



Ministério da Educação e Cultura
Universidade Federal do Rio de Janeiro
Observatório do Valongo



UM MODELO HIDRODINÂMICO PARA O DISCO EQUATORIAL DAS SUPERGIGANTES B[E]

Eduardo Charles Vasconcellos
charles.edu@gmail.com

Projeto de Fim de Curso para Bacharelado em Astronomia pelo Observatório do Valongo, orientado pelo Dr. Francisco Xavier de Araújo do Observatório Nacional.

UFRJ
Rio de Janeiro
2008

AGRADECIMENTOS

Muitos foram os obstáculos para chegar até aqui. Sozinho, eu não sei se conseguiria. Agradeço: em primeiro lugar a Deus, por todas as oportunidades que tive na vida; a meus pais por me apoiarem em todo o caminho, pelo seu amor e carinho; a minha esposa Fernanda pelo companheirismo, incentivo e dedicação tão importantes; ao Dr. Francisco Araújo, orientador e amigo, pela assistência nestes três anos de trabalho; ao Dr. Marcelo Borges e ao Prof. Dr. Carlos Rabaça pelo auxílio em dificuldades no trabalho e na graduação; e, por fim, aos meus amigos, pelo companheirismo que tornou esses anos de dedicação mais fáceis.

RESUMO

As supergigantes B[e] são estrelas de altas massa e luminosidade que apresentam em seus espectros certas características peculiares chamadas de fenômeno B[e]. Neste trabalho criamos um modelo hidrodinâmico para a perda de massa dessas estrelas, utilizando ferramentas computacionais inovadoras. A criação do modelo foi baseada no cenário de vento de duas componentes proposto por Zickgraf et al. (1985). Nos concentramos na componente equatorial do vento, onde a perda de massa é mais expressiva, e assumimos como hipótese inicial que se trata de um vento radiativo mantido por linhas opticamente finas, seguindo os trabalhos de Lamers e Pauldrach (1991), Pacheco et al. (1993) e Araújo (1994). Para solucionar a equação, utilizamos um código numérico escrito na linguagem Java, que torna a execução do processo mais dinâmica. Foram obtidos diferentes perfis de velocidades para o caso particular onde há contribuição somente de linhas opticamente finas, variando os parâmetros estelares obtemos velocidades terminais no intervalo $30 - 70 \text{ km/s}$. Estes sugerem que a hipótese de um vento mantido por pressão de radiação em linhas opticamente finas é razoável. Futuramente, este código pode ser empregado para um estudo do caso mais geral, permitindo a obtenção de taxas de perda de massa, bem como comparações com as observações.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

1	INTRODUÇÃO	9
2	SUPERGIGANTES B[e]: UMA VISÃO GERAL	11
2.1	O Fenômeno B[e]	11
2.2	As Supergigantes B[e]	12
3	VENTOS ESTELARES	15
3.1	Conceitos Básicos	15
3.2	Ventos Isotérmicos	16
3.3	Os Tipos de Vento	16
3.3.1	Vento Coronal	17
3.3.2	Ventos Produzidos por Ondas Sonoras	17
3.3.3	Ventos Causados por Poeira Circunestelar	17
3.4	O Vento Radiativo	18
4	UM MODELO PARA O PLANO EQUATORIAL DAS SUPERGI- GANTES B[E]	21
4.1	O Vento Equatorial	21
4.2	A Equação de Movimento	23
4.3	O Caso Particular $\alpha = 0$	27
5	O CÓDIGO NUMÉRICO	29
5.1	Introdução	29
5.2	O Método Numérico Runge-Kutta	30
5.3	A Linguagem de Programação Java	32
5.4	Programação Orientada a Objeto	35
5.5	Objetivo da Implementação da Linguagem Java	36
5.6	Cálculo do Ponto Crítico para o Caso Particular $\alpha = 0$	37
5.7	A Estrutura do Código	41
6	RESULTADOS E CONCLUSÕES	47
6.1	Dos Resultados Obtidos para o Caso $\alpha = 0$	47
6.2	Da Implementação da Linguagem Java	47

6.3 Das Conclusões e Pespectivas Futuras	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
A APÊNDICE A - CÒDIGO JAVA: A CLASSE AlunoDeIC	55

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
3.1 A figura mostra a estrela no centro e seu envoltório ao redor. As regiões marcadas de A e B correspondem às regiões de formação, respectivamente, das linhas em absorção e em emissão (imagem obtida da página supernova.lbl.gov/dnkasen/tutorial/).	15
3.2 Modelo simplificado de interação do fóton com o átomo.	19
4.1 Modelo esquemático proposto inicialmente para a R126. Nele, podemos observar o cenário do vento composto por duas componentes, uma polar e a outra equatorial; vemos também os íons que estão presentes em cada componente (extraído de Zickgraf et al., 1985)	22
5.1 Esquema de fases para solução do problema.	29
5.2 O método de Euler. Neste método simples para integração de equações diferenciais ordinárias (EDO), a derivada em cada ponto é extrapolada para achar o próximo valor da função (figura retirada de Press et al. (1992)).	30
5.3 Runge-Kutta de 2ª ordem, ou método de Heun. Neste método utiliza-se o valor inicial de cada passo para calcular um valor médio ao longo do intervalo e usar, então, sua derivada em toda extensão do intervalo. Na figura, os pontos cheios representam os valores finais da função, enquanto os pontos vazios representam os valores descartados uma vez que suas derivadas foram usadas (figura retirada de Press et al. (1992)).	31
5.4 O método Runge-Kutta de 4ª ordem. Em cada passo a derivada é calculada quatro vezes: uma no ponto inicial, duas nos pontos médios, e mais uma no ponto final. Destas derivações, o valor final da função (mostrado com um ponto cheio) é calculado para o ponto seguinte (figura retirada de Press et al. (1992)).	32
5.5 A figura mostra o processo de compilação e execução de um programa Java.	34
5.6 Esquema de plataformas.	34
5.7 Esquema de funcionamento da JVM.	35
5.8 Algoritmo do caso $\alpha = 0$	42
5.9 A figura mostra a interface gráfica, muito conhecida como GUI (graphic user interface). Do lado direito, vemos o painel principal, e do lado esquerdo, o resultado do pressionamento do botão Alpha Zero , que mostra os resultados para o caso particular da equação de movimento.	43

- 5.10 A figura mostra o trecho do código que é executado quando pressionamos o botão **Alpha Zero** na janela principal. Este é um bloco de código que é inicializado na linha 1 com um comando de gerenciamento de evento. 44
- 6.1 A figura acima mostra quatro gráficos com os diferentes perfis de velocidade obtidos com nosso modelo. Cada quadro corresponde a um certo valor da taxa de rotação estelar (χ) e contém três perfis distintos para cada valor do parâmetro radiativo k . O maior valor de k em cada quadro corresponde ao menor raio crítico aceitável ($r_c = 1.0R_*$). 48

1 INTRODUÇÃO

Supergigantes B[e] são estrelas massivas e luminosas que apresentam em seus espectros o fenômeno B[e]. Destaca-se no espectro dessas estrelas a existência de um espectro híbrido, caracterizado pela presença simultânea de linhas estreitas em emissão de elementos uma ou duas vezes ionizados no espectro óptico, e linhas largas em absorção de espécies altamente ionizadas no ultravioleta (UV).

Essas estrelas também apresentam em seus espectros perfis P-Cygni nas linhas da série de Balmer, o que indica a presença de ventos estelares. Zickgraf et al. (1985) propôs um cenário para o vento dessas estrelas de maneira a entender a presença do fenômeno B[e]. Segundo os autores, o vento dessas estrelas estaria dividido em duas componentes, uma polar com densidade baixa e altas velocidades, e uma equatorial densa e lenta que seria responsável pelo fenômeno B[e] constatado nos espectros. Neste trabalho, concentramo-nos na componente equatorial, que é por onde ocorre a fração mais expressiva da perda de massa dessas estrelas.

Os modelos existentes hoje em dia para o disco equatorial destas estrelas são baseados na rotação estelar. Tais modelos, apesar de reproduzirem eficientemente as taxas de perda de massa observadas, resultam em velocidades terminais muito superiores às obtidas em observações. Por esse motivo, levando em conta que ventos radiativos são comuns em estrelas quentes, optamos por criar um modelo que toma a pressão da radiação estelar como mecanismo responsável por acelerar o vento, baseando-nos nos trabalhos de Lamers e Pauldrach (1991), Araújo e Pacheco (1989) e Araújo (1994).

Para elaborar este modelo, utilizamos as três equações básicas da hidrodinâmica na criação de um modelo matemático que descreve o movimento de expansão do material do disco. Em seguida, a equação é tratada de forma numérica para retirar um perfil de velocidades.

O tratamento numérico da equação de movimento foi conduzido por meio do método Runge-Kutta de 4ª ordem. A solução numérica foi obtida através da aplicação do método com auxílio do computador. Elaboramos um código para a realização desses cálculos.

Para escrever o código utilizei a linguagem de alto nível Java. A escolha dessa linguagem tem por objetivo introduzir na computação científica em Astronomia uma linguagem de alto nível e que disponibilizasse o uso de interfaces gráficas. O Java foi escolhido por ser mais simples que as linguagens como C++ e, ao mesmo tempo, extremamente abrangente, podendo ser utilizado para aplicações internas e para internet, além de incluir coleta automática de lixo, recurso de paralelização e ser extremamente portátil.

2 SUPERGIGANTES B[e]: UMA VISÃO GERAL

2.1 O Fenômeno B[e]

Durante a década de 70, os trabalhos de Geisel e Susan (1970), Allen e Swings (1972), Allen e Glass (1974), Allen e Glass (1975), Allen e Swings (1976) mencionam um grupo de objetos peculiares entre as já conhecidas estrelas Be (estrelas de tipo espectral B com linhas permitidas em emissão). Tais objetos destacavam-se pela presença em seus espectros de linhas proibidas em emissão, em sua maioria do ferro uma vez ionizado (Fe II), e um forte excesso no infravermelho (IV) próximo e médio ($\lambda > 5\mu m$), além das linhas permitidas em emissão.

Esse grupo foi batizado, por Allen e Swings (1976) de “estrelas Be peculiares com excesso no IV”. Logo depois, Conti (1976) sugeriu a utilização da expressão “estrelas B[e]”, onde o “e” identifica a presença de linhas em emissão, e os colchetes são a notação atômica para linhas proibidas¹.

Posteriormente, Lamers et al. (1998) sugeriu o uso da expressão “estrelas com fenômeno B[e]”, com base em estudos que mostraram que esses objetos apresentavam uma diversidade de estágios evolutivos. Este mesmo trabalho categoriza tais objetos em: estrelas pré-seqüência principal, Herbig Ae/Be (HAeB[e]); proto-nebulosas planetárias compactas (cPNB[e]); estrelas simbióticas, B[e] simbióticas (SymbB[e]); e supergigantes de alta massa, as supergigantes B[e] (SgB[e]). Este critério foi revisado por Zickgraf (1998), e o fenômeno B[e] foi definido pela presença de:

- (i) linhas intensas em emissão da série de Balmer;
- (ii) linhas permitidas em emissão de metais uma ou duas vezes ionizados, como o Fe II;
- (iii) linhas em emissão proibidas, de metais uma vez ionizados, especialmente o [Fe II] e o [O I];
- (iv) forte excesso no IV próximo e médio devido à poeira circunstelar quente ($T_{\text{poeira}} \sim 1000\text{K}$).

A classificação sugerida por Lamers separa os objetos de acordo com as características a seguir.

¹Toda linha espectral tem uma certa probabilidade de ocorrência. As linhas proibidas são aquelas em que a probabilidade de ocorrência é muito baixa.

a) *Estrelas H Ae B[e]*- Essas estrelas são objetos pré-sequência principal de massa intermediária ($2 - 8M_{\odot}$) que, além de apresentarem o fenômeno B[e], estão associados às regiões de formação estelar, apesar de haver evidências que algumas são objetos isolados. Em termos espectrais, elas são identificadas pela presença de perfis P-Cygni invertidos, sinal da acreção de matéria, comum nesses objetos jovens (LAMERS et al., 1998). Devemos ter cuidado, pois essa característica não é determinante, devido a grande e irregular variabilidade espectroscópica desses objetos e também ao fato de a acreção de matéria poder ocasionalmente ocorrer durante a sequência principal ou após esta (ISRAELIAN et al., 1996). São necessários, então, mais espectros e um acompanhamento periódico desses objetos, para a classificação exata.

Devido à quantidade de material circunstelar, há um forte excesso no IV próximo e médio devido à poeira fria e morna (LAMERS et al., 1998). Os objetos desse grupo apresentam $\log(L_*/L_{\odot}) \leq 4.5$ (LAMERS et al., 1998);

b) *Estrelas cPNB[e]*- São objetos classificados como nebulosas planetárias e que apresentam o fenômeno B[e]. Eles possuem $\log(L_*/L_{\odot}) \leq 4.0$. Espectroscopicamente, mostram linhas do [Fe II], [Ca II], [O III], [S III], [Ne III], [Ar IV], além de um aumento na abundância do N, indicando um estágio evolutivo avançado. Há também indicação da presença de poeira fria ($T < 100$), remanescente do vento da fase AGB (LAMERS et al., 1998);

c) *Estrelas symbB[e]*- São objetos que, além de apresentarem o fenômeno B[e], possuem espectros com a assinatura de duas componentes, isto é, a combinação de aspectos de uma estrela quente e de uma fria. Da componente quente temos a presença de linhas de alta ionização, como do He II, [O III], [Ne V], [Fe III] e [Fe X]. Já da componente fria temos a presença de bandas moleculares, como as do TiO (LAMERS et al., 1998), além de outros aspectos vistos no IV.

2.2 As Supergigantes B[e]

Estes objetos formam o grupo mais homogêneo dentre os que apresentam o fenômeno B[e]. São objetos pós-sequência principal de alta massa que possuem $\log(L_*/L_{\odot}) \geq 4.6$, e que apresentam pequena variação fotométrica (LAMERS et al., 1998).

