

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
LICENCIATURA PLENA EM PEDAGOGIA

MARIA TEREZA LOPES DE OLIVEIRA

**A ABORDAGEM DE FRAÇÕES NOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR
SOBRE DUAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS**

RIO DE JANEIRO

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
LICENCIATURA PLENA EM PEDAGOGIA

MARIA TEREZA LOPES DE OLIVEIRA

**A ABORDAGEM DE FRAÇÕES NOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR
SOBRE DUAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Licenciatura Plena em Pedagogia.

Orientadora: Professora Doutora Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira

RIO DE JANEIRO

2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

CIP - Catalogação na Publicação

O48a Oliveira, Maria Tereza Lopes de
A abordagem de frações nos Anos Iniciais: um
olhar sobre duas coleções de livros didáticos. /
Maria Tereza Lopes de Oliveira. -- Rio de Janeiro,
2021.
69 f.

Orientador: Ana Teresa de Carvalho Correa de
Oliveira.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade
de Educação, Bacharel em Pedagogia, 2021.

1. Matemática. 2. PNLD. 3. Frações. 4. Livros
didáticos. I. Oliveira, Ana Teresa de Carvalho
Correa de, orient. II. Título.

MARIA TEREZA LOPES DE OLIVEIRA

**A ABORDAGEM DE FRAÇÕES NOS ANOS INICIAIS: UM OLHAR
SOBRE DUAS COLEÇÕES DE LIVROS DIDÁTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Faculdade de Educação da Universidade Federal
do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos
necessários à obtenção do grau de Licenciatura
Plena em Pedagogia.

Aprovada em 18 de Agosto de 2022.

BANCA EXAMINADORA

Presidente: Prof.^a Dr.^a Ana Teresa de Carvalho Correa de Oliveira
Orientadora
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Convidada: Prof.^a Dr.^a Patrícia Raquel Baroni
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Convidada: Prof.^a Dr.^a Silvina Julia Fernandez
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Convidada: Prof.^a Dr.^a Elaine Constant
Universidade Federal do Rio de Janeiro

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, à memória dos meus avós, aos meus familiares mais próximos, colegas de faculdade e a todos os profissionais de Educação já formados ou em formação que possuem afinco com a pesquisa no Brasil. Que este trabalho seja luz de alguma forma para favorecer avanços na área educacional.

AGRADECIMENTOS

Acima de tudo, agradeço por ter mantido a fé. Agradeço à parte de mim que precisou ser desafiada para que eu pudesse, de fato, evoluir e ultrapassar barreiras. Esta parte de mim que pensou em desistir várias vezes e duvidou da própria capacidade também foi a mesma que precisou aprender a se superar e perseverar neste caminho. Agradeço por esta antiga versão minha ter tido força de vontade, determinação, organização e persistência para prosseguir nesta jornada até o final e conseguir vencer as noites mal dormidas, cansaço físico e mental, estresse, pressão, ansiedade e, principalmente, insegurança para finalizar este trabalho. Agradeço por ter aprendido com esta parte e poder agora conhecer novas versões de mim.

Agradeço à minha mãe, especialmente, por me incentivar, apoiar, defender e acolher, organizando seus planos e se dividindo em mil para me dar cobertura em prol dos meus estudos sempre serem prioridade. Mãe solteira, batalhadora, é o meu exemplo e lição de vida. Graças a você, mãe, ocupo este espaço. Sou e serei eternamente grata por tudo o que fez e faz.

Agradeço aos meus falecidos avós Luiz e Tereza que sonharam em ver a última neta se formar. Obrigada pelo amor, por acreditarem em mim, por vibrarem a cada conquista, pela motivação, compreensão e por terem gerado uma família que hoje é minha inspiração. A memória de vocês segue viva e documentada.

Agradeço aos meus tios: Setembrino e Elsa, Edna e Maurício pelo incentivo desde criança, preocupação e estarem presentes na torcida mesmo que de longe, além de sempre estarem disponíveis a emprestar materiais quando necessário, compartilhar experiências e orientar sobre a carreira ou quando as dúvidas aparecem.

Agradeço de forma geral a todos os meus familiares, dentre demais tios e primos que nunca negaram suporte, incentivo e orientação. Meu carinho por todos é imenso e sei também que é recíproco. Em especial, Fabrício, Fernanda, Rodrigo e Vinícius. Todos têm sua parcela de contribuição na formação da pessoa e profissional que estou me formando.

Agradeço aos amigos e colegas que fiz durante o percurso na faculdade tornando o caminho muito mais agradável. Se não fosse pela escolha do curso, jamais conheceria pessoas tão especiais como Julia Motta, Carolina da Paz e Beatriz Rosária, além muitos outros que carrego para além da faculdade. Obrigada por todo o companheirismo, carinho, aprendizado e diversão. Sobretudo você, Julia Motta, que transcendeu as barreiras dessa amizade e se tornou muito mais

do que eu poderia querer. O título de melhor amiga para você é pouco. Você não faz ideia do quanto é importante para mim.

Agradeço à minha orientadora, Ana Teresa, por me acalmar quando quis abraçar o mundo sozinha e me trazer para a realidade. Agradeço pela paciência e oportunidade de evoluir nos meus estudos acadêmicos com um verdadeiro exemplo de profissional.

E, enfim, agradeço a todos aqueles que tornaram possível a realização e conclusão, não só deste trabalho, como também de cada etapa do curso. Carrego comigo um pedacinho de cada um de vocês.

EPÍGRAFE

“É necessário dizer que não é a quantidade de informações, nem a sofisticação em Matemática que podem dar sozinhas um conhecimento pertinente, mas sim a capacidade de colocar o conhecimento no contexto.”

(Edgar Morin)

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – ÁPIS 4º ano: Relação parte-todo utilizando todos contínuos _____	29
Figura 2 – ÁPIS 4º ano: Relação parte-todo utilizando todos discretos _____	29
Figura 3 – ÁPIS 4º ano: Frações e medidas _____	30
Figura 4 – ÁPIS 4º ano: Frações na reta numerada _____	31
Figura 5 – ÁPIS 4º ano: Frações de um número _____	31
Figura 6 – ÁPIS 4º ano: Sugestões de atividades com frações _____	33
Figura 7 – ÁPIS 4º ano: Material Dourado para representação fracionária _____	33
Figura 8 – ÁPIS 4º ano: Resolução de exercício _____	34
Figura 9 – ÁPIS 5º ano: Frações aplicadas às medidas _____	37
Figura 10 – ÁPIS 5º ano: Fração de um conjunto de elementos _____	38
Figura 11 – ÁPIS 5º ano: Todos discretos com polígonos _____	39
Figura 12 – ÁPIS 5º ano: Todos contínuos para visualização de números mistos _____	40
Figura 13 – ÁPIS 5º ano: Proposta de atividade manual utilizando todos contínuos _____	40
Figura 14 – ÁPIS 5º ano: Todos contínuos para visualização de exercícios _____	41
Figura 15 – ÁPIS 5º ano: Relação parte-todo junto à ideia de probabilidade _____	42
Figura 16 – ÁPIS 5º ano: Sugestão de atividade com frações equivalentes _____	43
Figura 17 – LIGAMUNDO 4º ano: Giros e frações _____	48
Figura 18 – LIGAMUNDO 4º ano: Frações e direções _____	49
Figura 19 – LIGAMUNDO 4º ano: Metade e quarta parte _____	49
Figura 20 – LIGAMUNDO 4º ano: Reta numérica com frações _____	50
Figura 21 – LIGAMUNDO 4º ano: Problemas fracionários no cotidiano _____	51
Figura 22 – LIGAMUNDO 4º ano: Adesivos como todos discretos na relação parte-todo _____	51
Figura 23 – LIGAMUNDO 4º ano: Orientação a professores para resolução _____	52
Figura 24 – LIGAMUNDO 4º ano: Retomada de exercícios com fração _____	52

Figura 25 – LIGAMUNDO 4º ano: Atividades com círculos e frações _____	53
Figura 26 – LIGAMUNDO 4º ano: Proposição de resolução e expectativas _____	54
Figura 27 – LIGAMUNDO 5º ano: Dobraduras e significado de fração _____	58
Figura 28 – LIGAMUNDO 5º ano: Todos discretos e frações _____	60
Figura 29 – LIGAMUNDO 5º ano: Frações e porcentagem _____	61
Figura 30 – LIGAMUNDO 5º ano: Representação fracionária com todos contínuos _____	62

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática

EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática

PNLD – Programa Nacional do Livro e do Material Didático

PDF – *Portable Document Format*

SARESP – Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

OLIVEIRA, M. T. L. A abordagem de frações nos Anos Iniciais: um olhar sobre duas coleções de livros didáticos. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso de Pedagogia) – Faculdade de Educação; Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2021.

RESUMO

Ao compreender a importância e praticidade dos livros didáticos no trabalho docente, é possível considerá-los materiais que propiciam a autonomia de leitura e resolução de exercícios dos alunos ao mesmo tempo em que devem servir de apoio e referência ao professor. Porém, o trabalho com livros didáticos voltados para os anos iniciais do ensino fundamental precisa levar em conta que é nesta etapa que as crianças ainda estão em processo de alfabetização e letramento. Por esse viés, tomando como base as coleções aprovadas no PNLD 2019 – [Ápis](#)¹ e [Ligamundo](#)² – para os anos iniciais com foco em matemática, este trabalho pretende investigar a proposta de ensino e aprendizagem das frações durante a primeira etapa do ensino fundamental em duas coleções de livros didáticos, a partir dos manuais do professor. A escolha pelo material do professor teve como objetivo poder levar em conta algumas orientações dadas aos docentes na abordagem dos diferentes temas. Investiguei como as coleções pesquisadas introduzem as frações; que significado(s) das frações é(são) preponderante(s) na introdução do estudo; que "todos" são priorizados; a que recursos as abordagens recorrem; existe, nas obras analisadas, o estímulo ao uso de recursos de manipulação concreta que possam ser facilitadores da aprendizagem das frações? Apresento uma revisão de literatura acerca de frações, trazendo questões sobre ensinar e aprender frações e resultados de pesquisas já realizadas, que me orientaram na leitura.

Palavras-chave: Matemática; PNLD; frações; livros didáticos

¹ Hiperlink direto para acesso aos livros do 4º e 5º ano em PDF.

² Hiperlink direto para acesso aos livros do 4º e 5º ano em PDF.

OLIVEIRA, M. T. L. The fractions approach in the Early Years: a look at two collections of schoolbooks. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso de Pedagogia) – Faculdade de Educação; Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2021.

ABSTRACT

By understanding the importance and practicality of schoolbooks in teaching work, it's possible to consider them as materials that promote students' autonomy in reading and solving exercises, while, at the same time, they must serve as a support and reference for teachers. However, the work with textbooks aimed at the early years of elementary school needs to take into account that, in this stage, children are still in the literacy process. From this point, based on the collections approved in the PNLD 2019 – Ápis and Ligamundo – for initial years with focus on mathematics, this work intends to investigate the proposal of teaching and learning fractions during the first stage of elementary school in two collections of schoolbooks, from teacher's manuals. The choice of teacher's material aimed to be able to take into account some guidelines given to teachers in approaching different themes. I investigated how the researched collections introduce fractions; what meaning(s) of fractions is(are) predominant in the introduction to the study; what kind of "whole" are prioritized; what resources do the approaches use; is there, in this works analyzed, the stimulus to the use concrete manipulation resources that can be facilitators of learning fractions? I present a literature review about fractions, bringing questions about teaching and learning them and results of researches already carried out, which has guided me.

Keywords: Mathematics; PNLD; fractions; schoolbooks

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 Problemática e justificativa	13
1.2 Objetivos e problema de pesquisa	14
1.3 Metodologia e organização do trabalho	16
2. MINHAS LEITURAS	17
3. SOBRE AS COLEÇÕES ÁPIS E LIGAMUNDO	26
3.1 COLEÇÃO ÁPIS	26
3.1.1 - 4º Ano	26
3.1.2 - 5º Ano	35
3.2 COLEÇÃO LIGAMUNDO	44
3.2.1 - 4º ano	44
3.2.2 - 5º ano	55
4. EM SÍNTESE	63
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	67

1. INTRODUÇÃO

1.1 Problemática e justificativa

Diante de um período nunca vivido na história da educação no Brasil e no mundo, em decorrência da avassaladora pandemia provocada pela disseminação do vírus Sars-CoV-2, a educação brasileira cedeu ao isolamento social proposto por especialistas e acatado por governantes em prol da autopreservação e responsabilidade com o próximo, adotando a estratégia de prosseguir com aulas remotas a fim de não comprometer os calendários escolares. É importante ressaltar que este trabalho não tem por intenção aprofundar-se nesta discussão ou avaliar a eficácia do ensino remoto e suas consequências, mas sim esclarecer, inicialmente, um quadro social atual que justifica a elaboração da pesquisa de acordo com possibilidades sanitariamente seguras de execução. Nesse sentido, escolhi por investigar livros, o que me permitiu um trabalho independente da necessidade de deslocamentos e contato próximo com pessoas, como seria caso se eu tivesse escolhido uma outra questão de pesquisa, que se utilizasse de outros instrumentos de coleta de dados.

O presente trabalho se orienta, entre outras razões, a partir da importância que atribuo à vinculação do conhecimento matemático ao cotidiano dos alunos, sendo o meu foco de interesse o desenvolvimento e abordagem sobre o conceito e as aplicações de frações encontrados em duas coleções de livros didáticos aprovados no PNLD 2019³, entendendo que os livros aprovados neste programa chegam às mãos das crianças brasileiras das escolas públicas como um material de apoio significativo para alunos e docentes. Pelo fato de se tratarem de livros aprovados, não me coloco aqui no lugar de quem critica, longe de mim tal intenção, mas que ocupo, sim, o lugar de quem se debruça para, como futura professora dos anos iniciais, me aproximar de um recurso que fará parte de minha vida profissional.

³ BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: PNLD 2019: Matemática: Ensino Fundamental: Anos Iniciais. Brasília. In: FNDE, 2019.

DANTE, Luiz Roberto. Ápis matemática, ensino fundamental, anos iniciais. 3.ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019.

REAME, Eliane. Ligamundo: Matemática, ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. FNDE, 2019.

Não é novidade que a matemática é considerada difícil por muitos, especialmente quando o assunto abordado é frações. Durante toda a etapa da Educação Básica, elas estão presentes nos estudos e nas aulas e se complexificam ao longo da educação básica. No entanto, é bastante comum perceber falhas no entendimento e desenvolvimento dos alunos por não terem clareza sobre o que estão resolvendo ou por não verem sentido em problemas que podem surgir no cotidiano fora da escola. Percebe-se que as lacunas, muitas vezes, permanecem durante o desenvolvimento do estudo de frações e, como consequência, os alunos se distanciam do tema, não sabem usá-las, não entendem sua importância para a continuidade de seus estudos em matemática, e seu papel na compreensão de situações cotidianas.

É entendido que a Educação Básica deve permitir a todos os estudantes a capacidade de desenvolver sua matemática tanto conceitualmente quanto analiticamente, em resolução de problemas e para o desenvolvimento do raciocínio lógico. É papel dos pedagogos introduzir o trabalho matemático com frações desde as primeiras séries do fundamental até o 5º ano por obrigatoriedade, porém é uma realidade que nem todos conseguem desenvolver um bom trabalho nessa etapa por serem desafiados a ensinar aquilo que, por vezes, nem eles mesmos têm clareza dos conceitos envolvidos de modo assertivo e a metodologia não favorece a produção de significados para os que pretendem ensinar. Porém, não é proposta deste trabalho falar sobre as dificuldades dos docentes em seu ofício e nem, tampouco, definir estratégias didáticas para a explicação de conteúdos. Mas, sim, discutir brevemente a proposta do ensino de frações nas duas coleções escolhidas, como forma de melhor me preparar para a profissão docente, trazendo aqui algumas opiniões sobre os que os livros dispõem.

1.2 Objetivos e problema de pesquisa

A reflexão que move este trabalho surge, portanto, considerando a amplitude do Programa Nacional do Livro e do Material Didático em sua versão mais recente e a disposição de várias coleções para serem eleitas de acordo com as análises autônomas de cada escola.

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (BRASIL, 2018)

Trata-se de uma política pública de fundamental relevância, para garantir o acesso aos livros à população escolar. Com a nova terminologia, segundo o Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, o PNLD passou a não se restringir ao livro didático, e abraçar, também, outros materiais de apoio à prática educativa.

