



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS
OBSERVATÓRIO DO VALONGO

DETERMINAÇÃO DO
COEFICIENTE DE EXTINÇÃO ATMOSFÉRICA
PARA O OBSERVATÓRIO DO VALONGO

Participantes do Projeto
GRAÇA GASPAR
VÉRA LUCIA MILESI MARQUES ROMANO

sob a orientação do Prof. JOSÉ AUGUSTO BUARQUE DE NAZARETH

Rio de Janeiro
1977

Queremos agradecer ao Professor JOSÉ AUGUSTO BUARQUE DE NAZARETH a oportunidade que nos proporcionou de realizarmos este projeto, desde o momento que no-lo sugeriu e durante todo o seu decorrer, orientando-nos. Desejamos ressaltar a valiosa colaboração do Professor JORGE DE ALBUQUERQUE VIEIRA, a quem somos muito gratas. Aos amigos LUIZ AUGUSTO DA SILVA REIS, co-participante do projeto, e EDGAR RANGEL NETTO, pelo incentivo que nos deram, em horas por vezes difíceis, o nosso reconhecimento. Agradecemos, também, a ANDRÉ LUIZ PAPI pela belíssima ilustração fotográfica da capa, a LUCIA e JOSÉ MÁRIO PEREIRA DE ALMEIDA por ceder-nos uma máquina IBM com a qual pudemos datilografar o manuscrito e a EDSON SILVA pelas reduções e cópias xerox necessárias.

Graça Gaspar

Vêra Lucia Milesi Marques Romano

ECOLOGIA É UMA PALAVRA NOVA E UMA CIÊNCIA NOVA,
MAS O RACIOCÍNIO ECOLÓGICO NÃO FOI CRIADO PELOS HOMENS DE HOJE

Carta do cacique Seathl, da tribo Duwamish, do Estado de Washington, ao Presidente Franklin Pierce, dos Estados Unidos, em 1855, depois de o Governo ter dado a entender que desejava adquirir o território da tribo.

"... A vista de tuas cidades é um tormento para os olhos do homem vermelho. Mas talvez seja assim por ser o homem vermelho um selvagem que nada compreende.

Não se pode encontrar paz nas cidades do homem branco. Nem um lugar onde se possa ouvir o desabrochar da folhagem na primavera ou o tinir das asas de insetos. Talvez por ser um selvagem que nada entende, o barulho das cidades é para mim uma afronta aos ouvidos. E que espécie de vida é aquela em que o homem não pode ouvir a voz do corvo noturno ou a conversa dos sapos no brejo, à noite? Um índio prefere o suave sussuro do vento sobre o espelho d'água e o próprio cheiro do vento, purificado pela chuva do meio-dia e com aroma de pinho. O ar é preciso para o homem vermelho. Porque todos os seres vivos respiram o mesmo ar — animais, árvores, homens. Não parece que o homem branco se importe com o ar que respira. Como um moribundo ele é insensível ao ar fétido.

... De uma coisa sabemos, e o homem branco talvez a descobrirá um dia: o nosso Deus é o mesmo Deus. Julgas, talvez, que o podes possuir da mesma maneira como desejas possuir a nossa terra. Mas não podes. Ele é Deus da humanidade inteira. E quer bem igualmente ao homem vermelho como ao branco. A terra é amada por Ele. E causar dano à terra é demonstrar desprezo pelo seu Criador. O homem branco vai desaparecer, talvez mais depressa que as outras raças. Continua poluindo a tua própria cama! e hás de morrer uma noite, sufocado nos teus próprios dejetos! Depois de abatido o último bisão e domados todos os cavalos selvagens, quando as matas misteriosas federem à gente, e quando as colinas escarpadas se encherem de fíos que falam — onde ficarão os sertões? Terão acabado. E as águias? Terão ido embora. Restará dar adeus à andorinha e à caça, o fim da vida e o começo da luta para sobreviver."

I - INTRODUÇÃO	6
II - TEORIA E DESCRIÇÃO DO MÉTODO	7
.1 - Extinção Atmosférica	7
.2 - Determinação do Coeficiente de Extinção	15
.2.1 - Medidas Convencionais	15
.2.2 - Extinção como função do comprimento de onda	16
.2.3 - Extinção como função do Índice de cor	19
.2.4 - Determinação dos Coeficientes de Absorção	20
.2.5 - Forma Alternativa da Determinação de k'_{λ} e $k'_{c\lambda}$	24
.2.6 - Análise dos Métodos Apresentados	25
.3 - Sistema UBV de Johnson	26
.3.1 - Método Prático	27
.3.2 - Calibração dos Instrumentos	28
.3.3 - Cálculo da Extinção Atmosférica	29
.3.4 - Determinação dos Parâmetros de transformação para o Sistema Padrão	29
III - APLICAÇÃO	33
.1 - Aparelhagem utilizada	33
.2 - Teste dos Instrumentos	34
.2.1 - Relação Sinal-Ruído	34
.2.2 - Aleatoriedade dos dados	35
.2.3 - Erros Instrumentais	49
.3 - Observações Preliminares no Observatório do Valongo	52
.3.1 - Dados Observacionais	52
.3.2 - Interpretação Astronômica dos Dados Experimentais	55
IV - CONCLUSÕES	57
.1 - Justificativas para o pequeno número de observações	57
.2 - Justificativa para a não calibração do Sistema Experimental de Magnitudes Fotométricas	58
.3 - Análise Preliminar dos Resultados Obtidos	58
.4 - Considerações Finais	60
V - ANEXOS	61
.1 - Histograma Experimental	61
.2 - Histograma Comparativo	62
.3 - Programa I - Programa Estatístico	63
.3.1 - Fluxograma	63
.3.2 - Programa	68
.4 - Programa II - Distribuição do χ^2	74
.4.1 - Fluxograma	74
.4.2 - Programa	75
.5 - Programa III - Teste da Correlação Serial	76

V -	.5.1 - Fluxograma	76
	.5.2 - Programa	78
	.6 - Programa IV - Cálculo das Coordenadas das Estrelas Pa Padrões para 1976,0	80
	.6.1 - Fluxograma	81
	.6.2 - Programa	82
	.7 - Programa V - Cálculo do Coeficiente de Extinção e das Magnitudes Corrigidas para fora da Atmosfera	83
	.7.1 - Fluxograma	83
	.7.2 - Programa	87
	.8 - Observações Fotométricas em 17-18/8/1976	92
	.8.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V	95
	.8.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B	96
	.9 - Observações Fotométricas em 18-19/8/1976	97
	.9.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V, estrela a Leste	101
	.9.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B, estrela a Leste	102
	.9.3 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V, estrela a Oeste	104
	.9.4 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B, estrela a Oeste	105
	.10 - Observações Fotométricas em 23-24/8/1976	106
	.10.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V	109
	.10.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B	110
	.11 - Observações Fotométricas em 1-2/9/1976	111
	.11.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V	116
	.11.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B	117
	.12 - Gráfico de todas as "Retas de Bouguer" obtidas com o Filtro V	118
	.13 - Gráfico de todas as "Retas de Bouguer" otidas com o Filtro B	119
VI -	BIBLIOGRAFIA	120
VII -	APÊNDICES	121
	.1 - Registro das 598 leituras de α Scorpii	121
	.2 - Dedução da Média e Variância da Variável Reduzida Z	122
	.3 - Registro da Observação Fotométrica de 17-18/8/1976	123

I - INTRODUÇÃO

A atmosfera terrestre pode ser visualizada como sequências de camadas gasosas superpostas. A troposfera, a mais inferior — alcança 10 a 12 km de altitude acima do solo — é constituída pelo ar que respiramos e é nela que se verifica grande turbulência. Acima dela há uma zona relativamente imóvel, bem rarefeita — a estratosfera —, cujo componente mais importante é uma pequena quantidade de ozônio, forma ativa triatômica do oxigênio, terrivelmente venenosa, mas que, por outro lado, exerce um efeito benéfico sobre a vida na Terra, absorvendo parte da radiação ultravioleta solar, que seria letal a todos os organismos conhecidos, pois destruiria o ácido nucleico das células. Esta proteção, contudo, vem sendo ameaçada pelos agentes poluidores que, em nome da civilização, são responsáveis por uma degradação crescente do meio.

A poluição urbana devida à fotoquímica e partículas suspensas é, por conseguinte, motivo de maior preocupação, não somente pelos efeitos exercidos sobre a saúde e pela degradação dos aspectos estéticos, como é o caso da cidade de São Paulo, no Brasil, mas, também, por um possível impacto global na climatização da Terra, ou seja, os aerossóis colocados na atmosfera pelo homem virem a causar, eventualmente, alterações qualitativas irreversíveis de aquecimento ou resfriamento catastróficos da atmosfera.

Um estudo que mostra-se o processo de interação ozônio-poluição seria um grande passo para se equacionar o problema e, oportunamente, minimizá-lo. Estimulada pelas pesquisas realizadas no Observatório de Chabot e na Universidade de Washington, visando a determinação dos parâmetros de poluição atmosférica para a cidade de São Francisco e outras nos Estados Unidos, a equipe do Observatório do Valongo decidiu implantar a infraestrutura operacional sobre o tema "Astronomia e Poluição Aérea", trabalho este que exigirá, se adequadamente desenvolvido, a participação futura dos Departamentos de Física, Química e Meteorologia, num esforço multidisciplinar de finalidades idênticas e inéditas no País. Através desta contribuição inicial da Astronomia pretende-se alertar os meios científicos para que intensifiquem suas pesquisas ao combate da poluição atmosférica.

Este projeto é apenas uma tentativa de iniciar a Pesquisa, apresentando preliminarmente a Teoria da Extinção Atmosférica. Completa o trabalho um roteiro de observações fotométricas das estrelas catalogadas por Johnson e Morgan, realizadas no telescópio refrato-refletor coudé do Observatório do Valongo com os filtros B e V, seguindo-se a interpretação dos dados obtidos.

II - TEORIA E DESCRIÇÃO DO MÉTODO

II.1 - Extinção Atmosférica

Extinção atmosférica é o efeito ocasionado pelas camadas de ar da Terra, que reduzem, por absorção ou dispersão, a radiação emergente dos corpos celestes. Isto é um fato evidente, pois a interposição de meios materiais na trajetória dos raios luminosos bloqueia a transmissão da luz, diminuindo a intensidade que deveríamos receber.

Do ponto de vista da determinação das magnitudes, esta perda representa um erro que deve ser corrigido. O problema, em toda sua generalidade, é bastante complexo. Porém, no nosso caso, a questão pode ser contornada através das denominadas "retas de Bouguer", que permitem uma solução simples e precisa do problema.

Consideremos, em primeiro lugar, a forma pela qual a atmosfera terrestre afeta os fluxos luminosos das estrelas. Observamos que a quantidade de energia que atravessa uma superfície emissora num determinado ponto e em uma dada direção é o fluxo luminoso de um qualquer corpo celeste.

Seja $F_{o\lambda}$ o fluxo de luz monocromática incidente na camada superior da atmosfera. dS representa um elemento de trajetória do raio luminoso na atmosfera, e $dF_{o\lambda}$ é o fluxo perdido, por absorção ou espalhamento, ao longo de dS . Admitiremos que

$$dF_{o\lambda} \propto -F_{o\lambda} dS \quad (1)$$

Se introduzirmos um fator de proporcionalidade, σ_λ (coeficiente de absorção) podemos escrever:

$$dF_{o\lambda} = -F_{o\lambda} \sigma_\lambda dS ,$$

onde $\left[\sigma_\lambda \right] = \text{cm}^{-1}$.

Considerando-se que as distâncias estelares são apreciavelmente grandes e que o fluxo emitido é inversamente proporcional ao quadrado das distâncias, e definindo-se:

F_e - fluxo emitido pela estrela;

R - distância da estrela até a Terra;

S - espessura da atmosfera, que é a soma de todas as camadas elementares absorventes de espessura dS_1, dS_2, \dots , que o fluxo atravessa até chegar ao observador;

teremos, de acordo com a Lei de Lambert, que:

$$F_T = \frac{F_e}{R^2} ,$$

que é o fluxo total recebido no topo da atmosfera, e

$$F_o = \frac{F_T}{S^2},$$

que é o fluxo recebido pelo observador no centro da Terra.

Dessas relações obtemos:

$$F_o = \frac{1}{S^2} \frac{F_e}{R^2}.$$

Mas sendo R infinitamente maior que S,

$$F_o = \frac{F_e}{R^2} \approx F_T.$$

Assim, o fluxo recebido pelo observador será aproximadamente igual ao fluxo recebido no topo da atmosfera, isto é, as perdas resultantes da Lei de Lambert são desprezíveis. Porém, não poderemos deixar de levar em consideração a absorção e o espalhamento atmosféricos, contidos em S. Por outro lado, observamos que as perdas interestelares não serão consideradas. Daqui por diante, e a menos que explicitamente indicado, absorção indicará absorção real e, ou, espalhamento.

Podemos integrar (1) e conhecer a perda total de fluxo, uma vez que ele é considerado contínuo:

$$\left(\frac{dF_{o\lambda}}{F_{o\lambda}} \right) = \sigma_\lambda dS. \quad (2)$$

Se a onda luminosa incidente no topo da atmosfera chega com uma velocidade de fase v_o e, supondo-se que a atmosfera é dividida em camadas elementares dS , dentro de cada uma delas consideraremos constantes as propriedades do meio. Assim, a velocidade da onda será a mesma para todos os pontos dentro de cada camada, variando somente

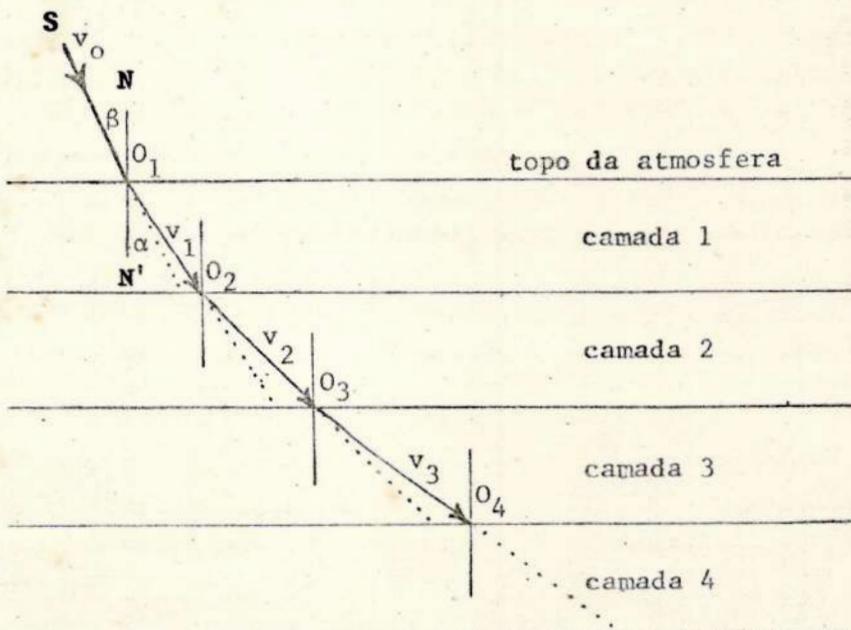


FIGURA I

nas fronteiras entre as camadas. Dentro da camada 1, a onda terá velocidade v_1 , menor que v_0 e assim sucessivamente, uma vez que a camada mais inferior (próxima ao nível do mar) é mais densa que as superiores, e maior densidade implica em menor velocidade de propagação. O índice de refração para a primeira camada, quando a luz vem do meio interestelar e entra na atmosfera, é

$$\frac{v_0}{v_1} = \mu_1,$$

e, similarmente, quando a onda penetra na camada 2, temos

$$\frac{v_1}{v_2} = \mu_2.$$

Desta maneira, teremos $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \text{ etc.}$

O raio incidente em O_1 será transmitido com um desvio da normal de acordo com a Lei de Snell:

$$\text{sen } SO_1N = \mu_1 \text{ sen } O_2O_1N'$$

$$\text{sen } \beta = \mu_1 \text{ sen } \alpha,$$

o mesmo acontecendo para as camadas subsequentes, como podemos observar na FIG. I. Logo, a integração da trajetória percorrida pela luz devida à refração atmosférica (pela relação de Huygens) faz com que o caminho do raio luminoso, dentro da atmosfera terrestre, seja levemente encurvado, em vez de exatamente reto, efeito ocasionado apenas pela variação da densidade atmosférica, implicando em maior absorção. Por este motivo, um observador verá a luz de um astro segundo uma direção tangente à trajetória dos raios luminosos emitidos e concluirá que a estrela está mais próxima do zenite, o que não é verdade. Contudo, a Astronomia Esférica nos ensina que existe um intervalo em distâncias zenitais (a ser explicitado posteriormente), no qual o efeito da refração pode ser desprezado. Na FIG. I, a trajetória \overline{SO} será considerada linear devido a esta razão.

Para se escolher os limites da integral (2), suponhamos que o percurso total seja \overline{SO} e, que F_λ seja o fluxo observado na Terra e $F_{o\lambda}$ o fluxo incidente no limite superior da atmosfera.

$$\int_{F_{o\lambda}}^{F_\lambda} \frac{dF'_{o\lambda}}{F'_{o\lambda}} = - \int_S^0 \sigma_\lambda dS,$$

$$F_\lambda = F_{o\lambda} e^{- \int_S^0 \sigma_\lambda dS}, \quad (3)$$

que é algumas vezes referida como lei de Beer.

Observamos que F_λ é a quantidade medida e, em geral, não conhecemos nem $F_{o\lambda}$, nem σ_λ . Para o cálculo da integral da perda de

fluxo, seja definirmos uma grandeza auxiliar, denominada espessura ótica, $\tau_{s\lambda}$, pela relação

$$\tau_{s\lambda} = \int_s^0 \sigma_{\lambda} ds, \quad (4)$$

$\tau_{s\lambda}$ é a espessura ótica monocromática da atmosfera, ao longo da trajetória percorrida pela luz, de S até O. Temos, então,

$$F_{\lambda} = F_{0\lambda} e^{-\tau_{s\lambda}}. \quad (5)$$

Espessura ótica é uma quantidade muito importante, uma vez que através dela podemos inferir sobre o meio que se está analisando.

Quando $\tau_{s\lambda}$ é muito pequena, houve pouca absorção, o que implica dizer que o meio é quase transparente. Porém, quando $\tau_{s\lambda} = 1$, a radiação recebida é $1/e$ da total, e esta fração é consideravelmente grande, sendo a absorção, neste caso, apreciável. Quando $\tau_{s\lambda}$ é muito grande, o meio é quase opaco à radiação.

Entretanto, podemos observar, experimentalmente, que a espessura ótica, por depender da massa de ar, existente entre o astro observado e a Terra, deve ser função da distância zenital do astro e, como esta varia constantemente, a extinção da radiação da estrela também variará constantemente com o tempo.

Supondo-se que as propriedades da espessura ótica são unicamente função da altitude, a atmosfera pode ser tratada pela Teoria Clássica da Refração, como uma série de camadas finas e estratificadas concentricamente com a Terra, cada qual possuindo um coeficiente de absorção bem definido. Para se verificar a forma da função $\tau_{s\lambda}$, observamos que em pequenos ângulos zenitais (z) podemos admitir a atmosfera composta de camadas plano-paralelas, isto é, que a refração e a curvatura da Terra sejam desprezadas, e que as propriedades da função $\tau_{s\lambda}$ dependam apenas da distância acima da Terra, e não da posição horizontal. Pela FIG. II, vemos que ds é determinado como sendo:

$$ds = \sec z \, dx. \quad (6)$$

A equação (4) se torna:

$$\tau_{s\lambda} = \int_s^0 \sigma_{\lambda} \sec z \, dx,$$

ou

$$\tau_{s\lambda} = \tau_{0\lambda} \sec z; \quad (7)$$

onde $\tau_{0\lambda}$ é a espessura ótica na direção do zenite.

$$\tau_{0\lambda} = \int_s^0 \sigma_{\lambda} \, dx,$$

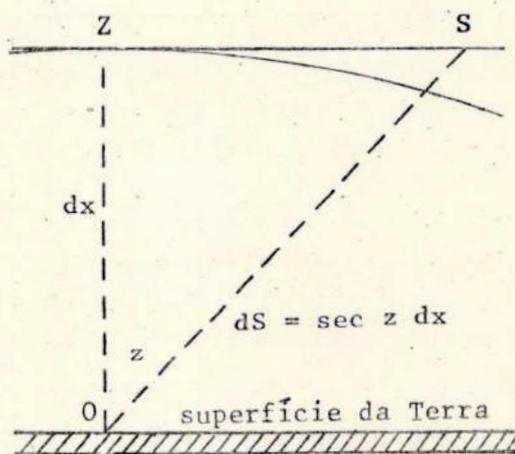


FIGURA II

e dx é a distância ao longo desta direção. Na prática obtemos a magnitude da estrela e não o fluxo. Logo, utilizando-se a equação de Pogson, que relaciona magnitudes estelares e fluxos,

$$m_{\lambda} - m_{o\lambda} = 2,5 \log \frac{F_{o\lambda}}{F_{\lambda}} . \quad (8)$$

Combinando-a com a equação (5), vem:

$$m_{\lambda} - m_{o\lambda} = 1,086 \tau_{s\lambda} , \quad (9)$$

onde m_{λ} é a magnitude instrumental obtida na Terra e $m_{o\lambda}$ é a magnitude de acima da atmosfera terrestre.

As observações nos dão m_{λ} , porém, necessitamos de $m_{o\lambda}$, pois a diferença $(m_{\lambda} - m_{o\lambda})$ é a extinção atmosférica em magnitudes.

A equação (9) ainda apresenta 2 incógnitas ($m_{o\lambda}$, $\tau_{s\lambda}$) e, portanto, não possui solução algébrica. Assim, utilizando-se a equação (7), teremos:

$$m_{\lambda} - m_{o\lambda} = 1,086 \tau_{o\lambda} \sec z , \quad (10)$$

onde $1,086 \tau_{o\lambda} = k_{\lambda}$ é o coeficiente de absorção. Como $\tau_{o\lambda}$ é função das características da atmosfera na direção do zenite, e experiências revelam que nesta direção as condições observacionais são as melhores possíveis, podemos supor que, em primeira aproximação, a espessura ótica no zenite não deva variar muito, podendo ser considerada como constante.

Podemos observar que a equação (10) é análoga à equação de reta do tipo $y(x) = a + bx$; o que nos permite concluir, através do método acima, dito de Bouguer, que $m_{o\lambda}$ é o ponto onde a reta corta o eixo das magnitudes experimentais e que $1,086 \tau_{o\lambda} = k_{\lambda}$ é a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das distâncias zenitais.

O método de Bouguer pressupõe que a configuração das camadas estratificadas permaneçam estáveis durante o tempo das medidas (em geral, várias horas), o que nunca é estritamente verdadeiro, mesmo com uma noite límpida, devido aos deslocamentos da atmosfera que farão com que tais camadas, admitidas como estratificadas, se misturem, modificando o coeficiente de absorção de cada uma delas. Apenas observações sistemáticas ao longo de muitas noites permitirão decidir, através de testes estatísticos, se a estratificação é uma hipótese aceitável em um dado observatório [ver item III.2.2].

É conveniente especificar a trajetória do raio luminoso em termos da massa de ar (X) no zenite do observador. Assim sendo, o coeficiente de extinção (k_{λ}) será a medida da perda de luz, expressa em magnitudes relativamente à posição zenital da estrela.

$$m_{\lambda} = m_{o\lambda} + k_{\lambda} X. \quad (11)$$

A suposição dos planos paralelos só é válida para distâncias zenitais $z \leq 65^\circ$, o que pode ser verificado experimentalmente, pois a partir deste limite a distribuição dos pontos empíricos deixa de ser linear, isto é, as retas de Bouguer se degeneram em outras formas. Para $z > 65^\circ$ temos que considerar a curvatura da Terra e a refração, implicando em maiores trajetórias para os raios luminosos.

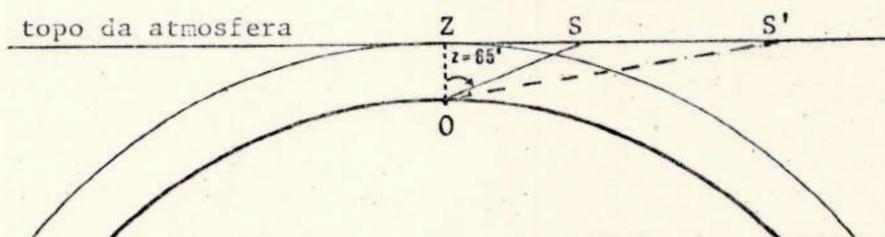


FIGURA III

A massa de ar relativa, referida ao zenite, é obtida pela secante z (Schoenberg, 1929) com boa precisão. O erro introduzido, neste caso, é de aproximadamente 0,005 massas de ar para $z = 60^\circ$. É conveniente utilizar secantes para o cálculo da massa de ar, até $z = 65^\circ$. No caso de $z > 65^\circ$, pequenas correções devem ser feitas à $\sec z$ para se obter a verdadeira massa de ar (X). [ref. 9, pág.180].

O quadro abaixo mostra as correções que devem ser subtraídas aos valores da $\sec z$ para se obter a verdadeira massa de ar. Essas correções devem sempre ser utilizadas se os erros sistemáticos precisarem ser minimizados.

TERMOS DE CORREÇÃO PARA MASSA DE AR

z	$\sec z$	X	Correção	z	$\sec z$	X	Correção
0°	1.000	1.000	0.000	69°	2.790	2.773	0.017
30	1.155	1.154	.001	70	2.924	2.904	.020
60	2.000	1.995	.005	71	3.072	3.049	.023
61	2.063	2.057	.006	72	3.236	3.209	.027
62	2.130	2.123	.007	73	3.420	3.388	.032
63	2.203	2.196	.007	74	3.628	3.588	.040
64	2.281	2.273	.008	75	3.864	3.816	.048
65	2.366	2.356	.010	76	4.134	4.075	.059
66	2.459	2.448	.011	77	4.445	4.372	.073
67	2.559	2.546	.013	78	4.810	4.716	.094
68	2.670	2.655	0.015	79	5.241	5.120	0.121

TABELA 1

Para valores extremos da distância zenital deve-se recorrer diretamente às tábuas de Schoenberg, as quais não puderam ser obtidas.

O valor da $\sec z$ é determinado diretamente, para qualquer observação, através de

$$\sec z = \left[\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos AH \right]^{-1} \quad (12)$$

onde ϕ é a latitude do observador, δ é a declinação da estrela e AH é o ângulo horário da estrela. [Ref. 4, pág. 47].

Geralmente, é mais conveniente o uso da relação (12), porém, podemos utilizar também uma tabela que dá diretamente o valor da $\sec z$, para uma grande faixa de declinações e ângulos horários, tendo-se fixado uma latitude. Podemos ver uma amostra dessa tabela (ver TABELA 2), na qual observamos que quando $AH = 0$ hora (estrela cruzando o meridiano), para um observador de $\phi = 36^\circ$ e astro com $\delta = 28^\circ$, o valor da $\sec z = 1,010$.

Massa de Ar para latitude 36°

A.H.	$\delta=28^\circ$	$\delta=26^\circ$	$\delta=24^\circ$	$\delta=22^\circ$
0h 00m	1.010	1.016	1.023	1.031
20	1.013	1.018	1.025	1.034
40	1.021	1.027	1.034	1.043
1 00	1.035	1.042	1.050	1.059
10	1.045	1.052	1.060	1.069
20	1.056	1.063	1.071	1.081
30	1.069	1.076	1.085	1.095
35	1.076	1.083	1.092	1.102
40	1.083	1.091	1.100	1.110
45	1.091	1.099	1.108	1.119
50	1.099	1.107	1.117	1.129
55	1.108	1.117	1.127	1.138
2 00	1.117	1.126	1.137	1.149
05	1.127	1.137	1.148	1.160
10	1.138	1.148	1.159	1.172
15	1.149	1.159	1.171	1.184
20	1.161	1.171	1.183	1.197
2 25	1.173	1.184	1.197	1.211

TABELA 2

Quando se deseja calcular a massa de ar, de maneira mais precisa, primeiro devemos calcular a $\sec z$ pela relação (12), e após, determinar a massa de ar pela relação:

$$X = \sec z - 0,0018167(\sec z - 1) - 0,002875(\sec z - 1)^2 - 0,0008083(\sec z - 1)^3. \quad (13)$$

Esta aproximação polinomial de Bemporad é adequada, pois dá uma precisão de 0,1% para $X = 6,8$ ($z \approx 82^\circ$) e de 1% para $X = 10$ ($z \approx 85^\circ$). Entretanto, há dúvidas se esses valores de Bemporad são confiáveis com tal precisão, devido às variações de densidade, pressão e poluição que ocorrem na atmosfera. [Ref.9, pág.180].

Outra forma de se determinar a massa de ar diretamente é

através de um nomograma. A FIG. IV exemplifica um modelo, onde temos na escala à esquerda, medidas de massa de ar, à direita, temos AH, sendo que a curva apresenta valores de δ , para uma latitude do lugar de $36^{\circ} 03'$. Se o nomograma for cuidadosamente traçado, poderá ser utilizado com erro inferior a 0,5%. Notamos que os erros citados anteriormente ainda estão sujeitos a debates. Frequentemente é útil esta forma de se determinar a massa de ar, quando se estuda um grupo de estrelas, em uma pequena área do céu.

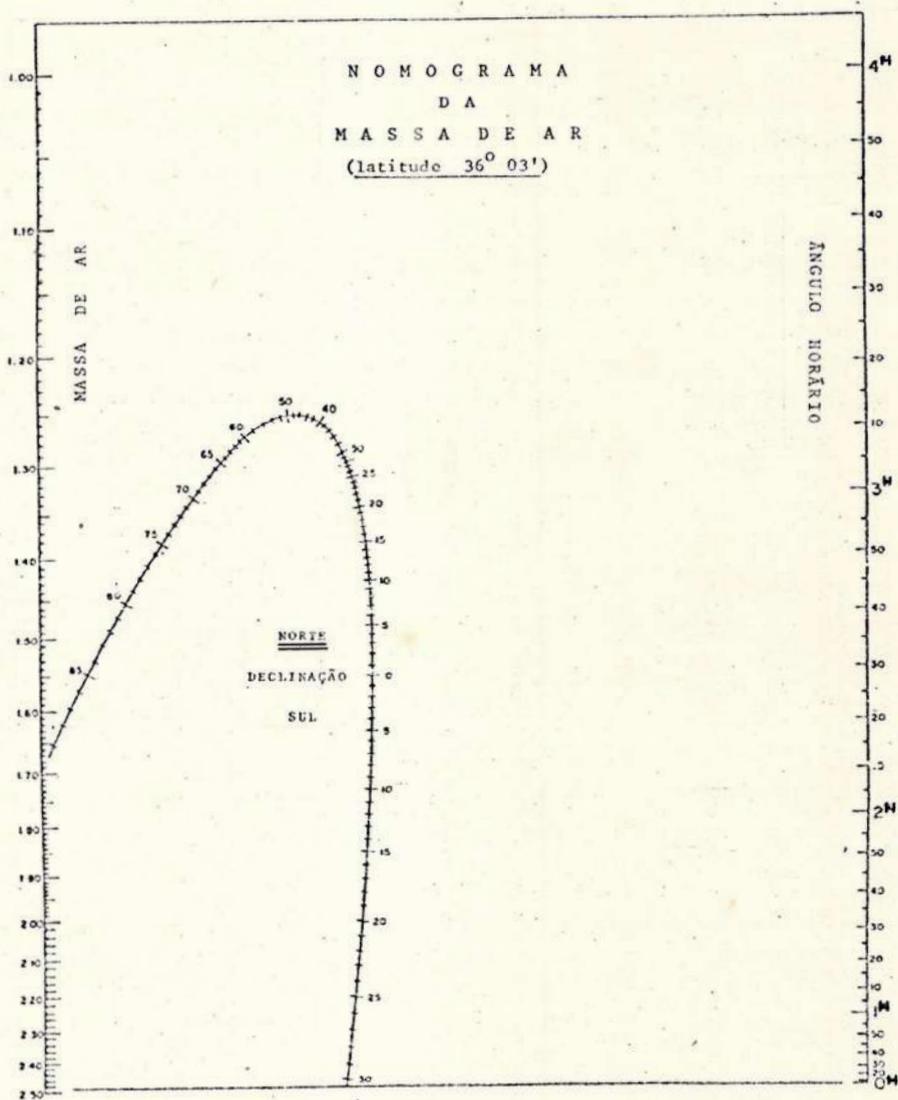


FIGURA IV

Observamos que o nomograma acima foi traçado para a latitude do lugar, do hemisfério norte.

II.2 - Determinação do Coeficiente de Extinção

II.2.1 - Medidas Convencionais

A equação (11) representa uma equação linear. Sob condições ideais, tendo-se obtido magnitudes experimentais em observações adequadas de distâncias zenitais, podemos traçar gráficos de magnitudes instrumentais versus massa de ar, e a inclinação da reta será o coeficiente de extinção procurado. Um gráfico ideal pode ser visto na FIG. V.

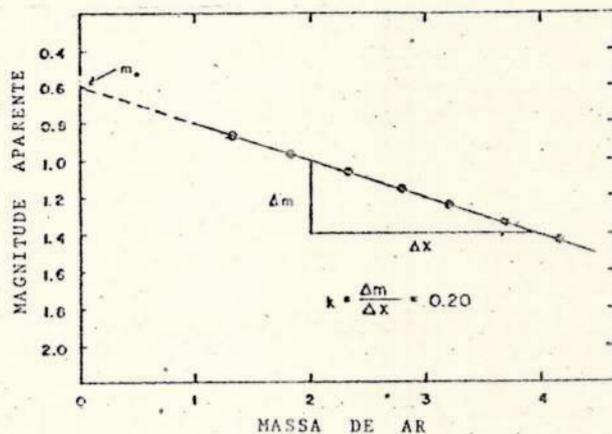


FIGURA V

Na prática nunca conseguiremos tais resultados como mostra a FIG. V, pois durante o intervalo em que a estrela se move através de uma grande quantidade de massa de ar, a atmosfera pode sofrer mudanças substanciais. Além disso, podemos observar que, em um dado instante e em um mesmo plano de estratificação, a extinção em partes distintas do céu não é uniforme, devido a presença de estrelas muito brilhantes que irão afetar o nível do fundo do céu. Logo, as observações resultantes, provavelmente, apresentarão um espalhamento e o valor determinado para coeficiente de extinção, pela reta de Bouguer, conterá erros. Porém, se obtivermos várias determinações, independentes, das magnitudes, durante uma noite límpida, pode-se obter uma média para k_λ . Essa média, baseada em observações de várias noites, estará mais próxima do valor real do coeficiente de extinção do que a média de cada noite, pois k_λ pode variar consideravelmente durante uma só noite.

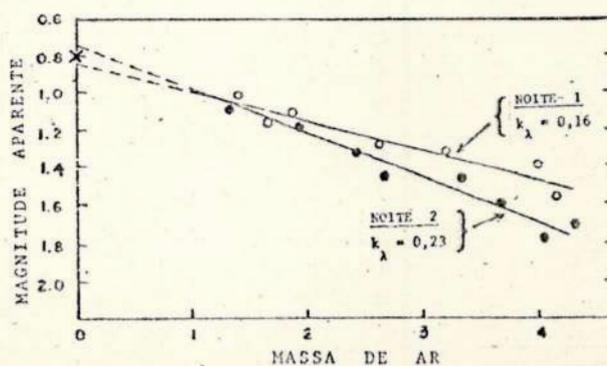


FIGURA VI

Se agruparmos as medidas da estrela observada, feitas durante várias noites, poderemos obter uma precisão considerável no coeficiente de extinção, tal que a constância da magnitude do astro (considerada como a magnitude fora da atmosfera, $m_{0\lambda}$) pode ser usada como uma condição primordial nas determinações do coeficiente de absorção. Este procedimento é ilustrado graficamente na FIG. VI, na qual um valor médio de $m_{0\lambda}$, de duas ou mais noites, faz surgir outro ponto no eixo das magnitudes.

Frequentemente usamos o método dos mínimos quadrados para se determinar $m_{0\lambda}$ e k_λ , necessitando-se realizar muitas observações de uma mesma estrela, a fim de se obter um resultado preciso.

Uma condição se impõe: a sensibilidade dos instrumentos deve permanecer constante, condição dificilmente realizável com tantos fatores variáveis envolvidos. Devemos usar uma fonte luminosa de constante estabelecida para se determinar a variação da resposta do instrumento.

II. 2.2 - Extinção como função do comprimento de onda

A FIG. VII mostra a dependência do coeficiente de extinção com o comprimento de onda para boas condições do céu. Como é de se esperar, a extinção é geralmente menor e menos irregular nos observatórios de grande altitude, tal que os dados desta figura não são aplicáveis a altitudes mais baixas, como é o caso do Observatório do Valongo.

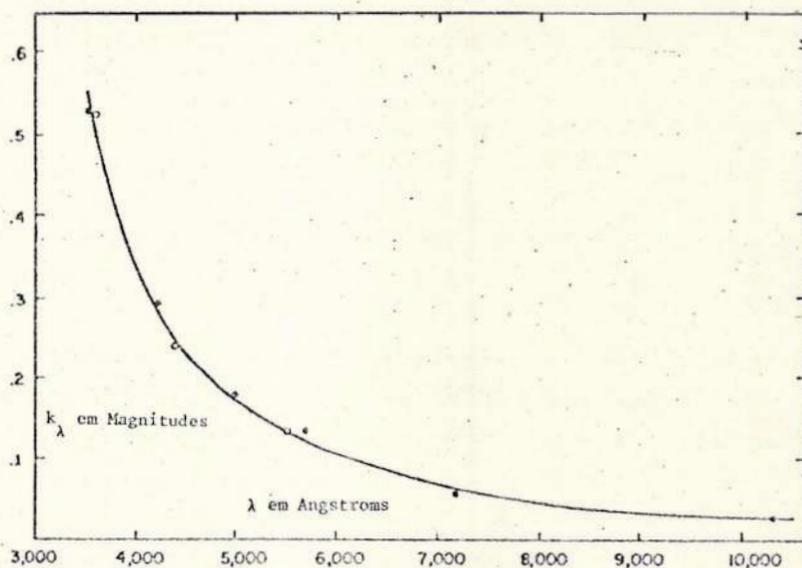


FIGURA VII

Quando operamos num sistema de várias bandas ao mesmo tempo, é conveniente trabalharmos em termos de uma única magnitude, ou um ou mais índices de cor, tratando a extinção de maneira diferencial para os índices de cor. A fim de obtermos a equivalente da equação (11), em termos de índices de cor, façamos:

$$m_{\lambda 1} - m_{o\lambda 1} = k_{\lambda 1} X ,$$

$$m_{\lambda 2} - m_{o\lambda 2} = k_{\lambda 2} X ,$$

$$m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2} = m_{o\lambda 1} - m_{o\lambda 2} + [k_{\lambda 1} - k_{\lambda 2}] X ,$$

onde

$$m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2} = C_{\lambda} ,$$

$$m_{o\lambda 1} - m_{o\lambda 2} = C_{o\lambda} ,$$

$$k_{\lambda 1} - k_{\lambda 2} = k_{c\lambda} ,$$

onde C_{λ} e $C_{o\lambda}$ são os índices de cor abaixo e acima da atmosfera para uma estrela, respectivamente, e $k_{c\lambda}$ é a diferença entre os coeficientes de extinção de cor correspondentes aos comprimentos de onda usados. Notamos que se está associando os comprimentos de ondas efetivos às respectivas bandas fotométricas. Neste caso, temos que:

$$C_{\lambda} = C_{o\lambda} + k_{c\lambda} X. \quad (14)$$

Uma vantagem deste método é que o coeficiente de extinção em cor, $k_{c\lambda}$, é medido pela maneira convencional, isto é, pela reta de Bouguer, com precisão maior que os coeficientes de extinção em magnitude, medidos isoladamente, e dos quais ele é a diferença. Uma das razões para esta maior precisão é que algumas das variações dos coeficientes de extinção em magnitudes são comuns a ambos (variação não seletiva), e conseqüentemente, $k_{c\lambda}$ será menos irregular. Outra razão é a sensibilidade relativa de cor dos equipamentos, a qual é mais constante que a sensibilidade monocromática.