Espectroscopicamente, estes objetos apresentam perfis P-Cygni nas linhas da série Balmer, indicando perda de massa. A natureza evoluída destes objetos é confirmada por evidências do aumento das razões de N/C e He/H, pois esse material foi processado no ciclo CNO.

No IV próximo, além de linhas importantes como as do Fe II (λ 9997), do O I (λ 8446) e

o tripleto do Ca II (λ 8500, 8540 e 8670), temos a presença de forte excesso no contínuo devido à poeira quente ($\simeq 1000K$) e fria ($\simeq 100K$) (PACHECO, 1998).

Através do espectro no UV vemos que esses objetos se enquadram, em sua maioria, entre os tipos espectrais de B0 a B3 (Zickgraf, 1998). Além disso, as sgB[e] apresentam uma significativa polarização linear intrínseca (MAGALHÃES, 1992).

Entretanto, a principal característica destes objetos é a presença de um espectro híbrido, que consiste na existência simultânea de:

- linhas estreitas em emissão (30 - 50 km/s) de elementos uma ou duas vezes ionizados no espectro óptico;
- linhas largas em absorção no ultravioleta (UV) de espécies altamente ionizadas, como o Si IV e C IV, que implicam altas velocidades de expansão (em torno de 2000 km/s).

Zickgraf et al. (1985) e Zickgraf (1998; 1989) sugeriram que este espectro poderia ser explicado por um cenário de vento com duas componentes. Este cenário será discutido mais a frente.

A primeira SgB[e] de espectro híbrido a ser identificada foi a R126 na Grande Nuvem de Magalhães. Segundo Zickgraf et al. (1985; 1986), cerca de 70 a 80% das estrelas sgB[e] apresentam o espectro híbrido. Somente uma pequena fração das estrelas sgB[e] não mostra sinais de ventos com altas velocidades, mostrando apenas linhas estreitas em emissão e absorção tanto no óptico quanto no UV, indicando um vento de baixa velocidade. Um exemplo disso ocorre com R50, na Pequena Nuvem de Magalhães.

3 VENTOS ESTELARES

3.1 Conceitos Básicos

A perda de massa é um fenômeno comum às estrelas, podendo ocorrer na forma de uma explosão de supernova ou de maneira contínua e discreta na forma de vento estelar. Como nosso trabalho está relacionado a ventos, é neste tópico que circunscrevemos a discussão deste capítulo.

Os ventos estelares podem ser observados em estrelas quentes e luminosas-como as supergigantes azuis-, em estrelas de tipo solar e em gigantes e supergigantes frias. As principais evidências deste fenômeno são de natureza espectroscópica, em particular a presença de perfis P-Cygni (figura 3.1). Esses perfis exibem uma componente em emissão deslocada para comprimentos de onda mais altos, e uma componente em absorção deslocada para comprimentos menores. Interpreta-se tais perfis como originários de um envoltório em expansão, onde a absorção tem origem na região mais escura e a emissão na região mais clara (figura 3.1). Os trabalhos de Beals (1929), aplicados a estrelas Wolf-Rayet, foram os primeiros a utilizar esta idéia. Desde então, as evidências observacionais e os modelos teóricos apresentam um grande progresso, tanto para estrelas quentes, como para estrelas frias, uma vez que a perda de massa é um fenômeno comum em todo diagrama HR. Neste período, destaca-se o trabalho de Parker (1958) para o vento solar, que utilizarei mais adiante.

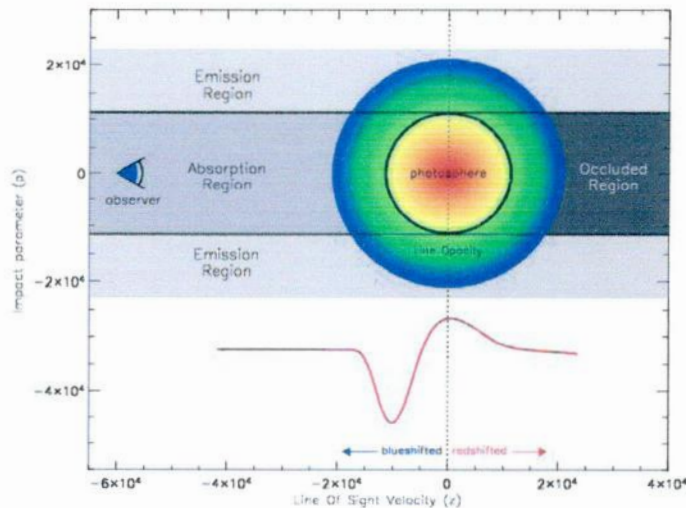


Figura 3.1 - A figura mostra a estrela no centro e seu envoltório ao redor. As regiões marcadas de A e B correspondem às regiões de formação, respectivamente, das linhas em absorção e em emissão (imagem obtida da página supernova.lbl.gov/dnkasen/tutorial/).

O estudo dos ventos estelares pode ser dividido em quatro seções: (i) análise de observações e métodos utilizados para determinar as propriedades dos ventos, (ii) estudo dos mecanismos responsáveis pela ejeção de matéria, (iii) estudo dos efeitos dos ventos sobre regiões vizinhas do meio interestelar e (iv) estudo dos efeitos dos ventos sobre a evolução das estrelas. Neste trabalho nos dedicamos ao estudo do mecanismo responsável pela perda de massa em estrelas SgB[e].

3.2 Ventos Isotérmicos

O vento isotérmico é o caso mais simples de vento estelar. Neste caso, a temperatura do gás no envoltório mantém-se constante, e a equação de energia fica reduzida à forma $T = \text{constante}$.

Um vento estelar pode ser associado a um envoltório gravitacionalmente ligado, cuja energia potencial por unidade de massa é $-GM_*/R_*$, onde * indica um valor estelar. Para escapar do poço de potencial, o gás precisa de um processo físico que lhe forneça energia e/ou quantidade de movimento. Muitos modelos diferentes têm sido propostos para explicar os ventos em todas as faixas do diagrama HR (LAMERS; CASSINELLI, 1999), cada um deles ligado a um processo físico responsável pela aceleração do vento. Por exemplo, a dissipação de ondas acústicas na base da coroa solar ou a pressão da radiação em linhas de íons abundantes em estrelas quentes.

A condição de isotermy do vento é uma hipótese restritiva comum que pode, de maneira mais ou menos rigorosa, ser imposta a qualquer modelo de vento. Sob esta condição, a equação de movimento apresenta uma solução chamada “crítica”, na qual o vento passa de um regime subsônico para um regime supersônico. O ponto onde ocorre a mudança de regime é chamado de ponto crítico e é definido pelas chamadas condições de regularidade e singularidade da equação (CASTOR et al., 1975).

3.3 Os Tipos de Vento

Como dito anteriormente existem diferentes modelos para tentar explicar a presença de ventos em todas as faixas do diagrama HR. Cada um destes modelos está associado a um certo processo físico que acelera o vento, cedendo-lhe energia e/ou momento. Nesta seção, apresento uma introdução sobre os principais modelos. Entretanto, o vento radiativo será tratado separadamente devido a sua importância para este trabalho.

3.3.1 Vento Coronal

Os ventos coronais são gerados pela pressão do gás em regiões de alta temperatura chamadas de coroas, que, em estrelas solares, têm temperatura da ordem de $2 \times 10^6 K$. Este tipo de vento pode ser observado em estrelas relativamente frias da seqüência principal com tipos espectrais F5 ou posterior e em algumas gigantes que têm, provavelmente, cromosferas e coroas semelhantes às do Sol. Duas causas prováveis dessas altas temperaturas podem ser a dissipação de energia mecânica ou a reconexão de campos magnéticos na zona de convecção subfotosférica destas estrelas.

Na região quente e densa, o escoamento tem baixas velocidades. À medida que o gás esfria, a condução de calor das camadas mais quentes para as mais frias produz soluções transsônicas¹, atingindo as velocidades observadas no vento solar. Para outras estrelas, o processo é mais complexo, havendo a necessidade de identificação das fontes de aquecimento da cromosfera e coroa. Perfis típicos mostram velocidades de cerca de 300 km/s em 50 raios estelares, com uma correspondente queda na temperatura de um fator 4. As taxas derivadas de perda de massa estão no intervalo $4 \times 10^{-16} < \dot{M}(M_{\odot}/\text{ano}) < 10^{-13}$.

3.3.2 Ventos Produzidos por Ondas Sonoras

Movimentos convectivos na região subfotosférica das estrelas podem criar ondas acústicas, cuja propagação ao longo da atmosfera gera um componente adicional de pressão, e o termo correspondente do gradiente de pressão pode, em princípio, gerar uma força, resultando em um vento. No caso de uma partícula em movimento em um campo de força oscilatório, se a amplitude das oscilações decrescer com a distância, parte da energia cinética das oscilações pode ser transferida para o gás, causando a aceleração da partícula.

Este tipo de vento pode ser de alguma importância em estrelas AGB (Asymptotic Giant Branch), desde que o vento seja aproximadamente isotérmico ou que o mecanismo seja acoplado à pressão da radiação em grãos na região supersônica.

3.3.3 Ventos Causados por Poeira Circunstelar

As baixas temperaturas das atmosferas e dos envoltórios de estrelas gigantes frias favorecem a condensação de diversas espécies de grãos. Estes grãos absorvem a radiação estelar em uma ampla faixa de comprimentos de onda. Dessa maneira, a pressão da radiação estelar pode provocar elevadas taxas de perda de massa, através da transferência de momento do campo de radiação para os grãos e destes para o gás. Devido à ampla faixa

¹Uma solução é dita transsônica quando a velocidade do material passa de um regime subsônico para um regime supersônico.

de comprimentos de onda absorvidos pela poeira circunstelar, diz-se que estes ventos são gerados pela radiação contínua.

Para que este mecanismo seja eficiente é necessária uma combinação entre a distância do envoltório ao centro da estrela, a densidade ρ e a temperatura T do gás, uma vez que os grãos só se condensarão se ρ for suficientemente alta a uma distância em que o efeito da pressão da radiação estelar possa superar o da gravidade, e onde a temperatura esteja abaixo da temperatura de condensação dos grãos.

Taxas de perda de massa no intervalo de 10^{-5} até $10^{-7} M_{\odot}/ano$ são obtidas considerando que a lei de velocidades deve passar pelo ponto crítico, onde $v = a^2$. Estes valores estão em bom acordo com as determinações observacionais (MACIEL, 1981).

3.4 O Vento Radiativo

Este é o mecanismo mais importante em estrelas quentes (O, B, A das classes V, III, I, estrelas centrais de nebulosas planetárias, Wolf-Rayet). Estas estrelas apresentam grande número de linhas de absorção intensas, em particular na região ultravioleta do espectro, na qual as opacidades podem atingir valores um milhão de vezes superiores aos do contínuo. Neste mecanismo, os fótons absorvidos transferem certa quantidade de movimento ao gás na atmosfera ou no envoltório (caso das sgB[e]) destas estrelas, levando à ejeção de suas camadas mais externas.

O efeito Doppler tem grande importância neste tipo de vento. Em uma atmosfera estática com intensas linhas em absorção, a radiação da fotosfera seria absorvida ainda nas camadas mais internas da atmosfera. As camadas externas não receberiam radiação da fotosfera no comprimento de onda da linha, logo a aceleração radiativa nestas camadas devido à força radiativa seria consideravelmente diminuída. Contudo, se estas camadas exteriores apresentam um gradiente de velocidade, seus átomos irão enxergar os fótons vindos da fotosfera com comprimentos de onda deslocados, diferentes do comprimento de onda central (LAMERS; CASSINELLI 1999; CASTOR et al. 1975). Como resultado, fótons que antes não eram capazes de causar transição agora o são, e átomos nas camadas exteriores podem absorver radiação da fotosfera que não tenha sido atenuada pelas camadas atmosféricas existentes entre as duas. Isto faz com que a aceleração radiativa devido às linhas espectrais em atmosferas de estrelas quentes e luminosas seja um mecanismo eficiente para geração de ventos.

O processo de ejeção leva em conta a transferência de quantidade de movimento e energia das regiões internas da estrela para o envoltório em expansão por absorção e espalhamento,

² a é a velocidade isotérmica do som, como veremos mais a frente.

incluindo a possibilidade de espalhamento múltiplo. Por simplicidade, consideremos a transferência de momento e energia da radiação para o gás se um átomo absorve um fóton e o reemite em seguida. Vamos considerar também que os átomos se movem na direção radial com uma velocidade v_r , e que os fótons que serão absorvidos se movem na mesma direção (ver figura 3.2).

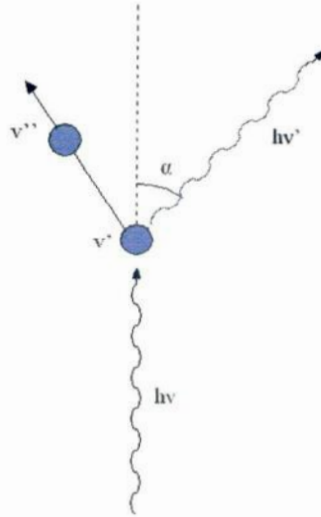


Figura 3.2 - Modelo simplificado de interação do fóton com o átomo.

