

O MODELO DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO DE VAN HIELE E POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DA GEOMETRIA DINÂMICA

MATEMÁTICA

George de SOUZA ALVES
IM/NCE/UFRJ – FAETEC

Av. Brigadeiro Trompowsky, s/n^o, Caixa Postal 2324, CEP 20001-970 – Cidade Universitária/Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Tel: (0xx21) 2598-3132
georgesa@posgrad.nce.ufrj.br

Fábio FERRENTINI SAMPAIO
NCE/UFRJ

Av. Brigadeiro Trompowsky, s/n^o, Caixa Postal 2324, CEP 20001-970 – Cidade Universitária/Ilha do Fundão, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Tel: (0xx21) 2598-3132
ffs@nce.ufrj.br

RESUMO

O presente trabalho apresenta as principais idéias discutidas numa monografia desenvolvida na cadeira de Informática e Educação do Mestrado em Informática na Educação do IM-NCE/UFRJ. Ele aborda a necessidade de se enfatizar temas relacionados à geometria euclidiana nas aulas de matemática do ensino fundamental e médio, apresentando o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele como um guia de aprendizagem e um instrumento de avaliação das competências geométricas de estudantes. A partir das idéias de Van Hiele e de testes elaborados pela equipe de Matemática do Projeto Fundão/UFRJ, foi realizado um estudo quantitativo sobre o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico com alunos concluintes do ensino médio de uma escola técnica pública da cidade do Rio de Janeiro. Nas conclusões, é apresentada uma exposição sobre possíveis contribuições dos *softwares* de geometria dinâmica ao modelo de Van Hiele.

Palavras-chaves: geometria, Van Hiele, computador, *software*, geometria dinâmica.

1 INTRODUÇÃO

Diferentes autores têm afirmado que o ensino da geometria euclidiana continua relegado a segundo plano, sobretudo na escola pública, pois os principais componentes do processo educativo (alunos, professores, autores de livros didáticos e pesquisadores) têm oscilado entre diversos modismos, desde o formalismo e suas demonstrações apoiadas pelo raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização até chegar ao empirismo de poucos resultados.

A escolha do tema se deve à necessidade de se enfatizar o ensino da geometria euclidiana nos níveis de ensino fundamental e médio, uma vez que nestes níveis o aluno começa a entender os aspectos espaciais do mundo físico e a desenvolver uma

intuição espacial para, posteriormente, desenvolver habilidades que lhe possibilitem a construção do pensamento lógico, base para prosseguir em estudos mais avançados nos outros níveis de escolaridade.

O uso de *softwares* educativos nas aulas de geometria, especialmente os de geometria dinâmica, vem ao encontro das propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1996), pois de acordo com este documento a utilização do computador permite criar ambientes que fazem surgir novas formas de pensar e agir.

No presente trabalho, buscou-se descrever o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele, através de um breve relato histórico, da apresentação dos níveis de compreensão formulados por esta teoria, dos diferentes graus de aquisição nestes níveis, das fases de aprendizagem e dos testes de avaliação e verificação dos níveis de pensamento encontrados em estudantes (seção 2). A partir daí, é apresentado e discutido o estudo de campo realizado com alunos concluintes de cursos técnicos de uma escola pública localizada na cidade do Rio de Janeiro (seção 3).

Diante dos resultados obtidos no estudo, é realizada uma reflexão sobre possíveis relações entre a geometria dinâmica e a proposta pedagógica da teoria de van Hiele (seção 4).

2 O MODELO DE VAN HIELE

Os trabalhos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico dos professores holandeses Pierre van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof foram inicialmente publicados em 1959 (Purificação, 1999).

Desde esta época até 1973 o modelo de van Hiele só não ficou totalmente no obscurantismo porque a União Soviética o adotou nos anos 60, após reformulação do currículo de geometria em suas escolas.

Em 1973, Hans Freudenthal publicou um livro intitulado "*Mathematical as an Educational Task*" onde citava o trabalho dos van Hiele e, em 1976, o professor americano Izaak Wirsup começou a divulgar o modelo em seu país. O interesse pelas contribuições dos van Hiele tem se tornado cada vez maior após as traduções para o inglês feitas em 1984 por Geddes, Fuys e Tisher (Purificação, 1999).

2.1 Níveis de Compreensão

O modelo de Van Hiele é um guia para a aprendizagem e um instrumento para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria e apresenta cinco níveis de compreensão. Estes níveis informam quais são as características do processo de pensamento dos estudantes em geometria.