Antes de explicitarmos a análise de erro sugerida acima, observamos que como a luz que recebemos em qualquer banda fotométrica não é monocromática, os coeficientes realmente utilizados serão aqueles para um feixe monocromático em um comprimento de onda predominante, sem contudo, ser o λ efetivo da distribuição de energia estelar.

Por cor entendemos:

$$C = m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2} ,$$

e quando determinamos k_{λ} temos normalmente um erro de natureza seletiva, pois trabalhamos com um comprimento de onda apenas, tal como explicitado no parágrafo anterior, e mais erros induzidos pelos instrumentos, estes de componentes de natureza seletiva e não seletiva. Logo, nosso coeficiente $k_{\lambda 1}$ pode ser colocado na forma:

$$k_{\lambda 1} = k_{\lambda 1}^* \pm \epsilon_{\lambda 1} \pm \epsilon ,$$

onde $k_{\lambda 1}^*$ é o coeficiente real (livre de erros); $k_{\lambda 1}$ é o coeficiente

medido; ϵ_{λ_1} e ϵ_{λ_2} são, respectivamente, as componentes seletivas e não seletivas de todos os erros que puderem ser associados às observações. Por exemplo, ϵ pode conter ainda erros pessoais dos observadores. O mesmo acontece para k_{λ_2} . Assim, quando fizermos:

$$k_{c\lambda} = k_{\lambda_1}^* \pm \epsilon_{\lambda_1} \pm \epsilon - k_{\lambda_2}^* \pm \epsilon_{\lambda_2} \pm \epsilon,$$

onde ϵ é o mesmo, ele se cancelará, pois supõe-se não haver variação apreciável na aparelhagem utilizada, nem em outras fontes, num pequeno intervalo de observação. Assim, sendo $\epsilon_{\lambda} = \pm\epsilon_{\lambda_1} \pm\epsilon_{\lambda_2}$, teremos:

$$k_{c\lambda} = k_{\lambda_1}^* - k_{\lambda_2}^* \pm \epsilon_{\lambda}.$$

Torna-se possível agrupar as medidas das quais $k_{c\lambda}$ será determinado após várias noites de observações, assumindo-se que os índices de cor das estrelas, fora da atmosfera, são sempre constantes. Tal método seria viável para o coeficiente de extinção em magnitude se a sensibilidade monocromática dos equipamentos fosse constante ou mensurável.

A determinação convencional do coeficiente de extinção em cor é inteiramente análoga àquela para o coeficiente de extinção em magnitude, k_{λ} . Na FIG.VIII, um gráfico de índices de cor observados versus massa de ar é feito para uma única estrela medida em várias distâncias zenitais e em várias noites.

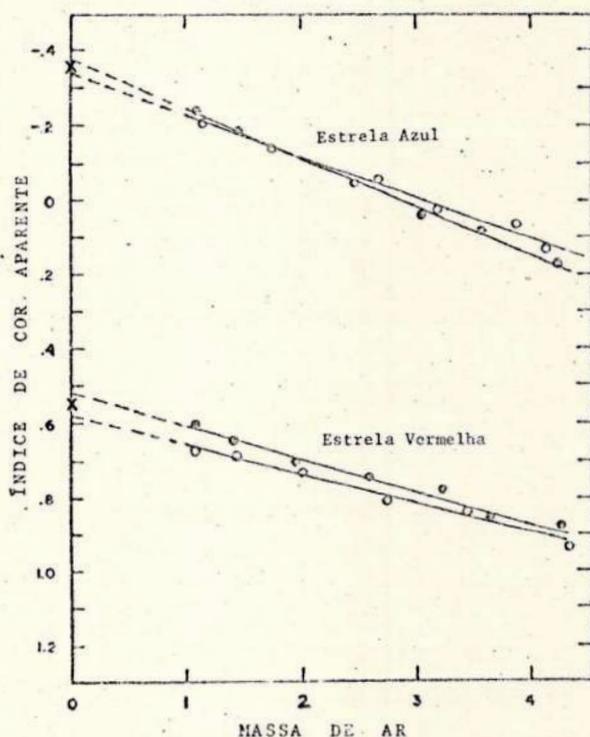


FIGURA VIII

II.2.3 - Extinção como função do índice de cor

Em determinações empíricas dos coeficientes de extinção para várias bandas, notamos que os valores são dependentes do índice de cor do astro, em lugar de constante, como é sugerido pela equação (14). Geralmente, podemos determinar de que maneira a extinção varia com o índice de cor de diferentes estrelas e expressar os resultados por uma relação linear, caso esses dados o permita.

Pelo método de Bouguer, que supõe a atmosfera estratificada, k_λ não é função da massa de ar. Contudo, esta é apenas uma idealização, às vezes adequada, às vezes completamente falsa, pois a atmosfera é um sistema dinâmico, altamente complexo. Assim, e porque a extinção depende de cada configuração atmosférica, k_λ deverá ser uma função da massa de ar variável em cada distância zenital. Torna-se necessário definirmos:

$$k_\lambda = f(X).$$

Porém, como X não é uma grandeza acessível à observação direta e, em geral, é determinada apenas aproximativamente, torna-se inadequado operar com a dependência da massa de ar para o coeficiente de extinção. Assim, é melhor definirmos k_λ por uma função conhecida, por exemplo, a cor da estrela observada, que é sempre obtida. Neste caso,

$$k_{c\lambda} = g(C_\lambda).$$

Pesquisaremos a possibilidade de estabelecer para $k_{c\lambda}$ uma dependência linear em C_λ , e omitindo os índices λ para simplificar,

$$k_c = k'_c + k''_c C, \quad (15)$$

onde k'_c indica o valor "real" de k_c e k''_c indica o erro associado. Observamos que esta hipótese tem por base uma simples analogia com aquelas que conduziram à reta de Bouguer. Duas observações são necessárias:

i) a relação (15) é a expressão de uma hipótese, cuja validade deverá ser recusada ou não, através da análise dos dados empíricos;

ii) em vista do que foi dito na consideração anterior, se k''_c resultar tão pequeno que o produto $k''_c C$ possa ser desprezado para todo C , diremos que a hipótese de Bouguer ($k_c = k'_c = \text{constante}$) é estritamente verdadeira. Porém, em caso contrário, $k''_c C$ representará o erro cometido para cada índice de cor, quando aceitamos a hipótese da estratificação. Com este procedimento, poderíamos ter tantos coeficientes de extinção quantos fossem necessários. Por exemplo, se a relação (15) ainda não fosse satisfatória, estabeleceríamos:

$$k''_c = k'''_c + k''''_c C.$$

Obtemos desta maneira,

$$C = C_0 + \left[k'_c + k'''_c C + k''''_c C^2 \right] X ,$$

relação que poderia ser encontrada a partir de uma expansão de Taylor,

$$k_c = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n k}{dC^n} \right|_0 C^n$$

onde

$$k_c = g(0) + \frac{g'(0)}{1!} C + \frac{g''(0)}{2!} C^2 + \dots ,$$

o que justifica matematicamente a construção de sucessivas retas, como indicado acima.

A potência da variável C , para além da qual os erros globais mascaram os resultados obtidos, será fixada experimentalmente. A experiência [ver ref. 11, pág.322] tem mostrado que apenas correções de 2.^a ordem são suficientes, o que não significa que para o céu do Rio de Janeiro isto seja verdadeiro. Assim, numa primeira aproximação, adotaremos (15) como a expressão do coeficiente de absorção.

Um raciocínio análogo nos levaria, em princípio, a:

$$k_\lambda = k'_\lambda + k''_\lambda m_\lambda ,$$

porém, há nesta afirmativa um absurdo evidente, pois a magnitude monocromática aparente depende da distância do astro, enquanto k_λ é um parâmetro local, gerado pela atmosfera terrestre.

Pelas mesmas razões expostas na análise para $k_{c\lambda}$, tomaremos para coeficiente de absorção em magnitude,

$$k_\lambda = k'_\lambda + k''_\lambda C_\lambda . \quad (16)$$

k'_λ e $k'_{c\lambda}$ são denominados "coeficientes de primeira ordem" e k''_λ e $k''_{c\lambda}$ são os "coeficientes de segunda ordem da extinção atmosférica".

II.2.4 - Determinação dos coeficientes de Absorção

1º Método:

a) Determinação através das magnitudes experimentais

Temos pela equação (11) que

$$m_\lambda - m_{o\lambda} = k_\lambda X ,$$

e por (16),

$$k_\lambda = k'_\lambda + k''_\lambda C_\lambda ,$$

onde

$$C_{\lambda} = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}$$

sendo λ_1 e λ_2 os comprimentos de ondas efetivos medidos em qualquer região do espectro. Substituindo, teremos, então, como $C_{\lambda} \equiv C_{\Delta\lambda}$ e suprimindo-se $\Delta\lambda$,

$$m_{\lambda} = m_{o\lambda} + k'_{\lambda} X + k''_{\lambda} CX, \quad (17)$$

onde λ é igual a λ_1 ou λ_2 .

Uma vez que desejamos calcular os coeficientes de extinção, devemos observar duas estrelas bem próximas uma da outra, como é evidente, com índices de cor bem diferentes, através de diversas massas de ar. A diferença das medidas em magnitude das duas estrelas será dada por:

$$\Delta m_{\lambda} = \Delta m_{o\lambda} + k'_{\lambda} \Delta X + k''_{\lambda} \Delta(CX).$$

Devido às condições iniciais para a escolha das estrelas (estarem bem próximas, isto é, terem quase a mesma posição), as condições do céu devem ser semelhantes. Neste caso, a massa de ar para as duas será a mesma, e teremos:

$$k'_{\lambda} \Delta X = 0.$$

Logo,

$$\Delta m_{\lambda} = \Delta m_{o\lambda} + k''_{\lambda} \Delta(CX), \quad (18)$$

que é uma equação de reta. Desta forma, se plotarmos Δm_{λ} versus $\Delta(CX)$ para as medidas obtidas em uma noite de observação, teremos uma reta cuja inclinação será k''_{λ} e cuja interseção com o eixo das diferenças de magnitudes nos fornecerá $\Delta m_{o\lambda}$.

Após obtermos os coeficientes k''_{λ} para várias noites, podemos calcular seu valor médio, que será o valor adotado e, a partir daí, calcular os coeficientes principais pelas mesmas observações.

Para as estrelas observadas, teremos pela equação (17),

$$m_{\lambda} = m_{o\lambda} + k'_{\lambda} X + k''_{\lambda} CX,$$

onde $k''_{\lambda} CX$ já é um valor conhecido, uma vez que determinamos k''_{λ} . Desta forma, vem:

$$m_{\lambda} - k''_{\lambda} CX = m_{o\lambda} + k'_{\lambda} X,$$

que também é a equação de uma reta.

Plotando-se $(m_{\lambda} - k''_{\lambda} CX)$ versus X teremos que a inclinação da reta será k'_{λ} e a interseção deverá ser a magnitude fora da atmosfera para a estrela em questão, $m_{o\lambda}$.

O mesmo deve ser feito para a outra estrela observada e

uma média de k'_λ será o adotado coeficiente de 1.^a ordem da extinção em magnitudes.

b) Determinação através dos índices de cor experimentais

Pela equação (14) temos que:

$$C_\lambda = C_{o\lambda} + k_{c\lambda} X ,$$

e pela equação (15),

$$k_{c\lambda} = k'_{c\lambda} + k''_{c\lambda} C_\lambda .$$

Logo,

$$C_\lambda [1 - k''_{c\lambda} X] = C_{o\lambda} + k'_{c\lambda} X \quad (19)$$

Das mesmas observações, das quais determinamos os coeficientes de absorção de primeira e segunda ordem em magnitudes, poderemos encontrar $k''_{c\lambda}$ e depois, $k'_{c\lambda}$, da maneira descrita acima. Pela comparação dos coeficientes de cor das duas estrelas encontramos:

$$\Delta C_\lambda = \Delta C_{o\lambda} + k'_{c\lambda} \Delta X + k''_{c\lambda} \Delta(CX) ,$$

e raciocinando-se da maneira precedente,

$$k'_{c\lambda} \Delta X = 0 .$$

Logo,

$$\Delta C_\lambda = \Delta C_{o\lambda} + k''_{c\lambda} \Delta(CX) . \quad (20)$$

Através de um gráfico ΔC versus ΔCX , encontraremos, por uma regressão linear, $k''_{c\lambda}$ e $\Delta C_{o\lambda}$.

Ainda por analogia com o caso anterior, observamos que:

$$C_\lambda [1 - k''_{c\lambda} X] = C_{o\lambda} + k'_{c\lambda} X ,$$

também possui uma forma linear e, ao plotarmos $C_\lambda [1 - k''_{c\lambda} X]$ versus X , temos que a interseção da reta ajustante com o eixo das ordenadas deverá coincidir com $C_{o\lambda}$ calculado através das magnitudes instrumentais e $k'_{c\lambda}$ será a inclinação da reta ajustante.

2º Método:

Outra maneira de se determinar os coeficientes de extinção é utilizando-se o índice de cor corrigido, $C_{o\lambda}$, ao invés de C_λ . Neste caso, temos que os coeficientes de absorção referentes ao índice de cor serão:

$$k_{c\lambda} = k_{c\lambda}^{(1)} + k_{c\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} , \quad (21)$$

e, analogamente, para os coeficientes de absorção em magnitudes,

$$k_{\lambda} = k_{\lambda}^{(1)} + k_{\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} \quad , \quad (22)$$

onde os coeficientes de 1.^a e 2.^a ordem são análogos, mas não idênticos, aos das equações (15) e (16).

c) Determinação através das magnitudes corrigidas para atmosfera
Combinando-se as equações (11) e (22), vem:

$$m_{\lambda} = m_{o\lambda} + k_{\lambda}^{(1)} X + k_{\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} X \quad . \quad (23)$$

Notamos aqui um fator de índice de cor no coeficiente de extinção de 2.^a ordem, e sabendo-se que $C_{o\lambda}$ depende de $m_{o\lambda}$ (ainda desconhecido), temos que, primeiramente, avaliar $C_{o\lambda}$.

d) Determinação através dos índices de cor corrigidos para atmosfera
Combinando-se (14) e (21), temos:

$$C_{\lambda} = C_{o\lambda} + k_{c\lambda}^{(1)} X + \left[k_{c\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} \right] X$$

donde,

$$C_{\lambda} = C_{o\lambda} \left[1 + k_{c\lambda}^{(2)} X \right] + k_{c\lambda}^{(1)} X \quad . \quad (24)$$

Similarmente ao método anterior,

$$k_{\lambda}^{(1)} \Delta X = k_{c\lambda}^{(1)} \Delta X = 0 \quad .$$

Assim,

$$\Delta m_{\lambda} = \Delta m_{o\lambda} + \left[k_{\lambda}^{(2)} \Delta C_{o\lambda} \right] X \quad , \quad (25)$$

e

$$\Delta C_{\lambda} = \Delta C_{o\lambda} + \left[k_{c\lambda}^{(2)} \Delta C_{o\lambda} \right] X \quad . \quad (26)$$

Como a diferença de cor instrumental (ΔC_{λ}) pode ser obtida imediatamente por este método, devemos primeiro fazer um gráfico ΔC_{λ} versus X e, através de regressões lineares, encontraremos $\left[k_{c\lambda}^{(2)} \Delta C_{o\lambda} \right]$ como a inclinação da reta ajustante, e a interseção desta com o eixo das ordenadas, indica $\Delta C_{o\lambda}$.

Como a inclinação da reta ajustante é a tangente do ângulo que esta forma com o eixo das abcissas, temos como se pode observar pela FIG. IX que:

$$k_{c\lambda}^{(2)} \Delta C_{o\lambda} = \frac{\Delta C_{\lambda} - \Delta C_{o\lambda}}{X} \quad .$$

Uma vez que $\Delta C_{o\lambda}$ já foi determinado,

$$k_{c\lambda}^{(2)} = \frac{\Delta C_{\lambda} - \Delta C_{o\lambda}}{X \Delta C_{o\lambda}}, \quad (27)$$

onde ΔC_{λ} e X podem ser quaisquer valores tomados sobre a reta de regressão.

Substituindo-se agora $\Delta C_{o\lambda}$ em (25), para os pares $(\Delta m_{\lambda}, X)$ obtidos experimentalmente, podemos plotar Δm_{λ} versus $\Delta C_{o\lambda} X$, calculando-se dessa forma, uma reta ajustante cuja inclinação nos indicará $k_{c\lambda}^{(2)}$ e cuja interseção dará $\Delta m_{o\lambda}$.

Resta agora a determinação de $k_{c\lambda}^{(1)}$ e $k_{\lambda}^{(1)}$, que exige a imposição de suas hipóteses. Admite-se que o observador já tenha construído um sistema de índices de cor fora da atmosfera para um conjunto de estrelas (ou que ele utilize alguma rede padrão já determinada) e, além disso, que já tenham sido calculados os coeficientes de 2.^a ordem, $k_{c\lambda}^{(2)}$ e $k_{\lambda}^{(2)}$, da maneira descrita anteriormente. Com estes elementos, as fórmulas (23) e (24), reescritas como:

$$m_{\lambda} = m_{o\lambda} + \left[k_{\lambda}^{(1)} + k_{\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} \right] X,$$

$$C_{\lambda} = C_{o\lambda} + \left[k_{c\lambda}^{(1)} + k_{c\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} \right] X,$$

nos permitirão obter por meio de observações das estrelas referidas acima e de suas correspondentes regressões lineares, $C_{o\lambda}$ como interseção e $\left[k_{c\lambda}^{(1)} + k_{c\lambda}^{(2)} C_{o\lambda} \right]$ como a tangente do ângulo de inclinação da reta. Uma vez que admitimos $k_{c\lambda}^{(2)}$ e $C_{o\lambda}$ conhecidos, decorre $k_{c\lambda}^{(1)}$.

II.2.5 - Forma alternativa da determinação de k'_{λ} e $k'_{c\lambda}$

Suponhamos duas estrelas suficientemente afastadas na esfera celeste, de tal forma que $\Delta X \neq 0$. É recomendado pelos autores consultados que uma das estrelas esteja próxima ao zenite e a outra, observada através de uma apreciável massa de ar. Apesar de nas obras consultadas as razões para esta particular escolha não estarem explicitamente indicadas, admitimos que seja para ter uma das estrelas em condições ótimas de observação.

Podemos obter de relações anteriores,

$$k'_{\lambda} = \frac{\Delta [m_{\lambda} - k''_{\lambda} C_{\lambda} X] - \Delta m_{o\lambda}}{\Delta X},$$

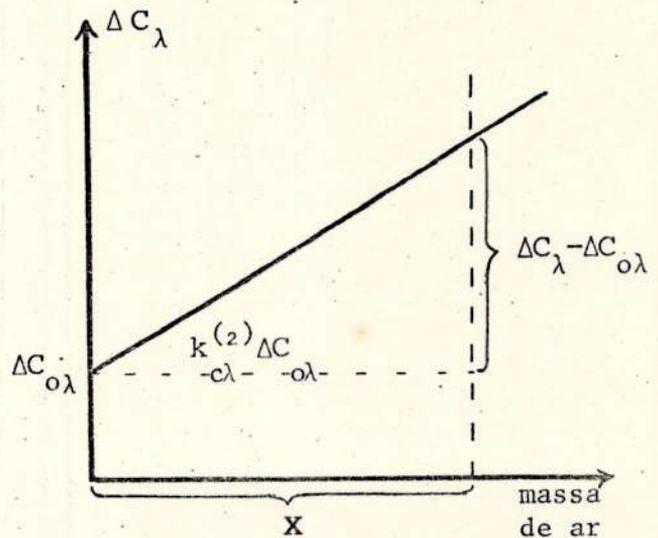


FIGURA IX

$$e \quad k'_{c\lambda} = \frac{\Delta [C_\lambda - k''_{c\lambda} C_\lambda X] - \Delta C_{o\lambda}}{\Delta X} .$$

Uma vez que são conhecidos, através das técnicas acima, k''_λ e $k''_{c\lambda}$, e são medidos m_λ , C_λ e X , as técnicas de regressão linear fornecem k'_λ , $m_{o\lambda}$, $k'_{c\lambda}$ e $\Delta C_{o\lambda}$.

II.2.6 - Análise dos métodos apresentados

Na prática, as relações (21) e (22) eram utilizadas mais intensamente do que as (15) e (16). Porém, isto não era adequado. Como acabamos de ver k''_λ e $k''_{c\lambda}$ são mais facilmente obtidos do que $k^{(2)}_\lambda$ e $k^{(2)}_{c\lambda}$, pois observamos que o 2º método exige que sejam combinadas as equações em magnitudes e em índices de cor, enquanto que no 1º deles, opera-se independentemente. A este fato, acresce a necessidade de satisfazermos duas hipóteses nos cálculos de $k^{(1)}_\lambda$ e $k^{(1)}_{c\lambda}$, enquanto que para k'_λ e $k'_{c\lambda}$ não é necessário a construção a priori de uma rede de estrelas de referência, com todos os problemas que isto implica (arbitrariedade do zero da escala, homogeneidade dos erros, distribuição na esfera celeste e nas classes MK).

Uma terceira fonte de erros reside em $C_{o\lambda}$, que é obtido através das regressões lineares. Estas, por sua vez, contêm as imprecisões inerentes às aproximações estatísticas. Assim, a determinação de $k^{(1)}_\lambda$ e $k^{(1)}_{c\lambda}$ somam-se erros adicionais.

Nenhuma das duas formas de se determinar os coeficientes de 2ª ordem da absorção descrevem rigorosamente a variação da extinção com o índice de cor. Porém, seu cálculo é justificado apenas pelo fato de que termos de mais altas ordens não são mensuráveis pelas técnicas atuais. O coeficiente de 2ª ordem para a extinção em magnitude é desprezível ou indeterminado para bandas localizadas no amarelo e vermelho ($\lambda \approx 9A^0$ a $10A^0$), como se observa na FIG. VII.

Os coeficientes de 2ª ordem parecem ser relativamente constantes, comparados com os coeficientes de primeira ordem. Porém, para o céu do Rio de Janeiro, provavelmente isso não ocorrerá, uma vez que a massa de ar (X) é uma função rapidamente variável no espaço e no tempo, isto é, não tem a estabilidade da atmosfera em Monte Wilson e McDonald, locais onde a FIG. VII foi construída. Observamos, contudo, que este é um pré-julgamento sobre o comportamento da atmosfera do Rio, certamente razoável, porém ainda não apoiado em observações fotométricas.

II.3 - Sistema UBV de Johnson

O sistema UBV é de grande utilidade numa pesquisa na qual se necessita grande domínio espectral.

As características essenciais dos filtros são dadas na Tabela abaixo. [Ref. 18, pág. 15].

FILTRO	λ EFETIVO (A°)	LARGURA A MEIA ALTURA aproximada (A°)
V (visual)	5.480	700
B (azul)	4.400	900
U (ultravioleta)	3.650	700

A FIG. X [Ref. 3, pág. 33] mostra a sensibilidade de uma célula associada aos 3 filtros U, B, V, possuindo a mesma energia em toda a faixa de comprimentos de ondas permitidos. Observamos que esta figura é apenas uma indicação do comportamento dos filtros, e não deve ser utilizada para o cálculo da largura a meia altura, definida geometricamente no filtro U da figura.

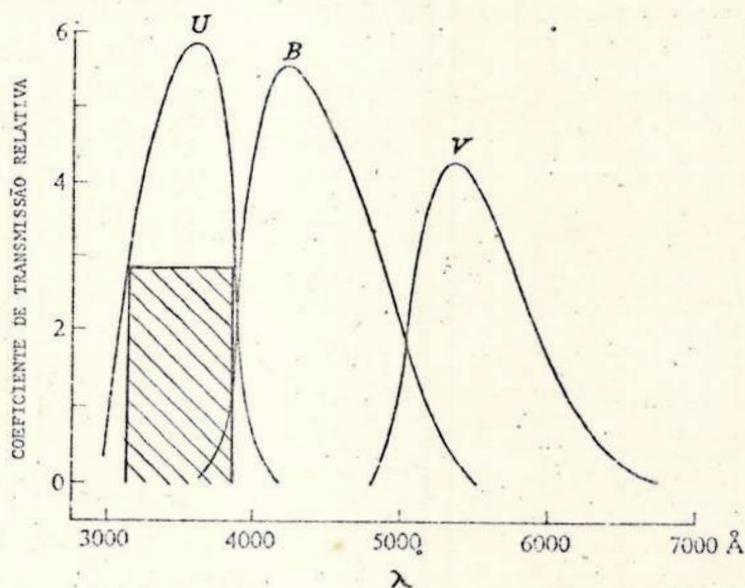


FIGURA X

A banda de passagem é um parâmetro muito mais imprecisamente determinado do que a largura a meia altura, uma vez que a determinação da banda exige delimitação precisa da curva de transferência de cada filtro, o que é bastante difícil de ser feito. Contudo, a literatura contém referências quase que exclusivas às bandas de passagem, pois é um indicador mais intuitivo da largura total do filtro.

A rede de estrelas padrões no Sistema UBV foi estabelecida por Johnson e Morgan, em 1953. Utilizando uma fotocélula 1P21, semelhante a nossa, associada a filtros de três cores (U, B, V), conseguiram obter medidas precisas das magnitudes estelares corrigidas, a um alto grau, para a absorção interestelar. Essas medidas foram catalogadas em magnitude V e índices de cor (B - V) e (U - B), todas reduzidas para fora da atmosfera, com suas coordenadas médias calcula-

das para 1900,0. As 290 estrelas padrões de Johnson e Morgan têm-se revelado adequadas às pesquisas, pois incluem todos os tipos espectrais e classes de luminosidade do Sistema MK, com exceção dos muito pouco frequentes como as W, R, S. [ver Ref. 11]

Os dois pesquisadores convencionaram os índices de cor $(B - V) = (U - B) = 0,00$ para seis estrelas de tipo espectral A0 V: α Lyr, γ UMa, α CrB, 109 Vir, γ Oph e HR 3314. O índice de cor $(B - V)$ varia de $-0,30$, para estrelas muito quentes, até $+1,50$ ou mais, para as estrelas mais frias. [ver Ref. 4, pág. 31]

Obviamente, se o que se pretende é operar no sistema de Johnson, então é indispensável ter-se um sistema a 3 cores aferido àquele.

II.3.1 - Método prático

Considerando-se que a magnitude é função do comprimento de onda observado, podemos definir magnitudes para o Sistema Internacional pelas relações:

$$m_U = -2,5 \log I_U + \xi_U,$$

$$m_B = -2,5 \log I_B + \xi_B,$$

$$m_V = -2,5 \log I_V + \xi_V. \quad \text{ver [Ref. 12, pág.4].}$$

onde I_U , I_B , I_V são as medidas de intensidade da luz que passa através dos filtros e são proporcionais às deflexões medidas no instrumento, e ξ_U , ξ_B , ξ_V são constantes arbitrárias que indicam o zero da escala.

O procedimento básico na determinação dessas intensidades é, simplesmente, obter várias deflexões, com cada filtro, para uma determinada estrela, anotando-se cuidadosamente a escala utilizada do fotômetro e o instante da observação. Após isso, retira-se a estrela do campo do telescópio e mede-se a intensidade do fundo do céu com cada filtro, mantendo-se constante a escala utilizada nas observações anteriores. A diferença entre as médias das deflexões—[fundo do céu e estrela] menos [lunuo do céu]—será a deflexão experimental verdadeira da estrela, medida nas condições locais. Como essa medida é multiplicada por uma das escalas do fotômetro, como será visto a seguir, devemos conhecer o ganho efetivo do amplificador para se colocar todas as intensidades num mesmo sistema de unidades. Assim,

$$I_U = d_U \times S_U,$$

$$I_B = d_B \times S_B,$$

$$I_V = d_V \times S_V,$$

onde d_U , d_B , d_V representam as deflexões no instrumento e S_U , S_B , S_V , são as escalas (ou ganho). Logo,

$$\left. \begin{aligned} m_U &= -2,5 \log d_U - 2,5 \log S_U + \xi_U, \\ m_B &= -2,5 \log d_B - 2,5 \log S_B + \xi_B, \\ m_V &= -2,5 \log d_V - 2,5 \log S_V + \xi_V, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

onde m_U , m_B , m_V são as magnitudes instrumentais que deverão ser corrigidas para a extinção atmosférica.

II.3.2 - Calibração dos Instrumentos

Inicialmente, precisamos conhecer quais as constantes de nossos instrumentos para comparar os dados instrumentais com os de Johnson. Para isso, observaremos alguma das estrelas padrões ao longo de várias distâncias zenitais, numa mesma noite. Essas medidas não são necessariamente feitas todas as noites, entretanto é conveniente tomá-las frequentemente. Pelo menos uma estrela padrão deverá ser observada durante toda a noite, a fim de que a extinção possa ser determinada como função da distância zenital e, deste modo, estimar as variações locais no sistema instrumental.

Devemos convencionar os pontos arbitrários ξ_λ . Também arbitrariamente, escolheremos $m_{oV} = 0,00$, coincidindo com uma deflexão 100, quando lida numa escala de $10 \mu A = 100^{-6} A$ e, neste caso, por (28),

$$0,00 = - 2,5 \log 100 - 2,5 \log 10 + \xi_V,$$

obtendo-se desta forma, para a constante arbitrária ξ_V , o valor de 7,5. Logo, a magnitude experimental para todas as leituras de intensidade luminosa será dada em relação a este ponto zero, isto é,

$$m_\lambda = - 2,5 \log d_\lambda - 2,5 \log S_\lambda + 7,5, \quad (29)$$

onde, ainda arbitrariamente, escolhemos magnitudes instrumentais calibradas no sentido de que

$$\xi_U = \xi_B = \xi_V = 7,5.$$

Frisamos que a equação (29) define magnitudes instrumentais obtidas, agora, tão somente através das leituras de nossos instrumentos.

II.3.3 - Cálculo da Extinção Atmosférica

Da relação (29) obtemos as magnitudes instrumentais (m_λ) as quais levadas na equação (11) nos permitem obter, por regressões lineares, k_λ e $m_{o\lambda}$. Observamos que se $0^\circ < z \leq 65^\circ$, então X pode ser substituído por $\sec z$, a menos de erros desprezíveis. Certamente estes parâmetros ($m_{o\lambda}$ e k_λ) diferirão bastante dos determinados por Johnson e Morgan, contudo, expressarão a realidade da extinção atmosférica local, salvo erros experimentais.

O sistema instrumental deve ser agora transformado para o Sistema Padrão de Johnson. Como a resposta da fotomultiplicadora e dos filtros a ela associados, estimulados pela intensidade luminosa recebida pelo telescópio, não será exatamente igual ao do Sistema Padrão, devido às diferentes propriedades de transmissão dos filtros, e às características do local de observação, é aconselhável observar muitas estrelas de cores diferentes, para as quais já se conheça as magnitudes U, B, V.

Se desejarmos obter resultados fotométricos bastante precisos, devemos medir a extinção todas as noites. Como a atmosfera terrestre é suficientemente variável, frequentemente há variações de noite para noite e, como o coeficiente de absorção depende da magnitude, grande cuidado deve ser tomado a fim de assegurar que estrelas com magnitudes variáveis não estejam sendo consideradas como padrão.

Apesar de não possuímos ainda elementos precisos, podemos esperar que a atmosfera sobre o Observatório do Valongo varie consideravelmente, dentro de uma mesma noite.

II.3.4 - Determinação dos Parâmetros de transformação para o Sistema Padrão

Nessa transformação, é necessário um ajuste dos pontos zeros arbitrários entre os dois sistemas. Escrevendo as equações (23) e (24) tal como utilizadas anteriormente, e formando um sistema análogo tal como Johnson teria utilizado, virá:

$$m_\lambda = m_{o\lambda} + k_\lambda^{(1)} X + k_\lambda^{(2)} C_{o\lambda} X ,$$

$$C_\lambda = C_{o\lambda} [1 + k_{c\lambda}^{(2)} X] + k_{c\lambda}^{(1)} X ,$$

$$m_{J\lambda} = m_{oJ\lambda} + k_{J\lambda}^{(1)} X + k_{J\lambda}^{(2)} C_{oJ\lambda} X , \quad (30)$$

$$C_{J\lambda} = C_{oJ\lambda} + [k_{cJ\lambda}^{(1)} + k_{cJ\lambda}^{(2)} C_{oJ\lambda}] X . \quad (31)$$

Uma vez que o ajuste de zero pode ser feito através de constantes aditivas, α_λ e β_λ (em relação às magnitudes e cores, também funções de λ), temos as transformações:

$$m_{o\lambda} + \alpha_\lambda = m_{oJ\lambda}$$

$$C_{o\lambda} + \beta_\lambda = C_{oJ\lambda} .$$

Utilizaremos, por analogia, uma transformação do mesmo tipo entre C_λ e $C_{J\lambda}$:

$$C_\lambda + \gamma_\lambda = C_{J\lambda} ,$$

porém, γ_λ não é uma constante aditiva, pois as cores observadas variam com a massa de ar. Portanto, se substituirmos $m_{o\lambda}$, $C_{o\lambda}$ e C_λ nas nossas relações (23) e (24), teremos:

$$m_\lambda + \alpha_\lambda = m_{o\lambda} + \alpha_\lambda + k_\lambda^{(1)} X + k_\lambda^{(2)} [C_{oJ\lambda} - \beta_\lambda] X ,$$

mas, por (30),

$$m_{J\lambda} = m_{oJ\lambda} + k_{J\lambda}^{(1)} X + k_{J\lambda}^{(2)} C_{oJ\lambda} X ,$$

que são diretamente comparáveis, pois as escalas estão ajustadas. Desta forma, obtemos por comparação:

$$m_{oJ\lambda} + k_{J\lambda}^{(1)} X + k_{J\lambda}^{(2)} C_{oJ\lambda} X = m_{o\lambda} + k_\lambda^{(1)} X + k_\lambda^{(2)} C_{oJ\lambda} + \alpha_\lambda - k_\lambda^{(2)} \beta_\lambda X$$

$$m_{oJ\lambda} = m_{o\lambda} + \alpha_\lambda - k_\lambda^{(2)} \beta_\lambda X . \quad (32)$$

Contudo, observando que β_λ é cor, pesquisaremos a possibilidade da existência de uma relação do tipo:

$$\beta_\lambda X = \delta_\lambda C_{oJ\lambda} ,$$

por motivos que se tornarão evidentes a seguir.

Façamos, para simplificar,

$$-k_\lambda^{(2)} \delta_\lambda = D_\lambda$$

$$\alpha_\lambda = E_\lambda$$

Assim, (32) assume a forma:

$$m_{oJ\lambda} = m_{o\lambda} + D_\lambda C_{oJ\lambda} + E_\lambda . \quad (33)$$

Um raciocínio análogo nos levaria a uma forma para o índice de cor:

$$C_{oJ\lambda} = F_{\Delta\lambda} C_{o\lambda} + G_{\Delta\lambda} . \quad (34)$$

Convencionaremos que as medidas de Johnson corrigidas da atmosfera serão U , B , V . Assim, por exemplo, (33) e (34) para observações feitas com filtros B e V ,

$$V = m_{oV} + D_V [B - V] + E_V ,$$

$$B = m_{oB} + D_B [B - V] + E_B ,$$

e,

$$B - V = F [m_{oB} - m_{oV}] + G .$$

Se primeiro determinarmos o excesso de cor entre os dois sistemas, isto é, a diferença do λ resposta, obteremos, para o filtro V :

$$[V - m_{oV}] = D_V [B - V] + E_V .$$

Através de uma regressão linear, obtemos D_V como a inclinação da reta e E_V será a interseção da reta com o eixo da diferença de cor dos dois sistemas. Como podemos observar na FIG. XI, por exemplo, para uma estrela com índice de cor $(B - V) = 0,00$, como é o caso de γ Gem [ver Tabela da Ref. 12]. Por não haver variação do índice de cor, quando fazemos o gráfico $[V - m_{oV}]$ versus $[B - V]$, a inclinação será zero. Assim, determinamos $D_V = 0,00$ e, a interseção $E_V = -0,30$. Temos, assim,

$$V = m_{oV} - 0,30. \quad (35)$$

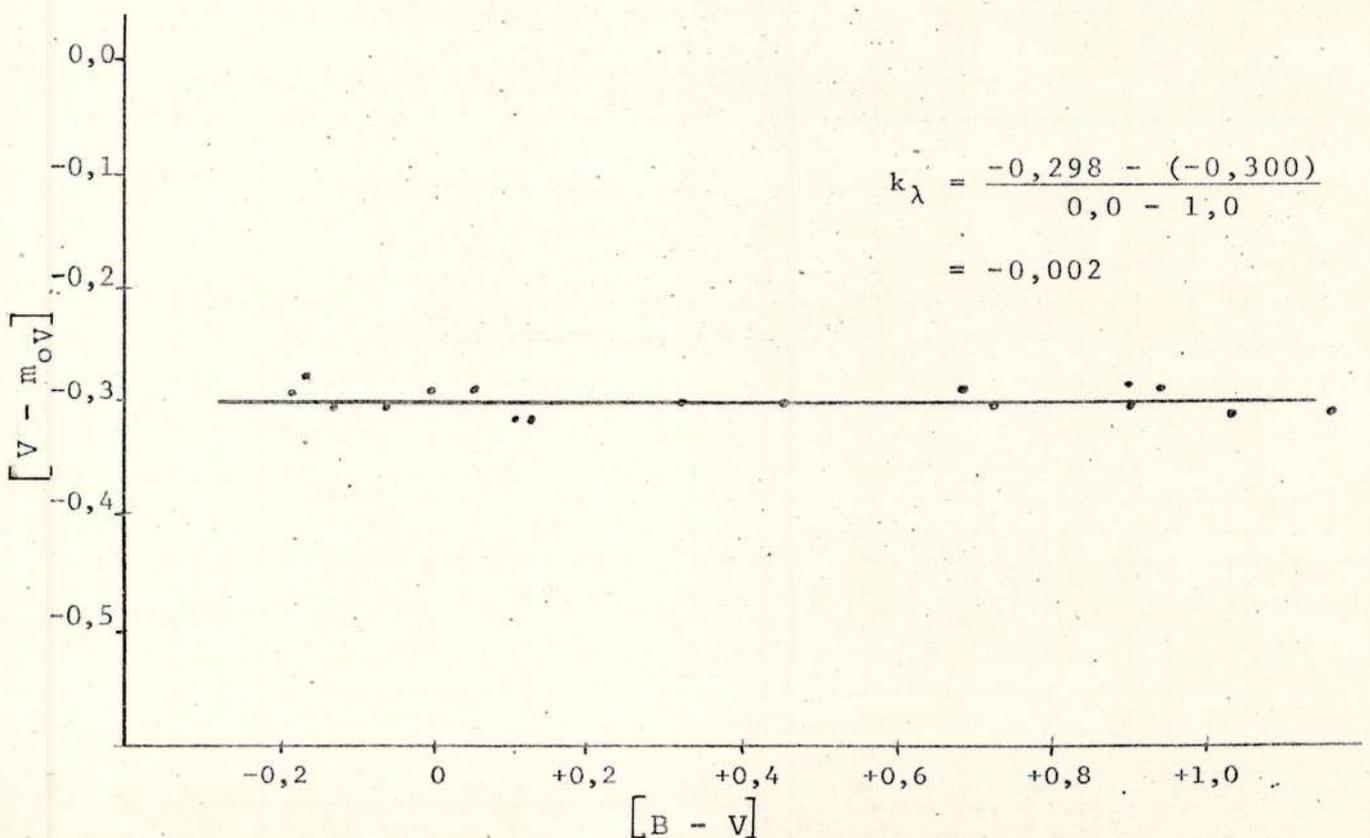


FIGURA XI

Similarmente, devemos fazer um gráfico $[B - m_{OB}]$ versus $[B - V]$ e achar os coeficientes de transformação para o filtro B.

