

# COMPORTAMENTO ESTRATÉGICO DE AGENTES GERADORES EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS COM DESPACHO BASEADO EM OFERTAS

Luiz Augusto N. Barroso   Márcia H. C. Fampa   Mario V. F. Pereira   Rafael Kelman

(IM-NCE<sup>2</sup>/PSRI<sup>1</sup>)

(DCC-IM/UFRJ<sup>3</sup>)

(PSRI<sup>1</sup>)

(PSRI<sup>1</sup>)

[luiz@posgrad.nce.ufrj.br](mailto:luiz@posgrad.nce.ufrj.br)

[fampa@cos.ufrj.br](mailto:fampa@cos.ufrj.br)

[mario@psr-inc.com](mailto:mario@psr-inc.com)

[rafael@psr-inc.com](mailto:rafael@psr-inc.com)

---

**Resumo:** o objetivo deste trabalho é analisar o potencial para o exercício de poder de mercado por geradores hidroelétricos em sistemas hidrotérmicos descentralizados. É mostrado que a estratégia de oferta ótima de uma usina hidroelétrica envolve o *tradeoff* entre maximizar sua renda imediata com a venda de energia hoje e maximizar sua renda futura com o armazenamento desta energia para uso futuro. O comportamento estratégico dos agentes geradores foi simulado com um modelo de equilíbrio de Nash-Cournot. No modelo estático (uma etapa), o equilíbrio de Nash foi calculado analiticamente. No modelo dinâmico (estocástico e incluindo o acoplamento temporal) o problema foi simulado através de um esquema de programação dinâmica estocástica, onde a decisão em cada estágio e estado corresponde a um equilíbrio de Nash de um jogo multi-agente não cooperativo. Serão apresentados resultados de simulações com um estudo de caso montado a partir de dados do sistema elétrico brasileiro.

---

**Palavras Chaves:** Despacho Descentralizado, Equilíbrio de Nash-Cournot, Otimização Estocástica

<sup>1</sup> Power Systems Research  
Rua Alberto de Campos 250  
22411-000 Rio de Janeiro-RJ  
Tel:(21) 5214482

<sup>2</sup> Aluno do curso de Mestrado em  
Informática do IM-NCE/UFRJ  
Av.Brigadeiro Trompowsky s/n  
Rio de Janeiro-RJ

<sup>3</sup>Depto Ciência da  
Computação -Instituto de  
Matemática – UFRJ  
Av.Brigadeiro Trompowsky  
s/n  
Rio de Janeiro-RJ

## 1. Introdução

Empresas concessionárias de energia elétrica em diversos países estão passando por mudanças radicais em seus mecanismos de regulação e de mercado. A principal característica deste processo de reestruturação é tentar aumentar a eficiência do setor através de mecanismos de mercado (incentivos à competição). Em muitos países a reestruturação contém incentivos para a participação de agentes privados no processo de produção de energia, que historicamente tem sido exercida na maioria dos casos pela administração pública indireta.

Na maioria dos casos, o processo de reestruturação tem substituído o tradicional planejamento da expansão e operação, baseados em uma otimização centralizada, por procedimentos descentralizados, baseados no funcionamento do mercado. Ao invés de seguir um plano de expansão produzido por uma agência de planejamento central, os agentes privados são livres para decidir a construção de unidades geradoras e competir pelos contratos de vendas de energia para empresas de distribuição e consumidores livres. Os geradores podem livremente fazer suas ofertas de preço ( $x$  MWh ao preço unitário mínimo de  $y$  \$/MWh) para a produção de energia (tipicamente em bases horárias para o próximo dia ou próxima semana) em um Mercado Atacadista de Energia - MAE. As unidades são então carregadas por ordem crescente da oferta de preço unitário mínimo até que a demanda seja atendida. Os geradores despachados recebem o preço da unidade carregada mais cara, que corresponde ao custo marginal de curto prazo do sistema ou preço *spot*.

Um dos aspectos conceitualmente atraentes do esquema de pagamento *spot* é que, havendo competição perfeita, ele produz sinais econômicos eficientes para expansão do sistema. Isto é, se o sistema está otimamente dimensionado, a remuneração *spot* se iguala aos custos de investimento mais as despesas operacionais [9]. Por razões semelhantes, quando o preço *spot* é definido pelo conjunto de ofertas de preços unitários mínimos, a geração de energia é feita a mínimo custo, nas condições de “mercado perfeito”.

Entretanto, na prática, raramente a competição pela venda de energia entre as empresas geradoras se dá de forma perfeita. Enquanto parece haver um consenso em relação às vantagens de decisões de investimento descentralizadas [2,8,10], a eficiência operacional do livre mercado em sistemas hidroelétricos se baseia na hipótese de que a ação individual de nenhum agente hidroelétrico pode afetar o preço do sistema, ou preço *spot*. Como a elasticidade da demanda nos mercados de eletricidade é baixa, as empresas geradoras podem ter um comportamento no mercado realizando suas ofertas de energia de forma estratégica objetivando aumentar o preço *spot* do sistema e conseqüentemente seus lucros, ou, analogamente, exercer *poder de mercado*.

O objetivo deste trabalho é investigar estratégias de oferta de agentes hidroelétricos no setor de geração de energia elétrica, apresentando um procedimento para detectar poder de mercado em potencial e ilustrando seu efeito negativo nos preços *spot* de um sistema hidrotérmico. Este efeito será inicialmente analisado de maneira analítica em um caso estático e, em seguida, incorporando-se a dinâmica temporal através de um procedimento de programação dinâmica estocástica.

Na seção 2 será brevemente discutido o poder de mercado em sistemas hidrotérmicos e será apresentada a metodologia de análise deste trabalho. Na seção 3 será investigada de forma analítica, em um caso estático, a estratégia de oferta das usinas geradoras em ambiente de mercado, através de um modelo de equilíbrio de Nash-Cournot. Na seção 4 será apresentado o problema do despacho hidrotérmico e em seguida o esquema de ofertas de um gerador hidroelétrico será generalizado, na seção 5, considerando-se a dinâmica temporal do processo. Será utilizada uma abordagem de programação dinâmica estocástica, implementada e adaptada para simular o processo competitivo dos agentes. A seção 6 conclui.

## 2. Comportamento Estratégico e Poder de Mercado

Um agente possui poder de mercado (ou comportamento estratégico) caso tenha a capacidade de afetar o preço deste mercado, seja afetando a produção total deste mercado ou através dos preços a que oferta sua produção.

No setor elétrico o poder de mercado é exercido através do aumento do preço *spot* e, portanto, da remuneração das usinas no Mercado Atacadista de Energia, com a conseqüente elevação dos custos operativos do sistema.

### 2.1. Modelando o Comportamento Estratégico

A maneira tradicional de analisar o poder de mercado em diversas indústrias tem sido através do uso de *índices de concentração*, sendo o mais utilizado o Índice de Hirschmann-Herfindahl ou HHI. No entanto, esta metodologia de análise tem sido bastante criticada no contexto de mercados de eletricidade [4, 13]. A principal hipótese na qual se baseia o HHI é a de que o poder de mercado está diretamente relacionado ao grau de concentração deste mercado. Embora o nível de concentração das empresas esteja muitas vezes correlacionado com a manipulação de mercado, isto não ocorre sempre.