O foco deste estudo consiste em perceber como se dá o ensino e aprendizagem das frações em duas coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD de 2019 voltados para o 1º ao 5º ano do ensino fundamental e tem por objetivo conhecer, em alguns de seus aspectos, as abordagens propostas nos livros didáticos para a introdução e desenvolvimento do estudo das frações em alguns de seus aspectos. É sabido que o livro didático pode ser um grande aliado do trabalho docente, mas é preciso entender que ele sozinho, e nenhum outro recurso, produz aprendizagem, mas, sim, a utilização que o docente escolhe fazer sobre ele, assim como apontam Schliemann, Santos e Costa (1992 *apud* NACARATO, 2005):

Não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático. (p.101)

Quando não se conhece um assunto, é provável que se deixe nortear por caminhos que outras pessoas definem, mas quando se entende, questiona, discute, busca visões e aprofundamentos sobre determinado assunto, ganha-se autonomia para criar rumos para a realização do seu trabalho.

Nesta pesquisa, tratei das duas coleções intituladas *Ápis* (Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 2017) e *Ligamundo* (Eliane Reame, Editora Saraiva, 2017) aprovadas no PNLD de 2019. As referidas coleções puderam ser por mim acessadas fácil e gratuitamente pelo portal do e-docente que, como o próprio sítio virtual descreve, é mantido pelas editoras Ática, Scipione e Saraiva. É diante destas coleções que me orientei por algumas questões para conduzir o olhar sobre elas, sendo questões de pesquisa: **como as coleções pesquisadas introduzem as frações; que significado(s) das frações é(são) preponderante(s) na introdução do estudo; que "todos" são priorizados; a que recursos as abordagens recorrem; existe, nas obras analisadas, o estímulo ao uso de recursos de manipulação concreta que possam ser facilitadores da aprendizagem das frações?** A partir dessa escolha que fiz, de me debruçar sobre os livros, considerei possível conhecer a abordagem desse tema, ao mesmo tempo em que, como concluinte do curso de Pedagogia e futura professora de anos iniciais, ter elementos

críticos para pensar em minha futura prática como docente, a partir da reflexão proposta e fomentada por essa pesquisa.

1.3 Metodologia e organização do trabalho

Este trabalho se aproxima da pesquisa qualitativa descrita como aquela que possui características e dilemas em torno da não neutralidade do pesquisador, estabelecendo críticas e se dispondo a pesquisar fatores que não são mensuráveis em termos numéricos, mas sim observados pela intenção, ideologia, preconceito entre outros paradigmas sociais, além de tender à possibilidade de pluralidade de metodologias para alcançar respostas de forma direta e precisa (IVENICKI e CANEN, 2016). Assim sendo, dentro das características que formam as pesquisas qualitativas, foram adotados dois métodos que, unidos, fundamentam esta monografia sendo eles a revisão bibliográfica, cuja base se dá a partir da literatura de artigos acadêmicos conceituando teorias, esclarecendo questionamentos e elucidando práticas e possibilidades de trabalho que giram em torno da contextualização matemática a fim de construir um pensamento crítico, e também a análise dos livros didáticos.

De acordo com Bacellar (2008), dentro do “instrumental metodológico” são consideradas fontes documentais aquelas produções que revelam, através da construção de uma narrativa, investigação e comprovação, o que a sociedade da época acatava, divulgava e aceitava. Nesse sentido, entende-se que os livros didáticos são documentos que fazem parte da história da educação brasileira, trazendo consigo considerações que revelam o entendimento da educação atual, dos interesses políticos, dos conceitos matemáticos e afins que servem aos pesquisadores e professores, para a consulta e coleta de dados instigando reflexões e práticas.

Para acesso aos livros no formato digital, utilizei a plataforma do e-docente que é mantida oficialmente por grandes editoras e disponibiliza o material didático atualizado de acordo com a versão mais recente do PNLD, de forma gratuita e com coleções completas de livros manuais do professor. Num segundo momento, parti para a leitura de estudos e pesquisas que, anteriormente ao meu trabalho, se voltaram para as dificuldades de ensinar e aprender frações. E, posteriormente, parti para a leitura detalhada dos livros, orientada pelo que já havia lido e por minhas questões de pesquisa.

Na leitura dos livros das duas coleções, observei que, na verdade, as frações são introduzidas no 4º ano, e estende-se ao 5º, o que fez com que esses dois volumes, de cada uma

das coleções, tenham sido o meu foco, pois a introdução da fração foi meu interesse maior, isto é, a ampliação do campo numérico, dos naturais para os racionais, de modo particular, as frações.

2. MINHAS LEITURAS

Trago nessa seção, alguns estudos e pesquisas que contribuíram para construir meu olhar crítico acerca do tema escolhido para esta pesquisa. Por meio da leitura desses artigos, pude me situar no contexto das pesquisas, que retratam estratégias de trabalho, dificuldades de ensinar e aprender frações, e o livro didático como um parceiro da prática docente.

Tatto e Scapin (2004) comentam que a matemática é, empiricamente, um desafio que pode ser observado como um fenômeno bastante comum, acumulando frequência nas afirmações sobre a não afinidade com a disciplina. Não diferente, o tema de frações costuma ser um grande tabu dentro do ensino de matemática, mas, não só isso, a obrigação curricular de trabalhá-las e avançar na complexidade dos estudos com o avanço dos anos pode comprometer a relação de estudantes com frações, afastando-as do seu cotidiano sem entender como elas podem ser úteis. Isto porque as provas que possuem por finalidade a aprovação ou reprovação desses alunos para a série seguinte, carregam grande pressão e podem provocar a sensação de que o aprendizado de matemática é questão de mérito para poucos que se esforçam.

Ainda acrescento que, não raro, os que conseguem entender e utilizar as frações, e até a matemática no seu todo, são, por muitos, considerados os “bem dotados”, concepção que desconsidera a possibilidade que é real, da realização de aprendizagens a partir de metodologias adequadas e diversas, que podem dar contribuições à construção de conceitos matemáticos.

Soares, Ferreira e Moreira (1999) comentam em seu artigo o fato de que apesar de recair sobre os alunos as razões de suas dificuldades para aprender frações, os erros que comentem podem ser decorrentes de falhas nas estratégias de ensino.

De um modo geral, os professores do Ensino Fundamental que trabalham com frações e números racionais reconhecem certas dificuldades dos alunos com o assunto. Os erros, entretanto, geralmente são atribuídos ao fato de que o aluno não entendeu bem o que o professor

explicou: falta de preparo anterior do aluno (falta de “base”) ou de tempo do professor para explicar de novo. Ou ambos. (p. 39)

Esses autores seguem destacando que as crianças devem viver situações nas quais “utilizem de modo significativo o conhecimento matemático; selecione a faceta adequada de um determinado conceito, numa dada circunstância, errando e se corrigindo (SOARES, FERREIRA e MOREIRA, 1999, p.39)

Os estudos de Zeferino e Moretti (2020) tangenciam de forma significativa a minha pesquisa, tendo em vista o seu foco no pensamento dos professores dos anos iniciais, que são os interlocutores entre os alunos com os livros didáticos, em torno dos conceitos a serem construídos nesta etapa do ensino fundamental. E, o que os livros trazem sobre frações, considero que ensina, também, aos professores ao longo de seu trabalho.

Elas analisaram o desenvolvimento de aspectos do pensamento teórico do professor sobre frações. A análise se deu num contexto da extensão relacionado à formação continuada.

As pesquisadoras defendem a importância de que se ultrapasse, no ensino e aprendizagem das frações, a “quantificação discreta”, como assim destacado a seguir.

A representação fracionária do conceito de número racional é comumente associada a partes enumeráveis de um inteiro dividido em partes iguais. Embora evidentemente, isso não esteja errado, lidar exclusivamente com a quantificação discreta não explicita a potencialidade do conceito e acaba sendo tomado no senso comum como algo que mais complica do que ajuda o conhecimento matemático. (ZEFERINO E MORETTI, 2020, p.427)

O experimento didático que deu suporte à pesquisa envolveu professores do 4º e 5º anos da rede municipal de Guarulhos com o objetivo de possibilitar/provocar a aprendizagem desses sujeitos. Aconteceram quinze encontros num horário em que os 20 professores sujeitos da pesquisa, licenciados em pedagogia, fazem seu planejamento. No entanto, somente nove entre esses tiveram sua participação analisada.

Os professores, do quarto e quinto ano do ensino Fundamental, foram colocados diante de situações que objetivaram “problematizar a relação entre a representação fracionária de números racionais e a noção de medição de grandezas contínuas” (Ibid., p.437). Foram disponibilizados vários materiais para que pudessem expressar seu pensamento para solucionar o que foi proposto, visando não usar instrumentos ou padrões oficiais de medir.

As pesquisadoras consideram que, a pesquisa em questão, pelas problematizações feitas e consequentes reflexões, mostrou que os professores se deslocaram do empírico para o teórico.

Sendo assim, considerando que o desenvolvimento do pensamento matemático deve receber melhor atenção, as autoras apontam, é necessário superar o pensamento empírico pelo pensamento teórico entendendo que a abordagem tradicional ainda muito disseminada especialmente no âmbito das frações não tem sido suficiente para desenvolver o real raciocínio lógico compreendendo problemas de forma útil ao cotidiano. A forma como se entende as frações também diz respeito à forma de organização do ensino. Portanto o docente precisa engajar-se de forma autônoma na conceituação das frações e dos problemas fracionários, marcando a importância de materiais referenciais de apoio como os livros didáticos. Isto porque, ainda segundo o texto, o conceito de fração influencia e é influenciado pelo desenvolvimento teórico do professor para organizar a sistematização de ensino das frações.

Nessa perspectiva, os docentes precisam se relacionar com os materiais a respeito do assunto para compreender diferentes usos e contextos de frações para que, então, organizem uma sistemática, didática e intencionalidade de atividades que proporcionem aos educandos uma chance de refletir sobre o que está posto, além de conhecer necessidades e desmistificar o medo do erro e da não aprendizagem de matemática.

Dáí o meu interesse neste estudo por conhecer a abordagem proposta pelos livros, entendendo que eles compõem uma gama de materiais de apoio ao qual docentes e alunos recorrem.

De início, poucas são as vezes em que se esclarece a necessidade das frações ou seu contexto histórico e, quando há o afastamento desta contextualização, ocorre a falta de interpretação e oportunidade de reflexão que deve aproximar a matemática das realidades das crianças. Isso é negativo considerando que, ainda de acordo com Zeferino e Moretti (2020), este afastamento pode dar a entender que a resposta certa e a instrução mecânica sejam mais importantes que o ato de entender o porquê de existirem frações e como os conceitos podem ajudar no seu uso dentro e fora de sala. A contextualização histórica é fundamental, portanto, para que se estabeleça vínculo com a disciplina entendendo que ela não está totalmente posta, mas que precisa ser questionada e explorada.

Indo ao encontro do que Zeferino e Moretti (2020) afirmam, digo que por muito tempo o ensino de matemática se limitou à aplicação de regras e fórmulas prontas para a resolução de exercícios mecânicos sem que a construção do raciocínio lógico e do entendimento fossem explorados. Isso significa que uma boa variedade de ideias deixou de ser trabalhada em prol do cumprimento do currículo escolar anual, minando crianças da real internalização dos conceitos matemáticos.

Vasconcelos e Belfort (2006) apresentam cinco possibilidades conceituais essenciais e básicas de frações que permitem que a mesma operação matemática consiga ser adaptada para diferentes contextos e problemas, instigando a exploração da utilidade das frações no cotidiano e superando a impressão de que este tópico é complicado.

Os autores destacam o fato de que as frações estão associadas a várias ideias, assim como as operações fundamentais. Nesse sentido, alertam para o fato de que se trata de um conceito, a fração, que está significativamente presente na vida cotidiana.

As frações, assim como as operações fundamentais, também estão associadas a mais de uma idéia e, ao contrário do que se pensa, as frações estão presentes em muitas situações do nosso dia a dia. Em qualquer profissão que você exerça poderá encontrar situações em que deverá usar frações. Elas estão presentes quer numa mistura de bolo; quer na medida de canos e conexões; quer na manipulação de remédios. (VASCONCELOS e BELFORT, 2006, p.1)

Mas apesar de sua ocorrência constante e em diferentes situações, trata-se de um assunto cercado por dificuldades da parte da aprendizagem dos alunos, em decorrência de um ensino limitado, a partir de memorizações e pouca compreensão, e restrito quanto à exploração das diferentes ideias que relacionam-se à fração.

[...] como muitos outros temas de matemática, seu ensino limita-se, em geral, a aplicação de fórmulas e regras, sem que os alunos entendam muito bem o que estão fazendo. E, no caso específico das frações, muitas vezes a explanação limita-se a algumas idéias particulares, sem realmente abranger uma variedade das idéias que lhes são associadas. São fórmulas e regras desprovidas de significados e que devem ser memorizadas e repetidas. (VASCONCELOS e BELFORT, 2006, p.1)

É bastante importante o conteúdo do referido artigo para a orientação do trabalho do professor, destacando a fração por meio da ideia da relação parte-todo, a representação da fração na reta numérica, fração como parte de um conjunto para o caso de grandezas discretas, a fração como quociente e como razão. Além disso, é também notável a importância de professores se

munirem desta variedade de conceitos uma vez que isto amplia o repertório no processo de representação, leitura e aplicação de frações a partir de situações problema diferentes capazes de atribuir sentido acerca do que está sendo pedido.

Cabe destacar que diferentes autores lidam com as ideias (ou significados) das frações, categorizando-as de forma diferenciada. E as possibilidades conceituais trazidas por Vasconcelos e Belfort (2006) orientaram o meu olhar sobre os diferentes significados das frações.

Referendando a importância e a complexidade das frações (uma das representações do número racional), Monteiro e Costa (1996) afirmam, baseando-se também na opinião de outros estudiosos que:

Na opinião de alguns autores, essa importância pode ser encarada segundo três diferentes perspectivas diferentes: de um ponto de vista prático, tem a ver com a capacidade das pessoas serem capazes de entender e resolver situações e problemas da vida real; numa perspectiva psicológica, os números racionais proporcionam o desenvolvimento das estruturas mentais necessárias ao crescimento intelectual; na perspectiva matemática, a compreensão dos números racionais proporciona uma base para futuros conhecimentos algébricos elementares. (MONTEIRO e COSTA, 1996, p.60)

A compreensão do que é fração e o que ela pode representar, não só ajuda os professores a entender o assunto para trabalhá-lo com os alunos, mas também permite a eles a possibilidade de desenvolver melhor os conceitos que em sua formação também podem ter sido insuficientes. Costa e Prado (2015) elucidam que professoras dos anos iniciais e foco da pesquisa, apesar de possuírem majoritariamente mais de dez anos de experiência em magistério, ainda assim, apresentaram dificuldades com o uso e conceito de frações. Os autores mostram, portanto, que independente da experiência em docência e também do grau de formação, é possível que frações sejam consideradas complicadas por falta de clareza do professor ao aprender e ensinar, tendo como alternativa para superar isso o investimento na formação continuada que, em sua investigação, mostrou-se necessária na forma do curso de Pró-Letramento em Matemática, mas que também precisa de atenção no que diz respeito a elaboração de apostilas, exercícios e respeito o tempo de aprendizagem do professor que está se desenvolvendo.

Da mesma forma, Dionizio et al. (2019) também não se opõem ao que concerne a nítida dificuldade docente e discente sobre o entendimento de frações, sendo este o motivo que inspirou suas buscas para a superação deste dilema a partir do uso de estratégias que

promovessem a aprendizagem na primeira etapa do ensino fundamental. Orientadas pela indagação traduzida pela questão “de que forma as pesquisas abordam propostas para o ensino de frações no Ensino Fundamental?”, se debruçaram sobre os anais de dois eventos no campo da Educação Matemática - Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) e do Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), com o objetivo de analisar trabalhos publicados em seus anais que lhes possibilitassem responder à referida questão. Tratam-se de dois eventos significativos no campo de pesquisa, o ENEM por sua extensão nacional e o EPREM pela sua representatividade no âmbito de atuação das pesquisadoras, autoras desse artigo.