De (34), fazendo gráfico da cor padrão versus a cor instrumental para medidas realizadas com o filtro V, ou seja, um gráfico $[B - V]$ versus $[m_{OB} - m_{OV}]$, obteremos os coeficientes F e G. Na FIG. XII, vemos tal gráfico para a estrela γ Gem e os coeficientes obtidos: a inclinação da reta, $F = 1,01$ e a interseção, $G = 0,01$.

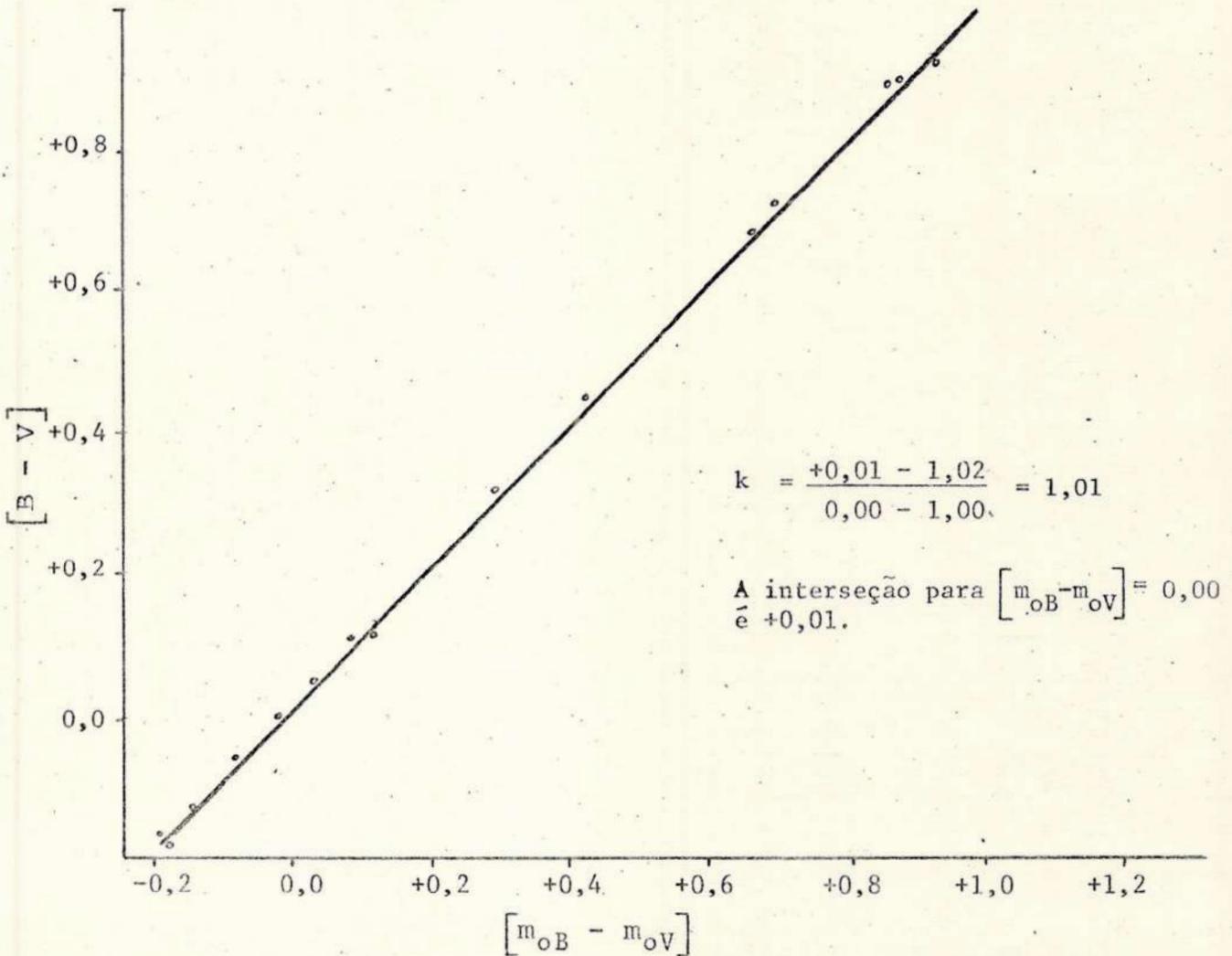


FIGURA XII

Desta forma, (34) se torna,

$$B - V = 1,01 [m_{OB} - m_{OV}] + 0,01 . \quad (36)$$

As equações (35) e (36), por já terem um ponto zero (γ Gem), serão as nossas equações de referência, para sabermos qual seria, na realidade, o erro entre a magnitude instrumental corrigida ($m_{o\lambda}$) e a que deveríamos ter encontrado ($m_{oJ\lambda}$).

III - APLICAÇÃO

III.1 - Aparelhagem utilizada

III.1.1 - Sistema Ótico

Utilizamos o telescópio refrato-refletor coudé, marca ausJena, modelo 150/2250 mm. O instrumento é equipado com uma objetiva AS semi-apocromática de 150 mm, com distância focal de 2250 mm e raio de abertura 1:15.

Os sistemas refratores, entretanto, possuem o inconveniente de serem pobres para fins de fotometria, pois bloqueiam a luz ultravioleta.

III.1.2 - Sistema Fotométrico

Composto de:

- FOTÔMETRO - modelo 110, marca Pacific Phot Instrument (PPI).

O fotômetro é capaz de fornecer altas tensões, necessárias às fotomultiplicadoras, assim como medir as correntes de retorno produzidas entre 10^{-3} a 10^{-10} A. O fotômetro possui um medidor com 4 escalas:

- * Voltagem - varia de 0 a 2000V. Serve para medir as tensões induzidas na fotomultiplicadora;

- * Amperagem - (2 escalas, variando de 0 a 30A e de 0 a 100A). A escala de amperagem de 0 a 30A serve para medir correntes de entrada da forma (3×10^{-a}) e a escala de 0 a 100A, mede correntes da forma 10^{-a} , sendo $a = 6,7,8,9$ ou 10 ;

- * Densidade Ótica - não é utilizável na fotometria espectral.

- ACOPLADOR DE TELESCÓPIO - modelo 401, marca Pacific Phot Instrument, contendo:

- * Filtros - Temos filtros U, B, V semelhantes aos do Sistema Padrão de Johnson e uma posição sem filtro. O filtro U não será utilizado, já que o sistema ótico em que operaremos mascara esta banda de passagem;

- * Célula Fotomultiplicadora - modelo 1P21, marca RCA;

- * Diafragmas - em nº de 8 (1,2,3,...,8), fornecendo campos progressivamente maiores. Para estrelas débeis devemos conservar os diafragmas tão pequenos quanto possível, para se evitar influências do seeing;

- * Ocular com retículos iluminados - permite a identificação dos diafragmas e dos campos estelares;

- * Lente de Fabry - evita os problemas de centralização sobre os elementos da fotomultiplicadora. Aumenta a imagem do astro e diminui os efeitos da cintilação, permitindo que a imagem fique mais uniforme.

III.1.3 - Registrador Gráfico

Registrador cedido pela TELERJ, marca Hewlett-Packard, modelo 7100, possuindo 2 canais de saída. Utilizamos apenas um canal para registrar as deflexões da estrela, medidas pelo fotômetro. Regulamos a velocidade do papel em 5 cm/min.

III.1.4 - Calculadora Eletrônica

Utilizamos o modelo 9810A, marca Hewlett-Packard (HP), possuindo 111 memórias e um total de 2036 instruções para programação.

III.2 - Teste dos Instrumentos

III.2.1 - Relação Sinal-Ruído

Uma fonte luminosa padrão fixa foi construída no laboratório fotográfico do Observatório do Valongo, de modo que a célula fotoelétrica só recebesse estímulos da fonte, ou do ruído interno do sistema. Leituras relativas à fonte e ao ruído foram feitas, variando-se a tensão de 550V a 1050V, em intervalos de 50V (a menor divisão da escala HP). Obtivemos, dessa forma, para cada tensão, dois valores: um valor devido à fonte, o outro devido ao ruído, ou seja, conseguimos definir para cada tensão uma relação sinal-ruído.

Sabendo-se que o valor máximo da relação sinal-ruído define a tensão ótima de operação, após uma série de experiências, achamos que a melhor tensão resultante era de 960 V.

III.2.2 - Aleatoriedade dos Dados

"Comparando os valores de massa de ar para o inverno e verão, para um ângulo zenital = 90° , notamos que o valor da massa de ar depende, apenas, fracamente, das condições meteorológicas sinódicas. Desta maneira, o erro no valor da massa de ar devido às variações das estações é muito pequeno." [Ref. 8, pág. 3]

Numa noite de inverno, em que havia grande névoa, testamos se as condições atmosféricas desta estação do ano, realmente, não influiriam nas observações que iríamos realizar no Observatório do Valongo, assim como ocorreu no Observatório de Chabot.

Obtivemos dessa nossa primeira observação, feita no dia 14-15/6/1976, 598 medidas da magnitude de uma estrela, afetada por uma espessa névoa, através do filtro V de Johnson. ver Apêndice A

Esta observação não foi feita em $z = 90^\circ$, pois aproveitamos as condições atmosféricas geradas, inesperadamente, no decurso de uma noite inicialmente límpida. Porém, pode ser objeto de uma análise que demonstre a maneira pela qual a névoa surge como um ruído adicionado à informação procurada. Estudos da natureza desse ruído (do ponto de vista da sua aleatoriedade, ergodicidade, etc) podem nos levar a processos matemáticos que permitam a sua eliminação nas medidas instrumentais ou, pelo menos, uma melhoria na relação sinal-ruído. Desenvolvemos um estudo estatístico inicial, apresentado a seguir, com essa finalidade. Entretanto, lembramos que tais observações devem ser programadas, no devido ângulo zenital e nas diversas estações do ano, para verificar a afirmativa citada pelo Grupo de Chabot.

A análise de ruído deverá ser desenvolvida futuramente, incluindo pesquisas do seu espectro de frequências, permitindo a sua completa caracterização.

Ao analisarmos medidas de uma amostra é de se esperar que os resultados difiram uns dos outros, ou seja, que haja uma discrepância entre as medidas, devido a erros. Portanto, não se deve esperar que o resultado obtido seja o correto.

Para cada experimento aleatório, definimos espaço amostral como o conjunto de todos os possíveis resultados desse experimento. Assim, nosso espaço amostral obtido é:

$$\omega = \{x_i | i = 1, 2, 3, \dots, 598\},$$

onde x_i são as leituras feitas, as quais podem ser observadas na TABELA 3.

t	medida	t	medida	t	medida	t	medida	t	medida	t	medida	t	medida
1	8,80	91	9,00	181	8,90	271	7,50	361	8,43	451	6,71	541	7,90
2	8,70	92	10,00	182	9,00	272	9,20	362	8,92	452	9,21	542	7,50
3	7,60	93	8,95	183	8,10	273	8,50	363	9,47	453	7,60	543	9,20
4	8,60	94	7,40	184	8,80	274	8,85	364	7,45	454	7,90	544	9,08
5	9,60	95	8,40	185	8,60	275	8,95	365	8,60	455	8,87	545	9,10
6	8,10	96	8,90	186	8,70	276	10,15	366	8,40	456	8,25	546	9,72
7	8,40	97	10,85	187	8,75	277	9,30	367	9,50	457	9,55	547	8,60
8	7,50	98	6,50	188	8,50	278	9,50	368	8,60	458	8,49	548	8,85
9	8,60	99	8,40	189	8,75	279	8,95	369	9,63	459	8,05	549	8,60
10	9,40	100	9,15	190	9,70	280	8,85	370	9,10	460	8,30	550	7,90
11	8,50	101	9,35	191	8,80	281	9,65	371	9,78	461	8,57	551	9,50
12	7,50	102	7,95	192	8,30	282	9,05	372	8,28	462	9,06	552	8,75
13	8,70	103	8,60	193	10,00	283	7,15	373	6,90	463	8,50	553	9,00
14	9,20	104	8,50	194	8,50	284	9,52	374	9,40	464	10,10	554	8,45
15	8,00	105	6,65	195	8,45	285	9,10	375	6,92	465	9,50	555	9,15
16	8,80	106	8,90	196	9,40	286	7,35	376	9,90	466	9,25	556	9,15
17	9,00	107	8,90	197	10,05	287	7,80	377	8,81	467	9,07	557	8,95
18	9,85	108	8,40	198	10,00	288	7,95	378	10,35	468	8,74	558	8,97
19	9,45	109	9,30	199	8,70	289	8,45	379	8,05	469	6,65	559	9,67
20	9,10	110	9,35	200	8,40	290	8,15	380	6,55	470	7,65	560	8,35
21	9,20	111	10,85	201	7,50	291	10,55	381	8,25	471	8,20	561	9,30
22	10,00	112	8,35	202	9,75	292	8,00	382	9,85	472	8,60	562	7,25
23	9,00	113	8,60	203	10,05	293	7,80	383	9,15	473	9,55	563	7,55
24	7,80	114	8,80	204	8,05	294	8,00	384	7,92	474	9,15	564	6,60
25	10,20	115	8,20	205	8,80	295	7,65	385	9,70	475	8,72	565	8,75
26	9,10	116	8,50	206	8,80	296	8,00	386	9,65	476	7,33	566	8,05
27	8,80	117	8,75	207	8,10	297	7,92	387	9,35	477	8,15	567	7,15
28	9,40	118	9,00	208	7,95	298	8,40	388	8,87	478	7,43	568	8,85
29	10,25	119	7,50	209	6,60	299	8,35	389	8,55	479	8,35	569	9,00
30	9,60	120	8,00	210	7,55	300	9,10	390	9,15	480	8,05	570	10,15
31	9,00	121	8,50	211	8,70	301	8,55	391	8,56	481	8,70	571	8,82
32	9,00	122	11,10	212	9,40	302	9,20	392	8,93	482	9,20	572	10,42
33	7,30	123	9,00	213	9,70	303	9,05	393	7,65	483	8,45	573	9,05
34	9,60	124	8,30	214	7,55	304	9,80	394	8,10	484	7,40	574	8,40
35	9,30	125	9,00	215	8,35	305	9,40	395	8,20	485	8,30	575	8,37
36	9,70	126	9,10	216	8,95	306	8,80	396	8,67	486	8,05	576	11,80
37	9,15	127	7,30	217	9,60	307	9,65	397	9,05	487	7,15	577	9,10
38	9,25	128	11,70	218	9,00	308	8,55	398	9,19	488	9,40	578	8,97
39	8,80	129	8,40	219	10,00	309	9,15	399	8,59	489	9,80	579	8,15
40	8,10	130	9,50	220	8,80	310	8,30	400	8,40	490	8,45	580	8,60
41	8,90	131	9,10	221	8,75	311	8,50	401	7,55	491	7,52	581	6,45
42	8,85	132	11,50	222	8,45	312	9,57	402	8,75	492	8,55	582	9,40
43	8,30	133	7,70	223	7,75	313	8,75	403	9,30	493	8,40	583	8,35
44	7,20	134	10,00	224	10,25	314	9,40	404	8,02	494	9,35	584	9,65
45	8,30	135	9,70	225	10,05	315	8,90	405	9,45	495	9,50	585	7,60
46	10,30	136	9,00	226	9,45	316	8,85	406	8,90	496	9,25	586	9,20
47	7,55	137	8,50	227	7,95	317	8,15	407	8,40	497	8,10	587	7,80
48	9,00	138	8,00	228	9,53	318	10,20	408	10,08	498	9,35	588	7,25
49	9,00	139	8,50	229	8,85	319	10,25	409	8,35	499	9,20	589	8,25
50	8,50	140	8,90	230	8,90	320	8,85	410	8,15	500	8,40	590	8,40
51	8,50	141	8,90	231	9,00	321	7,60	411	6,93	501	7,28	591	9,75
52	9,20	142	9,00	232	8,02	322	7,65	412	6,75	502	8,50	592	7,55
53	8,80	143	8,50	233	8,25	323	8,00	413	9,20	503	6,95	593	8,64
54	8,40	144	9,50	234	9,65	324	8,35	414	9,15	504	8,35	594	8,70
55	8,30	145	9,50	235	9,60	325	8,15	415	8,20	505	7,65	595	8,50
56	9,10	146	7,80	236	10,25	326	8,95	416	8,55	506	9,40	596	8,90
57	7,50	147	7,60	237	8,10	327	9,60	417	7,75	507	9,30	597	7,00
58	9,00	148	8,80	238	7,50	328	9,27	418	8,72	508	9,10	598	6,70
59	9,50	149	8,90	239	9,70	329	9,62	419	8,50	509	8,00		
60	8,80	150	8,50	240	9,15	330	8,65	420	9,82	510	7,42		
61	8,60	151	8,90	241	8,35	331	9,90	421	8,45	511	9,00		
62	9,40	152	9,90	242	8,55	332	8,36	422	8,85	512	8,30		
63	10,40	153	9,10	243	8,85	333	8,65	423	9,25	513	7,65		
64	8,20	154	8,40	244	7,70	334	8,75	424	8,00	514	9,15		
65	9,20	155	9,30	245	9,30	335	10,40	425	8,20	515	7,95		
66	9,50	156	8,90	246	9,85	336	7,90	426	6,75	516	9,45		
67	8,90	157	9,70	247	7,65	337	8,50	427	6,95	517	8,80		
68	9,20	158	8,70	248	8,15	338	8,55	428	7,50	518	10,25		
69	9,00	159	8,50	249	7,25	339	8,80	429	8,07	519	8,05		
70	7,30	160	9,10	250	9,23	340	6,90	430	9,40	520	7,40		
71	10,05	161	8,30	251	7,75	341	9,15	431	7,75	521	8,10		
72	10,40	162	9,60	252	7,55	342	8,20	432	6,45	522	7,80		
73	7,80	163	9,70	253	9,95	343	8,80	433	9,75	523	8,65		
74	9,30	164	8,80	254	9,10	344	9,45	434	8,65	524	8,25		
75	10,30	165	8,70	255	9,85	345	8,27	435	9,15	525	7,35		
76	7,10	166	8,40	256	9,00	346	7,90	436	8,60	526	8,85		
77	9,70	167	9,00	257	8,90	347	8,68	437	7,60	527	9,08		
78	7,50	168	8,50	258	6,75	348	8,70	438	9,05	528	8,20		
79	8,00	169	8,35	259	8,90	349	8,27	439	7,85	529	8,80		
80	9,35	170	7,50	260	8,30	350	9,60	440	7,85	530	9,00		
81	10,00	171	9,05	261	7,90	351	8,15	441	7,52	531	9,05		
82	8,85	172	8,90	262	10,05	352	8,60	442	8,70	532	8,50		
83	8,75	173	9,10	263	7,70	353	7,82	443	9,85	533	7,65		
84	8,55	174	8,40	264	8,20	354	7,63	444	8,75	534	9,65		
85	6,50	175	8,20	265	8,10	355	8,27	445	9,65	535	8,65		
86	8,60	176	8,90	266	7,85	356	8,70	446	9,10	536	7,05		
87	9,10	177	8,50	267	7,20	357	9,45	447	9,50	537	9,35		
88	9,85	178	8,70	268	8,80	358	8,85	448	9,20	538	7,55		
89	9,60	179	8,75	269	9,75	359	6,95	449	8,51	539	8,20		
90	8,70	180	9,00	270	9,30	360	9,90	450	8,60	540	8,65		

Para uma série de N observações, a estimativa mais provável da média μ , é o valor médio das observações \bar{x}^* , definido como:

$$\bar{x}^* = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}, \quad (37)$$

Pela definição de média, a soma dos desvios em relação à média é nula, logo:

$$\sum_{i=1}^N d_i = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}^*) = 0.$$

Para se calcular a medida de dispersão das observações, em torno da média, utilizamos a variância e o desvio padrão da amostra, cujas fórmulas serão mostradas logo a seguir.

A variância e o desvio padrão caracterizam as incertezas associadas com nossas tentativas experimentais de determinar os valores "verdadeiros". Os valores obtidos para a variância e a média permitirão a análise das propriedades da amostra.

Se tivéssemos um número infinito de medidas, poderíamos descrever rigorosamente a maneira pela qual os dados experimentais estão distribuídos. Na prática, entretanto, tal não ocorre.

Podemos fazer a hipótese da existência de uma distribuição de probabilidade ajustada à amostra e representativa da população. Esta é a essência da denominada inferência estatística.

Pretendemos verificar, também, se a distribuição de probabilidade amostral é invariante no tempo, isto é, se obtivermos outra amostragem após um certo intervalo de tempo, as medidas se distribuirão da mesma maneira.

Se fizermos uma distribuição de frequências, tabulando-se os dados, observaremos que alguns valores são muito grandes e, outros muito pequenos. Porém, eles se distribuirão em torno da média.

Para construir um histograma, que é uma representação conveniente de grafar dados, pois indica a natureza geométrica da distribuição de probabilidade amostral, eliminando as flutuações não significativas dos dados experimentais, consideremos ω , o nosso espaço amostral, finito. S_ω será o limite superior do espaço amostral e I_ω será o limite inferior. No nosso caso,

$$S_\omega = 11,85,$$

$$I_\omega = 6,45.$$

Logo, a amplitude amostral será:

$$\psi = 11,85 - 6,45 = 5,40.$$

Definindo C_j como o número de classes, onde $j = 1, 2, \dots, 20$, a amplitude das classes será:

$$\beta = \frac{S_\omega - I_\omega}{20} = 0,27.$$

O número de classes escolhido (20) é arbitrário, porém decorre das experiências estatísticas.

Desta maneira, temos nossos dados divididos em classes e, para cada uma delas, temos as frequências absolutas (F_j), que é o número de medidas contidas nas respectivas classes C_j . Se dividirmos cada F_j pelo tamanho da amostra, teremos a frequência relativa, (f_j). Na TABELA 4, podemos ver os valores de nosso espaço amostral dividido em classes estatísticas.

FREQUÊNCIAS EXPERIMENTAIS

CLASSE	INTERVALO	MEDIDAS												FREQUÊNCIA
1	6,450 a 6,719	6,50	6,50	6,65	6,60	6,55	6,45	6,71	6,65	6,60	6,45	6,70		11
2	6,720 a 6,989	6,75	6,95	6,90	6,92	6,90	6,93	6,75	6,75	6,95	6,95			10
3	6,990 a 7,259	7,25	7,00	7,20	7,10	7,25	7,20	7,15	7,15	7,05	7,25	7,15		11
4	7,260 a 7,529	7,50	7,50	7,50	7,35	7,45	7,50	7,52	7,30	7,50	7,50	7,50	7,30	25
		7,50	7,40	7,50	7,30	7,50	7,43	7,52	7,28	7,42	7,40	7,50	7,33	
		7,35												
5	7,530 a 7,799	7,70	7,65	7,75	7,55	7,70	7,65	7,60	7,65	7,63	7,60	7,55	7,70	30
		7,60	7,55	7,55	7,75	7,65	7,55	7,75	7,75	7,60	7,60	7,65	7,65	
		7,65	7,55	7,55	7,60	7,55	7,65							
6	7,800 a 8,069	7,92	8,02	8,00	8,00	8,05	8,05	8,00	7,90	7,80	7,92	8,05	7,80	44
		7,90	7,85	7,80	8,02	8,00	7,90	7,90	7,80	8,00	8,00	7,95	7,80	
		7,82	7,95	7,95	7,85	8,05	8,00	8,00	7,85	7,95	8,00	7,90	7,90	
		7,95	8,00	7,80	8,05	7,90	8,05	7,80	8,05					
7	8,070 a 8,339	8,30	8,15	8,15	8,20	8,27	8,27	8,15	8,27	8,28	8,20	8,10	8,30	51
		8,25	8,10	8,30	8,20	8,10	8,15	8,15	8,15	8,10	8,30	8,30	8,30	
		8,20	8,20	8,20	8,30	8,30	8,15	8,25	8,25	8,10	8,20	8,15	8,20	
		8,20	8,07	8,25	8,30	8,20	8,30	8,10	8,30	8,10	8,25	8,20	8,20	
		8,10	8,10	8,15										
8	8,340 a 8,609	8,40	8,50	8,60	8,50	8,50	8,45	8,40	8,45	8,35	8,55	8,40	8,40	93
		8,50	8,50	8,50	8,50	8,50	8,40	8,50	8,50	8,50	8,40	8,35	8,55	
		8,50	8,36	8,50	8,60	8,55	8,60	8,40	8,60	8,50	8,50	8,40	8,60	
		8,55	8,40	8,40	8,60	8,50	8,55	8,60	8,50	8,50	8,40	8,35	8,43	
		8,60	8,60	8,55	8,56	8,59	8,40	8,40	8,35	8,55	8,45	8,50	8,60	
		8,51	8,60	8,49	8,57	8,50	8,60	8,35	8,45	8,45	8,55	8,40	8,40	
		8,50	8,35	8,50	8,60	8,60	8,45	8,35	8,40	8,37	8,60	8,35	8,40	
		8,50	8,55	8,40	8,35	8,45	8,35	8,50	8,60	8,40				
9	8,610 a 8,879	8,80	8,80	8,75	8,80	8,70	8,75	8,75	8,70	8,80	8,80	8,80	8,80	73
		8,85	8,65	8,65	8,75	8,80	8,80	8,70	8,80	8,80	8,80	8,80	8,80	
		8,85	8,75	8,85	8,80	8,85	8,85	8,68	8,70	8,70	8,75	8,80	8,70	
		8,80	8,70	8,70	8,75	8,70	8,80	8,75	8,85	8,81	8,87	8,67	8,75	
		8,72	8,65	8,70	8,75	8,87	8,74	8,72	8,70	8,80	8,65	8,85	8,80	
		8,65	8,85	8,75	8,85	8,64	8,70	8,85	8,85	8,70	8,85	8,85	8,75	
		8,82												
10	8,880 a 9,149	9,05	9,00	9,10	9,10	9,05	8,90	9,10	8,90	9,00	8,90	9,00	8,95	78
		9,00	8,90	9,00	9,00	9,00	9,10	9,00	8,90	9,00	8,90	9,00	8,90	
		8,90	9,10	9,10	9,10	8,90	8,95	9,05	9,10	8,90	9,00	9,10	9,00	
		9,00	9,00	8,90	9,00	9,00	8,90	9,10	9,05	8,95	9,10	9,00	8,90	
		9,00	9,10	9,00	8,95	8,90	8,90	9,00	8,92	9,10	8,93	9,05	8,90	
		9,05	9,10	9,06	9,07	9,10	9,00	9,08	9,00	9,05	9,08	9,10	9,00	
		8,95	8,97	9,00	9,10	8,97	8,90							
11	9,150 a 9,419	9,15	9,27	9,15	9,40	9,40	9,40	9,40	9,15	9,25	9,40	9,20	9,30	62
		9,20	9,40	9,20	9,20	9,30	9,15	9,25	9,40	9,20	9,20	9,30	9,35	
		9,15	9,35	9,30	9,35	9,30	9,40	9,15	9,35	9,15	9,19	9,30	9,20	
		9,15	9,25	9,40	9,15	9,20	9,21	9,25	9,15	9,20	9,40	9,35	9,25	
		9,35	9,20	9,40	9,30	9,15	9,35	9,20	9,15	9,15	9,30	9,40	9,20	
		9,30	9,20											
12	9,420 a 9,689	9,57	9,60	9,62	9,60	9,45	9,53	9,65	9,60	9,50	9,65	9,47	9,50	43
		9,60	9,45	9,60	9,60	9,45	9,40	9,60	9,60	9,50	9,50	9,50	9,50	
		9,50	9,60	9,52	9,65	9,45	9,63	9,50	9,45	9,65	9,50	9,55	9,55	
		9,50	9,43	9,65	9,50	9,65	9,67	9,65						
13	9,690 a 9,959	9,85	9,75	9,90	9,90	9,78	9,85	9,70	9,85	9,90	9,70	9,70	9,85	30
		9,70	9,90	9,70	9,82	9,75	9,85	9,80	9,72	9,75	9,95	9,85	9,70	
		9,70	9,70	9,70	9,70	9,80	9,75							
14	9,960 a 10,229	10,20	10,08	10,10	10,00	10,00	10,00	10,05	10,00	10,05	10,00	10,05	10,00	17
		10,05	10,05	10,15	10,15	10,20								
15	10,230 a 10,499	10,25	10,25	10,40	10,25	10,30	10,40	10,40	10,30	10,25	10,35	10,25	10,42	12
16	10,500 a 10,769	10,60	10,55											2
17	10,770 a 11,039	10,85	10,85											2
18	11,040 a 11,309	11,10												1
19	11,310 a 11,579	11,50												1
20	11,580 a 11,849	11,70	11,80											2

TABELA 4

O ponto médio (x_j) de cada classe é dado por:

$$x_j = \frac{S_j + I_j}{2} ,$$

onde S_j é o limite superior e I_j é o limite inferior de cada C_j .

Esses resultados foram grafados num histograma de frequências (F_j , \bar{x}_j) [ver Anexo V.1].

Para a orientação de nossos dados quanto à posição da distribuição amostral das classes C_j , no eixo das abcissas, necessitamos das medidas de posição dadas por:

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{j=1}^{20} x_j F_j}{\sum_{j=1}^{20} F_j} ,$$

onde \bar{x}_j é a média para cada classe amostral, e $20 = K \equiv F_j$.

Em geral, notamos que $x_j \notin \omega$, e $x_j \neq \bar{x}_j$. A amplitude dessa diferença pode ser usada como critério de escolha dos números de classes.

Também precisamos conhecer as medidas de dispersão para se aferir o grau de homogeneidade dos valores experimentais em torno de um valor médio. Necessitamos, pois, calcular:

- Variância Amostral

$$S^2 = \frac{\sum_{j=1}^{20} (x_j - \bar{x}_j)^2 F_j}{N-1} ,$$

onde $N = 598$. [ver Apêndice VII.1].

- Desvio Padrão

$$S = \sqrt{S^2} > 0.$$

Uma amostra aleatória ideal, com concentrações iguais, equidistantes da média, seria uma distribuição rigorosamente simétrica, ou seja, uma distribuição gaussiana. Na realidade, isso raramente acontece; ora os dados se concentram para os valores mais altos, ora para os valores mais baixos, em relação à média. O parâmetro que mede os desvios em relação à forma ideal é o chamado coeficiente de assimetria (A). O excesso ou coeficiente de achatamento é a medida de "nitidez" com que o máximo surge em uma distribuição.

Em termos matemáticos temos:

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3,$$

onde μ_4/σ^4 é o coeficiente de curtose e μ_4 é o momento de 4ª ordem em torno da média da população e, portanto, desconhecido. Em seu lugar, usamos o momento de 4ª ordem em torno da média amostral, m_4 .

$$m_4 = \frac{1}{\sum_{j=1}^{20} F_j} \sum_{j=1}^{20} \left[(\bar{x}_j - \bar{x}^*)^4 F_j \right].$$

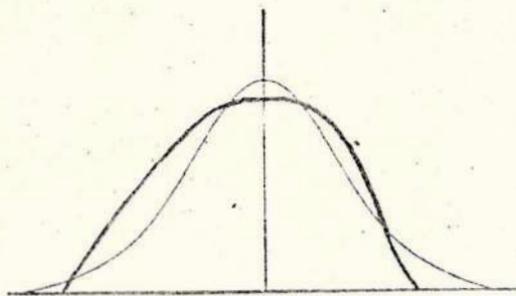
Assim,

$$E = \left[\frac{1}{\sum_{j=1}^{20} F_j} \sum_{j=1}^{20} \left[(\bar{x}_j - \bar{x}^*)^4 F_j \right] \right] \frac{1}{S^4} - 3,$$

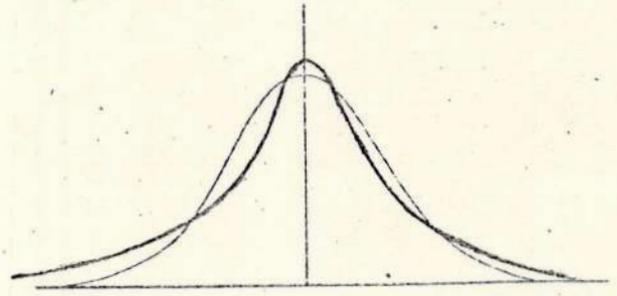
onde, analogamente, utilizamos o desvio amostral, S , como estimador do desvio padrão da população, σ .

Por definição,

$$E \begin{cases} < 1 - \text{curva muito larga e baixa (Platicúrtica) - ver FIG. XIII} \\ = 0 - \text{curva intermediária (Mesocúrtica)} \\ > 1 - \text{curva muito estreita e alta (Leptocúrtica) - ver FIG. XIV} \end{cases}$$



Platicúrtica
FIGURA XIII



Leptocúrtica
FIGURA XIV

O coeficiente de assimetria (A) é definido como:

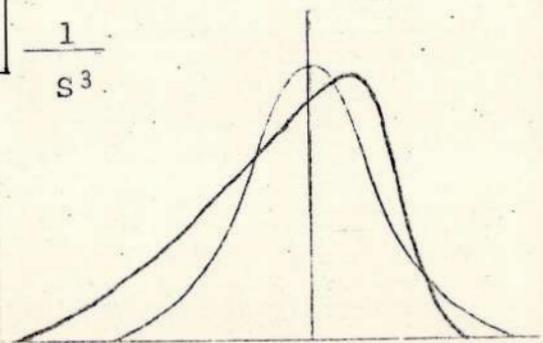
$$A = - \frac{\mu_3}{\sigma^3},$$

e por motivos análogos, tomaremos o estimador S , assim;

$$A = \frac{1}{\sum_{j=1}^{20} F_j} \sum_{j=1}^{20} \left[(\bar{x}_j - \bar{x}^*)^3 F_j \right] \frac{1}{S^3}.$$

Também por definição,

$$A \begin{cases} < 0 - \text{distribuição assimétrica à esquerda} \\ = 0 - \text{distribuição simétrica} \\ > 0 - \text{distribuição assimétrica à direita - ver FIG. XV} \end{cases}$$



$A > 0$
FIGURA XV

Através do PROGRAMA I, ver Anexo V.3 obtivemos o ponto médio (x_j), a média de cada classe (\bar{x}_j), a variância amostral (S_j^2) e o desvio padrão (S_j). Esses valores podem ser vistos na TABELA 5.

DISTRIBUIÇÃO EXPERIMENTAL

CLASSE	INTERVALO	FREQUÊNCIA F_j	PONTO MÉDIO x_j	MÉDIA \bar{x}_j	VARIÂNCIA S_j^2	DESVIO S_j
1	6,450 a 6,719	11	6,58	6,58	0,01	0,10
2	6,720 a 6,989	10	6,85	6,88	0,01	0,09
3	6,990 a 7,259	11	7,12	7,16	0,01	0,08
4	7,260 a 7,529	25	7,39	7,43	0,01	0,08
5	7,530 a 7,799	30	7,66	7,63	0,01	0,07
6	7,800 a 8,069	44	7,93	7,94	0,01	0,09
7	8,070 a 8,339	51	8,20	8,20	0,01	0,07
8	8,340 a 8,609	93	8,47	8,48	0,01	0,08
9	8,610 a 8,879	73	8,74	8,77	0,00	0,07
10	8,880 a 9,149	78	9,01	9,00	0,01	0,07
11	9,150 a 9,419	62	9,28	9,26	0,01	0,09
12	9,420 a 9,689	43	9,55	9,55	0,01	0,08
13	9,690 a 9,959	30	9,82	9,79	0,01	0,08
14	9,960 a 10,229	17	10,09	10,07	0,01	0,07
15	10,230 a 10,499	12	10,36	10,32	0,01	0,07
16	10,500 a 10,769	2	10,63	10,58	0,00	0,04
17	10,770 a 11,039	2	10,90	10,85	0,00	0,00
18	11,040 a 11,309	1	11,17	11,10	0,00	0,00
19	11,310 a 11,579	1	11,44	11,50	0,00	0,00
20	11,580 a 11,849	2	11,71	11,75	0,01	0,07
Σ		598				

TABELA 5

Sabendo-se que uma variável aleatória é a função que associa a cada elemento $x_i \in \omega$ um número real $Y(x_i)$, temos que uma variável aleatória será discreta se o número de valores possíveis de seu contradomínio (Y) for finito ou infinito numerável. Em caso contrário, se o contradomínio for um intervalo ou um conjunto de intervalos, a variável aleatória será contínua.

Para sabermos como nossos dados se comportavam, isto é, qual a forma da nossa distribuição de frequências, fizemos o teste da distribuição de densidades de Gauss e o da distribuição de probabilidade de Poisson.

Se x é uma variável aleatória contínua, com distribuição normal ou gaussiana, sua função densidade será da forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{\bar{x}^* - \mu}{\sigma} \right]^2}$$

onde x pode ser qualquer valor do intervalo C_j . Se utilizarmos o ponto médio (x_j), podemos comparar as frequências gaussianas com as nossas experimentais, relativas aos pontos médios de cada classe, desde que utilizemos os estimadores \bar{x}^* e S , em lugar de μ e σ .

A função normal ou gaussiana é simétrica em relação ao eixo das ordenadas, como podemos ver na FIG. XVI, tendendo a zero quando $x \rightarrow +\infty$. Além disso, seu ponto de inflexão será quando $\bar{x}^* = \mu \pm \sigma$.

Se X é uma variável discreta, testamos a função de probabilidade. Esta função associa a cada elemento um número não negativo, indicando que os resultados são um sucesso (se o evento que nos interessa acontecer) ou um fracasso (se o evento não se realiza). Assim,

$$P(x_j) = \text{Prob}(X = x_j),$$

onde $j = 1, 2, \dots, 20$, temos que a soma das probabilidades das classes será igual a 1.

Este conceito de probabilidade não pode ser usado para uma variável contínua, pois não poderemos indagar qual a probabilidade de do valor de X , já que estes não são numeráveis.

