

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA/OBSERVATÓRIO DO VALONGO

TÍTULO

SUPERGIGANTES B[e]: APLICAÇÃO DE UM MODELO DE VENTO RADIATIVO

AUTOR

LUÍS GUILHERME HAUN

ORIENTADOR

FRANCISCO XAVIER de ARAÚJO (O.N.)

PROJETO APRESENTADO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE
ASTRONOMIA COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE ASTRÔNOMO

Rio de Janeiro, 11 de Março de 1992.

À minha FAMÍLIA.

Ó vazio sem terra, Ó vazio sem céu,
Ó espaço nebuloso e sem propósito,
Eterno e intemporal,
Transforma-te no mundo, expande-te!

História taitiana da criação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos colegas do curso que no convívio diário sempre foram um estímulo durante os anos que aqui passei.

Em especial aos amigos Luis Otávio, Gladys, Mariana, Marcelo, Simone e Andréa, pelo companheirismo e estímulo que me proporcionaram dia a dia.

Novamente agradeço ao Luis Otávio pela ajuda que me deu junto ao computador na edição deste trabalho.

Aos professores que muito me ajudaram nessa escalada, não só pelo ensino mas também pelo companheirismo.

Àqueles que de alguma forma contribuíram com esta dissertação.

Ao Chico pela paciência e dedicação demonstradas durante a orientação.

RESUMO

As estrelas Supergigantes B[e] apresentam como maior característica observacional um espectro híbrido: linhas fortes e alargadas de absorção de elementos ionizados no UV, e linhas mais fracas de emissão (inclusive proibidas) de elementos de baixa excitação no ótico. Para explicar essa dualidade tem sido sugerido um cenário assimétrico no qual as regiões polares são rarefeitas e se expandem rapidamente, enquanto o equador é mais denso e dominado por elementos como FeII, CrII, etc.

Aqui apresentamos um modelo de vento radiativo, levando em conta a rotação, o tamanho finito da fonte de radiação e as diferenças no mesmo em direção à latitude.

Adotando parâmetros estelares típicos para as Supergigantes B[e] encontramos taxas de perda de massa da ordem de 6×10^{-6} a $5 \times 10^{-5} M_{\odot}/\text{ano}$. O fluxo de massa é até 9 vezes mais forte no equador do que no pólo, indicando uma pequena assimetria na estrutura. As velocidades terminais encontradas estão no intervalo de ~ 640 km/s, no pólo e ~ 480 km/s, no equador. Já a densidade dá uma razão de 30 entre o equador e o pólo.

PALAVRAS CHAVE: supergigante B[e]; vento estelar radiativo; perda de massa.

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	
CAP.I-As estrelas Supergigantes B[e]	01
CAP.II-As equações hidrodinâmicas e o modelo	06
II.1-Equação da continuidade	08
II.2-Equação do momentum	10
II.3-Equação da energia	13
II.4-Equações do vento estelar	14
CAP.III-Aplicação do modelo às Supergigantes B[e]	26
III.1-Discussão a respeito dos parâmetros	26
III.2-Resultados	29
CONCLUSÃO	36
APÊNDICE	38
BIBLIOGRAFIA	

INTRODUÇÃO

Vento estelar pode ser de grande importância para a evolução de objetos muito massivos. A matéria perdida enriquece o meio interestelar. Vamos aqui apresentar um modelo de vento estelar radiativo e os resultados obtidos para um tipo em particular de estrela.

No Capítulo I traçamos um perfil do tipo estelar em questão, as Supergigantes B[e]. Junto apresentamos as discussões da literatura, e a motivação deste trabalho.

A seguir, no Capítulo II, fazemos uma dissertação sobre ventos radiativos e apresentamos as equações do vento estelar por nós usadas.

O capítulo seguinte, III, faz uma justificativa dos parâmetros usados e apresenta os resultados a que chegamos, com uma discussão a respeito dos problemas encontrados, e uma comparação com a literatura.

Na conclusão reforçamos a validade do modelo usado com algumas sugestões a serem analisadas.

CAPITULO 1

AS ESTRELAS SUPERGIGANTES B[e]

As estrelas Supergigantes B[e] formam um grupo restrito do Diagrama H-R. São estrelas luminosas e quentes, e, portanto se localizam na parte esquerda superior do mesmo diagrama. Faremos aqui uma descrição das características desses objetos. Junto diremos quais os possíveis cenários que tentam explicar tais objetos peculiares, e, ainda a razão deste trabalho.

Essas estrelas são assim chamadas, B[e], devido à presença de um contínuo do tipo B e às linhas de emissão proibidas. Apenas 8 Supergigantes B[e] são conhecidas nas Nuvens de Magalhães, indo de B0 a B3, (Zickgraf, Wolf, Stahl, Leitherer e Appenzeller, 1986). Já na nossa Galáxia, existem sérias dificuldades de se determinar as distâncias dessas estrelas e, conseqüentemente, a sua luminosidade (Zickgraf, 1989). As Supergigantes B[e] apresentam 3 outras características que lhe dão a peculiaridade desse grupo, a saber :

1. Predominância de fortes linhas de emissão de Balmer no espectro ótico, destacando perfis P Cygni, com grandes larguras equivalentes (100 a 1000 Å). Os perfis P Cygni indicam ventos estelares lentos, com baixas velocidades de expansão (Zickgraf, 1989). Isso evidenciaria envelopes gasosos estendidos com baixa excitação (através de linhas de emissão).

2. Linhas de emissão de metais uma vez ionizados (FeII, [FeII], [OI]), estreitas e de baixa excitação em contraste com linhas de absorção de ressonância em ultra-violeta de alta excitação (CIV, SiIV, NV) e/ou componentes em absorção P Cygni de HI e HeI. Essa combinação é conhecida como espectro

híbrido (constitui a característica mais importante do grupo). Essas observações são indicativos de ventos quentes se expandindo rapidamente.

3. Forte excesso de infra-vermelho, que indica a presença de poeira circunstelar de temperatura alta ($T \cong 1000$ K). Apesar de apresentarem esse excesso em infra-vermelho, tais objetos não estão associados com regiões de formação estelar. Na verdade, são objetos isolados. Este isolamento, portanto, sugere que são objetos evoluídos e possivelmente estágios de transição ou estados evolucionários de nebulosas planetárias ou simplesmente, estágios terminais de estrelas Be..

Swings (1973) e Zickgraf et al. (1985,1986) sugeriram modelos nos quais a poeira é formada nas partes externas de um vento equatorial expandindo lentamente, além de ser um vento denso e frio. O excesso de infravermelho é usado para estimar a perda de massa das estrelas. Segundo Zickgraf et al. (1989), ela está em $\text{Log } \dot{M} = -4.5$ até -4 . Há um grande acordo com as perdas de massa encontradas por Stahl et al. (1983b), Shore e Sanduleak (1983) e Friendjung e Muratorio (1988). O raio da poeira circunstelar está entre 300 e 500 raios estelares (Zickgraf, 1989).

Podemos tomar a estrela P Cygni como ponto de partida para um estudo do grupo. Como todas as Supergigantes B[e], ela apresenta uma grande perda de massa. Esta taxa de perda de massa foi encontrada por Lamers (1986), sendo de $1.5 \times 10^{-5} M_{\odot}/\text{ano}$, ou seja, 5 vezes maior que o esperado com base na luminosidade. Sua velocidade terminal é de aproximadamente 200 a 300 Km/s, 5 vezes menor que a encontrada nas Supergigantes de sua classe. Essa alta taxa de perda de massa junto com a baixa velocidade do vento, nos diz que P Cygni tem um vento extremamente denso. Essa densidade é que provoca os perfis de linha P Cygni.

Diversos modelos têm sido apresentados para explicar a

combinação de um vento quente e rarefeito se expandindo rapidamente , e um vento frio e denso se expandindo lentamente.

Lamers (1986) estudou que mecanismo seria responsável pela aceleração do vento da P Cygni. Chegou à conclusão de que deveria ser uma força que seria somente capaz de exceder a força da gravidade e variar com a distância, obedecendo uma correspondência de aproximadamente com r^{-2} . Os seguintes mecanismos foram estudados, e avaliados, para explicar tal aceleração:

a) A pressão de turbulência, que devido ao fato de produzir velocidades turbulentas 10 vezes superior à velocidade do som não é um mecanismo satisfatório;

b) A pressão de radiação devido ao contínuo de [H] e [He] não atinge a aceleração desejada;

c) A pressão de radiação devido às linhas óticamente espessas produzem uma lei de velocidade muito maior do que a observada, e por serem em números reduzidos não atingem a aceleração necessária;

d) Resta-nos a pressão de radiação por espalhamento eletrônico e por um grande número de linhas óticamente finas no contínuo de Balmer.

Este é o mecanismo responsável pelo vento lento observado em tal estrela.

Quanto à simetria da matéria, o caráter híbrido indica uma distribuição não esférica (Zickgraf et al., 1985). As linhas estreitas de emissão metálicas de FeII, [FeII] e [OI] indicam um vento frio expandindo lentamente (observado no espectro ótico). Já no ultravioleta encontram-se linhas largas de SiIV, CIV e NV que levam à presença de um vento quente rapidamente se expandindo. Dois ambientes diferentes de formação de linhas, portanto, seriam necessários para explicar os espectros observados. A possibilidade de existir uma companheira para essas estrelas é deixado de lado por

falta de comprovação, na maioria expressiva dos casos.

Zickgraf et al. (1985) sugeriu o modelo de duas componentes sem simetria esférica, sendo um vento rápido e quente conduzido por linhas fortes na região polar (vento do tipo CAK - Castor, Abbott e Klein, 1975), costumeiro em estrelas OB, e um vento denso e frio lentamente se expandindo na zona equatorial, formando uma configuração de disco.

O disco equatorial seria o local de condensação de poeira e da formação de linhas em emissão de baixa excitação.

A diferença nos ângulos de visada forneceria as respostas às diferentes características encontradas de estrela para estrela (por exemplo, a R126 é vista do pólo, enquanto a R50 não apresenta componente de vento polar). Como estimativa do ângulo de abertura do disco, Zickgraf encontrou $\sim 20^\circ$. Os discos equatoriais são cerca de 100 a 1000 vezes mais densos do que as regiões polares. O fluxo de massa no disco é 50 vezes o do pólo. A perda de massa, que é de $\dot{M} \sim 10^{-4} M_\odot/\text{ano}$, é praticamente dado pelo fluxo de matéria no disco (Zickgraf et al., 1989). O mesmo artigo assume a rotação como um fator de grande importância para a formação do modelo de duas componentes. Porém tais velocidades de rotação são de difícil obtenção.

Campos magnéticos também poderiam ter importância na determinação do ambiente estelar. Aqui não trabalharemos com tal possibilidade.

Uma confirmação da presença do disco são as linhas de emissão de baixa excitação de transições proibidas que se apresentam assimétricas ou divididas ([FeII] e [OI]). As larguras das linhas decrescem com o decréscimo da excitação das linhas, talvez indicando uma velocidade de rotação decrescente para fora.

Uma técnica de grande auxílio na confirmação ou não de ambientes não esféricos, principalmente para aquelas fontes não resolvidas é a polarimetria. Os processos físicos responsáveis pela polarização são o espalhamento Thomson, por elétrons livres, e o espalhamento Mie, por partículas de poeira. Existem poucos resultados de polarização. As estrelas CPD-52°9243 e MWC349 (Swings, 1981, e Elvius, 1974) possuem polarização intrínseca mostrando uma distribuição não esférica. Resultados semelhantes chegaram Zickgraf e Ladbeck (1989), que encontraram polarizações de 6-7% (MWC645) e 1-2% (MWC939).

No mapa de rádio (White e Becker, 1985) a MWC349 se apresenta como uma estrutura bipolar com lóbulos polares (direção N-S) e um disco empoeirado equatorial (direção E-W).

Boyd e Marlborough (1989) tentaram justificar a alta polarização observada através de um modelo de vento do tipo CAK conduzido radiativamente. Porém conseguiram na melhor das hipóteses uma polarização de apenas $\sim 0.05\%$, cerca de duas ordens de magnitude menor do que a observada (ver acima). Os autores tentam demonstrar tal polarização (baixa no modelo apresentado) através da pequena quantidade de radiação espalhada, que é consequência direta da rápida aceleração do vento do tipo CAK, conduzido por linhas fortes, e com um rápido decréscimo na densidade. Portanto, sugerem que se deva ter densidades maiores nas regiões equatoriais para ter a polarização observada, com modelos de vento deste tipo. Em outras palavras, deve-se ter um vento lento na região equatorial. As sugestões para se obter tal densidade são: a) Vento conduzido por dissipação de ondas acústicas (Pijpers e Hearn, 1989); b) Vento conduzido radiativamente por um grande número de linhas fracas, como foi proposto por Lamers (1986) para a P Cygni. Esta última sugestão será explorada nessa dissertação.

CAPITULO 2

AS EQUAÇÕES HIDRODINÂMICAS E O MODELO

A expansão das camadas mais externas da atmosfera de uma estrela, de forma contínua e rápida, é conhecida como vento estelar. No nosso caso (estrelas Supergigantes B[e]) o campo de radiação é tão intenso que o momentum concedido para o gás por fótons leva a um fluxo transônico e provoca um fluxo de massa muito grande. De um ponto de vista geral podemos dividir os ventos estelares em dois grandes grupos: radiativos (mantidos pela radiação, como no exemplo acima), e coronais (provocados unicamente pela expansão térmica do gás, como é o caso do vento solar). Por razões de completeza, e também por se tratar do caso mais simples, discutiremos brevemente o vento solar (coronal), para em seguida detalhar o caso de nosso interesse (radiativo).

Primeiramente vamos desenvolver as equações gerais que nos levarão à solução de um vento estelar. Para tanto vamos partir da hidrodinâmica para um fluido compressível ideal, admitindo-o como um gás perfeito. Ainda vamos supor que o material já esteja totalmente ionizado.

Vamos ver algumas propriedades básicas da cinemática do fluido. Temos um gás constituído de diferentes espécies de partículas (prótons, elétrons, etc.), cada espécie k com uma massa m_k e uma função distribuição $f_k(\vec{r}, \vec{v}, t)$ definida tal que $(f_k dx_1 dx_2 dx_3 dv_1 dv_2 dv_3)$ dá o número de partículas do tipo k no elemento de volume $(\vec{r}, \vec{r}+d\vec{r}) = [(x_1, x_1+dx_1), (x_2, x_2+dx_2), (x_3, x_3+dx_3)]$ com velocidades no intervalo $(\vec{v}, \vec{v}+d\vec{v}) = [(v_1, v_1+dv_1), (v_2, v_2+dv_2), (v_3, v_3+dv_3)]$ no instante t . Vamos assumir o plasma quimicamente homogêneo, tal que temos o mesmo número de diferentes espécies. Consideramos ainda que: a) Não existe movimento relativo entre uma espécie e outra; b) Todas as espécies têm a mesma

distribuição térmica especificada por uma única temperatura $T(\vec{r})$.

Assume-se a distribuição de velocidade microscópica como isotrópica (aproximação "um fluido").

A densidade numérica de partículas é dada por:

$$n_k(\vec{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} dv_1 dv_2 dv_3 f_k(\vec{r}, \vec{v}, t)$$

A densidade de massa da espécie k é $m_k n_k(\vec{r}, t)$ e a densidade total é: $\rho(\vec{r}, t) = \sum_k m_k n_k(\vec{r}, t)$

A velocidade média (velocidade do fluxo do fluido) na i -ésima direção é:

$$n_k \langle v_i \rangle_k = \iiint_{-\infty}^{+\infty} dv_1 dv_2 dv_3 f_k(\vec{r}, \vec{v}, t) v_i$$

Toma-se $\langle v_i \rangle_k$ como a mesma para todas as espécies e omitiremos o índice. A componente completa da velocidade v_i de uma determinada partícula é: $v_i = \langle v_i \rangle + v_i'$, onde v_i' é a velocidade térmica randômica na i -ésima direção (seu valor médio é nulo $\langle v_i' \rangle = 0$).