Depois da absorção o átomo ganha momento e adquire uma velocidade v_r' da forma

$$mv_r' = mv_r + \frac{h\nu}{c} . \quad (3.4.1)$$

Há então um aumento da velocidade de $\Delta v_r = h\nu/mc$. Se o átomo subsequenteemente reemite um fóton de frequência ν' com um ângulo α em relação a direção radial, a velocidade v_r'' do átomo na direção radial será

$$mv_r'' = mv_r' + \frac{h\nu'}{c} \cos \alpha . \quad (3.4.2)$$

Supondo que o átomo só possa absorver e emitir fótons na sua frequência ν_0 de repouso, para um observador externo, o fóton absorvido teria frequência $\nu_0(1 + v_r/c)$ e o fóton

emitido $\nu_0(1 + v'_r/c)$. Portanto, a velocidade do átomo após a absorção e reemissão é

$$v_r'' = v_r + \frac{h\nu_0}{mc} \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) - \frac{h\nu_0}{mc} \left(1 + \frac{v'_r}{c}\right) \cos \alpha$$

$$v_r'' = v_r + \frac{h\nu_0}{mc} \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) (1 - \cos \alpha) - \frac{1}{c} \left(\frac{h\nu_0}{mc}\right)^2 \left(1 + \frac{v_r}{c}\right) \cos \alpha . \quad (3.4.3)$$

Para $v \ll c$ e $h\nu_0 \ll mc$, a componente radial da velocidade do átomo tem um acréscimo de

$$v_r'' - v_r = \frac{h\nu_0}{mc} (1 - \cos \alpha) . \quad (3.4.4)$$

Desde que a reemissão dos fótons pelo átomo não tem direção privilegiada, o momento transferido após o espalhamento dos fótons com movimento na direção radial é a integral de Δmv sobre uma esfera.

$$\langle \Delta mv \rangle = \frac{h\nu_0}{c} \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \cos \alpha) 2\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{h\nu_0}{c} . \quad (3.4.5)$$

Como consequência, o aumento de momento devido ao espalhamento é o mesmo que o do caso de pura absorção.

Se os fótons absorvidos vierem de todas as direções, como é o caso de um campo isotrópico de radiação, o efeito total sobre o momento deverá ser nulo. Logo, radiação isotrópica não pode acelerar o vento, enquanto $v \ll c$. Ao contrário, se o campo de radiação não for isotrópico ele será capaz de acelerar o vento.

A transferência de momento se dá através de íons de C, N, O, Ne, Si, P, S, e elementos do grupo do Fe, os quais necessitam comunicar a quantidade de movimento adquirida aos prótons, elétrons e íons de He através de colisões, em um processo às vezes chamado de acoplamento coulombiano. As condições necessárias para esta transferência requerem que o tempo de desaceleração destes íons pelas colisões com o gás seja pequeno com relação ao tempo necessário para que os íons adquiram uma grande velocidade de deriva com relação ao gás, de acordo com o trabalho de Lucy e Solomon (1970).

4 UM MODELO PARA O PLANO EQUATORIAL DAS SUPERGIGANTES B[E]

4.1 O Vento Equatorial

Já é bastante conhecido que o vento de estrelas quentes é dirigido pela pressão de radiação nas linhas espectrais, entretanto uma propriedade particular das estrelas com fenômeno B[e], em todos os seus diferentes grupos, parece ser a presença de um cenário circunstelar não esférico. Este fato vem sendo comprovado através da análise polarimétrica e espectropolarimétrica de objetos galáticos e das Nuvens de Magalhães, onde as partículas que provocam o espalhamento da luz nos envoltórios circunstelares estão distribuídas não esféricamente (ZICKGRAF; SCHULTE-LADBECK, 1989; MAGALHÃES, 1992; OUDMAIJER et al., 1998; MELGAREJO et al., 2001).

A configuração mais aceita para a matéria circunstelar desses objetos, foi proposta por Swings (1973) para a estrela HD45677. Mais tarde, entretanto, Zickgraf et al. (1985;1986) usou-a para explicar o espectro híbrido das sgB[e]. Esse cenário é conhecido como vento com duas componentes (figura 4.1) e é composto por:

- um vento polar “normal” dirigido por radiação, semelhante ao das supergigantes OB, caracterizado por alta velocidade e baixa densidade (CASTOR et al., 1975);
- um disco equatorial com perda de massa mais intensa, e, com isso, alta densidade, porém com velocidades de expansão baixas.

Segundo o trabalho de Zickgraf et al. (1985), o disco equatorial seria responsável pelo fenômeno B[e], pois nele seriam formadas as linhas estreitas em emissão vistas no espectro óptico, como as do Fe II, [Fe II], e Ti II, indicando uma temperatura de aproximadamente 5000-10000 K (Kelvin). Por sua vez, estima-se que a densidade no disco seja aproximadamente 100-1000 vezes maior do que a densidade no vento polar. Com essa alta densidade, torna-se possível a formação de moléculas de poeira a uma certa distância da estrela, uma vez que a radiação estelar na região do UV, tão nociva a estas espécies, é blindada. A radiação térmica da poeira, então, é responsável pelo excesso no IV tão característico do fenômeno B[e]. A formação da poeira também é possível no disco equatorial, graças não só às altas densidades, mas também às baixas velocidades de expansão, dando aos grãos tempo suficiente para se condensar. Em termos das velocidades medidas nos discos das sgB[e], temos que elas são menores que as das supergigantes B normais por um fator de 5 a 10, e menores que as hipergigantes A por um fator 2. Além disso, a alta densidade do disco é suficiente também para um efetivo resfriamento com a distância, de forma mais rápida

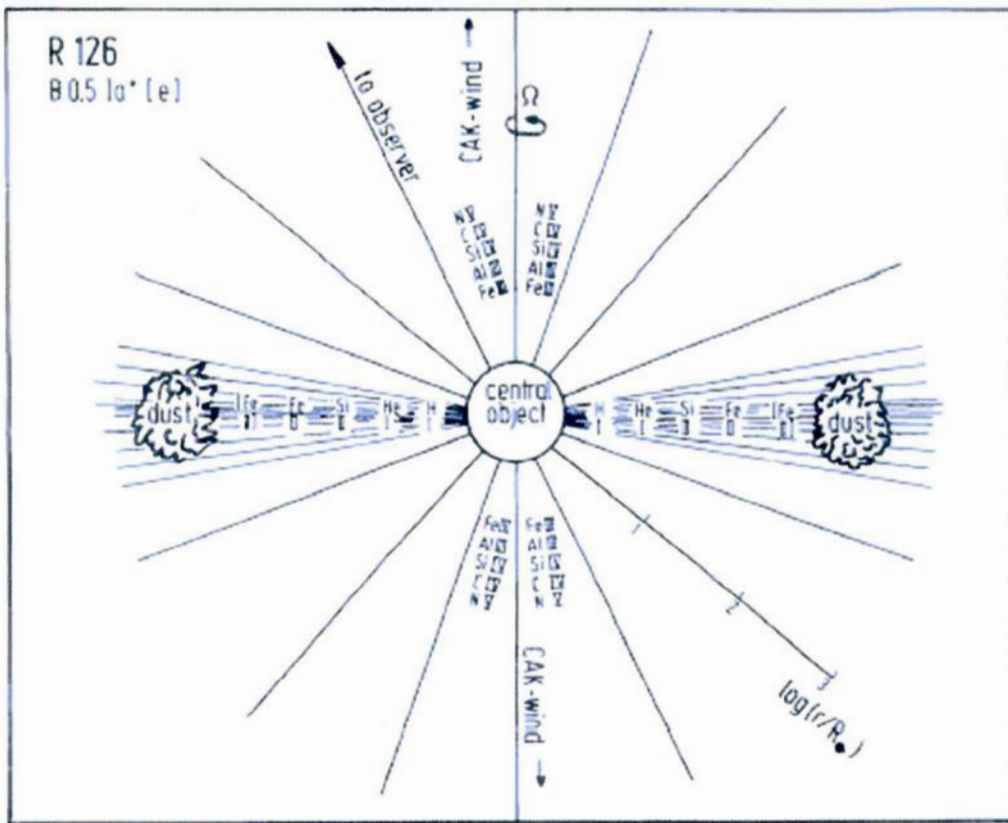


Figura 4.1 - Modelo esquemático proposto inicialmente para a R126. Nele, podemos observar o cenário do vento composto por duas componentes, uma polar e a outra equatorial; vemos também os íons que estão presentes em cada componente (extraído de Zickgraf et al., 1985)

que em um ambiente com simetria esférica, pois os fótons podem escapar facilmente na direção perpendicular ao plano do disco equatorial. Isso implica em baixas temperaturas no disco, que permitem que a poeira não seja sublimada.

Outro detalhe importante é que a perda de massa é praticamente toda feita pelo disco, sendo que a taxa média de perda de massa das sgB[e] está entre 10^{-7} e $10^{-4} M_{\odot} \text{ ano}^{-1}$ (comparável à taxa média das LBV, Zickgraf, 1989). Portanto, focalizamos o trabalho no disco equatorial dessas estrelas.

O mecanismo de formação do disco equatorial não possui uma explicação clara. A existência do disco parece estar associada a um efeito de binariedade (ZICKGRAF, 1989). Entretanto, estamos interessados, neste trabalho, em estrelas individuais. Neste caso, o mecanismo de formação do disco parece ser diferente para cada grupo de objetos com fenômeno B[e]. No caso das sgB[e], as observações indicavam que a rápida rotação destes

objetos seria responsável pela formação do disco. Entretanto o modelo de vento comprimido ou WCD (BJORKMAN; CASSINELLI, 1993; BJORKMAN, 1998), que dá conta da rotação estelar como mecanismo gerador do disco, não é bem sucedido pois, apesar de representar bem as taxas de perda de massa observadas, ele obtém velocidades muito altas se comparadas com as observadas.

Portanto, sendo este modelo insuficiente para modelar o vento equatorial das $sgB[e]$, baseamo-nos nos trabalhos de Lamers e Pauldrach (1991) para as $sgB[e]$ e nos Pacheco et al. (1993) e Araújo (1994) para as Be clássicas, na tentativa de criar um modelo para o vento equatorial das $sgB[e]$, partindo da hipótese de um vento radiativo mantido por linhas opticamente finas.

4.2 A Equação de Movimento

A equação de movimento para o disco equatorial consiste em uma equação diferencial hidrodinâmica. O que propomos para o disco é um afastamento do equilíbrio hidrostático. Num modelo simples para este caso temos uma força radiativa que impulsiona o material do disco, trabalhando contra a gravidade estelar. Utilizaremos as equações da conservação da massa, do momento e da energia para obter a equação de movimento do material do disco.

Começemos assumindo simetria esférica¹. Teremos então:

a) Equação da continuidade (conservação da massa)

Essa equação assume que a taxa de perda de massa (\dot{M}), isto é, a quantidade de massa que passa por unidade de tempo por uma esfera de raio r é constante. Então:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho(r)v(r), \quad (4.2.1)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade e $v(r)$ a velocidade.

b) Equação de energia

A energia em um ponto qualquer do vento, $e(r)$, é descrita por uma equação que leva em conta a energia cinética do gás, a energia potencial gravitacional, a entalpia (energia interna mais a capacidade de realizar trabalho) e o trabalho realizado por uma força externa naquele ponto. Esta equação é escrita como:

¹Em nosso cenário (vento equatorial) não existe simetria esférica. Entretanto essa é uma hipótese razoável para uma primeira aproximação da expansão equatorial.

$$e(r) \equiv \frac{v^2}{2} + \frac{5RT}{2\mu} - \frac{GM_*}{r} - W_f \quad (4.2.2)$$

onde: R = constante do gás e μ = massa média por partícula em unidades de massa de hidrogênio.

A equação acima nos mostrou que o vento somente escapará do poço potencial da estrela se uma força ou fonte de energia fornecer momento ou calor ao gás, de forma a impulsioná-lo.

c) Equação de movimento (conservação do momento)

Essa equação, por sua vez, descreve a conservação de momento no vento pela ação de forças que nele atuam, e é dada por:

$$v_r \frac{dv_r}{dr} + \frac{v_\phi}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM_*}{r^2} + f(r) . \quad (4.2.3)$$

O primeiro termo à direita corresponde à aceleração devido ao gradiente de pressão que impulsiona o vento para o exterior. Destarte esse termo é positivo. O segundo termo corresponde à aceleração devido a força gravitacional e é negativo pois desacelera o vento. O terceiro termo descreve a aceleração devido a qualquer outra força externa que impulsiona o vento. Como nossa hipótese pade da existência de uma pressão de radiação que impulsiona o vento, substituiremos apropriadamente o terceiro termo da equação 4.2.3 e teremos:

$$v_r \frac{dv_r}{dr} + \frac{v_\phi}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM_*}{r^2} + g_e + g_{rad} , \quad (4.2.4)$$

onde g_e é a aceleração devido à opacidade no contínuo (i.e., devido ao espalhamento eletrônico) e g_{rad} é a aceleração radiativa nas linhas. g_e é igual:

$$g_e(r) = \frac{\sigma_e(r)L_*}{4\pi r^2 c} = \frac{GM_*}{r^2} \Gamma_e(r) , \quad (4.2.5)$$

com σ_e representando a opacidade para o espalhamento eletrônico, que é dependente do grau de ionização no vento; e Γ_e é

$$\Gamma_e(r) = \frac{\sigma_e(r)L_*}{4\pi cGM_*}. \quad (4.2.6)$$

Com isso, reescrevemos a equação 4.2.4, de forma que ficamos com

$$v_r \frac{dv_r}{dr} + \frac{v_\phi}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM_*}{r^2} + \frac{GM_*\Gamma_e(r)}{r^2} + g_{rad}. \quad (4.2.7)$$

A velocidade de rotação v_ϕ tem a forma:

$$v_\phi(r) = \chi \left(\frac{GM_*(1-\Gamma_e)}{R} \right)^{1/2} \left(\frac{R}{r} \right)^\delta. \quad (4.2.8)$$

Nesta equação χ é a taxa de rotação estelar (dada em termos da velocidade crítica²); R é o raio da estrela; e δ é um parâmetro de viscosidade empírico que pode variar entre -1 (rotação de corpo rígido) e +1 (conservação do momento angular).

