



Previsão da permeabilidade de meios porosos  
formados com partículas reentrantes: validação  
do modelo de Kozeny – Carman.

Lívia Zamagna Medeiros

Projeto de Final de Curso

Orientador:

Ricardo Pires Peçanha, Ph.D.

Dezembro de 2017

# **Previsão da permeabilidade de meios porosos formados com partículas reentrantes: validação do modelo de Kozeny – Carman.**

***Lívia Zamagna Medeiros***

Projeto de Final de Curso submetido ao Corpo Docente da Escola de Química,  
como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Bacharel em  
Engenharia Química.

Aprovado por:

---

Gisele de Freitas Westphalen,  
Bel. Eng. Química

---

Yuri Carvalho,  
Bel. Eng. Química

---

Laílla Lopes Medeiros,  
Bel. Eng. Petróleo

Orientado por:

---

Ricardo Pires Peçanha,  
Ph.D.

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Dezembro de 2017

Medeiros, Lívia Zamagna

Previsão da permeabilidade de meios porosos formados com partículas reentrantes: validação do modelo de Kozeny – Carman. Lívia Zamagna Medeiros, Rio de Janeiro: UFRJ/EQ, 2017.

xiv, 36 p.; (Monografia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, 2017.

Orientador: Ricardo Pires Peçanha.

1. meios porosos. 2. partículas reentrantes. 3. Kozeny-Carman. 4. Monografia. (Graduação – UFRJ/EQ). 5. Ricardo Pires Peçanha. I. Previsão da permeabilidade de meios porosos formados com partículas reentrantes: validação do modelo de Kozeny – Carman

Ao meu irmão, que com seu amor e carinho incondicionais sempre foi minha fortaleza nos momentos mais difíceis desse trajeto. Tudo que faço é para você.

“Sua meta é ser o melhor do mundo naquilo que você faz. Não existem alternativas”

Prof. Vicente Falconi

## AGRADECIMENTOS

Primeiro e acima de tudo agradeço a minha família, que me ensinou que "objetivo" e "resiliência" caminham de mãos dadas para aqueles que almejam sucesso. Com meu pai, de quem herdei a vocação para a engenharia, aprendi que não existem caminhos fáceis na vida e que é necessário muita garra e disciplina para conquistar o mundo. Com a minha mãe, aprendi que empatia deve ser uma das maiores virtudes do ser humano e que as pessoas serão sempre aquilo que elas transmitem. Com meu irmão, entendo a cada dia que é necessário manter a pureza de alma para poder enxergar a beleza na vida e nas pessoas. Agradeço também aos meus avós, presentes em vida e em memória, que torceram e vibraram por cada conquista minha.

Agradeço ao meu orientador, prof. Ricardo Peçanha que, com toda sua paciência e amor pela docência, me ajudou a construir esse projeto desde a sua concepção. Ao João Vilaça, que dedicou seu tempo e esforço a me auxiliar com os experimentos. À Escola de Química e seus docentes, que formaram e moldaram a profissional que me tornei.

Agradeço aos meus amigos, irmãos de alma, que me ouviram e apoiaram em cada etapa do caminho. Em especial, meu muito obrigada à Gabriel Maia Ott, por suas horas de dedicação incansáveis sempre que eu precisei de conforto.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

Resumo do Projeto de Final de Curso apresentado à Escola de Química como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de bacharel em Engenharia Química.

**PREVISÃO DA PERMEABILIDADE DE MEIOS POROSOS FORMADOS COM PARTÍCULAS REENTRANTES: VALIDAÇÃO DO MODELO DE KOZENY-CARMAN.**

Livia Zamagna Medeiros

Dezembro, 2017

Orientador: Prof. Ricardo Pires Peçanha, Ph.D.

O projeto de equipamentos de processo envolvendo escoamento de fluidos em meios porosos requer o conhecimento prévio da permeabilidade do meio ( $k$ ). Esta pode ser determinada experimentalmente através da técnica denominada permeamtria ou estimada através de modelos ou correlações empíricas.

Na permeamtria, um meio poroso horizontal de comprimento dado ( $L$ ) é submetido ao escoamento de um fluido de densidade e viscosidade conhecidas (tipicamente ar). Para diversas vazões medidas do referido fluido, calcula-se sua velocidade superficial ( $q$ ) e medem-se as correspondentes quedas de pressão ( $\Delta p$ ).

A teoria do escoamento em meios porosos prevê que plotando-se em diagrama cartesiano os valores de  $(\Delta p / q L)$  versus  $q$ , resulta uma reta. A permeabilidade do meio poroso é obtida então do coeficiente linear da referida reta.

Neste trabalho foram realizados testes de permeamtria com quatro meios porosos, cada um formado com partículas reentrantes supostamente idênticas, do tipo anéis cilíndricos. Mais especificamente, os materiais utilizados nos ensaios foram diversos tipos de macarrões disponíveis comercialmente.

Com os valores de  $k$  dos referidos meios porosos, avaliou-se a chamada constante estrutural ( $\beta$ ) do modelo de Kozeny – Carman para a previsão da permeabilidade de tais meios. Além de  $\beta$ , tal modelo também depende do tamanho das partículas ( $d_p$ ), da esfericidade das partículas ( $\phi$ ) bem como da porosidade do meio poroso ( $\varepsilon$ ).

Para as partículas reentrantes testadas neste trabalho, os valores de  $\beta$  situaram-se na faixa 9,581 - 16,976, bem distinta da faixa 3,5 – 5,5 válida para meios porosos em geral.

Finalmente, foram obtidas diversas correlações entre  $\beta$ ,  $\phi$  e  $\varepsilon$ , todas com coeficientes de determinação maiores que 0,97, possibilitando assim a determinação realista de valores de  $\beta$  para meios porosos formados com as referidas partículas.

# ÍNDICE

Índice de Figuras	<i>ix</i>
Índice de Tabelas	<i>xi</i>
Nomenclatura	<i>xii</i>
<u>Capítulo 1</u> – Introdução	1
<u>Capítulo 2</u> – Fundamentos Teóricos	3
<u>Capítulo 3</u> – Materiais e Métodos	9
3.1 – Equipamentos e Materiais	9
3.2 – Definição dos Parâmetros do Projeto	12
3.2.1 – Cálculo do diâmetro de partícula ( $d_p$ ) e esfericidade ( $\phi$ )	12
3.2.2 – Determinação da densidade dos sólidos ( $\rho_s$ ) e cálculo do diâmetro médio ( $D_p$ )	17
3.2.3 – Ensaio de permeamtria.	19
3.2.4 – Cálculo da porosidade ( $\epsilon$ ) dos meios	22
3.2.5 – Efeito da compressibilidade do ar	23
<u>Capítulo 4</u> – Análise de Resultados	24
<u>Capítulo 5</u> – Conclusões	34
<u>Capítulo 6</u> – Sugestão Para Trabalhos Posteriores	35
<u>Referências Bibliográficas</u>	36

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Desenho esquemático de um permeâmetro.	5
Figura 3.1	Permeâmetro de acrílico.	9
Figura 3.2	Projeto do permeâmetro.	9
Figura 3.3	Rotômetro acoplado com válvula agulha.	10
Figura 3.4	Tubo em U para medição da queda de pressão.	10
Figura 3.5	Amostra do PEAD BR4810/Brasken utilizado para os ensaios de permeamtria.	11
Figura 3.6	Amostras do material utilizado como meio para os ensaios de permeamtria.	11
Figura 3.7	Análise estatística dos dados das amostras de macarrão conduzidas no programa Minitab® 17 Statistical Software.	13
Figura 3.8	Análise estatística dos dados da amostra de polietileno conduzidas.	14
Figura 4.1	Dados de $\Delta P/ qzL$ x $qz$ da Amostra 1 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.	27
Figura 4.2	Dados de $\Delta P/ qzL$ x $qz$ da Amostra 2 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.	27
Figura 4.3	Dados de $\Delta P/ qzL$ x $qz$ da Amostra 3 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.	28
Figura 4.4	Dados de $\Delta P/ qzL$ x $qz$ da Amostra 4 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.	28
Figura 4.5	Dados de $\Delta P/ qzL$ x $qz$ da Amostra 5 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.	29
Figura 4.6	Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) correlacionados através do ajuste linear dos dados das Amostras 2, 3 e 4.	31

<b>Figura 4.7</b>	<b>Dados do fator estrutural (<math>\beta</math>) e a porosidade do meio (<math>\epsilon</math>) correlacionados através do ajuste logarítmico dos dados das Amostras 2, 3 e 4.</b>	<b>31</b>
<b>Figura 4.8</b>	<b>Dados do fator estrutural (<math>\beta</math>) e a esfericidade das partículas (<math>\phi</math>) sobre a porosidade do meio (<math>\epsilon</math>) correlacionados através do ajuste linear.</b>	<b>32</b>
<b>Figura 4.9</b>	<b>Dados do fator estrutural (<math>\beta</math>) e a esfericidade das partículas (<math>\phi</math>) sobre a porosidade do meio (<math>\epsilon</math>) correlacionados através do ajuste logarítmico.</b>	<b>32</b>
<b>Figura 4.10</b>	<b>Dados do fator estrutural (<math>\beta</math>) e a a porosidade do meio (<math>\epsilon</math>) sobre a esfericidade das partículas (<math>\phi</math>) correlacionados através do ajuste linear.</b>	<b>33</b>
<b>Figura 4.11</b>	<b>Dados do fator estrutural (<math>\beta</math>) e a a porosidade do meio (<math>\epsilon</math>) sobre a esfericidade das partículas (<math>\phi</math>) correlacionados através do ajuste logarítmico.</b>	<b>33</b>

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1	Dados medidos de $D_e$ (diâmetro externo), $D_i$ (diâmetro interno), $H$ (altura média) das amostras e variância.	15
Tabela 3.2	Dados calculados de $d_p$ , $d_s$ e $\phi$ para as respectivas amostras.	17
Tabela 3.3	Dados da picnometria das amostras.	18
Tabela 3.4	Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 1, realizado em triplicata.	19
Tabela 3.5	Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 2, realizado em triplicata.	20
Tabela 3.6	Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 3, realizado em triplicata.	20
Tabela 3.7	Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 4, realizado em triplicata.	21
Tabela 3.8	Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 5, realizado em triplicata.	21
Tabela 3.9	Dados de medição do permeâmetro.	23
Tabela 3.10	Porosidade ( $\epsilon$ ) dos meios de cada ensaio.	23
Tabela 4.1	Valores de $(\Delta P/q_z L)$ e $q_z$ calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 1.	24
Tabela 4.2	Valores de $(\Delta P/q_z L)$ e $q_z$ calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 2.	25
Tabela 4.3	Valores de $(\Delta P/q_z L)$ e $q_z$ calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 3.	25
Tabela 4.4	Valores de $(\Delta P/q_z L)$ e $q_z$ calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 4.	26
Tabela 4.5	Valores de $(\Delta P/q_z L)$ e $q_z$ calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 5.	26
Tabela 4.6	Valores de $\mu/k$ e $k$ calculados para cada amostra.	30
Tabela 4.7	Valores do diâmetro de partícula ( $d_p$ ), esfericidade ( $\phi$ ), porosidade do meio ( $\epsilon$ ), permeabilidade do meio ( $k$ ) e fator estrutural ( $\beta$ ) para cada amostra.	30

## NOMENCLATURA

### LETRAS LATINAS

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Dimensão</b>
Ae	Área da superfície da esfera de mesmo volume que a partícula	L <sup>2</sup>
Ap	Área da superfície da partícula	L <sup>2</sup>
A <sup>⊥</sup>	Área transversal do permeâmetro	L <sup>2</sup>
c	Velocidade do som no ar, a T e p constantes	LT <sup>-1</sup>
C	Constante empírica do modelo de Forchheimer, associada à conformação geométrica do meio poroso	-
D	Diâmetro interno do permeâmetro	L
De	Diâmetro externo das partículas	L
Di	Diâmetro interno das partículas	L
dp	Diâmetro da esfera de mesmo volume que a partícula	L
ds	Diâmetro da esfera de mesma área superficial que a partícula	L
g	Campo gravitacional local	LT <sup>-2</sup>
H	Altura média das partículas	L
k	Permeabilidade do meio poroso	L <sup>2</sup>
L	Distância entre tomadas de pressão	L
m	Força resistiva por unidade de volume da mistura	MT <sup>-2</sup> L <sup>-2</sup>
ms	Massa dos sólidos utilizados em cada ensaio	M
m1	Massa do picnômetro vazio	M
m2	Massa do picnômetro + partículas	M
m3	Massa do picnômetro + partículas + líquido de referência	M