As pesquisadoras buscaram trabalhos na modalidade comunicação científica e relatos de experiência, envolvendo as 12 edições do ENEM e 14 edições do EPREM, que aconteceram até 2017. Essa busca possibilitou chegar a 24 trabalhos oriundos do ENEM e 14 do EPREM. Entre esses trabalhos, as pesquisadoras destacam que 19 se referem ao ensino e aprendizagem de frações para o ensino fundamental com sugestões de caminhos para a realização desse trabalho. Os demais voltam-se para o uso dos livros didáticos, entre outros.

Para as pesquisadoras, o uso de diferentes recursos contribui para o trabalho dos professores.

Para trabalhar com as crianças, dentre algumas abordagens, destaca-se a utilização de materiais manipuláveis e representações diversas, que possa levar as crianças a trabalhar com diferentes representações das frações. É importante diversificar os materiais manipuláveis, além de tiras quadradas, inserir figuras circulares, triangulares, hexagonais entre outras, como também, figuras em que as partes possam ter formas diferentes e mesma área. (Ibid., p.17)

Consequente, essa investigação aponta, também, que algumas metodologias funcionam de maneira semelhante durante todo o ensino fundamental e com isso, as autoras denotam a magnitude do trabalho pedagógico estando associado a práticas lúdicas, dado que, por elas, é possível facilitar a aprendizagem de frações através da manipulação de materiais e diferentes representações realizando atividades prazerosas que constroem conhecimento, dando destaque à importância deste trabalho com crianças, principalmente, nos anos iniciais, pois:

O uso de estratégias de ensino que possibilitem uma aprendizagem consolidada sobre os conceitos inerentes às frações se faz necessário desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. É nessa fase de ensino que se inicia a sistematização desse conhecimento na escola e, por isso, a importância de

pesquisas que levem em consideração as especificidades do conteúdo, da aprendizagem das crianças e de estratégias de ensino específicas sobre frações nessa faixa etária. (Ibid., p.17, 2019)

Tendo inspiração em Corrêa, Meggiolaro e Reis (2019), também analisando coleções de matemática indicadas pelo PNLD, as autoras dispuseram sua pesquisa com o objetivo de examinar como é tratado o conceito de frações nos livros didáticos voltados para a segunda etapa do ensino fundamental, mais especificamente no 6º ano, por meio de livros do PNLD, buscando considerar sua eficácia para o ensino e, também, alternativas de transformação do ensino desse tema na Educação Básica.

A presente monografia se pautou nestes fundamentos semelhantes, porém priorizando compreender o trabalho com frações, no âmbito dos anos iniciais do ensino fundamental, entendendo que nesta etapa é que ocorre o início da alfabetização, letramento e utilização do livro didático.

As pesquisadoras destacam o quanto o tema frações é cercado de problemas relacionados ao seu ensino e aprendizagem, com alunos decorando a mecânica de “como fazer” e sem a compreensão dos conceitos, e sem associar as frações às situações do cotidiano. E reiteram a importância da boa escolha do livro didático como material de apoio a alunos e professores.

Após a análise e comparação dos dois livros, as pesquisadoras destacam a boa estrutura de ambos, a boa conceituação e a diversidade de situações apresentadas aos alunos. Mas constata, ser um deles, pouco convidativo à uma efetiva participação dos alunos. E reforçam que, somente exemplos que ilustram o assunto, não garantem por aprendizagem.

Outro trabalho crucial e inspirador para essa pesquisa foi o de Silva, Canova e Campos (2016), no qual apresentam esta outra face do ensino fundamental, isto é, a primeira etapa que abrange os anos iniciais e, portanto, o foco desta pesquisa, sob a mesma perspectiva de análise sobre o desenvolvimento das frações nos livros didáticos referentes ao PNLD de 2010. São analisadas três coleções aprovadas para matemática dos anos iniciais. Por meio de pesquisa bibliográfica, constataram o quanto é frequente a presença da fração para expressar a relação parte-todo. E observaram, também, o uso e exploração de diferentes contextos para o trabalho com as frações, o que é um aspecto positivo da abordagem.

Em relação aos diferentes significados das frações, as pesquisadoras destacam a informação trazida pelo relatório do SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), que denota que “em torno de 28% dos alunos mostraram compreender o conceito de divisão que considera o todo e a quantidade de partes, e o resultado é o valor de cada parte” (SÃO PAULO, 2010⁴ *apud* SILVA *et al.*, 2016, p.42)

Interessante é o que as pesquisadoras trazem quanto ao fato de que observaram, da parte das coleções analisadas, uma preocupação em propor aos alunos o cálculo de metades, terços, que levam a respostas nos inteiros, o que, segundo elas, e concordo, é uma abordagem um pouco limitadora para a constatação de dificuldades da parte dos alunos.

As autoras destacam que há orientações para que, no Brasil, o ensino de frações aconteça entre o 3º e 4º ano das séries iniciais e constatam que nas coleções analisadas a introdução aconteceu majoritariamente no 4º ano. Aproveito para destacar que, assim como mencionei anteriormente, essa ocorrência do início do estudo no 4º ano foi, também, por mim observada, nas coleções que investiguei. Em suas análises, os livros de 2010 demonstraram continuar a perpassar ideias tradicionais e ainda enraizadas sobre a temática, mas ao menos contavam com possíveis preocupações para abordagens diferentes. Elas também elucidam o uso do lúdico como forma de manuseio e compreensão de quantidades contínuas e discretas, assim como reforçam que é mais importante o papel do professor do que os livros didáticos no processo de ensino-aprendizagem.

Isto posto, compreende-se então a necessidade do trabalho pedagógico se aproximando a estratégias lúdicas bem como elucidam Dionizio et al. (2019) anteriormente. Desta forma é possível que se mantenha, portanto, o vínculo com jogos e brincadeiras que provém da educação infantil alavancando o avanço da ensino-aprendizagem junto a obrigatoriedade do cumprimento do currículo escolar.

Proença, M. C. (2015) descreve o quão prejudicial algumas atitudes são para fazer com que alunos entendam que o que eles precisam fazer é resolver problemas. Em sua pesquisa, o autor teve como objetivo possibilitar a futuras professoras, em curso de pedagogia, desenvolver

⁴ SÃO PAULO (Estado). Relatório Pedagógico SARESP 2010: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar. São Paulo: FDE. 2011.

uma formação que se focasse no ensino de frações via a resolução de problemas. Nessa formação, ao final, foi solicitado a 25 licenciandas, que elas explicassem como desenvolveriam um ensino de frações com essa abordagem.

Na análise dessas explicações dadas pelas licenciandas e no decorrer da formação, foram observadas dificuldades em relação ao conceito do todo (inteiro), ao qual se aplica frações; 40% das licenciandas não apresentaram nas explicações a iniciativa de conduzir um ensino considerando o problema como ponto de partida, focaram-se na explicação direta do conteúdo; algumas licenciandas não ampliaram seus conhecimentos na direção da construção de um conhecimento pedagógico do conteúdo.

Ora, se as crianças precisam resolver problemas, estes problemas precisam ser apresentados a elas para que então ocorra a construção do conhecimento em que a própria criança atribui sentido ao desafio que está frente a ela, segundo o autor. Para ele, a resolução de problemas deve ser o meio para que o trabalho pedagógico aconteça, mas para isso, é preciso que professores tenham conhecimento não só do assunto, mas de como facilitar esse caminho de orientação. Considero, então, que os conceitos matemáticos e a desmistificação das frações sejam abordados na formação docente, uma vez que é preciso compreender essas ideias antes de ensiná-las e saber como ensiná-las.

Em complemento a isto, Bezerra (2004) não nega as dificuldades que existem a respeito da compreensão dos conceitos de fração, mas reitera que muito disso se dá por causa do ensino tradicional. Para ele, não se aprende fração apenas porque o currículo escolar obriga, mas porque elas são necessárias para lidar com situações-problema que acontecem diariamente fora do contexto escolar. Nessa perspectiva, Bezerra (2004) e Proença (2015) concordam ao dizer que os problemas do cotidiano que pedem resolução e a compreensão das frações facilita este processo, e não o contrário. Logo, para superar o modelo tecnicista, é preciso trabalhar o ensino com foco na realidade do aluno e sobre situações que busquem a reflexão de forma prazerosa e adaptada às demandas infantis, o que significa retomar o lúdico como linguagem facilitadora.

Sem me estender sobre a proposta tecnicista de ensino, o que não é meu foco, gostaria de dizer que, no meu modo de entender, superar o modelo tecnicista significa não priorizar a aquisição de habilidades técnicas somente e, sim, a construção de significados. Considero, também, que não se entenda o aluno como um ser passivo e sim ativo e protagonista no seu processo de aprendizagem.

Como ensino tradicional, gostaria de dizer que considero difícil de conceituar. Penso em uma prática pedagógica rígida, sem possibilidades de usos de diferentes recursos, sem considerar a classe e suas especificidades, sendo, assim, de certa forma, massificador.

3. SOBRE AS COLEÇÕES ÁPIS E LIGAMUNDO

3.1 COLEÇÃO ÁPIS

3.1.1 - 4º Ano

Nesta coleção, as frações começam a ser abordadas no volume destinado ao 4º ano. Localizada na última unidade do livro, a Unidade 8, que tem como proposta iniciar o primeiro contato com frações, suas nomenclaturas e operações. Embora existam referências anteriores a partir de exercícios no livro do 3º ano ao utilizar, por exemplo, termos como “metade” e “terça parte” estas atividades até podem sugerir possível familiaridade em lidar com frações futuramente, no entanto, o livro as enfatiza no volume do 4º ano.

Observamos que as unidades desta coleção se estruturam da forma que passamos a citar em termos de organização. Vale dizer que, apesar do foco do trabalho não ter sido investigar todo o livro, mas, sim, o que elencamos no que toca as frações, foi considerado, portanto, o 4º ano como foco da introdução fracionária.

Sendo assim, o volume apresenta: **1) Abertura da Unidade:** que traz atividades⁵ orais e exercícios optativos que supõem instigar a análise e conversa com colegas como propostas iniciais à unidade; **2) Situações que envolvem frações:** possuindo 17 atividades enumeradas apresentando conceitos e possíveis significados de frações; **3) Comparação de frações:** sendo 7 atividades que desenvolvem o processo de classificá-las como maior, menor ou igual a outras; **4) Probabilidade:** contando 3 atividades fracionárias para pensar possíveis chances de trabalhar o eixo matemático de Probabilidade e Estatística; **5) Porcentagem:** contabilizando 4 atividades com frações para pensar a porcentagem e também sua união com o conceito de

⁵ Observei que a coleção propõe atividades com mais de uma tarefa.

probabilidade. **6) Decimais:** não analisados neste trabalho, mas somando 31 atividades sobre este tópico; **7) Mais atividades e problemas:** propondo mais 13 exercícios, dentro de 3 atividades de fixação especificamente sobre frações; **8) O que estudamos:** fim da unidade com uma breve revisão.

Sobre a introdução de frações

Mesmo na abertura da unidade, logo de início, é destacado o primeiro contato com frações e decimais a partir da exploração oral da imagem de abertura com a sugestão de fazer a leitura da cena e responder questões de identificação com o cenário. A primeira cena da unidade que se destina às frações, neste volume, apresenta pizzas e envolve um diálogo entre uma pessoa que as vende e uma que deseja comprar, ao que parece. O estudante é, então, convidado a examinar o que se passa nas imagens, e a responder às seguintes perguntas: “O que você vê nesta cena? Nas ofertas do dia, de que maneira a pizza é vendida? Você já comprou pizza de alguma dessas maneiras?” (Coleção Ápis, 4º ano, p. 201, 2019). É possível deduzir, com isso, que a intenção é levar o sujeito aprendente a perceber que é possível comprar a pizza inteira, ou uma, ou algumas de suas fatias.

A exploração das situações introdutórias é desenvolvida optando por uma abordagem a partir da qual frações e decimais são apresentados concomitantemente, como elucidado a seguir:

Na cena de abertura aparecem números como $\frac{1}{8}$. Números escritos dessa forma recebem o nome de fração. Nessa cena, aparecem também números com vírgula, como 3,50. Números assim são chamados decimal. As frações e os decimais aparecem constantemente no dia a dia e serão o assunto desta Unidade. (Ápis, p. 202)

A situação a seguir, apresentada em um balão de texto, ilustra o que acabo de citar. “Se uma pessoa comprar $\frac{1}{2}$ (um meio ou metade) de pizza e pagar com R\$12,00, então quanto ela receberá de troco?” Ou seja, a referida situação parece sugerir as frações sendo trabalhadas no contexto, também, do sistema monetário, trazendo os decimais.

Depois destas provocações, então, evidencia-se o primeiro tópico trabalhado sobre o assunto: Situações que envolvem frações.

Considerando que o manual do professor contém o livro que os alunos têm em mãos acrescido de informações como sugestões, propostas e explicações, percebe-se que no livro dos discentes não há referências iniciais sobre o porquê de existirem frações de acordo com a linha temporal histórica, no entanto, há uma breve menção no manual dos docentes que faz alusão a isso, o que estimula os professores a introduzirem aspectos históricos, o que se constitui numa abordagem bem interessante, aproximando os alunos da história da matemática.

Historicamente, as frações surgiram ligadas às necessidades de medir. Por exemplo: se um barbante de 1 metro cabe 4 vezes e meia no comprimento de uma corda (cabe, então, mais do que 4 vezes e menos do que 5), a medida de comprimento da corda pode ser expressa por 4 metros mais $\frac{1}{2}$ metro ou $4\frac{1}{2}$ metros. No dia a dia, é muito raro expressar tal medida dessa maneira. O mais comum é expressá-la com decimais: 4,5 metros (uma vez que $\frac{1}{2} = 0,5$). Lemos “quatro metros e meio”. (Ápis, p. 202 do manual do professor)

Esta citação elucidada bem o uso de frações como úteis ao cotidiano, logo de início, o que possibilita a defesa da importância e do papel da matemática no cotidiano.

Dentro das situações com frações, o manual do professor completa, ainda, reiterando qual conceito inicial estamos tratando, marcando uma diversidade de todos possíveis de serem repartidos.

Uma das ideias de fração é a relação parte-todo, na qual um todo, uma unidade ou um inteiro é dividido em partes iguais. Esse todo, essa unidade, pode ser uma figura, um conjunto de elementos ou um número. (Ápis, p.202 do manual do professor)

Sobre os todos a serem repartidos e os significados das frações









A cena inicial contém pizzas e fatias. Nota-se, portanto, que o primeiro significado de fração priorizado na introdução, mesmo que ainda não trabalhado ou explicado, mas já abordado, é a relação parte-todo que o trabalho com pizzas, chocolates, folhas de papel e qualquer outro exemplo de todo contínuo. No decorrer da unidade e da apresentação de mais resoluções, os todos contínuos são evidenciados em maior parte para conceituar e representar frações utilizando as pizzas e discos coloridos de papelão em diferentes cores reiterando as partes de um todo. A primeira sugestão de trabalho lúdico a fim de focar um dos significados de fração se mostra da seguinte forma:

Figura 1 – ÁPIS 4º ano: Relação parte-todo utilizando todos contínuos

Situações que envolvem frações

Explorar e Descobrir

- Recorte e monte as figuras da página 247 do **Meu bloquinho**.
- O círculo azul não está dividido. Ele representa **um inteiro** ou **uma unidade**. Observe os 2 exemplos em que temos a fração de uma figura. Depois, complete as demais.

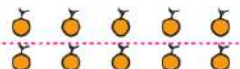

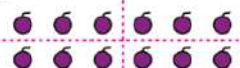

	O círculo foi dividido em 2 partes iguais.		Cada uma dessas partes é metade ou um meio do círculo. Representação: $\frac{1}{2}$
	O círculo foi dividido em 3 partes iguais.		Cada uma dessas partes é a terça parte ou um terço do círculo. Representação: $\frac{1}{3}$
	O círculo foi dividido em <u>4</u> partes iguais.		Cada uma dessas partes é a quarta parte ou um quarto do círculo. Representação: $\frac{1}{4}$
	O círculo foi dividido em <u>5</u> partes iguais.		Cada uma dessas partes é a quinta parte ou um quinto do círculo. Representação: $\frac{1}{5}$

Fonte: Ápis, p.203 ou p.253 do material em PDF

Mas não tão longe, sendo bem positivo por outro lado, são também propostas atividades que aplicam frações aos todos discretos, como evidenciado na Figura 2, com a ideia de relacionar a parte e o todo, mas associando frações a subconjuntos de conjuntos.

