



ESTUDO DA LEVITAÇÃO ELETRODINÂMICA APLICADA À VEÍCULOS MAGLEV

Thaís Nascimento França

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Richard Magdalena Stephan

Rio de Janeiro
Março de 2019

ESTUDO DA LEVITAÇÃO ELETRODINÂMICA APLICADA À VEÍCULOS
MAGLEV

Thaís Nascimento França

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Richard Magdalena Stephan, Dr.Ing

Prof. Nelson Ricardo de Freitas Braga, D.Sc.

Prof. Rubens de Andrade Júnior, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2019

França, Thaís Nascimento

Estudo da Levitação Eletrodinâmica aplicada à Veículos MagLev/Thaís Nascimento França. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XIII, 78 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Richard Magdalena Stephan

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 57 – 63.

1. Levitação Eletrodinâmica. 2. Suspensão do Tipo Fluxo Nulo. 3. Bobina em Formato de Oito. I. Stephan, Richard Magdalena. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Ao meu querido Senhor, Autor e
Consumador da minha fé.*

Agradecimentos

Aos meus pais Gilton e Dalma, pelo amor e carinho, que nunca pouparam nem incentivos nem esforços para comigo.

A minha irmã pela parceria, companheirismo e principalmente paciência, auxiliando-me a cada dia durante o mestrado.

A Mariana, grande amiga sem a qual esse trabalho não teria terminado, tamanha quantidade de artigos que disponibilizou para mim.

Aos colegas do LASUP, LABMAQ, LEMT e ELEPOT, por toda a colaboração e conselhos salutares.

Ao meu professor orientador. Obrigado pela paciência e por acreditar no bom êxito desse trabalho.

*“Tudo tem o seu tempo
determinado, e há tempo para
todo o propósito debaixo do céu.”
Eclesiastes 3:1*

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO DA LEVITAÇÃO ELETRODINÂMICA APLICADA À VEÍCULOS MAGLEV

Thaís Nascimento França

Março/2019

Orientador: Richard Magdalena Stephan

Programa: Engenharia Elétrica

Os veículos de levitação magnética, “MagLev”, são meios de transporte que se deslocam sem tocar o solo por meio de forças magnéticas. Atualmente existem três técnicas distintas empregadas nestes veículos. A supercondutora (SML) se baseia no uso de supercondutores do tipo dois, e suas propriedades de diamagnetismo e pinagem, para obtenção de forças de interação estáveis entre ímãs e supercondutores, caso do MagLev-Cobra. A eletromagnética (EML) utiliza a interação entre materiais ferromagnéticos e eletroímãs, sendo estes alimentados por uma malha fechada de controle devido à natureza instável da força atrativa. E a eletrodinâmica (EDL), fundamentada nas correntes induzidas que surgem num material condutor exposto a um campo magnético variável qualquer, estabelecendo forças repulsivas instáveis. Neste trabalho, o estudo bibliográfico partiu da compreensão dos princípios físicos do fenômeno. Iniciando pelo Teorema de Earnshaw sobre a estabilidade mecânica de sistemas eletrostáticos, passando por Maxwell e seu estudo sobre o comportamento das correntes de Foucault em folhas condutoras finas, e também por Reitz e sua análise das forças de arrasto e de sustentação. Em seguida, a aplicação da técnica EDL é apresentada em diferentes configurações de guias encontradas na literatura. Powell e Danby patentaram o último conceito em 1969. Atualmente é utilizado pela proposta de trem de levitação japonesa JR-MagLev, na qual as bobinas em formato de oito estabelecem um sistema de suspensão de fluxo nulo passivamente estável em altas velocidades. Finalmente, a fim de caracterizar as campos e forças eletromagnéticas atuantes na levitação eletrodinâmica, obtidos do equacionamento que envolveu a parte analítica do trabalho, foi utilizado o software Wolfram Mathematica®. A contribuição desta dissertação encontra-se na organização e apresentação do método EDL aplicado a veículos MagLev.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF ELECTRODYNAMIC LEVITATION APPLIED TO MAGLEV VEHICLES

Thaís Nascimento França

March/2019

Advisor: Richard Magdalena Stephan

Department: Electrical Engineering

MagLev magnetic levitation vehicles are means of transport that move without touching the ground through magnetic forces. There are currently three different techniques employed in these vehicles. Superconducting (SML) is based on the use of type-II superconductors, and their properties of diamagnetism and pinning, for obtaining stable interaction forces between magnets and superconductors, case of MagLev-Cobra. Electromagnetic (EML) uses the interaction between ferromagnetic materials and electromagnets, which are powered by a closed loop of control due to the unstable nature of the attractive force. Lastly, electrodynamic (EDL), based on Eddy currents that arise in a conductive material exposed to any variable magnetic field, establishing unstable repulsive forces. The bibliographical study started from the understanding of the physical principles of the phenomenon. Beginning with Earnshaw's theorem on the mechanical stability of electrostatic systems, going through Maxwell and his study on the behavior of Foucault currents in conductive thin sheets, and also by Reitz and his analysis of drag and lift forces. Next, the application of the EDL technique is presented in different configurations of guideway found in the literature. Powell and Danby patented the latter concept in 1969. It is currently utilized by the JR-MagLev, Japanese levitation train proposal in which the figure-eight-shaped coils establish a passively stable null-flux suspension system at high speeds. Finally, in order to characterize the fields and electromagnetic forces acting on the electrodynamic levitation, obtained from the equating that involved the analytical part of the work, Wolfram Mathematica® software was used. The contribution of this dissertation is in the organization and presentation of the EDL method applied to MagLev vehicles.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.1.1 Os Méritos de um Veículo MagLev	1
1.1.2 MagLev Urbano: um Veículo Leve sobre Trilhos	2
1.2 Objetivo	3
1.3 Metodologia	3
1.4 Organização	3
2 Levitação Magnética	5
2.1 Introdução	5
2.2 Supercondutividade	6
2.3 Levitação Supercondutora SML	9
2.4 Levitação Eletromagnética EML	10
2.5 Levitação Eletrodinâmica EDL	12
2.6 Tração Linear	13
2.7 Leito para Guias Eletrodinâmicas	16
2.8 JR-MagLev	20
3 Levitação Eletrodinâmica vista pelo Eletromagnetismo	24
3.1 Princípios Físicos	24
3.1.1 Levitação em campos eletromagnéticos estáticos e estacionários	24
3.1.2 Correntes induzidas por campos variáveis em condutores	25
3.1.3 Velocidade de recuo de Maxwell	27
3.1.4 O Método das Imagens para um campo magnético	28
3.1.5 Dinâmica de uma bobina móvel	28
3.1.6 Limitações do modelo de placa fina	30
3.1.7 Exemplo numérico	31
3.1.8 Correntes induzidas num motor de indução	32

4	Levitação Eletrodinâmica vista pela Teoria de Circuitos Dinâmicos	34
4.1	Conservação de Energia e Forças Magnéticas	35
4.2	Sistema de Suspensão de Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito	38
4.3	Sistema Combinado de Suspensão e Orientação de Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito	43
5	A Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito	46
5.1	Parâmetros da Atual Bobina da Pista de Testes de Yamanashi	46
5.2	Investigações sobre o Design Interior da Atual Bobina da Pista de Testes de Yamanashi	51
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	56
	Referências Bibliográficas	57
A	Dedução da Fórmula para o Cálculo da Autoindutância de uma Bobina Retangular	64
B	Código para o Cálculo dos Parâmetros da Bobina em Formato de Oito	69
B.1	Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito	69
B.2	Configuração A	71
B.2.1	Parâmetros Bobinas Internas L1 e L4	71
B.2.2	Parâmetros das Bobinas Externas L2 e L3	72
B.2.3	Indutância Mútua entre Bobinas Interna e Externa Não Concêntricas	74
B.2.4	Indutância Mútua entre Bobinas Interna e Externa Concêntricas	75
B.3	Configuração B	75
B.3.1	Parâmetros das Bobinas L1, L2, L3 e L4	75
B.3.2	Indutância Mútua entre Bobinas Concêntricas	76
B.3.3	Indutância Mútua entre Bobinas L1 e L4	76
B.3.4	Indutância Mútua entre Bobinas L1 e L2	77

Lista de Figuras

2.1	Comportamento de supercondutores do tipo I na presença de um campo magnético externo. Efeito Meissner-Ochsenfeld.	7
2.2	Comportamento de supercondutores do tipo II na presença de um campo magnético externo.	8
2.3	Levitação Supercondutora. a)Supercondutor do tipo II exposto a um campo magnético externo oriundo de um ímã; b)Modelo de um MagLev SML.	9
2.4	Levitação Eletromagnética. a)Material ferromagnético exposto a um campo magnético externo oriundo de um ímã; b)Modelo do sistema de sustentação de um MagLev EML.	10
2.5	Levitação Eletrodinâmica. a)Folha condutora exposta a um campo magnético oriundo de um ímã; b)Modelo do sistema de sustentação de um MagLev EDL.	12
2.6	Tipos de motores lineares utilizados em MagLevs.	14
2.7	Modelo esquemático das forças estabelecidas entre as fontes magnéticas dentro do veículo MagLev e as bobinas de propulsão na guia.	15
2.8	Esboço de uma guia cujo leito é do tipo folha condutora contínua em ângulo.	17
2.9	Esboço de uma guia cujo leito é tipo escada.	18
2.10	Esboço de uma guia cujo leito é tipo bobina discreta ou curto-circuitada.	18
2.11	Esboço de uma guia cujo leito é tipo bobina em formato de oito para suspensão de fluxo nulo.	19
2.12	Elementos básicos do atual MagLev supercondutor japonês, série L0.	21
2.13	Elementos básicos da rede de alimentação do JR-MagLev.	21
2.14	Linha do tempo da evolução da levitação eletrodinâmica.	22
2.15	Linha do tempo da evolução da levitação eletrodinâmica - continuação.	23
3.1	Método da imagem para determinação de um campo magnético.	28
3.2	Esboço utilizado para a determinação da força imagem F_I	29
3.3	Curvas típicas EDL: força de sustentação F_S e força de arrasto F_D	30

3.4	Curva das forças de sustentação e arrasto do exemplo numérico.	32
3.5	Comparação entre as curvas características de um motor de indução e da levitação eletrodinâmica.	33
4.1	Esboço das bobinas de fluxo nulo. a)Bobina do tipo plana. b)Bobina do tipo dobrada. c)Circuito elétrico equivalente.	39
4.2	Esboço das bobinas de fluxo nulo com respectivos campos magnéticos e correntes induzidas resultantes da passagem do ímã supercondutor. a)Bobina do tipo plana. b)Bobina do tipo dobrada.	39
4.3	Direção das forças eletromagnéticas induzidas por um deslocamento vertical.	41
4.4	Desenho da atual composição principal do MagLev supercondutor japonês	43
4.5	Esboço das bobinas de fluxo nulo para levitação e orientação com o equivalente circuito elétrico.	44
4.6	Direção das forças eletromagnéticas induzidas por um deslocamento lateral.	45
5.1	Dimensões das atuais bobinas de fluxo nulo e supercondutora do MagLev supercondutor japonês.	46
5.2	Seção transversal do lado superior da bobina.	48
5.3	Esboço para o cálculo da indutância mútua entre as bobinas superior e inferior.	49
5.4	Esboço para o cálculo da indutância mútua pelo método da imagem.	49
5.5	Possível configuração da bobina em formato de oito para sistema de suspensão de fluxo nulo.	50
5.6	Esboço do possível diagrama interno da bobina de fluxo nulo.	52
5.7	Configuração A em detalhes.	52
5.8	Configuração B em detalhes.	53
5.9	Circuitos do sistema combinado de levitação e o orientação.	55
A.1	Diagrama para o cálculo da indutância de uma espira retangular	65

Lista de Tabelas

5.1	Parâmetros físicos da bobina de fluxo nulo.	47
5.2	Comparação dos valores referência e calculados teoricamente.	51
5.3	Valores das resistências nas configurações A e B.	53
5.4	Valores calculados para as bobinas da configuração A.	54
5.5	Valores calculados para as bobinas da configuração B.	54

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O grande adensamento populacional, visto nos centros urbanos em todo o mundo principalmente depois da Segunda Guerra Mundial, também atingiu o Brasil. Atualmente mais de oitenta por cento da população vive nas regiões metropolitanas, sendo então essencial garantir absoluta prioridade à implantação de transporte público coletivo de média e alta capacidade [1].