A velocidade completa do fluido é:

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \langle v_1 \rangle \hat{i} + \langle v_2 \rangle \hat{j} + \langle v_3 \rangle \hat{k} = v_1(\vec{r}, t) \hat{i} + v_2(\vec{r}, t) \hat{j} + v_3(\vec{r}, t) \hat{k}$$

O transporte de massa é dado pelo movimento do fluido e o fluxo de massa é dado por:

$$\sum_k m_k n_k (\langle v_1 \rangle \hat{i} + \langle v_2 \rangle \hat{j} + \langle v_3 \rangle \hat{k}) = (\sum_k m_k n_k) \vec{v} = \rho \vec{v}$$

A taxa de transporte da i -ésima componente do momentum (carregado pelas partículas), através de uma superfície orientada perpendicularmente à j -ésima direção, por partículas da espécie k , é:

$$\begin{aligned}
\Pi_{1j}^k(\vec{r}, t) &= m_k \iiint_{-\infty}^{+\infty} dv_1 dv_2 dv_3 f_k(\vec{r}, \vec{v}, t) v_1 v_j \\
&= m_k \iiint_{-\infty}^{+\infty} dv_1 dv_2 dv_3 f_k(\vec{r}, \vec{v}, t) (v_1 + v'_1) (v_j + v'_j) \\
&= m_k n_k(\vec{r}, t) (v_1 v_j + v_1 \langle v'_j \rangle_k + v_j \langle v'_1 \rangle_k + \langle v'_1 v'_j \rangle_k) \\
&= m_k n_k(\vec{r}, t) (v_1 v_j + \langle v'_1 v'_j \rangle_k)
\end{aligned}$$

onde, $\langle v'_1 v'_j \rangle_k = \langle (v'_1)^2 \rangle \delta_{1j} = (KT/m_k) \delta_{1j}$

Portanto:

$$\Pi_{1j}^k = m_k n_k v_1 v_j + (n_k KT) \delta_{1j} = m_k n_k v_1 v_j + P_k \delta_{1j}$$

onde P_k é a "pressão parcial" da espécie k . Somando sobre todas as espécies, o tensor "fluxo de momentum" ($\hat{\Pi}$) é dado por:

$$\Pi_{1j} = (\sum_k m_k n_k) v_1 v_j + (\sum_k P_k) \delta_{1j} = \rho v_1 v_j + P \delta_{1j}$$

onde agora "P" é a pressão total do gás.

II.1-EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE (Conservação da massa)

Vamos considerar um elemento de volume fixo $d\tau$ no fluido. Para que tenhamos a "conservação da massa", então a taxa de decréscimo da massa em $d\tau$ é a quantidade de fluxo de massa líquida para fora do elemento de volume através da superfície S que o envolve com a velocidade \vec{v} .

Ou seja:

$$\partial/\partial t (\int \rho d\tau) = -\oint (\rho \vec{v}) \cdot d\vec{S} = -\int \text{div}(\rho \vec{v}) d\tau \quad (1)$$

Onde no segundo membro o sinal negativo indica perda de massa e o membro do lado direito se obtém da equação da divergência de Gauss.

A equação (1) é verdadeira para qualquer elemento de volume $d\tau$, e portanto ao integrá-la, seus integrandos devem ser iguais:

$$\int (\partial\rho/\partial t)d\tau = -\int \text{div}(\rho\vec{v})d\tau \Rightarrow \partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho\vec{v}) = 0 \quad (2)$$

Obtemos assim a equação da continuidade. Seu significado é:

a variação temporal da densidade de massa em um dado volume arbitrário é igual à quantidade de densidade de massa, com velocidade \vec{v} , que sai do referido volume.

Na verdade o que nos interessa é obter equações em um sistema de coordenadas que facilite o trabalho com as estrelas. Por isso devemos ter essas equações em coordenadas esféricas.

Desenvolvendo a equação da continuidade temos:

$$\partial\rho/\partial t + (\vec{v} \cdot \text{grad})\rho + \rho(\text{div } \vec{v}) = 0 \quad (3)$$

Mas em coordenadas esféricas:

$$\text{grad} = \partial/\partial r \hat{r} + (1/r)\partial/\partial\theta \hat{\theta} + (1/r\text{sen}\theta)\partial/\partial\phi \hat{\phi} \quad (4)$$

O vetor velocidade tem as três componentes, ou seja:

$$\vec{v} = v_r \hat{r} + v_\theta \hat{\theta} + v_\phi \hat{\phi} \quad (5) \quad ; \text{ Temos:}$$

$$\vec{v} \cdot \text{grad} = v_r \partial/\partial r + (1/r)v_\theta \partial/\partial\theta + (1/r\text{sen}\theta)v_\phi \partial/\partial\phi \quad (6),$$

e

$$\text{div } \vec{v} = (1/r^2)\partial/\partial r(r^2 v_r) + (1/r\text{sen}\theta)\partial/\partial\theta(\text{sen}\theta v_\theta) + (1/r\text{sen}\theta)\partial v_\phi/\partial\phi$$

$$= (1/r^2)[r^2 \partial v_r / \partial r + 2rv_r] + (1/r \sin \theta)[v_\theta \cos \theta + \sin \theta \partial v_\theta / \partial \theta] + (1/r \sin \theta) \partial v_\phi / \partial \phi \quad (7)$$

A equação da continuidade (3) em coordenadas esféricas fica:

$$\partial \rho / \partial t + v_r \partial \rho / \partial r + (v_\theta / r) \partial \rho / \partial \theta + (v_\phi / r \sin \theta) \partial \rho / \partial \phi + \rho [\partial v_r / \partial r + (2/r) v_r + (v_\theta \cot \theta / r) + (1/r) \partial v_\theta / \partial \theta + (1/r \sin \theta) \partial v_\phi / \partial \phi] = 0$$

ou

$$\partial \rho / \partial t + \partial (\rho v_r) / \partial r + (2\rho / r) v_r + (1/r) \partial (\rho v_\theta) / \partial \theta + \cot \theta (\rho v_\theta / r) + (1/r \sin \theta) \partial (\rho v_\phi) / \partial \phi = 0 \quad (8)$$

II.2- EQUAÇÃO DO MOMENTUM

A densidade de momentum em um fluxo é o produto da densidade de massa pela velocidade da mesma, ou seja, $\rho \vec{v}$. Tome um elemento de volume fixo $d\tau$. A taxa de mudança no tempo do momentum em $d\tau$ é a soma das perdas do "fluxo de momentum" através da superfície S que engloba $d\tau$, e os ganhos da "força por unidade de volume" \vec{f} , agindo no material em $d\tau$. Ou seja:

$$\partial (\int \rho \vec{v} d\tau) / \partial t = - \int_s \vec{\pi} \cdot d\vec{S} + \int \vec{f} d\tau = \int (\vec{f} - \text{div } \vec{\pi}) d\tau \quad (9)$$

De novo, como $d\tau$ é arbitrário, temos:

$$\partial (\rho \vec{v}) / \partial t = -\text{div } \vec{\pi} + \vec{f} \quad (10)$$

Já sabemos a fórmula de $\vec{\pi}$, e substituindo-a ficamos

com:

$$\partial(\rho\vec{v})/\partial t + \text{div}(\rho\vec{v}\vec{v}) = -\text{grad } p + \vec{f} \quad (11)$$

$$\text{Ao definirmos; } D/Dt = \partial/\partial t + \vec{v}.\text{grad} \quad (12)$$

podemos escrever a equação (10) como:

$$\rho\partial\vec{v}/\partial t + \vec{v}\partial\rho/\partial t + \rho\vec{v}\text{div}(\vec{v}) + \vec{v}.\text{div}(\rho\vec{v}) = -\text{grad}(p) + \vec{f}$$

Onde o segundo e quarto termos são nulos ao aplicarmos a equação da continuidade. Ficamos com:

$$\rho\partial\vec{v}/\partial t + \rho\vec{v}\text{div}(\vec{v}) = -\text{grad}(p) + \vec{f} \quad \text{ou}$$

$\rho(\partial\vec{v}/\partial t + (\vec{v}.\text{grad})\vec{v}) = -\text{grad}(p) + \vec{f}$, que ainda toma a forma:

$$\rho D\vec{v}/Dt = -\text{grad}(p) + \vec{f} \quad (13)$$

Em coordenadas esféricas temos a equação do momentum:

$$\partial\vec{v}/\partial t + (\vec{v}.\text{grad})\vec{v} = (-1/\rho)\text{grad}(p) + \vec{f}/\rho$$

Lembrando que: $\vec{v} = v_r\hat{r} + v_\theta\hat{\theta} + v_\phi\hat{\phi}$, temos:

$$\partial\vec{v}/\partial t = \partial v_r/\partial t \hat{r} + \partial v_\theta/\partial t \hat{\theta} + \partial v_\phi/\partial t \hat{\phi} \quad (14)$$

Para "p" temos:

$$\text{grad}(p) = \partial p/\partial r \hat{r} + (1/r)\partial p/\partial \theta \hat{\theta} + (1/r\text{sen}\theta)\partial p/\partial \phi \hat{\phi} \quad (15)$$

O segundo termo do lado esquerdo fica:

$$\begin{aligned}
(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} &= [v_r \partial / \partial r + (v_\theta / r) \partial / \partial \theta + v_\phi / r \sin \theta \partial / \partial \phi] (v_r \hat{r} + v_\theta \hat{\theta} + v_\phi \hat{\phi}) \\
&= v_r \partial (v_r \hat{r}) / \partial r + v_r \partial (v_\theta \hat{\theta}) / \partial r + v_r \partial (v_\phi \hat{\phi}) / \partial r + \\
&(v_\theta / r) \partial (v_r \hat{r}) / \partial \theta + (v_\theta / r) \partial (v_\theta \hat{\theta}) / \partial \theta + (v_\theta / r) \partial (v_\phi \hat{\phi}) / \partial \theta + \\
&(v_\phi / r \sin \theta) \partial (v_r \hat{r}) / \partial \phi + (v_\phi / r \sin \theta) \partial (v_\theta \hat{\theta}) / \partial \phi + \\
&(v_\phi / r \sin \theta) \partial (v_\phi \hat{\phi}) / \partial \phi \\
&= v_r^2 \partial \hat{r} / \partial r + \hat{r} v_r \partial v_r / \partial r + v_r v_\theta \partial \hat{\theta} / \partial r + \hat{\theta} v_r \partial v_\theta / \partial r + v_r v_\phi \partial \hat{\phi} / \partial r \\
&+ \hat{\phi} v_r \partial v_\phi / \partial r + (v_r v_\theta / r) \partial \hat{r} / \partial \theta + (\hat{r} v_\theta / r) \partial v_r / \partial \theta + (v_\theta^2 / r) \partial \hat{\theta} / \partial \theta \\
&+ (\hat{\theta} v_\theta / r) \partial v_\theta / \partial \theta + (v_\theta v_\phi / r) \partial \hat{\phi} / \partial \theta + (\hat{\phi} v_\theta / r) \partial v_\phi / \partial \theta \\
&+ (v_r v_\phi / r \sin \theta) \partial \hat{r} / \partial \phi + (\hat{r} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_r / \partial \phi \\
&+ (v_\theta v_\phi / r \sin \theta) \partial \hat{\theta} / \partial \phi + (\hat{\theta} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_\theta / \partial \phi \\
&+ (v_\phi^2 / r \sin \theta) \partial \hat{\phi} / \partial \phi + (\hat{\phi} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_\phi / \partial \phi
\end{aligned}$$

Como: $\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}$
 $\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}$
 $\hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}$

Temos:

$$\partial \hat{r} / \partial r = \partial \hat{\theta} / \partial r = \partial \hat{\phi} / \partial r = 0, \quad \partial \hat{r} / \partial \theta = \hat{\theta}, \quad \partial \hat{\theta} / \partial \theta = -\hat{r}$$

$$\partial \hat{\phi} / \partial \theta = 0, \quad \partial \hat{r} / \partial \phi = \hat{\phi} \sin \theta, \quad \partial \hat{\theta} / \partial \phi = \hat{\phi} \cos \theta$$

$$\partial \hat{\phi} / \partial \phi = -\hat{r} \sin \theta - \hat{\theta} \cos \theta$$

Ficamos com:

$$\begin{aligned}
(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} &= (\hat{r} v_r) \partial v_r / \partial r + (\hat{r} v_\theta / r) \partial v_r / \partial \theta + (\hat{r} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_r / \partial \phi \\
&- \hat{r} v_\theta^2 / r - \hat{r} v_\phi^2 / r + (\hat{\theta} v_r) \partial v_\theta / \partial r + \hat{\theta} v_r v_\theta / r + (\hat{\theta} v_\theta / r) \partial v_\theta / \partial \theta \\
&+ (\hat{\theta} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_\theta / \partial \phi - \hat{\theta} v_\phi^2 \cot \theta / r + (\hat{\phi} v_r) \partial v_\phi / \partial r \\
&+ (\hat{\phi} v_\theta / r) \partial v_\phi / \partial \theta + \hat{\phi} v_r v_\phi / r + \hat{\phi} v_\theta v_\phi \cot \theta / r \\
&+ (\hat{\phi} v_\phi / r \sin \theta) \partial v_\phi / \partial \phi
\end{aligned}$$

Teremos as seguintes equações escalares (para as componentes em \hat{r} , $\hat{\theta}$ e $\hat{\phi}$) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + (v_\theta/r) \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + (v_\phi/r \sin \theta) \frac{\partial v_r}{\partial \phi} \\ - (v_\theta^2 + v_\phi^2)/r = (-1/\rho) \frac{\partial p}{\partial r} + f_r/\rho \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + (v_\theta/r) \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + (v_\phi/r \sin \theta) \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi} + v_r v_\theta/r \\ - v_\phi^2 \cot \theta / r = (-1/r\rho) \frac{\partial p}{\partial \theta} + f_\theta/\rho \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + (v_\theta/r) \frac{\partial v_\phi}{\partial \theta} + (v_\phi/r \sin \theta) \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + v_r v_\phi/r \\ + v_\theta v_\phi \cot \theta / r = (-1/r\rho \sin \theta) \frac{\partial p}{\partial \phi} + f_\phi/\rho \end{aligned} \quad (18)$$

II.3-EQUAÇÃO DA ENERGIA

Podemos obter a equação da conservação da energia fazendo uso da primeira lei da termodinâmica, onde diz que: a mudança na energia interna específica (por unidade de massa), "de", mais o trabalho feito pela pressão do gás, "pd", quando o volume específico muda de uma quantidade "d(1/ρ)", é igual à quantidade de calor por unidade de massa adicionada ao elemento, "dq". Ou seja:

$$de + pd(1/\rho) = dq \quad (19)$$

Se seguirmos o movimento de um elemento do fluido (Lagrangiano) por um tempo Δt, e supormos que o calor trocado com a vizinhança ocorra apenas através da "condução", com um fluxo condutivo " \vec{q}_c ", isso nos leva a uma taxa de perda de energia por unidade de massa de $(1/\rho) \text{div}(\vec{q}_c)$.

Da equação (19) temos então:

$$\rho\{D(e/Dt) + p[D(1/\rho)/Dt]\} = -\text{div}(\vec{q}_c) \quad (20)$$

Que é a equação de energia do gás. Normalmente podemos adotar $\vec{q}_c = -k(\text{grad } T)$, onde k é a condutividade térmica do material.