Figura 2 – ÁPIS 4º ano: Relação parte-todo utilizando todos discretos

10 Faça os agrupamentos de modo conveniente, calcule e complete as afirmações.

a) 	c) 
$\frac{1}{2}$ de 10 = <u>5, pois $10 \div 2 = 5$</u>	$\frac{1}{3}$ de 9 = <u>3, pois $9 \div 3 = 3$</u>
b) 	d) 
$\frac{1}{4}$ de 12 = <u>3, pois $12 \div 4 = 3$</u>	$\frac{1}{2}$ de 8 = <u>4, pois $8 \div 2 = 4$</u>

Fonte: Ápis, p.207 ou p.257 do material em PDF

As frações aparecem, também, no contexto da medida, associando-as aos conceitos de dobro, triplo e afins, como o exemplo apresentado abaixo. Mas a relação entre a parte e o todo está presente.

Figura 3 – ÁPIS 4º ano: Frações e medidas

3 FRAÇÕES E MEDIDAS
Complete.

a) A medida do comprimento do barbante vermelho é 3 vezes a medida do comprimento do amarelo. Logo, a medida do comprimento do barbante amarelo é $\frac{1}{3}$ da medida do vermelho.

b) O tamanho da folha dupla é 2 vezes o tamanho da folha simples. Então, o tamanho da folha simples corresponde a $\frac{1}{2}$ do tamanho da folha dupla.

c) A pilha tem 4 tijolos. Então, cada tijolo corresponde a $\frac{1}{4}$ da pilha.

d) Cada semana tem 7 dias. Logo, cada dia corresponde a $\frac{1}{7}$ da semana.

e) $1 \text{ cm} = \underline{10} \text{ mm}$ $1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ do cm}$

f) $1 \text{ dia} = \underline{24} \text{ horas}$ $1 \text{ hora} = \frac{1}{24} \text{ do dia}$

g)  $1 \text{ real} = \underline{100} \text{ centavos}$ $1 \text{ centavo} = \frac{1}{100} \text{ do real}$

As imagens não estão representadas em proporção.

   Tijolos.

Fonte: Ápis, p.205 ou p.255 do material em PDF

Diante da análise destas e das demais atividades, é possível afirmar que, mesmo quando os exercícios se voltam a apresentar diferentes usos das frações, em maioria ainda se mantém o significado de relação parte-todo na maior quantidade de atividades desenvolvidas bem como a utilização de todos contínuos para representação. Essas atividades encontram-se voltadas a apresentar conceitos e ideias que tem por objetivo mostrar aos alunos as diferentes formas de se pensar e solucionar problemas com frações. Sendo assim, a relação parte-todo é predominante se comparada aos demais significados (ou ideias).

No que diz respeito às frações associadas a pontos na reta numerada, entre 0 e 1, apesar de apenas existir uma única atividade com este foco, foi um tópico que mereceu destaque ao ter chamado atenção por, ainda assim, ser possível referir-nos às frações próprias, como elucidado

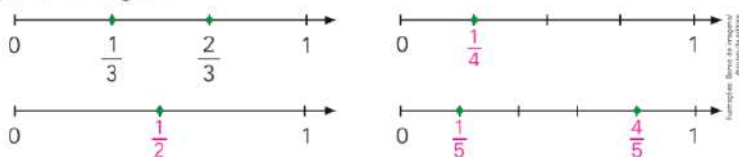
a seguir. Frações na reta numérica estão associadas a pontos, mas, na verdade, trata-se da divisão de um todo em partes iguais. Apenas enfatiza-se os pontos e não as partes.

Figura 4 – ÁPIS 4º ano: Frações na reta numerada

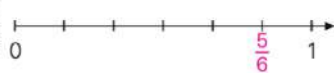
16 FRAÇÕES NA RETA NUMERADA

Em cada imagem temos a parte de uma reta numerada que vai do 0 até o 1.

a) Indique a imagem correspondente a cada ponto indicado com ●, como na primeira imagem.



b) Agora, localize a fração $\frac{5}{6}$ nesta parte da reta numerada.



Fonte: Ápis, p.209 ou p.259 do material em PDF

Frações de um número são encontradas por meio da situação: “Claudete tinha 6 balas e deu $\frac{1}{3}$ das balas à sua irmã Neusa. Quantas balas Neusa ganhou?”, também expressando uma relação entre a parte e o todo.

Figura 5 – ÁPIS 4º ano: Frações de um número



Fonte: Ápis, p.207 ou p.257 do material em PDF

Não é surpresa que a relação parte-todo seja o significado mais presente para as frações nesta abordagem introdutória e, também, que o tipo de todo mais representado é o todo contínuo, ou seja, aquele que é visualmente unitário, tendo em vista que, talvez, facilite o entendimento dos alunos acerca das frações. Cabe lembrar que a aplicação de frações a todos discretos, em algumas situações-problema, solicita dos alunos o conhecimento inicial das

operações básicas, o que os todos contínuos não exigem. De toda forma, ampliar essas ideias é necessário, ao longo das séries.

Há também exercícios ilustrando os todos discretos, que são aqueles cuja unidade representa um conjunto de pessoas, membros, objetos e formas. Por exemplo, na página 206 do manual do professor (p.256 no material em PDF), quando se aplica frações a um grupo de elementos, o primeiro exemplo vem em forma de exercício, com um aquário contendo diferentes peixes, e os discentes precisam aplicar frações, para agrupá-los por cores. Neste exemplo, o todo é igual a 9, pois existe um total de nove peixes no aquário. Destes, existem quatro que são vermelhos e a atividade pede para representá-los em forma de fração. Logo, se existem 4 peixes vermelhos dentre todos os outros nove, a fração que representa os peixes vermelhos é $\frac{4}{9}$.

Os outros três exemplos seguintes seguem a mesma lógica de trabalho e começam a diversificar o formato dos elementos dos grupos para elementos que não podem ser divididos ao meio como copos, balões e formas geométricas, mudando padrões, instigando o senso crítico e raciocínio lógico.

Sobre o incentivo ao uso de recursos

A coleção Ápis no decorrer do desenvolvimento dos exercícios apresenta tarefas nomeadas como “Explorar e Descobrir” ou apenas sugerem ao professor possíveis jogos e brincadeiras que elucidam a possibilidade de trabalho com manipulação concreta como caminho de construção do raciocínio lógico.

Ao propor a utilização de um material de apoio em que é possível manipular objetos concretos de forma lúdica, existe o momento de aproximar os alunos dos conceitos que se pretende trabalhar tal como permite respeitar o espaço infantil e tornar a brincadeira como extremamente necessária para crianças, ainda que estejam nos anos finais da primeira etapa do Ensino Fundamental.

É notório que, apesar da resolução se mostrar presente, são vistos também exercícios sugestivos, com certa sensibilidade para reconhecer a necessidade de trabalho concreto e

dinâmico com frações, abrindo possibilidades ao trabalho com a Escala de Cuisenaire e Material Dourado, além relacionar a matemática à outras formas de linguagem, fazendo uso de tirinhas por exemplo. No livro do professor, observa-se o incentivo ao uso de recursos, no caso abaixo referenciado, recursos manipuláveis para que representem suas partes por meio de frações. (p. 205).

Figura 6 – ÁPIS 4º ano: Sugestões de atividades com frações

Sugestões de atividades

- Sugira aos alunos que desenhem, pintem e recortem uma tira de papel em uma folha de papel sulfite, para representar a unidade. Em seguida, eles devem fazer dobraduras para dividir a tira em 4 partes iguais e recortar em 2 pedaços, de modo que um deles corresponda a $\frac{3}{4}$ da tira.
- Mostre aos alunos diferentes figuras planas divididas em partes iguais, com diferentes quantidades de partes pintadas, para que eles representem a fração correspondente a cada cor e a leitura dela. Veja alguns exemplos de figuras.

UNIDADE 8 – MANUAL DO PROFESSOR 205

Fonte: Ápis, p.205 ou p.255 do material em PDF

Porém, demais recursos como barbantes, entre outros, são utilizados no livro do aluno, como visto na figura 3, bem como o material dourado para a representação do décimo e do centésimo, em sua forma fracionária e decimal, ilustrando a abordagem do livro.

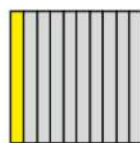
Figura 7 – ÁPIS 4º ano: Material Dourado para representação fracionária

Centésimos

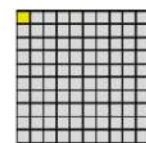
Observe as figuras e veja o que indica a parte pintada de amarelo.



1 unidade
ou 1 inteiro.



1 décimo da unidade.
 $\frac{1}{10}$ ou 0,1
(A unidade está dividida em 10 partes iguais.)



1 centésimo da unidade.
 $\frac{1}{100}$ ou 0,01
(A unidade está dividida em 100 partes iguais.)

Fonte: Ápis, p.220 ou p.270 do material em PDF

É importante ressaltar que apesar de serem atividades sugestivas e opcionais, cabendo ao professor exercer sua total autonomia e negar reproduzi-las, ou ainda estabelecer melhores formas de desenvoltura, existe no livro o estímulo ao uso de recursos facilitadores da

aprendizagem. Além disso, também é oferecido em anexo ao livro, como material complementar, uma parte específica para recorte e manipulação de vários assuntos abordados no livro inteiro. Todavia, com relação às frações, especificamente, não se vê muitos recursos disponibilizados ao alcance de todos os alunos com diversidade.

Vale também a ressalva de que no tópico em que se trata de Probabilidade, há exercícios bem visuais, em geral bem lúdicos cabendo possibilidade para reprodução concreta e dinâmica que além de tudo incentivam também a argumentação, ao explorar os devidos porquês de as chances serem maiores para uns e não para outros, assim como pode vir a incentivar a diferença entre possibilidade e probabilidade e reiterar conceitos de comparação fracionária.

É aqui que se estabelecem noções de como lidar com a interpretação dos dados apresentados como forma de previsão, especificamente, em relação a frações. Desde gráficos ao uso de letras de uma palavra.

Sobre as informações prestadas aos docentes e discentes

De modo geral, a Unidade é organizada com mais tarefas e menos explicações, em se tratando dos alunos. O professor tendo em mãos o manual consegue observar determinadas sugestões de trabalho, possibilidades de criar atividades etc.

A título de exemplo, no tópico nomeado “Mais Atividades e Problemas” (p.276) em que há a intenção de retornar aos conceitos estudados propondo três atividades com foco em frações, não é explicado em nenhum momento nem para o professor e nem para os alunos o porquê de resolver os problemas de determinada forma em detrimento de outras. Por exemplo, no exercício C da atividade número 1 encontra-se a seguinte questão:

Figura 8 – ÁPIS 4º ano: Resolução de exercício

c) José tinha R\$ 40,00 e gastou $\frac{2}{5}$ do que tinha. Então, ele ainda ficou com R\$ 24,00, pois gastou R\$ 16,00. $\frac{2}{5}$ de 40 = 16, pois $40 \div 5 = 8$ e $2 \times 8 = 16$. $40 - 16 = 24$

Fonte: Ápis, p.226 ou p.276 do material em PDF

Em relação a este enunciado, alcança-se a resposta esperada e que cálculo fazer, porém seria interessante estimular os alunos a usarem outros caminhos de solução, por registros gráficos etc. No manual do professor, há a informação a seguir, que é muito interessante, mas há outras formas de representar a situação e chegar à resposta pedida.

No item c, se perceber dificuldades, peça aos alunos que utilizem as notas e as moedas do Meu bloquinho para representar as quantias. (Ápis, p. 226 do Manual do Professor)

3.1.2 - 5º Ano

Dando seguimento aos estudos para o 5º ano é observado que, apesar de as frações terem sido a última unidade abordada no 4º ano, não são elas que iniciam a abordagem do 5º ano. Na unidade 2, as frações surgem associadas à ideia de redução e ampliação, em quadriculados. Existe uma nova unidade voltada a explorar os usos de frações, sendo esta, a Unidade 6 do livro. Dando enfoque, portanto, à Unidade 6 (p.178) que trata especifica e unicamente de frações, embora só comece a ser retornada a abordagem fracionária entre o meio e o final do livro, o primeiro assunto lembrado é a porcentagem, no contexto de uma receita, o que é bastante interessante. Tópico, este, que finalizou o volume referente ao 4º ano. Contudo, vale a ressalva de que foi apenas um primeiro impacto sem haver, ainda, um desenvolvimento neste momento.

As análises a respeito da Unidade 6 também seguiram a sua própria organização que foi dividida em **1) Ideias de fração:** contabilizando 13 atividades que reforçam os diferentes possíveis usos das frações; **2) Número misto:** tendo 4 atividades e um “Explorar e descobrir” que introduzem noções sobre a mesclagem de números inteiros com fracionários como, por exemplo $1\frac{1}{2}$ de xícara; **3) Frações equivalentes:** com 6 atividades somadas a um “Explorar e descobrir” dedicadas a mostrar que apesar de diferentes repartições possíveis, representam a mesma parte de um todo quando comparadas; **4) Comparação de frações:** tendo 8 atividades que intercalam equivalência de frações aos conceitos trabalhados no 4º ano sobre maior, menor ou igualdade; **5) Operações envolvendo frações:** em que se inicia o estudo de adição e subtração de frações dentre os quais, de 7 (sete) atividades, cinco são voltados para operações com denominadores iguais; **6) A ideia de porcentagem:** com 16 atividades que retomam o último tópico abordado no 4º ano, agora introduzindo o raciocínio com frações para

operacionalizar porcentagens; **7) Tecendo Saberes⁶**: com até 6 atividades que introduzem textos para a visualização matemática integrada a outras disciplinas; **8) Probabilidade**: totalizando 8 atividades que iniciam, agora, a probabilidade utilizando frações na resolução; **9) Mais atividades e problemas**: contabilizando 11 atividades que retomam exercícios apresentados no 4º ano, mas não revistos no 5º assim como, também, aos que foram produzidos na unidade atual sobre frações; **10) Vamos ver de novo?**: com até 6 atividades propostas com a utilização de frações; **O que estudamos**: fim da unidade com uma breve revisão.

Sobre a introdução de frações

Em sua página de abertura, logo de início como orientação aos docentes, há uma breve referência histórica à origem das frações na humanidade, em razão de se registrar medições. Define-se um parágrafo dedicado a isto, com a mesma explicação breve tratada no 4º ano. A partir de então se introduz em breves passagens o que será visto no decorrer da unidade.

E destacam o fato de que: “nesta Unidade, o conceito de fração é retomado, embora a representação de medidas na forma decimal seja a mais usada no nosso dia a dia”. (orientações ao professor, p.128).

Ainda nas cenas de abertura, que são complementares, trata-se de uma menina fazendo um bolo de laranja contando com a supervisão de dois adultos. É apresentada na receita que ela está realizando o número misto, e é diante desta receita que as perguntas iniciais são elaboradas com fins de exploração oral e com colegas. A partir desta situação inicial, os alunos são provocados a utilizar frações aplicadas às medidas, como se vê a seguir. (p.130)

⁶ O tópico nomeado Tecendo Saberes tem duas páginas dedicadas à interpretação textual e relação de interdisciplinaridade com a Língua Portuguesa e demais disciplinas curriculares, porém pouco se volta à resolução de exercícios fracionários. Por este motivo, não foi analisado em detalhes para a composição desta pesquisa.

Figura 9 – ÁPIS 5º ano: Frações aplicadas às medidas

Para Iniciar

As frações são usadas em muitas situações do dia a dia. Um exemplo é na elaboração de receitas culinárias.

Nesta Unidade vamos retomar o estudo das frações e aprender mais sobre elas.

- Analisar a cena das páginas de abertura desta Unidade. Conversar com os colegas e responder às questões a seguir.

1 colher e meia (de chá) ou 1 colher mais meia colher (de chá).
 O que significa $1\frac{1}{2}$ colher (de chá)?

Dividindo a xícara (de chá) em 4 partes iguais e enchendo 3 partes com farinha.
 Como se obtém $\frac{3}{4}$ de uma xícara (de chá) de farinha?

200 gramas representam $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de 1 quilograma?
 $\frac{1}{5}$
 $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$
 $200 = 1000 \div 5$

Depois de pronto, o bolo de laranja será dividido em 10 fatias iguais. Que fração indica cada fatia? Como se lê essa fração?
 $\frac{1}{10}$, um décimo.

