = \bar{y}$ ), calculamos a entrada de controle através do seguinte problema de otimização dinâmica com restrição:

$$\min_{\{v_j\}_{j=0}^{N-1}} \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} w_j^T Q w_j + s(v_j - v_{j-1})^2 \right\} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w_N \\ v_{N-1} \end{bmatrix}^T P \begin{bmatrix} w_N \\ v_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

sujeitos à

$$\begin{aligned}
 w_0 = \hat{x}_{k+m|k} - \bar{x}_k &= \left[ A^m \hat{x}_{k|k} + \sum_{i=1}^m A^{i-1} B(u_{k-i} + \hat{d}_{k|k}) \right] - \bar{x}_k \\
 v_{-1} &= u_{k-1} - \bar{u}_k \\
 w_{j+1} &= Aw_j + Bv_j \\
 u_{min} - \bar{u}_k &\leq v_j \leq u_{max} - \bar{u}_k
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

onde  $N$  é um inteiro positivo,  $s$  um escalar positivo e  $Q = C^T C$ . A matriz  $P \in \mathbb{R}^{(n+1) \times (n+1)}$  é positiva semidefinida e é a solução da seguinte equação de Riccati:

$$P = \tilde{Q} + \tilde{A}^T P \tilde{A} - \tilde{A}^T P \tilde{B} (\tilde{B}^T P \tilde{B} + s)^{-1} \tilde{B} P \tilde{A} \tag{2.12}$$

sendo

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ 1 \end{bmatrix} \quad \tilde{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Para o instante  $k$  tem-se as estimativas de  $\hat{x}_{k|k}$  e  $\hat{d}_{k|k}$  e os alvos restritos  $\bar{x}_k$  e  $\bar{u}_k$ . Calculando-se os desvios de estado e controle e aplicando-os ao sistema linear  $w_{j+1} = Aw_j + Bv_j$  com a restrição  $u_{min} - \bar{u}_k \leq v_j \leq u_{max} - \bar{u}_k$ , tem-se um MPC para um sistema LQR com horizonte de controle  $N$  e  $m$  de previsão.

Note que reescrevendo a equação (2.12) para o passo seguinte e aplicando às equações (2.1) e (2.7), tem-se:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= \hat{x}_{k+1+m|k+1} - \bar{x}_{k+1} \\
 w_1 &= A\hat{x}_{k+1+m|k+1} + Bu_{k+1+m} + B\hat{d}_{k+1|k} - (A\bar{x}_{k+1} + B\bar{u}_{k+1} + B\hat{d}_{k+1}) \\
 w_1 &= A(\hat{x}_{k+1+m|k+1} - \bar{x}_{k+1}) + B(u_{k+1+m} - \bar{u}_{k+1}) \\
 w_1 &= Aw_j + Bv_j
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Definindo  $v := (v_0, v_1, \dots, v_{N-1})$  como um vetor de tamanho  $N$ , podemos reescrever a equação (2.12) como um problema quadrático estritamente convexo:

$$\min_v \frac{1}{2} v^T H v + v^T \tilde{c} \quad (2.15)$$

sujeitos à

$$\mathbf{1} \cdot (u_{min} - \bar{u}_k) \leq v \leq \mathbf{1} \cdot (u_{max} - \bar{u}_k) \quad (2.16)$$

sendo

$$H = \mathcal{B}^T \mathcal{L} \mathcal{B} + \mathcal{D}^T \mathcal{R} \mathcal{D} \quad \tilde{c} = \mathcal{B}^T \mathcal{L} A w_0 + \mathcal{D}^T \mathcal{R} C v_{-1} \quad (2.17)$$

e

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{B} = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathcal{L} = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & Q & 0 \\ 0 & \dots & 0 & P \end{bmatrix} \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} s & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & s \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Sendo  $v^* = (v_0^*, \dots, v_{N-1}^*)$  a solução ótima para a equação (2.15), tem-se que o sinal de controle será definido como:

$$u_k = \bar{u}_k + v_0^* \quad (2.20)$$

## 2.5.2 Cálculo de Controle no Caso do Alvo Não Alcançável

Quando o setpoint não é alcançável ( $\bar{y}_k = C\bar{x}_k \neq \bar{y}$ ), o problema de otimização descrito em (2.10) deve ser modificada da seguinte forma:

$$\min_{\{v_j\}_{j=0}^{N-1}} \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=0}^{N-1} w_j^T (Q w_j + 2q) + s(v_j - v_{j-1})^2 \right\} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} w_N \\ v_{N-1} \end{bmatrix}^T \left( P \begin{bmatrix} w_N \\ v_{N-1} \end{bmatrix} + 2p \right) \quad (2.21)$$

onde as mesmas condições da equação (2.10) são repetidas e  $P$  é dada pela equação (2.12) da mesma forma. Define-se ainda:

$$q = C^T(\bar{y}_k - \bar{y}) \quad p = (I - (\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K})^T)^{-1} \begin{bmatrix} q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Note que se  $\bar{y}_k = \bar{y}$  (setpoint alcançável), a formulação continua sendo igual a equação (2.10). Similarmente ao caso anterior, façamos  $v^* = (v_0^* \dots v_{N-1}^*)$  seja um vetor de tamanho  $N$ , podendo, então, escrever a equação (2.21) como um problema quadrático descrito na equação (2.15), na qual  $H$  continua sendo a mesma matriz definida anteriormente e  $\tilde{c}$  passa a ser definido como:

$$\tilde{c} = \mathcal{B}^T \mathcal{L} \mathcal{A} w_0 + \mathcal{B}^T \mathcal{P} + \mathcal{D}^T \mathcal{R} \mathcal{C} v_{-1} \quad (2.23)$$

sendo  $\mathcal{P} = [q^T \dots q^T p^T]^T$ . Fazendo  $v^* = (v_0^* \dots v_{N-1}^*)$  denotar a solução ótima, a entrada de controle corrente é definida ainda pela equação (2.20).

## 2.6 Controlador PID

Neste trabalho, utilizamos uma variante discreta do controlador PID contínuo. A equação (2.24) representa este controlador discreto.

$$u(k) = u(k-1) + \text{round}[K_p e(k) + K_i \sum_{i=1}^k e(i) + K_d(e(k) - e(k-1))] \quad (2.24)$$

A parte proporcional representa uma reação ao estado atual, a parte derivativa tem a função de reagir à variação atual (diferença entre o estado atual e o estado anterior) e a parte integral utiliza o erro acumulado até o instante atual do sistema.

É importante ressaltar que este controle é limitado inferiormente em zero, pois não existem pedidos negativos de peças.

## 2.7 Algoritmos Genéticos

Com o passar do tempo, as populações evoluem na natureza para garantir sua sobrevivência. Essa evolução é baseada nos princípios da seleção natural ([4]), onde os indivíduos mais bem adaptados ao ambiente tendem a sobreviver e gerar descendentes com seu código genético. Os indivíduos menos adaptados tendem a se reproduzir menos e, muitas vezes, desaparecem.

Os algoritmos genéticos são inspirados neste processo de evolução natural e são utilizados para resolver problemas de busca e otimização. Uma das vantagens destes algoritmos está em sua simplicidade e facilidade em resolver diversos problemas complexos, muitas vezes inviáveis quando utilizados métodos de otimização tradicionais. A desvantagem é que não há garantia do ótimo global.

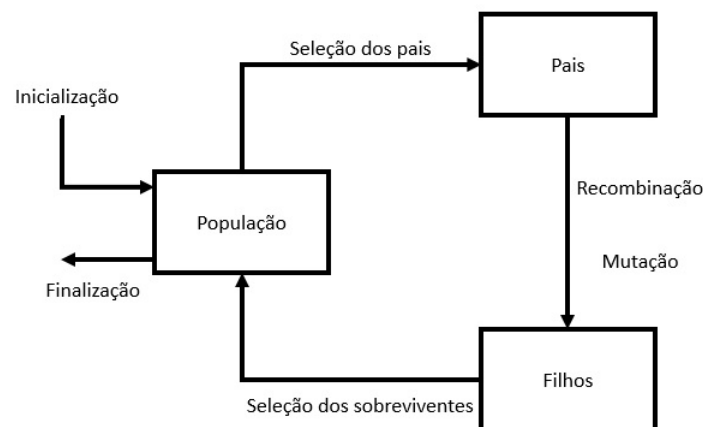


Figura 2.3: Fluxograma do algoritmo genético.

O funcionamento destes algoritmos pode ser mostrado na figura 2.3 ([6]). Dada uma população de indivíduos, a pressão do ambiente (função objetivo) causa a seleção natural. Cada indivíduo é avaliado de acordo com seu material genético pela função objetivo. Os indivíduos mais adaptados ao ambiente possuem valores maiores. Baseado nestes valores, alguns desses indivíduos são escolhidos para o processo de recombinação e mutação que, juntos, possuem o papel de gerar a prole da geração atual. A recombinação é um operador aplicado a dois

ou mais candidatos selecionados (pais) e resulta em um ou mais novos candidatos (filhos). A mutação é aplicada a somente um candidato e resultado em outro novo candidato. Com os novos elementos, é aplicada uma seleção nessa população onde os que possuem valores melhores da função objetivo sobreviverão. Este processo pode ser iterado até que um critério de parada seja alcançado.

### 2.7.1 Componentes

Nesta seção serão discutidos os principais componentes presentes nos algoritmos genéticos, que são os seguintes:

- Representação dos indivíduos;
- Função objetivo (função fitness);
- Formação da população;
- Mecanismo de seleção dos pais;
- Recombinação;
- Mutação;
- Mecanismo de seleção dos sobreviventes.

A representação dos indivíduos de uma população é a primeira tarefa a ser feita. O fenótipo de um indivíduo é associado a seu material genético, que por sua vez, pode ser representado de diversas maneiras nos algoritmos genéticos. Uma representação bastante comum é a por strings de bits, onde 18 pode representar o fenótipo de um indivíduo e 10010 o genótipo, por exemplo. Outra representação comum é a por strings de números reais, em vez de binários.

A principal ideia desta etapa é escolher a melhor representação tendo em vista o problema de otimização em que o algoritmo será utilizado.

A função objetivo tem o papel de representar os requerimentos para a população se adaptar. É uma medida de qualidade dos genótipos. Através dela, pode-se observar os mais adaptados ao ambiente e, logo, com mais chances de sobreviver.



A população é um conjunto de genótipos. Dada uma representação, definir uma população é tão simples quanto definir o seu tamanho. Em alguns casos, se há alguma informação importante do problema, a população inicial pode ser gerada levando-se em conta este fato, aumentando a eficiência da geração de um indivíduo ótimo. Em quase todos os algoritmos, seu tamanho é constante.

A seleção dos pais tem a função de escolher os indivíduos de uma população para fazer com que os melhores gerem a próxima geração. Junto com a seleção dos sobreviventes, esta seleção é responsável pela melhoria da função objetivo de uma população.

Após escolhidos os pais, a recombinação nada mais é que a combinação de diferentes partes do material genético dos pais, levando a criação de um novo indivíduo. Estes filhos podem sofrer mutação, onde uma parte do material genético é alterado, gerando um indivíduo diferente. Esses dois operadores tem como função garantir a variabilidade genética, gerando novos indivíduos para a população, onde, futuramente, serão escolhidos os melhores para permanecerem.

Por fim, a seleção de sobreviventes seleciona entre todos os indivíduos (pais e prole) quais serão os que irão continuar na população. Leva-se em conta a função objetivo e a idade de cada indivíduo. Há diversas formas de realizar essa escolha e a mais comum é a escolha dos melhores de acordo com a função objetivo.

# Capítulo 3

## Avaliação Econômica

Normalmente, em problemas de controle o objetivo é o seguimento de trajetórias com um transitório adequado para cada situação. Neste projeto, iremos focar na maximização do Economic Value Added (EVA), que representa um critério do quanto a estratégia de controle pode estar gerando resultados lucrativos para a empresa. Nas seções seguintes, iremos descrever as variáveis necessárias para descrever o problema de controle de estoque e termos um EVA final que possa avaliar o desempenho da estratégia do MPC.

### 3.1 Economic Value Added (EVA)

O EVA é uma medida de desempenho financeiro desenvolvida [21]. Foi projetada com o intuito de medir o quanto uma organização agrega de valor para os seus donos durante um período de tempo. Este indicativo é composto por dois componentes: lucros e investimento dispendidos. Formalmente, tem-se que:

$$EVA(k) = LucroLiquidoAposImposto(k) - Invest(k) \quad (3.1)$$

onde a variável *LucroLiquidoAposImposto* (*LLAI*) representa o lucro líquido operacional após descontados os impostos. Ela é definida da seguinte forma:

$$LLAI(k) = (LucroVendas(k) - CustoOper(k))(1 - TaxaImp) \quad (3.2)$$

onde *LucroVendas* representa o capital obtido na venda no dia, *CustoOper* é o custo de operação diária e *TaxaImp* é a taxa de impostos aplicada. Tem-se que:

$$LucroVendas(k) = Vendas(k) \cdot ValorVenda \quad (3.3)$$

onde  $Vendas$  é a quantidade de produtos vendidas no dia e  $ValorVenda$  é o preço de venda do produto. A variável  $CustoOper$  pode ser definida da seguinte forma:

$$CustoOper(k) = CustoManut(k) + ValorCompra(k) \quad (3.4)$$

sendo:

$$CustoManunt(k) = ManutUnit \cdot O(k - \tau) \quad (3.5)$$

$$ValorCompra(k) = CustoUnit \cdot O(k - \tau) \quad (3.6)$$

onde  $ManutUnit$  representa o valor dispendido na manutenção de cada item que chega no armazém e  $CustoUnit$  representa o preço de compra de cada produto que chega para o estoque.

Analisando a segunda variável da EVA, tem-se que:

$$Invest(k) = (CustoInvent(k) + CustoArmaz(k)) \cdot RetEsp \cdot CustoFalta(k) \quad (3.7)$$

onde  $CustoInvent$  é o capital utilizado para os custos de armazenagem do produto,  $CustoArmaz$  é definido como os custos relacionados aos picos de estoque,  $RetEsp$  é a porcentagem do valor investido que se espera que retorne aos investidores e  $CustoFalta$  representa o custo de perder a chance de concretizar a venda de algum produto, pela falta no estoque. Sendo assim, tem-se que:

$$CustoInvent(k) = I(k) \cdot (CustoUnit + CustoManuseio(k)) \quad (3.8)$$

$$CustoArmaz(k) = CustoArmUnit \cdot PicoArmaz(k) \quad (3.9)$$

onde  $CustoUnit$  representa o custo unitário diário de cada produto no armazém e  $CustoManuseio$  seria o custo da manipulação deste produto. A variável  $CustoArmUnit$  representa o valor dispendido quando o estoque ultrapassa o limite permitido, tendo, assim, que pagar um valor superior ao normal. Tem-se, ainda, que:

$$PicoArmaz(k) = PicoArmaz(k - 1) + Pico(k) \quad (3.10)$$

onde:

$$Pico(k) = p(I(k)) = \begin{cases} I(k) - PicoArmaz(k - 1), & \text{se } I(k) > PicoArmaz(k - 1), \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.11)$$

Por fim, devemos explicar a ultima parcela da equação (3.7). Existe a possibilidade do estoque esvaziar. Neste caso, mantemos somente o produto da vitrine e o cliente não conseguirá efetuar a compra do produto. Isso traria uma imagem negativa da empresa e é comum associar um custo relacionado a esta falha. O cliente, por não conseguir encontrar o que procura na empresa, iria procurar em outro lugar. Da próxima vez que estiver necessitando do produto, provavelmente não irá procurar primeiro em nossa empresa. Sendo assim, existe uma perda da possibilidade de lucro para a empresa. Apesar da dificuldade em ser quantificado, este custo existe e definimos da seguinte forma:

$$CustoFalta(k) = \begin{cases} CustoUnitFalta \cdot ProdFalta(k), & \text{se } I(k) = 1 \text{ e } S(k) > 0, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.12)$$

onde:

$$ProdFalta(k) = D(k) - S(k) \quad (3.13)$$

Por fim, calculamos o valor acumulado do EVA, somando os diários:

$$AcumEVA(k) = AcumEVA(k - 1) + EVA(k) \quad (3.14)$$

# Capítulo 4

## Simulação e Resultados

Depois de apresentados os fundamentos teóricos do algoritmo descrito em [15], neste capítulo mostraremos os resultados de sua implementação na plataforma MatLab. Primeiramente, iremos fazer um estudo para verificar qual o melhor ajuste dos parâmetros livres do controlador em termos de melhor EVA e menor erro de seguimento de trajetória. Neste último objetivo, iremos incluir o estudo do custo de controle, definido na equação (4.1).

$$CustoControle(k) = erroseg^2(k) + u^2(k) \quad (4.1)$$

Tendo em mãos o melhor ajuste de acordo com a simulação, poderemos comparar o desempenho deste algoritmo com uma estratégia de controle mais popular, o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo).

### 4.1 Distúrbio na saída da planta transformada em distúrbio equivalente na entrada

O algoritmo desenvolvido em [15] prevê um distúrbio na saída da planta. Em nosso problema, o distúrbio é aplicado antes da planta, que seria a demanda diária. Nas figuras mostradas mais abaixo podemos notar a diferença no sistema.

Entretanto, para os efeitos do algoritmo de Pannochia, no qual entra apenas a função de transferência entre o distúrbio e a saída, é possível definir um distúrbio de entrada equivalente,

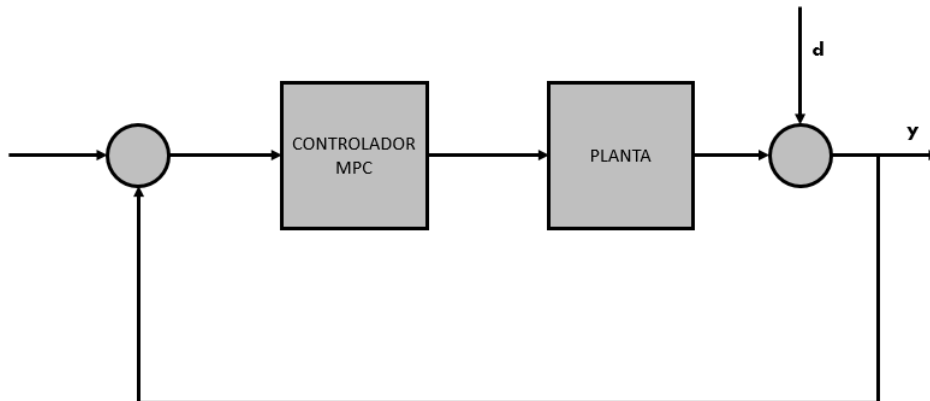


Figura 4.1: Estrutura presente no algoritmo de Pannochia.

