

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

JOÃO VITOR DIAS GONÇALVES

**O QUE O ESTADO DA ECONOMIA NOS DIZ SOBRE A
ESTRUTURA A TERMO DA CURVA DE JUROS?**

RIO DE JANEIRO

2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

JOÃO VITOR DIAS GONÇALVES

**O QUE O ESTADO DA ECONOMIA NOS DIZ SOBRE A
ESTRUTURA A TERMO DA CURVA DE JUROS?**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como exigência para obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientadora: Dra. Susan Schommer

RIO DE JANEIRO

2021

JOÃO VITOR DIAS GONÇALVES

O QUE O ESTADO DA ECONOMIA NOS DIZ SOBRE A ESTRUTURA A TERMO DA CURVA DE JUROS?

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Rio de Janeiro, 7/30/2021.

SUSAN SCHOMMER - Presidente
Professora Dra. do Instituto de Economia da UFRJ

ANTONIO LUIS LICHA
Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

EDUARDO PONTUAL RIBEIRO
Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

As opiniões expressas neste trabalho são da exclusiva responsabilidade do autor.

Agradecimentos

Gostaria primeiramente de agradecer à professora Susan por ter me guiado no desenvolvimento desse trabalho. Agradecer aos meus amigos dos tempos de colégio, que há mais de 10 anos me ajudam e me incentivam em todas as minhas decisões, aos meus companheiros nessa caminhada no curso de economia que fizeram os últimos anos serem sempre divertidos e enriquecedores. E por último agradecer ao meu pai Edu, minha mãe Carla, meu irmão Gabriel e à minha companheira Rachel, que ouviram minhas dúvidas e questionamentos constantes, sempre pacientes e me dando todo o suporte do mundo.

Resumo

Este trabalho buscou seguir estudar a relevância das variáveis macroeconômicas para os movimentos na estrutura a termo brasileira. Primeiramente testamos a validade da hipótese das expectativas e encontramos resultado similares à literatura, negando sua validade. Usando vetores autorregressivos desenvolvemos um modelo com 3 vértices da curva de juros e 3 variáveis macro e encontramos que a maior parte da variação nas taxas se dá por conta de suas defasagens e dos movimentos dos outros vértices.

Palavras-chave: Vetor autorregressivo. Estrutura a termo. Hipótese das expectativas. Inflação

Sumário

1	Introdução	3
2	Metodologia e dados	6
2.1	Vetor Autoregressivo (VAR).....	6
2.2	Vetor de correção de erros (VECM).....	6
2.3	Os dados.....	8
3	Modelo com a as taxas de juros	11
3.1	A hipótese das expectativas	11
3.2	VECM.....	12
4	Acrescentando as variáveis macroeconômicas	17
4.1	VAR com variáveis macroeconômicas	17
4.2	VAR com spreads	24
5	Conclusão	34
6	Bibliografia	35
7	Apêndice A	37
7.1	Modelo afim da estrutura a termo da curva de juros.....	37
7.2	Precificação dos títulos	39

1 Introdução

A estrutura a termo, também conhecida apenas como curva de juros, é formada por diferentes prazos de vencimentos futuros dos juros de um país. Ela carrega informações valiosas a respeito do estado das expectativas dos agentes. A discussão a respeito de sua importância não é recente e muitos autores já buscaram demonstrar teórica e empiricamente a sua relevância tanto para agentes privados, quanto para a autoridade monetária tomarem suas decisões.

Conforme mostrado por Bernanke e Mihov (1998) e Claria, Galí e Gertler (2000) a principal ferramenta do banco central para controlar a inflação é a taxa de juros de curtíssimo prazo. Mas a transmissão da política monetária para a economia passa por diversos canais, dos quais um dos mais importantes é o de crédito (LICHA, 2015). O mecanismo é simples, com a subida dos juros, o crédito encarece, desestimulando a demanda agregada, o contrário também é válido. Naturalmente as empresas e as famílias tomam suas decisões de consumo, investimento e poupança olhando não apenas a taxa definida pelo Banco Central, mas principalmente as taxas mais longas. Surge daí a importância de se entender a relação da estrutura a termo da curva de juros com variáveis contemporâneas, como por exemplo a atividade, a inflação e indicadores fiscais.

Estrella e Mishkin (1997), Mishkin (1990) e Bernanke (1995) mostraram que não somente o nível das taxas pode nos trazer informações relevantes sobre o futuro, mas também o spread entre elas. Os três autores estudaram o poder preditivo de spreads para a inflação e encontraram alto nível de significância. Isso vai de encontro com uma literatura mais moderna, que seguindo o trabalho de Litterman e Scheinckman (1991) utiliza variáveis latentes para representar a estrutura a termo. Eles mostram que apenas 3 variáveis são suficientes para explicar mais de 99% da movimentação da curva. São elas o nível, a inclinação e a curvatura. Suas contrapartes observáveis são a média da taxa curta para o nível, a inclinação pode ser aproximada pelo spread entre a taxa longa e a curta e para a curvatura a diferença entre o spread da taxa longa e a média e o spread da taxa média e da curta.

Uma discussão importante que surge com o estudo sobre a curva de juros diz respeito ao prêmio de risco associado às taxas mais longas. De um lado há a hipótese das expectativas, onde a taxa futura é a média das taxas curtas mais um prêmio de risco constante no tempo, e do outro lado aqueles que defendem que esse prêmio pode variar no tempo. Essa diferença é bem significativa, pois se a taxa longa é apenas a média das taxas curtas esperadas, estudar a estrutura a termo não nos traria nenhum ganho. Bastaria

que analisássemos os fatores macroeconômicos contemporâneos e suas expectativas futuras. Há fortes indícios de que a hipótese das expectativas não se aplica. Entre diversos estudos para o caso brasileiro podemos citar os de Guillén e Tabak (2009) e Caldeira e Smaniotto (2018). Com ambos rejeitando a sua validade.

A maioria dos trabalhos empíricos sobre a curva de juros podem ser separados em três grupos principais. O primeiro utiliza a estrutura a termo na forma desenvolvida por Diebold e Li (2006), estimando fatores para o nível, inclinação e curvatura para entender os seus movimentos. Dentre os estudos que utilizam esse método podemos citar dois que analisam os dados brasileiros utilizando o método de Monte Carlo Markov Chain (MCMC) para estimar seus modelos. Matsumura, Moreira e Vicente (2010) e Mor-eira e Rocha (2011).

O segundo grupo segue a classe de modelos afins desenvolvida por Duffie e Kan (1996) e especificado por Dai e Singleton (2000). Esta classe de modelos estabelece restrições de não arbitragem para se chegarem modelos essencialmente afins para a estrutura a termo. Incluem-se nesse grupo trabalhos como o de Ange Piazzesi (2003), Shousha (2008), Dai e Philippon (2005) e Rudebusch e Wu (2008). E por último quem utiliza um VAR com restrições de não arbitragem, como Evans e Marshal (2006), Giese (2008) e Jardet, Monfort e Pegoraro (2009).

Como mostrado a literatura sobre a influência da estrutura a termo é ampla e conseqüentemente a quantidade de modelos usados para a análise empírica também. Seguindo o método apresentado por Ange Piazzesi (2003) e utilizado também por Shousha (2008) e Evans e Marshal (2006), usaremos indicadores macroeconômicos e diferentes vértices da estrutura a termo em um VAR tradicional para tentar capturar quanto da variação nas taxas futuras podem ser explicadas pelas variáveis macroeconômicas. Nosso modelo terá diferenças importantes aos citados anteriormente. Ang e Piazzesi (2003) seguem um modelo Afim Dinâmico da Estrutura a Termo, desenvolvido por Duffie e Kan (1996), onde são impostas condições de não arbitragem, essas restrições são brevemente apresentadas no apêndice A. Esses autores utilizam ainda duas variáveis latentes para capturar a dinâmica da estrutura a termo. O modelo é estimado em duas etapas, usando na primeira o método dos mínimos quadrados ordinários (MQO) e na segunda etapa a máxima verossimilhança (ML). Shousha (2008) vai no mesmo caminho, mas impondo menos restrições quanto à dinâmica do VAR, sendo necessário proceder a estimação com o filtro de Kalman. Já Evans e Marshal (2006) utilizam um VAR estrutural (SVAR), impondo a restrição de que nem a estrutura a termo da curva de juros, nem suas defasagens, interferem no vetor presente de estados macroeconômicos.

Este estudo vai mostrar a relação existente entre o estado da economia e a estrutura a termo brasileira e como ela se comporta diante de choques em variáveis macroeconômicas selecionadas. Optamos por usar um VAR em sua forma reduzida. Em nosso modelo nós não iremos impor a condição de não arbitragem, pois como mostrado por Joslin, Le e Singleton (2012), essas restrições têm efeito praticamente desprezível quando comparadas a um VAR irrestrito. Não usaremos variáveis latentes para explicar a variação das taxas e por isso nosso modelo apenas com as taxas de juros será um modelo de vetor de correção de erros (VECM), como o sugerido por Engle e Granger (1987), que preserva a relação de longo prazo das variáveis que cointegram.

O trabalho está organizado da seguinte maneira. Na seção 2 apresentamos a metodologia e os dados usados. Na seção 3 testaremos a hipótese das expectativas e veremos a capacidade da estrutura a termo de nos fornecer informações sobre as taxas futuras. Na seção 4 acrescentaremos as variáveis macroeconômicas ao modelo e veremos sua relevância no entendimento da estrutura a termo. A seção 5 conclui o trabalho.

2 Metodologia e dados

2.1 Vetor Autoregressivo (VAR)

Desde o trabalho de Sims (1980) o VAR é um dos modelos multivariados mais usados para analisar séries temporais. Ele consiste em regredir as variáveis contra as observações passadas delas. Dizemos que um VAR tem ordem p se ele incluir p defasagens em sua equação, podendo ser representado por:

$$BZ_t = A_0 + A_1Z_{t-1} + \dots + A_pZ_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

$B_{n \times n}$ é uma matriz de restrições contemporâneas entre as n variáveis do modelo, Z_t é o vetor com as variáveis selecionadas, que devem ser estacionárias. A_0 é um vetor de constantes e A_1, \dots, A_p são as matrizes de coeficientes. ε_t é um vetor de erros não correlacionados entre si e nem com Z_t , de média zero e variância constante que segue o processo $\varepsilon_t \sim n(0, \Sigma)$. O nosso objetivo é mapear o efeito desses choques estruturais nas nossas variáveis. Esse modelo não é identificável, sendo necessário que se imponha $(n^2 - n)/2$ restrições para a identificação. Porém podemos representar esse modelo em sua forma reduzida, que pode ser estimado sem nenhuma restrição usando MQO.

$$Z_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p (\phi_i Z_{t-i}) + \mu_t \quad (2)$$

Onde $\phi_i = B^{-1}A_i$ e $\mu_t = B^{-1}\varepsilon_t$. Se a matriz B é conhecida, poderíamos voltar para a forma estrutural do modelo a partir da versão reduzida. Esse modelo se tornou muito popular, pois não é preciso definir modelo estrutural completo para se ter as respostas aos impulsos em variáveis chaves. precisamos apenas de um grupo pequeno de variáveis para estimarmos de maneira precisa como os choques se propagam na economia.