A natureza sem contato dos trens levitação magnética, cujo acrônimo é MagLev, permite a possibilidade de maior velocidade e alta eficiência nos sistemas de transporte, além de possuir grandes perspectivas para o futuro, atraindo várias organizações para o estudo das mais diversas técnicas [2]. As três técnicas de levitação magnética atualmente empregadas para transporte são a Levitação Supercondutora, a Levitação Eletromagnética, e a Levitação Eletrodinâmica [3].

Esta dissertação foca no estudo da Levitação Eletrodinâmica, própria para trens de alta velocidade, e que ainda não possui nenhum modelo operando de forma comercial. A previsão é que um protótipo japonês, já em fase de testes, inicie em 2027 [4].

1.1.1 Os Méritos de um Veículo MagLev

O sistema Maglev é diferente de sistemas ferroviários convencionais por sua natureza sem contato com o solo, gerando inúmeras vantagens, tanto de construção quanto operacionais. Para distâncias de até 1.000 km, trens de alta velocidade tem se mostrado uma boa opção em termos de tempo, conforto do passeio, confiabilidade e custo, em comparação outros meios de transporte [5] [6].

Por não haver o ponto de contato roda-trilho, a carga do veículo é distribuída por toda sua extensão, diminuindo os esforços sobre a guia e permitindo velocidades maiores. Isso possibilita uma infraestrutura mais leve, menos onerosa, e que requer menos manutenção em suas rotas [3] [6].

Devido a estrutura da guia, o veículo dificilmente irá descarrilar, sendo altamente seguro por permanecer restrito ao percurso da via. A via do tipo elevada não perturba a mobilidade urbana, desde que o MagLev seja de baixa e média velocidade, por conta da poluição sonora [2].

O veículo possui peso e área da seção transversal reduzidos por não possuir toda engrenagem típica de um motor rotativo tradicional. Como seu motor é do tipo linear, parte de sua estrutura é fixa na guia, seja o primário ou o secundário, contribuindo com o *design* compacto do MagLev [7]. Um veículo mais leve também consome menos eletricidade, aumentando sua eficiência energética. Se a geração da matriz elétrica do sistema MagLev for do tipo renovável, ele é não poluente [6].

1.1.2 MagLev Urbano: um Veículo Leve sobre Trilhos

O VLT, ou veículo leve sobre trilhos, é qualquer trem de passageiros cujo tamanho reduzido permita a integração de sua estrutura de trilhos ao perímetro urbano existente. Ele viaja a velocidade inferior e comporta menor número passageiros que os trens de metrô [8]. Contudo, produz menor intensidade de ruídos e de poluição, por ser alimentado pela rede elétrica, além de seus custos de construção serem estimados em um terço do necessário para os metrôs [6].

Um MagLev urbano também é um veículo leve sobre trilhos. Diferente dos modelos elétricos roda-trilho convencionais, que são uma versão moderna dos antigos bondes, um trem MagLev apresenta inúmeras vantagens. A ausência do contato roda-trilho abaixa o nível de emissão de ruído audível, o que permite que ele circule em estruturas elevadas dentro das cidades, sem interferir na mobilidade urbana. Além disso, os custos de manutenção são inferiores aos de um VLT convencional, uma vez que não são necessários contatos mecânicos e peças rotacionais [9].

Como num MagLev a carga é distribuída, e não concentrada no ponto de contato roda-trilho, os esforços sobre a estrutura de sustentação são menores, tornando-a mais leve e barata, sem os trilhos de ferros e dormentes, em comparação com a de um VLT roda-trilho. JIANGDI [10] aponta que essa redução no peso da estrutura

é 50% no caso de MagLevs supercondutores que utilizam supercondutores de alta temperatura crítica.

E por fim, o próprio trem MagLev possui uma carroceria mais leve pela ausência do conjunto rodas, trem de força e motor rotativo, pesando menos que um VLT convencional para o mesmo número de passageiros [6]. Esses dois fatores, o não contato e o menor peso, implicam numa menor potência de acionamento e redução consumo de eletricidade pela melhor eficiência energética do MagLev urbano. O consumo médio de energia por passageiro menor em comparação com carros e ônibus, e os custos totais de construção e operação são menores do que o sistema VLT equivalente [9] [10].

1.2 Objetivo

Este trabalho possui como objetivo organizar de maneira didática os principais tópicos que envolvem a levitação eletrodinâmica aplicada a veículos MagLev, contribuindo assim para um maior entendimento dessa técnica EDL.

1.3 Metodologia

Primeiramente foi realizado um levantamento das principais técnicas de levitação aplicadas a veículos Maglev.

Em seguida, uma pesquisa bibliográfica buscando a compreensão dos fenômenos físicos que regem a levitação eletrodinâmica.

Por fim, foi estudado em detalhes o sistema de suspensão de fluxo nulo que utiliza bobinas em formato de oito, buscando apreender seu funcionamento e *design* interno.

1.4 Organização

O capítulo 2 faz um breve apresentação das principais técnicas de levitação aplicadas em transporte e os principais programas Maglevs existentes no mundo.

No capítulo 3, os princípios físicos que regem a levitação eletrodinâmica são revisados.

No capítulo 4, utiliza-se da teoria de circuitos dinâmicos para estudar um sistema de levitação eletrodinâmica de suspensão de fluxo nulo.

O capítulo 5 apresenta-se os resultados obtidos quanto aos possíveis *designs* das bobinas de fluxo nulo atualmente utilizadas nos trens da série L0 da *Central Japan Railway Company*.

No capítulo 6, conclusões e possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

Levitação Magnética

2.1 Introdução

Levitar, segundo o mini dicionário Aurélio, é “erguer-se, uma pessoa ou objeto, acima do solo, sem que haja nada visível que a sustenha ou suspenda” [11]. É um desejo humano quase intrínseco, que só se tornou possível devido os avanços tecnológicos do último século, como a descoberta da supercondutividade [12], principalmente os novos materiais de alta temperatura crítica, e a invenção dos transistores [13], permitindo chaveamento de alta potência e alta frequência.

No início do século XX, alguns pesquisadores marcaram o alvorecer da levitação magnética. O professor e inventor Robert Hutchings Goddard, conhecido como o pai dos foguetes modernos [14], em 1907 descreveu muitas características da levitação magnética em um romance, quando ainda era um estudante no *Worcester Polytechnic Institute* [2]. Em 1909, idealizou um veículo magneticamente levitado num artigo publicado na *Scientific American*, o qual viajaria em um túnel ligando Boston e Nova York [15]. O engenheiro franco-americano Emile Bachelet publicou, em 1912, um artigo onde apresenta o conceito de repulsão por correntes parasitas em um MagLev para entrega de correspondências [16]. Sua invenção foi patenteada, porém era inviável na época devido à alta potência dispendida [17] [18]. O suíço Benjamin Graemiger propôs a levitação pela força atrativa entre os eletroímãs de um veículo e um trilho de aço suspenso. Contudo, os sistemas de controle de realimentação ainda não eram adequados para um sistema de transporte prático [16].

A partir de então, a levitação magnética ficou latente por meio século. Na década de 60, os avanços na área da supercondutividade despertaram novamente o interesse pelas técnicas de levitação graças a possível economia energética que os novos ímãs supercondutores representavam. Em 1963, o físico norte-americano

James R. Powell, do Brookhaven National Laboratory, foi o responsável por esse renascer ao propor um sistema MagLev utilizando ímãs supercondutores a bordo de um trem para levitá-lo sobre uma guia supercondutora [19]. Apesar de ser um projeto caro, dentro de poucos anos, outros estudos despontaram em inúmeras universidades e institutos de pesquisa, dentro e fora dos Estados Unidos, como, por exemplo, no Japão, no Canadá e na Alemanha [15].

Muitos são os tipos de levitação desenvolvidos, como o responsável pelo desempenho de brinquedos como o Levitron[®], que é um pião magnético. Porém, com a compreensão e desenvolvimentos atuais, parece que a maioria delas dificilmente terá aplicações realmente úteis para o transporte [2].

Devido à importância do fenômeno da supercondutividade para a levitação magnética [3], este será o tópico da próxima seção. Em seguida, as três técnicas de levitação utilizadas nos MagLevs atuais.

2.2 Supercondutividade

De H. Kammerlingh Onnes, em 1911, são os primeiros relatos de experiências verificando a queda abrupta da resistência do mercúrio, se tornando não mensurável, quando resfriado abaixo de 4.2 K. Essa temperatura limite é definida como temperatura crítica T_c de um material supercondutor [12].

Em 1933, Meissner e Oschenfeld descobriram o diamagnetismo dos supercondutores, que é a capacidade de expulsar um campo magnético externo de seu interior ao ser resfriado abaixo de sua temperatura crítica [20]. Esse efeito, chamado de Meissner-Ochsenfeld, está representado na figura 2.1, onde pode ser visto o campo magnético no interior de um bloco supercondutor do tipo I [12].

Os materiais supercondutores são classificados de acordo com a forma como reagem a um campo externo. Os supercondutores do tipo I apresentam duas fases, a normal e a supercondutora, separadas pela magnitude do campo magnético crítico H_c para uma determinada temperatura [21]. A figura 2.1 representa o comportamento de supercondutores do tipo I na presença de um campo magnético externo.

O estado supercondutor ocorre quando o material é submetido a um campo magnético inferior ao seu campo crítico H_c , comportando-se como diamagneto

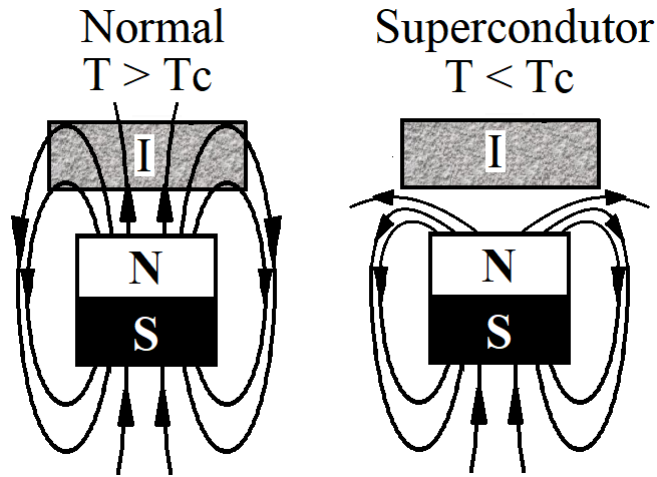


Figura 2.1: Comportamento de supercondutores do tipo I na presença de um campo magnético externo. Efeito Meissner-Ochsenfeld.

perfeito, excluindo totalmente de seu interior as linhas de campo magnético. O estado normal ocorre quando o material é submetido a um campo magnético superior ao seu campo H_c , sendo atravessado pelo mesmo. Os supercondutores do tipo I sofrem a transição de um estado para o outro de maneira abrupta, sendo geralmente metais puros, cujos campos críticos são baixos [12].

O campo crítico H_c de um supercondutor é o campo magnético externo máximo que pode ser aplicado ao material sem destruir suas propriedades supercondutoras, sendo uma função da temperatura do supercondutor [20]. Uma observação: uma corrente elétrica indesejada também é capaz de causar a terminação anormal da operação de um ímã supercondutor, o chamado efeito *Quenching* [22].

Uma característica de um material supercondutor é a sua corrente persistente: capacidade de, ao se estabelecer uma corrente elétrica contínua através dele, perpetuá-la indefinidamente sem precisar de fontes externas de energia [20]. Por causa dela, um ímã supercondutor permite a um MagLev eletrodinâmico, por exemplo, operar sem depender de constantes paradas nas instalações terrestres, simplificando sua operação [5].

