



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

OBSERVATÓRIO DO VALONGO

CONSTANTE DE HUBBLE: DETERMINAÇÃO  
E IMPLICAÇÕES COSMOLÓGICAS

Projeto de Clara Tereza Ferreira dos Santos  
Orientado pelo Professor José Augusto Buarque de Nazareth

Rio de Janeiro

Maior, 1979

Quero agradecer ao professor JOSÉ AUGUSTO BUARQUE DE NAZARETH pela valiosa orientação na elaboração desse Projeto, as colegas YARA DO AMARAL COUTINHO e ADELI TEXEIRA BALDEIA pela ajuda prestada na plotagem dos gráficos e a amiga LÚCIA HELENA RIBEIRO por sua colaboração em todo o trabalho.

CLARA TEREZA F. DOS SANTOS

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais e a todos os seres humanos que, neste mundo, vagam a procura de caninhos que os levem a desvendar os mistérios do universo.

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	05
Seção 1 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	07
1.1 - Sistema de Classificação de Hubble.....	08
1.2 - Lei de Hubble.....	11
1.3 - Constante de Hubble.....	14
1.4 - As Galáxias.....	16
1.4.1 - Galáxias Elíticas.....	16
1.4.2 - Galáxias Espirais.....	17
1.4.3 - Galáxias Irregulares.....	20
1.5 - Grandezas Básicas.....	22
1.6 - Cosmologia e alguns modelos cosmológicos.....	25
1.6.1 - Modelo do Estado Estacionário.....	25
1.6.2 - Modelo de Milne.....	26
1.6.3 - Modelo de Einstein- de Sitter.....	26
1.6.4 - Algumas Idéias Sobre Origem do Universo.....	29
Seção 2 - TESTES OBSERVACIONAIS.....	31
2.0 - Observações Óticas e Modelos Cosmológicos.....	32
2.1 - Relação $\log z \times m_{pg}$ .....	32
2.1.1 - Relação $\log z \times m_v$ para aglomerados de galáxias.....	41
2.2 - Relação Magnitude / Contagem Galáctica.....	43
Seção 3 - ANÁLISE DE RESULTADOS.....	49
3.1 - Relação $\log V_R / d$ .....	50
3.2 - Determinação da Constante de Hubble.....	52
3.3 - Distribuição de Frequência.....	53
Seção 4 - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	55
BIBLIOGRAFIA.....	59

E R R A T A

pag.	linha	onde se lê	leia-se
17	5	"... e as $I_m$ ..."	"... e as $I_m$ , (Irr tipo Grande Nuvem de Magalhães)..."
17	15	"... e se dividem em dois:..."	"... e se dividem em dois grupos:..."
48	14	"... em excesso cerca de 200km/s,..."	"... em excesso em cerca de 200km/s,..."

OBSERVAÇÃO

Após o Projeto concluído, chegou ao Observatório do Valongo o volume 186, nº3, de Março de 1979, da Monthly Notices of The Royal Astronomical Society. Nesta revista encontramos um artigo de David Branch intitulado "On the use of Type I Supernovae to determine the Hubble constant" ( pages. 609-616), onde o autor encontra "o resultado formal"

$$H_0 = 56 \pm 15 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} .$$

Apesar deste valor se incluir no intervalo de constantes de Hubble que determinamos (ver Conclusões), verificamos, na pag. 615, que

"Em vista do fato de que a maioria dos outros métodos para determinação de  $H_0$  produz valores superiores, é apropriado perguntar: que transformações seriam necessárias imprimir a cada parâmetro envolvido a fim de aumentar o resultado das supernovas para  $H_0$  por um fator de 2 ? \*

Este texto está em perfeito acordo com os comentários e resultados obtidos neste trabalho.

\* Por que ?

## INTRODUÇÃO

A Astronomia Estatística é, certamente, um dos mais ricos campos de pesquisas na Astronomia, mesmo em observatórios que possuem recursos experimentais precários. E isto porque os próprios atlas e catálogos fornecem elementos suficientes para trabalhos relevantes.

No Curso de Astronomia, a ausência de algum estudo mais extensivo envolvendo a Astronomia Estatística orientou a escolha deste Projeto. Não só para que pudéssemos contar com roteiro de trabalho nesta área, servindo portanto, como uma possível fonte de motivação a outros colegas, mais também a fim de que a observação do parágrafo anterior se tornasse bastante explícita.

Dentre as diferentes alternativas, a escolha recaiu sobre uma pesquisa envolvendo determinações da constante de Hubble (H). Não cabe aqui discutir as razões, estritamente pessoais, que guiaram esta escolha, porém frisamos que a cosmologia desperta em todos os alunos do Curso muita curiosidade, sendo então motivo de continuados debates e de especulações, e que tais discussões sempre envolvem esta constante, pois que a lei de Hubble, que introduz a constante, é talvez o fato cosmológico observável mais significativo.

Entretanto, uma simples inspeção nas diferentes determinações de H, feitas ao longo de aproximadamente meio século, (ver seção 1.3), evidencia em primeiro lugar a enorme dificuldade de seu cálculo, e em segundo lugar, que até a presente data os especialistas não foram capazes de gerar valores que possam ser aceitos sem restrições.

Qual a origem de tais dificuldades e quais as consequências dessas incertezas?

Nosso Projeto pretende examinar com alguns detalhes a primeira das questões apontadas, pois que ela é, antes de tudo, um problema da Astronomia observacional. A segunda questão envolveria, basicamente, um aprofundamento maior nas teorias cosmológicas, e para tanto não é suficiente a base formal oferecida pelo Curso de Astronomia.

De qualquer forma, uma breve <sup>3</sup>discussão dos aspectos que, acreditamos, sejam relevantes para uma melhor compreensão dos denominados modelos cosmológicos, foi apresentada. Além disso, porque a amostra a ser analisada é constituída por galáxias, pareceu-nos adequado a apresentação de uma seção descritiva das diferentes classes destes objetos, bem como de algumas informações sobre seus conteúdos estelares e gasosos.

gasosa  
estelares  
contém poeira

Na penúltima seção são discutidos os problemas envolvidos na determinação de  $H$  a partir de amostra retirada do "Uppsala General Catalogue of Galaxies" (UGC), e os resultados obtidos foram apresentados.

As conclusões e idéias para continuação das pesquisas apontadas ao longo do texto foram sumarizadas na seção 4.

Finalizando, acreditamos ser útil frisar que a constante de Hubble não tem ainda um valor reconhecido como adequado pela comunidade científica, e que, portanto, muito trabalho terá de ser feito nesta área, abrindo amplas perspectivas para todos que se interessam pela cosmologia.

SEÇÃO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS



## 1.1 - SISTEMA DE CLASSIFICAÇÃO DE HUBBLE

Os primeiros observadores viam as galáxias através de seus pequenos instrumentos como manchas difusas, circulares ou elíticas, mais luminosas para o centro, porém desprovidas de qualquer estrutura interna.

Nos meados do século XIX, Lord Rosse descobriu, através de instrumentos mais possantes, que grande número delas possuíam um aspecto de torvelinhos que se enrolavam em torno de uma região central mais brilhante.

No final do século XIX e início do século XX, com o emprego de fotografias e telescópios mais possantes, muitos astrônomos, como I. Roberts (1890), Ritchey e Keeler (1900), Duncan, Hubble, Curtis, et al., coletaram grande número de dados que abrangiam várias centenas de galáxias das mais brilhantes do céu e milhares das mais débeis, o que levou Hubble a construir o seu sistema de classificação onde as galáxias são organizadas de acordo com sua forma.

Apesar de haver surgido posteriormente outros sistemas de classificação (Sistema de Holmberg, que foi apresentado e definido pela primeira vez no Lund Need nº 136 (1958); Sistema de G. de Vaucouleurs, que é um sistema bastante elaborado e complexo; Classificação de Yerkes, que distribui as galáxias segundo parâmetros de classificação "grupos de população" e "famílias morfológicas"), o sistema de Hubble continua sendo o mais utilizado.

Neste sistema as galáxias são divididas em três grandes grupos:

- Elíticas (E) ,
- Espirais (S) ,
- Irregulares (I).

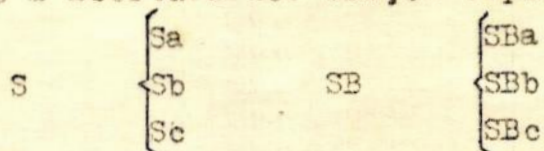
**Elíticas:** suas formas aparentes variam através de uma série de elipses cujo achatamento vai aumentando, desde objetos perfeitamente circulares até objetos lenticulares. A sequência desses achatamentos é descrita através de índices que variam de 0 a 7 (esses índices medem a diferença relativa do comprimento dos eixos). Tais índices são obtidos pela expressão

$$E_n = (1 - b/a) 10,$$

onde a é o semi-eixo maior do elipsóide e b o semi-eixo menor. Assim sendo, as galáxias tipo E0 são circulares em sua imagem projetada, enquanto os objetos E7 são bem achatados.

**Espirais:** as espirais por si mesmas formam duas sequências: as espirais normais (S) e as espirais barradas (SB). Cada uma dessas sequências se subdivide em 3 subclasses, conforme o tamanho do nú

cleo e a abertura dos braços espirais. Assim temos:



Sa, SBa: são objetos que possuem regiões nucleares grandes e muito brilhantes e braços espirais muito fechados;

Sb, SBb: essas galáxias apresentam regiões nucleares menores e os braços espirais mais abertos;

Sc, SBc: nessas, os núcleos são pouco destacados e a estrutura espiral muito aberta e ramificada.

Irregulares: Hubble considerou essas galáxias como uma classe distinta de objetos. Esses sistemas apresentam ausência de forma.

Em trabalhos posteriores, 1958, Holmberg mostrou que existem dois tipos totalmente diferentes de galáxias irregulares:

Irregulares tipo I (Irr I),

Irregulares tipo II (Irr II).

Irregulares tipo I: possuem um conteúdo estelar semelhante ao das nuvens de Magalhães. Alguns autores consideram esse tipo como uma situação extrema da sequência das espirais;

Irregulares tipo II: talvez a grande maioria das Irr II sejam galáxias normais em fase pós-eruptiva de suas evoluções. Outras são resultado de interações gravitacionais entre galáxias.

Galáxias SO: Hubble as introduziu em seu diagrama em 1930, dizendo:

"A junção entre as galáxias elíticas e as espirais pode ser representada por uma classe SO, mais ou menos hipotética".

Observações posteriores confirmaram a existência dessa classe.

Diagrama de Hubble ("tuning-fork")

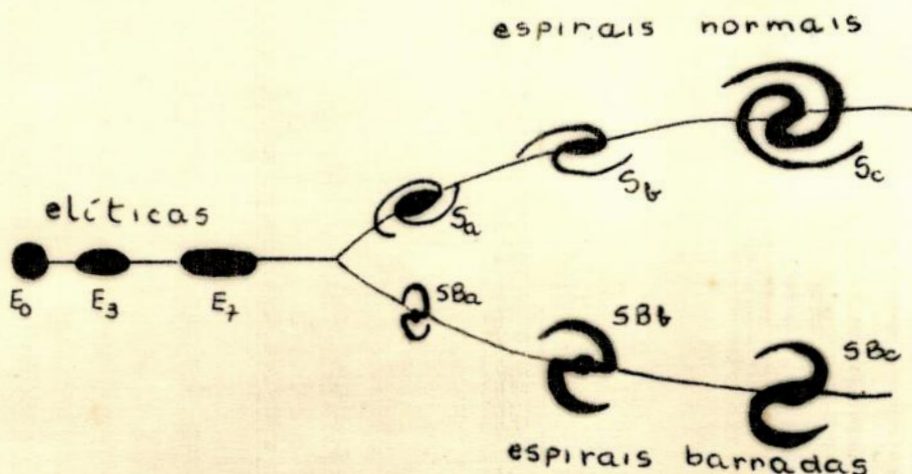
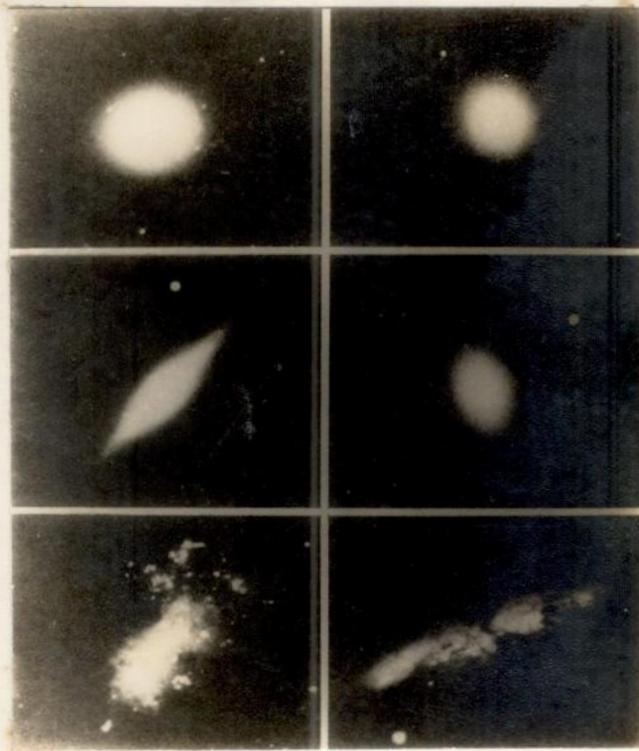


fig.1

Hubble foi cuidadoso em nunca sugerir que seu esquema de classificação representava uma sequência evolucionária.



←elíticas

←irregulares

fig.2

espirais  
barradas  
↓

espirais  
normais  
↓



fig.3

## 1.2 - LEI DE HUBBLE

Um traço característico do espectro de um objeto extragaláctico é que todas as linhas espectrais e bandas são desviadas para o vermelho. Este efeito é observado em todas as galáxias, com exceção das do Grupo Local.

O quanto as linhas são deslocadas depende do comprimento de onda. Para todas as linhas no espectro de uma dada galáxia, o valor da razão  $z$ , chamada deslocamento para o vermelho é constante (não depende de  $\lambda$ ):

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad , \quad (1.2.1)$$

onde  $\Delta\lambda$  é a amplitude do deslocamento da linha, que em condições de laboratório corresponde ao comprimento  $\lambda$ . A constância dessa razão, originariamente detectada só na região visível, foi também confirmada por rádio emissão na década de 50 e resultou que valores desta razão são idênticos para radiações na região visível e de rádio.

Uma das razões conhecida atualmente para um deslocamento da linha espectral proporcional ao comprimento de onda se deve ao afastamento da fonte de luz em relação ao observador. Então, como segue da lei de Doppler (forma relativística),

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \quad , \quad (1.2.2)$$

onde  $v$  é a velocidade da fonte de luz em relação ao observador.

V.M. Slipher foi o primeiro astrônomo a notar a grande velocidade radial das galáxias. Mais tarde M.L. Humason e principalmente Hubble (1929), trabalhando com distâncias e velocidades radiais de um número suficientemente grande de galáxias, chegou a uma surpreendente relação entre distância e velocidade radial das galáxias: todas as galáxias (com exceção de três ou quatro mais próximas) parecem afastar-se de nós a velocidades tanto maiores quanto mais distantes elas estão.