O HHI é um índice estático que não captura os efeitos dinâmicos presentes nos produtores em mercados de eletricidade, como, por exemplo, a escolha de estratégia de ofertas dos produtores e a conseqüente capacidade destes de alterar seus padrões de produção em relação aos de um mercado perfeitamente competitivo.

A abordagem que é adotada neste trabalho para detectar e analisar o poder mercado consiste em um modelo de oligopólio, baseado em teoria dos jogos, que simule o comportamento estratégico das empresas no mercado através de um jogo não cooperativo. A utilização deste tipo de modelo permite que se avalie com precisão o impacto do comportamento estratégico dos agentes no preço do sistema, rendas entre outras variáveis de interesse. As duas abordagens clássicas para este tipo de simulação são:

- Competição por preços (*modelo de Bertrand*): os agentes competem ofertando preços e uma predeterminada função inversa da demanda define as quantidades que cada agente venderá no mercado a seus preços ofertados (o agente que ofertou o menor preço é demandado até sua capacidade, se esta é suficiente para o mercado ela atende a demanda total, caso contrário o agente com o segundo menor preço atende o restante e assim sucessivamente).
- Competição por quantidades (*modelo de Cournot*): os agentes tomam decisões de quantidades de produção e uma predeterminada função inversa da demanda define de modo direto o preço do mercado através da oferta total dos agentes.

O enfoque adotado neste trabalho é o de Cournot, onde as usinas estratégicas (hidroelétricas) competem por ofertas de quantidade de energia produzida. Uma análise recente do problema baseado em jogos de Bertrand foi apresentada por Kelman em [5].

Em ambos os casos, competição de Bertrand ou Cournot, o mecanismo de mercado é simulado através de um jogo: a primeira empresa estratégica escolhe seu preço (ou quantidade a produzir) de forma a maximizar seu lucro, assumindo como conhecidas as decisões das demais. O processo é repetido para a cada empresa, que “refaz” sua decisão baseada agora nas decisões atualizadas das demais, até se alcançar uma situação de equilíbrio de Nash, onde nenhuma empresa consegue elevar seus lucros dadas as quantidades ofertadas pelas demais.

### **3. Análise do Comportamento Estratégico – Caso Estático**

#### **3.1. Produtores Estratégicos e Dependentes**

A primeira etapa na modelagem deste mercado é considerar um conjunto de  $N$  produtores estratégicos com capacidade de ajustar suas ofertas de maneira a aumentar o preço do mercado, chamados de produtores *price makers*. Será assumido por hipótese que cada um destes produtores possui um custo operativo variável  $c(i)$ .

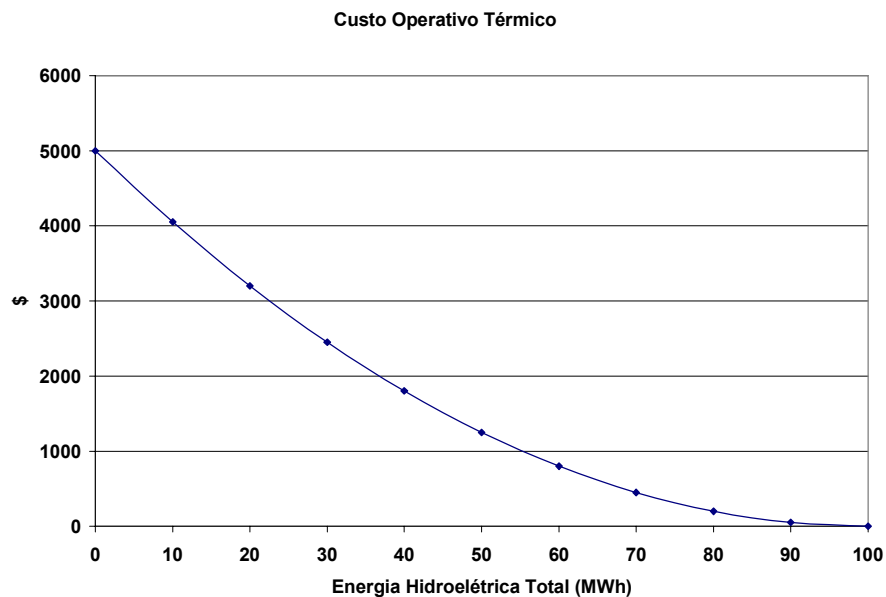
Existe um conjunto adicional de  $M$  produtores dependentes, ou *price takers*, que não possuem poder de influenciar o preço do mercado. A hipótese básica assumida aqui é que o custo operativo destes produtores é uma função quadrática  $\delta(O)$  de sua oferta total:

$$\delta(O) = \frac{(O)^2}{2\alpha} \quad (3.1)$$

( $O$  é a oferta total destes *price takers*,  $\alpha$  é um parâmetro escalar).

A oferta  $O$  destes produtores é dada pela diferença entre a demanda  $D$  do sistema e a energia total  $Q$  produzida pelos produtores estratégicos.

Considerando os produtores estratégico como sendo usinas hidrorelétricas e os produtores dependentes como sendo usinas térmicas, a figura abaixo ilustra o custo operativo térmico em função da energia hidroelétrica total produzida. Os parâmetros utilizados foram  $D = 100$  MWh,  $\alpha = 1$ :



**Figura 3.1 – Custo Operativo Térmico**

Partindo da hipótese anterior, pode-se reescrever a oferta  $O$  total destes produtores como uma função linear do preço do mercado  $p$ , isto é,  $O(p) = \alpha.p$ . Para um determinado preço  $p$ , a oferta destes produtores é  $O(p)$ .

### 3.2. Equações de Equilíbrio

Seguindo a metodologia adotada em [1], tem-se:

Seja  $D$  a demanda total do sistema (considerada inelástica). A *demanda residual*, destinada aos produtores estratégicos é:

$$D(p) = D - O(p) = D - \alpha p \quad (3.2)$$

Podemos definir o preço do mercado  $p$  em relação à produção total dos agentes estratégicos  $Q$  como uma função inversa da equação (3.2) anterior:

$$p(Q) = \frac{D - Q}{\alpha} \quad (3.3)$$

Seja  $E(i)$ ,  $i=1, \dots, N$ , a quantidade ofertada por cada agente estratégico. A remuneração líquida de um produtor estratégico  $i$ , dadas as quantidades de energia produzidas por seus  $N-1$  competidores, é:

$$R(i) = p(Q) E(i) - c(i) \cdot E(i) \quad (\forall i = 1, 2, \dots, N) \quad (3.4)$$

A quantidade a ser produzida que maximiza o lucro de cada produtor estratégico  $i$  é obtida derivando-se a expressão anterior com respeito à quantidade produzida e igualando a zero. Substituindo-se as expressões de  $Q$  e  $p(Q)$ , obtemos:

$$2E(i) + \sum_{k \neq i} E(k) = D - \alpha.c(i) \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (3.5)$$

### 3.3. Equilíbrio de Nash-Cournot

A expressão (3.5) permite determinar a produção de cada agente  $i$  que maximiza seu lucro assumindo que a produção dos demais agentes é conhecida. A dificuldade é que todos os agentes estão *simultaneamente* tentando maximizar seus lucros sem o conhecimento da decisão de produção dos demais agentes. O equilíbrio de Nash-Cournot apresenta uma solução para este problema: ele representa uma situação de equilíbrio onde nenhum a agente consegue unilateralmente elevar seu lucro alterando sua produção de energia [1].