No caso de estarmos lidando com variáveis discretas, aplicamos a distribuição de Poisson, utilizando para a média μ da população, valor desconhecido, o estimador \bar{x}^* da amostra.

$$P(x) = \frac{(\bar{x}_j)^{x_j}}{x_j!} e^{-\bar{x}_j}$$

Finalmente, quando se quer conhecer a função probabilidade através da função densidade, e para uma melhor utilização das tabelas estatísticas, definimos a variável aleatória padronizada Z , cuja média é nula e cuja variância é 1, por

$$Z = \frac{\bar{x}^* - \mu}{\sigma(x)}$$

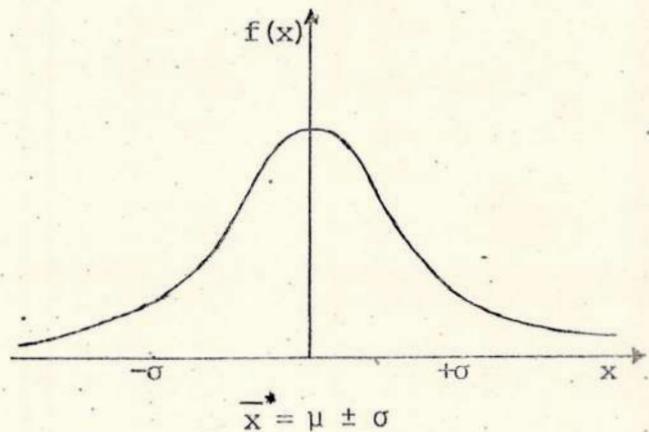


FIGURA XVI

Conseguimos, desta maneira, de um conjunto amostral x_i , (com μ_x e σ_x^2) passar para um conjunto Z_i padronizado, onde $\mu_z = 0$ e $\sigma_z^2 = 1$. [ver Apêndice VII.2].

Esta variável normal padronizada surge do fato de que para o cálculo das probabilidades seria necessário a elaboração de uma tabela em μ e σ^2 , já que a função densidade depende desses dois parâmetros, fato este que acarretaria um grande trabalho para se tabelar essas probabilidades, considerando-se as várias combinações de μ e σ^2 .

Devemos achar as funções normalizadas de Gauss e Poisson, isto é, reduzi-las ao tamanho da amostra (N). Assim, para a distribuição de frequências de Gauss,

$$Nf_0(x) = \frac{N}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x_j - \bar{x}_j}{S} \right]^2},$$

e para a distribuição de probabilidades de Poisson,

$$NP_0(x) = \frac{N e^{-\bar{x}_j} (\bar{x}_j)^{x_j}}{x_j!},$$

onde o índice zero usado, indica distribuições com os valores amostrais.

Através do PROGRAMA I, obtivemos a média amostral, variância, desvio padrão de cada classe, como exposto na TABELA 5, além das frequências de Gauss e Poisson, do coeficiente de assimetria e do achatamento. Para utilizarmos a distribuição de Poisson, tivemos que fazer uma mudança de variáveis. Ao invés de trabalharmos com os pontos médios das nossas classes experimentais, que eram fracionários e nos obrigariam a utilizar a função gama (que é equivalente à função fatorial $n!$ estendida a argumentos não inteiros), exigindo a aplicação de cálculos avançados, utilizamos o número das classes (j), como indicativo do ponto médio. Assim, para os pares de pontos (j, F_j), obtivemos os resultados da TABELA 6.

Podemos, agora, comparar nosso histograma experimental com os histogramas de Gauss e Poisson. [ver Anexo V.2].

Observando as frequências teóricas esperadas e comparando-as com nossas frequências experimentais, ficamos sem saber qual das distribuições testadas mais se assemelhava com nossos dados, como é ilustrado no Anexo acima citado.

COMPARAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS

CLASSE	FREQUÊNCIAS EXPERIMENTAIS	FREQUÊNCIAS DE GAUSS	FREQUÊNCIAS DE POISSON
1	11	3,72	0,79
2	10	7,64	3,48
3	11	14,23	10,21
4	25	24,01	22,47
5	30	36,70	39,57
6	44	50,84	58,06
7	51	63,81	73,03
8	93	72,57	80,37
9	73	74,78	78,62
10	78	69,82	69,22
11	62	59,07	55,40
12	43	45,28	40,65
13	30	31,45	27,53
14	17	19,79	17,31
15	12	11,29	10,16
16	2	5,83	5,59
17	2	2,73	2,90
18	1	1,16	1,42
19	1	0,45	0,66
20	2	0,16	0,29
Σ	598	595,33	597,73

TABELA 6

Uma vez que graficamente é impossível decidir sobre a forma da distribuição experimental, utilizando-se o teorema:

"Se n_1, n_2, \dots, n_k e f_1, f_2, \dots, f_k representam as frequências observadas e esperadas, respectivamente, para k possíveis resultados de um experimento que será realizado n vezes, então, à medida que $n \rightarrow \infty$, a distribuição da variável aleatória

$$\sum_{i=1}^k \frac{(n_i - f_i)^2}{f_i},$$

se aproximará daquela de uma variável χ^2 com $(k-1)$ graus de liberdade, onde k é o número de classes em que foi dividida a amostra." [ver Ref. 10, pág. 228].

A distribuição χ^2 é um modelo da distribuição contínua de probabilidade. Define-se variável aleatória χ^2 , com κ graus de liberdade, como sendo a soma de κ quadrados de normais padronizadas e independentes, onde $E[x] = 0$ e $\text{Var}[x] = 1$, como

$$\chi^2_{\kappa} = \sum_{i=1}^{\kappa} Z_i^2 = \sum_{i=1}^{\kappa} \left[\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right]^2$$

Desde que a distribuição χ^2 é somente uma aproximação para a distribuição exata de

$$\sum_{i=1}^{\kappa} \frac{(n_i - f_i)^2}{n_i},$$

devemos tomar cuidado no uso deste teste, pois ele só leva a aproximações satisfatórias quando $f_i \geq 5$ e $\kappa \geq 5$, sendo $i = 1, 2, \dots, \kappa$. Se $\kappa < 5$, devemos ter f_i um pouco maior que 5. [ver Ref.10, pág 229].

Pela TABELA 6, vemos que algumas frequências são menores que 5. Fazendo-se $\kappa = 4$, agruparemos as classes e obteremos:

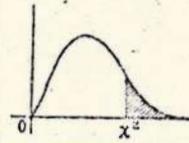
FREQÜÊNCIAS AGRUPADAS

CLASSE	FREQÜÊNCIAS EXPERIMENTAIS	FREQÜÊNCIAS DE GAUSS	FREQÜÊNCIAS DE POISSON
1	87	86,30	76,52
2	339	331,82	359,30
3	164	166,88	151,05
4	8	10,33	10,86
Σ	598	595,33	597,73

TABELA 7

Desta maneira, podemos aplicar o teorema aos nossos dados da TABELA 7, sendo $n_i =$ às frequências experimentais e $f_i =$ às frequências que deveríamos ter obtido por Gauss e Poisson. Achamos, para Gauss, $\chi^2 = 0,736$ e para Poisson, $\chi^2 = 4,446$.

A distribuição χ^2 é tabelada e o teste mais frequente, utiliza a tabela unicaudal à direita. Assim, usando-se a TABELA 8 [ver Ref.10, pág. 392], obteremos qual a probabilidade de nossas frequências se aproximarem das frequências teóricas.

DISTRIBUIÇÃO DO χ^2 

Degrees of freedom	P = 0.99	0.98	0.95	0.90	0.80	0.70	0.50	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
1	0.000157	0.000628	0.00393	0.0158	0.0642	0.148	0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635
2	0.0201	0.0404	0.103	0.211	0.446	0.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210
3	0.115	0.185	0.352	0.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.341
4	0.297	0.429	0.711	1.064	1.649	2.355	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277
5	0.554	0.752	1.145	1.610	2.343	3.360	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086
6	0.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.838	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.522	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475
8	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.557	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090
9	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666
10	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217
13	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688
14	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141
15	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578
16	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.633	32.000
17	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409
18	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.410	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805
19	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191
20	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566
21	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932
22	9.542	10.600	12.338	14.041	16.314	18.101	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289
23	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638
24	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980
25	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.667	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314
26	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792	25.336	29.246	31.795	35.563	38.885	42.856	45.642
27	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963
28	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647	27.336	31.391	34.027	37.916	41.337	45.419	48.278
29	14.256	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588
30	14.953	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892

TABELA 8

Na Tabela da Distribuição χ^2 , se entrarmos na coluna vertical com o número de graus de liberdade (no nosso caso, $\kappa-1=3$), e na linha correspondente procurar qual o valor que mais se aproxima do valor de χ^2 achado para Gauss e Poisson, por interpolação, acharemos na linha superior a probabilidade (ρ) de cada curva teórica ser a procurada. Assim procedendo, achamos para Poisson $\approx 0,22$ e para a curva de Gauss $\approx 0,85$. Isto nos leva a 85% de probabilidade de que nossas medidas se aproximem de uma distribuição normal, o que implica dizer que a maioria de nossos dados estão dentro da faixa de certeza da curva de Gauss.

Já temos a "forma" da nossa distribuição. Precisamos testar, agora, através da correlação serial, se nossos dados foram tomados aleatoriamente ou se guardam alguma relação entre si, isto é, precisamos decidir sobre a presença de erros sistemáticos.

Segundo Hoel, [Ref.10, pág. 318], podemos definir o problema da seguinte maneira:

"Faça $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ denotar a sequência a ser testada para aleatoriedade."

Seja

$$R = \sum x_i x_{i+1}$$

"Se é admitido que todos os valores da sequência que estão sendo testados constituem um exemplo aleatório de uma população que possui momentos de baixa ordem, podemos mostrar que a variável aleatória R tem uma distribuição normal, aproximada para n grande."

Neste teste de correlação serial é necessário o conhecimento da média e da variância de R. Segundo Hoel [op. cit., pág.320],

$$E(R) = \frac{S_1^2 - S_2}{n-1},$$

onde

$$S_k = \sum_{i=1}^n x_i^k,$$

e

$$\sigma^2(R) = \frac{S_2^2 - S_4}{n-1} + \frac{S_1^4 - 4S_1^2 S_2 + 4S_1 S_3 + S_2^2 - 2S_4}{(n-1)(n-2)} - E^2(R).$$

Podemos determinar

$$Z_{\text{exp}} = \frac{R - E(R)}{\sigma(R)}.$$

Através do PROGRAMA III, calculamos o valor de Z_{exp} para as 598 leituras, e o resultado encontrado foi $Z_{\text{exp}} = 1,59$.

Supondo que a aproximação normal é satisfatória, poder-se-ia escolher caudas iguais da curva aproximadamente normal como sendo "regiões críticas", e nesse caso, calcular qual a probabilidade de que nossos dados estejam dentro dessa curva, isto é, achar

$$P^* = P \{ |Z| > Z_{\text{exp}} \}.$$

Para tanto, basta entrarmos na coluna vertical de título Z, da TABELA 9, com o valor inteiro e decimal do Z_{exp} . Procura-se na correspondente linha horizontal o valor em centésimos do Z_{exp} . A interseção será a semi-área crítica associada à probabilidade de que nossos dados sejam aleatórios. Considerando-se que estamos trabalhando apenas com a metade da área, basta multiplicar por 2 esse resultado para a obtenção da área total procurada. Assim,

$$P^* = 0,4441 \times 2 = 0,8882 \approx 89\% \text{ de certeza.}$$

Temos 89% de certeza de que nossas leituras são aleatórias. Podemos concluir que o registro analisado consiste de uma componente de "forma" definida (a magnitude estelar, m_λ) e de uma componente de ruído (devida à névoa) que apresenta um caráter aleatório. Isto significa que o ruído não imprime à informação procurada uma "forma" definida, ou seja, não altera qualitativamente a informação,

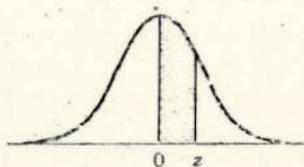
o que nos leva a pensar que erros sistemáticos não estão sendo introduzidos nos nossos registros, a ponto de mascarar, consideravelmente, nossas aferições futuras.

Técnicas que permitam a melhoria da relação sinal-ruído deverão ser desenvolvidas posteriormente, de modo a tentar eliminar essa componente indesejável, permitindo o máximo de aproveitamento de noites consideradas "fracas" em termos de observação.

Estes testes deverão ser refeitos em outras estações do ano, para sabermos como se comportam as medidas, pois, por exemplo, embora a atmosfera se apresente com pouca umidade no verão, em compensação, apresenta maior índice de partículas suspensas, que não são dispersas pelas constantes chuvas de inverno, o que provavelmente influenciará de alguma maneira.

ÁREAS DA

DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2703	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3820
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990

III.2.3 - Erros Instrumentais

Podemos fazer, agora, nossas observações com a certeza de que as medidas que obtivermos não serão mascaradas por erros sistemáticos do tipo estudados (névoa), que são bastante complexos.

Observamos que, numa pesquisa, não basta a constatação dos fenômenos. É necessário esquadriñar as causas e, daí, chegar à determinação das leis segundo as quais uma certa causa produz um determinado efeito. Para isso, emprega-se a Estatística, que é um meio de pesquisar as ligações de causalidade existentes entre fenômenos que envolvem grande quantidade de dados com medidas flutuantes.

Nas investigações astronômicas experimentais, sempre operamos com erros, porém, não é possível pretender que uma manipulação estatística realizada sobre dados afetados por uma complexidade de causas e obtidos pela cooperação de vários indivíduos tenha uma precisão absoluta [ver item II.2.2]. Ao operarmos um programa estatístico devemos exigir sempre um razoável grau de precisão e confiabilidade, mas nunca pretender o exagêro de minúcias, no sentido de que, por exemplo, precisões de 99,1% não devam ser procuradas, se reduções já conduziram ao nível de 99%.

Quando as observações são repetidas com sucessivos refinamentos de técnica e de métodos, os resultados, gradualmente e assintoticamente, se aproximam daquele que podemos considerar como o mais provável, segundo nos ensina a experiência. Certamente, em quaisquer destas fases, existirão erros e incertezas nessas observações que deverão ser minimizados, para que se possa estabelecer a validade dos resultados.

Erro é definido como a diferença entre o valor observado e o verdadeiro, porém, em geral, este último não é conhecido; nestes casos, os erros serão estatisticamente definidos. Alternativamente, pode ocorrer ainda que saibamos, a partir de procedimentos teóricos ou experimentais, o resultado aproximado a ser obtido, como é o caso da magnitude padrão de Johnson.

Uma vez que as condições instrumentais e ambientais entre o nosso observatório e aquele onde Johnson e Morgan construíram o atual sistema adotado internacionalmente são extremamente diversas, não devemos pretender encontrar nossos resultados iguais aos de Johnson, os quais representarão, para nós, os valores "verdadeiros", apesar de serem afetados pelos erros [Ref. 11, Pág. 323].

Os dados que obteremos indicarão, tendo em vista a definição de erro, se nossos resultados serão corretos em ordem de grandeza. Necessitamos de um método sistemático que permita não só uma razoável determinação dos valores, como também nos indique o quanto poderemos confiar nesses resultados. Além disso, a experiência histórica informa que alterações do método devem ser cuidadosamente estudadas, a fim de que, além dos propósitos anteriores, não fique comprometida a comparação de dados em diferentes fases, isto é, o método de-

ve ser univocamente fixado e necessariamente estável. Por método, entenderemos o conjunto de regras operacionais que nos conduzem a um fim.

Vejamos alguns dos diferentes erros possíveis.

III.2.3.1 - Erros Sistemáticos

Em geral, não são fáceis de detetar, porém são caracterizados, teoricamente, por uma lei de erros bem definida. Suas causas são sistemáticas e afetam o conjunto de todas as medidas de uma só maneira. Devido a isto, devemos sempre que possível, procurar determinar a correspondente lei de erro, pois eles não são minimizados por processos estatísticos (eles não são de natureza estatística) [ver Ref. 2, pág. 469]. Estes erros devem ser estimados a partir de uma análise das condições experimentais e das técnicas utilizadas, normalmente exigindo um prazo mais ou menos longo para a sua completa caracterização. Por exemplo, erros sistemáticos decorrentes do envelhecimento do instrumental só podem ser registrados após um período de observações homogêneas, que nunca é pequeno.

Para se obter resultados com a máxima confiabilidade, dependemos bastante da eficiência com que se possa controlar ou compensar os erros sistemáticos.

Observamos, finalmente, que a justificativa da dificuldade de detecção dos erros sistemáticos surge no fato de que nas observações, eles estão combinados com os erros aleatórios. A única exceção, que normalmente não ocorre em equipamentos mais sofisticados, e operados com razoável habilidade, é quando os sistemáticos excedem os aleatórios em alguma ordem de grandeza, isto é, quando operamos virtualmente apenas com aqueles.

III.2.3.2 - Erros Aleatórios

São devidos às flutuações nas observações e fornecem resultados que diferem de experimento para experimento, e de instante para instante. Há necessidade de um grande número de observações para se obter resultados precisos. Como estes erros resultam de flutuações estatísticas, podemos reduzi-los para um sistema instrumental, através de um acréscimo do número de eventos registrados. Obviamente, existirá um termo de compromisso entre a minimização dos erros, por um lado, os custos operacionais e o tempo gasto nas observações e suas reduções, por outro.

Se os erros aleatórios são mais rapidamente acessíveis, uma vez que podem ser obtidos através dos métodos estatísticos convencionais, são habitualmente muito mais complexos de serem analisados quanto às suas causas do que os erros sistemáticos. A razão para isto é que toda a fonte de perturbação errática contribui, cada uma com sua parcela, para o total calculado. Assim, oscilações na pres-

são na temperatura e na umidade atmosféricas, bem como flutuações na rede elétrica, diferenças de comportamento de um mesmo observador, ao longo de uma noite e entre várias noites, e entre os diferentes observadores, são fontes do erro aleatório. Da mesma maneira o são as condições dinâmicas, químicas e morfológicas da atmosfera. Além disso, existem erros nas determinações dos instantes de leitura das fitas dos registradores, indispensáveis às reduções das observações, devido a manipulações equivocadas de números em um conjunto de muitos dados, de arredondamento induzidos pelas calculadoras eletrônicas, etc. Provavelmente algumas causas são mais importantes do que outras, porém, a questão é tão complexa que, se não absolutamente indispensável, uma análise de causas nos erros aleatórios é problema fora de cogitações, ao contrário do que ocorre nos sistemáticos. Por exemplo, se o fator de amplificação da célula fotoelétrica está se degradando no tempo, isto introduzirá um erro sistemático cuja influência tem que ser quantificada, e cuja causa tem que ser fixada, pois que a célula fotoelétrica acabará por chegar a um nível que exija sua substituição.

Estatisticamente os diferentes tipos de erros aleatórios são definidos pelas relações abaixo:

- desvio padrão - mede o erro isolado,

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} > 0 ;$$

- erro padrão da média - é o erro acidental da média aritmética

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} ;$$

- erro provável

$$\varepsilon = 0,6745 \sigma = 0,8453 \mu \quad [\text{ver Ref. 7, pág. 84}] .$$

III.3 - Observações Preliminares no Observatório do Valongo

III.3.1 - Dados Observacionais

Do catálogo de Johnson [ver Ref. 11, pág. 323] selecionamos as estrelas para nossa latitude e suas coordenadas foram reduzidas para 1976,0, pelo PROGRAMA IV. Incluímos apenas estrelas cujas localizações, na esfera celeste, resultam em observações mais cômodas ($-35^{\circ} \leq \delta \leq +35^{\circ}$). As estrelas que serão pesquisadas no Observatório do Valongo, com o objetivo de se calibrar o sistema fotométrico, podem ser vistas na TABELA 11.

Após uma noite de observações periódicas de uma determinada estrela padrão de Johnson, conseguimos obter as intensidades da estrela mais fundo do céu e a intensidade do fundo do céu, para os filtros B e V. Não consideramos observações com o filtro U, pois os comprimentos de onda nessa região do espectro são intensamente absorvidos pela lente do telescópio refrato-refletor coudé utilizado, e neste caso, as leituras que obteríamos não poderiam expressar a verdadeira emissão da estrela.

Depois de lidas essas intensidades, isto é, as deflexões métricas fornecidas pelo registrador, entramos com os dados no PROGRAMA V, que nos fornece, entre outros resultados, os parâmetros da reta de Bouguer, ou seja: a extinção atmosférica (k_{λ}), a magnitude corrigida para a atmosfera ($m_{o\lambda}$) e o coeficiente de correlação entre as magnitudes observadas na Terra e seus respectivos valores de massa de ar (ρ). Este parâmetro é necessário, pois ao se ajustar pares de medidas ($m_{o\lambda i}, X_i$), por uma regressão linear, devemos procurar saber se o procedimento de ajuste é satisfatório: se realmente há uma relação física entre as variáveis. Devemos, neste caso, introduzir um coeficiente de correlação linear, ρ , que indicará quantitativamente o grau de certeza da correspondência linear entre as duas variáveis. Observamos que, por definição, temos:

$$\rho \begin{cases} = -1 \rightarrow \text{absoluta e inversamente correlacionados,} \\ = 0 \rightarrow \text{correlação linear nula,} \\ = +1 \rightarrow \text{absoluta e diretamente correlacionados.} \end{cases}$$

Para uma descrição matemática do método de regressão linear, ver Hoel [Ref. 10, pág.169].

Coordenadas das Estrelas Padrões de Johnson para 1976,0

Nº	NOME	α		δ		V	B-V	U-B	Sp						
		1900,0		1976,0											
		h	m	h	m										
2	χ Peg	0	09,4	+ 19	39	0	13	21	+ 20	04	19	4,80	+ 1,58	+ 1,92	M2 III
7	54 Psc	0	34,2	+ 20	43	0	38	13	+ 21	08	03	5,84	+ 0,86	+ 0,56	K0 V
17	η Psc	1	26,1	+ 14	50	1	30	11	+ 15	13	34	3,61	+ 0,98	+ 0,79	G8 III
21	107 Psc	1	37,1	+ 19	47	1	41	16	+ 20	10	05	5,20	+ 0,84	+ 0,48	K1 V
22	τ Cet	1	39,4	- 16	28	1	43	07	- 16	05	01	3,49	+ 0,72	+ 0,18	G8 Vp
25	β Ari	1	49,1	+ 20	19	1	53	18	+ 20	41	31	2,62	+ 0,14	+ 0,10	A5 V
26	α Ari	2	01,5	+ 22	59	2	05	46	+ 23	20	51	1,99	+ 1,153	+ 1,12	K2 III
27	β Tri	2	03,6	+ 34	31	2	08	06	+ 34	52	44	3,00	+ 0,13	+ 0,08	A5 III
28	δ Tri	2	10,8	+ 33	46	2	15	19	+ 34	07	19	4,87	+ 0,61	+ 0,02	GO V
30	ξ Cet	2	22,8	+ 8	01	2	26	52	+ 8	21	34	4,27	- 0,04	- 0,15	B9 III
34	μ Cet	2	39,5	+ 9	42	2	43	36	+ 10	01	27	4,25	+ 0,31	+ 0,05	FO IV
37	HR 875	2	51,6	- 4	07	2	55	27	- 3	48	27	5,17	+ 0,085	+ 0,05	A1 V
39	κ Cet	3	14,1	+ 3	00	3	18	05	+ 3	16	47	4,82	+ 0,68	+ 0,18	G5 V
41	ο Tau	3	19,4	+ 8	41	3	23	31	+ 8	57	20	3,57	+ 0,89	+ 0,64	G8 III
45	ο Per	3	38,0	+ 31	58	3	42	46	+ 32	12	43	3,82	+ 0,06	- 0,76	B1 III
46	ζ Per	3	47,8	+ 31	35	3	52	35	+ 31	48	49	2,83	+ 0,13	- 0,77	B1 Ib
47	ε Per	3	51,1	+ 39	43	3	56	11	+ 39	56	31	2,88	- 0,17	- 0,98	B0,5 V
48	γ Tau	4	14,1	+ 15	23	4	18	20	+ 15	34	18	3,61	+ 0,99	+ 0,84	K0 III
49	δ Tau	4	17,2	+ 17	18	4	21	35	+ 17	28	59	3,73	+ 0,98	+ 0,84	K0 III
50	ε Tau	4	22,8	+ 18	58	4	27	15	+ 19	08	26	3,55	+ 1,03	+ 0,87	K0 III
51	α Tau	4	30,2	+ 16	19	4	34	34	+ 16	28	59	0,78	+ 1,51	+ 1,81	K5 III
52	π Ori	4	44,4	+ 06	47	4	48	31	+ 6	55	12	3,16	+ 0,46	+ 0,00	F6 V
53	π Ori	4	45,9	+ 05	26	4	49	58	+ 5	34	03	3,69	- 0,17	- 0,81	B2 III
55	β Eri	5	02,9	- 05	13	5	06	41	- 5	06	45	2,77	+ 0,12	+ 0,09	A3 III
56	β Ori	5	09,7	- 08	19	5	13	24	- 8	13	29	0,08	- 0,03	- 0,69	B8 Ia
60	β Tau	5	20,0	+ 28	31	5	24	48	+ 28	35	24	1,64	- 0,13	- 0,48	B7 III
61	Cin 705	5	26,4	- 03	42	5	30	13	- 3	38	18	7,96	+ 1,48	+ 1,20	dM1
62	ν Ori	5	27,1	- 07	23	5	30	49	- 7	19	23	4,59	- 0,27	- 1,11	B0 V
64	α Lep	5	28,3	- 17	54	5	31	42	- 17	50	30	2,56	+ 0,21	+ 0,22	FO Ib
65	ι Ori	5	30,5	- 5	59	5	34	15	- 5	55	45	2,74	- 0,25	- 1,11	O9 III
66	ε Ori	5	31,1	- 1	16	5	34	59	- 1	12	49	1,71	- 0,20	- 1,06	B0 Ia
67	κ Ori	5	43,0	- 9	42	5	46	39	- 9	40	07	2,04	- 0,18	- 1,06	B0,5 Ia
68	134 Tau	5	43,9	+ 12	37	5	48	12	+ 12	38	47	4,91	- 0,07	- 0,20	B9 IV
70	χ² Ori	5	58,0	+ 20	08	6	02	32	+ 20	08	13	4,63	+ 0,27	- 0,70	B2 Ia
71	HR 2222	6	09,5	+ 13	53	6	13	50	+ 13	51	57	5,90	- 0,24	- 0,96	B1 V
72	9 Gem	6	10,8	+ 23	46	6	15	27	+ 23	44	48	6,28	+ 0,44	- 0,40	B3 Ia
78	γ Gem	6	31,9	+ 16	29	6	36	19	+ 16	25	29	1,95	0,00	+ 0,01	A0 IV
80	α CMa	6	40,7	- 16	35	6	44	09	- 16	39	29	-1,47	+ 0,01	- 0,08	A1 V
81	θ Gem	6	46,2	+ 34	05	6	51	13	+ 33	59	56	3,59	+ 0,10	+ 0,13	A3 III
82	ι CMa	6	51,7	- 16	55	6	55	08	- 17	00	40	4,36	- 0,07	- 0,70	B3 II
83	λ Gem	7	12,3	+ 16	43	7	16	42	+ 16	35	08	3,57	+ 0,10	+ 0,09	A3 V
84	ρ Gem	7	22,7	+ 31	59	7	27	35	+ 31	50	03	4,16	+ 0,31	- 0,04	FO V
85	α CMi	7	34,1	+ 5	29	7	38	10	+ 5	18	53	0,34	+ 0,40	- 0,01	F5 IV-V
86	κ Gem	7	38,4	+ 24	38	7	43	01	+ 24	27	27	3,57	+ 0,93	+ 0,68	G8 III
87	β Gem	7	39,2	+ 28	16	7	43	56	+ 28	05	22	1,15	+ 1,00	+ 0,84	K0 III
89	β Cnc	8	11,1	+ 09	30	8	15	16	+ 9	16	17	3,53	+ 1,478	+ 1,77	K4 III
90	HR 3314	8	20,7	- 03	35	8	24	33	- 3	49	36	3,89	- 0,01	0,00	A0 V
91	η Hya	8	38,0	+ 3	46	8	42	01	+ 3	29	53	4,31	- 0,196	- 0,74	B3 V
97	α Leo	10	03,0	+ 12	27	10	07	06	+ 12	04	54	1,33	- 0,12	- 0,38	B7 V
101	40 Leo	10	14,3	+ 19	59	10	18	30	+ 19	36	19	4,83	+ 0,44	- 0,01	F6 IV
105	46 LMi	10	47,7	+ 34	45	10	51	59	+ 34	20	55	3,84	+ 1,03	+ 0,91	K0 III-IV
109	ν UMa	11	13,1	+ 33	38	11	17	15	+ 33	13	12	3,48	+ 1,38	+ 1,56	K3 III
111	61 UMa	11	35,3	+ 34	46	11	39	21	+ 34	20	49	5,33	+ 0,69	+ 0,27	G8 V
112	β Leo	11	44,0	+ 15	08	11	47	57	+ 14	42	44	2,12	+ 0,09	+ 0,04	A3 V
113	β Vir	11	45,5	+ 02	20	11	49	26	+ 01	54	43	3,63	+ 0,54	+ 0,10	F8 V
118	Cin 1633	12	45,6	- 00	13	12	49	32	- 0	37	50	8,49	+ 1,41	+ 1,27	B0,5 V
123	β Com	13	07,2	+ 28	23	13	10	52	+ 27	58	45	4,30	+ 0,56	+ 0,05	GO V
124	61 Vir	13	13,2	- 17	45	13	17	18	- 18	09	03	4,74	+ 0,70	+ 0,26	G6 V
127	70 Vir	13	23,5	+ 14	19	13	27	17	+ 13	55	20	4,98	+ 0,71	+ 0,24	G5 V
130	τ Boo	13	42,5	+ 17	57	13	46	12	+ 17	34	10	4,51	+ 0,48	+ 0,04	F7 V
132	η Boo	13	49,9	+ 18	54	13	53	34	+ 18	31	31	2,70	+ 0,59	+ 0,20	GO IV
137	α Boo	14	11,1	+ 19	42	14	14	42	+ 19	20	42	-0,06	+ 1,23	+ 1,26	K2 III
139	ρ Boo	14	27,5	+ 30	49	14	30	50	+ 30	28	44	3,57	+ 1,29	+ 1,44	K3 III
141	109 Vir	14	41,2	+ 02	19	14	45	05	+ 1	59	41	3,75	- 0,01	- 0,03	A0 V
145	β Lib	15	11,6	- 09	01	15	15	43	- 9	17	59	2,62	- 0,111	- 0,37	B8 V
152	α Ser	15	39,3	+ 06	44	15	33	04	+ 6	28	31	2,66	+ 1,165	+ 1,24	K2 III
155	λ Ser	15	41,6	+ 07	40	15	45	21	+ 7	25	37	4,43	+ 0,60	+ 0,11	GO V
157	γ Ser	15	51,8	+ 15	59	15	55	20	+ 15	45	33	3,85	+ 0,48	- 0,02	F6 V
158	ε CrB	15	53,4	+ 27	10	15	56	36	+ 26	56	42	4,15	+ 1,227	+ 1,28	K3 III
166	γ Her	16	17,5	+ 19	23	16	20	54	+ 19	12	03	3,74	+ 0,26	+ 0,13	A9 III
167	α Sco AB	16	23,3	- 26	13	16	27	56	- 26	23	22	0,92	+ 1,84	+ 1,30	Comp
169	Cin 2238	16	41,4	+ 33	41	16	44	18	+ 33	32	29	8,11	+ 1,37	+ 1,29	K7 V
170	CC 1017	16	59,8	- 04	54	17	03	52	- 5	0	35	7,74	+ 1,16	+ 1,05	K5 V
172	δ Her	17	10,9	+ 24	57	17	14	05	+ 24	51	37	3,14	+ 0,08	+ 0,08	A3 IV
175	72 Her	17	16,9	+ 32	36	17	19	48	+ 32	31	16	5,39	+ 0,62	+ 0,07	GO V
176	Cin 2322	17	20,8	+ 02	14	17	24	40	+ 2	9	41	7,54	+ 1,36	+ 1,27	K7 V
183	β Oph	17	38,5	+ 04	37	17	42	18	+ 4	34	38	2,78	+ 1,16	+ 1,24	K2 III
186	γ Oph	17	42,9	+ 02	45	17	46	45	+ 2	43	07	3,72	+ 0,04	+ 0,06	A0 V
187	89 Her	17	51,4	+ 26	04	17	54	31	+ 26	03	03	5,46	+ 0,35	+ 0,25	F2 Ia
190	ξ Ser	17	55,2	- 03	41	17	59	14	- 3	41	32	4,62	+ 0,38	+ 0,00	F3 V
191	99 Her	18	03,2	+ 30	33	18	6	9	+ 30	33	21	5,04	+ 0,52	- 0,10	F7 V
195	η Ser	18	16,1	- 02	55	18	20	07	- 2	53	13	3,26	+ 0,94	+ 0,65	K0 III-IV
201	110 Her	18	41,4	+ 20	27										

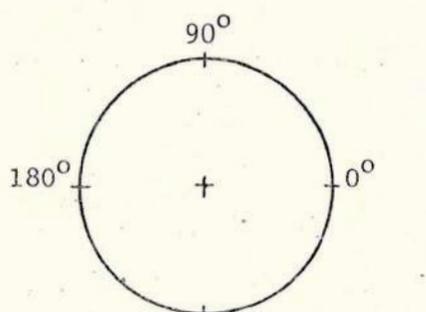
Para começar nossa pesquisa, torna-se necessário obter $m_{0\lambda}$ e k_λ de algumas estrelas padrões para as coordenadas geográficas do local das observações, e reduzi-las ao Sistema Padrão da maneira explicitada no Capítulo II, parágrafo 3.4. Com esta finalidade, começamos a observar a estrela ι Piscium, porém em apenas quatro noites obtivemos resultados utilizáveis. As razões para tão baixo número serão apresentadas no Capítulo IV. Os resultados obtidos pelas observações e processados pelo PROGRAMA V estão relacionados no Capítulo V, com seus respectivos gráficos das "retas de Bouguer".

Podemos, agora, obter as constantes D_λ , E_λ , $F_{\Delta\lambda}$, $G_{\Delta\lambda}$, que relacionam os dois sistemas, através de regressões lineares. Gráficos $[m_{0B} - m_{0V}]$ versus $[B - V]$ permitem-nos obter as constantes de calibração entre as cores dos dois sistemas ($F_{\Delta\lambda}$, $G_{\Delta\lambda}$) e gráficos $[V - m_{0V}]$ versus $[B - V]$, as constantes de calibração para as magnitudes (D_V , E_V). As constantes D_B , E_B são encontradas de maneira análoga, fazendo-se gráficos $[B - m_{0B}]$ versus $[B - V]$. Este último passo não pode ser realizado, já que exige um grande número de observações, como as descritas acima, para várias estrelas padrões, em muitas noites. Novamente, as razões deste impedimento serão apresentadas no Capítulo IV.

III.3.2 - Interpretação Astronômica dos Dados

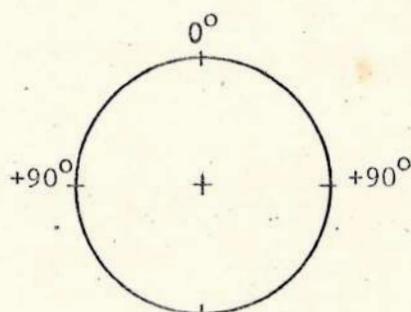
Podemos observar uma estrela desde seu nascer até o ocaso. Quando a estrela está a leste (do nascer até o zenite), o ângulo zenital decresce de 90° até 0° e quando o astro já passou pelo zenite, z cresce de 0° até 90° (a estrela está a oeste).

Sabemos que a calculadora está programada para calcular funções trigonométricas, porém nosso referencial astronômico não coincide com aquele utilizado pela máquina. Desta forma, os dados obtidos na calculadora deverão ser interpretados astronomicamente. Vejamos como: no referencial trigonométrico da calculadora temos que argumentos da função cosseno são considerados no intervalo $[0^\circ, 180^\circ]$ e, da mesma forma, portanto, argumentos da função secante. Comparando as figuras abaixo,



Referencial Trigonômico

FIGURA XVII



Referencial Astronômico

FIGURA XVIII

temos o seguinte esquema de conversão:

POSIÇÃO DA ESTRELA	ZENITAIS	CALCULADORA HP
Leste	$(+90^\circ, 0^\circ)$	$(180^\circ, 90^\circ)$
Oeste	$(0^\circ, +90^\circ)$	$(90^\circ, 0^\circ)$

Assim, um observador no centro do Sistema Horizontal Local (AH, $90^\circ - z$), à medida que observa a progressão no tempo de uma estrela, do nascer até o zenite, vê o valor da $\sec z$ diminuir, até passar por um mínimo, quando $z=0^\circ$ e a $\sec z$ assume o valor de 1. Daí em diante, até o ocaso, o valor da $\sec z$ aumenta até ∞ . Portanto, gráficos m_λ versus $\sec z$ (ou massa de ar) terão o aspecto da FIG. XIX, uma vez que $1 \leq \sec z \leq +\infty$,

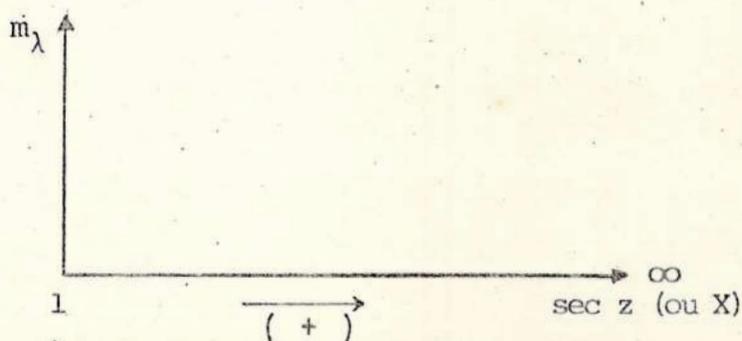


FIGURA XIX

esteja a estrela a leste ou a oeste, isto é, para a calculadora só

está definido o 1º quadrante, uma vez que devido ao referencial astronômico, a $\sec z$ não assume valores negativos. O operador sabendo, de antemão, que as observações foram realizadas a leste se incumbirá de desenhar a reta de Bouguer em um "2º quadrante", tal como na FIG. XX.

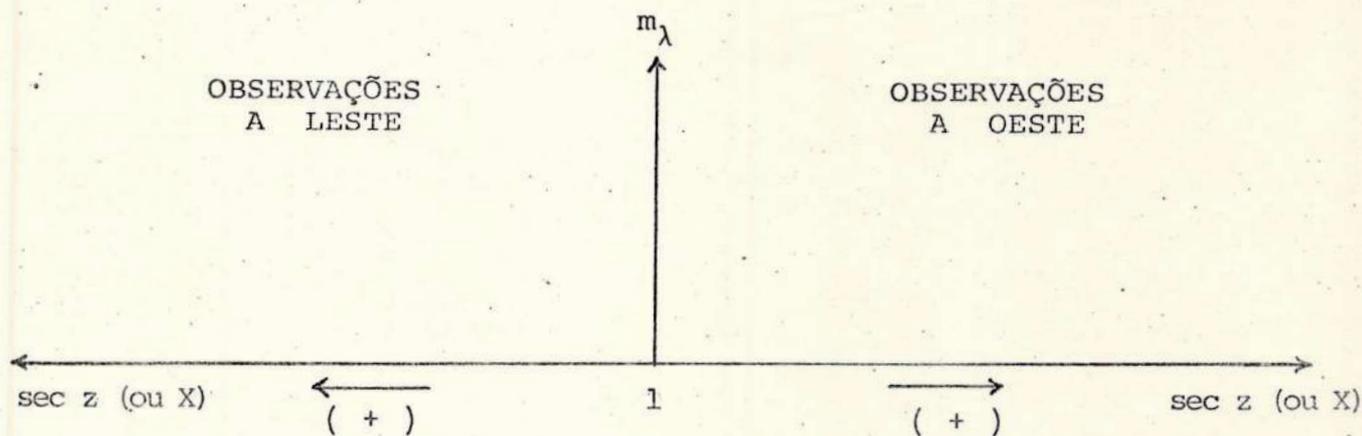


FIGURA XX

Em outras palavras, o operador deve manipular todas as observações como se fossem feitas a oeste, e caso queira representar retas a leste e a oeste, em um mesmo diagrama, deverá dar uma rotação de 180° em torno do eixo m_λ para as retas resultantes das observações a leste.