Da equação da continuidade vemos que $\rho[D(1/\rho)/Dt] = \text{div}(\vec{v})$, e teremos:

$$\rho(De/Dt) + p\text{div}(\vec{v}) = -\text{div}(\vec{q}_c) \quad (21)$$

Por outro lado, da equação do momentum, temos:

$$\rho[D(v^2/2)/Dt] + (\vec{v} \cdot \text{grad})p = \vec{v} \cdot \vec{f} \quad (22)$$

Somando (21) e (22) achamos a equação da energia total:

$$\rho\{D[(v^2/2) + e]/Dt\} + \text{div}(p\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{f} - \text{div}(\vec{q}_c) \quad (23)$$

ou,

$$\partial/\partial t\{[\rho v^2/2] + \rho e\} + \text{div}\{[\rho v^2/2] + \rho e + p\vec{v} + \vec{q}_c\} = \vec{v} \cdot \vec{f} \quad (24)$$

II.4-EQUAÇÕES DO VENTO ESTELAR

Essas três equações, conservação da massa, momentum e energia, devem ser resolvidas para termos a solução do vento estelar, achando assim os perfis de densidade, velocidade e temperatura em função da posição e do tempo. Além dessas, precisamos de uma equação de estado relacionando as grandezas termodinâmicas; adotaremos a de um gás perfeito, por simplicidade:

$$P = a^2 \rho \quad (25)$$

onde "a" é a velocidade da onda no meio (velocidade isotérmica do som no meio).

Ainda para um gás perfeito (ideal) a energia interna "e" tem a forma: $e = c_v T$ (26), onde c_v é o calor específico

a volume constante.

Descreveremos agora resumidamente as características de um vento do tipo solar (ou coronal). Para isso vamos ver que tipos de soluções podemos ter fazendo algumas simplificações. Supomos um fluido estacionário ($\partial/\partial t=0$), existência da simetria esférica ($\partial/\partial \theta = \partial/\partial \phi = 0$ e $v = v_r$) e que o gás seja um fluido compressível ideal. Além disso vamos ignorar viscosidade, sendo a gravidade a única força importante. O fluxo deve ser condutivo ($\vec{q}_c = -k \text{ grad}(T)$).

Assim as equações (8), (13), (24) e (25) ficam:

$$(1/r^2)d(r^2\rho v)/dr = 0 \quad (27)$$

$$v dv/dr = (-1/\rho) dp/dr - GM/r^2 \quad (28)$$

$$(1/r^2)d[r^2\rho v(v^2/2 + e + p/\rho)]/dr = (1/r^2)d[r^2k dT/dr]/dr - \frac{GM\rho v}{r^2} \quad (29)$$

$$P = 2nkT \quad , \text{ou,} \quad P = 2\rho kT/m \quad (30)$$

Onde usamos as seguintes relações para a força gravitacional, $f = -GM\rho/r^2$, e para a velocidade (velocidade isotérmica do som), $a^2 = 2kT/m$.

Ao integrarmos a equação (27) encontramos:

$$4\pi r^2 \rho v = C = \dot{M} \quad (31)$$

onde \dot{M} é a taxa de perda de massa.

Já da integral da equação da energia obtemos:

$$(4\pi r^2 n v) [mv^2/2 + 5kT - (GMm/r)] - (4\pi r^2) k (dT/dr) = E = C \quad (32)$$

onde temos, $e = 3kT/m$, $p/\rho = 2kT/m$ (gás ionizado de hidrogênio puro), e $C = \text{constante}$.

A equação (32) nos diz que o fluxo de energia através de uma superfície esférica é constante.

Vejamos o que ocorre no caso de uma coroa isotérmica. Neste caso não precisamos utilizar a equação da conservação da energia.

A equação (28) fica:

$$\rho v(dv/dr) = -2kT_0/m(d\rho/dr) - \rho(GM/r^2) \quad (33)$$

onde fazemos $T=T_0=\text{constante}$ (suposição ad-hoc).

Eliminamos ρ da equação (31):

$$\rho = \dot{M}/4\pi r^2 v \quad ,$$

obtemos:

$$d\rho/dr = -2\dot{M}/4\pi r^3 v - \dot{M}/4\pi r^2 v^2 (dv/dr) \quad (34)$$

Substituindo estas duas equações na (33) temos:

$$\begin{aligned} \dot{M}/4\pi r^2 (dv/dr) = & -2kT_0/m(-2\dot{M}/4\pi r^3 v - \dot{M}/4\pi r^2 v^2 (dv/dr)) \\ & - (GM/r^2) \dot{M}/4\pi r^2 v \end{aligned}$$

$$dv/dr = -2kT_0/m(-2/rv - (1/v^2) dv/dr) - GM/r^2 v$$

$$v(dv/dr) - 2kT_0/mv(dv/dr) = 4kT_0/mr - GM/r^2$$

$$1/v(dv/dr)(v^2 - 2kT_0/m) = 4kT_0/mr - GM/r^2 \quad (35)$$

Vamos ver o que nos diz esta equação:

Para um determinado raio chamado de raio crítico, $r=r_c = GMm/4kT_0$, o lado direito da equação se anula e teremos então:

$$(dv/dr)|_{r=r_c} = 0 \quad , \text{ ou}$$

$$v(r=r_c) = v_c = (2kT_0/m)^{1/2}$$

onde $v_c = v_s$ (velocidade do som).

Portanto se $(dv/dr)|_{r=r_c} = 0$, então teremos duas possibilidades:

i) $v(r=r_c) < v_c$, onde teremos um máximo relativo nos dando velocidades do vento subsônicas; do tipo (1) no gráfico II.1

ii) $v(r=r_c) > v_c$, onde teremos um mínimo relativo nos dando velocidades do vento supersônicas; do tipo (2) no

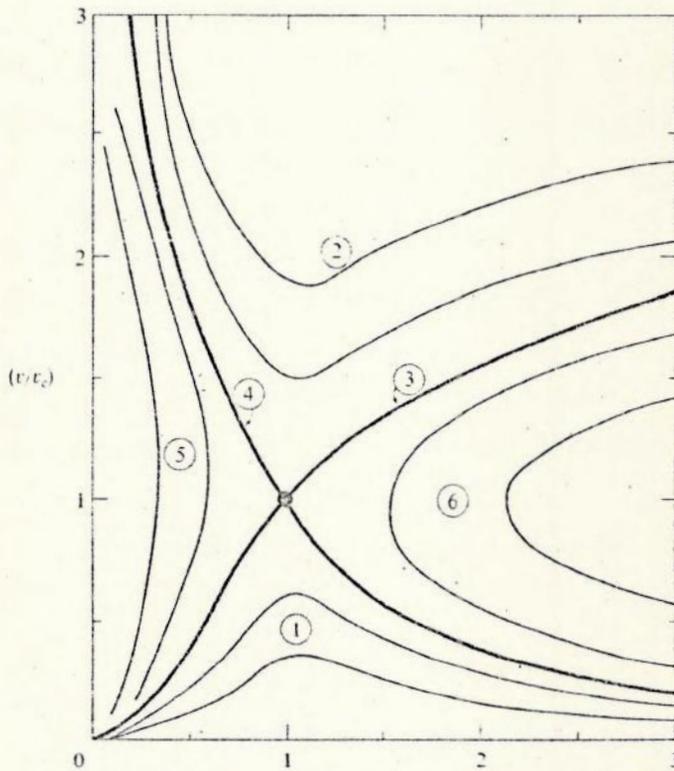
gráfico II.1.

No caso de $(dv/dr)|_{r=r_c} \neq 0$ e $\neq \infty$, ou, $v(r=r_c)=v_c$, teremos:

i) $(dv/dr)|_{r=r_c} > 0$, onde a velocidade cresce monotonicamente, partindo de velocidades subsônicas ($v < v_c$) para $r < r_c$ até velocidades supersônicas ($v > v_c$) para $r > r_c$, do tipo (3) no gráfico;

ii) $(dv/dr)|_{r=r_c} < 0$, onde a velocidade decresce monotonicamente, partindo de velocidades supersônicas ($v > v_c$) para $r < r_c$ até velocidades subsônicas ($v < v_c$) para $r > r_c$, do tipo (4) no gráfico.

Aqui fazemos a representação gráfica do que acabamos de apresentar.



Observacionalmente não podemos aceitar as soluções (2) e (4), pois tais soluções afirmam a existência de um vento supersônico na base da coroa estelar se expandindo, o que não é verificado.

Analisemos a solução do tipo (1). Para $r \rightarrow \infty$ (r_∞) da equação da continuidade:

$$\dot{M} = 4\pi r_\infty^2 \rho_\infty v_\infty$$

e da condição do tipo (1) ($v_\infty=0$) temos: $\rho = \rho_\infty \neq 0$, e

$$p_\infty = 2\rho_\infty kT_\infty/m = 2\rho_\infty kT_0/m \neq 0$$

indicando que a pressão no infinito é maior do que a pressão interestelar, sendo esta solução rejeitada.

Para a solução do tipo (3) teremos: $v_\infty \neq 0$, exigindo que $\rho_\infty = 0$, e portanto $p_\infty = 0$. Teremos, assim, um vento transônico e esta é solução desejada.

A solução (3) não representa a solução verdadeira, uma vez que diz que a velocidade aumenta indefinidamente. Isso é consequência da consideração da coroa como absolutamente isotérmica. Mas ela guarda as características principais da solução: o vento é subsônico para $r < r_c$ e passa a ser supersônico para $r > r_c$. É esse comportamento que devemos esperar de nossos resultados.

Tendo em vista as características gerais da solução de um vento estelar, através do vento solar, podemos tratar de nosso caso específico, ou seja, de um modelo de vento radiativo. Vamos continuar trabalhando em coordenadas esféricas (r, θ, ϕ), o centro da estrela em $r=0$ e o plano equatorial definido por $\theta=\pi/2$. A estrela gira em torno do eixo perpendicular ao plano equatorial e o sentido de rotação determina o ângulo azimutal. Então o problema apresenta apenas simetria axial. Também consideramos um estado estacionário. Essas suposições vêm do fato de que os ventos possuem uma componente regular, relativamente estável, com a superposição de eventos episódicos fortemente variáveis; nos interessa a componente mais estável.

A equação da energia, por ser demasiadamente complicada, é ignorada e substituída por uma variação da temperatura na envoltória da estrela da forma abaixo:

$$T(r, \theta) = T_1(\theta)T_2(\theta) \quad (36)$$

Assumimos ainda um campo de velocidades do tipo:

$$\vec{v} = v_r(r, \theta)\hat{r} + v_\phi(r, \theta)\hat{\phi} \quad (37)$$

onde desprezamos correntes meridionais (v_θ). Diante disto estamos procurando obter soluções particulares das equações fundamentais, que são:

$$\partial\rho/\partial t + \text{div}(\rho\vec{v}) = 0 \quad (38)$$

$$\rho[\partial\vec{v}/\partial t + \vec{v} \cdot \text{grad}(\vec{v})] + \text{grad}(p) + \vec{F} + \vec{f} = 0 \quad (39)$$

$$p = a^2\rho \quad (40)$$

Onde temos que: ρ é a densidade, \vec{v} é a velocidade e p é a pressão do gás; \vec{F} a força volumétrica (body force) total por unidade de volume e \vec{f} a força dissipativa de contato (boundary force) total por unidade de volume agindo em um elemento do fluido. "a" é a velocidade isotérmica do som.

Das simplificações que adotamos, a equação da continuidade toma a forma reduzida:

$$(1/r^2)\partial(r^2\rho v_r)/\partial r = 0$$

Que ao integrarmos se torna:

$$\Phi(\theta) = r^2\rho v_r \quad (41)$$

Onde Φ é o fluxo de massa por unidade de ângulo sólido. Integrando sobre todo ângulo sólido encontramos a perda de massa total \dot{M} :

$$\dot{M} = \int \Phi(\theta) d\Omega \quad (42)$$

Trabalhando com as três componentes do movimento (16), (17) e (18), temos para a componente radial:

$$v_r \partial v_r / \partial r - v_\phi^2 / r + (1/\rho) \partial p / \partial r + F_r / \rho + f_r / \rho = 0 \quad (43)$$

Vamos considerar que a força gravitacional (da estrela central) e a pressão de radiação (do contínuo e das linhas) agem em cada elemento do fluido, e que f é nula na

componente radial. Teremos:

$$v_r \partial v_r / \partial r - v_\phi^2 / r + (1/\rho) \partial p / \partial r + GM(1-\Gamma) / r^2 - (1/\rho) F^1 = 0 \quad (44)$$

O segundo termo é a aceleração centrífuga; o quarto termo dá a gravidade efetiva; e o último termo é a aceleração originada pela opacidade das linhas. Aqui aparece o parâmetro Γ que é dado por:

$$\Gamma = \sigma_e L / 4\pi G M c \quad (45)$$

onde:

σ_e → opacidade eletrônica por unidade de massa;

L → luminosidade estelar;

G → constante gravitacional;

M → massa do objeto;

c → velocidade da luz.

Falta-nos introduzir uma expressão para a força radiativa das linhas. Essa força é de grande importância no comportamento do vento. Pequenas alterações podem provocar grandes mudanças na velocidade terminal (a velocidade a grandes distâncias, que é praticamente constante como veremos adiante) e na perda de massa. Nos trabalhos iniciais fazia-se uso de uma fonte pontual de radiação (a estrela), e essa suposição não dava resultados satisfatórios quando confrontados com as observações. Por isso usaremos a chamada correção de disco finito. Além disso a expressão usada é proveniente da aproximação de Sobolev. Portanto a força radiativa das linhas pode ser expressa como:

$$F^1 / \rho = \sigma_e L / 4\pi c r^2 [M(T)] \quad (46)$$

onde o multiplicador de força $M(T)$ é dado por:

$$M(T) = k(T)^{-\alpha} [n_e / W(r)]^\delta g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] \quad (47)$$

e:

$$T = [\sigma_e \rho v_{th} / (\partial v_r / \partial r)] \quad (48)$$

Uma discussão detalhada sobre essa expressão pode ser encontrada em CAK (1975) ou PPK (1986).

Esse multiplicador é uma parametrização do somatório das opacidades de todas as linhas que contribuem para o vento (CAK); v_{th} é a velocidade térmica dos íons ao longo da envoltória; n_e é a densidade eletrônica, e $W(r)$ o fator de diluição geométrica. k , α e δ são parâmetros da força radiativa. k dá o número total de linhas que efetivamente impulsionam o vento; α é a razão entre as linhas opticamente espessas e finas; e δ está relacionado com modificações na estrutura de ionização da envoltória.

Esse parâmetro foi introduzido por Abbott (1982) tendo seu valor compreendido entre $0 < \delta < 0.1$ (Kudritzki e outros, 1989). Desprezaremos seus efeitos (ver Friend e Abbot, 1986). Como estamos tratando de um modelo fora da simetria esférica, a força radiativa pode ser diferente para cada região, e sabe-se que depende da densidade e da metalicidade. $g[r, v_r, \partial v_r / \partial r]$ é o fator de correção de disco finito e é dado por:

$$g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] = \frac{1 - [1 - (R/r)^2 + (R/r)^2 (v_r/r) / (\partial v_r / \partial r)]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) (R/r)^2 [1 - (v_r/r) / (\partial v_r / \partial r)]} \quad (49)$$

Fazendo todas as substituições acima na equação (44) chegaremos a:

$$v_r \partial v_r / \partial r - v_\phi^2 / r + (1/\rho) \partial p / \partial r + GM(1-\Gamma) / r^2 - (C_1 / r^2) [r^2 v_r \partial v_r / \partial r]^\alpha g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] = 0 \quad (50)$$

onde:

$$C_1 = \Gamma G M k / [\sigma_e v_{th} \Phi(\theta)]^\alpha \quad (51)$$

é um autovalor da equação. Portanto, da solução teremos o fluxo de massa $\Phi(\theta)$.

