



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE VIA BUSCA EXTREMAL DE  
POÇOS OPERANDO POR *GAS-LIFT*

Arthur Fernandes dos Santos Xaud

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto

Rio de Janeiro  
Março de 2014

MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE VIA BUSCA EXTREMAL DE  
POÇOS OPERANDO POR *GAS-LIFT*

Arthur Fernandes dos Santos Xaud

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO  
CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO DA ESCOLA  
POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU  
DE ENGENHEIRO DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO.

Examinado por:

---

Prof. Alessandro Jacoud Peixoto, D.Sc.

---

Prof. Argimiro Resende Secchi, D.Sc.

---

Prof. Tiago Roux Oliveira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2014

Xaud, Arthur Fernandes dos Santos

Modelagem, Simulação e Controle via Busca Extremal de Poços Operando por *Gas-Lift*/Arthur Fernandes dos Santos Xaud. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2014.

XIII, 82 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia de Controle e Automação, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 80 – 82.

1. Controle Adaptativo. 2. Busca Extremal. 3. Poços de Petróleo. 4. Elevação Artificial. 5. Injeção de gás. 6. Identificação de modelos. I. Peixoto, Alessandro Jacoud. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia de Controle e Automação. III. Título.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

Modelagem, Simulação e Controle via Busca Extremal de Poços Operando por  
*Gas-Lift*

Arthur Fernandes dos Santos Xaud

Março/2014

Orientador: Alessandro Jacoud Peixoto

Curso: Engenharia de Controle e Automação

Na engenharia de petróleo, os reservatórios precisam de pressão suficiente para elevar os fluidos até a superfície. Quando a vazão de produção do poço encontra-se abaixo de uma taxa economicamente viável, devido ao decaimento natural da pressão do reservatório, das condições geométricas do poço ou das características do fluido, costuma-se utilizar métodos de elevação artificial. O método de *gas-lift* é um dos métodos mais conhecidos de elevação artificial sendo largamente utilizado na indústria do petróleo. Em poços operando com *gas-lift*, a produção de óleo em regime permanente depende da vazão de gás injetado no poço, sendo este um parâmetro fundamental para maximizar a produção. A curva que representa a relação entre a produção de óleo e a vazão de *gas-lift* é chamada de curva de performance de poço (CPP). Através do conhecimento prévio da CPP, seria possível utilizar métodos de otimização para encontrar o ponto ótimo de injeção de gás. Entretanto, as CPPs são estimadas através de modelos matemáticos e não representam de forma confiável o comportamento do poço. Nesse contexto, o controle adaptativo de busca extremal aparece como uma importante ferramenta para processos não lineares, pois independe do conhecimento do modelo e é robusto a incertezas paramétricas. O objetivo deste trabalho é estudar a aplicação e sintonia do algoritmo de busca extremal em processos de poços de petróleo sujeitos ao método de elevação artificial por *gas-lift* visando à maximização da produção de óleo em função da vazão de injeção de gás no poço.

*Palavras-chave:* Controle Adaptativo, Busca Extremal, Poços de Petróleo, Elevação Artificial, Injeção de gás, Identificação de modelos.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

## MODELLING, SIMULATION AND EXTREMUM SEEKING CONTROL OF GAS LIFTED WELLS

Arthur Fernandes dos Santos Xaud

March/2014

Advisor: Alessandro Jacoud Peixoto

Course: Control and Automation Engineering

In Petroleum Engineering, reservoirs need enough pressure to lift fluids to surface. When production rates are under economically unviable rates, due to natural reservoir pressure loss, to the geometric conditions of the well or the characteristics of fluids, there are usually used artificial lift methods. The gas-lift is one of the most popular methods and is widely used in the petroleum industry. At gas-lifted wells, oil production in steady state depends on the rate of gas injected and this is therefore a fundamental parameter to maximize oil production. The curve that represents the relationship between oil production and gas-lift flowrate is called Well Performance Curve (WPC). Through prior knowledge of the WPC, it would be possible to use optimization methods to find the optimum gas-lift injection rate. However, WPCs are estimated using mathematical models and do not represent reliably the behavior of the well. In this context, Extremum Seeking adaptive control appears as an important tool to be used in non-linear processes, for been model-free and robust to uncertainties of parameters. The objective of this work is to study the application and tuning of Extremum Seeking algorithm in gas-lift well models in order to maximize oil production rates in steady state due to gas-lift optimal injection rate.

*Keywords:* Adaptive Control, Extremum Seeking, Oil Wells, Artificial lift, Gas-lift, Model Identification.

# Agradecimentos

Agradeço à minha mãe, Hilda Maria Pereira dos Santos, que esteve sempre ao meu lado e me forneceu educação para me tornar a pessoa que sou hoje.

Agradeço ao meu pai Carlos Eduardo Xaud Costa que, embora nem sempre tão perto, me ajudou com o que pôde durante a graduação.

Agradeço ao meu irmão João Fernandes por distrair minha atenção durante quase todo o período da graduação, tornando minha vida mais complicada porém infinitamente mais feliz.

Agradeço ao meu primo Marco Xaud que, como um grande irmão, me acompanhou por toda minha vida acadêmica compartilhando os problemas e as soluções encontradas até agora.

Agradeço à minha namorada Bruna Novis por me lembrar a importância da faculdade nos momentos mais difíceis, trazendo consigo uma nova razão para o fim do curso.

Agradeço aos meus avós Joaquim Fernandes e Margarida Pereira por me fornecerem educação e carinho, servindo sempre como exemplo de caráter e honestidade.

Agradeço aos meus amigos que tornaram a execução deste trabalho muito mais prazerosa.

Agradeço à Universidade Federal do Rio de Janeiro que forneceu um ensino de excelência e embasamento técnico suficiente para a realização deste trabalho.

Finalmente, agradeço ao meu professor e orientador, Alessandro Jacoud Peixoto, por todo tempo que passamos juntos pensando em equações, modelos e simulações.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Abreviaturas</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo . . . . .	3
1.2 Estrutura do Trabalho . . . . .	3
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>5</b>
<b>3 Modelo do Poço</b>	<b>10</b>
3.1 Modelo de Eikrem . . . . .	11
3.2 Modelo de Eikrem Modificado . . . . .	18
3.3 Modelo do Ponto de Vista de Controle . . . . .	24
3.4 Implementação do Modelo Estático . . . . .	26
3.4.1 Análise Teórica . . . . .	26
3.4.2 Análise de Resultados . . . . .	27
3.4.3 Aproximações para o modelo . . . . .	31
3.5 Implementação do Modelo Dinâmico . . . . .	33
3.5.1 Validação dos Modelos Implementados . . . . .	34
3.5.2 Análise do modelo . . . . .	36
3.6 Proposta de um Novo Modelo . . . . .	41
<b>4 Busca Extremal</b>	<b>49</b>
4.1 Formulação do Problema . . . . .	50
4.2 Algoritmo de Busca Extremal . . . . .	51
4.3 Implementação do Controle por Busca Extremal . . . . .	56
4.4 Solução Proposta para Altas Frequências . . . . .	69
4.4.1 Resultados Preliminares . . . . .	70

<b>5 Conclusão</b>	<b>77</b>
5.1 Contribuições . . . . .	78
5.2 Trabalhos Futuros . . . . .	79
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>80</b>



# Lista de Figuras

1.1	Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo na produção da Petrobras em 2009 Fonte: (RIZZO FILHO, 2011) . . . . .	3
2.1	Curva de <i>gas-lift</i> com a região ótima de injeção de gás para poços com instabilidade <i>casing head</i> . Fonte: (EIKREM <i>et al.</i> , 2004) . . . . .	6
2.2	Esquema simplificado de uma planta operando por <i>gas-lift</i> . Fonte: (PALKE, 1996) . . . . .	7
2.3	Modelo de Hammerstein. Fonte: (SANTOS, 2007) . . . . .	8
3.1	Poço operando por <i>gas-lift</i> . Fonte: (EIKREM <i>et al.</i> , 2005) . . . . .	12
3.2	Poço operando por <i>gas-lift</i> com a representação das pressões e vazões do modelo. Fonte: Adaptado de (EIKREM <i>et al.</i> , 2005) . . . . .	13
3.3	Curva de performance de poço obtida pelo modelo estático . . . . .	28
3.4	Curva da massa de gás no anular $x_1$ pela entrada $w_{gc}$ . . . . .	29
3.5	Curva da massa de gás na coluna $x_2$ pela entrada $w_{gc}$ . . . . .	30
3.6	Curva da massa de óleo na coluna $x_3$ pela entrada $w_{gc}$ . . . . .	30
3.7	Curvas auxiliares para justificativa da concavidade da CPP . . . . .	31
3.8	Curva da pressão no ponto de injeção de gás na coluna $p_{wi}$ e da pressão de fundo de poço $p_{wb}$ . . . . .	31
3.9	Modelo de Eikrem Modificado implementado no EMSO no <i>Simulink</i> . . . . .	33
3.10	Modelo de Eikrem Modificado implementado em uma <i>s-function</i> no <i>Simulink</i> . . . . .	34
3.11	Diagrama de blocos para validação dos modelos implementados utilizando degraus na entrada . . . . .	34
3.12	Sequência de degraus aplicada aos modelos . . . . .	35
3.13	Resposta à sequência de degraus aplicada aos modelos . . . . .	35
3.14	Diagrama de blocos para validação dos modelos implementados utilizando senóide na entrada . . . . .	36
3.15	Senóide aplicada ao modelo . . . . .	36
3.16	Resposta do modelo a uma senóide . . . . .	37
3.17	Resposta ao degrau positivo . . . . .	38

3.18	CPP . . . . .	38
3.19	Resposta do sistema a uma senóide rápida . . . . .	39
3.20	Resposta do sistema a uma senóide rápida amplificada após o sistema entrar em equilíbrio . . . . .	39
3.21	Resposta do sistema a uma senóide média . . . . .	40
3.22	Resposta do sistema a uma senóide lenta . . . . .	41
3.23	CPP . . . . .	42
3.24	Estimativa de $x_3$ . . . . .	43
3.25	Erro da estimativa de $x_3$ . . . . .	44
3.26	Estimativa de $x_2$ . . . . .	44
3.27	Erro da estimativa de $x_2$ . . . . .	45
3.28	Modelo auxiliar proposto . . . . .	45
3.29	Sequência de degraus aplicada na entrada do novo modelo . . . . .	46
3.30	Resposta do modelo com aproximações de primeira ordem à sequência de degraus . . . . .	47
3.31	Resposta do modelo com aproximações de ordem alta à sequência de degraus . . . . .	47
3.32	Resposta do modelo a uma senóide . . . . .	48
4.1	Algoritmo de Busca Extremal para plantas com dinâmica. Fonte: (KRSTIĆ e WANG, 2000) . . . . .	52
4.2	Modelo estático com resposta em fase com a entrada. Fonte: Adap- tado de (PALKE, 1996) . . . . .	53
4.3	Sinais em fase . . . . .	53
4.4	Sinais em contrafase . . . . .	53
4.5	Representação da multiplicação dos sinais de entrada e saída sem o nível DC. Fonte: (PALKE, 1996) . . . . .	54
4.6	Algoritmo de Busca Extremal para plantas com dinâmica. Fonte: (KRSTIĆ e WANG, 2000) . . . . .	55
4.7	Diagrama de blocos do método de busca extremal . . . . .	56
4.8	Curva estática da relação entre a saída e a entrada da função de exemplo	57
4.9	Entrada e saída do sistema sob uma perturbação senoidal com nível médio inferior ao ponto ótimo . . . . .	58
4.10	Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa- alta. (Para entradas com nível médio inferior ao ponto ótimo) . . . . .	58
4.11	Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado (Para entradas com nível médio inferior ao ponto ótimo)	59
4.12	Entrada e saída do sistema sob uma perturbação senoidal com nível médio superior ao ponto ótimo) . . . . .	59

4.13	Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa-alta. (Para entradas com nível médio superior ao ponto ótimo) . . . .	60
4.14	Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado. (Para entradas com nível médio superior ao ponto ótimo)	60
4.15	Entrada e saída do sistema em malha fechada . . . . .	61
4.16	Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa-alta em malha fechada. . . . .	61
4.17	Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado em malha fechada. . . . .	62
4.18	Saída do integrador em malha fechada . . . . .	62
4.19	Diagrama de blocos do algoritmo de busca extremal implementado . .	63
4.20	Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação rápida) . . . . .	64
4.21	Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação rápida) . . . . .	64
4.22	Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação média) . . . . .	65
4.23	Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação média) . . . . .	65
4.24	Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação lenta) . . . . .	66
4.25	Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação lenta) . . . . .	66
4.26	Saída do integrador como estimativa do ponto ótimo . . . . .	67
4.27	Saída do integrador ampliada . . . . .	68
4.28	Saída do sistema . . . . .	68
4.29	Saída do sistema ampliada . . . . .	69
4.30	Diagrama de Blocos Principal. . . . .	71
4.31	Modelo Proposto. . . . .	72
4.32	Detector de Fase: PLL. . . . .	73
4.33	ESC. . . . .	74
4.34	Maximizante e Vazão $w_{iv}$ , período de oscilação de 3 dias. . . . .	74
4.35	Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 3 dias. . .	75
4.36	Maximizante e Vazão $w_{iv}$ , período de oscilação de 1 dia. . . . .	75
4.37	Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 1 dia. . .	75
4.38	EMSO: Maximizante e Vazão $w_{iv}$ , período de oscilação de 3 dias. . . .	76
4.39	EMSO: Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 3 dias. . . . .	76

# Lista de Tabelas

3.1	Tabela de símbolos do modelo . . . . .	23
3.2	Parâmetros do Poço . . . . .	28

# Lista de Abreviaturas

- AC - *Alternating Current*  
CPP - *Curva de Performance de Poço*  
DC - *Direct Current*  
ESC - *Extremum Seeking Control*  
GLC - *Gas-Lift Contínuo*  
IPR - *Inflow Performance Curve*  
PI - *Proporcional-Integral*  
RGO - *Razão Gás-Óleo*  
SISO - *Single input Single output*  
TPR - *Tubing Pressure Requirement*  
WPC - *Well Performance Curve*

# Capítulo 1

## Introdução

Atualmente, o petróleo é um recurso essencial para a sociedade em todo o mundo, pois seus derivados são largamente utilizados como fonte de energia em indústrias e meios de transportes. Com o advento da petroquímica, além da utilização dos derivados, centenas de novos compostos são produzidos tornando os hidrocarbonetos fundamentais no desenvolvimento de plásticos, borrachas, tintas, corantes, solventes, explosivos, produtos farmacêuticos, cosméticos, entre outros. Portanto, o petróleo além de produzir combustível, tornou-se imprescindível para as facilidades e comodidades cotidianas (THOMAS, 2001).

No Brasil, as pesquisas em petróleo alavancaram com o monopólio estatal associado à criação da Petrobras, em 1953. Desde sua criação, a Petrobras já descobriu petróleo nos estados do Amazonas, Pará, Maranhão, Ceará, Rio Grande do Norte, Alagoas, Sergipe, Bahia, Espírito Santo, Rio de Janeiro, Paraná, São Paulo, e Santa Catarina. A produção de petróleo no Brasil cresceu de  $750 \text{ m}^3/\text{dia}$  na época da criação da Petrobras para mais de  $182.000 \text{ m}^3/\text{dia}$  no final dos anos 90, devido aos contínuos avanços tecnológicos de perfuração e produção na plataforma continental (THOMAS, 2001).

A extração dos hidrocarbonetos é feita retirando-se os fluidos do interior das rochas de formações geológicas chamadas de reservatórios. Para que o fluido seja elevado

até a superfície, é necessária a existência de um poço de petróleo que funciona como um canal para o escoamento do petróleo. Quando o fluido multifásico chega à superfície ele é direcionado para uma planta de processamento primário que irá realizar a separação das principais fases presentes no fluido e o tratamento do óleo para o refino, e da água para o descarte (RIBEIRO, 2012).

Quando a pressão do reservatório é suficientemente alta, os fluidos contidos em seu interior alcançam livremente a superfície, sendo denominados produzidos por elevação natural. Nesses casos, toda a energia utilizada para elevar os fluidos é proveniente do reservatório. Os poços que produzem dessa forma são chamados de poços surgentes (THOMAS, 2001).

Quando a pressão do reservatório não é alta o suficiente, os fluidos não conseguem chegar até a superfície, sendo necessária a utilização de métodos artificiais de elevação. O mesmo acontece quando os poços estão no final de sua vida produtiva por surgência ou quando a vazão do poço se encontra abaixo do seu potencial de produção (THOMAS, 2001).

O principal método de elevação artificial é o *gas-lift* conforme indica a Figura 1.1, que consiste em aplicar gás comprimido no espaço anular do poço para que este seja injetado no fundo da coluna de produção diminuindo a densidade média do fluido elevado. Dessa forma, o fluido se torna mais leve diminuindo a perda de carga gravitacional, o que possibilita maiores vazões de produção na saída do poço (RIBEIRO, 2012).

No Brasil, a maior parte do óleo produzido é extraído de campos *offshore* sendo o *gas-lift* o principal método de elevação utilizado nesses poços (RIBEIRO, 2012).

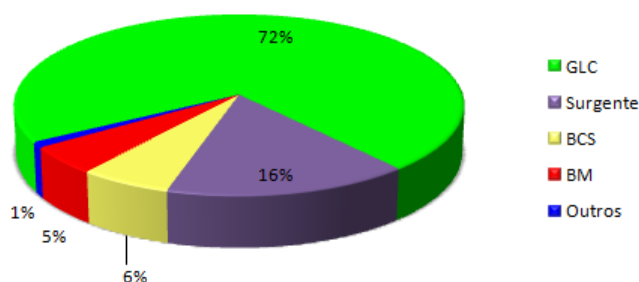


Figura 1.1: Divisão percentual dos métodos de elevação do petróleo na produção da Petrobras em 2009 Fonte: (RIZZO FILHO, 2011)

## 1.1 Objetivo

Uma vez que o poço passa a produzir através da injeção de gás, a vazão de injeção se torna um fator importante para maximizar a vazão de produção na saída do poço. O objetivo deste trabalho é utilizar um método de controle adaptativo de busca extremal para encontrar a vazão de injeção de gás em um poço que maximiza sua produção de óleo em regime permanente. Dessa forma, espera-se obter um ganho financeiro para exploração de um poço de petróleo e, com um resultado positivo do algoritmo, tornar possível a aplicação do método para diferentes funções objetivo.

Através deste trabalho também espera-se compreender melhor a dinâmica do poço operando por *gas-lift* e a aplicação do método de busca extremal em modelos estáticos e dinâmicos.

## 1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 3 são apresentados os modelos matemáticos para poços operando por *gas-lift* e uma interpretação física das equações. Nele também é feita uma expansão do modelo para interpretação do ponto de vista de controle. Os modelos estáticos e dinâmicos são implementados computacionalmente e são apresentados os resultados a estimulações com diferentes sinais. Por último, é proposto um novo modelo uti-



lizando filtros passa-baixa para representar de forma simplificada o funcionamento do sistema.

O Capítulo 4 apresenta a formulação do problema do ponto de vista de busca extremal, com uma explicação em seguida do funcionamento do método. O algoritmo então é aplicado através de simulações em uma função estática como exemplo para avaliar seu comportamento, e em seguida no modelo dinâmico do poço implementado no Capítulo 3. Os resultados e críticas do método são apresentados e são propostas novas estratégias para melhorar o desempenho do algoritmo.

O trabalho é finalizado com conclusões, contribuições do trabalho e sugestões de trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

A busca pela maximização da produção de petróleo em plataformas vem sendo objeto de estudo do meio acadêmico. Com a atual demanda de óleo como energia e matéria prima fundamentais nos principais segmentos da sociedade, o capital envolvido nesse setor é extremamente significativo. Nesse contexto, pequenos ganhos percentuais representam ganhos altos financeiros, o que estimula o desenvolvimento de estudos em novas técnicas de controle e otimização de processos.

Na literatura, a maioria dos trabalhos busca melhorar as condições de operação dos poços através de um controle regulatório, manipulando o *choke* de produção. Dessa forma, é possível aumentar a produção variando os *set points* das vazões de injeção de gás com técnicas de controle ou de otimização.

Em EIKREM *et al.* (2005) é feita uma modelagem matemática para o sistema de *gas-lift* em poços de petróleo a fim de estudar os princípios físicos das golfadas severas, oscilações na saída do poço causadas pelo fenômeno cíclico de instabilidades *casing head*. Neste trabalho, é utilizada uma malha fechada de controle proporcional-integral (PI) para manipular a abertura do *choke* de produção levando as pressões de fundo de poço e da cabeça do poço para um *set point* desejado. Dessa forma, o processo se torna não oscilatório permitindo maiores aberturas do *choke* de produção e, conseqüentemente, maior produção de óleo. O modelo matemático foi validado

experimentalmente e atualmente é a principal modelagem utilizada em estudos de controle de *gas-lift*.

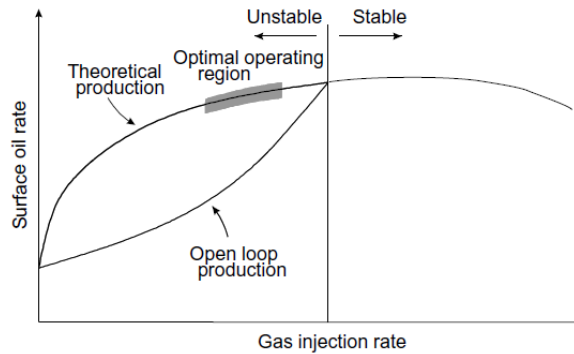


Figura 2.1: Curva de *gas-lift* com a região ótima de injeção de gás para poços com instabilidade *casing head*. Fonte: (EIKREM *et al.*, 2004)

Outros trabalhos do mesmo grupo também podem ser destacados. Em EIKREM *et al.* (2002) o controle é aplicado para um modelo com dois poços compartilhando a mesma fonte de gás. Em EIKREM *et al.* (2004) o modelo de poço simples passa por um processo de estimação de estados utilizando um filtro de Kalman, enquanto em AAMO *et al.* (2004) o mesmo processo é feito substituindo o filtro por um observador. Em IMSLAND *et al.* (2004) o processo é estabilizado através de uma realimentação de estados.

Em RIZZO FILHO (2011), a equação elaborada por Alarcón é utilizada como modelo de ajuste para a curva de performance de poço (CPP) com o objetivo de encontrar a taxa ótima com restrições de *gas-lift* em grupos de poços, com maior representatividade. No trabalho é feita uma análise comparativa em termos de ganhos na vazão de óleo no poço entre a CPP proposta por Alarcón e o modelo de segunda ordem tradicional. Essa análise é validada em um estudo de caso utilizando o método de mínimos quadrados para ajustar as curvas a dados reais coletados de um poço. O trabalho mostra também a robustez do algoritmo não linear de otimização Gradiente Reduzido Generalizado em comparação com o algoritmo Genético.

RIBEIRO (2012), em seu trabalho, fez alterações no modelo de poço proposto por EIKREM *et al.* (2005) para considerar as perdas de carga causadas pelo atrito ao trabalhar com maiores vazões de injeção de gás. Esse modelo foi conectado a um modelo de riser desenvolvido por SKOGESTAD e STORKAAS (2002) e de separador desenvolvido por NUNES (1994), de forma que a linha de gás da saída do separador trifásico alimentasse o compressor do sistema de injeção de gás no poço. Durante o trabalho, foi implementado um modelo computacional no simulador EMSO (*Environment for Modelling Simulation and Optimization*) (SOARES e SECCHI, 2003) que representa uma unidade de produção *offshore*, contemplando o sistema do poço até a planta de processamento. Nesse modelo, é então aplicado um algoritmo de controle preditivo multivariável para encontrar a vazão de injeção de gás que maximiza a produção de óleo na saída do separador. O trabalho COTA e REIS (2012) também apresenta controle preditivo aplicado a sistemas de produção *offshore*.

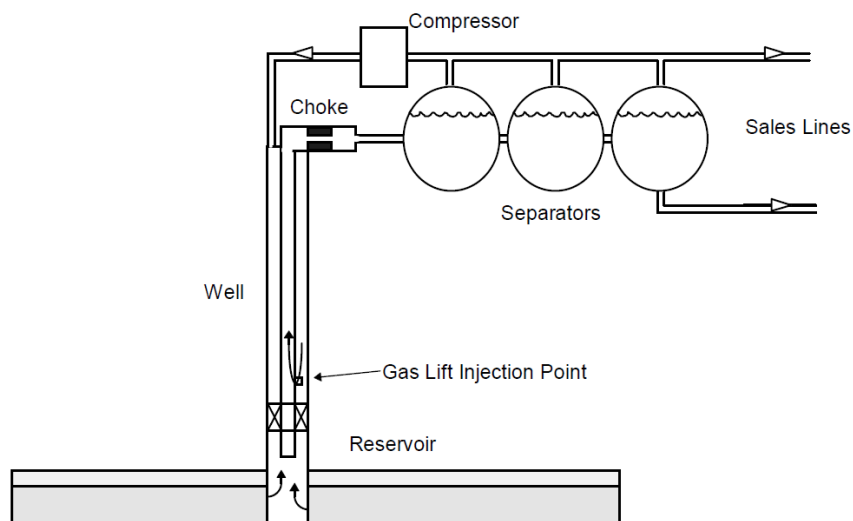


Figura 2.2: Esquema simplificado de uma planta operando por *gas-lift*. Fonte: (PALKE, 1996)

NOGUEIRA (2012), em seu trabalho, utiliza o modelo de poço de EIKREM *et al.* (2005) modificado por RIBEIRO (2012) para identificar um modelo de Hammerstein como uma função estática não linear seguida de uma dinâmica linear. O novo modelo é utilizado em conjunto com métodos de controle adaptativo de busca extremal para

encontrar a vazão de injeção que maximiza a produção de óleo em um poço operando por *gas-lift* sem restrições.