Devemos ainda levar em conta a interpretação dada aos parâmetros da reta de Bouguer, que num referencial cartesiano têm a origem, habitualmente, considerada como zero, na abcissa. Em gráficos m_λ versus $\sec z$ (ou massa de ar) nossa origem será no ponto 1, já que este é o menor valor que a $\sec z$ pode assumir. Assim, nossa equação da reta

$$m_\lambda = m_{o\lambda} + k_\lambda \sec z,$$

e como $\sec z = 1$, teremos:

$$m_{o\lambda}^* = m_{o\lambda} + k_\lambda.$$

Logo, a magnitude corrigida para a atmosfera será dada por:

$$m_{o\lambda}^* = m_{o\lambda} + k_\lambda.$$

Pelo gráfico ao lado, podemos conhecer $m_{o\lambda}^*$ e k_λ .

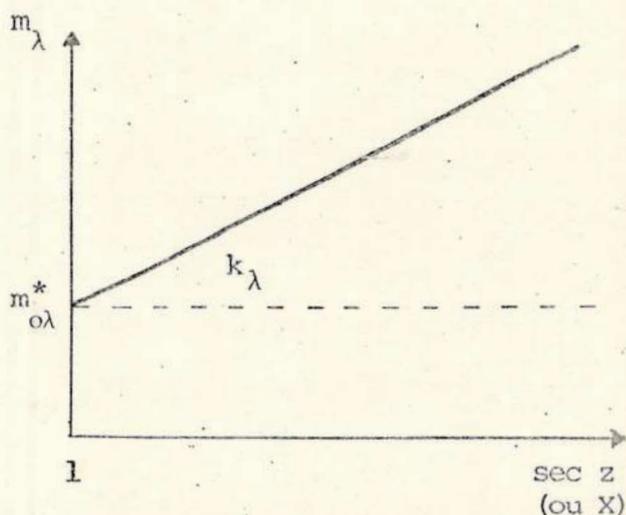


FIGURA XXI

IV - CONCLUSÕES

IV.1 - Justificativas para o pequeno número de observações

O projeto se revelou inviável sem a presença de um registrador gráfico. Testes foram feitos numa tentativa de registrar as deflexões de forma visual, obtidas diretamente no mostrador do fotômetro. Contudo, as amplitudes das oscilações do ponteiro, induzidas pelo alto nível de turbulência local, impossibilitaram que deflexões com razoável precisão fossem medidas.

Além disso, experiências anteriores, com o apoio dos equipamentos da Central Horária do Observatório do Valongo, no sentido de dotar o fotômetro, internamente, de um integrador que amortecesse as oscilações, apresentaram problemas razoavelmente sérios e foram abandonadas, a fim de evitar quaisquer possibilidades de danos aos demais componentes do circuito.

Nessas condições, nenhum teste de campo pode ser feito até que, em abril de 1976, um registrador gráfico foi obtido, por empréstimo, à Companhia Telefônica Brasileira (TELERJ).

No restante do primeiro semestre redeterminou-se a volta gem ótima de operação e montou-se o sistema completo junto ao telescópio coudê, de acordo com o diagrama abaixo:

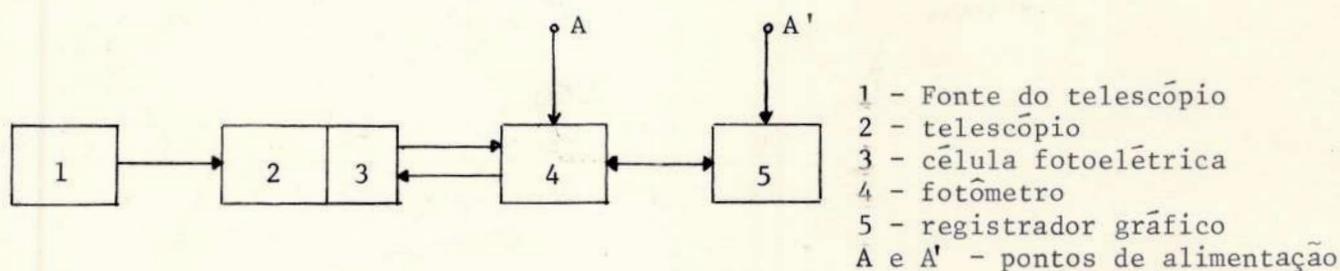


FIGURA XXII

Após se verificar a operacionalidade do conjunto, aguardamos noites propícias para o início das observações. Entretanto, e principalmente ao longo do segundo semestre de 1976, as condições de céu foram notavelmente precárias, com uma pequeníssima quantidade de noites estreladas. Esta evidência, reconhecida por todo o Corpo Técnico do Observatório do Valongo, simultaneamente com o exíguo prazo de duração do empréstimo e com as dificuldades inerentes a toda operação de sistemas avançados por observadores sem prática (em nosso observatório esta foi a primeira vez que operamos um tal sistema), justifica o pequeno número de registros. Em fins de setembro do mesmo ano, o registrador foi devolvido, implicando na paralização dos trabalhos.

IV.2 - Justificativa para a não calibração do Sistema Experimental de Magnitudes Fotométricas

As técnicas convencionais necessárias para a redução de qualquer sistema fotométrico ao Sistema Internacional envolve observações de várias estrelas de referência ao longo de muitas noites. Isto porque as observações para cada estrela resultarão em médias que serão tanto mais confiáveis quanto maior for o número de medidas, obviamente dentro dos limites fixados pelo custo de operação dos aparelhos e pelo total de horas despendidas nas medidas em suas reduções; e é este conjunto de médias (para muitas estrelas) que será empregado nas convenções entre as magnitudes experimentais e as de Johnson.

Assim sendo, e tendo em vista as razões expostas no item anterior, as constantes que converterão as magnitudes e, portanto, as cores àquele sistema, não puderam ser obtidas. Observamos, todavia, que este processo de calibração afeta apenas as magnitudes, mas não tira a validade dos coeficientes de extinção experimentais. Em outras palavras, quaisquer pesquisas que não exijam calibrações como, por exemplo, o projeto de "Astronomia e Poluição Aérea", ora em desenvolvimento, poderão perfeitamente tomar por base o presente projeto.

Finalmente, notamos que é recomendável proceder à referida calibração e isto porque, se tal for conseguido, teremos uma certeza adicional de que todo o conjunto de instrumentos e formas de análises estão operando corretamente.

IV.3 - Análise preliminar dos resultados obtidos

A análise é necessariamente preliminar, pois que algumas retas de Bouguer apresentaram um comportamento anômalo sugerindo um decréscimo da extinção do meridiano para o horizonte, o que, obviamente, é uma impossibilidade prática, uma vez que a massa de ar cresce nesse sentido de variação de z . Isto sugere que erros de manipulação do instrumental foram cometidos, o que é razoável de se esperar dada nossa inexperiência.

Abandonando as retas nas condições descritas acima, temos que três retas em V e quatro em B são suscetíveis de alguma interpretação. Tais retas podem ser vistas na FIG. XXIII.

Tomemos, por exemplo, as retas para as noites 18-19/8 e 1-2/9, para as quais se obteve, respectivamente, $\langle k_V \rangle = 0,968$ e $\langle k_V \rangle = 0,202$. É possível que esta discrepância nos coeficientes de extinção em magnitude reflita um comportamento real da atmosfera, que se comportou como um meio mais opaco na primeira oportunidade do que na segunda. Regiões de clima instável como o Rio de Janeiro podem se comportar assim. Se pudermos admitir que os valores acima repre

sentam o intervalo aproximado de k_V , a afirmativa tomada apenas para fins de ilustração, então teremos um k_V médio da ordem de 0,6.

Observando a tabela 1, [da Ref. 8, pág. 11], verificamos que o nosso coeficiente de extinção local seria maior do que o de todos os demais observatórios, inclusive os urbanos (para uma classificação de observatórios, ver mesma referência, pág. 13). Uma vez que nenhum dos observatórios citados na referida tabela 1 se encontram tão próximos a centros comerciais de grandes cidades como o Observatório do Valongo, este valor médio, $\langle k_V \rangle$, não deve estar longe do resultado a ser obtido por pesquisas sistemáticas.

Apenas para fins de comparação citamos que o Observatório McDonald, Universidade do Texas, após uma erupção vulcânica em Monte Agung, na ilha de Bali, em maio de 1963, determinou o coeficiente de extinção e encontrou $\langle k_V \rangle = 0,14$ magnitudes, notando ter havido um sensível aumento neste coeficiente em relação aos anteriormente determinados. [ver Ref. 24, pág. 8]

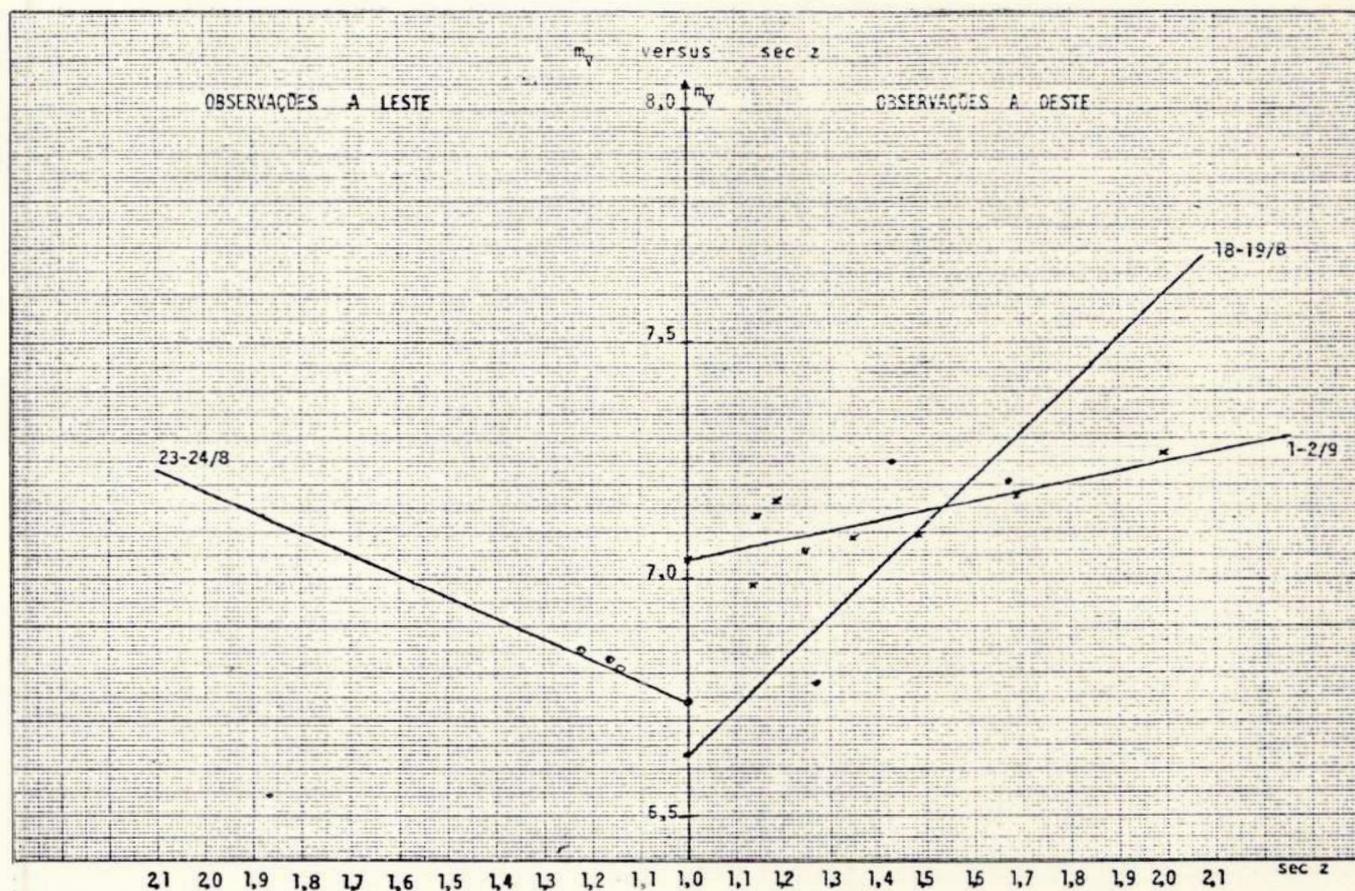


FIGURA XXIII

Nenhuma interpretação será feita para as magnitudes experimentais corrigidas para a atmosfera, calculadas nas datas indicadas na FIG. XXIII, pois para essa grandeza apenas um processo de calibração poderia dar um sentido mais exato.

Mais ainda, se as observações de interação da névoa com a radiação estelar medida na madrugada de 14-15/6 resultaram, como vimos, em uma conclusão sobre não interferência sistemática, pois demonstramos que ela introduziu apenas uma turbulência aleatória em nível mais elevado, ressaltamos que estudos análogos necessariamente terão que ser feitos em vários períodos ao longo de um ano antes que possamos fixar definitivamente a possibilidade do desenvolvimento de programas fotométricos em presença dessa condição de céu.

IV.4 - Considerações Finais

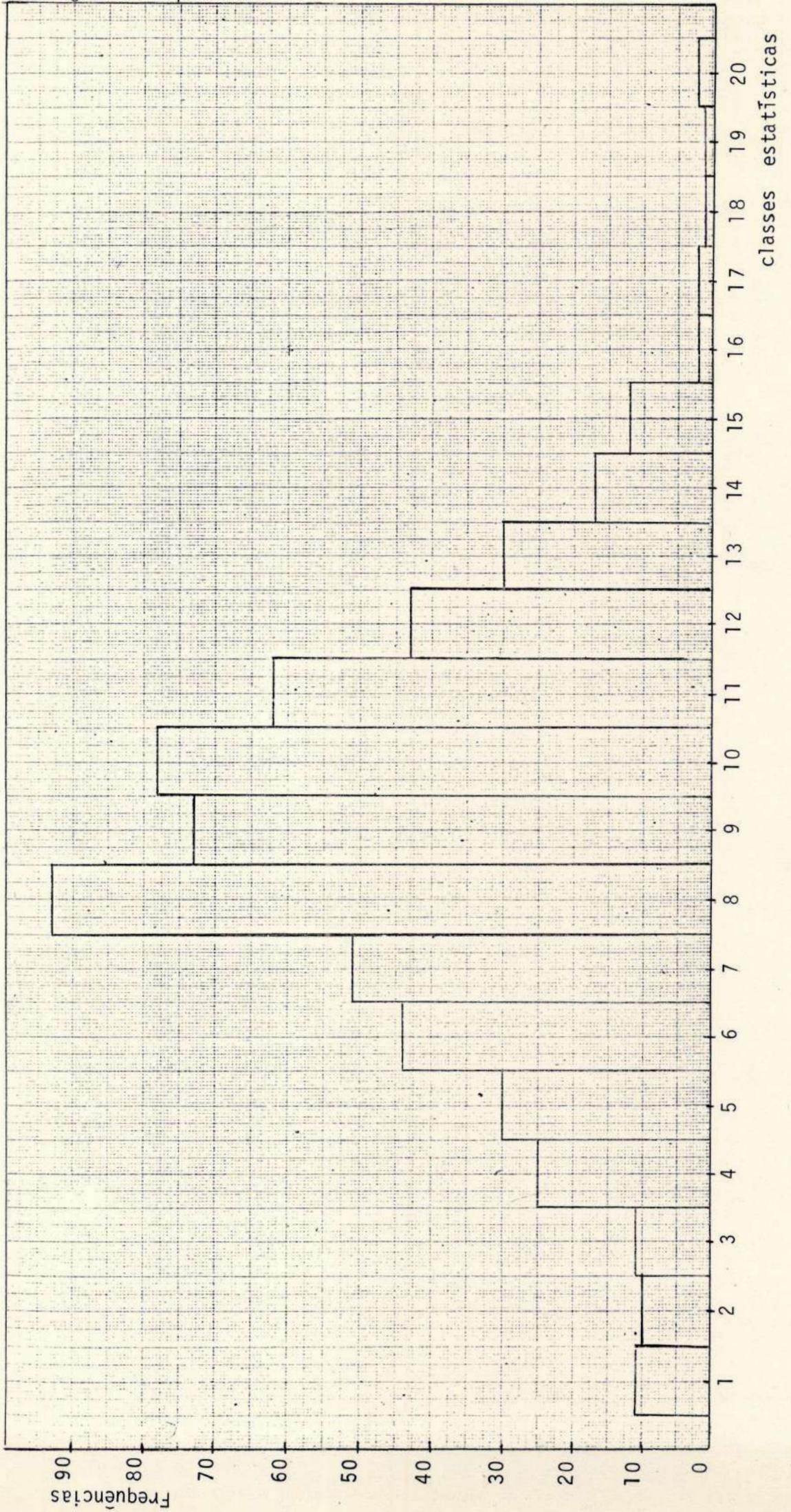
Se afirmativas podem ser feitas acerca da viabilidade de programas experimentais, apenas através dos resultados que possam ser obtidos, então nosso projeto é viável, dado que o coeficiente de extinção médio, que pode ser obtido, é compatível com o que se esperava sobre o comportamento da atmosfera do Rio de Janeiro. Frisamos este ponto, indicando que a tabela 1 da ref. 8, pág. 11, fornece para o Observatório de Chabot um coeficiente de extinção médio de 0,426, e este observatório está situado na vizinhança da cidade de São Francisco (E.U.A.), porém não tem uma localização tão central quanto o Observatório do Valongo [ref. 8].

Por outro lado, uma vez que o projeto contém normas gerais de procedimento (observações e deduções) adaptadas ao material existente no nosso observatório, e como apresenta o tema de uma maneira que, esperamos, contorne muitas das dificuldades encontradas, admitimos (o que pode ser verdadeiro ou não) ser capaz de se constituir em um programa prático de estudos fotométricos, tais como o das estrelas binárias, para determinação das magnitudes de estrelas com magnitudes U, B, V ainda não fixadas, etc.

Utilizações futuras poderão decidir se o texto é viável como um roteiro de trabalho e quais as modificações que, certamente, deverá sofrer.

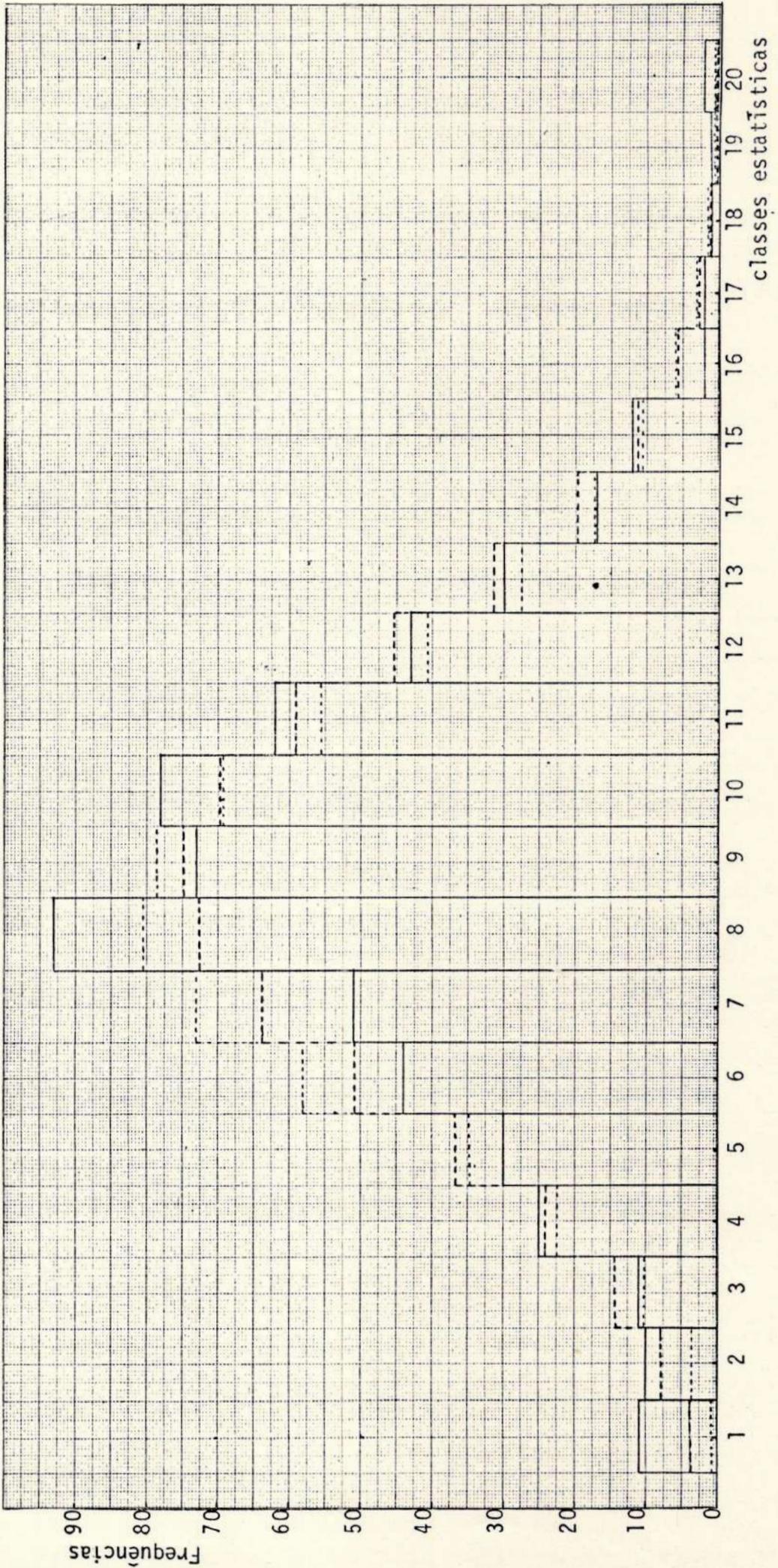
V - ANEXOS

V.1 - Histograma Experimental



V.2 - Histograma Comparativo

- Distribuição de Gauss
- Distribuição de Poisson
- _____ Espaço Amostral



V.3 - PROGRAMA I - PROGRAMA ESTATÍSTICO

V.3.1 - Fluxograma

Seja

$$\omega = \{x_i \mid i = 1, 2, \dots, N\},$$

onde

N é o nº total de medidas.

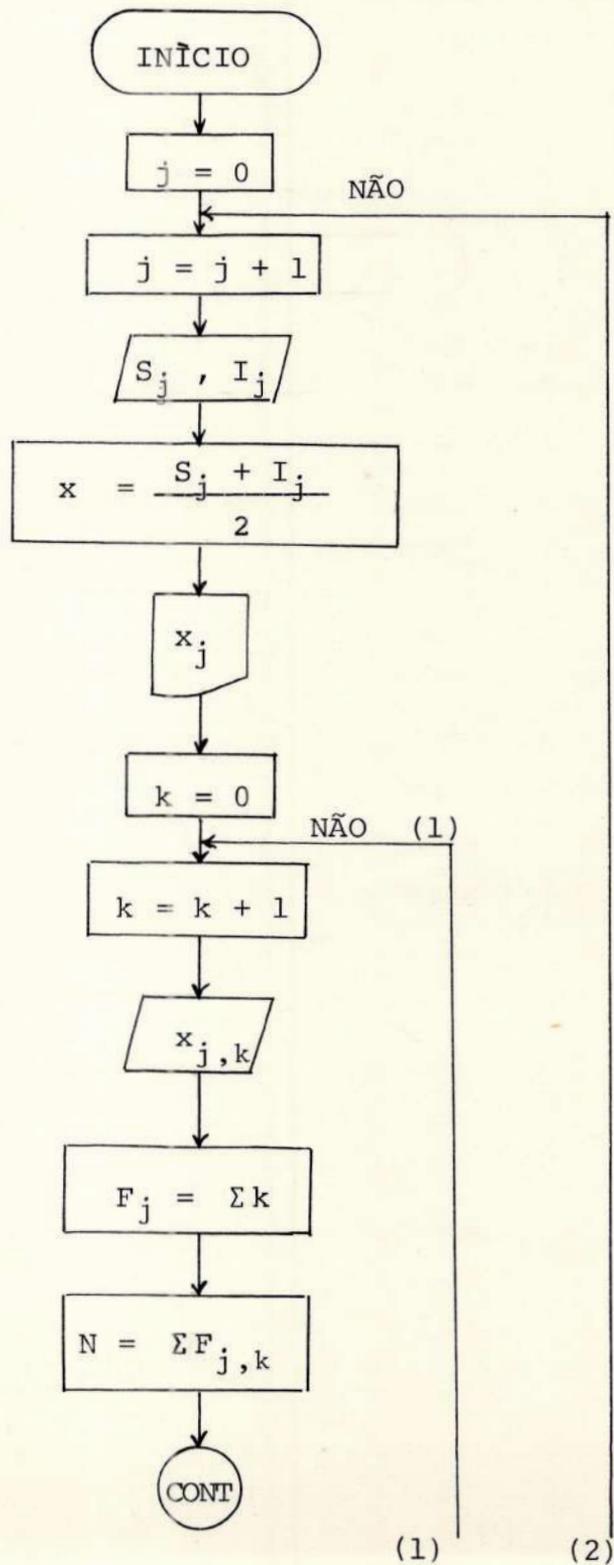
$$\text{Seja } C_j = \{x_{j,k} \mid j = 1, 2, \dots, 20 \wedge k = 1, 2, \dots, K\},$$

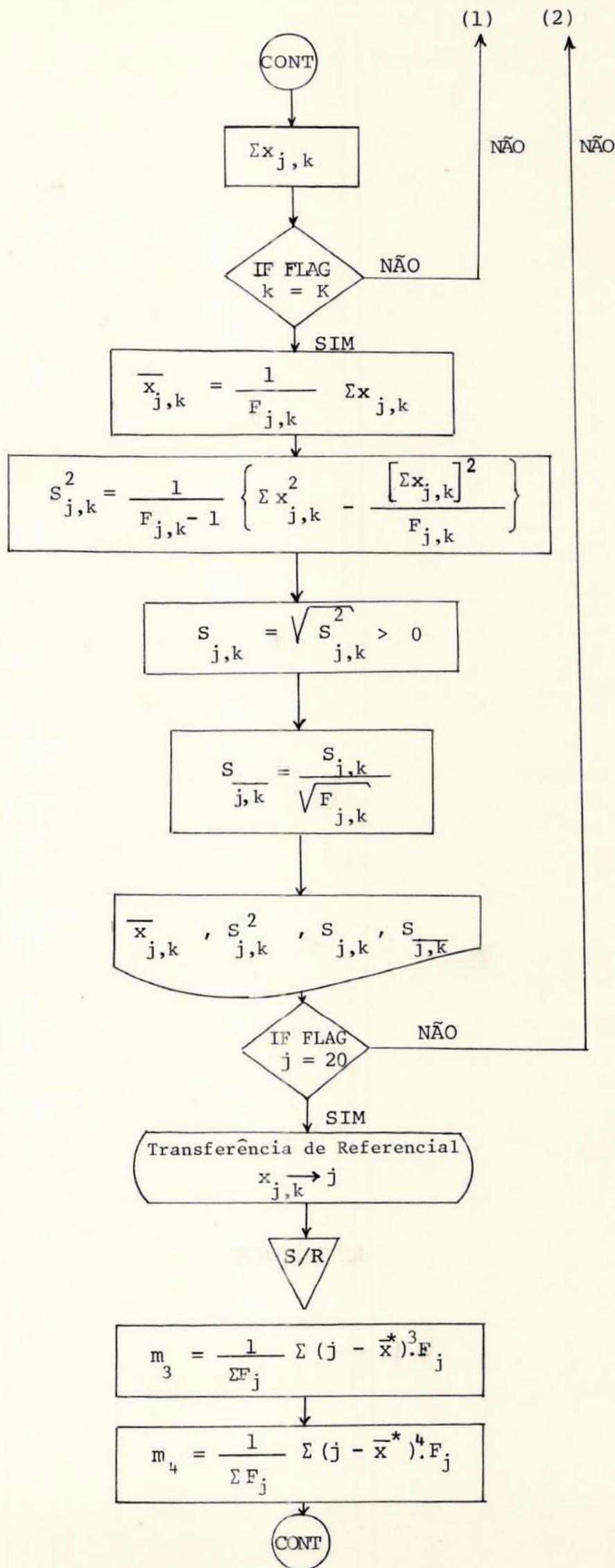
sendo:

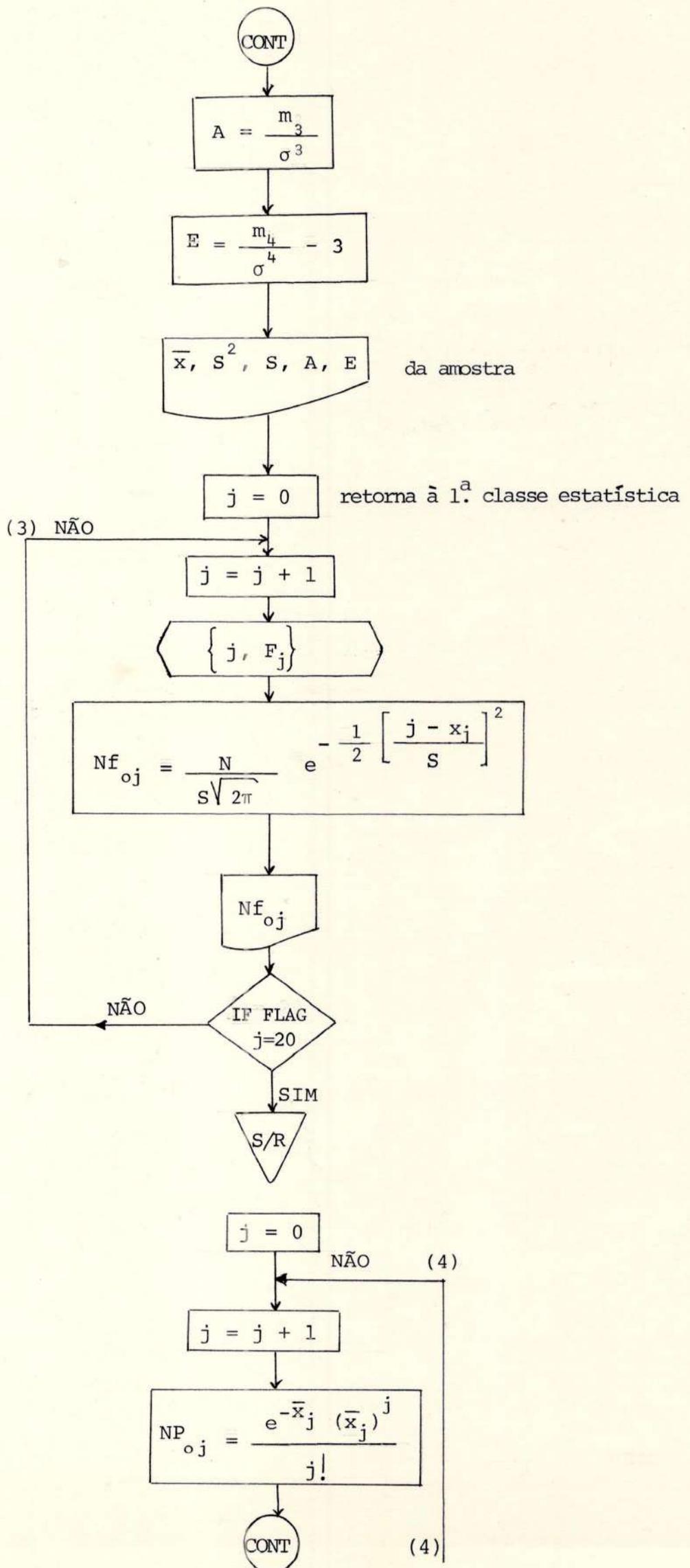
C_j as classes estatísticas;

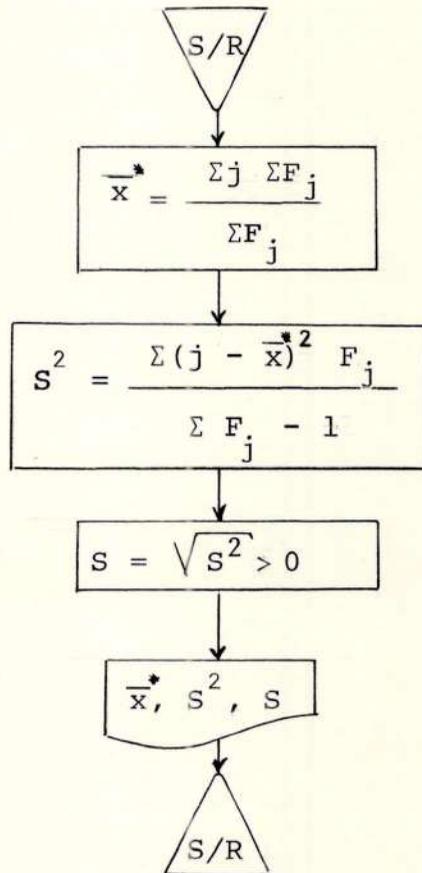
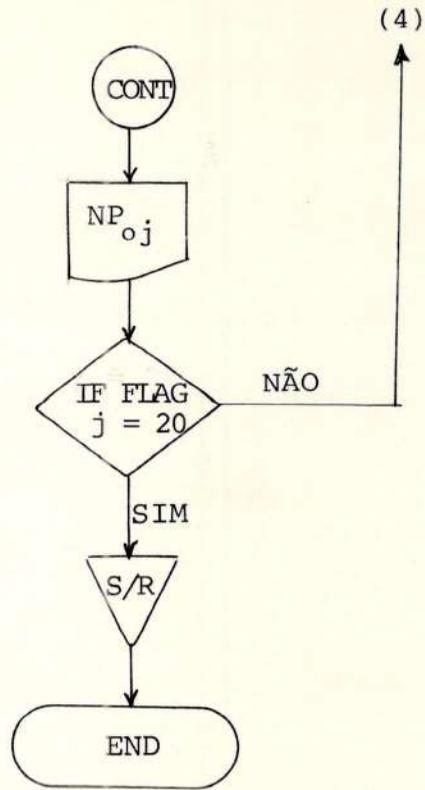
j , o número da classe;

k , o número da medida amostral de cada classe.