Trabalhando agora com a componente azimutal da velocidade, temos:

$$v_r \partial v_\phi / \partial r + v_r v_\phi / r = f_\phi \quad (52)$$

onde f_ϕ é uma força do tipo viscosa por unidade de massa. Se $f_\phi=0$, teríamos a conservação do momento angular ($v_\phi r=c^{1/\alpha}$), hipótese que achamos muito restritiva, adotando assim $f_\phi \neq 0$. Não sabemos como representar f_ϕ e por isso iremos adotar a seguinte solução "ad-hoc" da equação (52):

$$v_\phi(r, \theta) = V_1 \sin(\theta) (R/r)^\beta, \quad -1 \leq \beta \leq 1 \quad (53)$$

onde V_1 é a velocidade equatorial fotosférica e β é um parâmetro variável, onde: $\beta=1$ dá a conservação do momento angular por unidade de massa e $\beta=-1$ dá a rotação do corpo rígido.

Podemos reescrever a equação (53) como:

$$v_\phi(r, \theta) = \chi [GM(1-\Gamma)/R]^{1/2} \sin(\theta) [R/r]^\beta \quad (54)$$

onde χ é a razão entre a aceleração centrífuga no equador e a gravidade efetiva, e R é o raio fotosférico. Para grandes valores de χ (≥ 0.75) devemos levar em conta a distorção da estrela pela rotação e a variação de R com a latitude.

A componente azimutal será então:

$$\begin{aligned} [v_r - a^2(r, \theta)/v_r] \partial v_r / \partial r = [-Gm(1-\Gamma)/r^2] [1 - \\ \chi^2 \sin^2(\theta) (R/r)^{2\beta-1}] + 2a^2/r - \partial a^2 / \partial r + \\ (C_1/r^2) [r^2 v_r \partial v_r / \partial r]^\alpha g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] \end{aligned} \quad (55)$$

Já para a componente meridional da velocidade teremos:

$$-v_\phi^2 \cotg(\theta) + (1/\rho) \partial p / \partial \theta = 0 \quad (56)$$

Combinando as equações (41), (42), (54) e (56) pode-se chegar a:

$$\Phi(\theta) = \Phi(0) \frac{v_r(r, \theta) a^2(r, 0)}{v_r(r, 0) a^2(r, \theta)} \exp\left\{ (R/r)^{2\beta} v_1^2 \int_0^\theta \frac{\sin(\theta) \cos(\theta)}{a^2(r, \theta)} d\theta \right\} \quad (57)$$

Se assumirmos:

$$a^2(r, \theta) = a_1(\theta) \cdot a_2(r)$$

teremos, ao substituir na equação acima, (57),:

$$a_2(r) = \lambda (R/r)^{2\beta} \quad (58), \text{ e}$$

$$v_r(r, \theta) = v_1(\theta) \cdot v_2(r) \quad (59)$$

onde λ é arbitrário (porém $c^{\pm \epsilon}$).

A equação (58) exige que $\beta=0$ para a envoltória isotérmica, o que contradiz a equação (54), para um escoamento completamente não viscoso onde $\beta=1$. Essas duas hipóteses, portanto, não podem ser adotadas em conjunto.

Se definirmos então:

$$a^2(R, \theta) = a_0^2(\theta) \quad (60)$$

teremos:

$$a^2(r, \theta) = a_0^2(\theta) (R/r)^{2\beta} \quad (61)$$

e então:

$$\partial a^2 / \partial r = (-2\beta a_0^2 / R) (R/r)^{2\beta+1} \quad (62)$$

Chegamos então na equação básica que descreve o vento, a saber:

$$\begin{aligned} [v_r - (a_0^2/v_r) (R/r)^{2\beta}] \partial v_r / \partial r + [GM(1-\Gamma)/r^2] [1 - \\ \chi^2 \sin^2(\theta) (R/r)^{2\beta-1}] = (2a_0^2/R) (1+\beta) (R/r)^{2\beta+1} + \\ [C_p(r)/r^2] [r^2 v_r \partial v_r / \partial r]^\alpha g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] \end{aligned} \quad (63)$$

onde: $C = [\Gamma GMk] / [\sigma_e v^* \Phi(\theta)]^\alpha$, $p(r) = (r/R)^{\beta\alpha}$, e

$$g[r, v_r, \partial v_r / \partial r] = \frac{1 - [1 - (R/r)^2 + (R/r)^2 (v_r/r) / (\partial v_r / \partial r)]^{1+\alpha}}{(1+\alpha) (R/r)^2 [1 - (v_r/r) / (\partial v_r / \partial r)]}$$

e v^* é a velocidade térmica na fotosfera.

Para resolver essa equação fixamos θ e integramos

numericamente na coordenada radial r . (o que é permitido pela equação 59). Fazendo para diversos ângulos θ obtemos o perfil da velocidade radial $v_r(r, \theta)$ e o fluxo de massa em cada latitude $\Phi(\theta)$. Depois voltamos à equação (41) da continuidade e à equação (42), onde obtemos a densidade ρ e a taxa total de perda de massa \dot{M} , respectivamente.

Uma discussão maior a respeito da equação e sua solução pode ser encontrada em CAK, Abbott (1980), Marlborough e Zamir (1984). Além disso a obtenção da solução, que apenas apresentaremos de maneira bastante breve e qualitativa, pode ser vista com detalhes na tese de doutorado de Francisco X. de Araújo (1990) pelo O.N.

Para obtermos a solução desejada devemos seguir os seguintes passos, no processo iterativo:

Na primeira iteração tomamos apenas a dependência em r de $g[r, v_r, dv_r/dr]$; nos passos subsequentes utilizamos os valores atualizados de $v(r)$ e $dv(r)/dr$.

1ª) Condições de regularidade e singularidade restringem os possíveis valores de r_c ;

2ª) A exigência adicional $\tau(r)=2/3$ (profundidade ótica) "amarra" esse valor;

3ª) Integração para "dentro" e para "fora" nos dá novos valores de $v(r)$ e dv/dr que são usados em $g[r, v, dv/dr]$;

4ª) Voltamos ao passo 1ª.

A convergência é relativamente rápida, necessárias entre 4 e 6 iterações na maioria dos casos.

É importante apenas ressaltar que as tais condições de regularidade e singularidade, em princípio, garantem que a solução $v(r)$ e sua derivada dv/dr sejam contínuas em r_c , onde acontece a passagem do ramo inferior para o ramo superior.

Além disso devemos fazer a correção do disco finito. Teremos então as seguintes equações:

$$v^2 = a_0^2 (R/r)^{2\beta} + \frac{(\alpha/1-\alpha)}{-\beta r \pm r} \frac{W_1}{W^{1/2}} \quad (64)$$

$$r^2 v dv/dr = (\alpha/1-\alpha) GM(1-\Gamma) [1 - \chi^2 \sin^2 \theta (R/r)^{2\beta-1}] - a_0^2 R (R/r)^{2\beta-1} W_3 \quad (65)$$

$$\Phi(\theta) = [(\Gamma GM k)^{1/\alpha} / \sigma_e v^*] (r/R)^\beta [(1-\alpha)/(Y_1/2)]^{1/\alpha} \left[\sum b_n (R/r)^n \right]^{1/\alpha} \quad (66)$$

onde:

$$W = \beta^2 + \left[\frac{2GM/a_0^2 R}{a_0^2 R(1-\alpha)} \right] (1-\Gamma) \chi^2 \sin^2 \theta (1-2\beta) + 4 - 4\beta(2\beta+1) + \frac{(r/R)^{2\beta-1} W_1 (\alpha\beta - 2W_2)}{a_0^2 R(1-\alpha)}$$

$$W_1 = 2GM(1-\Gamma) [1 - \chi^2 \sin^2 \theta (R/r)^{2\beta-1}] - 4a_0^2 R (R/r)^{2\beta-1} (1+\beta)$$

$$W_2 = \left[\sum n b_n (R/r)^n \right] \left[\sum b_n (R/r)^n \right]$$

$$W_3 = [2\alpha/(1-\alpha) + (\beta/2) \{ [4\alpha/1-\alpha] + 1 \} - (1/2) W^{1/2}]$$

$$g[r, v, dv/dr] = \sum b_n (R/r)^n$$

Esse procedimento é feito para cada θ . Assim chegamos aos resultados desejados.

CAPITULO III

APLICAÇÃO DO MODELO ÀS SUPERGIGANTES B[e]

III.1-Discussão a respeito dos parâmetros.

Como primeiro passo no meu envolvimento com os ventos estelares e com o modelo aqui apresentado, repeti os modelos já feitos por Francisco X. de Araújo, aplicado às estrelas Be. Isso me possibilitou ficar familiarizado com o comportamento das soluções quando havia alguma mudança nos parâmetros, e ao mesmo tempo entender melhor o programa computacional.

Feito isso passei a lidar com as Supergigantes B[e]. Os parâmetros estelares utilizados foram os mesmos citados por Boyd e Marlborough (1990; daqui em diante referenciado como BM), idênticos aos obtidos por Lamers (1986). Adotamos então a massa estelar $M=30M_{\odot}$, raio $R=75R_{\odot}$, luminosidade $L=8.11 \times 10^5 L_{\odot}$ e temperatura efetiva $T_{\text{eff}}=20000\text{K}$.

Cabe aqui dizer que nosso primeiro objetivo seria comparar os resultados de BM com os resultados que nós obtivemos aplicando nosso modelo. Neste artigo (BM) foi usado o valor $\Gamma=0.5$, e não foi considerada distorção pela rotação. Foram usados os valores $k=0.28$ e $\alpha=0.56$, e uma lei de temperatura eletrônica variando com $r^{-1/2}$. Ao assumir a rotação, fizeram a velocidade rotacional obedecendo à lei de $1/r$.

Antes de apresentarmos os resultados encontrados, precisamos discutir o papel de alguns parâmetros e justificar os valores usados.

Já comentamos anteriormente a importância da taxa de rotação, que pode modificar, entre outras grandezas, a velocidade terminal (v_{∞}) e o fluxo de massa $\dot{\Phi}$. Em nosso trabalho variamos a mesma de um grande intervalo (0.0 a 0.9).

A temperatura na envoltória circunstelar segue a lei:

$$T(r) = T_{\text{eff}} [R/r]^{2\beta} \quad (67)$$

Sua obtenção pode ser vista com detalhes na defesa de tese de doutorado por Francisco X. de Araújo (O.N., 1990). Lá é mostrado que o parâmetro β que aqui aparece está relacionado também com o comportamento da componente ϕ da velocidade (v_ϕ) e pode assumir valores entre $-1 \leq \beta \leq 1$. Ao se tomar o valor $\beta=1$ estamos considerando a conservação do momento angular. Na presença de um campo magnético ou de viscosidade não podemos considerar tal conservação (ver Poe e Friend, 1986). Na maioria dos modelos é usado o valor $\beta=0.5$, indicando movimento kepleriano. Inicialmente testamos valores de $\beta=0.1$ até $\beta=0.5$. Como β influencia, tanto a velocidade rotacional quanto a temperatura na envoltória estelar, devemos ter valores de β que façam essas grandezas dependerem de r de maneira aceitável, o que não ocorre para valores maiores do que $\beta=0.5$ (decréscimo $> 1/r$). Convém ainda ressaltar que pode ser mostrado que as leis de velocidade rotacional e temperatura de BM são inconsistentes se adotadas simultaneamente.

De grande importância são os parâmetros k e α da força radiativa. Esses parâmetros estão relacionados com as linhas que aceleram o vento e, a rigor, podem estar livres para escolha. Dependem ainda da dinâmica do vento. O cálculo desses parâmetros exige grande esforço computacional. Geralmente se usam valores médios tabelados por Abbott (1982), que mostra os valores destes em função da temperatura efetiva, gravidade e densidade. Com exceção de Pauldrach (1987), que usa uma dependência radial, todos os trabalhos consideram os valores de k e α os mesmos em todas as regiões estelares.

Consequentemente a aceleração radiativa é fortemente dependente das condições físicas e de quais linhas impulsionam o vento. Recentemente (Baade, 1987, BM, 1990)

argumentaram a favor de que a aceleração radiativa não é uniforme em estrelas Be e Supergigantes B[e], devido às diferentes condições físicas em diferentes regiões dessas estrelas. Considerando tal suposição, as regiões polares, que são mais quentes e rarefeitas, devem ter um vento impulsionado por linhas fortes de ressonância de elementos altamente ionizados, como o nitrogênio V e o carbono IV, mas estas em um número não muito grande. Já ao longo do equador, mais frio e denso, numerosas linhas de elementos de baixa excitação como o ferro II e o ferro III devem ser dominantes. Citamos anteriormente que α dá a razão entre as linhas "fortes" e "fracas", enquanto k dá o número total de linhas que impulsionam o vento.

Do que apresentamos acima devemos ter um valor de α maior no pólo do que no equador, e por outro lado, k deve ser maior no equador.

Primeiramente trabalhamos com os valores de BM, onde, $\alpha=0.56$ e $k=0.28$ para o equador e pólo. Depois fomos buscar valores mais realísticos com os modelos teóricos e usamos $\alpha_e=0.5$ e $k_e=0.5$ (o índice e indica equador). Ainda recorreremos às expressões intermediárias para outros ângulos θ :

$$\alpha_{\theta} = \alpha_p + (\alpha_e - \alpha_p) \text{sen}\theta \quad (68)$$

$$k_{\theta} = k_p + (k_e - k_p) \text{sen}\theta$$

achando assim, por exemplo, $\alpha_{45^\circ}=0.518$ e $k_{45^\circ}=0.436$.

Sabe-se, com bastante confiança, que a taxa de perda de massa depende essencialmente de k e que a velocidade terminal é função de α (Poe e Friend, 1986; Kudrikati e outros, 1989). O comportamento dessas grandezas deve ser o seguinte: a) ao fixarmos α e variar crescentemente k , o fluxo de massa deverá crescer monotonicamente enquanto que a velocidade terminal se mantém constante; b) ao fixar k e variar α crescentemente, a velocidade terminal crescerá e o

fluxo de massa sofre pequenas variações (diminuindo no início e crescendo depois lentamente).

III.2-RESULTADOS

Nossa primeira tentativa de comparar os resultados encontrados por BM, com seus parâmetros aplicados, ao nosso modelo foi infrutífera. Apesar de testarmos várias mudanças em alguns parâmetros do artigo (basicamente os parâmetros χ , α e β), nosso modelo não conseguia chegar a uma boa reprodução. Fizemos inclusive o parâmetro β assumir dois valores diferentes para satisfazer as leis de velocidade rotacional e temperatura sugeridas por BM, confrontando com nossas idéias; porém ainda assim não chegamos num resultado seguro. Na tentativa de solucionarmos o problema aumentamos para seis o número de iterações de nossa rotina (computacional), e começamos a obter melhores resultados.

Apresentamos na Tabela I os resultados mais interessantes obtidos neste trabalho. Nosso interesse maior é comparar os resultados do pólo com os do equadõr a fim de confirmarmos o modelo do vento apresentado no início desta dissertação. Fizemos também para valores intermediários para o fim, ainda, de comparação de $\rho(r)$ e $v(r)$.