Ou seja, existe uma relação linear entre as velocidades radiais e as distâncias, que é dada por

$$V_r = H r + R' \quad , \quad (1.2.3)$$

onde

$R'$ : termo aleatório, (?) *velocidade da nossa Gal.*

$r$ : distância,

$V_r$ : velocidade radial,

$H$ : constante de Hubble.

A equação (1.2.3) é conhecida como Lei de Hubble e uma vez que as velocidades radiais aumentam para distâncias maiores, as linhas espectrais são deslocadas mais e mais para comprimentos de onda maiores na direção do vermelho. Por esta razão, a equação é também conhecida como deslocamento para o vermelho.

Da relação (1.2.2), e considerando  $v \ll c$ , o que é verdadeiro para objetos que não estejam muito distantes, temos

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{v}{c} \quad (1.2.4)$$

Substituindo (1.2.3) em (1.2.4),

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{H r}{c} \quad (1.2.5)$$

A equação (1.2.5) é satisfeita estatisticamente para todas as galáxias, mas isto não significa que não existam velocidades peculiares aleatórias que também causam deslocamento das linhas espectrais, portanto alterando um pouco os valores de  $z$ , e elas são responsáveis por alguns desvios na equação (1.2.5) em objetos individuais. Estes desvios podem disfarçar completamente o efeito Hubble nos casos em que os valores de  $z$  permitidos pela equação (1.2.5) são pequenos, como o caso das galáxias mais próximas. É por isso que a Lei de Hubble não é satisfeita para as galáxias do Grupo Local.

As galáxias parecem seguir a lei dada por (1.2.3), mas isto não significa que nossa galáxia esteja numa posição privilegiada no universo, uma vez que o mesmo efeito de galáxias afastando-se com velocidades proporcionais às distâncias deve ser também observável em uma galáxia arbitrária.

De fato, denotemos duas galáxias quaisquer por  $G_1$  e  $G_2$ ;  $\vec{r}_1$  e  $\vec{r}_2$  denotam os vetores traçados da nossa galáxia às galáxias  $G_1$  e  $G_2$ , respectivamente. Assim, pela lei de Hubble as velocidades  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$  são dadas por

$$\vec{v}_1 = H \vec{r}_1 \quad , \quad \vec{v}_2 = H \vec{r}_2 \quad .$$

Portanto, a velocidade  $\vec{v}$  da galáxia  $G_2$  em relação a  $G_1$  é proporcional à distância entre elas ( ver figura 4 ):

$$\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = H \vec{r}_1 - H \vec{r}_2 = H (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = H \vec{r} \quad .$$

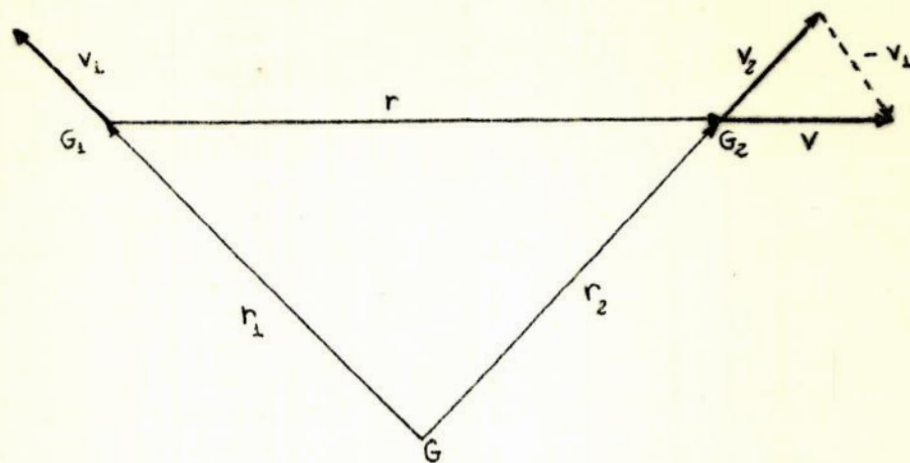


fig.4

→ O fato das galáxias estarem se afastando uma<sup>s</sup> das outras constitui a chamada expansão do universo.

→ (Porém) segundo a Teoria da Relatividade o espaço inteiro está se dilatando com as galáxias que se encontram nele, resultando disso um aumento contínuo da distância entre as galáxias.

Outra razão para o deslocamento das linhas espectrais é o efeito Einstein, descrito pela relação

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{G M}{c^2 r} \quad . (1.2.6)$$

As linhas espectrais, no efeito Einstein, são deslocadas devido à intensidade do campo gravitacional da fonte, ou de um corpo maciço que esteja na trajetória dos fótons. Para massas pequenas, o efeito Einstein torna-se insensível. O efeito é particularmente notável no caso das anãs brancas, mas o deslocamento das linhas espectrais das galáxias não pode ser explicado deste modo, uma vez que não existe nenhuma razão para que o campo gravitacional desses sistemas aumentem em proporção à suas distâncias à Galáxia (Couderc, 1952).

1  
ou, às

## 1.3 - CONSTANTE DE HUBBLE

Este parâmetro aparece na Lei de Hubble,  $V_r = H r$ .

Dificuldades surgidas na medida das distâncias galáticas causam uma grande incerteza no valor de  $H$ . Sendo assim, o valor desta constante tem variado desde 550 até 50  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ .

Atualmente, valores de  $H$  obtidos através de métodos inteiramente diferentes são vistos como em excelente acordo, levando a  $H = 75 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$  (Sandage, 1975).  $\pm \dots ?$

Outro valor, levando a  $H = 73 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ , foi obtido por Bruce Carney et al., trabalhando com 29 grupos e aglomerados de galáxias contendo de 2 a 108 membros (Carney, 1978).

Alguns autores preferem chamar  $H$  de parâmetro de Hubble, em lugar de constante, uma vez que admite-se a hipótese de  $H$  não ser uma constante no sentido comum, mas sim um parâmetro que varia muito lentamente no tempo. Sendo assim, diferentes observadores em galáxias distintas encontrariam um mesmo valor de  $H$  para um mesmo instante, enquanto diferentes observadores numa mesma galáxia que fizessem determinações de  $H$  a grandes intervalos de tempo, obteriam diferentes valores.

Valores bem determinados de  $H$ , e a sua taxa de variação no tempo <sup>SAC</sup> é de suma importância para a Cosmologia, uma vez que ele está presente em todos os modelos cosmológicos, e também para a determinação do tempo em que a distância entre qualquer galáxia e a nossa seria nula (dada pelo tempo de Hubble,  $t_H$ , tal como definida abaixo), admitindo-se que o universo está em expansão.

O tempo de Hubble é definido por

$$t_H = \frac{1}{H_0} \quad , \quad (1.3.1)$$

onde  $H_0$  é o valor atual de  $H$ .

TABELA 1 - Alguns valores de H

valores de H em $\text{km sec}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$	referência
550 (Hubble, 1929)	Motz e Duveen, 19
530 (Hubble, 1929)	Lang, 1974
180 (Humason, Sandage, Mayall)	Motz e Duveen, 19
150 ( ? )	
100 (Baade e Swope, 1955)	Lang, 1974
98 (Sandage, 1962)	Lang, 1974
75 (Sandage, 1968)	Lang, 1974
73 (Bruce Carney et al.) 1978?	Carney, 1978
50 (Sandage, 1971)	Lang, 1974



## 1.4 - AS GALÁXIAS

Neste parágrafo daremos a descrição de algumas propriedades desses sistemas.

### 1.4.1 - Galáxias Elíticas

Como o nome sugere são sistemas estelares que apresentam um formato elítico. Não mostram nenhuma estrutura particular, exceto a forte condensação para o núcleo e um contínuo decréscimo em luminosidade em direção a uma borda indefinida.

Cerca de 17% das galáxias conhecidas pertencem a este grupo. Suas formas aparentes variam através de uma série de elipses cujo achatamento vai aumentando desde objetos perfeitamente circulares até objetos lenticulares.

As galáxias elíticas mais achatadas são denominadas E7, sendo esse o achatamento limite, uma vez que para achatamentos maiores estas galáxias, de rápida rotação, como prova<sup>m</sup> a sua forma e as medidas espectrocópicas, já não seriam estáveis.

O gás interestelar parece ser uniformemente distribuído nestas galáxias, e a quantidade de poeira parece ser pequena (pequenas nuvens de poeira permanecem em alguns desses sistemas e possuem estrelas jovens em sua vizinhança). Neste tipo morfológico não se registra nenhuma faixa equatorial escura, mesmo nas de tipo E7 vistas de perfil.

A população estelar existente nas galáxias elíticas é a população II, isto é, formada por estrelas avermelhadas (F a M), que são estrelas mais antigas e que possuem baixo conteúdo metálico.

A ausência de estrelas supergigantes de grande luminosidade absoluta, ou seja, de grande massa (relação massa-luminosidade), nas elíticas, poderia relacionar-se com a quantidade de matéria interestelar nestes sistemas, pois segundo a opinião atual, a quantidade desta matéria parece estar relacionada à existência dessas estrelas (Rudaux e de Vaucouleurs, 1966).

O intervalo de massa dessas galáxias vai de  $10^{10}$  a  $10^{11} M_{\odot}$ . As elíticas anãs variam de  $10^8$  a  $10^9 M_{\odot}$ , enquanto as elíticas gigantes apresentam massas da ordem de  $10^{13} M_{\odot}$ . As elíticas gigantes são as maiores e mais massivas galáxias existente (Ogorodnikov, 1966).

Esses sistemas parecem apresentar uma rotação rígida, com exceção das E0 que não apresentam nenhum tipo de rotação (Ogorodnikov, 1966).

Este tipo galáctico cobre um vasto intervalo de luminosidade absoluta, estendendo-se de  $M_V = -24$  para os membros mais brilhantes dos aglomerados de galáxias (baseado na constante de Hubble  $H = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ), até a mais fraca, com  $M_V = -9$  para as elíticas anãs (dE) do tipo Sculptor-Fornax.

As elípticas anãs são encontradas como companheiras em muitas galáxias gigantes de todos os tipos. Um exemplo particular é NGC 4321 (M100) no aglomerado da Virgem, rodeada pelo menos por 6 galáxias elípticas anãs, todas mais fracas que  $M_V = -15$ .

As galáxias dE, juntamente com as espirais anãs e as  $I_m$  de baixa luminosidade, são sem dúvida os mais frequentes tipos de galáxia por unidade de volume no espaço (Sandage cap.1, in Sandage, 1975). Todavia, elas formam uma fração insignificante na totalidade das galáxias catalogadas para uma dada magnitude aparente, devido <sup>OK</sup> suas luminosidades absolutas extraordinariamente baixas. De fato, somente após 1940 (Baade 1944, Wilson 1955) é que as galáxias dE foram reconhecidas como uma classe.

#### 1.4.2 - Galáxias Espirais

Esses sistemas representam pelo menos 80% das galáxias catalogadas e se dividem em dois: as espirais normais, que constituem cerca de 50% do total, e as barradas, que representam 30% (Radaux e de Vaucouleurs, 1966).

Apresentam uma bela estrutura com os braços espirais. Estes sistemas são altamente achatados.

##### a - Espirais normais

Apresentam muito gás e poeira que estão altamente concentrados no plano equatorial, formando uma faixa escura.

Os braços são bem discernidos quando a galáxia está perpendicular à linha de visada. Quando a galáxia está inclinada em relação à linha de visada, a concentração de matéria interestelar é uma das maneiras de pelo menos classificá-la como espiral.

A concentração de estrelas é muito maior na região central, e de cresce para as regiões mais externas.

As observações da nossa galáxia têm mostrado que a matéria não é muito maior nos braços que entre eles. Os braços são essencialmente constituídos por gás e por estrelas jovens. A observação também tem revelado que as estrelas <sup>atualmente</sup> se formam de preferência nos braços espirais.

As diferentes formas de estrutura espiral são utilizadas para definir a classificação das espirais.

Observa-se que a classe ou estrutura espiral (importância relativa do braço e do núcleo, enrolamento do braço, etc...) está fortemente correlacionado com as outras propriedades físicas da galáxia, tal como o conteúdo relativo do gás ou ainda o número de estrelas jovens.

A estrutura espiral é um indicador muito sensível de numerosas propriedades fundamentais da galáxia.

A interpretação teórica dessas estruturas representa um importante passo para a compreensão da física das galáxias.

Sabemos que as estrelas mais brilhantes são as supergigantes azuis de tipo<sup>o</sup> espectral O e B. Estas estrelas, que são as únicas que se percebe distintamente, salvo nas galáxias mais próximas, não aparecem em todas as galáxias. Assim sendo, estão distribuídas por toda a extensão das espirais do tipo Sc, desde os braços até as proximidades do núcleo, porém só aparecem nos braços mais exteriores das Sb e desaparecem finalmente nas espirais tipo Sa. Assim, as galáxias espirais sequencialmente iniciais não são resolvidas em estrelas. Porém, é bom enfatizar que isto não significa que as espirais Sa e o núcleo das Sb não se constituem de estrelas, mas sim que não existe supergigantes tipo<sup>o</sup> O e B.

Em 1943, Baade, graças a fotografias particularmente perfeitas obtidas com filtro vermelho, resolveu em estrelas a região central da galáxia Andrômeda, bem como várias elípticas próximas, anteriormente não resolvidas nas fotografias ordinárias com filtro azul.

Este resultado levou Baade a dividir as estrelas primeiramente em duas populações: população I, sendo constituída de estrelas jovens e a população II, representada pelas estrelas velhas (atualmente a população estelar é dividida em 5 classes).

Ao que tudo indica, a causa desta distribuição seletiva das estrelas de diversos tipos segundo a classe de galáxias, ou em diversas partes de uma mesma galáxia, está correlacionada à distribuição de matéria interestelar, uma vez que a presença desta matéria é necessária para a formação das estrelas (Rudaux e de Vaucouleurs, 1966).

### Rotação das Espirais Normais

Como já dissemos, esse tipo galático é altamente achatado e isto levou a conclusão de que o disco galático está em rotação em torno de um eixo. Porém, esta rotação não ocorre com velocidade angular constante e as estrelas ou gás não levam o mesmo tempo para efetuar uma revolução. Ao que tudo indica, a velocidade angular de rotação das partes centrais, onde a densidade de estrelas é maior, é constante, enquanto que nas partes exteriores o campo de velocidade ocorre de maneira desigual. Ou seja, as regiões centrais parecem girar como um corpo rígido e as partes exteriores não. Este fenômeno (a velocidade angular é tanto mais fraca quanto mais próxima do centro os objetos se encontram) é denominado rotação diferencial e é melhor evidenciado pela figura que se segue.

$\theta \equiv$  veloc. de rotação  
 $r \equiv$  dist. ao C.G.

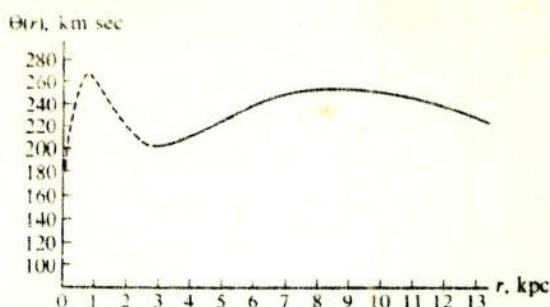


fig.5

Outro <sup>aspecto</sup> fato importante, que deve ser citado, é o sentido de rotação. Dados recentes sugerem que a rotação das regiões centrais para todas as espirais ocorre no mesmo sentido. Porém, o mesmo não acontece com os braços, sendo admitido que alguns giram no mesmo sentido das regiões centrais e outros no sentido contrário (ver figs 6, 7 e 8).