Os van Hiele assinalam que numa sala de aula, cada aluno pensa em diferentes níveis e, além disso, eles apresentam modos de pensar diferentes dos professores, pois costumam utilizar com frequência palavras e objetos distintos dos empregados pelos professores e livros. Deste modo, o assunto não é bem assimilado e não fica retido por muito tempo na memória. O quadro 1 relaciona os diferentes níveis do modelo de van Hiele e suas respectivas características.

QUADRO 1: Níveis de Compreensão do Modelo de van Hiele

NÍVEIS DE COMPREENSÃO	CARACTERÍSTICAS
Visualização ou Reconhecimento (nível 1)	<ul style="list-style-type: none">- Reconhece visualmente uma figura geométrica;- Tem condições de aprender o vocabulário geométrico;- Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura.
Análise (nível 2)	<ul style="list-style-type: none">- Identifica as propriedades de uma determinada figura;- Não faz inclusão de classes.¹
Dedução Informal ou Ordenação (nível 3)	<ul style="list-style-type: none">- Já é capaz de fazer a inclusão de classes;- Acompanha uma prova formal, mas não capaz de construir uma outra.
Dedução Formal (nível 4)	<ul style="list-style-type: none">- É capaz de fazer provas formais;- Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
Rigor (nível 5)	<ul style="list-style-type: none">- É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas;- É neste nível que as geometrias não-euclidianas são compreendidas.

2.2 Fases da Aprendizagem

No modelo de van Hiele, quando o ensino é desenvolvido de acordo com as fases de aprendizagem, há o favorecimento para a aquisição de um nível de pensamento num dado assunto da geometria.

Nasser(1991), *apud* Purificação(1999), ressalta que as fases delineadas no modelo de van Hiele podem ocorrer de forma simultânea e em diversas ordens. Porém, a última fase só deve ser utilizada após o desenvolvimento das anteriores, imprescindíveis para fornecer as estruturas de aprendizagem.

Um importante fato, considerado por vários autores, é a relação existente entre a epistemologia genética de Jean Piaget e o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele.

Piaget identificou quatro fatores atuantes no processo de desenvolvimento cognitivo: maturação, experiência com o mundo físico, experiências sociais e equilíbrio. A equilíbrio e a maturação eram os fatores mais importantes para a passagem de um estágio de desenvolvimento a outro. Na teoria de van Hiele, entretanto, a principal preocupação é com relação ao processo de ensino-

¹ Na Teoria Piagetiana é quando a criança compreende noções como as de que uma subclasse nunca pode conter mais elementos do que a classe maior a que ela pertence. Na geometria, é quando, por exemplo, o aluno compreende que todo quadrado é um retângulo.

aprendizagem em geometria; este sim, um meio através do qual o estudante atinge certo nível de desenvolvimento.

O próprio van Hiele diferencia as duas teorias, ressaltando que a psicologia de Piaget era de desenvolvimento e não de aprendizagem, mas admite ter recebido algumas influências após leituras de alguns textos piagetianos.

O quadro 2 relaciona as fases de aprendizagem do modelo de van Hiele com suas respectivas características.

QUADRO 2: Fases de Aprendizagem do modelo de van Hiele

FASES DE APRENDIZAGEM	CARACTERÍSTICAS
Questionamento ou Informação (fase 1)	<ul style="list-style-type: none"> - Professor e aluno dialogam sobre o material de estudo; - Apresentação de vocabulário do nível a ser atingido; - O professor deve perceber quais os conhecimentos anteriores do aluno sobre o assunto a ser estudado.
Orientação Direta (fase 2)	<ul style="list-style-type: none"> - Os alunos exploram o assunto de estudo através do material selecionado pelo professor; - As atividades deverão proporcionar respostas específicas e objetivas.
Explicitação (fase 3)	<ul style="list-style-type: none"> - O papel do professor é o de observador; - O alunos trocam experiência, os pontos de vista diferentes contribuirão para cada um analisar suas idéias.
Orientação Livre (fase 4)	<ul style="list-style-type: none"> - Tarefas constituídas de várias etapas, possibilitando diversas respostas, a fim de que o aluno ganhe experiência e autonomia.
Integração (fase 5)	<ul style="list-style-type: none"> - O professor auxilia no processo de síntese, fornecendo experiências e observações globais, sem apresentar novas ou discordantes idéias.