Para o exemplo discutido neste trabalho, observa-se que a expressão (3.5) é um sistema linear de equações com  $N$  equações (as condições de maximização de *cada* agente) e  $N$  incógnitas (as respectivas energias produzidas) cuja solução produz a situação de equilíbrio.

Matricialmente, o conjunto de equações (3.5) pode ser escrito como:

$$\mathbf{M} \quad \mathbf{E} = \quad \mathbf{R}$$
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \dots \\ 1 & 2 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E(1) \\ E(2) \\ \dots \\ E(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D - \alpha \cdot c(1) \\ D - \alpha \cdot c(2) \\ \dots \\ D - \alpha \cdot c(N) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Conforme mostrado em [1], pode-se determinar as quantidades produzidas através da inversão da matriz  $\mathbf{M}$ . Assim, a quantidade produzida no equilíbrio por cada agente estratégico é dada por:

$$E^*(i) = \frac{D - N\alpha c(i) + \alpha \sum_{k \neq i} c(k)}{N + 1} \quad (3.7)$$



O total produzido pelos produtores estratégicos na posição de equilíbrio é:

$$Q_e = \sum_{k=1}^N E^*(k) = \left( \frac{N}{N+1} \right) D - \left( \frac{\alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{N+1} \right) \quad (3.8)$$

### 3.3.1. Custos Marginais

Podemos determinar o custo marginal do sistema, ou o preço do mercado, nesta situação de equilíbrio através da expressão (3.3):

$$p(N) = \frac{D + \alpha \sum_{k=1}^N c(k)}{\alpha(N+1)} \quad (3.9)$$

### 3.4. Solução de Mínimo Custo

Seja  $Q_c$  a produção total dos  $N$  agentes hidro de forma a minimizar os custos totais. A solução de mínimo custo consiste em determinar  $Q_c$  de modo a minimizar o custo operativo dos agentes “price takers” mais o custo de operação dos agentes *price makers*. Para o sistema, pode-se pensar em um único custo  $c$  que reflita o custo médio de produção total dos produtores estratégicos.

$$\text{Naturalmente, } c = \frac{\sum_{i=1}^N c(i)E(i)}{\sum_{i=1}^N E(i)}$$

O problema de mínimo custo resulta da solução do seguinte problema de otimização:

$$Z = \text{Min} \left[ \frac{(D-Q)^2}{2\alpha} + cQ \right] \quad (3.10)$$

Para determinar a quantidade total produzida tal que o custo seja o mínimo, basta diferenciar a função objetivo de (3.10) em relação à quantidade total produzida  $Q$  e igualar a expressão à zero, o que resulta em:

$$Q_c = D - \alpha c \quad (3.11)$$

O preço *spot* é dado por:

$$p_c = \frac{D - Q_c}{\alpha} = \frac{D - (D - \alpha c)}{\alpha} = \frac{\alpha c}{\alpha} = c \quad (3.12)$$

### 3.5. Caso Exemplo

A aplicação dos conceitos discutidos anteriormente será ilustrada através de um exemplo para uma dada etapa onde tem-se  $N$  usinas hidroelétricas estratégicas *price makers*, uma demanda de 100 MWh e custos de \$20/MWh por usina estratégica. Por conveniência de apresentação estaremos considerando nos exemplos que todas as hidrelétricas possuem mesmo custo operativo  $c=\$20/\text{MWh}$ . Há também um outro conjunto de usinas térmicas não estratégicas *price takers*, cuja produção agregada é dada pelo preço através da função de oferta anteriormente descrita. Estes produtores atendem toda a demanda na ausência de geração dos produtores estratégicos. A análise a seguir compara o comportamento resultante de um esquema de mínimo custo com o de um despacho baseado em ofertas (equilíbrio de Nash-Cournot).

#### 3.5.1. Soluções de Equilíbrio e de Mínimo Custo

Se todas os agentes estratégicos possuem custos  $c$  idênticos, então, a partir de (3.7), verifica-se que a quantidade de energia produzida por cada usina de forma a maximizar seu lucro é dada por:

$$E^*(i) = \left( \frac{1}{N+1} \right) (D - \alpha c)$$

Na solução de mínimo custo, esta quantidade é dada por

$$E_{\min}^*(i) = \left( \frac{1}{N} \right) (D - \alpha c)$$

Nota-se que  $E_{\min}^*(i) > E^*(i)$ , ou seja, em um ambiente competitivo de fato predomina o interesse em reduzir a oferta de energia para provocar um aumento no preço *spot*.

### 3.5.2. Energia Total Gerada

A quantidade de energia produzida de forma a minimizar os custos totais é dada por:

$$Q_c = D - \alpha c$$

A quantidade de energia total produzida no equilíbrio de Nash-Cournot é dada, a partir de (3.8), por:

$$Q_e = \frac{N}{N+1} (D - \alpha c) = \frac{N}{N+1} (Q_c) \quad (3.13)$$

A quantidade de energia *total*  $Q_e$  produzida na situação de equilíbrio é dada por uma fração da quantidade de energia  $Q_c$  produzida de forma a minimizar os custos operativos, considerando todas as usinas com custos idênticos. O fator multiplicativo é  $N/(N+1)$ . A tabela 3.1 abaixo resume esta condição:

<b>N</b>	<b>Produção Energética Total (% de <math>Q_c</math>)</b>
1	50
2	67
3	75
5	83
10	91
$\infty$	100

**Tabela 3.1 – Produção Energética Total x Número de Usinas**

Observa-se a partir da tabela que a produção num ambiente de mercado é sempre inferior à de mínimo custo com poucos agentes, o que indica que os agentes estratégicos estão reduzindo a oferta de energia, com o objetivo de “forçar” um aumento de preços. Também se observa que a produção dos agentes estratégicos aumenta com o número de participantes, aproximando-se do valor de mínimo custo. Isto significa que, como se poderia esperar, o aumento da competição reduz o poder de mercado dos agentes individuais.

### 3.5.3. Preço Spot

A tabela a seguir ilustra o comportamento do preço *spot* em função do número de usinas:

<b>N</b>	<b>Preço <i>Spot</i> (% do MinCost)</b>
1	300
2	233
3	200
5	167
10	136
$\infty$	100

**Tabela 3.2 – Preço Spot x Número de Usinas**

Observa-se que o preço *spot* é cerca de três vezes maior que o de mínimo custo quando há somente um agente estratégico no sistema. Este preço decai rapidamente quando se acrescenta um novo agente à um sistema como poucos agentes, e diminui bem mais lentamente no caso de já haver um grande número de agentes no mercado.