Apesar de várias teorias (que) tentam <sup>com</sup> explicar a formação da estrutura espiral, em nenhuma delas está presente a explicação para a persistência da estrutura no tempo. Outro problema, até agora insolúvel, é o sentido de enrolamento desses braços. Para maiores detalhes ver Dekker, 1975.

A massa desses sistemas variam de  $10^8$  a  $10^{11} M_{\odot}$  (Ogorodnikov, 1965). Para a galáxia NGC 6503 foi encontrada uma massa de  $0,13 \times 10^{10} M_{\odot}$  ( $13 \times 10^8 M_{\odot}$ ) e para M 31 (Andrômeda) foi obtido uma massa de  $34 \times 10^{10} M_{\odot}$  (Burbidge, cap.3, in Sandage, 1975).

#### b - Espirais barradas

Certas galáxias, além de apresentar <sup>ou</sup> a estrutura espiral, possuem também uma formação em barra. Esses sistemas são denominados Espirais Barradas e compreendem aproximadamente 30% do total de galáxias conhecidas (Rudaux e de Vaucouleurs, 1966).

A existência da estrutura barrada é atualmente totalmente incompreensível. Ao que tudo indica, os braços espirais são essencialmente constituídos de gás interestelar, enquanto as barras são formadas somente por estrelas.

Pouca coisa é conhecida acerca desses sistemas. Até agora não foi possível descrever o tipo de população apresentado por eles, bem como o seu tipo de rotação (se bem que alguns autores admitem que a estru-

tura em barra deve girar como um corpo rígido, pois se assim não o fosse, o corpo barrado seria completamente deformado após uma única rotação - Ogorodnikov, 1965).

O intervalo de massas para essas galáxias não é bem conhecido, mas acredita-se que se situa entre os das elíticas e os das espirais normais.

Como podemos notar, qualquer afirmação acerca desse tipo morfológico é, por enquanto, mera especulação.

### 1.4.3 - Galáxias Irregulares

Fazem parte dessa classe os sistemas que não se enquadram nos tipos já visto<sup>7</sup>. Elas não possuem nenhuma simetria óbvia em sua aparência, e contêm uma grande quantidade de matéria interestelar. Sua população estelar é basicamente a população I (Kauffman III, 1977).

Algumas galáxias irregulares parecem mostrar uma leve estrutura espiral. Exames cuidadosos da Grande Nuvem de Magalhães, por exemplo, sugerem a existência de uma barra cruzando o seu núcleo. Outras, como M 82 na constelação da Ursa Maior, parece<sup>8</sup> ejetar enorme quantidade de matéria.

Ao que tudo indica, o intervalo de massa dessas galáxias varia entre  $10^8$  a  $10^{10} M_{\odot}$ .

Assim, e como acontece com as galáxias espirais barradas, pouca coisa é conhecida acerca desses sistemas.

---

NOTA 1 - As porcentagens aqui citadas foram baseadas nos dados originais de Hubble. Quando as galáxias foram catalogadas pela primeira vez, pensou-se que as espirais eram as mais numerosas; porém este resultado surge do fato da amostra ser seletiva, uma vez que Hubble fez seus estudos trabalhando com as galáxias mais brilhantes. Entretanto, trabalhos mais recentes indicam que as elíticas <sup>deu</sup> possam ser muito mais numerosas do que originariamente se pensou e alguns investigadores acreditam que existam muito mais elíticas do que espirais (Abell, 1969).



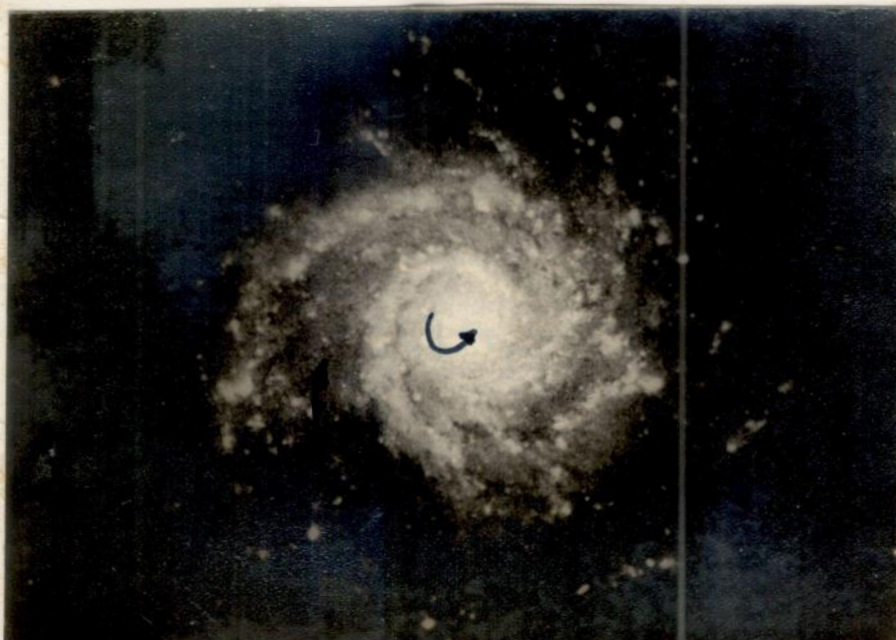
braço girando no mesmo sentido do corpo principal e fechando.

fig.6

braços girando no sentido contrário ao corpo principal e fechando.  
*aberto*



fig.7



braços girando no sentido contrário do corpo principal e abrindo.  
*fechando*

fig.8

## 1.5 - GRANDEZAS BÁSICAS

Antes de enunciar alguns modelos de universo, definiremos certos parâmetros que aparecem nestes modelos e apresentaremos a equação diferencial cosmológica.

1 - Fator de escala  $\bar{R}(t)$ .

É obtido da Lei de Hubble  $v(t) = H(t) r(t)$ .

Uma vez que a velocidade de recessão  $v$  é a taxa de mudança da distância  $r$ , encontramos

$$\frac{dr}{dt} = H r .$$

Assim,

$$\int_{r_0}^r \frac{dr}{r} = \int_{t_0}^t H dt ,$$

ou ainda

$$r(t) = r_0 \exp \int_{t_0}^t H dt . \quad (1.5.1)$$

Nas passagens acima, estamos admitindo que a Lei de Hubble é válida para todos os instantes entre  $t_0$  e  $t$ , sendo  $H$  a mesma para todas as galáxias em um dado instante, mas podendo, possivelmente, variar com o tempo. Assim, o fator exponencial da equação acima é o mesmo para todas as galáxias.

A exponencial da equação (1.5.1) é denominada fator de escala e é usualmente denotada por  $\bar{R}(t)$ . Esse parâmetro mede a taxa de aumento das distâncias intergalácticas num intervalo de tempo  $\Delta t$ :

$$r(t) = \bar{R}(t) r_0 ,$$

$$\bar{R}(t) \equiv \exp \int_{t_0}^t H dt . \quad (1.5.2)$$

Admitindo nenhum movimento transversal das galáxias, a direção da linha de visada entre um observador  $o$  qualquer e a galáxia permanece invariável no tempo.

A equação vetorial correspondente a (1.5.2) é, então,

$$\vec{r}(t) = \bar{R}(t) \vec{r}_0 ,$$

onde  $\vec{r}(t)$  e  $\vec{r}_0$  são os vetores posição da galáxia acima considerada em relação a  $o$ , nos instantes  $t$  e  $t_0$ , respectivamente.

2 - Parâmetro de desaceleração

Alguns modelos cosmológicos admitem que o universo apresenta uma expansão que está sendo freada com o tempo.

? índice  
o sufixo  $o$ , normalmente indica valores no tempo presente.

$$H_0 = H(t_0).$$

O parâmetro de desaceleração, denotado  $q(t)$ , mede a taxa de frenagem do universo e é definido por

$$q \equiv \frac{-\bar{R} \ddot{\bar{R}}}{\dot{\bar{R}}^2} . \quad (\text{Landsberg e Evans, 1977})$$

### 3 - Equação Diferencial Cosmológica e a Constante $C$

Equação diferencial cosmológica:

$$\dot{\bar{R}}^2 = \frac{B}{A \bar{R}} + \frac{\Lambda \bar{R}^2}{3} + \frac{E}{A} ,$$

onde

$$A \equiv \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i(t_0)^2 ,$$

$$B = G \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n \frac{m_i m_j}{r_{ij}(t_0)} ,$$

$$D = \frac{\Lambda}{6} \sum_{i=1}^n m_i r_i(t_0)^2 ,$$

$$D/A = \Lambda/3 ,$$

$E$  - energia total.

Então, mesmo que  $G$  e  $\Lambda$  sejam constantes universais, ainda obtém-se uma equação diferencial para cada valor de  $B/A$  e  $E/A$ .

Do ponto de vista matemático, pode-se obter uma forma mais adequada para a equação cosmológica se, em lugar de  $\bar{R}$ , considerarmos a função

$$R(t) = P \bar{R}(t) ,$$

onde  $P$  é uma constante em relação ao tempo. Para a função  $R$  é fácil verificar que a equação cosmológica se reduz a

$$\dot{R}^2 = \frac{B P^3}{A} \frac{1}{R} + \frac{\Lambda}{3} R^2 + \frac{E P^2}{A} .$$

Afim de fixarmos a constante  $P$ , ela será escolhida de tal maneira que se obtenha :

a - Se  $E > 0$  , escolhe-se  $P^2 = c^2 \frac{A}{E}$  ,

i.é, em  $\frac{E P^2}{A} = -k c^2$  , escolhe-se  $k = -1$  ;



b - Se  $E < 0$ , escolhe-se  $P^2 = c^2 \frac{A}{|E|}$ ,

i. é, em  $\frac{E P^2}{A} = -k c^2$ , escolhe-se  $k = +1$ ;

c - Se  $E = 0$ , escolhe-se  $P$  arbitrário,

i. é, em  $\frac{E P^2}{A} = -k c^2$ , escolhe-se  $k = 0$ .

Assim, em geral, tomamos  $P^2 = \frac{c^2 A}{|E|}$ ,  $E \neq 0$ .

→ Desta forma, a equação diferencial cosmológica fica sendo

$$\dot{R}^2 = \frac{C}{R} + \frac{\Lambda}{3} R^2 - k c^2 \quad (k = -1, 0, +1),$$

$$C \equiv \frac{B P^3}{A} = \frac{c^2 B P}{|E|} \quad (E \neq 0).$$

#### Constante $C$

Para um modelo de universo onde a matéria é considerada uniformemente espalhada,  $C$  é dada por:

$$C = \frac{8\pi G \rho R^3}{3}, \quad (\text{Landsberg e Evans, 1977})$$

ou seja, esta constante está ligada à distribuição de matéria no universo.

#### 4 - Parâmetro $k$

Nos sistemas newtonianos, essa quantidade determina o sinal da energia total (como pode ser facilmente observado nos itens a, b, c anteriores). Na Relatividade Geral,  $k$  é o índice de curvatura, que toma os valores  $0$  para um espaço achatado e  $\pm 1$  para o espaço curvo (Landsberg e Evans, 1977).

## 1.6 - COSMOLOGIA E ALGUNS MODELOS COSMOLÓGICOS

A Cosmologia é o estudo em larga escala das propriedades do uni  
so. Os cosmólogos lidam com o estudo da origem e evolução do univer  
so. As teorias cosmológicas envolvem modelos que procuram descrever  
a provável história, passada e futura, do universo.

Há décadas, esses estudiosos vem tentando descrever um quadro  
seguro do nosso universo, buscando responder perguntas tais como: de  
que maneira se originou o nosso universo? Vivemos num universo fini  
to ou infinito? Segundo algumas teorias, o universo está numa fase  
de expansão. Podemos então perguntar: será essa expansão eterna, in  
finita? Ou vivemos num universo oscilante?

Para tentar responder a essas e outras perguntas, o homem vem  
criando modelos, e aqui enunciaremos alguns desses.

### 1.6.1 - Modelo do Estado Estacionário ou da Criação Contínua

Os mais simples modelos cosmológicos são obtidos, geralmente, pe  
la aplicação "a priori" de algum princípio para limitar a variedade  
de possíveis universos.

O modelo do Estado Estacionário, criado por Fred Hoyle em 1948,  
surgiu originariamente de uma extensão das equações de campo de  
Einstein. Foi obtido independentemente por Bondi e Gold tomando co  
mo base o princípio cosmológico perfeito que nos diz: "negligencian  
do-se a posição do observador e o instante em que as observações  
são feitas, a imagem do universo em torno dele é a mesma". Ou seja,  
o universo é o mesmo em toda a parte, para todos os observadores em  
todos os tempos. A densidade de matéria não varia.

Neste modelo o parâmetro de Hubble é uma verdadeira constante.  
O universo é estacionário apesar da expansão. Isto significa que a  
criação de matéria através do espaço deve ser postulada para que a  
densidade média de matéria permaneça constante em qualquer elemen  
to de volume.

Cálculos <sup>?</sup> utilizando a equação  $T = 3 H_0 \int_0$  (Landsberg e  
Evans, 1977), levaram ao seguinte valor para a taxa de criação de  
matéria por unidade de volume e por unidade de tempo:

$$T = 10^{-43} \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^{-1},$$

onde

$$H_0 = 10^{-10} / \text{anos} = 1/3 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1},$$

$$\int_0 = 10^{-26} \text{ kg m}^{-3}.$$

Sendo T, então, equivalente a criação de um átomo de hidrogênio por  
século em um cubo cujos <sup>os</sup> <sup>arestas</sup> lados medissem aproximadamente 100m.

Com os atuais recursos tecnológicos, tal taxa é extremamente di  
fícil de ser detectada.

## 1.6.2 - Modelo de Milne (Cosmologia Newtoniana)

Este modelo surge a partir de uma suposição básica:

"Os movimentos das galáxias devem ser tais que observadores em diferentes galáxias podem concordar com um esquema de medida do tempo universal pelo intercâmbio dos sinais de luz".

Baseando-se nesse princípio, Milne chegou a um modelo de universo em expansão onde não somente a lei de Hubble é válida, mas também o fato de que a velocidade de cada galáxia é constante no tempo:

$$r(t) = v t ,$$

$$r_0 = v t_0 .$$

O matemático russo Friedmann investigou alguns modelos cosmológicos como uma consequência da Teoria Geral da Relatividade. A partir da análise da equação diferencial cosmológica para o fator de escala  $R(t)$ ,

$$\dot{R}^2 = \frac{C}{R} + \frac{\Lambda}{3} R^2 - k c^2 ,$$

e fazendo suposições concernentes aos valores de  $\Lambda$  e  $R$ , Friedmann chegou a vários modelos.

Para o caso em que a força cosmológica é tomada igual a zero e o parâmetro  $k = -1$ , chega-se a uma expansão não limitada no tempo.

Neste caso obtém-se para  $H$  e  $q$  os seguintes valores:

$$H = 1/t \quad \text{e} \quad q = 0 .$$

Uma vez que o parâmetro de desaceleração é zero para as condições acima citadas, todas as galáxias movem-se com velocidade constante. Sendo assim, esse modelo, com essas condições, nos leva ao modelo de Milne.

