



P E S Q U I S A S  
D E  
E S T R Ê L A S                      B I N Á R I A S  
E S P E C T R O F O T O M É T R I C A S

Silvia Arakaki

1971

Í N D I C E

Prefácio .....	1
Aspecto teórico.....	2
Aspecto prático.....	10

A pesquisa de estrêlas binárias espectroscópicas é um trabalho que vem sendo realizado desde - alguns anos, principalmente pelos observatórios situados no hemisfério Norte.

A análise espectroscópica permite obter informações importantíssimas para Astronomia tais como: temperatura, massa, densidade, luminosidade estelares e assim como sua composição química. Foi através dela - que puderam fazer sondagens em todo universo.

O presente plano de pesquisa está dividida - em duas partes. Na primeira está explanada o seu - aspecto teórico, e na segunda a obtenção de medidas - na prática.

Na computação de dados terá como o ponto de orientação o método de Lehmann-Filhés, por ser mais - completo, mesmo assim não estará isento de sofrer - alterações no decorrer da pesquisa. Merecem ser citados outros métodos: Schwarzschild, Zurhellen e King.

Para concretização dêste trabalho espero contar com a colaboração do Observatório do Valongo.

## I- Aspecto teórico

### I.1-Introdução

O desenvolvimento da astrofísica depende em boa parte de dados precisos que são obtidos, através / de pesquisas de estrelas duplas. Estas nos fornecem / medidas de massas e raios estelares com uma certa / aproximação, estando os erros condicionados aos méto/ dos teóricos e práticos.

Embora existam estrelas de natureza duplas nem todas formam sistemas binárias. Consideramos / como sistema binária a união de duas estrelas pela / atração gravitacional.

A componente mais brilhante é designada / por " estrela principal" e a mais fraca por " estre/ la companheira."

As estrelas binárias podem ser visuais, / espectroscópicas e fotométricas.

Com estudo das binárias podemos determi/ nar suas massas, conjugando as medidas de visuais e espectroscópicas ou estas com as fotométricas.

Nesta pesquisa daremos maior ênfase ao estudo de estrelas binárias espectroscópicas e fo/ tométricas porque utilizaremos suas medidas para / obtenção de suas massas.

Os parâmetros massas e raios são funda/ mentais no estudo da estrutura estelar.

### I.1.2- Estrêlas binárias espectroscópicas

São pares de estrêlas tão próximas entre si que não é possível separá-las visualmente, mesmo com / os meios óticos de grande poder de resolução, e esta ineficiêcia é suplantada pelos espectrógrafos.

No espectrograma observa-se pares de linhas distintas com oscilções periódicas e amplitudes dife/ rentes interpretadas como sendo velocidades radiais / em movimento orbital.

Devemos tomar precauções afim de não con- / fundir com as variáveis pulsantes que também apresen/ tam oscilações das raias provocadas pelo movimento / pulsante de suas massas.

Se houver uma diferença acentuada de brilho das componentes, o registro espectral apresentará uma única linha e neste caso é conhecida como binária / espectroscópicas de uma linha.

Com as medidas de velocidades radial, pode/ mos plotar um gráfico, tendo para o eixo da ordenada a velocidade radial e o eixo da abcissa o período , como mostra a fig. (I)

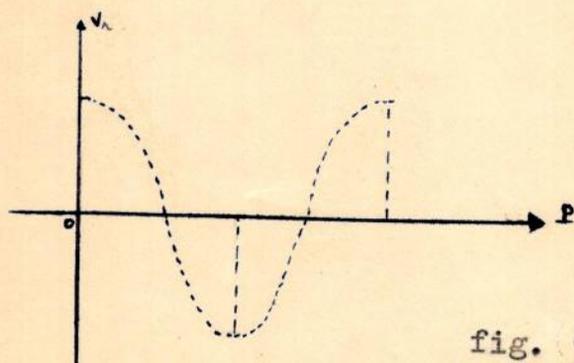


fig. ( I )

Sendo os pontos A e B os nodos ascendente e descen-  
dente.

Se a diferença é mínima ambas linhas são detetadas em fase de velocidade máxima diferentes, isto é, em aproximação e recessão como pode verificar na figura (II).