2.2 Vetor de correção de erros (VECM)

O modelo VECM pode ser definido como um VAR(p) onde duas ou mais variáveis são não estacionárias e existe um termo de correção de erros, definido por uma combinação linear dessas variáveis que resulte em um processo estacionário. Vamos considerar um VAR(p) bivariado, com Z

sendo uma matriz 2x2 e que pode ser descrita como:

$$\begin{aligned} x_t &= \beta_{10} + \sum_{i=1}^p \beta_{11i} x_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{12i} y_{t-i} + u_t^x \\ y_t &= \beta_{20} + \sum_{i=1}^p \beta_{21i} x_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{22i} y_{t-i} + u_t^y \end{aligned} \quad (3)$$

Onde β_{10} e β_{20} são duas constantes e u_t^x e u_t^y são os resíduos que seguem um processo da forma

$\sim N(0, e)$ e são independentes um do outro. Dessa forma podemos estimar cada equação separadamente por MQO. Se nossas variáveis não são estacionárias e são integradas de mesma ordem, podemos testar se existe alguma combinação linear entre elas que resulte em um processo estacionário. Dizemos que as variáveis cointegram se a relação

$$y_t = \alpha_1 x_t + \mu_t \quad (4)$$

resultar em um processo μ_t que seja estacionário, $I(0)$. A intuição por trás é que existe um equilíbrio de longo prazo entre as variáveis e que elas eventualmente convergem para ele. Essa relação pode ser testada estimando a equação acima por MQO e testando se o coeficiente α_1 é estatisticamente diferente de 0 (Engle e Granger, 1987). Temos então que o modelo VECM adequado nesse caso seria:

$$\begin{aligned} \Delta x_t &= \Gamma_{10} + \Pi_x (y_{t-1} - \alpha_1 x_{t-1}) + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{F}_{11} \Delta x_{t-i} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{F}_{12} \Delta y_{t-i} + u_t^x \\ \Delta y_t &= \Gamma_{20} + \Pi_y (y_{t-1} - \alpha_1 x_{t-1}) + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{F}_{21} \Delta x_{t-i} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{F}_{22} \Delta y_{t-i} + u_t^y \end{aligned} \quad (5)$$

Onde Δ é o operador de diferenças e as matrizes Γ^i são as matrizes de coeficientes para as variáveis defasadas e diferenciadas. Em um caso onde a matriz Z tem dimensões maiores que 2, podemos ter mais de um fator de cointegração, onde o maior número possível de fatores é $n - 1$, com n sendo o número de variáveis do modelo. As matrizes α descrevem a relação de equilíbrio de longo prazo, enquanto as

matrizes Π correspondem à velocidade de ajustamento, ou seja, a velocidade que as variáveis retornarão ao equilíbrio. Vale notar que o termo $(y_{t-1} - \alpha_1 x_{t-1})$ resulta no termo de erro μ_t que é estacionário.

2.3 Os dados

Considerando que o Brasil é uma pequena economia aberta, seguimos o mesmo critério de Shousha (2008) e utilizamos em nosso estudo como variáveis macroeconômicas a variação mensal do IPCA, divulgada pelo IBGE, o IBC-BR, índice mensal divulgado pela Fundação Getúlio Vargas, que será usado como uma proxy do PIB, que é divulgado apenas trimestralmente pelo IBGE, a taxa de câmbio PTAX divulgada pelo Banco Central e o resultado primário, divulgado pelo Tesouro Nacional. As taxas de juros consideradas foram as taxas referenciais, divulgadas pela B3 e correspondem a ponta pré dos contratos de Swap DI x Pré. Nesses contratos de swap os investidores trocam um passivo em DI futuro por uma taxa pré fixada ou o contrário, servindo como uma boa estimativa para a taxa futura. Não utilizamos taxas de títulos públicos, pois para o caso brasileiro elas sofreram com períodos de baixa liquidez, principalmente os títulos mais longos, acrescentando um prêmio de liquidez em suas taxas que afetaria o nosso resultado. Optamos pelos vértices de 1 mês, 12 meses e 60 meses, seguindo Evans e Marshal (2006). Os dados disponíveis começam no dia 08/08/2003. Optamos por encerrar o período da nossa amostra em dezembro de 2019, por conta da descontinuidade causada em 2020 pela COVID 19. Ainda não está claro na literatura como tratar esse efeito nas séries temporais de 2020 e 2021.

As séries do IPCA e do resultado primário foram dessazonalizadas usando o método X-13Arima-seats, a série do IBC-BR já é divulgada com ajuste sazonal. Não usaremos o câmbio em nível, seguiremos Shousha (2008) usando a variação logarítmica desse indicador. As taxas referenciais de juros são divulgadas diariamente pela B3, mas nem todos os vértices são negociados todos os dias, foi preciso então interpolá-las e depois extrair a média mensal de cada uma. Como diferenciamos a série do câmbio, perdemos a observação de agosto de 2003, nossa série tem então 197 observações de 4 variáveis macro e 3 variáveis financeiras.

À exceção das taxas referenciais, que foram extraídas diretamente do site da B3, e do resultado primário, que está disponível no site do Tesouro Nacional, todos os demais dados foram acessados através do portal Quandl. Usaremos o software estatístico R (R CORE TEAM, 2021) realizar nossas análises. Os modelos VAR e VECM foram estimados através dos pacotes vars (PFAFF, 2008) e urca (PFAFF, 2008). No gráfico 1 temos o comportamento da inflação, do IBC-Br, do resultado primário e da variação

logarítmica do câmbio. No gráfico 2 podemos ver as séries das curvas de juros selecionadas.

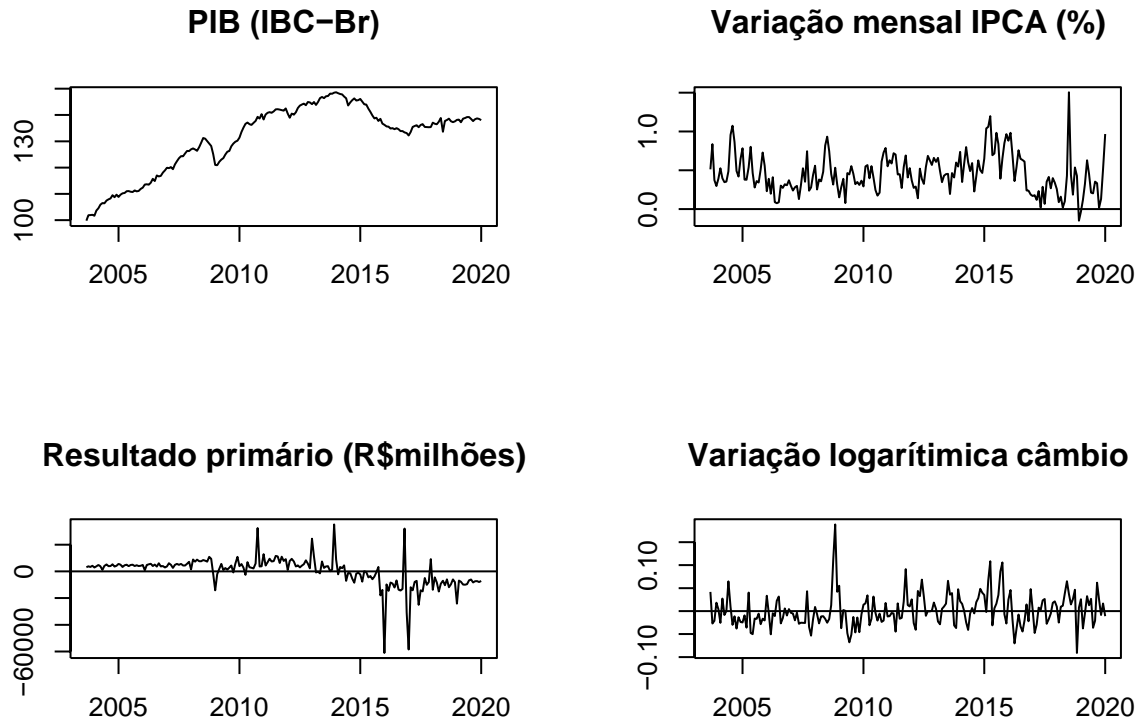


Gráfico 1: variáveis macroeconômicas

Podemos notar que a série do IBC-Br não aparenta ser estacionária, enquanto as 3 outras séries macroeconômicas são grandes candidatas a serem $I(0)$. Já com relação às curvas de juros, é notório que elas apresentam um comportamento bem parecido, principalmente as séries curtas. As curvas a termo também não aparentam ser estacionárias. Podemos ver que o resultado primário do governo central era majoritariamente positivo até 2014, quando o superávit se tornou um déficit primário constante. Isso reflete o estado da economia brasileira, que como pode ser visto na série do IBC-Br, ainda não se recuperou da crise de 2014. O gráfico das séries mostra uma clara tendência de queda da curva de juros brasileira. Se em 2021 estamos passando por um momento de aperto monetário, ainda sim temos um juro relativamente baixo comparando com nosso passado. A estacionaridade das séries será testada nas próximas seções deste trabalho.