## 1.6.3 - Modelo de Einstein-de Sitter

Quando Issac Newton introduziu sua teoria da gravitação universal, imaginou que todos os objetos do universo estariam se atraindo mutuamente. Surgiu então a seguinte questão:

"Por que o universo não colapsa, devido à influência de sua própria atração mútua?"

Newton argumentou que o universo não colapsaria se a matéria fosse distribuída com absoluta uniformidade e se fosse infinito em extensão. Porém, em 1916 Einstein introduziu uma teoria da gravitação mais precisa: a Teoria da Relatividade Geral. Enquanto Newton acreditava que um universo infinito e homogêneo seria está -

vel, Einstein mostrou, a partir das equações da Relatividade, que o universo poderia colapsar mesmo que ele fosse infinito.

Einstein notou, entretanto, que era possível existir um universo estático a partir da introdução, nas suas equações da relatividade geral, de uma constante, conhecida como constante cosmológica ( $\Lambda$ ), que poderia representar a força repulsiva - ou seja a força necessária para contrabalançar a atração gravitacional evitando o colapso - produzir o modelo estático - e se tornaria maior a maiores distâncias. ?

Para valores positivos de  $\Lambda$  e para um universo não vazio, Einstein obteve uma solução desta equação que dá um modelo de universo estático e uniforme, em que a densidade de matéria é a mesma em todos os pontos (base do então denominado princípio cosmológico).

Einstein pensou que esse modelo representava a única solução possível de suas equações de campo, e que o espaço por si mesmo só pode existir se matéria está presente.

Cabe aqui enfatizar que, até então, a expansão do universo não era conhecida.

De Sitter, depois, encontrou outra solução para as equações de campo de Einstein para um universo vazio, que mostrava que o espaço poderia existir sem matéria.

Esse modelo de De Sitter nos leva a um universo em expansão. De Sitter mostrou que o universo de Einstein é essencialmente instável, e começa a expandir-se quando matéria bastante é retirada dele (Motz e Duveen, 1967).

Em 1920, Alexandre Friedmann fazendo investigações acerca das equações de campo de Einstein, chegou à solução que levou a um universo não colapsante, mesmo sem a introdução da constante cosmológica, fornecendo um universo em expansão.

Por volta de 1931, quando a expansão do universo tornou-se uma proposição aceita, Einstein retirou a constante cosmológica de suas equações.

Se Einstein não houvesse introduzido a força cosmológica nas suas equações, ele teria predito a expansão ou contração do universo, e isto levou (Einstein) a dizer mais tarde:

"A introdução da constante cosmológica foi a maior tolice da minha vida".

O modelo obtido por Friedmann para  $k = \Lambda = 0$  foi denominado modelo de Einstein-de Sitter.

Partindo da equação diferencial cosmológica, temos

$$\dot{R}^2 = \frac{C}{R} - \frac{\Lambda}{3} R - k c^2 ,$$

onde

$c$  = velocidade da luz.

Tomando  $k = \Lambda = 0$ , vem

$$\dot{R}^2 = \frac{C}{R},$$

ou

$$R^{1/2} dR = C^{1/2} dt.$$

Integrando, obtemos

$$R^{3/2} = \frac{3}{2} C^{1/2} t.$$

Elevando-a expressão acima ao quadrado, teremos

$$R^3 = \frac{9}{4} C t^2,$$

onde

$$C = \frac{8}{3} \pi G \rho.$$

Para este modelo, temos

$$H = 2/3 t \quad e \quad q = 1/2.$$

## 1.6.4 - ALGUMAS IDÉIAS SOBRE ORIGEM DO UNIVERSO

Depois de aceita a teoria de expansão do universo, os cientistas começaram a questionar à cerca de como essa expansão teve início.

→ George Lemaître, propôs que o nosso universo começou a partir de um estado altamente e extremamente quente, que ele denominou "ovo cósmico". Em presença de algum evento não especificado esse "ovo" explodiu e sua matéria começou a expandir.

Devido a essa expansão, a matéria gradualmente se rarefez e esfriou, reagregando-se em estrelas e galáxias em fases posteriores e dando surgimento à estrutura altamente complexa que conhecemos hoje.

Gamow propôs uma teoria para a origem do universo em termos de radiação, denominada teoria do "Big Bang", em contrapartida a uma teoria anterior "Big Squeeze", também de sua autoria, que falava num processo de resfriamento da matéria primordial o qual levaria a uma expansão posterior.

O "Big Bang" considera tanto a radiação como a temperatura nessa matéria primordial e Gamow denominou de "Big Bang" o momento da "explosão" desse "átomo primordial". Para maiores detalhes ver The Creation of Universe, George Gamow.

→ Para Friedmann o universo expandiu-se à partir de um estado singular de densidade infinita, com a velocidade de expansão desacelerando como consequência dos efeitos gravitacionais mútuos de suas diferentes partes. Em seus modelos idealizados, a matéria é tratada como um meio rigidamente uniforme e homogêneo, porém quando observa-se o universo real, eles parecem inúteis.

Entretanto, convincente evidência da descrição simples de Friedmann foi fornecida em 1965 quando da descoberta de que existe por todo espaço uma radiação de fundo com um máximo em comprimento de onda de quase 2 mm, correspondendo a radiação emitida por um corpo negro a uma temperatura absoluta de  $3^{\circ}\text{K}$ . Esta radiação poderia ser o "ruído" remanescente do Big Bang.

→ A extraordinária isotropia, ou não direcionalidade, desta radiação é uma forte evidência da isotropia do universo.

### 3.6.5 - SUMÁRIO DOS MODELOS

#### a - Modelo do Estado Estacionário ou da Criação Contínua

$$1- \quad v(t) = H(t) r(t) ,$$

$$H(t) = H(t_0) = H_0 ,$$

onde

$H_0$  é o seu valor no presente.

#### 2- A densidade de galáxias $N_e$ , é constante no espaço e no tempo

$$N_e = N_0 , \text{ para todo } \underline{r} \text{ e } \underline{t} ,$$

sendo  $N_0$  a densidade no presente.

#### 3- O fator de escala para esse modelo será

$$\bar{R}(t) = \exp \int_{t_0}^t H dt ,$$

$$\bar{R}(t) = \exp H \int_{t_0}^t dt ,$$

$$\bar{R}(t) = \exp \{ H(t-t_0) \} ,$$

que é uma possível dependência no tempo do fator de escala.

#### 4- Parâmetro de desaceleração

$$q = -1 .$$

#### b - Modelo de Milne

$$1- \quad r(t) = v t , \quad r(t_0) = r_0 = v t_0 .$$

$$2- \quad \bar{R}(t) = \frac{r(t)}{r_0} = \frac{t}{t_0} .$$

$$3- \quad H(t) = \frac{v(t)}{r(t)} = \frac{1}{t} .$$

(  $H = \infty$  para  $t = 0$ , marcando o início do Big Bang - ver pg. 29 ).

$$4- \quad t_H = \frac{1}{H_0} = t_0 .$$

$t_H$ , o tempo de Hubble, é igual a idade do universo no presente.

$$5- \quad q = 0 .$$

#### c - Modelo de Einstein-de Sitter

$$H = 2/3 t ,$$

$$q = 1/2 .$$

SEÇÃO 2

TESTES OBSERVACIONAIS



## 2.0 - OBSERVAÇÕES ÓTICAS E MODELOS COSMOLÓGICOS

Existem 3 relações envolvendo quantidades observáveis que podem testar os modelos cosmológicos:

- 1 - relação magnitude aparente / desvio para o vermelho,
- 2 - relação magnitude aparente / tamanho angular ( para galáxias e aglomerados de galáxias),
- 3 - relação magnitude aparente / contagem de galáxias.

A relação (1) é uma generalização óbvia da relação velocidade/distância explícita na Lei de Hubble. Ela difere desta última unicamente nas quantidades observáveis que estão envolvidas, pelo menos em princípio.

### 2.1 - RELAÇÃO MAGNITUDE APARENTE / DESVIO PARA O VERMELHO

Nesta relação, o parâmetro  $z$  é um indicador de velocidade e  $m_{pg}$  um indicador de distância.

Para checar esta relação foi adotado o seguinte procedimento para a escolha da amostra.

Foram listados 817 galáxias, das 12.921 catalogadas no Uppsala General Catalogue of Galaxies (UGC), que possuíam  $v_r$  e  $m_{pg}$  simultaneamente. Devemos notar que somente 6,3% das galáxias listadas possuem velocidade radial.

A precariedade na determinação de velocidades radiais se deve às dificuldades na interpretação do espectro das galáxias, dificuldades basicamente originárias na identificação de linhas e seus posicionamentos ao longo dos espectros.

O catálogo lista duas velocidades:

- a - velocidade radial referida ao Sol,  $V_{R\odot}$ ,
- b - velocidade radial corrigida para o movimento solar,  $V_R$ .

Como, das 817 galáxias, 103 não apresentavam ou a  $V_R$  (63 galáxias) ou a  $V_{R\odot}$  (40 galáxias), foi feita a diferença  $V_R - V_{R\odot} = \Delta V_R$ , para as 714 galáxias que possuíam ambas  $v_r$ , com o objetivo de obtermos a média das diferenças e podermos estimar  $V_R$  ou  $V_{R\odot}$  para as 103 galáxias restantes. Para  $N = 817 - 103 = 714$ , a média

$$\overline{\Delta V_R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (V_R - V_{R\odot})$$

resultou em

$$\overline{\Delta V_R} \approx 55,52 \text{ km/s}$$

Surgiu o problema de sabermos se este  $\overline{\Delta V_R}$  seria adicionado ou subtraído a  $V_R$  ou a  $V_{R\odot}$ . Numa tentativa de resolvermos a questão, pensou-se em construir um gráfico de  $l^{II}$  x  $b^{II}$ , para obtermos a distribuição das galáxias e podermos fazer uma avaliação do sinal.

Como resultado destes gráficos, não apresentados no texto, verificamos que o procedimento sugerido (considerar apenas a média  $\overline{\Delta V_R}$ ) não levaria a uma resposta satisfatória, dado que tais correções necessitariam envolver  $\Delta V_R$  e as coordenadas galáticas de cada galáxia separadamente. Em outras palavras, verificamos que não existe uma constante que nos leve de  $V_R$  a  $V_{R\odot}$ . Esta é uma pesquisa que deverá ser realizada em uma etapa posterior. Neste Projeto, optamos por considerar apenas as galáxias para as quais estariam disponíveis ambas as velocidades.

Das 817 galáxias inicialmente listadas foram retiradas 193, sendo estas as que não possuíam um dos  $v_r$ , ou a classificação no sistema de Hubble, ou ambos.

Sendo assim a listagem final consta de 624 galáxias, sendo

S = 372, que representa  $\approx 2,88\%$  de 12.921,

E = 93, que representa  $\approx 0,72\%$ ,

I = 20, que representa  $\approx 0,15\%$ ,

E - SO = 17, que representa  $\approx 0,13\%$ ,

SO e SBO = 122, que representa  $\approx 0,94\%$ .

→ Em relação às 12.921 galáxias, esta amostra representa 4,83%.

→ Utilizando a divisão acima, passamos à construção dos 6 gráficos de  $\log z$  x  $m_{pg}$ . Os valores de  $z$  foram encontrados utilizando-se a equação do desvio para o vermelho na forma clássica

$$z = \frac{V_{R\odot}}{c}, \quad c \approx 300.000 \text{ km/s},$$

e determinamos  $\log z$  para as 624 galáxias. Não consideramos  $z$  diretamente apenas por razões de escala. Os referidos gráficos são indicados nas figuras 9 à 14.

Depois de plotados os gráficos, foi feita a regressão linear para cada um, determinando-se o coeficiente angular, o valor da ordenada na origem e o coeficiente de correlação.

Definindo a equação da reta como

$$- \log z = a_1 m + a_0,$$

e representando por "corr" o coeficiente de correlação, os resultados obtidos são apresentados na tabela 2.

TABELA 2 - Regressões lineares para as distribuições das figs, 9 à 14.

tipo	$a_1$	$a_0$	corr
todos os tipos	- 0,18	4,53	0,65
espirais	- 0,21	4,85	0,70
SO e SBO	- 0,23	5,11	0,79
elíticas	- 0,20	4,68	0,73
irreg.	- 0,17	4,85	0,58
E - SO	- 0,18	4,33	0,75

Evidentemente, a análise acima apresenta algumas fontes de erros que não foram indicados na tabela 2. Entre esses podemos citar os que decorrem das próprias incertezas nas determinações empíricas de  $v_r$  (ver nota 3, pg 48) e os que tem origem na utilização da fórmula clássica para  $z$ . Quanto a estes, se

$$z_C = \frac{v_r}{c} ,$$

$$z_R = \frac{1 + v_r / c}{\sqrt{1 - (v_r / c)^2}} - 1 ,$$

então o erro relativo na utilização de  $z_C$  será dado por

$$100 \times \frac{z_R - z_C}{z_C} .$$

Uma vez que em nossa amostra

$$v_r \text{ max } \approx 12.000 \text{ km/s} ,$$

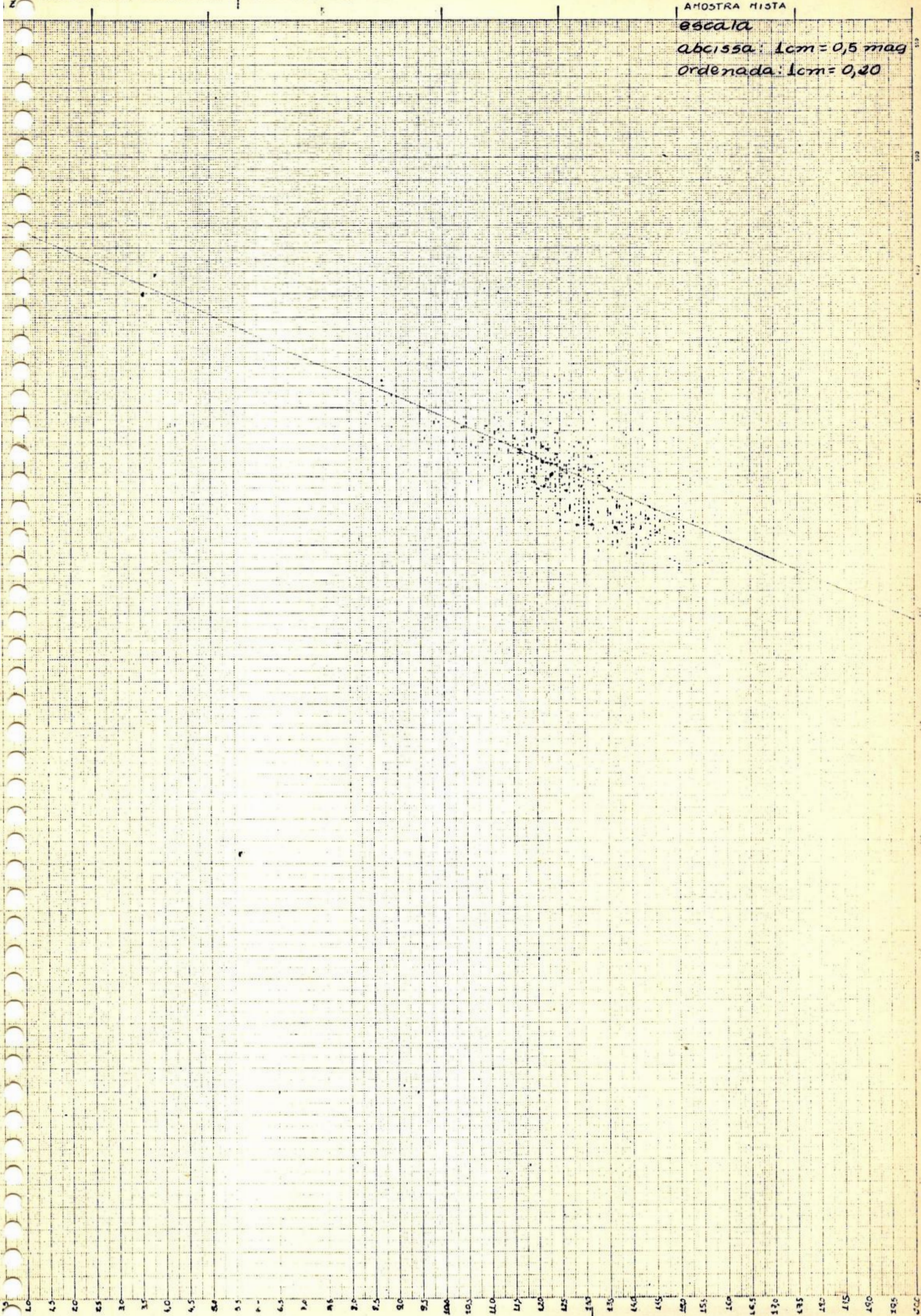
então o máximo erro relativo será da ordem de 2%. Para uma primeira aproximação este erro é suficientemente baixo e justifica a utilização de  $z_C$ , mais fácil de manipular na montagem de roteiros. Estabelecido, ao final do Projeto, as linhas gerais da análise de dados empíricos, programas para computador podem ser estabelecidos, mas então envolvendo  $z_R$ .