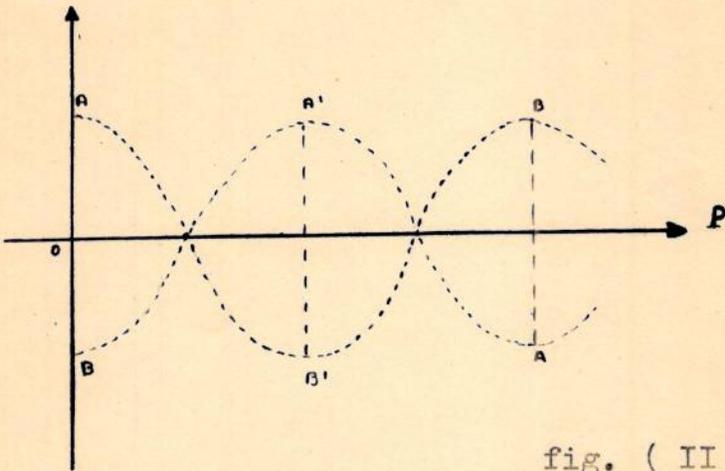


fig. ( II )

Há casos que podem verificar o alargamento de linha , tornando-a um pouco confusa. Caso haja suspeita de ser uma estrela binária / deve-se utilizar um espectrógrafo de alta dispersão.

Os períodos de revolução são muito inferiores aos das binárias visuais, a maior parte das vezes estão compreendidos entre 5 e 50 dias / por vezes observam-se períodos maiores que chegam a atingir cerca de 20 anos.

O mais curto período de revolução / até agora observada em relação a uma estrela binária espectroscópica é de 20 horas.

Quanto menor for o período de revolução /

ção tanto mais circulares serão suas órbitas.

### I.1.3- Estrêlas binárias fotométricas

Estrêlas binárias fotométricas são sistemas, cujas as componentes estão bastante próximas entre si, que em cada revolução umas das componentes podem ocultar total ou parcialmente a outra.

A luminosidade do sistema varia periodicamente manifestando-se grande enfraquecimento de luz, quando a estrêla menos luminosa oculta a mais brilhante, temos então o "mínimo secundário". Quando a estrêla menos luminosa passa por detrás da mais brilhante, temos o que denominamos de "mínimo primário".

Podemos ter uma idéia do fenômeno de eclipse vendo a figura (III) abaixo.

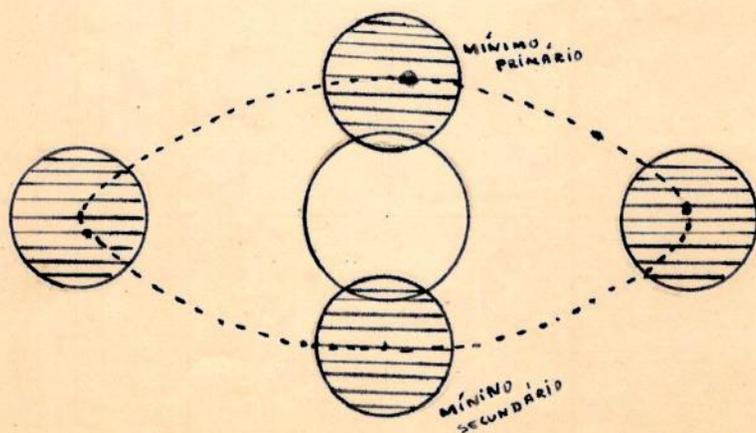


fig. ( III )

Quando a trajetória da estrela é perpendicular a linha de visada ou  $i = 90^\circ$ , pode ocorrer a eclipse anular ou a eclipse total; a primeira acontece quando a estrela principal é ocultada, e a segunda quando a estrela secundária é eclipsada.

Se a inclinação ( $i$ ) não for perto de  $90^\circ$  a eclipse não é central, decorre um desvio e os limites deste desvio dependem da dimensão relativa de estrela e a separação angular.

As eclipses estão separadas de meio período se a órbita for circular, mas não acontecerá o mesmo se a órbita for elíptica.

O período das binárias eclipsantes são muito curto, variando de algumas horas no máximo a alguns dias.

Se as componentes estão separadas de alguns décimos do diâmetro ou se estiverem constantemente em contacto as estrelas sofrem uma distorção na suas formas devido a atração gravitacional mútua, aproximando suas formas de um elipsoide.