Combinando os termos da aceleração gravitacional e g_e , definimos uma massa efetiva (M_{eff}) dada por

$$M_{eff} = M_*(1 - \Gamma_e(r)). \quad (4.2.9)$$

Se adotarmos, por simplicidade, que o vento é isotérmico e se comporta como um gás perfeito, com $p = \rho RT/\mu$; e definirmos a velocidade do som isotérmico como $(RT/\mu)^{1/2} \equiv a$; podemos, substituindo as equações 4.2.8 e 4.2.9 na equação 4.2.7, utilizando os valores previamente definidos de p e $(RT/\mu)^{1/2}$ obter a equação de movimento na forma:

$$v_r \frac{dv_r}{dr} + \chi \left(\frac{GM_*(1-\Gamma_e)}{R} \right)^{1/2} \left(\frac{R}{r} \right)^\delta = -\frac{GM_*(1-\Gamma_e)}{r^2} + \frac{a^2}{v_r} \frac{dv_r}{dr} + \frac{2a^2}{r} + g_{rad} \quad (4.2.10)$$

ou

²Para saber mais sobre velocidade crítica, ver Zickgraf et al. (1986) e Zickgraf (1998)

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} + \frac{GM_* (1 - \Gamma_e)}{r^2} \left[1 - \chi^2 \left(\frac{R}{r} \right)^{2\delta-1} \right] = \frac{2a^2}{r} + g_{rad} . \quad (4.2.11)$$

Resta agora obter a aceleração radiativa. Entretanto, este é um processo extenso e, por isso, não será reproduzido aqui. A obtenção da aceleração radiativa pode ser vista em Lamers e Cassinelli (1999). Partindo então de que já conhecemos o termo de aceleração radiativa, vamos substituí-lo na equação 4.2.11 para obter a equação diferencial

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} + \frac{GM_* (1 - \Gamma_e)}{r^2} \left[1 - \chi^2 \left(\frac{R}{r} \right)^{2\delta-1} \right] = \\ \frac{2a^2}{r} + \frac{C}{r^2} \left(r^2 v_r \frac{dv_r}{dr} \right)^\alpha g \left(r, v_r, \frac{dv_r}{dr} \right), \quad (4.2.12) \end{aligned}$$

onde α é um parâmetro radiativo que mede a relação entre a contribuição de linhas opticamente finas e opticamente espessas na geração do vento; $g(r, v_r, dv_r/dr)$ é um fator que leva em conta o tamanho da estrela (para uma fonte pontual $g = 1$) e C é um autovalor da solução, que é expresso por

$$C = \frac{\Gamma GM_* k}{(\rho_e v \Phi)^\alpha}, \quad (4.2.13)$$

onde k está relacionado ao número total de linhas contribuintes, ρ_e é o coeficiente de espalhamento eletrônico e Φ vem da integração da equação de continuidade e vale

$$\Phi = r^2 \rho v_r . \quad (4.2.14)$$

A equação 4.2.12 representa o movimento do material no disco equatorial das sgB[e], e conseqüentemente, nosso modelo hidrodinâmico para o vento dessas estrelas.

4.3 O Caso Particular $\alpha = 0$

O parâmetro radiativo α pode variar entre 0 e 1. Quando $\alpha = 0$, não há contribuição de linhas opticamente espessas, o vento é gerado unicamente por linhas opticamente finas. Quando $\alpha = 1$, temos o caso contrário, onde não há contribuição de linhas opticamente finas. Nos casos intermediários, temos ambas as contribuições, mas com intensidades diferentes, dependendo do valor de α . Como nossa hipótese inicial é que o vento é mantido por pressão de radiação devido a linhas opticamente finas, restringimo-nos ao caso $\alpha = 0$. Neste caso, a equação 4.2.12 fica

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} + \frac{GM_* (1 - \Gamma_e)}{r^2} \left[1 - \chi^2 \left(\frac{R}{r} \right)^{2\delta-1} \right] = \frac{2a^2}{r} + \frac{C}{r^2} \quad (4.3.15)$$

Vamos agora substituir C (eq. 4.2.13). Ficamos, então, com

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} = \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*}{r^2} \left\{ (1 - \Gamma_e) \left[1 - \chi^2 \left(\frac{R}{r} \right)^{2\delta-1} \right] - k\Gamma \right\} . \quad (4.3.16)$$

Vamos restringir nossa solução ao caso Kepleriano usando $\delta = 0,5$. Temos então

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} = \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*}{r^2} [(1 - \Gamma_e) (1 - \chi^2) - k\Gamma] . \quad (4.3.17)$$

A equação 4.3.17 é muito semelhante à equação do vento solar isotérmico, cuja solução analítica é conhecida. Utilizei este conhecimento para criar um modelo numérico computacional para este caso particular (sec. 5.6). Este modelo computacional poderá ser estendido, no futuro, para o caso geral com algumas modificações.

5 O CÓDIGO NUMÉRICO

5.1 Introdução

No capítulo anterior, detalhei como modelamos física e matematicamente o problema da perda de massa das $sgB[e]$. Entretanto, buscamos o perfil de velocidade, a velocidade final¹ e a taxa de perda de massa. Esse objetivo só pode ser alcançado com a solução da equação de movimento 4.2.12, que é obtida numericamente com auxílio do computador. Podemos então dividir o tratamento do problema da seguinte forma (ver figura 5.1):

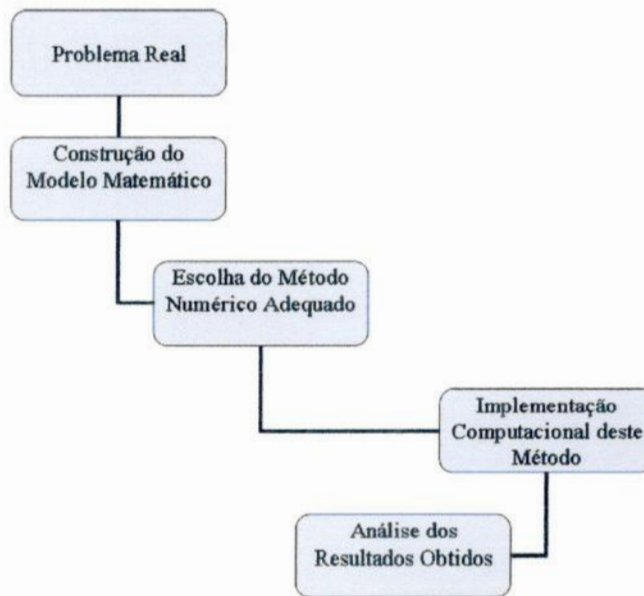


Figura 5.1 - Esquema de fases para solução do problema.

A construção do modelo físico-matemático, como já citado, foi discutida no capítulo 4, e consiste na obtenção da equação de movimento. O próximo passo consiste na escolha de um método numérico para solucionar essa equação, e é tratado na seção 5.2. A seguir, implementamos o método numérico através de um código computacional, como veremos na seção 5.3.

¹Velocidade final é a velocidade de expansão do vento a grandes distâncias da estrela

5.2 O Método Numérico Runge-Kutta

O primeiro passo na construção do nosso modelo computacional é a escolha do método numérico. O problema que estamos tratando é um problema de valor inicial. Conhecemos o valor da velocidade e da sua derivada (no caso $\alpha = 0$, conhecemos os valores de $y = v/a$ e $dy/dx = r_{\text{critico}}dv/adr$, conforme veremos mais a frente) no ponto crítico. Esse será nosso valor inicial.

O método escolhido para tratar o problema foi o Runge-Kutta de 4ª ordem. Escolhemos este método por ser um dos mais adequados a esse tipo de problema. Ele é um método baseado na série de Taylor, mas que não trabalha com as derivadas de ordem superior da função. Sua única desvantagem é a falta de uma estimativa simples para o erro, o que poderia ajudar na escolha do passo h .

O método Runge-Kutta mais simples é o método de Euler, que consiste em: conhecendo-se x_0 e $y_0 = y(x_0)$, então sabemos calcular $y'(x_0) = f(x_0, y_0)$. Assim, traçamos a reta $r_0(x) = y_0 + (x - x_0)y'(x_0)$ que passa por (x_0, y_0) e tem coeficiente angular $y'(x_0)$. Escolhemos o passo $h = x_{k+1} - x_k$ e obtemos o novo valor da função a partir da reta: $y_1 = y(x_1) = r_0(x_1) = y_0 + hy'(x_0)$. A formula geral para o método de Euler fica:

$$y_{k+1} = y(x_k) + hf(x_k, y_k), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2.1)$$

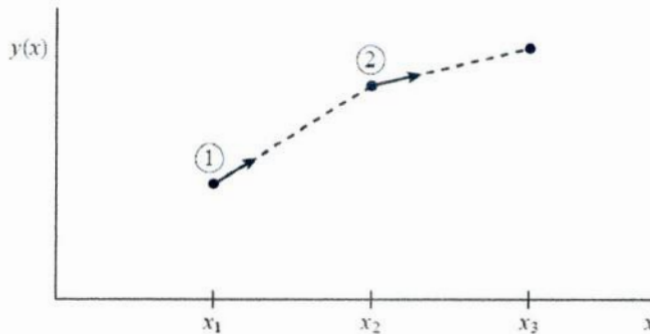


Figura 5.2 - O método de Euler. Neste método simples para integração de equações diferenciais ordinárias (EDO), a derivada em cada ponto é extrapolada para achar o próximo valor da função (figura retirada de Press et al. (1992)).

O método de Euler não é muito preciso. Para melhorar a precisão do método, é necessário aumentar sua ordem. Um Runge-Kutta de ordem superior pode ser bem representado pelo método de Heun, ou Runge-Kutta de 2ª ordem. Neste método, dada a aproximação

(x_n, y_n) , traçamos a reta L_1 cujo coeficiente angular é $y'_n = f(x_n, y_n)$, ou seja,

$$L_1 : z_1(x) = y_n + (x - x_n)f(x_n, y_n). \quad (5.2.2)$$

Assim, dado o passo $h = x_{n+1} - x_n$, $z_1(x_{n+1}) = z_1(x_n + h) = \bar{y}_{n+1}$. Seja $P \equiv (x_n + h, y_n + hy'_n) = (x_{n+1}, \bar{y} - n + 1)$. Por P agora, traçamos a reta L_2 , cujo coeficiente angular é $f(x_n + h, y_n + hy'_n) = f(x_{n+1}, \bar{y}_{n+1})$:

$$L_2 : z_2(x) = (y_n + hy'_n) + [x - (x_n + h)]f(x_n + h, y_n + hy'_n). \quad (5.2.3)$$

Traçamos a reta L_0 que passa por P e tem como inclinação a média das inclinações das retas L_1 e L_2 , ou seja, sua inclinação é $[f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hy'_n)]/2$.

A reta L que passa por (x_n, y_n) e é paralela à reta L_0 nos dará o próximo valor da função.

$$L : z(x) = y_n + (x - x_n)[f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hy'_n)]/2$$

$$y_{n+1} = z(x_{n+1}) = z(x_n + h)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}[f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hy'_n)], \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.2.4)$$

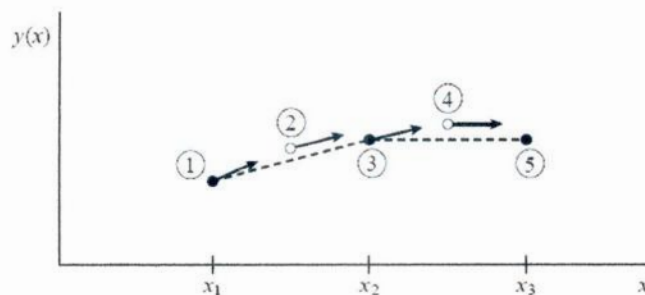


Figura 5.3 - Runge-Kutta de 2ª ordem, ou método de Heun. Neste método utiliza-se o valor inicial de cada passo para calcular um valor médio ao longo do intervalo e usar, então, sua derivada em toda extensão do intervalo. Na figura, os pontos cheios representam os valores finais da função, enquanto os pontos vazios representam os valores descartados uma vez que suas derivadas foram usadas (figura retirada de Press et al. (1992)).

Entretanto, o método que utilizei no código numérico foi o Runge-Kutta de 4ª ordem. Este método requer que a derivada seja calculada quatro vezes (ver figura 5.4). A forma geral para o Runge-Kutta de 4ª ordem é:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(x_n, y_n) \\
 k_2 &= hf(x_n + h/2, y_n + k_1/2) \\
 k_3 &= hf(x_n + h/2, y_n + k_2/2) \\
 k_4 &= hf(x_n + h, y_n + k_3) \\
 y_{n+1} &= y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad n = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned}
 \tag{5.2.5}$$



Figura 5.4 - O método Runge-Kutta de 4ª ordem. Em cada passo a derivada é calculada quatro vezes: uma no ponto inicial, duas nos pontos médios, e mais uma no ponto final. Destas derivações, o valor final da função (mostrado com um ponto cheio) é calculado para o ponto seguinte (figura retirada de Press et al. (1992)).

5.3 A Linguagem de Programação Java

Java é uma linguagem de programação desenvolvida pela Sun Microsystems. Ela foi inicialmente projetada para o uso em eletrodomésticos, mas seu sucesso foi no desenvolvimento de programas para internet.

A linguagem Java foi escolhida para este projeto não só pelas suas características únicas, mas também pela grande quantidade de possibilidades que ela oferece.

O Java é uma linguagem (WALNUM, 1997):

- **simples**, os desenvolvedores de Java deliberadamente deixaram de lado diversos recursos desnecessários de outras linguagens de programação de alto nível;
- **orientada a objeto**, da mesma forma que o C++, Java usa classes para organizar o código em módulos. No momento da execução do programa, este cria

objetos a partir das classes. As classes de Java podem ser herdadas de outras classes, porém a herança múltipla, na qual uma classe herda métodos e campos de mais de uma classe, não é permitida;

- **compilada e interpretada**, Os programas em Java são compilados em um arquivo “codificado em bytes” que será interpretado pela Java Virtual Machine (JVM), da qual falaremos mais adiante;
- **multi-thread**, os programas Java podem conter múltiplas threads de execução, permitindo que os programas manipulem diversas tarefas concorrentes;
- **com coleta de lixo**, os programas Java efetuam sua própria coleta de lixo, o que significa que os programadores não precisam se preocupar com gerenciamento de memória.
- **segura**, o sistema Java não somente verifica todos os acessos de memória como também garante que nenhum vírus possa pegar carona com uma applet² que esteja rodando;
- **extensível**, os programas Java suportam métodos nativos, que são funções normalmente escritas em outra linguagem, geralmente C++.