AMOSTRA MISTA

escala

abscissa: 1cm = 0,5 mag

ordenada: 1cm = 0,20



ESPIRAL  
escala  
abscisa: 1cm = 0,5 mag  
ordenada: 1cm = 0,20

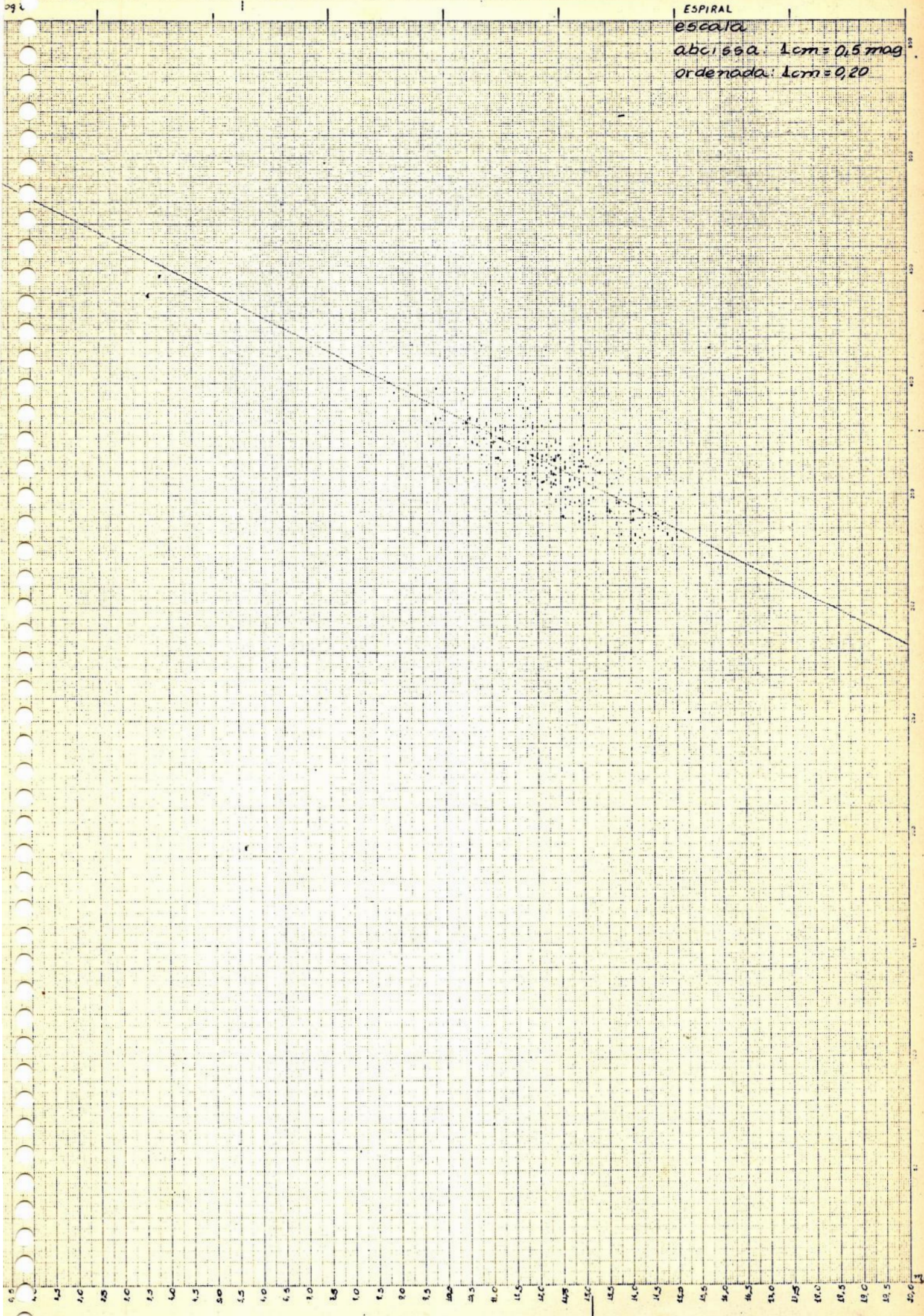


Fig. 10

50 e 580

escala

abscissa: 1cm = 0,5 mag

ordenada: 1cm = 0,10

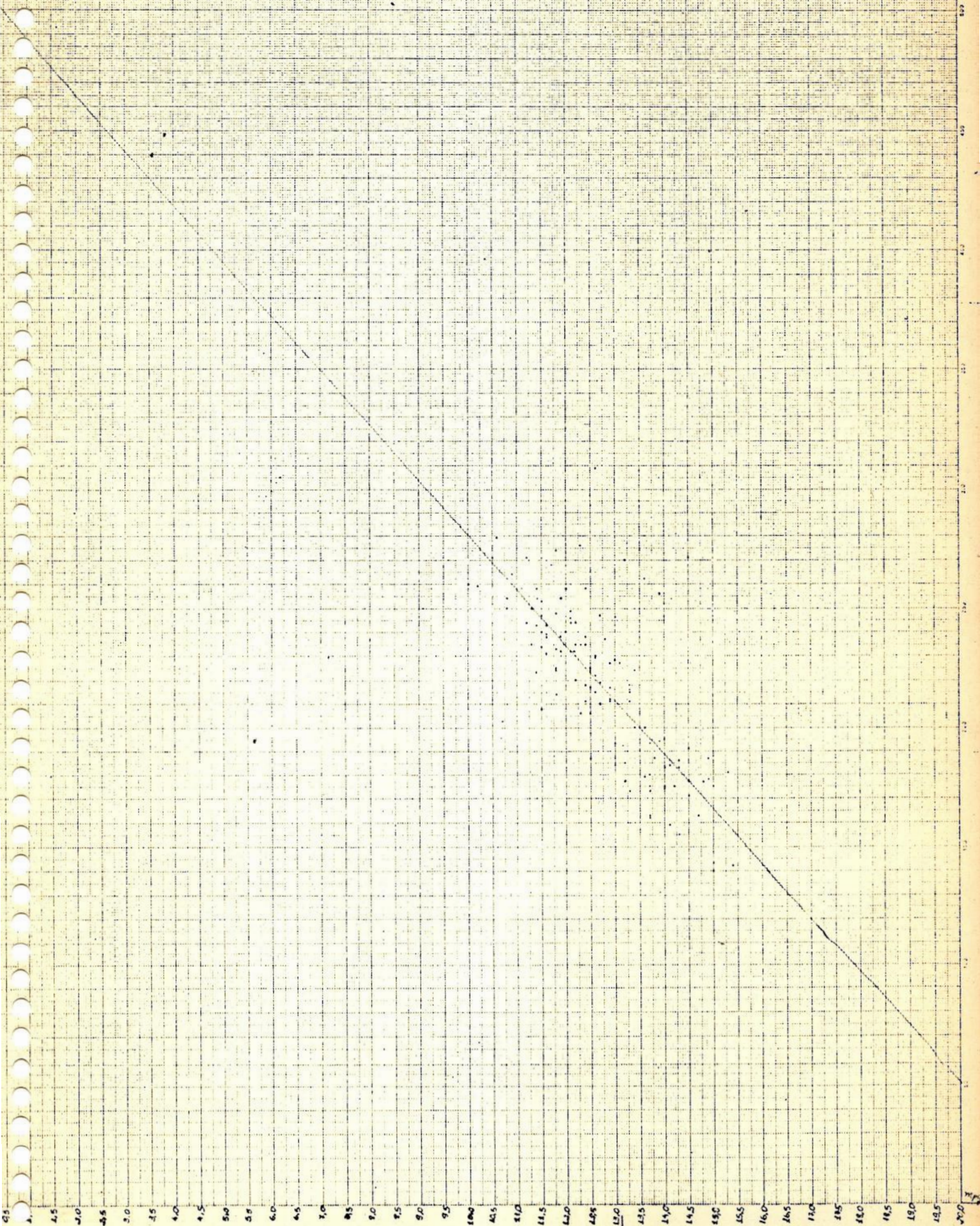


fig. 11

ELÍTICA  
 ESCALA  
 abcissa: 1cm = 0,5 mag  
 ordenada: 1cm = 0,20

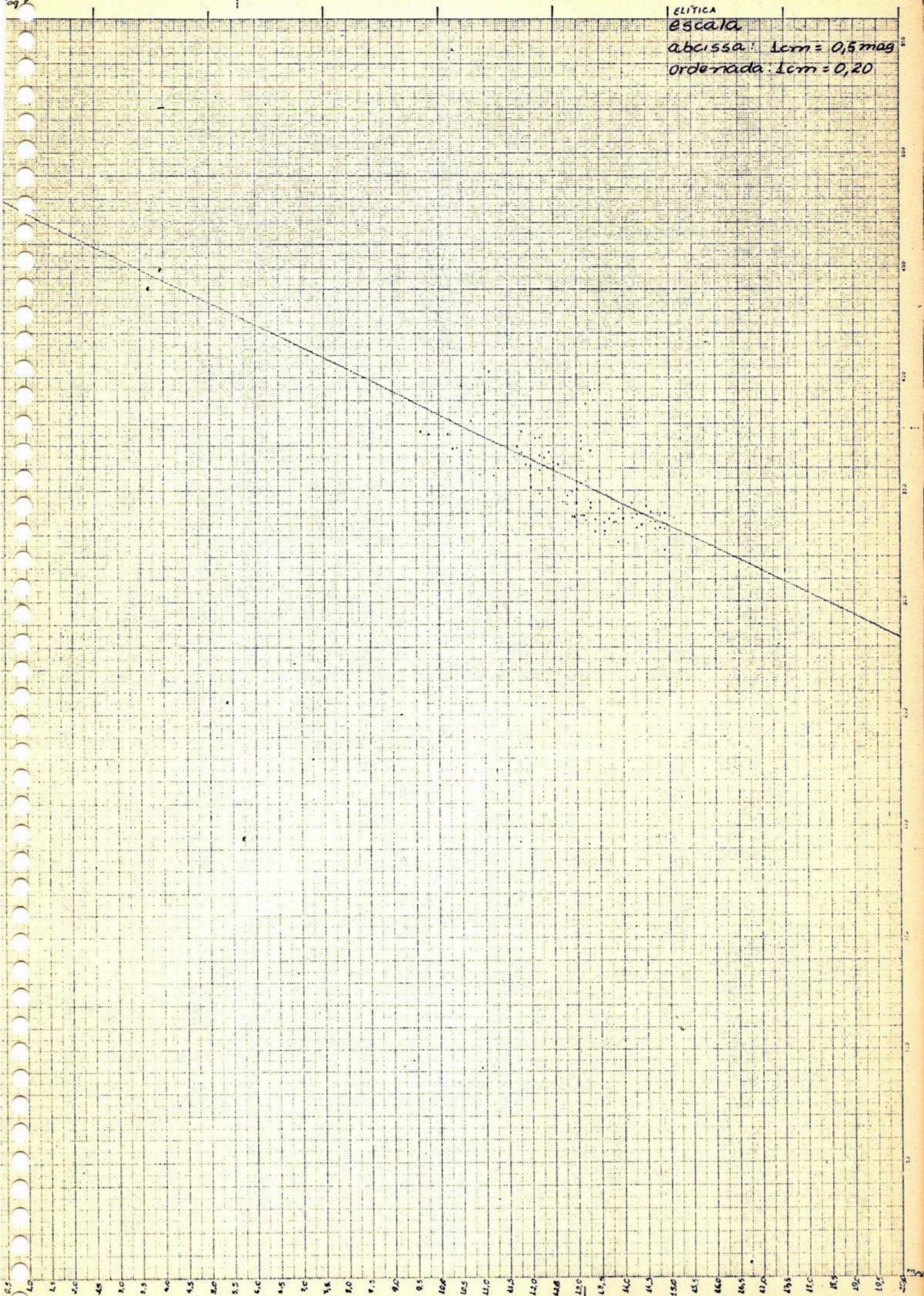


fig. 12

IRREGULAR

escala

abscisa: 1cm = 0,5 maa

ordenada: 1cm = 0,20

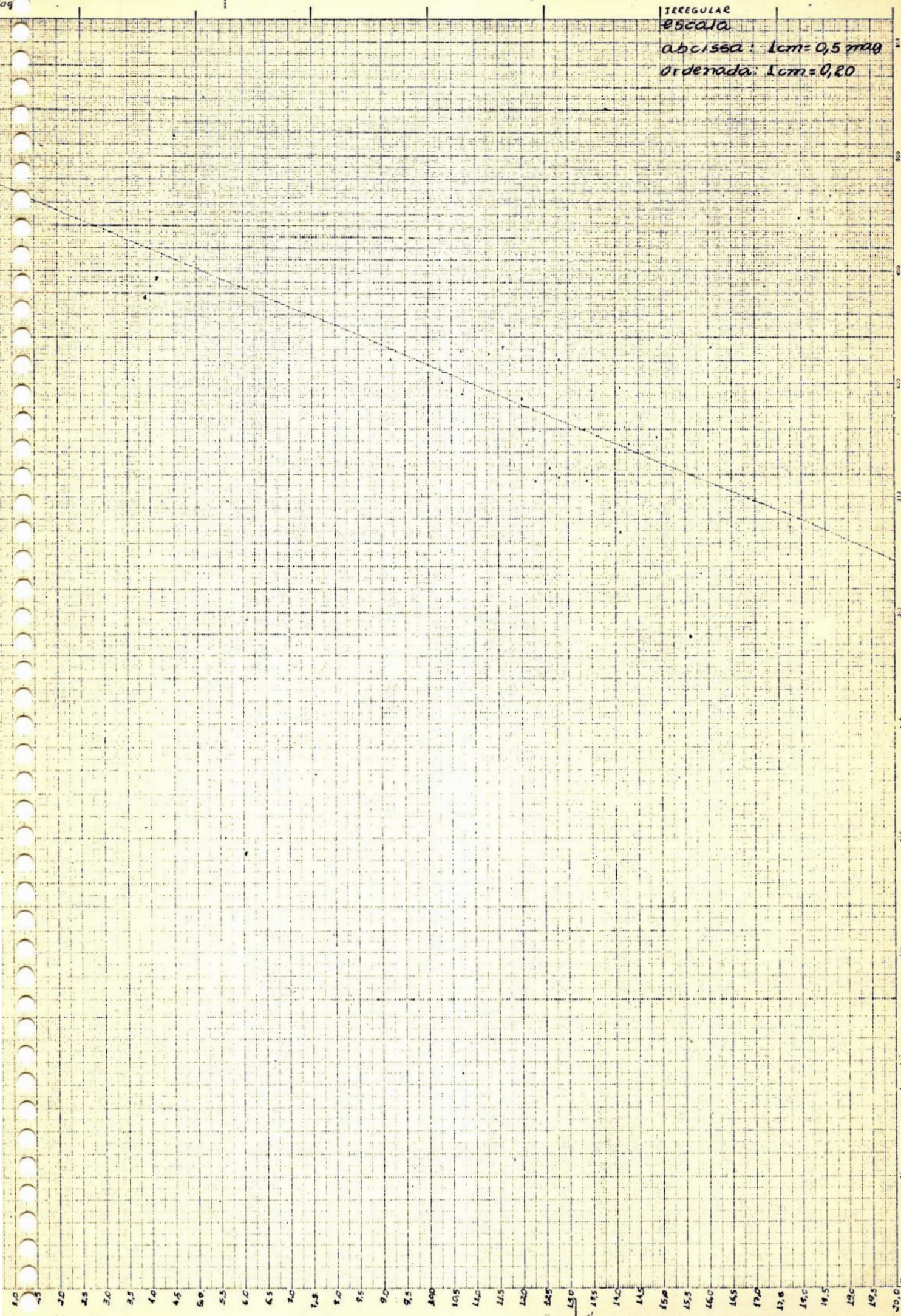


fig.13



E-50

escala

abscissa: 1cm = 0,5 mag

ordenada: 1cm = 0,20

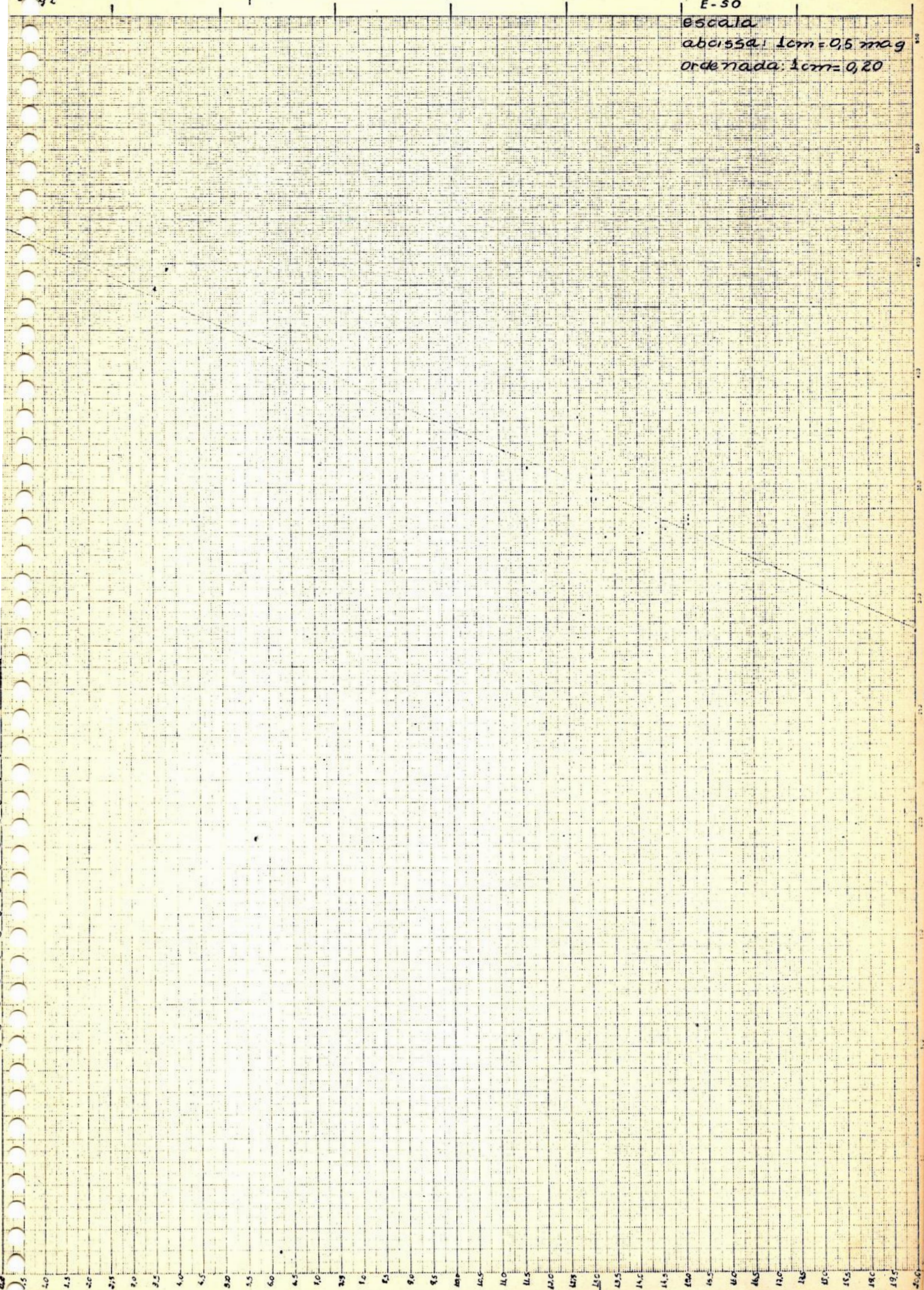


fig.14

2.1.1 - RELAÇÃO -  $\log z$  x  $m_V$  PARA AGLOMERADOS DE GALÁXIAS

A título ilustrativo, apresentamos a seguir uma réplica, sem maiores comentários, da análise feita na Sub-seção 2.1, mas aplicada a aglomerados de galáxias. A amostra de 16 aglomerados ( Virgo, Pegasus I, Pisces, Cancer, Perseu, Coma, Hércules, Pegasus II, Aglomerado A, UMa I, Leo, Gemini, Corona Borealis, Bootes, UMaII, Hydra) foi retirado de Allen (1973).

Na figura 15 são apresentados os pontos com a correspondente ajustante. Neste caso os parâmetros da reta foram

$$a_0 = 2,52 ,$$

$$a_1 = - 0,18 ,$$

$$\text{corr} = 1,00 .$$

Deve-se notar que, por motivos de escala gráfica, as abcissas foram tomadas como sendo  $m_V - 9,0$ .

Os valores listados acima são certamente compatíveis com os anteriores e devem ser comparados com os dados da tabela 2.

$-\log z \times m_b$  para aglomerados de galáxias

$-\log z$

escala  
 abcissa: 1cm = 0,5 mag.  
 ordenada: 1cm = 0,10

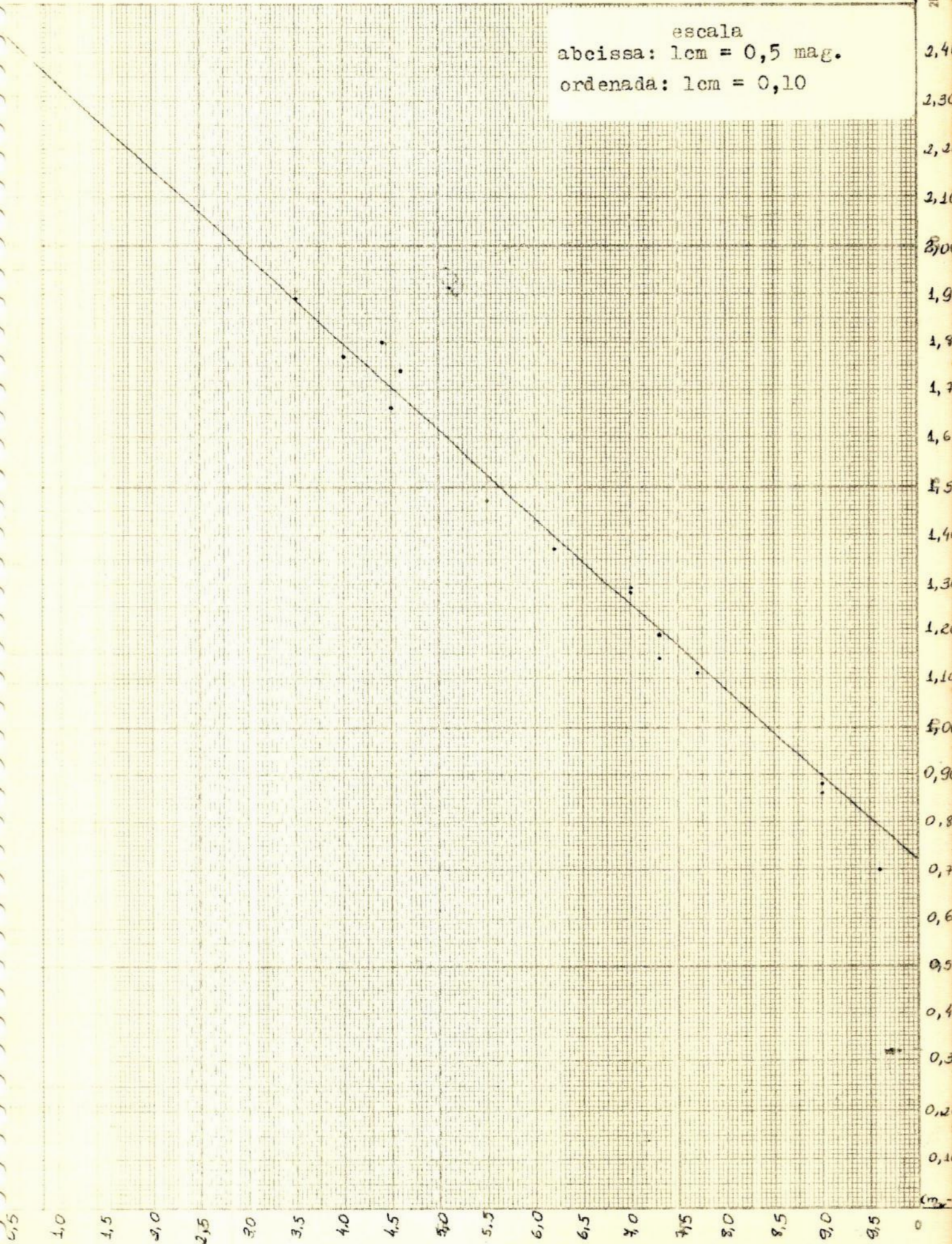


fig. 15

## 2.2 - RELAÇÃO MAGNITUDE / CONTAGEM GALÁTICA

Esta relação forneceria, se determinada, a estrutura do universo como vista pelo observador. Como ponto de partida para sua construção, devemos obter a distribuição de frequência  $F_m$ , definida como o número de galáxias com magnitude  $m$ . O próximo passo envolveria a obtenção da função de distribuição  $N(< m)$  obtida da anterior a partir de

$$N(< m) = \int_0^m F_{m'} dm' ,$$

ou, na prática, por

$$N(< m) = \sum_{m=0}^m F_m .$$

Finalmente, fixada a distância correspondente à magnitude limite  $m$ , obteríamos a função luminosidade como a função distribuição por unidade de volume e por intervalo de magnitude. Todas estas funções definidas em um mesmo instante de tempo.

A função luminosidade descreveria as propriedades globais do universo, independente do observador, sendo portanto o objetivo final nos estudos envolvendo distribuições espaciais das galáxias.

Nosso Projeto não pretende dar uma atenção maior ao desenvolvimento deste tema, mas sim à obtenção da constante de Hubble. Contudo, um exemplo ilustrativo sobre a obtenção de  $F_m$  e  $N(< m)$  é apresentado a seguir.