Fora da eclipse as componentes apresentam uma variação de luminosidade semelhante a uma variação senoidal, se colocarmos sobre uma curva de luz de um par que esteja na eclipse verifica-se entre as eclipses a luz é constante podemos estimar sua extensão fazendo a retificação. A figura (IV) mostra o gráfico de uma curva retificada.

A curva de luz das binárias fotométricas é caracterizada pela existência de dois mínimos / por período e cujas amplitudes podem ser totalmen/ te diferentes.

A curva de luz têm diversas formas; na maioria dos casos são curvas assimétricas.

Estrêlas binárias fotométricas estão / classificadas em três importantes grupos de acorê/ do com a forma da curva de luz.

- a) -  $\beta$  Persei ( Algol )
- b) -  $\beta$  Lyrae
- c) -  $\beta$  Ursae Majoris.

a-  $\beta$  Persei- Foi a primeira estrêla fotométrica observada, é conhecida também(como) por Algol. Em tôrno desta estrêla gira num periodo de 68.8 horas uma companheira muito mais fraca. O fenômeno da eclipse dura cerca de 10 horas.

b-  $\beta$  Lyrae-Tem uma componente elipsoidal. O seu período é de 12 dias.  $\beta$  Lyrae tem sido / muito estudado por exibir um intercâmbio atmos/ ferat estelar.

c-  $\beta$  Ursae Majoris- São estrêlas binárias / cujas as componentes são elipsoidais, sempre /st estêstão em contacto. O seu período é de 1 dia.

Estrêla	Período	Massa	Raio
$\beta$ Persei	2.867 dias	4.7 e 0.9	2.6 e 2.9
$\beta$ Lyrae	12.925 "	9.7 e 19.5	19.2 e 13.8

III- Cálculo da equação de velocidade radial associada aos elementos orbitais.

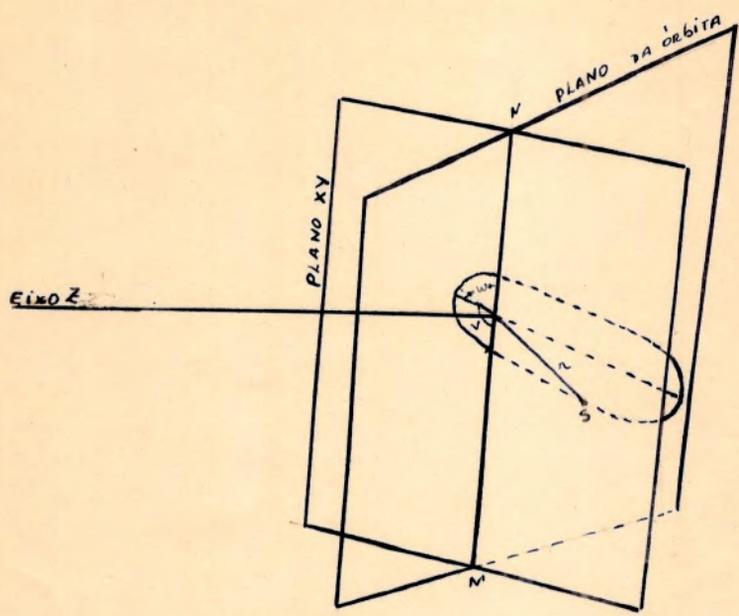


fig. (IV)

- S = é um ponto na órbita
- $v + w = u$  = argumento da latitude
- Z = distância do plano XY
- r = raio vetor
- v = anomalia verdadeira

$$Z = r \sin i \sin(v+w)$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(v+w)}$$

A velocidade no ponto S será

$$\frac{dz}{dt} = \text{sen } i \text{ sen } (v+w) \frac{dr}{dt} + r \text{ sen } i \cos (v+w) \frac{dv}{dt}$$

$$r \frac{dv}{dt} = \frac{\mu a (1 + e \cos v)}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\mu a e \text{ sen } v}{\sqrt{1-e^2}}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\mu a \text{ sen } i}{\sqrt{1-e^2}} [e \cos w + \cos (v+w)] \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = V + \frac{dz}{dt}$$

$\frac{d\zeta}{dt}$  = representa a velocidade observada no momento

#### IV: Aspecto prático

##### IV.1- Obtenção de elementos orbitais na prática

Para determinar a órbita das binárias é preciso estar de posse de certos dados e poderemos através do método de Lehmann-Filhés, obtê-las.