2.3 Testes de Van Hiele

A partir da divulgação da teoria de van Hiele nos Estados Unidos, através de Izaak Wirszup, surgiram projetos como *Oregon*, de avaliação das crianças em geometria, o *Brooklin*, sobre o pensamento geométrico entre adolescentes das escolas urbanas e *Chicago*, sobre desenvolvimento cognitivo e desempenho em geometria na escola secundária (Purificação, 1999).

Willian Burger, Alan Hoffer, Bruce Mitchell e Michael Shaughnessy realizaram pesquisas utilizando a teoria de van Hiele com o objetivo de investigar os processos de raciocínio geométrico, tendo como parâmetro de análise a validade dos níveis desta teoria. Utilizando indicadores que caracterizavam os diversos níveis do modelo, eles concluíram que tais indicadores ajudavam a perceber os processos de pensamento dos

alunos em tarefas geométricas. Os alunos de mesmo nível demonstraram comportamento como os apresentados nos indicadores, podendo-se assim, caracterizar operacionalmente os níveis de van Hiele.

O trabalho desenvolvido pelo projeto *CDASSG – Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry*, na Universidade de Chicago, coordenado por Usikin, buscou identificar a existência dos níveis de van Hiele em aproximadamente 2700 alunos com testes e entrevistas clínicas. Constataram que os níveis parecem existir e que possibilitam a descrição do raciocínio geométrico dos alunos da educação infantil ao ensino universitário. (Junqueira, 1995 *apud* Purificação, 1999).

Gutierrez(1991), *apud* Purificação(1999), procurou investigar diferentes formas de identificar o desenvolvimento de pensamento em geometria dos estudantes que estavam em transição entre os níveis de van Hiele. De acordo com aquele autor os graus de aquisição dos níveis de van Hiele são classificados nos seguintes períodos:

- (a) **Primeiro período:** ainda **não há aquisição** do nível;
- (b) **Segundo período:** os estudantes possuem um **nível baixo de aquisição**, mas a falta de experiência e o insucesso em algumas situações os levam a retornar a um nível anterior;
- (c) **Terceiro período:** aqui os estudantes já estão mais experientes, estão num **nível intermediário de aquisição**, porém quando se deparam com uma dificuldade maior, também retornam a um nível anterior, para logo a seguir tentar voltar a um nível seguinte.
- (d) **Quarto período:** agora os alunos já se sentem mais seguros e possuem mais experiência, porém ainda não estão completos, cometendo eventuais equívocos. Eles já alcançam um **alto grau do nível de raciocínio**;
- (e) **Quinto período:** neste período o estudante já atinge a **aquisição completa** do nível, seu pensamento está bem estruturado e não comete equívocos significativos.

Uma importante contribuição para a realização de testes de diagnóstico dos níveis de raciocínio em geometria da teoria de van Hiele vem de um projeto de pesquisa, financiado pelo CNPq, sugerido e orientado pela professora Lílian Nasser, do Instituto de Matemática da UFRJ. Nestes testes está incorporada parte das pesquisas para tese de doutorado desta professora, concluída no King's College da Universidade de Londres, em 1992, intitulada *Using the Van Hiele Theory to Improve Secondary School Geometry in Brazil*.

O mencionado teste, elaborado pela equipe do Projeto Fundação, serviu de base para o estudo quantitativo realizado neste trabalho com alunos concluintes de cursos técnicos. A apresentação e discussão dos resultados deste estudo estão na próxima seção.

3 O ESTUDO DE CAMPO

O estudo de campo realizado teve como objetivo principal investigar os diferentes graus de aquisição dos três primeiros níveis do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele em alunos concluintes do ensino médio de uma escola pública localizada na cidade do Rio de Janeiro, no primeiro semestre.

3.1 Metodologia

3.1.1 Sujeitos

Participaram deste estudo 107 alunos concluintes do ensino técnico. Os estudantes eram todos do turno da noite, nas áreas de eletrônica, mecânica e eletromecânica.

3.1.2 Procedimentos

Os testes elaborados pela equipe do Projeto Fundação abrangem o reconhecimento dos quadriláteros e suas propriedades. Como se trata de uma avaliação com alunos do ensino médio foram aplicados apenas os testes dos níveis 1, 2 e 3. Cada um deles continha 5 questões e os alunos levaram em média de 40 a 50 minutos para realizá-los em sua totalidade. Os estudantes foram avisados que a avaliação era apenas para um estudo.