Os supercondutores do tipo II apresentam campos magnéticos críticos mais elevados que os supercondutores do tipo I, sendo conhecidos como supercondutores de alta temperatura crítica. São comumente formados por ligas [23] e apresentam dois valores de campo magnético crítico, o campo magnético crítico inferior H_{ci} e o campo magnético crítico superior H_{cs} . Na figura 2.2 pode ser visto, que além dos estados supercondutor e normal, há a existência de um terceiro estado, o estado

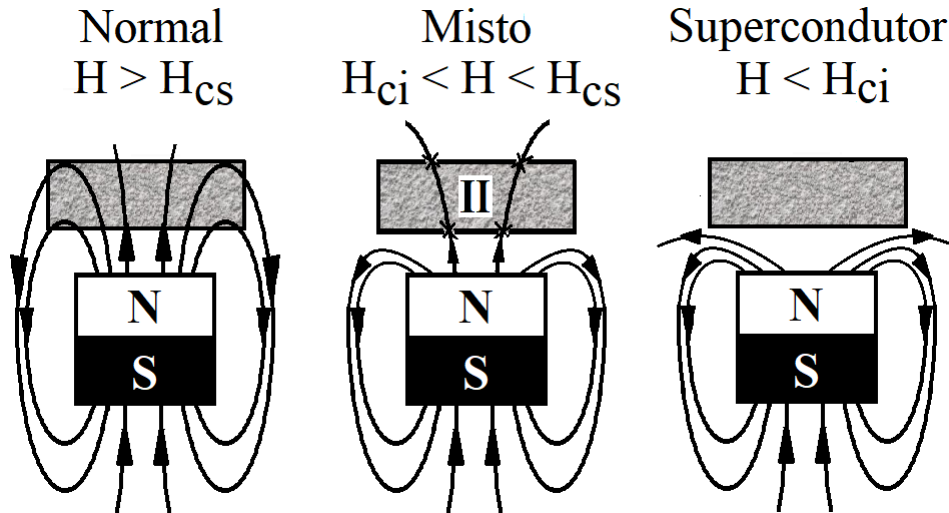


Figura 2.2: Comportamento de supercondutores do tipo II na presença de um campo magnético externo.

misto. [12].

Quando o campo magnético externo ao qual um supercondutor do tipo II está submetido for inferior ao campo crítico H_{ci} ou superior ao campo crítico H_{cs} , seu comportamento é análogo ao apresentado pelos supercondutores do tipo I. A peculiaridade é o estado misto, quando a magnitude do campo magnético externo está compreendido no intervalo entre H_{ci} e H_{cs} . Nessa fase há o surgimento de regiões, resistentes à deslocamentos, com formato de vórtices e no estado normal, que servem de atalho para parte das linhas de fluxo magnético através do material. A penetração do campo magnético aumenta à medida que sua intensidade se aproxima de H_{cs} [3] [12].

Este fenômeno, representado pelos “x” na figura 2.2, é conhecido como *Pinning*, pois os vórtices prendem a fonte de campo magnético externo ao material supercondutor do tipo II, gerando uma maior estabilidade, tanto vertical quanto lateral [23].

As propriedades supercondutoras acima apresentadas são utilizadas em técnicas de levitação magnética, como será visto nas próximas seções.

2.3 Levitação Supercondutora SML

A levitação supercondutora, SML - *Superconducting Magnetic Levitation*, apresenta a vantagem, frente as duas outras técnicas, de ser a única estável. Essa estabilidade é obtida pela interação entre supercondutores do tipo II, mantidos resfriados a bordo do trem, e trilhas de ímãs permanentes fixos na guia [3], como pode ser visto na figura 2.3b.

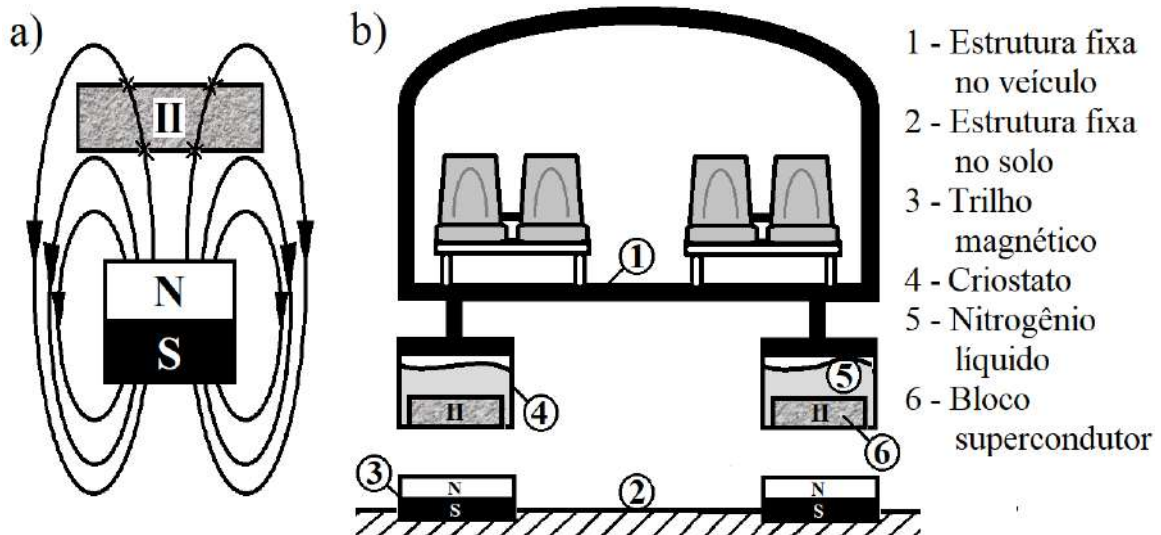


Figura 2.3: Levitação Supercondutora. a) Supercondutor do tipo II exposto a um campo magnético externo oriundo de um ímã; b) Modelo de um MagLev SML.

Quando um supercondutor do tipo II é resfriado na presença de um campo magnético, há o aparecimento da fase mista, na qual os vórtices permitem que através deles haja passagem de fluxo magnético [12]. Na figura 2.3a, esses vórtices são representados pelos caminhos através do supercondutor.

O diamagnetismo gera uma repulsão entre os ímãs da pista e o material supercondutor, e assim, o trem levita. Os vórtices, por outro lado, “prendem” um ao outro, gerando a estabilidade do veículo. Então, é o efeito *Pinning* que gera a estabilidade da técnica SML [3]. Esta propriedade só pode ser adequadamente explorada a partir do final do século XX, com o advento de novos materiais magnéticos, como o $Nd_2Fe_{14}B$ (Nd-Fe-B) e blocos de supercondutores de alta temperatura (HTS), como $YBa_2Cu_3O_x$ (YBCO)[6].

Essa técnica é pesquisada como princípio de sustentação de MagLevs, visando trens urbanos de baixa velocidade, e tracionados por motores lineares de indução [6]. Na Alemanha, há o projeto do SupraTrans, formado por institutos de pesquisa em

conjunto com a iniciativa privada, está localizado na cidade de Dresden e sua pista circular possui trinta metros de extensão [24] [6]. Na China, há projeto da Universidade de Jiaotong, na cidade de Chengdu, cuja pista consiste de duas linhas retas e dois semicírculos, totalizando quarenta e cinco metros de comprimento [25] [26]. No Brasil, há o projeto da UFRJ/COPPE, o MagLev Cobra, localizado na cidade do Rio de Janeiro. Possui uma pista linear de duzentos metros de extensão, tendo sido o primeiro veículo, que utiliza a técnica SML, a entrar em fase de testes no mundo [27].

2.4 Levitação Eletromagnética EML

A levitação eletromagnética, EML - *Electromagnetic Levitation*, utiliza as forças atrativas que surgem da interação entre o campo magnético gerado por um eletroímã e um material ferromagnético para suspender o MagLev [28] [20]. A instabilidade do veículo é causada pela variação da força magnética com a distância, cuja representação encontra-se na figura 2.4.

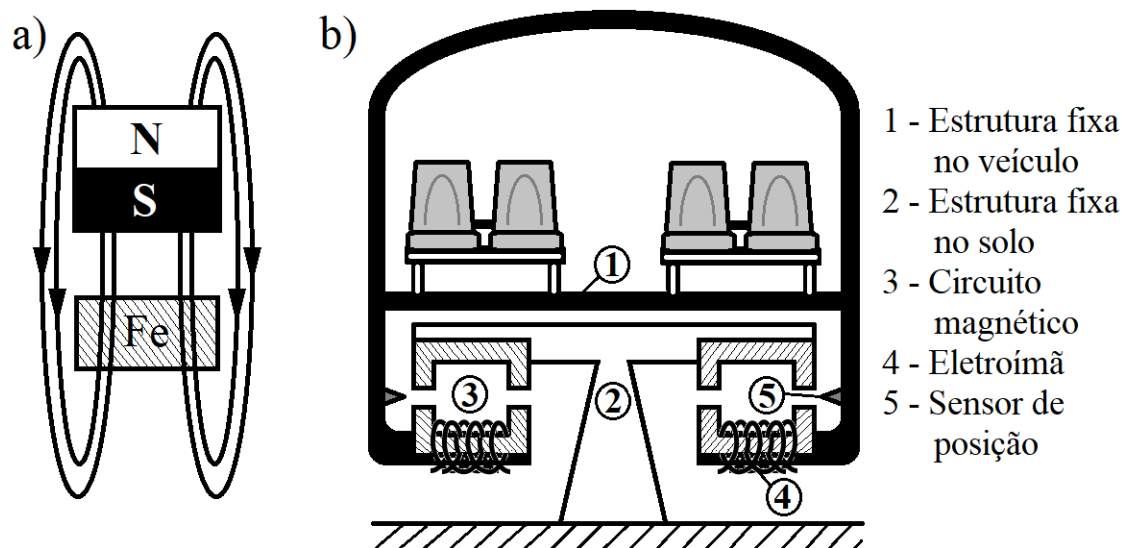


Figura 2.4: Levitação Eletromagnética. a) Material ferromagnético exposto a um campo magnético externo oriundo de um ímã; b) Modelo do sistema de sustentação de um MagLev EML, no qual a fonte de campo magnético é um eletroímã.

Os eletroímãs fixos no veículo são atraídos pelos trilhos ferromagnéticos, levantando o trem. Ao se levantar ligeiramente a força atrativa aumenta, pois, o eletroímã aproxima-se do trilho, podendo entrar em contato. Se o trem ligeiramente baixar, a força diminui e o veículo continua a descer até tocar o solo. Logo, esse sistema requer um detector de proximidade e controles eletrônicos que ajustem a

corrente magnetizante de forma a manter o veículo em uma posição fixa em relação a guia. Esse controle também ajuda a eliminar indesejadas vibrações no sistema [15].

Todos os MagLevs comerciais e a maioria dos projetos de pesquisa mundiais investigam a técnica EML. E todos os comerciais se encontram no continente asiático. Entre os comerciais de alta velocidade tracionado por um motor linear síncrono está o Transrapid, trabalho conjunto China-Alemanha, em operação desde 2004, ligando por trinta quilômetros a estação rodoviária de Longyang ao Aeroporto Internacional de Pudong, ambas em Shanghai [3] [6] [26].

Entre os MagLevs urbanos de média e baixa velocidades em operação comercial encontra-se o coreano ECOBEE, desenvolvido pelo do Instituto Coreano de Máquinas e Materiais, circulando num percurso de seis quilômetros dentro do aeroporto de Incheon, na Coreia do Sul, desde 2016 [3]. O HSST-Linimo, da Japan Air Lines Co. Ltd., é tracionado por um motor linear de indução e une as cidades de Nagoya e Aichi desde 2005, num trajeto de nove quilômetros [3] [6]. Os outros dois são chineses: o MagLev chinês de Changsha, de propriedade estatal, conectando a estação sul do trem de alta velocidade de Changsha ao aeroporto da cidade por dezoito quilômetros e meio, desde 2016 [3] [6]; e o S1-LINE, unindo os distritos de Mentougou e Shijingshan, localizados no subúrbio oeste de Beijing, num percurso de dez quilômetros, desde dezembro de 2017 [29] [30] [31]. Os quatro são tracionados por motores de indução linear.

Entre os projetos não comerciais, a China possuiu três projetos de propriedade estatal: as linhas de Shanghai, Tangshan e Zhuzhou, de 1.7, 1.5 e 1.5 quilômetros de comprimento, respectivamente. Nos Estados Unidos há o projeto AMT - *American MagLev Technology*, que desde a década de noventa luta para deixar de ser preterido a outros modais de transporte, cuja pista tem um quilômetro de extensão e está localizada na cidade de Atlanta. Todos os quatro são tracionados por motores de indução linear [6] [32].