Já foi citado anteriormente que as binárias espectroscópicas possuem período muito curto. Nesta - pesquisa nos interessará somente binária com período menor de 6 dias.

Podemos verificar pela tabela II " Orbits - of spectros binary stars do livro Binary Stars, " que 87.2% de binárias eclipsantes apresentam período menor de 6 dias.

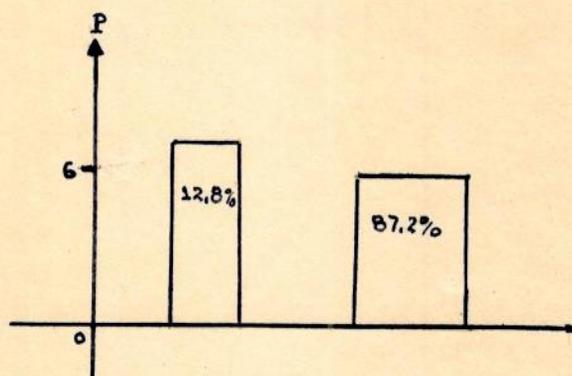


fig. (V)

##### IV.2.- Elementos orbitais.

São sete os parâmetros que determinam uma órbita.

- 1- (e)- excentricidade - que dá a forma da órbita
- 2- (i)- inclinação do plano da órbita - é o ângulo

entre o plano da órbita e o plano da linha de  
de visada.

- 3- ( $w$ )- é o ângulo entre linha dos nodos e o eixo /  
maior.
- 4- ( $P$ )- Período- é o tempo que leva uma estrêlas  
para dar uma volta completa em torno da  
outra.
- 5- ( $a$ )- eixo maior
- 6- ( $T$ )- O tempo da passagem pelo periastro.
- 7- ( $(a \cdot \sin i)$ )-

Os parâmetros ( $i$ ) e ( $w$ ) fixam a órbita no  
espaço e o parâmetro ( $a$ ) dá o tamanho.

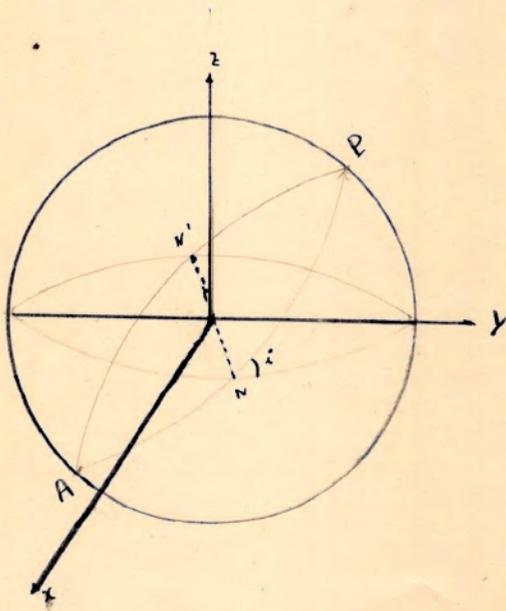


fig. (6)

V- Obtenção de medidas orbitais de estrelas binárias espectroscópicas

Os elementos orbitais serão adquiridas a partir da curva de velocidade radial. Inicialmente / construiremos a curva de velocidade radial e para / será necessário ter medidas de velocidade radial em vários tempos e sabemos que cada observação estará / associada com dias julianos.

Para obter estas medidas utilizaremos um / espectrógrafo Zeiss, que deverá trabalhar acoplado / ao telescópio Cassegrain com diâmetro de 60 cm.

A faixa de comprimento de onda que usaremos é a faixa visível de  $3.400\text{Å}$  a  $9.000\text{Å}$  e com a dispersão de  $137\text{Å/mm}$  e  $86\text{Å/mm}$ .

O feixe de luz incidirá no instrumento / indo dispersar sobre uma superfície, apresentando-se sob a forma de espectro, onde será fotografado

Obtido o espectro levaremos ao "Comparador de perfil de raia".