Observação:

O programa imprime:

x_j - ponto médio da classe, sendo $j = \{1, 2, \dots, J\}$;
 \bar{x}_j - média da classe C_j
 S_j^2 - variância
 S_j - desvio padrão
 $S_{\bar{x}_j}$ - erro padrão associado à média de cada classe

Quando $j = J$, isto é, quando todas as classes tiverem entrado no programa,

\bar{x}^* - média geral dos dados experimentais;
 S_{exp}^2 - variância
 S_{exp} - desvio padrão
 A - coeficiente de assimetria
 E - coeficiente de achatamento

Imprimirá agora:

Nf_{oj} - frequências gaussianas para as classes C_j ;

NP_{oj} - frequências da distribuição de probabilidade de Poisson, para cada classe C_j

Temos que:

L_j - limite superior de cada classe;
 I_j - limite inferior de cada classe;
 $x_{j,k}$ - medidas de cada classe C_j ;
 $X^2 = \sum (x_{j,k})^2$
 $X = \sum (x_{j,k})$
 Y - endereço do último ponto médio (guardado em IND 0);
 γ^* - endereço de cada x_j
 β - endereço da última classe (guardada em IND 2);
 β^* - endereço de cada classe

$$\bar{M} = (\bar{x}_j - \bar{x}^*)$$

$$\bar{M}^* = (j - \bar{x}^*)$$

$$\alpha = \sum (\bar{M})^2 F_j$$

$$\xi = \sum (\bar{M})^3 F_j$$

$$\rho = \sum (\bar{M})^4 F_j$$

$$\phi = \frac{(j - x)^2}{\sigma_j^2}, \text{ sendo } j \text{ representativo do ponto médio da classe}$$

$$\theta = e^{-x} \frac{x^j}{j!}$$

V.3.2 - Programa

PROGRAM NAME PROGRAMA I - PROGRAMA ESTATÍSTICO PAGE 1 OF 1

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER

PLOTTER TYPEWRITER

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
000	CLEAR	20	0	0	0	50	CHG SIGN	32				b $\sum x_k = X$
1	GO TO	44				1	$x \leftarrow ()$	67				a $\sum x_k^2 = X^2$
2	S/R I	47				2	+	33				0 $12 \rightarrow E_j$
3	5	05	Começa a série das memórias indiretas			3	3	03				1 $11 \rightarrow F_j$
4	0	00				4	$x \leftarrow ()$	23				2 $10 \rightarrow j$
5	0	00				5	IND	31				3 $\sum k = F_j$
6	CONT	47				6	↓	01				4
7	STOP	41	L_j	I_j		7	÷	35				5
8	IF FLAG	43	Se for a última medida da classe, vai			8	↓	25				6
9	9	11	calcula a média, a variância, desvio e A e E.			9	-	34				7
10	4	04				60	↓	01				8
1	CONT	47				1	CHG SIGN	32				9
2	CONT	47				2	$x \leftarrow ()$	67				0
3	+	33				3	+	33				1
4	2	02				4	3	03				2
5	÷	35				5	÷	35				3
6	↓	25				6	b	14				4
7	PRINT	45	imprime o ponto médio			7	$x \leftarrow ()$	67				5
8	↓	01				8	÷	35				6
9	+	33				9	3	03				7
20	$y \leftarrow ()$	40				70	PRINT	45	imprime média da classe			8
1	IND	31				1	$x \leftarrow ()$	23				9
2	2	02				2	IND	31				0
3	CLEAR	20				3	0	00				1
4	↓	01				4	$x \rightarrow y$	30				2
5	$x \rightarrow y$	30				5	PRINT	45	imprime variância			3
6	$y \leftarrow ()$	40				6	\sqrt{x}	76				4
7	3	03				7	PRINT	45	imprime desvio padrão			5
8	STOP	41	entra as medidas de cada classe j			8	↑	27				6
9	IF FLAG	43				9	$x \leftarrow ()$	67				7
30	4	04				80	3	03				8
1	5	05	Entrada das medidas de cada classe, fazendo somatórios			1	\sqrt{x}	76				9
2	CONT	47				2	÷	35				0
3	CONT	47				3	↓	25				1
4	↑	27				4	PRINT	45	imprime erro padrão da			2
5	x^2	12				5	PRINT	45	média de cada classe			3
6	ACC +	60	$x_{j,k}^2$	$x_{j,k}$	j	6	GO TO	44				4
7	↓	01				7	S/R II	47				5
8	↑	27				8	5	05	incrementa as memórias indiretas			6
9	$y \leftarrow ()$	24				9	↓	01				7
40	+	33				90	7	07				8
1	3	03				1	CONT	47				9
2	GO TO	44				2	GO TO	44	Vai começar nova classe de medidas			0
3	2	02				3	7	07				1
4	8	10				4	$x \leftarrow ()$	67				2
5	RCL	61				5	0	00	$\delta + 3$			3
6	$x \rightarrow y$	30				6	↑	27				4
7	x^2	12				7	$x \leftarrow ()$	67				5
8	↑	27				8	2	02	$\beta + 3$			6
9	↓	01				9	↑	27				7

ALPHA _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER

PLOTTER TYPEWRITER

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
200	IND	31				250	x←()	67				b
1	↓	01				1	÷	35				a
2	x←()	23				2	-	03				00 $(j - \bar{x}^*)^2$
3	+	33				3	x←y	30				1
4	9	11				4	÷	35				2
5	x←()	67				5	3	03				3
6	0	00				6	-	34				4
7	↑	27				7	↓	25				5
8	↓	01				8	PRINT	45	E			6
9	0	00				9	PRINT	45				7
210	IF X=Y	50				260	x←()	67	Volta ao início das			8
1	2	02				1	5	05	memórias indiretas			9
2	↓	01				2	↑	27				0
3	9	11				3	x←()	67				1
4	CONT	47				4	2	02				2
5	GO TO	44				5	IF X > Y	53	Depois de calcula-			3
6	↓	01				6	3	03	das as frequências			4
7	6	06				7	5	05	gaussianas, vai pa-			5
8	3	03				8	0	00	ra o cálculo das de			6
9	x←()	67				9	CONT	47	Poisson			7
220	8	10				270	x←()	67	Transferência de re-			8
1	↑	27				1	IND	31	ferencial			9
2	9	13				2	2	02				90
3	÷	35				3	x←()	67				1
4	x←()	23				4	-	34				2
5	3	03				5	6	06				3
6	↓	25				6	↑	27				4
7	PRINT	45	imprime variaância			7	x ²	12				5
8	↑	27				8	x←()	23				6
9	√x	76				9	IND	31				7
230	PRINT	45	imprime desvio padrão			280	0	00				8
1	x←()	23				1	x←()	67				9
2	9	11				2	x	36				0
3	2	02				3	IND	31				1
4	x	36				4	↓	01				2
5	x ²	12				5	x←()	23				3
6	x ²	12				6	+	33				4
7	↑	27				7	9	11				5
8	x←()	67				8	3	03				6
9	9	11				9	↓	25	M*			7
240	x←()	67				290	x←()	67				8
1	÷	35				1	÷	35				9
2	3	03				2	9	11				0
3	ROLL ↑	22				3	2	02				1
4	÷	35				4	x ²	12	φ			2
5	↓	25				5	CHG SIGN	32				3
6	CHG SIGN	32				6	↑	27				4
7	PRINT	45	A			7	2	02				5
8	x←()	67				8	÷	35				6
9	↑	07				9	↓	25				7

_____ ALPHA _____

PROGRAM NAME PROGRAMA I - PROGRAMA ESTATÍSTICO PAGE 4 OF I

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER _____
 PLOTTER TYPEWRITER _____

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT · PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
300	e ^x	75				350	GO TO	44				b
1	↑	27				1	S/R I	77	Volta ao início das			a
2	∩	56				2	5	05	memórias indiretas			00
3	↑	27				3	0	00				1
4	2	02				4	0	00				2
5	X	36				5	CONT	47				3
6	↓	25				6	X←()	67				4
7	√x	76				7	6	06				5
8	X←()	67				8	↑	27				6
9	X	36				9	CHG SIGN	32				7
310	9	11				360	e ^x	75				8
1	2	02				1	X←y	30				9
2	÷	35				2	↑	27				0
3	X←()	67				3	X←()	67				1
4	3	03				4	IND	31				2
5	X	36				5	2	02				3
6	↓	25				6	X←y	30				4
7	PRINT	45	Nfoj	freq. Gauss		7	X ^j	74				5
8	X→()	23				8	ROLL ↑	22				6
9	+	33				9	X	36				7
320	9	11				370	y→()	40				8
1	4	04				1	Y	07				9
2	↑	27				2	ROLL ↑	22				0
3	X←()	67				3	↑	27				1
4	X	36				4	1	01				2
5	IND	31				5	X→()	23				3
6	2	02				6	8	10				4
7	X→()	23				7	IF X>Y	53				5
8	+	33				8	3	03				6
9	9	11				9	9	11				7
330	5	05				380	0	00				8
1	↓	25				1	CONT	47				9
2	X←()	67				2	y→()	40				0
3	X	36				3	X	36				1
4	IND	31				4	8	10				2
5	0	00				5	-	34				3
6	X→()	23				6	GO TO	44				4
7	+	33				7	3	03				5
8	9	11				8	Y	07				6
9	6	06				9	Y	07				7
340	GO TO	44				390	X←()	67				8
1	S/R II	77	incrementa as memó-			1	Y	07				9
2	5	05	rias indiretas			2	X←()	67				0
3	1	01				3	÷	35				1
4	Y	07				4	8	10				2
5	CONT	47				5	X←()	67				3
6	GO TO	44	Volta a calcular a			6	X	36				4
7	2	02	frequência de Gauss			7	3	03				5
8	6	06	para a outra classe			8	PRINT	45	Nfoj	freq. Poisson		6
9	0	00				9	X→()	23				7

$\textcircled{4} = e^{-x} \frac{x^j}{j!}$
 $j!$
 $94 \sum f_{oj}$
 $\sum \frac{f_{oj} \cdot j}{(N \cdot \textcircled{4})^2}$
 $\sum f_{oj}$

ALPHA

V.4 - PROGRAMA II - DISTRIBUIÇÃO DO χ^2

V.4.1 - Fluxograma

Temos que:

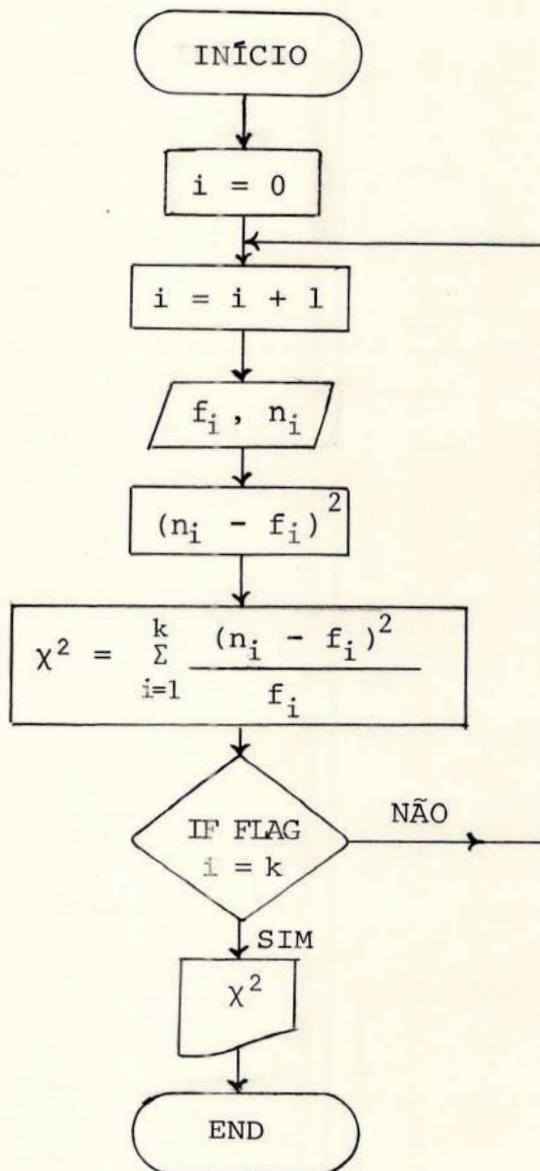
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - f_i)^2}{f_i},$$

onde

i = nº de classes da amostra. Assim, $i = 1, 2, 3, \dots, k$;

n_i = frequências experimentais;

f_i = frequências esperadas (gaussianas ou de Poisson).



Observação:

O programa imprime χ^2 em relação a Gauss e a Poisson.

V.4.2 - Programa

PROGRAM NAME PROGRAMA II - DISTRIBUIÇÃO DO x^2 PAGE 1 OF II

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER _____
 PLOTTER TYPEWRITER _____

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

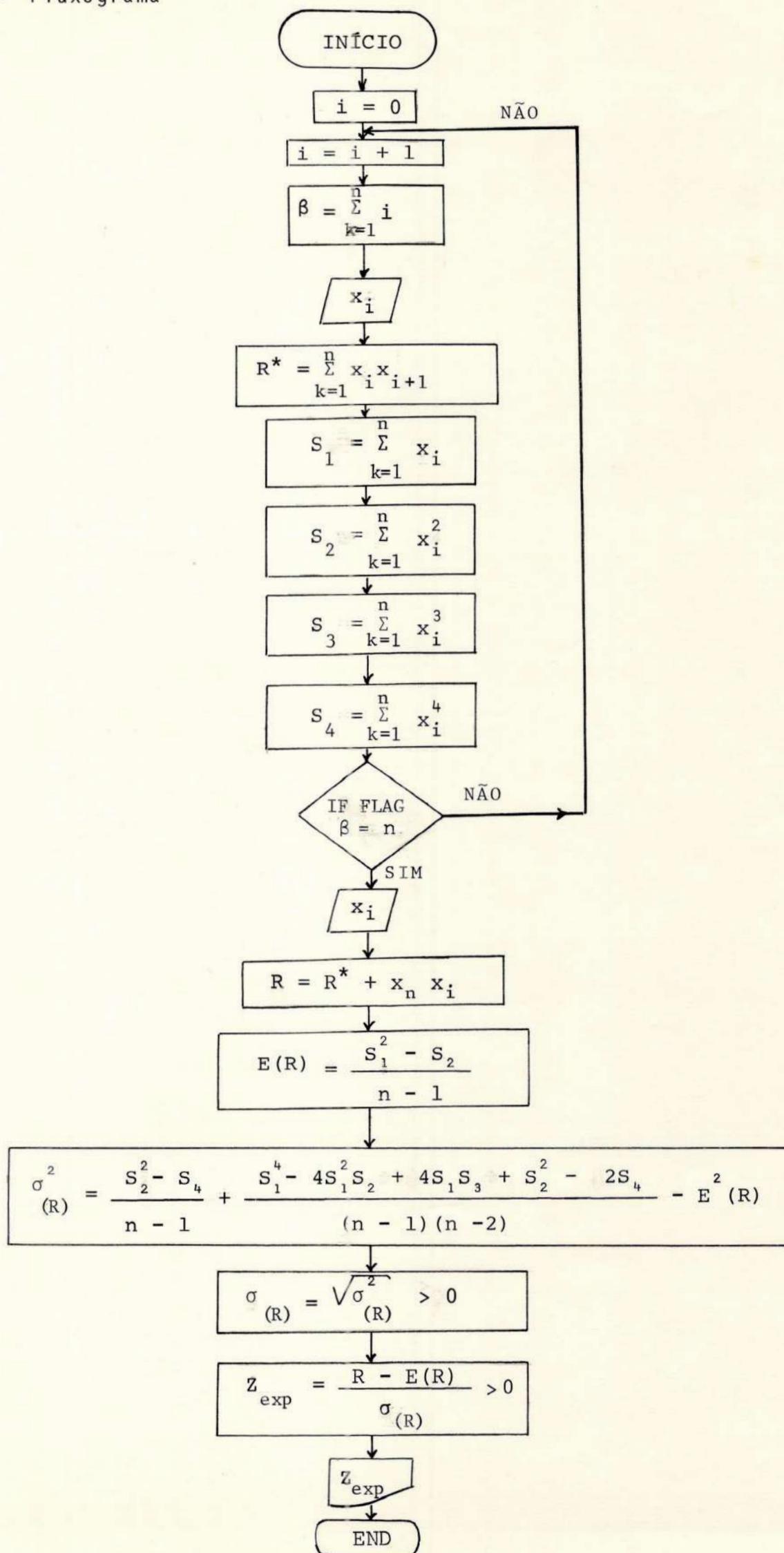
HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	x	y	z	STEP	KEY	CODE	x	y	z	STORAGE
0000	CLEAR	20				0						b
1	STOP	41	f_i	n_i		1						a
2	IF FLAG	43				2						0
3	1	01	vai imprimir o resul-			3						1
4	4	04	tado			4						2
5	CONT	47				5						3
6	CONT	47				6						4
7	-	34				7						5
8	$x \rightarrow y$	30				8						6
9	x^2	12				9						7
10	\div	35				0						8
1	ACCT	60				1						9
2	GOTO	44				2						0
3	1	01				3						1
4	b	14	x^2			4						2
5	PRINT	45				5						3
6	END	46				6						4
7						7						5
8						8						6
9						9						7
0						0						8
1						1						9
2						2						0
3						3						1
4						4						2
5						5						3
6						6						4
7						7						5
8						8						6
9						9						7
0						0						8
1						1						9
2						2						0
3						3						1
4						4						2
5						5						3
6						6						4
7						7						5
8						8						6
9						9						7

_____ ALPHA _____

V.5 - PROGRAMA III - TESTE DA CORRELAÇÃO SERIAL

V.5.1 - Fluxograma



Observação:

O programa imprime Z_{exp} para as distribuições de Gauss e Poisson.

Simplificações usadas no programa:

$$M = -4S_1^2 S_2 + 4S_1 S_3 ;$$

$$N = S_1^4 - M ;$$

$$O = N + S_2 ;$$

$$Q = -\frac{O - 2S_4}{(n-1)(n-2)} ;$$

$$T = Q - E^2(R) ;$$

$$U = \frac{S_2^2 - S_4}{n-1} ;$$

Assim, a variância de R será:

$$\sigma^2(R) = U + T .$$

V.5.2 - Programa

PROGRAM NAME PROGRAMA III - CORRELAÇÃO SERIAL PAGE 1 OF III

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER

PLOTTER TYPEWRITER

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
0000	CLEAR	20				50	+	33				b
1	1	01				1	0	00				a
2	x→()	23				2	x←()	67				0 $R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i x_{i+1}$
3	+	33				3	1	01				1 S ₁
4	9	11				4	x ²	12				2 S ₂
5	x←()	67				5	x←()	67				3 S ₃
6	9	11				6	-	34				4 S ₄
7	STOP	41	x _i			7	2	02				5
8	IF FLAG	43				8	↑	27				6 S ₁ S ₃
9	4	04	se for a última medi-			9	x←()	67				7 E(R)
10	5	05	da, entra-se novamen-			60	9	11				8 R*
1	CONT	47	te com o 1º dado.			1	↑	27				9 n+1 → n
2	CONT	47				2	1	01				0
3	↑	27				3	-	34				1
4	x←()	67				4	y→()	40				2
5	x	36	calcula x.x.			5	9	11				3
6	8	10	1 1+1			6	-	34				4
7	x→()	23				7	↓	25				5
8	+	33	calcula R*			8	÷	35				6
9	0	00				9	y→()	40	Guarda E(R)			7
20	↓	25				40	↑	07				8
1	x→()	23				1	x←()	67				9
2	+	33	calcula S ₁			2	1	01				0
3	1	01				3	↑	27				1
4	↑	27				4	x ²	12				2
5	x ²	12				5	↑	27				3
6	↑	27				6	x ²	12				4
7	x	36				7	x→y	30				5
8	x→()	23				8	x←()	67				6
9	+	33	calcula S ₂			9	x	36	calcula a variância			7
30	2	02				80	2	02				8
1	y→()	40				1	ROLL↑	22				9
2	+	33	calcula S ₄			2	x←()	67				0
3	4	04				3	x	36				1
4	ROLL↑	22				4	3	03				2
5	x	36				5	x→()	23				3
6	y→()	40				6	6	06				4
7	+	33	calcula S ₃			7	CONT	47				5
8	3	03				8	4	04				6
9	x→()	23	Guarda sempre o x _i			9	CHG SIGN	32				7
40	8	10	anterior			90	x	36				8
1	↑	27				1	CHG SIGN	32				9
2	1	01				2	x←()	67				0
3	GO TO	44	entrada de outro even-			3	x	36				1
4	2	02	to da amostra			4	6	06				2
5	STOP	41	Entra novamente o			5	+	33				3
6	x←()	67	primeiro dado			6	x→y	30	M			4
7	x	36	Calcula R			7	ROLL↑	22				5
8	8	10				8	+	33		N		6
9	x→()	23				9	x←()	67				7

ALPHA

PROGRAM NAME PROGRAMA III - CORRELAÇÃO SERIAL PAGE 2 OF III

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER

PLOTTER TYPEWRITER

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
100	2	02		N		150	7	07				b
1	x^2	12				1	$x \rightarrow y$	30				a
2	+	33				2	\div	35				0
3	2	02				3	\downarrow	25				1
4	CHG SIGN	32				4	PRINT	45	imprime	Z _{exp}		2
5	$x \leftarrow ()$	67				5	END	46				3
6	x	36				6						4
7	4	04				7						5
8	+	33		0		8						6
9	\uparrow	27				9						7
110	$x \leftarrow ()$	67				0						8
1	9	11				1						9
2	$x \rightarrow y$	30				2						0
3	1	01				3						1
4	-	34				4						2
5	$y \rightarrow ()$	40				5						3
6	6	06				6						4
7	-	34				7						5
8	$x \leftarrow ()$	67				8						6
9	6	06				9						7
120	x	36				0						8
1	\downarrow	25				1						9
2	\div	35		Q		2						0
3	$y \rightarrow ()$	40				3						1
4	5	05				4						2
5	$x \rightarrow ()$	67				5						3
6	7	07				6						4
7	x^2	12				7						5
8	-	34		T		8						6
9	$x \leftarrow ()$	67				9						7
130	2	02				0						8
1	x^2	12				1						9
2	\uparrow	27				2						0
3	$x \leftarrow ()$	67				3						1
4	4	04				4						2
5	-	34				5						3
6	$x \leftarrow ()$	67				6						4
7	6	06				7						5
8	\div	35		U		8						6
9	\downarrow	25				9						7
140	+	33		U+T		0						8
1	\downarrow	25	da a variância			1						9
2	\sqrt{x}	76	da o desvio padrao			2						0
3	$x \rightarrow ()$	23				3						1
4	5	05				4						2
5	\uparrow	27				5						3
6	$x \leftarrow ()$	67				6						4
7	0	00				7						5
8	$x \leftarrow ()$	67				8						6
9	-	34				9						7

_____ ALPHA _____

V.6 - PROGRAMA IV - CONVERSÃO DAS COORDENADAS DAS ESTRELAS PADRÕES PARA 1976,0

Para se calcular as coordenadas das estrelas padrões de Johnson para a data atual, devemos considerar as correções para os efeitos da precessão [ver Ref. 4, pág. 89]. Temos, assim,

- correção para a ascensão reta:

$$\frac{d\alpha}{dt} = m + n \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \delta,$$

- correção para a declinação:

$$\frac{d\delta}{dt} = n \operatorname{cos} \alpha$$

Assim, as coordenadas de um astro para 1976,0 serão:

$$\alpha_{1976,0} = \alpha_{1900,0} + \frac{d\alpha}{dt} t,$$

$$\delta_{1976,0} = \delta_{1900,0} + \frac{d\delta}{dt} t.$$

Teremos, portanto:

$$\alpha_{1976,0} = \alpha_{1900,0} + (m + n \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \delta) t,$$

$$\delta_{1976,0} = \delta_{1900,0} + (n \operatorname{cos} \alpha) t,$$

onde $t = 76$ anos, uma vez que as coordenadas das estrelas que utilizaremos estão referidas a 1900,0.

No cálculo dos coeficientes m e n , através do método das coordenadas médias, utiliza-se $t^* = 1938,0$. Desta forma, pela tabela abaixo [ver Ref. op. cit., pág. 422],

ANO	m		n	
1900	3 ^s ,07234	46",0850	1 ^s ,33646	20",0468
⋮				
1930	3 ^s ,07290	46",0934	1 ^s ,33629	20",0443
1940	3 ^s ,07308	46",0962	1 ^s ,33623	20",0434

por interpolação, teremos para $t^* = 1938,0$:

$$m = 3^s,07304 = 46",0956,$$

$$n = 1^s,33624 = 20",0436.$$

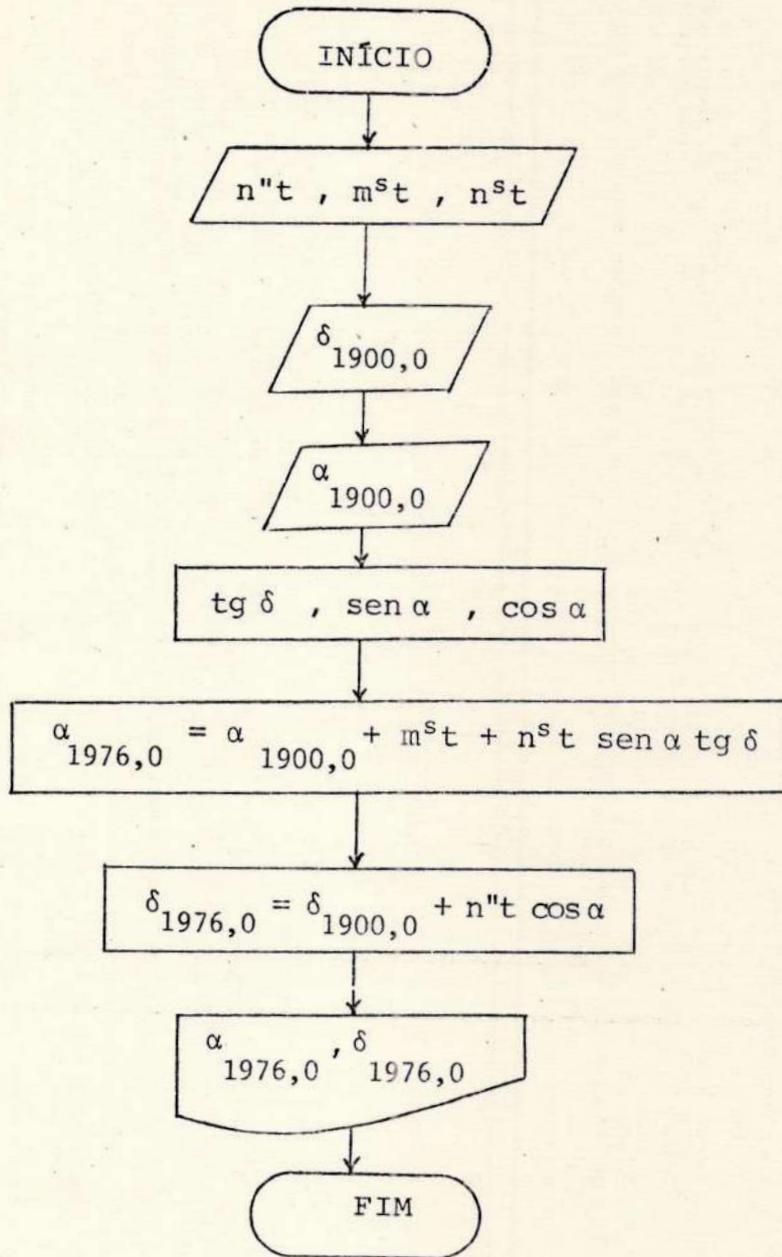
Como $t = 76$ anos, utilizaremos:

$$m^s t = 3^s,1 \times 76 = 235^s,6;$$

$$n^s t = 1^s,3 \times 76 = 98^s,8;$$

$$n'' t = 20",04 \times 76 = 1520",0.$$

V.6.1 - Fluxograma



V.7 - PROGRAMA V - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE EXTINÇÃO E DAS MAGNITUDES CORRIGIDAS PARA FORA DA ATMOSFERA

V.7.1 - Fluxograma

Dados:

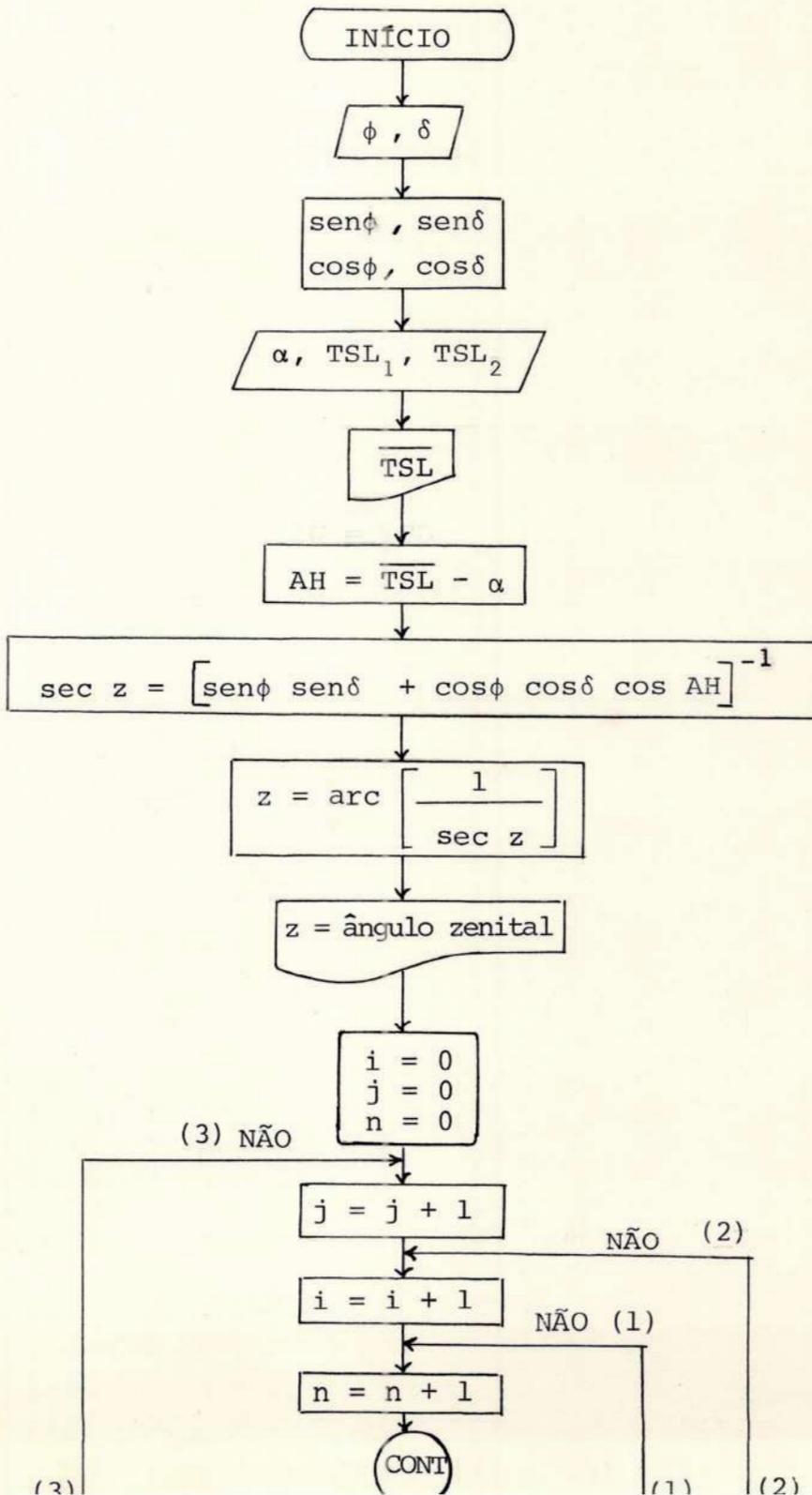
$$I = \left\{ I_{i,j,n} = d_{i,j,n} \times S_{i,j,n} \right\},$$

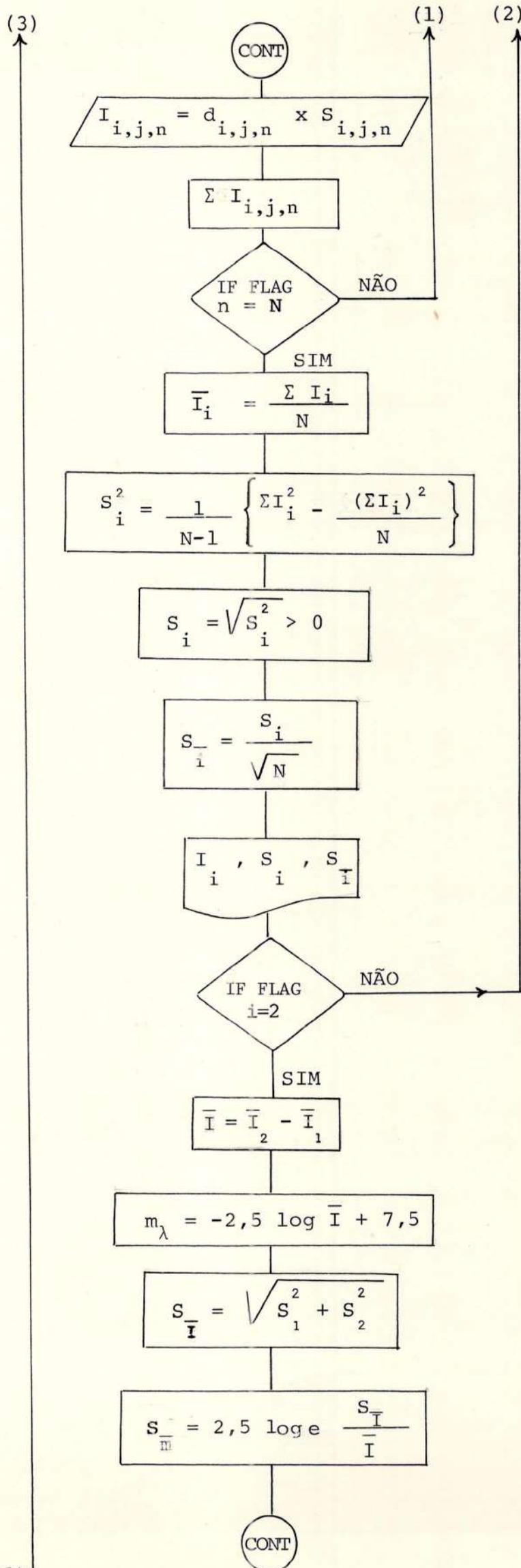
onde

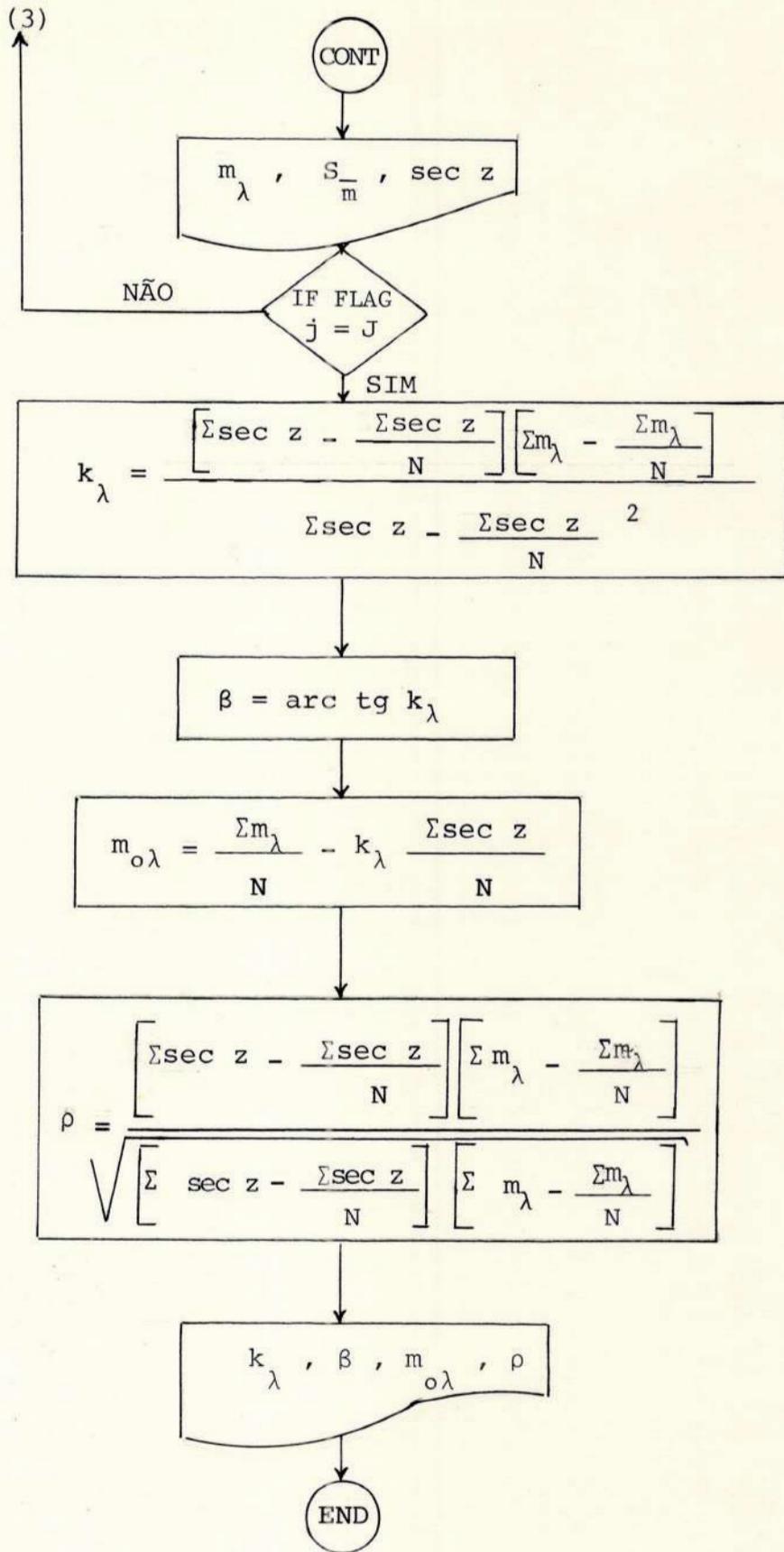
$i = \{ 1, 2 \}$, sendo $i=1$ - a medida do fundo do céu;
 $i=2$ - a medida do fundo do céu + estrela;

$j = \{ 1, 2, \dots, J \}$ representa o nº da observação;

$n = \{ 1, 2, \dots, N \}$ representa as leituras de cada observação.







Observação:

O programa imprime:

- \overline{TSL} - tempo sideral local médio;
- z - distância zenital;
- \overline{I}_c - intensidade média do fundo do céu;
- S_c - desvio padrão das medidas do fundo do céu;
- $S_{\overline{c}}$ - erro padrão da média das deflexões do fundo do céu;
- \overline{I}_{e+c} - intensidade média do fundo do céu e da estrela;
- S_{e+c} - desvio padrão das medidas do fundo do céu e estrela;
- $S_{\overline{e+c}}$ - erro padrão associado às médias;
- \overline{I} - intensidade média da estrela;
- m_λ - magnitude instrumental da estrela;
- $S_{\overline{m}}$ - erro padrão da magnitude instrumental associado ao erro padrão da intensidade;
- $\sec z$ - medida da massa de ar para $z \leq 65^\circ$;
- k_λ - coeficiente de extinção atmosférica;
- β - ângulo de inclinação da reta de Bouguer com o eixo das ordenadas (m_λ);
- $m_{0\lambda}$ - magnitude da estrela corrigida para fora da atmosfera terrestre;
- ρ - coeficiente de correlação entre m_λ e $\sec z$.