Como um último projeto a ser citado, há o MagLev M3 MagneMotion, uma parceria China-EUA, tracionado por motor síncrono linear, cuja pista de trinta metros foi transferida de Massachusetts para Shanghai. Ele inicialmente foi pensado para ter uma versão M3 de baixa e média velocidade para transporte urbano, e uma versão M3⁺ para competir com veículos de alta velocidade. Um diferencial deste projeto é utilização ímãs permanentes [33] [6].

2.5 Levitação Eletrodinâmica EDL

A levitação eletrodinâmica, EDL - *Electrodynamic Levitation*, utiliza as forças repulsivas que surgem da interação de entre um campo magnético variante e um condutor. Estas forças são regidas pela Lei de Lenz, e são resultado das correntes induzidas que surgem no material condutor, também chamadas de correntes parasitas ou correntes de Foucault [34] [20].

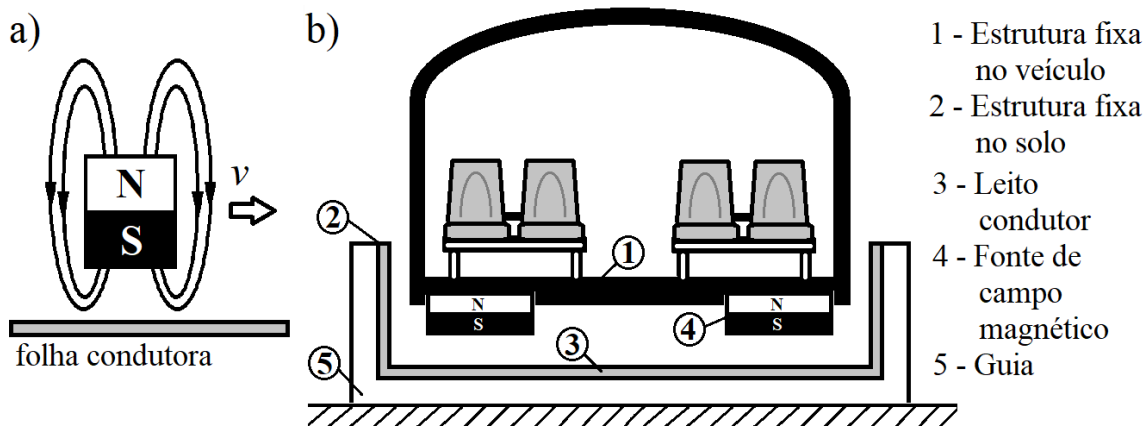


Figura 2.5: Levitação Eletrodinâmica. a)Folha condutora exposta a um campo magnético oriundo de um ímã; b)Modelo do sistema de sustentação de um MagLev EDL. As folhas nas paredes laterais da guia também contribuem com o sistema de guiamento do trem.

A figura 2.5a representa a levitação eletrodinâmica, na qual a fonte de campo magnético variável, na verdade, é um campo magnético constante sendo deslocado sobre uma folha condutora [6]. Resumidamente, essa interação resulta em duas forças distintas: a força de repulsão, responsável por fazer o trem levantar, e a força de arrasto, oposta ao sentido do movimento [35] [36].

Qualitativamente, quanto mais rápido o trem se deslocar, menos as correntes induzidas conseguem adentrar o condutor, devido ao efeito pelicular [37] [38]. Quanto mais fina for a camada de penetração para as correntes induzidas na superfície do condutor, menos energia elas dissipam no material, e menor a força de arrasto resultante. Por outro lado, o campo induzido produzido pelas correntes parasitas, e conseqüentemente, a força de repulsão trem-guia, também chamada de força de sustentação, se torna mais intensa [35].

O MagLev só levita após atingida a velocidade de decolagem, ponto a partir do qual as forças de sustentação se tornam intensas o suficiente para erguê-lo, sendo necessário um conjunto roda-trilho para aterrisagem e decolagem do

veículo. A velocidade de cruzeiro é a velocidade na qual as forças atuantes sobre o MagLev possuem como resultante uma força constante que o impulsiona o trem [39].

Essa técnica de levitação é do tipo instável, por se tratar de forças repulsivas. O formato da guia, que pode ser visto na figura 2.5b, é o segredo para se obter um “equilíbrio dinâmico”, ou “estabilidade passiva”. Os termos estão entre aspas porque, fisicamente, a estabilidade é a propriedade de um corpo de se manter em equilíbrio estático, o que não é o caso, pois o sistema possui uma força atuando nele durante todo o trajeto, alimentada pela fonte de campo magnético abordo do trem e pelo respectivo sistema de propulsão. Contudo, o fato de não necessitar de uma malha de controle é o que permite falar em “passivamente estável”.

O único representante desta técnica dentre os grandes programas de MagLevs do mundo é trem de alta velocidade, considerado o mais rápido do mundo, da Série L0, desenvolvido pela *Central Japan Railway Company*. A JR Central planeja usar a Série L0 na linha ferroviária Chuo Shinkansen entre Tóquio e Osaka, que está em construção [39].

Um outro projeto empregando a técnica EDL é o MagLev urbano de baixa velocidade da General Atomics, patrocinado pela Administração Federal de Trânsito (FTA) norte-americana, e que foi desativado. Nele ímãs permanentes de alto campo dispostos em arranjos Halbach eram usados para levitação, orientação e propulsão do trem, e o motor era do tipo síncrono linear. Sua pista de quinhentos metros ficava na cidade de San Diego, na Califórnia [6] [40].

2.6 Tração Linear

Um trem roda-trilho convencional depende da força de atrito para se movimentar. A força de atrito, por sua vez, depende das características da superfície de contato roda-trilho, da inclinação do trilho, e da velocidade e peso do veículo. Isso implica em uma série de fatores, como velocidade e aceleração limitadas à perda da aderência roda-trilho; ou ainda restrições no projeto da ferrovia, como no raio das curvas e inclinação dos declives do percurso. Trens de alta velocidade convencionais remontam do início do século XIX, no Reino Unido, e os atuais são limitados a uma velocidade máxima de cerca de 300 km/h [6].

A vantagem do MagLev é de não haver a necessidade de atrito entre o veículo e a guia, possibilitando maiores velocidade e aceleração, pois ele é sustentado

e guiado por forças de eletromagnéticas. A tração deixa de ser efetuada pelas rodas, que passam a servir de suporte e orientação apenas quando o trem não está levitando [39]. Atualmente os MagLevs de alta velocidade chegam a alcançar velocidades em torno dos 600 km/h. A velocidade passa a ser limitada preponderantemente pelo arrasto aerodinâmico. Por isso projeta-se a possibilidade de MagLevs correrem dentro de tuneis a vácuo para remover o atrito do ar [41].

Um meio de transporte também exige uma fonte de propulsão. Os veículos MagLev podem fazer uso de diversos tipos de fonte, como um motor a jato, um turboélice, etc.; contudo, geralmente são empregados motores elétricos lineares. Eles oferecem a melhor solução, pois já se está fazendo uso de forças e campos magnéticos para gerar a sustentação do veículo através do design trem-guia [7]. Acrescente-se a isso o fato de gerar um baixo impacto ambiental por ser um motor elétrico, principalmente se a matriz elétrica for limpa e renovável [6].

Um motor linear pode ser entendido como um motor cilíndrico rotativo de raio infinito, ou ainda, que este foi desenrolado. Com isso possui um começo e um fim, o que gera um efeito de extremidades, ou de bordas, sem paralelo com as máquinas cilíndricas convencionais [7]. Quanto ao suprimento de energia, podem ser alimentados por corrente alternada ou contínua. Todavia, desde o surgimento dos conversores eletrônicos de potência, os motores de corrente contínua vêm sendo gradualmente substituídos pelos motores de corrente alternada, pois estes possuem um controle mais simples [42].

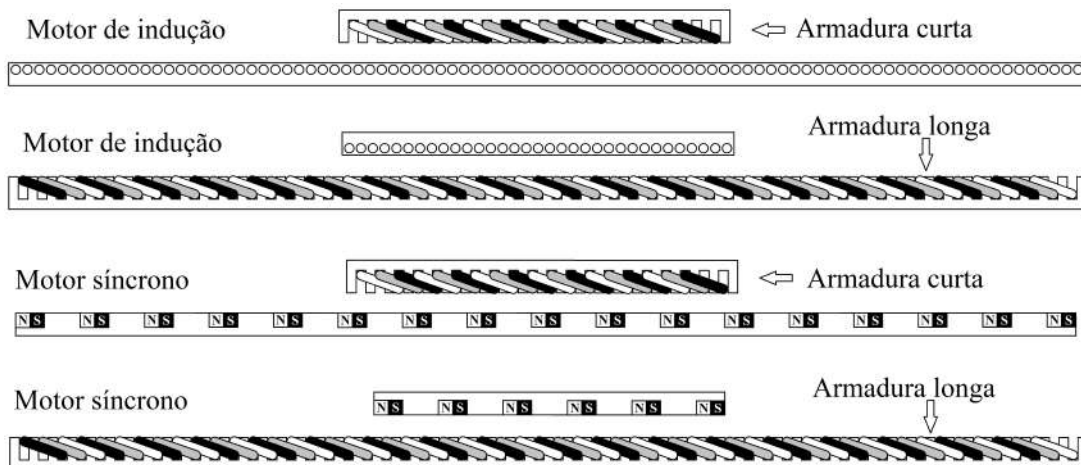


Figura 2.6: Tipos de motores lineares utilizados em MagLevs. Adaptada de [7].

Num veículo MagLev, uma parte do motor fica a bordo do trem, e a outra permanece fixa na guia, o que torna o veículo mais leve [2]. No caso de uma máquina

linear, tanto o primário quanto o secundário podem ser móveis; diferentemente do modelo convencional, no qual o primário é sempre o estator, fixo na carcaça. A armadura é dita longa quando está na guia, e curta quando está dentro do trem. A armadura curta possui a vantagem de ser mais econômica, evitando a distribuição dos enrolamentos por todo o comprimento da guia. Sua desvantagem está no fornecimento energia elétrica durante o deslocamento do veículo, que precisa ser realizado continuamente, seja através de contatos móveis ou de armazenadores [6].

Dentre os motores lineares alimentados por corrente alternada, os tipos utilizados em veículos MagLev são o motor de indução e o síncrono. Eles estão representados na figura 2.6. Comparando: o primeiro é o mais simples; o segundo possui um controle mais fácil. Ambos possuem a armadura, ou primário, que são os enrolamentos conectados a fonte de alimentação, idênticos. A diferença está no secundário, que é o rotor no caso de um motor cilíndrico convencional [43]. Na máquina linear de indução, ele é um condutor, tipo curto-circuitado (gaiola de esquilo) ou bobinado. Na máquina linear síncrona, o secundário é um campo magnético, podendo ser gerado por ímãs permanentes, eletroímãs de alumínio ou cobre, ou ainda por bobinas supercondutoras [6].

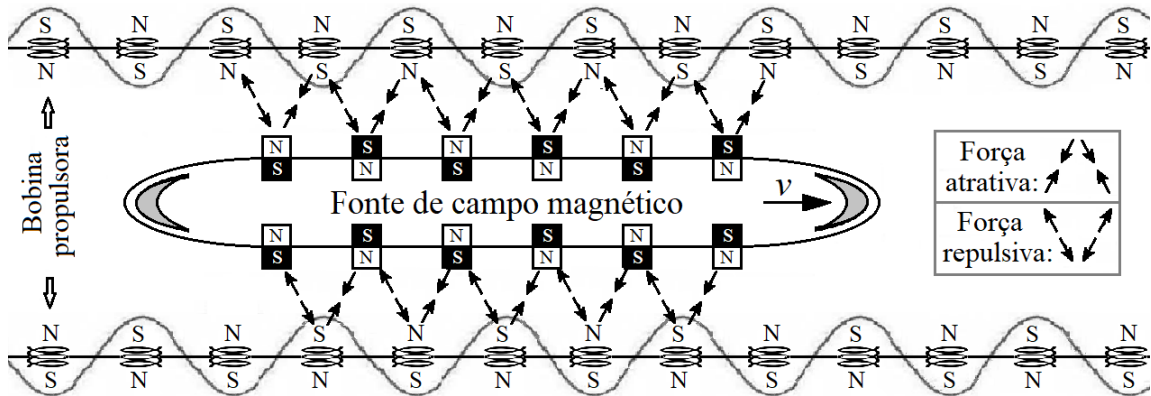


Figura 2.7: Modelo esquemático das forças estabelecidas entre as fontes magnéticas dentro do veículo MagLev e as bobinas de propulsão na guia. Está representada apenas uma das fases das bobinas. Adaptada de [15].