Taxas anualizadas

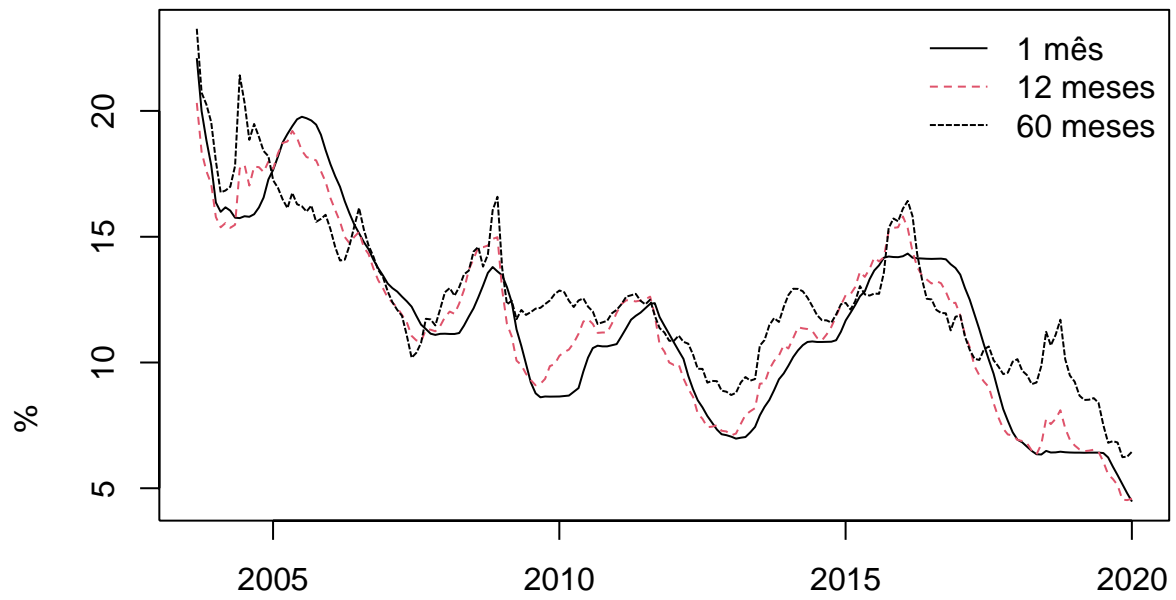


Gráfico 2: Curvas de 1, 12 e 60 meses do swap DI x Pré

3 Modelo com as taxas de juros

3.1 A hipótese das expectativas

A hipótese das expectativas estabelece que as taxas longas são a média das taxas esperadas de curto prazo mais um termo de risco constante no tempo. Se for válida o excesso de retorno ao segurar um título longo por mais de um período com relação ao retorno obtido por um título de um período não deveria ser previsível. Cochrane e Piazzesi (2006) mostram o contrário, com o excesso de retorno sendo altamente previsíveis. Essa hipótese é fruto de longo debate, um resumo de diferentes trabalhos que se propuseram a testá-la para o caso americano pode ser visto em Rudebusch (1995). Seguindo o sugerido por esse autor testaremos a hipótese das expectativas usando as curvas de 1 mês e 2 meses para mostrar sua invalidade também para o caso brasileiro e justificar o uso de taxas de diferentes maturidades no nosso modelo.

Seguindo Rudebusch (1995) a hipótese das expectativas pode ser descrita de maneira aproximada por:

$$r(2) = \frac{1}{2}[r(1)_t + E(r(1)_{t+1})] + \Psi \quad (6)$$

Com $r(2)_t$ sendo a taxa de 2 meses em t , $r(1)_t$ a taxa de 1 mês em t , $E(r(1)_{t+1})$ a taxa esperada de 1 mês para o período seguinte e Ψ o prêmio de risco constante no tempo. A taxa esperada é então a taxa futura mais um erro de previsão.

$$E(r(1)_{t+1}) = r(1)_{t+1} + \epsilon_{t+1} \quad (7)$$

Combinando as duas equações chegamos à nossa hipótese das expectativas aproximada.

$$\frac{1}{2}[r(1)_{t+1} - r(1)_t] = \alpha + \beta[r(2)_t - r(1)_t] + \nu_{t+1} \quad (8)$$

Se a hipótese das expectativas fosse válida teríamos que $\beta = 1$ e $\alpha = -\Psi$, consequentemente $\nu_{t+1} = \frac{\epsilon_{t+1}}{2}$. A equação (7) pode ser estimada por MQO.

Temos que ambos coeficientes estimados são significativos em um intervalo de confiança de 99% e

Tabela 1: Hipótese das expectativas

	$r(1)_t - r(1)_{t+1}$
$r(2) - r(1)$	-0.02*** (0.01)
Constante	1.25*** (0.04)
R ²	0.83
Num. obs.	196

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

que β é diferente de 1 (estatística t igual a 6.144). Desse resultado podemos tirar duas conclusões. A primeira de que a hipóteses das expectativas não é válida quando usamos as taxas de um e dois meses para testá-la e a segunda que o spread entre essas taxas apresenta forte poder preditivo para taxas futuras. Podemos então seguir para estimar um modelo onde veremos se as três taxas futuras selecionadas, 1 mês, 12 meses e 60 meses, possuem informações preditivas entre si. Seguimos Shousha (2008) e Ange Piazzesi (2003) estimando o modelo somente com as taxas de juros antes de acrescentar as variáveis macro e comparar os dois modelos.

3.2 VECM

Antes de estimar o nosso VAR com as três taxas foi preciso realizar um teste de estacionaridade das 3 variáveis. Usamos o teste Dickey-Fuller aumentado de raiz unitária (ADF). Os resultados estão na tabela 2. Vemos que as três variáveis são não estacionárias em nível considerando 95% de nível de significância e estacionárias na primeira diferença. Sendo as três I(1), podemos testar se há uma relação de longo prazo entre elas, ou seja, se existe uma combinação linear entre as taxas que resulte em um processo estacionário, conforme mostrado na equação (4). O teste usado foi o do traço de Johansen, que consiste em testar o posto r da matriz Π que contém as taxas selecionadas. Se $r = 0$ temos que não há cointegração. O máximo possível é de 2 graus de cointegração. Os resultados do teste do traço podem ser vistos na tabela 3, indicando que podemos rejeitar a hipótese nula de que não há cointegração. O teste mostra que se usarmos um nível de significância de 5% podemos rejeitar que há apenas 1 grau de cointegração, enquanto se usarmos significância de 1% não podemos rejeitar essa hipótese. O resultado

Tabela 2: Resultado Dickey-Fuller aumentado

	Em nível	Primeira diferença		
1 mês	-0.9	-5.21		
12 meses	-1.47	-7.27		
60 meses	-1.64	-10.24		
		0.1	0.05	0.01
Valores críticos	-2.58	-1.95	-1.62	

do teste do autovalor de Johansen mostrou o mesmo resultado (não apresentado aqui). Foram usadas duas defasagens, conforme indicado pelos critérios de informação AIC, SC e HQ.

Tabela 3: Teste do traço de Johansen

	Teste	0.1	0.05	0.01
$r \leq 2$	3.18	7.52	9.24	12.97
$r \leq 1$	23.29	17.85	19.96	24.60
$r = 0$	72.54	32.00	34.91	41.07

Finalmente podemos estimar o nosso primeiro modelo. Estimamos com um e dois graus de integração, mas o primeiro apresentou erros autocorrelacionados, por isso seguiremos com o modelo com dois termos de correção de erros. Temos que as combinações que geram os termos estacionários são:

$$\begin{aligned}\mu_{1t} &= 5.939 + x_{1t-1} - 1.399x_{60t-1} \\ \mu_{2t} &= 4.716 + x_{12t-1} - 1.324x_{60t-1}\end{aligned}\tag{9}$$

Enquanto o modelo completo segue da forma:

$$\begin{aligned}\Delta x_{1t} &= -0.126\mu_{1t} + 0.159\mu_{2t} + 0.381x_{1t-1} + 0.291x_{12t-1} - 0.129x_{60t-1} \\ \Delta x_{12t} &= -0.022\mu_{1t} + 0.024\mu_{2t} + 0.211x_{1t-1} + 0.324x_{12t-1} - 0.001x_{60t-1} \\ \Delta x_{60t} &= 0.002\mu_{1t} + 0.074\mu_{2t} + 0.176x_{1t-1} - 0.087x_{12t-1} + 0.241x_{60t-1}\end{aligned}\tag{10}$$

Tabela 4: VECM: taxas de 1 mês, 12 meses e 60 meses

	$1mes_t$	$12meses_t$	$60meses_t$
μ_{1t}	-0.13*** (0.02)	-0.02 (0.06)	0.00 (0.09)
μ_{2t}	0.16*** (0.03)	0.02 (0.08)	0.07 (0.12)
$1mes_{t-1}$	0.38*** (0.07)	0.21 (0.19)	0.18 (0.28)
$12meses_{t-1}$	0.29*** (0.05)	0.32* (0.15)	-0.09 (0.22)
$60meses_{t-1}$	-0.13*** (0.03)	-0.00 (0.09)	0.24 (0.13)
R^2	0.83	0.25	0.12
RMSE	0.15	0.41	0.60

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

O modelo foi estimado por máxima verossimilhança e como podemos ver possui um R^2 elevado apenas para a taxa curta, onde todos os parâmetros selecionados são relevantes. A tabela 4 apresenta os parâmetros estimados e o erro padrão em parêntesis. Para a taxa longa, de 5 anos, nenhum parâmetro é significativo, enquanto para a taxa de 1 ano apenas a sua defasagem é estatisticamente diferente de 0 a um nível de 95% de significância. Nossos parâmetros dos vetores de correção de erro, $\mu_{1t} = -0.126$ e $\mu_{2t} = 0.159$ são as velocidades de ajustamento para o equilíbrio de longo prazo, quanto maior o seu valor, mais rápido as taxas retornam para o seu equilíbrio.

O modelo foi testado para autocorrelção nos resíduos através do teste de Portmanteau. Cujo o valor do teste foi de 154.806, que representa um p valor de 0.06, não nos permitindo rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação dos resíduos do modelo. Testamos também a normalidade dos resíduos, através do teste de Jarque-Bera. Tanto o resultado para o modelo como um todo tanto o para os resíduos de cada equação rejeitando a hipótese nula de normalidade dos resíduos. Como nossa amostra é grande, isso não é um grande problema.