<b>m<sub>4</sub></b>	<b>Massa do picnômetro + líquido de referência</b>	<b>M</b>
<b>N</b>	<b>Número de partículas em cada experimento</b>	<b>-</b>
<b>p</b>	<b>Pressão estática do fluido</b>	<b>ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup></b>
<b>ΔP</b>	<b>Varição de pressão</b>	<b>ML<sup>-1</sup>T<sup>-2</sup></b>
<b>q</b>	<b>Velocidade superficial do fluido</b>	<b>LT<sup>-1</sup></b>
<b>Q<sub>z</sub></b>	<b>Vazão do fluido</b>	<b>L<sup>3</sup>T<sup>-1</sup></b>
<b>SG</b>	<b>Densidade relativa das partículas</b>	<b>-</b>
<b>T</b>	<b>Tensão no sólido</b>	<b>MLT<sup>-2</sup></b>
<b>u</b>	<b>Velocidade intersticial do fluido</b>	<b>LT<sup>-1</sup></b>
<b>V<sub>p</sub></b>	<b>Volume da partícula</b>	<b>L<sup>3</sup></b>
<b>V<sub>s</sub></b>	<b>Volume de uma esfera</b>	<b>L<sup>3</sup></b>
<b>Z</b>	<b>Comprimento entre telas do permeâmetro</b>	<b>L</b>

#### LETRAS GREGAS

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Dimensão</b>
<b>β</b>	<b>Fator estrutural</b>	<b>-</b>
<b>ε</b>	<b>Porosidade do meio</b>	<b>-</b>
<b>φ</b>	<b>Esfericidade da partícula</b>	<b>-</b>
<b>μ</b>	<b>Viscosidade do fluido de processo</b>	<b>ML<sup>-1</sup>T<sup>-1</sup></b>
<b>ρ</b>	<b>Densidade do fluido de processo</b>	<b>ML<sup>-3</sup></b>
<b>ρ<sub>s</sub></b>	<b>Densidade do sólido</b>	<b>ML<sup>-3</sup></b>
<b>ρ<sub>liq</sub></b>	<b>Densidade do líquido de referência</b>	<b>ML<sup>-3</sup></b>
<b>ρ<sub>H<sub>2</sub>O</sub></b>	<b>Densidade da água</b>	<b>ML<sup>-3</sup></b>
<b>τ</b>	<b>Tensão no fluido</b>	<b>MLT<sup>-2</sup></b>

## GRUPOS ADIMENSIONAIS

<b>Símbolo</b>	<b>Nome</b>
$Re_{MP} = \frac{c\sqrt{k\rho}\ q\ }{\mu}$	Número de Reynolds para o escoamento em meios porosos
$Ma = \frac{u}{c}$	Número de Mach

## 1. Introdução

Meios porosos são sistemas constituídos por sólidos compactados de tal forma que é possível o escoamento de fluidos em seus interstícios. Eles podem ser formados por uma gama de materiais, sendo usados industrialmente em torres recheadas (absorção, esgotamento, destilação, adsorção, troca iônica) e reatores catalíticos, entre outros.

Um exemplo típico da utilização de meios porosos são os reatores catalíticos de leito fixo nas indústrias químicas e petroquímicas, onde tubos são preenchidos com partículas de catalisador imobilizado. A mistura reacional passa através dos interstícios do leito, ocorrendo a reação química, sobretudo no interior das partículas, que também são porosas. Tal processo garante um maior contato entre partícula e fluido e, portanto, o favorecimento da cinética de reações, transferência de calor, etc.

O estudo de escoamento em meios porosos tem grande importância na área de engenharia, sobretudo no projeto de equipamentos e plantas de processos. A previsão da queda de pressão provocada pelo meio poroso no sistema influencia o dimensionamento de bombas, sopradores e compressores, e impacta diretamente na viabilidade e execução do projeto.

O projeto de equipamentos de processo envolvendo escoamento de fluidos em meios porosos requer o conhecimento prévio de diversos parâmetros do processo, tais como características das partículas que constituem o meio, sua distribuição, tamanho, propriedades físicas do fluido utilizado, etc. A formulação teórica utilizada nos cálculos do projeto são baseadas na Teoria das Misturas, bem como em modelos empíricos.

Dentre os modelos empíricos utilizados para esse dimensionamento, tem-se o modelo de Kozeny-Carman para a previsão da permeabilidade no meio poroso. Esse modelo é descrito em função de parâmetros característicos do próprio meio, como o tamanho das partículas, esfericidade e porosidade, assim como de um fator estrutural ( $\beta$ ), uma constante empírica, com valores típicos na faixa de 3,5 a 5,5. Todavia, a referida faixa de valores é restrita a meios porosos formados com partículas do tipo grãos, esferas minimamente reentrantes, etc.

A motivação deste trabalho relaciona-se ao uso de leitos de partículas com geometrias diferenciadas em processos industriais. Não foram encontrados na literatura estudos sobre os valores de  $\beta$  para partículas reentrantes.

Neste trabalho foram realizados ensaios de permeamtria com quatro meios porosos, cada um formado com partículas reentrantes supostamente idênticas, do tipo anéis cilíndricos. O interesse no formato dessas partículas dá-se pela sua semelhança com partículas usadas em torres recheadas, chamadas Anéis de Raschig. Tais formatos possibilitaram o cálculo analítico, isto é, exato da esfericidade  $\phi$  e do diâmetro característico de partícula  $d_p$ . Mais especificamente, os materiais utilizados nos ensaios foram diversos tipos de macarrões disponíveis comercialmente.

Com os valores de  $k$  calculados a partir de experimentos clássicos de permeamtria com ar para os referidos meios porosos, avaliou-se o fator estrutural ( $\beta$ ) do modelo de Kozeny – Carman para a previsão da permeabilidade de tais meios. Estabeleceu-se assim a dependência da constante  $\beta$  com a esfericidade e a porosidade do meio para aqueles tipos de partículas.

## 2. Fundamentos teóricos

Pela Teoria de Misturas (Truesdell, 1957), o escoamento de fluidos em meios porosos pode ser equacionado através de simplificações das equações de continuidade para o fluido e para o sólido, assim como das equações do movimento para fluido e sólido, como mostrado a seguir (Silva Telles e Massarani, 1975):

- Equação de continuidade para o fluido (conservação de massa)

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\varepsilon\rho\mathbf{u}) = 0 \quad (2.1)$$

- Equação do movimento para o fluido (conservação do momento linear)

$$\varepsilon\rho \left[ \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} + (\text{grad } \mathbf{u})\mathbf{u} \right] = -\text{grad } p + \text{div } \boldsymbol{\tau} - \mathbf{m} + \rho\mathbf{g} \quad (2.2)$$

- Equação de continuidade para o sólido (conservação de massa)

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \varepsilon)\rho_s] + \text{div}[(1 - \varepsilon)\rho_s\mathbf{v}] = 0 \quad (2.3)$$

- Equação do movimento para o sólido (conservação do momento linear)

$$(1 - \varepsilon)\rho_s \left[ \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\text{grad } \mathbf{v})\mathbf{v} \right] = \text{div } \mathbf{T} + \mathbf{m} + (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho)\mathbf{g} \quad (2.4)$$

onde  $\rho$  é a densidade do fluido,  $\rho_s$  é a densidade do sólido,  $\varepsilon$  é a porosidade do meio,  $\mathbf{u}$  é a velocidade intersticial do fluido,  $p$  é a pressão estática do fluido,  $\boldsymbol{\tau}$  é o tensor tensão no fluido,  $\mathbf{v}$  é a velocidade superficial do sólido,  $\mathbf{T}$  é o tensor tensão no sólido,  $\mathbf{m}$  denomina-se força resistiva por unidade de volume da mistura e  $\mathbf{g}$  é o campo gravitacional local.

As aplicações práticas permitem que algumas considerações sejam feitas para os parâmetros prévios. São elas:

- Fluido Newtoniano ( $\text{div}(\boldsymbol{\tau}) = \mu\nabla^2\mathbf{u}$ );
- Meio poroso rígido (não existe dependência de  $\varepsilon$  com o tempo);
- Meio poroso estacionário (a velocidade superficial do sólido é igual a zero);

- Escoamento isotérmico (a temperatura do sistema é constante e, portanto, parâmetros como a viscosidade e a densidade do fluido, que são dependentes da da mesma, podem ser considerados constantes); e
- $div(\boldsymbol{\tau}) = 0$  (casos em que interações viscosas fluido-fluido são desprezíveis, segundo a literatura).

Ainda, define-se a velocidade superficial do fluido ( $\mathbf{q}$ ) conforme segue:

$$\mathbf{q} \equiv \varepsilon \mathbf{u} \quad (2.5)$$

Com tais hipóteses simplificadoras e com a definição de velocidade superficial, podemos reescrever as equações para o fluido, como segue-se:

- Equação da Continuidade:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \mathbf{q}) = 0 \quad (2.6)$$

- Equação do Movimento:

$$\rho \left[ \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\mathbf{q}}{\varepsilon} \right) + grad \left( \frac{\mathbf{q}}{\varepsilon} \right) \mathbf{q} \right] = -grad(p) - \mathbf{m} + \rho \mathbf{g} \quad (2.7)$$

A partir do desenvolvimento das formulações acima, há a necessidade da aplicação de modelos empíricos para a determinação da força resistiva ( $\mathbf{m}$ ). Dois modelos são estabelecidos para essa estimativa e, devido a importância de cada um, ambos merecem ser comentados em detalhe. São eles:

- Lei de Darcy (1856):

$$\mathbf{m} = \frac{\mu}{k} \mathbf{q} \quad (2.8)$$

onde  $k$  é uma constante de proporcionalidade empírica chamada de permeabilidade do meio poroso.

Foi estabelecido experimentalmente que a lei de Darcy somente se aplica a escoamentos em meios porosos isotrópicos e escoamento em baixas velocidades.

- Modelo de Forchheimer (1901):

$$\mathbf{m} = \frac{\mu}{k} \left( 1 + \frac{C\sqrt{k\rho}|\mathbf{q}|}{\mu} \right) \mathbf{q} \quad (2.9)$$

onde C é uma constante empírica e adimensional, relacionada com a conformação geométrica do meio poroso. Note que a fração dentro dos parênteses é um grupo adimensional do tipo Reynolds, denominada “número de Reynolds para o escoamento em meios porosos” ( $Re_{MP}$ ), e determina a faixa de operação para ambos os modelos apresentados.

Nota-se que, para  $Re_{MP} \ll 1$ , o modelo de Forchheimer tende à Lei de Darcy, sendo esse o critério para se categorizar um escoamento como sendo de baixas velocidades.

O projeto de uma planta industrial, cujo processo prevê a utilização de um meio poroso, requer a estimativa da queda de pressão do processo que depende da determinação de k e C, citados anteriormente.

A técnica experimental amplamente difundida para a determinação desses parâmetros é a permeamtria. Esta técnica, relativamente simples, baseia-se na medição da queda de pressão entre dois pontos do meio poroso a medida em que se varia a vazão e, portanto, a velocidade superficial do fluido do processo, como é apresentado na figura 2.1. Deve-se atentar, porém, para a faixa de vazões em que o experimento será conduzido, uma vez que existe um regime de transição entre os estudados pela Lei de Darcy e pelo modelo de Forchheimer, onde a relação entre a queda de pressão e velocidade é desconhecida.

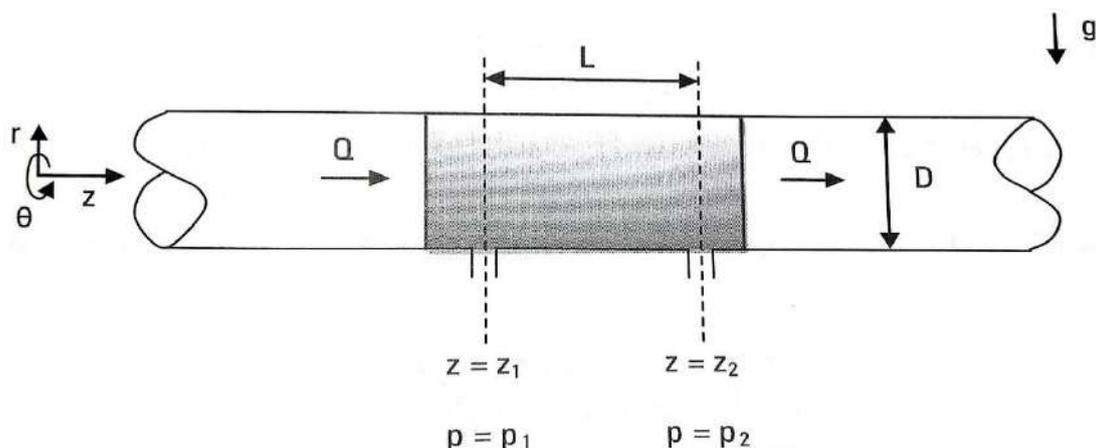


Figura 2.1 – Desenho esquemático de um Permeômetro (Peçanha, 2014)

onde  $p_1$  e  $p_2$  são pressões estáticas do sistema, a distância entre tomadas de pressão  $L$ , o diâmetro do meio  $D$ , a vazão volumétrica do fluido  $Q$ , a intensidade do campo gravitacional  $g$  e as coordenadas cilíndricas adotadas.