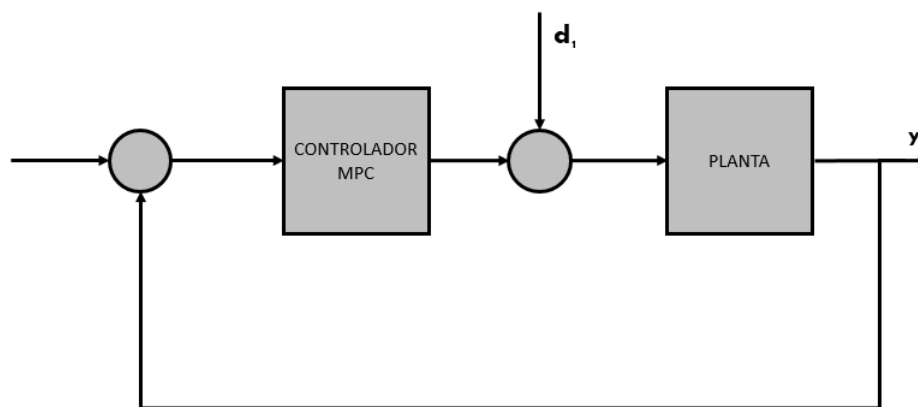


Figura 4.2: Estrutura utilizada neste trabalho.

em termos da função de transferência distúrbio-saída. De fato, na figura 4.1 temos que:

$$\begin{aligned} -PCy + d &= y \\ y &= (I + PC)^{-1}d \end{aligned} \quad (4.2)$$

Para a figura 4.2, temos que:

$$\begin{aligned} P(d_1 - Cy) &= y \\ y &= (I + PC)^{-1}Pd_1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Dessa forma, podemos definir o distúrbio equivalente  $d_1$ :

$$d_1 = P^{-1}d \quad (4.4)$$

Analisando a função de transferência de  $y$  para  $d_1$ , podemos provar que é a mesma que de  $y$  para  $d$ , provando a equivalência desejada.

$$\begin{aligned} h_{yd_1} &= (I + PC)^{-1}PP^{-1}d \\ h_{yd_1} &= (I + PC)^{-1}d \\ h_{yd_1} &= h_{yd} \end{aligned} \quad (4.5)$$

## 4.2 Funcionamento e Simulações

Antes de realizarmos a avaliação dos parâmetros livres, faremos algumas simulações para casos específicos com o objetivo de exemplificar o que o algoritmo de controle produz como resposta.

Sendo assim, usaremos para fins lucrativos dois tipos de demanda: constante (onde a quantidade de produtos vendidas diariamente é igual) e variável (demanda varia de acordo com uma distribuição de Poisson de parâmetro igual a 2), que é o modelo largamente utilizado em [8]. Os parâmetros para sintonia do controlador serão escolhidos arbitrariamente, sem otimizar desempenho.

Os parâmetros para cálculo do EVA estão na tabela 4.1 ([8]).

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros do EVA utilizados nesta seção.

Parâmetro	Valor
ManutUnit	\$50
CustoUnit	\$20
ValorVenda	\$100
TaxaImp	0.5
RetEsp	0.15
CustoUnitFalta	\$1000
CustoArmUnit	\$2

### 4.2.1 Demanda constante

No caso em que a demanda por um produto de uma loja é constante, espera-se que o algoritmo faça a predição correta e deixe a quantidade de itens no estoque sempre no nível desejado.

Para a simulação, foi estipulado que o nível desejado de itens no estoque será de 10 produtos (assim será em todos os problemas neste trabalho) e o estoque inicial de 15 produtos. A demanda utilizada foi de 3 produtos comprados por dia e o atraso considerado para entrega dos produtos foi de 3 dias. Os resultados são apresentados nos gráficos abaixo:

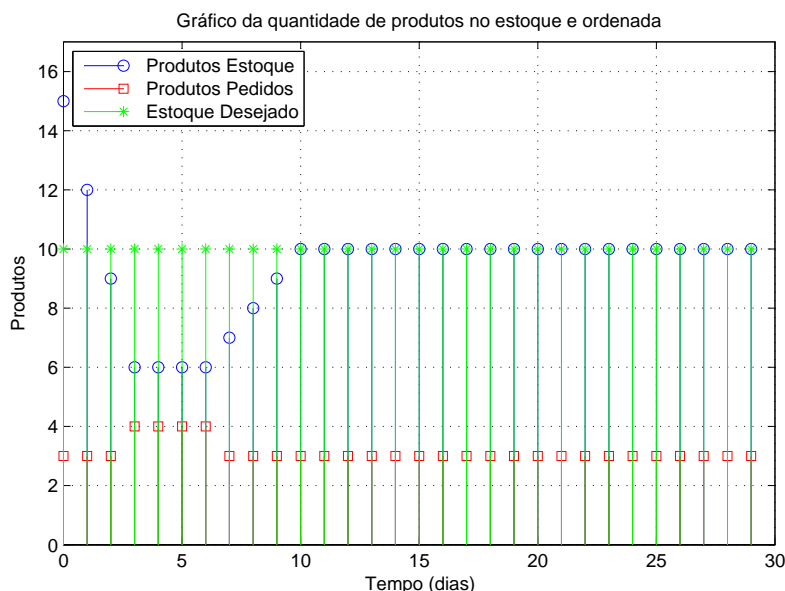


Figura 4.3: Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada.

Como podemos observar nos gráficos 4.3 e 4.4, foi possível manter o estoque no valor de referência fazendo estritamente os pedidos necessários para cobrir a demanda. Percebemos que no caso de demanda constante, é possível estimar exatamente quantos produtos serão vendidos em cada dia (o algoritmo consegue captar o padrão de vendas histórica).

Pode-se observar que, de acordo com os gráficos 4.5 e 4.6, a demanda é estimada perfeitamente, assim como o estoque, visto que o valor estimado da quantidade de produtos estocados depende da demanda estimada para o próximo dia. Neste problema, não houve falta de produtos no estoque (caso em que o estoque fica somente com um produto como amostra).

O EVA cresce de uma forma constante depois de um certo período de tempo, pois o



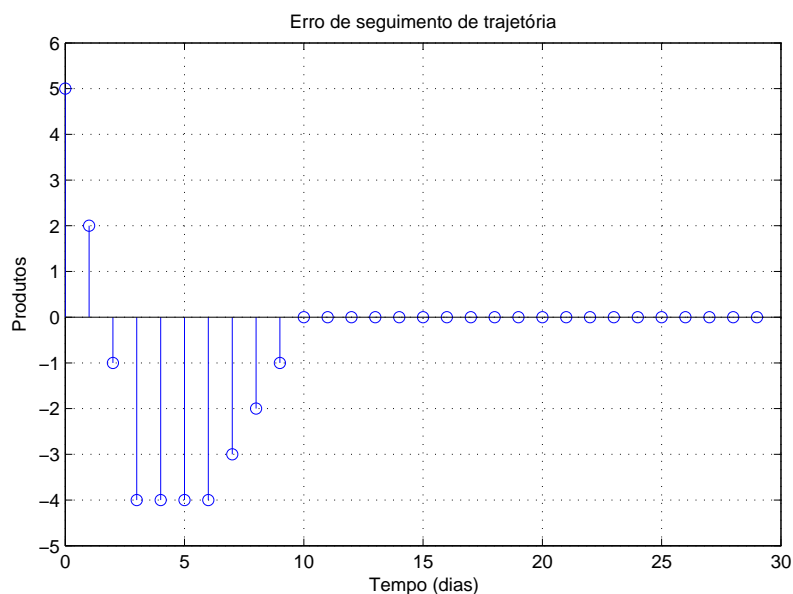


Figura 4.4: Erro do seguimento de trajetória.

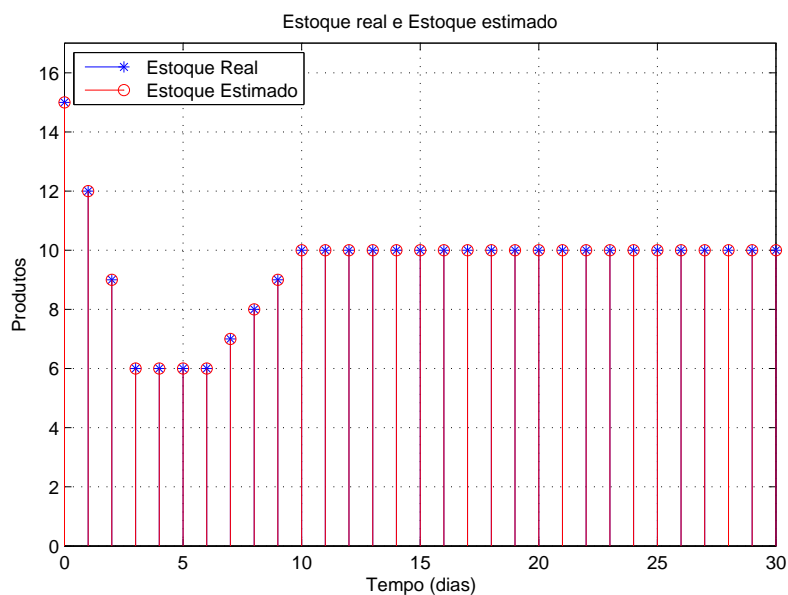


Figura 4.5: Quantidade de produtos no estoque e estimação deste valor.

estoque permanece constante no valor estipulado, como pode ser observado na figura 4.7. A parte anterior (até 10 dias) corresponde a um estoque com menos produtos e, logo, com um custo menor. Logo, o crescimento do EVA é maior neste período. Como a demanda é constante, um valor de estoque de segurança menor poderia ter sido escolhido como uma forma de obter melhores rendimentos.

Continuando a explorar o caso de demanda constante, vamos considerar agora que no

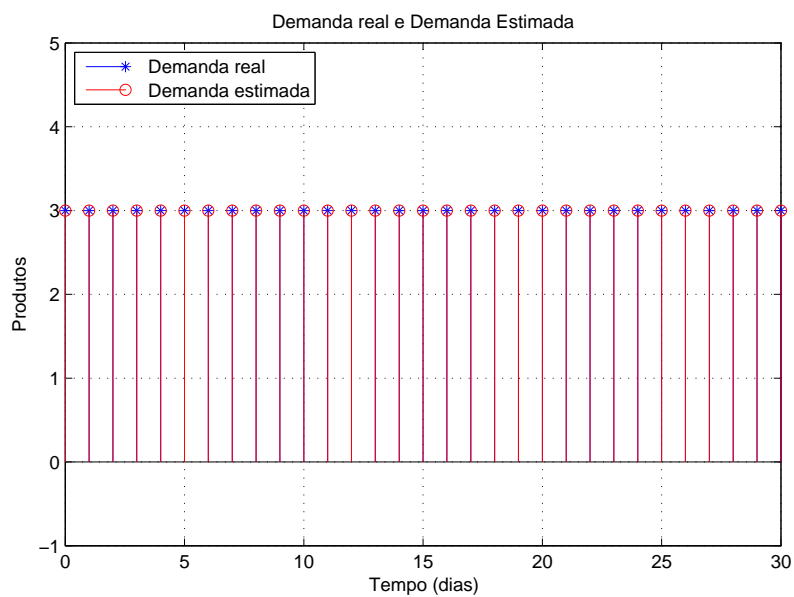


Figura 4.6: Demanda real e demanda estimada.

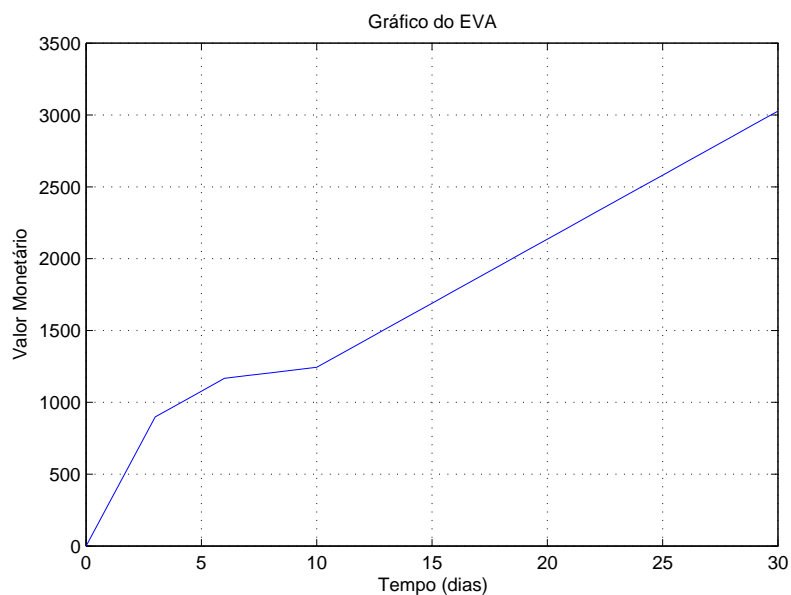


Figura 4.7: Valor do EVA evoluindo no tempo.

meio do período estudado, a demanda tenha subido de 3 para 5 produtos por dia. Espera-se que a estimativa da demanda reconheça a mudança e encontre esse novo valor, fazendo com que o estoque fique com a quantidade de produtos desejada de 10 produtos.

Como pode ser observado no gráfico 4.8, a alteração na demanda fez com que o estoque baixasse do nível desejado. Após um período, essa quantidade se reestabeleceu, fato que pode ser explicado pelo reconhecimento da nova demanda e sua correta estimativa. O gráfico 4.9

mostra o erro de rastreamento de trajetória.

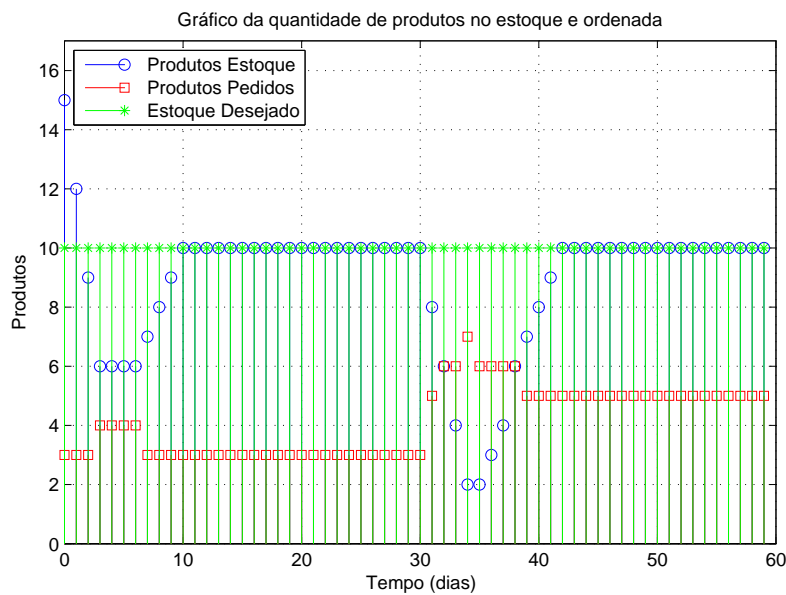


Figura 4.8: Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada.

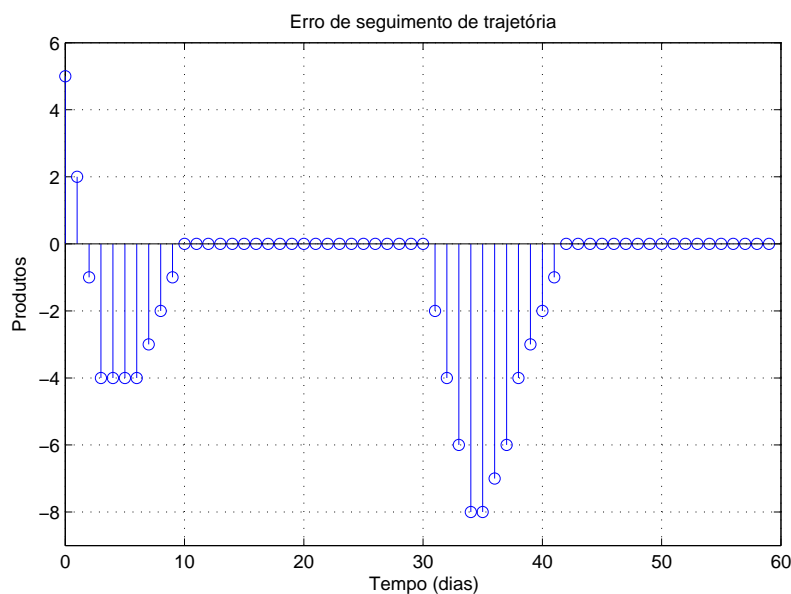


Figura 4.9: Erro do seguimento de trajetória.

Os gráficos 4.10 e 4.11 mostram, respectivamente, a quantidade de produtos no estoque e seu valor estimado, e a demanda diária com seu valor estimado. Pode-se observar que a mudança na demanda é rapidamente observada pelo estimador, que se adequa à nova situação caso e consegue gerar uma saída de controle correta para que o nível do estoque volte ao desejado.