Podemos ainda analisar a decomposição da variância das taxas em 60 meses, presente na tabela 5 e a reação de cada uma das taxas a um choque, após 24 meses, presentes nos gráficos 3 a 5, junto com os intervalos de confiança de 95%. Podemos ver que as taxas de 12 meses e 60 reagem positivamente a um choque de um desvio padrão na taxa de 1 mês, mas o impacto não passa de meio ponto percentual até o

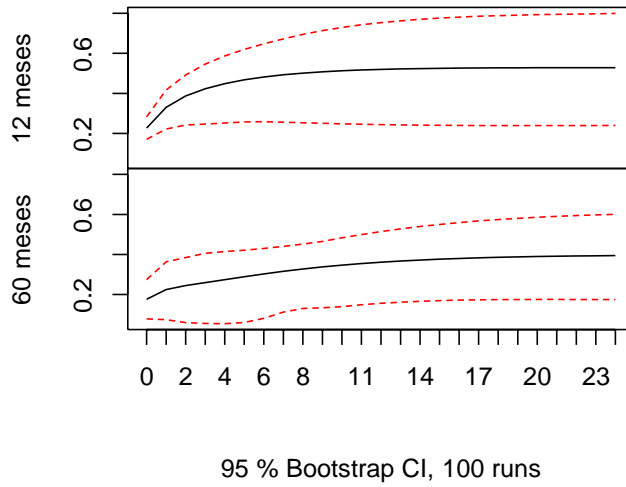


Gráfico 3: Resposta ao impulso na taxa de 1 mês

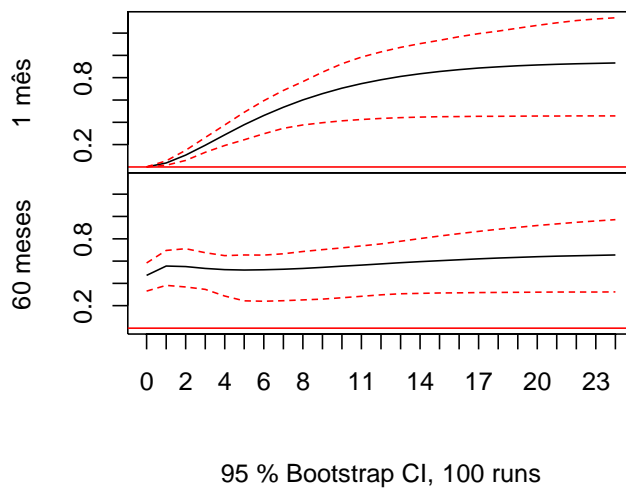
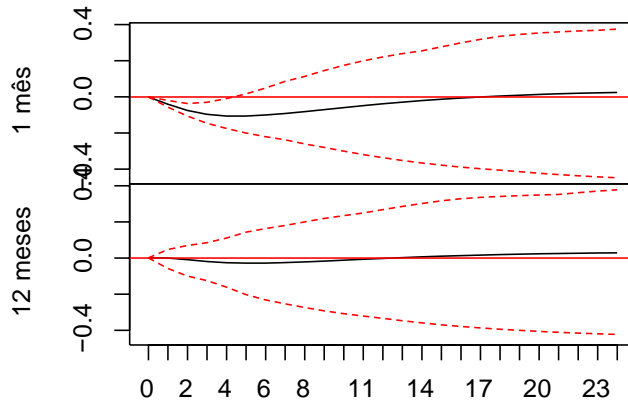


Gráfico 4: Resposta ao impulso na taxa de 12 meses



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 5: Resposta ao impulso na taxa de 60 meses

segundo ano após o choque. As taxas de 1 mês e 60 meses têm reações parecidas a um choque na taxa de 12 meses, enquanto as taxas de 1 mês e 12 meses não respondem a um choque na taxa de 60 meses. A decomposição da variância mostra que a variação na taxa de 12 meses não pode ser explicada pela taxa de 60 meses, sendo basicamente explicada por ela mesma. Para a taxa curta, o efeito no choque da taxa de 12 meses cresce até alcançar 72% da variação. Já a variação da taxa longa após 60 meses é basicamente explicada pela variação da taxa de 12 meses.

Tabela 5: Decomposição da variância do erro de previsão

meses	1 mês			12 meses			60 meses		
	1 mês	12 meses	60 meses	1 mês	12 meses	60 meses	1 mês	12 meses	60 meses
1	1.00	0.00	0.00	0.32	0.68	0	0.09	0.64	0.27
2	0.97	0.02	0.02	0.35	0.65	0	0.10	0.62	0.28
3	0.90	0.06	0.04	0.36	0.64	0	0.11	0.62	0.27
4	0.83	0.13	0.04	0.37	0.63	0	0.12	0.62	0.26
5	0.76	0.20	0.04	0.38	0.62	0	0.13	0.63	0.24
10	0.51	0.47	0.02	0.35	0.65	0	0.19	0.66	0.15
20	0.36	0.64	0.01	0.31	0.69	0	0.24	0.69	0.07
30	0.31	0.68	0.00	0.29	0.71	0	0.25	0.71	0.05
40	0.30	0.70	0.00	0.28	0.72	0	0.25	0.72	0.03
60	0.28	0.72	0.00	0.27	0.73	0	0.25	0.72	0.02

4 Acrescentando as variáveis macroeconômicas

4.1 VAR com variáveis macroeconômicas

Seguindo o trabalho de Ang e Piazzesi (2003) acrescentaremos variáveis macroeconômicas em nosso modelo da estrutura a termo para podermos investigar a influência delas nas taxas futuras brasileiras. Primeiramente estimaremos um modelo sem a variável fiscal. Para confirmar nossas suspeitas testamos a estacionaridade das séries através do método Dickey-Fuller aumentado de raiz unitária. As séries IPCA, câmbio e resultado primário são estacionárias, enquanto o PIB e todas as séries de juros, que foram mostradas na seção anterior, não são estacionárias. Testamos também a primeira diferença do PIB, que resulta em uma série estacionária. Os resultados podem ser vistos na tabela 6.

Tabela 6: Resultado teste Dickey-Fuller aumentado das variáveis macro

	Em nível	Primeira diferença
PIB	1.92	-7.93
IPCA	-2.73	
Câmbio	-8.58	
Resultado primário	-5.87	

As séries do PIB e das taxas de 1, 12 e 60 meses foram usadas diferenciadas. O critério de informação Akaike (AIC) indica duas defasagens e os critérios Hanna-Quin (HQ) e Schwarz (SC) indicam

	0.1	0.05	0.01
Valores críticos	-2.58	-1.95	-1.62

uma defasagem. Os dois modelos não apresentam autocorrelação nos resíduos, testados através do teste de Portmanteau, nem heterocedasticidade, testado através de um teste ARCH-LM. Ambos não apresentam resíduos que seguem a distribuição normal, testados pelo teste de Jarque-Bera. Novamente por contado tamanho da amostra isso não representa um problema para o modelo. Os resultados em ambos foram muito parecidos e optamos por utilizar duas defasagens por acomodar melhor as variáveis do modelo. Os resultados estão na tabela 7.

Na tabela 8 apresentamos o resultado do modelo com a variável fiscal. Foi utilizada uma defasagem, conforme indicado pelos critérios de informação AIC, HQ e SC. Novamente o modelo foi testado para autocorrelação, heterocedasticidade e normalidade dos resíduos. Conforme os testes não podemos rejeitar as hipóteses de ausência de autocorrelação e homoscedasticidade, porém rejeitamos a hipótese de normalidade.

Podemos ver que a variável fiscal só é explicada pela sua defasagem e pelo PIB, enquanto ela não é significativa para nenhuma outra variável. Nota-se que nos dois modelos as dinâmicas do PIB, câmbio e da taxa de 60 meses não foram bem capturadas. Já o R^2 para a taxa de 1 mês é elevado nos dois casos. O IPCA nos dois modelos tem como variáveis relevantes o PIB, suas defasagens e as taxas curta e média. Já a taxa de 12 meses tem a segunda defasagem do PIB como único parâmetro significativo no modelo sem a variável fiscal e a primeira defasagem da taxa de 1 mês no modelo com o fiscal. No modelo sem a variável fiscal as taxas de 12 e 60 meses tem como significativa a segunda defasagem do PIB, enquanto a taxa de 1 mês incorpora a segunda defasagem da inflação e a primeira defasagem das 3 taxas utilizadas. Realizamos o teste de causalidade de Granger, que nos permite dizer qual taxa tem capacidade preditiva sobre a outra. A causalidade no sentido de Granger não é o mesmo que dizer que uma variável cause a outra, mas sim que ela precede variações em outra variável. A tabela 9 contém todos os p valores dos testes de causalidade de granger entre as variáveis usadas. A hipótese nula é de que a variável na linha i não granger causa a variável da coluna j . A diagonal está vazia porque naturalmente uma variável não pode granger causar ela mesma. Podemos ver que o PIB granger causa a inflação e o resultado primário. A inflação causa apenas a taxa curta, enquanto o câmbio causa apenas o PIB. O resultado primário apresenta um resultado interessante, causando apenas as taxas médias e longas em um nível de significância

de 95%. O IPCA é causado pelas 3 taxas. A taxa curta causa ainda a de 12 meses e a de 12 meses causa a curta.

A decomposição da variância do erro de previsão está presente na tabela 10. O principal indicador macroeconômico a influenciar a variação nas taxas muda para cada uma delas. Para a taxa curta, após 60 meses, o PIB e a inflação têm participação igual e bem superior ao câmbio. Já para a taxa média inflação e o câmbio têm a mesma influência, mas ambos são superados pela atividade. Já na taxa longa é o câmbio que parece influenciar mais. As variáveis macro não conseguiram captar bem a variação das taxas após 5 anos. Nossos resultados divergem dos encontrados por Shousha (2008). Ele encontrou para a soma da participação das 3 variáveis macroeconômicas na variação das taxas 28.86% para a taxa de 1 mês e 53.21% para a taxa de 12 meses. Ele não utilizou taxas mais longas em seu trabalho. Chama a atenção a participação do câmbio na taxa de 12 meses, que alcança 41% da variação após 60 meses. Já Ang e Piazzesi (2003) não usam o câmbio como variável explicativa em seu modelo com as taxas americanas. Eles encontram uma grande influência da inflação no modelo sem defasagens para as variáveis macroeconômicas. Quando acrescentam os componentes autorregressivos nessas variáveis a participação delas cai, mas continua bastante elevado para as taxas de 1 e 12 meses, com 85.17% e 63.5% respectivamente. Para a taxa de 60 meses a participação é bem reduzida, alcançando 6.9% após 60 meses. Nosso resultado, embora vá na mesma direção de Shousha (2008), encontra uma participação menor das variáveis macro na variação das taxas. Temos 19% na taxa curta, 24% na de 12 meses e 29% na taxa longa. A influenciada das variáveis macro cai quando acrescentamos a variável fiscal.