PROGRAM NAME PROGRAMA V - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE EXTINÇÃO E DE $m_{0\lambda}$ PAGE 3 OF V

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER _____
 PLOTTER TYPEWRITER _____

TOTAL PROGRAM STEPS

500 1012 2036

TOTAL REGISTERS

51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
200	x←()	67				250	↓	01				b
1	8	10				1	x→()	23	retorna às memórias indiretas iniciais			a
2	√x	76				2	↓	01				0
3	X	36				3	y→()	40				1
4	x→y	30				4	0	00				2
5	ROLL ↑	22				5	x←()	67				3
6	÷	35				6	5	05				4
7	↓	25				7	↑	27				5
8	PRINT	45	S_m			8	x←()	67				6
9	x←()	67				9	0	00				7
210	IND	31				260	IF X>Y	53				8
1	↓	01				1	3	03				9
2	PRINT	45	$sec z$			2	0	00				0
3	PRINT	45				3	2	02				1
4	2	02				4	CONT	47				2
5	↑	27				5	x←()	67				3
6	↓	01				6	IND	31				4
7	↑	27				7	0	00				5
8	0	00				8	↑	27				6
9	x→()	23				9	x←()	67				7
220	6	06	limpa memórias acumulativas			270	IND	31				8
1	x→()	23				1	↓	01				9
2	≠	07				2	ACCT	60				0
3	x→()	23				3	↑	27				1
4	8	10				4	x ²	12				2
5	y→()	40				5	y→()	24				3
6	+	33				6	6	06				4
7	9	11				7	+	33				5
8	ROLL ↑	22				8	y→()	24				6
9	x→()	23				9	6	06				7
230	+	33	incrementa as memórias indiretas			280	↓	25				8
1	0	00				1	X	36				9
2	x→()	23				2	y→()	40				0
3	+	33				3	+	33				1
4	↓	01				4	≠	07				2
5	GO TO	44				5	ROLL ↑	22				3
6	3	03	começa outra série de observações			6	x ²	12				4
7	9	11				7	x→()	23				5
8	x←()	67				8	+	33				6
9	0	00				9	8	10				7
240	↑	27				290	CLEAR X	37				8
1	2	02				1	2	02				9
2	-	34				2	x→()	23				0
3	y→()	40				3	+	33	incrementa memórias indiretas			1
4	5	05				4	0	00				2
5	CLEAR	20				5	x→()	23				3
6	4	04				6	+	33				4
7	0	00				7	↓	01				5
8	↑	27				8	GO TO	44				6
9	4	04				9	2	02				7

ALPHA

PROGRAM NAME PROGRAMA V - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE EXTINÇÃO E DE $m_{0\lambda}$ PAGE 4 OF V

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER _____
 PLOTTER TYPEWRITER _____

TOTAL PROGRAM STEPS
 500 1012 2036

TOTAL REGISTERS
 51 111

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
300	5	05				350	↓	25				b
1	5	05				1	÷	35				a
2	b	14				2	√x	76				0
3	↑	27				3	ROLL ↑	22				1
4	x←()	67				4	x→y	30				2
5	9	11				5	÷	35				3
6	÷	35				6	x←()	67				4
7	y→()	24				7	8	10				5
8	a	13				8	√x	76				6
9	÷	35				9	÷	35				7
310	y→()	40				360	↓	25				8
1	b	14				1	ROLL ↑	22				9
2	x	36				2	x←()	67				0
3	↓	25				3	x	36				1
4	x←()	67				4	b	14				2
5	x	36				5	CHG SIGN	32				3
6	b	14				6	x←()	67				4
7	↑	27				7	+	33				5
8	x←()	67				8	a	13				6
9	6	06				9	ROLL ↑	22				7
320	x→y	30				370	+	33				8
1	-	34				1	PRINT	45	coeficiente de absorção			9
2	y→()	40				2	arc	72				0
3	6	06				3	lg x	71				1
4	a	13				4	int x	64				2
5	x ²	12				5	PRINT	45	ângulo de inclinação			3
6	x←()	67				6	x→y	30				4
7	x	36				7	PRINT	45	magnitude corrigida			5
8	9	11				8	ROLL ↑	22				6
9	↑	27				9	PRINT	45	coeficiente de cor-			7
330	x←()	67				380	PRINT	45	relação			8
1	8	10				1	PRINT	45				9
2	x→y	30				2	0	00				0
3	-	34				3	↑	27				1
4	y→()	40				4	4	04				2
5	8	10				5	0	00				3
6	x←()	67				6	y→()	40	limpa as memórias			4
7	7	07				7	6	06	acumulativas			5
8	↑	27				8	y→()	40				6
9	a	13				9	7	07				7
340	x←()	67				390	y→()	40				8
1	x	36				1	8	10				9
2	b	14				2	y→()	40				0
3	x←()	67				3	9	11				1
4	x	36				4	x←()	23				2
5	9	11				5	0	00				3
6	-	34				6	x←()	67				4
7	x←()	67				7	5	05				5
8	6	06				8	↑	27				6
9	↑	27				9	x←()	67				7

PROGRAM NAME PROGRAMA V - CÁLCULO DO COEFICIENTE DE EXTINÇÃO E DE m_{0λ} PAGE 5 OF V

ROM'S 1 _____ 2 _____ 3 _____

EQUIPMENT NEEDED

PRINTER MARKED CARD READER _____
 PLOTTER TYPEWRITER _____

TOTAL PROGRAM STEPS
 500 1012 2036

TOTAL REGISTERS
 51 111

HEWLETT-PACKARD

STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STEP	KEY	CODE	X	Y	Z	STORAGE
400	0	00				0						b
1	IF X>Y	53				1						a
2	4	04				2						0
3	↓	01				3						1
4	9	11				4						2
5	CONT	47				5						3
6	0	00				6						4
7	↑	27				7						5
8	2	02				8						6
9	y→C)	40				9						7
410	IND	31				0						8
1	0	00				1						9
2	x→C)	23				2						0
3	+	33				3						1
4	0	00				4						2
5	GO TO	44				5						3
6	3	03				6						4
7	9	11				7						5
8	6	06				8						6
9	CLEAR	20				9						7
420	4	04				0						8
1	0	00				1						9
2	↑	27				2						0
3	4	04				3						1
4	↓	01				4						2
5	x→C)	23				5						3
6	↓	01				6						4
7	y→C)	40				7						5
8	0	00				8						6
9	GO TO	44				9						7
430	3	03				0						8
1	9	11				1						9
2	END	46				2						0
3						3						1
4						4						2
5						5						3
6						6						4
7						7						5
8						8						6
9						9						7
0						0						8
1						1						9
2						2						0
3						3						1
4						4						2
5						5						3
6						6						4
7						7						5
8						8						6
9						9						7

_____ ALPHA _____

DATA: 17/18 de agosto de 1976

FILTRO V

Nº da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m_V	S_m	sec z
1	24h 16m 30s	$5,28 \times 10^{-7}$	0,014	0,005	$17,40 \times 10^{-7}$	0,010	0,003	$12,11 \times 10^{-7}$	7,292	0,016	1,153
2	01 22 30	$5,11 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$18,70 \times 10^{-7}$	0,010	0,003	$13,59 \times 10^{-7}$	7,167	0,008	1,270
3	02 31 30	$7,79 \times 10^{-7}$	0,020	0,006	$20,75 \times 10^{-7}$	0,039	0,012	$12,96 \times 10^{-7}$	7,218	0,037	1,585

FILTRO B

Nº da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m_B	S_m	sec z
1	24h 24m 00s	$3,39 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$7,64 \times 10^{-7}$	0,018	0,006	$4,25 \times 10^{-7}$	8,429	0,046	1,160
2	01 26 30	$3,49 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$10,08 \times 10^{-7}$	0,011	0,003	$6,59 \times 10^{-7}$	7,954	0,018	1,282
3	02 39 30	$4,15 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$7,99 \times 10^{-7}$	0,032	0,010	$3,84 \times 10^{-7}$	8,539	0,091	1,643

ESTRELA A OESTEFILTRO V

Nº da Observação	m_v	sec z
1	7,292	1,153
2	7,167	1,270
3	7,218	1,585

FILTRO B

Nº da Observação	m_B	sec z
1	8,429	1,160
2	7,954	1,282
3	8,539	1,643

PARÂMETROS DA RETA DE BOUGUER

$$m_{ov} = 7,260$$

$$K_v = -0,101$$

$$\beta = -5^\circ$$

$$\rho = -0,359$$

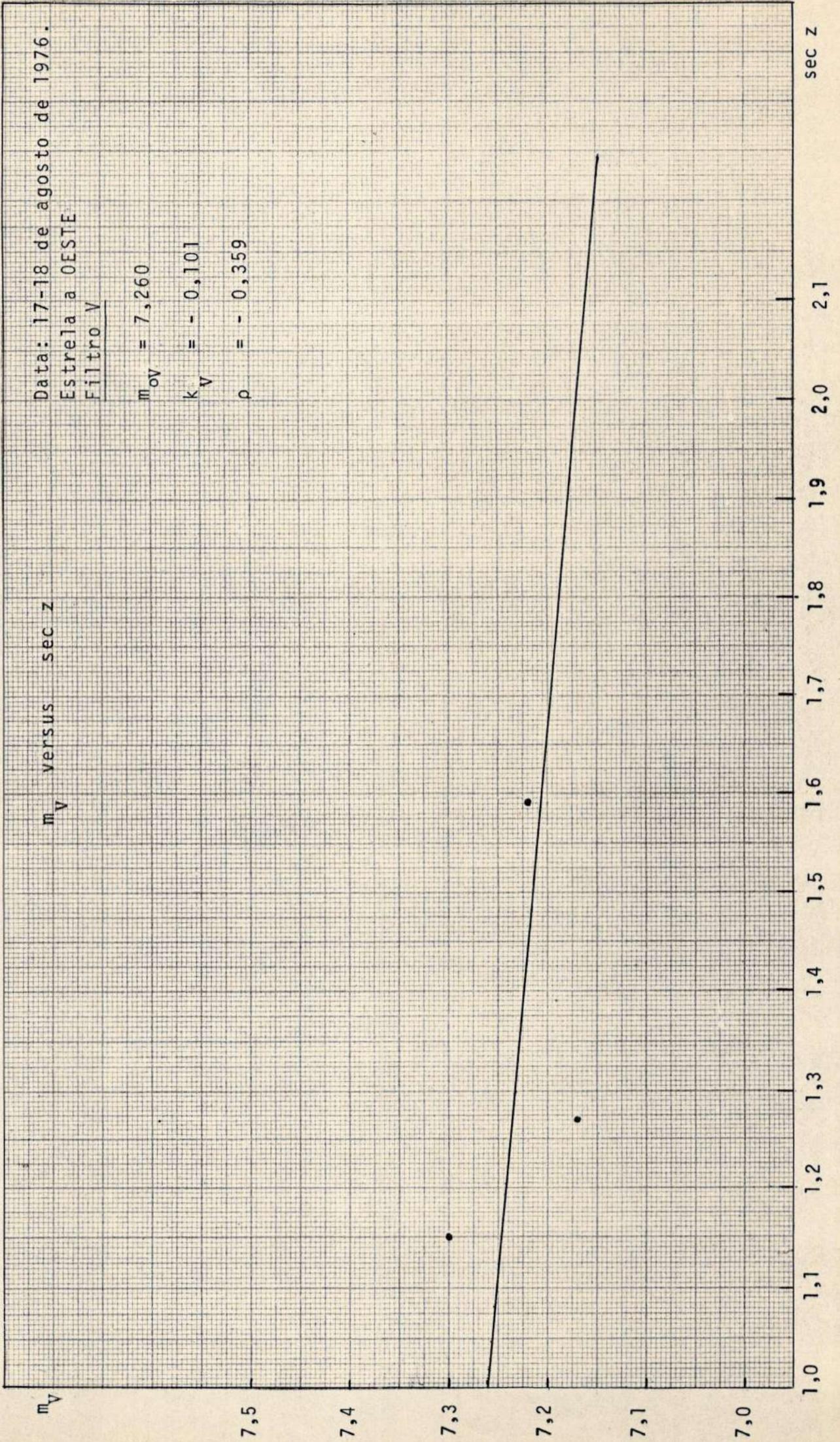
$$m_{oB} = 8,109$$

$$K_B = 0,547$$

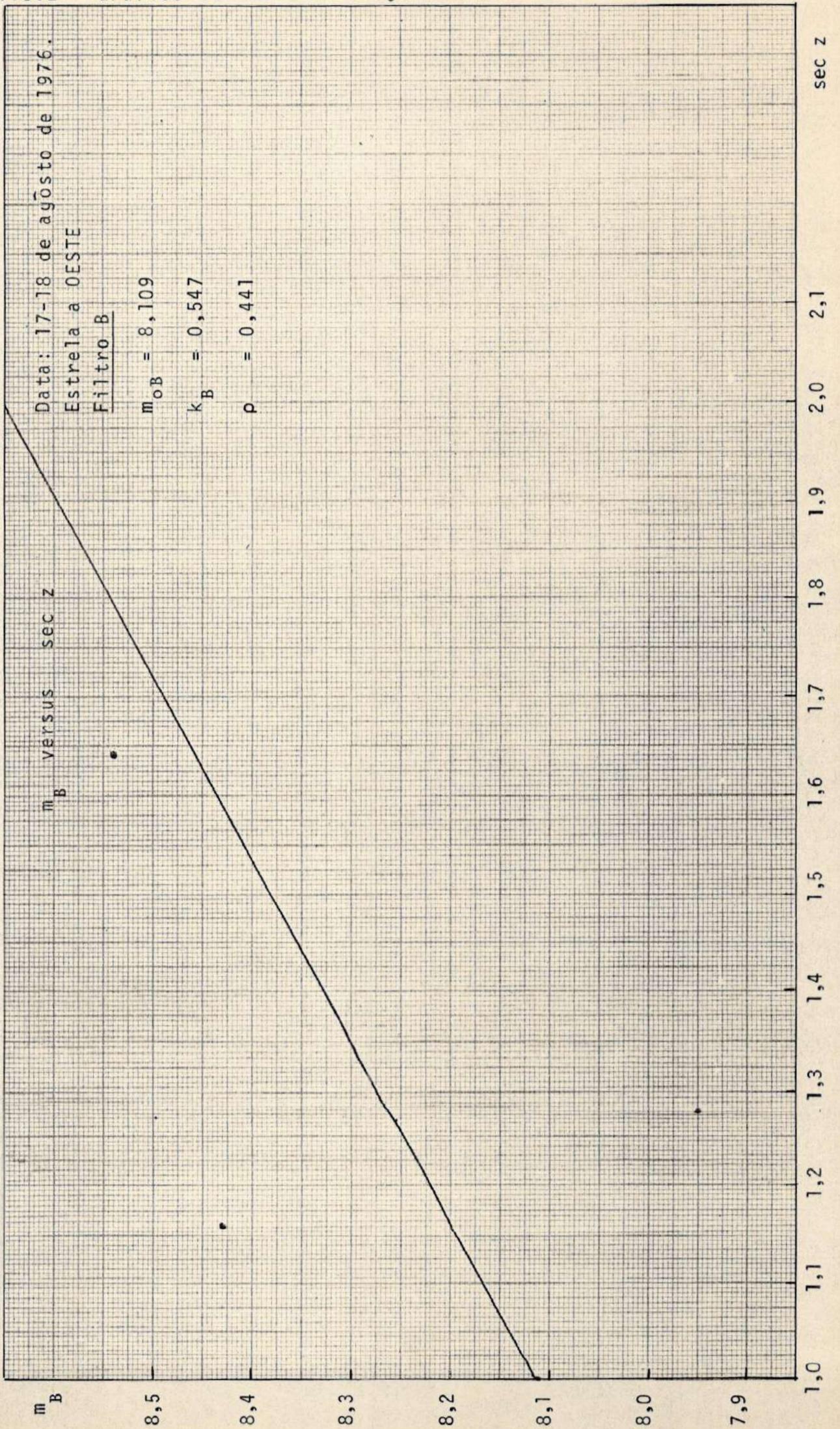
$$\beta = 28^\circ$$

$$\rho = 0,441$$

V.8.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V



V.8.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com o Filtro B



$\phi = -22^{\circ} 54'$ $V = 4,13$
 $\delta = 5^{\circ} 30' 10''$ $B = 4,64$
 $\alpha = 23h 38m 42s$ $Sp = F 7 V$

DATA: 18/19 de agosto de 1976
 DIAFRAGMA: 2
 OBSERVADORES: Graça, Luiz Augusto e Vera Lucia

FILTRO VFILTRO B

FUNDO DO CÉU

ESTRELA + FUNDO DO CÉU

FUNDO DO CÉU

ESTRELA + FUNDO DO CÉU

1ª Observação1ª Observação

Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$
Início: 21h 56m	Início: 21h 54m	Início: 21h 59m	Início: 22h 02m
Fim : 21h 57m	Fim : 21h 55m	Fim : 22h 00m	Fim : 22h 03m
Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 6,15	1 - 20,15	1 - 4,15	1 - 10,75
2 - 6,10	2 - 20,25	2 - 4,10	2 - 10,85
3 - 6,05	3 - 20,00	3 - 4,10	3 - 10,80
4 - 6,10	4 - 20,05	4 - 4,15	4 - 10,80
5 - 6,07	5 - 20,15	5 - 4,10	5 - 10,70
6 - 6,10	6 - 20,20	6 - 4,10	6 - 10,90
7 - 6,00	7 - 20,18	7 - 4,15	7 - 10,80
8 - 6,00	8 - 20,35	8 - 4,15	8 - 10,80
9 - 6,10	9 - 20,10	9 - 4,15	9 - 10,75
10 - 6,00	10 - 20,00	10 - 4,10	10 - 10,70

2ª Observação2ª Observação

Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$	Escola: $10^{-7}A$
Início: 22h 38m	Início: 22h 35m	Início: 22h 41m	Início: 22h 43m
Fim : 22h 39m	Fim : 22h 36m	Fim : 22h 42m	Fim : 22h 44m
Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 5,10	1 - 15,65	1 - 3,65	1 - 7,90
2 - 5,10	2 - 15,70	2 - 3,70	2 - 7,90
3 - 5,13	3 - 15,50	3 - 3,65	3 - 7,80
4 - 5,15	4 - 15,60	4 - 3,65	4 - 8,00
5 - 5,10	5 - 15,50	5 - 3,65	5 - 7,90
6 - 5,10	6 - 15,45	6 - 3,65	6 - 7,95
7 - 5,15	7 - 15,50	7 - 3,65	7 - 7,85
8 - 5,15	8 - 15,65	8 - 3,60	8 - 7,85
9 - 5,10	9 - 15,75	9 - 3,62	9 - 7,80
10 - 5,10	10 - 15,40	10 - 3,65	10 - 7,80

Escola: $10^{-7}A$
 Início: 23h 27m
 Fim : 23h 28m

Escola: $10^{-7}A$
 Início: 23h 24m
 Fim : 23h 25m

Escola: $10^{-7}A$
 Início: 23h 30m
 Fim : 23h 31m

Escola: $10^{-7}A$
 Início: 23h 36m
 Fim : 23h 37m

Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 5,25	1 - 17,10	1 - 3,70	1 - 8,05
2 - 5,25	2 - 17,20	2 - 3,70	2 - 8,20
3 - 5,25	3 - 17,20	3 - 3,70	3 - 8,20
4 - 5,25	4 - 17,10	4 - 3,70	4 - 8,10
5 - 5,25	5 - 17,00	5 - 3,70	5 - 8,10
6 - 5,30	6 - 17,10	6 - 3,70	6 - 8,20
7 - 5,20	7 - 17,05	7 - 3,70	7 - 7,95
8 - 5,20	8 - 17,15	8 - 3,65	8 - 8,05
9 - 5,20	9 - 16,95	9 - 3,70	9 - 8,10
10 - 5,20	10 - 17,00	10 - 3,70	10 - 7,90

$\phi = -22^{\circ} 54'$ $V = 4,13$
 $\delta = 5^{\circ} 30' 10''$ $B = 4,64$
 $\alpha = 23h 38m 42s$ $Sp = F 7 V$

cont.

DATA: 18/19 de agosto de 1976
 DIAFRAGMA: 2
 OBSERVADORES: Graça, Luiz Augusto e Vêra Lucia

<u>FILTRO V</u>		<u>FILTRO B</u>	
FUNDO DO CÉU	ESTRELA + FUNDO DO CÉU	FUNDO DO CÉU	ESTRELA + FUNDO DO CÉU
<u>4ª Observação</u>		<u>4ª Observação</u>	
Escala: $10^{-7}A$	Escala: $3 \times 10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$
Início: 01h 22m	Início: 01h 20m	Início: 01h 24m	Início: 01h 26m
Fim : 01h 23m	Fim : 01h 21m	Fim : 01h 25m	Fim : 01h 27m
Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 6,15	1 - 8,40	1 - 4,25	1 - 12,00
2 - 6,20	2 - 8,50	2 - 4,25	2 - 11,55
3 - 6,20	3 - 8,50	3 - 4,25	3 - 12,10
4 - 6,20	4 - 8,60	4 - 4,25	4 - 11,80
5 - 6,20	5 - 8,60	5 - 4,25	5 - 11,75
6 - 6,17	6 - 8,70	6 - 4,30	6 - 11,80
7 - 6,20	7 - 8,50	7 - 4,25	7 - 12,00
8 - 6,25	8 - 8,55	8 - 4,25	8 - 11,85
9 - 6,25	9 - 8,60	9 - 4,25	9 - 11,75
10 - 6,25	10 - 8,60	10 - 4,20	10 - 11,80
<u>5ª Observação</u>		<u>5ª Observação</u>	
Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$
Início: 02h 06m	Início: 02h 04m	Início: 02h 09m	Início: 02h 13m
Fim : 02h 07m	Fim : 02h 05m	Fim : 02h 10m	Fim : 02h 14m
Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 5,05	1 - 17,65	1 - 4,25	1 - 10,10
2 - 5,10	2 - 17,85	2 - 4,30	2 - 10,60
3 - 5,10	3 - 17,65	3 - 4,30	3 - 10,50
4 - 5,15	4 - 17,80	4 - 4,30	4 - 10,70
5 - 5,15	5 - 17,70	5 - 4,30	5 - 10,45
6 - 5,05	6 - 17,65	6 - 4,30	6 - 10,40
7 - 5,05	7 - 17,70	7 - 4,30	7 - 10,50
8 - 5,05	8 - 17,90	8 - 4,30	8 - 10,65
9 - 5,10	9 - 17,50	9 - 4,30	9 - 10,30
10 - 5,05	10 - 18,00	10 - 4,35	10 - 10,55
<u>6ª Observação</u>		<u>6ª Observação</u>	
Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$	Escala: $10^{-7}A$
Início: 02h 44m	Início: 02h 42m	Início: 02h 47m	Início: 02h 50m
Fim : 02h 45m	Fim : 02h 43m	Fim : 02h 48m	Fim : 02h 51m
Deflexões	Deflexões	Deflexões	Deflexões
1 - 8,25	1 - 21,30	1 - 4,90	1 - 11,60
2 - 8,20	2 - 22,10	2 - 4,90	2 - 11,60
3 - 8,15	3 - 20,70	3 - 4,90	3 - 11,65
4 - 8,15	4 - 21,10	4 - 4,90	4 - 11,45
5 - 8,10	5 - 21,45	5 - 4,90	5 - 11,50
6 - 8,10	6 - 21,35	6 - 4,90	6 - 11,55
7 - 8,10	7 - 21,40	7 - 4,90	7 - 11,65
8 - 8,15	8 - 20,90	8 - 4,95	8 - 11,60
9 - 8,20	9 - 20,85	9 - 4,90	9 - 11,35
10 - 8,25	10 - 21,50	10 - 4,90	10 - 11,40

DATA: 18/19 de agosto de 1976

FILTRO V

Nº da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m	S_m	sec z
1	21h 55m 30s	$6,07 \times 10^{-7}$	0,005	0,002	$20,14 \times 10^{-7}$	0,011	0,004	$14,08 \times 10^{-7}$	7,129	0,009	1,269
2	22 37 00	$5,12 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$15,57 \times 10^{-7}$	0,012	0,004	$10,45 \times 10^{-7}$	7,452	0,012	1,181
3	23 26 00	$5,24 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$17,09 \times 10^{-7}$	0,009	0,003	$11,85 \times 10^{-7}$	7,316	0,008	1,139
4	01 21 30	$6,21 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$25,67 \times 10^{-7}$	0,025	0,008	$19,46 \times 10^{-7}$	6,777	0,014	1,268
5	02 05 30	$5,09 \times 10^{-7}$	0,004	0,001	$17,74 \times 10^{-7}$	0,015	0,005	$12,65 \times 10^{-7}$	7,245	0,013	1,433
6	02 43 30	$8,17 \times 10^{-7}$	0,006	0,002	$21,27 \times 10^{-7}$	0,040	0,013	$13,10 \times 10^{-7}$	7,207	0,034	1,674

FILTRO B

Nº da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m	S_m	sec z
1	22h 01m 00s	$4,13 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$10,79 \times 10^{-7}$	0,006	0,002	$6,66 \times 10^{-7}$	7,941	0,011	1,254
2	22 42 30	$3,65 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$7,88 \times 10^{-7}$	0,007	0,002	$4,23 \times 10^{-7}$	8,435	0,019	1,173
3	23 33 30	$3,70 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$8,09 \times 10^{-7}$	0,010	0,003	$4,39 \times 10^{-7}$	8,394	0,026	1,138
4	01 25 30	$4,25 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$11,84 \times 10^{-7}$	0,016	0,005	$7,59 \times 10^{-7}$	7,799	0,023	1,279
5	02 11 30	$4,30 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$10,48 \times 10^{-7}$	0,018	0,006	$6,18 \times 10^{-7}$	8,023	0,031	1,464
6	02 49 00	$4,91 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$11,54 \times 10^{-7}$	0,011	0,003	$6,63 \times 10^{-7}$	7,946	0,017	1,720

ESTRELA A LESTE

FILTRO V

Nº da Observação	m_v	sec z
1	7,129	1,269
2	7,452	1,181
3	7,316	1,139

FILTRO B

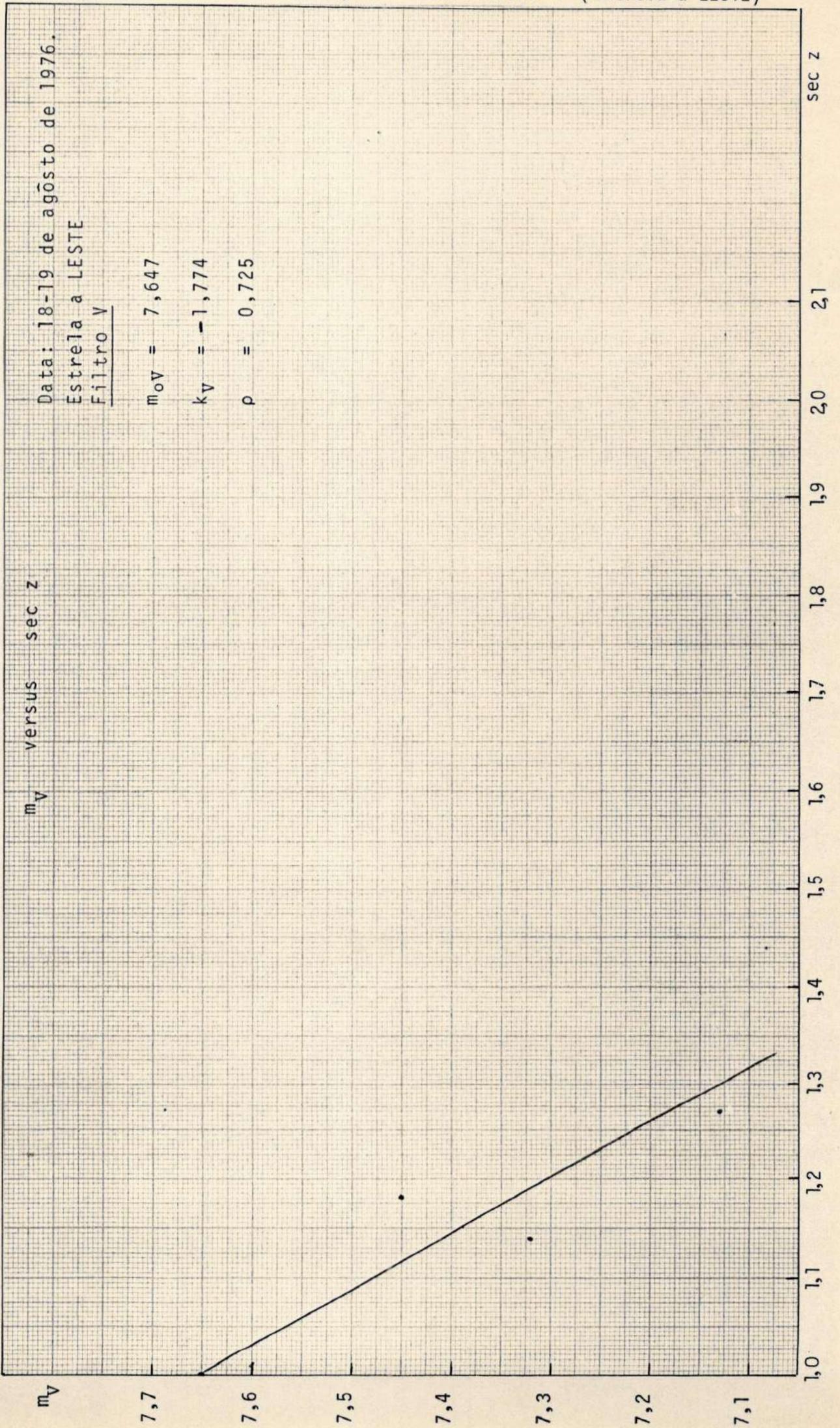
Nº da Observação	m_B	sec z
1	7,941	1,254
2	8,435	1,173
3	8,394	1,138

PARÂMETROS DA RETA DE BOUGUER

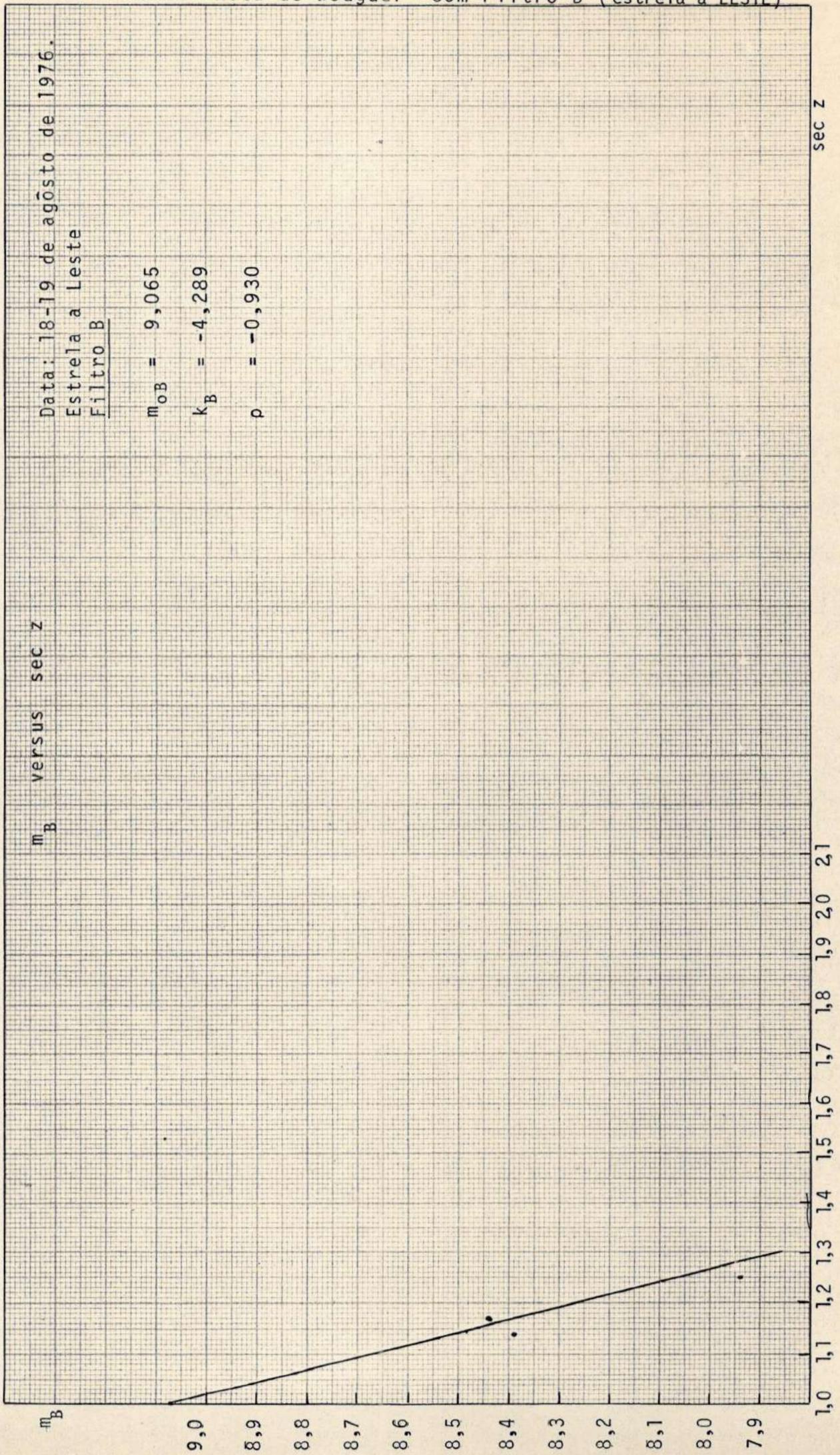
$m_{ov} = 7,647$
 $k_v = -1,774$
 $\beta = -60^\circ$
 $\rho = -0,725$

$m_{oB} = 9,065$
 $k_B = -4,289$
 $\beta = -76^\circ$
 $\rho = -0,930$

V.9.1- Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V (estrela a LESTE)



V.9.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B (estrela a LESTE)



ESTRELA A OESTEFILTRO V

Nº da Observação	m_v	sec z
1	6,777	1,268
2	7,245	1,433
3	7,207	1,674

FILTRO B

Nº da Observação	m_B	sec z
1	7,799	1,279
2	8,023	1,464
3	7,946	1,720

PARÂMETROS DA RETA DE BOUGUER

$$m_{ov} = 6,633$$

$$k_v = 0,968$$

$$\beta = 44^\circ$$

$$\rho = 0,763$$

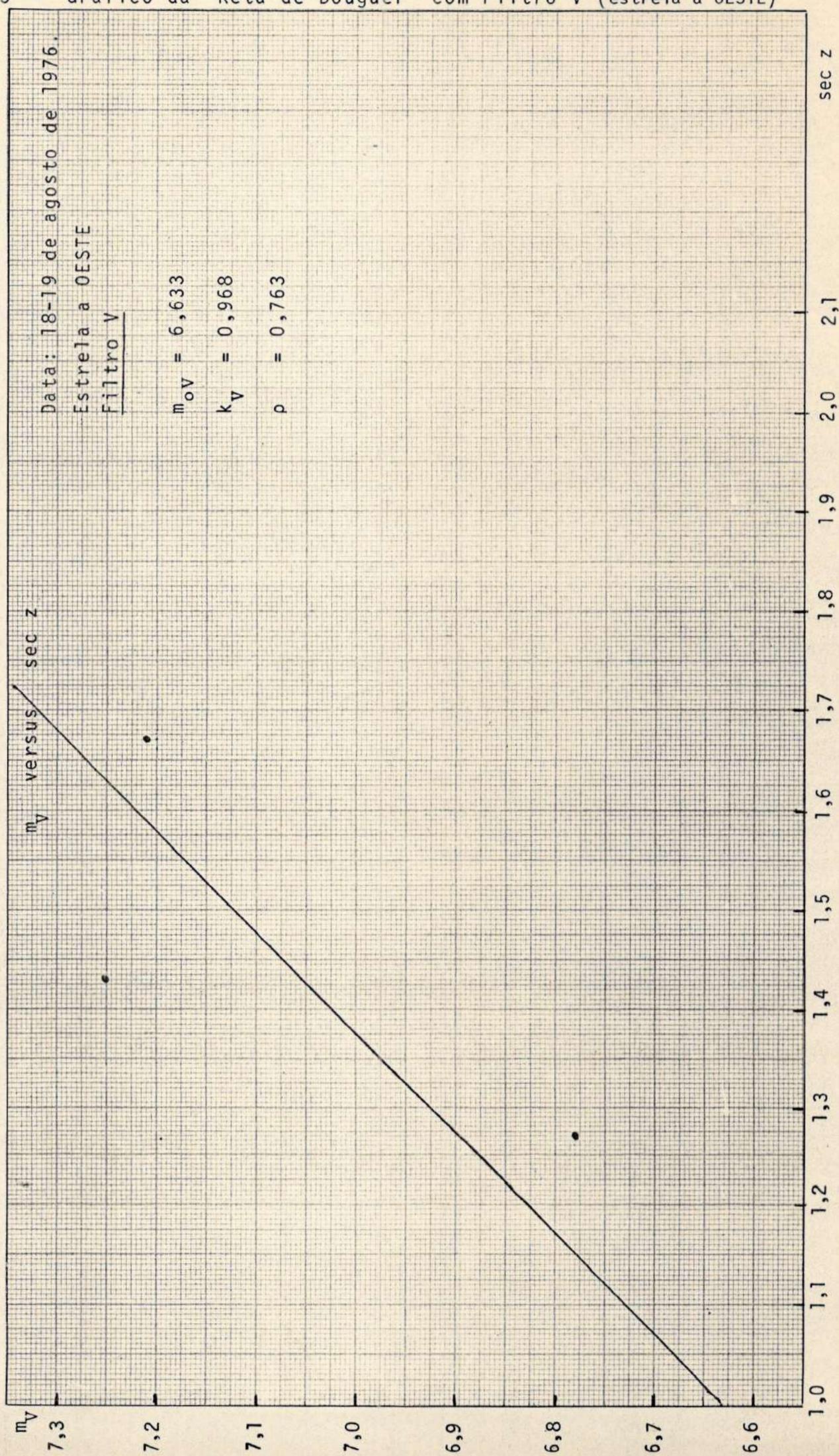
$$m_{ov} = 7,780$$

$$k_v = 0,293$$

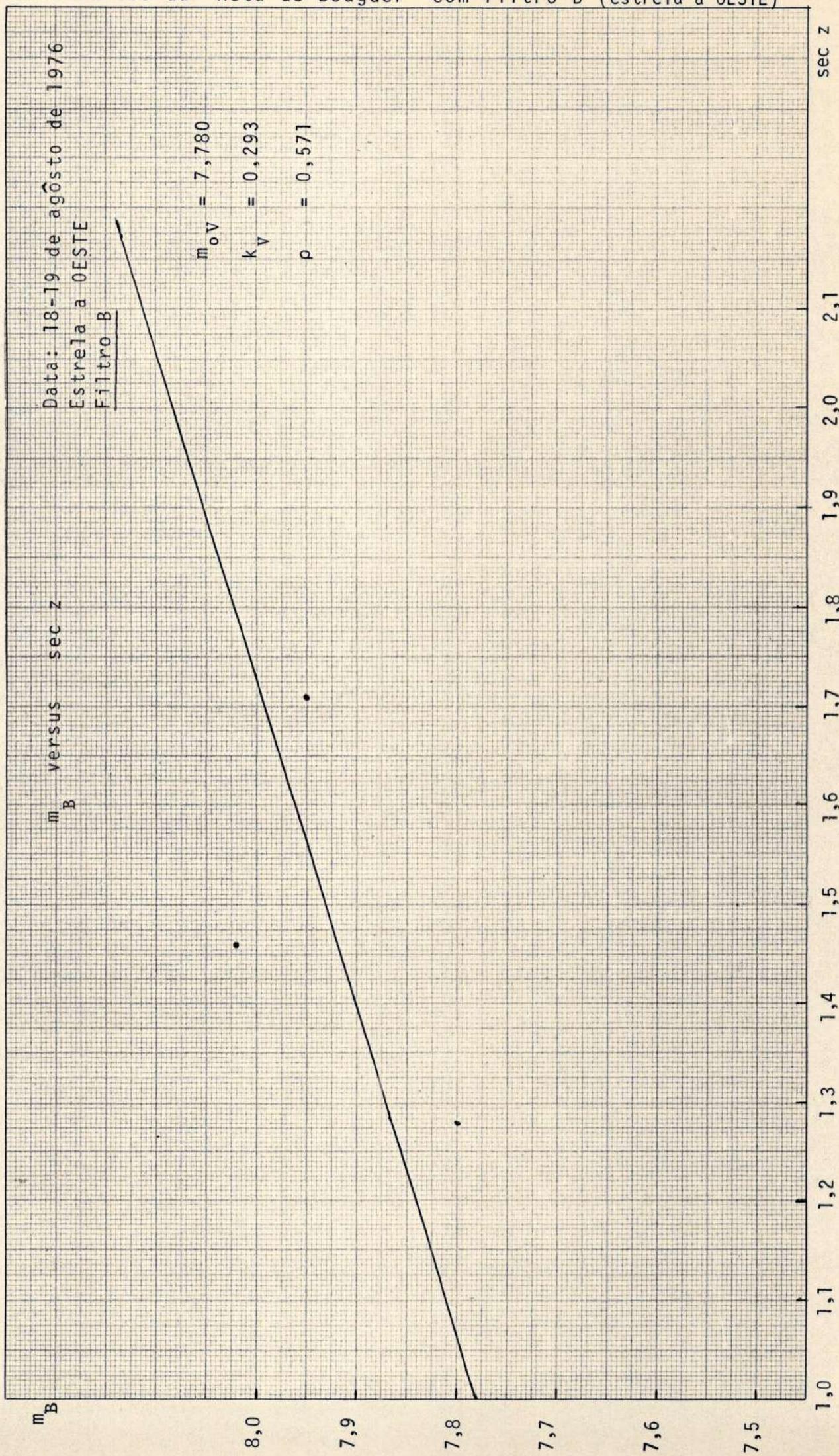
$$\beta = 16^\circ$$

$$\rho = 0,571$$

V.9.3 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V (estrela a OESTE)



V.9.4 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com filtro B (estrela a OESTE)



DATA: 23/24 de agosto de 1976

FILTRO V

NP da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	S_{e+c}	\bar{I}_{e+c}	S_{e+c}	S_{e+c}	\bar{I}	m_V	S_{III}	SEC Z
1	22h 14m 30s	$3,70 \times 10^{-7}$	0,002	0,000	0,017	$21,92 \times 10^{-7}$	0,017	0,005	$18,22 \times 10^{-7}$	6,849	0,010	1,222
2	22 52 30	$3,39 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	0,023	$21,97 \times 10^{-7}$	0,023	0,007	$18,58 \times 10^{-7}$	6,827	0,013	1,161
3	22 30 30	$3,38 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	0,013	$22,33 \times 10^{-7}$	0,013	0,004	$18,95 \times 10^{-7}$	6,806	0,008	1,138