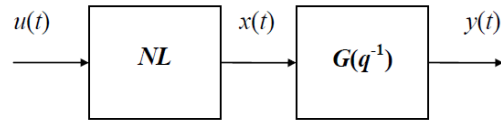


Figura 2.3: Modelo de Hammerstein. Fonte: (SANTOS, 2007)

A dificuldade de estimar curvas de performance de poço (CPP) confiáveis através de modelos matemáticos de processos não lineares e com incerteza paramétrica motivou a busca por um método adaptativo que fosse robusto para esse tipo de problema. A busca extremal é um método de otimização em tempo-real, não baseado em modelo para supostos sistemas com mapeamento em equilíbrio não linear, contendo pontos de mínimos ou máximos locais. O algoritmo encontra o ótimo do sistema estimando o gradiente de uma função objetivo levando o gradiente para zero. A estimativa do gradiente é feita através de aplicação de uma perturbação periódica, em geral senoidal. O interesse pela busca extremal ressurgiu recentemente com análise de estabilidade realizada em KRSTIĆ e WANG (2000) para sistemas contínuos e CHOI *et al.* (2002) para sistemas discretos. Nos trabalhos é feita a primeira prova formal de estabilidade para esse método de controle, demonstrando as condições de estabilidade e a forma de sintonizar o controlador.

O algoritmo de busca extremal vem apresentando uma série de trabalhos na literatura com aplicações bem sucedidas, incluindo o rastreamento do ponto de maior potência em células fotovoltaicas YAU e WU (2011), correspondência de feixes de partículas SCHUSTER *et al.* (2007), controle de instabilidades na combustão BANASZUK *et al.* (2004), maximização de aumento da pressão em compressores axiais de fluxo WANG *et al.* (2000) e minimização de ciclos limite WANG e KRSTIĆ (2000). Outros estudos propondo melhorias no algoritmo incluem GHAFFARI *et al.* (2012) onde o método de estimação do gradiente é comparado com o método de Newton, e KRSTIĆ (2000) onde são demonstradas as limitações do algoritmo de busca

extremal e formas de melhorar seu desempenho.

Outras estratégias de controle via busca busca extremal podem ser encontradas em OLIVEIRA *et al.* (2012) e PEIXOTO e OLIVEIRA (2012) que utilizam controle por modo deslizante associado à busca extremal. Em PEIXOTO e OLIVEIRA (2014) uma realimentação de saída é utilizada para sistemas não lineares com grau relativo arbitrário e em OLIVEIRA *et al.* (2011) a realimentação de saída e o controle por modo deslizante é feito através de chaveamentos periódicos.

# Capítulo 3

## Modelo do Poço

Este trabalho tem o objetivo de estudar a aplicação de métodos de controle por busca extremal manipulando a vazão de gás injetado em um poço para maximizar sua produção de óleo em regime permanente.

Para simular o efeito do algoritmo de busca extremal no processo foi implementado um modelo matemático computacional da dinâmica do poço. O modelo de poço utilizado foi descrito em EIKREM *et al.* (2005) e modificado em RIBEIRO (2012) para contemplar as perdas de cargas por atrito geradas para condições de altas vazões de injeção de gás. Este modelo havia sido implementado no simulador EMSO (*Environment for Modeling Simulation and Optimization*) em RIBEIRO (2012) e integrado ao simulador *Simulink* através de uma interface. O mesmo modelo foi implementado em uma *s-function* do *Matlab* para validar a equivalência dos modelos. Dessa forma, foi possível observar o comportamento do sistema tanto em malha aberta quanto em malha fechada com o controle.

Durante o trabalho também foi identificado um novo modelo linear seguido de filtros passa-baixa cujo comportamento melhor aproximasse as características dinâmicas do sistema. O objetivo foi analisar a sensibilidade das variáveis para, em conjunto com as equações do modelo não-linear, encontrar a melhor sintonia para os parâmetros de controle.

A seguir são mostrados os modelos matemáticos implementados, as modificações realizadas e o novos modelos propostos.

### 3.1 Modelo de Eikrem

O modelo base escolhido para representar a dinâmica do poço de produção foi descrito por EIKREM *et al.* (2005) com o objetivo de estudar os princípios físicos do fenômeno de golfadas severas (*casing head instabilities*). O presente fenômeno ocorre em poços sob condições específicas de geometria, abertura do *choke* de produção e vazão de injeção de gás. Nesses poços, quando a vazão de gás injetado é baixa, ocorre um processo cíclico de abertura e fechamento da válvula de injeção de gás na coluna causando oscilações na vazão de óleo na saída. Essas oscilações, além de diminuir o nível total de produção causam sérios problemas no processamento dos equipamentos a jusante do poço. O trabalho de HU (2004) contém maiores informações sobre o fenômeno de *casing head instabilities*. O modelo de EIKREM *et al.* (2005) foi validado experimentalmente e é largamente utilizado na literatura.

A modelagem considera várias hipóteses para realizar simplificações matemáticas, capturando melhor o efeito das golfadas. As principais são:

- Pressão do reservatório  $p_r$  é considerada constante.
  - Devido ao grande tamanho dos reservatórios, essa pressão diminui lentamente com o passar dos anos como consequência da depletação do poço (perda de pressão).
- Pressão a jusante do *choke*  $p_s$  é considerada constante.
  - Supondo que existe uma malha fechada de controle que a mantém fixa, ou por características da linha ou do equipamento a jusante do poço.
- Vazões que passam pelas válvulas possuem apenas um sentido.



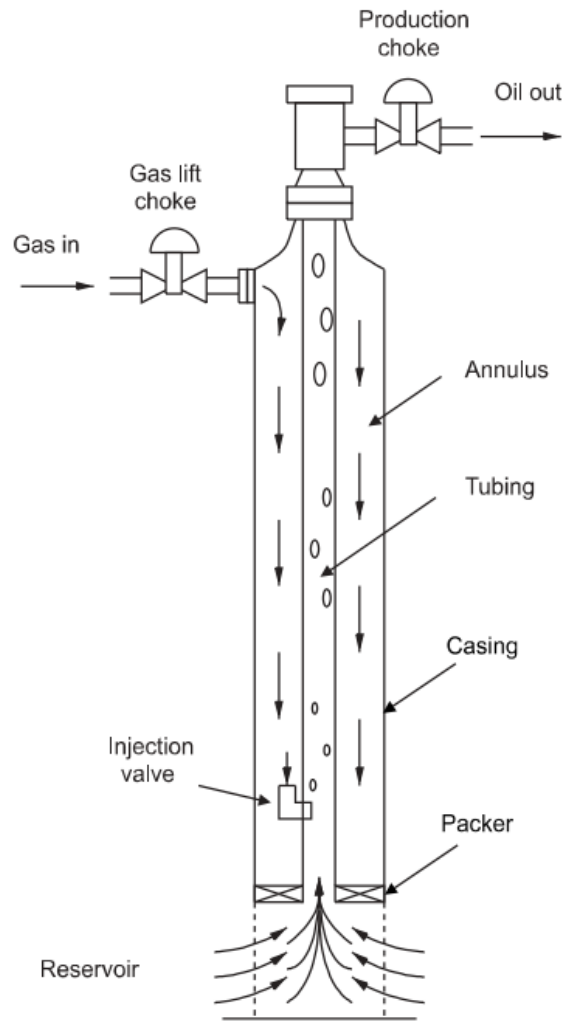


Figura 3.1: Poço operando por *gas-lift*. Fonte: (EIKREM *et al.*, 2005)

- As válvulas são consideradas *check valves*, ou seja, válvulas que permitem passagem em apenas um sentido.
- Escoamento bifásico na coluna, considerando água e óleo como uma única fase.
  - O fluido que vem do reservatório, em geral, é multifásico contendo óleo, gás-natural, água e sedimentos sólidos.
- Razão gás-óleo ( $r_{go}$ ) constante.
- Massas de gás e óleo variando lentamente.
- Massa molar do gás e massa específica do óleo consideradas constantes.
- Temperatura do anular e da coluna de produção consideradas constantes.

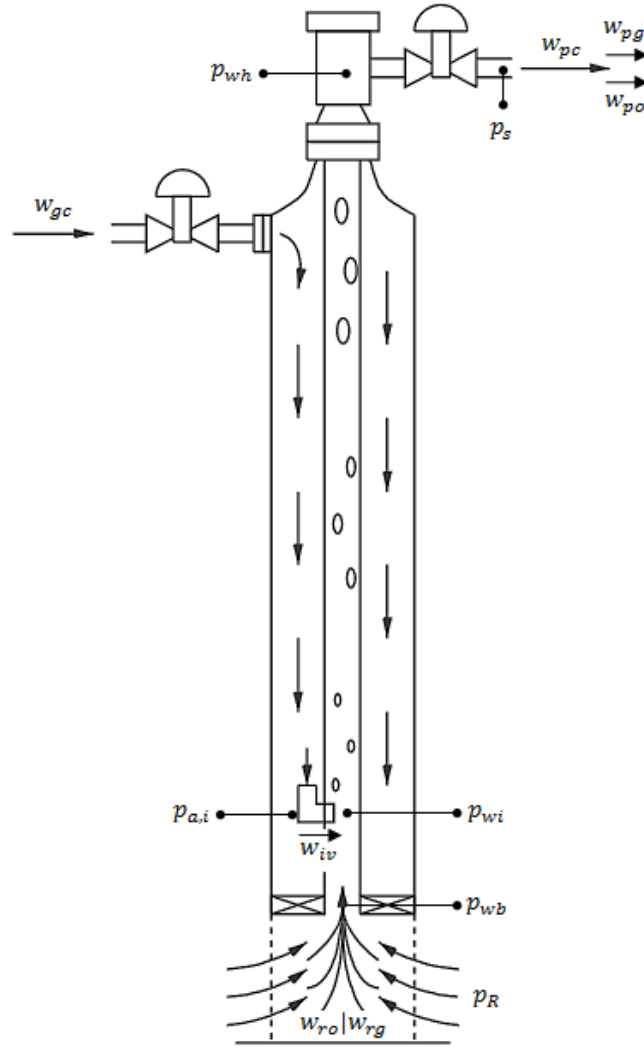


Figura 3.2: Poço operando por *gas-lift* com a representação das pressões e vazões do modelo. Fonte: Adaptado de (EIKREM *et al.*, 2005)

O processo é modelado por um sistema não linear e possui três estados que correspondem a balanços de massa, sendo  $x_1$  a massa de gás no anular,  $x_2$  a massa de gás na coluna de produção e  $x_3$  a massa de óleo na coluna de produção acima do ponto de injeção. Através da Figura 3.2 observa-se que:

$$\dot{x}_1 = w_{gc} - w_{iv}, \quad (3.1)$$

$$\dot{x}_2 = w_{iv} + w_{rg} - w_{pg}, \quad (3.2)$$

$$\dot{x}_3 = w_{ro} - w_{po}, \quad (3.3)$$

Onde  $\dot{\phantom{y}}$  representa diferenciação com relação ao tempo,  $w_{gc}$  é a vazão de injeção de gás no anular e corresponde à variável de entrada do sistema  $u_1$ ,  $w_{iv}$  é a vazão do anular para a coluna de produção,  $w_{rg}$  é a vazão de gás do reservatório para a coluna de produção,  $w_{pg}$  é a vazão de gás que passa pelo choke de produção,  $w_{ro}$  é a vazão de óleo do reservatório para a coluna de produção, e  $w_{po}$  é a vazão de óleo produzido que passa pelo choke de produção e corresponde à variável de saída do sistema  $y$ .

$$y = w_{po}, \quad (3.4)$$

Todas as vazões descritas são vazões mássicas e são modeladas da seguinte forma:

$$w_{gc} = u_1, \quad (3.5)$$

$$w_{iv} = C_{iv} \sqrt{\rho_{a,i} \max\{0, p_{ai} - p_{wi}\}}, \quad (3.6)$$

$$w_{pc} = C_{pc} \sqrt{\rho_m \max\{0, p_{wh} - p_s\}} u_2, \quad (3.7)$$

$$w_{pg} = \frac{x_2}{x_2 + x_3} w_{pc}, \quad (3.8)$$

$$w_{po} = \frac{x_3}{x_2 + x_3} w_{pc}, \quad (3.9)$$

$$w_{ro} = C_r \sqrt{\rho_0 (p_r - p_{wb})}, \quad (3.10)$$

$$w_{rg} = r_{go} w_{ro}, \quad (3.11)$$

$C_{iv}$  e  $C_{pc}$  são as constantes das válvula,  $u_1$  é a vazão de injeção de gás no anular,  $u_2$  é a abertura do choke de produção [ $u(t) \in [0, 1]$ ],  $\rho_{ai}$  é a densidade de gás no anular no ponto de injeção da coluna,  $\rho_m$  é a densidade da mistura óleo e gás na cabeça do poço,  $\rho_0$  é a densidade do óleo do reservatório e  $v_0$  é o volume específico do óleo do reservatório. Uma vez que o óleo é considerado incompressível,  $v_0 = \frac{1}{\rho_0}$ . A pressão  $p_{ai}$  é a pressão no anular no ponto de injeção da coluna,  $p_{wh}$  é a pressão na coluna no ponto de injeção da coluna,  $p_{wb}$  é a pressão no fundo do poço,  $p_s$  é

a pressão no manifold a jusante do poço, onde pressupõe-se que existe um controle para manter essa pressão constante, e  $p_r$  que é a pressão do reservatório longe do poço, também considerada constante. O parâmetro  $r_{go}$  representa a razão gás/óleo vazão do reservatório para a coluna e é considerado constante.

Através das equações das vazões, é possível observar que todas as vazões mássicas resultam do diferencial de pressão entre determinados pontos do poço. Para que óleo flua do reservatório para os equipamentos a jusante do poço, é necessário que

$$p_r > p_{wb}, \quad (3.12)$$

$$p_{wh} > p_s, \quad (3.13)$$

Adiante será mostrado que, por definição  $p_{wb}$  é maior que  $p_{wi}$ , que é maior que  $p_{wh}$ . Portanto, para haver fluxo:

$$p_r > p_{wb} > p_{wi} > p_{wh} > p_s, \quad (3.14)$$

É possível observar também através da equação (3.6) que para haver injeção de gás na coluna de produção:

$$p_{ai} > p_{wi} \quad (3.15)$$

A presença das *check valves* no modelo é definida como a função máximo, nas equações (3.6) e (3.7), impedindo que ocorra fluxo negativo pelas válvulas. Dessa forma, o fluxo é permitido em apenas um sentido. Durante este trabalho, todas as pressões obedecem as condições acima, ou seja,  $p_{ai} > p_{wi}$ ,  $p_r > p_{wb}$  e  $p_{wh} > p_s$ . Por esse motivo, a função máximo será removida dessas equações no restante do trabalho.

Do ponto de vista de controle, o sistema possui dois pontos de atuação: vazão de injeção de gás ( $u_1$ ) e a abertura do *choke* de produção ( $u_2$ ). O modelo parte

do pressuposto de que existe uma malha fechada rápida responsável por controlar a vazão de injeção de gás através da abertura do *choke* de gás e da dinâmica do compressor. Dessa forma, é possível atuar diretamente na vazão  $w_{gc}$ .

Diferentemente do *choke* de injeção de gás, a atuação do *choke* de produção é modelada através da abertura da válvula que pode variar de 0 a 1. Durante este trabalho, é considerado que o *choke* está sempre 100% aberto para maximizar a produção de óleo, portanto  $u_2 = 1$  no restante deste trabalho.

Feitas essas observações, as equações (3.6) e (3.7) podem ser reescritas da seguinte forma.

$$w_{iv} = C_{iv} \sqrt{\rho_{a,i}(p_{ai} - p_{wi})}, \quad (3.16)$$

$$w_{pc} = C_{pc} \sqrt{\rho_m(p_{wh} - p_s)}, \quad (3.17)$$

As densidades são modeladas da seguinte forma:

$$\rho_{ai} = \frac{M}{RT_a} p_{ai}, \quad (3.18)$$

$$\rho_m = \frac{x_2 + x_3 - \rho_o L_r A_r}{L_w A_w}, \quad (3.19)$$

$$\rho_0 = \frac{1}{v_0} = cte, \quad (3.20)$$

As pressões são modeladas da seguinte forma:

$$p_{ai} = \left( \frac{RT_a}{V_a M} + \frac{gL_a}{V_a} \right) x_1, \quad (3.21)$$

$$p_{wh} = \frac{RT_w}{M} \frac{x_2}{L_w A_w + L_r A_r - v_o x_3}, \quad (3.22)$$

$$p_{wi} = p_{wh} + \frac{g}{A_w} (x_2 + x_3 - \rho_o L_r A_r), \quad (3.23)$$

$$p_{wb} = p_{wi} + \rho_o g L_r, \quad (3.24)$$

Onde  $R$  é a constante universal dos gases ideais,  $T_a$  é a temperatura no anular,  $V_a$  é o volume do espaço anular,  $M$  é a massa molar do gás,  $L_a$  é o comprimento do espaço anular,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $T_w$  é a temperatura da coluna,  $A_w$  é a área da seção circular transversal da coluna acima do ponto de injeção,  $L_w$  é o comprimento da coluna acima do ponto de injeção,  $A_r$  é área da seção circular transversal da coluna abaixo do ponto de injeção e  $L_r$  é o comprimento da coluna abaixo do ponto de injeção.

Reescrevendo a lei natural dos gases  $PV = nrT$  considerando que  $n = \frac{x}{M}$ , tem-se que:

$$PV = \frac{xRT}{M} \quad (3.25)$$

Com o auxílio da equação acima é possível interpretar a equação (3.21) como se a pressão  $p_{ai}$  representasse a pressão do gás ideal no anular somada à sua pressão hidrostática aplicada na altura do ponto de injeção da coluna.

Da mesma forma, considerando que  $L_w A_w + L_r A_r - v_o x_3$  representa o volume de gás na coluna de produção, conclui-se que a equação (3.22) calcula a pressão de gás no topo da coluna como a pressão de gás ideal. As equações (3.23) e (3.24) podem ser analisadas como diferenciais de pressões em pontos verticais da coluna, sendo calculadas então através da pressão hidrostática gerada pelo peso dos fluidos

na seção transversal (área) no ponto determinado.

Dessa forma, foi observado que:

$$p_{wi} - p_{wh} = \Delta P_{h1} = \frac{g}{A_w} m_{og} = \frac{g}{A_w} (x_2 + x_3 - \rho_0 L_r A_r), \quad (3.26)$$

$$p_{wb} - p_{wi} = \Delta P_{h2} = \frac{g}{A_r} m_o = \frac{g}{A_r} V_r \rho_0 = g L_r \rho_0, \quad (3.27)$$

Onde  $m_{og}$  é a massa da mistura óleo e gás acima do ponto de injeção da coluna,  $m_o$  é a massa de óleo abaixo do ponto de injeção da coluna e  $V_r$  é o volume da coluna abaixo do ponto de injeção de gás. Essas equações mostram a diferença de pressão entre o fundo do poço e a válvula de *gas-lift*, e entre a válvula de *gas-lift* e a cabeça do poço.

É importante observar que as equações não consideram nenhuma perda de carga gerada pelo atrito do fluido nas paredes da coluna. Essa perda de carga será acrescentada ao modelo no próximo tópico.

## 3.2 Modelo de Eikrem Modificado

O modelo descrito por EIKREM *et al.* (2005) foi criado para estudar o fenômeno de oscilações severas (*casing head instabilities*). Para destacar esse efeito dos demais presentes no processo de elevação em um poço são feitas diversas simplificações. Uma das principais simplificações encontradas no trabalho de EIKREM *et al.* (2005) é o fato do mesmo desprezar as perdas de carga causadas pelo atrito do fluido na parede da coluna de produção. Caso o atrito fosse realmente desprezível, o aumento da taxa de gás deixaria sempre a mistura mais leve, diminuindo o gradiente hidrostático. Dessa forma, seria muito mais fácil elevar o líquido gerando sempre aumento na saída do choke de produção do poço, o que não acontece na prática.

Na prática, quando o poço trabalha com altas vazões de *gas-lift*, a força que o fluido exerce sobre as paredes da tubulação enquanto está sendo elevado mudam (NUNES *et al.*, 2010). Esse comportamento faz com que, a partir de determinado ponto, a perda de carga pelo atrito com a parede se torne relevante comparada à pressão hidrostática, de forma que um aumento da injeção de gás causa uma diminuição na produção de óleo do poço.

Durante este trabalho, é considerado que a única restrição para o uso de injeção de gás é que a vazão de *gas-lift* deve ser sempre positiva, portanto o trabalho admite vazões altas de *gas-lift*. Por esse motivo, é fundamental considerar neste trabalho a perda de carga por atrito. Essa perda terá um papel importante na curvatura da CPP e no ponto de máximo do sistema.

Nesse contexto, em RIBEIRO (2012) são propostas algumas modificações no modelo de EIKREM *et al.* (2005) para contemplar as perdas de carga por atrito. Esse modelo foi denominado como Modelo de Eikrem Modificado.

Para iniciar a adição das perdas de carga causadas pelo atrito, é necessário retomar as duas equações de diferenciais de pressão (3.26) e (3.27) definidas na seção anterior:

$$p_{wi} - p_{wh} = \Delta P_{h1} = \frac{g}{A_w} m_{og} = \frac{g}{A_w} (x_2 + x_3 - \rho_0 L_r A_r), \quad (3.28)$$

$$p_{wb} - p_{wi} = \Delta P_{h2} = \frac{g}{A_r} m_o = \frac{g}{A_r} V_r \rho_0 = g L_r \rho_0, \quad (3.29)$$

É possível observar que essas duas equações consideram apenas a pressão hidrostática dos fluidos. Portanto para considerar a perda de carga por atrito deve somado um termo  $\Delta P_f$  no lado direito da equação.

$$p_{wi} - p_{wh} = \Delta P_{h1} + \Delta P_{f1} \quad (3.30)$$

$$p_{wb} - p_{wi} = \Delta P_{h2} + \Delta P_{f2} \quad (3.31)$$



A perda de carga  $\Delta P_f$  é uma função do gradiente de pressão sobre o comprimento da coluna, sendo definida como  $\Delta P_f = grad_f L$ , onde  $L$  representa a distância linear de escoamento.

O gradiente de pressão linear é normalmente apresentado na literatura como a derivada da pressão em relação ao deslocamento linear.

$$grad_f = -\frac{dp}{dz}, \quad (3.32)$$

Em geral, esse gradiente é calculado dividindo todo o trecho de escoamento linear em segmentos tão pequenos quanto se quiser de resolução. Nesse trabalho, como o objetivo não é estudar o regime de escoamento, o gradiente será calculado em dois segmentos:

- Do fundo do poço  $p_{wb}$  até o ponto de injeção de gás na coluna  $p_{wi}$ .
- Do ponto de injeção de gás na coluna  $p_{wi}$  até a cabeça do poço  $p_{wh}$ .

No trabalho de RIBEIRO (2012), é utilizada a equação de *Darcy-Weisbach* devido à sua grande aceitação na indústria do petróleo e sua simplicidade para implementação computacional.

$$grad_f = f_a \left( \frac{\rho v^2}{2D} \right) \quad (3.33)$$

Onde  $f_a$  é o fator de atrito,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $v$  é a velocidade linear do fluido e  $D$  é o diâmetro da tubulação.

O fator de atrito  $f_a$  da equação de *Darcy-Weisbach* depende do:

- Regime de Escoamento (laminar ou turbulento)
- Número de *Reynolds* ( $Re$ )
- Rugosidade absoluta da tubulação ( $\epsilon$ )

– Neste trabalho, o tubo será considerado liso, ou seja,  $\epsilon = 0$

O número de *Reynolds* é adimensional e utilizado em mecânica dos fluidos para determinar o regime de escoamento (laminar ou turbulento) de fluidos em uma tubulação (PERRY e CHILTON, 1980). Esse número é definido como:

$$R_e = \frac{\rho v D}{\mu}, \quad (3.34)$$

Onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $v$  é a velocidade linear do fluido,  $D$  é o diâmetro da tubulação e  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido.

Considera-se que o fluido tem regime de escoamento laminar se  $R_e < 2300$ . Nesse caso, o coeficiente de atrito  $f_a$  é calculado como:

$$f_a = 64/R_e, \quad (3.35)$$

Considera-se que o fluido tem regime de escoamento turbulento se  $R_e > 5000$ . Para valores entre 2300 e 5000, o regime é considerado transitório. Nesses casos, o coeficiente de atrito  $f_a$  é expresso pela correlação de Blasius:

$$f_a = 0,316 R_e^{-0,25}, \text{ para } R_e < 5000 \quad (3.36)$$

$$f_a = 0,184 R_e^{-0,25}, \text{ para } R_e > 5000 \quad (3.37)$$

As equações (3.26) e (3.27) do modelo de EIKREM *et al.* (2005) podem então ser reescritas como:

$$p_{wi} - p_{wh} = \Delta P_{h1} + \Delta P_{f1} = \frac{g}{A_w}(x_2 + x_3) + grad_f.L_w \quad (3.38)$$

$$p_{wb} - p_{wi} = \Delta P_{h2} + \Delta P_{f2} = \rho_0 g L_r + grad_f.L_r \quad (3.39)$$

O novo modelo foi validado através de simulações estacionárias (estado de equilíbrio onde as derivadas são nulas) no software EMSO. Através dessas simulações foram geradas CPPs, curvas de vazão de óleo produzido por vazão de injeção de gás

no anular, cujo comportamento apresentou o resultado esperado: uma curva com concavidade para baixo na qual, a partir de um certo ponto, o aumento no *gas-lift* gera uma diminuição na taxa de produção.

No mesmo trabalho também foram obtidas as curvas de pressão disponível (IPR - Inflow Performance Curve) e de pressão requerida (TPR - Tubing Pressure Requirement) que demonstraram o mesmo efeito produzido na CPP, validando ainda mais o modelo.