Tabela 7: VAR com variáveis macro e taxas futuras

	PIB_t	$IPCA_t$	$Cmbio_t$	$1ms_t$	$12meses_t$	$60meses_t$
PIB_{t-1}	-0.06 (0.08)	-0.04* (0.01)	-0.00 (0.00)	0.00 (0.01)	0.04 (0.03)	0.04 (0.04)
$IPCA_{t-1}$	-0.22 (0.40)	0.54*** (0.08)	-0.02 (0.01)	-0.07 (0.06)	-0.04 (0.15)	-0.07 (0.22)
$Cmbio_{t-1}$	-2.29 (2.65)	0.52 (0.51)	0.36*** (0.09)	-0.21 (0.39)	-0.12 (0.98)	0.77 (1.46)
$1ms_{t-1}$	-0.97 (0.60)	-0.05 (0.12)	0.02 (0.02)	0.57*** (0.09)	0.19 (0.22)	0.11 (0.33)
$12meses_{t-1}$	0.81 (0.41)	0.25** (0.08)	-0.01 (0.01)	0.24*** (0.06)	0.21 (0.15)	-0.39 (0.23)
$60meses_{t-1}$	-0.31 (0.26)	-0.11* (0.05)	0.01 (0.01)	-0.10** (0.04)	0.09 (0.09)	0.47*** (0.14)
PIB_{t-2}	0.06 (0.08)	0.02 (0.01)	-0.00 (0.00)	0.01 (0.01)	0.10*** (0.03)	0.11** (0.04)
$IPCA_{t-2}$	-0.39 (0.38)	-0.09 (0.07)	0.01 (0.01)	0.19*** (0.06)	0.16 (0.14)	0.06 (0.21)
$Cmbio_{t-2}$	-4.61 (2.65)	-0.07 (0.51)	-0.04 (0.09)	0.58 (0.39)	-0.32 (0.98)	-1.54 (1.46)
$1ms_{t-2}$	-0.18 (0.47)	0.03 (0.09)	-0.01 (0.02)	0.04 (0.07)	0.11 (0.17)	0.20 (0.26)
$12meses_{t-2}$	0.39 (0.42)	-0.03 (0.08)	0.02 (0.01)	0.13* (0.06)	0.15 (0.15)	0.34 (0.23)
$60meses_{t-2}$	-0.17 (0.26)	0.01 (0.05)	-0.01 (0.01)	-0.08* (0.04)	-0.18 (0.10)	-0.33* (0.14)
Constante	0.43* (0.20)	0.26*** (0.04)	0.00 (0.01)	-0.07* (0.03)	-0.11 (0.07)	-0.07 (0.11)
R^2	0.14	0.39	0.17	0.81	0.33	0.20
RMSE	1.05	0.20	0.03	0.15	0.39	0.58

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

Tabela 8: VAR com variáveis macro, incluindo fiscal, e taxas futuras

	PIB_t	$IPCA_t$	$Cmbio_t$	$ResultadoP\ rimrio_t$	$1ms_t$	$12meses_t$	$60meses_t$
PIB_{t-1}	-0.05 (0.07)	-0.04** (0.01)	-0.00 (0.00)	1553.60* (651.43)	-0.00 (0.01)	0.03 (0.03)	0.04 (0.04)
$IPCA_{t-1}$	-0.57 (0.32)	0.46*** (0.06)	-0.01 (0.01)	157.20 (2839.61)	0.08 (0.05)	0.00 (0.12)	-0.06 (0.18)
$Cmbio_{t-1}$	-4.08 (2.49)	0.43 (0.48)	0.35*** (0.08)	-7120.61 (22104.70)	-0.01 (0.38)	-0.53 (0.95)	-0.03 (1.42)
$ResultadoP\ rimrio_{t-1}$	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.00 (0.00)	0.46*** (0.06)	0.00 (0.00)	0.00* (0.00)	0.00 (0.00)
$1ms_{t-1}$	-0.96** (0.29)	-0.04 (0.06)	0.02 (0.01)	3676.03 (2607.61)	0.66*** (0.05)	0.28* (0.11)	0.33* (0.17)
$12meses_{t-1}$	0.95* (0.37)	0.25*** (0.07)	-0.01 (0.01)	-1814.69 (3299.31)	0.25*** (0.06)	0.26 (0.14)	-0.32 (0.21)
$60meses_{t-1}$	-0.33 (0.24)	-0.10* (0.05)	0.00 (0.01)	213.37 (2093.48)	-0.14*** (0.04)	0.03 (0.09)	0.38** (0.13)
Constante	0.42* (0.17)	0.26*** (0.03)	0.00 (0.01)	-134.59 (1502.76)	-0.05 (0.03)	-0.03 (0.06)	-0.02 (0.10)
R ²	0.11	0.38	0.15	0.27	0.79	0.26	0.11
RMSE	1.05	0.20	0.03	9360.70	0.16	0.40	0.60

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

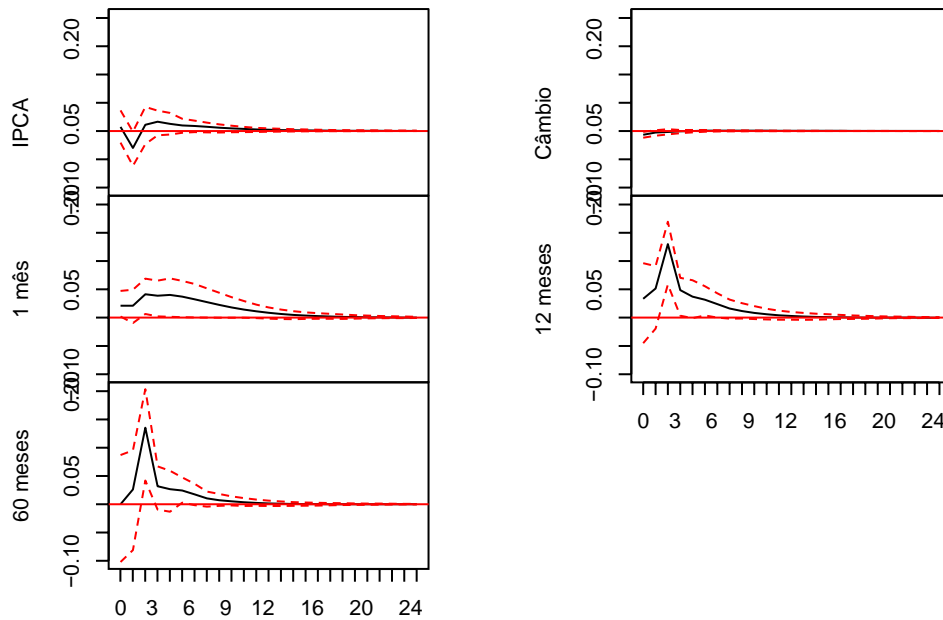
Tabela 9: Causalidade de Granger

	PIB	IPCA	Câmbio	Resultado primário	1 mês	12 meses	60 meses
PIB		0.017	0.772	0.021	0.415	0.297	0.456
IPCA	0.060		0.735	0.800	0.029	0.646	0.926
Câmbio	0.034	0.162		0.338	0.215	0.302	0.944
Resultado primário	0.154	0.561	0.454		0.073	0.021	0.050
1 mês	0.021	0.006	0.158	0.346		0.014	0.211
12 meses	0.849	0.000	0.987	0.904	0.024		0.900
60 meses	0.583	0.069	0.831	0.664	0.589	0.248	

Tabela 10: Decomposição da variância do erro de previsão do
VAR

meses	PIB						IPCA						Câmbio						1 mês						12 meses						60 meses					
	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses	PIB	IPCA	Câmbio	1 mês	12 meses	60 meses
1	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.95	0.00	0	0.00	0.02	0.01	0	0.97	0.00	0.00	0.01	0.06	0.06	0.24	0.63	0.00	0.00	0.05	0.19	0.03	0.46	0.27
2	0.97	0.00	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	0.93	0	0.01	0.02	0.02	0.04	0.01	0.94	0.00	0	0.00	0.02	0.00	0	0.92	0.03	0.02	0.02	0.06	0.06	0.24	0.61	0.00	0.00	0.04	0.20	0.03	0.43	0.29
3	0.94	0.01	0.03	0.00	0.02	0.01	0.02	0.91	0	0.03	0.02	0.02	0.04	0.01	0.93	0.00	0	0.01	0.04	0.03	0	0.82	0.05	0.05	0.11	0.06	0.06	0.23	0.54	0.01	0.05	0.04	0.20	0.03	0.40	0.28
4	0.92	0.01	0.04	0.01	0.02	0.01	0.02	0.89	0	0.03	0.02	0.03	0.04	0.01	0.92	0.01	0	0.01	0.05	0.06	0	0.75	0.07	0.07	0.11	0.06	0.06	0.23	0.51	0.03	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
5	0.92	0.01	0.04	0.01	0.02	0.01	0.02	0.88	0	0.04	0.02	0.03	0.04	0.01	0.92	0.01	0	0.02	0.06	0.08	0	0.71	0.08	0.08	0.11	0.06	0.06	0.24	0.50	0.03	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
10	0.89	0.01	0.04	0.02	0.02	0.01	0.03	0.87	0	0.04	0.03	0.03	0.04	0.02	0.91	0.01	0	0.02	0.08	0.10	0	0.64	0.09	0.09	0.12	0.06	0.06	0.24	0.49	0.04	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
20	0.89	0.02	0.04	0.03	0.02	0.01	0.03	0.87	0	0.04	0.03	0.03	0.04	0.02	0.91	0.01	0	0.02	0.09	0.10	0	0.63	0.09	0.09	0.12	0.06	0.06	0.24	0.49	0.04	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
30	0.89	0.02	0.04	0.03	0.02	0.01	0.03	0.87	0	0.04	0.03	0.03	0.04	0.02	0.91	0.01	0	0.02	0.09	0.10	0	0.63	0.09	0.09	0.12	0.06	0.06	0.24	0.49	0.04	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
40	0.89	0.02	0.04	0.03	0.02	0.01	0.03	0.87	0	0.04	0.03	0.03	0.04	0.02	0.91	0.01	0	0.02	0.09	0.10	0	0.63	0.09	0.09	0.12	0.06	0.06	0.24	0.49	0.04	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28
60	0.89	0.02	0.04	0.03	0.02	0.01	0.03	0.87	0	0.04	0.03	0.03	0.04	0.02	0.91	0.01	0	0.02	0.09	0.10	0	0.63	0.09	0.09	0.12	0.06	0.06	0.24	0.49	0.04	0.05	0.04	0.20	0.04	0.39	0.28

As respostas ao impulso podem ser vistas nos gráficos 6 a 11 a seguir. Apresentamos apenas até o décimo segundo mês após o choque, pois em todas as variáveis esse período foi suficiente para que o choque inicial se dissipasse. Podemos ver que um choque no PIB causa pouquíssimo efeito nas outras variáveis, enquanto um choque no câmbio gera um efeito positivo nas taxas de 1 e 5 anos e uma redução no inicial no PIB, efeitos que se dissipam até o sexto mês. Um choque na inflação resulta nos efeitos esperados para um banco central que segue uma regra de política da forma descrita por Clarida, Galí e Gertler (2000). Um aumento na inflação é acompanhado por um aumento nas taxas de juros para os 3 vencimentos.