FILTRO B

NP da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	S_{e+c}	\bar{I}_{e+c}	S_{e+c}	S_{e+c}	\bar{I}	m_B	S_{III}	SEC Z
1	22h 19m 00s	$2,20 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	0,010	$11,57 \times 10^{-7}$	0,010	0,003	$9,37 \times 10^{-7}$	7,571	0,012	1,213
2	22 57 00	$2,09 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	0,005	$12,06 \times 10^{-7}$	0,005	0,002	$9,97 \times 10^{-7}$	7,504	0,006	1,157
3	23 34 30	$2,09 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	0,004	$11,77 \times 10^{-7}$	0,004	0,001	$9,68 \times 10^{-7}$	7,536	0,005	1,137

ESTRELA A LESTE

FILTRO V

Nº da Observação	m_V	sec z
1	6,849	1,222
2	6,827	1,161
3	6,805	1,138

FILTRO B

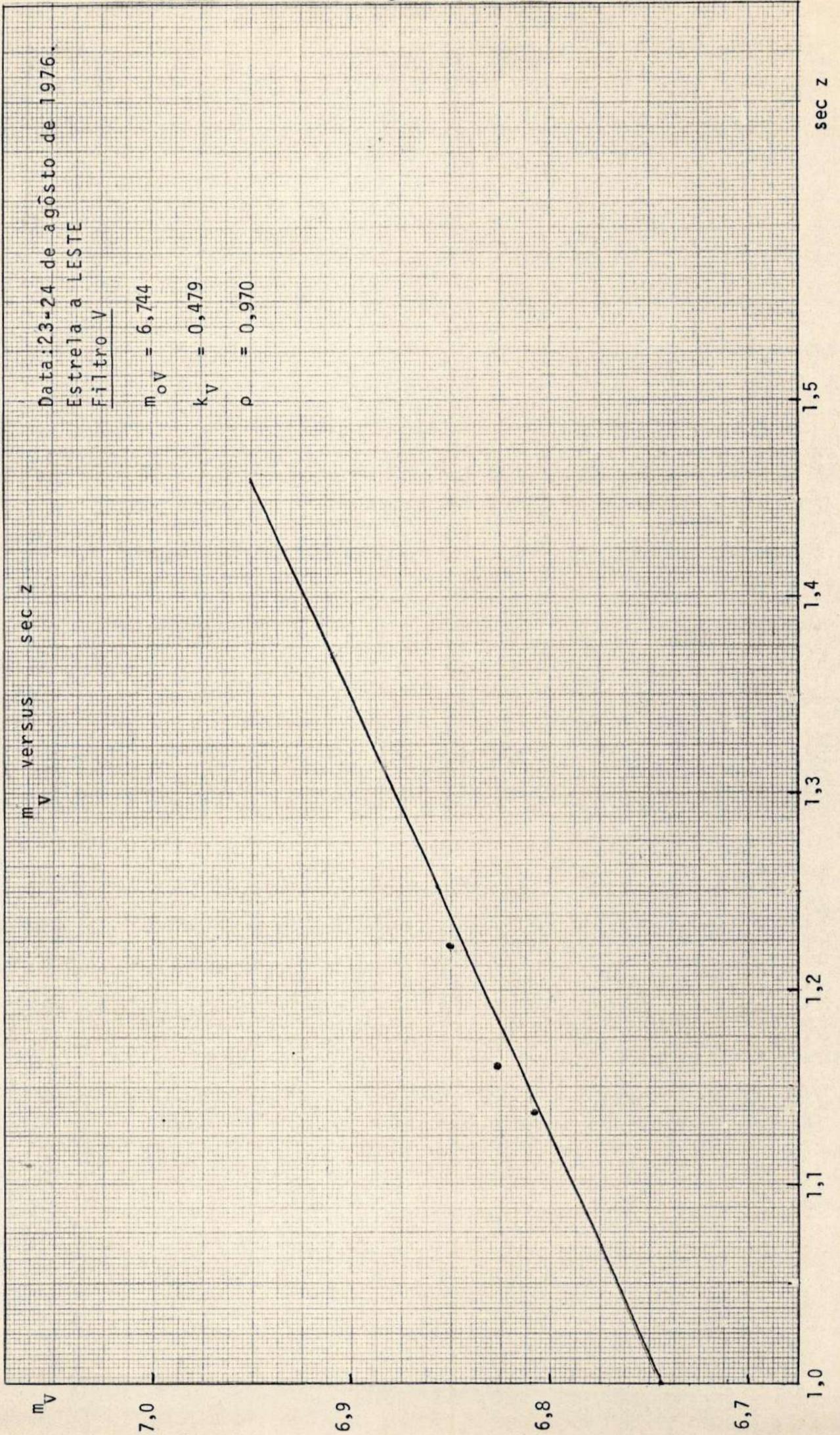
Nº da Observação	m_B	sec z
1	7,571	1,213
2	7,504	1,157
3	7,536	1,137

PARÂMETROS DA RETA DE BOUGUER

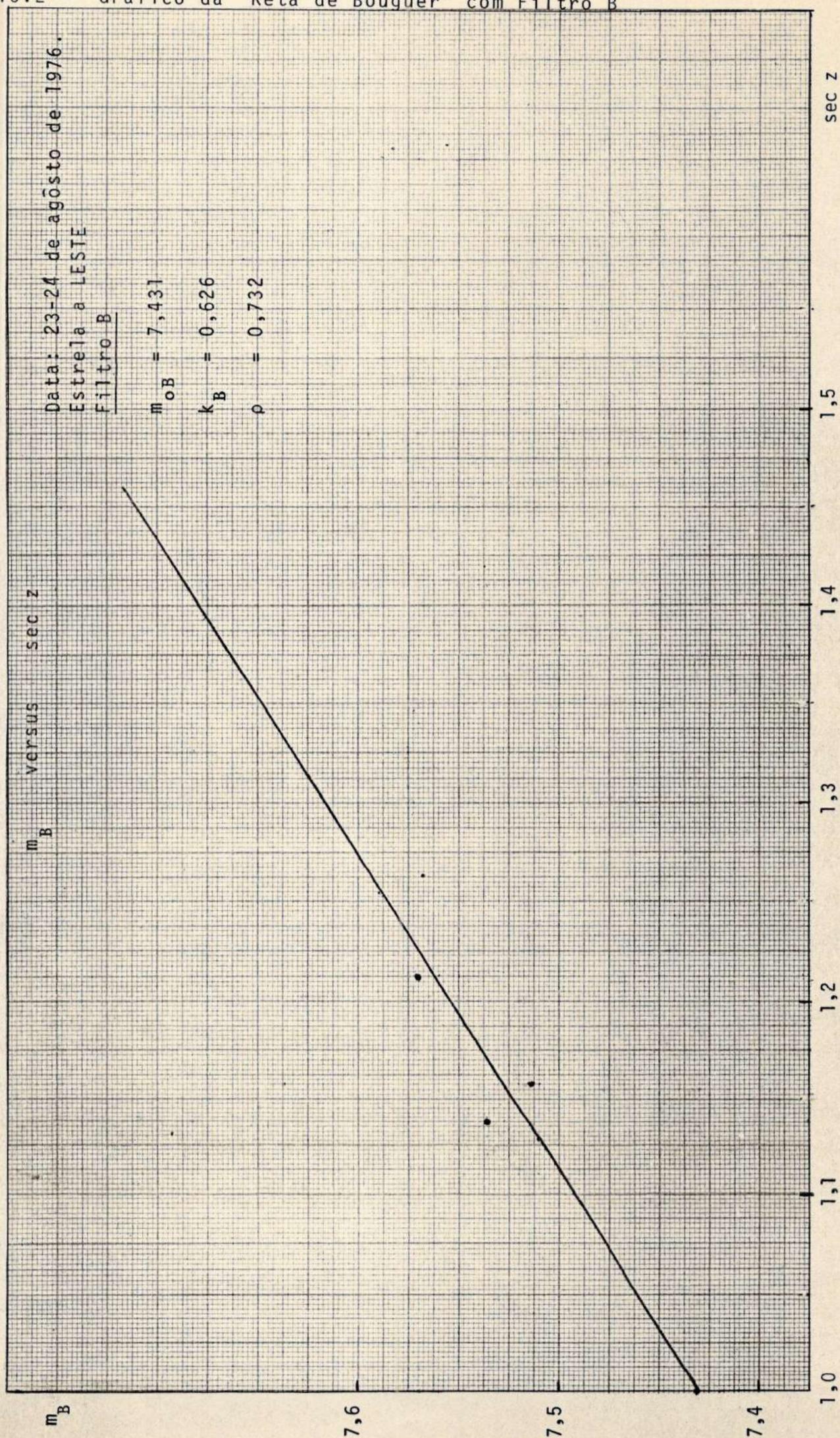
$m_{0V} = 6,744$
 $k_V = 0,479$
 $\beta = 25^\circ$
 $\rho = 0,970$

$m_{0B} = 7,431$
 $k_B = 0,626$
 $\beta = 32^\circ$
 $\rho = 0,732$

V.10.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V



V.10.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B



$\phi = -22^{\circ} 54'$ $V = 4,13$
 $\delta = 5^{\circ} 30' 10''$ $B = 4,64$
 $\alpha = 23h 38m 42s$ $Sp = F 7 V$

cont.

DATA: 1/2 de setembro de 1976
 DIAFRAGMA: 2
 OBSERVADORES: Graça, Jorge, José Augusto e Vêra Lucia

FILTRO VFILTRO B

FUNDO DO CÉU

ESTRELA + FUNDO DO CÉU

FUNDO DO CÉU

ESTRELA + FUNDO DO CÉU

4ª Observação4ª Observação

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 16m
 Fim : 01h 17m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 14m
 Fim : 01h 15m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 20m
 Fim : 01h 21m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 18,5m
 Fim : 01h 19,5m

Deflexões

Deflexões

Deflexões

Deflexões

1 - 4,13
 2 - 4,10
 3 - 4,13
 4 - 4,13
 5 - 4,15
 6 - 4,10
 7 - 4,13
 8 - 4,10
 9 - 4,15
 10 - 4,13

1 - 19,00
 2 - 19,00
 3 - 19,05
 4 - 19,10
 5 - 19,10
 6 - 19,15
 7 - 19,10
 8 - 19,05
 9 - 19,05
 10 - 19,10

1 - 2,25
 2 - 2,25
 3 - 2,25
 4 - 2,23
 5 - 2,25
 6 - 2,28
 7 - 2,25
 8 - 2,25
 9 - 2,23
 10 - 2,25

1 - 9,35
 2 - 9,35
 3 - 9,35
 4 - 9,30
 5 - 9,33
 6 - 9,30
 7 - 9,35
 8 - 9,30
 9 - 9,40
 10 - 9,30

5ª Observação5ª Observação

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 46m
 Fim : 01h 47m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 44m
 Fim : 01h 45m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 50m
 Fim : 01h 51m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 01h 48m
 Fim : 01h 49m

Deflexões

Deflexões

Deflexões

Deflexões

1 - 4,33
 2 - 4,30
 3 - 4,30
 4 - 4,30
 5 - 4,33
 6 - 4,35
 7 - 4,30
 8 - 4,30
 9 - 4,35
 10 - 4,33

1 - 18,65
 2 - 19,00
 3 - 18,85
 4 - 19,05
 5 - 18,90
 6 - 18,75
 7 - 19,10
 8 - 19,25
 9 - 18,90
 10 - 18,75

1 - 2,30
 2 - 2,30
 3 - 2,30
 4 - 2,30
 5 - 2,35
 6 - 2,33
 7 - 2,35
 8 - 2,33
 9 - 2,35
 10 - 2,35

1 - 9,40
 2 - 9,35
 3 - 9,25
 4 - 9,30
 5 - 9,25
 6 - 9,15
 7 - 9,25
 8 - 9,40
 9 - 9,25
 10 - 9,38

6ª Observação6ª Observação

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 02h 16m
 Fim : 02h 17m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 02h 14m
 Fim : 02h 15m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 02h 20m
 Fim : 02h 21m

Escala: $10^{-7}A$
 Início: 02h 18m
 Fim : 02h 19m

Deflexões

Deflexões

Deflexões

Deflexões

1 - 4,65
 2 - 4,63
 3 - 4,67
 4 - 4,60
 5 - 4,60
 6 - 4,65
 7 - 4,67
 8 - 4,65
 9 - 4,63
 10 - 4,65

1 - 19,40
 2 - 19,25
 3 - 19,30
 4 - 19,25
 5 - 19,25
 6 - 18,95
 7 - 19,10
 8 - 18,90
 9 - 19,25
 10 - 19,00

1 - 2,50
 2 - 2,50
 3 - 2,53
 4 - 2,50
 5 - 2,50
 6 - 2,50
 7 - 2,50
 8 - 2,50
 9 - 2,53
 10 - 2,50

1 - 9,35
 2 - 9,35
 3 - 9,50
 4 - 9,35
 5 - 9,35
 6 - 9,30
 7 - 9,50
 8 - 9,35
 9 - 9,40
 10 - 9,45

DATA: 1/2 de setembro de 1976

FILTRO V

NO da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m	S_m	sec z
1	23h 45m 30s	$3,88 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$19,82 \times 10^{-7}$	0,013	0,004	$15,94 \times 10^{-7}$	6,994	0,009	1,137
2	24 16 30	$3,70 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$17,67 \times 10^{-7}$	0,022	0,007	$13,97 \times 10^{-7}$	7,137	0,017	1,153
3	24 45 30	$3,70 \times 10^{-7}$	0,001	0,000	$17,25 \times 10^{-7}$	0,015	0,005	$13,55 \times 10^{-7}$	7,171	0,012	1,189
4	01 15 30	$4,13 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$19,07 \times 10^{-7}$	0,005	0,002	$14,95 \times 10^{-7}$	7,064	0,004	1,251
5	01 45 30	$4,32 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$18,92 \times 10^{-7}$	0,018	0,006	$14,60 \times 10^{-7}$	7,089	0,014	1,346
6	02 15 30	$4,64 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$19,17 \times 10^{-7}$	0,017	0,005	$14,53 \times 10^{-7}$	7,095	0,013	1,485
7	02 45 30	$5,59 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$18,97 \times 10^{-7}$	0,022	0,007	$13,38 \times 10^{-7}$	7,184	0,018	1,691
8	03 15 30	$6,74 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$19,15 \times 10^{-7}$	0,019	0,006	$12,41 \times 10^{-7}$	7,265	0,017	2,004

FILTRO B

NO da Observação	TSL	\bar{I}_c	S_c	S_c	\bar{I}_{etc}	S_{etc}	S_{etc}	\bar{I}	m	S_m	sec z
1	23h 49m 30s	$1,92 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$9,89 \times 10^{-7}$	0,006	0,002	$7,97 \times 10^{-7}$	7,746	0,009	1,138
2	23 20 30	$1,95 \times 10^{-7}$	0,001	0,000	$9,26 \times 10^{-7}$	0,007	0,002	$7,31 \times 10^{-7}$	7,841	0,010	1,157
3	24 45 30	$2,06 \times 10^{-7}$	0,001	0,000	$8,70 \times 10^{-7}$	0,004	0,001	$6,64 \times 10^{-7}$	7,944	0,007	1,196
4	01 19 45	$2,25 \times 10^{-7}$	0,001	0,000	$9,33 \times 10^{-7}$	0,003	0,001	$7,08 \times 10^{-7}$	7,874	0,006	1,263
5	01 49 30	$2,33 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$9,30 \times 10^{-7}$	0,008	0,003	$6,97 \times 10^{-7}$	7,892	0,013	1,362
6	02 19 30	$2,51 \times 10^{-7}$	0,001	0,000	$9,39 \times 10^{-7}$	0,007	0,002	$6,88 \times 10^{-7}$	7,906	0,011	1,508
7	02 50 30	$2,83 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$8,70 \times 10^{-7}$	0,008	0,003	$5,87 \times 10^{-7}$	8,079	0,015	1,725
8	03 19 30	$3,31 \times 10^{-7}$	0,002	0,001	$8,43 \times 10^{-7}$	0,013	0,004	$5,12 \times 10^{-7}$	8,227	0,028	2,058

ESTRELA A OESTEFILTRO V

Nº da Observação	m_v	sec z
1	6,994	1,137
2	7,137	1,153
3	7,171	1,189
4	7,064	1,251
5	7,089	1,346
6	7,095	1,485
7	7,184	1,691
8	7,265	2,004

FILTRO B

Nº da Observação	m_B	sec z
1	7,746	1,138
2	7,841	1,157
3	7,944	1,196
4	7,874	1,263
5	7,892	1,362
6	7,906	1,508
7	8,079	1,725
8	8,227	2,058

PARÂMETROS DA RETA DE BOUGUER

$$m_{ov} = 7,043$$

$$k_v = 0,202$$

$$\beta = 11^\circ$$

$$\rho = 0,741$$

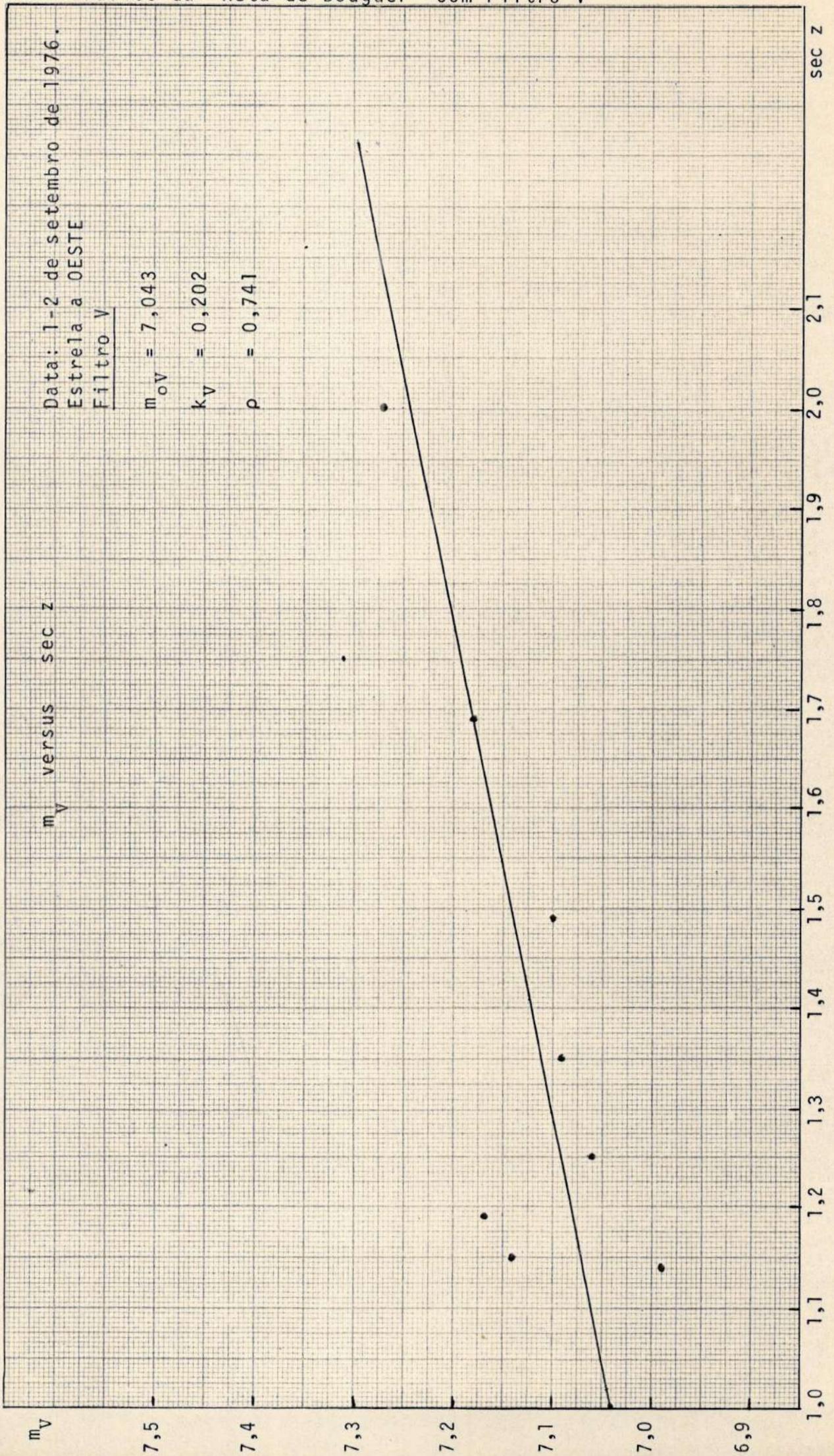
$$m_{oB} = 7,756$$

$$k_B = 0,430$$

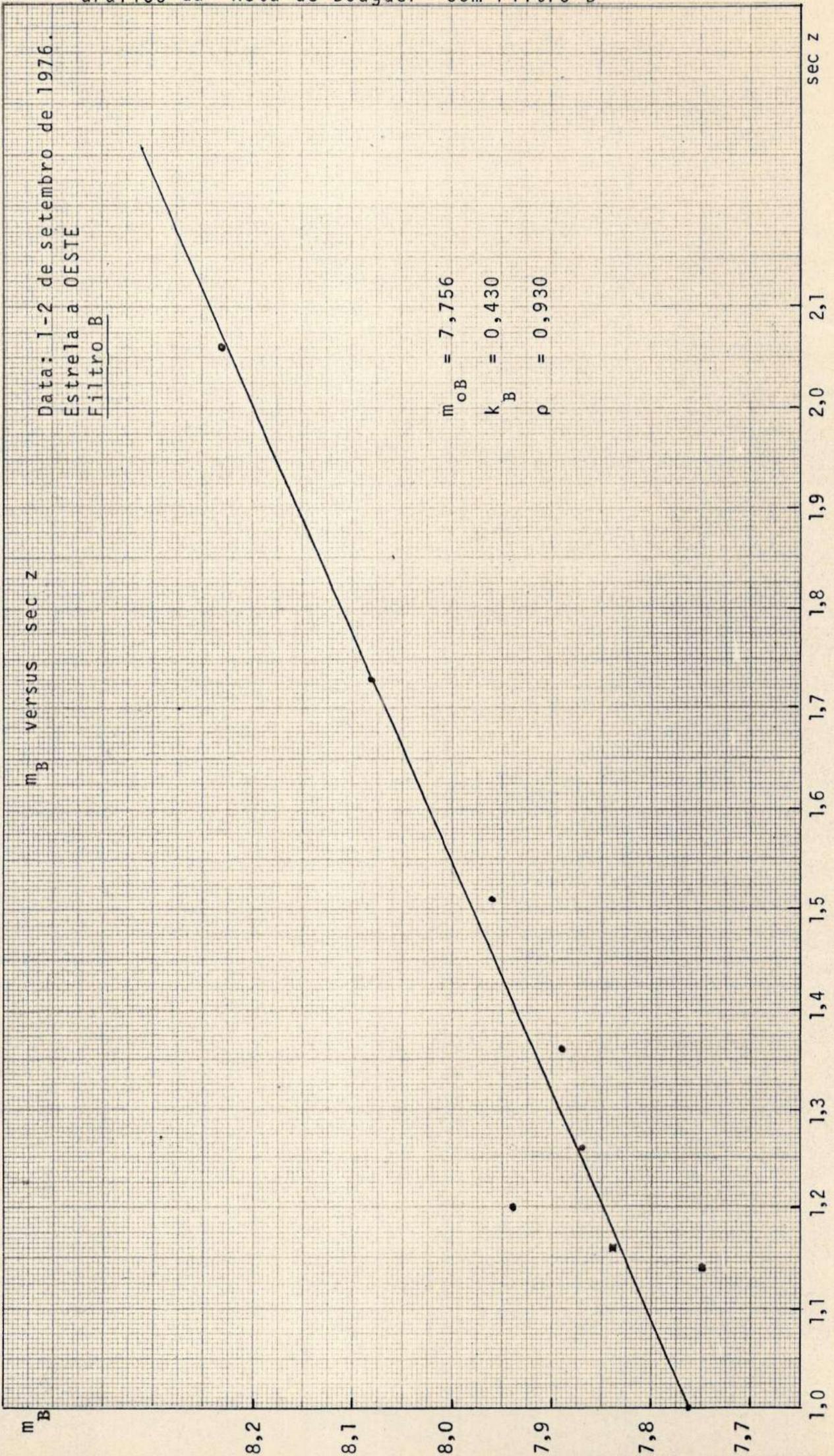
$$\beta = 23^\circ$$

$$\rho = 0,930$$

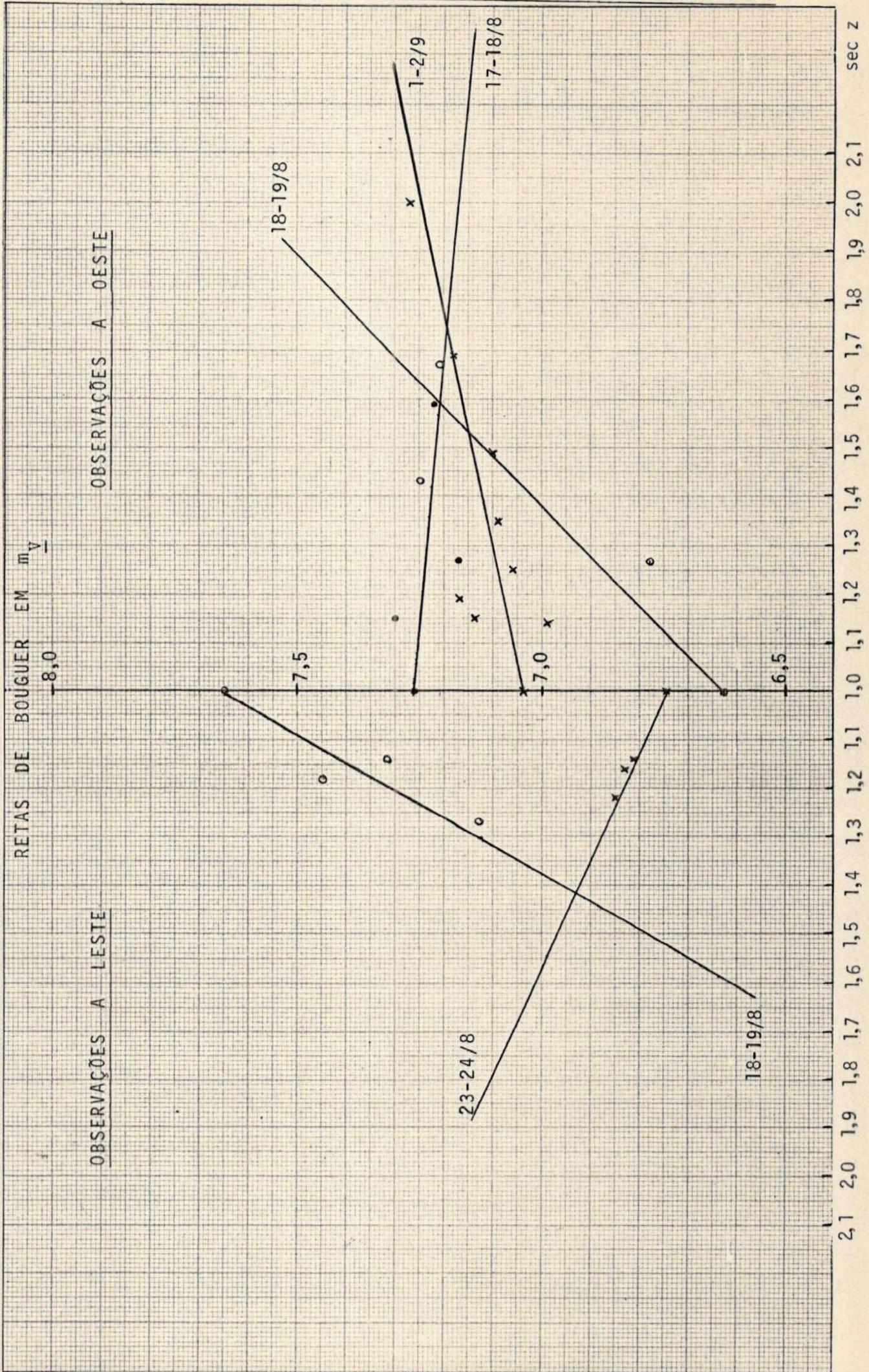
V.11.1 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro V

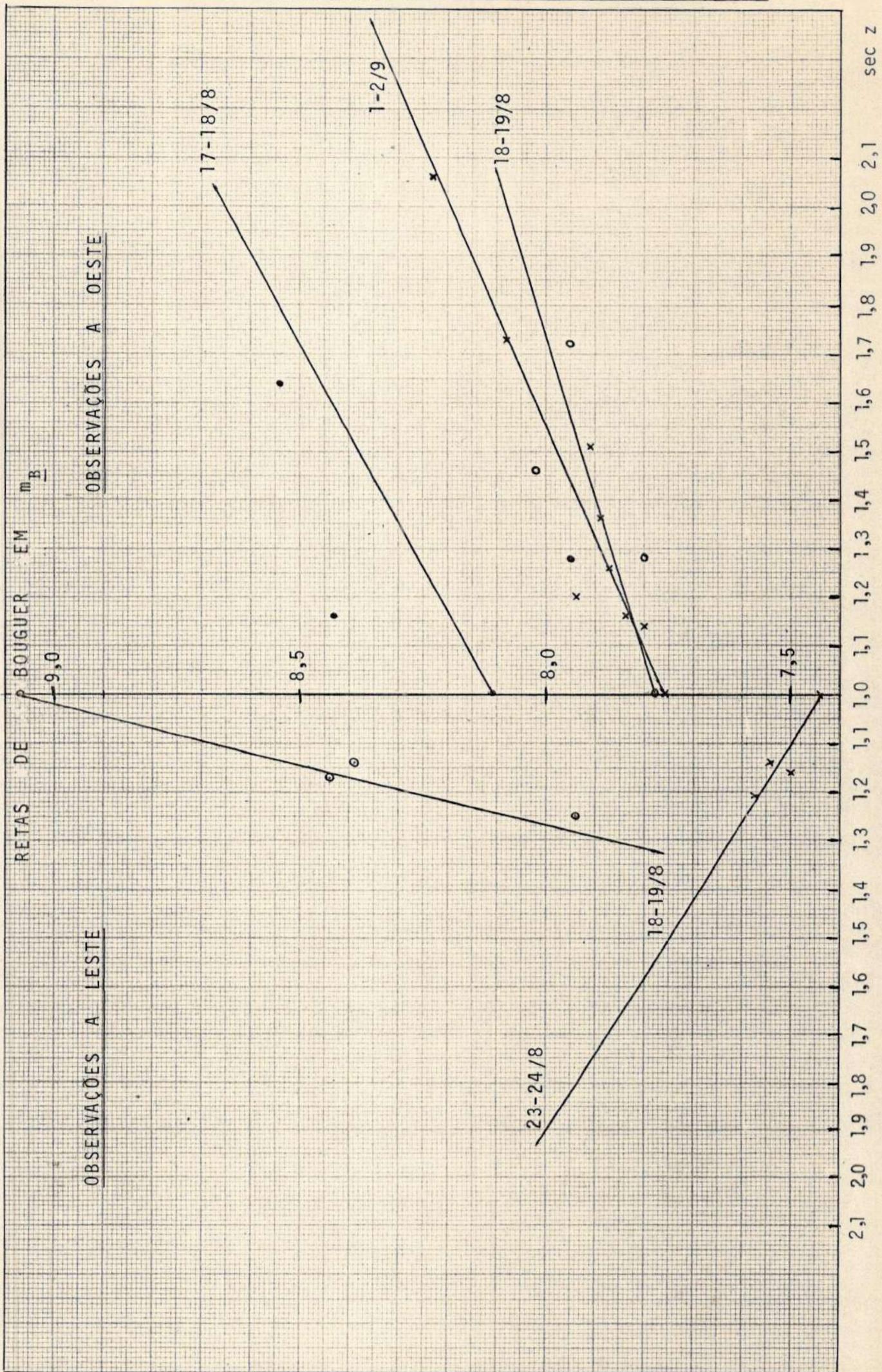


V.11.2 - Gráfico da "Reta de Bouguer" com Filtro B



V.12 - Gráfico de todas as "Retas de Bouguer" obtidas com Filtro V





VI - BIBLIOGRAFIA

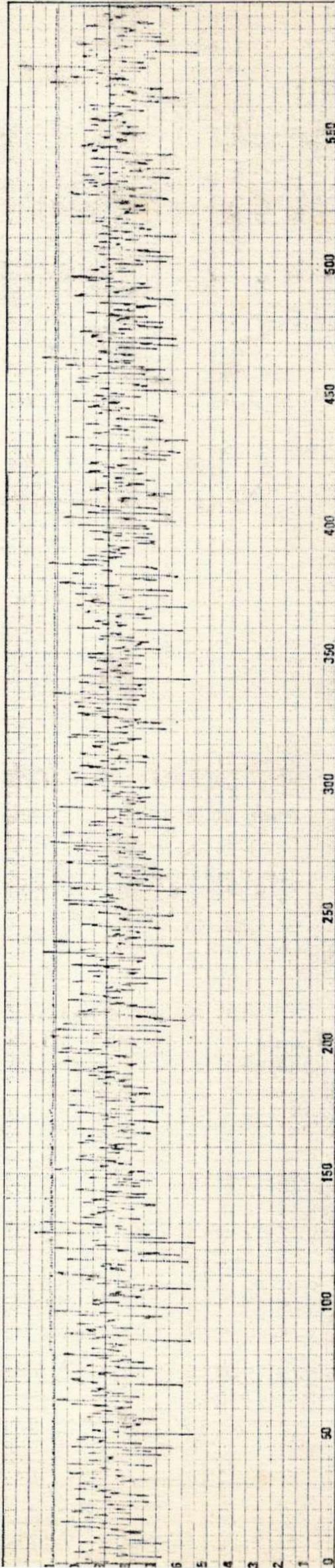
- 1 - BAUM, W. A.: "The Detection and Measurement of Faint Astronomical Sources" in Astronomical Techniques - Cap. 1 - W.A.Hiltner, Ed. - Chicago - University of Chicago Press - Vol. II - 1962.
- 2 - CHAUVENNET, W.: Manual of Spherical and Practical Astronomy - Philadelphia - J.B. Lippincott & Co. - 1^a ed. - Vol. II - 1863.
- 3 - CHIU, H-Y.: Stellar Physics - E.U.A. - Blaisdell Publishing Co. - 1868.
- 4 - DANJON, A.: Astronomie Générale - Paris - J.& R. Sennac Ed. - 2^a ed. - 1959.
- 5 - DUFAY, J.: Introduction to Astrophysics the Stars - London - George Newnes Ltd. - 1964.
- 6 - FISZ, M.: Probability Theory and Mathematical Statistics - E.U.A. - J. Wiley & Sons, Inc. - 3^a ed. - 1963.
- 7 - FRANKLIN, P.: "Basic Mathematical Formulas" in Fundamental Formulas of Physics - Cap. 1 - D.H. Menzel, Ed. - E.U.A. - New York - Dover Publications, Inc. - Vol. I - 1960.
- 8 - GALLOWAY, T. R.: Long-Path Optical Monitoring of Urban Air Pollution - California - University of California - Lawrence Livermore Laboratory - August, 1975.
- 9 - HARDIE, R. H.: "Photoelectric Reductions" in Astronomical Techniques - Cap. 8 - W.A. Hiltner, Ed. - Chicago - University of Chicago Press - Vol. II - 1962.
- 10 - HOEL, P. G.: Introduction to Mathematical Statistics - California - Los Angeles - J. Wiley & Sons, Inc. - 4^a ed. - 1971.
- 11 - JOHNSON, H. L. and W.W. MORGAN: "Fundamental Stellar Photometry for Standards of Spectral Type on the Revised System of the Yerkes Spectral Atlas" in The Astrophysical Journal - Vol. 117 - N^o 3 - May, 1953.
- 12 - KUHI, L. V.: "The Reduction of Photoelectric Measurements of Stars" in Pacific Photometric Instruments - California - Berkeley - 1967.

- 13 - KURTH, R.: Introduction the Stellar Statistics - Great Britain - Pergamon Press Ltd. - 1967.
- 14 - KRAUS, J.D.: "General Astronomy Fundamentals" in Radio Astronomy - Cap. 2 - U.S.A. - McGraw-Hill, Inc. - 1966.
- 15 - MASSEY, H.S.W. and R.L.F. BOYD: The Upper Atmosphere - Colchester - Great Britain - Benham and Co. Ltd. - 1958.
- 16 - MEINEL, A.B.: "Astronomical Seeing and Observatory Site Selection" in Telescopes - Cap.10 - E.U.A. - G.P.Kuiper and B.M.M.Hurst, Ed. - 4.^a ed. - 1969.
- 17 - MEYER, P.L.: Probabilidade, Aplicações à Estatística - Ao Livro Técnico S.A. - Rio de Janeiro - 1972.
- 18 - MIHALAS, D.: Galactic Astronomy - U.S.A. - W.H.Freeman and Co. - 1968.
- 19 - OGORODNIKOV, K.F.: Dynamics of Stellar Systems - New York - Pergamon Press Ltd. - 1965.
- 20 - STOCK, J. and G. KELLER: "Astronomical Seeing" in Telescopes - Cap. 9 - E.U.A. - G.P.Kuiper and B.M.M.Hurst, Ed. - 4.^a edição - 1969.
- 21 - STODÓLKIEWICZ, J.S.: General Astrophysics with Elements of Gheophysics - New York - American Elsevier Co., Inc. - 1973.
- 22 - SWIHART, T.L.: Astrophysics and Stellar Astronomy - E.U.A. - J. Wiley & Sons, Inc. - 1968.
- 23 - VAUCOULEURS, G. de: "Atmospheric Absorption at McDonald Observatory" in Publications of the Astronomical Society of the Pacific - Vol. 77 - Nº 454 - February, 1965.

VII.1 - Registro

Data: 14-15/6/1976.
estrela: α Scorpii afetada pela névoa
Filtro V
Diafragma 2
Escala do Fotômetro: $10^{-7}A$

Observadores: Graça, Jorge, José Augusto, Luiz Augusto.



VII.2 - Dedução da Variável Reduzida Z

$$Z = \left[\frac{x - \mu}{\sigma_x} \right]$$

Temos que sua média é:

$$\begin{aligned} E(Z) &= E \left[\frac{\bar{x}^* - \mu}{\sigma_x} \right] = \frac{1}{\sigma_x} \left[E(\bar{x}^*) - E(\mu) \right] = \\ &= \frac{1}{\sigma_x} \left[\mu - \mu \right] = 0, \end{aligned}$$

e sua variância:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z) &= \sigma^2(Z) = E \left[\left(\frac{\bar{x}^* - \mu}{\sigma_x} \right)^2 \right] = \\ &= E \left[\frac{(\bar{x}^* - \mu)^2}{\sigma_x^2} \right] = \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2} E \left[\underbrace{(\bar{x}^* - \mu)^2}_{\sigma_x^2} \right] = 1. \end{aligned}$$

Data: 17-18/8/1976.
 estrela: 1 Pisces
 $\alpha = 23^h 39^m$
 $\delta = 50^{\circ} 30'$

F7 V
 Diafragma 2

Sistema: Telescópio coude, fotômetro, célula fotoelétrica IP21 e registrador HP
 Observadores: Graça, Jorge, José Augusto, Luiz Augusto, Vêra Lucia