TABELA I

χ	β	θ	$r_c(10^3\text{km})$	$\Phi(10^{-7}M_{\odot}/\text{ano.sr})$	$v_{\infty}(\text{km/s})$
0.0	0.25	0	3.4197	4.68	633 (*)
		90	3.4330	4.70	631 (*)
0.5	0.25	45	0.6392	14.56	701 (**)
		90	1.0230	6.29	880 (*)
		90	0.5660	26.02	551
0.7	0.25	45	0.6433	17.51	647 (**)
		90	0.9016	10.19	706 (*)
		90	0.5630	41.46	479

(*) Valores obtidos para $k=0.28$ e $\alpha=0.56$, do artigo de BM;

(**) valores obtidos para $k=0.436$ e $\alpha=0.518$;

Os demais valores adotam $k=0.5$ e $\alpha=0.5$

Nossos primeiros resultados ficaram de bom acordo com a velocidade terminal apresentada por BM ($v_{\infty}=637$ km/s) uma vez que o valor encontrado foi $v_{\infty}=633$ km/s, usando os mesmos valores para k e α que estes últimos. O gráfico 1, Apêndice, nos mostra o perfil da velocidade em relação à distância da estrela para o pólo. Nele podemos observar claramente uma descontinuidade por volta de $6 < r/R < 7$. Esse foi nosso segundo problema a enfrentar. Mais adiante discutirei essa descontinuidade; por ora admitimos que sua presença não altera significativamente os resultados. Para contornar esse problema foram feitas tentativas de modificação no programa, novamente, mas o salto continuou aparecendo a medida que modificamos os valores de β . Vale ressaltar que não conseguimos resultados para valores de $\beta < 0.25$. Sendo assim, não conseguimos, por exemplo, modelar o vento para uma envoltória isotérmica ($\beta=0.0$).

A mesma descontinuidade aparece, como deveria ser,

quando analisamos a relação entre a densidade e a distância à estrela, como mostra o gráfico 2. Esses dois gráficos levam em conta os seguintes valores: $k=0.28$ e $\alpha=0.56$. É a primeira linha da Tabela I.

Para uma taxa de rotação nula ($\chi=0.0$), os valores para o equador não diferem do pólo como deveria ser, apresentado na segunda linha da Tabela I.

Analisemos agora os resultados obtidos com os seguintes parâmetros: $k=0.5$ e $\alpha=0.5$.

Os gráficos de número 3 a 6 mostram as relações entre as velocidades e densidades em relação à distância da estrela, com taxas de rotação iguais a $\chi=0.5$ (gráficos 3 e 4) e $\chi=0.7$ (gráficos 5 e 6). Diferente dos gráficos 1 e 2, os acima mencionados não apresentam nenhuma descontinuidade.

~~Novamente,~~ ao aumentarmos a taxa de rotação, a velocidade terminal diminui e a taxa de perda de massa aumenta, como esperávamos.

Ao usarmos os valores de k e α , através da fórmula (68), para o ângulo intermediário ($\theta=45^\circ$), obtivemos os resultados apresentados também na Tabela I. O mesmo comportamento de $\rho(r)$ e $v(r)$ foi observado. Porém, como mostram os gráficos 7 a 10, voltamos a ter descontinuidade nos resultados.

Cabe-nos agora discutir essa descontinuidade que se mostrou presente em nossos resultados. Como vimos acima, ela aparece em diferentes latitudes, onde teremos diferentes valores para os parâmetros k e α , como é necessário para o modelo de vento estelar aqui apresentado. Assim, do gráfico (II.1), nossa solução do vento passa de velocidades subsônicas para $r < r_c$ até velocidades supersônicas para $r > r_c$. A descontinuidade, quando presente, se dá justamente na passagem pelo ponto crítico e ocorre porque a função derivada dv/dr tende a valores distintos quando nos aproximamos de r_c por um ou outro lado. Uma razão para essa descontinuidade talvez esteja na dependência de dv/dr em

relação ao parâmetro α (isto pode ser visto na equação 64 do Capítulo II). Por ser uma dependência exponencial, α é responsável pelo caráter não linear desta equação. Quando $\alpha=0.5$ a solução é relativamente bem comportada, mas ao nos afastarmos desse valor acentuamos fortemente a não linearidade.

Ainda podemos recorrer, como explicação da descontinuidade, a um problema numérico. Este seria consequência da rotina utilizada no método numérico de resolução. Tal rotina foi usada com êxito por Francisco X. de Araújo para estrelas Be. Seria necessário trabalhar mais em cima dessa rotina para ver se ela poderia causar tal problema.

Vejamos o que podemos concluir dos dados obtidos. Como usamos diferentes valores para k e α (aqueles usados por BM e os que achamos mais realísticos, pelo menos em nosso modelo), devemos analisá-los separadamente.

Para $k=0.28$ e $\alpha=0.56$ vemos que o fluxo de massa aumenta ao sairmos do pólo para o equador, e ao aumentarmos a taxa de rotação. Isso indica a dependência esperada do fluxo de massa equatorial com a taxa de rotação, ou seja, a rotação auxilia no processo de perda de material. O comportamento da velocidade terminal é complicado. A velocidade terminal aumenta até aproximadamente uma taxa de rotação $\chi=0.5$ e depois decresce para valores maiores de χ .

Dos resultados obtidos para $k=0.5$ e $\alpha=0.5$ podemos concluir que a velocidade terminal diminui com a taxa de rotação, no equador. Já o fluxo de massa nessa latitude aumenta com a mesma, resultados que concordam bem com a teoria e com a literatura.

O mesmo comportamento descrito acima surge para $k=0.436$ e $\alpha=0.518$, obtidos para uma latitude de 45° .

Podemos ainda concluir, através da tabela I, que em relação à latitude, o fluxo de massa cresce à medida que se

aproxima do equador, e ao mesmo tempo a velocidade terminal decresce. Esse comportamento vem bem de encontro com toda a teoria apresentada aqui.

Nossos resultados vão até $\chi=0.7$. Isso se deve ao fato de não conseguirmos soluções para valores de $\chi > 0.7$. Tal problema também é citado por BM, que extrapolaram resultados para $\chi=0.8$. Portanto vamos comparar qualitativamente nossos resultados para $\chi=0.7$ com os de BM para $\chi=0.8$.

Estes últimos chegaram a resultados que dizem que a razão entre o fluxo de massa equatorial para o polar é igual a "1" para uma taxa de rotação nula, ou seja, $\Phi_e/\Phi_p=1$ ($\chi=0.0$), e cresce para um valor igual a "2.2" para uma taxa de rotação igual a 0.8 da velocidade crítica, quer dizer, $\Phi_e/\Phi_p=2.2$ ($\chi=0.8$). Nossos resultados para $\chi=0.7$ são: $\Phi_e/\Phi_p=8.9$. Lembrando que as observações sugerem um fluxo de massa equatorial cerca de 2 ordens de grandeza superior ao polar, podemos concluir que nosso resultado, apesar de bem melhor do que os obtidos em outros trabalhos, ainda não permite estabelecer um acordo quantitativo com as observações.

Quanto à velocidade BM obtiveram valores que vão desde $v_{\omega e}/v_{\omega p}=1$ para $\chi=0.0$, até $v_{\omega e}/v_{\omega p}=0.45$ para $\chi=0.8$. De nossos resultados obtivemos para $\chi=0.7$ o valor $v_{\omega e}/v_{\omega p}=0.76$. Ou seja, a velocidade terminal no equador, apesar de diminuir, continua alta em relação à obtida por BM.

Como comparação, ainda podemos tirar um valor intermediário para $\theta=45^\circ$. Resulta-nos $\Phi_{45}/\Phi_p=3.7$ e $v_{\omega 45}/v_p=1.02$ para $\chi=0.7$. Estes resultados mostram um pequeno aumento no fluxo de massa e, contrastando com os anteriores, um aumento na velocidade terminal.

Podemos ainda fazer uma comparação de $v(r)$ e $\rho(r)$, ao adotarmos $\chi=0.7$ (alta taxa de rotação), em diversas latitudes para ressaltarmos o contraste que, pelo modelo, deve aparecer. Os gráficos 11 e 12 mostram os resultados que

obtivemos. O gráfico da velocidade nos mostra uma velocidade equatorial baixa, enquanto que ao nos aproximarmos do pólo a velocidade vai aumentando. Os resultados não estão satisfatórios pois deveríamos ter uma velocidade no pólo maior do que para outro ângulo qualquer (por exemplo $\theta=45^\circ$). Isso pode ser devido à descontinuidade que veio alterar os dados. Já, em relação à densidade, tal descontinuidade não alterou, qualitativamente os resultados. Como já dissemos anteriormente, o modelo de duas componentes deve apresentar um vento estelar denso no equador e mais rarefeito no pólo. É o que mostra o gráfico 12. O resultado de BM indica $\rho_e/\rho_p=4$ ($r=1.5R$). Nossos resultados dão essencialmente o mesmo valor para $r=1.5R$ e chega a $\rho_e/\rho_p=30$ para $r=100R$. Porém quantitativamente deveríamos esperar um contraste maior entre o pólo e o equador.

Resta-nos agora fazer uma estimativa da perda de massa. O fluxo de massa está relacionado com a perda total de massa pela expressão:

$$\dot{M} = \int \Phi(\theta) d\Omega \quad (69)$$

No caso de simetria esférica $\Phi=c^{1-\epsilon}$, então:

$$\dot{M} = 4\pi\Phi \quad (70)$$

Para um cálculo rigoroso, deveríamos encontrar Φ em diversas latitudes e em seguida calcular numericamente a integral acima. Para nós, no entanto, é suficiente uma estimativa semi-quantitativa. Isso pode ser feito a partir de:

$$4\pi\Phi_p < \dot{M} < 4\pi\Phi_e \quad (71)$$

Com os resultados da tabela I encontramos, então que a

perda de massa está compreendida entre 5.9×10^{-6} e 5.2×10^{-5} massas solares por ano. Da literatura pode-se encontrar que as observações parecem indicar fluxos entre 10^{-5} e 10^{-4} M_{\odot} /ano (ver por exemplo Zickgraf et al., 1989; Lamers, 1986). É possível que tenhamos adotado um valor baixo para a luminosidade desses objetos, mas, de qualquer modo, acreditamos que nossos resultados são bastantes razoáveis.

CONCLUSÃO

Neste trabalho buscamos justificar um modelo de vento estelar que levasse em conta a existência de duas componentes: uma polar e outra equatorial (passagem contínua de uma região para outra). Nossa motivação vem de resultados que não estão de acordo com as observações, ao usar um vento por igual em toda estrela.

O primeiro passo foi reproduzir os resultados encontrados por BM na região polar, o que foi satisfatoriamente alcançado, após uma modificação no número de iterações no programa. Após isso modificamos os valores de alguns parâmetros, como a latitude estelar (θ), a taxa de rotação (χ), o parâmetro que dá o número de linhas que impulsionam o vento (k) e o parâmetro responsável pela razão entre o número de linhas fortes e fracas (α). Esses dois últimos parâmetros foram escolhidos de forma que estivessem consistentes com o modelo aqui apresentado.

Ao fazermos tais modificações obtivemos soluções, que apesar de serem melhores do que a da literatura, no geral, apresentaram descontinuidades no raio crítico. Tal problema foi discutido e soluções sugeridas, ficando para um futuro trabalho um estudo mais profundo.

Assim que obtivemos os resultados fizemos uma análise dos mesmos comparando-os com a literatura.

Qualitativamente nossos resultados estão de bom acordo com o modelo apresentado. As soluções respeitam relativamente bem as condições impostas no modelo.

Quanto aos valores obtidos temos que ressaltar que embora estejam melhores do que os da literatura, ainda não atingiram os resultados obtidos nas observações. É o que ocorre com o fluxo de massa e a densidade (na comparação entre o equador e o pólo). Nossa velocidade, equatorial,

encontrada também está acima do esperado.

Como citamos no Capítulo 1, a polarização é de grande ajuda para definir o ambiente estelar (quanto à esfericidade). Portanto achamos que cálculos de polarização devam ser feitos para sabermos o quanto nosso modelo está consistente com as observações.

Além disso, vimos dos resultados que, uma descontinuidade aparece quando usamos determinados valores para os parâmetros. Basicamente o parâmetro α ou a rotina numérica usada determinam essa descontinuidade. Fica como sugestão se fazer uma análise desse problema com possíveis melhoras na rotina.

Por fim gostaríamos de ressaltar que, apesar dos problemas encontrados, estamos confiantes que o modelo aqui apresentado, se não realístico, é o que mais se aproxima das observações, merecendo ser trabalhado para outros tipos estelares.