V.1- Redução de medidas de velocidade radial.

Cálcularemos o desvio que poderá apresentar e sabemos que a precisão será dado em cm .

Para dispersão  $86\text{Å/mm}$

$$\begin{array}{r} 86\text{Å} \\ \times \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 1\text{mm} \\ 10^{-3} \end{array}$$

$$x = 0,0864$$

) Para dispersão  $137\text{\AA}/\text{mm}$

$$137\text{\AA} \quad 1\text{mm}$$

$$x \quad 10^{-3}$$

$$x = 0,137$$

Levando o valor de  $x$  na fórmula  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$ , teremos o valor de  $v$

$$\text{Fazendo } \lambda = 5.000$$

$$\frac{0,086}{5.000} = \frac{v}{3 \times 10^{10}} \quad v = \pm 5.1 \text{ Km}$$

$$v = \frac{0.37 \times 3.10}{5.000} = \pm 8.2 \text{ Km}$$

O sinal (+) e (-) significa que deverá somar ou diminuir da velocidade medida.

Com os valores de medidas de velocidade radial, poderemos plotar um diagrama de fase.

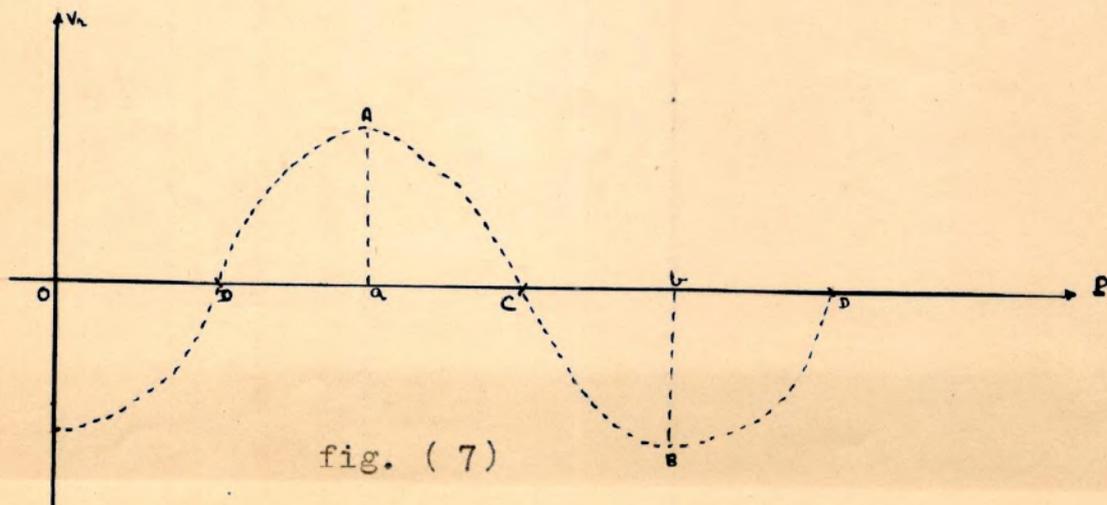


fig. (7)

Sendo A e B ,os pontos que representa os nodos ascendente e descendente.

Tempo de passagem nodal

$$v + w = 0^\circ$$

$$v + w = 180^\circ$$

Velocidade máxima e mínima nos pontos nodais

$$\cos (v + w) = \pm 1$$

da eq. (1)

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\mu a \operatorname{sen} i}{\sqrt{1-e^2}} \left[ e \cos w \cos (v + w) \right]$$

fazendo

$$K = \mu a \operatorname{sen} i / \sqrt{1-e^2}$$

$$A = K ( e \cos w + 1 )$$

$$B = K ( 1 - e \cos w )$$

$$\frac{A+B}{2} = K$$

$$\frac{A-B}{2} = K e \cos w \quad \text{eq. (2)}$$

$$\frac{A-B}{A B} = e \cos w$$

Rescrevendo a eq. (1). vem

$$\frac{dz}{dt} = \frac{A-B}{2} + \frac{A+B \cos (v+w)}{2} \dots \dots \dots (3)$$

Pela fig. (7) podemos afirmar que

$$Aac = cbB = DaA$$

Pelas eq. (3) e (2)

$$\cos (v+w) = - \frac{A-B}{A+B} = - e \cos w \dots\dots\dots (4)$$

$v_1$  = anomalia no ponto c (verdadeira)