Tabela 3.1: Tabela de símbolos do modelo

Parâmetro	Descrição	Unidade
$x_1$	Massa de gás no anular	$kg$
$x_2$	Massa de gás na coluna de produção	$kg$
$x_3$	Massa de óleo na coluna de produção	$kg$
$u_1$	Entrada correspondente à de gás do compressor para o anular	$kg/s$
$u_2$	Entrada correspondente à abertura do choke de produção	—
$w_{gc}$	Vazão de gás do compressor para o anular	$kg/s$
$w_{iv}$	Vazão de gás pela válvula de injeção de gás na coluna de produção	$kg/s$
$w_{pc}$	Vazão da mistura gás óleo pelo choke de produção	$kg/s$
$w_{rg}$	Vazão de gás do reservatório para a coluna de produção	$kg/s$
$w_{pg}$	Vazão de gás pelo choke de produção	$kg/s$
$w_{ro}$	Vazão de óleo do reservatório para a coluna de produção	$kg/s$
$w_{po}$	Vazão de óleo pelo choke de produção	$kg/s$
$\rho_0$	Densidade do óleo do reservatório	$kg/m^3$
$\rho_{ai}$	Densidade do gás no anular no ponto de injeção de gás na coluna de produção	$kg/m^3$
$\rho_m$	Densidade da mistura gás óleo	$kg/m^3$
$p_{ai}$	Pressão no anular, no ponte de injeção de gás na coluna	$Pa$
$p_{wi}$	Pressão na coluna, no ponte de injeção de gás na coluna	$Pa$
$p_{wh}$	Pressão na cabeça do poço	$Pa$
$p_{wb}$	Pressão no fundo do poço	$Pa$
$p_s$	Pressão de superfície das linhas a jusante do choke de produção	$Pa$
$p_r$	Pressão média do reservatório	$Pa$
$M$	Massa molar do gás	$kg/mol$
$T_a$	Temperatura no anular	$K$
$L_a$	Comprimento do anular	$m$
$V_a$	Volume do anular	$m^3$
$T_w$	Temperatura na coluna de produção	$K$
$L_w$	Comprimento da coluna de produção acima do ponto de injeção de gás	$m$
$A_w$	Área da seção transversal da coluna de produção acima do ponto de injeção de gás	$m^2$
$L_r$	Comprimento da coluna de produção abaixo do ponto de injeção de gás	$m$
$A_r$	Área da seção transversal da coluna abaixo do ponto de injeção de gás	$m^2$
$C_{iv}$	Constante de válvula da válvula de injeção de gás na coluna	$m^2$
$C_{pc}$	Constante de válvula da válvula do choke de produção	$m^2$
$C_r$	Constante de válvula para a vazão do reservatório	$m^2$
$r_{go}$	Razão gás óleo do reservatório	—
$v_0$	Volume específico de óleo	$m^3/kg$
$R$	Constante universal de gases	$J/Kmol$
$g$	Aceleração da gravidade	$m/s^2$
$grad_f$	Gradiente de perda de pressão por atrito	$Pa/m$
$f_a$	Fator de atrito	—
$\rho$	Densidade do fluido	$kg/m^3$
$v$	Velocidade linear do fluido	$m/s$
$D$	Diâmetro da tubulação	$m$
$Re$	Número de <i>Reynolds</i>	—
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido	$kg/(ms)$
$\epsilon$	Rugosidade da parede da tubulação	$m$

### 3.3 Modelo do Ponto de Vista de Controle

Através das análises feitas nas seções 3.1 e 3.2, é possível interpretar as equações dos modelos com maior clareza. Entretanto, as equações separadas impedem que seja feita uma análise macro do espaço de estados. Nesta seção, as equações do modelo de Eikrem Modificado foram reescritas no formato de controle, para agregar mais informações sobre o comportamento do sistema.

Inicialmente, foi observada a interdependência entre os estados e suas variáveis, assim como sua relação com as entradas do sistema. Através da simples análise dos termos das equações de estados (3.1), (3.2) e (3.3), é possível concluir que:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= u_1 - \varphi_1(x_1, x_2, x_3), \\ \dot{x}_2 &= \varphi_1(x_1, x_2, x_3) - \varphi_2(x_2, x_3), \\ \dot{x}_3 &= \varphi_3(x_2, x_3) - \varphi_4(x_2, x_3), \\ y &= \varphi_4(x_2, x_3), \end{aligned} \right\} \text{Formato de Controle} \quad (3.40)$$

Com o modelo escrito desta forma pode-se notar que a saída do sistema  $y$  não depende diretamente da entrada  $u_1$ . O termo  $u_1$  irá aparecer apenas na segunda derivada de  $y$ . Dessa forma, conclui-se que o sistema possui grau relativo dois.

As funções  $\varphi_i$ , são expandidas da seguinte forma:

$$\varphi_1(x) = \sqrt{\tilde{k}_1 x_1^2 - \frac{\tilde{k}_2 x_1 x_2}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_4 x_1 x_2 - \tilde{k}_4 x_1 x_3}, \quad (3.41)$$

$$\varphi_2(x) = \left( \frac{x_2}{x_2 + x_3} \right) \sqrt{\tilde{k}_5 \frac{(x_2^2 + x_2 x_3)}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_6 x_2 - \tilde{k}_6 x_3}, \quad (3.42)$$

$$\varphi_3(x) = \sqrt{\tilde{k}_7 - \frac{\tilde{k}_8 x_2}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_9 x_2 - \tilde{k}_9 x_3}, \quad (3.43)$$

$$\varphi_4(x) = \left( \frac{x_3}{x_2 + x_3} \right) \sqrt{\tilde{k}_5 \frac{(x_2^2 + x_2 x_3)}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_6 x_2 - \tilde{k}_6 x_3}, \quad (3.44)$$

$$(3.45)$$

As constantes do sistema foram substituídas por  $\tilde{k}_i$ .

Com essas expansões, o sistema pode ser reescrito diretamente como:

$$\dot{x}_1 = u_1 - \sqrt{\tilde{k}_1 x_1^2 - \frac{\tilde{k}_2 x_1 x_2}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_4 x_1 x_2 - \tilde{k}_4 x_1 x_3}, \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & \sqrt{\tilde{k}_1 x_1^2 - \frac{\tilde{k}_2 x_1 x_2}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_4 x_1 x_2 - \tilde{k}_4 x_1 x_3} \\ & - \left( \frac{x_2}{x_2 + x_3} \right) \sqrt{\tilde{k}_5 \frac{(x_2^2 + x_2 x_3)}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_6 x_2 - \tilde{k}_6 x_3}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 = & \sqrt{\tilde{k}_7 - \frac{\tilde{k}_8 x_2}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_9 x_2 - \tilde{k}_9 x_3} \\ & - \left( \frac{x_3}{x_2 + x_3} \right) \sqrt{\tilde{k}_5 \frac{(x_2^2 + x_2 x_3)}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_6 x_2 - \tilde{k}_6 x_3}, \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$y = \left( \frac{x_3}{x_2 + x_3} \right) \sqrt{\tilde{k}_5 \frac{(x_2^2 + x_2 x_3)}{\tilde{k}_3 - x_3} - \tilde{k}_6 x_2 - \tilde{k}_6 x_3}, \quad (3.49)$$

As equações acima representam de forma explícita o espaço de estados do sistema. Para simplificar os cálculos, a não linearidade acrescentada por RIBEIRO (2012) não foi considerada durante a expansão e o óleo vindo do poço foi considerado puro, sem

gás diluído ( $r_{go} = 0$ ).

## 3.4 Implementação do Modelo Estático

### 3.4.1 Análise Teórica

Antes de estudar o comportamento dinâmico do sistema, foi feita uma análise do seu comportamento estático, ou seja, quando o sistema está em equilíbrio. Portanto, as derivadas do sistema foram igualadas a zero conforme as equações abaixo:

$$0 = w_{gc} - w_{iv}, \quad (3.50)$$

$$0 = w_{iv} + w_{rg} - w_{pg}, \quad (3.51)$$

$$0 = w_{ro} - w_{po}, \quad (3.52)$$

Através das equações (3.50), (3.51) e (3.52) é possível perceber que quando o sistema entra em equilíbrio, a vazão  $w_{gc}$  se iguala a  $w_{iv}$ ,  $w_{ro}$  se iguala a  $w_{po}$ , e  $w_{pg}$  se iguala à soma de  $w_{iv}$  com  $w_{rg}$ :

$$w_{iv} = w_{gc} = u_1, \quad (3.53)$$

$$w_{pg} = w_{iv} + w_{rg}, \quad (3.54)$$

$$w_{ro} = w_{po} = y, \quad (3.55)$$

Verifica-se também que através das equações (3.11) e (3.9) que:

$$w_{rg} = r_{go}w_{ro} = r_{go}w_{po} = r_{go}y, \quad (3.56)$$

Da mesma forma, através das equações (3.8), (3.17) e (3.9), tem-se que:

$$w_{pg} = \frac{x_2}{x_2 + x_3}w_{pc} = \frac{x_2}{x_3}w_{po} = \frac{x_2}{x_3}y, \quad (3.57)$$

Portanto, a equação (3.54) pode ser reescrita como:

$$w_{iv} = \left( \frac{x_2}{x_3} - r_{go} \right) y, \quad (3.58)$$

Como  $w_{iv} = w_{gc} = u_1$ , é possível escrever uma relação direta entre a entrada  $u_1$  e a saída  $y$ :

$$u_1 = \left( \frac{x_2}{x_3} - r_{go} \right) y, \quad (3.59)$$

$$y = \frac{u_1}{\frac{x_2}{x_3} - r_{go}}, \quad (3.60)$$

Essa fórmula corresponde justamente à curva de performance de poço que determina a relação entre vazão de injeção de *gas-lift* e a produção de óleo em regime permanente. O ponto de máximo dessa curva corresponde ao ponto de máxima produção desejado. Essa equação servirá de base para a identificação de um novo modelo na Seção 3.6.

### 3.4.2 Análise de Resultados

Utilizando o comando *fsolve* com o método de otimização *trust-region-reflective*, foi criado um *script* de *Matlab* com todas as equações do modelo de Eikrem Modificado para obter a solução do sistema de equações não lineares estático, com as derivadas dos estados  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  iguais a zero. Dessa forma, é possível observar o comportamento em regime de todas as variáveis do sistema em função da entrada  $u_1$  em  $w_{gc}$ .

Os valores dos parâmetros utilizados no modelos representam dados dimensionais reais de um poço em produção. A tabela a seguir apresenta os valores utilizados:



Tabela 3.2: Parâmetros do Poço

Parâmetro	Valor	Unidade
$M$	0.028	$kg/mol$
$T_a$	293	$K$
$L_a$	230.87	$m$
$V_a$	29.012	$m^3$
$\rho_0$	923.9	$kg/m^3$
$T_w$	293	$K$
$L_w$	1217	$m$
$A_w$	0.203	$m^2$
$L_r$	132	$m$
$A_r$	0.203	$m^2$
$C_{iv}$	$15 \times 10^{-5}$	$m^2$
$C_{pc}$	$1.655 \times 10^{-3}$	$m^2$
$C_r$	$2.623 \times 10^{-4}$	$m^2$
$r_{go}$	0.0818	—
$R$	8.314	$J/Kmol$
$g$	9.81	$m/s^2$
$\mu$	$1 \times 10^{-3}$	$cP$
$p_s$	$3.704669 \times 10^6$	$Pa$
$p_r$	$2.5497295 \times 10^7$	$Pa$

A primeira curva traçada foi a curva de performance de poço, correspondente à equação (3.60) e objeto principal desse trabalho. O algoritmo permitiu que a curva fosse traçada com uma boa resolução, apresentando a esperada concavidade para baixo, demonstrando que existe uma vazão de *gas-lift* que maximiza a produção de óleo. A vazão de produção máxima em equilíbrio encontrada foi  $w_{po} = 31.5092 \text{ kg/s}$  para a vazão de entrada  $w_{gc} = 2.68 \text{ kg/s}$ .

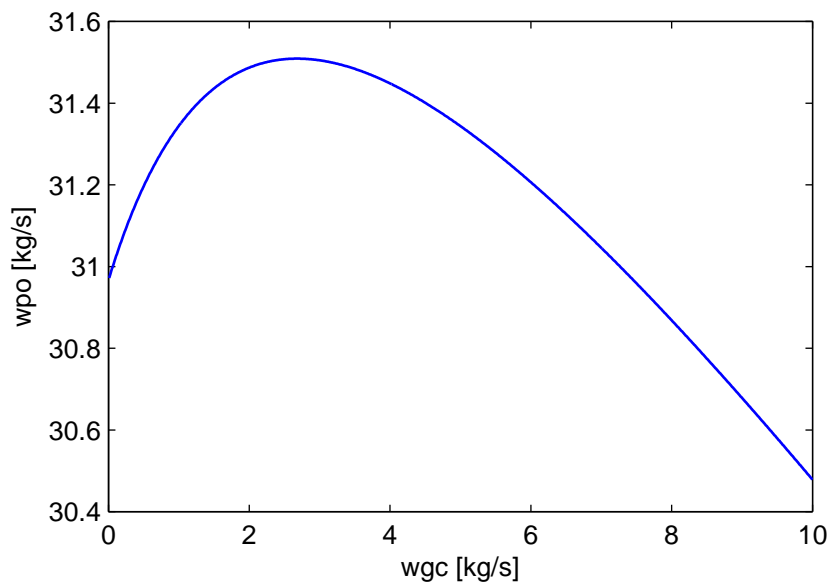


Figura 3.3: Curva de performance de poço obtida pelo modelo estático

As curvas das massas do sistema estático mostram que à medida que a injeção de gás aumenta, a massa de gás presente na coluna e no anular aumentam, enquanto a massa de óleo presente na coluna diminui. Ou seja,  $x_1$  e  $x_2$  aumentam enquanto  $x_3$  diminui.

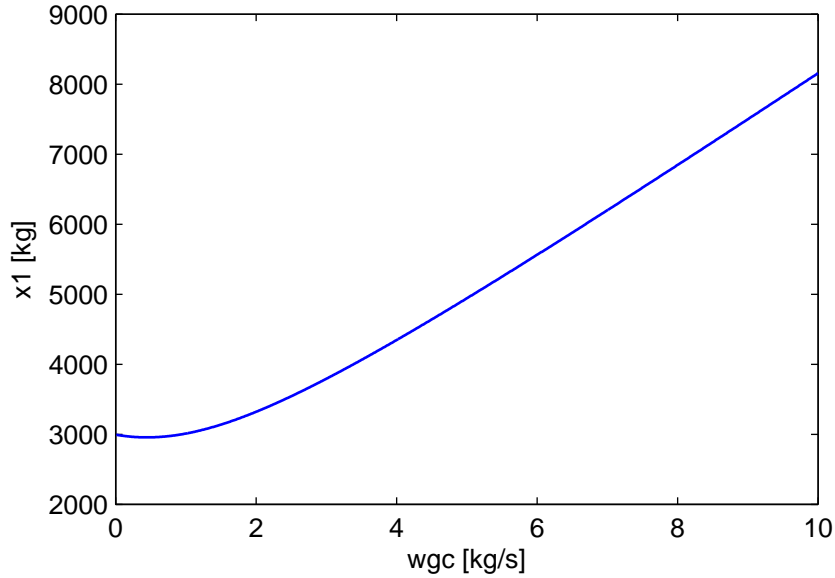


Figura 3.4: Curva da massa de gás no anular  $x_1$  pela entrada  $w_{gc}$

Através da equação (3.60) e do comportamento das curvas  $u_1$  e  $\frac{1}{(x_2/x_3 - r_{go})}$  é possível justificar a concavidade da CPP. Enquanto o termo  $u_1$  cresce linearmente, o termo  $\frac{1}{(x_2/x_3 - r_{go})}$  decresce de forma não linear já que  $x_2$  cresce,  $x_3$  diminui e  $r_{go}$  é uma constante muito pequena.

Outra observação importante é que o valor de injeção de gás no anular  $w_{gc}$  que maximiza a produção de óleo é o mesmo que minimiza a pressão no ponto de injeção de gás na coluna  $p_{wi}$ , e conseqüentemente, minimiza a pressão de fundo de poço  $p_{wb}$ .

Através da análise estática do sistema foi possível obter muitas informações sobre o funcionamento do modelo. Os resultados mostram a relação entre a entrada e a saída do sistema em função dos estados  $x_2$  e  $x_3$ . Dessa forma, é de se esperar que através de uma realimentação de estados com estimativas dos estados  $x_2$  e  $x_3$ ,

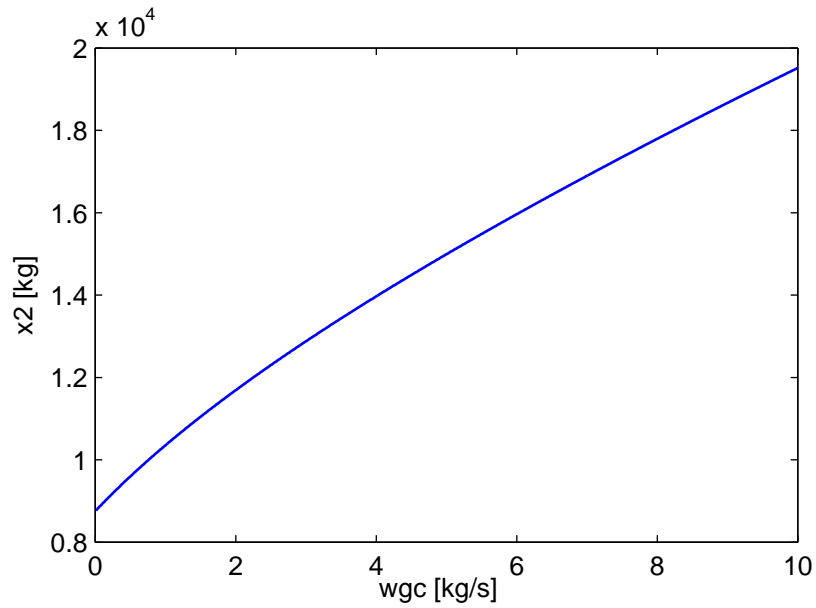


Figura 3.5: Curva da massa de gás na coluna  $x_2$  pela entrada  $w_{gc}$

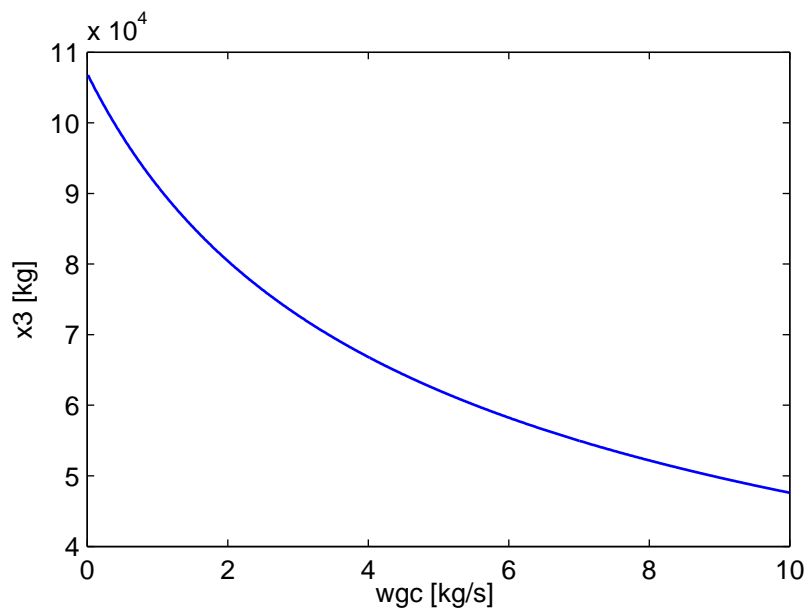


Figura 3.6: Curva da massa de óleo na coluna  $x_3$  pela entrada  $w_{gc}$

possa ser desenvolvido um controle muito mais eficiente. Foi possível também obter uma explicação para a existência da concavidade para baixo na CPP, através de análise das variáveis intermediárias do sistema. Descobrir também que o ponto que maximiza a produção  $w_{po}$  é o mesmo que minimiza as pressões  $p_{wi}$  e  $p_{wb}$  demonstra que o problema pode ser reformulado para encontrar a entrada que minimiza essas pressões. Os resultados obtidos nessa seção serão ainda utilizados na Seção 3.6 durante o desenvolvimento de um novo modelo para o poço.

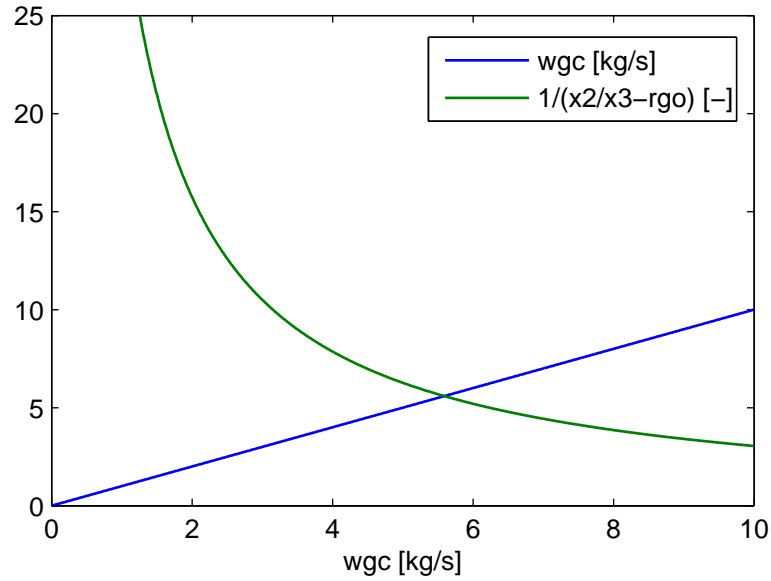


Figura 3.7: Curvas auxiliares para justificativa da concavidade da CPP

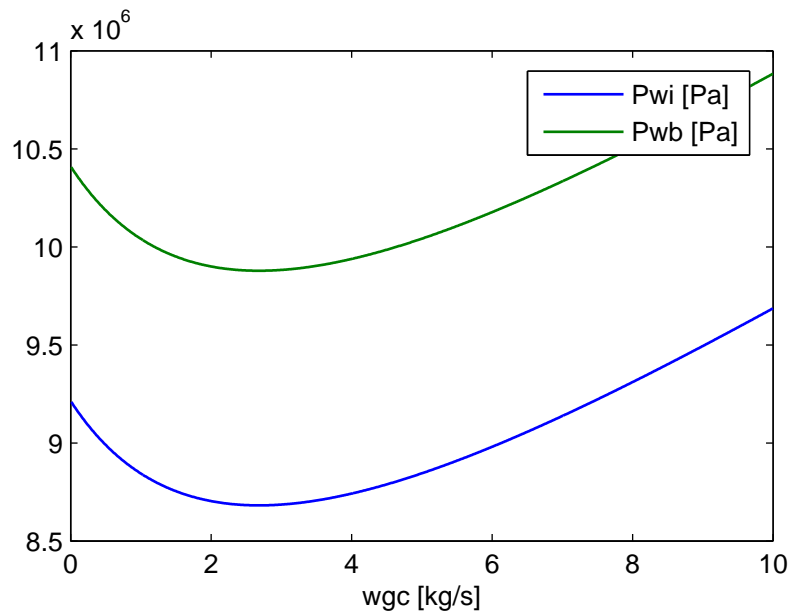


Figura 3.8: Curva da pressão no ponto de injeção de gás na coluna  $p_{wi}$  e da pressão de fundo de poço  $p_{wb}$

### 3.4.3 Aproximações para o modelo

As não linearidades apresentadas pelo modelo motivaram a busca por aproximações para as curvas das variáveis. Com o conhecimento dessas aproximações, existe a possibilidade de implementar observadores para o sistema, que podem auxiliar no desenvolvimento de novas estratégias para o problema.

A primeira observação feita foi que a pressão da cabeça do poço  $p_{wh}$  dependia dos estados  $x_2$  e  $x_3$  conforme a equação (3.22). Foi proposta então uma aproximação no formato:

$$p_{wh} = a_{pwh_1}x_2 + a_{pwh_2}x_3 + a_{pwh_3}, \quad (3.61)$$

Partindo do conhecimento da relação estática entre  $p_{wh}$ ,  $x_2$  e  $x_3$  identificadas na Seção 3.4 foi possível utilizar o método de mínimos quadrados para encontrar os coeficientes da aproximação. Conhecendo o termo  $p_{wh}$  aproximado, a pressão no ponto de injeção na coluna  $p_{wi}$  e a pressão de fundo de poço  $p_{wb}$  puderam ser derivadas dessa aproximação desprezando o fator de atrito adicionado na Seção 3.2. As equações (3.23) e (3.24) tornam possíveis as seguintes aproximações:

$$\begin{aligned} p_{wi} &= a_{pwi_1}x_2 + a_{pwi_2}x_3 + a_{pwi_3} \\ &= \left( a_{pwh_1} + \frac{g}{A_w} \right) x_2 + \left( a_{pwh_2} + \frac{g}{A_w} \right) x_3 + \left( a_{pwh_3} - \frac{g}{A_w} \rho_0 L_r A_r \right), \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} p_{wb} &= a_{pwb_1}x_2 + a_{pwb_2}x_3 + a_{pwb_3} \\ &= a_{pwi_1}x_2 + a_{pwi_2}x_3 + (a_{pwi_3} + \rho_0 g L_r), \end{aligned} \quad (3.63)$$

As outras equações de pressões (3.21) e densidades (3.18) e (3.19) do sistema podem ser reescritas no mesmo formato:

$$p_{ai} = a_{pai_1}x_1, \quad (3.64)$$

$$\rho_{ai} = a_{\rho ai_1}x_1, \quad (3.65)$$

$$\rho_m = a_{\rho m_1}x_2 + a_{\rho m_2}x_3 + a_{\rho m_3}, \quad (3.66)$$

A identificação dessas aproximações podem auxiliar em uma futura elaboração de um observador de estados para o sistema. A observação de estados pode ser uma boa estratégia para aumentar a velocidade do controle.

### 3.5 Implementação do Modelo Dinâmico

Para realizar simulações do modelo de Eikrem Modificado foi utilizada uma implementação feita por RIBEIRO (2012) no software EMSO (*Environment for Modeling Simulation and Optimization*). Esse software permite que usuários modelem processos complexos dinâmicos ou estacionários através da linguagem nativa *EML*. Além disso, o *software* possui funcionalidades de verificação de consistência de condições iniciais, algoritmos de ordenação de equações, verificação de consistência entre unidades de medida, entre o número de variáveis e incógnitas, implementação de algoritmos de controle e de otimização, entre outros (SOARES e SECCHI, 2003).