Estas características fazem da linguagem Java relativamente fácil de usar, mas que ainda fornece os recursos mais poderosos de uma linguagem de programação moderna como C++. Algumas dessas características fizeram-me ver o Java como uma linguagem que abriria um leque de possibilidades na Astronomia.

Dentre as características supracitadas, sua portabilidade se destaca por ser o que tornou o Java tão popular no desenvolvimento de programas para a rede. Na maioria das linguagens de programação, precisa-se compilar ou interpretar um programa para que ele seja executado em seu computador. A linguagem Java é diferente, pois seus programas são compilados e interpretados. Com o compilador, você inicialmente transforma seu programa em uma linguagem intermediária, chamada bytecode. Esse código é independente de plataforma, e é mais tarde interpretado por um interpretador Java. A compilação acontece apenas uma vez; a interpretação acontece todas as vezes que seu programa é executado. A figura 5.5 mostra como isso acontece.

Os bytecodes são como instruções de máquina para a *Java Virtual Machine* (ou JVM). Todos os produtos que conseguem executar programas em Java (como um browser que executa applet's) possuem uma cópia da JVM.

²Aplicativo Java que roda em uma página HTML.

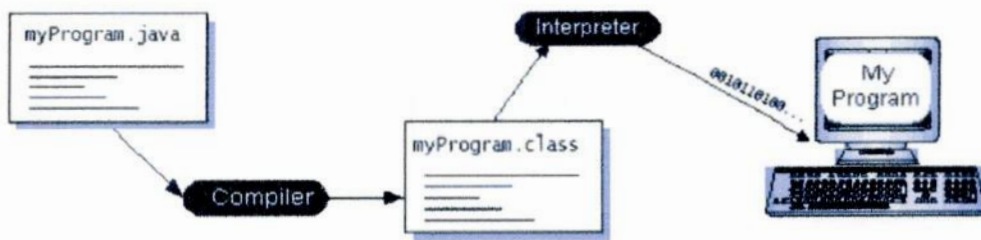


Figura 5.5 - A figura mostra o processo de compilação e execução de um programa Java.

Bytecodes Java tornam possível a tecnologia “escreva uma vez, execute em qualquer lugar”. Você pode compilar seu programa Java em qualquer plataforma que possua um compilador. Os bytecodes gerados podem ser interpretados em qualquer plataforma que possua uma JVM. Veja na figura 5.6:

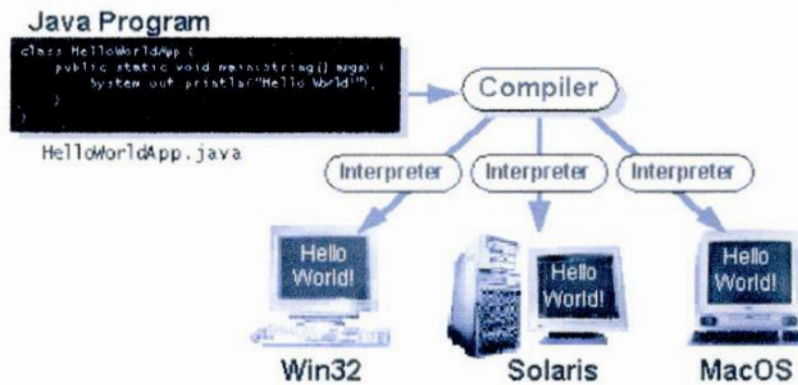


Figura 5.6 - Esquema de plataformas.

Por plataforma, entendemos o conjunto de hardware e software no qual um programa é executado. Alguns exemplos de plataformas muito usadas são o Windows, o Linux, o MacOS. A plataforma Java é diferente, pois não envolve hardware; ela utiliza a plataforma de hardware das outras.

A plataforma Java tem dois componentes:

- Java Virtual Machine (Java VM ou JVM)
- Java Application Programming Interface (Java API)

A API Java é uma coleção de componentes de software prontos, que incluem desde es-

estruturas para manipulação de arquivos até a construção de aplicativos gráficos. A API é organizada como um grupo de bibliotecas com classes e interfaces; essas bibliotecas são chamadas de pacotes. A figura 5.7 mostra o esquema de funcionamento da plataforma Java:

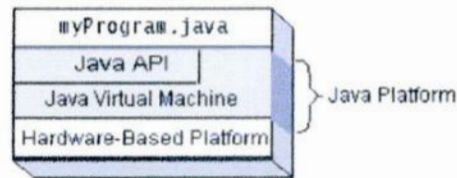


Figura 5.7 - Esquema de funcionamento da JVM.

5.4 Programação Orientada a Objeto

A orientação a objetos é utilizada pelas linguagens de alto nível atuais. Ela consiste na utilização de objetos de classes para utilizar os recursos da linguagem e aqueles criados pelo usuário (SANTOS, 2003). O Java é uma linguagem baseada em orientação a objetos, portanto tratarei deste assunto nesta seção.

O conceito de orientação a objetos não é muito simples, mas a idéia por trás dele o é. Se compreendermos a idéia, com a prática o conceito se torna claro. Vamos entender o que é um objeto, um método e uma classe utilizando comparação com objetos físicos cotidianos.

Para entender o que é um objeto e um método, vamos tentar imaginar o problema de transportar pessoas por distâncias curtas sem utilizar combustível. Para resolver este problema foi criada a bicicleta. Existem vários tipos diferentes de bicicleta, mas todas funcionam da mesma forma. A pessoa que utiliza uma bicicleta quer locomover-se e, para isso, utiliza o pedal para colocar a bicicleta em movimento. Por outro lado, temos o freio que é utilizado para parar a bicicleta. Neste exemplo, bicicleta é minha classe, porque ela abrange todas as bicicletas; a **minha** bicicleta é um objeto da classe "bicicleta", ela é o meio que utilizo para resolver meu problema; o pedal e o freio são os métodos: eles alteram o estado do objeto.

Portanto, uma classe é formalmente um código que pode armazenar e/ou exibir dados, e executar tarefas como cálculos, criação de janelas, operações de entrada e saída de dados, além de diversas outras. Objeto é o membro de uma classe que o programador coloca à disposição do usuário para a resolução do problema. Um objeto pode ser usado para

armazenar dados e/ou executar funções. Os métodos são as ferramentas que o usuário utiliza para alterar o estado do objeto. Classe é o conjunto de todos os objetos com as mesmas funções e métodos. Essa é então a idéia básica por trás da orientação a objetos.

A linguagem Java já possui uma infinidade de objetos nativos que podem ser utilizados para as mais variadas funções. Posso citar como exemplos:

- os objetos da classe `JFrame` que criam uma janela;
- os objetos da classe `JLabel` que exibem texto em janelas;
- os objetos de classe `Math` que executam cálculos como, por exemplo, potenciação e funções trigonométricas.

5.5 Objetivo da Implementação da Linguagem Java

Na seção anterior descrevi os aspectos básicos da linguagem Java. Agora vou expor os motivos pelos quais esta foi a linguagem escolhida para desenvolver o código numérico.

Quando comecei com este projeto, não tinha muito conhecimento de linguagens de programação. Dei início ao projeto programando em Fortran 77, que é uma linguagem bem difundida na astronomia. Essa linguagem se mostrou simples e funcional para os meus objetivos na época.

Mais tarde, o código foi se tornando maior e mais complexo, e a utilização de comandos como `goto` deixaram o código desordenado, dificultando a correção de erros. Neste momento, busquei novos conhecimentos para aprimorar o modelo, e deparei-me com o Fortran 90 e o conceito de programação estruturada. Esta nova versão do Fortran oferecia mais recursos que a anterior, permitindo uma simplificação do código. Ao mesmo tempo o conceito de estrutura me ajudou a substituir o antigo comando `goto` por cadeias infinitas, deixando o código serializado e facilmente decifrável. Com essa otimização tive muita facilidade em corrigir os erros e concluir de forma satisfatória o código. Com o código terminado, vieram outros problemas. O maior deles estava no processo de compilação. Quando o programa era compilado em Linux, ele não rodava em Windows, e se fosse compilado em Windows, só funcionava na máquina em que fora compilado. Em outras palavras, o código não era portátil. Outro “problema” residia na interface com o usuário: o programa utilizava linhas de comando, o que tornava sua comunicação com o usuário lenta e monótona.

Comecei a buscar, então, uma nova linguagem para melhorar a funcionalidade do meu programa. Conheci a linguagem C e C++, deparando-me pela primeira vez com o con-

ceito de programação voltada a objeto. A linguagem C++, ao mesmo tempo em que se mostrava poderosa, também se revelava muito difícil de aprender. Neste período descobri a linguagem Java. Java é uma linguagem simples mas que reúne os melhores aspectos das linguagens de alto nível como o C++ (ver seção 5.3).

O Java permitiu-me desenvolver uma interface gráfica que tornaria a utilização do programa mais dinâmica; permitiu também que uma vez compilado o código fosse compatível com qualquer plataforma em que for utilizado. Como discutirei na seção 5.7, a alma do meu programa é a classe AlunodeIC. A programação voltada para objeto e grande diversidade que Java oferece na sua utilização, permitem que eu possa utilizar esta classe da maneira que quiser. Neste último ano, focalizei meus esforços em desenvolver essa classe e criar uma interface gráfica simples e útil. Entretanto, futuramente, esta classe pode ser utilizada, por exemplo, com um programa Java que reside em um servidor conectado à internet, permitindo que seja executada de qualquer lugar. Imaginemos, agora, que nesse servidor exista um banco de dados com 50 SgB[e] conhecidas; poderia criar uma nova classe que recorresse a este banco de dados para colher os parâmetros estelares e chamasse a classe AlunodeIC para calcular o perfil de velocidade para cada uma delas, e tudo isso com um simples apertado de botão do usuário. Por outro lado, se meu problema fosse paralelizável, eu poderia utilizar o recurso de multi-threads para paralelizá-lo.

Portanto, meu objetivo ao utilizar a linguagem Java foi melhorar a interface do programa com o usuário, utilizando uma linguagem de programação simples, mas de alto nível; e criar grandes possibilidades para trabalhos futuros, com recursos de paralelização, banco de dados, internet e muitos outros recursos que Java oferece.

5.6 Cálculo do Ponto Crítico para o Caso Particular $\alpha = 0$

Neste ponto, temos o modelo teórico do vento no caso $\alpha = 0$ (eq. 4.3.17), um método numérico para obter a solução do modelo e uma linguagem de programação que permitirá recorrermos ao computador para realizar os cálculos. Precisamos, de acordo com os trabalhos de Castor et al. (1975) e Marlborough e Zamir (1984), de um ponto, chamado ponto crítico, definido por certas relações de singularidade e regularidade. Entretanto, esse nosso modelo é muito semelhante ao modelo de Parker (1958,1960) para o vento solar isotérmico. Vamos utilizar, então, o tratamento de Parker para simplificar a solução³.

³Além das soluções que trataremos a seguir, existem famílias de soluções “double-valued” que possuem interpretação física (ver (??, pags 528,533 e 534)), mas cujo tratamento foge ao escopo deste trabalho.

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} = \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*}{r^2} [(1 - \Gamma_e)(1 - \chi^2) - k\Gamma] \quad \text{Eq. do vento radiativo}$$

$$\Omega \equiv [(1 - \Gamma_e)(1 - \chi^2) - k\Gamma] . \quad (5.6.6)$$

$$\frac{1}{v_r} (v_r^2 - a^2) \frac{dv_r}{dr} = \frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*\Omega}{r^2} , \quad (5.6.7)$$

Definimos o raio crítico r_c tal que

$$\frac{2a^2}{r} - \frac{GM_*\Omega}{r^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad r_c = \frac{GM_*\Omega}{2a^2} . \quad (5.6.8)$$

Para manter a simetria, quando $r = r_c$, o lado esquerdo de 5.6.7 também deve se anular, o que exige

$$v^2(r_c) = a^2 \quad (5.6.9)$$

$$\text{ou} \\ \left. \frac{dv_r}{dr} \right|_{r=r_c} = 0 . \quad (5.6.10)$$

Por outro lado, quando $r \rightarrow \infty$, o lado direito também tende a zero. Portanto, do lado esquerdo devemos ter $v_r \rightarrow \infty$ ou $dv_r/dr \rightarrow 0$, ou ainda $v_r \rightarrow a$ assintoticamente.

A equação 5.6.8 nos informa que o ponto crítico é único. Mais à frente, a equação 5.6.10 nos diz que este ponto único será um ponto de máximo ou de mínimo da função $v(r)$, obrigando $(v^2 - a^2)$ a ter o mesmo sinal para todo domínio de $v(r)$. Considerando-se que $v < a|_{r=0}$, tem-se, conseqüentemente, $v < a$ para todo domínio, atingindo um valor máximo em $r = r_c$. Devemos ter então

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{v_r} \frac{dv_r}{dr} \right) = 0 , \quad (5.6.11)$$

o que só é possível com $dv_r/dr \rightarrow 0$ pois $v_r < a$ qualquer que seja r , e, portanto, v_r não vai a zero. Ainda, supondo que a condição 5.6.10 é satisfeita, temos o caso $v_r > a$ quando $r = 0$, que implica em $v_r > a$ qualquer que seja r . Neste caso, v_r apresenta um mínimo em $r = r_c$ (onde $dv_r/dr = 0$) e o comportamento assintótico pode ser

$$\lim_{r \rightarrow \infty} v_r = \infty \quad (5.6.12)$$

ou

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{dv_r}{dr} = 0. \quad (5.6.13)$$

Passamos então a analisar as situações possíveis se 5.6.9 é satisfeita. Para estas soluções dv_r/dr tem o mesmo sinal para todo r , o que implica dizer que v_r é monotonicamente crescente ou decrescente. Se, para $r = 0$, $v > a$, então v_r é monotonicamente decrescente e devemos obrigatoriamente ter $v(r_c) = a$ e

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{dv_r}{dr} = 0. \quad (5.6.14)$$

Se, para $r = 0$, tivermos $v < a$, então v_r é monotonicamente crescente. Nesse caso, teremos $v(r_c) = a$ e

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{dv_r}{dr} = 0. \quad (5.6.15)$$

Temos então quatro famílias de soluções possíveis:

- a) família de soluções v_r crescente no intervalo $r_0 \leq r \leq r_c$ e decrescente no intervalo $r_c < r < \infty$ (mas sempre $v < a$);
- b) família de soluções v_r decrescente no intervalo $r_0 \leq r \leq r_c$ e crescente no intervalo $r_c < r < \infty$ (mas sempre $v > a$);
- c) solução única com v_r monotonicamente decrescente com $v(r_c) = a$ e $dv_r/dr \rightarrow 0$ (para $r \rightarrow \infty$);
- d) solução única com v_r monotonicamente crescente com $v(r_c) = a$ e $dv_r/dr \rightarrow 0$

(para $r \rightarrow \infty$)

Cada classe de soluções corresponde a um conjunto de condições de contorno em $r = r_0$ e $r \rightarrow \infty$. Naturalmente, a solução “fisicamente adequada” depende dessas condições de contorno. Primeiramente, excluimos as soluções 2 e 3, pois não são observadas velocidades supersônicas ($v > a$) próximas à atmosfera estelar. Ficamos, assim, entre a família de soluções 1, chamadas soluções “brisa”, e a solução única de tipo 4. Para decidir entre elas, fazemos uso do comportamento esperado em $r \rightarrow \infty$.