Nota-se que as tomadas de pressão são feitas a uma certa distância das seções de entrada e saída do meio poroso. Deve-se ter esse cuidado a fim de se eliminar possíveis efeitos de entrada e saída do fluido no meio, que estão associados a quedas de pressão do tipo “acidente”. Além disso, é comum que os ensaios de permeamtria sejam conduzidos na horizontal, a fim de tornar o termo referente ao campo gravitacional nulo, por sua perpendicularidade com o escoamento.

Além das condições referidas acima, os ensaios de permeamtria permitem que sejam feitas algumas considerações adicionais em acordo com a proposição do experimento. São elas:

- Regime permanente;
- Escoamento incompressível;
- Escoamento unidimensional paralelo ao eixo  $z$ ; e
- Porosidade uniforme do meio.

O regime permanente é garantido pelo emprego de vazões constantes, anulando as acelerações locais. As acelerações convectivas podem ser consideradas nulas em um ensaio de permeamtria em razão das hipóteses de porosidade uniforme e de área da seção transversal constante (essa hipótese não poderia ser considerada se usássemos, por exemplo, um permeâmetro do tipo tronco de cone). Para o escoamento de gases, a hipótese de incompressibilidade é válida pelo número de Mach ( $Ma$ ). Para  $Ma < 0,3$ , a variação máxima de densidade de gases é inferior a 5% (Fox, McDonald e Pritchard, 2003).

Dessa forma, de acordo com as hipóteses apresentadas acima, as equações (2.6) e (2.7) podem ser simplificadas, conforme segue:

- Equação da Continuidade:

$$\frac{dq_z}{dz} = 0 \quad (2.10)$$

- Equação do Movimento (forma escalar):

$$0 = -\frac{dp}{dz} - m \quad (2.11)$$

A equação da continuidade (2.10) mostra que  $q_z$  é independente de  $z$ . Essa conclusão relaciona-se aos fatos de que a área da seção transversal do meio poroso não varia com  $z$  e que o escoamento é incompressível.

Para o cálculo dos parâmetros  $k$  e  $C$  do processo, deve-se adotar um dos modelos empíricos para a força resistiva. Em termos gerais, quando se desconhece a faixa de operação dos experimentos, utiliza-se o Modelo de Forchheimer por sua característica geral. Desta forma, substituímos a equação (2.9) na (2.11), obtendo:

$$0 = -\frac{dp}{dz} - \frac{\mu}{k} \left(1 + \frac{C\sqrt{k}\rho||q||}{\mu}\right)q \quad (2.12)$$

Separando as variáveis, vem:

$$dp = \left[ -\frac{\mu}{k} \left(1 + \frac{C\sqrt{k}\rho||q||}{\mu}\right)q \right] dz \quad (2.13)$$

Integrando entre limites, temos:

$$-\int_{p_1}^{p_2} dp = \frac{\mu}{k} \left(1 + \frac{C\sqrt{k}\rho q_z}{\mu}\right) q_z \int_{z_1}^{z_2} dz \quad (2.14)$$

Ou seja:

$$\frac{p_1 - p_2}{q_z L} = \frac{\mu}{k} + \frac{C\rho}{\sqrt{k}} q_z \quad (2.15)$$

A equação (2.15) prevê que, plotando-se em diagrama cartesiano os valores de  $(\Delta p/q_z L)$  versus  $q_z$ , resulta uma reta. A permeabilidade do meio poroso é obtida então a partir do coeficiente linear da referida reta enquanto o parâmetro  $C$  é obtido através do coeficiente angular da mesma.

Para casos em que não é possível realizar um experimento de permeamtria, existem modelos e correlações empíricas que permitem a previsão de  $k$  e  $C$  a partir de informações de projeto. Neste trabalho, iremos focar no modelo desenvolvido por Blake (1922), Kozeny (1927) e Carman (1937), mais conhecido como modelo de Kozeny-Carman ou modelo capilar, para a previsão de  $k$ .

O nome de “modelo capilar” é devido à sua origem baseada no escoamento Darcyano em meios porosos e na equação clássica de Hagen-Poiseuille válida para escoamento laminar e incompressível em tubos retilíneos. O desenvolvimento passo a passo desta formulação pode ser visto em Massarani (2002). O modelo final é apresentado na forma a seguir:

$$\bullet \quad k = \frac{(\phi d_p)^2 \varepsilon^3}{36\beta(1-\varepsilon)^2} \quad (2.13)$$

sendo  $\phi$  a esfericidade das partículas que constituem o meio,  $d_p$  o tamanho das mesmas, expresso pelo diâmetro da esfera de mesmo volume que a partícula,  $\varepsilon$  a porosidade do meio e  $\beta$  uma constante adimensional característica do meio poroso, também chamada de “fator estrutural”.

O fator estrutural  $\beta$  é citado na literatura como sendo possivelmente dependente da forma das partículas ( $\phi$ ), bem como de sua distribuição de tamanho ( $d_p$ ) e da porosidade do meio ( $\varepsilon$ ). Segundo Coulson e Richardson, 1978, para meios porosos não consolidados, formados de partículas idênticas e de geometria simples, com  $0,30 < \varepsilon < 0,50$ , os valores de  $\beta$  variam na faixa entre 3,5 e 5,5. Já para meios porosos formados por grãos, isto é, partículas de esfericidade concentradas entre 0,6 e 0,8, é válida a aproximação de  $\beta \cong 5$ . Ainda, para meios formados a partir de esferas idênticas ( $\phi=1$ ), Massarani (1971) mostrou que  $\beta \cong 4,167$ .

### 3. Materiais e métodos.

#### 3.1. Equipamentos e materiais.

Os ensaios de permeamtria foram conduzidos em permeômetro de acrílico (Figura 3.1) feito de acordo com o projeto desenvolvido pelo professor Ricardo Pires Peçanha (Figura 3.2), e executado pela empresa Casa do Acrílico, Rio de Janeiro – RJ.



Figura 3.1 – Permeômetro de acrílico.

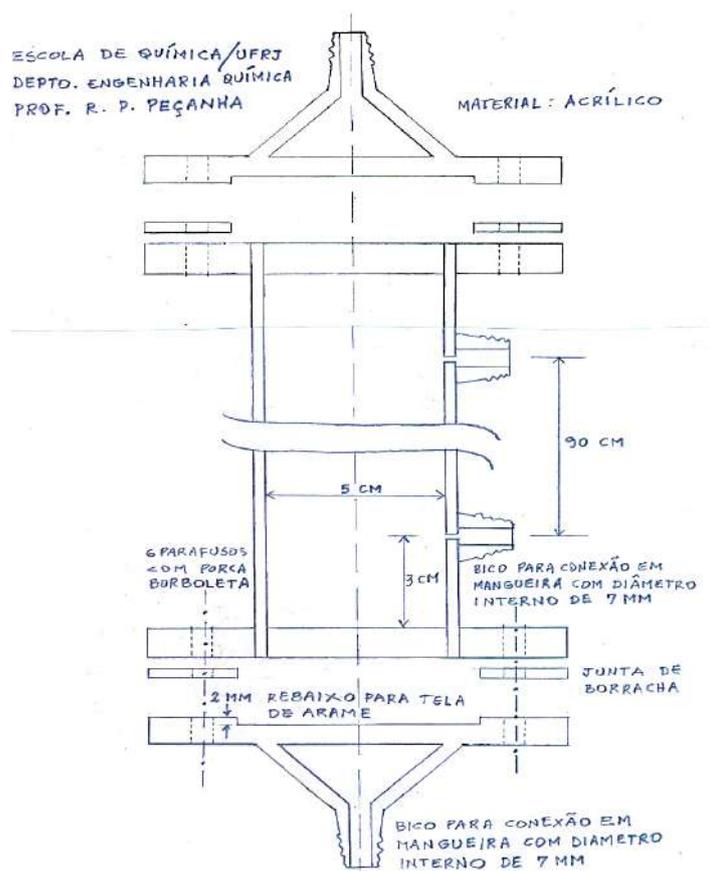


Figura 3.2 – Projeto do permeômetro.

O controle da vazão de ar comprimido foi realizado em rotâmetro acoplado (CONAUT – mod: 420 MA) com válvula de agulha (Figura 3.3) cobrindo a faixa de vazões 15 – 70 L/min.



Figura 3.3 – Rotâmetro acoplado com válvula agulha.

Para a medição da queda de pressão, foi utilizado um tubo em U usando água como líquido manométrico. Foi colocado um papel milimetrado atrás do tubo para que fossem feitas as leituras de menisco, conforme Figura 3.4.



Figura 3.4 – Tubo em U para medição da queda de pressão.

Inicialmente, foi realizado um ensaio com *pellets* de polietileno (PEAD BF4810/Brasken, Figura 3.5), partículas não reentrantes, que serviram ao importante propósito de validar o funcionamento do permeâmetro para o cálculo do fator estrutural  $\beta$ .



Figura 3.5 – Amostras do PEAD BF4810/Brasken utilizado como meio para o ensaio de permeamtria.

Os ensaios foram realizados com os quatro materiais reentrantes apresentados na Figura 3.6, um de cada vez, de forma a preencher o permeâmetro uniformemente, mas que ainda não causassem a quebra do material. Cada um dos leitos foi submetido a vazões de ar de 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65 e 70 L/min, medindo-se, a cada mudança de vazão, a queda de pressão do meio através do tubo em U, totalizando onze pontos de medição para cada material.

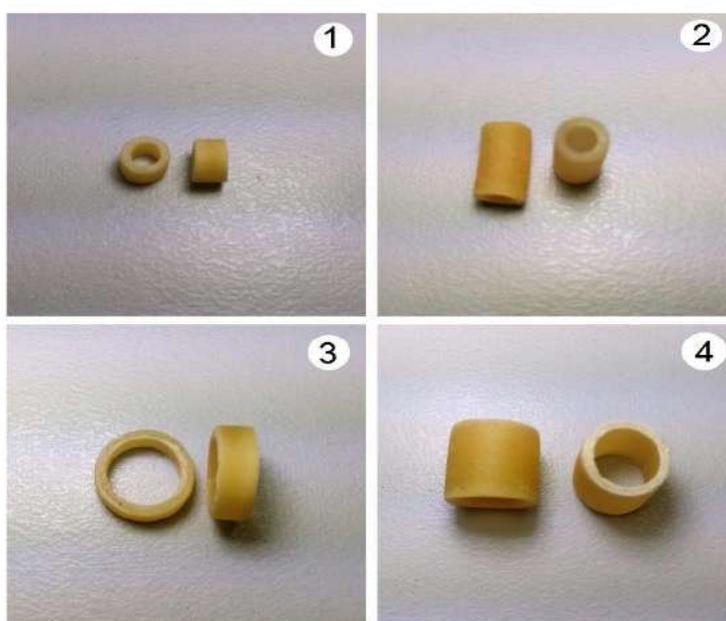


Figura 3.6 – Amostras do material utilizado como meio para o ensaio de permeamtria.

As amostras da Figura 3.6 referem-se a, respectivamente, 1) Massa Anelzinho, Piraqué; 2) Massa Ave-Maria, Piraqué; 3) Massa Argola, Piraqué; e 4) Massa Padre Nosso, Piraqué.

### 3.2. Definição de parâmetros do projeto.

#### 3.2.1. Cálculo do diâmetro de partícula ( $d_p$ ) e esfericidade ( $\phi$ ).

Entende-se, para fins do projeto, que no processo industrial de produção dos macarrões acima citados é utilizado um equipamento de extrusão próprio para o ramo alimentício, e que nele os diâmetros internos e externos da massa são dependentes apenas dos moldes usados na máquina. Porém, observou-se pequenas variações nos comprimentos dos macarrões possivelmente associados ao processo de corte, assim como leves deformações dele decorrentes. Por este motivo, foi necessária uma análise estatística a fim de se calcular o valor médio de altura entre partículas do mesmo macarrão e sua variância, isto é, se os valores de altura estão contidos em uma faixa muito ou pouco dispersa.