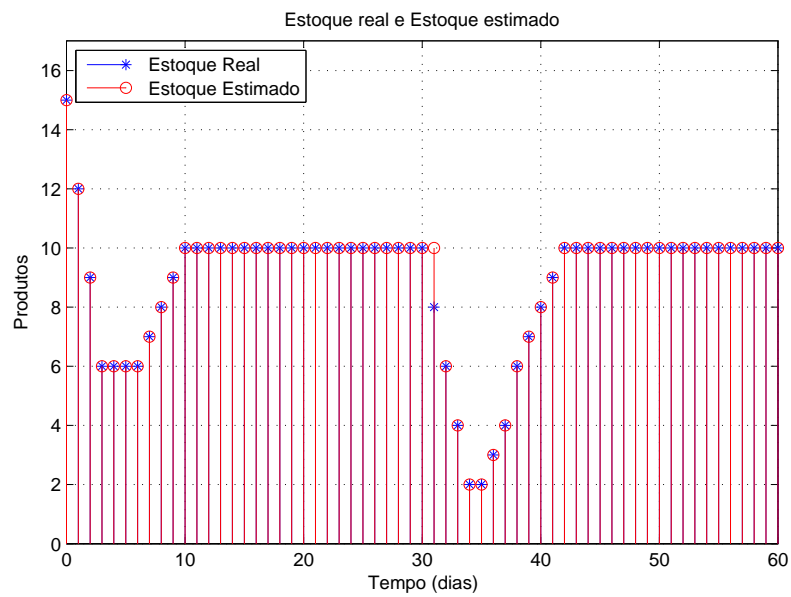


Figura 4.10: Quantidade de produtos no estoque e estimção deste valor.

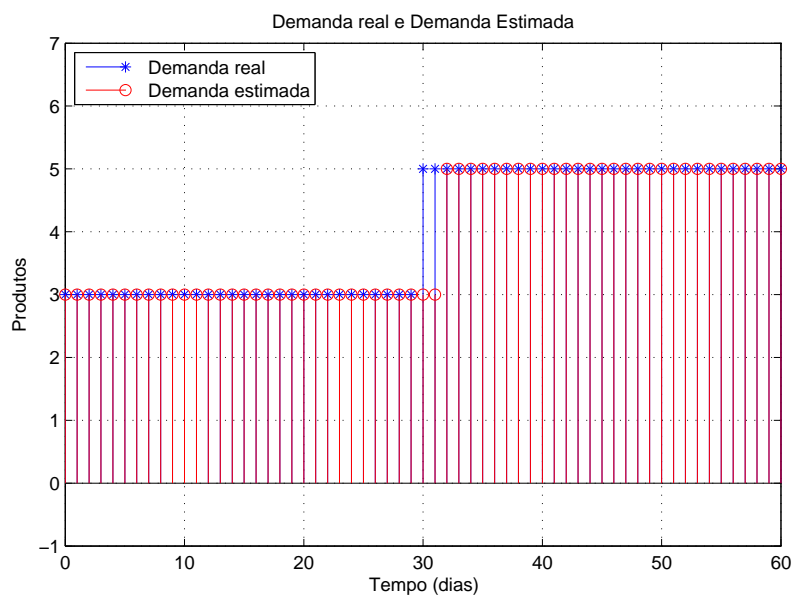


Figura 4.11: Demanda real e demanda estimada.

Por fim, podemos observar o EVA deste caso no gráfico 4.12, que sofre uma alteração no meio do período estudado, antes de voltar a crescer de forma constante, por motivos já explicados anteriormente.

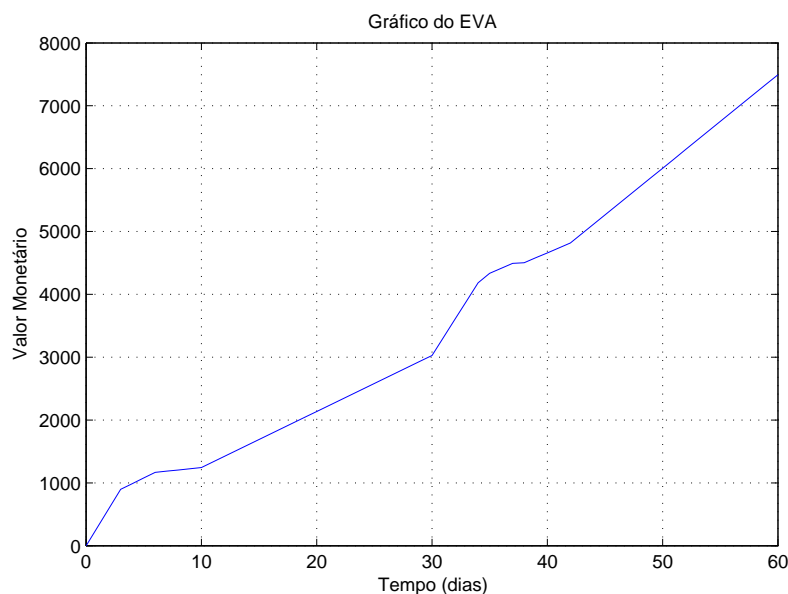


Figura 4.12: Valor do EVA evoluindo no tempo.

### 4.2.2 Demanda variável

O exemplo anterior com uma demanda constante serve apenas como um exemplo fictício, visto que na vida real este caso dificilmente irá acontecer. Nesta seção, iremos utilizar uma demanda variável, definida como uma variável aleatória de Poisson de parâmetro igual a 2. O valor de estoque de segurança segue sendo o mesmo (10 produtos), assim como o atraso na entrega dos produtos (3 dias).

Como podemos analisar nos gráficos 4.13 e 4.14, o estoque real oscila entre o valor desejado (10 produtos), devido aos pedidos realizados de acordo com a demanda estimada para o horizonte de controle. Como esta estimativa nem sempre confere com a demanda real, há períodos em que o estoque está um pouco acima e outros em que está mais abaixo do estipulado. Apesar destes valores não se igualarem, eles são bastante próximos e, dessa forma, o estoque nunca fica muito distante do valor de referência, como pode ser observado nos gráficos 4.15 e 4.16.

Diferentemente do caso em que demanda era constante, com demanda variável não se nota a parte em que o crescimento do EVA é constante, como pode ser observado no gráfico

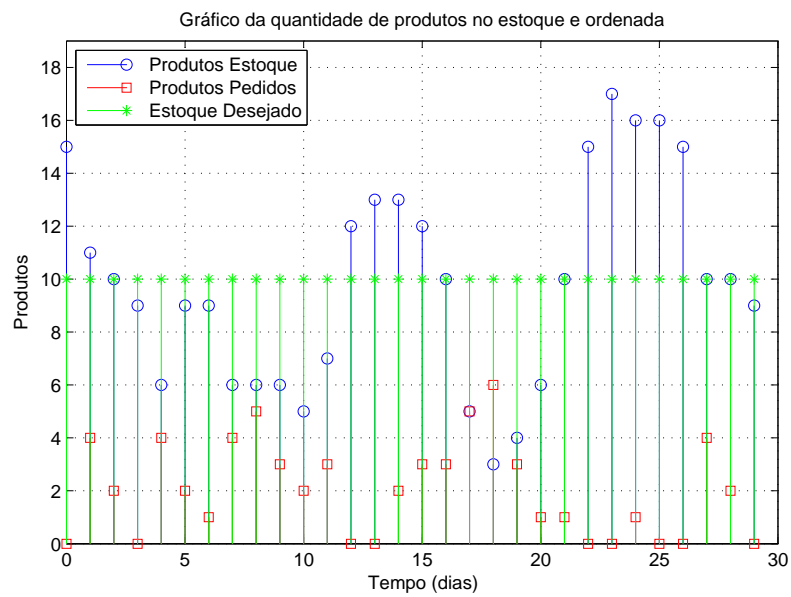


Figura 4.13: Quantidade de produtos no estoque e quantidade ordenada para o caso de demanda variável.

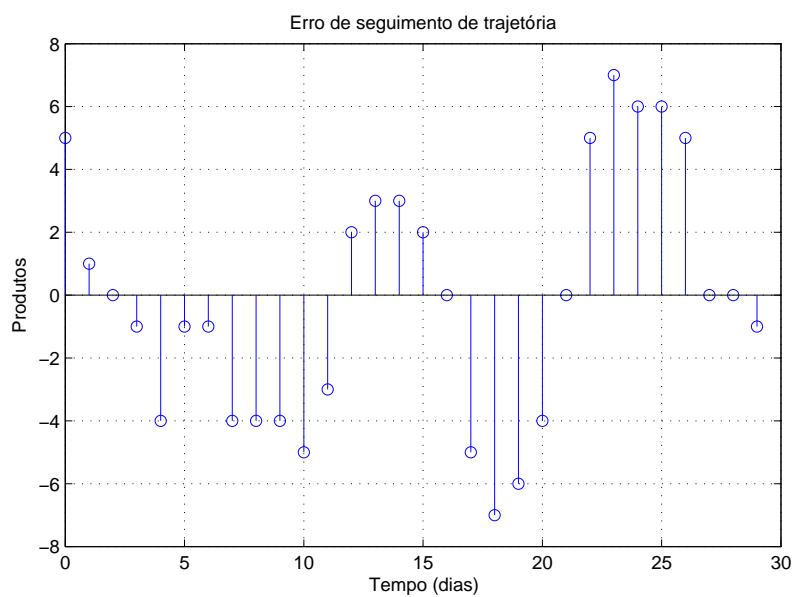


Figura 4.14: Erro do seguimento de trajetória para o caso de demanda variável.

4.17.

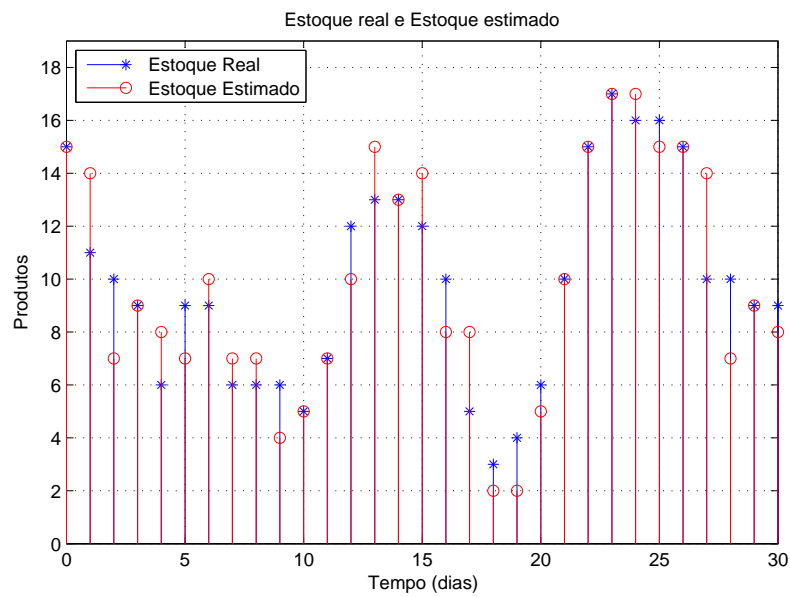


Figura 4.15: Quantidade de produtos no estoque e estimação deste valor para o caso de demanda variável.

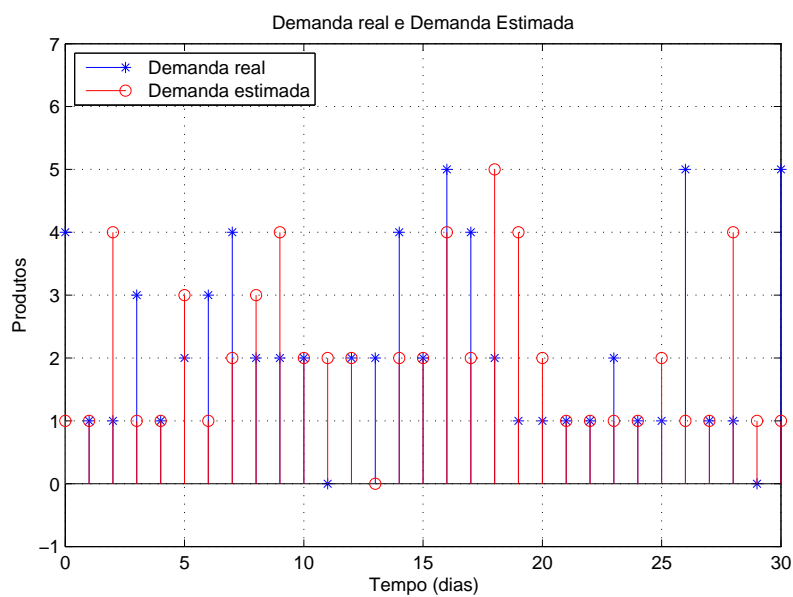


Figura 4.16: Demanda real e demanda estimada para o caso de demanda variável.

### 4.3 Ajuste do EVA

Na seção anterior, foi realizado um número elevado (1000 simulações) de testes com demandas aleatórias obedecendo uma distribuição de Poisson. Em alguns casos, houve falta de produtos no estoque, fato em que o consumidor não encontra o que deseja e uma penalidade é incluída no EVA devido a essa falta. Podemos observar, nestes casos, que o EVA demora

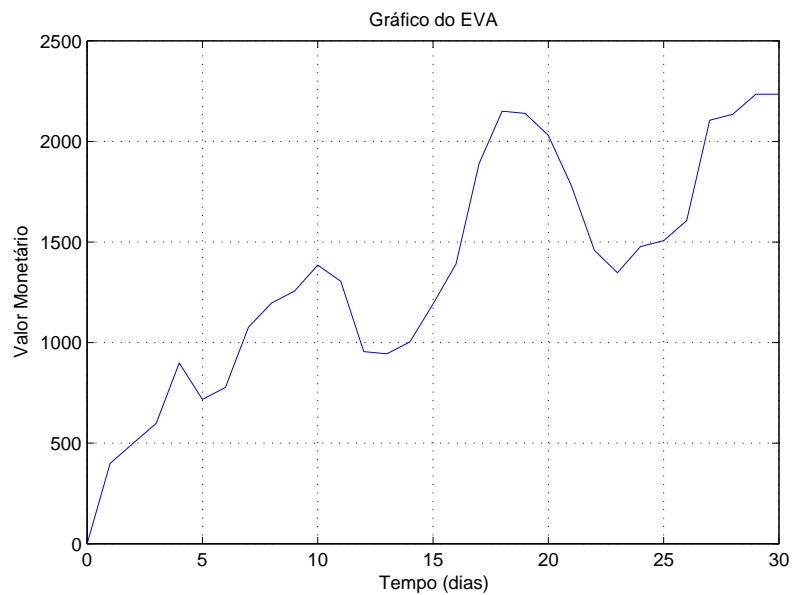


Figura 4.17: Valor do EVA evoluindo no tempo para o caso de demanda variável.

a se recuperar e chegar a um valor positivo (em alguns casos nem alcança um valor positivo no período estudado). Este problema pode ser observado em um exemplo com o resultado mostrado nas figuras 4.18 e 4.19. Os valores dos parâmetros do EVA são os mesmos utilizados na seção anterior (tabela 4.1), assim como a estratégia de controle.

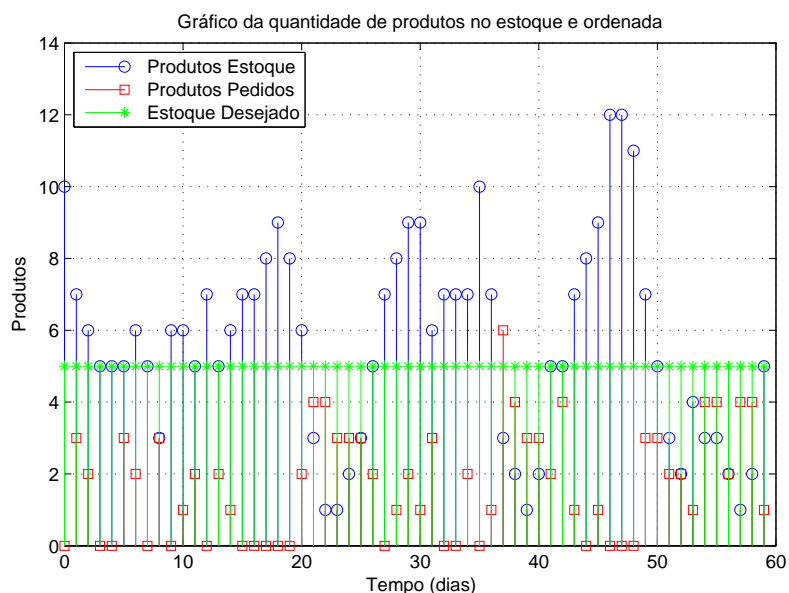


Figura 4.18: Valor do estoque evoluindo no tempo para o caso de demanda variável.



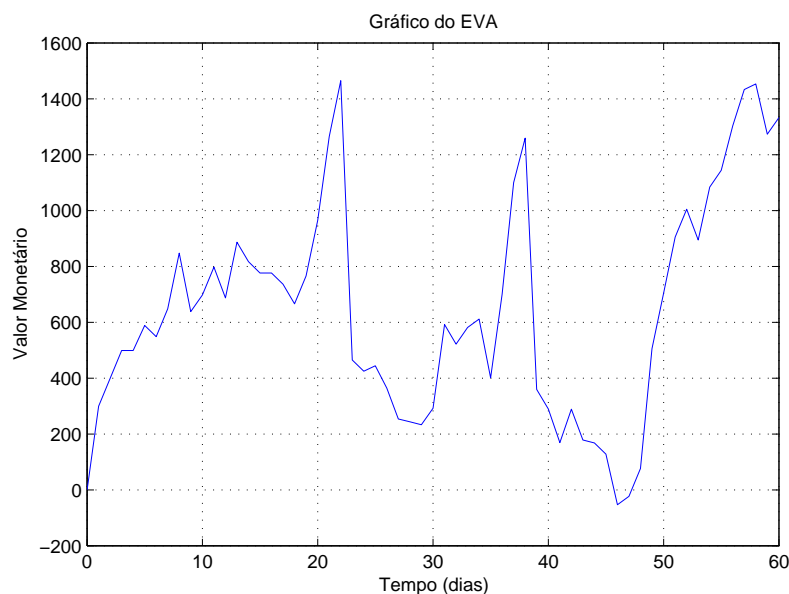


Figura 4.19: Valor do EVA evoluindo no tempo para o caso de demanda variável.

Analisando os gráficos, pode-se observar que próximo aos dias 22 e 38, houve uma queda expressiva do EVA, justamente por ter havido falta de produtos no estoque para o consumidor. Este valor ( $CustoUnitFalta$ ) parece estar afetando negativamente o EVA de uma forma exagerada, sendo necessário que seja substituído por um menor e possivelmente mais realista e adequado ao problema.

Com a mesma demanda utilizada, realizamos um novo teste com um novo valor para essa constante, substituindo de um valor de \$1000 por um de \$400, que corresponde quatro vezes o valor de venda deste produto, de acordo com as constantes utilizadas neste problema. O resultado pode ser visto na figura 4.20. Observamos que o EVA não possui mais as quedas acentuadas notadas nos mesmos instantes da figura 4.19. Apesar de registrar uma queda considerável, ela tem uma aparência mais realista para o problema.