$v_2$  = anomalia verdadeira no ponto D

$$\text{sen} (v_1 + w) = \text{positivo}$$

$$\text{sen} (v_2 + w) = \text{negativo}$$

$$\cos (v_1 + w) = \frac{-A-B}{A+B}$$

$$\text{sen} (v_1 + w) = \frac{2\sqrt{AB}}{2}$$

$$\cos (v_2 + w) = \frac{A-B}{A+B}$$

$$\text{sen} (v_2 + w) = - \frac{2\sqrt{AB}}{A+B}$$

Chamando de  $Z_1$  e  $Z_2$  os raios vetores nos pontos C e D

$$Z_1 = r_1 \text{ sen } i \text{ sen} (v_1 + w)$$

$$Z_2 = r_2 \text{ sen } i \text{ sen} (v_2 + w) = - r_2 \text{ sen } i \text{ sen} (v + w)$$

$$\frac{-Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{1 + e \cos v_2}{1 + e \cos v_1}$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \cos v} \quad \text{fazendo } v = (v \quad w \quad -w)$$

$$\frac{-Z_1}{Z_2} = \frac{\text{sen} (v_1 + w) - e \text{ sen } w}{\text{sen} (v_1 + w) \quad e \text{ sen } w}$$

$$e \text{ sen } w = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \text{ sen} (v_1 + w) = \frac{2\sqrt{AB}}{A+B} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 - Z_2} \dots\dots\dots (7.)$$

As eqs. (2) e (7) determinam a (e) excentricidade e w

$Z_1$  e  $Z_2$  - são obtidos medindo com planímetro as áreas  
Aac e bBD

Se  $v=0$  teremos

$$\frac{dz}{dt} = K (1+e) \cos v \dots\dots (8)$$

$$\frac{T_0 E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \text{tg } v$$

$v$  = anomalia verdadeira

$E$  = anomalia excentrica

$M$  = anomalia média.

$$T = \frac{t - E - e \text{sen } E}{\mu}$$

Se a excentricidade for  $e < 0,77$ , o valor de  $M$ , correspondente a  $v$ , pode ser tomado diretamente na Tables ALL-GHENY e  $T$

$$M = \mu (t - T)$$

$$K = \frac{\mu a \text{sen } i}{\sqrt{1 - e^2}}$$

$$\mu = \frac{K \sqrt{1 - e^2}}{a \text{sen } i} = \frac{A + B}{2} \cdot \frac{\sqrt{1 - e^2}}{a \text{sen } i}$$

## Resumo

- 1- Plotar a curva de velocidade radial achando o P
- 2- Medir as áreas AaC e BbD
- 3- Com eqs. (2) e (7 ) determina K,e,w
- 4- Com eq. (8) ,oum pelo cálculo de,valor de v. Ache T no ponto C
- 5- Eq.(9) determina a.sen i

## VI- Elementos de estrelas fotométricas e determinação da curva de luz.

### VI.1-Elementos à determinar

$\frac{B_1}{B_2}$  = Razão de luminosidade de duas estrelas

$\frac{R_1}{a}$  e  $\frac{R_2}{a}$  = Razão do seu raio com o raio da órbita relativa.

$i$  = inclinação

### VI.2 Curva de luz

A curva de luz ,é uma representação gráfica de variação de luminosidade em função do tempo.

Para construir a curva de luz, fotografa-se várias vezes a estrela com intervalos bem determinado ,reunindo os diversos pontos ,tem-se a curva da - de luz

Utilizaremos para êste fim um fôtometro fotoelétrico que trabalhará acoplado ao(tes) telescópio Cassegrain de 50cm. O fôtometro possui duplo canal - que registrará simultaneamente a luminosidade de estrela eo fundo do céu ,porém na resposta só estará - impressa a luminosidade de estrela já corrigida, e para melhor precisão nas medidas usaremos o menor - diafragama.

Com as medidas levantaremos a curva de luz e para nossos cálculos só nos interessará a curva já retificada.