Para a condução das análises estatísticas, mediu-se a altura de cem partículas de cada um dos materiais que seriam utilizados para a formação dos leitos (quatro macarrões e o polietileno) com o auxílio de um paquímetro. Os diâmetros interno e externo de cada uma das amostras também foram medidos, porém não foi necessária a condução de uma análise estatística desses parâmetros uma vez que seus valores permaneceram constantes. As análises estatísticas conduzidas no programa Minitab® 17 Statistical Software são apresentadas a seguir, na Figura 3.7 (macarrões), onde C1, C2, C3 e C4 referem-se às massas, respectivamente, Massa Anelzinho, Piraqué, Massa Ave-Maria, Piraqué, Massa Argola, Piraqué; e Massa Padre Nosso, Piraqué, e Figura 3.8 (PEAD).

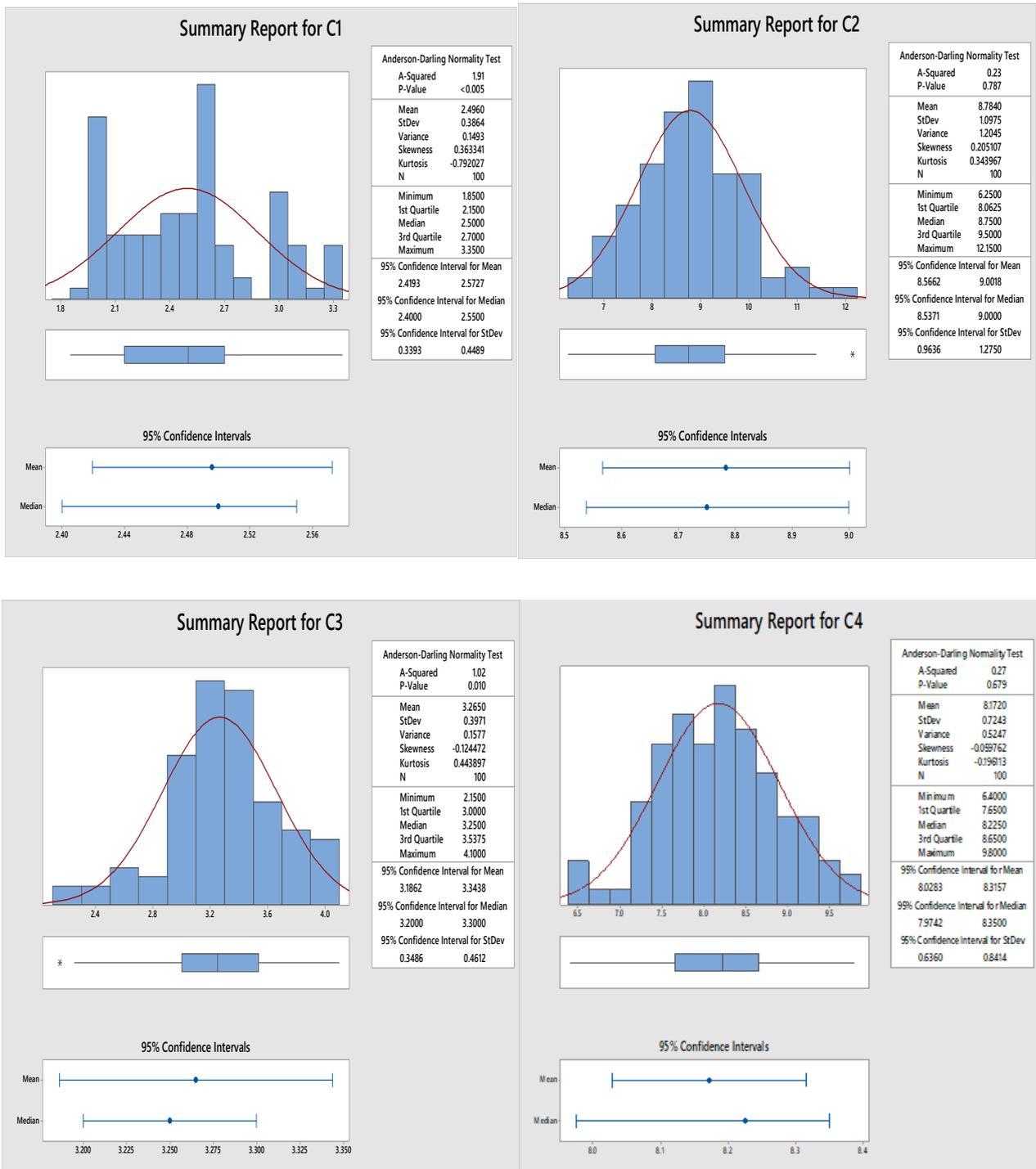


Figura 3.7 - Análise estatística dos dados das amostras de macarrão conduzidas do programa Minitab® 17 Statistical Software.

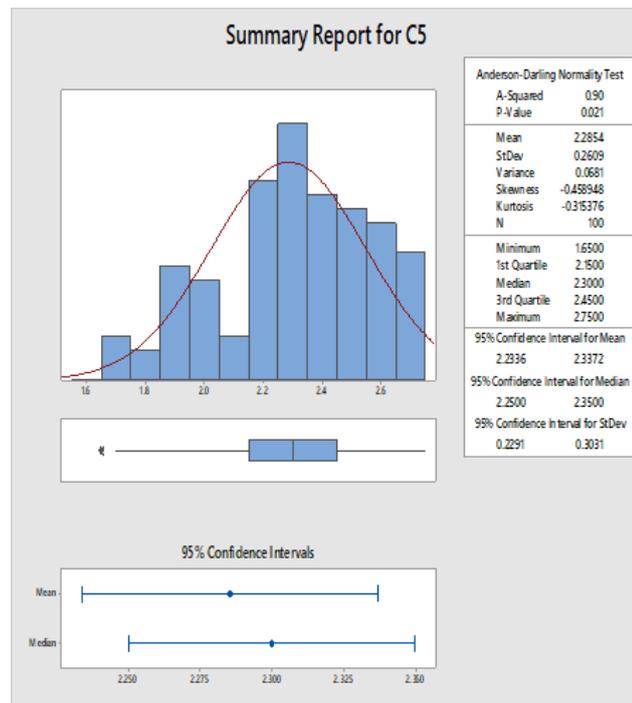


Figura 3.8 - Análise estatística dos dados da amostra de polietileno conduzidas do programa Minitab® 17 Statistical Software.

Nota-se que, embora as frequências estatísticas não sigam a distribuição normal padrão, suas respectivas variâncias são baixas e seus valores de média e mediana muito próximos. Tais dados indicam que a dispersão dos valores medidos é baixa e que a utilização dos valores de H médio, calculados a partir dessa amostra, representa uma partícula típica contida no meio.

A partir deste momento, convencionou-se que as amostras: 1) Massa Anelzinho, Piraquê; 2) Massa Ave-Maria, Aldente; 3) Massa Argola, Piraquê; 4) Massa Padre Nosso, Piraquê; e 5) PEAD BF4810/Brasken serão citadas, respectivamente como Amostra 1, Amostra 2, Amostra 3, Amostra 4, e Amostra 5.

O cálculo de  $d_p$  e  $\phi$  das referidas partículas foi feito a partir de suas dimensões, mostradas na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1 – Dados medidos de  $D_e$  (diâmetro externo),  $D_i$  (diâmetro interno),  $H$  (altura média) das amostras e variância.

	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	Amostra 4	Amostra 5
$D_i$ (cm)	0,200	0,200	0,640	0,635	-
$D_e$ (cm)	0,420	0,400	0,930	0,945	0,420
H médio (cm)	0,250	0,875	0,325	0,823	0,230
Variância	0,1493	1,2045	0,1577	0,5247	0,0681

A definição de esfericidade é (Peçanha ,2014):

$$\phi \equiv \frac{\text{área da superfície da esfera de mesmo volume que a partícula}}{\text{área da superfície da partícula}} \quad (3.1)$$

Representando a área da superfície da esfera de mesmo volume que a partícula por  $A_E$  e a área da superfície da partícula por  $A_p$ , vem:

$$\phi = \frac{A_E}{A_p} \quad (3.2)$$

É fácil mostrar que:

$$\phi = \left(\frac{d_p}{d_s}\right)^2 \quad (3.3)$$

onde  $d_s$  é o tamanho da partícula expresso pelo diâmetro da esfera de mesma área superficial que a partícula.

A partir dessa definição, temos da geometria que, para cilindros:

$$A_p = \left[\frac{\pi}{2}(D_e^2 - D_i^2)\right] + \pi H(D_e + D_i) \quad (3.4)$$

Da geometria, sabemos que, para um cilindro vazado temos:

$$V_p(\text{volume da partícula}) = \frac{\pi}{4}(D_e^2 - D_i^2)H \quad (3.5)$$

Sabemos também que;

$$V_S(\text{volume de uma esfera}) = \frac{\pi D^3}{6} \quad (3.6)$$

Assim, para obter o  $d_p$  da partícula (diâmetro da esfera de mesmo volume), temos, que igualar as equações (3.5) e (3.6):

$$\frac{\pi}{4} (D_e^2 - D_i^2) H = \frac{\pi D^3}{6} \quad (3.7)$$

$$D^3 = \frac{3H}{2} (D_e^2 - D_i^2) \quad (3.8)$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{3H}{2} (D_e^2 - D_i^2)} = d_p \quad (3.9)$$

Assim:

$$A_E = \pi d_p^2 = \pi \left[ \frac{3H}{2} (D_e^2 - D_i^2) \right]^{2/3} \quad (3.10)$$

Substituindo as Equações (3.2) e (3.6) na Equação (3.1), obtemos a seguinte Equação (3.11):

$$\phi = \frac{\left[ \frac{3H}{2} (D_e^2 - D_i^2) \right]^{2/3}}{\frac{1}{2} (D_e^2 - D_i^2) + H(D_e + D_i)} \quad (3.11)$$

As Equações (3.9) e (3.11) são gerais, valendo para as partículas utilizadas nesse trabalho e também outras que se assemelham a Anéis de Raschig. No caso do polietileno, cujo formato foi aproximado para cilindros regulares, as equações também são válidas, porém com o valor de  $D_i = 0$ .

A partir das Equações (3.9) e (3.11), foram calculados os valores de  $d_p$ ,  $d_s$  e  $\phi$  para todas as partículas que serão utilizadas, conforme a Tabela 3.2, apresentada a seguir:

Tabela 3.2 – Dados calculados de  $d_p$ ,  $d_s$  e  $\phi$  para as respectivas amostras.

	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	Amostra 4	Amostra 5
$d_p$ (cm)	0,371	0,540	0,605	0,845	0,393
$d_s$ (cm)	0,472	0,765	0,859	1,243	0,430
$\phi$	0,617	0,499	0,497	0,463	0,837

Nota-se que, entre as partículas utilizadas nos ensaios, três possuem um valor muito próximo de  $\phi$ , sendo diferenciado na segunda casa decimal. São eles: Amostra 2, Amostra 3 e Amostra 4.

### 3.2.2. Determinação da densidade dos sólidos ( $\rho_s$ ) e cálculo do diâmetro médio ( $D_p$ ).

Para a determinação da densidade das partículas (macarrões e PEAD) utilizados, foi empregada a técnica da picnometria. Nesta técnica, obtém-se a densidade relativa das partículas a partir de quatro pesagens conforme segue:

- $m_1$ : massa do picnômetro vazio;
- $m_2$ : massa do picnômetro + partículas;
- $m_3$ : massa do picnômetro + partículas + líquido de referência; e
- $m_4$ : massa do picnômetro + líquido de referência.

Dessa forma, a densidade relativa das partículas (SG) é determinada conforme a equação que se segue:

$$SG = \frac{\rho_s}{\rho_{liq}} = \frac{m_2 - m_1}{(m_4 - m_1) - (m_3 - m_2)} \quad (3.12)$$

Onde  $\rho_s$  é a densidade dos sólidos e  $\rho_{liq}$  a densidade do líquido da referência.

Na Equação 3.12, o numerador se refere a massa das partículas, enquanto o denominador é a massa do líquido de referência de mesmo volume que a massa das partículas contidas no picnômetro. A partir do cálculo da densidade relativa, basta multiplicar o valor pela densidade do líquido nas mesmas condições de temperatura e

pressão em que ocorreu o experimento para se obter a densidade do sólido analisado. Para tais experimentos, foi utilizada água a 24°C e 1 atm. Nessas condições de temperatura e pressão temos que  $\rho_{H_2O} = 0,9993 \text{ g/cm}^3$  (Perry, 2008). No caso dos macarrões, a picnometria foi realizada rapidamente, de modo que a solubilização do amido em água demonstrou-se desprezível.