Dessa forma, o peso do veículo e sua velocidade de cruzeiro são os fatores preponderantes na decisão de qual motor linear será utilizado em um determinado MagLev. Para veículos urbanos, o motor de armadura curta é o mais adequado, pois a baixa velocidade e o grande número de paradas permitem o suprimento adequado de energia, sendo geralmente utilizado um motor de indução. Para veículos de alta velocidade, a armadura longa é a melhor escolha, dado que o fornecimento de

energia elétrica é realizado em terra, sendo mais comumente empregado motores síncronos [6].

A figura 2.7 representa um modelo esquemático das forças magnéticas entre as fontes magnéticas dentro do veículo MagLev e as bobinas de propulsão na guia. Essas bobinas são trifásicas, porém, para efeito de simplicidade, apenas uma das fases foi desenhada. A figura 2.7 mostra essa situação em um único instante do tempo.

A onda elétrica trafegante nas bobinas de propulsão impulsiona o deslocamento do trem, pois o veículo “vê” uma bobina com polaridade oposta à sua frente e uma bobina com a mesma polaridade atrás dele. Como resultado, o MagLev sofre uma força de atração da bobina à sua frente e uma força de repulsão da bobina atrás dele, ambas o empurrando para a frente. À medida que a onda senoidal da figura 2.7 se desloca ao longo da guia, o trem a “persegue” por causa das forças magnéticas [15].

2.7 Leito para Guias Eletrodinâmicas

Uma importante característica do transporte ferroviário é ter seu movimento restrito ao longo de um trilho, que determina seu percurso. Essa via, aqui denominada guia, permite a utilização de forças magnéticas para a obtenção da levitação, orientação e propulsão de um veículo. Com um design apropriado para o trem e a guia, facilita-se o controle dessas forças, tornando um veículo MagLev operacional [6].

Na maioria dos sistemas de levitação magnética, a guia é o componente de maior custo, pois sua construção incluiu aquisição de terrenos por onde o MagLev transitará e provisões de energia elétrica para a propulsão do veículo. A otimização da guia provém do fato do MagLev ser mais leve que um trem convencional para o mesmo número de passageiros; e do fato de não precisar ser necessariamente longo. Assim, veículos mais compactos permitem um menor espaçamento da guia, tornando-a mais leve, econômica e eficiente [2].

Para a levitação EDL, várias configurações de guias, com diferentes geometrias para seus leitos, foram investigadas para reduzir o custo e melhorar as características do arrasto magnético, a estabilidade do veículo e a qualidade do sistema [2]. Existem basicamente quatro tipos de leitos utilizados nas guias para a levitação eletrodinâmica, de forma a obter a sustentação do veículo no ar: o leito condutor, o tipo escada, as bobinas curto-circuitadas e as bobinas de fluxo nulo [7]. O princípio básico em todos é o mesmo: quando o veículo se move, uma corrente é induzida no

material condutor presente no leito da guia e uma força de sustentação é gerada [5].

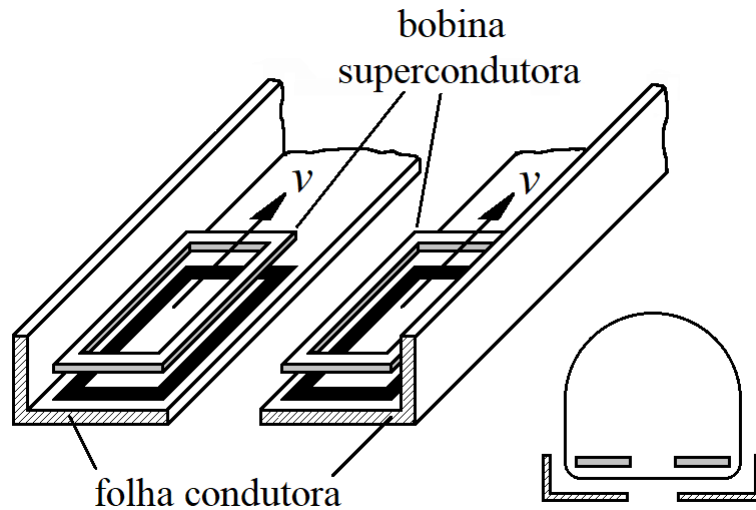


Figura 2.8: Esboço de uma guia cujo leito é do tipo folha condutora contínua em ângulo. Adaptada de [44].

O leito condutor, ou folha contínua, é o mais intuitivo ao se pensar em uma guia eletrodinâmica, pois é a aplicação prática do teórico plano condutor infinito, como na figura 2.8. Essa folha condutora é moldada na guia de forma a aproveitar a força de repulsão que surge entre uma fonte de campo magnético a bordo do trem, geralmente um ímã supercondutor, e o campo gerado pelas correntes parasitas na própria folha, induzidas pelo deslocamento do campo fonte [21].

O projeto Magneplane, realizado por uma equipe conjunta do MIT, Raytheon e United Engineers, aplicou o conceito da guia de leito condutor em um protótipo, num sistema em escala de 1:25, na década de 70, sendo totalmente operacional. Por questões políticas o projeto foi descontinuado [45].

O leito tipo escada surge como uma alternativa ao leito condutor, visando baratear o custo da guia por requerer menor quantidade de material. Vide figura 2.9. Uma desvantagem é o aparecimento de uma força pulsada de baixa intensidade, tipicamente menor que um por cento da força de sustentação, devido ao formato descontínuo de uma escada [7]. O conceito norte-americano Bechtel de levitação eletrodinâmica utiliza uma escada de alumínio laminado em cada parede lateral da guia para obter a força de sustentação [46].

O leito curto-circuitado é composto por uma série de bobinas isoladas e independentes, por isso também é chamado de geometria de bobinas discretas [2]. Sua

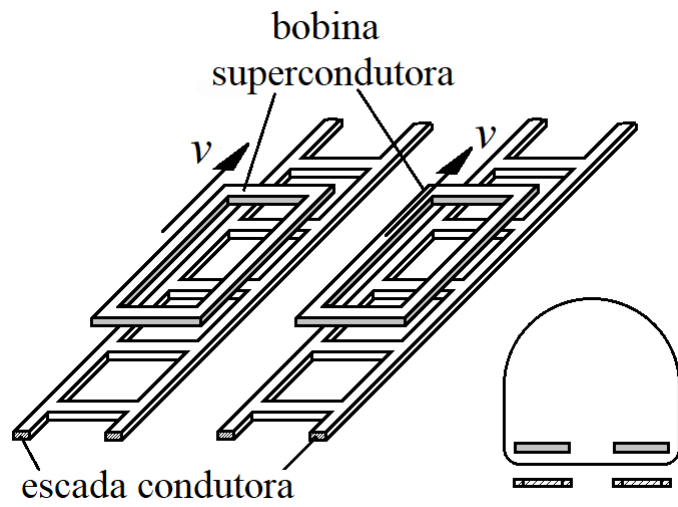


Figura 2.9: Esboço de uma guia cujo leito é tipo escada. Adaptada de [44].

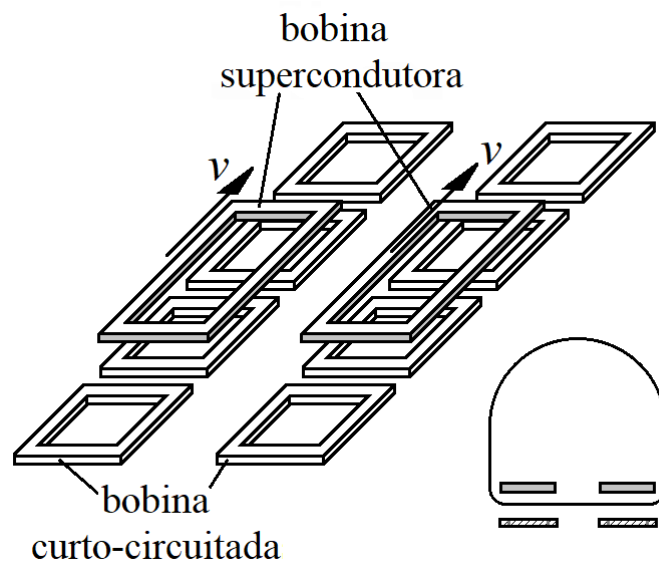


Figura 2.10: Esboço de uma guia cujo leito é tipo bobina discreta ou curto-circuitada. Adaptada de [44].

principal vantagem é o fácil isolamento elétrico. Seu esboço pode ser visto na figura 2.10. A indutância das bobinas faz com que a corrente induzida no circuito esteja defasada em atraso com relação à tensão induzida, e uma força média de levitação é gerada. Já a resistência da bobina contribui com uma força de arrasto magnético. O apropriado dimensionamento dos valores para resistência e indutância define a razão de sustentação/arrasto do sistema [5].

Essa foi a primeira técnica utilizada na pista de testes de Miyazaki, no extremo sul do Japão, para obter a força de sustentação do MagLev japonês. O projeto japonês para um trem de alta velocidade iniciou-se em 1962. Miyazaki foi a primeira pista para o protótipo JR-MagLev, iniciando suas operações em 1972. Nela foram desenvolvidos todos os modelos das séries ML, até ser desativada em 1996. [5].

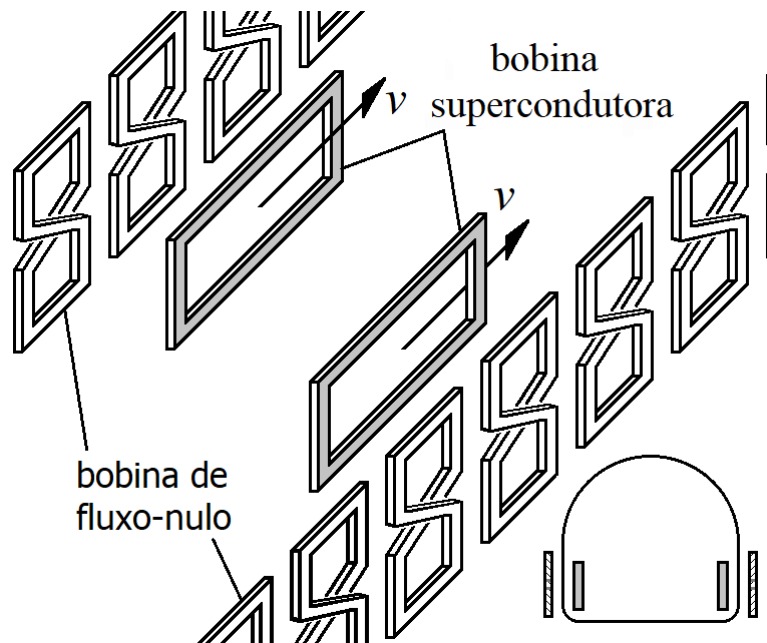


Figura 2.11: Esboço de uma guia cujo leito é tipo bobina em formato de oito para suspensão de fluxo nulo. Adaptada de [44].

Diferentes conceitos de suspensão de fluxo nulo foram idealizados por Powell e Danby na década de 60. Eles patentearam as bobinas em formato de oito em 1969 [47], desenvolvidas visando a maximização do índice de eficiência aerodinâmica de um MagLev, que é a razão entre a força de sustentação e a força de arrasto. O arranjo com as bobinas de fluxo nulo com formato de oito tende a reduzir a força de arrasto magnético e, portanto, a potência de propulsão necessária. Um esboço de uma guia com esse tipo de leito pode ser visto na figura 2.11 [2].

No caso japonês, esse leito foi inicialmente testado na pista de testes de Miyazaki. Em 1996, iniciou-se a construção da nova pista de testes de Yamanashi, na província de mesmo nome, e o projeto já incluía o leito de bobinas de fluxo nulo em formato de oito. Em 1997, iniciaram os primeiros testes em Yamanashi, e a pista continua em funcionamento até os dias de hoje [4].