O software EMSO possui interface com o *SIMULINK/MATLAB* através das configuração das variáveis de entrada e saída. Os valores das entradas do processo são passados para o EMSO, que retorna o valor das saídas dos processos para o *Simulink*. Dessa forma, é possível criar diagramas de blocos de controle com o modelo do poço encapsulado. A interface entre os dois programas pode utilizar dois tipos de módulos: contínuo e discreto. Durante todo este trabalho, foi utilizado o módulo contínuo de interface com o *Simulink* pois toda a teoria de controle do algoritmo de busca extremal é contínua.

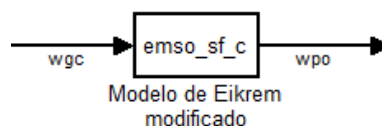


Figura 3.9: Modelo de Eikrem Modificado implementado no EMSO no *Simulink*

Ao longo deste projeto também foi implementado o mesmo modelo de Eikrem Modificado em uma *s-Function* do *MATLAB*. A implementação foi validada através de simulações comparando seus resultados com os resultados apresentados pelo simulador EMSO.

Os parâmetros do poço utilizados no modelo dinâmico são iguais aos utilizados na Seção 3.4, correspondem aos valores da tabela 3.2.

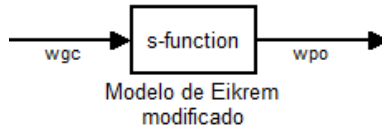


Figura 3.10: Modelo de Eikrem Modificado implementado em uma *s-function* no *Simulink*

### 3.5.1 Validação dos Modelos Implementados

Para validar a igualdade dos dois modelos foram aplicados diferentes sinais em suas entradas. É importante lembrar que a entrada dos modelos corresponde à vazão de *gas-lift* aplicada no anular, e a saída dos modelos corresponde à taxa de vazão de produção de óleo pelo choke.

Inicialmente, foi aplicada uma sequência de degraus positivos e negativos.

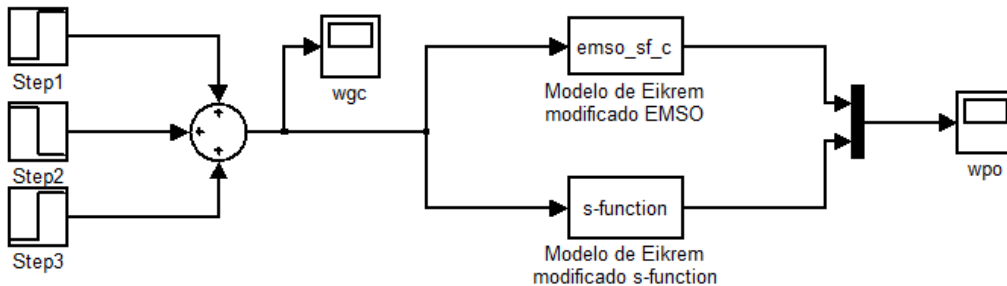


Figura 3.11: Diagrama de blocos para validação dos modelos implementados utilizando degraus na entrada

Conforme a Figura 3.13, a resposta dos dois sistemas para o sinal de entrada foram praticamente idênticas. A figura também mostra que para degraus positivos, ocorre um pico que eleva a produção durante o transitório. Para degraus negativos, o pico ocorre para baixo diminuindo a produção durante o transitório.

Também foi aplicada uma senóide genérica com amplitude 1 e período de 10 minutos na entrada do sistema para verificar se as respostas continuariam semelhantes. O resultado pode ser visto nas Figuras 3.14, 3.15 e 3.16.

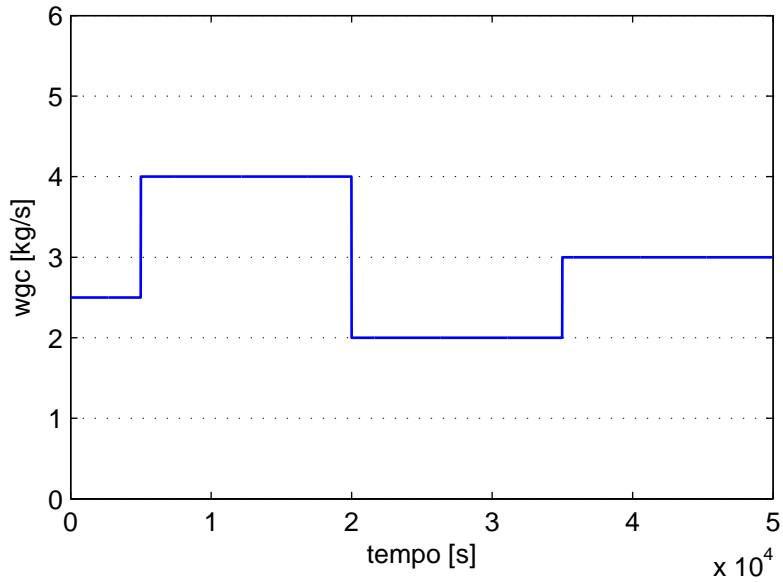


Figura 3.12: Sequência de degraus aplicada aos modelos

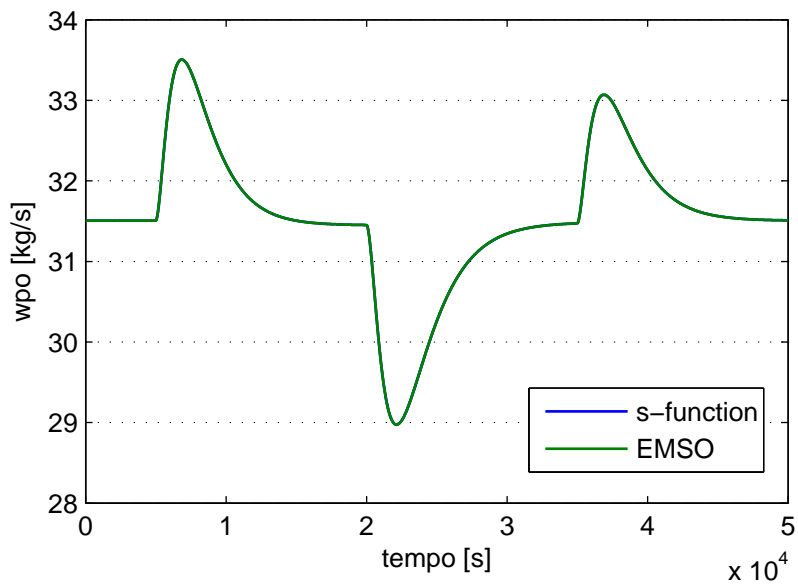


Figura 3.13: Resposta à sequência de degraus aplicada aos modelos

Verifica-se que não houve diferença de amplitude, frequência, nem fase comparando os dois modelos. Dessa forma, pode-se concluir que os dois modelos são equivalentes. No restante do trabalho, será utilizado apenas o modelo implementado no EMSO.



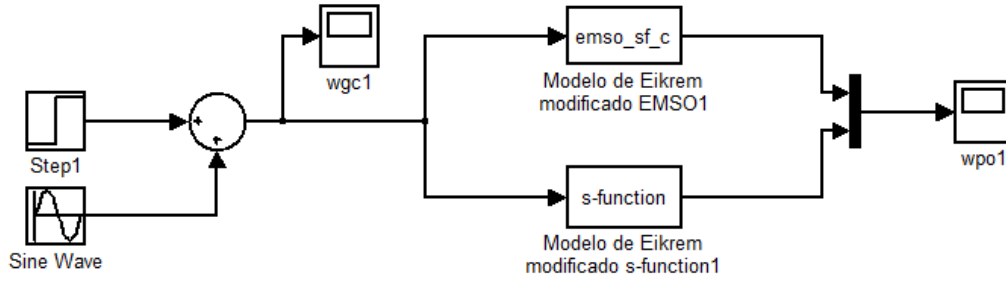


Figura 3.14: Diagrama de blocos para validação dos modelos implementados utilizando senóide na entrada

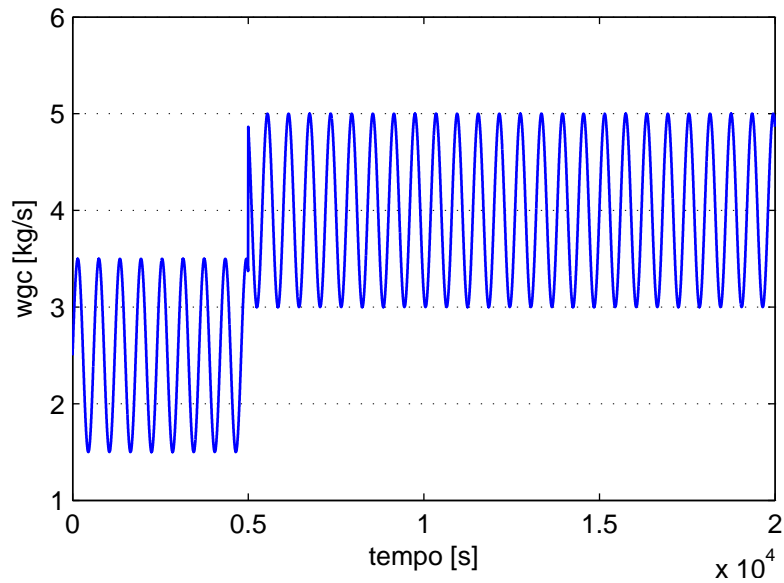


Figura 3.15: Senóide aplicada ao modelo

### 3.5.2 Análise do modelo

Observando agora apenas um modelo, é possível avaliar melhor o comportamento do sistema. A resposta aos degraus aplicados representados na Figura 3.13 mostra que o sistema passa por um longo transitório até alcançar um estado de regime. O transitório dura aproximadamente  $1.5 \times 10^4$  segundos ou 4.2 horas. Dessa forma:

$$\tau_t = 1.5 \times 10^4 s \simeq 4.2 \text{ horas}, \quad (3.67)$$

$$\tau_p \simeq \frac{\tau_t}{5} = 3 \times 10^4 s, \quad (3.68)$$

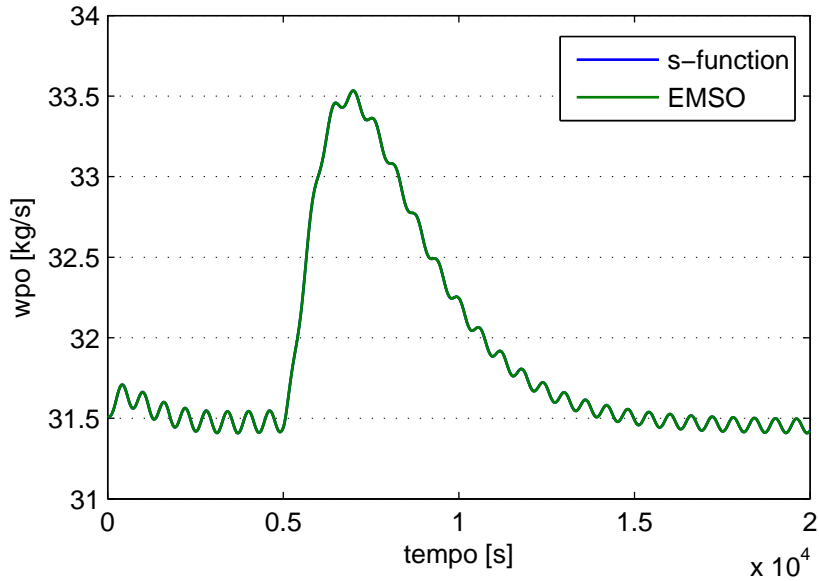


Figura 3.16: Resposta do modelo a uma senóide

Onde  $\tau_t$  é o tempo de acomodação do sistema e  $\tau_p$  é a constante de tempo da planta.

Mesmo com esse comportamento do transitório, os valores de regime continuam seguindo a curva de performance de poço (CPP) calculada na Seção 3.4. Embora seja aplicado um degrau de 2.5 para 5, por exemplo, o transitório apresenta aumento de produção por um tempo, porém após o transitório, o valor de regime fica abaixo do regime anterior. Esse comportamento está representado na Figura 3.17:

Um estudo mais detalhado da resposta a senóides foi motivado pelo algoritmo de busca extremal que será aplicado ao modelo no próximo capítulo. O algoritmo utiliza uma perturbação senoidal sendo, portanto, fundamental conhecer o comportamento do sistema para diferentes entradas senoidais.

Inicialmente, foi aplicada uma senóide rápida com período de oscilação de um minuto (60 segundos), muito menor que o transitório apresentado na resposta ao degrau. A amplitude foi escolhida arbitrariamente como 0.5, e o nível médio da senóide é igual a 2. Portanto, a entrada do sistema é uma senóide oscilando entre

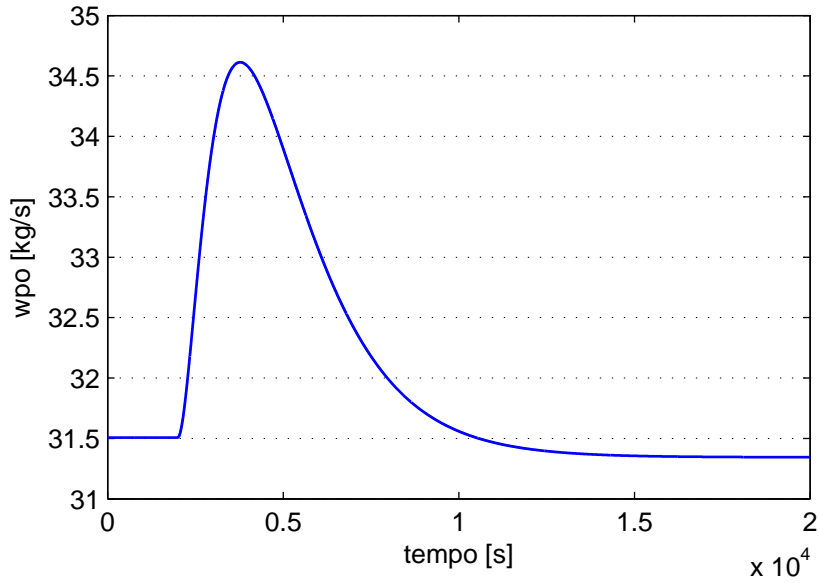


Figura 3.17: Resposta ao degrau positivo

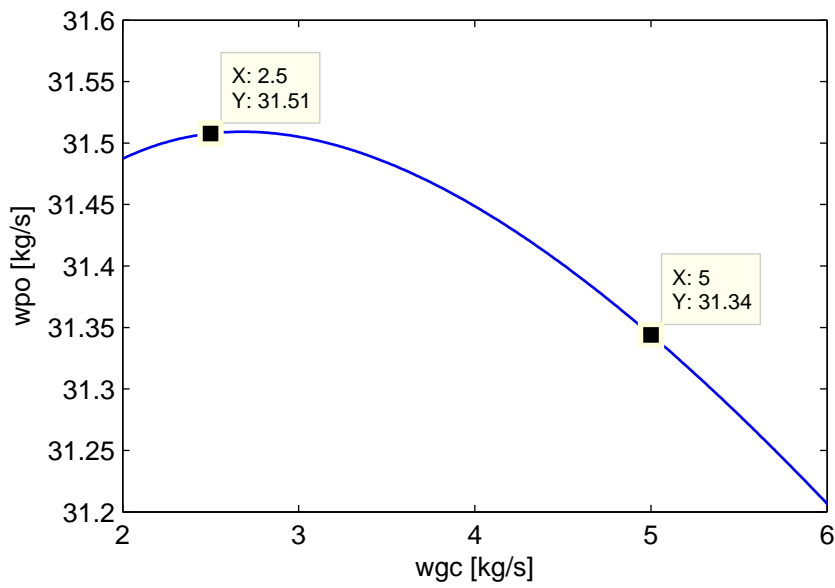


Figura 3.18: CPP

1.5 e 2.5, com nível médio 2.

$$w = \frac{2\pi}{60}, \tag{3.69}$$

A resposta apresentou oscilações de baixa amplitude na saída do sistema em equilíbrio, demonstrando que houve uma forte atenuação da senoide. Também foi observado um pico na resposta da senoide pois a oscilação rápida funcionou para o

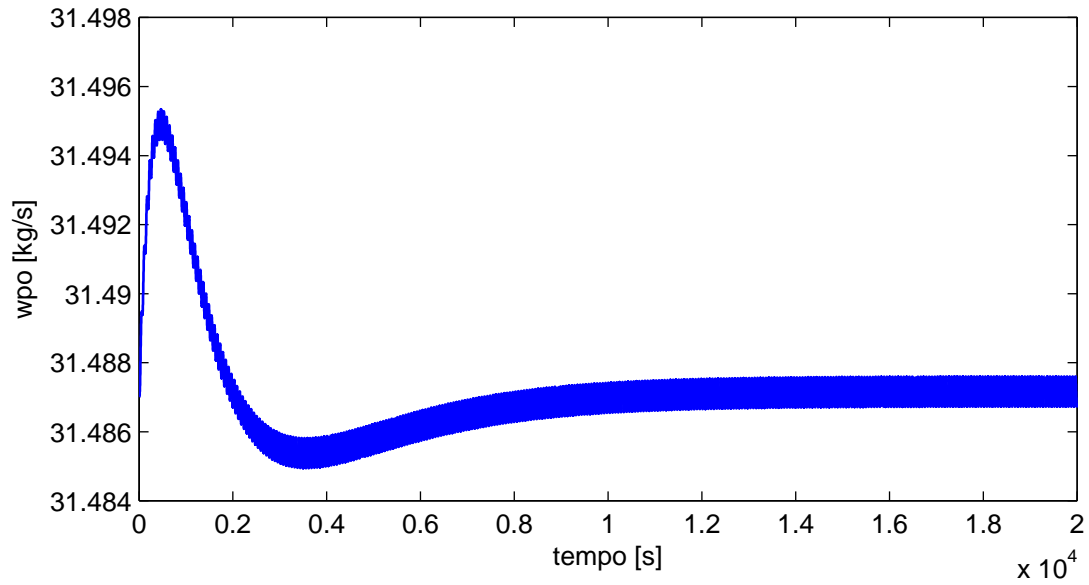


Figura 3.19: Resposta do sistema a uma senoide rápida

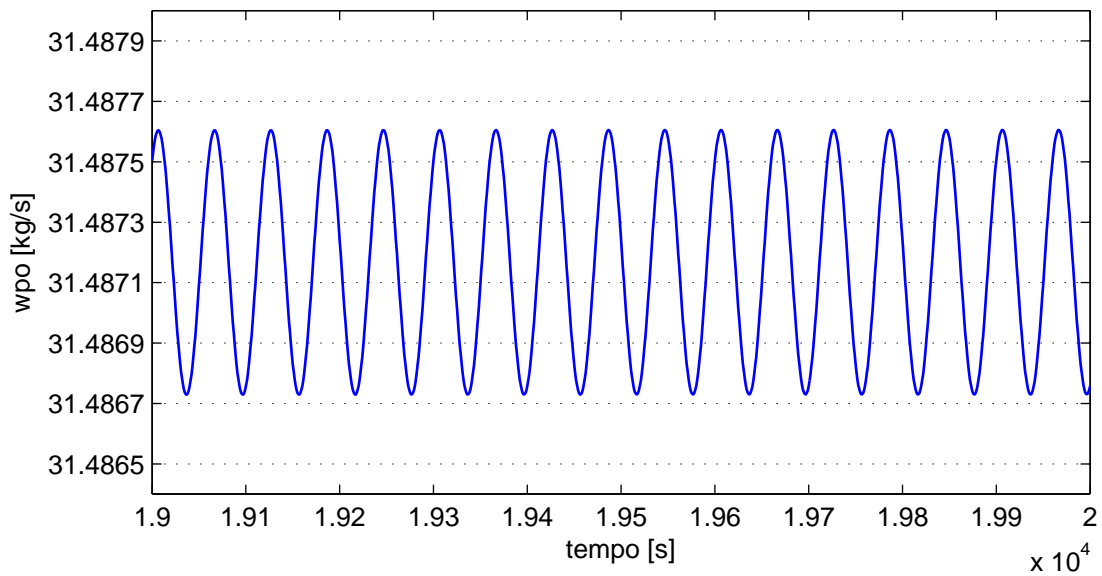


Figura 3.20: Resposta do sistema a uma senoide rápida amplificada após o sistema entrar em equilíbrio

sistema como aproximadamente um degrau.

Foi aplicada em seguida uma senoide com frequências menor que a do exemplo anterior, com período de oscilação igual a uma hora (3600 segundos).

$$w = \frac{2\pi}{3600}, \quad (3.70)$$

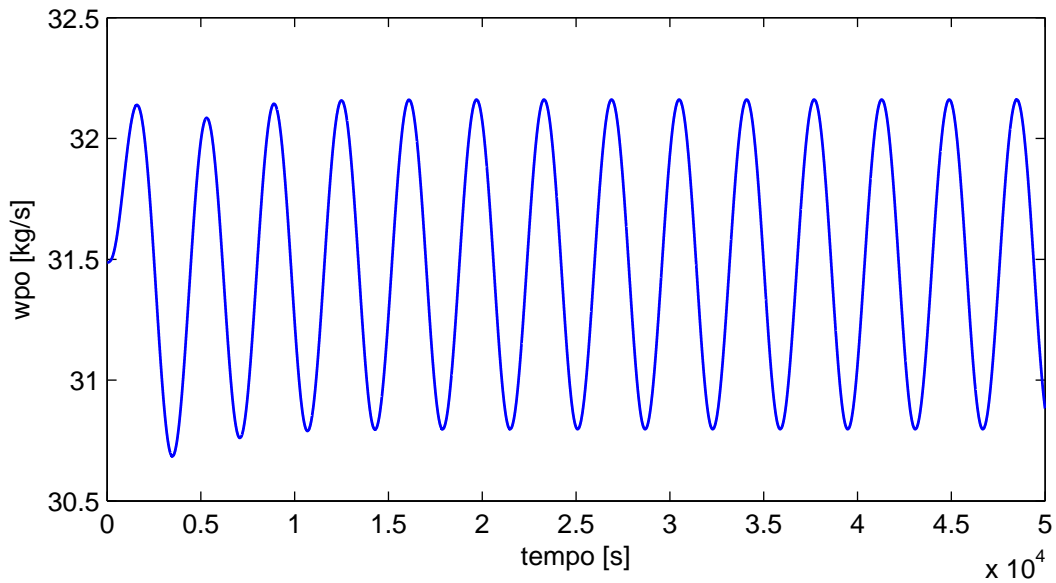


Figura 3.21: Resposta do sistema a uma senóide média

O resultado da simulação mostra que conforme a frequência da perturbação diminui, a amplitude do sinal de saída aumenta. Esse comportamento revela que o sistema tem a característica de um filtro passa baixa, causado pelos atrasos das grandes constantes de tempo do sistema.

A frequência foi sendo diminuída gradativamente até que a saída do sistema se comportasse de forma aproximadamente estática com relação à entrada. Esse resultado será importante para a aplicação do algoritmo de busca extremal no próximo capítulo.

$$w = \frac{2\pi}{3600 * 24 * 40}, \quad (3.71)$$

A Figura 3.22 mostra a resposta do sistema para a frequência  $w = \frac{2\pi}{3600 * 24 * 40}$ . Com essa frequência, o sistema passou a se comportar de forma aproximadamente estática. A validação desse comportamento é possível através da análise da CPP encontrada na Seção 3.4. Nesse caso, os valores dos picos da resposta do modelo correspondem

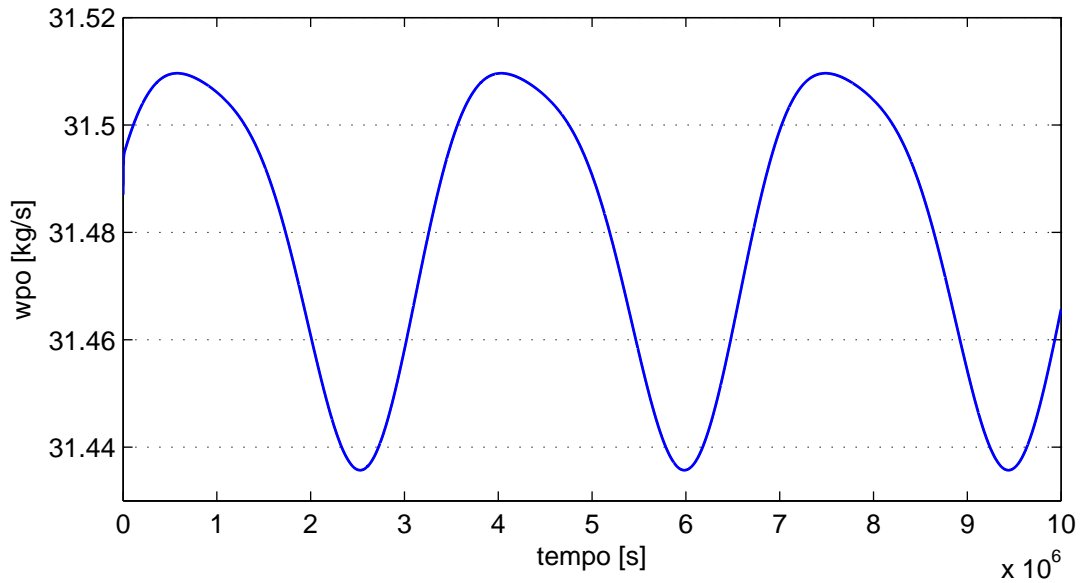


Figura 3.22: Resposta do sistema a uma senoide lenta

aos valores encontrados em regime para os picos da senoide de entrada.

O período dessa senoide corresponde a 40 dias para um ciclo de abertura e fechamento de válvula, um período muito grande. A justificativa para a necessidade de um período tão grande está na constante de tempo do sistema. O sistema possui um transitório muito lento, sendo necessário dessa forma, uma senoide muito mais lenta para que o transitório possa ser desprezado e o sistema se comporte praticamente em equilíbrio.

## 3.6 Proposta de um Novo Modelo

A partir da análise estática feita na Seção 3.4 e da análise dinâmica apresentada na Seção 3.5, foi proposto um novo modelo que aproximasse o processo a um sistema linear acompanhado por filtros passa-baixa representando as constantes de tempo.

As aproximações feitas consideram que o sistema possui duas dinâmicas principais:

- O tempo que a vazão de injeção de gás na coluna  $w_{iv}$  demora para se igualar ao valor de  $w_{gc}$ .