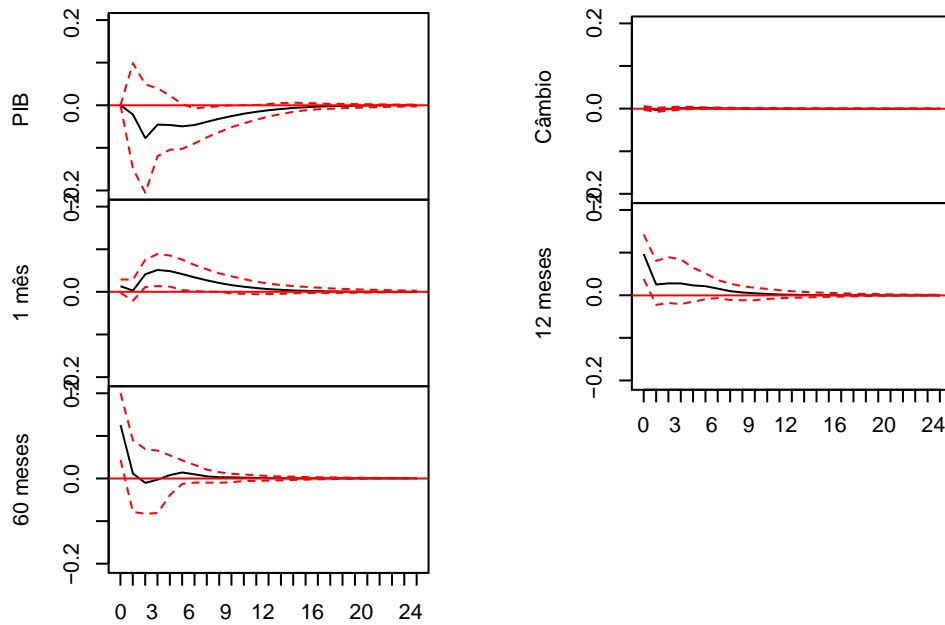


95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 6: Resposta ao impulso no PIB

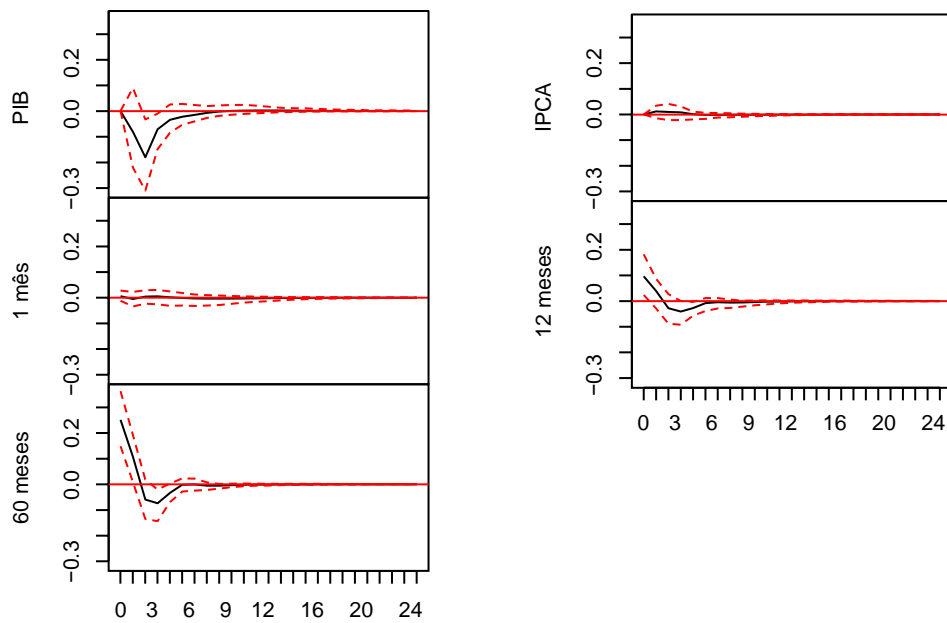
4.2 VAR com spreads

Pode ser que nosso modelo anterior, por usar as taxas na primeira diferença para lidar com a não estacionaridade, tenha deixado passar alguma informação valiosa dessas séries. Por isso vamos substituir



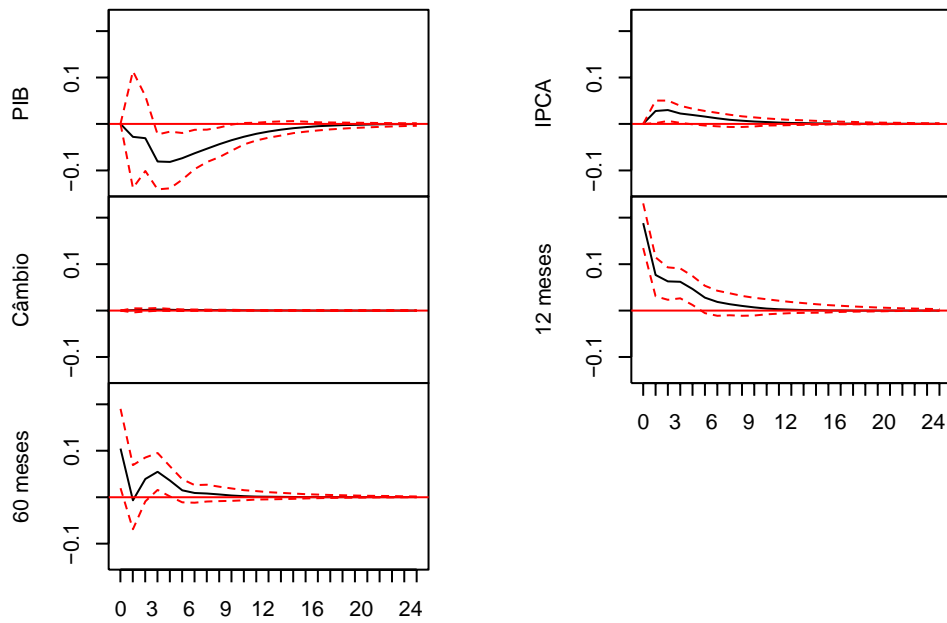
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 7: Resposta ao impulso na inflação



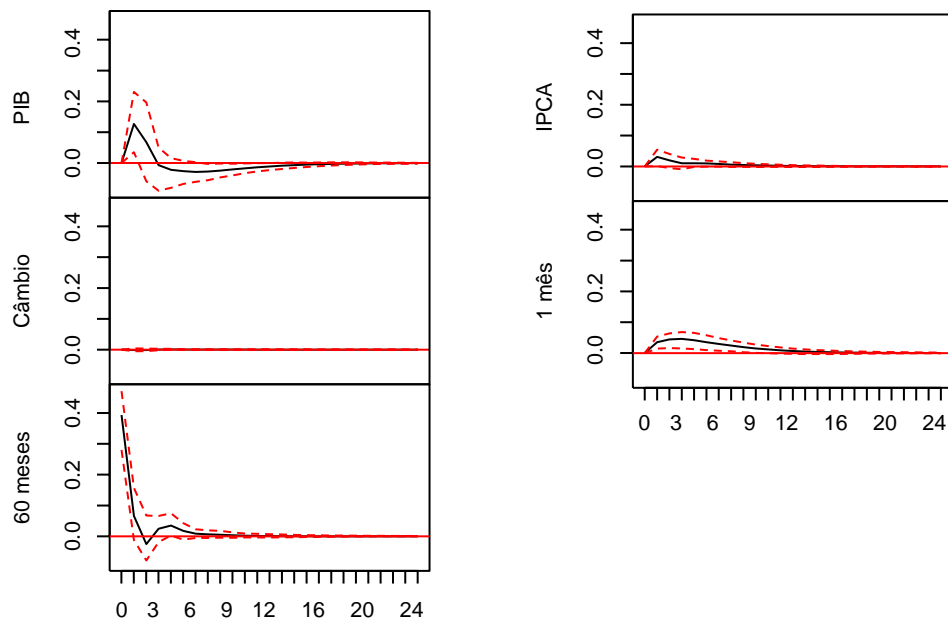
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 8: Resposta ao impulso no Câmbio



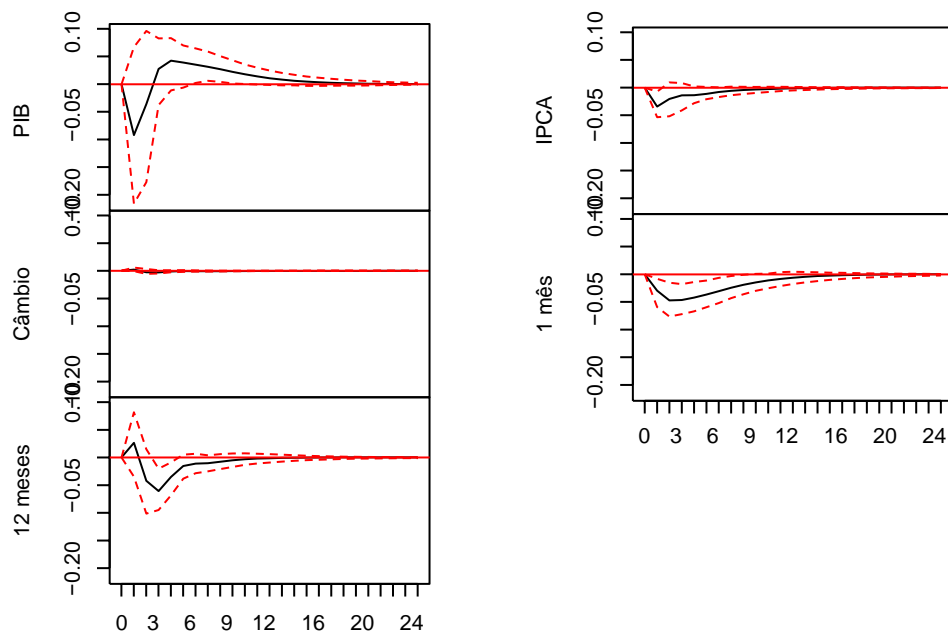
95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 9: Resposta ao impulso na taxa de 1 mês



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 10: Resposta ao impulso na taxa de 12 meses



95 % Bootstrap CI, 100 runs

Gráfico 11: Resposta ao impulso na taxa de 60 meses

as séries diferenciadas pelo spread entre elas. Teremos naturalmente 3 medidas distintas. 5 anos menos 1 ano, 5 anos menos 1 mês e 1 ano menos 1 mês. Os spreads são estacionários. Mantivemos a série do PIB em sua primeira diferença. O resultado do modelo com spread de 1 ano e 1 mês pode ser visto na tabela 11 e os outros dois na tabela 12. Seguimos o critério AIC para escolher a quantidade de defasagens. O modelo com o spread das taxas de 1 ano e 1 mês tem duas defasagens, o de 5 anos e 1 mês e o de 5 anos e 1 ano têm 4. Todos modelos foram testados para autocorrelação, heterocedasticidade e normalidade dos resíduos. Não podemos rejeitar a hipótese nula de ausência de autocorrelação e homoscedasticidade em nenhum modelo. Nenhum dos três possui resíduos normais.

Podemos ver que os spreads são pouco afetados pelas variáveis macro, sendo o spread de 1 ano e 1 mês o único que tem uma delas como variável significativa. O mesmo pode ser visto na decomposição da variância, onde as variáveis macro não chegam a 30% em nenhum dos spreads de 5 anos e 1 mês e 5 anos e 1 ano após 60 meses. No spread de 1 ano e 1 mês chega a 37% após 60 meses. Substituir as taxas pelos spreads aumentou pouco a influência das variáveis macroeconômicas em nosso modelo.