2.8 JR-MagLev

Mais de meio século depois do conceito proposto por Powell e Danby, as tecnologias básicas do trem MagLev eletrodinâmico foram estabelecidas no projeto japonês, o JR-MagLev. Atualmente, ocorre a operação diária de um comboio de sete vagões na linha de testes de Yamanashi, com uma velocidade de cruzeiro de 500 km/h. Um de seus trens, da série L0, possui o recorde de velocidade mundial de 603km/h, batido em abril de 2015. Até fevereiro de 2016, a distância acumulada percorrida atingira 1.500.000 km. A atual expansão da linha de Yamanashi dará origem a Chuō Shinkansen, uma ferrovia que ligará as cidades de Tóquio e Osaka, distantes 482.8 km, em um uma hora e sete minutos [4].

A previsão é que MagLev eletrodinâmico supercondutor japonês entre em operação comercial em 2027, mas desde 2018 a JR Tokai, empresa que administra o empreendimento, abre inscrições para passageiros que queiram participar de viagens-demonstração realizadas no trecho de testes de cerca de 43 km, localizado na província de Yamanashi. É chamado de Passeio de Experiência Linear Supercondutora. Qualquer pessoa pode participar, porém as inscrições devem ser feitas por alguém que more no Japão. Como a demanda é grande, a vaga é decidida por sorteio. A primeira chamada para a viagem em 2019 foi encerrada em fevereiro deste ano [48].

Em 2018, cada inscrito podia solicitar até quatro assentos por vez, informando os dados pessoais dos acompanhantes e escolhendo três opções de dia/horário para a viagem. As viagens ocorreram em 8 dias alternados, no período entre 23 de março e 6 de abril. Cada dupla de assentos custava 4320 ienes, atualmente cerca de 150 reais. Uma peculiaridade: como os assentos são divididos em grupos de dois, exigiu-se que um número par de lugares fosse solicitado no momento da inscrição, mesmo que o número total de viajantes fosse ímpar!

A figura 2.12 exhibe os elementos básicos do sistema do MagLev supercondutor japonês, o JR-MagLev. A figura 2.13 apresenta os elementos básicos da rede de

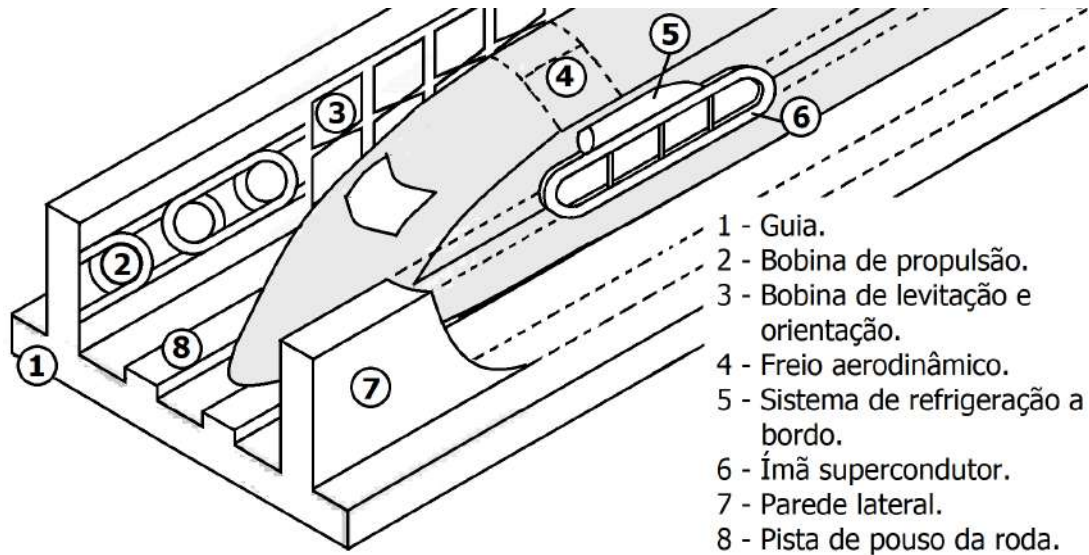


Figura 2.12: Elementos básicos do atual MagLev supercondutor japonês, série L0. Adaptada de [49].

alimentação do sistema do JR-MagLev. As figuras 2.14 e 2.15 compõem a linha do tempo da evolução da levitação eletrodinâmica.

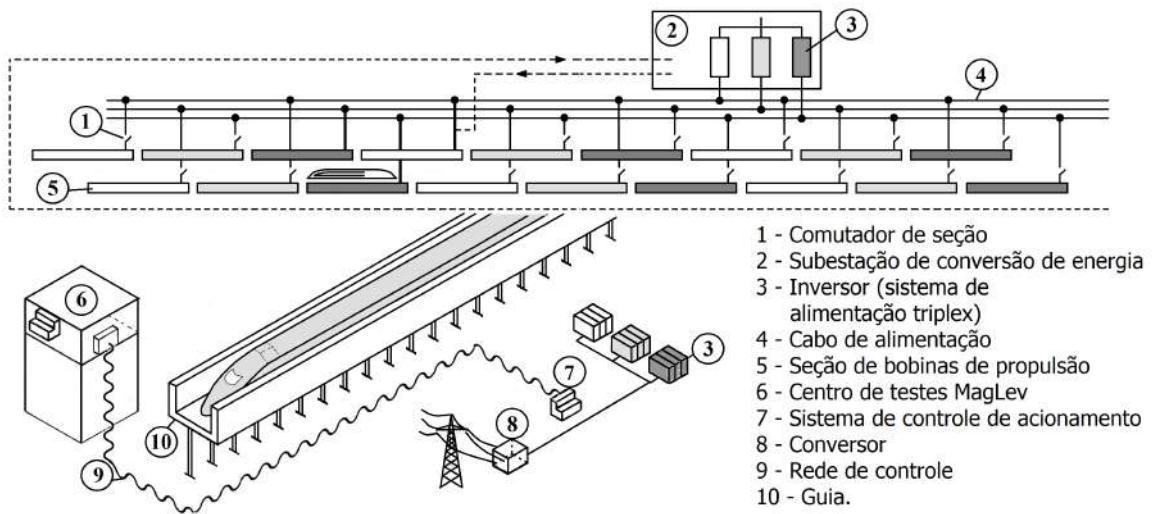


Figura 2.13: Elementos básicos da rede de alimentação do JR-MagLev. Adaptada de [50].

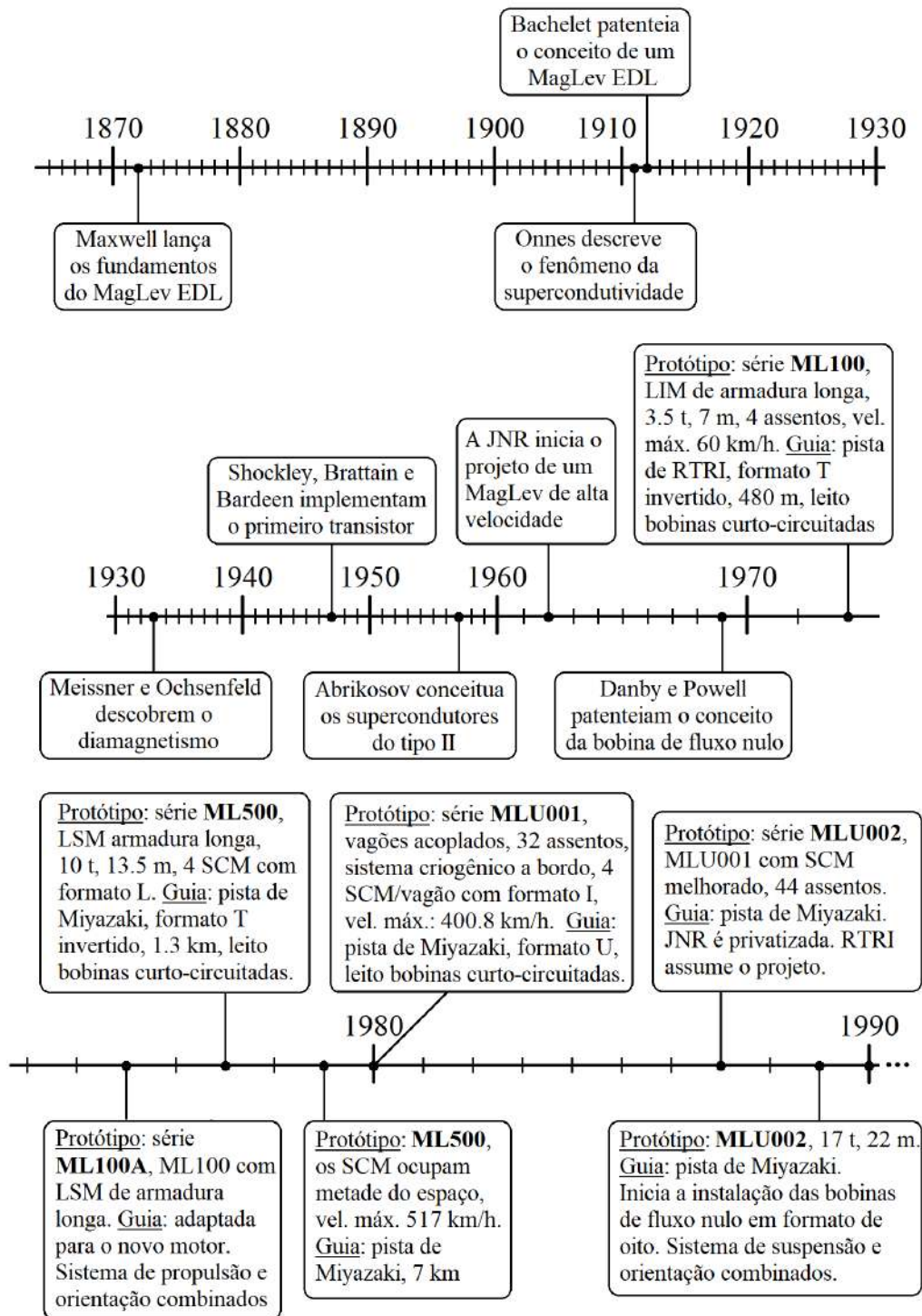


Figura 2.14: Linha do tempo da evolução da levitação eletrodinâmica. Legenda: LIM - motor de indução linear, LSM - motor síncrono linear, SCM - bobinas supercondutoras, JNR - *Japanese National Railways*, RTRI - *Railway Technical Research Institute* [2] [5] [39] [4] [51] [23].