Fonte: Ápis, p.130 ou p.180 do material em PDF

Sobre os todos a serem repartidos e os significados das frações

O tópico seguinte trata de porcentagem, ainda não utilizando a representação fracionária explicitamente, mas de forma relacionada à metade, inteiro, total e quinta parte.

Ao iniciar o primeiro tópico do livro chamado Ideias de Fração (p.131), são retomadas atividades que formam os seguintes subtópicos: fração de uma figura ou de um objeto; leitura de frações; fração de um conjunto de elementos; fração de um número; fração e divisão. São contabilizadas 13 atividades, ao todo, no tópico “Ideias de Fração”, dentre as quais se destacam a fração de um conjunto (todos discretos) e como quociente. Nestes dois casos são dedicadas 4 atividades para cada, com pelo menos 10 exercícios para praticar. Em seguida, o subtópico “fração de um número” (p.134) é apresentado com 3 atividades, enquanto “leitura de frações” (p.132) e “frações de uma figura ou de um objeto” (p.131) possuem apenas 1 (uma) atividade desdobrada em exercícios.

Reitera-se, portanto, que a relação parte-todo que foi vista no 4º ano continua em evidência, mas também frações como quociente. Apesar da proporção não ser a mesma em relação ao 4º ano, ainda assim é possível observar que os significados de fração tratados com mais importância são relação parte-todo e quociente. O volume do 5º ano apresenta tópicos explorados a mais que o 4º ano, bem como retoma os exercícios do volume anterior acrescentando novas possibilidades. Inicia-se a unidade retomando fração como relação parte-todo. Os todos a serem repartidos são, predominantemente, contínuos, como discos, quantias em reais e afins, porém há espaço, também, para a partição de conjuntos de objetos, que se constituem em todos discretos. (p. 133)

Figura 10 –ÁPIS 5º ano: Fração de um conjunto de elementos

Fração de um conjunto de elementos

- 1 Na foto ao lado há 8 balões, dos quais 5 são vermelhos: 5 em 8. Dizemos que $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) dos balões são vermelhos.

$$\frac{5}{8} \leftarrow \begin{array}{l} \text{número de balões vermelhos} \\ \text{número total de balões} \end{array}$$



Balões coloridos.

Escreva as frações, considerando o total de balões.

- a) A fração correspondente aos balões amarelos. $\frac{2}{8}$ (2 em 8)
 b) A fração correspondente ao balão azul. $\frac{1}{8}$ (1 em 8)
 c) A fração correspondente aos balões que não são vermelhos. $\frac{3}{8}$ (3 em 8)

- 2 Indique a fração correspondente a cada caso.

- a) As flores vermelhas neste conjunto de flores. $\frac{3}{7}$ (3 em 7) b) Os serratos neste grupo de ferramentas. $\frac{3}{9}$ (3 em 9)



Flores.



Ferramentas.

As imagens não estão representadas em proporção.

Fonte: Ápis, p.133 ou p.183 do material em PDF

Ainda assim, trabalha-se bem as possibilidades dentro deste tipo de repartição. É interessante destacar uma das atividades propostas, ainda na página 133, como a de número 3 por apresentar um exercício que utiliza lados de polígonos para extrair informações fracionárias, o que favorece uma conexão do número com o espaço. Pois, favorece a diferenciação das características dos diferentes polígonos, suas cores e formas.

Figura 11 – ÁPIS 5º ano: Todos discretos com polígonos

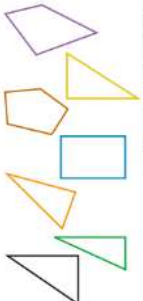
3 Observe os polígonos ao lado e responda.

a) Do total de polígonos, que fração representa os triângulos?
 $\frac{4}{7}$ (4 em 7)

b) Que fração representa os quadriláteros? $\frac{2}{7}$ (2 em 7)

c) Que fração representa o pentágono? $\frac{1}{7}$ (1 em 7)

d) E que fração representa os polígonos com mais de 3 lados?
 $\frac{3}{7}$ (3 em 7)



Atribuição: Banco de Imagens/Getty Images

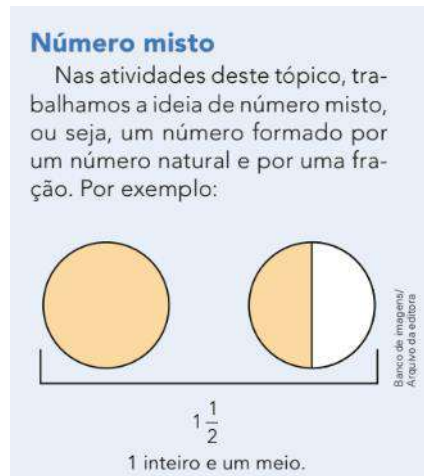
Fonte: Ápis, p.133 ou p.183 do material em PDF

Nesta atividade e nas outras sobre conjunto, o livro diz passar a apresentar o uso de frações com significado de razão. São ao todo 10 exercícios em que a explicação se mostra apenas em sugestão no livro do professor para entender a tarefa e poder explicar aos alunos. O que no 4º ano foi trabalhado com relação à parte-todo, aqui se evidencia como razão, mostrando versatilidade nas possibilidades de laborar com conjuntos de elementos. No entanto, a mim parece, contudo, que seu significado, nas situações exploradas, envolve, ainda, a relação parte-todo, como o exemplo a seguir, trazido da figura 10 que se reporta à página 133 do livro: “Na foto ao lado, há 8 balões dos quais 5 são vermelhos: 5 em 8. Dizemos que $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) dos balões são vermelhos”. Tive dificuldades em interpretar esse exemplo como ilustrativo do significado de razão, por entendermos que a quantidade de balões vermelhos, 5, é parte do todo 8. E a fração $\frac{5}{8}$ que representa essa relação.

Avançando para conhecer a abordagem sobre números mistos, observei que neste momento é apresentada a representação de fração unida a um número inteiro, considerando um todo somado a uma parte deste mesmo todo. São oferecidos exercícios para pôr em foco essa representação, com o uso da reta numérica. É elucidado também uma possível familiaridade de se pensar inteiros e partes fracionárias dentro de um relógio analógico.

Apesar dos exercícios apresentarem diversidade de resolução, ainda se mostra em evidência o fato de recorrer à representação por meio de todos contínuos como recurso de visualização, como o que retiramos da página 137 do manual.

Figura 12 – ÁPIS 5º ano: Todos contínuos para visualização de números mistos



Fonte: Ápis, p.137 ou p.187 do material em PDF

A relação parte-todo e os todos contínuos parecem se manter preponderantes. A propósito dessa afirmação, podemos destacar o trabalho a seguir descrito para fins de comprovação, encontrado na página 139.

Figura 13 – ÁPIS 5º ano: Proposta de atividade manual utilizando todos contínuos

Explorar e Descobrir

Nesta atividade você vai usar 1 folha de papel sulfite, régua, caneta e 1 lápis vermelho.

a) Dobre a folha ao meio, como na figura ao lado. Com régua e caneta, marque a linha sobre a dobra. Depois, pinte 1 das partes $\left(\frac{1}{2}\right)$ de vermelho.

b) Dobre outra vez a folha ao meio e marque a dobra com caneta, como na figura ao lado. Depois, complete. Agora, a folha está dividida em 4 partes iguais e a parte vermelha corresponde a $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{4}$.

c) Dobre novamente a folha ao meio 2 vezes, para ficar como indica a figura ao lado. Marque as dobras com caneta. Depois, complete. A folha, agora, está dividida em 8 partes iguais e a parte vermelha, de acordo com a figura, corresponde a $\frac{1}{4}$ ou $\frac{2}{4}$ ou $\frac{4}{8}$.

Fonte: Ápis, p.139 ou p.189 do material em PDF

No que concerne à comparação de frações, percebem-se 8 atividades gerais dentre as quais, mais da metade, é referida à comparação com denominadores diferentes. Neste momento,

usa-se o círculo fracionado em partes iguais, mas pintado em quantidades diferentes, para visualizar o entendimento do que é maior, menor ou igual.

As operações envolvendo frações são iniciadas a partir da representação de todos contínuos no formato de pizza e outras formas geométricas. Todas evidenciando a relação parte-todo para que seja possível a aquisição do entendimento da adição e subtração de frações. As operações de multiplicação e divisão entram em apenas uma atividade em forma de desafio, como uma proposição livre de resolução e possível preparação para o que será abordado no ano seguinte. As barras, todas contínuas, são usadas para apoiar o conceito.

Figura 14 – ÁPIS 5º ano: Todos contínuos para visualização de exercícios

Atividade 7

Nesta atividade, os alunos são estimulados a criar estratégias para efetuar uma multiplicação e uma divisão de fração por número natural. Na multiplicação, eles podem, por exemplo, usar a ideia de adição de quantidades iguais.

$$3 \times \frac{2}{7} = \underbrace{\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}}_{3 \text{ vezes}} = \frac{6}{7}$$

Barra de fração/Anquie da medida

Na divisão, podem usar desenhos para representá-la, como indicado na resposta do livro.

Fonte: Ápis, p.146 ou p.196 do material em PDF

A ideia de porcentagem é desenvolvida, inicialmente, considerando a correspondência que existe entre frações e porcentagem no que diz respeito ao inteiro, à metade e quarta parte. Neste momento são fomentadas questões baseadas no raciocínio com todos contínuos, com figuras como o gráfico pizza ou a folha de papel.

Avançando para o conceito de Probabilidade, diferentemente do que se viu no 4º ano, agora este conceito se apresenta após a Porcentagem. Observei que em sua abordagem, ocorrem

exercícios semelhantes, de chance, que já foram vistos anteriormente envolvendo a relação parte-todo, como evidencia a figura a seguir extraída da página 154:

Figura 15 – ÁPIS 5º ano: Relação parte-todo junto à ideia de probabilidade


1 ATIVIDADE ORAL EM GRUPO Se você retirasse, sem olhar, 1 bola do vidro ao lado, então a chance maior seria a de pegar uma bola vermelha ou uma bola azul? Por quê? Converse com os colegas.

A medida da chance, chamada **probabilidade**, muitas vezes pode ser indicada por uma fração.

Vermelha, porque nesse vidro há mais bolas vermelhas do que azuis.

Vidro com bolas iguais, mas de cores diferentes.

No exemplo acima, como há um total de 5 bolas e 3 delas são vermelhas, a **probabilidade** de retirar, sem olhar, 1 bola vermelha é **3 em 5** ou $\frac{3}{5}$.
Indique com uma fração a probabilidade de retirar 1 bola azul.
 $\frac{2}{5}$ (2 em 5)



Fonte: Ápis, p.154 ou p.204 do material em PDF

Diante de todas as considerações acima, conclui-se que mesmo quando há o trabalho com outras formas de fração, a relação parte-todo e a utilização de todos contínuos permanece em evidência.

Sobre o incentivo ao uso de recursos

O livro conta com sugestões interessantes além dos exercícios já estipulados. São sugestões dentre as quais envolvem a leitura de livros infantis, a construção de materiais lúdicos, jogos e brincadeiras. Percebe-se que os recursos são presentes nesse volume, porém, representando, quase sempre, todos contínuos, como cartelas de papelão. A seguir, uma orientação ao professor que estimula essa prática, relacionada ao conteúdo da página 139.

Figura 16 – ÁPIS 5º ano: Sugestão de atividade com frações equivalentes

Explorar e descobrir

Proponha aos alunos que criem novas tiras de frações para representar concretamente as situações propostas neste *Explorar e descobrir* com as tiras de frações que recortaram do *Meu bloquinho*. Para isso, eles podem posicionar as tiras e perceber as equivalências ou, ainda, podem sobrepor umas às outras.

No caso, vão precisar confeccionar tiras de mesmo tamanho, divididas em partes que representam $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{8}$.

Ilustração: Banco de Imagens/Arquivo da Editora

Fonte: Ápis, p.139 ou p.189 do material em PDF

Assim como no volume dedicado ao 4º ano, este volume também conta com a disponibilização de atividades como o “Explorar e descobrir” que já tem, por si, só a intenção de instigar o discente a refletir e construir caminhos para o raciocínio lógico.

Não sendo observado tanta discrepância neste quesito em comparação ao ano anterior, pode-se concluir que a coleção dedica espaço às possibilidades lúdicas, concretas e que explorem o raciocínio lógico a partir das hipóteses iniciais dos estudantes. Vale dizer que no último ano das séries iniciais ainda se vê a sugestão de dinâmicas com brincadeiras e jogos, mas não mais como foco do trabalho pedagógico.

Sobre as informações prestadas aos docentes e discentes

Aqui se evidencia como, em alguns momentos, o livro atende professores e alunos de maneiras diferentes. Vale ressaltar que o livro dos estudantes, ao qual o professor também tem acesso no seu material, não elucida as mesmas possibilidades de visualização que o docente

possui em seu livro. Isto quer dizer, por exemplo, que ao explicar uma atividade, o regente da turma tem como sugestão do manual poder fazer uso de recursos gráficos para a visualização dos sujeitos aprendentes para que, então, apliquem as técnicas matemáticas. Mas considero que, de fato, dirigir-se aos docentes não é a mesma coisa que dirigir-se aos alunos. Há sugestões de caminhos que devem ser oferecidos aos docentes, para que ele escolha o que irá fazer.

Mais uma vez observo o mesmo que observado no livro do 4º ano, que, de modo geral, há mais propostas de exercícios do que a explicação dos conceitos.

Imaginamos que, no 5º ano, os discentes já possuam certo domínio e apropriação da leitura e escrita. Talvez, por isso, o livro tenha mais atividades em relação ao volume do ano anterior e menos jogos e brincadeiras.

Aos professores, o suporte do livro com relação à resolução das atividades e sugestões não faltam.

Aos discentes, por ser um livro de atividades, parece que o objetivo do material é promover questões de resolução, apenas, e não servir como um material de consulta e autonomia no qual os estudantes consigam esclarecer suas dúvidas ou contar com estímulos de curiosidade para sozinhos explorarem o material e se apropriarem dele. Isso cabe ao professor, o que não compromete o livro, tendo em vista que o papel do docente não é substituído por livros e, sim, a ele se soma com propostas que vão além do que o livro apresenta.

3.2 COLEÇÃO LIGAMUNDO

3.2.1 - 4º ano

Nesta coleção, a organização das unidades não se dá de forma em que exista um único momento para tratar de frações e assim abordá-las em tópicos, como foi feito com a coleção anterior. Sendo assim, as frações são apresentadas em vários momentos e, sobretudo, relacionadas a outros conteúdos da matemática.

É a partir do volume dedicado ao 4º ano que se edifica, efetivamente, o foco sobre frações. Considerando o eixo desta pesquisa, foi observado que neste volume são dedicadas as

Unidades 6 e 7 para tratar de frações de modo geral, a começar pela Unidade 6 que apresenta: **1) Exploração da cena de abertura:** que descreve as expectativas de aprendizagem, as habilidades da BNCC trabalhadas e instiga a análise do cenário e de lógica com breves perguntas; **2) Círculos e partes de círculos:** com ao menos 9 atividades iniciais para entender as partes de um todo como fração; **3) Fração e movimentação:** com atividades corporais em espaço amplo a fim de introduzir conceitos de meia-volta, $\frac{1}{4}$ de volta e volta inteira; **4) Proporcionalidade:** não se elabora, aqui, nenhuma relação com frações e, portanto, não foi considerado; **5) Multiplicação e divisão:** com diferentes estratégias para calcular estas operações, porém sem relação com frações e não considerado nesta pesquisa; **6) Qual é a chance:** com 4 atividades sobre proporcionalidade, mas nenhuma menção às frações, não considerando este tópico à pesquisa.

Seguidamente, a Unidade 7 apresentando: **1) Exploração da cena de abertura:** que descreve as expectativas de aprendizagem, as habilidades da BNCC trabalhadas e instiga a análise do cenário e de lógica com breves perguntas; **2) Etapas de uma pesquisa:** com 2 atividades relacionadas à pirâmide nutricional e hábitos alimentares, porém sem relação com frações; **3) Conectando saberes:** contando com textos explorando comidas típicas de cada região do Brasil, no entanto não mencionando frações; **4) Giros e ângulos:** atividades com foco em ângulos, mas iniciada com a ideia de $\frac{1}{4}$ de volta; **5) Paralelas e perpendiculares:** 4 páginas sem qualquer menção a frações e não considerado neste trabalho; **6) Leitura de mapas e percursos:** 2 páginas sem qualquer menção a frações e não considerado neste trabalho; **7) Frações:** com ao menos 13 atividades voltadas a introdução de conceitos e resoluções fracionárias; **8) Comparação de áreas:** Não apontada por não se relacionar a frações; **9) Problemateca:** Não tida por não se relacionar a frações; **10) Vamos retomar:** em que de 5 atividades, apenas uma é voltada ao foco da pesquisa com frações.