3.2 Apresentação e Discussão dos Resultados

Após a correção dos testes foram obtidos os resultados que estão organizados no quadro 3.

QUADRO 3: Distribuição de alunos conforme seus níveis de raciocínio e os diferentes graus de aquisição destes níveis

GRAUS DE AQUISIÇÃO	QUADRO GERAL					
	Nível 1		Nível 2		Nível 3	
	Alunos	%	Alunos	%	Alunos	%
Aquisição Completa (AC)	37	34,58	3	2,80	0	0
Alta Aquisição (AA)	32	29,91	22	20,56	6	5,61
Aquisição Intermediária (AI)	26	24,30	39	36,45	28	26,17
Baixa Aquisição (BA)	11	10,28	32	29,91	26	24,30
Não Aquisição (NA)	1	0,93	11	10,28	47	43,92

O índice de alunos com aquisição completa ou alta aquisição no nível 1 (cerca de 65%) pode ser considerado bom, porém não chega a ser uma grande surpresa, uma vez que neste nível buscava-se verificar se eles eram capazes de visualizar e reconhecer triângulos, quadrados, retângulos, paralelogramos e retas paralelas; tarefa que parece bastante fácil para um aluno concluinte do ensino médio. Ainda assim houve cerca de 24% de alunos avaliados com aquisição intermediária e aproximadamente 11% de alunos com baixa ou nenhuma aquisição.

Na verificação referente ao nível 2, onde esperava-se que os alunos fossem capazes de analisar as figuras geométricas e identificar as suas propriedades, sem contudo realizar classificações lógicas baseadas nestas propriedades, verificou-se um maior equilíbrio em relação aos diferentes graus de aquisição deste nível. Houve uma queda significativa no percentual aproximado de alunos com aquisição completa ou alta aquisição (cerca de 23%) e uma pequena elevação para a aquisição intermediária

(aproximadamente 36%). Do nível 1 para o 2, houve um aumento considerável de alunos com baixa ou nenhuma aquisição (de 11% para 41%).

Na análise sobre os diferentes graus de aquisição do nível 3 (dedução informal, onde se esperava que os alunos conseguissem fazer inclusão de classes com relação aos quadriláteros), observou-se quase uma inversão em relação aos resultados encontrados para o nível 1. Cerca de apenas 6% dos alunos conseguiram atingir aquisição completa ou a alta aquisição neste nível. Para a aquisição intermediária foram contabilizados aproximadamente 26%, próximo ao valor encontrado para o nível 1, enquanto cerca de 68% demonstraram possuir nenhuma aquisição ou baixa aquisição.

Outra análise possível é relacionar separadamente os cinco graus de aquisição em função do nível de desenvolvimento do raciocínio em geometria. Esta nova análise possibilita explicitar a evolução de cada grau de aquisição em relação aos crescentes níveis de van Hiele.

Um pouco mais de 30% dos alunos foram avaliados com aquisição completa do nível 1, o que parece ser um índice baixo considerando que eles são alunos concluintes do ensino médio e que o teste deste nível requeria apenas que visualizassem, reconhecessem e identificassem triângulos, alguns tipos de quadriláteros e retas paralelas. A aquisição completa no nível 2, onde já se exigia que os alunos fossem capazes de analisar as propriedades de certos quadriláteros, apresentou uma queda acentuada em relação ao nível anterior, apenas aproximadamente 3% dos alunos receberam o grau de aquisição completa neste nível. No nível 3, onde o aluno deveria compreender a inclusão de classes nos quadriláteros, nenhum aluno recebeu este grau.

A alta aquisição, que é um grau em que o aluno está quase completo naquele nível, mas ainda apresenta pequenas lacunas em sua compreensão, apresentou um desempenho ligeiramente superior: aproximadamente 30% no nível 1, 20% no nível 2 e 6% no nível 3. Mais uma vez observou-se uma queda à medida que se exigia maior nível de compreensão do aluno.

O índice de alunos avaliados com grau de aquisição intermediária apresentou um equilíbrio, mesmo quando se aumentava o nível de exigência: cerca de 24% no nível 1, 36% no nível 2 e 26% no nível 3. Porém houve um curioso aumento no nível 2.

Resultado parecido ocorreu em relação aos índices de alunos avaliados com baixa aquisição: aproximadamente 10% no nível 1, 30% no nível 2 e 24% no nível 3.