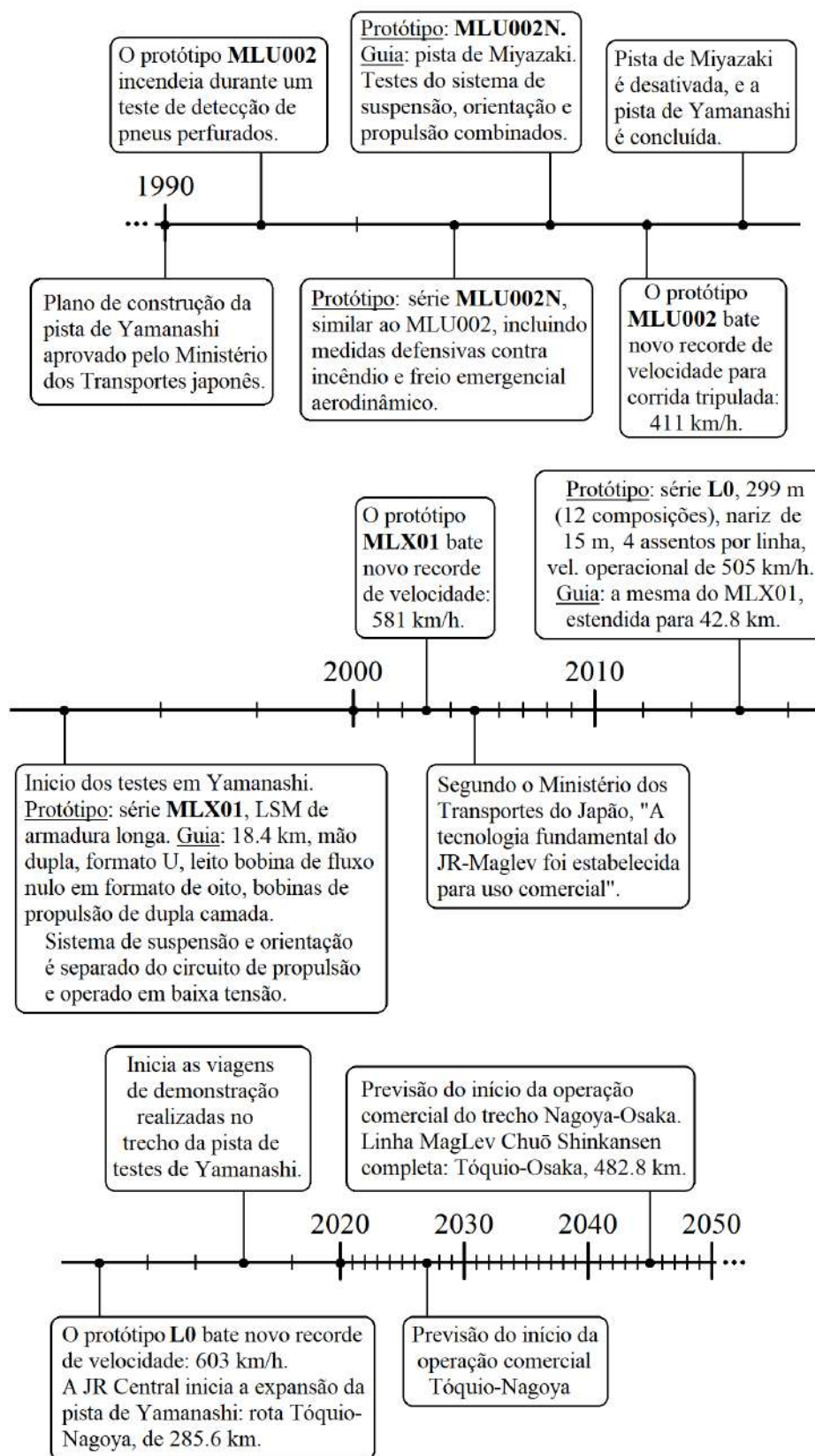


Figura 2.15: Linha do tempo da evolução da levitação eletrodinâmica - continuação.

Capítulo 3

Levitação Eletrodinâmica vista pelo Eletromagnetismo

3.1 Princípios Físicos

3.1.1 Levitação em campos eletromagnéticos estáticos e estacionários

A levitação a priori por meio de campos estáticos, sejam elétricos ou magnéticos, sempre pareceram vantajosos por não ser necessário gasto de energia. Contudo pelo menos algum grau de liberdade precisa ser eliminado para a obtenção desse equilíbrio instável [52]. O teorema de Earnshaw formula matematicamente essa proposição, afirmando que forças que variam inversamente com o quadrado da distância são intrinsecamente instáveis pela falta de máximos e mínimos locais [53]. Maxwell aplicou o teorema ao campo eletrostático em seu tratado sobre eletricidade e magnetismo [54], provando que o potencial não pode ter um valor máximo ou mínimo em qualquer ponto no espaço não ocupado por uma carga elétrica. E Tonks expandiu esse conceito ao campo magnetostático [55].

A teoria de Braunbek demonstra que em um campo de força magnética, a instabilidade é devido aos valores de permeabilidade μ dos materiais maiores que a permeabilidade μ_0 do espaço livre [56]. Logo, materiais diamagnéticos ou em estado superconductor seriam exceções ao teorema de Earnshaw. Fisicamente isso é expresso pelo fato de materiais paramagnéticos e ferromagnéticos serem atraídos por um campo magnético enquanto materiais diamagnéticos são repelidos. O estado superconductor é uma função da temperatura e do campo magnético [12]. Então, para esses materiais, a levitação possui restrições.

3.1.2 Correntes induzidas por campos variáveis em condutores

Na levitação eletrodinâmica, um ímã móvel, seja do tipo permanente, eletroímã ou ímã supercondutor, representado aqui por \vec{B} , interage com uma folha condutora ou um conjunto de bobinas para produzir uma força de levitação [21].

O condutor é assumido como sendo linear e isotrópico, cuja constante de permeabilidade magnética μ e a constante de condutividade σ independem da frequência de variação da fonte magnética. Por se tratar de um bom condutor é válida a aproximação quase-estática, na qual a velocidade finita da luz pode ser desprezada e campos tratados como se eles se propagassem instantaneamente. Tal regime permite negligenciar a contribuição da corrente de deslocamento de Maxwell à lei de Ampère. A consequência desta aproximação é que este tratamento só é válido até uma certa velocidade [34].

Outra consequência dessa propagação instantânea é que o potencial vetor magnético \vec{A} , relacionado ao campo magnético \vec{B} pela relação:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad (3.1)$$

possui divergente nulo:

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad (3.2)$$

condição do calibre de Coulomb, no qual \vec{A} só depende da densidade de corrente transversal.

A lei de indução de Faraday afirma que, se um campo magnético \vec{B} variável no tempo atua em um condutor, um campo elétrico \vec{E} é produzido, sendo dado por [34]:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (3.3)$$

Com a suposição de carga livre ρ negligenciável e o campo magnético \vec{B} como única fonte do campo elétrico \vec{E} , a lei de Gauss torna-se:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (3.4)$$

e a equação 3.3 pode ser reescrita como:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Como esse campo elétrico \vec{E} é produzido em um meio condutor, uma corrente induzida \vec{J} fluirá de acordo com a lei de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (3.6)$$

Pode-se reescrever as equações 3.3 e 3.5 na forma:

$$\nabla \times \vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.7)$$

$$\vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Se o condutor tem permeabilidade μ , estas correntes produzirão campos magnéticos induzidos, em sentido oposto ao campo magnético que gerou essas correntes. Eles são dados pela equação de Ampère, abaixo em sua forma pontual [34]:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J}. \quad (3.9)$$

Utilizando a propriedade do cálculo vetorial [34]:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}, \quad (3.10)$$

chega-se a equação para o campo magnético induzido e seu respectivo potencial vetor magnético:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{J}, \quad (3.11)$$

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu \vec{J}. \quad (3.12)$$

Não havendo fontes ou sorvedouros de correntes dentro do condutor, a equação da continuidade fica reduzida a:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (3.13)$$

Sendo assim, \vec{B} , \vec{E} , \vec{A} , e \vec{J} satisfazem todas as equações que têm a forma da equação de difusão [20]:

$$\nabla^2 \Theta = \mu \sigma \frac{\partial \Theta}{\partial t}, \quad (3.14)$$

na qual a variável dependente é um vetor.

Para o campo magnético \vec{B} , isolando \vec{J} na equação 3.11 e substituindo na equação 3.7:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = -\mu \sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Com o auxílio da lei de Gauss do magnetismo:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (3.15)$$

e da propriedade 3.10:

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (3.16)$$

Para o potencial vetor magnético \vec{A} , basta substituir \vec{J} da equação 3.8 na equação 3.12:

$$\nabla^2 \vec{A} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3.17)$$

Para a densidade de corrente induzida no meio \vec{J} , calcula-se o rotacional da equação 3.7:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{J}) = -\mu\sigma \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right).$$

Utilizando a propriedade 3.10, e considerando que a ordem em que as derivadas espaciais e temporais são feitas pode ser trocada, pois são variáveis independentes [20]:

$$-\nabla^2 \vec{J} = -\mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{B}),$$

e, por fim, substituindo a lei de Ampère 3.9, chega-se a equação de difusão da corrente no meio condutor:

$$\nabla^2 \vec{J} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}. \quad (3.18)$$

Para o campo elétrico \vec{E} , basta substituir \vec{J} da equação de Ohm 3.6 na equação 3.18:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (3.19)$$

3.1.3 Velocidade de recuo de Maxwell

MAXWELL [57] apresenta um modelo intuitivo pra correntes parasitas em folhas finas em 1872, antes que Joseph John Thomson descobrisse o elétron, em 1897, e muitas das propriedades dos metais fossem melhor compreendidas.

Com o auxílio de um teórico monopolo magnético, que surge espontaneamente em frente de um plano condutor infinito, MAXWELL [57] descreve decaimento das correntes parasitas e a penetração gradual do campo magnético na folha metálica. Segundo SMYTHE [58], os campos dentro da placa são perfeitamente descritos por qualquer uma das equações de difusão apresentadas da seção anterior. A geometria do sistema folha condutora infinita mais monopolo magnético é responsável por essa blindagem inicial [59].

A velocidade de recuo w de Maxwell, é definida pela equação:

$$w = \frac{2}{\mu_0 \sigma d}. \quad (3.20)$$

na qual d é a espessura e σ é a condutividade do plano condutor. Essa é a velocidade crítica na qual o arrasto magnético, ou seja, a força de oposição ao movimento é máximo. Essa força está associada às correntes de Foucault no condutor.

3.1.4 O Método das Imagens para um campo magnético

O método das imagens é uma técnica que consiste na substituição das condições de contorno dadas por uma distribuição de cargas situada fora da região de interesse, que é aquela na qual queremos obter o potencial [60]. Isso foi o que MAXWELL [57] fez em seu método de imagens recuantes.

Para um condutor perfeito, as condições de contorno definem que as linhas de campo de \vec{B} devem ser tangentes à sua superfície, sem nenhum componente perpendicular à superfície do condutor [34]. PAUL [37] utiliza correntes-imagem quando o potencial é magnético. Isso pode ser visto na figura 3.1, na qual o campo magnético total em todos os pontos da superfície do plano são tangenciais a superfície.

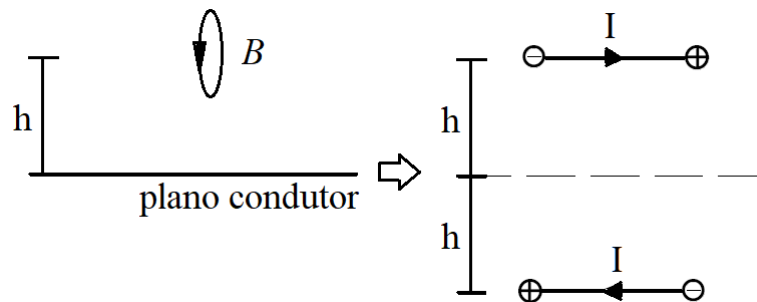


Figura 3.1: Método da imagem para determinação de um campo magnético. Adaptado de [37].

3.1.5 Dinâmica de uma bobina móvel

No limite ideal, toda a corrente induzida num plano condutor está confinada numa camada infinitamente fina, sendo capaz de produzir um campo magnético idêntico

ao que a gerou, sem nenhuma perda no material.

SINHA [21] utilizou esse método da imagem para calcular a força resultante agindo em uma bobina movendo-se sobre um plano condutor infinito. Para isso utilizou a fórmula de Neumann para o cálculo da indutância mútua entre a bobina real e sua imagem, conforme será apresentado no capítulo 5. Um esboço pode ser visto na figura 3.2.

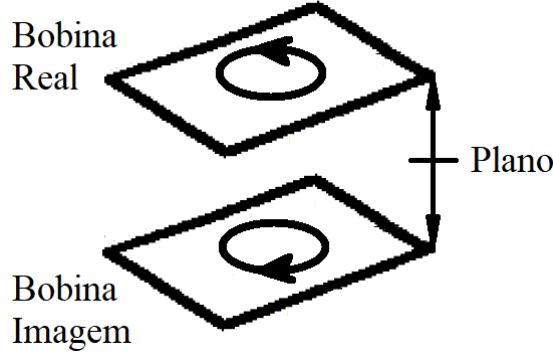


Figura 3.2: Esboço utilizado para a determinação da força imagem F_I . Adaptado de [21].

A força imagem F_I , que atua sobre uma bobina real devido à sua imagem, é dada por [21]:

$$F_I = I^2 |\nabla M|, \quad (3.21)$$

na qual I é a corrente que a atravessa e M a indutância mútua entre a bobina real e a sua imagem. A direção da força é perpendicular ao plano, sentido ascendente, pois essa força imagem é a responsável pela sustentação da bobina móvel no ar.

Essa forma é deduzida por SLEMON [61] através da conservação da energia de um sistema composto por duas bobinas, uma em repouso e a outra em movimento.

A relação da força imagem F_I e a força de sustentação F_S é dada por [7]:

$$F_S \approx F_I \left\{ 1 - \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{v^2}{w^2} \right\}^n} \right\}, \quad (3.22)$$

na qual F_S é o módulo da força de sustentação e n é um valor empírico determinado pelas dimensões da bobina.