As demais constantes utilizadas no cálculo do EVA mostraram-se realistas e adequadas para futura utilização nas diferentes simulações que serão realizadas. Dessa forma, a tabela 4.2 mostra os novos valores utilizados na EVA de agora em diante neste trabalho.

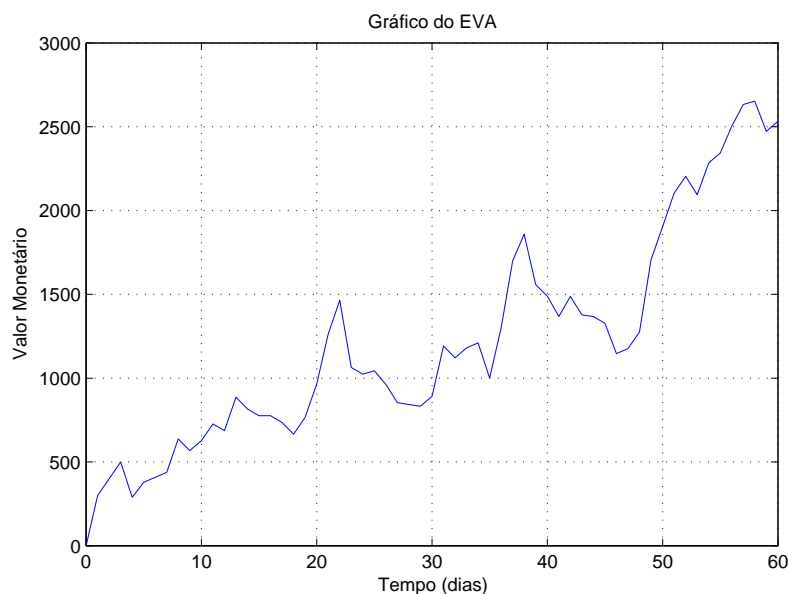


Figura 4.20: Novo valor do EVA evoluindo no tempo para o mesmo caso da demanda anterior.

Tabela 4.2: Valores dos parâmetros do EVA atualizados.

Parâmetro	Valor
ManutUnit	\$50
CustoUnit	\$20
ValorVenda	\$100
TaxaImp	0.5
RetEsp	0.15
CustoUnitFalta	\$400
CustoArmUnit	\$2

## 4.4 Avaliação dos Parâmetros

Como descrito anteriormente, o algoritmo utilizado possui alguns parâmetros livres a serem testados e otimizados. No primeiro momento, verificaremos como os parâmetros do filtro de Kalman ( $R_v$  e  $q_x$ ) podem influenciar o resultado final da simulação. Em segundo, iremos verificar qual o melhor valor do Horizonte de Previsão ( $N$ ) em termos do valor de dias de atraso na entrega do produto após pedido ( $m$ ). Por último, iremos variar a sensibilidade do controlador, a variável  $s$  e apurar seu desempenho

### 4.4.1 Parâmetros do estimador

O algoritmo possui dois parâmetros presentes no estimador que influenciam no resultado obtido. Um desses parâmetros é um escalar que representa a razão entre a variância do ruído do estado e a variância do ruído da perturbação (escalar  $q_x$ ). Espera-se que um incremento neste escalar resulte em um estimador menos "agressivo" em estimar as perturbações. O escalar  $R_v$  representa a razão entre a variância do ruído de saída e a variância do ruído da perturbação. Um aumento neste ocasiona em um estimador menos sensível ao ruído de saída.

Normalmente, espera-se que um estimador mais eficiente ofereça um resultado melhor. Realmente, em termos de rastreamento de sinal pode ser o melhor, mas a questão que devemos tratar aqui é como o EVA é influenciado. Sendo assim, seria necessário realizar testes com demandas diferentes para que cheguemos a uma conclusão.

Dessa forma, foram feitas 400 combinações de valores de  $q_x$  e  $R_v$ , nas quais eles variam de 0.05 até 1.00. Além disso, foi considerado que o estoque inicial é de 15 produtos, o estoque almejado é de 10 produtos e as demandas seguem uma distribuição de Poisson de parâmetro 2. Para que o resultado seja confiável, 200 demandas aleatórias foram utilizadas e calculamos o EVA final médio e o erro médio do rastreamento de trajetória dessas realizações. Os valores adotados para as constantes do EVA estão na tabela 4.2.

O resultado do EVA final médio é apresentado na figura 4.21. Pode-se observar que para valores menores de  $q_x$  e  $R_v$ , o EVA tende a ser superior. Os valores de tais constantes que apresentaram o melhor EVA foram de 0.05 e 0.10 para  $R_v$  e  $q_x$ , respectivamente. Por outro lado, os valores intermediários apresentaram o pior resultado. Os valores perto do limite superior obtiveram um resultado satisfatório, embora não sejam os melhores. O menor EVA foi notado para  $R_v$  e  $q_x$  assumindo os valores de 0.55 e 0.30, respectivamente.

Com o intuito de estudar a influência da janela de tempo no melhor parâmetro, verificamos para diferentes horizontes qual o melhor EVA final médio apresentado. Essa informação pode ser importante para o empresário, que pode estabelecer sua janela de tempo para a análise do EVA. Os resultados são apresentados nas figuras 4.22 e 4.23. Para os valores de  $q_x$ , pode-se observar que para horizontes mais curtos, a escolha por um valor mais alto é mais interessante.

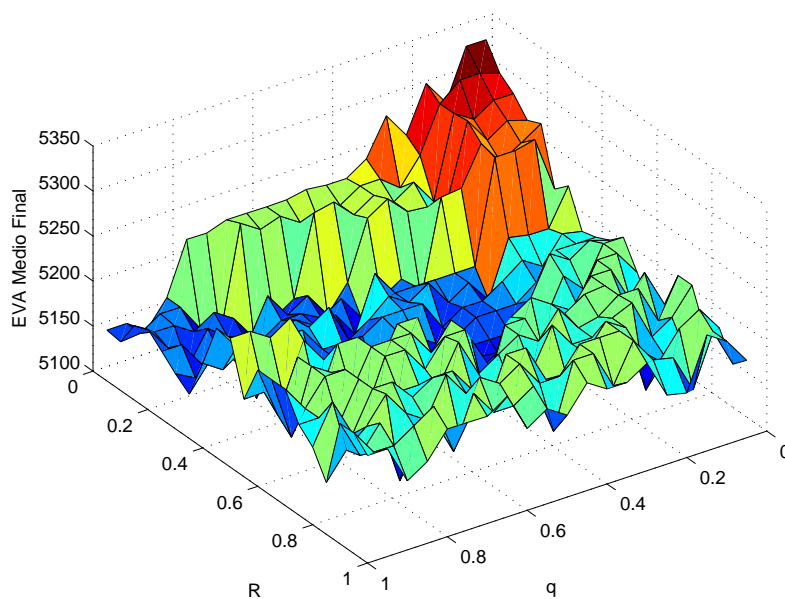


Figura 4.21: Valor do EVA final médio para diferentes combinações de valores dos parâmetros do estimador.

Por outro lado, para horizontes mais distantes, a escolha de valores menores torna-se melhor, com destaque para o valor 0.05. Para os valores de  $R_v$ , as melhores escolhas nunca passam do valor 0.65. Para melhor EVA em horizontes intermediários, a escolha por valores intermediários é melhor. Porém, para horizontes muito pequenos e grandes, a escolha por valores menores é mais interessante, em especial o valor 0.10.

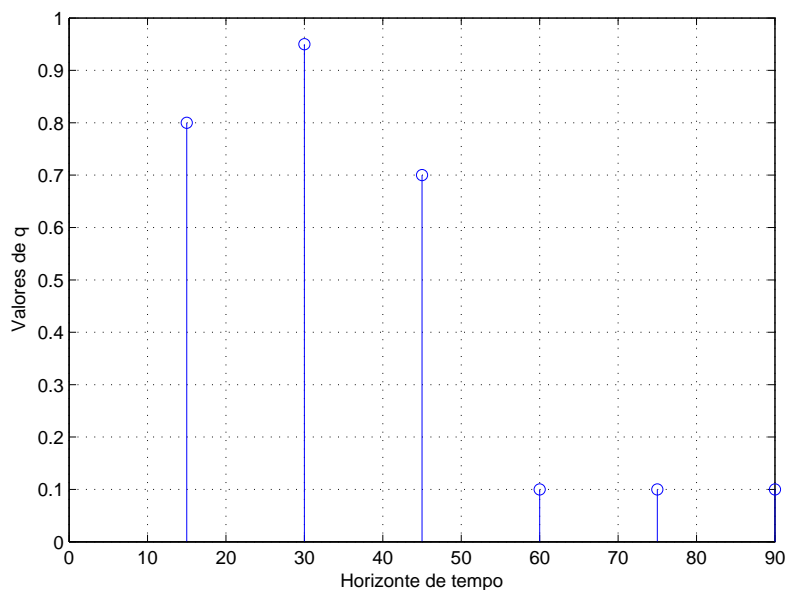


Figura 4.22: Melhores valores do parâmetro  $q_x$  para diferentes horizontes de tempo.

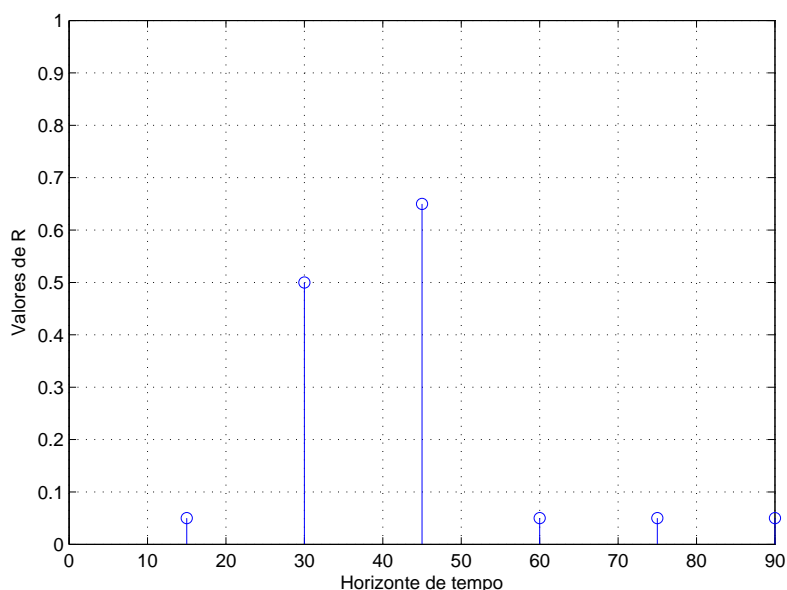


Figura 4.23: Melhores valores do parâmetro  $R_v$  para diferentes horizontes de tempo.

Após estudado o comportamento do EVA variando tais parâmetros, passaremos para uma segunda etapa, onde será estudado o erro de seguimento de trajetória, com o objetivo de analisarmos a eficiência de controle propriamente dita. A figura 4.24 mostra o resultado, onde pode-se observar que a constante  $q_x$  não influencia tanto quanto a constante  $R_v$  no erro de seguimento de trajetória. Além disso, os valores apresentados para todas as combinações de valores para os parâmetros são muito próximos. Apesar disso, podemos concluir que para valores maiores de  $R_v$ , o erro de seguimento de trajetória também é maior, tendo este valor aumentado de forma significativa a partir do valor 0.60 para esta constante.

Por fim, analisaremos a estimação da demanda e do estoque, onde tais parâmetros atuam diretamente.

Analisando a figura 4.25, pode-se observar que para valores de  $R_v$  e  $q_x$  maiores, o erro de estimação se torna menor, como esperado, visto que o controle se torna menos sensível à perturbações. A mesma conclusão pode ser tirada da figura 4.26, onde o gráfico é bem parecido.

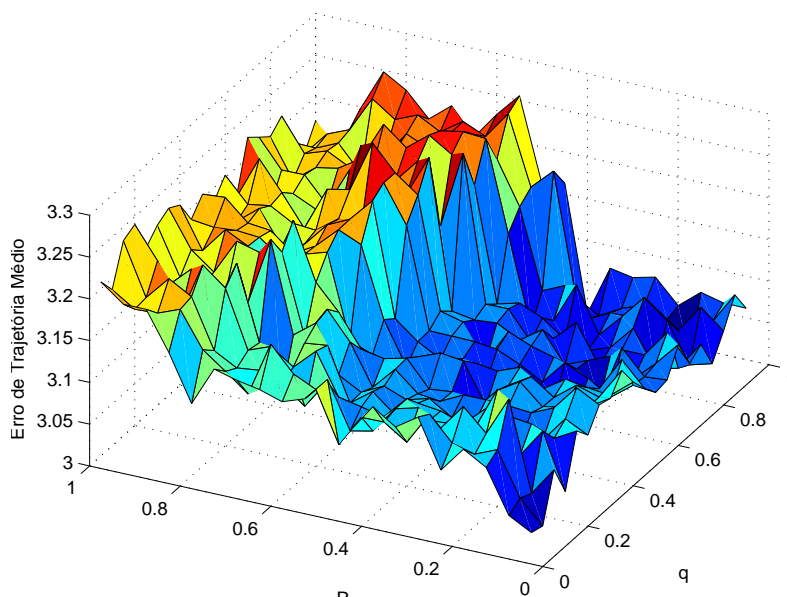


Figura 4.24: Erro de seguimento de trajetória médio para diferentes combinações de valores dos parâmetros  $R_v$  e  $q_x$ .

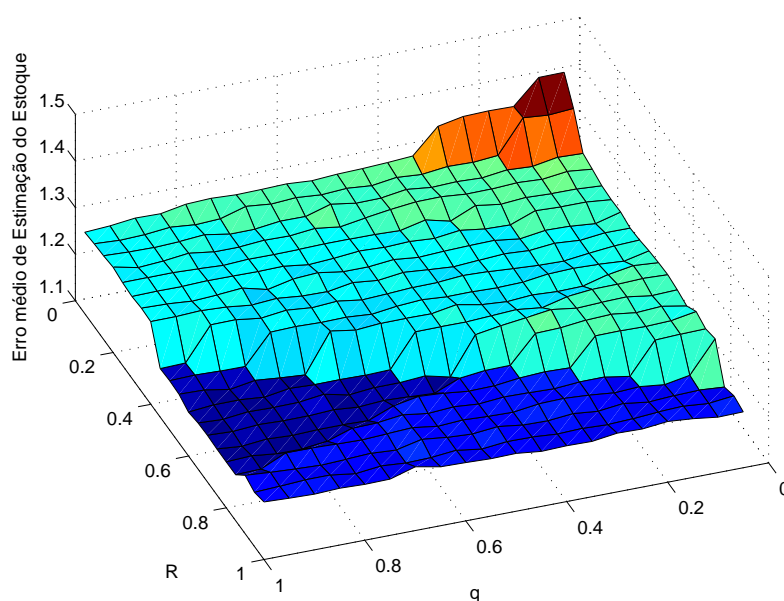


Figura 4.25: Valor do erro médio de estimação do estoque para diferentes valores de  $R_v$  e  $q_x$ .

Por fim, pode-se concluir que tanto para melhor EVA quanto para melhor seguimento de trajetória, a escolha de parâmetros com valor mais baixo parece ser a escolha ótima para este caso de estoque, com destaque para a escolha de 0.05 e 0.10 para  $R_v$  e  $q_x$ , respectivamente.

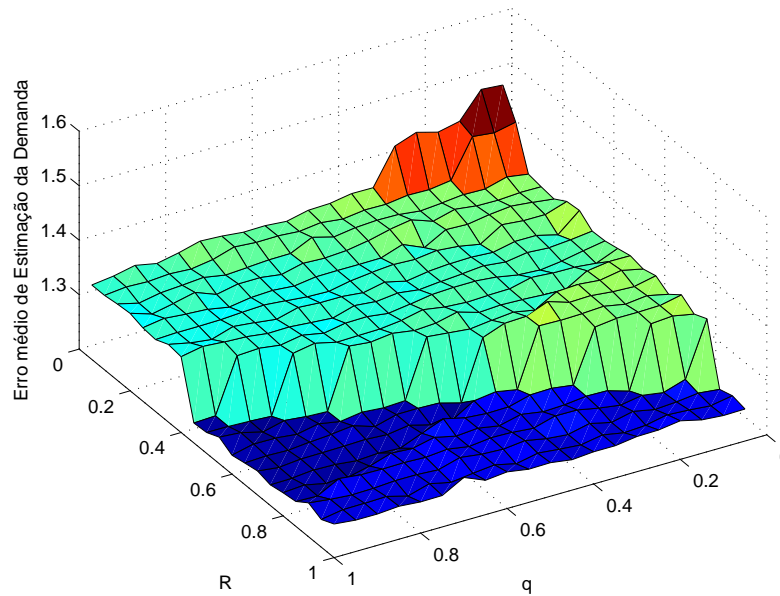


Figura 4.26: Valor do erro médio de estimação da demanda para diferentes valores de  $R_v$  e  $q_x$ .

#### 4.4.2 Horizonte de Controle

Nesta seção, iremos estudar como o parâmetro do horizonte de controle pode influenciar o resultado final do EVA e do rastreamento de trajetória. Para isso, iremos utilizar demandas aleatórias para testar cada horizonte. Sabendo-se que o atraso na entrega de produtos é de 3 dias, iremos analisar o horizonte de controle variando-o de dois até sete dias. O nível de estoque desejado continua sendo 10 produtos e os outros parâmetros são ajustados igualmente para os diferentes horizontes, visto que eles não vão influenciar no resultado.

Avaliando, primeiramente, o EVA, observa-se no gráfico 4.27 que os valores finais médio do EVA para diferentes horizontes de controle são parecidos, evidenciando que não há influência na escolha do horizonte de controle para este tipo de dinâmica de sistema, embora este parâmetro possa ser importante para sistemas com dinâmicas mais complexas. Podemos evidenciar este fato analisando a figura 4.28, onde a evolução do EVA médio é apresentada em todo o período estudado, nos fazendo concluir que a entrada de controle muda muito pouco com este parâmetro em estudo.