APÊNDICE

GRAFICO 1

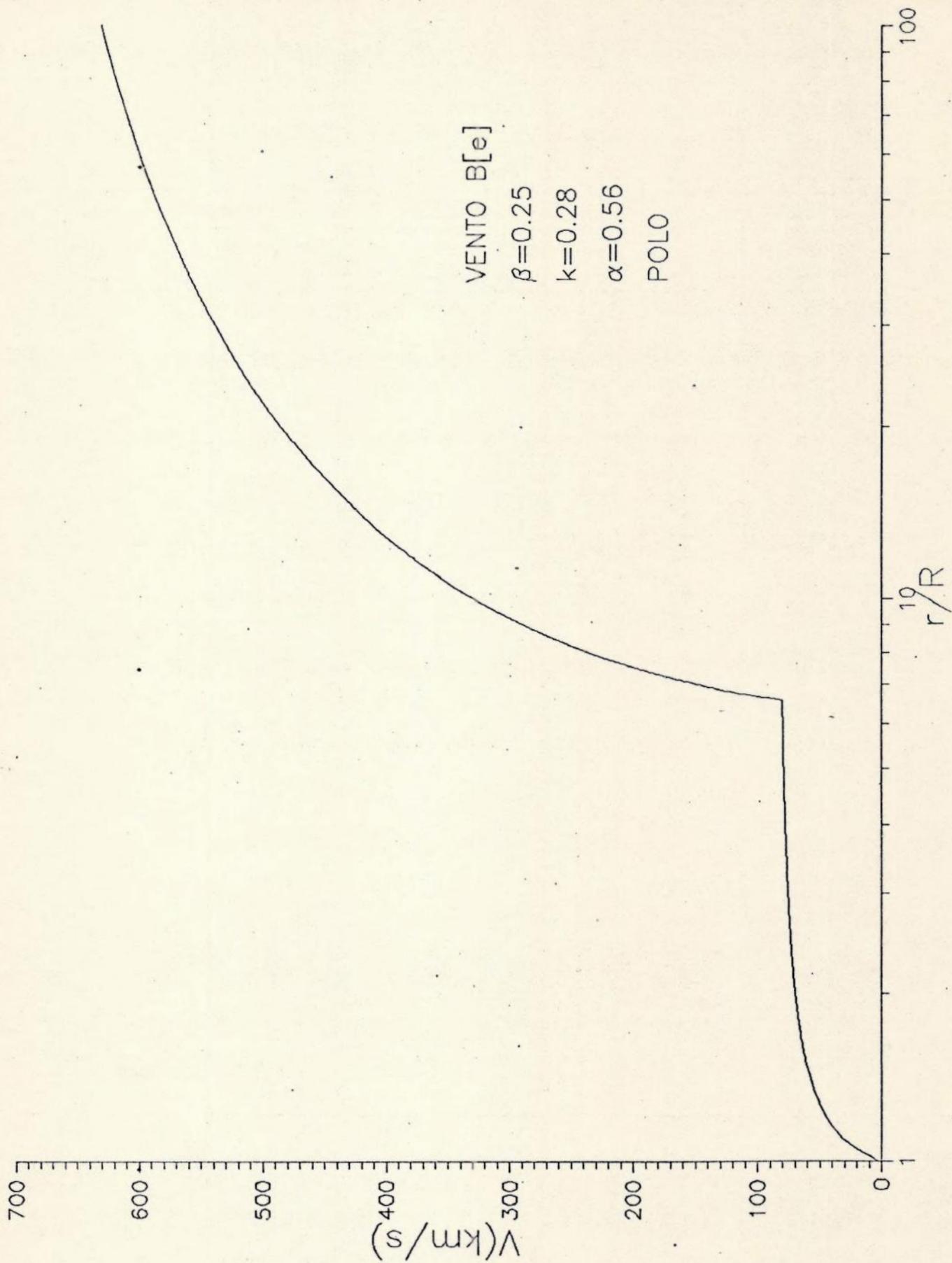


GRAFICO 2

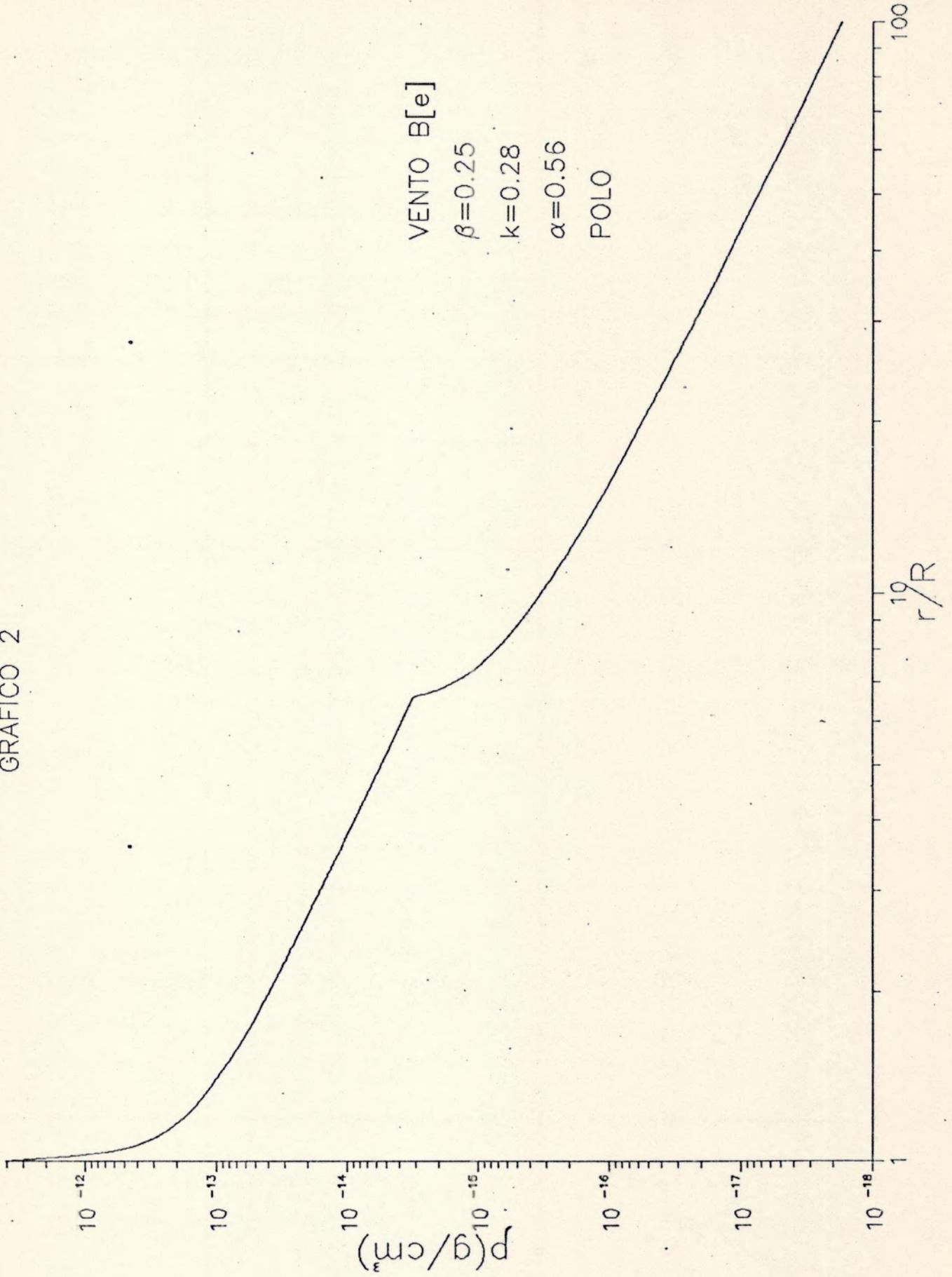


GRAFICO 3

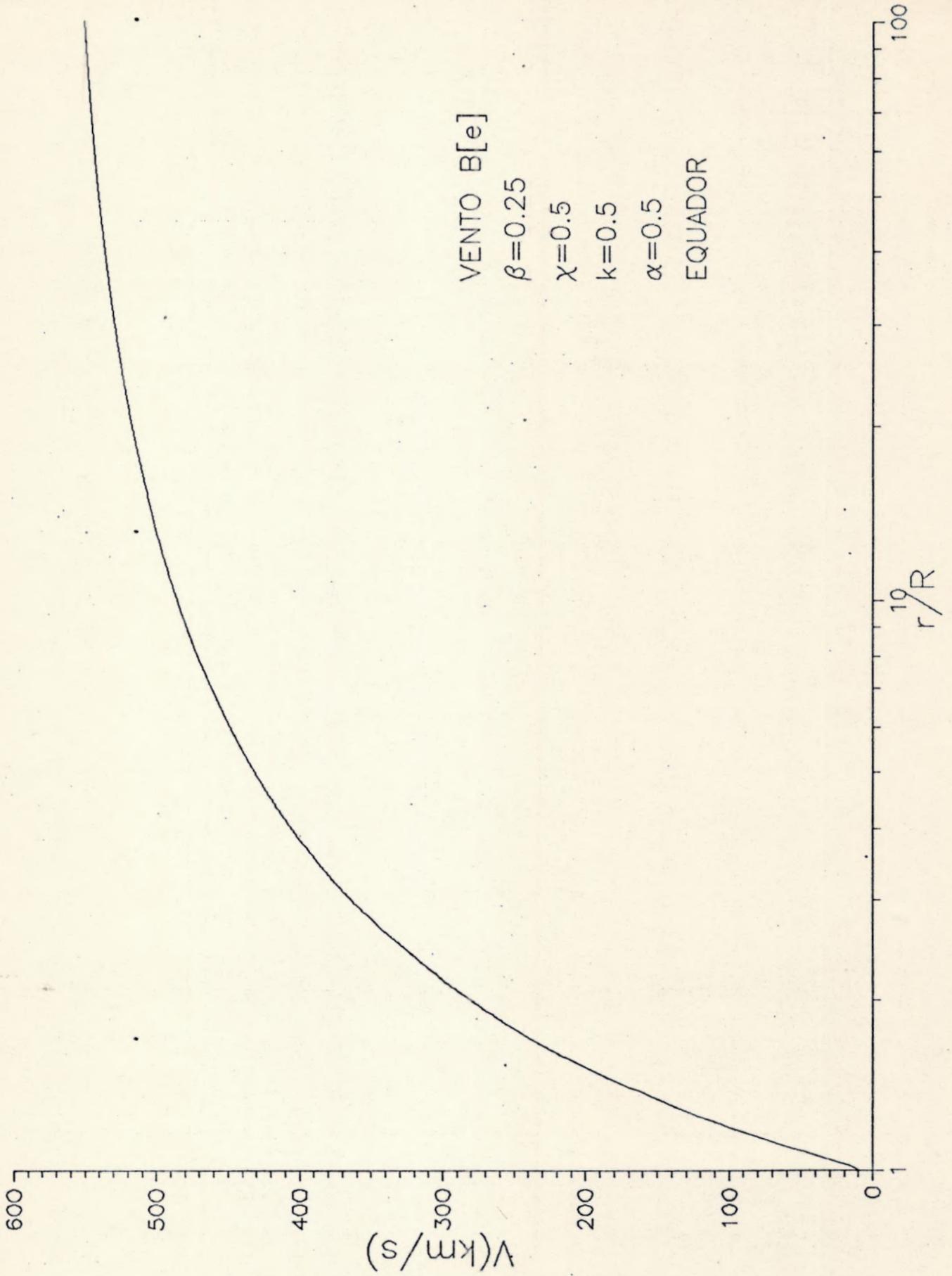


GRAFICO 4

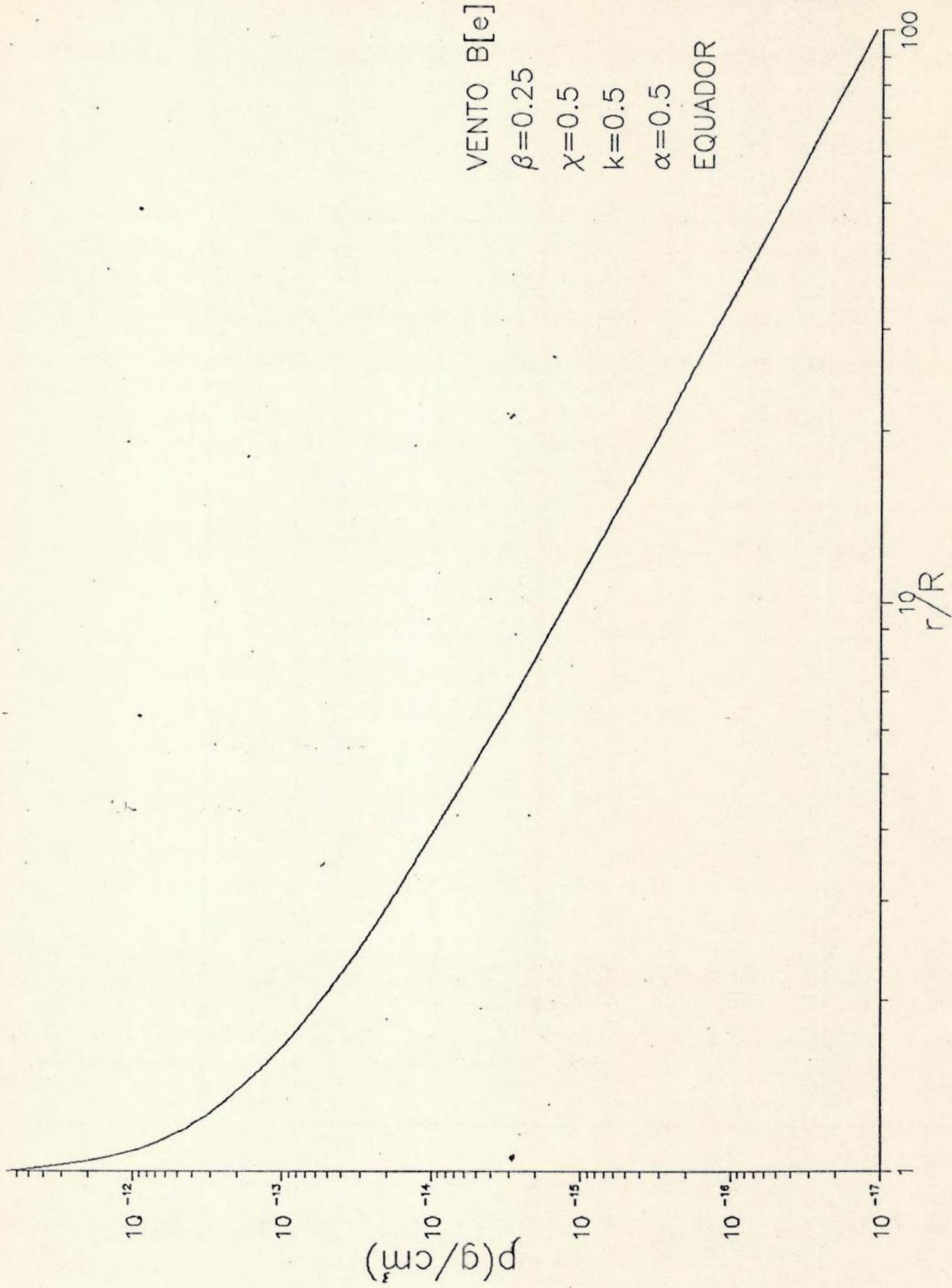


GRAFICO 5

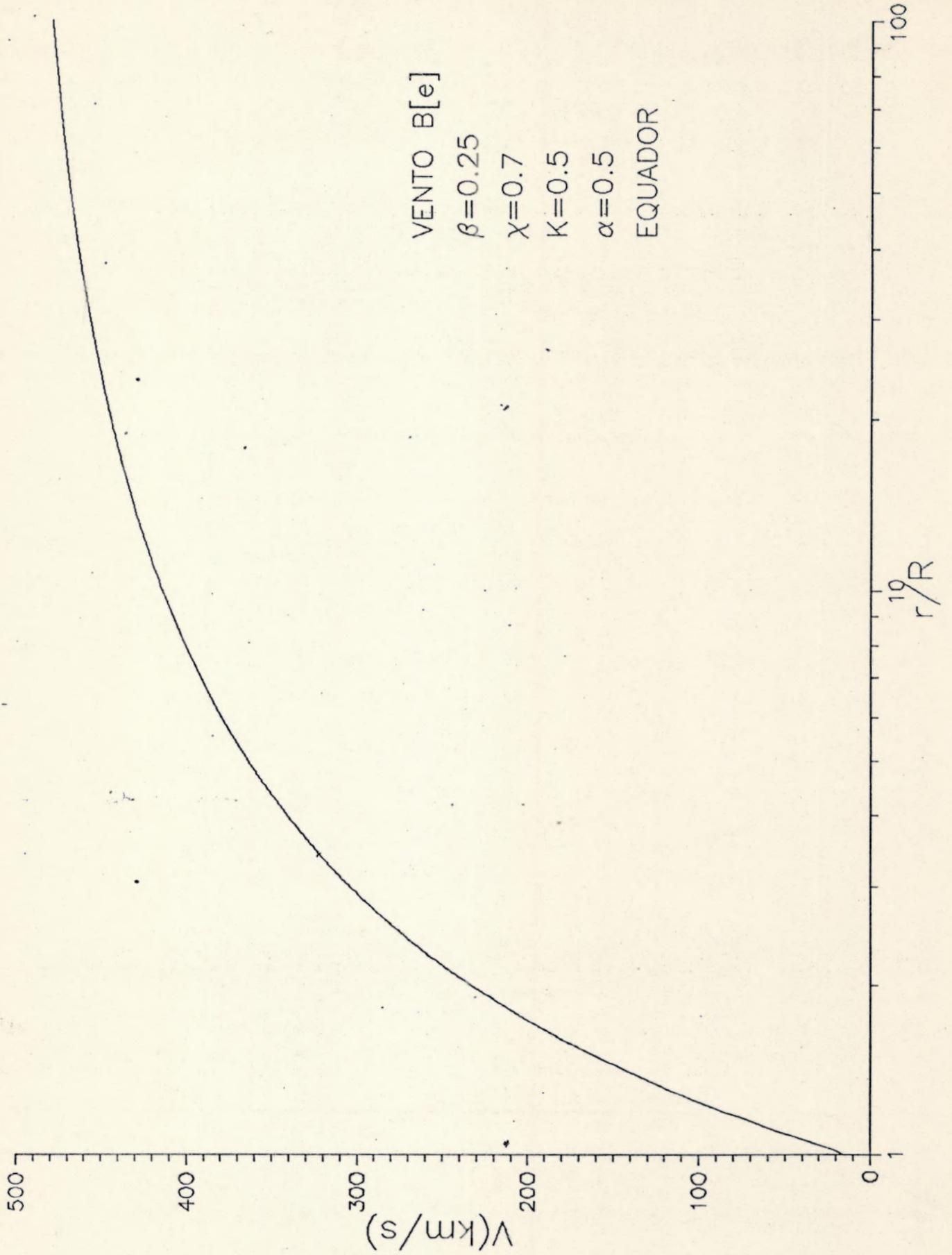
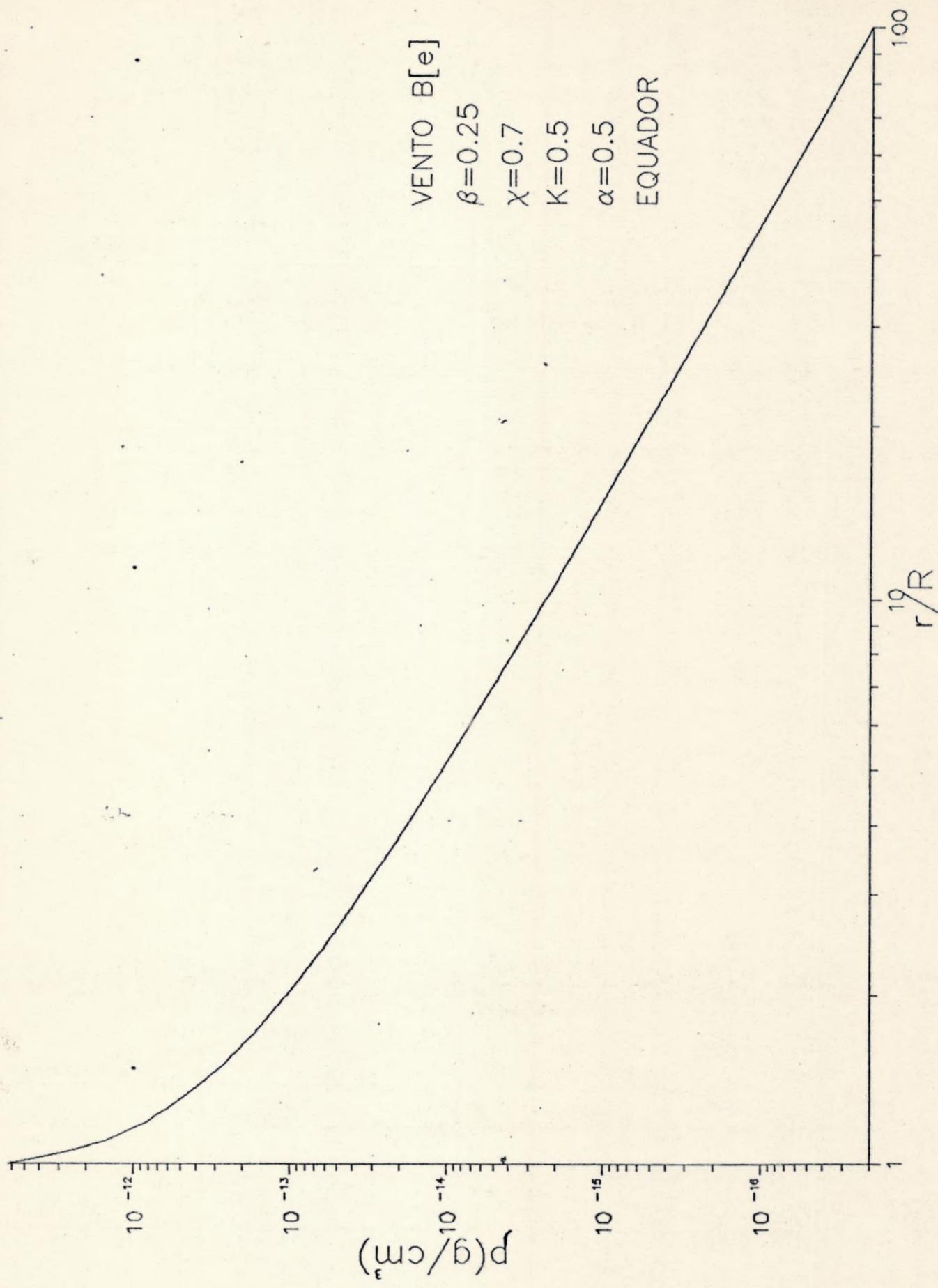