Uma análise de sensibilidade para este caso analítico; onde são discutidos o que ocorre caso uma usina estratégica não possa produzir a quantidade de energia correspondente ao equilíbrio, devido por exemplo a uma restrição de geração máxima, e também o caso oposto, quando uma usina estratégica tenta “forçar” uma geração maior que o ponto de equilíbrio buscando elevar o preço ou praticar *dumping* com os demais agentes; pode ser encontrada em [1].

## 4. Operação de Sistemas Hidrotérmicos

### 4.1 Operação de Sistemas Térmicos

Em uma determinada hora, o problema operativo térmico é resolvido colocando-se as usinas em ordem crescente de custo de produção de um MWh adicional (custo incremental) e despachando-as nesta ordem até que toda a demanda seja atendida. Ignorando-se fatores adicionais que tornam este problema mais complexo<sup>1</sup>, o problema de operação térmica possui as seguintes características básicas:

- é *desacoplado* no tempo, isto é, uma decisão operativa tomada hoje não afeta o custo operativo da próxima semana;
- as unidades têm um *custo direto* de operação, isto é, o custo operativo de uma unidade depende somente de seu próprio nível de geração, e não da produção das outras unidades;
- o despacho econômico não depende do custo de racionamento (supondo, naturalmente, que este custo excede o da térmica mais cara). Como consequência, o

---

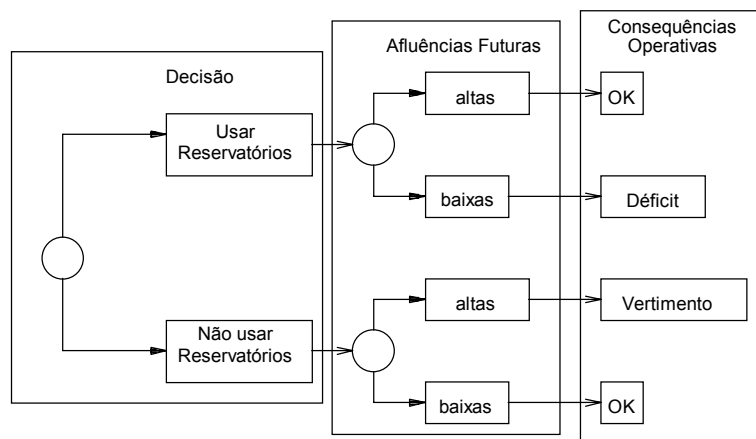
<sup>1</sup> Tais como perdas de energia, limitações nas linhas de transmissão, custos de partida, limites na taxa de variação da produção energética etc.

risco de interrupção de suprimento de um sistema térmico depende somente da capacidade total das térmicas disponíveis, e não da política operativa.

O preço *spot*, em uma determinada hora, é definido como sendo a derivada do custo operativo com relação à demanda, que para um sistema térmico coincide com o custo incremental do gerador marginal, definido como sendo o último a ser despachado.

#### 4.1. O Processo de Decisão Hidrotérmico

Na seção 3 investigou-se analiticamente o equilíbrio de Nash-Cournot para uma determinada etapa. A hipótese subjacente é que o problema de despacho é *desacoplado no tempo*, isto é, uma decisão operativa no estágio  $t$  não afeta os custos de operação do estágio  $t+1$ . Esta hipótese é razoável em sistemas exclusivamente térmicos, onde o custo operativo de cada usina depende basicamente do custo de seu combustível. Entretanto, sistemas com um componente substancial de geração hidrelétrica têm a possibilidade de usar a capacidade de armazenamento dos reservatórios do sistema para transferir energia entre os estágios. Isto introduz um *acoplamento* entre a decisão operativa numa etapa qualquer e as futuras conseqüências desta decisão. Esta situação está ilustrada na Figura 4.1 a seguir.



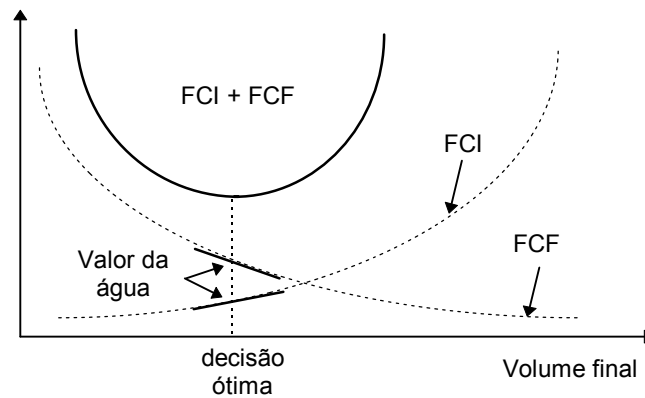
**Figura 4.1 - Tomada de Decisão em Sistemas Hidrotérmicos**

Conforme observado na figura, se a energia hidrelétrica é usada hoje, e uma seca ocorre no futuro, pode ser necessário utilizar energia térmica cara no futuro, ou até mesmo interromper o fornecimento de energia. Se, por outro lado, os níveis dos reservatórios são

mantidos altos através de um uso mais intensivo de geração térmica, e grandes afluências acontecem no futuro, pode haver vertimento no sistema, o que representa um desperdício de energia, e como consequência, um aumento nos custos operativos.

#### 4.2. Custo Imediato e Custo Futuro

Como visto na Figura 4.1, o operador de um sistema hidrotérmico deve comparar o benefício *imediato* do uso da água e o benefício *futuro* de seu armazenamento. Este benefício é medido em termos da economia de uso de combustíveis nas térmicas. Este problema é ilustrado através de duas funções, apresentadas na Figura 4.2 abaixo:



**Figura 4.2 - Custos Imediato e Futuro × Armazenamento**

A *função de custo imediato* - FCI - mede os custos de geração térmica no estágio  $t$ . Observa-se que o custo imediato aumenta à medida que diminui a energia hidro disponível no estágio, isto é, à medida que aumenta o volume armazenado final. Por sua vez, a *função de custo futuro* - FCF - está associada ao custo *esperado* de geração térmica e racionamento do *final* do estágio  $t$  (início de  $t+1$ ) até o final do período de estudo. Esta função diminui à medida que aumenta o volume armazenado final, pois haverá mais energia hidro disponível no futuro.