Tabela 11: VAR com variáveis macro e spread 1 ano e 1 mês

	PIB_t	$IPCA_t$	$Cmbio_t$	$Spread1a1m_t$
PIB_{t-1}	-0.05 (0.07)	-0.04** (0.01)	0.00 (0.00)	0.04 (0.02)
$IPCA_{t-1}$	-0.28 (0.39)	0.55*** (0.08)	-0.01 (0.01)	0.03 (0.12)
$Cmbio_{t-1}$	-4.31 (2.40)	0.11 (0.47)	0.40*** (0.08)	0.99 (0.77)
$Spread1a1m_{t-1}$	0.50* (0.22)	0.09* (0.04)	-0.01 (0.01)	1.16*** (0.07)
PIB_{t-2}	0.07 (0.07)	0.01 (0.01)	-0.00 (0.00)	0.09*** (0.02)
$IPCA_{t-2}$	-0.47 (0.38)	-0.10 (0.07)	0.01 (0.01)	-0.01 (0.12)
$Cmbio_{t-2}$	-4.76* (2.35)	-0.29 (0.46)	-0.11 (0.08)	-1.17 (0.75)
$Spread1a1m_{t-2}$	-0.47* (0.22)	-0.05 (0.04)	0.01 (0.01)	-0.26*** (0.07)
Constante	0.53** (0.19)	0.25*** (0.04)	0.00 (0.01)	-0.02 (0.06)
R^2	0.12	0.37	0.15	0.89
RMSE	1.05	0.21	0.03	0.34

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

Tabela 12: VAR com variáveis macro e spread

	PIB_t	$IPCA_t$	$Cmbio_t$	$Spread5a1m_t$	PIB_t	$IPCA_t$	$Cmbio_t$	$Spread5a1a_t$
PIB_{t-1}	-0.12 (0.08)	-0.02 (0.02)	-0.00 (0.00)	0.03 (0.04)	-0.12 (0.08)	-0.02 (0.02)	-0.00 (0.00)	0.00 (0.03)
$IPCA_{t-1}$	-0.06 (0.38)	0.60*** (0.08)	-0.01 (0.01)	-0.09 (0.21)	0.01 (0.39)	0.60*** (0.08)	-0.01 (0.01)	-0.15 (0.13)
$Cmbio_{t-1}$	-4.16 (2.58)	0.54 (0.51)	0.40*** (0.09)	1.67 (1.42)	-2.65 (2.60)	0.97 (0.51)	0.38*** (0.08)	0.62 (0.89)
$Spread5a1m_{t-1}$	0.10 (0.15)	-0.01 (0.03)	-0.00 (0.00)	1.28*** (0.08)				
PIB_{t-2}	0.03 (0.08)	0.04* (0.01)	-0.00 (0.00)	0.09* (0.04)	0.04 (0.07)	0.04** (0.01)	-0.00 (0.00)	0.02 (0.03)
$IPCA_{t-2}$	-0.13 (0.44)	-0.14 (0.09)	0.01 (0.01)	-0.04 (0.24)	-0.09 (0.44)	-0.14 (0.09)	0.01 (0.01)	-0.02 (0.15)
$Cmbio_{t-2}$	-3.75 (2.75)	-0.39 (0.54)	-0.08 (0.09)	-2.19 (1.51)	-3.61 (2.76)	-0.36 (0.54)	-0.06 (0.09)	-0.71 (0.95)
$Spread5a1m_{t-2}$	-0.03 (0.24)	0.03 (0.05)	-0.01 (0.01)	-0.52*** (0.13)				
PIB_{t-3}	-0.08 (0.08)	0.03 (0.02)	-0.00 (0.00)	-0.04 (0.04)	-0.05 (0.07)	0.03* (0.01)	-0.00 (0.00)	-0.02 (0.03)
$IPCA_{t-3}$	-0.48 (0.44)	0.07 (0.09)	0.01 (0.01)	-0.15 (0.24)	-0.43 (0.44)	0.06 (0.09)	0.01 (0.01)	-0.09 (0.15)
$Cmbio_{t-3}$	-8.30** (2.71)	0.53 (0.54)	0.12 (0.09)	0.68 (1.49)	-8.04** (2.73)	0.51 (0.53)	0.14 (0.09)	-0.12 (0.94)
$Spread5a1m_{t-3}$	0.14 (0.24)	-0.00 (0.05)	0.01 (0.01)	0.35** (0.13)				
PIB_{t-4}	-0.01 (0.07)	-0.03* (0.01)	0.00 (0.00)	-0.05 (0.04)	0.01 (0.07)	-0.03* (0.01)	0.00 (0.00)	-0.02 (0.03)
$IPCA_{t-4}$	-0.71 (0.39)	0.09 (0.08)	-0.02 (0.01)	-0.30 (0.21)	-0.75 (0.39)	0.08 (0.08)	-0.02 (0.01)	-0.19 (0.13)
$Cmbio_{t-4}$	-0.28 (2.49)	0.71 (0.49)	-0.09 (0.08)	-0.10 (1.37)	-0.35 (2.48)	0.77 (0.48)	-0.08 (0.08)	0.84 (0.85)
$Spread5a1m_{t-4}$	-0.15 (0.14)	-0.01 (0.03)	0.00 (0.00)	-0.19* (0.08)				
Constante	0.82*** (0.21)	0.16*** (0.04)	0.00 (0.01)	0.33** (0.12)	0.74** (0.23)	0.19*** (0.05)	0.01 (0.01)	0.27** (0.08)
$Spread5a1a_{t-1}$					-0.16 (0.24)	-0.11* (0.05)	0.00 (0.01)	1.32*** (0.08)
$Spread5a1a_{t-2}$					0.26 (0.40)	0.13 (0.08)	-0.02 (0.01)	-0.58*** (0.14)
$Spread5a1a_{t-3}$					0.10 (0.39)	-0.02 (0.08)	0.01 (0.01)	0.31* (0.14)
$Spread5a1a_{t-4}$					-0.11 (0.23)	-0.01 (0.05)	0.00 (0.01)	-0.13 (0.08)
R^2	0.19	0.41	0.18	0.92	0.19	0.42	0.19	0.94
RMSE	1.03	0.20	0.03	0.57	1.04	0.20	0.03	0.36

*** $p < 0.001$; ** $p < 0.01$; * $p < 0.05$

Tabela 13: Decomposição da varância do erro de previsão do VAR com spread de 1 ano e 1 mês

meses	PIB				IPCA				Câmbio				spread 1 ano e 1 mês			
	PIB	IPCA	Câmbio	spread 1 ano e 1 mês	PIB	IPCA	Câmbio	spread 1 ano e 1 mês	PIB	IPCA	Câmbio	spread 1 ano e 1 mês	PIB	IPCA	Câmbio	spread 1 ano e 1 mês
1	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.95	0.00	0.00	0.04	0.08	0.87
2	0.97	0.00	0.01	0.02	0.02	0.96	0.00	0.02	0.04	0.01	0.95	0.00	0.01	0.05	0.11	0.84
3	0.93	0.01	0.03	0.02	0.02	0.95	0.00	0.03	0.05	0.01	0.95	0.00	0.06	0.04	0.10	0.80
4	0.92	0.01	0.04	0.02	0.02	0.93	0.01	0.04	0.05	0.01	0.94	0.00	0.09	0.04	0.08	0.79
5	0.92	0.02	0.04	0.02	0.02	0.92	0.01	0.05	0.05	0.01	0.94	0.00	0.12	0.04	0.07	0.78
10	0.91	0.02	0.04	0.03	0.03	0.89	0.01	0.07	0.05	0.01	0.93	0.01	0.18	0.03	0.05	0.74
20	0.91	0.02	0.04	0.03	0.04	0.89	0.01	0.07	0.05	0.01	0.93	0.01	0.19	0.03	0.05	0.74
30	0.91	0.02	0.04	0.03	0.04	0.89	0.01	0.07	0.05	0.01	0.93	0.01	0.19	0.03	0.05	0.74
40	0.91	0.02	0.04	0.03	0.04	0.89	0.01	0.07	0.05	0.01	0.93	0.01	0.19	0.03	0.05	0.74
60	0.91	0.02	0.04	0.03	0.04	0.89	0.01	0.07	0.05	0.01	0.93	0.01	0.19	0.03	0.05	0.74

5 Conclusão

Nossos resultados diferem de outros autores com relação à importância das variáveis macroeconômicas das taxas futuras. Isso pode se dar por 3 motivos distintos. O primeiro é referente as restrições impostas. Nossos modelos foram estimados sem restrição nenhuma, seja por ausência de arbitragem seja por fatores estruturais. O segundo é com relação ao período. O estudo de Shousha (2008) utiliza os dados brasileiros de 1999 até 2005, quando não havia um longo período desde a implementação do plano real e havíamos passado pela crise de 2002. Essa hipótese é menos provável, tendo em vista que os resultados encontrados por ele não diferem sistematicamente dos encontrados em outros países. O terceiro fator é referente às variáveis macro utilizadas. Mostramos que a variável fiscal não agregou na variação das taxas, embora tenha causado as três taxas no sentido de Granger, mas cabe um estudo se outras variáveis que não o resultado primário o faria. poderíamos também acrescentar uma variável que indicasse o risco inerente ao país, como o CDS.

Apesar disso, ficou claro que as variáveis macroeconômicas exercem diferentes influências de acordo com o vencimento analisado. Em especial está a reação positiva das três taxas a um choque na inflação. Pudemos ver também que incluir o spread entre as taxas ao invés delas próprias não acrescentou muito com relação às decomposições da variância. Nossos resultados mostram também que as taxas passadas têm um poder preditivo mais forte sobre as taxas futuras, sendo elas bem significantes nos 3 modelos estimados. Isso vai em linha com o resultado de outros autores, embora a magnitude dessa relação seja diferente.

Mostramos também que a nossa versão aproximada da hipótese das expectativas desmente a validade da mesma para o caso brasileiro, reforçando a importância da estrutura a termo como uma das variáveis a serem estudadas quando se analisa o arcabouço de ferramentas da autoridade monetária persiste. Embora não haja explicitamente uma meta para taxas futuras, é notório que são variáveis a serem consideradas nas tomadas de decisão.