Isso pode ser observado também nas figuras 4.29 e 4.30, onde a média do módulo do erro

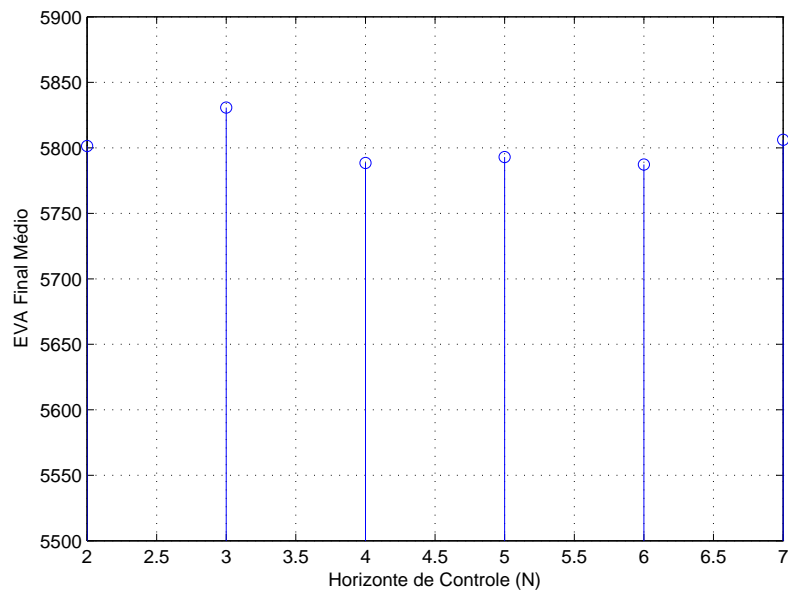


Figura 4.27: Valor do EVA final médio para diferentes horizontes de controle.

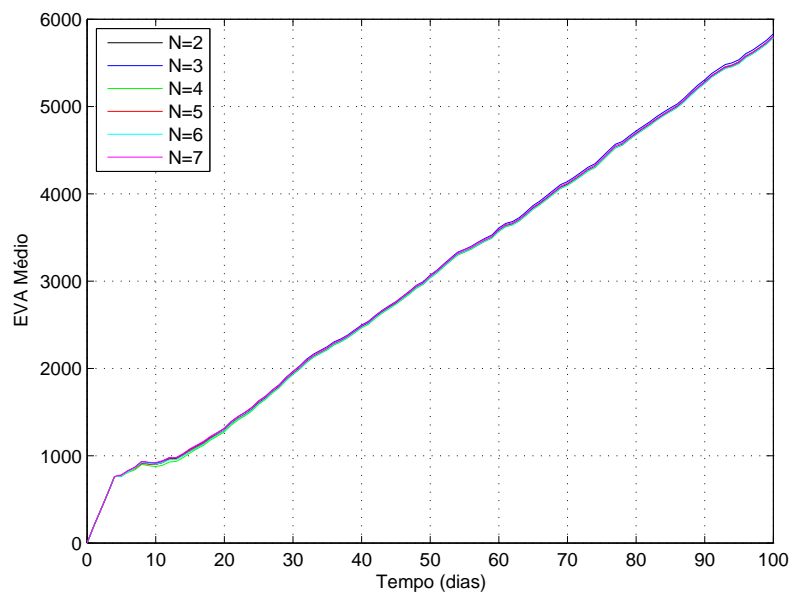


Figura 4.28: Evolução do EVA médio para diferentes horizontes de controle.

de seguimento de trajetória apresenta valores parecidos também para diferentes horizontes de controle.

Em nosso problema de estoque, a dinâmica é basicamente um integrador. Sendo assim, esperava-se que o horizonte não afetasse o resultado de forma significativa.



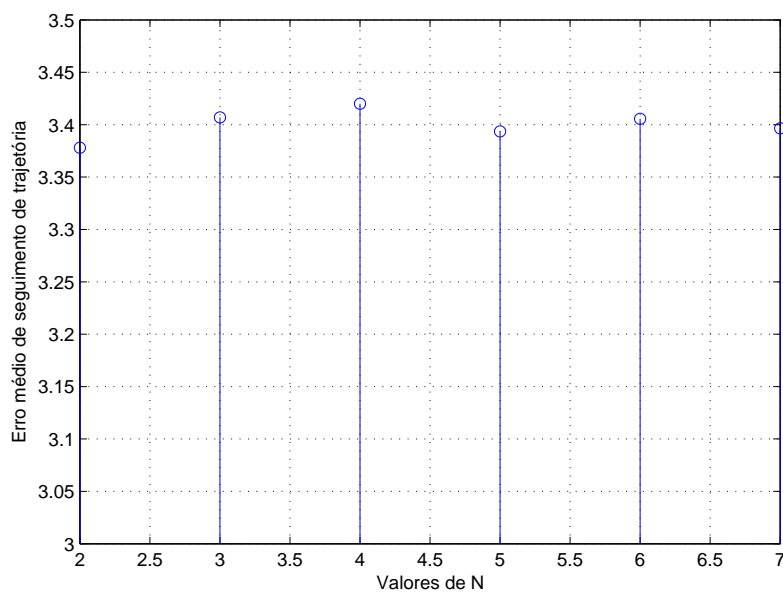


Figura 4.29: Valor da média do módulo do erro de seguimento de trajetória para diferentes horizontes de controle.

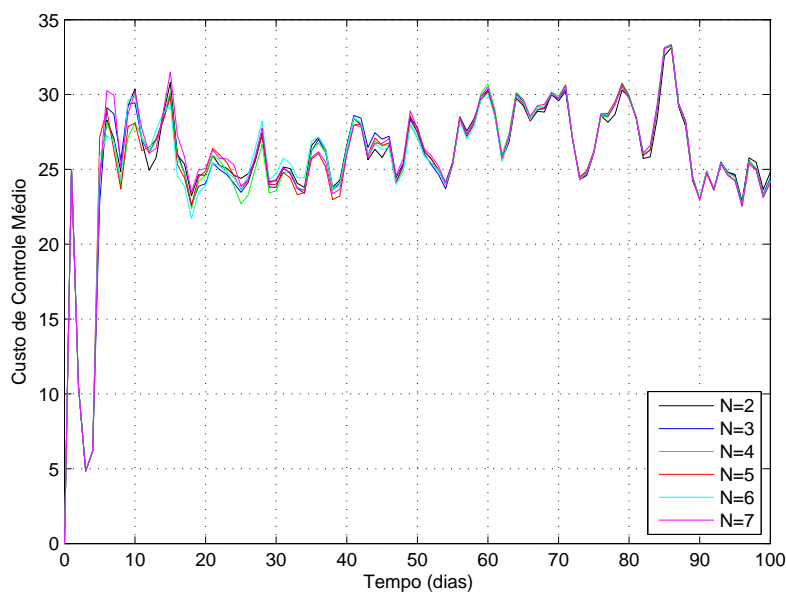


Figura 4.30: Evolução do custo de controle para diferentes horizontes de controle.

### 4.4.3 Sensibilidade do controle

O último parâmetro a ser avaliado será o escalar  $s$ , que altera no cálculo do sinal de controle, alterando a influência das variações dos sinais de controle anteriores. Para descobrir o ponto ótimo, realizamos testes com tal parâmetro variando-o de um até dez para diversas demandas. O nível de estoque desejado é de 10 produtos e o nível inicial é de 15 itens. A

demanda segue uma distribuição de Poisson de parâmetro 2. O atraso de entrega do pedido continua sendo de 3 dias. Os valores para as constantes do EVA seguem a tabela 4.2.

Depois de simular para diferentes demandas aleatórias, foi feita uma média com todos os valores do EVA no final do período estudado. Como podemos observar na figura 4.31, o EVA não apresenta uma sensibilidade grande com a mudança desta variável, apesar de assumir valores menores com  $s$  assumindo valores maiores. O melhor EVA final médio é com  $s$  assumindo o valor 1 e o pior possui o valor 8.

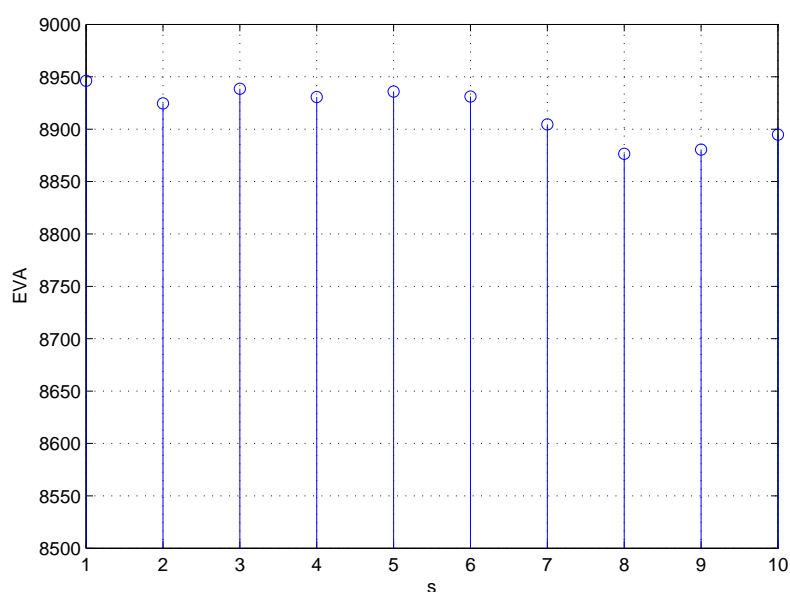


Figura 4.31: EVA final médio para diferentes valores de  $s$ .

Uma outra análise importante de ser feita é verificar como o erro de seguimento de trajetória médio e o custo de controle médio se comportam nos diferentes casos. As figuras 4.32 e 4.33 mostram os resultados, onde novamente pode-se concluir que o erro de trajetória médio e o custo de controle não mudam de forma significativa quando o valor de  $s$  é alterado. O pior caso é observado quando  $s$  assume o valor 1.

Por fim, a alteração desta variável de sensibilidade do controle não alterou de forma significativa o EVA final. Note que quando se atribui o valor 1 para esta variável, o EVA é maior, porém o erro de seguimento de trajetória também é maior, evidenciando que nem sempre quando

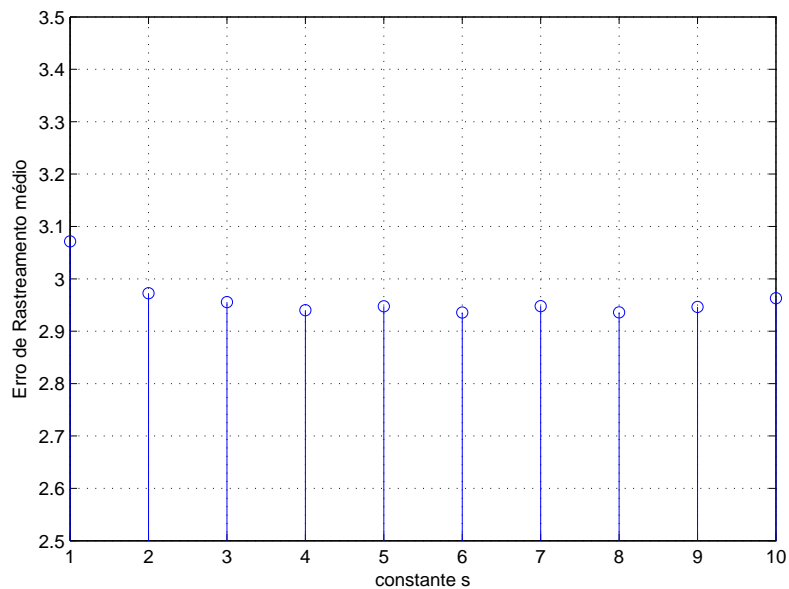


Figura 4.32: Erro de seguimento de trajetória médio para diferentes valores de sensibilidade do controle com horizonte definido.

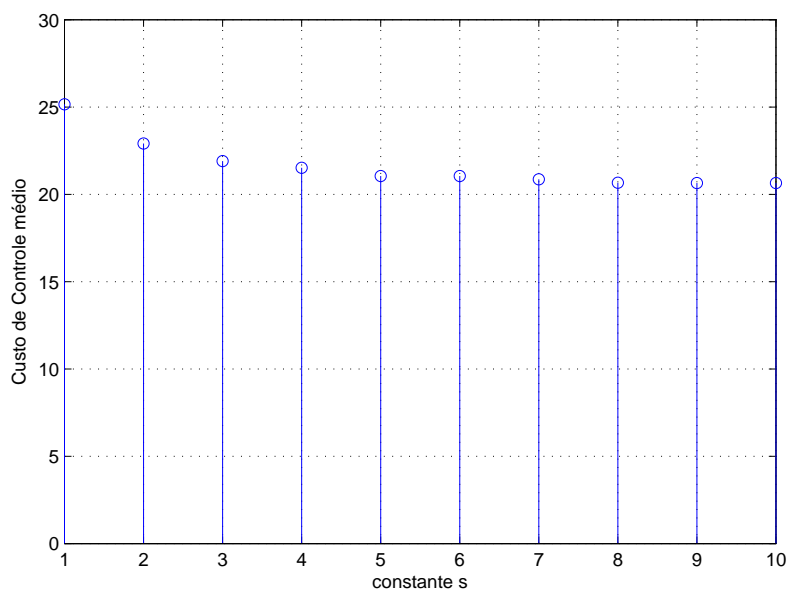


Figura 4.33: Custo de controle médio para diferentes valores de sensibilidade do controle com horizonte definido.

se atinge um dos objetivos o outro também será alcançado.

## 4.5 Lead-Time e Estoque médio

Uma informação importante para qualquer organização é saber o valor do estoque médio presente em seus armazéns. A partir deste valor, pode-se pensar em estratégias de pedidos de

renovação de estoque mais agressivas ou mais conservadoras.

Normalmente, deseja-se que o estoque fique em um valor especificado pela empresa a priori, porém o lead-time possui uma influência importante neste caso. Como a demanda não é constante, não se sabe quantos produtos serão vendidos até que a nova remessa de produtos chegue para aumentar o estoque. Dessa forma, realizar um estudo da influência deste tempo de atraso no valor de estoque médio é importante, visto que a falta de produtos nunca é desejada.

Nesta seção serão realizadas simulações com diferentes tempos de atraso para avaliar o valor de estoque médio resultante e, conseqüentemente, a eficiência do MPC.

Assumindo-se para as constantes da EVA os valores da tabela 4.2 e para os parâmetros do MPC os melhores valores encontrados nas seções anteriores, realizamos simulações para diferentes valores de lead-time. Pode-se observar os resultados nas figuras 4.34, 4.35, 4.36 e 4.37.

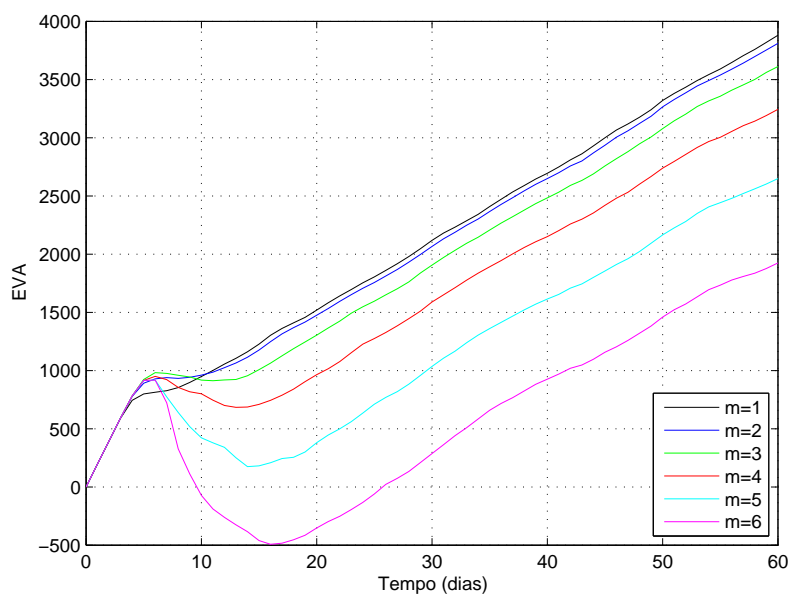


Figura 4.34: Valor do EVA para diferentes valores de lead-time.

Na figura 4.34, pode-se observar que a medida que os valores de lead-time são aumentados, o EVA tem valores menores. Além disso, para valores de atrasos de entrega muito altos

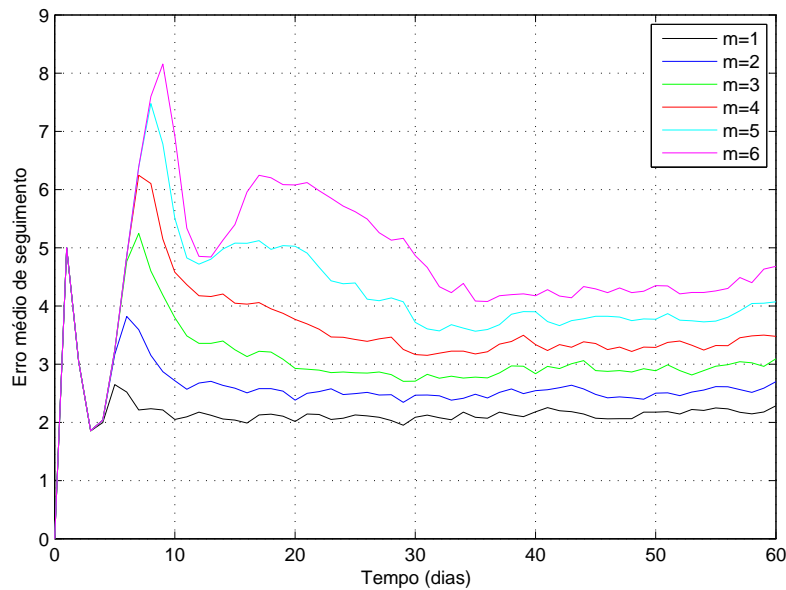


Figura 4.35: Valor do erro de seguimento de trajetória para diferentes valores de lead-time.