### 4.3. Problema do Despacho Hidrotérmico de um Estágio

Em contraste com o caso térmico, onde a solução ótima podia ser obtida por inspeção, o despacho hidrotérmico ótimo para o estágio  $t$  requer a solução do seguinte problema de otimização:

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^J c_j \times g_{jt} + \text{FCF}(v_{t+1}) \quad (4.1)$$

sujeito às seguintes restrições operativas:

Variável dual

$$v_{t+1} + u_t + s_t = v_t + a_t \quad \pi_{ht} \quad (4.1a)$$

$$v_{t+1} \leq \bar{v} \quad (4.1b)$$

$$u_t \leq \bar{u} \quad (4.1c)$$

$$\sum_{j=1}^J g_{jt} + \rho u_t = d_t \quad \pi_{dt} \quad (4.1d)$$

onde:

- $j$  indexa as usinas térmicas ( $J$  número de térmicas)
- $v_{t+1}(i)$  Armazenamento final da usina  $i$  no estágio  $t$  (variável de decisão)
- $v_t(i)$  Armazenamento inicial da usina  $i$  no estágio  $t$  (valor conhecido)
- $a_t(i)$  afluência lateral à usina  $i$  no estágio  $t$  (valor conhecido)
- $u_t(i)$  volume turbinado no estágio  $t$  (variável de decisão)
- $s_t(i)$  volume vertido no estágio  $t$  (variável de decisão)
- $\bar{v}(i)$  e  $\bar{u}(i)$  limites de armazenamento e turbinamento respectivamente
- $\rho$  *coeficiente de produção* da hidrelétrica  $i$  (MWh/hm<sup>3</sup>) (valor conhecido).

A equação (4.1a) representa a equação de balanço hídrico, as equações (4.1b) e (4.1c) representam os limites de armazenamento e turbinamento; a equação (4.1d) representa o atendimento à demanda.



Além da decisão operativa ótima, o problema de PL (4.1) calcula as variáveis duais associadas à cada restrição. Assim, o preço *spot* do sistema é a variável dual  $\pi_{dt}$  associada à restrição de atendimento à demanda (4.1d), e o **valor da água** é a variável dual  $\pi_{ht}$  associada à equação de balanço hídrico (4.1a).

#### 4.4. A Programação Dinâmica Estocástica

Como discutido anteriormente, as decisões operativas de um sistema hidrotérmico estão calcadas no equilíbrio entre o custo de oportunidade imediato e seu valor esperado futuro, representado pela função de custo futuro (FCF). As funções de custo futuro (FCF) são calculadas por um procedimento recursivo de programação dinâmica estocástica, que determina para cada estágio e estado (conjunto de estados de armazenamento) a decisão que minimiza a soma dos custos imediato e futuro. Como mostrado na figura 4.2, este é o ponto onde as derivadas da FCI e FCF com respeito ao armazenamento (valores da água) se tornam iguais.

Apresenta-se a seguir o procedimento recursivo de programação dinâmica estocástica (PDE), utilizado neste trabalho para o cálculo das funções de custo futuro:

- a) para cada etapa  $t$  (tipicamente um mês ou uma semana) definir um conjunto de *estados do sistema*, por exemplo, níveis de armazenamento 100%, 90%, etc. até 0%. A Figura 4.3 ilustra a definição dos estados para um reservatório. Supõe-se conhecido o armazenamento inicial da primeira etapa.

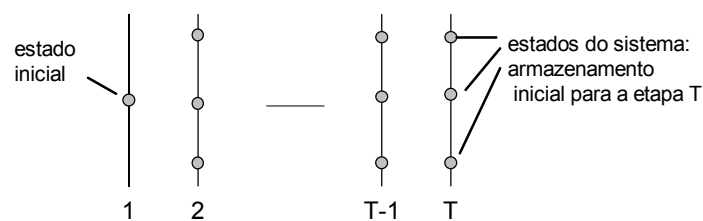
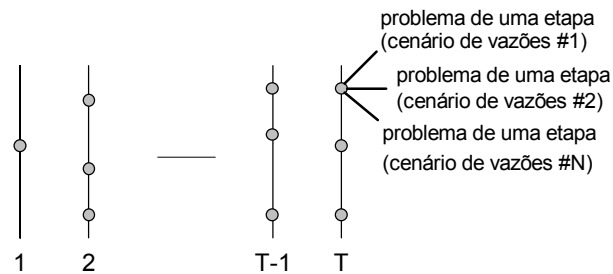


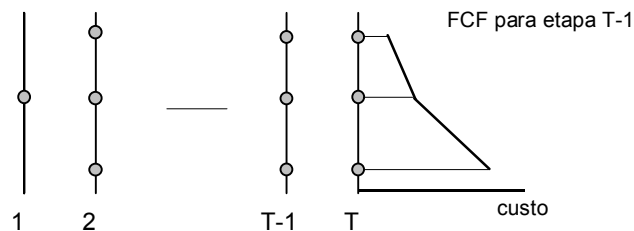
Figura 4.3 - Definição dos Estados do Sistema

- b) iniciar na *última* etapa,  $T$ , e resolver o problema de despacho de uma etapa (4.3) - ver a seção anterior - supondo que o armazenamento inicial corresponda ao primeiro nível definido no passo (a) - por exemplo, 100%. Dado que se trata da última etapa, se supõe que a FCF seja igual a zero. Resolver o problema de despacho para cada um dos  $N$  cenários de vazões para a etapa. O esquema está ilustrado na Figura 4.4.



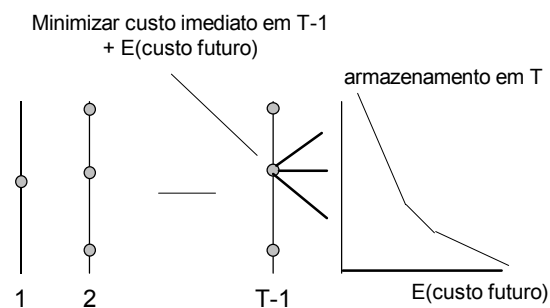
**Figura 4.4 - Cálculo da Decisão Ótima por Cenário - última etapa**

- c) calcular o valor esperado do custo operativo associado ao nível 100% como a média dos custos dos  $N$  subproblemas de uma etapa. Com isto obtém-se o primeiro ponto da FCF para a etapa  $T-1$ , i.e.  $\alpha_T(v_T)$ . Repetir o cálculo do valor esperado dos custos operativos para os demais estados da etapa  $T$ . Interpolar os custos para pontos intermediários (entre dois estados) e produzir a FCF  $\alpha_T(v_T)$  para a etapa  $T-1$ , como ilustra a Figura 4.5.



**Figura 4.5 - Cálculo da FCF para a etapa T-1**

- d) repetir o processo para todos os estados de armazenamento seleccionados nas etapas  $t-1$ ,  $t-2$  etc. como ilustra a Figura 4.6. Observe que o objetivo agora é minimizar o custo operativo imediato da etapa  $t-1$  mais o valor esperado do custo futuro, dado pela função linear por partes calculada no passo anterior.



**Figura 4.6 - Cálculo do Custo Operativo para a Etapa T-1 e FCF para T-2**

O resultado final do esquema de PDE (a)-(d) é um conjunto de FCFS  $\{\alpha_{t+1}(v_{t+1})\}$  para todas as etapas  $t = 1, \dots, T$ . Como mencionado anteriormente, o cálculo desta função requer a representação da operação conjunta do sistema, com o conhecimento completo dos estados de armazenamento de todas as usinas do sistema; como consequência, o valor da água de uma usina hidroelétrica é uma função não-separável do estado das demais usinas hidroelétricas do sistema.