Apesar do esquema proposto ser, em linhas gerais, bastante simples, as dificuldades experimentais são extremamente grandes. O parágrafo que se segue (Swihart, 1968) dá uma idéia sumária dos problemas associados à determinação das três funções referidas anteriormente:

"O número de objetos vistos com diferentes magnitudes aparentes é uma função de sua densidade, em posições que correspondem a essas magnitudes, e é esperado que a relação seja obviamente uma função do modelo cosmológico. Infelizmente, as dificuldades na determinação das magnitudes são, aparentemente, muito grandes para que valores confiáveis sejam obtidos nos grandes números de que necessitamos nas contagens de galáxias".

No nosso caso, o UCGG lista 12.921 galáxias. Quatro (4) dessas galáxias apresentavam dupla magnitude, sendo assim ficamos com um total de 12.925. Dessas, 826 não possuíam precisão decimal e 6 não apresentavam magnitude. Assim o total de galáxias utilizadas na contagem é de 12.057, contudo apenas um total de 12.050 galáxias foi manipulado, dado que um erro de 7 galáxias foi observado ao final da mon

tagem deste texto. Em futuro trabalhos esta falha deverá, evidentemente, ser corrigida.

As galáxias do UGCG estão ao norte de  $\delta = -2^{\circ} 30'$ , o que por si já representa um grave problema do ponto de vista estatístico.

Como exemplo ilustrativo da precariedade da amostra, estimamos o número médio de galáxias para todo o céu através da relação (Lang, 1974)

$$N(< m_V) = 1,43 \times 10^{-5} \times 10^{0,6 m_V} \quad (2.2.1)$$

galáxias por esferorradiano.

Tomando como  $m_V = 18,5$  como representativa da magnitude limite do UGCG, encontramos, para todo o céu,

$$N(< m_V) \approx 23.000.000 \text{ galáxias.}$$

Com isto,

$$\begin{aligned} 13.000 & \text{ representa } \approx 0,06\% \text{ do total estimado,} \\ 624 & \text{ representa } \approx 0,003\% \text{ do total estimado.} \end{aligned}$$

Em outras palavras, nos gráficos  $\log z \times m_{pg}$ , e considerando que a relação (2.2.1) não se altera se substituirmos  $m_V$  por  $m_{pg}$ , o que apesar de não correto serve para dar uma idéia da ordem de grandeza, nossa amostra é de 3 milésimo<sup>5</sup> por cento do total estimado para o número de galáxias em todo o céu até a magnitude limite de 18,5, enquanto que a amostra utilizada na relação frequência versus magnitude sobe para 6 centésimo por cento.

A construção da função  $F_m$  foi feita a partir do processo usual em estatística. Todo intervalo das magnitudes listadas no UGCG foi subdividido em 38 intervalos de mesmas amplitudes (0,5 mag), escolhido como representativo das incertezas em magnitudes. Em cada intervalo obtivemos  $F_m$  por contagem no catálogo e os resultados estão apresentados na tabela (3). A coluna intitulada  $T_m$  são valores "teóricos" para  $F_m$ , obtidos regredindo uma distribuição normal sobre os dados observados. A forma pela qual  $T_m$  foi obtida será examinada na sub-seção 3.3.