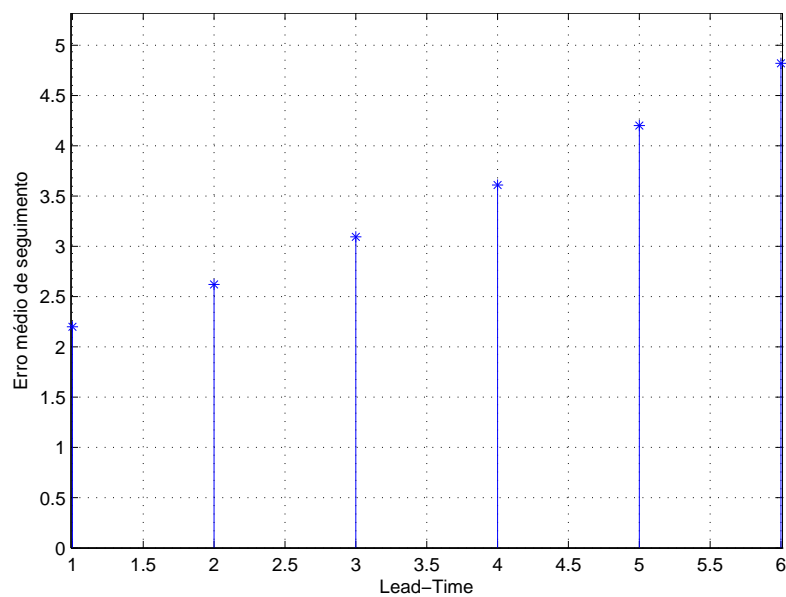


Figura 4.36: Erro de trajetória médio para diferentes valores de lead-time.

o EVA sofre uma queda inicial brusca pela falta de produtos decorrente da procura inicial e da eventual falta de estoque, fato que é corrigido com o tempo e este valor é recuperado. Nos casos em que  $m$  assume os valores 1, 2 e 3, a diferença não é muito significativa, visto que o estoque inicial é suficiente para o início das vendas. Porém, para os outros casos, esta queda no início influencia bastante o EVA final.

Embora o EVA diferencie para valores diferentes de atrasos, o estoque médio assume

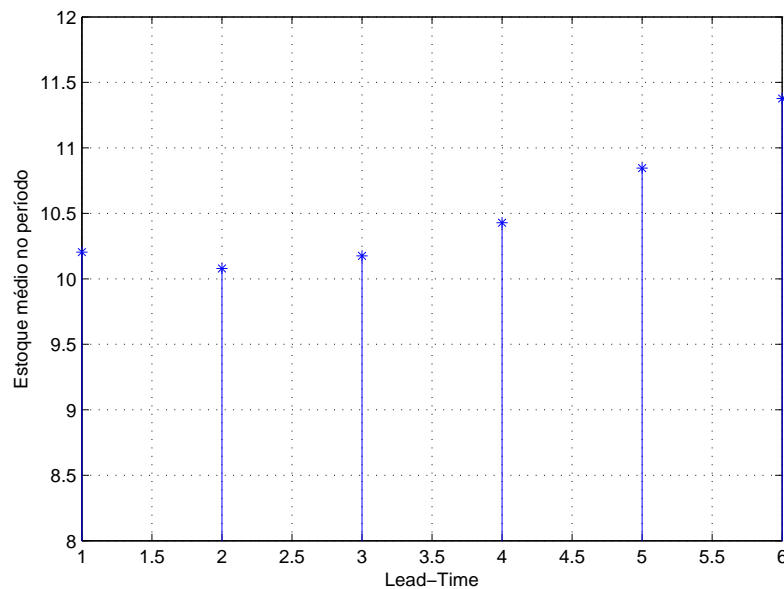


Figura 4.37: Valor do estoque médio do período para diferentes valores de lead-time.

valores parecidos, como pode ser observado na figura 4.37, sendo que os que possuem menor lead-time apresentam uma ligeira vantagem sobre os outros. Este fato pode ser evidenciado nas figuras 4.35 e 4.36, onde o erro de trajetória pode ser analisado. Novamente, nota-se uma vantagem para os casos em que o lead-time é menor, embora não seja significativa.

## 4.6 Funcionamento do Controlador PID

Uma das estratégias de controle mais utilizadas principalmente na indústria é o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) devido, principalmente, a sua facilidade e capacidade de resolver grande parte dos problemas práticos de controle existentes com resultados satisfatórios.

Nesta seção, analisaremos o funcionamento deste tipo de controle no problema de estoque com demanda constante e variável. Além disso, iremos comparar seu desempenho com o MPC, a fim de verificar qual possui o melhor desempenho no EVA e no custo de controle, definido anteriormente.

Foram realizados 4 ajustes do controlador PID via algoritmos genéticos. Os ajustes procuram otimizar o custo de controle ou o EVA tanto para demanda constante, quanto para variável. Os resultados obtidos serão mostrados na sequência. Para todos os casos que serão mostrados,

o nível de estoque desejado é de 10 produtos, com um estoque inicial de 15 itens. O atraso na entrega é de 3 dias. Todos os valores do EVA seguem a tabela 4.2. Os valores adotados para o controlador MPC encontram-se na tabela 4.3, onde foram escolhidos os melhores valores de acordo com o estudo das seções anteriores.

Tabela 4.3: Valores dos parâmetros do controlador MPC.

Parâmetro	Valor
$N$	4
$R_v$	0.05
$q_x$	0.10
$s$	1

#### 4.6.1 Estudo dos ganhos do Controlador PID

Ao utilizar algoritmos genéticos para realizar a sintonia dos parâmetros do controlador PID, notou-se que o ganho integral ( $K_i$ ) não apresenta um valor ótimo alto, sendo bem parecido para todas as sintonias obtidas para os diferentes objetivos. Dessa forma, adotaremos um valor de 0.0206 para este ganho e vamos variar o ganho proporcional ( $K_p$ ) e o ganho derivativo ( $K_d$ ) em um intervalo de 0.05 até 2.0. Após esta etapa, avaliaremos como o EVA, o seguimento de trajetória e o custo de controle se comportam para as diferentes combinações de ganhos.

Para um nível inicial e desejado de estoque igual a 15 e 10 produtos, respectivamente, e um demanda que segue uma distribuição de Poisson de parâmetro 2, temos o resultado na figura 4.38, onde pode-se observar que quando o ganho proporcional é muito pequeno, o estoque não é suficientemente abastecido para suportar a demanda. Além disso, ao observarmos a parte em que o EVA é positivo (figura 4.39), pode-se observar que para combinações de ganhos próximas o EVA varia bastante, nos levando a conclusão de que tal estratégia de controle não apresenta robustez.

Analisando o desempenho do objetivo de controle, pode-se observar na figura 4.40 o desempenho é bem ruim para valores de ganhos proporcional pequenos, assim como constatado para o EVA final médio. Novamente a variação do erro para ganhos bem próximos é bem alta,

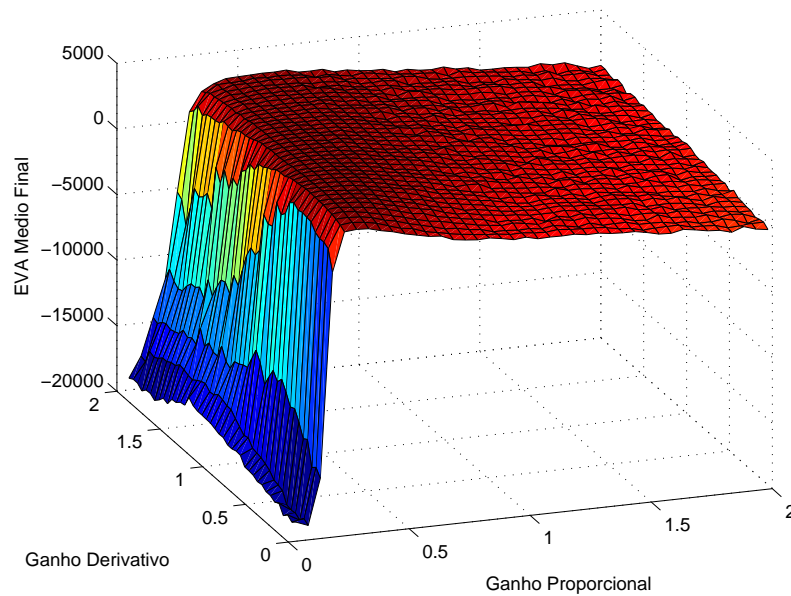


Figura 4.38: Valor do EVA para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID.

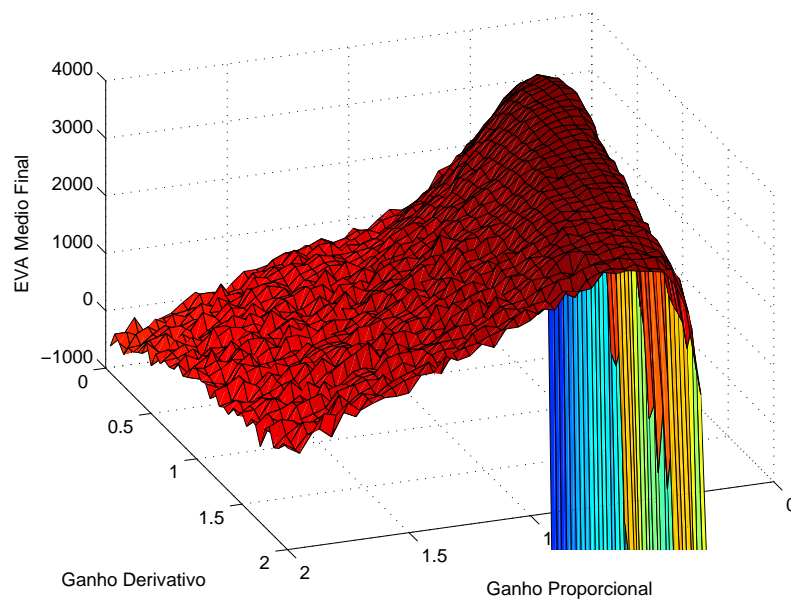


Figura 4.39: Figura 4.38 aproximada.

fato não constatado no MPC. Conclusões similares podem ser retiradas observando o custo de controle para as diferentes combinações de ganhos na figura 4.41.



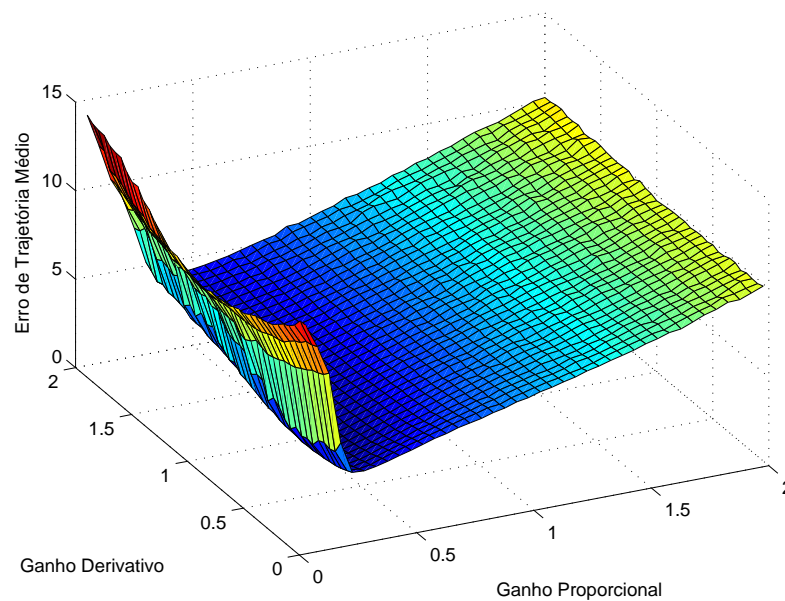


Figura 4.40: Valor do módulo do erro de seguimento de trajetória médio para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID.

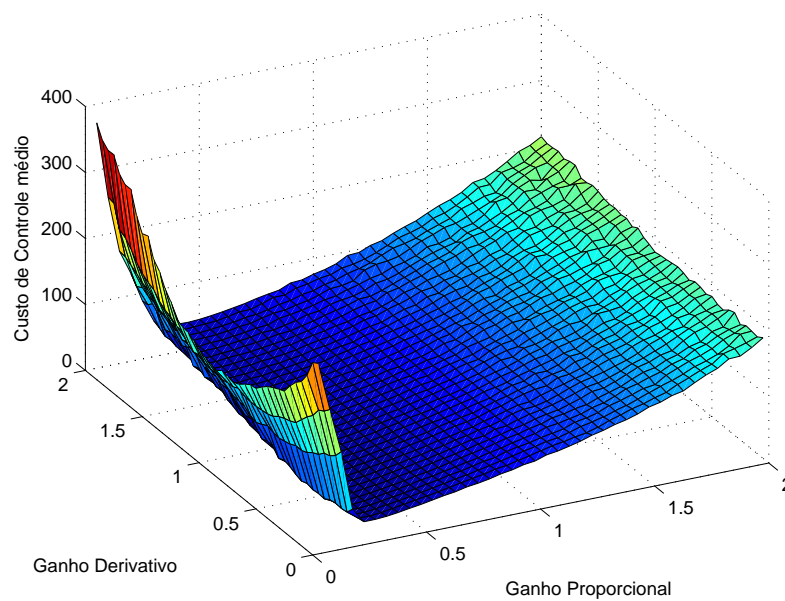


Figura 4.41: Valor do custo de controle para diferentes combinações de ganhos para o controlador PID.

### 4.6.2 Demanda constante

Primeiramente, assim como feito com a estratégia MPC, iremos analisar o desempenho do PID para uma demanda constante a fim de verificar como o estoque vai se comportar e como os pedidos de reposição de estoque serão realizados. A demanda será de 3 produtos por dia. Iremos utilizar dois ajustes para o controlador PID, sendo um com o objetivo de otimizar o EVA

e outro para o custo de controle.

Vale ressaltar que são raros os casos em que a demanda é constante, porém servirão como uma boa introdução para a comparação entre os controladores estudados neste trabalho.

#### 4.6.2.1 Controlador PID ajustado para melhor EVA

Com o auxílio de algoritmos genéticos, o ajuste para o PID neste caso se encontra na tabela 4.4.

Tabela 4.4: Valores dos ganhos do controlador PID para melhor EVA com demanda constante.

Parâmetro	Valor
$K_P$	0.0781
$K_D$	1.8334
$K_I$	0.0317

Para o caso em que o controlador PID foi ajustado para melhor EVA final para demandas constantes, temos o resultado na figura 4.42, onde observamos que o EVA com o controlador PID oscila bastante, onde em certos horizontes é pior que o MPC e em outros, possui um desempenho melhor. Isso se deve ao fato de que para melhorar o EVA, o controlador PID assume valores de estoque de risco, aumentando a possibilidade de falta de produtos para venda. Isso não acontece para o MPC, que se estabiliza no nível especificado. Este fato pode ser evidenciado na figura 4.43, onde o erro de seguimento de trajetória do MPC vai pra zero e do controlador PID continua oscilando durante todo o período estudado. O custo de controle (figura 4.44) do controlador PID também é superior ao do MPC devido, principalmente, ao erro de seguimento de trajetória mais elevado que do MPC.

Na figura 4.45, vemos a quantidade de produtos presentes no estoque e a quantidade ordenada. O nível no estoque fica oscilando, visando otimizar o EVA e assume riscos como no dia 12, onde o estoque ficou com apenas 1 produto, sendo impossibilitado de vender. Já na figura 4.46, temos o comportamento do MPC, onde pode-se observar que o nível de estoque se

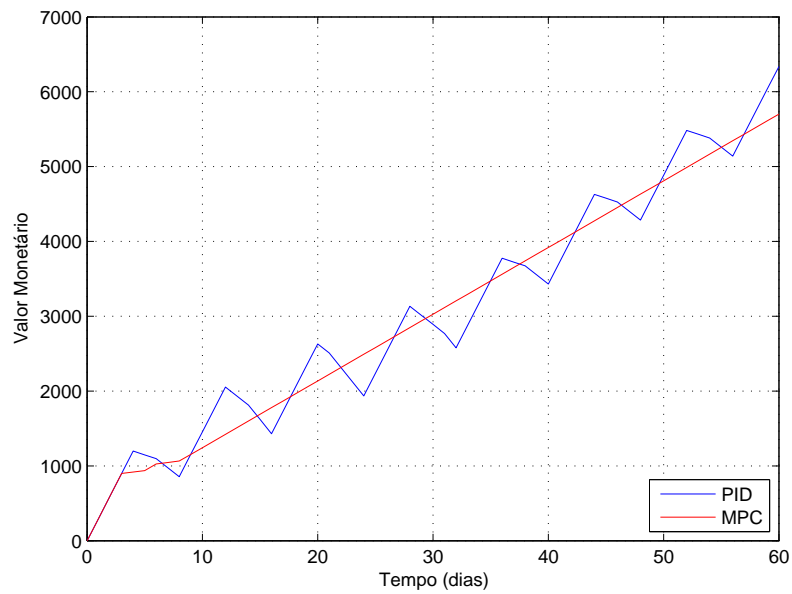


Figura 4.42: EVA do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante).

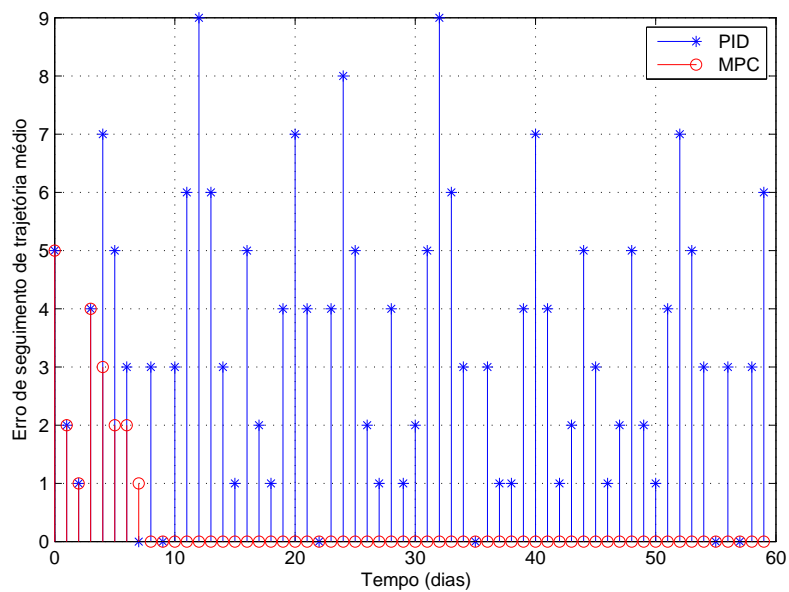


Figura 4.43: Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante).

estabiliza no desejado depois de um período curto. A quantidade ordenada também se estabiliza em 3, que corresponde a demanda diária deste problema.