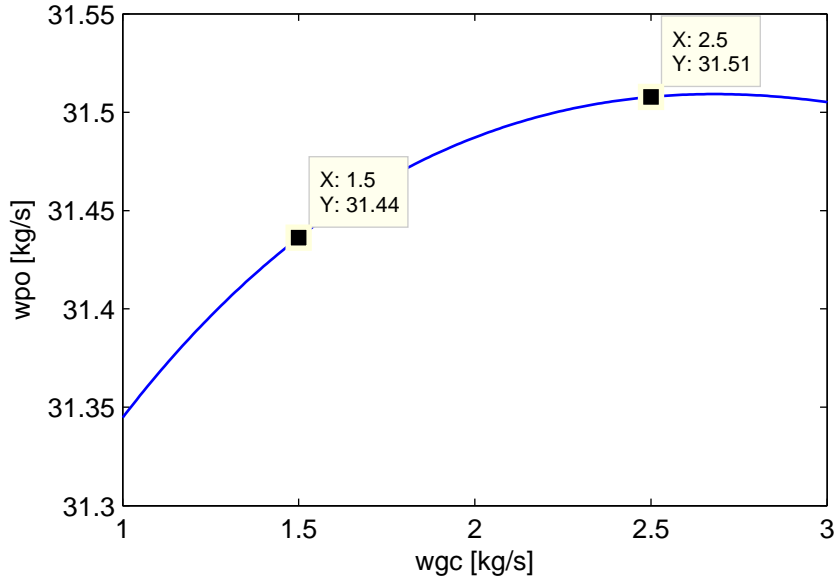


Figura 3.23: CPP

- O tempo que a vazão de produção de gás  $w_{pg}$  demora para se igualar à soma da vazão de injeção de gás na coluna  $w_{iv}$  com a vazão de gás do reservatório para a coluna  $w_{rg}$ .

Analisando a equação (3.50), quando o sistema entra em equilíbrio as vazões de injeção de gás no anular  $w_{gc}$  e de injeção de gás na coluna de produção  $w_{iv}$  se igualam.

Portanto, considerando a constante de tempo para que as duas variáveis se igualem, a relação entre elas foi aproximada como uma função linear:

$$\frac{w_{iv}(s)}{w_{gc}(s)} = \frac{1}{\tau_1 s + 1}, \quad (3.72)$$

Analisando a equação (3.51), quando o sistema entra em equilíbrio a vazão de injeção de gás na coluna  $w_{iv}$  somada à vazão de gás que passa do reservatório para a coluna  $w_{pg}$  se iguala à vazão de gás produzida no choke  $w_{pg}$ . Portanto, considerando o tempo para que essas vazões entrem em equilíbrio foi definida uma variável intermediária  $u_f$  tal que:

$$\frac{u_f(s)}{w_{iv}(s)} = \frac{1}{\tau_2 s + 1}, \quad (3.73)$$

Para finalizar o modelo aproximado da entrada  $u$  pela saída  $y$ , é preciso descobrir o comportamento dos estados  $x_2$  e  $x_3$  em função de  $u_f$ . Supondo o conhecimento do modelo incerto da dinâmica do poço e as curvas para  $x_2$  e  $x_3$  encontradas na Seção 3.4 em função de  $u$  com  $u \simeq u_f$ , foram feitas aproximações por mínimos quadrados de primeira ordem para os estados do sistema:

$$x_3(u_f) = a_1 u_f + b_1, \quad (3.74)$$

$$x_2(u_f) = a_2 u_f + b_2, \quad (3.75)$$

Onde  $a_1 = -8.4047 \times 10^3$ ,  $b_1 = 9.989 \times 10^4$ ,  $a_2 = 1.2209 \times 10^3$  e  $b_2 = 1.2209 \times 10^3$ .

Os resultados da aproximação e seus respectivos erros relativos estão apresentados nas Figuras 3.24, 3.25 para  $x_3$  e 3.26 e 3.27 para  $x_2$

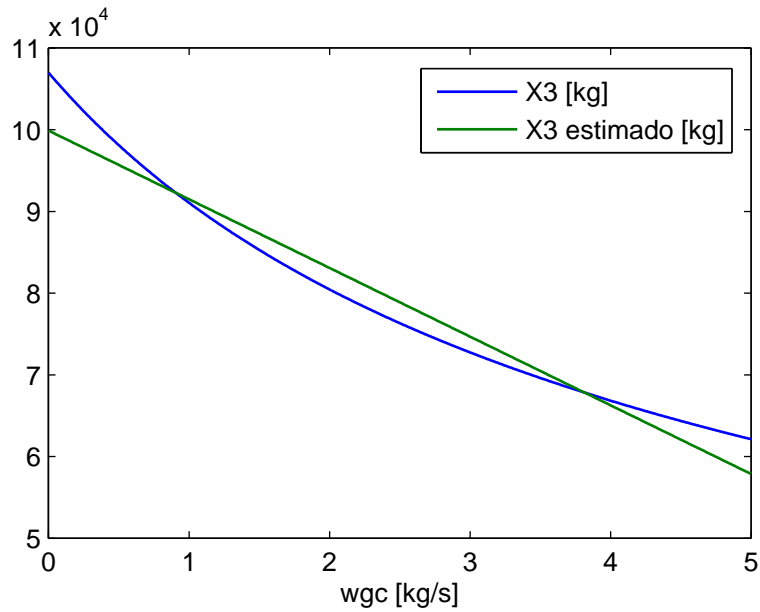


Figura 3.24: Estimativa de  $x_3$

As Figuras 3.25 e 3.27 mostram que o erro relativo atinge valores percentuais altos em determinados pontos. Mesmo assim a malha foi fechada representando o novo modelo conforme a Figura 3.28.



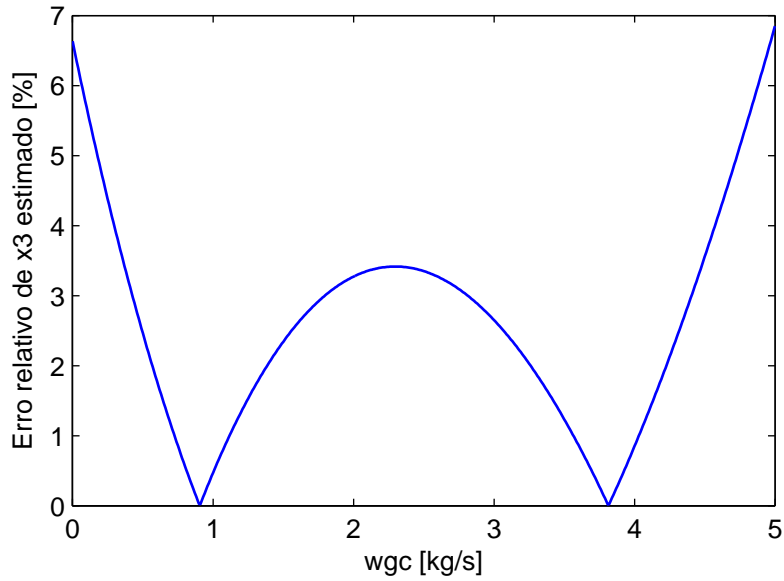


Figura 3.25: Erro da estimativa de  $x_3$

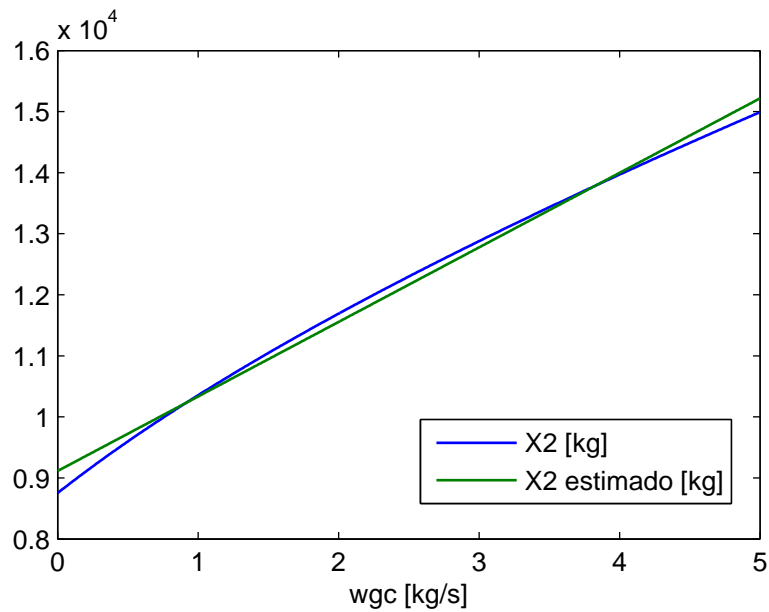


Figura 3.26: Estimativa de  $x_2$

Observando o novo modelo, foram feitas algumas alterações na equação (3.60). Inicialmente, considerando desprezível o primeiro atraso  $\tau_1$  a entrada  $u$  pode ser reescrita como:

$$u = \theta + a \operatorname{sen}(wt) := \theta + n \quad (3.76)$$

Considerando agora os estados  $x_3$  e  $x_2$ , os mesmos podem ser escritos em função de  $u_f$ , porém o efeito do atraso é significativo. Pode-se interpretar que a saída  $u_f$

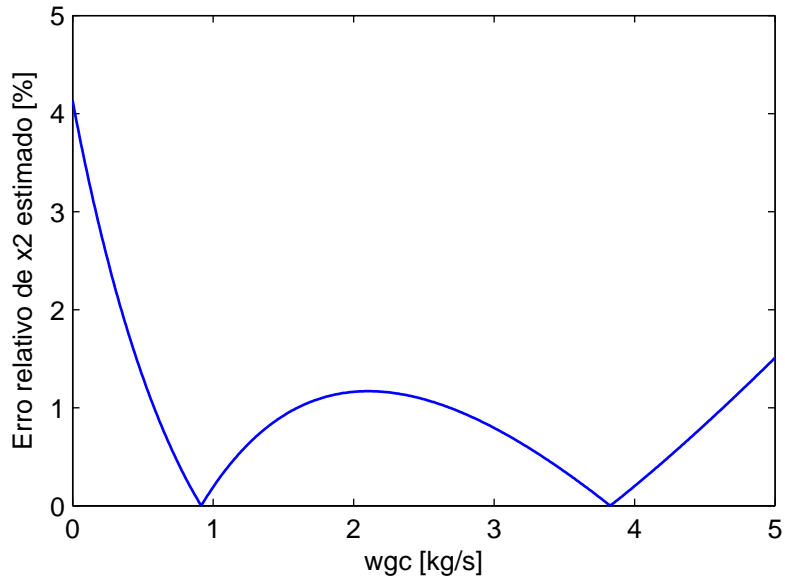


Figura 3.27: Erro da estimativa de  $x_2$

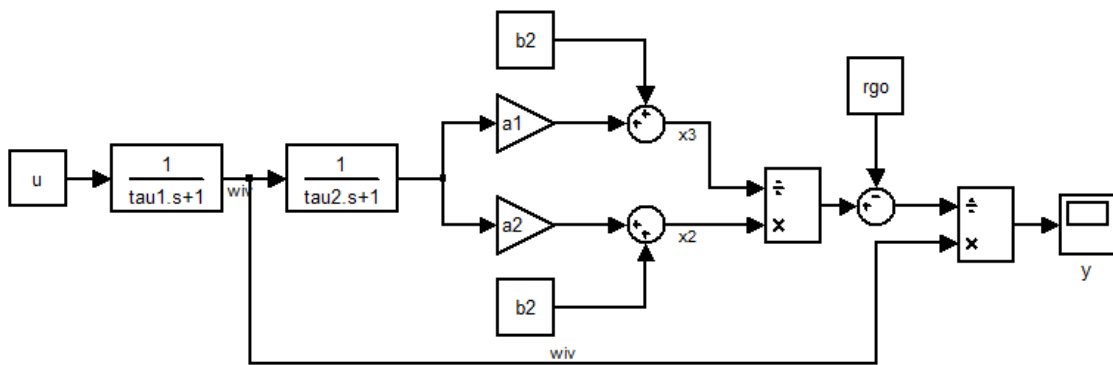


Figura 3.28: Modelo auxiliar proposto

do filtro passa-baixa corresponde a um sinal com nível médio filtrado, amplitude atenuada e um atraso de fase. Dessa forma, a saída  $u_f$  do filtro é definida como:

$$u_f = \theta_f + n_f \quad (3.77)$$

Onde  $n_f := (a/(\sqrt{\tau_2^2 w^2 + 1}))\text{sen}(wt + \phi)$ .

Aplicando essa relação na curva linear criada com as aproximações por mínimos quadrados, a relação de entrada e saída do sistema passa a ser:

$$y = \frac{1}{\left(\frac{a_2 u_f + b_2}{a_1 u_f + b_1} - r_{go}\right)} u = \frac{1}{\left(\frac{a_2(\theta_f + n_f) + b_2}{a_1(\theta_f + n_f) + b_1} - r_{go}\right)} (\theta + n), \quad (3.78)$$

O novo modelo implementado foi testado através de uma sequência de degraus. O resultado está representado nas Figuras 3.29 e 3.30:

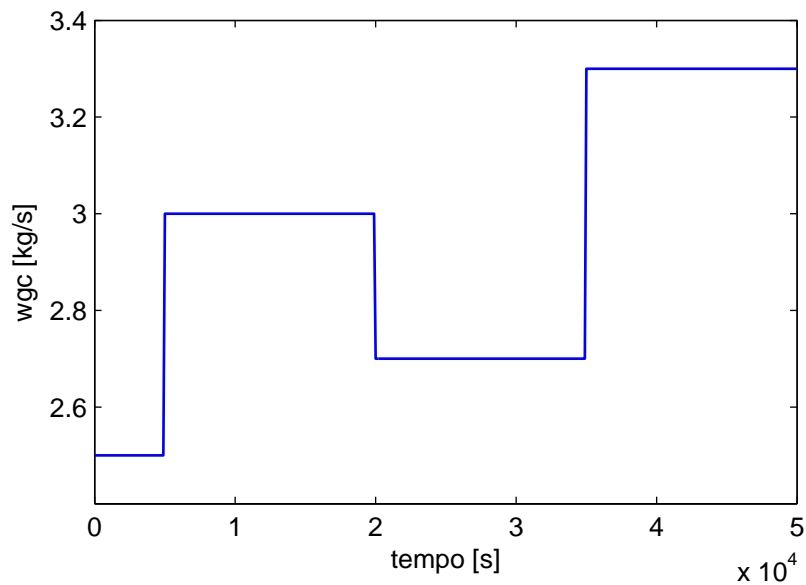


Figura 3.29: Sequência de degraus aplicada na entrada do novo modelo

Observa-se que a dinâmica está coerente com o comportamento do sistema, porém os níveis médios não estão corretos. Esse erro acontece pois o erro da aproximação de primeira ordem é alto e ainda é amplificado pelo sistema. Portanto, foi necessário aumentar a ordem da aproximação. Foi utilizada uma nova aproximação de ordem alta para se obter um modelo melhor representado. A resposta do sistema para a mesma sequência de degraus está exposta na Figura 3.31:

Através do resultado da Figura 3.31, observa-se que o novo modelo representa de forma aproximada o comportamento estático e dinâmico do sistema. Para validar a semelhança entre os dois modelos, foram aplicadas senóides com nível médio na

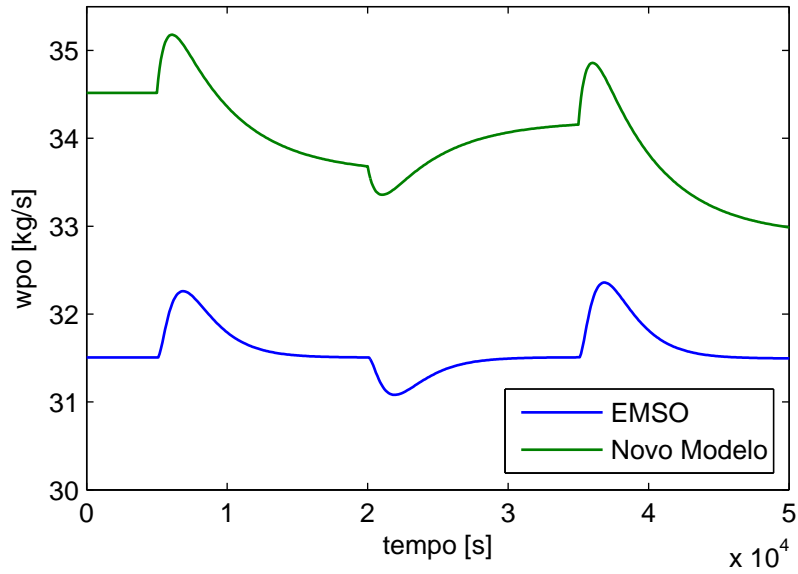


Figura 3.30: Resposta do modelo com aproximações de primeira ordem à sequência de degraus

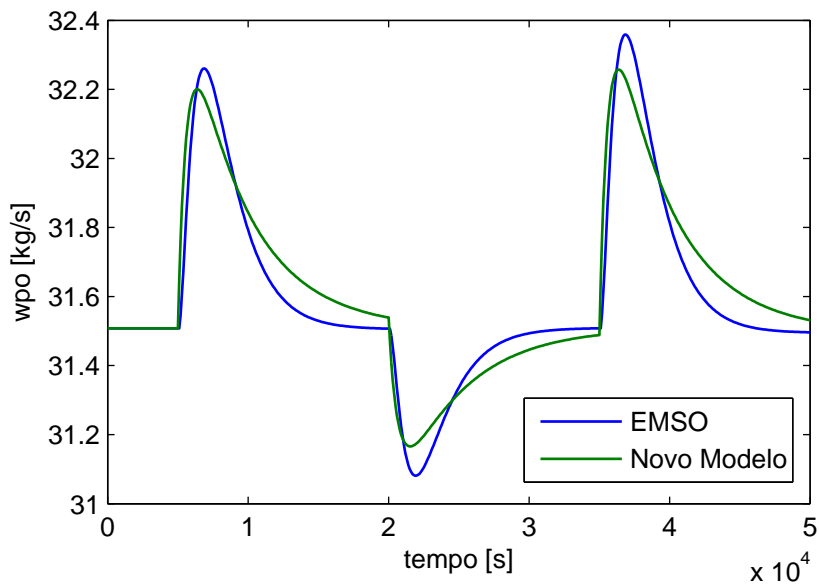


Figura 3.31: Resposta do modelo com aproximações de ordem alta à sequência de degraus

entrada dos dois modelos. As senóides oscilam com período de 1 hora e o nível médio foi estabelecido como 2.

A Figura 3.32 mostra que a saída do novo modelo apresentou apenas uma pequena defasagem com o modelo original, e as amplitudes das saídas dos modelos estão bastante semelhantes. Com esse resultado, é possível dizer que o novo modelo

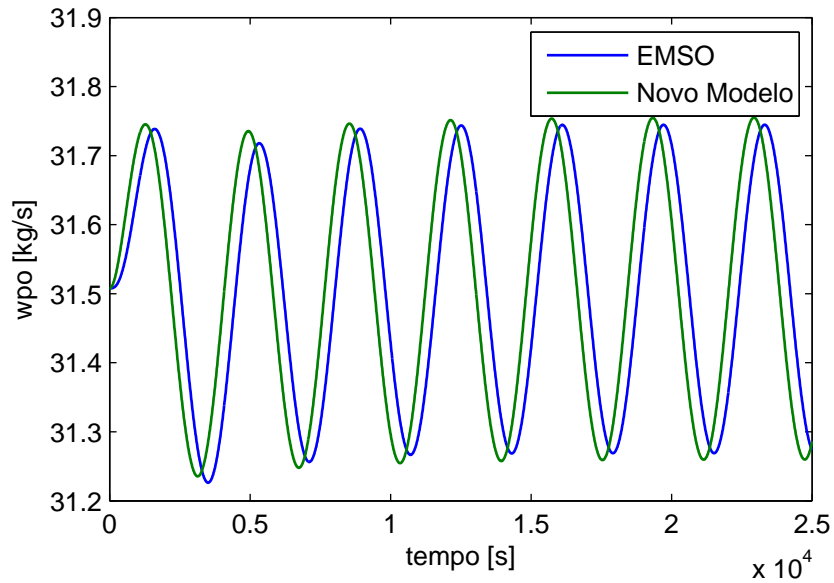


Figura 3.32: Resposta do modelo a uma senóide

representa de forma aproximada a dinâmica do modelo do poço, sendo então uma nova ferramenta para desenvolvimento de estratégias de controle.

Esse novo modelo sugere através da equação (3.60) que existe um caminho direto da entrada multiplicando uma função dos estados na saída. Esse fator é um dos responsáveis pela dificuldade de identificação de fase no sistema. Portanto, uma possível estratégia para uma melhor identificação da fase seria dividir a entrada  $u$  conhecida na saída do sistema. Com um processamento de fase desse sinal, as fases entre entrada e saída poderiam ser melhor identificadas reduzindo consideravelmente o tempo de estabilização do algoritmo.

# Capítulo 4

## Busca Extremal

Os principais métodos de controle adaptativo para sistemas lineares e não lineares são aplicáveis a problemas de regulação para *set points* conhecidos ou de seguimento de trajetória. Entretanto, em algumas aplicações o mapeamento em estado de equilíbrio da saída pela entrada apresenta pontos de extremos, mínimos ou máximos, e o objetivo é encontrar a entrada que mantém a saída em seu valor extremo (KRSTIĆ e WANG, 2000).

Quando a curva de entrada e saída é conhecida, encontrar o ponto extremo se torna um problema de otimização. Entretanto, quando o mapeamento apresenta incertezas, é necessário utilizar algum método adaptativo para encontrar o *set point* que leva a saída para seu extremo (KRSTIĆ e WANG, 2000).

Esse problema conhecido como "controle extremal" ou "controle auto-otimizável", era popular nos anos 50 e 60, porém foi deixado de lado durante muito tempo devido às dificuldades de tratamento matemático analítico. Nos anos 90, o problema ressurgiu através dos trabalhos de KRSTIĆ e WANG (2000) e CHOI *et al.* (2002). A sequência de trabalhos desenvolvidos em seguida colocaram o controle extremal como uma das áreas mais promissoras do ramo de controle adaptativo.

Dentre suas maiores aplicações pode-se citar o posicionamento dinâmico de placas solares e antenas para maximizar o sinal recebido, e o posicionamento das lâminas

das turbinas de água e eólicas para maximizar a produção de energia.

A maior parte dos trabalhos que utilizam "controle extremal" consideram a planta como um mapeamento estático. Entretanto, em KRSTIĆ e WANG (2000) é feita uma aproximação para problemas nos quais o mapeamento não linear é a curva de entrada e saída em estado de equilíbrio, para sistemas não lineares, estáveis ou estabilizáveis através de controle *feedback*. No trabalho KRSTIĆ e WANG (2000), é feita uma prova formal de estabilidade para um algoritmo de busca extremal. O algoritmo proposto será explicado na Seção 4.2 e será utilizado no modelo de poço estudado no presente trabalho na Seção 4.3.

## 4.1 Formulação do Problema

Considerando um sistema SISO não linear

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{4.1}$$

$$y = h(x) \tag{4.2}$$

onde  $x \in \mathbb{R}^n$  é o estado,  $u \in \mathbb{R}$  é a entrada,  $y \in \mathbb{R}$  é a saída, e  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  e  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são curvas suaves.

Supondo uma lei de controle suave conhecida

$$u = \alpha(x, \theta), \tag{4.3}$$

parametrizado pelo escalar  $\theta$ . Assumindo uma lei de controle por realimentação de estados estática e sendo  $\theta$  e  $y$  considerados escalares para simplificar o problema, o sistema em malha fechada

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x, \theta)), \tag{4.4}$$

possui ponto de equilíbrio parametrizado por  $\theta$ .

Hipótese 1 - Existe uma função suave  $l : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$  tal que

$$f(x, \alpha(x, \theta)) = 0 \text{ se e somente se } x = l(\theta) \quad (4.5)$$

Essa hipótese diz que existe uma função  $l$  que mapeia os estados do sistema em equilíbrio pelo valor do parâmetro  $\theta$ .

Hipótese 2 - Para cada  $\theta > 0 \in \mathbb{R}$ , o ponto de equilíbrio  $x = l(\theta)$  do sistema (4.4) é localmente exponencialmente estável com decaimento e *overshoot* constantes uniformemente em  $\theta$ .

Dessa forma, parte-se do pressuposto de que a lei de controle (4.3) é robusta com relação ao seu parâmetro  $\theta$ , ou seja, para todo ponto de equilíbrio em  $x$  em função de  $\theta$ , o sistema é exponencialmente estável.

A última hipótese é fundamental para a formulação do problema de maximização.

Hipótese 3 - Existe  $\theta^* \in \mathbb{R}$  tal que

$$(h \circ l)'(\theta^*) = 0 \quad (4.6)$$

$$(h \circ l)''(\theta^*) < 0 \quad (4.7)$$

Dessa forma, pressupõem-se que a curva de equilíbrio da saída pela entrada  $y = h(l(\theta))$  possui um máximo  $y^*$  em  $\theta = \theta^*$ . O objetivo do algoritmo é maximizar a saída  $y$  em regime permanente sem conhecer o valor ótimo  $\theta^*$  nem as funções  $h$  e  $l$ . O problema de maximização pode ser facilmente generalizado para problemas de minimização substituindo  $y$  por  $-y$  na estrutura de realimentação proposta.

## 4.2 Algoritmo de Busca Extremal

O algoritmo de busca extremal proposto por KRSTIĆ e WANG (2000) segue o diagrama de blocos da Figura 4.6.