6 Bibliografia

- ANG, A., PIAZZESI, M. "A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables", **Journal of Monetary economics**, v. 50, n. 4, p. 745–787, 2003.
- BERNANKE, B. S., MIHOV, I. "Measuring monetary policy", **The quarterly journal of economics**, v. 113, n. 3, p. 869–902, 1998.
- CALDEIRA, J. F., SMANIOTTO, E. N. "The expectations hypothesis of the term structure of interest rates: The Brazilian case revisited", **Applied Economics Letters**, v. 26, n. 8, p. 633–637, 2019.
- CLARIDA, R., GALI, J., GERTLER, M. "Monetary policy rules and macroeconomic stability: evidence and some theory", **The Quarterly journal of economics**, v. 115, n. 1, p. 147–180, 2000.
- COCHRANE, J. H., PIAZZESI, M. "Decomposing the yield curve". 2009. **Anais [...]** [S.l.: s.n.], 2009.
- DAI, Q., PHILIPPON, T. **Fiscal policy and the term structure of interest rates**. [S.l.], National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA., 2005
- DAI, Q., SINGLETON, K. J. "Specification analysis of affine term structure models", **The journal of finance**, v. 55, n. 5, p. 1943–1978, 2000.
- DE CARVALHO GUILLEN, O. T., TABAK, B. M. "Characterising the Brazilian term structure of interest rates", **International Journal of Monetary Economics and Finance**, v. 2, n. 2, p. 103–114, 2009.
- DIEBOLD, F. X., LI, C. "Forecasting the term structure of government bond yields", **Journal of econometrics**, v. 130, n. 2, p. 337–364, 2006.
- DUFFIE, D., KAN, R. "A yield-factor model of interest rates", **Mathematical finance**, v. 6, n. 4, p. 379–406, 1996.
- ENGLE, R. F., GRANGER, C. W. "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing", **Econometrica: journal of the Econometric Society**, p. 251–276, 1987.
- ESTRELLA, A., MISHKIN, F. S. "The predictive power of the term structure of interest rates in Europe and the United States: Implications for the European Central Bank", **European economic review**, v. 41, n. 7, p. 1375–1401, 1997.
- EVANS, C. L., MARSHALL, D. A. "Economic determinants of the nominal treasury yield curve", **Journal of Monetary Economics**, v. 54, n. 7, p. 1986–2003, 2007.
- GIESE, J. V. "Level, slope, curvature: Characterising the yield curve in a cointegrated VAR model", **Economics**, v. 2, n. 1, 2008.

JARDET, C., MONFORT, A., PEGORARO, F. "No-arbitrage near-cointegrated VAR (p) term structure models, term premia and GDP growth", **Journal of Banking & Finance**, v. 37, n. 2, p. 389–402, 2013.

JOSLIN, S., LE, A., SINGLETON, K. J. "Why Gaussian macro-finance term structure models are (nearly) unconstrained factor-VARs", **Journal of Financial Economics**, v. 109, n. 3, p. 604–622, 2013.

LICHA, A. L. **Teoria da política monetária**. [S.l.], Alta Books Editora, 2015.

LITTERMAN, R., SCHEINKMAN, J. "Common factors affecting bond returns", **Journal of fixed income**, v. 1, n. 1, p. 54–61, 1991.

MATSUMURA, M., MOREIRA, A., VICENTE, J. "Forecasting the yield curve with linear factor models", **International Review of Financial Analysis**, v. 20, n. 5, p. 237–243, 2011.

MISHKIN, F. S. "What does the term structure tell us about future inflation?", **Journal of monetary economics**, v. 25, n. 1, p. 77–95, 1990.

MOREIRA, A., ROCHA, K. **Choque fiscal e a dinâmica da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil**. [S.l.], Texto para Discussão, 2011.

PFAFF, B. **Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R**. Second ed. New York, Springer, 2008. Disponível em: <http://www.pfaffikus.de>.

R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, R Foundation for Statistical Computing, 2021. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.

RUDEBUSCH, G. D., WU, T. "A macro-finance model of the term structure, monetary policy and the economy", **The Economic Journal**, v. 118, n. 530, p. 906–926, 2008.

SHOUSA, S. "Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil", **Rio de Janeiro**, 2005.

7 Apêndice A

7.1 Modelo afim da estrutura a termo da curva de juros

Esta seção irá apresentar o modelo usado no trabalho e suas hipóteses. Seguiremos a descrição presente em Ang e Piazzesi (2001) e Shousha (2008).

A variáveis de estado seguem um processo autoregressivo da forma $x_t = \phi_0 + \sum_{l=1}^{L+1} \phi_l x_{t-l} + u_t$,

com ordem finita $L + 1$ e pode ser escrito em sua maneira compacta como um VAR(1).

$$X_t = \phi_0 + \phi_1' X_{t-1} + \Sigma \epsilon_t \quad (11)$$

Em que os choques exógenos ϵ_t são da forma $\epsilon_t \sim (0, u_t)$. A autoridade monetária decide o valor dataxa de juros de curto prazo de acordo com a seguinte regra:

$$r_t = \delta_0 + \delta_1' X_t \quad (12)$$

O prêmio de risco é variante no tempo e pode ser representado por uma função linear do vetor deestado.

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1' X_t \quad (13)$$

As três equações acima formam o nosso modelo linear. A matriz X_t é formado pelas variáveis observáveis X^o e por variáveis latentes X^u , que usaremos para representar o mercado de renda fixa. Os vetores ϕ_0 , δ_0 e λ_0 são constantes, enquanto ϕ_1 , δ_1 e λ_1 são matrizes dos parâmetros dessa economia. A equação da taxa de juros de curto no prazo, no nosso caso a taxa de 1 mês, já que usaremos dados mensais, pode ser modificada para aceitar os valores defasados das variáveis de estado.

Solucionando um modelo de maximização intertemporal do consumo, tal qual o de Lucas (1978), chega-se à equação de Euler, que nos mostra que o preço de um ativo qualquer pode ser

descrito por:

$$P_t = E\left[\beta \frac{u'_{c_{t+1}}}{u'_{c_t}} P_{t+1}\right] \quad (14)$$

Onde:

$$m_{t+1} = \beta \frac{u'_{c_{t+1}}}{u'_{c_t}} \quad (15)$$

É a taxa de desconto estocástica. Têm-se então:

$$1 = E\left[m_{t+1} \frac{P_{t+1}}{P_t}\right] \quad (16)$$

Sendo $\frac{P_{t+1}}{P_t}$ o retorno bruto desse ativo um período à frente. Na ausência de arbitragem, existe uma medida neutra ao risco Q (um martingal) em que:

$$P_t = E^Q[\exp(-r_t) P_{t+1}] \quad (17)$$

E r_t é a nossa taxa livre de risco, aquela que a autoridade monetária tem poder para influenciar. Usamos então a derivada de Radon-Nikodym, que converte a medida Q em uma medida geradora de dados ξ_{t+1}

$$E^Q(P_{t+1}) = \frac{E_t(\xi_{t+1} P_{t+1})}{\xi_t} \quad (18)$$

Onde ξ_{t+1} segue o seguinte processo log normal:

$$\xi_{t+1} = \xi_t \exp\left(\frac{1}{2} \sigma^2 \Delta t + \sigma \epsilon_t \sqrt{\Delta t}\right)$$

$$t_{+1} = \xi_t \exp\left(-\frac{\lambda_t \lambda_t}{2} - \lambda_t \epsilon_{t+1}\right) \quad (19)$$

Substituindo (7) e (8) em (4), temos que:

$$m_{t+1} = \exp(-r) \frac{\xi_{t+1}}{\xi_t} \quad (20)$$

E substituindo (2) em (10) temos a descrição completa da nossa taxa de desconto estocástica:

$$m_{t+1} = \exp\left(-\frac{1}{2}\lambda_t\lambda_t' - \delta_0 - \delta_1'X_t - \lambda_t'\epsilon_{t+1}\right) \quad (21)$$

7.2 Precificação dos títulos

Seja p_t^n o preço de um título de n períodos e que não tem cupom, podemos demonstrar a taxa composta desse título como:

$$r_t^n = \frac{-\log(p_t^n)}{n} \quad (22)$$

E claro podemos usar a equação (6) para precificar qualquer título recursivamente de maneira que:

$$p_t^n = E_t(m_{t+1} p_{t+1}^{n-1}) \quad (23)$$

Sob as hipóteses utilizadas, que geram um modelo afim da estrutura a termo, Duffie e Kan (1996) demonstram que os preços de um título que não paga cupons e de maturidade n pode ser descrito como uma função linear do estado da economia.

$$p_t^n = \exp(A_n + B_n' X_t) \quad (24)$$

onde A_n e B_n são encontrados ao resolvermos as seguintes equações diferenciais derivadas da equação (13):

$$\begin{aligned}
A_{n+1} &= A_n + B_n(\phi_0 - \Sigma \lambda_0) + \frac{1}{2} B_n \Sigma \Sigma' B_n - \delta_0 \\
B_{n+1} &= B_n'(\phi_1 - \Sigma \lambda_1) - \delta_1'
\end{aligned} \tag{25}$$

Sendo que $A_0 = B_0 = 0$ e conseqüentemente $A_1 = -\delta_0$ e $B_1 = -\delta_1'$. Substituindo a equação (12) na equação (14) temos:

$$r_t^n = \bar{A}_n + \bar{B}_n' X_t \tag{26}$$

Onde $\bar{A}_n = \frac{A_n}{n}$ e $\bar{B}_n = \frac{B_n}{n}$. Chegamos a uma equação que descreve a taxa de um título de

n

maturidade n como uma função linear do vetor de estados dessa economia.

Pode-se ainda calcular o excesso de retorno de um título, isto é, o retorno acima da taxa livre de risco ao manter em carteira por um período um título de maturidade maior que 1. Shousha (2008) mostra como o excesso de retorno pode ser calculado:

$$r_{t+1}^n - p_t^n = \log\left(\frac{P_{t+1}^n}{P_t^n}\right) - r_t = nr^n - (n-1)r^{n-1} - i^n \tag{27}$$

De maneira que ao calcularmos seu valor esperado temos:

$$\begin{aligned}
E(r_{t+1}^n) &= -(A_n + B_n' X_t) + A_{n-1} + B_{n-1}' E(X_{t+1}) - (\delta_0 + \delta_1' X_t) \\
&= -[A_{n-1} + B_{n-1}' (\phi_0 - \Sigma \lambda_0)] + \frac{1}{2} B_{n-1}' \Sigma \Sigma' B_{n-1} - \delta_0 - [B_{n-1}' (\phi_1 - \Sigma \lambda_1) - \delta_1'] X_t \\
&\quad + A_{n-1} + B_{n-1}' (\phi_0 + \phi_1 X_t) - (\delta_0 + \delta_1' X_t) \\
&= B_{n-1}' \Sigma \lambda_0 + B_{n-1}' \Sigma \lambda_1 X_t - \frac{1}{2} B_{n-1}' \Sigma \Sigma' B_{n-1}
\end{aligned}$$

$$r_{n-1} = \frac{1}{2} \left(r_{n-1} + r_{n-1} \right) + \lambda_1 \left(r_{n-1} - r_{n-1} \right) \quad (28)$$

A hipótese das expectativas, onde a taxa de longo prazo é resultado de uma média das taxas de curto prazo mais um prêmio de risco invariante no tempo, seria válida se $\lambda_1 = 0$.