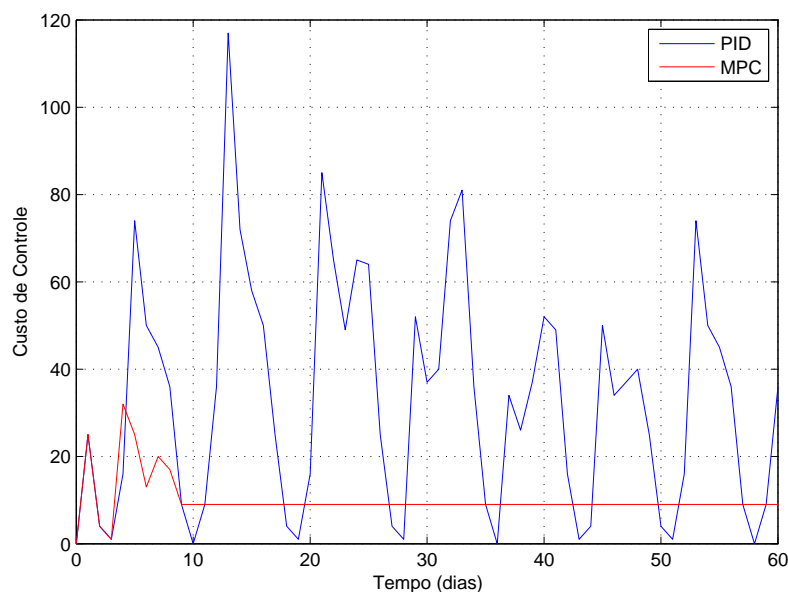


Figura 4.44: Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda constante).

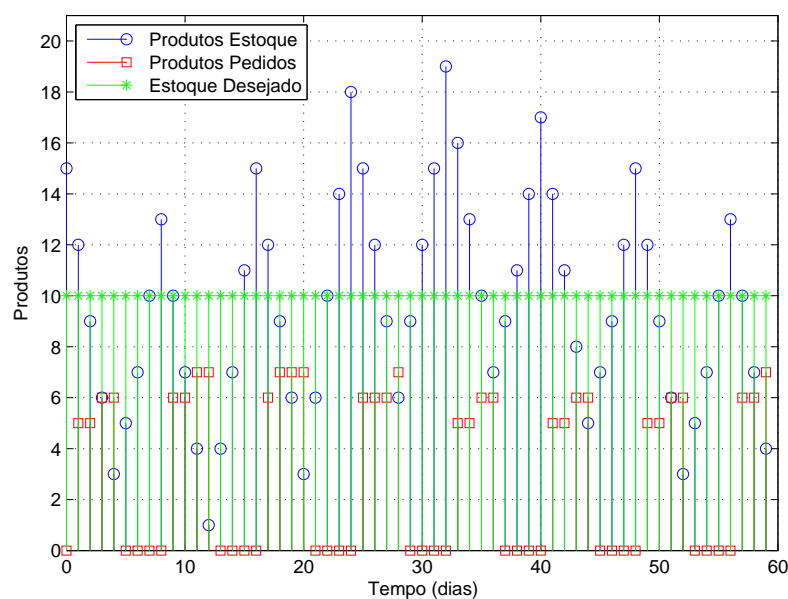


Figura 4.45: Nível do estoque para o controlador PID com demanda constante.

#### 4.6.2.2 Controlador PID ajustado para melhor controle

O ajuste ótimo obtido para o controlador PID visando um melhor desempenho no controle para demandas constantes está na tabela 4.5.

O resultado deste caso para o EVA pode ser avaliado na figura 4.47, onde após um período de transição, tanto o caso com o controlador PID quanto com o MPC tem o seu valor do EVA

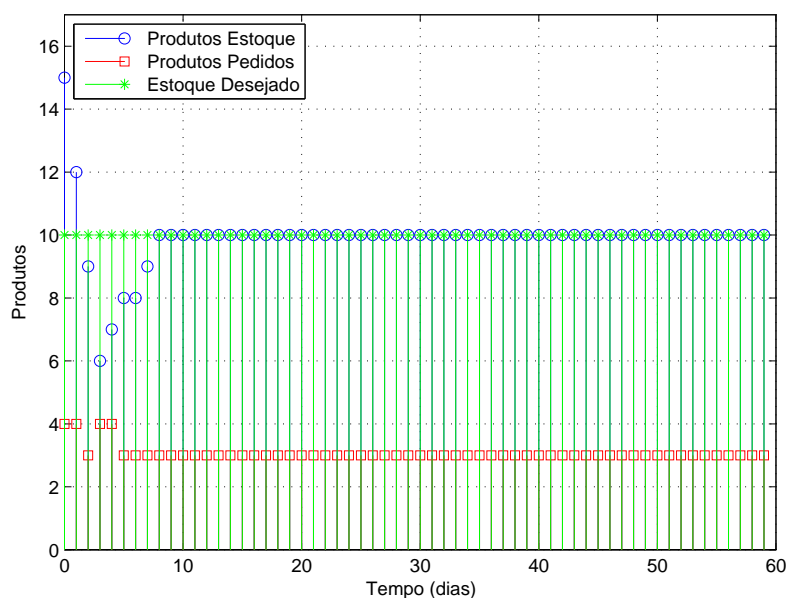


Figura 4.46: Nível do estoque para o controlador MPC com demanda constante.

Tabela 4.5: Valores dos ganhos do controlador PID para melhor controle com demanda constante.

Parâmetro	Valor
$K_P$	0.3317
$K_D$	0.4312
$K_I$	0.0534

com um crescimento com uma taxa constante, sendo que o MPC é superior ao PID, com um valor considerável. Na figura 4.48, é apresentado o erro de seguimento de trajetória para ambos os casos, onde é mostrado que o PID demora mais pra zerar este valor, sendo o MPC mais eficiente neste objetivo também. O custo de controle nesta fase intermediária apresenta valor maior no controlador PID e no fim os valores são iguais para os dois controladores, como pode ser observado na figura 4.49. Porém, se extrairmos a média desses valores, o MPC é melhor que o PID, pois apresenta uma média menor.

As figuras 4.50 e 4.51 mostram o funcionamento do controlador PID e MPC, respectivamente. Pode-se observar que ambas as estratégias conseguem estabilizar o estoque no nível

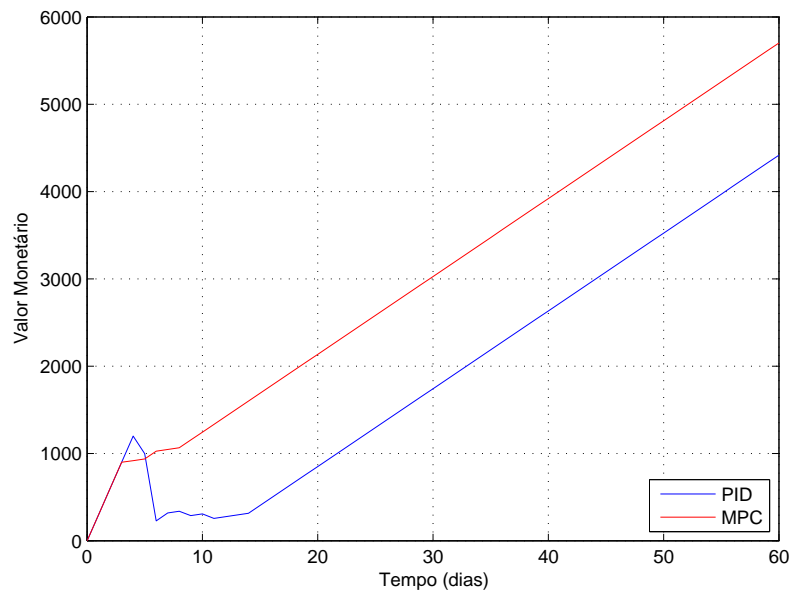


Figura 4.47: EVA do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante).

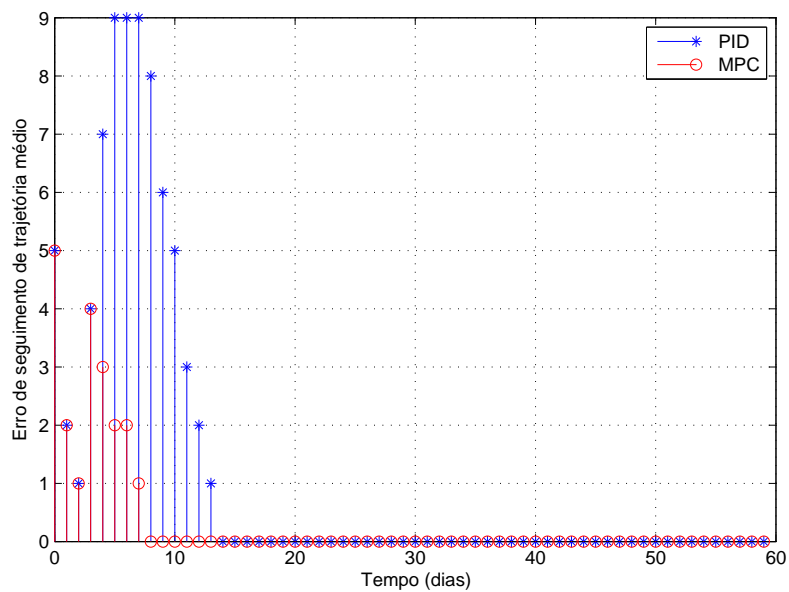


Figura 4.48: Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante).

desejado e assim permanecem, sendo que o PID demora mais para alcançar este objetivo.

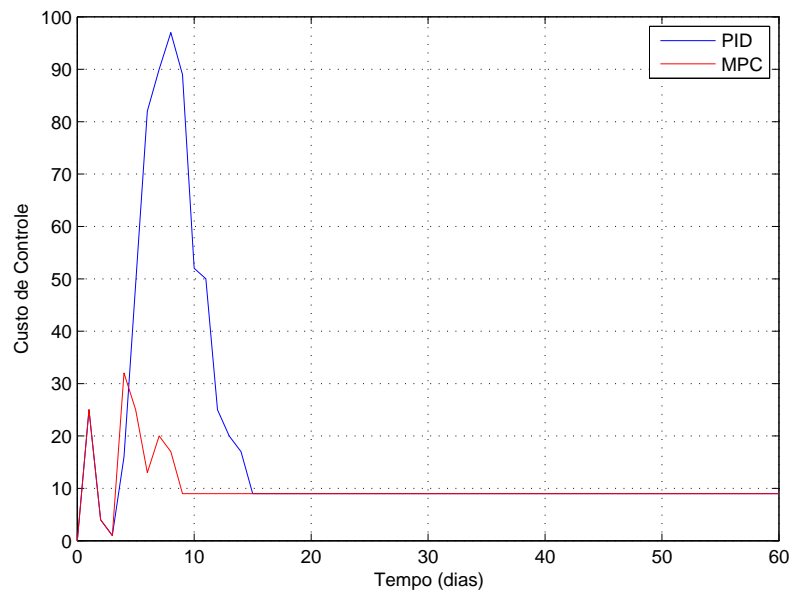


Figura 4.49: Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda constante).

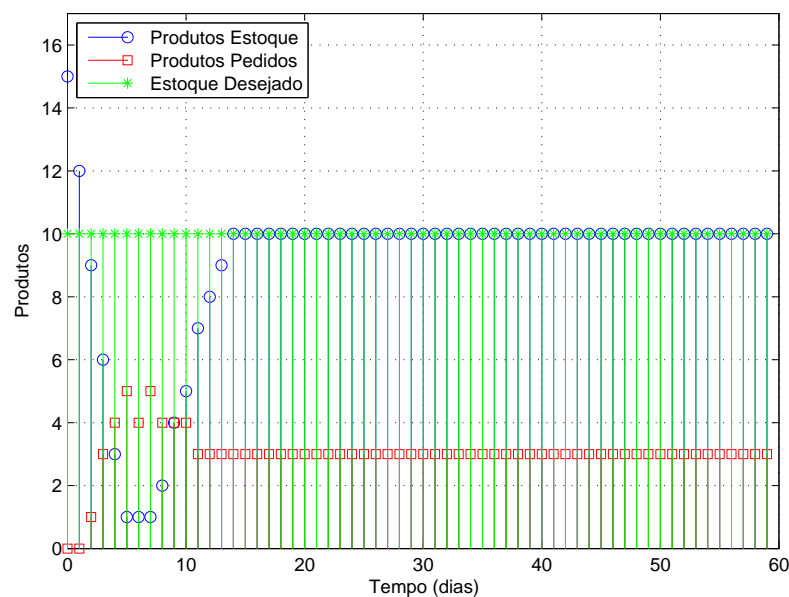


Figura 4.50: Nível do estoque para o controlador PID com demanda variável.

### 4.6.3 Demanda variável

Este é o caso mais importante para nossa análise do MPC. Nesta seção, será discutido qual estratégia de controle possui melhor desempenho nos diferentes objetivos, sendo o seguimento de trajetória e o EVA os dois principais.

Novamente o nível de estoque desejado é de 10 produtos, o estoque inicial é de 15 produ-

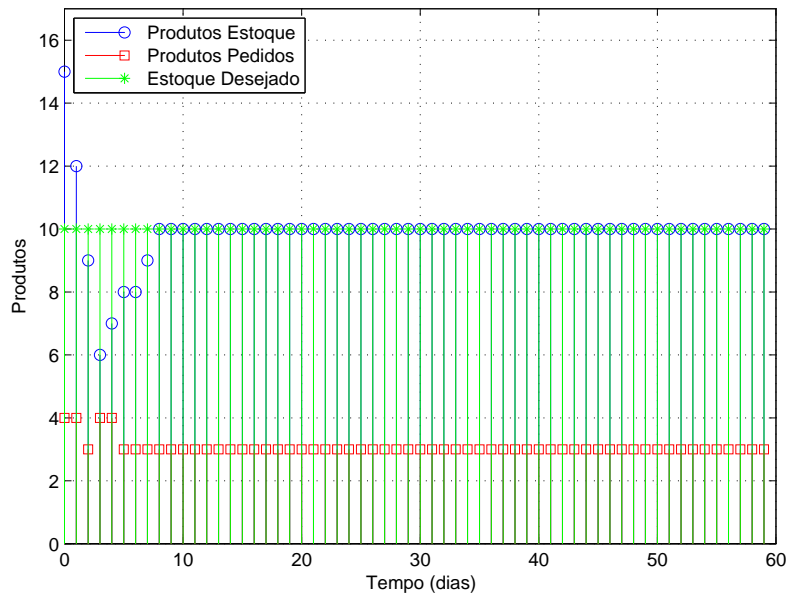


Figura 4.51: Nível do estoque para o controlador MPC com demanda constante.

tos, o atraso na entrega é de 3 dias. A demanda será baseada em uma distribuição de Poisson de parâmetro 2 e serão utilizadas 500 demandas diferentes. No final será retirada a média das simulações, eviando assim um estudo tendencioso. Iremos utilizar dois ajustes para o controlador PID, sendo um com o objetivo de otimizar o EVA e outro para o custo de controle.

#### 4.6.3.1 Controlador PID ajustado para melhor EVA

O ajuste do PID para o objetivo de melhor EVA com demanda variável está na tabela 4.6.

Tabela 4.6: Valores dos ganhos do controlador PID para melhor EVA com demanda variável.

Parâmetro	Valor
$K_P$	0.7740
$K_D$	1.2577
$K_I$	0.0072

Para o caso em que o controlador PID é ajustado para melhor EVA final, temos o resultado na figura 4.52, na qual notamos que o MPC é superior ao controlador PID, com uma pequena vantagem, estando quase empatados. Analisando para o objetivo de controle (figura 4.43), pode-se observar que o MPC também é levemente superior ao PID neste objetivo. O custo de controle do controlador PID ficou acima do MPC em níveis consideráveis (figura 4.44).



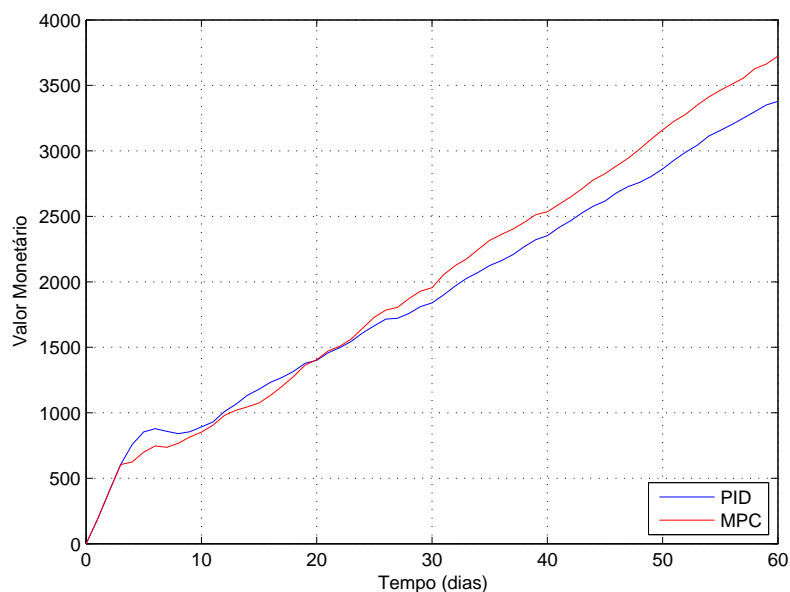


Figura 4.52: EVA do controlador PID ajustado para melhor EVA e MPC (demanda variável).