Sobre introdução de frações

Iniciando pela Unidade 6 intitulada como “Frações, giros e cálculos”, subentende-se que neste primeiro momento, será falado sobre frações e suas relações com giros e possíveis cálculos.

Na cena de abertura da unidade, os alunos são convidados a explorar a imagem que consta a repartição de um rocambole para 4 crianças feita por uma pessoa, em seguida, devem responder às seguintes questões: “Em quantos pedaços iguais Amanda dividiu o rocambole? Quantos pedaços de rocambole cada criança receberá? Em quantas partes o rocambole seria dividido se Amanda tivesse cortado na metade?” (Coleção Ligamundo, 4º ano, p. 132, 2019). Seguindo as orientações recomendadas pelo livro, esta tarefa introdutória deveria terminar em uma possível leitura das hipóteses formuladas pelos estudantes para responder estas perguntas. Após isso, não se fala mais em rocamboles, nem sobre a página de abertura ou exercícios que deem continuidade a exploração da cena. Por este início, não é difícil reconhecer que o primeiro significado de frações ainda não explicado, mas já proposto, é a relação parte-todo por meio da resolução com um todo contínuo evidenciado na figura de um rocambole. É de grande valia ressaltar que, mesmo havendo copos na imagem, o que sinalizava uma possibilidade de serem explorados como todos discretos, não se evidencia, contudo, seu uso de fato, a não ser para fins decorativos e de construção do cenário. Uma consideração pessoal é de que, como elemento introdutório, seria uma possibilidade interessante já construir noções de divisão em partes iguais também com todos discretos.

Em relação à Unidade 7, intitulada “Figuras, frações e área”, iniciei a análise também a partir de sua cena de abertura que é descrita por uma mesa de restaurante com um cardápio sobreposto mostrando as opções de montagem de pratos. São evidenciadas nesta cena 3 opções de saladas, 3 tipos de carne e 3 escolhas de sobremesas. Aparentemente, não há nenhum trabalho que manifeste relação com frações, na sua introdução.

As questões que incitam a exploração desta cena são as seguintes: “De acordo com o cardápio, de quantas maneiras diferentes é possível combinar os tipos de salada? Monte uma opção de prato seguindo as instruções do cardápio. Qual é o seu prato preferido? E sua sobremesa preferida?” (Coleção Ligamundo, 4º ano, p. 160, 2019). Nota-se, portanto, que as propostas neste momento são mais voltadas para respostas pessoais e menos ligadas a conteúdo, diferentemente do que aconteceu na unidade anterior.

Sobre os todos a serem repartidos e os significados das frações

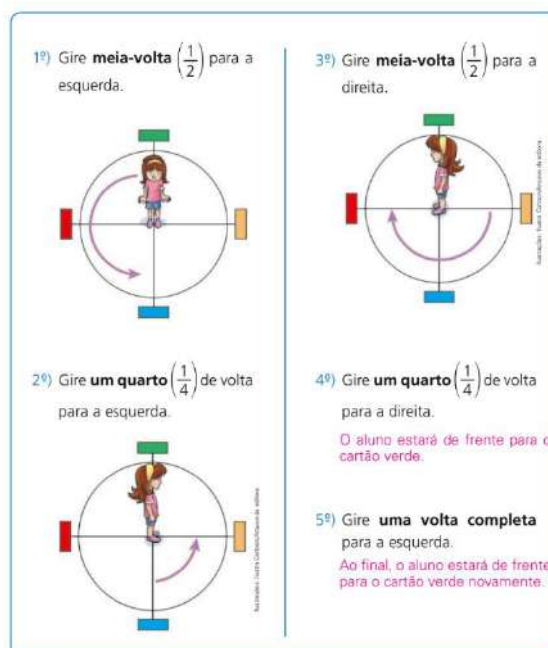
O primeiro tópico abordado para fins de explicação de conceitos é nomeado como “Círculos e partes de círculos” cujo objetivo é, segundo o próprio livro, “Compreender o conceito de metade e de quarta parte de um todo ou inteiro contínuo.” (Coleção Ligamundo, 4º ano, p. 134, 2019).

Observo que o livro já deixa evidenciado que tipo de todo estará sendo trabalhado, exclusivamente, neste tópico: a utilização de todos contínuos. “Todos”, estes, apresentados na forma de círculos e obtidos por meio de recortes em folhas de papel para que possam manusear as partes de um círculo visual e concretamente. A utilização deste material vem junto com a introdução explicativa sobre o que representa a metade e a quarta parte deste tipo de todo, propondo em forma de desafio, também, a representação do que seria a oitava parte deste círculo.

Ainda dentro deste tópico é evidenciado o uso de outras figuras geométricas planas como quadrado, triângulo e retângulo para a representação dos todos contínuos. Este subtópico nomeado por “Partes de figuras e frações” inicia indagando aos discentes “Você já ouviu a palavra fração? O que você sabe sobre frações?” (Coleção Ligamundo, 4º ano, p. 136, 2019). É a partir de então que se introduz, de fato, a representação fracionária propriamente dita ainda que, inicialmente, unitária, isto é, em que o numerador da fração é igual a 1. Dito isso, outros exercícios seguem a lógica de visualização de partes iguais utilizando a relação parte-todo para introduzir o uso das frações e relacioná-las a sua forma escrita.

O tópico seguinte apresenta uma proposta interessante. Nomeado por “Fração e movimentação” este item sugere a realização de uma atividade em espaço amplo para compor, com o próprio corpo, as noções de metade e quarta parte de um todo, como evidenciado a seguir pela figura 17 na página 142 do livro:

Figura 17 – LIGAMUNDO 4º ano: Giros e frações

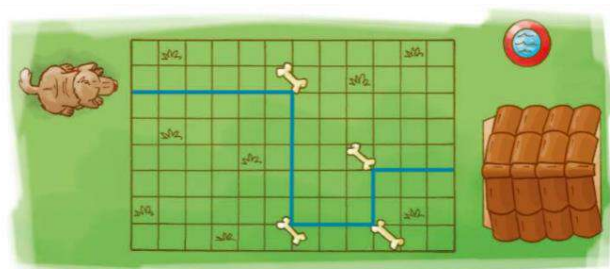


Fonte: Ligamundo, p.142 ou p.192 do material em PDF

Considera-se interessante esta atividade por reconhecer a necessidade corporal que os discentes nesta faixa etária demandam.

Após isso, são propostas perguntas que ajudam a identificar o que foi feito na prática com o corpo e sua relação com a aprendizagem dos conteúdos. Além disso, observa-se também, a proposição de utilizar as noções de partes de uma volta aplicando à representação de $\frac{1}{4}$ como forma de relacionar as frações às direções dentro de um percurso, conforme retirado da página 145.

Figura 18 – LIGAMUNDO 4º ano: Frações e direções



Descreva o caminho percorrido por Totó. Observe as duas primeiras instruções e continue escrevendo as outras.

Instruções:

- 1ª Ande 6 lados de quadradinho para a frente e pare.
- 2ª Gire um quarto de volta à direita.

Fonte: Ligamundo, p.145 ou p.195 do material em PDF

Ainda nesta unidade foi visto no tópico referente à multiplicação e divisão que, embora não tratem de frações ou mesmo representações fracionárias, existe um breve destaque na página 150 que fala sobre metade e quarta parte e, embora pudesse relacionar às frações, nenhuma referência foi feita, contudo.

Figura 19 – LIGAMUNDO 4º ano: Metade e quarta parte

Como você calcula?

Metade e quarta parte

Durante uma aula de Matemática, a turma de Gustavo teve que calcular o resultado de $240 \div 2$ e de $240 \div 4$.

1 Veja como Gustavo pensou:

Dividir um número **por 2** é o mesmo que calcular a **metade** do número! A **metade** de 240 é 120 porque 120 mais 120 é igual a 240. 240 dividido por 2 é igual a 120.

Dividir **por 4** é o mesmo que calcular a **metade da metade**! E isso significa calcular a **quarta parte** de um número.

$$\begin{array}{l} 240 \div 2 = 120 \\ 120 \div 2 = 60 \\ \text{Logo, } 240 \div 4 = 60 \end{array}$$

Fonte: Ligamundo, p.142 ou p.192 do material em PDF

Já em relação à Unidade 7, o tópico que inicia sua relação com frações é aquele intitulado como “Giros e ângulos”. Neste momento a proposta é o exercício corporal evidenciado na unidade anterior pela figura 1, porém, agora, utilizando as noções de $\frac{1}{4}$ de volta

com intuito de construir base para dar início ao trabalho com o ângulo reto, que mede $\frac{1}{4}$ da volta completa, ou seja, $\frac{1}{4}$ de 360° .


O próximo tópico a trazer o assunto sobre frações se apresenta seis páginas após, sem que, nesse ínterim, qualquer assunto relacionado a elas tenha sido apresentado. Entra em questão agora o tópico nomeado como “Frações”, no qual se espera um momento único de trabalhá-las de modo significativo. Aqui se inicia apresentando frações unitárias e suas representações na reta numérica, lembrando que frações unitárias são aquelas que têm numerador 1. Além disso, o tópico conta com uma única página para comportar uma breve explicação e exercícios ao mesmo tempo, como destaque a seguir da página 174.


Figura 20 – LIGAMUNDO 4º ano: Reta numérica com frações


1 Observe a **reta numérica** e responda: como podemos localizar as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ nesta reta numérica?


Para começar, como as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ são menores do que a unidade, devemos considerar o intervalo de 0 até 1. Depois...


2 Observe a representação do intervalo entre 0 e 1 e escreva no espaço indicado a fração correspondente à parte colorida de azul.

a)  $\frac{1}{2}$

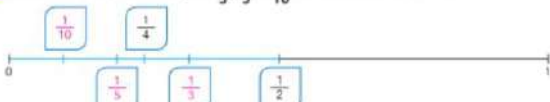
b)  $\frac{1}{3}$

c)  $\frac{1}{4}$

d)  $\frac{1}{5}$

e)  $\frac{1}{10}$

3 Localize e escreva as frações $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$ no intervalo entre 0 e 1.



Fonte: Ligamundo, p.174 ou p.224 do material em PDF

As atividades seguintes são propostas com o seguinte objetivo “Resolver problemas que envolvem a comparação de frações unitárias em situações do cotidiano” (Coleção Ligamundo, 4º ano, p. 175, 2019) e um dos exercícios chama atenção por tratar de comparação de frações ainda que sem dizer que este raciocínio seja posto em questão futuramente, como evidenciado abaixo, retirado da página 175.

Figura 21 – LIGAMUNDO 4º ano: Problemas fracionários no cotidiano

2 Leia com atenção o diálogo entre Carla e Ana.



Em qual situação o pedaço de *pizza* é maior? Explique sua resposta.

Na divisão em 2 pedaços iguais.

Fonte: Ligamundo, p.175 ou p.225 do material em PDF

Além disso, neste momento também é vista uma atividade utilizando, desta vez, o relógio analógico como forma de identificar $\frac{1}{4}$ das voltas que foram trabalhadas corporalmente na unidade anterior e são retomadas aos poucos.

O subtópico “Adesivos e frações” vislumbra possibilidades de trabalho com todos discretos, retomando a relação parte-todo, porém com variação de todos não mais contínuos. O único objetivo deste conjunto de atividades, no entanto, é apenas “Reconhecer frações unitárias”. O trabalho com frações se apresenta, portanto, como uma forma bem básica de operar, como mostrado na página 176.

Figura 22 – LIGAMUNDO 4º ano: Adesivos como todos discretos na relação parte-todo

3 Desenhe uma linha em volta da metade do número de adesivos de cada cartela a seguir.

$\frac{1}{2}$ de 12 adesivos: 6 adesivos.

$\frac{1}{2}$ de 18 adesivos: 9 adesivos.

Fonte: Ligamundo, p.176 ou p.226 do material em PDF

Mesmo assim, o livro apresenta como orientação ao professor, ainda na mesma página, o seguinte:

Figura 23 – LIGAMUNDO 4º ano: Orientação a professores para resolução

Os alunos podem passar uma linha em volta de 10 adesivos para indicar a metade do número total de adesivos.
 Poderíamos representar o total de adesivos, ou o inteiro, com a fração $\frac{20}{20}$ (vinte, vinte avos) e a quantidade de adesivos correspondente à metade de 20 adesivos com a fração $\frac{10}{20}$.
 Por ora, neste volume, vamos focar na exploração de frações unitárias e em anos posteriores de escolaridade os alunos ampliarão a rede de significados do conceito de frações fazendo outras relações.


Fonte: Ligamundo, p.176 ou p.226 do material em PDF

Avançando para o último momento deste volume em que se trabalha o registro de frações, destacamos os exercícios finais da Unidade 7 com o “Vamos retomar”. Aqui, reitero que dentre cinco atividades propostas com o intuito de sistematizar o que foi absorvido durante toda a unidade, apenas uma retoma o trabalho com frações. Elenco abaixo esta atividade escolhida, dentre várias possíveis diante do que já foi visto no decorrer da unidade. Retirado da página 188, temos o claro exemplo do que o próprio livro considera importante.

Figura 24 – LIGAMUNDO 4º ano: Retomada de exercícios com fração


2 Quantas fatias correspondem a:

a) $\frac{1}{4}$ desta *pizza* de queijo?




1 fatia.

b) $\frac{1}{6}$ desta *pizza* de calabresa?




1 fatia.

c) $\frac{1}{8}$ desta *pizza* de presunto?



1 fatia.

d) $\frac{1}{2}$ desta *pizza* de chocolate?



3 fatias.

Fonte: Ligamundo, p.188 ou p.238 do material em PDF

Com isso, percebe-se qual significado de fração é mais elucidado. Sendo assim, é possível afirmar que no volume dedicado ao 4º ano há bastante menção à relação parte-todo fazendo uso de todos contínuos, em maioria. Neste volume também são citadas as variações de todos de contínuos para discretos e a representação na reta numerada, embora sem ênfase. Frações como quociente são pouco trabalhadas, mesmo havendo exercícios que remetem a esta ideia de trabalho, como o exemplo anteriormente já referenciado neste texto por meio da Figura 5, encontrada na página 31 desta monografia. Pois, ilustra o que acabei de comentar.

Sobre o incentivo ao uso de recursos

Considerando todas as evidências em favor da relação parte todo e da representação por todos contínuos, deduz-se que as unidades tratarão deste significado de fração ao também utilizar materiais concretos. Há estímulo, sim, a esta representação utilizando materiais descritos logo na abertura da unidade, na página 134, considerando como material necessário: papéis coloridos para recorte e dobradura e malha quadriculada.

Figura 25 – LIGAMUNDO 4º ano: Atividades com círculos e frações



Fonte: Ligamundo, p.134 ou p.184 do material em PDF

Como mostra a figura 25, retirada do primeiro tópico da Unidade 6, com esta atividade de construção dos círculos, recorte e, posteriormente, dobraduras é possível ratificar o que foi dito anteriormente sobre que significado o volume tem em foco.

No que diz respeito às unidades no volume do 4º ano, pode-se dizer que quase não são vistas sugestões além dos exercícios que o livro já apresenta. Por meio da “Exploração da atividade”, como é chamada no manual do professor, é evidenciado como se espera que o docente desenvolva os exercícios propostos em cada tópico.

Todavia, são vistas, ainda, as chamadas “atividades complementares” que tem por intenção desenvolver determinados tópicos sem obrigatoriedade como a maioria dos exercícios deste volume.

Sobre as informações prestadas aos docentes e discentes

Como já citado anteriormente, a “Exploração da atividade” vista como gabarito de cada questão é uma forma interessante de mostrar ao professor maneiras de conduzir o resultado esperado com os exercícios. Indo além de chegar à resposta final, esta forma apresentada pela coleção Ligamundo é bem interessante por contar, não só com a solução do problema, mas, também, com o processo de resolução, incitação de perguntas que geram reflexão, proposição de formulação de hipóteses e afins, como por exemplo, estas orientações retiradas da página 148, que apesar de não tratar de frações, evidencia bem como o livro se preocupa com a construção do raciocínio próprio dos discentes.