GRAFICO 6



VENTO B[e]
 $\beta=0.25$
 $\chi=0.7$
 $K=0.5$
 $\alpha=0.5$
EQUADOR

GRAFICO 7

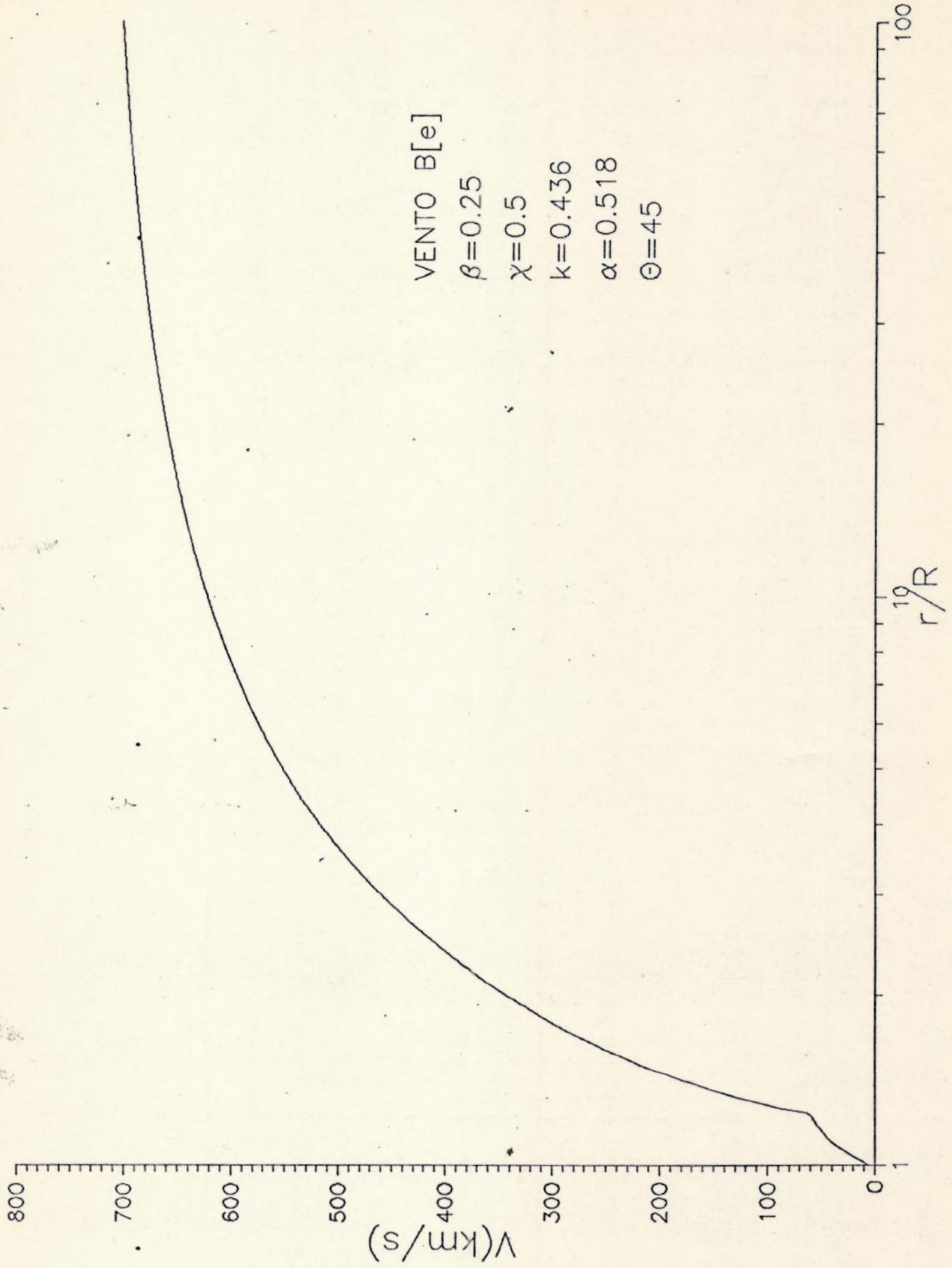


GRAFICO 8

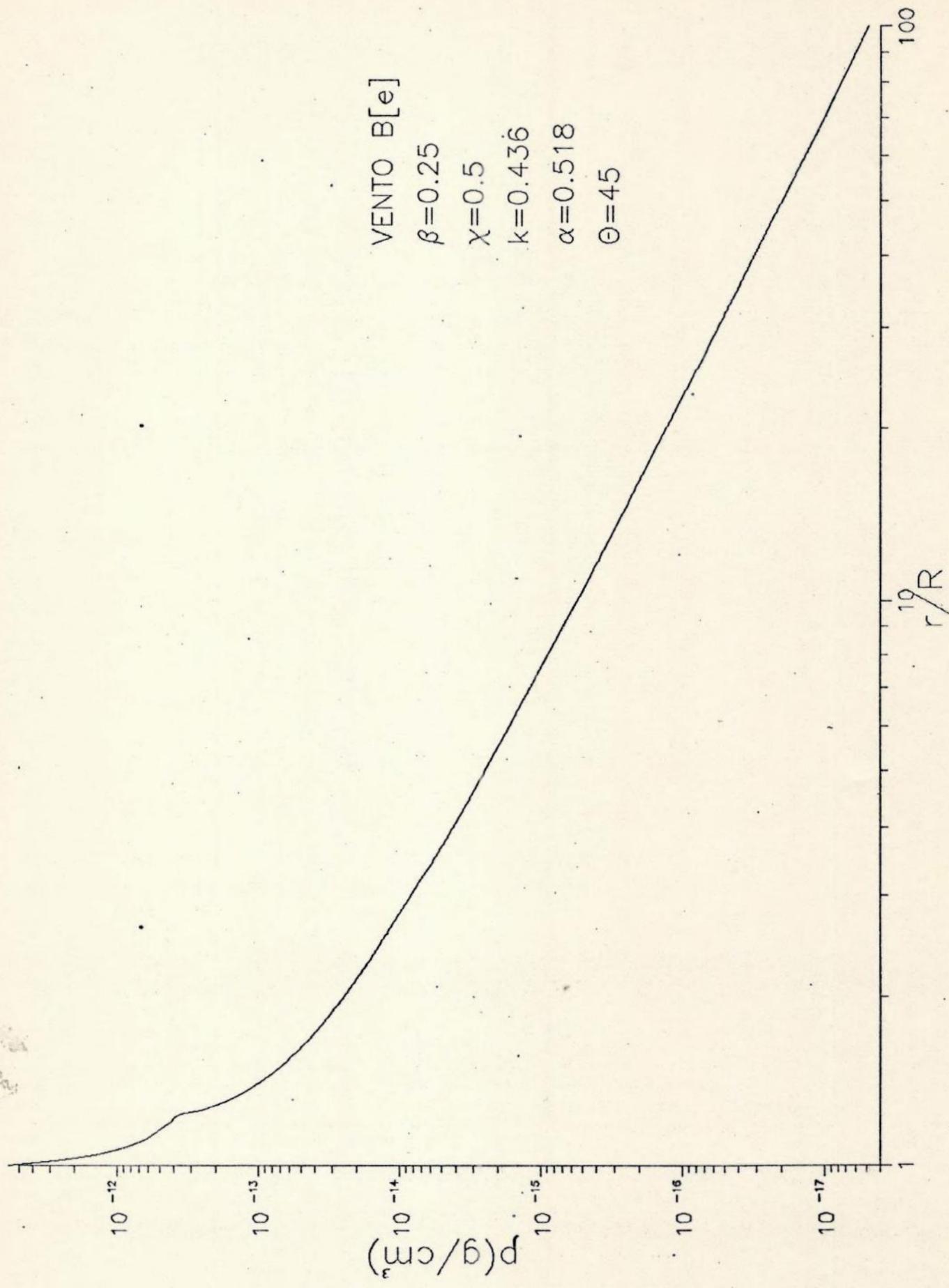


GRAFICO 9

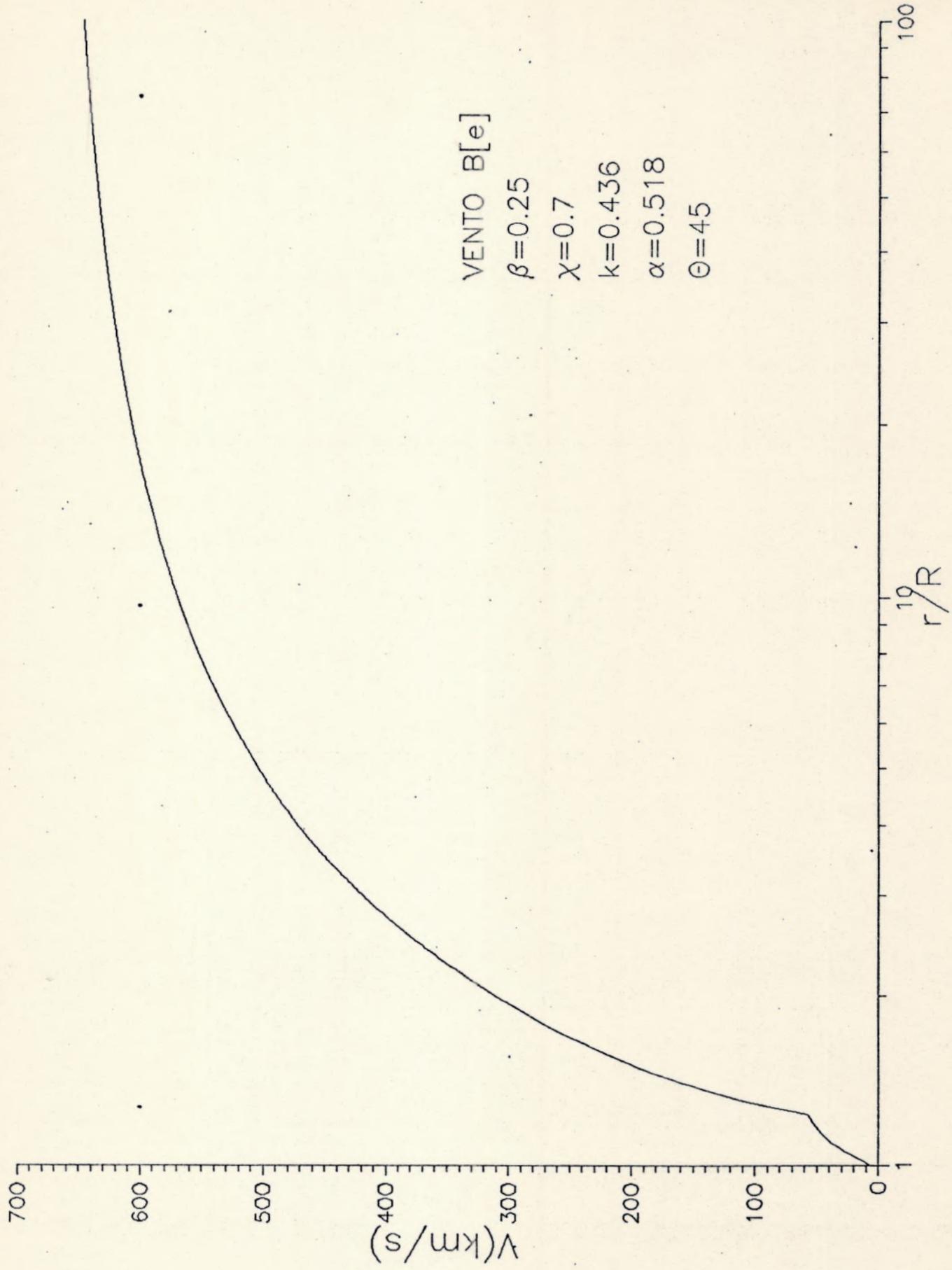


GRAFICO 10

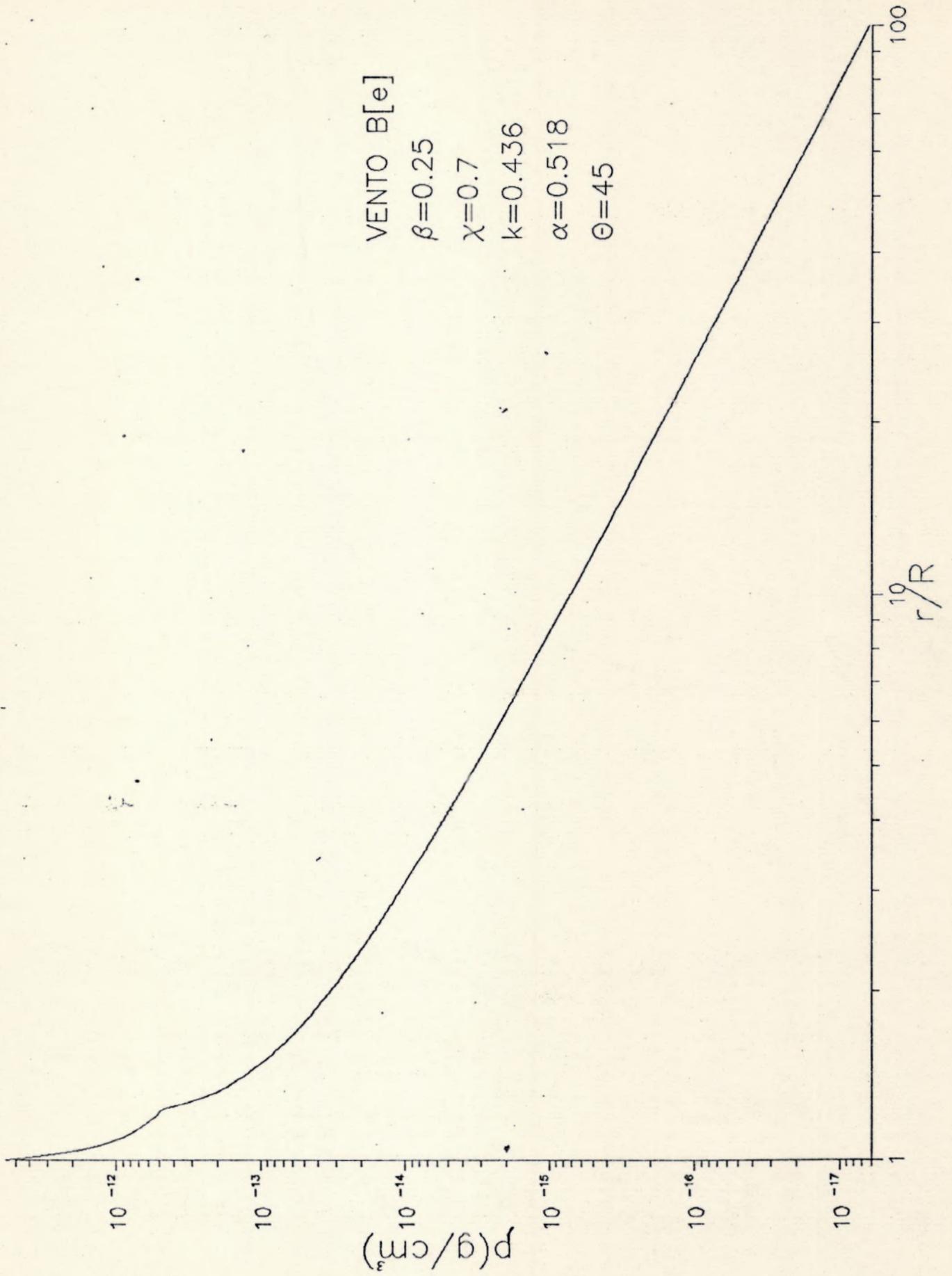


GRAFICO 11

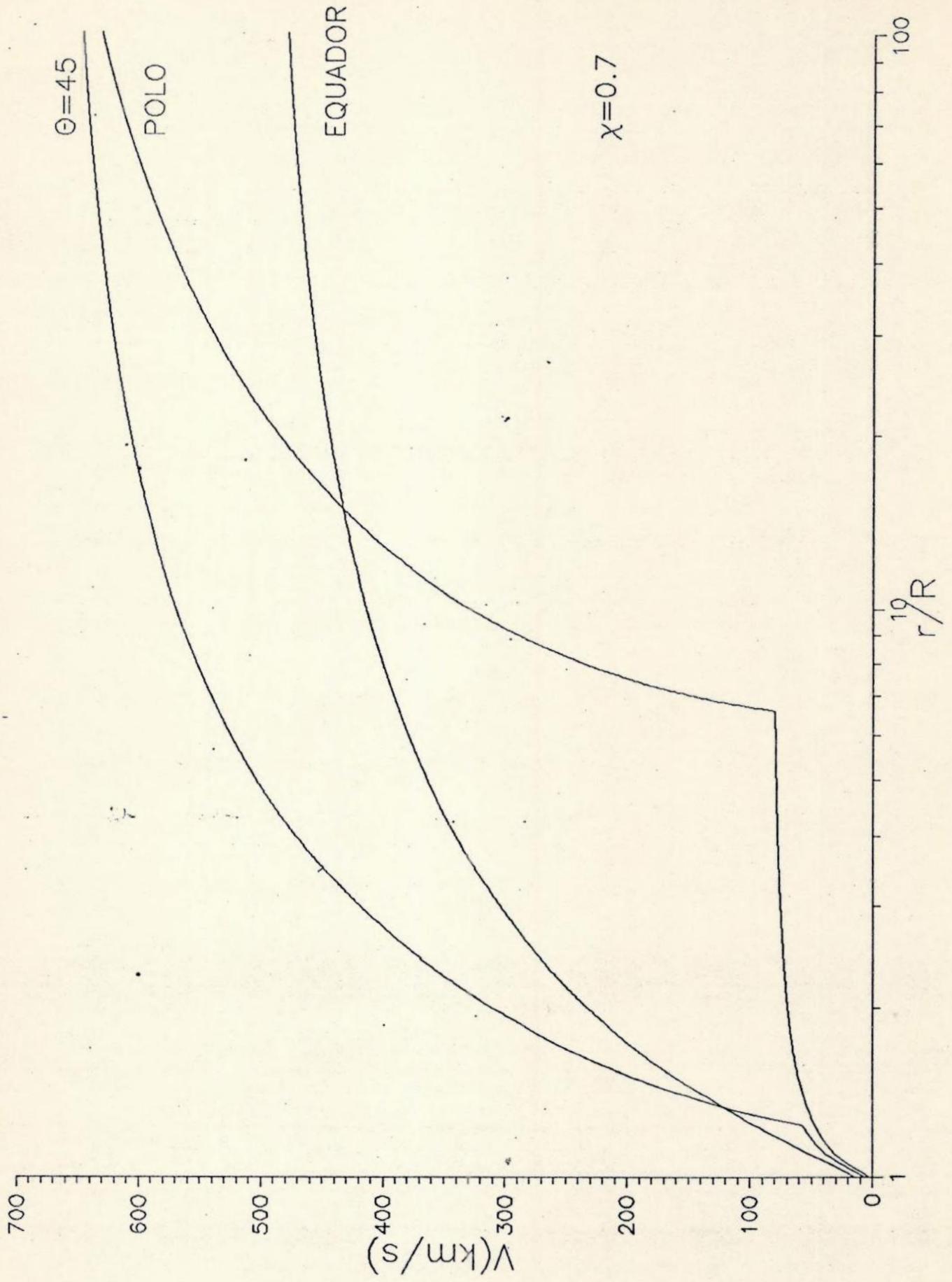
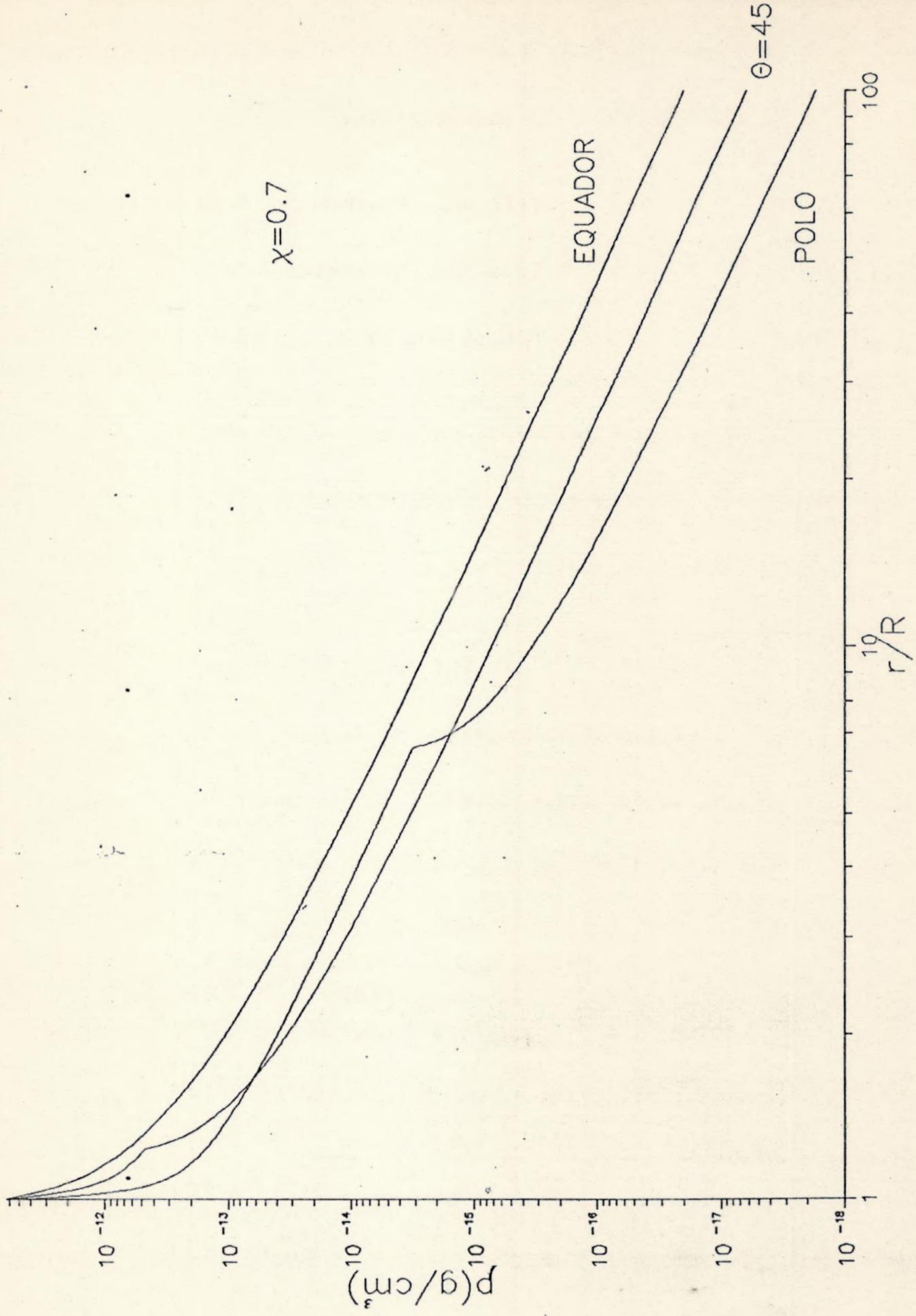


GRAFICO 12



BIBLIOGRAFIA

- Abbott, D.C., 1980, *Astrophys. J.*, 242, 1183.
- Abbott, D.C., 1982, *Astrophys. J.*, 259, 282.
- Araújo, F.X., 1990, Tese de Doutorado, O.N.
- Baade, D., 1987, Colóquio IAU 92, *Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak e T.P. Snow (Cambridge University Press), p.361.
- Boyd, C.J. e Marlborough, J.M., 1990, pre-print.
- Castor, J.I., Abbott, D.C. e Klein, R.I., 1975, *Astrophys. J.*, 195, 175 (CAK).
- Elvius, A., 1974, *Astr. Astrophys.*, 34, 371.
- Friend, D.B. e Abbott, D.C., 1986, *Astrophys. J.*, 311, 701.
- Friendjung, M. e Muratorio, G., 1988, *Astr. Astrophys.*, 190, 103.
- Kudritzki, R.P., Pauldrach, A., Puls, J. e Abbott, D.C., 1989, *Astr. Astrophys.*, 219, 205.
- Lamers, H.J.G.L.M., 1986, *Astr. Astrophys.*, 159, 90.
- Marlborough, J.M. e Zamir, M., 1984, *Astrophys. J.*, 276, 706.
- Mihalas, D., 1978, *Stellar Atmospheres*, San Francisco: Freeman, 2^oed., p559.
- Pauldrach, A., 1987, *Astr. Astrophys.*, 183, 295.

- Pauldrach, A., Puls, J. e Kudritzki, R.P., 1986, Astr. Astrophys., 164, 86 (PPK).