Os dados aferidos e calculados, assim como o número de partículas testadas em cada um dos experimentos (N), contados em triplicata, estão descritos na Tabela 3.3, conforme segue:

Tabela 3.3 – Dados da picnometria das amostras

	Amostra 1	Amostra 2	Amostra 3	Amostra 4	Amostra 5
N	314	108	61	20	425
$m_1$ (g)	34,67	34,67	34,67	34,67	34,67
$m_2$ (g)	47,53	47,00	42,44	40,33	46,47
$m_3$ (g)	64,66	64,59	63,23	62,62	60,05
$m_4$ (g)	60,73	60,73	60,73	60,73	60,73
SG	1,440	1,456	1,474	1,501	0,946
$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,439	1,455	1,473	1,500	0,945

Foi feita, a partir dos dados da picnometria, uma verificação com os dados concedidos pela Brasken, fabricante do PEAD BF4810, em sua folha de dados do produto. A densidade informada do produto é de 0,948 g/cm<sup>3</sup>, indicando um desvio de 0,3% associado ao operador, técnica e aproximações. Tal dado nos confirma os valores levantados no experimento.

Como o cálculo de  $d_p$  foi feito de forma analítica, supondo anéis (macarrão) e cilindros (PEAD) geometricamente perfeitos, decidiu-se calcular os diâmetros médios das partículas com os próprios dados da picnometria. Para tanto, basta que se conte o número de partículas (N) que são colocadas no picnômetro. Todavia, tal procedimento só tem significado estatístico se N for um número elevado. Neste caso, isso só foi possível para a amostra 1 (o menor macarrão testado) e para o PEAD, uma vez que o picnômetro disponível tinha apenas 25 mL.

Segundo Peçanha (2014) tem-se:

$$D_p = \sqrt[3]{\frac{6(m_2 - m_1)}{\pi N \rho_s}} \quad (3.13)$$

onde  $D_p$  é o diâmetro médio volumétrico das partículas, por definição, igual ao diâmetro de  $N$  esferas idênticas cujo volume é igual ao volume das  $N$  partículas testadas.

Foram testadas 314 partículas da amostra 1 resultando em  $D_p = 0,378$  cm, correspondendo a um desvio de 1,8% em relação ao valor analítico. Para o PEAD foram testadas 425 partículas, resultando em  $D_p = 0,424$  cm, correspondendo a um desvio de 7,8% em relação ao valor analítico. Tais valores indicam uma excelente concordância nos resultados analíticos e experimentais de tamanho médio de partícula.

### 3.2.3. Ensaio de permeamtria.

Foram conduzidos cinco experimentos de permeamtria com meios porosos formados a partir das amostras 1, 2, 3, 4 e 5. Tais meios foram submetidos a vazões entre 20 e 70 L/min de ar comprimido a 23°C e 1 atm, resultando em quedas de pressão entre 3 e 259 mm de coluna de água. Os valores obtidos nos experimentos constam nas Tabelas 3.4 até 3.8, a seguir.

Tabela 3.4 – Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 1, realizado em triplicata.

Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O
20	14	20	13	20	13
25	20	25	18	25	18
30	26	30	25	30	24
35	31	35	30	35	28
40	40	40	39	40	38
45	50	45	48	45	47
50	58	50	55	50	54
55	70	55	66	55	64
60	79	60	78	60	74
65	92	65	88	65	86
70	103	70	101	70	96

Tabela 3.5 – Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 2, realizado em triplicata.

Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O
20	12	20	12	20	12
25	18	25	16	25	16
30	23	30	23	30	22
35	28	35	28	35	27
40	36	40	36	40	35
45	45	45	45	45	44
50	54	50	52	50	52
55	65	55	63	55	62
60	75	60	72	60	72
65	87	65	84	65	85
70	98	70	96	70	95

Tabela 3.6 – Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 3, realizado em triplicata.

Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O
20	4	20	4	20	4
25	6	25	6	25	5
30	8	30	7	30	7
35	10	35	9	35	8
40	12	40	12	40	11
45	16	45	14,5	45	14,5
50	19	50	18	50	17,5
55	21	55	21	55	21
60	26	60	25,5	60	24,5
65	30	65	30	65	30
70	35	70	34	70	34

Tabela 3.7 – Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 4, realizado em triplicata.

Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O
20	3	20	3	20	3
25	4,5	25	5	25	5
30	6	30	6	30	6
35	8	35	8	35	7
40	10	40	10	40	10
45	13	45	13	45	13
50	16	50	16	50	15
55	19	55	20	55	18
60	23,5	60	23	60	22,5
65	26,5	65	26	65	26
70	31	70	31	70	30,5

Tabela 3.8 – Dados de queda de pressão do ensaio de permeamtria da Amostra 5, realizado em triplicata.

Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	Q, L/min	$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O
20	39	20	40	20	38
25	54	25	54	25	54
30	72	30	71	30	70
35	88	35	86	35	86
40	110	40	112	40	114
45	142	45	139	45	139,5
50	165	50	166	50	162
55	193	55	192	55	191
60	226	60	223	60	228
65	258	65	259	65	259
70	-	70	-	70	-

Os dados do experimento para a Amostra 5 não puderam ser levantados com a vazão de 70 L/min, uma vez que a queda de pressão excedia o limite de medição do instrumento utilizado devido à baixa porosidade do leito.

#### 3.2.4. Cálculo da porosidade ( $\varepsilon$ ) dos meios

Uma vez realizados os experimentos, cada um dos meios porosos foi retirado do permeâmetro e pesado separadamente em balança semi-analítica. Tais valores foram utilizados para o cálculo da porosidade do meio, conforme se segue:

$$\varepsilon \equiv \frac{\text{Volume dos poros do meio}}{\text{Volume total}} \quad (3.14)$$

Ou seja:

$$\varepsilon \equiv \frac{\text{Volume total} - \text{Volume dos sólidos}}{\text{Volume total}} \quad (3.15)$$

Além da massa dos meios utilizados nos ensaios, foi necessária a medição das dimensões do permeâmetro, a fim de se calcular o volume total.

Assim vem:

$$\varepsilon = \frac{\frac{\pi D^2}{4} H - \frac{m_s}{\rho_s}}{\frac{\pi D^2}{4} H} \quad (3.16)$$

Ou:

$$\varepsilon = 1 - \frac{4m_s}{\pi D^2 H \rho_s} \quad (3.17)$$

onde D é o diâmetro interno do permeâmetro, H, o comprimento entre as telas, preenchido com os sólidos,  $m_s$  é a massa dos sólidos utilizada em cada ensaio e  $\rho_s$  a densidade de cada um dos sólidos (determinada através da picnometria).

A Tabela 3.9 abaixo mostra as dimensões características do permeâmetro, enquanto a Tabela 3.10 indica os valores calculados da porosidade de cada um dos meios utilizados nos ensaios.

Tabela 3.9 – Dados de medição do permeâmetro.

<b>Comprimento do meio (H)</b>	98 cm
<b>Comprimento entre tomadas de pressão (L)</b>	91 cm
<b>Diâmetro interno do meio (Di)</b>	5,87 cm
<b>Área transversal (A<sup>L</sup>)</b>	27,06 cm <sup>2</sup>

Tabela 3.10 – Porosidade ( $\epsilon$ ) dos meios para cada ensaio.

<b>Amostra</b>	<b>Volume total (cm<sup>3</sup>)</b>	<b><math>\rho</math> (g/cm<sup>3</sup>)</b>	<b>m<sub>s</sub> (g)</b>	<b><math>\epsilon</math></b>
<b>1</b>	2655,016	1,439	1572,655	0,588
<b>2</b>	2655,016	1,455	1564,598	0,595
<b>3</b>	2655,016	1,473	1080,785	0,724
<b>4</b>	2655,016	1,500	1026,103	0,742
<b>5</b>	2655,016	0,945	1604,499	0,361

### 3.2.5. Efeitos de compressibilidade do ar

Para a validação da hipótese de incompressibilidade do gás de escoamento, é necessário um estudo do valor do número de Mach (Ma) para os valores de velocidade superficial de cada experimento. A compressibilidade de fluidos indica a dependência da densidade com as variações de pressão e temperatura e, segundo Fox e McDonald (1998), para  $Ma \lll 0,3$ , podemos considerar o gás como incompressível e sua densidade constante.

Para os ensaios de permeamtria descritos na seção 3.2.3, os valores do número de Mach variaram entre 0,0005 e 0,0030, validando assim a hipótese de fluido incompressível descrito na seção 2.

#### 4. Análise de Resultados

A Equação (2.15) prevê que plotando em diagrama cartesiano os valores de  $(\Delta P / q_z L)$  versus  $q_z$ , resulta uma reta. A permeabilidade do meio poroso é obtida então do coeficiente linear da referida reta. Os dados de queda de pressão e vazão volumétrica de ar obtidos nos ensaios de permeamtria, apresentados no item 3.2.3, foram convertidos para unidades compatíveis com o sistema CGS a fim de que se obtivesse os valores de  $(\Delta P/q_z L)$  e  $q_z$  de cada um dos ensaios. Os resultados podem ser vistos a seguir, nas Tabelas 4.1 a 4.5.

Tabela 4.1 – Valores de  $(\Delta P/q_z L)$  e  $q_z$  calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 1:

$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	$\Delta P$ , dyn/cm <sup>2</sup>	$\Delta P/q_z L$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$q_z$ , cm/s	Q, cm <sup>3</sup> /s	Q, L/min
13,33	1307,55	1,17	12,32	333,33	20,00
18,67	1830,57	1,31	15,40	416,67	25,00
25,00	2451,66	1,46	18,48	500,00	30,00
29,67	2909,31	1,48	21,56	583,33	35,00
39,00	3824,59	1,71	24,63	666,67	40,00
48,33	4739,88	1,88	27,71	750,00	45,00
55,67	5459,04	1,95	30,79	833,33	50,00
66,67	6537,77	2,12	33,87	916,67	55,00
77,00	7551,12	2,25	36,95	1000,00	60,00
88,67	8695,23	2,39	40,03	1083,33	65,00
100,00	9806,65	2,50	43,11	1166,67	70,00

Tabela 4.2 – Valores de  $(\Delta P/q_z L)$  e  $q_z$  calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 2:

$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	$\Delta P$ , dyn/cm <sup>2</sup>	$\Delta P/q_z L$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$q_z$ , cm/s	$Q$ , cm <sup>3</sup> /s	$Q$ , L/min
12,00	1176,80	1,05	12,32	333,33	20,00
16,67	1634,44	1,17	15,40	416,67	25,00
22,67	2222,84	1,32	18,48	500,00	30,00
27,67	2713,17	1,38	21,56	583,33	35,00
35,67	3497,71	1,56	24,63	666,67	40,00
44,67	4380,30	1,74	27,71	750,00	45,00
52,67	5164,84	1,84	30,79	833,33	50,00
63,33	6210,88	2,01	33,87	916,67	55,00
73,00	7158,85	2,13	36,95	1000,00	60,00
85,33	8368,34	2,30	40,03	1083,33	65,00
96,33	9447,07	2,41	43,11	1166,67	70,00

Tabela 4.3 – Valores de  $(\Delta P/q_z L)$  e  $q_z$  calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 3:

$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	$\Delta P$ , dyn/cm <sup>2</sup>	$\Delta P/q_z L$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$q_z$ , cm/s	$Q$ , cm <sup>3</sup> /s	$Q$ , L/min
4,00	392,27	0,35	12,32	333,33	20,00
5,67	555,71	0,40	15,40	416,67	25,00
7,33	719,15	0,43	18,48	500,00	30,00
9,00	882,60	0,45	21,56	583,33	35,00
11,67	1144,11	0,51	24,63	666,67	40,00
15,00	1471,00	0,58	27,71	750,00	45,00
18,17	1781,54	0,64	30,79	833,33	50,00
21,00	2059,40	0,67	33,87	916,67	55,00
25,33	2484,35	0,74	36,95	1000,00	60,00
30,00	2942,00	0,81	40,03	1083,33	65,00
34,33	3366,95	0,86	43,11	1166,67	70,00

Tabela 4.4 – Valores de ( $\Delta P/q_z L$ ) e  $q_z$  calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 4:

$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	$\Delta P$ , dyn/cm <sup>2</sup>	$\Delta P/q_z L$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$q_z$ , cm/s	Q, cm <sup>3</sup> /s	Q, L/min
3,000	294,200	0,262	12,317	333,3	20
4,833	473,988	0,338	15,397	416,667	25
6,000	588,399	0,350	18,476	500,000	30
7,667	751,843	0,383	21,555	583,333	35
10,000	980,665	0,437	24,634	666,667	40
13,000	1274,865	0,506	27,714	750,000	45
15,667	1536,375	0,548	30,793	833,333	50
19,000	1863,264	0,604	33,872	916,667	55
23,000	2255,530	0,671	36,952	1000,0	60
26,167	2566,073	0,704	40,031	1083,3	65
30,833	3023,717	0,771	43,110	1166,7	70

Tabela 4.5 – Valores de ( $\Delta P/q_z L$ ) e  $q_z$  calculados a partir dos resultados do ensaio de permeamtria da Amostra 5:

$\Delta P$ , mm H <sub>2</sub> O	$\Delta P$ , dyn/cm <sup>2</sup>	$\Delta P/q_z L$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$q_z$ , cm/s	Q, cm <sup>3</sup> /s	Q, L/min
39,000	3824,594	3,412	12,317	333,3	20
54,000	5295,591	3,780	15,397	416,667	25
71,000	6962,722	4,141	18,476	500,000	30
86,667	8499,097	4,333	21,555	583,333	35
112,000	10983,448	4,900	24,634	666,667	40
140,167	13745,654	5,450	27,714	750,000	45
164,333	16115,595	5,751	30,793	833,333	50
192,000	18828,768	6,109	33,872	916,667	55
225,667	22130,340	6,581	36,952	1000,0	60
258,667	25366,535	6,963	40,031	1083,3	65
-	-	-	43,110	1166,7	70

Vale ressaltar que, para o cálculo de  $\Delta P$ , foi feito a média entre os dados obtidos nos ensaios em triplicada. Já os valores de  $q_z$  foram obtidos através da divisão das vazões do fluido ( $Q_z$ ) pela área transversal do permeâmetro, indicado na Tabela 3.9.