## 5. Operação de Sistemas Hidrotérmicos – Comportamento Estratégico com o Modelo de Cournot

### 5.1. O Modelo Dinâmico de Simulação de Comportamento Estratégico

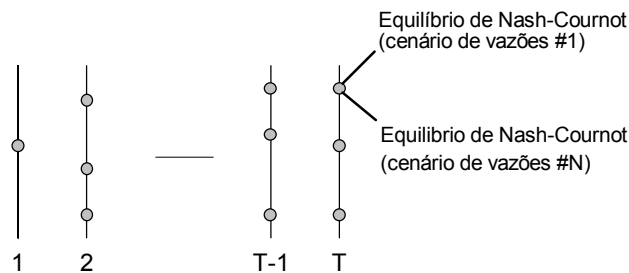
A simulação operativa de um sistema hidrotérmico com um modelo de Cournot guarda analogias com a de mínimo custo, discutida no capítulo anterior. Para cada estágio e estado, ao invés de obter a decisão que minimiza a soma dos custos operativos imediato e futuro, é calculado o equilíbrio de Nash-Cournot onde cada agente tenta maximizar seu lucro, levando em consideração o benefício imediato de ofertar a energia, e o valor esperado do benefício futuro de armazenar a mesma energia para as etapas seguintes.

O processo pode ser formulado através de um esquema de programação dinâmica estocástica, descrito em detalhes em [1].

Em cada estado e para cada cenário hidrológico, simula-se a dinâmica do processo de maximização de lucros em que cada usina otimiza sua decisão condicionada à otimização das *demais* empresas. Cada usina testa uma quantidade de energia produzida que maximize a soma de sua remuneração imediata com um valor esperado de sua remuneração futura, seguindo portanto o mesmo esquema da programação dinâmica estocástica do despacho centralizado, apenas contendo um “loop” adicional cujo propósito é simular o processo competitivo.

O *jogo* termina quando se chega a um ponto de equilíbrio, o equilíbrio de Nash. Neste ponto nenhuma usina tem incentivo para modificar sua produção de energia (quantidade de água turbinada) pois tal decisão apenas resultaria em uma diminuição de seu lucro. É como se todos os participantes estivessem “amarrados”.

A figura abaixo ilustra o que seria o passo (b) da programação dinâmica tradicional modificado para incorporar a dinâmica do processo de ofertas dos agentes:



**Figura 4.4 - Cálculo da Decisão Ótima por Cenário - última etapa**

Detalhes da implementação deste modelo computacional podem ser encontrados em [1].

## 5.2. Estudo de Caso

### 5.2.1. Descrição do Sistema

Os conceitos anteriores serão ilustrados através de um estudo de caso montado com um sistema fictício obtido a partir de dados do sistema elétrico Brasileiro. Os agentes

estratégicos são duas usinas hidroelétricas A e B, cujas características físicas estão ilustradas abaixo:

Nome	capac. (MW)	Armaz. Max (Hm <sup>3</sup> )	Coef. Prod. (MWh/m <sup>3</sup> /s)	Turb. Max (10 <sup>3</sup> m <sup>3</sup> /h)	Turb. Minimo m <sup>3</sup> /s)
A	1312	22950	0.745	1761	196
B	4082	34432	0.3832	10651.8	1370.9

**Tabela 5.1 - Características da Usinas Hidrelétricas**

Os agentes *price takers* são constituídos por um conjunto de 23 usinas térmicas obtidas a partir do parque gerador térmico do Sudeste do Brasil.

Para cada nível de contratação, foi calculada a política operativa (programação dinâmica estocástica com equilíbrio Nash-Cournot) e simulada a operação do sistema para um conjunto de 1000 cenários hidrológicos produzidos por um modelo estocástico, para um período de 5 anos, em etapas mensais, e utilizando 5 anos adicionais como “buffer” ao mês final para evitar o deplecionamento dos reservatórios na última etapa.

### 5.2.2. Descrição do Estudo

A simulação do sistema anteriormente descrito foi realizada sob duas óticas distintas:

- Determinação da política operativa e simulação do sistema num ambiente de operação de mínimo custo, utilizando o procedimento de Programação dinâmica estocástica descrita na seção 3.
- Determinação da política operativa e simulação do sistema num ambiente descentralizado baseado em ofertas de quantidade de energia (considerando como agentes *price makers* as usinas hidroelétricas e como *price takers* as usinas térmicas), usando o procedimento “PDE-Cournot” descrito nesta seção.

Os modelos computacionais foram implementados utilizando a linguagem de programação Fortran e executados em um micro Pentium II 300 MHz. O tempo de processamento médio na execução de cada simulação foi de aproximadamente 7500s.

Para cada simulação, foram calculados os valores esperados dos preços *spot* do sistema, as energias produzidas, as rendas líquidas das hidroelétricas e o custo operativo do sistema a cada etapa do período de estudo. Os resultados são discutidos a seguir.

### 5.3. Resultados das Simulações

#### 5.3.1. Preço *Spot* Médio

A figura 5.1 abaixo mostra o valor esperado do preço *spot* em cada mês. Estes valores são calculados em cima dos 1000 cenários de hidrologia produzidos nas simulações finais executadas.