Figura 26 – LIGAMUNDO 4º ano: Proposição de resolução e expectativas

<p>Exploração da atividade</p> <p>Na metodologia de resolução de problemas, incentivamos a apresentação de diferentes estratégias de resolução. Uma delas é a representação por meio de desenhos.</p> <p>Este problema envolve as operações de multiplicação (ideia de proporcionalidade) e divisão, bem como a habilidade de estimativa.</p> <p>Inicialmente, verifique se os alunos compreendem como os dados apresentados se relacionam, de maneira a solucionar o problema.</p>	<p>Peça aos alunos que expliquem o trecho: “... cada criança bebe cerca de 3 copos”.</p> <p>Em seguida, explore oralmente o esquema de resolução, solicitando que alguns alunos verbalizem suas interpretações.</p> <p>1a – Esperamos que os alunos respondam, com suas próprias palavras, que para cada caixa de suco foram desenhados 5 copos, totalizando 20 copos. Em seguida, foram agrupados 3 copos para cada criança. Assim, é possível servir até 6 crianças a partir da estimativa de 3 copos de suco para cada uma.</p>
--	---

Fonte: Ligamundo, p.148 ou p.198 do material em PDF

Além disso, os docentes tem acesso a ver não só a forma de desenvolvimento dos exercícios como também ter clareza sobre que habilidades são trabalhadas de acordo com a

BNCC, uma vez que esta coleção deixa explícito em cada nova proposta a relação das atividades com a Base e saber, também, quais são os objetivos esperados pelo livro com aquele conteúdo.

3.2.2 - 5º ano

Dando continuidade, no volume do 5º ano, observam-se três unidades cujas frações se mostram presentes. São elas, respectivamente, as Unidades 5, 6 e 9

Para fins de clarificação e organização da minha investigação, dando início pela Unidade 5, foram apresentados os seguintes tópicos: **1) Exploração da cena de abertura:** que descreve as expectativas de aprendizagem, as habilidades da BNCC trabalhadas e instiga a análise do cenário e de lógica com breves perguntas; **2) O dinheiro brasileiro:** contabilizando problemas com valores, mas nenhuma menção a frações; **3) Conectando saberes:** sobre mosaicos e padrões, porém ainda sem relação a frações; **4) Frações e figuras geométricas planas:** em torno de 11 atividades voltadas a introdução de frações, representações e significados; **5) Comparação de frações:** com 10 atividades sobre maior, menor ou igual; **6) Mais atividades:** contabilizando 4 atividades e, em média, 10 exercícios inteiramente sobre frações; **7) Problemateca:** exploração de medidas e formulação de hipóteses, porém não considerado por não tratar especificamente sobre o foco buscado; **8) A chance de cada um:** contabilizando em 2 páginas o exercício da probabilidade utilizando frações; **9) Resolvendo mais problemas:** não considerado por não tratar de frações, contando com 6 exercícios que envolvem outros cálculos; **10) Vamos retomar:** em que, de 6 atividades, 4 são voltadas às frações.

Logo em seguida, a Unidade 6 que exprime: **1) Exploração da cena de abertura:** que descreve as expectativas de aprendizagem, as habilidades da BNCC trabalhadas e instiga a análise do cenário e de lógica com breves perguntas; **2) Frações equivalentes:** com 7 atividades sobre equivalência; **3) Mais atividades:** sendo 6 atividades destrinchadas em duas páginas para praticar mais; **4) Gráficos e tabelas:** que em nenhum momento se relaciona a frações; **5) Resolvendo mais problemas:** em que, das 4 atividades apresentadas, 2 envolvem frações; **6) Problemateca:** apresentação de um problema de lógica não considerado relevante a esta pesquisa; **7) É hora de jogar:** com uma atividade corporal tendo base na introdução envolvendo giros que foi apresentada ainda no volume referente ao 4º ano; **8) Giros e ângulos:** com 4

atividades relacionando a noção de $\frac{1}{4}$ de volta à utilização do ângulo reto e demais noções; **9)**

Paralelas e perpendiculares: 6 atividades voltadas a retas e ângulos, não consideradas neste trabalho; **10) Polígonos:** também não considerado por não envolver frações; **11) Mais atividades:** marcando o fim da unidade tendo, de 6 atividades, apenas uma abordando frações.

E, então, a Unidade 9 apresentando: **1) Exploração da cena de abertura:** que descreve as expectativas de aprendizagem, as habilidades da BNCC trabalhadas e instiga a análise do cenário e de lógica com breves perguntas; **2) Porcentagem do dia a dia:** com 11 atividades relacionando porcentagem a decimais na forma de dinheiro e frações; **3) Probabilidade:** tendo por volta de 6 atividades com frações; **4) Divisão e fração:** 4 atividades relacionando estes temas; **5) Comparação de frações:** com 4 atividades voltadas a relação de equivalência e comparação de igualdade ou não; **6) Medida de capacidade:** não considerado nesta pesquisa por não tratar de frações especificamente; **7) Números decimais:** operações que se voltam aos cálculos com decimais, principalmente em relação ao sistema monetário, mas não faz menção a frações; **8) Mais atividades:** uma página sem relação ao nosso foco; **9) Resolvendo mais problemas:** em que, de 7 atividades, apenas 2 são voltadas à resolução com uso fracionário; **10) Vamos retomar:** que encerra a unidade com 7 atividades, dentre as quais 4 envolvem frações.

Sobre introdução de frações

Cenas de abertura são convites a pensar a unidade como um todo. Sendo assim, iniciando pela Unidade 5 nomeada “Dinheiro, frações e probabilidade” vemos na cena de abertura uma situação que se remete ao cotidiano em um ônibus. Na imagem é apontado o preço da passagem e o limite para que seja possível dar troco. Um passageiro compra sua passagem entregando o valor máximo para troco, que custa R\$20,00, e espera seu troco. Nesta cena são evidenciadas cinco perguntas para facilitar a exploração da cena de abertura, são elas: “Na cidade onde você mora, qual é o valor da passagem de ônibus? Nesta cena, quanto o passageiro deverá receber de troco? Se o passageiro estivesse acompanhado e pagasse duas passagens com a nota de 20 reais, o troco seria maior ou menor do que 12 reais? De quantos reais seria? Se você fosse o passageiro, adicionando 80 centavos aos 20 reais facilitaria o troco? Desse modo, seu troco seria o mesmo? Justifique sua resposta. Haveria outros modos de o passageiro facilitar o troco? Se a resposta for positiva, indique-os e justifique-os.” (Coleção Ligamundo, 5º ano, p.

104-105, 2019). Até este momento, frações só são citadas no título e nos objetivos de aprendizagem da unidade sendo, esta, a primeira unidade a tratar de frações neste volume. A princípio, o que se nota é o trabalho com o sistema monetário brasileiro e resolução de cálculos.

Já a Unidade 6 com o nome “Frações equivalentes, gráfico e polígonos” tem em sua cena de abertura a visão de uma cozinha ou fornaria onde se fazem pizzas e o balão que evidencia o pensamento de quem está montando estas pizzas diz “Quatro pedaços desta pizza correspondem à metade da pizza inteira.” Neste momento, o livro propõe três questões para ajudar na exploração da cena que são: “Em quantos pedaços o pizzaiolo dividiu cada uma das pizzas que aparecem sobre o balcão? Quantos pedaços correspondem à metade da pizza de calabresa? Um cliente pediu ao pizzaiolo que preparasse uma pizza de presunto e que cortasse essa pizza em 6 pedaços iguais. Quantos pedaços da pizza de presunto correspondem à metade da pizza inteira?” (Coleção Ligamundo, 5º ano, p. 134, 2019). Evidencia-se, portanto, a relação parte todo na sua forma mais comum de representação com pizzas evidenciando a utilização de todos contínuos.

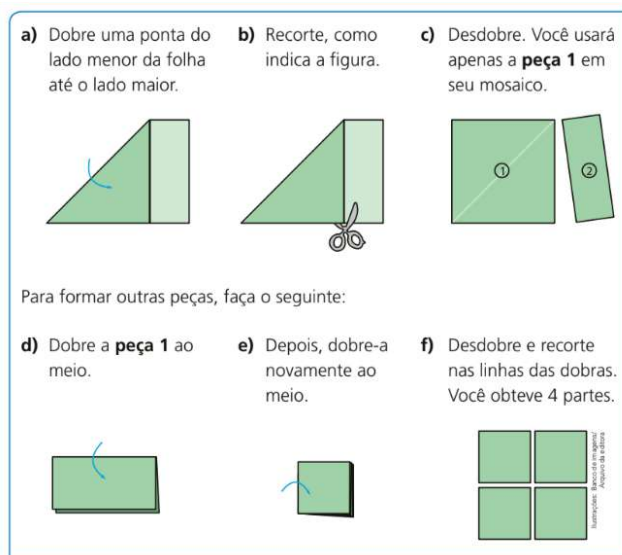
Por fim avançando para a Unidade 9 que se nomeia “Porcentagem, frações e números decimais” a situação trazida nesta cena é a etapa de transporte de bananas que ainda serão colocadas no caminhão para serem distribuídas e, enfim, consumidas. Considerando a fala do personagem na cena que é “Vamos manusear as bananas com cuidado. Eu li no jornal que aproximadamente 10 em cada 100 alimentos produzidos são desperdiçados no transporte.” a Unidade tem por objetivo incitar, inicialmente, a reflexão sobre o desperdício de alimentos e propõe como perguntas iniciais as três questões a seguir: “Você sabe onde são produzidos os alimentos que você consome? Você já ouviu falar sobre desperdício de alimentos? Que fração das frutas produzidas é desperdiçada no transporte?” (Coleção Ligamundo, 5º ano, p. 218, 2019). Percebe-se que estas questões são mais voltadas às respostas pessoais do que a conteúdos matemáticos.

Sobre os todos a serem repartidos e os significados das frações

Considerando a Unidade 5 como início do trabalho com frações, efetivamente, neste volume, vamos direto ao ponto “Frações e figuras geométricas planas” que é o segundo tópico apresentado nesta unidade, sendo o primeiro, focado no uso do dinheiro, promoções,

arredondamento e afins. Quando se inicia a falar sobre frações, não se utiliza nenhuma relação com o sistema monetário que ajudasse a construir conexões, pelo contrário, é inserido mais uma forma de entender frações utilizando mosaicos e relacionando estas a figuras geométricas. Como evidenciado a seguir, o primeiro exercício deste tópico é sugestivo e incita a utilização da folha de papel para estabelecer a base para os exercícios seguintes. Este exemplo foi retirado da página 114 e, de acordo com o livro, é proposital que exista essa atividade de dobraduras e recortes para que se relacione Arte à Matemática, no entanto, só se evidenciou até aqui os exemplos possíveis com o mesmo tipo de todo e significado de fração.

Figura 27 – LIGAMUNDO 5º ano: Dobraduras e significado de fração



Fonte: Ligamundo, p.114 ou p.164 do material em PDF

Uma vez que os recortes foram feitos, são mostradas frações unitárias em cada parte e se explica, pela primeira vez, a nomenclatura de frações em que o denominador seja maior que 10, apresentando a leitura dos “avos”. Utilizando todos contínuos para identificar as frações, é proposto apenas um exercício que trabalha a leitura de frações como, por exemplo, $\frac{6}{15}$ (seis quinze avos). Após explicar que “Se o denominador for diferente de 2 a 9 e de 10, 100, 1000, ..., acrescentamos a palavra ‘avos’ na leitura e na escrita por extenso do denominador.” nada mais é proposto com relação a este tipo de fração, voltando o foco para frações não mais unitárias, mas ainda com denominadores entre 2 e 9. (Coleção Ligamundo, 5º ano, p. 117, 2019).

Majoritariamente se observa que os todos tratados são contínuos e frações representa, uma relação parte-todo. Este padrão só varia um pouco a partir da página 120 e encerrando na página 121 sendo, estas, dedicadas a falar sobre a representação com todos discretos ainda tratando sobre a relação parte-todo. São apenas seis atividades dentre incontáveis outras que trataram de todos contínuos somente, desde o volume anterior.

Quanto ao tópico seguinte “Comparação de frações”, inicia-se apresentando um conjunto de tiras coloridas. Os exercícios seguintes retomam a visualização com formato de pizza ou demais formas geométricas repartidas em partes iguais e é aqui que introduzem a comparação de frações utilizando maior, menor ou igual. Como tópico novo apresentado, há três páginas para tratar do assunto, não explorando mais que isso.


No momento chamado “Mais atividades” são evidenciadas 4 atividades dentre as quais todas são voltadas às frações, sendo exercícios de fixação que retomam o que foi visto no decorrer da unidade. Interessante, pois, ainda que sejam exercícios que reiteram o mesmo significado de frações e todos trabalhados, representam frações inteiramente e não atravessadas por outros conteúdos para fixar ao mesmo tempo.

Ainda focando em frações, temos “A chance de cada um” que representa questões de probabilidade utilizando frações exclusivamente unitárias. Por fim, o “Vamos retomar” se mostra em seguida, com frações na relação aos demais conteúdos trabalhados na unidade. Com 4 exercícios voltados a elas utilizando variação de todos contínuos para discretos, trabalhando nomenclatura por extenso e demais representações satisfatórias.

No que diz respeito à Unidade 6 deste volume, quando trata do tópico “Frações equivalentes” se evidencia em primeiro lugar a repartição fracionária em relação à comparação de frações para que se estabeleça noção de proporcionalidade. Em seguida, discorrem sobre frações e destaco aqui a variação do tipo de todo elucidado na página 137 como mostro a seguir.

Figura 28 – LIGAMUNDO 5º ano: Todos discretos e frações

1 Observe a coleção de bonecos que Fabiano possui e calcule quantos bonecos da coleção correspondem a cada fração.



a) $\frac{1}{2}$ de 24 bonecos: 12 bonecos.

b) $\frac{2}{4}$ de 24 bonecos: 12 bonecos.

c) $\frac{3}{6}$ de 24 bonecos: 12 bonecos.

d) $\frac{4}{8}$ de 24 bonecos: 12 bonecos.

• O que você pode concluir sobre as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$ de 24 bonecos?
 Elas indicam a metade dos 24 bonecos. Solicite aos alunos que encontrem outras frações equivalentes a $\frac{1}{2}$.

Fonte: Ligamundo, p.137 ou p.187 do material em PDF

Observa-se a interessante sugestão de propor a representação em todos discretos, isto é, são repartidos conjuntos de objetos. Não demora muito até que o tipo de todo priorizado volte a ser os todos contínuos e deem prosseguimento nos exercícios seguintes. Mesmo assim, em “Mais atividades”, no entanto, considero positiva a proposição de seis atividades voltadas somente para frações. Depois disso só se evidencia o uso de frações por meio de resolução de problemas de fixação no estilo tradicional mecanizado.

Como marco de originalidade na abordagem deste volume, é possível destacar o “É hora de jogar” que consiste em retomar a atividade proposta desde o 4º ano evidenciada aqui pela figura 16, e incitar a brincadeira e exploração da mesma atividade. Essa brincadeira, no entanto, é utilizada como acréscimo de novos conceitos, não necessariamente sobre frações, mas agora utilizado na relação com a compreensão da formação de ângulos retos, maiores e menores.

Frações não são mais evidenciadas nesta unidade, principalmente em seu último tópico de exercícios, já que evidencia apenas uma atividade voltada a elas dentre outras cinco. É no mínimo interessante ressaltar que foi esta unidade que iniciou usar a cena de abertura dando a entender um uso maior sobre frações.

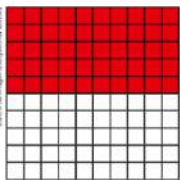
Dando prosseguimento às análises, como já foi dito no início da descrição sobre a coleção Ligamundo, as unidades 7 e 8 tratam de decimais, de forma geral, e apenas apresentaram frações com denominador 10, 100 ou 1000 como alicerce para desenvolver o trabalho com números decimais somente. Por isso não foi considerado relevante aprofundamento nestas passagens.