A partir dos dados de  $(\Delta P/q_z L)$  e  $q_z$  apresentados nas Tabelas 4.1 à 4.5, plotou-se os mesmos em diagrama cartesiano e se fez o ajuste linear dos dados levantados, usando o programa Microsoft Excel® 2013, conforme apresentados nas Figuras 4.1 a 4.5.

As barras de erro que aparecem nos diagramas a seguir foram calculadas com base nas incertezas das grandezas medidas diretamente nos experimentos (massas, comprimentos, vazões e quedas de pressão), bem como nas operações aritméticas (soma, subtração, multiplicação e divisão) com elas realizadas, conforme prevê a Teoria dos Erros (Barthem, 1995).

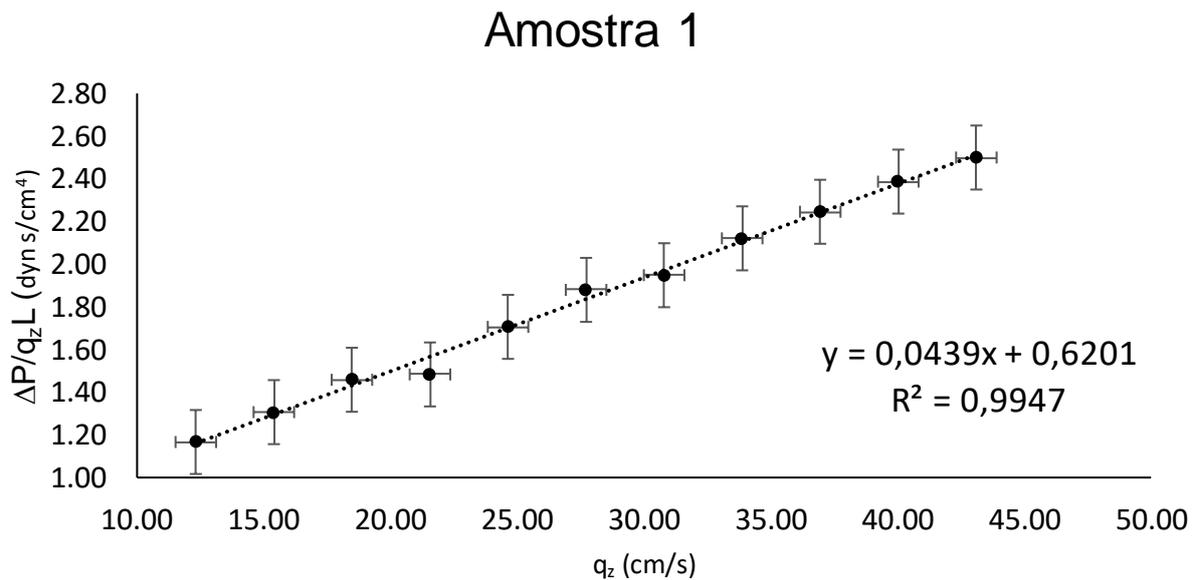


Figura 4.1 – Dados de  $\Delta P/q_z L \times q_z$  da Amostra 1 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.

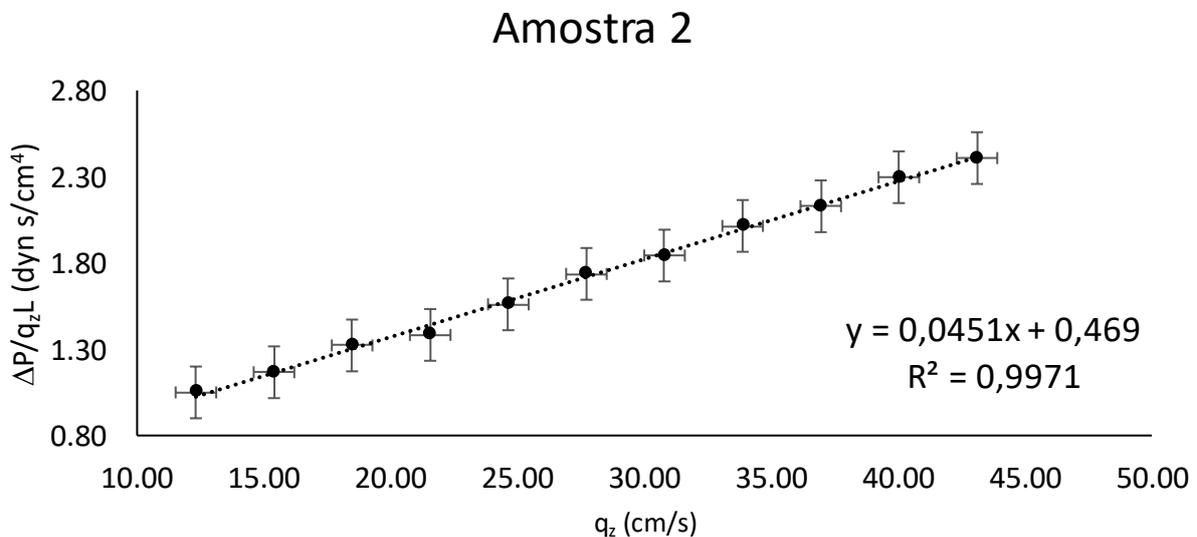


Figura 4.2 – Dados de  $\Delta P/q_z L \times q_z$  da Amostra 2 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.

### Amostra 3

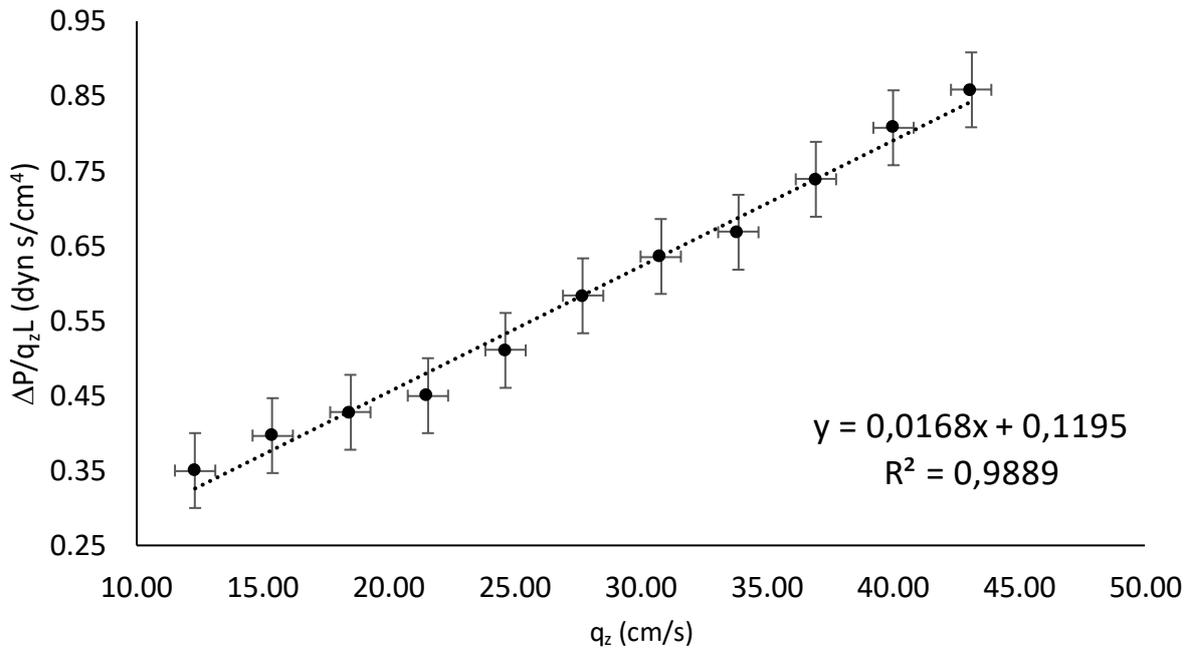


Figura 4.3 – Dados de  $\Delta P/q_z L \times q_z$  da Amostra 3 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.

### Amostra 4

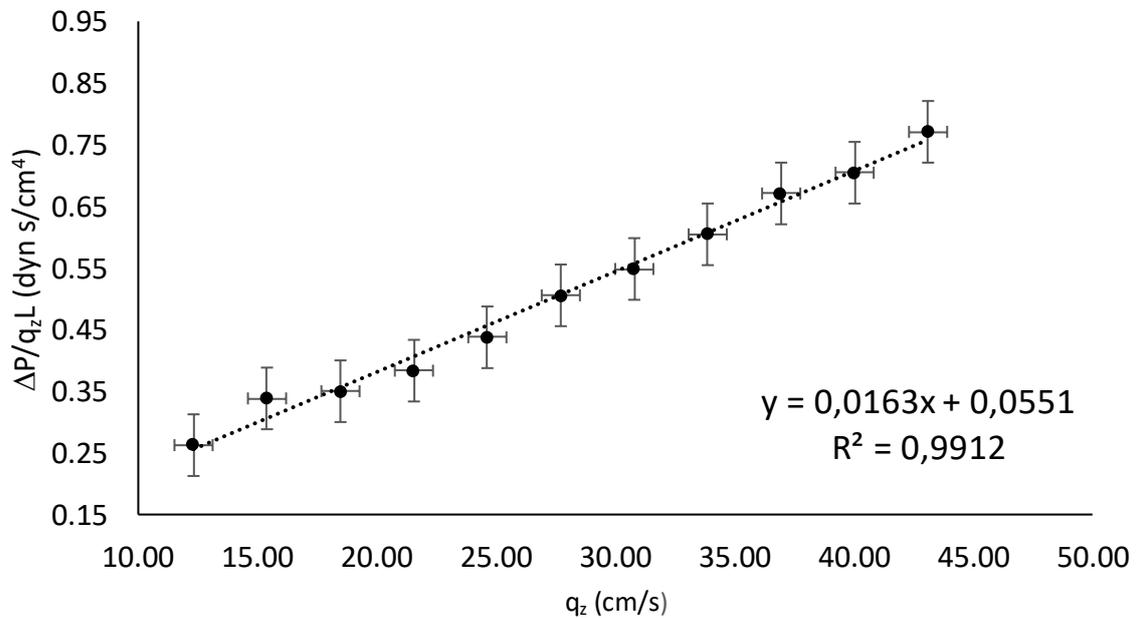


Figura 4.4 – Dados de  $\Delta P/q_z L \times q_z$  da Amostra 4 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.