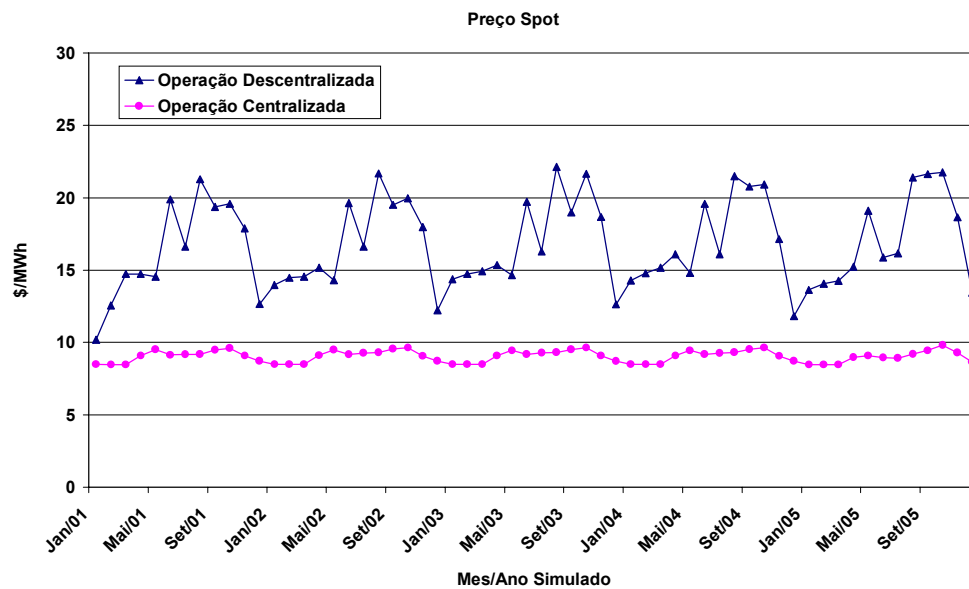


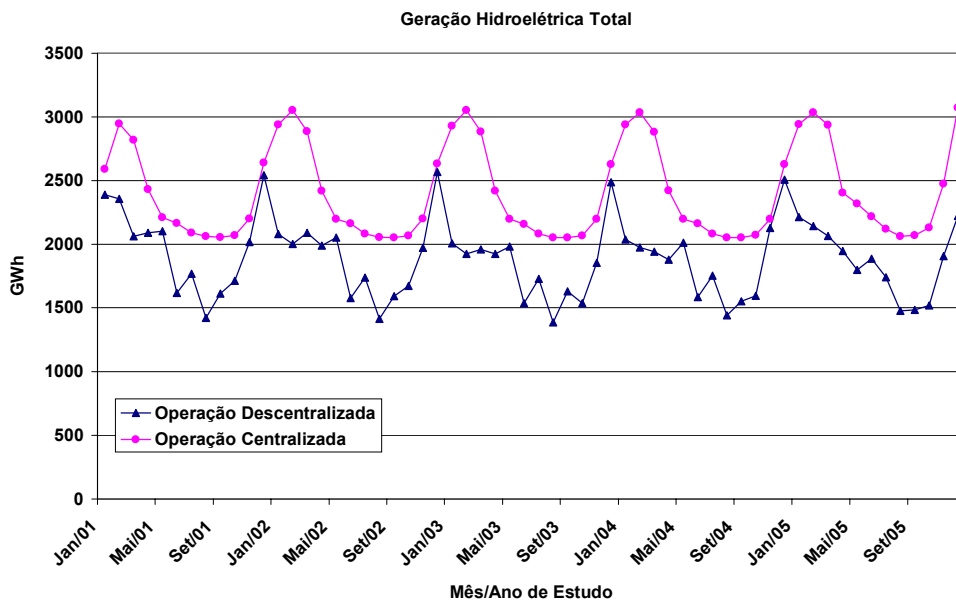
Figura 5.1 - Preço Spot

Observa-se a diferença entre os valores bem mais elevados do preço *spot* praticados em um despacho descentralizado comparados com os valores do despacho centralizado.

Além disso observa-se que mesmo nos períodos úmidos (Novembro a Abril) o preço *spot* praticado é mais elevado do que no despacho centralizado, ainda que mais baixos que nos períodos secos (Maio a Outubro), o que ilustra o permanente exercício de poder de mercado. E esta manipulação é exercida pelo decréscimo de geração hidro, o que será visto a seguir.

### 5.3.2. Gerações Energéticas Médias

A figura 5.2 a seguir mostra a quantidade de energia total média gerada pelas hidrelétricas para cada um dos modelos de operação discutidos:



**Figura 5.2 - Gerações Totais Hidroelétricas**

Observa-se que a quantidade de energia total hidroelétrica produzida pelas 2 usinas em uma operação descentralizada é sempre menor que a quantidade produzida quando a operação é centralizada. Isto justifica os altos preços *spot* praticados no ambiente desregulado, conforme apresentado anteriormente na figura 5.1. Observa-se ainda que as usinas hidro não só reduziram suas produções energéticas como reduziram também a transferência de água das estações úmidas para as secas, e desta forma ampliando a diferença entre os preços *spot*.

### 5.3.3. Renda Média das Usinas

A tabela a seguir ilustra as rendas individuais *totais* esperadas pelas usinas hidroelétricas durante os 5 anos estudados. Os valores estão em bilhões de Reais.

Usina (Empresa)	Centralizada GR\$	Descentralizada GR\$
A	0.98	1.40
B	0.34	0.57

**Tabela 5.1 - Renda das Usinas**

Observa-se que na operação descentralizada as rendas das empresas (usinas) são mais de 50% maiores do que as rendas obtidas pelas mesmas empresas num despacho centralizado, devido à manipulação de mercado provocado pelas mesmas.

### 5.3.4. Custo Operativo

A tabela 5.2 mostra o custo total esperado de operação do sistema, por tipo de operação realizada, para os 5 anos do período de estudo. Os valores estão em bilhões de Reais.

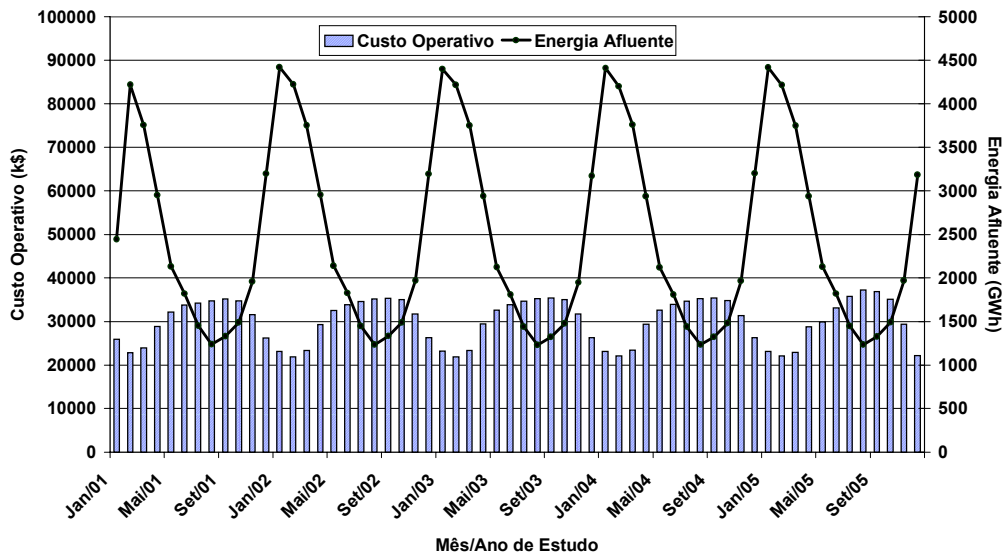
Centralizada GR\$	Descentralizada GR\$
1.99	3.39

**Tabela 5.2 - Custo Operativo do Sistema**

Observa-se um custo de operação esperado em um ambiente descentralizado mais de 80% superior ao valor esperado no despacho centralizado.



A figura 5.3 abaixo mostra o custo esperado de operação em cada mês para a operação centralizada do sistema. Na mesma figura, além do custo operativo, mostra-se também a energia afluyente ao sistema<sup>2</sup>.