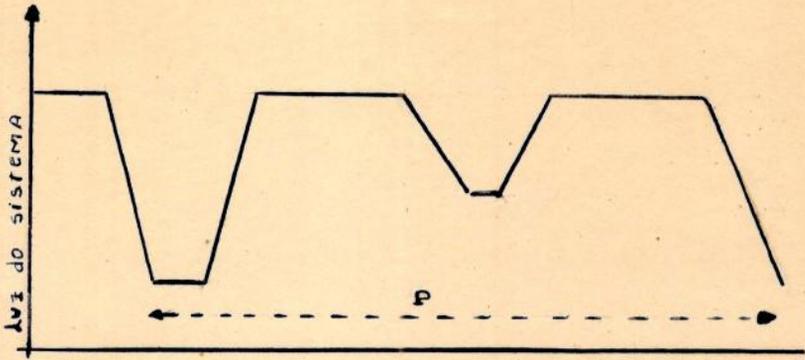


fig.8

Quando a estrela menor for eclipsada no "mínimo primário" como mostra a fig.(3), podemos afirmar - que a perda de luminosidade será calculada pela eq - equação.

$$l_1 = B_1 S_1 f_0 \dots \dots \dots (10)$$

onde,

$S_1$  = superfície aparente da estrela

$f_0$  = fração da área eclipsada

$B_1$  = Brilho da estrela

Para "mínimo secundário" temos

$$l_2 = B_2 S_2 f_0 \dots \dots \dots (11)$$

dividindo a eq.(11) por (10)

vem

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{B_1 S_1 f_0}{B_2 S_2 f_0} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{B_1}{B_2} \dots \dots \dots (13)$$

" A razão entre as luminosidades é igual a razão entre a perda de luz em dois mínimos da curva retificada."

Se no mínimo primário a estrela menor é totalmente ocultada temos

$$l_1 = l_2$$

$$L = 1 - l_1$$

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{l_2}{(1 - l_1)} \quad \text{levando na eq. (13)}$$

temos

$$\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \frac{IB_2}{IB_1} = \frac{l_2}{1 - l_1} \quad \dots\dots (14)$$

chamando de

$$K = \frac{R_1}{R_2} \dots\dots\dots (15)$$

$$K^2 = \frac{l_2}{1 - l_1} \dots\dots\dots (16)$$

### VI.3- Determinação de $\frac{R_1}{a}$

A perda de luz na eclipse principal é  $1-L$ , é proporcional cada instante a fração

$$1-L = f l_1^2$$

$$1-L = f l_1 \dots\dots\dots (17)$$

é conhecida em função do  $K$

$\frac{\delta}{R_1}$ ,  $\delta$  = distância aparente dos componentes a projeção do raio  $a$  da órbita relativa.

$\frac{\rho}{\rho_0}$  ..... (18) expressa em função do (i) e ângulo de fase  $\theta$

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \cdot \sin^2 \theta \quad \dots\dots\dots (19)$$

Obs.

Eclipse parcial  $f_0 < 1$

$$l_1 = l_1 f_0$$

$$l_2 = l_2 k^2 f_0$$

$$f_0 = \frac{l_1 + l_2}{k^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

Resumo

1- Pela equação (13) determina  $\frac{B_1}{B_2}$

2- Pela equação (16) determina  $R_1/R_2$

3- Pela equação (17) determina  $R_1/a$

VII- Combinação de medidas fotométricas e espectroscópicas.

A curva de velocidade radial nos fornece os produtos  $M_1 \text{sen}^3 i$  e  $M_2 \text{sen}^3 i$ .

A posição do centro de gravidade do sistema é dado pela formula

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$

e pela 3ª lei de Kepler

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2}$$

obtemos o valor de  $M_1$

$$M_1 = \frac{a_2^3}{P^2 \left( 1 + \frac{a_1}{a_2} \right)}$$

não conhecemos o valor de  $a$ , mas o produto  $a \text{sen} i$

$$a \text{sen} i = a_1 \text{sen} i + a_2 \text{sen} i$$

$$M_1 \text{sen}^3 i = \frac{(a \text{sen} i)^3}{P^2 \left( 1 + \frac{a_1 \text{sen} i}{a_2 \text{sen} i} \right)}$$

como conhecemos  $\text{sen} i$ , determinamos a massa.

Pela curva de luz obtemos o raio  $a$  da órbita relativa e a razão entre os raios da componentes.