## Amostra 5

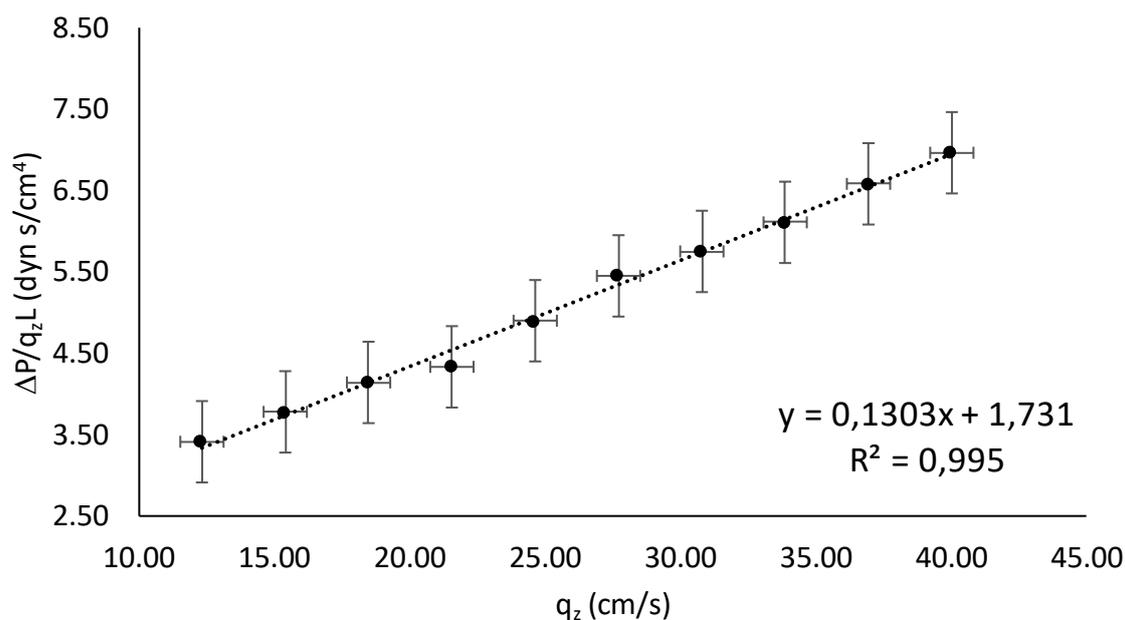


Figura 4.5 – Dados de  $\Delta P/q_z L \times q_z$  da Amostra 5 com a reta de ajuste e o coeficiente de determinação.

De acordo com a Equação 2.15, a partir do coeficiente linear da reta, é possível se obter o valor da permeabilidade do meio poroso ( $k$ ) para cada um dos ajustes. Para as condições de temperatura e pressão em que os experimentos foram conduzidos (23°C, ~1 atm), o valor da viscosidade do ar é igual a  $1,839 \times 10^{-6}$  Poise (Perry, 2008).

Os ajustes lineares podem ser representados genericamente por:

$$y = ax + b \quad (4.1)$$

Onde, pela equação (2.15), temos:

$$b = \frac{\mu}{k} \quad (4.2)$$

Ou seja:

$$k = \frac{\mu}{b} \quad (4.3)$$

Dessa forma, os valores de  $k$  foram calculados e estão demonstrados na Tabela 4.6 abaixo.

Tabela 4.6 – Valores de  $\mu/k$  e  $k$  calculados para cada amostra.

Amostra	$\mu/k$ , dyn s/cm <sup>4</sup>	$k$ , cm <sup>2</sup>
1	0,6201	0,0002966
2	0,4690	0,0003921
3	0,1195	0,0015389
4	0,0551	0,0033376
5	1,7310	0,0001062

A partir dos dados de  $k$  apresentados na Tabela 4.6 e dos parâmetros do projeto calculados e demonstrados no item 3.2, pode-se calcular os valores de  $\beta$  para as amostras de acordo com o modelo de Kozeny-Carman (Equação 2.16). Os valores calculados são apresentados na Tabela 4.7 a seguir.

Tabela 4.7 – Valores do diâmetro de partícula ( $d_p$ ), esfericidade ( $\phi$ ), porosidade do meio ( $\epsilon$ ), permeabilidade do meio ( $k$ ) e fator estrutural ( $\beta$ ) para cada amostra.

Amostras	$d_p$ , cm	$\phi$	$\epsilon$	$k$ , cm <sup>2</sup>	$\beta$
1	0,3712	0,6173	0,5884	0,0002966	9,581
2	0,5400	0,4985	0,5949	0,0003921	13,214
3	0,6054	0,4968	0,7237	0,0015389	16,321
4	0,8454	0,4628	0,7424	0,0033376	16,976
5	0,3933	0,8372	0,3605	0,0001062	3,880

Nota-se que para a Amostra 5 (PEAD BF4810/Brasken), partícula não reentrante de geometria simples, o valor de  $\beta$  segue o previsto por Coulson e Richardson (1978),  $3,5 \leq \beta \leq 5,5$ , o que valida plenamente os ensaios de permeamtria. Já para as partículas reentrantes, os valores de  $\beta$  estão, aproximadamente, na faixa 9,6-17,0, isto é, valores entre o dobro e o triplo do valor médio (4,5) da faixa citada por Coulson e Richardson (1978).

A literatura sugere que, em geral,  $\beta$  pode depender de  $\epsilon$  e  $\phi$ . Assim, o ideal seria fixar  $\phi$  e estudar a dependência de  $\beta$  com  $\epsilon$  e, depois, fixar  $\epsilon$  e estudar a dependência de  $\beta$  com  $\phi$ . Todavia, na prática, é bastante difícil obter meios porosos com tais características. No presente trabalho, isto foi conseguido, aproximadamente, com os materiais 2, 3 e 4, que possuem esfericidades bastante semelhantes (ver Tabela 4.7).

A fim de se investigar a dependência do fator estrutural com a esfericidade, porosidade do meio e diâmetro de partícula, foram testados agrupamentos dessas variáveis, bem como ajustes lineares e logarítmicos.

Todas as correlações investigadas apresentam um alto coeficiente de determinação quando ajustado o melhor traço por entre os pontos. Tal coeficiente de correlação indica uma forte dependência entre os parâmetros investigados.

Quando analisamos os dados de  $\phi$  levantados, nota-se que os valores referentes às amostras 2, 3, e 4 são bastante próximos entre si, diferenciando-se na segunda casa decimal. A partir de tal observação, analisou-se a correlação entre  $\epsilon$  dos meios dessas partículas, admitindo-se  $\phi$  constante.

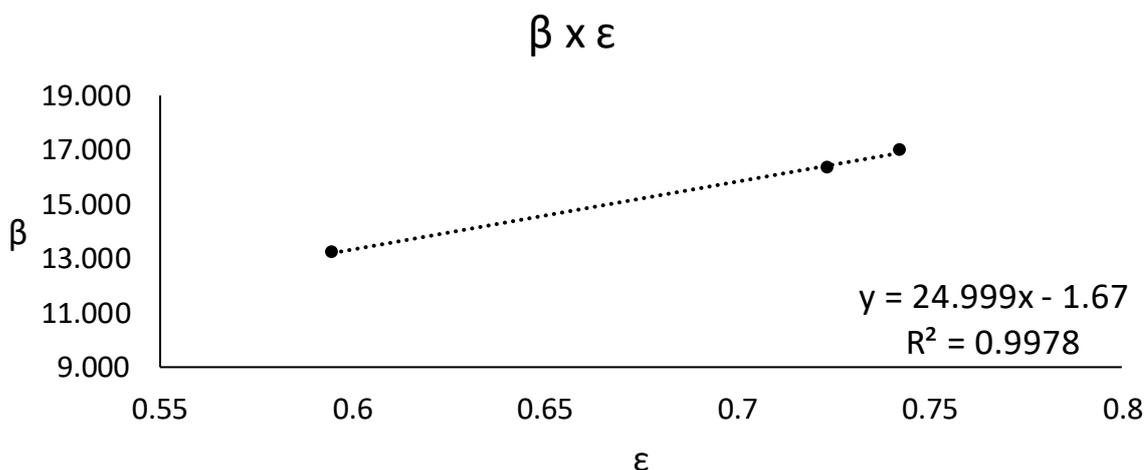


Figura 4.6 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) correlacionados através do ajuste linear dos dados das Amostras 2, 3 e 4.

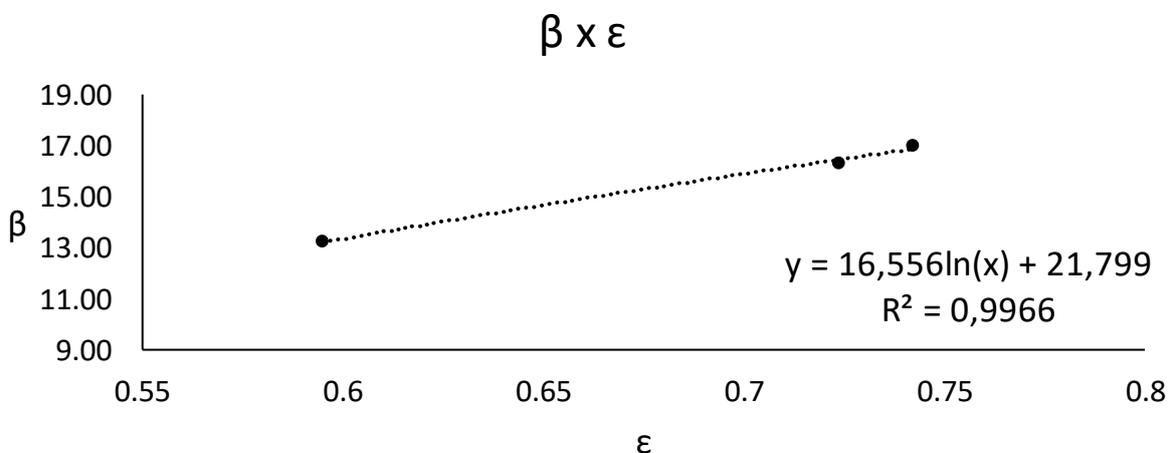


Figura 4.7 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) correlacionados através do ajuste logarítmico dos dados das Amostras 2, 3 e 4.

Embora o ajuste entre menos pontos seja menos preciso, o alto valor do coeficiente de determinação corrobora a forte dependência entre  $\beta$  e  $\epsilon$  através de um ajuste linear e logarítmico.

Ainda, investigou-se correlação de múltiplos fatores, conforme mostra a Figura 4.8 a 4.11 abaixo:

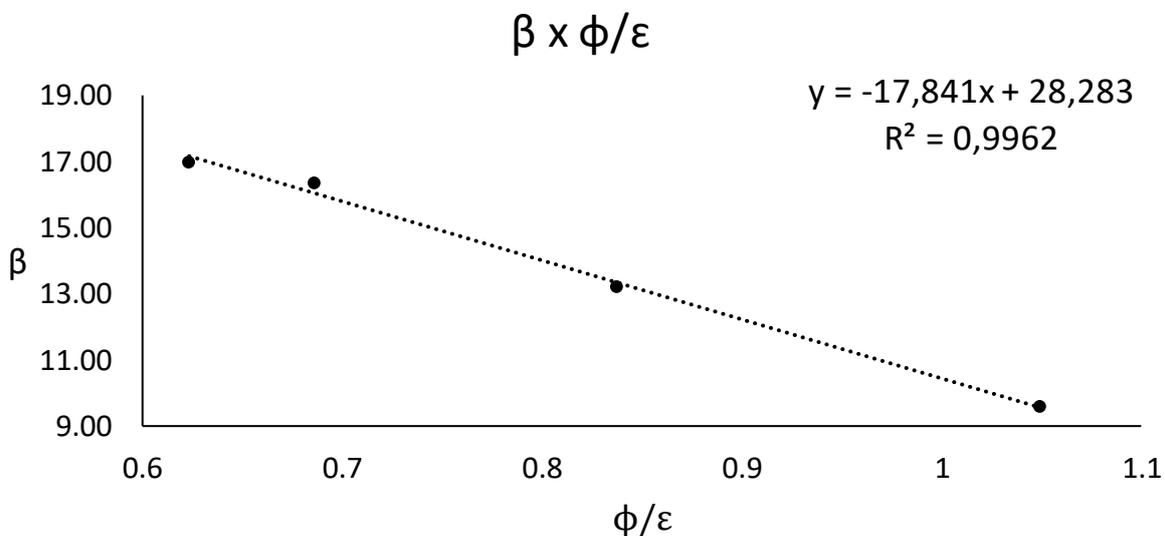


Figura 4.8 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a esfericidade das partículas ( $\phi$ ) sobre a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) correlacionados através do ajuste linear.