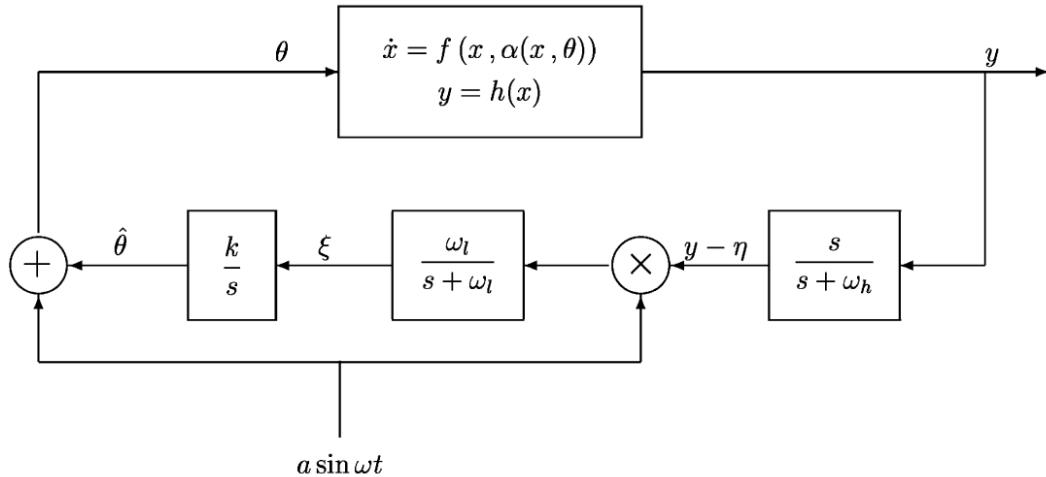


Figura 4.1: Algoritmo de Busca Extremal para plantas com dinâmica. Fonte: (KRSTIĆ e WANG, 2000)

O método utiliza uma perturbação senoidal lenta  $v = a \sin(\omega t)$  que é adicionada ao sinal  $\hat{\theta}$ , correspondente à estimativa do ponto ótimo  $\theta^*$ . Essa perturbação é então aplicada na entrada do modelo dinâmico não linear. Para perturbações muito lentas, a planta pode ser considerada estática com mapeamento  $y = h \circ l(\theta)$ , de forma que a dinâmica não interfira na curva de máximo em equilíbrio do sistema.

Devido à perturbação senoidal aplicada na entrada, a saída da planta também apresentará um comportamento senoidal. Removendo a componente DC de  $y$  com um filtro passa altas  $\frac{s}{(s+\omega_h)}$  obtêm-se uma senoide que estará em fase ou contrafase com a perturbação inicial dependendo do valor de  $\hat{\theta}$ . Para valores de  $\hat{\theta}$  abaixo do ponto de máximo  $\theta^*$ , por exemplo, a saída estará sempre em fase com a entrada, pois conforme o sinal de entrada aumenta a saída também aumenta. Em compensação, para pontos acima do ponto ótimo, os sinais estarão em contrafase, pois um aumento no sinal de entrada causa diminuição na saída do sistema.

- em fase para  $\hat{\theta} < \theta^*$
- em contrafase para  $\hat{\theta} > \theta^*$

As duas senoides serão então multiplicadas gerando uma nova senoide com um determinado nível médio. Para senoides em fase, a nova senoide terá nível médio

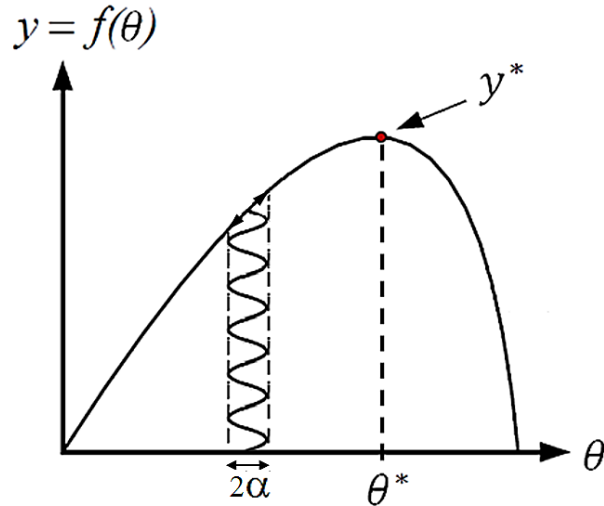


Figura 4.2: Modelo estático com resposta em fase com a entrada. Fonte: Adaptado de (PALKE, 1996)

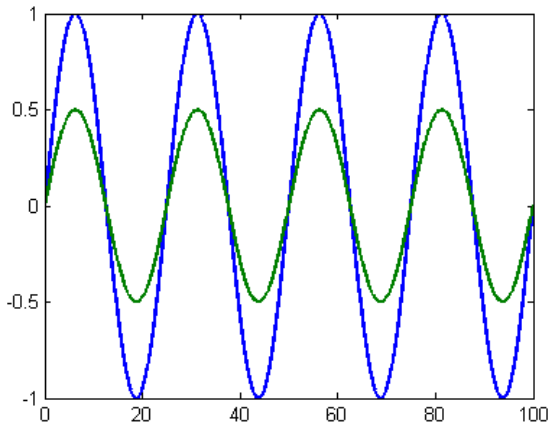


Figura 4.3: Sinais em fase

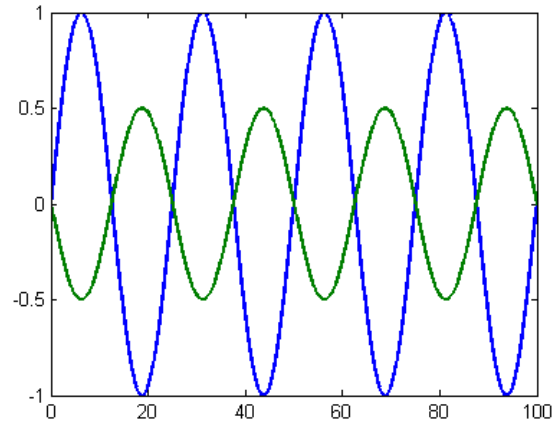


Figura 4.4: Sinais em contrafase

positivo, enquanto para senóides em contrafase, a nova senoide terá nível médio negativo. Esse comportamento pode ser explicado através da seguinte integral:

$$s_1 = a \operatorname{sen}(wt) \quad (4.8)$$

$$s_2 = b \operatorname{sen}(wt + \varphi), \quad (4.9)$$

$$(s_1 s_2)_{DC} = \frac{1}{T} \int^T s_1 s_2 dt = \frac{ab}{2} \cos(\varphi) + K, \quad (4.10)$$

É possível observar que para:

- $\varphi < \frac{\pi}{2}$ ,  $\cos(\varphi) > 0$ ,

- $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ ,  $\cos(\varphi) < 0$ ,

A componente DC da multiplicação dos sinais será extraída através de um filtro passa baixa  $\frac{w_l}{(s+w_l)}$ , sendo então inserida em um integrador. Dessa forma, se  $\hat{\theta}$  é menor que o valor ótimo  $\theta^*$ , as senoides estarão em fase, portanto a entrada do integrador será positiva, fazendo com que o valor de  $\hat{\theta}$  aumente. Caso contrário, se  $\hat{\theta}$  é maior que o valor ótimo  $\theta^*$ , as senoides estarão em contrafase, portanto a entrada do integrador será negativa, fazendo com que o valor de  $\hat{\theta}$  diminua. Através dessa integração, o valor de  $\hat{\theta}$  tende aos poucos ao valor ótimo  $\theta^*$ . Esse comportamento pode ser observado através da Figura 4.5.

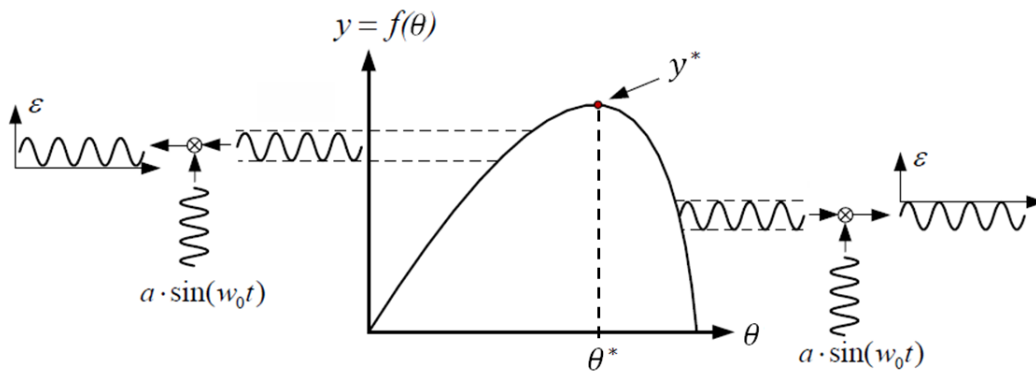


Figura 4.5: Representação da multiplicação dos sinais de entrada e saída sem o nível DC. Fonte: (PALKE, 1996)

Para que o filtro passa-altas deixe a frequência de perturbação  $w$  passar, é necessário que a frequência de corte  $w_h$  seja inferior a  $w$ . Da mesma forma, para que o filtro passa-baixa rejeite essa frequência deixando passar apenas a componente DC, a frequência de corte  $w_l$  também deve ser menor que  $w$ .

O algoritmo de busca extremal pode ser aplicado em sistemas dinâmicos se a frequência da perturbação senoidal for tão lenta que a dinâmica presente na planta se aproxime de uma função estática. Dessa forma, supondo uma frequência  $w_p$  da

planta, é necessário que  $w$  seja muito menor do que  $w_p$ .

$$w_h < w \ll w_p, \quad (4.11)$$

$$w_l < w \ll w_p, \quad (4.12)$$

As equações (4.11) e (4.12) demonstram que o sistema completo possui três escalas de tempo

- rápida, referente à planta estável ou com controle para estabilização,
- média, referente à perturbação senoidal,
- lenta, referente aos filtros passa-alta e passa-baixa.

O valor da amplitude constante  $a$  da perturbação senoidal define a vizinhança em torno do ponto ótimo que o sinal de entrada irá oscilar, enquanto o ganho  $k$  do integrador define quão rápido a entrada irá convergir para o ponto ótimo. Essas duas constante devem ser bem pequenas para garantir a estabilidade do algoritmo, conforme prova em KRSTIĆ e WANG (2000). Todas essas condições foram seguidas durante a implementação do algoritmo aplicado ao modelo do poço.

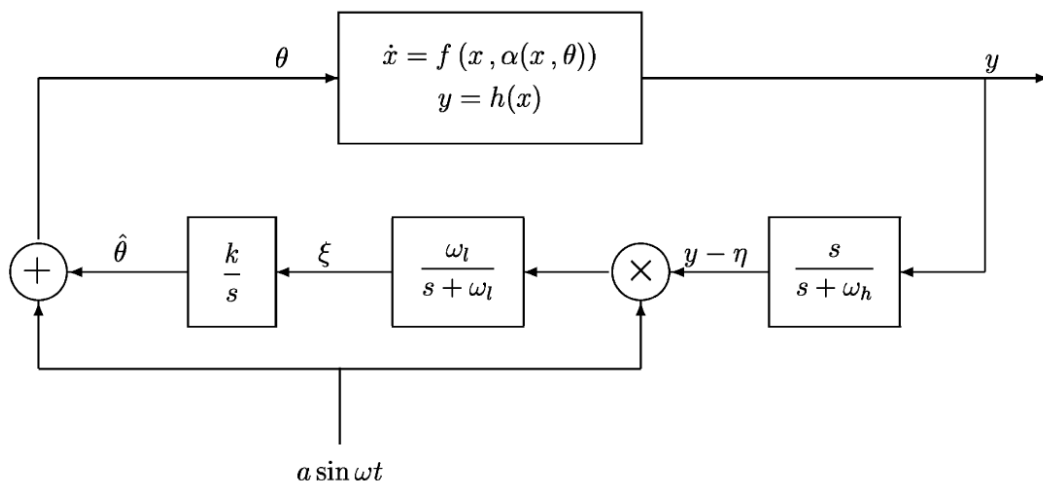


Figura 4.6: Algoritmo de Busca Extremal para plantas com dinâmica. Fonte: (KRSTIĆ e WANG, 2000)

### 4.3 Implementação do Controle por Busca Extremal

Para estudar os efeitos do algoritmo de busca extremal em modelos estáticos e dinâmicos, a topologia proposta na seção anterior foi implementada no software *SIMULINK/MATLAB*. Durante a implementação, todas as condições de sintonia foram seguidas. A Figura 4.7 demonstra a topologia implementada para aplicação em malha aberta e malha fechada, alternadas através do chaveamento do *manual switch*:

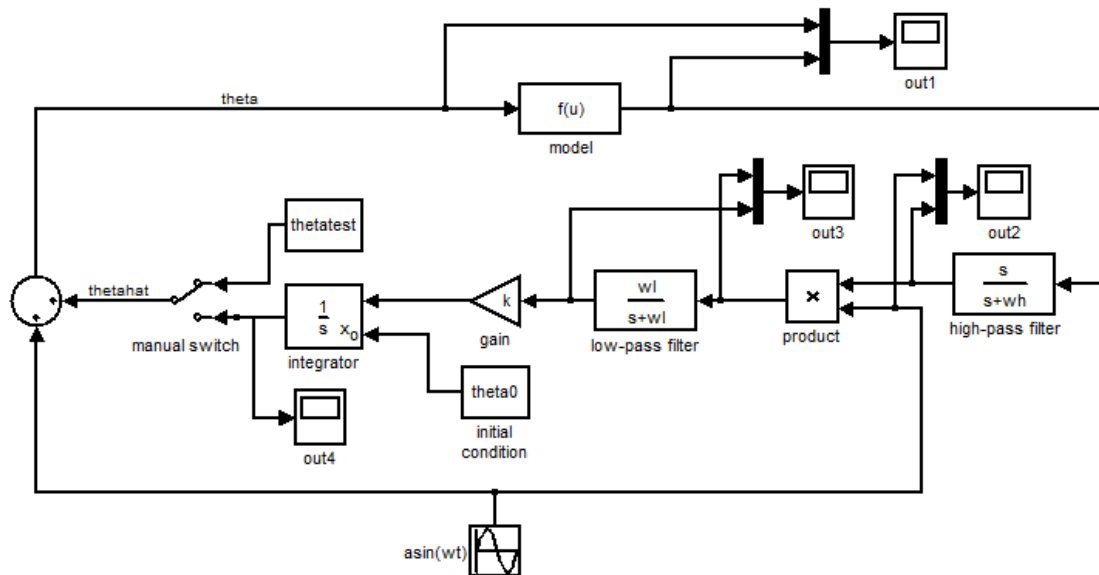


Figura 4.7: Diagrama de blocos do método de busca extremal

Inicialmente, o controle foi aplicado a uma função estática simples para avaliar o comportamento do sistema. A função estática utilizada foi:

$$f(\theta) = f^* + \frac{f''}{2}(\theta^* - \theta)^2, \quad f'' < 0, \quad (4.13)$$

A função acima possui um ponto de máximo  $f^*$  em  $\theta = \theta^*$ . Definindo  $f'' = -2$ ,  $f^* = 10$  e  $\theta^* = 3$ , é possível traçar a curva  $(f(\theta), \theta)$  conforme a Figura 4.8:

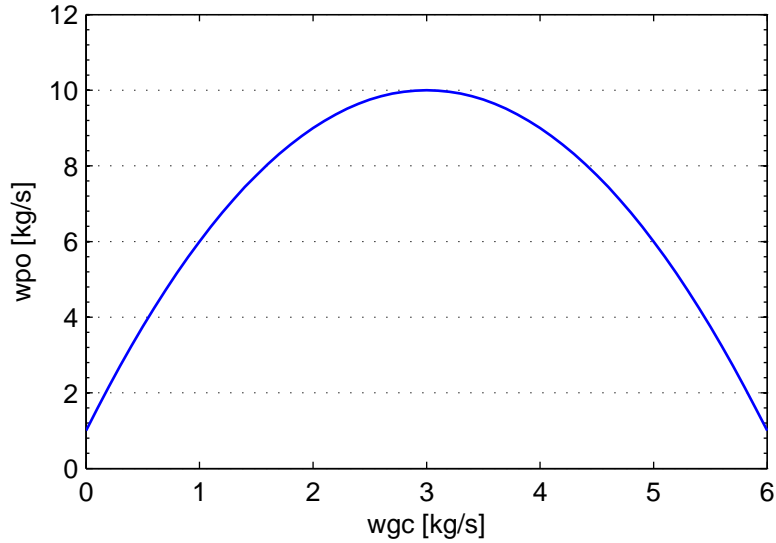


Figura 4.8: Curva estática da relação entre a saída e a entrada da função de exemplo

Após implementar o diagrama de blocos, devem ser definidos os parâmetros do controle. Considerando que o sistema é estático, a malha terá apenas duas escalas de tempo: da perturbação senoidal e da frequência dos filtros. Conforme descrito na seção anterior, as frequências de corte dos filtros devem ser menores que a frequência da perturbação. Portanto, será definido que  $w_l = wh = \frac{w}{10}$ , sendo  $w = 2\pi$ .

O algoritmo de busca extremal foi inicialmente aplicado ao modelo em malha aberta. Para verificar o comportamento do sistema abaixo do ponto ótimo foi aplicada uma senoide com nível médio menor  $\theta^*$ . O nível médio foi definido como  $V_{med} = 1$ , e a amplitude da senoide como  $a = 0.1$ .

A Figura 4.9 mostra as senoides de entrada e saída com nível, e a Figura 4.10 sem nível médio. É possível observar que a saída do sistema está em fase com o sinal de entrada, conforme esperado. A saída do filtro passa-alta apresenta um transitório inicial que pode ser explicado como o tempo que filtro demora para remover a componente DC do sinal.

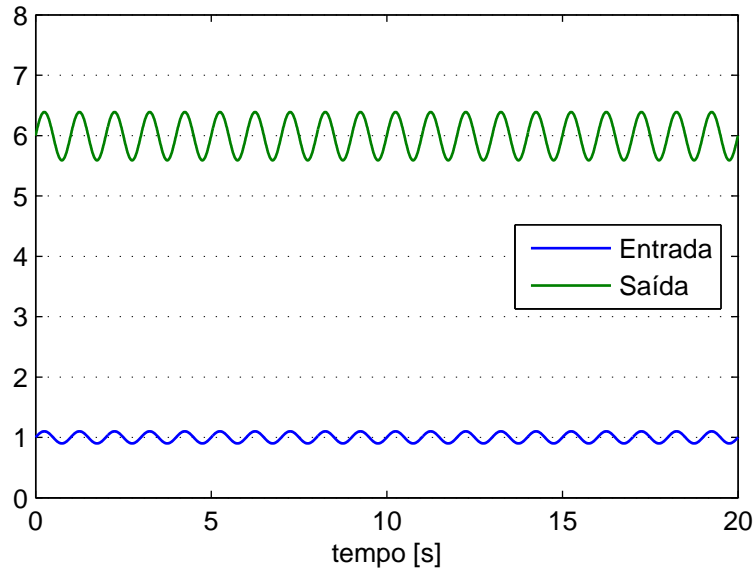


Figura 4.9: Entrada e saída do sistema sob uma perturbação senoidal com nível médio inferior ao ponto ótimo

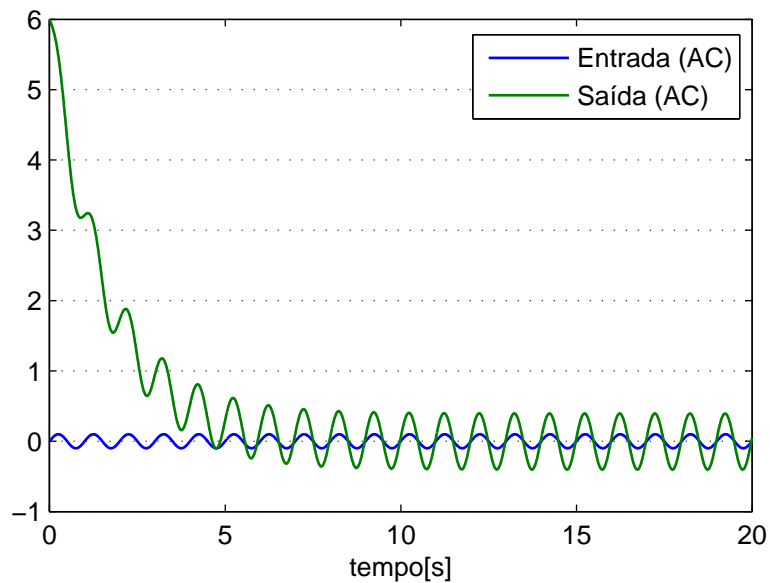


Figura 4.10: Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa-alta. (Para entradas com nível médio inferior ao ponto ótimo)

A multiplicação das duas senoides produz um sinal com nível médio positivo como pode ser visto na Figura 4.11. Este sinal está sendo filtrado pelo passa-baixas que envia o nível médio da multiplicação para o integrador. Como o nível médio é positivo, o integrador faria com que a entrada aumentasse, tendendo ao valor ótimo. Portanto, o sistema está funcionando corretamente para valores abaixo do ponto ótimo.

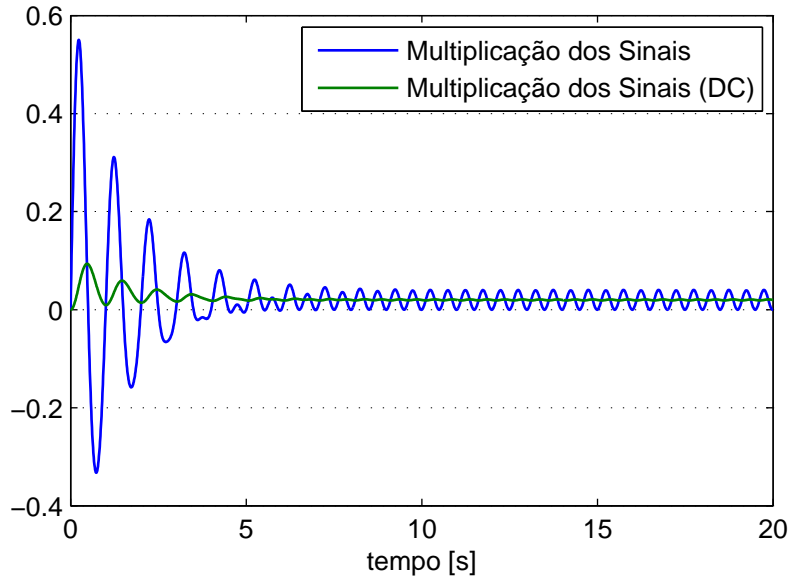


Figura 4.11: Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado (Para entradas com nível médio inferior ao ponto ótimo)

Para avaliar o comportamento do sistema acima do ponto ótimo, foi aplicada uma senoide com nível médio  $V_{med} = 5$ , e amplitude  $a = 0.1$ .

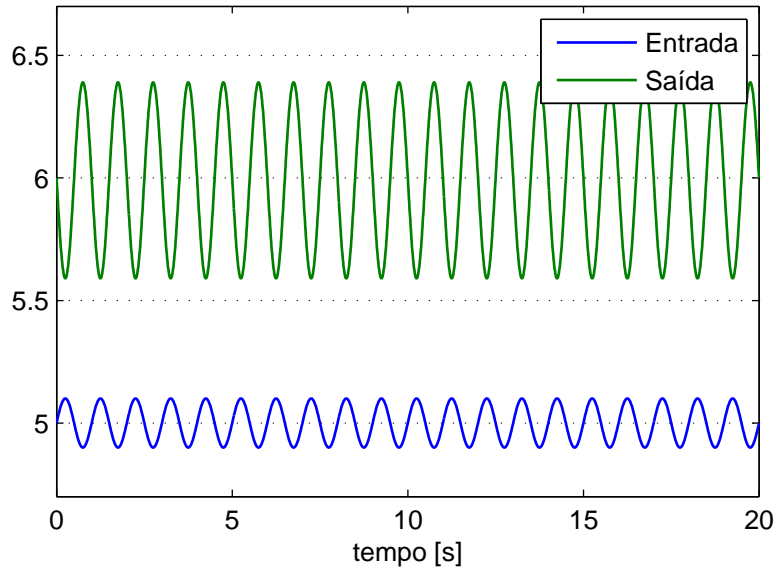


Figura 4.12: Entrada e saída do sistema sob uma perturbação senoidal com nível médio superior ao ponto ótimo)

A Figura 4.13 mostra que agora a saída do sistema está em contrafase com o sinal de entrada, conforme esperado. Dessa vez, a multiplicação das duas senóides produz um sinal com nível médio negativo, conforme a Figura 4.14 que faria com



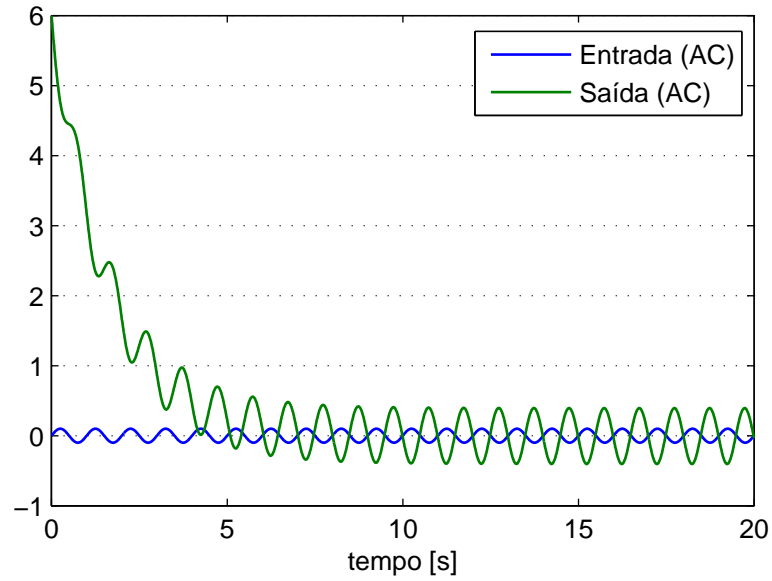


Figura 4.13: Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa-alta. (Para entradas com nível médio superior ao ponto ótimo)

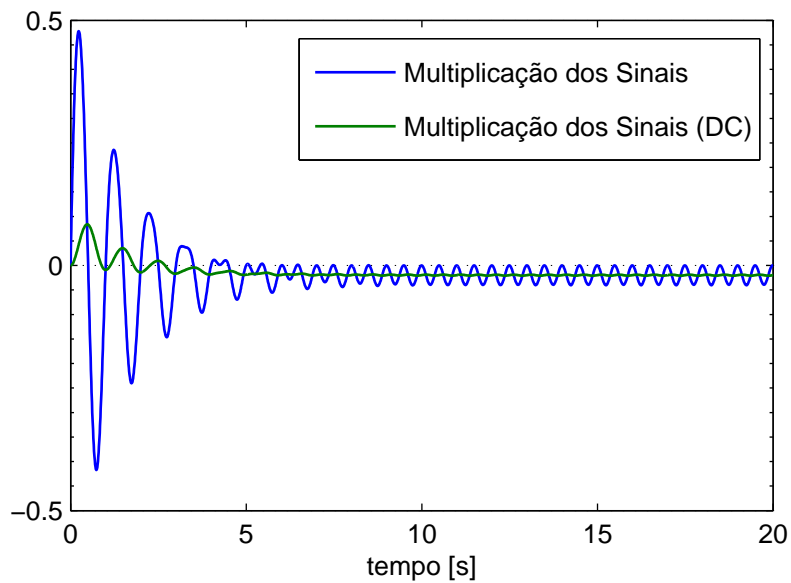


Figura 4.14: Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado. (Para entradas com nível médio superior ao ponto ótimo)

que o integrador diminuisse o valor da entrada. Portanto, o sistema também está funcionando corretamente para valores acima do ponto ótimo.