Da equação da continuidade 4.2.1 concluímos que:

- para a classe 4 v_∞ não tende a zero, então $\rho_\infty = \frac{\dot{M}}{4\pi r^2 v_\infty} \rightarrow 0$, e portanto $p_\infty \rightarrow 0$ ($p = a^2 \rho$). Nesse caso, teremos que a pressão no vento será menor do que a pressão do meio interestelar, o que é razoável.
- para a classe 1, v_∞ tende a zero, então $\rho_\infty = \frac{\dot{M}}{4\pi r^2 v_\infty} \rightarrow$ tende a um valor finito e, portanto, p_∞ tende a um valor diferente de zero. Neste caso a pressão do vento tenderá a um valor maior que a do meio interestelar, excluindo assim esta classe de soluções.

Tendo restado como soluções fisicamente possíveis as da classe 4, voltamos à equação 5.6.7, executando a seguinte substituição de variáveis.

$$x = \frac{r}{r_c} \Leftrightarrow r = \left(\frac{GM_* \Omega}{2a^2} \right) x \quad \text{e} \quad y = \frac{v_r}{a} \Leftrightarrow v_r = ay . \quad (5.6.16)$$

Substituindo ficamos com

$$\frac{1}{ay} \frac{ady}{dx} \frac{2a^2}{GM_*} (a^2 y^2 - a^2) = \frac{2a^2}{GM_*} \frac{2a^2}{x} - \frac{GM_*}{x^2} \frac{(2a^2)^2}{(GM_*)^2} , \quad (5.6.17)$$

simplificando teremos

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} (y^2 - 1) = 2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y(x-1)}{x^2(y^2-1)} \quad (5.6.18)$$

A equação 5.6.18 é a equação adimensional que modela nosso vento, pois ela vem da equação 5.6.7. A partir da equação 5.6.18, aplicaremos o método numérico (Runge-Kutta de 4ª ordem) utilizando as condições de contorno que definem soluções do tipo 4.

É importante observar que até este ponto a aplicação de um método numérico não era necessária, pois conhecemos as soluções analíticas da equação envolvida (eq. 5.6.7). Entretanto, a equação 5.6.7 é um caso particular do problema que desejamos solucionar. Quando tratarmos a equação 4.2.12 no caso $\alpha \neq 0$ teremos em mãos uma equação não linear, e a utilização de um método numérico será imprescindível. Portanto, investi na criação do modelo numérico computacional mesmo neste caso.

5.7 A Estrutura do Código

Uma vez escolhidos o método numérico (Runge-Kutta) e a linguagem de programação (Java), resta estruturar o código para que o computador possa executar os cálculos. O primeiro passo é construir um algoritmo a ser seguido para a solução do problema. A figura 5.8 mostra o algoritmo para a obtenção do perfil de velocidade no caso particular $\alpha = 0$.

A partir do algoritmo mostrado na figura 5.8, criei uma classe chamada `AlunodeIC.class` (ver seção 5.3) que contém todos os cálculos necessários para a solução numérica da equação de movimento. Os objetos desta classe podem ser requisitados por qualquer programa Java, desde que junto dele esteja a classe. Estes objetos são auto-suficientes, ou seja, eles funcionam independentemente do programa que os chame. O único requisito é que o programa que executa a chamada informe os valores dos parâmetros de entrada.

Neste projeto eu investi na criação de uma interface gráfica para o usuário interagir com os objetos da classe `AlunodeIC` de uma forma simples e dinâmica. Criei então, um aplicativo Java e uma applet. Os dois funcionam sob os mesmos princípios, utilizando os objetos da classe `AlunodeIC`, mas são aplicações com utilidades diferentes, um para uso interno (aplicativo) e um para internet (applet). A figura 5.9 mostra a interface gráfica do projeto **ecradi**.

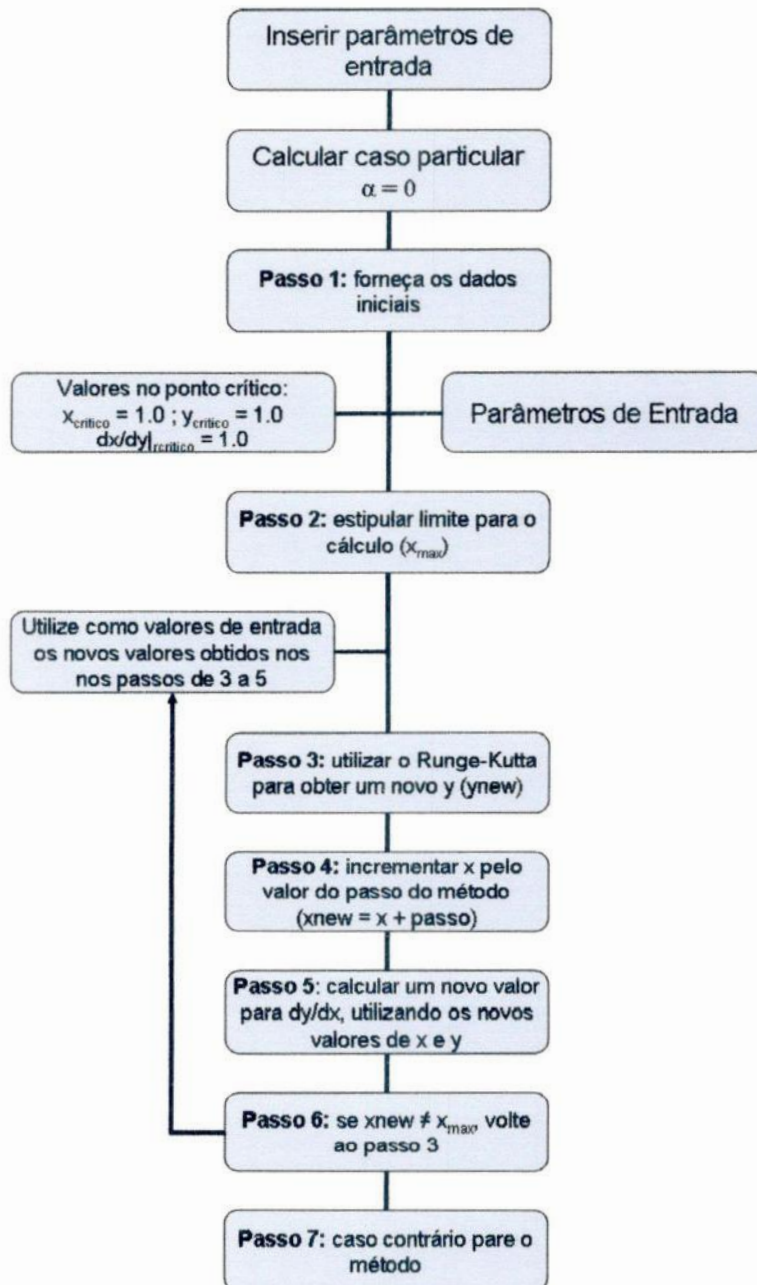


Figura 5.8 - Algoritmo do caso $\alpha = 0$.

A figura 5.9 exibe a interface gráfica do programa. Esta interface é constituída de duas janelas. A janela chamada **Janela Principal** tem as seguintes funções:

- a) Colher os parâmetros de entrada do teclado através dos campos de dados e transmiti-los ao objeto utilizado;
- b) Permitir ao usuário utilizar um objeto AlunodeIC para calcular o perfil de ve-

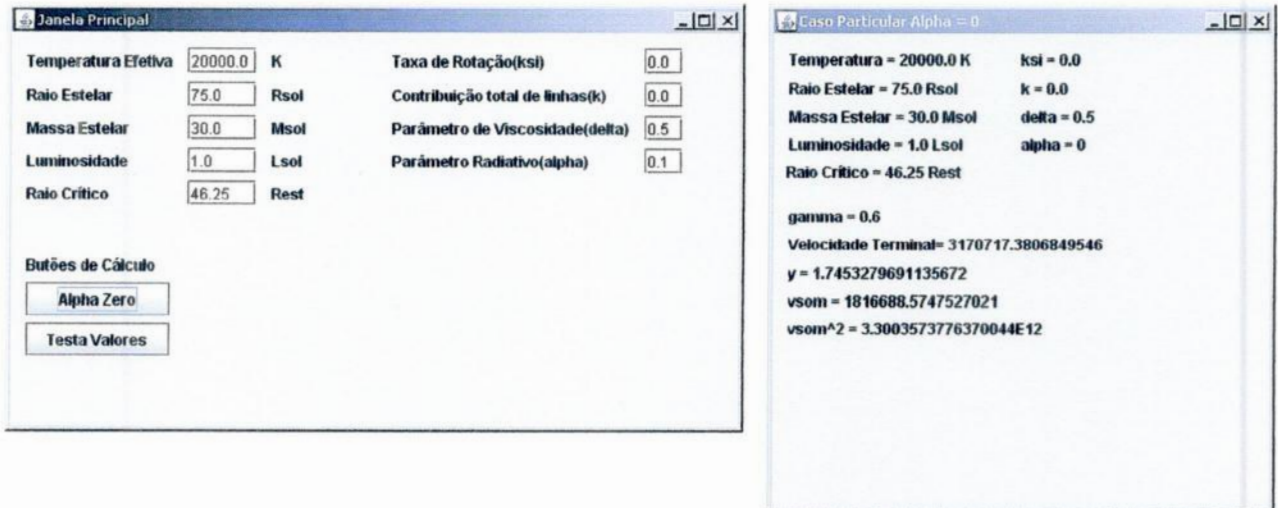


Figura 5.9 - A figura mostra a interface gráfica, muito conhecida como GUI (graphic user interface). Do lado direito, vemos o painel principal, e do lado esquerdo, o resultado do pressionamento do botão **Alpha Zero**, que mostra os resultados para o caso particular da equação de movimento.

localidades através do pressionamento de um botão.

Já a janela chamada **Caso Particular Alpha = 0** é uma janela secundária que é chamada quando o programa identifica o pressionamento do botão **Alpha Zero**. O bloco de código acionado por este botão é mostrado na figura 5.10, onde podemos ter uma idéia de como funciona a interação do código gráfico com um objeto da classe `AlunodeIC`.

Para melhor compreensão do código apresentado na figura 5.10, segue uma análise linha por linha.

Linha 1: esta é a linha onde é definida a ação vinculada ao bloco de código. Neste caso a ação é definida como o pressionamento do botão **Alpha Zero**;

Linha 2: nesta linha, temos o comando que cria o objeto `calc` a partir da classe `AlunodeIC`. A palavra matemática que aparece no comando faz referência ao pacote que contém a classe, mas isso não é importante para entender o objeto `calc`;

linha 3: aqui o objeto é inicializado. Todo objeto deve ser inicializado antes que possa ser utilizado;

Linhas 4,7,8,9,10 e 11: nessas linhas, o programa transfere os valores dos campos de dados para as variáveis do objeto `calc`. Vamos olhar com mais cuidado a linha 4 (`calc.T = Double.parseDouble(jTF_Temp.getText())`). Nesta linha,

```

1 private void jButtonAlfaZeroActionPerformed(java.awt.event.ActionEvent evt) {
2     matematica.AlunodeIC calc;
3     calc = new matematica.AlunodeIC();
4     calc.T = Double.parseDouble(jTextFieldTemp.getText());
5     calc.setRaioEst(Double.parseDouble(jTextFieldRaioEst.getText()));
6     calc.setMassaEst(Double.parseDouble(jTextFieldMassaEst.getText()));
7     calc.L = Double.parseDouble(jTextFieldLumi.getText());
8     calc.ksi = Double.parseDouble(jTextFieldKsi.getText());
9     calc.k = Double.parseDouble(jTextFieldk.getText());
10    calc.delta = Double.parseDouble(jTextFieldDelta.getText());
11    calc.alfa = 0;
12    calc.CalcGamma(); calc.CalcVsom();
13    calc.AlphaZero();
14    jLabelAlfaZero1.setText("Temperatura = "+jTextFieldTemp.getText()+" K");
15    jLabelAlfaZero2.setText("Raio Estelar = "+jTextFieldRaioEst.getText()+" Rsol");
16    jLabelAlfaZero3.setText("Massa Estelar = "+jTextFieldMassaEst.getText()+" Msol");
17    jLabelAlfaZero4.setText("Luminosidade = "+jTextFieldLumi.getText()+" Lsol");
18    jLabelAlfaZero5.setText("Raio Critico = "+jTextFieldRCritico.getText()+" Rest");
19    jLabelAlfaZero6.setText("ksi = "+jTextFieldKsi.getText());
20    jLabelAlfaZero7.setText("k = "+jTextFieldk.getText());
21    jLabelAlfaZero8.setText("delta = "+jTextFieldDelta.getText());
22    jLabelAlfaZero9.setText("alpha = 0");
23    jLabelAlfaZero10.setText("gamma = "+String.valueOf(calc.getGamma()));
24    jLabelAlfaZero11.setText("vsom = "+String.valueOf(calc.getVsom()));
25    jLabelAlfaZero12.setText("vsom^2 = "+String.valueOf(Math.pow(calc.getVsom(),2)));
26    jLabelAlfaZero15.setText("Velocidade Terminal= "+String.valueOf(calc.getV()*calc.getVsom()));
27    jLabelAlfaZero17.setText("y = "+String.valueOf(calc.getY()));
28    JFrameAlfaZero.setVisible(true);
29 }
30