TABELA 3 - Distribuição de frequência das galáxias no UGCG. Hífens indicam valores nulos.

intervalos	F <sub>m</sub>	T <sub>m</sub>	intervalos	F <sub>m</sub>	T <sub>m</sub>
0,2 - 0,4	-		9,5 - 9,9	9	0
0,5 - 0,9	-		10,0 - 10,4	18	1
1,0 - 1,4	-		10,5 - 10,9	41	3
1,5 - 1,9	-		11,0 - 11,4	53	16
2,0 - 2,4	-		11,5 - 11,9	98	65
2,5 - 2,9	-		12,0 - 12,4	140	213
3,0 - 3,4	-		12,5 - 12,9	227	574
3,5 - 3,9	-		13,0 - 13,4	412	1269
4,0 - 4,4	1	0	13,5 - 13,9	745	2302
4,5 - 4,9	-	0	14,0 - 14,4	1445	3423
5,0 - 5,4	-	0	14,5 - 14,9	2237	4175
5,5 - 5,9	-	0	15,0 - 15,4	2657	4177
6,0 - 6,4	-	0	15,5 - 15,9	1955	3427
6,5 - 6,9	1	0	16,0 - 16,4	1127	2306
7,0 - 7,4	-	0	16,5 - 16,9	843	1273
7,5 - 7,9	-	0	17,0 - 17,4	-	576
8,0 - 8,4	1	0	17,4 - 17,9	24	214
8,5 - 8,9	5	0	18,0 - 18,4	-	65
9,0 - 9,4	4	0	18,5 - 18,9	7	16

escala  
 abscissa: 1cm = 0,5 mag  
 ordenada: 1cm = 0,10

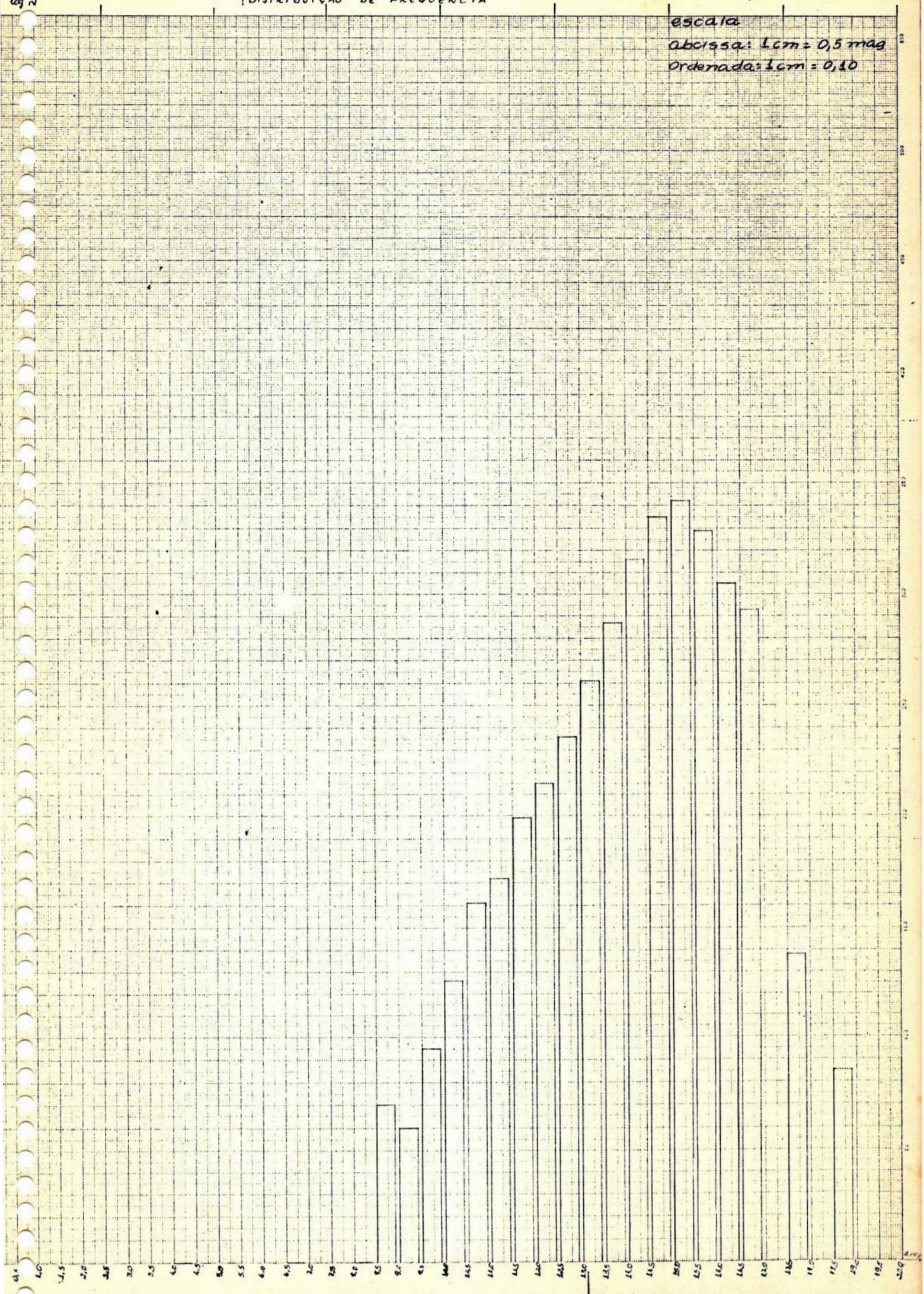


fig.16

NOTA 2 - Todos os dados utilizados neste Projeto foram retirados do UGCG. Esta nota transcreve como os parâmetros  $m_{pg}$  e  $v_r$  são apresentados no referido catálogo. As referências citadas nos três parágrafos seguintes podem ser encontrados no UGCG às páginas VI e VII.

$m_{pg}$  - aparece na coluna 10, linha a. As magnitudes foram adotadas do "Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies" (CGCG). Se a galáxia é um membro de um par ou um sistema de ordem superior e a magnitude total é dada no CGCG, este valor da magnitude foi colocado entre colchêtes. Para objetos mais débeis que 15,7, as magnitudes foram estimadas a partir das placas azuis de acordo com a seguinte escala:

16,0; 16,5; 17.; 18.; 19.

Para objetos mais brilhantes em baixas latitudes galáticas, não coberta pelo CGCG, as magnitudes foram estimadas em  $\pm 0,5$  m.

$v_r$  - aparece na coluna 11, linha a e linha b

linha a: velocidade radial referida ao Sol. As velocidades radiais adotadas no UGCG, são listadas no "Reference Catalogue of Bright Galaxies (BG)", levando em conta as correções listadas in Publ. Astr. Pacific 78, 268 e 84, 461. Velocidades radiais suplementares foram tomadas a partir do Arakelian et al. (1970a, b 1971a, b), Arp (1972), Chincarini e Rood (1971), DuPuy (1970), Fairall (1971), Rudnicki e Tarraro (1969), Sargent (1970b), de Vaucouleurs e de Vaucouleurs (1967), Weedman e Khachikian (1968, 1969) e Zwicky (1971). Entre outras publicações concernentes a velocidades radiais, atenção particular é chamada para Chincarini e Rood (1972), Ford et al. (1971), Page (1970), Sargent (1970a, 1972) e Ulrich (1971).

linha b: velocidade radial corrigida para o movimento solar. Dá a velocidade radial corrigida para o movimento solar em relação ao Grupo Local de acordo com a fórmula  $V_0 = + 300 \cos A$ , onde A é a distância do ápex convencional em

$$l = 55^\circ, b = 0^\circ \text{ ou } l = 87^\circ, b = +1^\circ$$

(cf. de Vaucouleurs e Vaucouleurs 1964, p.3, Humason et al. 1956; Humason e Wahlquist 1955).

Em alguns casos somente velocidades corrigidas eram disponíveis. É chamada atenção para o fato de que alguns observadores (neste contexto, Sargent e Ulrich) corrigiram as velocidades para o centro da Galáxia usando o valor 250 km/s para o movimento solar (valor da rotação galática corrente no IAU). Considerando as incertezas pre-



centes em muitas determinações de desvio para o vermelho, esta diferença é de fato usualmente de menor importância.

Se as incertezas nas medidas da velocidade radial foram consideradas suficientes para tornar qualquer correção não significativa, usualmente só o valor incorreto foi listado.

### NOTA 3 - Incertezas nos $v_r$

As incertezas aqui citadas foram retiradas de 3 artigos.

Em algumas galáxias mais débeis e naquelas cujo espectro foi sub-exposto ou um pouco fora de foco, somente uma ou duas linhas puderam ser medidas. Assim, a precisão das velocidades radiais é bastante baixa, o valor médio sendo  $\sigma(v) = \pm 110$  km/s. Uma comparação com dados sobre NGC 4827, 4842, 4845, que foi recentemente publicada por Sandage (1975), mostra que nossos valores de velocidades radiais estão em excesso cerca de 200 km/s, um pouco maior do que os valores de  $\sigma$  dado para estas galáxias (West, 1977).

A partir de reobservações de 18 galáxias em diferentes noites, o erro médio quadrático externo de uma única medida de velocidade é 100 km/s. (Esta estimativa não inclui um possível erro sistemático introduzido por erros em nosso espectro padrão de M 31. Contudo, o padrão foi observado cuidadosamente, e reobservações de M 31 a partir de diferentes noites indicou que o erro sistemático devido a esse efeito é de 10 km/s ou menos.) O erro médio quadrático para um único espectro, baseado nos valores para diferentes linhas no mesmo exame, é de 70 km/s, indicando que erros externos e internos são de aproximadamente igual magnitude (Faber e Dressler, 1977).

Nas modernas espectrografias é possível obter espectros que estão em foco desde  $\lambda$  3200 até  $\lambda$  7200, com uma conveniente dispersão de  $\approx 200 \text{ \AA mm}^{-1}$ . Todas as linhas utilizadas estão neste intervalo de comprimento de onda, incluindo as linhas do céu noturno listadas na tabela 1 (ver referência no final deste parágrafo). Desvios para vermelho são obtidos medindo as placas com um microscópio de base móvel no sentido direto e reverso, afim de evitar tendências sistemáticas na colocação entre as linhas de comparação e galácticas. As medidas são obtidas com um erro em velocidade de  $\pm 120$  km/s. O erro médio quadrático normal, obtido por placas em galáxias normais com uma média de 6 linhas, é usualmente  $\approx \pm 40$  km/s, o que corresponde a um erro médio quadrático com precisão de  $\pm 3 \mu$  nas placas. Isto é consideravelmente menor do que a largura das linhas de absorção em muitas galáxias, o que mostra a forte necessidade de evitar erros sistemáticos nas medidas das placas ( Sandage cap.19, in Sandage, 1975).

SEÇÃO 3

ANÁLISE DE RESULTADOS

3.1 - RELAÇÃO  $\log V_{R_0} / d$ 

Afim de determinar os valores da constante de Hubble,  $H$ , para as amostras utilizadas neste trabalho, adotamos a relação

$$\log V_{R_0} / d = - (0,2 + a_1) m_{pg} + 0,2(\Delta m_{pg} + M_{pg}) - (a_0 + 1) + \log c.$$

Esta relação pode ser obtida da maneira que se segue.

A equação de definição para magnitude é

$$m - M = 2,5 \log \frac{L}{l},$$

onde  $m$  e  $M$  são as magnitudes aparentes e absoluta respectivamente,  $l$  é a luminosidade observada do objeto e  $L$  a luminosidade que teria a uma distância padrão de 10 parsecs (pc). Além disso, temos a lei do inverso do quadrado para as luminosidades

$$\frac{l}{L} = \frac{D^2}{d^2},$$

onde  $d$  e  $D$  são as distâncias real e padrão. Combinando as duas equações e fazendo  $D = 10$  pc, obtemos:

$$\log d = 0,2 (m - M) + 1.$$

Aplicando este resultado à magnitude fotográfica, temos

$$\log d = 0,2 (m_{pg} - \Delta m_{pg} - M_{pg}) + 1; \quad (3.1.1)$$

onde  $\Delta m_{pg}$  é a correção para o efeito do desvio para o vermelho, que será discutido mais adiante. (o desvio? ou a correção?)

A equação obtida pela regressão linear para  $z$  é da forma

$$-\log z = a_1 m_{pg} + a_0.$$

Substituindo  $z$  por  $V_{R_0} / c$  acima, vem

$$\log V_{R_0} = - a_1 m_{pg} - a_0 + \log c. \quad (3.1.2)$$

Combinando (3.1.1) e (3.1.2),

$$\log V_{R_0} / d = - (0,2 + a_1) m_{pg} + 0,2(\Delta m_{pg} + M_{pg}) - (a_0 + 1) + \log c.$$

Uma vez que a luz das galáxias sofre realmente um desvio no comprimento de onda para o vermelho, correções devem ser aplicadas à

magnitude fotográfica para torná-la comparável à magnitude fotográfica absoluta como determinada para as galáxias mais próximas, que não apresentam desvios apreciáveis.

Um tratamento detalhado dessas correções pode ser baseado em uma equação que pode ser vista como uma relação empírica conectando  $m_{pg}$  de um objeto celeste, como ordinariamente medida, com sua  $m_b$ , magnitude bolométrica, como seria determinada por medidas térmicas feitas sem absorção da atmosfera da Terra. A equação pode ser escrita na forma

$$m_{pg} = m_b + \Delta m_r + HI + CI,$$

onde  $\Delta m_r$  é a correção empírica a ser adicionada à magnitude bolométrica para obter a magnitude radiométrica, como medida termicamente depois da absorção pela atmosfera terrestre; HI é o valor empírico do chamado índice de calor, que deve ser adicionado à magnitude radiométrica para obter a magnitude visual, e CI é o valor empírico do chamado índice de cor, que deve ser finalmente adicionado à magnitude visual para obter a magnitude fotográfica.

Em acordo com estas equações, podemos então escrever

$$\Delta m_{pg} = \Delta m_b + \Delta (\Delta m_r) + \Delta (HI) + \Delta (CI),$$

como uma expressão para o efeito do aumento em desvio para o vermelho na magnitude fotográfica de galáxias mais distantes.

## 3.2 - DETERMINAÇÃO DE H

O valor de H para as amostras estudadas foi obtido utilizando-se a equação

$$\log V_{R_0} / d = - (0,2 + a_1)m_{pg} + 0,2(\Delta m_{pg} + M_{pg}) - (a_0 + 1) + \log c. \quad (3.2.1)$$

Para este cálculo, escolhemos  $m_{pg} = 17,00$ . Este valor foi escolhido por ser o valor limite de  $m_{pg}$ , bem determinado no UGCG.

O valor da magnitude absoluta fotográfica,  $M_{pg}$ , para cada tipo morfológico foi encontrado fazendo-se a média da  $M_{pg}$ , para cada tipo de galáxia e utilizando-se a tabela 61, nas páginas 549 a 552 do *Astrophysical Formulae* (Lang, 1974).

Os valores de  $\bar{M}_{pg}$ , assim encontrados, foram

Elíticas:  $\bar{M}_{pg} = -19,87$ ,

Espirais:  $\bar{M}_{pg} = -19,43$ ,

Irregulares:  $\bar{M}_{pg} = -17,77$ .