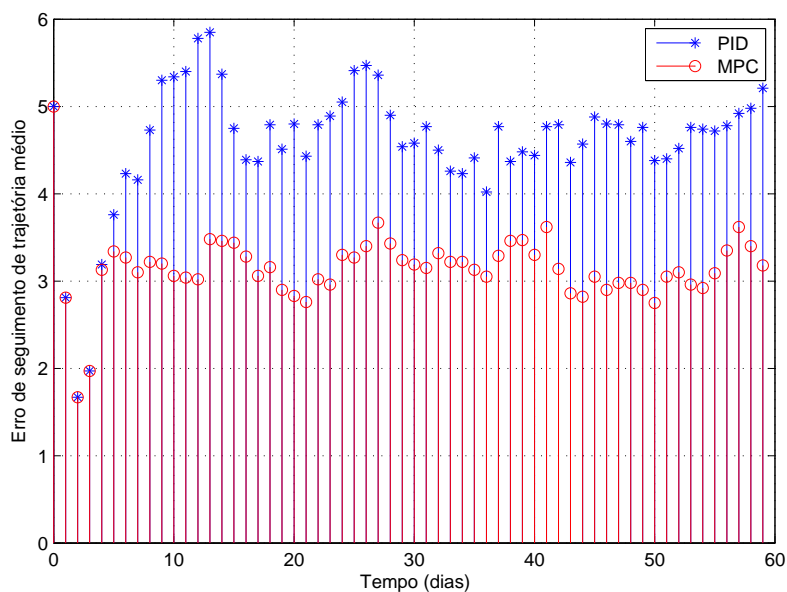


Figura 4.53: Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda variável).

O controlador PID e o MPC mostraram desempenho bastante similar nos diferentes objetivos estudados, com o MPC sendo levemente superior. Um fato que conta a favor do MPC é a sua robustez aos ajustes de seus parâmetros, onde pode-se observar em seções anteriores que ao variar os parâmetros deste controlador, o desempenho não é muito alterado. O mesmo não se

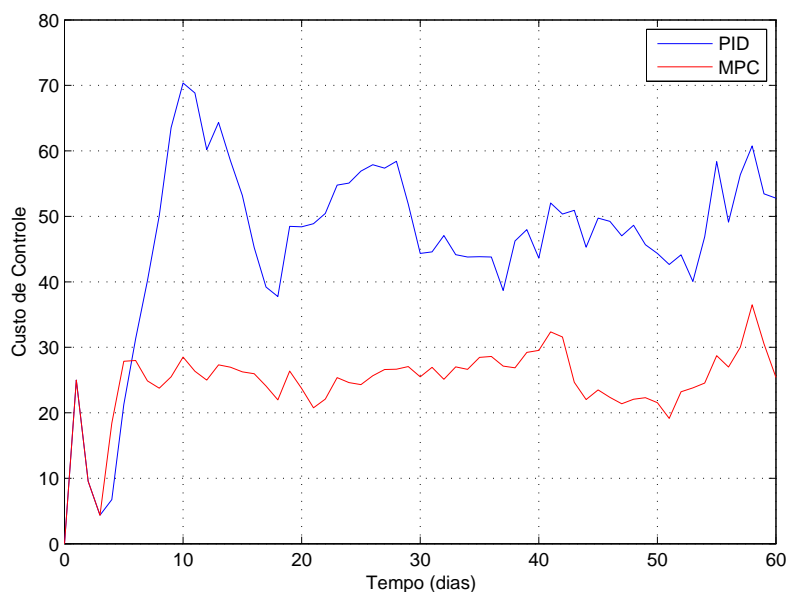


Figura 4.54: Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor EVA e do MPC (demanda variável).

pode dizer do controlador PID, onde alterações podem gerar resultados com desempenho muito ruim.

#### 4.6.3.2 Controlador PID ajustado para melhor controle

Analisando o controlador PID ajustado para ter um desempenho melhor no controle para demanda variável, temos os ganhos na tabela 4.7.

Tabela 4.7: Valores dos ganhos do controlador PID para melhor controle com demanda variável.

Parâmetro	Valor
$K_P$	0.2704
$K_D$	0.3692
$K_I$	0.0206

Na figura 4.55, podemos observar o resultado do EVA para os diferentes controladores. O MPC novamente apresenta um valor do EVA superior ao do controlador PID, com uma diferença maior que a da seção anterior, onde o controlador PID foi ajustado com o objetivo de otimizar o EVA.

Na figura 4.56, temos o resultado para o erro de seguimento de trajetória. Pode-se obser-

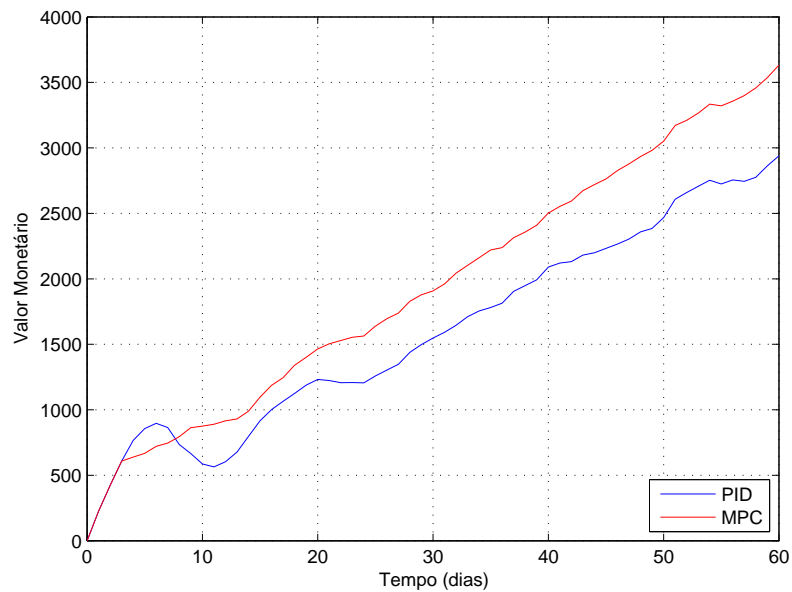


Figura 4.55: EVA do controlador PID ajustado para melhor controle e MPC (demanda variável).

var que o desempenho de cada controlador é parecido, assim como o custo de controle, como podemos observar na figura 4.57.

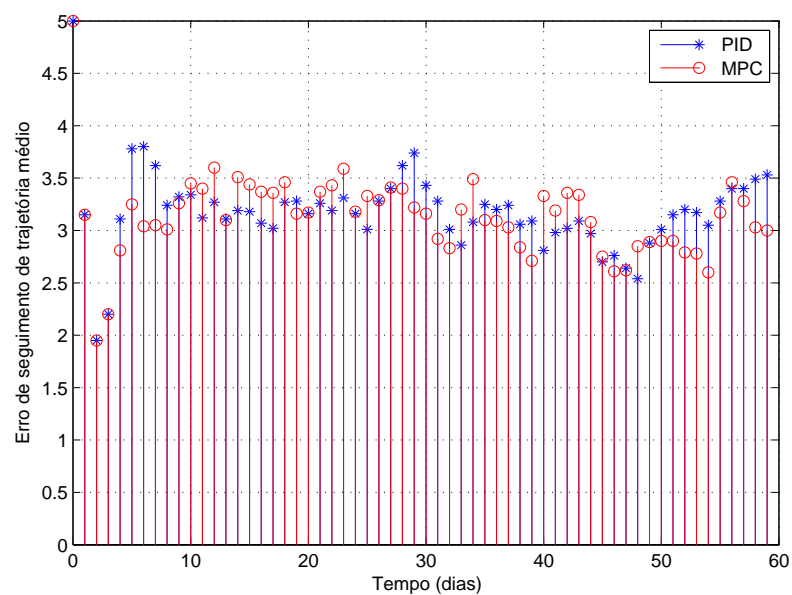


Figura 4.56: Erro de seguimento de trajetória do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda variável).

Por fim, o MPC mostrou ser levemente superior ao PID quanto ao desempenho nos dife-

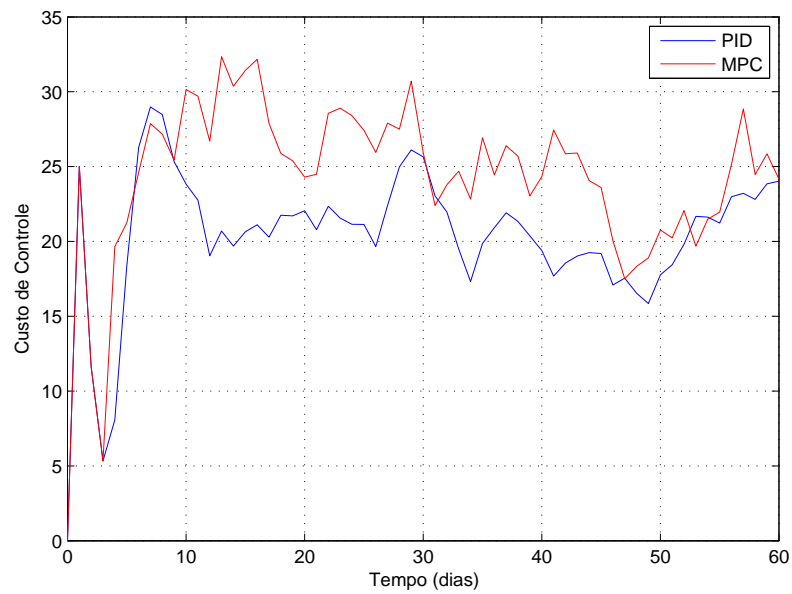


Figura 4.57: Custo de controle do controlador PID ajustado para melhor controle e do MPC (demanda variável).

rentes objetivos mostrados. Assim como descrito na seção anterior, o fato de o MPC ser menos sensível ao ajuste dos parâmetros do controlador o torna superior ao controlador PID, o qual apresenta bastante variância dependendo do ajuste. Isso evidencia uma maior robustez do MPC.

# Capítulo 5

## Conclusão

### 5.1 Resultados Gerais

Este trabalho apresentou um modelo de MPC como proposto em [15] e investigou sua utilidade na gestão de estoques. Inicialmente apurou-se o funcionamento MPC para cenários de demanda constante e de demanda variável. Analisou-se o comportamento de variáveis tais como: estoque, produtos pedidos, estoque estimado, demanda estimada e EVA. O MPC mostrou que dada uma demanda constante, ele consegue eliminar o efeito do distúrbio (demanda) e seguir a referência para o estoque. Também mostrou que consegue estimar corretamente a demanda, mesmo que haja mudança em sua magnitude. Para o caso de uma demanda variável, o controlador apresentou comportamento oscilatório em volta da referência, mas também o estoque médio bem próximo ao nível desejado.

Em seguida, uma análise dos parâmetros do EVA foi feita. Notou-se que para alguns casos simulados, ocorria a falta de produtos no estoque. Uma parcela negativa era acrescentada ao EVA (*CustoUnitFalta*) como forma de punição, pois em uma outra oportunidade o cliente poderia escolher outro lugar para adquirir o produto. Porém, este valor estava muito exagerado, fazendo com que, em alguns casos, o EVA não se recuperasse e continuasse negativo. Após diversos testes, a diminuição deste valor de \$1000 para \$400 resolveu este problema, sendo utilizado no decorrer do trabalho.

Após o ajuste dos parâmetros do EVA, estudou-se o controlador MPC e a influência do ajuste de seus parâmetros em diversos objetivos, sendo o principal deste trabalho a maximização do EVA. Primeiramente, os parâmetros do estimador ( $q_x$  e  $R_v$ ) foram avaliados. Com um valor

de EVA final igual a \$5339,00, os valores de 0.05 e 0.10 para  $R_v$  e  $q_x$ , respectivamente, foram os melhores obtidos. Em seguida, simulações para diferentes horizontes de controle foram feitas. Notou-se que este parâmetro não exerce uma influência significativa no valor do EVA, principalmente devido a dinâmica simples do problema estudado. O último parâmetro avaliado foi o da sensibilidade do controle ( $s$ ). Novamente, notou-se que ele não exerce muita influência no resultado do EVA, sendo escolhido o valor de 1 para ele, onde nota-se ligeira vantagem para os demais valores.

A relação entre o lead-time e o estoque médio é uma informação muito utilizada em fábricas. Notou-se que ao aumentar o lead-time, o estoque médio teve seu valor levemente aumentado, fugindo do nível desejado (10 produtos).

Em posse das melhores sintonias para o MPC objetivando um EVA maior, realizamos uma comparação com o controlador PID. Para a sintonia do PID, utilizamos algoritmos genéticos, tendo como razão, a otimização de dois objetivos: O EVA e o custo de controle. Antes disso, foi realizado um estudo sobre a influência da variação dos parâmetros do controlador PID sobre os diferentes objetivos. Como o ganho integrativo era pequeno e parecido em todos os casos, fixamos este valor em 0.0206 e variamos os ganhos proporcional e derivativo. Notou-se que para combinações de ganhos bem próximas, a diferença no EVA era significativa. Para combinações onde o ganho proporcional era baixo, o EVA final era negativo, visto que não eram feitos pedidos suficientes para suprir a demanda. A conclusão nesta parte foi que o controlador PID é muito sensível a mudança de seus parâmetros, mostrando não ser muito robusto no problema estudado.

Ao comparar ambos controladores, o MPC mostrou-se ligeiramente superior ao PID em todos os objetivos. Porém, a maior vantagem de se usar o MPC é devido a sua robustez a incertezas dos parâmetros do controlador. Como pôde ser notado, ao variar os parâmetros de controle do MPC, o EVA, o erro de seguimento de trajetória e o custo de controle eram afetados de forma mínima, impossibilitando a ocorrência de situações não desejadas, ou seja, falta ou excesso de produtos no estoque. Isso mostra que o MPC é intrinsecamente melhor para o problema de gestão de estoques do que o PID.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Neste trabalho, realizamos o ajuste do MPC e do PID levando em consideração um dado cenário. Estudos similares podem ser feitos alterando algumas constantes do EVA ou até mudando a forma como é calculado este valor. Outros tipos de demandas podem ser escolhidas para realizar testes diferentes representando os diferentes cenários. O nível do estoque inicial e desejado podem ser alterados também.

No algoritmo desenvolvido em [15], utiliza-se a função objetivo padrão (LQ) de MPC. Portanto, no contexto do problema estudado, desenvolver um controlador do tipo MPC "econômico" cuja função objetivo seria o EVA é uma opção possível a ser estudada.

Pode-se ainda utilizar algoritmos genéticos no cálculo dos melhores parâmetros para o MPC a cada dia visando sempre a melhor escolha de pedidos para maximizar o EVA. Neste trabalho, realizamos diversas simulações e mantemos estes parâmetros fixos, mas nada impede que possamos variar alguns a cada iteração.

## Referências Bibliográficas

- [1] Martin W Braun, Daniel E Rivera, ME Flores, W Matthew Carlyle, and Karl G Kempf. A model predictive control framework for robust management of multi-product, multi-echelon demand networks. *Annual Reviews in Control*, 27(2):229–245, 2003.
- [2] Tiago S. Calmon and André M. De Castro. *Estudo de estratégias de controle de estoque com otimização via algoritmos genéticos*. UFRJ, <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10005877.pdf>, 2013.
- [3] Eduardo F Camacho and Carlos Bordons Alba. *Model predictive control*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [4] Charles Darwin. On the origin of species by means of natural selection. 1859. *J. Murray, London*, 1991.
- [5] Jeroen Dejonckheere, Stephen M Disney, Marc R Lambrecht, and Denis R Towill. Transfer function analysis of forecasting induced bullwhip in supply chains. *International Journal of Production Economics*, 78(2):133–144, 2002.
- [6] Agoston E Eiben and James E Smith. *Introduction to evolutionary computing*. springer, 2003.
- [7] Gene F Franklin, J David Powell, and Michael L Workman. *Digital control of dynamic systems*, volume 3. Addison-wesley Menlo Park, 1998.
- [8] Bruce Hannon and Bernard McGarvey. *Dynamic Modeling For Business Management: An Introduction*. Springer, New York, 2004.
- [9] Jan Marian Maciejowski. *Predictive control: with constraints*. Pearson education, 2002.



- [10] Fernando V. Monteiro. *Um estudo comparativo de políticas de gestão de estoques utilizando técnicas de controle*. UFRJ, <http://monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10011694.pdf>, 2014.
- [11] Igor M. Moreira. *Um estudo de controladores robustos baseados em controle linear quadrático com estimação de distúrbios para plantas monovariáveis*. COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2013.
- [12] Stuart Chambers e Robert Johnston Nigel Slack. *Administração da Produção*. Springer-Verlag, New York, 2003.
- [13] Katsuhiko Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003.
- [14] M Ortega and L Lin. Control theory applications to the production–inventory problem: a review. *International Journal of Production Research*, 42(11):2303–2322, 2004.
- [15] Gabriele Pannocchia, Nabil Laachi, and James B Rawlings. A candidate to replace pid control: Siso-constrained lq control. *AIChE Journal*, 51(4):1178–1189, 2005.
- [16] Edgar Perea-Lopez, B Erik Ydstie, and Ignacio E Grossmann. A model predictive control strategy for supply chain optimization. *Computers & Chemical Engineering*, 27(8):1201–1218, 2003.
- [17] Daniel E Rivera and Michael D Pew. Evaluating pid control for supply chain management: A freshman design project. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 3415–3419. IEEE, 2005.
- [18] Haralambos Sarimveis, Panagiotis Patrinos, Chris D Tarantilis, and Chris T Kiranoudis. Dynamic modeling and control of supply chain systems: A review. *Computers & Operations Research*, 35(11):3530–3561, 2008.
- [19] Jay D Schwartz, Wenlin Wang, and Daniel E Rivera. Simulation-based optimization of process control policies for inventory management in supply chains. *Automatica*, 42(8):1311–1320, 2006.

- [20] Nigel Slack, Stuart Chambers, and Robert Johnston. *Administração da produção*. Atlas, 2009.
- [21] Joel M Stern and John S Shiely. *The EVA challenge: implementing value-added change in an organization*. John Wiley & Sons, 2001.
- [22] Spyros Tzafestas, George Kapsiotis, and Efthimios Kyriannakis. Model-based predictive control for generalized production planning problems. *Computers in Industry*, 34(2):201–210, 1997.
- [23] Herbert J Vassian. Application of discrete variable servo theory to inventory control. *Journal of the Operations Research Society of America*, 3(3):272–282, 1955.
- [24] Hélio Flávio Vieira. *Gestão de estoques e operações industriais*. IESDE, Curitiba, 2009.
- [25] RH Wilson. A scientific routine for stock control. *Harvard business review*, 13(1):116–129, 1934.