```

Figura 5.10 - A figura mostra o trecho do código que é executado quando pressionamos o botão **Alpha Zero** na janela principal. Este é um bloco de código que é inicializado na linha 1 com um comando de gerenciamento de evento.

temos que T é uma variável do objeto `calc`, e quando fazemos `calc.T =`, estamos atribuindo um valor a esta variável. A parte `Double.parseDouble (jTextFieldTemp.getText())` serve para colher o texto do campo temperatura e transformá-lo em um número de dupla precisão;

Linhas 5 e 6: estas linhas têm a mesma função das citadas acima, entretanto seu funcionamento é diferente. No caso anterior, o programa acessava diretamente a variáveis do objeto, mas às vezes isso não é possível. Muitas classes têm suas variáveis privativas, ou seja, as variáveis só podem ser utilizadas pelo próprio objeto. Nestes casos, o programador cria métodos para alterar os valores de certas variáveis. Olhando a linha 5 vemos que no lugar da variável está escrito `setRaioEst()`, que é o método que altera o valor da variável representativa do raio estelar no objeto. O lado direito da expressão tem a mesma função e forma do caso anterior;

Linhas 12 e 13: aqui encontram-se os métodos do objeto `calc` que são responsáveis pelos

cálculos. O método `CacGamma()` calcula o valor da variável γ segundo a equação 4.2.6, o `CacVsom()` calcula a velocidade isotérmica do som, e `CacAlphazero()` calcula o perfil de velocidade seguindo o algoritmo mostrado na figura 5.8;

Linhas de 14 a 28: Nestas linhas os valores são expostos em uma janela chamada `JFrameAlfaZero`. Os métodos `setText` e `valueOf` dos objetos `JL` e `String` não são importantes nesta discussão, basta sabermos que eles são responsáveis por exibir na janela o conteúdo dos parênteses internos. Vamos nos concentrar nos métodos do objeto `calc` que aparecem a partir da linha 23 até a linha 27. Todos os métodos aqui têm a mesma finalidade, retornar valores de variáveis internas do objeto. `getGamma()` retorna o valor de γ , `getVsom()` retorna o valor da velocidade isotérmica do som e `getY()` retorna o último valor calculado da variável adimensional y a qual multiplicada pela velocidade do som, fornece-nos o valor da velocidade terminal (linha 26).

Então, a estrutura do projeto `ecradi` consiste em uma interface gráfica que recorre à classe `AlunodeIC` para executar os cálculos e armazenar os dados.

6 RESULTADOS E CONCLUSÕES

Nesta seção final, discutirei os resultados obtidos para uma $sgB[e]$ típica com temperatura efetiva, massa, raio e luminosidade iguais respectivamente a $2.0 \times 10^4 K$, $30M_{\odot}$, $75R_{\odot}$ e $6.0L_{\odot}$. A seguir, discutirei a implementação da linguagem Java e se ela atendeu aos objetivos propostos no capítulo 5, seção 5.5 e apresentarei as conclusões sobre a análise dos resultados e das possibilidades para trabalhos futuros.

6.1 Dos Resultados Obtidos para o Caso $\alpha = 0$

Varias simulações foram rodadas utilizando o código `ecradi`. Diferentes perfis de velocidades foram obtidos variando-se os parâmetros de entrada do programa. Vale lembrar que os parâmetros temperatura efetiva, massa, raio e luminosidade não foram alterados. Os parâmetros que sofreram variação foram a taxa de rotação, χ , e a contribuição total de linhas, k .

Os perfis de velocidades obtidos pelo modelo são mostrados na figura 6.1. Utilizamos $100R_{*}$ como limite de integração do método devido à pequena variação da velocidade acima desse valor. Vemos, nessa figura, que os perfis são sensíveis à variação de k , o que já era esperado, pois, se aumentarmos a contribuição total de linhas, conseqüentemente aumentamos a quantidade de movimento passada ao gás e, com isso, sua aceleração fica maior. Entretanto, esse aumento em k causa redução no r_c e deve-se prestar atenção a esse evento. Na figura, o maior valor de k para cada diferente taxa de rotação corresponde ao menor raio crítico aceitável ($r_c = 1.0R_{*}$). Por outro lado, temos a taxa de rotação estelar χ . Fica claro que os perfis de velocidade não são muito sensíveis à variação da rotação estelar. Este não é um fato esperado, já que os modelos mais comuns para tais estrelas são baseados na rotação estelar como mecanismo gerador do vento.

6.2 Da Implementação da Linguagem Java

A linguagem computacional Java foi implantada com sucesso na criação de nosso modelo. A interface gráfica que construí tornou o processo de execução do código mais dinâmico. A classe `AlunodeIC`, que efetivamente guarda o código numérico, funciona de maneira estável e com uma velocidade maior do que era esperada.

6.3 Das Conclusões e Perspectivas Futuras

Concluimos da análise dos resultados que os perfis de velocidades não respondem de forma eficiente à variação da taxa de rotação estelar χ . Por outro, lado esses mesmos perfis são consideravelmente sensíveis à variação da pressão de radiação mostrada através

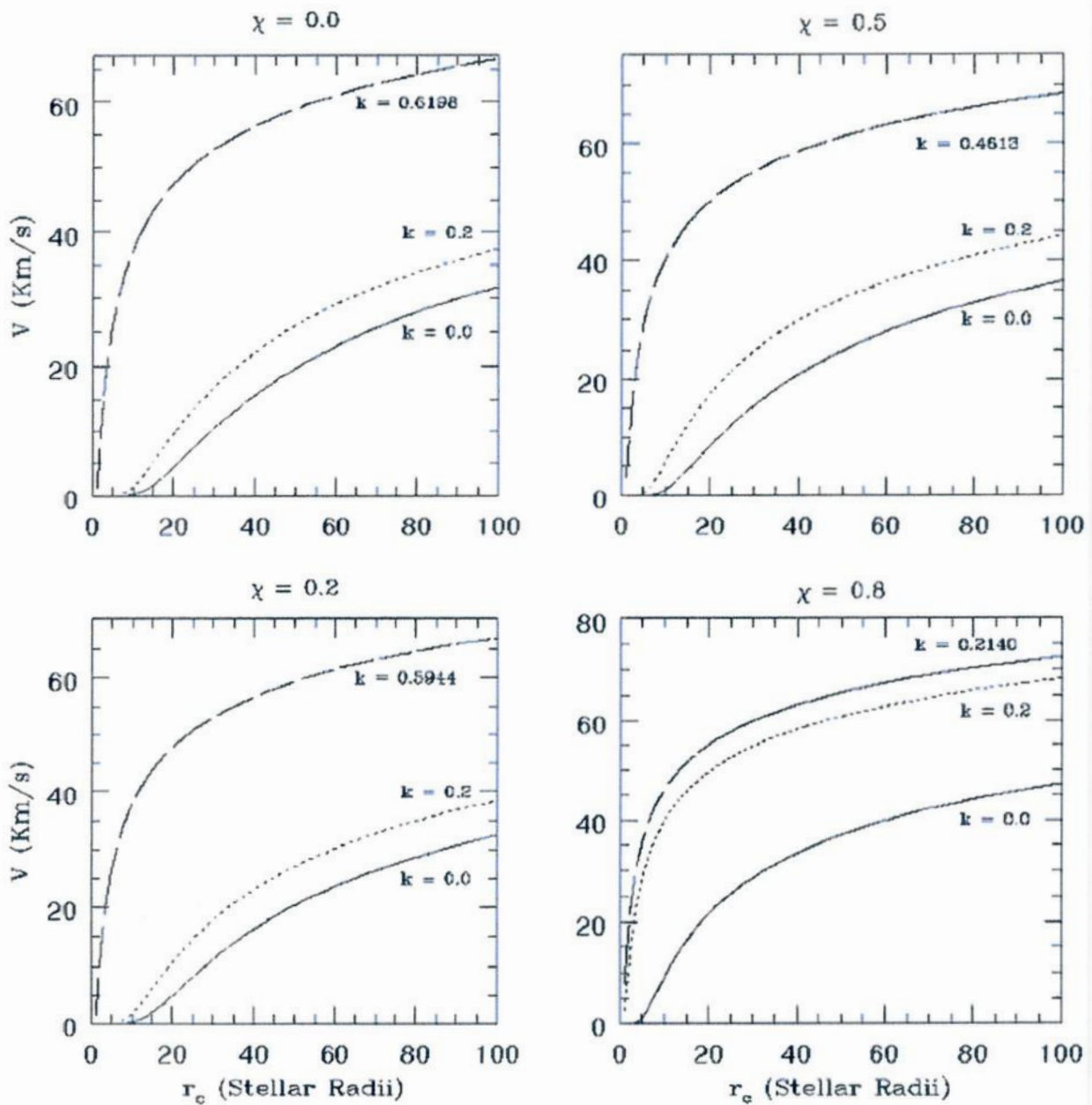


Figura 6.1 - A figura acima mostra quatro gráficos com os diferentes perfis de velocidade obtidos com nosso modelo. Cada quadro corresponde a um certo valor da taxa de rotação estelar (χ) e contém três perfis distintos para cada valor do parâmetro radiativo k . O maior valor de k em cada quadro corresponde ao menor raio crítico aceitável ($r_c = 1.0R_*$).

do parâmetro k . Esses resultados mostram-nos que nossa hipótese de um vento radiativo mantido por linhas é uma aproximação razoável para o mecanismo físico responsável pela impulsão do vento. Entretanto, as velocidades terminais obtidas estão entre 30 e 70 km/s, um pouco menores do que as velocidades observadas que estão entre 100 e 200 km/s. Como

nossa análise se restringiu ao caso $\alpha = 0$, onde só há contribuição de linhas opticamente finas podemos concluir que estas linhas provavelmente dominam a força radiativa, mas teremos também a contribuição de linhas opticamente espessas. Para a confirmação efetiva da nossa hipótese é necessário um estudo de α com valores pequenos (α entre 0.1 e 0.5), mas diferentes de zero. Estes resultados não são conclusivos, mas fornecem um bom indicativo de que a hipótese de um vento radiativo mantido, principalmente mas não exclusivamente, por linhas opticamente finas é uma boa aproximação para o mecanismo físico responsável pela formação do disco equatorial de estrelas Supergigantes B[e].

Neste trabalho, dediquei-me mais ao desenvolvimento computacional, buscando uma linguagem de programação que oferecesse mais recursos que o Fortran. Como consequência, o modelo ficou restrito ao caso particular $\alpha = 0$. Futuramente, com base nos bons resultados encontrados, esse modelo poderá ser estendido ao caso geral, obtendo perfis de velocidade para presença de linhas espessas e taxas de perda de massa que não eram possíveis de obter-se com α nulo. Esses resultados poderão ser comparados com os valores observacionais, chegando a conclusões mais precisas sobre a influência da pressão radiativa em linhas sobre a aceleração do vento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEN, D. A.; GLASS, L. S. Infrared photometry of southern emission-line stars. **Royal Astronomical Society**, v. 167, p. 337–350, 1974. 11
- _____. Emission-line stars with infrared dust emission - implications of the galactic distribution. **Royal Astronomical Society**, v. 170, p. 579–587, 1975. 11
- ALLEN, D. A.; SWINGS, J. P. Infrared excesses and forbidden emission lines in early-type stars. **Astrophysical Letters**, v. 10, p. 83, 1972. 11
- _____. The spectra of peculiar be stars with infrared excesses. **Astronomy and Astrophysics**, v. 47, p. 293–302, 1976. 11
- ARAÚJO, F. X. de. The equatorial plane of be stars: an outflow driven by optically thin lines? **Astronomy and Astrophysics**, v. 298, p. 179–186, 1994. 3, 9, 23
- ARAÚJO, F. X. de; PACHECO, J. A. de F. Radiatively driven winds with azimuthal symmetry: application to be stars. **Royal Astronomical Society**, v. 241, p. 543–557, 1989. 9
- BEALS, C. On the nature of wolf-rayet emission. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 90, p. 202–212, 1929. 15
- BJORKMAN, J. E. Wind-compressed disks and dust formation in b[e] stars. **Astrophysics and space science library**, v. 233, p. 189, 1998. 23
- BJORKMAN, J. E.; CASSINELLI, J. P. Equatorial disk formation around rotating stars due to ram pressure confinement by the stellar wind. **Astrophysical Journal**, v. 409, p. 429–449, 1993. 23
- CASTOR, J. I.; ABBOTT, D. C.; KLEIN, R. I. Radiation-driven winds in of stars. **The Astrophysical Journal**, v. 195, p. 157–174, 1975. 16, 18, 21, 37
- CONTI, P. S. On the relationship between of and wr stars. **Societe Royale des Sciences de Liege, Memoires**, v. 9, p. 193–214, 1976. 11
- GEISEL; SUSAN, L. Infrared excesses, low-excitation emission lines, and mass loss. **Astrophysical Journal**, v. 161, p. L105, 1970. 11
- ISRAELIAN, G.; FRIEDJUNG, M.; GRAHAM, J.; MURATORIO, G.; ROSSI, C.; WINTER, D. de. The atmospheric variations of the peculiar b[e] star hd 45677 (fs canis majoris). **Astronomy and Astrophysics**, v. 311, p. 643–650, 1996. 12