Feita a análise em malha aberta, a malha foi fechada com o integrador. Foi utilizada uma condição inicial  $\hat{\theta}_0 = 5$  para o integrador e  $a = 0.1$  para a senoide de perturbação.

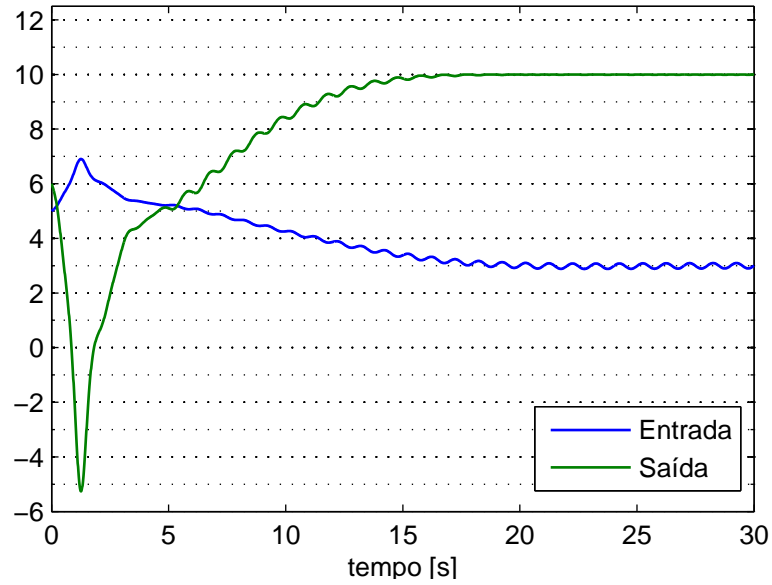


Figura 4.15: Entrada e saída do sistema em malha fechada

Pode-se observar através da Figura 4.15 que a saída do sistema em regime oscila em torno do ponto  $f^*$  que é igual a 10. Da mesma forma, a entrada oscila em torno de  $\theta^*$  que é igual a 3.

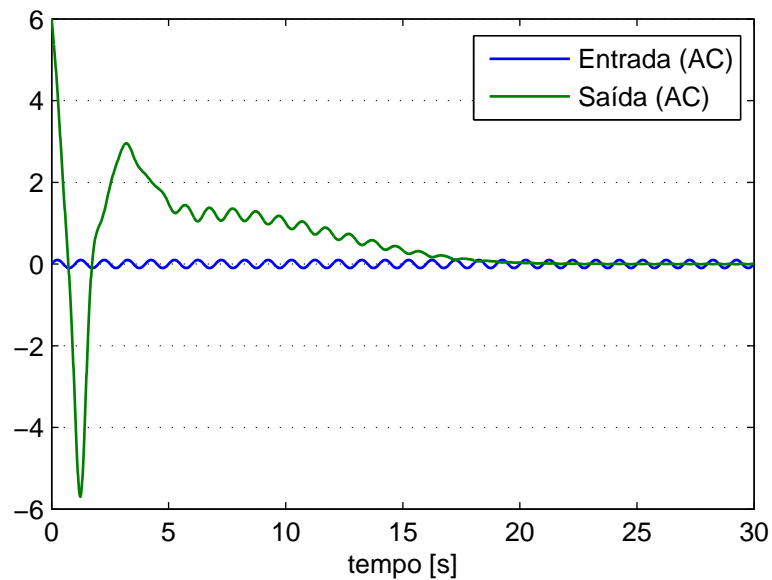


Figura 4.16: Entrada sem nível médio e saída com nível médio filtrado pelo passa-alta em malha fechada.

As senoides multiplicadas estão durante quase toda a simulação em contrafase conforme mostra a Figura 4.16, pois a condição inicial do sistema  $\hat{\theta}_0 = 5$  está acima

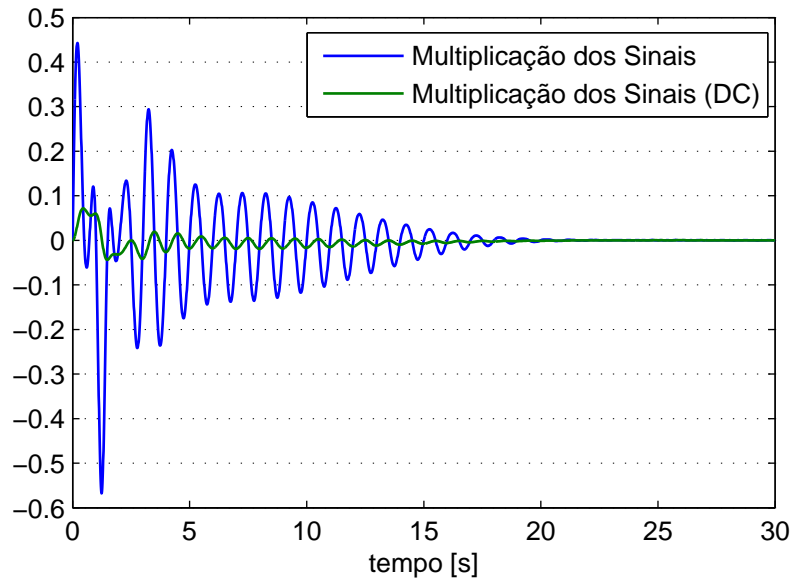


Figura 4.17: Sinal após a multiplicação das senóides filtrado pelo passa-baixa e não filtrado em malha fechada.

do ponto ótimo. Por esse motivo, o nível médio filtrado representado na Figura 4.17 passa a maior parte do tempo negativo, tendendo a zero.

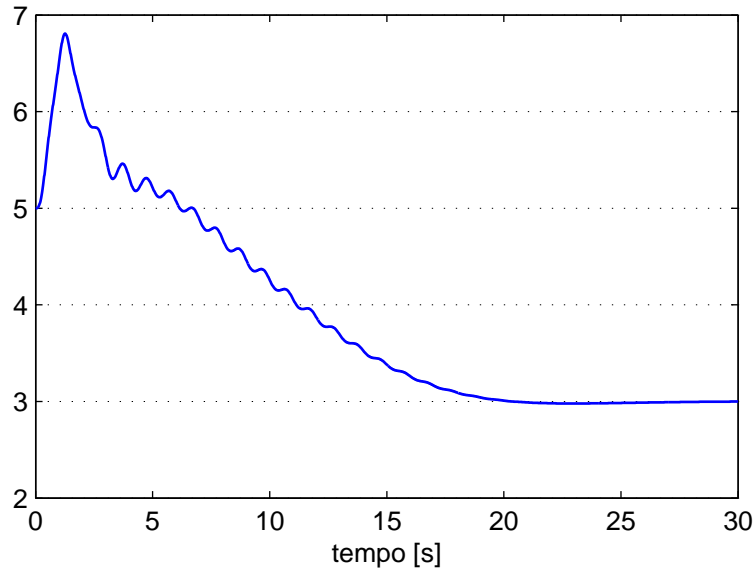


Figura 4.18: Saída do integrador em malha fechada

A saída do integrador  $\hat{\theta}$  conforme demonstra a Figura 4.18 apresentou novamente um pico transitório inicial que foi diminuindo convergindo para o valor ótimo  $\theta^*$ . O sistema se comportou perfeitamente com a malha fechada mostrando que o controle

funciona em modelos estáticos.

Após verificar a eficiência do controle em um modelo estacionário, o controle foi então aplicado ao modelo dinâmico implementado. Inicialmente, o bloco testado anteriormente foi substituído pelo modelo implementado no EMSO, conforme a Figura 4.19. Conforme análise apresentada na Seção 3.4 do Capítulo 3 o sistema do poço apresenta vazão máxima de produção em equilíbrio  $w_{po} = 31.5092 \text{ kg/s}$  para a vazão de entrada  $w_{gc} = 2.68 \text{ kg/s}$ . Foi observado também na Seção 3.5 que o sistema apresenta um tempo longo de estabilização de  $\tau_t = 1.5 \times 10^4 \text{ s} \simeq 4.2 \text{ horas}$ . Portanto, a constante de tempo do sistema é  $\tau_p = \frac{\tau_t}{5} = \frac{1.5 \times 10^4 \text{ s}}{5} = 3 \times 10^3 \text{ s}$ .

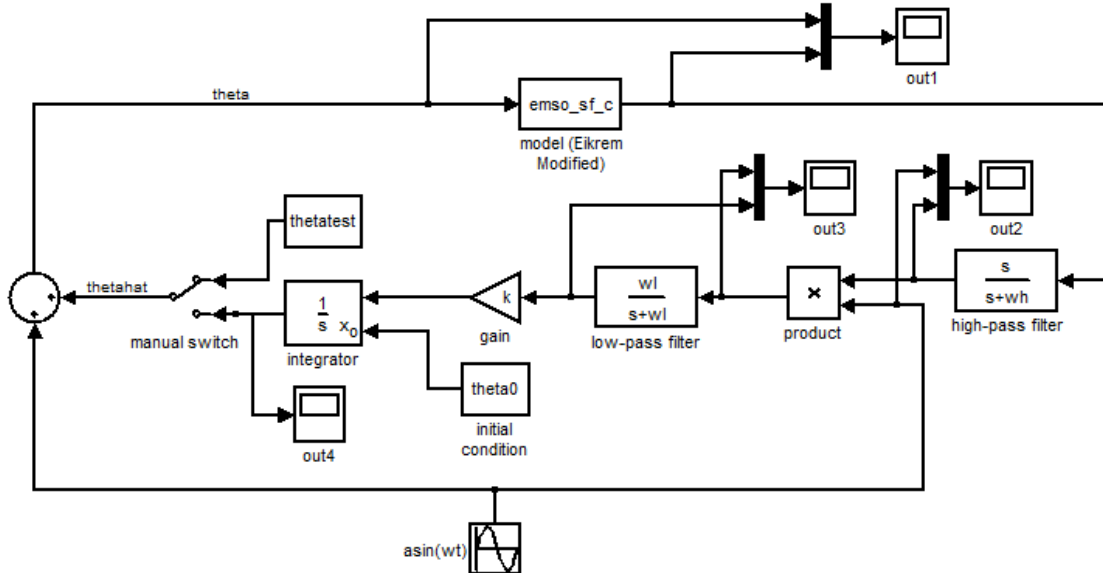


Figura 4.19: Diagrama de blocos do algoritmo de busca extremal implementado

Inicialmente foi aplicada uma frequência  $w = \frac{2\pi}{60}$  para entradas senoidais com amplitude  $a = 0.1$  e níveis médios acima e abaixo do ponto ótimo do sistema. Os níveis médios utilizados foram 2 para representar valores abaixo do ponto ótimo, e 5 para representar pontos acima do ponto ótimo.

Observa-se através das Figuras 4.20 e 4.21 que o modelo não apresenta fase diferenciada entre entrada e a saída para pontos abaixo e acima do ponto ótimo. Uma

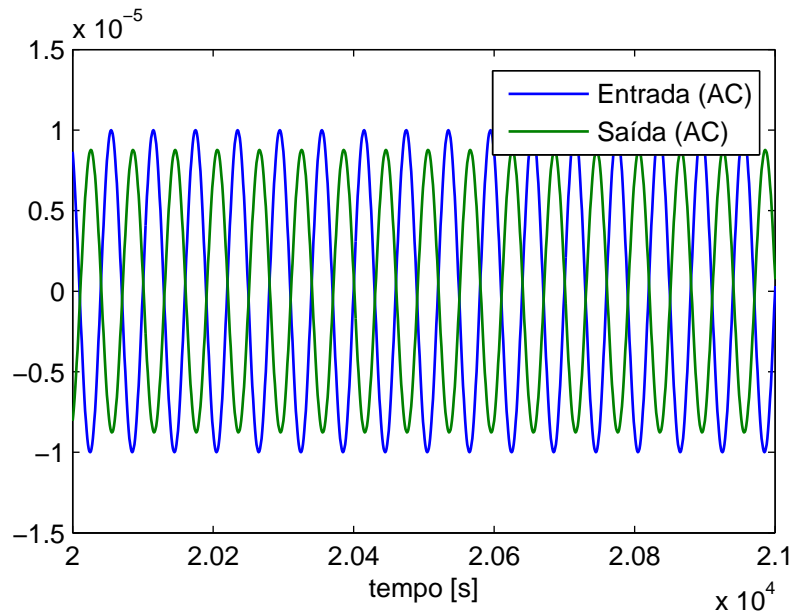


Figura 4.20: Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação rápida)

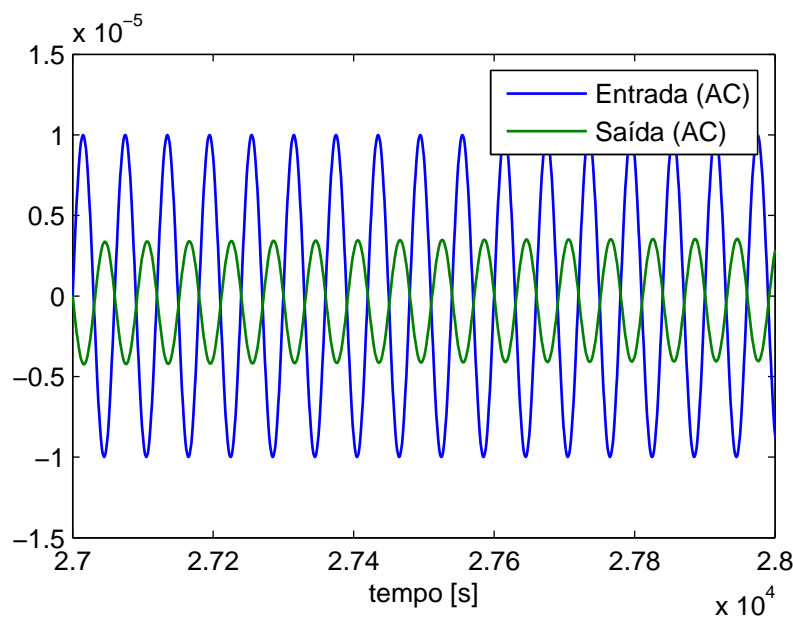


Figura 4.21: Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação rápida)

vez que a diferença de fase nesses casos não é identificada, caso a malha fosse fechada a busca extremal não iria convergir.

O sistema não apresenta diferença de fase pois a escala de tempo da perturbação é muito mais rápida que a escala de tempo da planta. Diminuindo a frequência para  $w = \frac{2\pi}{3600}$ , o sistema passou a apresentar uma pequena diferença de fase, como pode

ser visto nas Figuras 4.22 e 4.23:

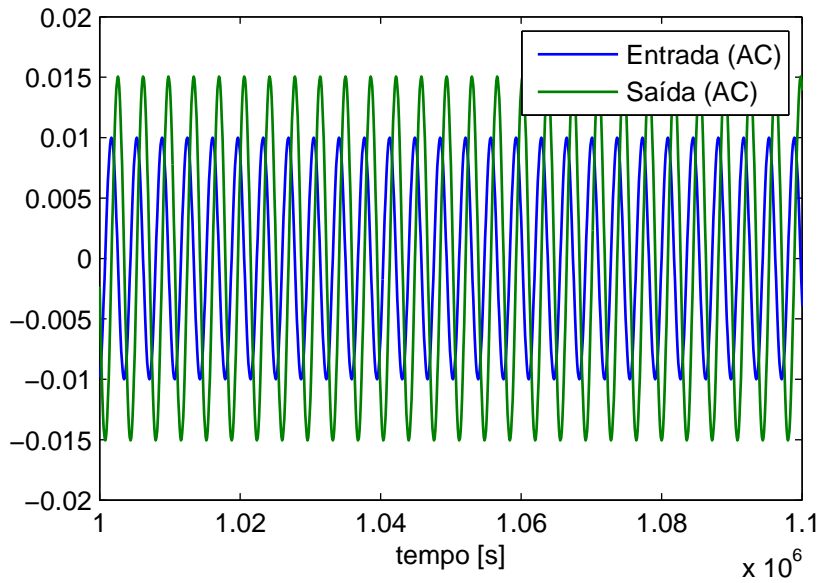


Figura 4.22: Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação média)

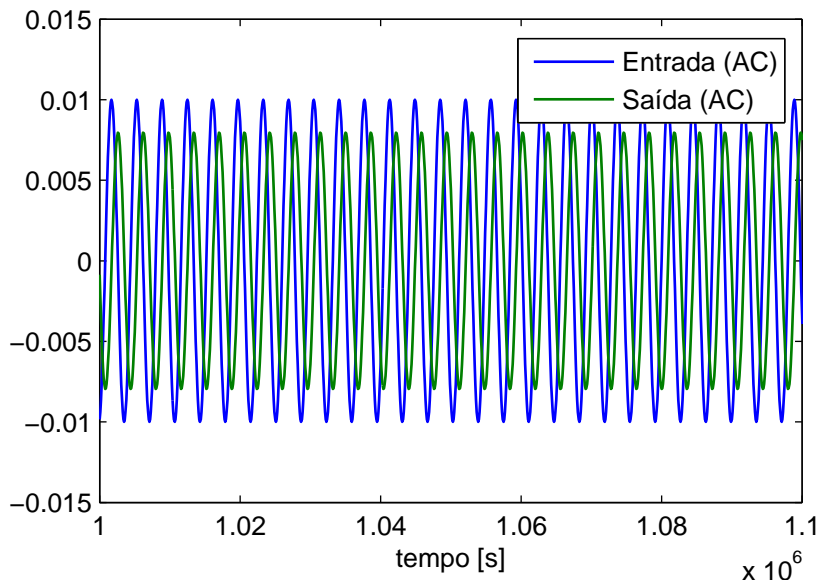


Figura 4.23: Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação média)

Dessa forma, quanto mais lenta for a perturbação, mais o sistema apresenta diferença de fase. A frequência da perturbação foi sendo gradativamente diminuída até apresentar uma diferença clara de fase, como no exemplo estático anterior. Conforme

observado na Seção 3.5, para a planta exibir um comportamento aproximadamente estacionário, a frequência de oscilação  $w$  deve ser menor que  $\frac{2\pi}{3600*24*40}$ . Utilizando essa frequência para a perturbação senoidal e  $w_l = w_h = \frac{w}{20}$ , o modelo foi simulado novamente em malha aberta para valores abaixo e acima do ponto ótimo.

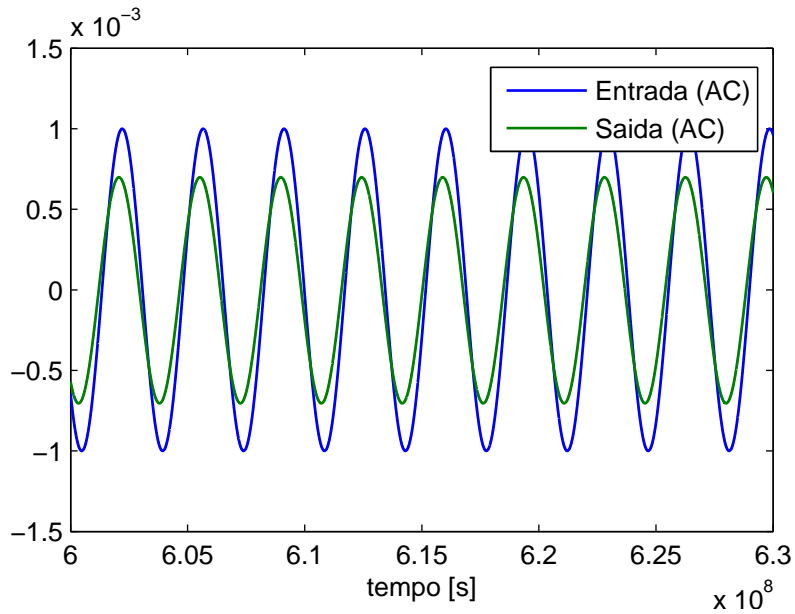


Figura 4.24: Entrada e saída sem nível médio para pontos inferiores ao ponto ótimo. (Perturbação lenta)

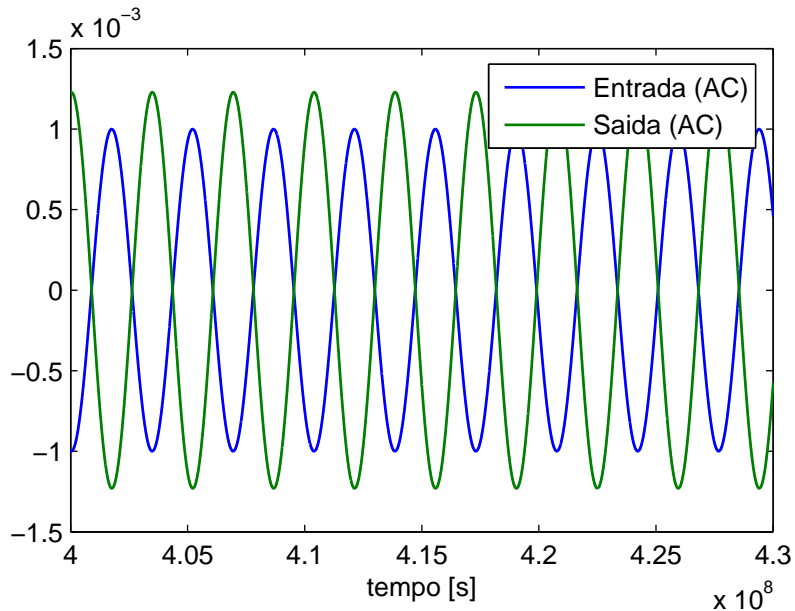


Figura 4.25: Entrada e saída sem nível médio para pontos superiores ao ponto ótimo. (Perturbação lenta)

As Figuras 4.24 e 4.25 mostram que o a saída do modelo passou a apresentar fase e contrafase conforme descrito na Seção 1.

Com a frequência de oscilação  $w$  definida, a malha foi fechada para verificar a aplicação da busca extremal. As frequências de corte dos filtros foram mantidas como  $w_l = w_h = \frac{w}{20}$  e o ganho  $k$  foi definido como  $\frac{10}{T}$ , sendo  $T$  o período de oscilação da perturbação. A condição inicial do integrador foi definida como  $w_{gc0} = 2$ , e o modelo foi simulado.

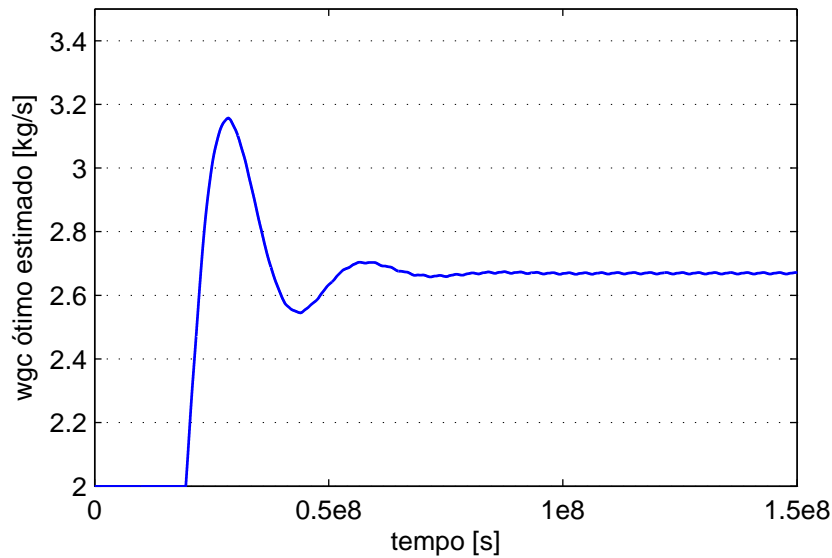


Figura 4.26: Saída do integrador como estimativa do ponto ótimo

Conforme esperado, através das Figuras 4.26 e 4.27 observa-se que  $w_{gc}$  que corresponde à estimativa de  $w_{gc}^*$  convergiu para o valor ótimo. Da mesma forma, através das Figuras 4.28 e 4.29 a saída do sistema passou a oscilar em torno do ponto de máximo  $w_{po}^*$  em regime permanente.