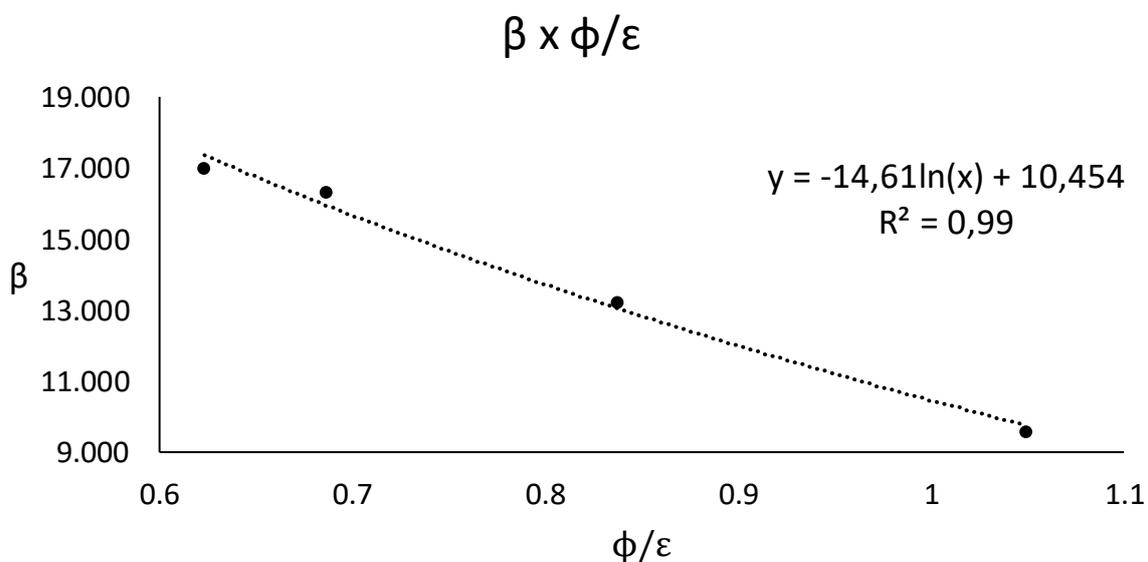


Figura 4.9 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a esfericidade das partículas ( $\phi$ ) sobre a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) correlacionados através do ajuste logarítmico.

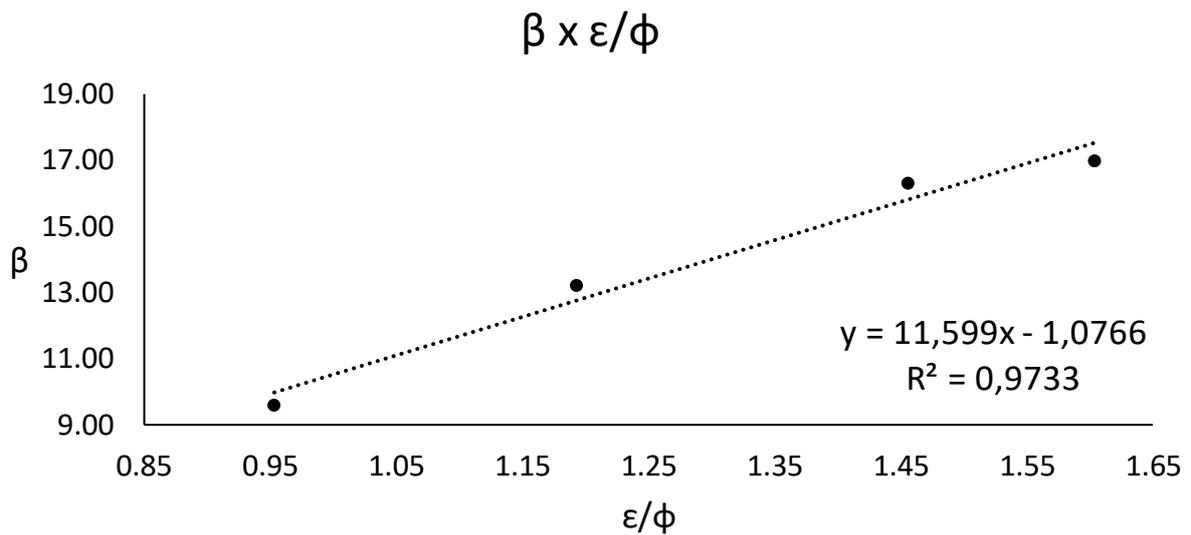


Figura 4.10 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) sobre a esfericidade das partículas ( $\phi$ ) correlacionados através do ajuste linear.

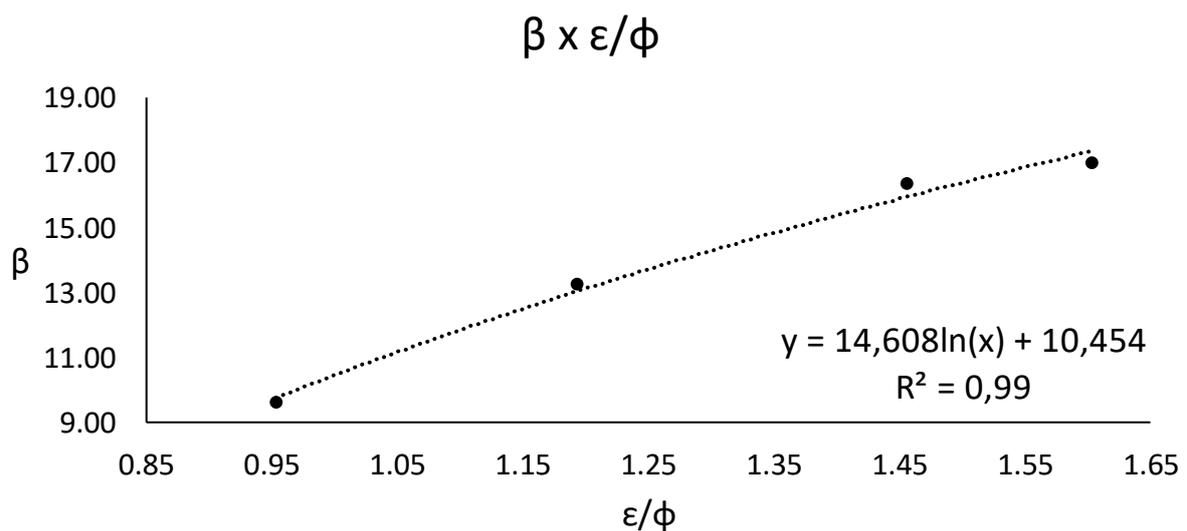


Figura 4.11 – Dados do fator estrutural ( $\beta$ ) e a porosidade do meio ( $\epsilon$ ) sobre a esfericidade das partículas ( $\phi$ ) correlacionados através do ajuste logarítmico.

Os coeficientes de determinação obtidos mostram excelentes ajustes dos dados de  $\beta$ ,  $\epsilon$  e  $\phi$  tanto na forma linear quanto logarítmica.

## 5. Conclusões.

As conclusões que se seguem são baseadas apenas nos dados experimentais obtidos neste trabalho e estão restritas às faixas de valores das variáveis de projeto, processo e operação utilizadas nos ensaios.

- (a) A determinação dos parâmetros estruturais das amostras utilizadas no projeto de forma analítica e a utilização dos valores médios de suas medidas foram condizentes com os ensaios realizados, uma vez que os valores de  $d_p$  calculados de forma analítica e experimental ( $d_p$  calculado a partir dos valores da massa média) foram convergentes. Além disso, houve a comprovação dos dados levantados através dos experimentos de picnometria mediante a comparação do valor de densidade levantado para o PEAD BF4810 e o mesmo declarado pela fornecedora (Braskem).
- (b) Os ensaios de permeamtria com os pellets cilíndricos de PEAD certificaram o bom funcionamento do permeâmetro; o valor obtido de  $\beta$  (3,880) resultou exatamente na faixa esperada ( $3,5 \leq \beta \leq 5,5$ ) conforme Coulson e Richardson (1978), para  $0,30 \leq \varepsilon \leq 0,50$ .
- (c) Os ensaios de permeamtria com os macarrões, partículas muito reentrantes, levou a valores de  $\beta$  entre o dobro e o triplo do valor médio de  $\beta$  (4,5) na faixa acima referida. Como  $k$  é inversamente proporcional a  $\beta$ , previsões de  $k$  com o modelo de Kozeny-Carman usando  $\beta=4,5$  seriam superestimadas entre o dobro e o triplo do valor real.
- (d) Apesar de terem sido testados apenas quatro recheios (macarrões), correspondendo a quatro valores de  $\varepsilon$  e  $\phi$ , foram obtidas correlações lineares e logarítmicas entre  $\beta$  e  $\varepsilon/\phi$  com coeficientes de determinação na faixa de 0,97 – 0,99, isto é, muito satisfatórios.
- (e) Ainda, é possível verificar a correlação do fator estrutural com os próprios parâmetros do meio ( $\phi$ ,  $\varepsilon$  e  $d_p$ ), inclusive de forma associada. Como o próprio modelo de Kozeny-Carman é dependente dos mesmos parâmetros, faz-se necessário um estudo aprofundado a fim de que sejam desenvolvidas equações mais adequadas para partículas reentrantes.

## 6. Sugestões Para Trabalhos Posteriores.

Sugere-se que, com novas partículas reentrantes de diferentes parâmetros, seja estudada a faixa empírica de valores em que  $\beta$  varia para que sejam utilizados em projetos de equipamentos industriais. A posteriori, ainda, recomenda-se um estudo aprofundado das inúmeras possibilidades de dependência de  $\beta$  com as variáveis citadas no projeto, a fim de que se desenvolva um modelo empírico capaz de prever seu comportamento para partículas reentrantes.

A fim de que sejam validadas as conclusões deduzidas no presente trabalho, indica-se que outros experimentos de permeamtria sejam conduzidos, porém com uma maior gama de amostras a fim de que novas correlações possam ser estudadas. Experimentos cujos meios possuam valor de porosidade ( $\epsilon$ ) constante são importantes para investigar a correlação de  $\beta$  com a esfericidade ( $\phi$ ), assim como valores de  $\phi$  constantes são importantes para investigar a dependência de  $\beta$  com  $\epsilon$ .

## Referências Bibliográficas

- (1) Barthem, R.B.: “Tratamento e análise de dados em física experimental”, 3ª edição, Editora UFRJ, Rio de Janeiro, 1995.
- (2) Blake, F.C.: “The Resistance of Packing to Fluid Flow”, Transaction of the American Institute of Chemical Engineers, (London), v. 14, p. 415, 1922.
- (3) Braskem: “Folha de Dados”, Revisão 2, 2013.
- (4) Carman, P.C.: “Fluid Flow Through Granular Beds”, Transaction of the American Institute of Chemical Engineers, (London), v. 15, p. 150, 1937.
- (5) Coulson, J. M.; Richardson, J. F.: “Chemical Engineering, Volume Two- Unit Operations”. 3. ed. Oxford: Pergamon Press, 1978.
- (6) Forchheimer, P.: “Wasserbewegung durch Boden”, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieur, v. 45, p. 1782, 1901.
- (7) Fox, R.W., McDonald, A.T.: “Introduction to Fluid Mechanics”, 5th ed., Wiley, 1998.
- (8) Fox, R.W., McDonald, A.T., Pritchard, P.J.: “Introduction to Fluid Mechanics”, 6. Ed., New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.
- (9) Kozeny, J.: “Ueber Kapillare Leitung des Wasser sim Boden”, Sitzungsber Akad. Wiss., Wien, Abt. II A, v. 136, p. 271, 1927.
- (10) Massarani, G.: “Escoamento de Fluidos Não-Newtonianos Através de Meios Porosos: Modelo Capilar”, Ver. Lat. Am. Ing. Quím. Y Quím. Apl, v. 1, p. 83, 1971.
- (11) Massarani, G.: “Fluidodinâmica em Sistemas Particulados”, E-Papers Serviços Editoriais, Rio de Janeiro, 2002.
- (12) Peçanha, R.P.: “Sistemas Particulados # Operações Unitárias Envolvendo Partículas e Fluidos”, Elsevier-Campus, Rio de Janeiro, 2014.
- (13) Perry, R.H. (Late Editor), Green, D.W. (Editor in Chief): “Perry’s Chemical Engineers’ Handbook”, 8th ed., Mc Graw Hill, 2008.
- (14) Silva Telles, A.; Massarani, G.: “Fluid Flow Through Porous Media: Continuum Model”, XVI IAHR Congress, São Paulo/SP, 1975.
- (15) Truesdell, C. A.: “Sulle Basi dela Termodinamica”, Rend. Accad. Lincei, 22, 33 e 158, 1957 Vol. 1. Academic Press, 1977.

Nota: versão em inglês disponível em: Rational Mechanics of Materials, Int. Sci. Ver. Serv., 292 – 305, Gordon and Breach, 1965.