Por esse motivo, avançamos por fim, para a Unidade 9 que trata de porcentagem. A primeira atividade exposta contém um gráfico pizza descrevendo, em porcentagem, a quantidade de alimentos desperdiçados em comparação aos alimentos aproveitados.

O momento em que se inicia frações em relação a percentuais é marcado pela representação fracionária equivalendo as ideias de metade, quarta, quinta e décima parte. A fim de corresponder $\frac{50}{100}$ a 50% os primeiros exercícios fazem utilização do significado parte todo para evidenciar 50% como a metade de um todo repartido em 100 partes, como se tem no exemplo a seguir retirado da página 222.

Figura 29 – LIGAMUNDO 5º ano: Frações e porcentagem

1 A metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ da figura abaixo está pintada de **vermelho**.
 Vemos que 50 dos 100 quadradinhos estão pintados.
 Podemos dizer que **50%** do total de quadradinhos estão pintados.



$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

Calcular **50%** de um inteiro significa calcular $\frac{1}{2}$ (ou **metade**) desse inteiro.

a) Leonel vai comprar um relógio e pagar 50% do valor à vista. Isso significa que $\frac{50}{100}$ ou $\frac{1}{2}$ do valor do relógio será pago no ato da compra. Quantos reais Leonel vai pagar no ato da compra se o relógio custar R\$ 230,00? **R\$ 115,00**

Fonte: Ligamundo, p.222 ou p.272 do material em PDF

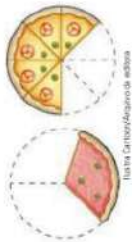
A Unidade 9 enfatiza a relação entre a utilização do real brasileiro e a representação fracionária da porcentagem para solucionar problemas com descontos, multas, abstração dos conceitos de metade, quarta parte e afins.

Tendo em foco o tópico “Divisão e fração” evidencia-se seguidamente um momento que trata de frações ininterruptamente. Embora se volte ao ato de laborar com todos contínuos e relação parte todo para elucidar divisão em relação ao que buscamos, ainda assim há a oportunidade de presenciar, em duas páginas, os exercícios de reflexão utilizando cálculos e raciocínio lógico com frações que possuem denominadores iguais. Não foi explorado aqui o significado de fração enquanto quociente, por exemplo. Deixando este conceito muito falho na oportunidade de exploração deste conhecimento, ficando restrito ao que foi visto no volume referente ao 4º ano e, mesmo assim, com poucos detalhes.

Em “Comparação de frações” encontramos duas páginas destinadas a explicar e mostrar com figuras a representação fracionária. Mais uma vez reforçando chocolates e pizzas que são exemplos de todos contínuos, buscando mostrar a relação parte-todo, como apontado a seguir. (p.231)

Figura 30 – LIGAMUNDO 5º ano: Representação fracionária com todos contínuos

2 Lia e Verônica foram a uma pizzaria. Lia comeu $\frac{3}{8}$ de uma *pizza* de queijo e Verônica comeu $\frac{2}{3}$ de uma *pizza* de presunto do mesmo tamanho que a *pizza* de queijo. Quem comeu mais *pizza*: Lia ou Verônica?



Resposta: Verônica, pois $\frac{16}{24} > \frac{9}{24}$.

Fonte: Ligamundo, p.231 ou p.281 do material em PDF

Após todas estas considerações, frações são atravessadas por outros conteúdos da unidade e só retomam sua presença novamente em sessões de exercícios, sendo “Resolvendo mais problemas” e “Vamos retomar”. Estes dois tópicos juntos contabilizam 14 atividades ao todo, dentre as quais, 6 são focadas em frações. Um quantitativo bem razoável e satisfatório em relação ao total de atividades propostas. Contudo, vale a ressalva de que, em termos de variação de todos e significados, exploração e sugestões referentes a frações, este quantitativo deixa a desejar, a meu ver.

Sobre o estímulo ao uso de recursos

Logo no início de cada unidade são indicados os materiais necessários para realizar atividades propostas no decorrer de seu desenvolvimento. Estas sugestões são folhas de papel, cartolina, cola, tesoura e outros materiais que favorecem a visualização da relação parte-todo. São poucas as sugestões que vão além dos exercícios e poucas referências de livros e demais componentes didáticos que ajudem na aprendizagem dos conteúdos.

No que diz respeito a conceituar frações a partir da relação parte-todo, não faltou estímulo, sendo, este, significado de fração preponderante.

Sobre as informações prestadas aos docentes e discentes

Algo positivo e de destaque da coleção Ligamundo são as orientações claras ao docente que lê em seu manual informações além do livro dos estudantes. Para aqueles profissionais que ainda não adquiriram total autonomia para se descolar, um pouco, do material e propor ele mesmo as atividades entendendo seus porquês, estas orientações o mobilizam para isso. No entanto, há de se reconhecer que um bom manual do professor é um grande suporte mesmo aos docentes experientes.

Já em respeito aos discentes, percebe-se que o livro entrega mais explicações, embora ainda tenha como perfil o trabalho com resolução de exercícios para aquisição do conteúdo. Estas explicações são mais claras no 5º ano, talvez por, provavelmente, esta etapa do ensino fundamental estar no nível de alfabetização esperado de acordo com o currículo escolar e a BNCC. Dessa forma, podendo os alunos alcançarem autonomia de procurar entender sozinhos os conceitos.

4. EM SÍNTESE

As duas coleções (ÁPIS e LIGAMUNDO) apresentam propostas semelhantes para o trabalho escolar com frações, quanto às ideias trabalhadas, atividades e exercícios.

Como já dito anteriormente, pode-se dizer que ambas as coleções introduzem frações propriamente ditas no 4º ano. Não que não sejam mencionadas nos volumes anteriores, mas considerando que a produção deixa claro que os livros são atualizados de acordo com a Base Nacional Comum Curricular, é possível notar em que momento se dá o tratamento efetivo sobre frações, já que o desenvolvimento dos conteúdos segue o padrão estabelecido pelo documento.

Nota-se que o alicerce para dar início ao trabalho com frações se dá no 3º ano quando há preparo para entender noções de metade, e outras partes, porém não trata de frações efetivamente. No entanto, em ambas as coleções, os volumes que se focam nas frações de modo mais específico são os que se destinam ao 4º e 5º.

As cenas introdutórias das unidades que exploram frações são cotidianas e bem escolhidas, para que sejam percebidos os usos das frações na vida. No decorrer das unidades,

outras situações de contexto estão presentes, nos diferentes momentos em que as frações são trazidas. Cabe destacar o giro na relação com frações (Coleção Ligamundo), como uma abordagem bastante interessante. Reforçando a importância do contexto, Nascimento (2008) nos alerta para a importância dos usos das frações, ao citar Valera (2003), que destaca o cuidado que a escola deve ter na abordagem dos números racionais.

Segundo ele, os números racionais são conteúdos que os alunos tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio sentem dificuldades para aprender. Essa dificuldade está relacionada a pouca relação entre o uso social dos números racionais e a forma como eles são ensinados na escola. (VALERA, 2003 em NASCIMENTO, 2008)

A respeito da evolução de conteúdos na Coleção Ápis, é observado que a parte introdutória se concentra no 4º ano deixando a exploração do conteúdo mais concentrada no 5º ano. Observa-se que há uma diferença significativa na quantidade de atividades, do 4º para o 5º ano, e neste ano intensifica-se o uso da escrita.

Já na Coleção Ligamundo, observando-se duas unidades sobre frações trabalhadas no 4º ano, percebe-se que o livro retoma o conteúdo que já foi dado. Não diferente, no volume do 5º ano também se observa isso, fazendo com que exercícios do 4º ano sejam retomados no 5º como proposta base para integrar novos conceitos e formas de trabalho que, não necessariamente, são sobre frações. É positivo ver que esta forma de organização está constantemente reprisando atividades apresentando outras possibilidades de exploração de conteúdo. Evidencia-se como na coleção anterior, que cresce a quantidade de atividades e exercícios, do 4º para o 5º ano.

Aos meus olhos, a coleção Ligamundo, se comparada à coleção Ápis, integra de forma mais expressiva as frações a outros conteúdos matemáticos. Por outro lado, é notória a semelhança na proposição de atividades nas duas coleções sobre as quais me debrucei.

O título do artigo de Graça, Ponte e Guerreiro (2021) – Quando as Frações não São Apenas Partes de um Todo...! – Remete-nos à diversidade de significados que devem estar presentes no trabalho escolar com as frações na escola básica. Os autores consideram de fundamental importância o significado da relação parte-todo para os alunos entenderem as frações, mas chamam a atenção para o enfoque exclusivo na relação entre a parte e o todo como inadequado, e sugerem a ampliação desse enfoque, destacando que:

As frações, por exemplo, envolvem os significados: parte-todo, quociente, operador e medida (as razões, podendo ser representadas por frações, constituem índices comparativos). (GRAÇA, PONTE e GUERREIRO, 2021, p.686).

No caso das coleções sobre as quais me debrucei, o significado das frações como sendo para expressar uma relação entre a parte e o todo é o que mais observei, apesar de que fração como quociente está também bem presente.

Também preponderantes são os todos contínuos para se aplicar frações, apesar de que os todos discretos também são observados, mesmo que não tão intensamente como os contínuos. Graça, Ponte e Guerreiro (2021, p.687) alertam para o fato de que “no caso de grandezas contínuas, as partes deverão ser equivalentes em dimensão, enquanto nas grandezas discretas, deverão ter a mesma quantidade de itens”. E já que os todos contínuos estão bem presentes, os recursos dos discos de papelão e tiras dão bastante sustentação à abordagem do assunto, nas duas coleções. Mas observo que os recursos para a representação das frações variam, estão presentes e seus usos são estimulados nas informações dirigidas ao professor.

Sobre as informações dadas aos docentes, o suporte do livro com relação à resolução das atividades e sugestões não faltam. Há sugestões de materiais de apoio e atividades alternativas para motivarem os alunos a seguirem na compreensão e uso das frações.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As leituras dos artigos que citei nesse trabalho e das duas coleções sobre as quais me dediquei a ler e conhecer, foram de grande valia para a profissão que estou me propondo exercer. A elaboração dessa monografia me aproximou da importância do contexto para a compreensão dos conceitos e da valorização da matemática para a vida cotidiana.

Tomei conhecimento de recursos materiais que podem ajudar aos alunos na compreensão das frações e seus usos. O livro do professor, que há anos atrás era idêntico ao dos alunos acrescentando, somente, as respostas aos exercícios, passou a ser visto, por mim, como um material imprescindível que tem muito a contribuir para o trabalho docente. A evolução foi significativa!

O PNLD se mostra como um projeto importante e que merece ter continuidade, dada a importância de que os livros cheguem às mãos de alunos e docentes como uma abordagem metodológica adequada e sem erros conceituais, foco de análise do projeto.

Não tive qualquer intenção de classificar as duas coleções que li, já aprovadas, como sendo “boas” ou “ruins”, mas conhecê-las e aprender sobre as frações – tema tão cercado de dúvidas e equívocos na escola básica.

Voltando a destacar o fato de que nenhum livro deve ser o único recurso utilizado pelos docentes, a meu ver, a variedade destes recursos, principalmente, para contribuir com os alunos com deficiências, é fundamental para que a acessibilidade destes à aprendizagem possa ser favorecida.

Finalizo, aqui, esta monografia, agradecendo por ter finalizado o curso de licenciatura em pedagogia, e disposta a contribuir para a aprendizagem das crianças em fase escolar, nos anos iniciais do ensino fundamental.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. O método nas ciências naturais e sociais: Pesquisa quantitativa e qualitativa. Pioneira, 1998.

BACELLAR, Carlos. Fontes documentais: uso e mau uso dos arquivos. In: PINSKY, Carla Bassanezi. Fontes Históricas. 2. ed. São Paulo: Editora Contexto, p. 23-79, 2008.

BARDIN, Laurence. Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70, 2011.

BEZERRA, Francisco José Brabo. Construindo a representação da fração: abordagem tradicional versus abordagem conceitual. Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BEZERRA, F. J. B. Introdução do conceito de número Fracionário e suas representações: Uma abordagem criativa para sala de aula. Dissertação de Mestrado, PUC (SP), 2001.

BRASIL. FNDE. Guia de livros didáticos: PNLD 2019: Matemática: Ensino Fundamental I. Brasília, DF: Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica, 2019

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. PNLD. Brasília, 2018. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em 22/08/2022.

CORRÊA, Márcia Lima; MEGGIOLARO, Graciela Paz; REIS, Ana Queli Mafalda. Abordagem do conteúdo de frações a partir do programa nacional do livro didático. REnCiMa, v. 10, n.6, p. 21-38, 2019.

COSTA, Michel da; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito. Ensino de Frações nos anos iniciais do ensino fundamental: dificuldades, entraves e possibilidades. XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.

DANTE, Luiz Roberto. Ápis matemática, 1º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ápis matemática, 2º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ápis matemática, 3º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ápis matemática, 4º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019. Disponível em: https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2019/Ápis_Matemática/4o%20Ano/PNLD19_Apis_Matemática_4_ANO_PR_ÁTICA.pdf Acesso em 28/07/2022.

_____. Ápis matemática, 5º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017. In: FNDE, 2019. Disponível em: <https://storage.googleapis.com/edocente-content->

[production/PNLD/PNLD_2019/Apis_Matematica/5o%20Ano/PNLD19_Apis_Matematica_5ANO_PR_ATICA.pdf](#) Acesso em 28/07/2022.

DIONIZIO, Fátima Aparecida Queiroz; NOVAK, Franciele Isabelita Lopes; PINTO, Karolyne Beatriz Pereira; BURNAT, Silmara de Almeida. Abordagens de frações no ensino fundamental: um levantamento nos anais do ENEM e EPREM. EM TEIA, Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, vol. 10, n. 3. 2019.

GRAÇA, S.; PONTE, J.P.; GUERREIRO, A.; Quando as Frações não São Apenas Partes de um Todo...! Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 23, n. 1, p. 683-712, 2021

IVENICKI, Ana; CANEN, Alberto G. Metodologia da Pesquisa: rompendo fronteiras curriculares. Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2016.

MONTEIRO, C.; COSTA, C. Dificuldades na aprendizagem dos números racionais. Educação e Matemática n.40, 4º trimestre de 1996, p.60-63.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Revista de Educação Matemática, vol. 9, n. 1, p. 1-6, 2005.

NASCIMENTO, JULIANE. Perspectivas para aprendizagem e ensino dos números racionais. Revista de Iniciação Científica da FFC, v. 8, n.2, p. 196-208, 2008.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 729-755, ago. de 2015.

REAME, Eliane. Ligamundo: matemática, 1º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ligamundo: matemática, 2º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ligamundo: matemática, 3º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. In: FNDE, 2019.

_____. Ligamundo: matemática, 4º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. In: FNDE, 2019. Disponível em: https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2019/LigaMundo_Matematica/4o%20Ano/PNLD19_LIGAMUNDO_Matematica_4ANO_PR_SARAIVA.pdf Acesso em 28/07/2022.

_____. Ligamundo: matemática, 5º ano: ensino fundamental, anos iniciais. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2017. In: FNDE, 2019. Disponível em: https://storage.googleapis.com/edocente-content-production/PNLD/PNLD_2019/LigaMundo_Matematica/5o%20Ano/PNLD19_LIGAMUNDO_Matematica_5ANO_PR_SARAIVA.pdf Acesso em 28/07/2022.

SILVA, Angélica Fontoura Garcia; CANOVA, Raquel Factori; CAMPOS, Tania Maria Mendonça. A fração em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais. *Acta Scientiae*, v.18, n.1, jan./abr. de 2016.

SOARES, E. F.; FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C. FRAÇÕES: o que os erros dos alunos podem ensinar aos professores. *Presença Pedagógica*, v.5. n.29, set/out 1999, p.39-48.

TATTO, Franciele; SCAPIN, Ivone José. Matemática: por que o nível elevado de rejeição? *Revista de Ciências Humanas*. v.5, n.5. 2004.

VASCONCELOS, Cleiton Batista; BELFORT, Elizabeth. Diferentes significados de um mesmo conceito: o caso das frações. In: *Discutindo Práticas em Matemática*, boletim 13. LIMC, Pró-letramento Matemática Estado de Minas Gerais, ago. de 2006.

ZEFERINO, Lidiane Chaves; MORETTI, Vanessa Dias. Desenvolvimento do pensamento teórico de professores dos anos iniciais sobre frações. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 425-451, 2020.