As quedas verificadas nos índices de alunos avaliados com aquisição intermediária e baixa aquisição no nível 3 parece ter ocorrido devido ao significativo aumento verificado, neste nível, de alunos avaliados com a não aquisição. Foram registrados cerca de 1% no nível 1, 10% no nível 2 e quase 44% no nível 3.

3.3 Conclusões

Todos os alunos que responderam os testes aplicados estão na faixa etária de 17 a 45 anos, sendo que aproximadamente 60% deles (65 alunos) estão na faixa que vai de 17 a 20 anos, cerca de 28 % estão entre 21 e 30 anos (30 alunos) e 12% estão no intervalo de 31 a 45 anos (12 alunos). Todos estão na faixa etária que os coloca no estágio das operações abstratas da teoria piagetiana e, por este motivo, esperava-se que estivessem em condições de compreender e estabelecer relações lógicas. Porém

o que se verificou neste estudo é que apenas 6% deles atingiram o grau de aquisição completa no nível da dedução informal (nível 3 – o da inclusão de classes piagetiana), enquanto cerca de 44% atingiram o grau da não aquisição neste nível, além dos cerca de 24% que atingiram a baixa aquisição, totalizando 68%. Este fato parece confirmar o que van Hiele já havia dito sobre a idade não ser determinante para se atingir determinado nível de desenvolvimento do pensamento em geometria, mas sim o processo de ensino e aprendizagem que o estudante vivenciou.

A reflexão do primeiro parágrafo leva a considerar que, então, deve-se buscar meios para a melhoria da qualidade da aprendizagem em geometria no ensino fundamental. Vale lembrar que os testes foram aplicados a alunos concluintes do ensino médio e versavam sobre conteúdo de geometria plana do ensino fundamental.

Em conversas informais com alunos, muitos deles declararam que sequer haviam tido aulas de geometria neste nível de ensino.

E quando o aluno tem contato com este conteúdo, o ensino é dado no nível 3 e os alunos, na maioria, não passam do nível 1 (Nasser, 1992). Desta forma, não pode haver entendimento, e a aprendizagem é apenas memorização e repetição.

A proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1996) para o ensino fundamental sugere que o ensino de geometria enfatize a exploração do espaço e de suas representações e faça uma articulação entre a geometria plana e a espacial; destacando, também, a importância do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo e de se trabalhar explicações, argumentações e demonstrações. Além disso, o mencionado documento também ressalta a importância de se incorporar ao ensino os recursos das tecnologias da comunicação.

Ao se pensar na mudança deste panorama, deve-se lembrar que ela não se dará a partir da iniciativa isolada de um professor idealista, mas deve fazer parte de um projeto educativo de cada escola.

4 A GEOMETRIA DINÂMICA E POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES À TEORIA DE VAN HIELE

O objetivo desta seção é refletir sobre possíveis contribuições que a geometria dinâmica pode dar ao modelo de van Hiele. Para tanto, é necessário esclarecer o significado deste termo.

O termo *dynamic geometry* é registrado pela *Key Curriculum Press, Inc.* e comumente é utilizado para designar *softwares* interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades. É importante ressaltar que este termo refere-se aos *softwares* e não a uma nova geometria.

Quando o usuário movimenta as figuras ('clitando' e deslocando o *mouse*), elas conservam as propriedades que lhes haviam sido atribuídas em sua criação. Algumas destas propriedades que se mantêm invariantes quando construídas corretamente são o paralelismo, o perpendicularismo, a proporcionalidade das medidas de comprimento e a simetria de pontos (rotação de 180°).

No mercado há vários exemplos de *softwares* de geometria dinâmica, entre os quais podem ser citados: *Cabri-géomètre*, *The Geometers Sketchpad* (*Key Curriculum Press*), *Geometric Supposer* (*Apple II*, Israel), o pioneiro, Dr. Geo (H. Fernandes,

Grenoble, França), *Cinderella* (Alemanha), *Euklid* (Alemanha), Régua e Compasso (França) e finalmente o *Tabulæ* (geometria plana) e o Mangaba (geometria espacial), desenvolvidos no Departamento de Ciências da Computação do Instituto de Matemática da UFRJ.

Parece claro que a proposta pedagógica elaborada a partir da teoria de van Hiele pode ser implementada sem o uso do computador, porém resta indagar sobre a possibilidade dos *softwares* de geometria dinâmica auxiliarem nesta tarefa.