Para a amostra que envolve todos os tipos galáticos, utilizamos  $\bar{M}_{pg} = -19,02$ , que foi obtida fazendo-se a média das  $\bar{M}_{pg}$  acima citadas.

Como vemos pela equação acima, para determinarmos H precisamos dos valores de  $\Delta m_{pg}$ . Uma vez que não foi encontrado<sup>5</sup> valores desta grandeza associados às galáxias individualmente, ou ao tipo morfológico, utilizamos  $\Delta m_{pg} = 0,10$  e  $\Delta m_{pg} = 1,00$ , baseados na listagem de  $\Delta m_{pg}$  contidos na tabela II, pg 451, do *Relativity Thermodynamics and Cosmology*, originalmente determinada por Hubble e Humason. Para maiores detalhes sobre esta correção, ver Tolman, 1966, páginas 448 a 452.

Colecionando esses valores, bem como os coeficientes  $a_0$  e  $a_1$ , e substituindo, encontramos os valores da tabela 4.

TABELA 4 - Valores de H

tipo	$\Delta m_{pg} = 0,10$	$\Delta m_{pg} = 1,00$
Elíticas	69,68	105,47
Espirais	85,33	129,16
Irregulares	38,29	57,96
Amostra mista	66,53	100,70

## 3.3 - DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

A partir dos  $F_m$  indicados na tabela 3, na tabela 5 apresentamos os correspondentes valores para  $N(< m)$ . Na coluna das magnitudes indicamos apenas os valores médios de cada intervalo de magnitude definidos na tabela 3.

TABELA 5 - Função de Distribuição das Galáxias do UGCG.

$m$	$N(< m)$	$m$	$N(< m)$
4,2	1	11,7	231
4,7	1	12,2	371
5,2	1	12,7	598
5,7	1	13,2	1010
6,2	1	13,7	1755
6,7	2	14,2	3200
7,2	2	14,7	5437
7,7	2	15,2	8094
8,2	3	15,7	10049
8,7	8	16,2	11176
9,2	12	16,7	12019
9,7	21	17,2	12019
10,2	39	17,7	12043
10,7	80	18,2	12043
11,2	133	18,7	12050

A amostra da tabela 5 é inadequada pelas razões indicadas na página 43. Dificuldades adicionais, tais como a fixação de uma escala de distância para cada magnitude limite, tornariam a função luminosidade ainda mais imprecisa do que  $N(< m)$ , e assim sendo, os cosmólogos preferem utilizar esta última função na construção de modelos. Por exemplo, para um universo euclidiano (Tolman, 1966),

$$\log N(< m) = 0,6 m + \text{cte.}$$

Esta relação pode ser testada procedendo <sup>a</sup> uma regressão linear sobre os dados da tabela 5 e comparando o coeficiente  $a_1$  da equação

$$\log N(< m) = a_1 m + a_0 ,$$

tal como obtido pela regressão, com o valor 0,6 . No nosso caso

$$a_1 \approx 0,36 ;$$

$$a_0 \approx - 1,99 ;$$

$$\text{corr} = 0,98.$$

Outra possibilidade envolve a regressão estatística de curvas convenientemente escolhidas sobre os valores observados de  $F_m$  ou  $N(< m)$ . Como exemplo, obtivemos a distribuição  $T_m$ , já referida, onde o ajustamento foi feito a partir do método dos momentos, isto é, tomando como média e desvio padrão da distribuição normal os correspondentes valores para a distribuição observada (14,951 e 1,123, respectivamente). A qualidade do ajustamento pode ser testada por qualquer dos métodos estatísticos. Aplicando o teste  $\chi^2$  (Hoel, 1971), obtivemos o valor experimental

$$\chi^2 \approx 7530,10 .$$

Pode-se observar, nas tabelas da referência citada, que para qualquer valor crítico, com 29 graus de liberdade e níveis de significância entre 99% e 1%, o teste rejeita a hipótese de representação da  $F_m$  por uma distribuição normal.

Dessa forma, vimos dois exemplos tais que o primeiro, apesar de não ser sugerido pelos dados da figura 16 resultou em uma representação linear com altíssimo coeficiente de correlação, enquanto que o segundo, apesar de evidente pela mesma figura é, do ponto de vista estatístico, absolutamente inadequado.

Disto não se deve depreender que o modelo euclidiano seja adequado ou que as galáxias não se distribuam uniformemente pelo espaço. Isto porque, e como temos discutido ao longo do texto, a amostra parece não ser adequada.

SEÇÃO 4

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

—



→ 1 - Em termos percentuais, as amostras utilizadas<sup>5</sup> nas determinações de  $H$  são inadequadas. Do total de galáxias listadas no UGCG, só pudemos utilizar cerca de 3% das S, cerca de 1% das E e cerca de 0,2% das I. Além disso, o próprio total (12.921 galáxias) deste catálogo representa uma amostra da ordem de 0,1% do total estimado para todo o céu até a magnitude limite  $m_V = 18,5$ .

2 -  $H$  é bastante sensível às correções  $\Delta m_{pg}$  (ver fig.17, a seguir), e estas dependem de um termo contendo o desvio para o vermelho e de um termo envolvendo as características de transição do instrumento utilizado para medir as magnitudes (Whitford, cap.5 in Sandage, 1975). Na bibliografia consultada não conseguimos encontrar valores para  $\Delta m_{pg}$  associados as classes S, E e I.

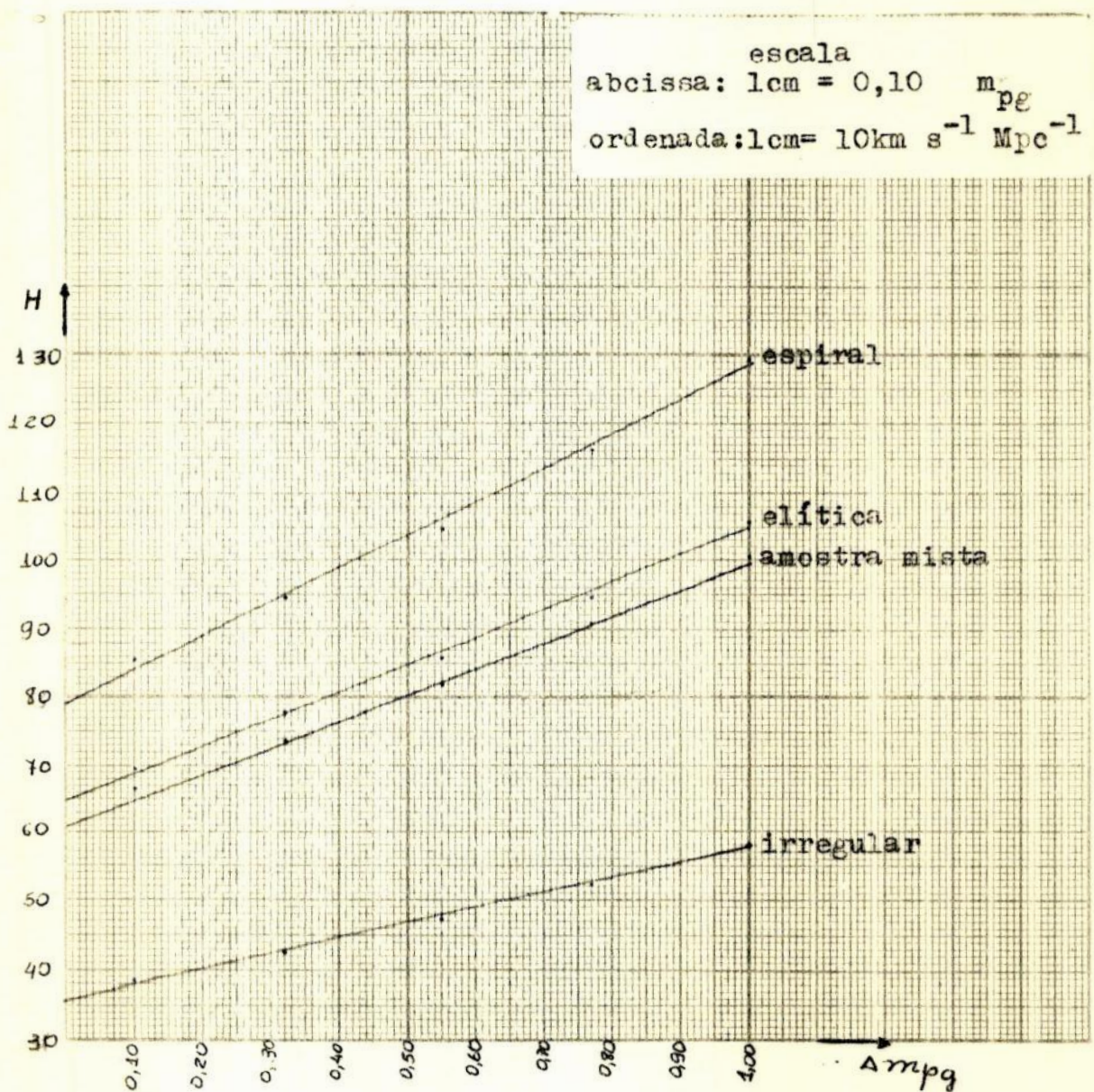


fig.17

3 - Apesar das ressalvas indicadas nos itens 1 e 2, os valores de  $H$  variaram entre aproximadamente  $60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e  $130 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . As mais recentes determinações estão contidas neste intervalo, acreditando-se, inclusive, que o valor da constante de Hubble seja da ordem de  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (Tinsley, 1978), muito aproximadamente portanto no ponto médio do nosso intervalo. Esta é uma demonstração de que os métodos utilizados no presente trabalho apresentam razoável grau de confiabilidade.

4 - A conclusão do item 3 nos leva a suspeitar que as maiores fontes de erros possam se situar não propriamente no tamanho das a mostras utilizadas, mas sim:

a - na utilização de amostras com elementos determinados com precisão (bons valores de  $z$ ,  $m_{pg}$  e  $M_{pg}$ );

b - em um cálculo mais rigoroso das correções  $\Delta m_{pg}$ , o que por sua vez exige bons valores de  $z$  e corretas determinações das funções resposta dos diferentes instrumentos utilizados (Whitford, op. cit.).

5 - Para as galáxias nas classes E-S0 e S0 e SBO, tomadas isoladamente, as determinações de  $H$  não puderam ser processadas devido à ausência de calibrações das respectivas magnitudes absolutas ( $M_{pg}$ ), pelo menos nos textos consultados.

6 - Relativamente a uma pesquisa sobre funções luminosidade, o tamanho da amostra parece ser de importância fundamental (ver seção 2.2). Além disso, neste caso, efeitos de seleção são críticos, pois sabe-se que em toda amostragem astronômica, em associação com contagens, os membros mais débeis (por exemplo, galáxias dE) são sistematicamente subestimados.

7 - Outro efeito de seleção observado foi o de que um número máximo de galáxias por unidade de área da esfera celeste, e por intervalo de magnitude aparente, foi encontrado como se localizando em ascensões retas nas vizinhanças de  $12h$ . Este efeito é tanto mais relevante quanto menor é o número de galáxias por intervalo de magnitude. Para este fato não conseguimos encontrar uma justificativa plausível.

Tendo em vista o exposto nos itens anteriores, seria conveniente:

8 - Retirar, para cada classe de galáxia, sub-amostras, por exemplo, contendo apenas galáxias com magnitudes precisas, e verificar o efeito destes reordenamentos sobre os resultados.

9 - Obter correções que nos permitam passar do sistema  $V_{R0}$  (referida ao Sol) para o sistema  $V_R$  (corrigida para o movimento solar), o que permitirá aumentar o tamanho da amostra. Uma possibilidade para construção dessa equivalência foi indicada na seção 2.1.

10 - Ampliar a pesquisa bibliográfica na tentativa de encontrar valores para  $\Delta m_{pg}$ . Sob este aspecto, poderia vir a ser útil um contato com demais pesquisadores da área.

→ 11 - Relativamente as contagens de galáxias, proceder a regressões de outras curvas que não lineares e gaussianas, seja para o total da contagem, seja para contagem envolvendo estratificações de magnitudes e classes de galáxias.

12 - Em sequência ao proposto no item 11, deveriam ser construídas funções de luminosidade (o que não foi feito no texto) e a consequente comparação destas funções com os modelos teóricos.

⇒ 13 - Construir a relação (ou relações) magnitudes aparente / tamanho angular segundo as mesmas estratificações sugeridas em 11.

→ 14 - Examinar todas as relações assim obtidas do ponto de vista de suas compatibilidade com as teorias cosmológicas.

BIBLIOGRAFIA

- ABELL, G., 1969. Exploration of the Universe. Holt, Rinehart and Winston, Inc, New York.
- \_\_\_\_\_, 1978. Cosmology - The origin and Evolution of the Universe. Mercury - The journal of the Astronomical Society of Pacific. Vol VII, nº 3, May/Jun.
- ALLEN, C. W., 1974. Astrophysical Quantities. The Athlone Press University of London, London.
- CARNEY, B., 1978. A Lab Exercise on the Hubble Law. Mercury - The Journal of the Astronomical Society of Pacific. Vol VII, nº 3, May/Jun.
- DEKKER, E., 1975. Spiral Structure and the Dynamics of Galaxies. Physics Reports (Section C of Physics letters) 24, No 5 (1976). North-Holland. Publishing Company, Amsterdam.
- FABER, S. M.; DRESSLER, A., 1977. Radial Velocities for Galaxies in 11 clusters. The Astronomical Journal. Vol 82, nº 3, Mar. American Institute of Physics, New York.
- HOEL, P. G., 1971. Introduction to Mathematical Statistics. John Wiley e Sons, Inc, New York.
- KAUFMANN III, W., 1977. Astronomy: The Structure of the Universe Macmillan, New York.
- LANDSBERG, P. T.; EVANS, D. A., 1977. Mathematical Cosmology. Clarendon Press, Oxford.
- LANG, K. R., 1974. Astrophysical Formulae. Springer - Verlag, New York.
- MOTZ, L., DUVEEN, A., 1967. Essentials of Astronomy. Columbia University Press, New York.
- NILSON, P., 1973. Uppsala General Catalogue of Galaxies.
- OGORODNIKOV, K. F., 1965. Dynamics of Stellar Systems. Pergamon Press, Inc, New York.
- RUDAUX, L.; VAUCOULEURS, G., 1966. Astronomie. Labor S. A. Rio de Janeiro.
- SANDAGE, A.; SANDAGE, M.; KRISTIAN, J., 1975. Galaxies and the Universe. Sandage e Kristian, Chicago.
- SÉRSIC, J. L., 1976. Notas sobre Astronomia Extragaláctica. Apostila do curso ministrado no CRAAM da Universidade Mackenzie, São Paulo.
- STODÓLKIEWICZ, J. S., 1973. General Astrophysics. American Elsevier Publishing Company, Inc, New York.
- SWIHART, T. L., 1968. Astrophysics and Stellar Astronomy. John Wiley e Sons, Inc, New York.
- TOLMAN, R. C., 1966. Relativity Thermodynamics and Cosmology. Oxford University Press, London.
- WEST, R. M., 1977. Spectroscopic Observations of Galaxies from the ESO/Uppsala List First Catalogue. Astronomy and Astrophysics Supplement Series, Vol 27, nº 1, Jan. Astronomical Institute and Geneva Observatory, Switzerland.

↑  
?