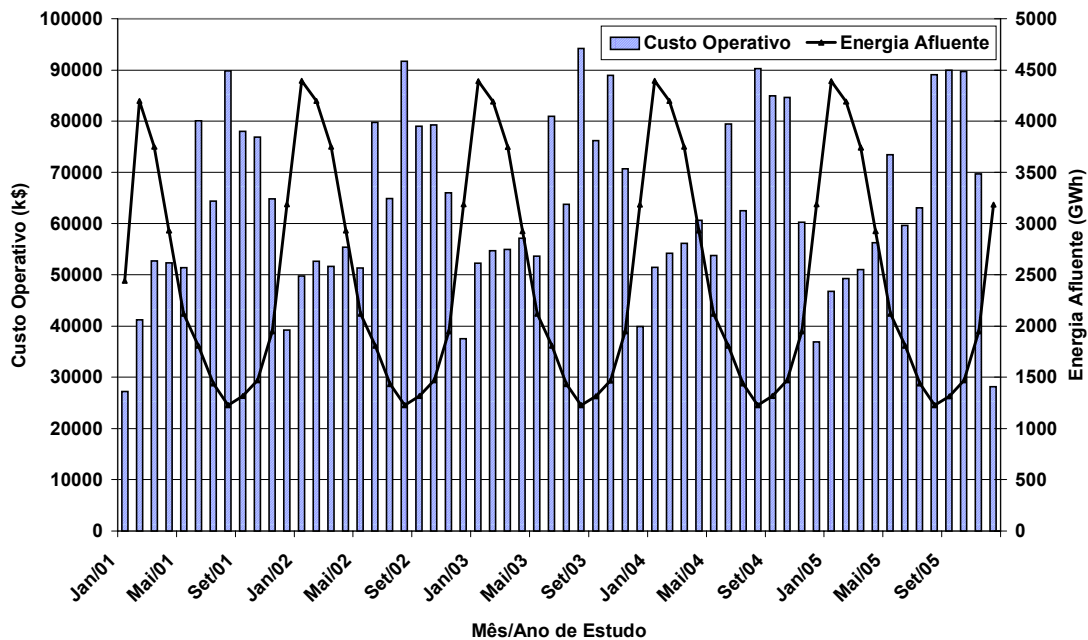


**Figura 5.3 - Custo Operativo x Energia Afluyente ao Sistema (Centralizado)**

Como poderia se esperar, a figura ilustra uma correlação negativa entre esta energia afluyente ao sistema, que serve como um indicador da situação hidrológica do sistema, e os custos operativos: quando a hidrologia está boa, a operação térmica diminui e com ela os custos operativos. Quando a hidrologia está ruim, ocorre o inverso.

A figura 5.4 abaixo apresenta os mesmos valores anteriores, custos operativos mensais e energia hidroelétrica afluyente ao sistema, só que para a operação descentralizada do sistema.

<sup>2</sup> Esta é obtida somando-se as energias afluyentes a cada usina hidroelétrica em cada mês. As energias afluyentes são obtidas para cada usina pelo produto da vazão mensal afluyente à usina ( $m^3/s$ ) pelo coeficiente de produção da mesma ( $MW/m^3/s$ ) e pelo número de horas do mês.



**Figura 5.4 - Custo Operativo x Energia Afluente ao Sistema (Descentralizado)**

Conforme o esperado, a figura também mostra a correlação negativa existente entre a energia afluente ao sistema e os custos operativos. No entanto, devido ao potencial para manipulação de preços neste tipo de operação, observam-se custos operativos mensais bem mais elevados nesta figura do que na figura 5.3 anterior que ilustra o despacho de mínimo custo.

## 6. Conclusões

Uma das grandes dificuldades para permitir a eficiente implementação de mercados elétricos competitivos é a prática de poder de mercado.

Conforme analisado neste trabalho, simulações em um modelo de mercado analítico *estático* com produtores hidroelétricos estratégicos mostraram que a energia total produzida na solução de Nash-Cournot difere da solução de mínimo custo por um fator  $(N/(N+1))$ . Isto significa que a energia total produzida será menor em um mercado com alguns produtores estratégicos que na solução de mínimo custo, mostrando que os

produtores estratégicos tendem a diminuir sua produção energética para elevar o preço spot. A medida em que mais agentes são introduzidos neste mercado (tornando-o mais competitivo), a solução de Nash-Cournot aproxima-se da solução de mínimo custo.

Em um modelo de mercado *dinâmico*, onde foi introduzido o acoplamento temporal que caracteriza os sistemas hidrotérmicos e os agentes maximizam a soma do seu lucro imediato com o valor esperado do lucro futuro, o modelo de mercado foi simulado por um procedimento de programação dinâmica estocástica modificado para incorporar a dinâmica de ofertas dos agentes até estas corresponderem a um equilíbrio de Nash-Cournot. Observou-se que as usinas hidro conseguiram elevar o preço *spot* através da redução de suas produções energéticas e diminuindo as transferências de água dos períodos úmidos para os secos; ampliando bastante a diferença entre os preços *spot* obtidos neste despacho e quando o mesmo sistema foi simulado em um despacho de mínimo custo.

Portanto, conforme observado através dos resultados das simulações efetuadas, a prática de *poder de mercado* por algumas empresas em mercados desregulados pode causar uma perda de eficiência econômica no despacho realizado quando comparado com a operação centralizada de mínimo custo, como por exemplo um custo de operação extremamente elevado em virtude dos altos preços praticados.

## 7. Referências

- [1] Barroso, L.A.N. – *Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos Comportamento Estratégico de Agentes Geradores em Ambiente de Mercado* - Tese de MSc, IM-NCE/UFRJ, Maio 2000
  
- [2] *A Competitive Electricity Industry* – Energy Modeling Forum, Stanford University, March 1999
  
- [3] Borenstein, S.; Bushnell J. – *An Empirical Analysis of the Potential for Market Power in California's Electricity Industry*, PWP-040, University of California Energy Institute, Junho 1997
  
- [4] Borenstein, S.; Bushnell J. e C. Knittel – *Market Power in Electricity Markets: Beyond Concentration Measures*, PWP-059R, University of California Energy Institute, February 1999
  
- [5] Fudenberg D. e J. Tirole – *Game Theory*, MIT Press, Fifth Printing (1996)
  
- [6] Gibbons, R. – *Game Theory for Applied Economists*, Princeton University Press (1992)
  
- [7] Green, R.; Newbery,D. – *Competition in the British Electricity Spot Market*, Journal of Political Economy, 100(5), 1992, pp.929-953
  
- [8] Green, R. – *Increasing Competition in the British Electricity Spot Market*, Journal of Industrial Economics,XLIV(2), 1996, pp.205-216

- [9] Kelman, R. – *Esquemas Competitivos em Sistemas Hidrotérmicos: Eficiência Econômica e Comportamento Estratégico* ; Tese de M.Sc, COPPE/UFRJ, Agosto 1999
- [10] Meseguer C. – *Valoración Económica Marginalista de Servicios de Generación en Mercados Eléctricos* – tesis Doctoral, Universidad Pontificia Comillas, Madrid, 1998.
- [11] Pereira, M – *Planeación de la Expansión bajo Esquemas Competitivos: Marco Conceptual*, relatório técnico PSRI, Setembro 1998
- [12] Weiss, J. – *Market Power Issues in the Restructuring of the Electricity Industry: An Experimental Investigation*, Harvard University Business School, Dezembro 1997
- [13] Williams, E.; Richard Rosen – *A Better Approach to Market Power Analysis* – Tellus Institute, Julho 1999