Convém lembrar que o modelo de van Hiele trabalha com fases de aprendizagem que favorecem a aquisição de um determinado nível de raciocínio: questionamento ou informação, orientação direta, explicitação, orientação livre e integração. Se o professor conhece este modelo, é possível que ele elabore atividades a partir de *softwares* de geometria dinâmica de modo a favorecer a aquisição de um dado nível a ser trabalhado. Algumas características destes *softwares* estão de acordo com da proposta pedagógica de van Hiele.

Por exemplo, quando a figura desenhada, sob ação de movimento, não corresponde ao que era esperado, ocorrem duas possibilidades: ou as propriedades que a caracterizam não foram bem utilizadas ou a construção foi feita corretamente, mas a visualização de quem a desenhou é que está equivocada.

Ao utilizar os programas da geometria dinâmica os alunos necessitam conhecer determinados princípios que devem ser informados pelo professor (fase 1 – informação), na situação descrita o professor pode propor uma orientação direta (fase 2) através de perguntas que levem o aluno a perceber o erro que vinha cometendo e finalmente o ajuste entre o componente conceitual e visual (explicitação – fase 3) se dará a partir da confrontação de suas contradições e do confronto de seu ponto de vista com o de um outro colega.

Os ambientes da geometria dinâmica permitem o alargamento do campo de experimentação em relação ao oferecido pelo desenho no ambiente papel-lápis, limitado por razões materiais, como a imprecisão do traçado, impossibilidade de apresentar temporariamente invisível uma parte do desenho, limitação do número de elementos a gerar.

Os *softwares* da geometria dinâmica apresentam vantagens não somente pelas funcionalidades do editor gráfico, mas também pelos conhecimentos geométricos que os integram (mais uma vez o professor deve municiar o aluno de informação – fase 1). Há uma certa exigência que o aluno reflita sobre as propriedades do objeto a ser desenhado antes de fazê-lo, sendo possível identificar as fases de orientação direta e explicitação do modelo proposto por van Hiele.

A utilização do computador no ensino da geometria exerce uma especial importância na questão da visualização. Na teoria de van Hiele, o reconhecimento visual é o primeiro nível do pensamento geométrico, pois o aluno visualiza o objeto geométrico e o identifica. Segundo este autor a visualização, a análise e a organização formal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização do conceito. (Kaleff, 1998).

Novas reflexões, além destas, podem ser feitas em trabalhos futuros, onde se poderia investigar outras contribuições da geometria dinâmica ao modelo de van Hiele, assim como aprofundar as discussões sobre o processo de visualização geométrica através da tela do computador, mostrando suas vantagens e restrições.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barroso, I.C. **Geometria Dinâmica, novas perspectivas para o aprendizado da geometria**. Orientador: João Bosco Pitombeiras: PUC-RIO, 1999, 124p. Dissertação (Mestrado em Matemática).

Belfort, E. Tabulæ e Mangaba: Geometria Dinâmica. **VII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática**. UFRJ. Rio de Janeiro. 2001.

Kaleff, A . M.M.R, Tomando o Ensino de Geometria em nossas mãos, **Educação Matemática em Revista**, SBEM, São Paulo. n^o 2 , pp. 19-25, 1^o semestre de 1994.

Kaleff,A.M.M.R, Henriques, A . S., Rei, D.M., Figueiredo, L.G., Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O Modelo de Van Hiele, **Bolema**, Rio Claro. n^o 10, pp.21-30, 1994.

Kaleff, A . M.M.R. **Vendo e Entendendo Poliedros**. Niterói: EdUFF, 1998, 209 pp.

Nasser, L. Níveis de van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em Geometria? **Boletim do GEPEN**. Rio de Janeiro. n^o 29, pp. 33-38, 1992.

Parâmetros Curriculares Nacionais. Ministério da Educação. Brasília. 1996.

Projeto Fundação. Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele. IM/UFRJ. 2000.

Purificação, I.C. **Cabri-Géomètre e a Teoria de Van Hiele**: possibilidades e avanços na construção do conceito de quadrilátero. Orientadora: Maria Tereza Carneiro Soares. Co-orientadora: Maria Lúcia Faria Moro: UFPR, 1999.228p. Dissertação (Mestrado em Educação).

Souza, F.C.A.G. **Geometria Dinâmica**: um estudo. Orientadores: Luiz Carlos Guimarães e Paulo Roberto de Oliveira: UFRJ/COPPE, 1998. 211p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Sistemas).

Van Hiele, P. **Structure and Insight**. Orlando: Academic Press. 1986.