- Pijpers, F.J. e Hearn, A.G., 1989, Astr. Astrophys., 209, 198.
- Poe, C.H. e Friend, D.B., 1986, Astrophys. J., 311, 317.
- Shore, S.N. e Sanduleak, N., 1983, Astrophys. J., 273, 177.
- Stahl, O., Wolf, B., Zickgraf, F.-J., Bastian, U., DeGroot, M.J.H., Leitherer, C., 1983, Astr. Astrophys., 120, 287.
- Swings, J.P., 1973, Astr. Astrophys., 26, 443.
- Swings, J.P., 1981, Astr. Astrophys., 98, 112.
- White, R.L. e Becker, R.H., 1985, Astrophys. J., 297, 677.
- Wincler, H. e Wolf, B., 1989, Astr. Astrophys., 219, 151.
- Zickgraf, F.-J. e Schulte-Ladbeck, R.E., 1989, Astr. Astrophys., 214, 274.
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. e Appenzeller, I., 1986, Astr. Astrophys., 163, 119.
- Zickgraf, F.-J., Wolf, B., Stahl, O., Leitherer, C. e Klare, G., 1985, Astr. Astrophys., 143, 421.

ERRATA

- PÁG.2 - 2ª linha: leia-se " Essas observações, em UV, são... "
- PÁG.7 - " (Aproximação um fluido) " se refere à 1ª linha da pág.
- PÁG.9 - Na eq.(2) acrescentar " =0 " no final da mesma
- PÁG.16 - Leia-se " i)...do tipo (1) no gráfico "
- PÁG.17 - Leia-se na 1ª linha apenas " gráfico " ;
O eixo das abcissas é " r/r_c "
- PÁG.22 - Na eq.(55) trocar " m " por " M "
- PÁG.24 - Leia-se " $\tau(\vec{r})=2/3$ (profundidade ótica) "
- PÁG.27 - Leia-se no 3º parágrafo (3ª linha): " ...as linhas que aceleram o vento e, a rigor, não podem estar livres para escolha. "
- PÁG.31 - Suprimir a palavra " Novamente " na 15ª linha
- PÁG.32 - Na 1ª linha leia-se : " equação 63 "