- LAMERS, H.; PAULDRACH, A. The formation of outflowing disks around early-type stars by bi-stable radiation-driven winds. **Astronomy and Astrophysics**, v. 244, p. L5–L8, 1991. 3, 9, 23
- LAMERS, H. J. G.; CASSINELLI, J. P. Book review: Introduction to stellar winds. **Irish astronomical journal**, v. 26, p. 171, 1999. 16, 18, 26
- LAMERS, H. J. G.; HENNY, J. G. L. M.; ZICKGRAF, F. J.; WINTER, D. de; HOUZIAUX, L.; ZOREC, J. An improved classification of b[e]-type stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 340, p. 117–128, 1998. 11, 12
- LUCY, L. B.; SOLOMON, P. M. Mass loss by hot stars. **Astrophysical Journal**, v. 159, p. 879, 1970. 20
- MACIEL, W. J. Envelopes of cool giant stars - a hybrid model. **Revista Brasileira de Física**, vol. 11, Dec. 1981, p. 869–876, v. 11, p. 869–876, 1981. 18
- MAGALHÃES, A. M. Polarization and the envelopes of b(e) supergiants in the magellanic clouds. **Astrophysical Journal**, v. 398, p. 286–292, 1992. 13, 21
- MARLBOROUGH, J. M.; ZAMIR, M. Some effects of rotation on the structure and dynamics of a radiation-driven wind from a hot star. **Astrophysical Journal**, v. 276, p. 706–723, 1984. 37
- MELGAREJO, R.; MAGALHÃES, A. M.; CARCIOFI, A. C.; RODRIGUES, C. V. S 111 and the polarization of the b[e] supergiants in the magellanic clouds. **Astronomy and Astrophysics**, v. 377, p. 581–588, 2001. 21
- OUDMAIJER, R. D.; PROGA, D.; DREW, J. E.; WINTER, D. de. The evolved b[e] star hd 87643: observations and a radiation-driven disc wind model for b[e] stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 300, p. 170–182, 1998. 21
- PACHECO, J. A. de F. Mass loss rates from b[e] stars. **Astrophysics and space science library**, v. 233, p. 221, 1998. 13
- PACHECO, J. A. de F.; COSTA, R. D. D.; ARAUJO, F. X. de; PETRINI, D. Mass-loss rates and c/he ratios in the winds of the wc central stars of planetary nebulae. **Royal Astronomical Society**, v. 260, p. 401–407, 1993. 3, 23
- PARKER, E. N. Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields. **Astrophysical Journal**, v. 128, p. 664, 1958. 15, 37
- _____. The hydrodynamic treatment of the expanding solar corona. **Astrophysical Journal**, vol. 132, p.175, v. 132, p. 175, 1960. 37

- PRESS, W. H.; VETTERLING, W. T.; TEUKOLSKY, S. A.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992. 7, 30, 31, 32
- SANTOS, R. **Introdução à Programação Orientada a Objetos Usando Java**. [S.l.]: Editora Campus, 2003. 35
- SWINGS, J. P. Spectrographic observations of the peculiar be star with infrared excess hd 45677. **Astronomy and Astrophysics**, v. 26, p. 443–455, 1973. 21
- WALNUM, C. **Java em Exemplos**. [S.l.]: Makron Books, 1997. 32
- ZICKGRAF, F. J. The b(e) stars. In: **Physics of luminous blue variables; Proceedings of the 113th IAU Colloquium**. [S.l.: s.n.], 1989. p. 117–120. 13, 22
- _____. Current definition of b[e] stars. **Astrophysics and space science library**, v. 233, p. 1, 1998. 11, 13
- ZICKGRAF, F. J.; SCHULTE-LADBECK, R. Polarization characteristics of galactic b(e) stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 214, p. 274–284, 1989. 21
- ZICKGRAF, F. J.; WOLF, B.; LEITHERER, C.; APPENZELLER, I.; STAHL, O. B(e)-supergiants of the magellanic clouds. **Astronomy and Astrophysics**, v. 163, p. 119–134, 1986. 13, 21
- ZICKGRAF, F. J.; WOLF, B.; STAHL, O.; LEITHERER, C.; KLARE, G. The hybrid spectrum of the lmc hypergiant r126. **Astronomy and Astrophysics**, v. 143, p. 421–430, 1985. 3, 7, 9, 13, 21, 22

A APÊNDICE A - CÒDIGO JAVA: A CLASSE AlunoDeIC

```
/*
 * Calculos.java
 *
 * Created on 14 de Dezembro de 2007, 08:04
 *
 * To change this template, choose Tools | Template Manager
 * and open the template in the editor.
 */

package matematica;

/**
 * @author Eduardo
 */
public class AlunodeIC {

    protected static double r,v;
    private static double gamma;
    protected static double T,L,chi,k,delta,alfa,rc;
    private static double R,M;
    private static double C,p;
    public static double A1,A2,A3,A4;

    private static double testRaiz;

    //////////////////////////////////////// VARIAVEIS RUNGE-KUTTA
    private static double hh, h, h6, xh, x, y, yt, yout, dyt, dym, dydx, p;

    //////////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CASO ALPHA ZERO
    protected static double xyrec[][];
    protected static double yrec[];
    protected static double yini[];
    protected static double youti[];
    protected static double dydxi[];
    protected static double yins[];
    protected static double youts[];
    protected static double dydxs[];
```



```

protected static int ixrec[];
protected static int iyrec[];
public static int recont;
protected static double n = 0.01;

//////////////////////////////////// VARIAVEIS DO PONTO CRITICO
protected static double vchcrit,dvdrchcrit,mfluxch;
protected static double vedcrit,dvdredcrit,mfluxed;

//////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CALCULO DE
RAÍZES
protected static double xl[];
protected static double yl[];
protected static double xa[];
protected static double xb[];
protected static double xsec[][];
public static double mudx1,mudy1,mudx2,mudy2;
public static int nraizes;

// Estas variáveis são para checagem de valores
//////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CASO GERAL
public static double mincg, rmincg;
public static double maxcg, rmaxcg;
public static double rritcg, rrcrteg;

// Estas variáveis são para checagem de valores
//////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CASO PARTICU-
LAR
public static double xmaxcp, xmincp;
public static double mincp,maxcp;
public static double rritcp, rrcrtp;

// Constantes CGS
final static double kboltz = 1.380622e-16d;
final static double mhidro = 1.6733e-24d;
final static double gconst = 6.6732e-8d;
final static double massa_sol = 1.99e+33d;
final static double raio_sol = 6.96e+10d;
final static double lumi_sol = 3.86e+33d;

```

```

final static double ua = 1.4959789e+13d;
final static double vluz = 3e+10d;

//Constantes Adimensionais
final static double sigmae = 0.4;

// VELOCIDADE ISOTÉRMICA DO SOM
protected static double vsom,vsom2;

public AlunodeIC(double raio,double velocidade) {
this.r = raio;
this.v = velocidade;

//////////////////////////////////// RUNGE-KUTTA
yini = new double[100000];
youti = new double[100000];
dydxi = new double[100000];
yins = new double[100000];
youts = new double[100000];
dydxs = new double[100000]; //////////////////////////////////////
VARIAVEIS DO CASO ALPHA ZERO
xyrec = new double[2][100000];
ixrec = new int[100000];
iyrec = new int[100000];

//////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CALCULO DE
RAÍZES
xl = new double[1000000];
yl = new double[1000000];
xa = new double[10];
xb = new double[10];
xsec = new double[2][10];
xyrec = new double[2][100000];}

public AlunodeIC(){ ////////////////////////////////////// RUNGE-
KUTTA
yini = new double[100000];
youti = new double[100000];
dydxi = new double[100000];
yins = new double[100000];

```

```

youts = new double[100000];
dydxs = new double[100000];

////////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CASO ALPHA
ZERO
xyrec = new double[2][100000];
ixrec = new int[100000];
iyrec = new int[100000];

////////////////////////////////////// VARIAVEIS DO CALCULO DE
RAÍZES
xl = new double[1000000];
yl = new double[1000000];
xa = new double[10];
xb = new double[10];
xsec = new double[2][10];
xyrec = new double[2][100000]; }

public static void setTemperaturaEff(double temp){
T = temp; // Kelvin }

public static void setRaio(double raio,double raocrit){
R = raio*raio_sol; // CGS
rc = raocrit*raio*raio_sol; }

public static void setRaio(double raio){
R = raio*raio_sol; // CGS }

public static void setMassaEst(double massa){
M = massa * massa_sol; // CGS }

public static void setLuminosiEst(double lumi){
L = lumi*lumi_sol; }

public static void setChi(double trot){
chi = trot; }

public static void setK(double pradk){
k = pradk; }

public static void setDelta(double pvisco){

```

```

delta = pvisco; }

public static void setAlfa(double prad){
  alfa = prad; }

public static double getTemperaturaEff(){
  return T; }

public static double getRaioEst(){
  return R; // CGS }

public static double getMassaEst(){
  return M; // CGS }

public static double getLuminosiEst(){
  return L; }

public static double getChi(){
  return chi; }

public static double getK(){
  return k; }

public static double getDelta(){
  return delta; }

public static double getAlfa(){
  return alfa; }

public static double getRcrit(){
  return rc; }

public static void CalcGamma(){ if (L == 1.0) {gamma = 0.6;}

else{
  gamma = (sigmae*L)/(4*3.1415*gconst*M*vluz); }
}

public static double getGamma(){
  return gamma; }

public static void CalcVsom(){

```

```

vsom = Math.sqrt((2 * kboltz * T)/mhidro);
vsom2 = (2 * kboltz * T)/mhidro; }

public static double getVsom(){
return vsom; }

public static void CalcCeP(double mflux, double r){
if(alfa != 0){
if ((mflux == 0) && (k == 0)){
C = 0.0; }

else{
C = (gamma*gconst*M*k)/Math.pow((sigmae*vsom*mflux), alfa); }
}

else {
C = (gamma*gconst*M*k); }

P = (1 - Math.pow((1 - Math.pow(R/r, 2)), 1 + alfa))/((1 + alfa)*Math.pow(R/r, 2)); }

public static double getC(){
return C; }

public static double getP(){
return P; }

//////////////////////////////////// RUNGE-KUTTA DE ORDEM 4
// Esta Sub-rotina contém o método numérico Runge-Kutta.

public static double Runge_Kutta(double x, double y, double h, double dydx){
hh = h * 5e-1d;
xh = x + hh;
h6 = h / 6;
yt = y + hh * dydx;
dyt = derives(xh,yt);
yt = y + hh * dyt;
dym = derives(xh,yt);
yt = y + h * dym;
dym = dyt + dym;
dyt = derives(x+h,yt);

```

```

yout = y + (h6 * (dydx + (2 * dym) + dyt));
return yout;
}

```

```

////////////////////////////////////
//////////////////////////////////// CASO PARTICULAR
////////////////////////////////////

```

```

//////////////////////////////////// EQUAÇÃO ADMENSIONAL
// esta é a equação chamada pelo Runge-Kutta na caso restrito alfa zero.

```

```

public static double derives(double x, double y){
return 2 * ((1/x) - (1/(x*x))) / (y - (1/y)); }

```

```

//////////////////////////////////// CASO ALPHA ZERO
// Esta método processa o caso específico de alpha igual a zero.

```

```

public static void Alphazero(double passork){
recont = 0;

```

```

//////////////////////////////////// CALCULOS PRECEDENTES AO
RUNGE-KUTTA

```

```

double hs = passork;
double q = ((1 - gamma)*(1 - (chi*chi)) - (k * gamma));
double rcrit = (gconst * M * q)/(2 * vsom2);
rcritep = rcrit;
double hi = -hs;
double h = (n/hs);
double xmin = 0.0;
xmincp = xmin;
double xmax = (100.0 * R)/rcrit;
xmaxcp = xmax;
double rert = rcrit/R;
rertep = rert;

```

```

//////////////////////////////////// RUNGE-KUTTA ANTERIOR AO
PONTO CRITICO

```

```

double xouti = 1.0;
yini[1] = 1.0;

```

```

dydxi[1] = 1.0;

// A próxima variável tem como objetivo me fornecer o número de passos neces-
// sários para a integração numérica. Funciona da seguinte maneira: o limite
// superior menos o limite inferior, divididos pelo tamanho do passo.

int min = (int)((xmin - 1)/hi);
mincp = min;

for (int i = 1; i <= min; ++i){
youti[i] = Runge_Kutta(xouti,yini[i],hi,dydxi[i]);
yini[i+1] = youti[i];
xouti = xouti + hi;
dydxi[i+1] = derives(xouti,youti[i]);
xyrec[0][recont] = xouti;
xyrec[1][recont] = youti[i];
ixrec[recont] = (int)(xouti*100);
iyrec[recont] = (int)(youti[i]*100);
++recont; }

////////////////////////////////////// PONTO CRITICO

xyrec[0][recont] = 1.0;
xyrec[1][recont] = 1.0;
++recont;

////////////////////////////////////// RUNGE-KUTTA POSTERIOR AO
PONTO CRITICO

double xouts = 1.0;
yins[1] = 1.0;
dydxs[1] = 1.0;

// A próxima variável tem como objetivo me fornecer o número de passos neces-
// sários para a integração numérica. Funciona da seguinte maneira: o limite
// superior menos o limite inferior, divididos pelo tamanho do passo.

int max = (int)((xmax - 1.0)/hs);
maxcp = max;

for (int i = 1; i <= max; ++i){

```

```

youts[i] = Runge_Kutta(xouts,yins[i],hs,dydxs[i]);
yins[i+1] = youts[i];
xouts = xouts + hs;
dydxs[i+1] = derives(xouts,youts[i]);
xyrec[0][recont] = xouts;
xyrec[1][recont] = youts[i];
ixrec[recont] = (int)(xouts * 100);
iyrec[recont] = (int)(youts[i] * 100);
++recont; }
}

public static double getY(){
return xyrec[1][recont-1]; }
}

```