O resultado apresentado pelo controle extremal mostra que sua aplicação ainda é inviável fisicamente a poços de petróleo. As escalas de tempo são muito lentas fazendo com que o período de oscilação da válvula de *gas-lift* seja de  $3600 * 24 * 40$  s = 40 dias, e o tempo de simulação para que ocorra convergência do algoritmo de



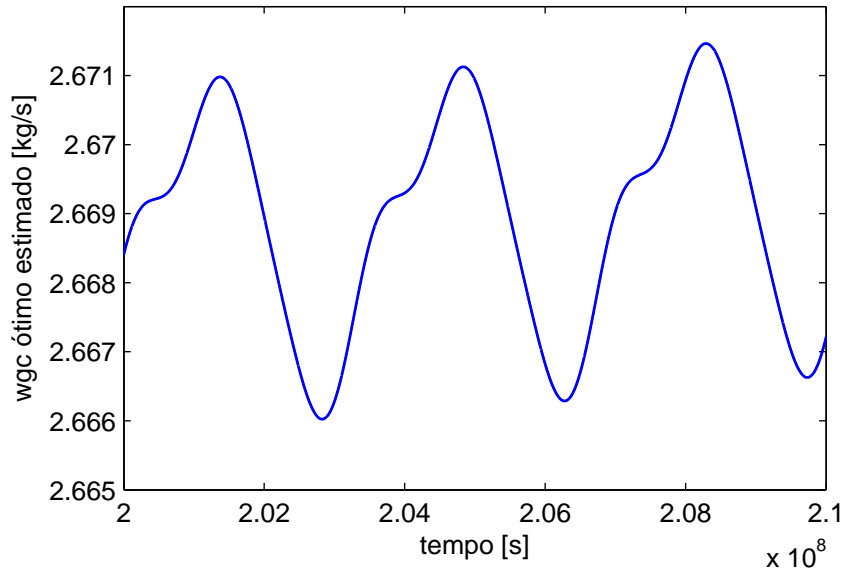


Figura 4.27: Saída do integrador ampliada

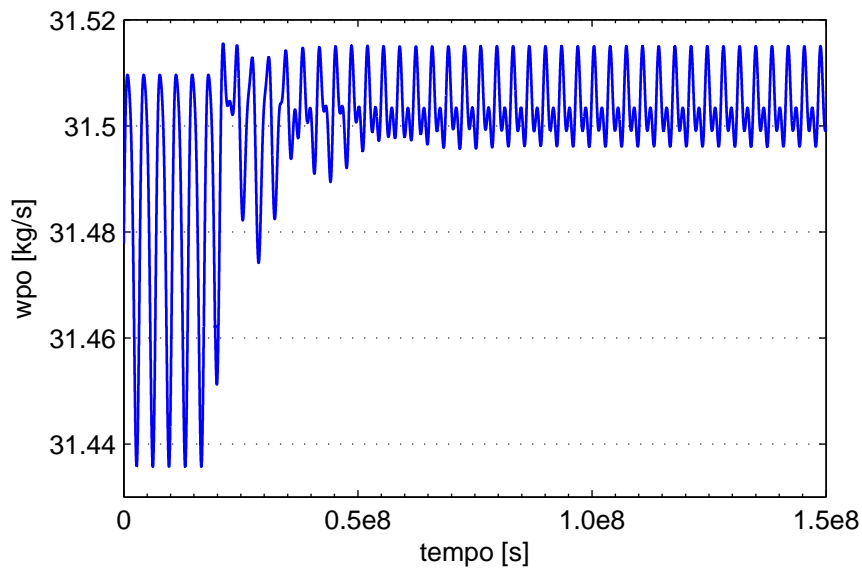


Figura 4.28: Saída do sistema

$10^8 s \simeq 30 \text{ anos}$ . Esse tempo de espera não é aceitável para este tipo de processo que precisa de resultados rápidos.

O fator limitante para a velocidade do algoritmo é a dinâmica da planta que é muito lenta, e mesmo assim, deve ser a mais rápida das três escalas de tempo. Além disso, a identificação de fase na saída do sistema é muito difícil, o que pode ser explicado pela multiplicação por  $u$  direto na saída para estado de equilíbrio.

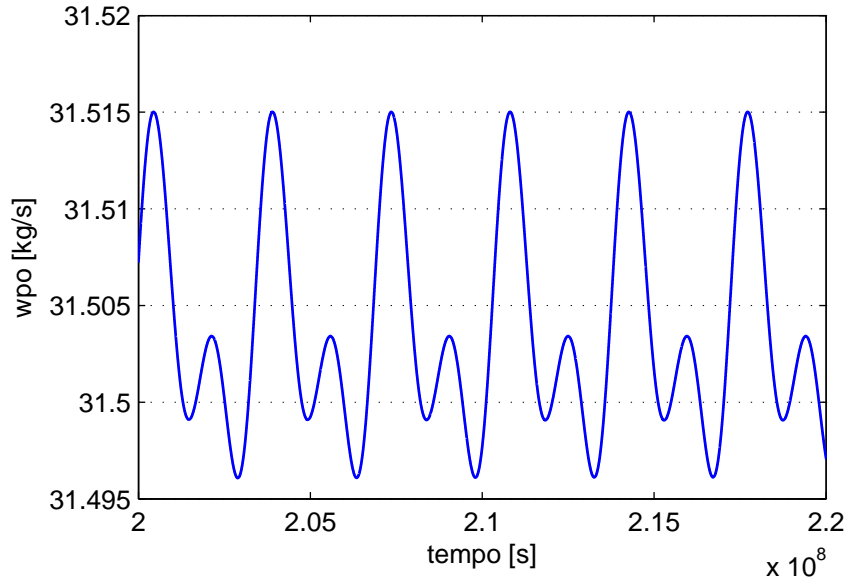


Figura 4.29: Saída do sistema ampliada

## 4.4 Solução Proposta para Altas Frequências

Para simplificar a apresentação, considere que:

- $u$  é a vazão  $w_{iv}$ .
- $y$  é vazão de produção de óleo  $w_{po}$ .

A planta inspirada no modelo do poço pode ser escrita como:

$$\tau \dot{u}_f = -u_f + u,$$

$$y = h(u_f)u.$$

Este sistema representa uma classe de plantas não explorada na literatura de Controle por Busca Extremal para frequências altas do sinal de perturbação senoidal.

Algumas observações preliminares:

- $u = \theta + a \sin \omega t$  é a vazão  $w_{iv}$ .
- Definindo  $P(j\omega) := \frac{1}{j\tau\omega + 1}$ , tem-se:

$$u_f = \theta + a|P(j\omega)| \sin(\omega t + \phi).$$

- $|P(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2\tau^2+1}}$  e  $\tan(\phi) = -\tau\omega$
- Com  $\phi$  conhecido ou estimado via um PLL, tem-se que  $|P(j\omega)|$  é conhecido/estimado.

Considere agora o seguinte sinal auxiliar  $\bar{y}$ :

- Saída modificada:  $\bar{y} = \frac{y}{u}u_f$ ,
- sendo  $u_f = \theta + a|P(j\omega)| \sin(\omega t + \phi)$ .

Desta forma, temos o problema de ESC para a planta original

$$\tau\dot{u}_f = -u_f + u,$$

$$y = h(u_f)u,$$

equivale ao problema de ESC para a planta

$$\tau\dot{u}_f = -u_f + u,$$

$$\bar{y} = h(u_f)u_f,$$

que recai num modelo HW, tratado na literatura e que permite frequências mais altas de operação.

#### 4.4.1 Resultados Preliminares

O controlador proposto foi implementado no Matlab/Simulink, ver figuras a seguir:

No que segue foram obtidos resultados com período de oscilação de 3 dias e de 1 dia, com o modelo proposto e em seguida aplicado ao EMSO.

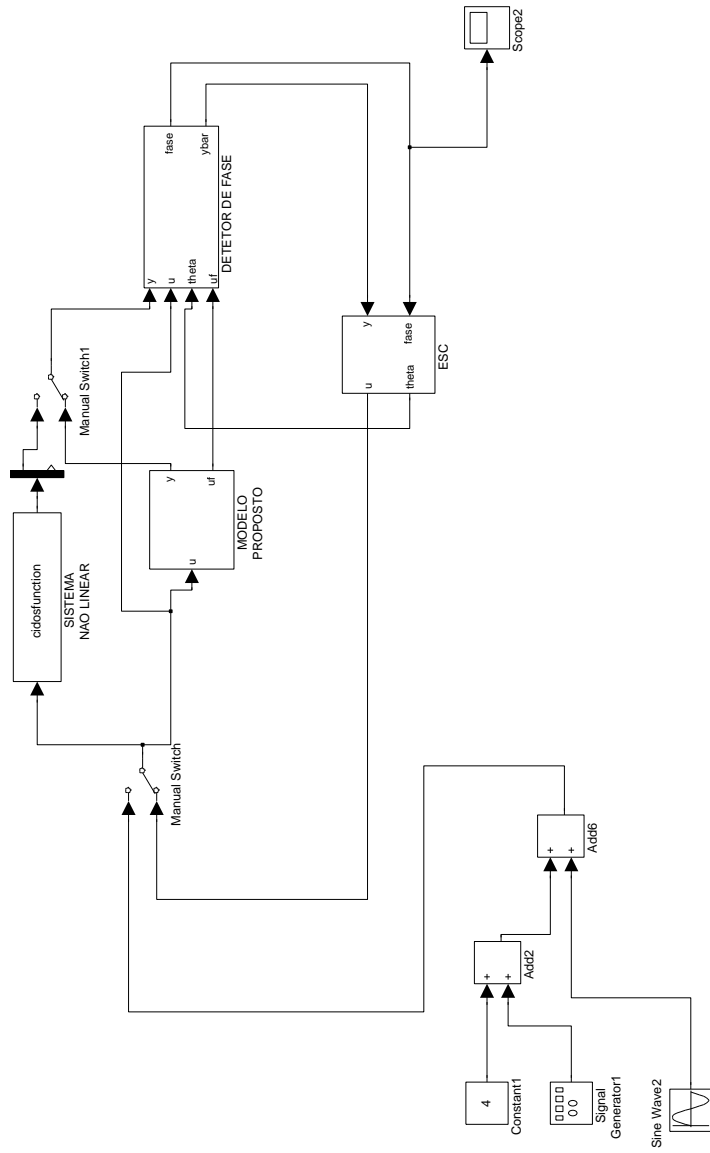


Figura 4.30: Diagrama de Blocos Principal.

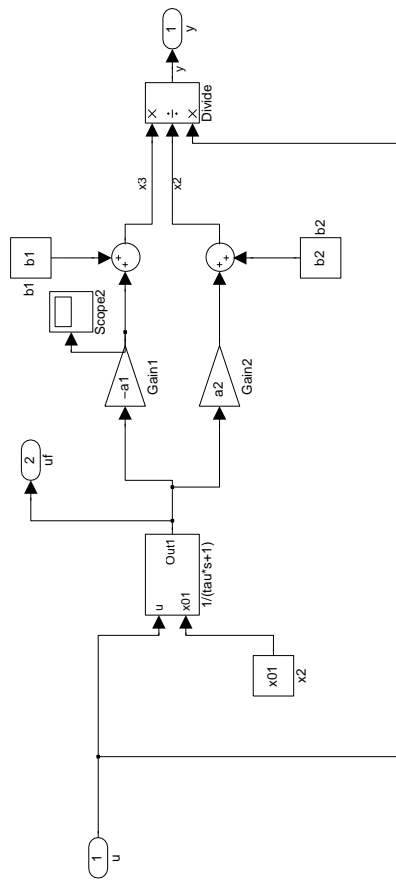


Figura 4.31: Modelo Proposto.



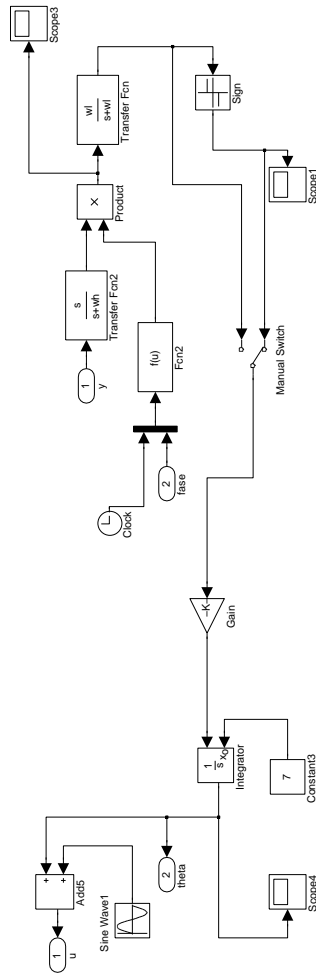


Figura 4.33: ESC.

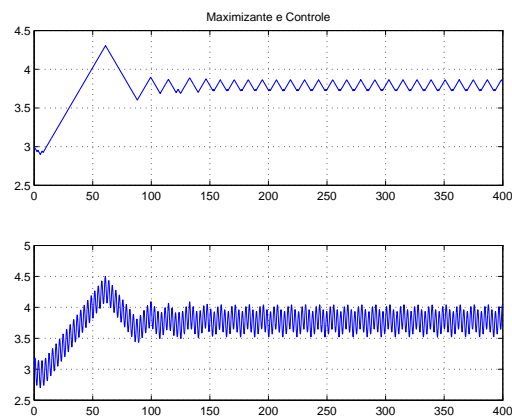


Figura 4.34: Maximizante e Vazão  $w_{iv}$ , período de oscilação de 3 dias.

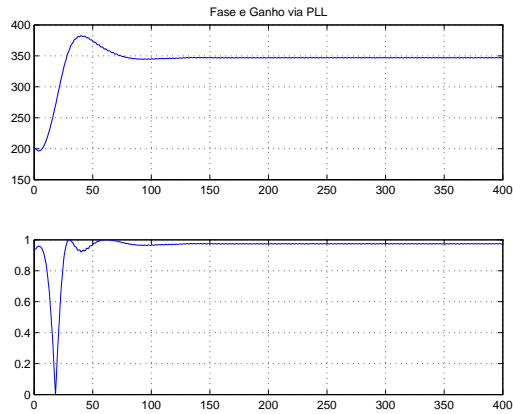


Figura 4.35: Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 3 dias.

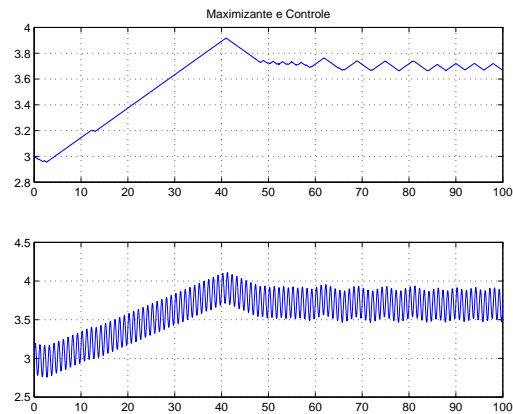


Figura 4.36: Maximizante e Vazão  $w_{iv}$ , período de oscilação de 1 dia.

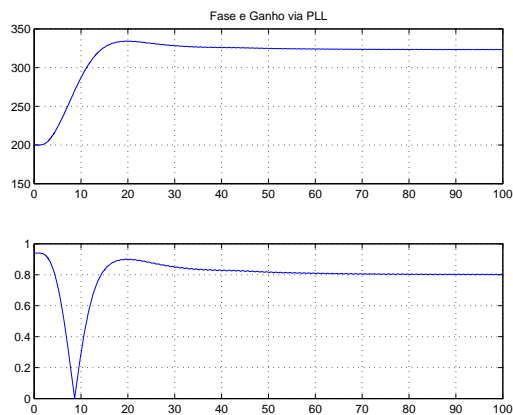


Figura 4.37: Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 1 dia.



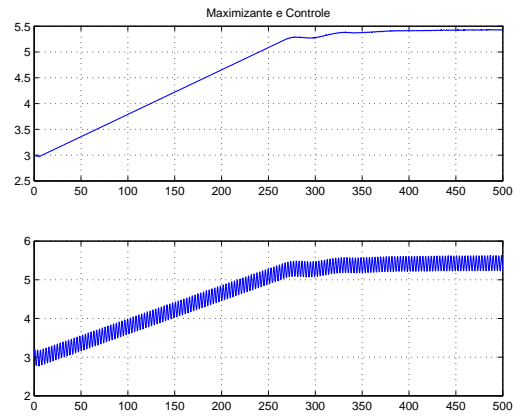


Figura 4.38: EMSO: Maximizante e Vazão  $w_{iv}$ , período de oscilação de 3 dias.

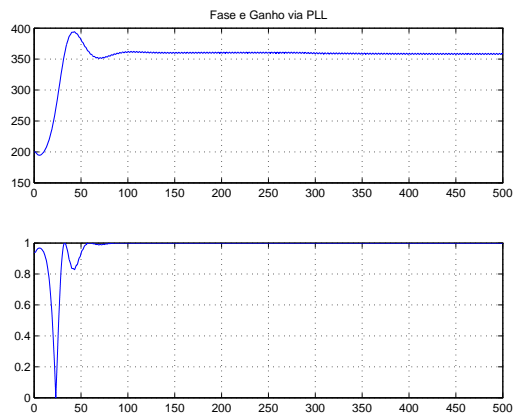


Figura 4.39: EMSO: Fase e Ganho Estimados pelo PLL, período de oscilação de 3 dias.

# Capítulo 5

## Conclusão

Neste trabalho, foi realizado um estudo sobre o modelo não linear de um poço operando por *gas-lift*, para o qual foi feita uma interpretação detalhada das equações com o objetivo de entender melhor os princípios físicos do processo.

Através da análise do comportamento estático do sistema, foram observadas as relações entre as diferentes variáveis em função da vazão de injeção de gás. Essa análise revelou interações que possibilitaram uma reestruturação do problema, na qual a variável medida passaria a ser a pressão no fundo do poço e não a vazão de produção. Dessa forma, o problema passaria a ser encontrar a vazão de injeção de gás que minimiza a pressão de fundo de poço. A relação entre entrada e saída em equilíbrio também serviu de base para o desenvolvimento de um novo modelo aproximado.

Durante o trabalho foi realizada a implementação do modelo dinâmico não linear do poço operando por *gas-lift*, que foi validada através da estimulação com diferentes sinais e comparação da resposta com o modelo de poço implementado anteriormente no simulador EMSO. Os modelos apresentaram um transitório muito lento para respostas ao degrau revelando que a escala de tempo para a estabilização do sistema é alta. As resposta a senóides em alta frequência mostram uma forte atenuação da oscilação de entrada e dificuldades para estimar o gradiente através da diferença de

fase.

Foi realizado um estudo sobre o método de busca extremal para encontrar o ponto ótimo de sistemas dinâmicos não lineares, com modelos conhecidos e independentes do conhecimento dos parâmetros do modelo. Inicialmente, o algoritmo foi analisado separadamente em um exemplo no qual foram observados os sinais intermediários e as condições de operação de malha aberta e da malha fechada. Dessa forma, foi possível interpretar o funcionamento do algoritmo.

Em seguida, o método foi aplicado ao modelo não linear dinâmico do poço operando por *gas-lift* no qual foram verificadas as limitações da aplicação a essa classe de sistemas dinâmicos lentos em malha fechada. A senóide utilizada como perturbação do sistema precisa ser muito lenta para que o processo funcione de forma aproximadamente estática e o método funcione corretamente. Uma proposta para contornar esse problema foi desenvolvida.

## 5.1 Contribuições

Podem ser citadas como principais contribuições do trabalho:

- Exploração das equações do modelo estático e dinâmico de poços operando por *gas-lift*.
- Implementação do modelo dinâmico e estático em uma nova plataforma.
- Aproximação do sistema por um modelo não linear que não é do tipo Hammersstein-Wiener.
- Identificação das limitações do algoritmo de busca extremal para uma determinada classe de problemas.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Conforme descrito durante o trabalho, embora o algoritmo encontre o ponto de máximo do processo, o tempo necessário para encontrar esse ponto é inviável. Portanto uma possível contribuição futura seria utilizar novas estratégias para melhorar o desempenho do algoritmo para essa classe de sistemas.

Como novas estratégias podem ser citadas a implementação de observadores de estados e compensadores para acelerar o processo, permitindo perturbações com frequências mais altas para o controle por busca extremal, tornando todo o processo de otimização mais rápido.

A elaboração do novo modelo também sugere que há uma multiplicação direta entre a entrada e a saída do sistema que impede a identificação da fase. Portanto, seria importante investigar os efeitos de dividir a saída do sistema pela entrada conhecida para melhorar a identificação da fase e aumentar a eficiência do algoritmo.

Outra abordagem interessante seria reformular o problema para minimizar a pressão de fundo de poço do modelo pois, conforme observado no trabalho, o ponto que minimiza essa pressão é o mesmo que maximiza a produção de óleo. Simulações no modelo dinâmico apontam que a fase do sistema se apresenta muito mais clara nesse ponto de pressão do que na medida da vazão na saída do poço.

É importante ter em mente que o ponto que maximiza a produção de óleo não é necessariamente o que maximiza os lucros, pois nesse modelo não estão sendo considerados os custos de compressão de gás e seus insumos. Portanto, outra abordagem para a busca extremal seria maximizar uma função objetivos que considerasse esses custos adicionais para maximizar o lucro do processo.

Além disso, o estudo feito neste trabalho considera apenas um poço de produção, porém todo o trabalho pode ser estendido para uma planta completa de produção *offshore* com múltiplos poços e modelos de *risers*, *manifolds* e separadores.

# Referências Bibliográficas

- AAMO, O., EIKREM, G., SIAHAAN, H., et al., 2004, “Observer design for multiphase flow in vertical pipes with gas-lift - theory and experiments”, *Journal of Process Control*, v. 15, n. 3, pp. 247–257.
- BANASZUK, A., ARIYUR, K., KRSTIĆ, M., et al., 2004, “An adaptative algorithm for control of combustion instability”, *Automatica*, v. 40, pp. 1965–1972.
- CHOI, J.-Y., KRSTIĆ, M., ARIYUR., K., et al., 2002, “Extremum seeking control for discrete-time systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 47, pp. 318–323.
- COTA, R., REIS, Y., 2012, *Controle Preditivo em Sistemas de Produção Offshore*. Projeto de graduação, UFRJ / Escola Politécnica, Rio de Janeiro, Brasil.
- EIKREM, G., FOSS, B., IMSLAND, L., et al., 2002, “Stabilization of gas lifted wells”. In: *Proceedings of the 15th IFAC World Congress on Automatic Control*, Barcelona, Spain. IFAC.
- EIKREM, G., IMSLAND, L., FOSS, B., 2004, “Stabilization of gas lifted wells based on state estimation”. In: *Proceedings of the 2003 International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes*, Hong Kong, China. IFAC.
- EIKREM, G., AAMO, O., FOSS, B., 2005, “On Instability in gas-lift wells and schemes for stabilization by automatic control”. In: *SPE Production & Operations*. Submitted.
- GHAFFARI, A., KRSTIĆ, M., NEŠIĆ, D., 2012, “Multivariable Newton-based extremum seeking”, *Automatica*, v. 48, pp. 1759–1767.
- HU, B., 2004, “Characterizing gas-lift instabilities”. In: *Norwegian University of Science and Technology*, Trondheim, Norway.

- IMSLAND, L., EIKREM, G., FOSS, B., 2004, “A state feedback controller for a class of nonlinear positive systems applied to stabilization of gas-lifted oil wells”. In: *Control Engineering Practice*. Accepted.
- KRSTIĆ, M., 2000, “Performance improvement and limitations in extremum seeking control”, *Systems & Control Letters*, v. 39, pp. 313–326.
- KRSTIĆ, M., WANG, H.-H., 2000, “Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems”, *Automatica*, v. 36, n. 7 (April), pp. 595–601.
- NOGUEIRA, E., 2012, *Controle via Busca Extremal da Produção de Petróleo em Poços Operando por Elevação Artificial*. Projeto de graduação, UFRJ / Escola Politécnica, Rio de Janeiro, Brasil.
- NUNES, G., 1994, *Modelagem e Simulação Dinâmica de Separador Trifásico água-óleo-gás*. Dissertação de m.sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- NUNES, G., MEDEIROS, J., ARAÚJO, O., 2010, *Modelagem e controle na produção de petróleo: aplicações em Matlab*.
- OLIVEIRA, T., HSU, L., PEIXOTO, A., 2011, “Output-feedback global tracking for unknown control direction plants with application to extremum-seeking control.” *Automatica*, v. 47, pp. 2029–2038.
- OLIVEIRA, T., PEIXOTO, A., HSU, L., 2012, “Global Real-Time Optimization by Output-Feedback Extremum-Seeking Control with Sliding Modes”, *Journal of the Franklin Institute*, v. 439, pp. 1397–1415.
- PALKE, M., 1996, *Nonlinear Optimization of Well Production Considering Gas Lift and Phase Behavior*. Tese de Mestrado, STANFORD UNIVERSITY.
- PEIXOTO, A., OLIVEIRA, T., 2014, “Global Output-Feedback Extremum Seeking Control for Nonlinear Systems with Arbitrary Relative Degree”. In: *19th World Congress of the International Federation of Automatic Control*.
- PEIXOTO, A., OLIVEIRA, T., 2012, “Extremum Seeking Control via Sliding Mode and Periodic Switching Function Applied to Raman Optical Amplifiers”. In: *American Control Conference (ACC 2012)*.
- PERRY, R., CHILTON, C., 1980, *Manual de Engenharia Química*. Rio de Janeiro.
- RIBEIRO, C., 2012, *Controle Preditivo Multivariável com requisitos de qualidade em plataformas de produção de petróleo*. Dissertação de m.sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

- RIZZO FILHO, H., 2011, *A Otimização de Gas Lift na Produção de Petróleo: Avaliação da Curva de Performance do Poço*. Dissertação de m.sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, Janeiro.
- SANTOS, J., 2007, *Controle Preditivo Não-Linear para Sistemas de Hammerstein*. Tese de doutorado, UFSC, Florianópolis, Abril.
- SCHUSTER, E., XU, C., TORRES, N., et al., 2007, “Beam matching adaptative control via extremum seeking”, *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research, Section A*, v. 581, pp. 799–815.
- SKOGESTAD, S., STORKAAS, E., 2002, “Stabilization of severe slugging based on a low-dimensional nonlinear model”. In: *Norwegian University of Science and Technology*, Trondheim, Norway.
- SOARES, R., SECCHI, A., 2003, “EMSO: a new environment for modelling, simulation and optimization.” *Computer Aided Chemical Engineering*, v. 14, pp. 947–952.
- THOMAS, J., 2001, *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*.
- WANG, H.-H., KRSTÍC, M., 2000, “Extremum seeking for limit cycle minimization”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 45, n. 12 (December), pp. 2432–2437.
- WANG, H.-H., YEUNG, S., KRSTÍC, M., 2000, “Experimental application of extremum seeking on an axial-flow compressor”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 8, n. 8 (March), pp. 300–309.
- YAU, H.-T., WU, C.-H., 2011, “Comparisson of Extremum-Seeking Control Techniques for Maximum Power Point Tracking in Photovoltaic Systems”, *Energies*, v. 4, pp. 2180–2195.