A relação entre a força de sustentação e a força de arrasto é dada por [21]:

$$F_D = \frac{w}{v} F_S, \quad (3.23)$$

na qual F_D é o módulo da força de arrasto.

Essa relação foi obtida por REITZ [35] através do deslocamento de um monopolo magnético q^* sobre uma folha fina condutora, na qual w é a velocidade de recuo de Maxwell e v é o módulo da velocidade de deslocamento da fonte do campo magnético. No mesmo artigo ele obtém a mesma relação para uma série de outras fontes magnéticas.

3.1.6 Limitações do modelo de placa fina

Segundo HILL [62], para as placas delgadas, a força de arrasto máximo ocorre quando a profundidade de penetração δ é aproximadamente igual à espessura d . Já para as placas grossas, a força de arrasto máximo é verificada quando a profundidade da penetração δ é aproximadamente igual ao comprimento de onda do campo magnético incidente na placa.

Assim, para um sistema prático com um veículo acelerado, haverá duas velocidades críticas, e a forma da curva de arrasto irá variar de acordo com o fato da espessura da placa ser menor ou maior que o comprimento de onda, como fica elucidado na figura 3.3.

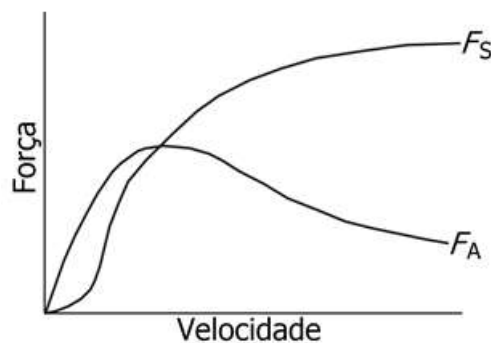


Figura 3.3: Curvas típicas EDL: força de sustentação F_S e força de arrasto F_D . Adaptado de [35].

O primeiro ponto crítico ocorre quando a placa “fina” passa a ser “grossa” para o campo magnético incidente, pelo aumento da velocidade de deslocamento da

bobina real. Nesse ponto a força de arrasto é máxima. A partir desse ponto, a espessura da placa passa a ser maior que a profundidade de penetração para o campo magnético incidente.

Há a necessidade da correção na velocidade de recuo de Maxwell realizada por GUDERJAHN *et al.* [38], quando se troca a espessura d da placa pela profundidade de penetração δ .

$$w = \frac{2}{\mu_0 \sigma \delta}. \quad (3.24)$$

O segundo ponto crítico ocorre quando a bobina se move em altas velocidades, e tanto a força de arrasto quanto a força de sustentação atingem um valor máximo.

A definição da profundidade de penetração vem da teoria de propagação de ondas eletromagnéticas [63]. Quando o meio de propagação não é o vácuo, há um amortecimento da amplitude da onda ao se deslocar em um material. A profundidade de penetração relaciona a distância percorrida e o amortecimento correspondente [64]. Quando o meio em questão é um bom condutor, do tipo linear e isotrópico, a profundidade de penetração informa a distância necessária que essa onda deve percorrer para reduzir sua amplitude por um fator de e^{-1} [65].

3.1.7 Exemplo numérico

Uma bobina real, de dimensões 1 m \times 0.5 m, desloca-se sobre uma guia, cujo leito é uma folha condutora de 1 cm de espessura e condutividade de 3.2×10^7 S/m. Essa condutividade é a mesma da liga metálica que compõe as bobinas de fluxo nulo da pista de Yamanashi.

Utilizando a equação (3.20), $w = 4.94$ m/s.

Supondo que a bobina possua uma força magnetomotriz de $I = 700$ kAT, esteja a uma altura fixa $z = 25$ cm da guia condutora enquanto se move, a força F_I sobre a bobina real devido à sua imagem é dada por (3.21), $F_I = 337$ kN.

Assumindo que a velocidade de cruzeiro da bobina seja de $v = 139$ m/s, e utilizando a equação (3.22), com um $n = 0.3$, pois as proporções da bobina são de 1:2 [7], a força de sustentação será de $F_S = 292$ kN a 500 km/h.

Da equação (3.23), a força de arrasto será de $F_A = 10$ kN à mesma velocidade.

Para este exemplo, as curvas das forças de sustentação e arrasto, em função da velocidade de deslocamento da bobina, podem ser vistas na figura 3.4.

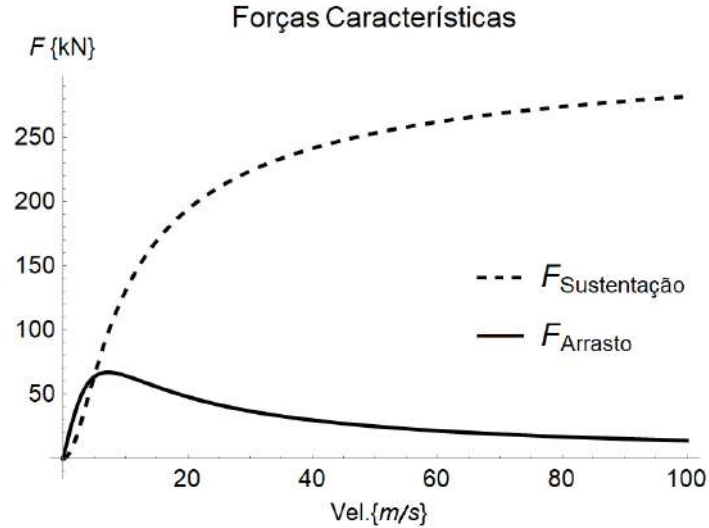


Figura 3.4: Curva das forças de sustentação e arrasto do exemplo numérico.

3.1.8 Correntes induzidas num motor de indução

Um motor de indução utiliza o mesmo princípio das correntes induzidas. A diferença é pautada em quem se desloca. Para a levitação eletrodinâmica, o campo magnético desloca-se e o condutor é estático. Para um motor de indução, observado a partir de um referencial síncrono ao campo magnético estabelecido pelas correntes do estator, o campo magnético é estático e o condutor é quem se move [43].

As curvas características, mostradas na figura 3.5, comprovam a similaridade. O escorregamento s do rotor, como uma fração da velocidade síncrona, é a variável que indica esta mudança de referencial. ω_1 é a frequência da tensão de alimentação; n é a velocidade de rotação mecânica, p é o número de par de polos do motor, e $\omega = p * n$ [66].

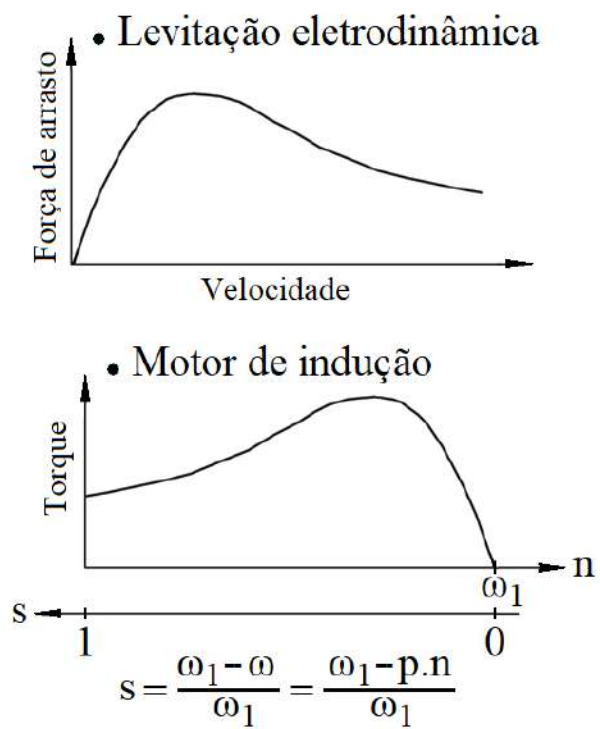


Figura 3.5: Comparação entre as curvas características de um motor de indução e da levitação eletrodinâmica.

Capítulo 4

Levitação Eletrodinâmica vista pela Teoria de Circuitos Dinâmicos

A teoria de circuitos dinâmicos trata um sistema eletrodinâmico em termos de parâmetros de circuitos dependentes de espaço e tempo regidos por um conjunto de equações diferenciais na forma matricial pela grande quantidade de elementos que o compõem. As equações são resolvidas para as correntes no domínio do tempo, sendo o método adequado para análise dinâmica e transitória e para simulação computacional de sistemas eletrodinâmicos, como trens MagLev. A ênfase está no cálculo direto de forças, sem usar as transformadas d-q ou de Fourier posteriormente [39].

Um sistema MagLev é uma máquina elétrica que difere das convencionais, tanto por ser do tipo linear quanto por não manter contato com o solo durante sua corrida. As forças magnéticas tridimensionais dependentes do tempo e do espaço possuem os seis graus básicos de liberdade de um veículo MagLev. O componente radial da força entre o estator e o rotor de uma máquina convencional, em um sistema MagLev, fornece a elevação do veículo [47]. A análise de desempenho baseada no deslocamento da componente fundamental da onda estacionária, comum a máquinas convencionais, aqui se torna inadequada devido aos efeitos de extremidades e de borda transversal, próprios de motores lineares [7], e da distribuição descontínua dos ímãs a bordo do trem, típico de MagLevs. Ambos efeitos produzem harmônicos espaciais que interferem relevantemente no desempenho do veículo, influenciando o ruído e a vibração dos componentes, as cargas térmicas nos supercondutores, o movimento do veículo e a qualidade do passeio [39].

Diferentes abordagens também são utilizadas para o cálculo de forças magnéticas em sistemas MagLev. A análise harmônica via transformada de Fourier é utilizada para determinar as forças de sustentação e arrasto em uma guia de folha contínua,

como feito por REITZ e DAVIS [36] ao investigar o movimento de uma bobina retangular sobre de uma folha condutora. A técnica, no entanto, é geralmente limitada a uma análise de estado estacionário bidimensional com uma suposição de largura de guia infinita [47]. O método dos elementos finitos é uma ferramenta numérica para resolver as equações de Maxwell para campos eletromagnéticos, bastando para isso ter as condições de contorno e a geometria do arranjo [39]. Contudo, quando um sistema envolve movimentos relativos com dependências temporais e espaciais, o método torna-se pesado, por exemplo, para obtenção das características da força em função da velocidade ou do tempo da simulação dinâmica para um longo período. O mesmo acontece para o método das diferenças finitas no domínio do tempo [22].

4.1 Conservação de Energia e Forças Magnéticas

Um sistema MagLev pode ser representado pelo modelo de circuito dinâmico, no qual quantidades como energia, potência e forças são expressas em termos de seus parâmetros de circuito equivalente, que são funções espaciais e temporais. Com base na solução do modelo de circuito dinâmico, o desempenho dinâmico e transitório pode ser determinado [39].

Toda a representação dos parâmetros é feita na forma matricial. As m bobinas do trem interagem com as n bobinas da guia para produzir forças de levitação e orientação. Uma observação importante nessa modelagem é que todas essas bobinas são consideradas interligadas a fontes de alimentação individuais: uma bobina supercondutora a bordo do veículo é representada conectada a uma fonte de corrente ideal, e uma bobina da guia é representada conectada a uma fonte de tensão. Esta fonte de tensão é induzida pela passagem das bobinas supercondutoras, e sua tensão terminal acaba por desaparecer devido ao afastamento do trem[47].

os elementos da diagonal principal são as auto indutâncias e as demais mutuas

Sejam $[e]$ e $[i]$ as matrizes de tensões e correntes, respectivamente, do tipo matriz coluna de dimensões $(m + n)$, compostas pelas tensões e correntes, associadas às bobinas tanto do veículo quanto da guia; $[R]$ uma matriz diagonal de $(m + n)$ elementos formada pelas resistências individuais das bobinas do veículo e da guia; e $[L]$ uma matriz quadrada $(m + n) \times (m + n)$, na qual os elementos da diagonal principal são as autoindutâncias associadas às bobinas tanto do veículo quanto da guia e os demais são as mútuas entre quaisquer duas bobinas. A lei de tensão de Kirchhoff na forma matricial resulta em:

$$[e] = [R][i] + \frac{d}{dt} \{[L][i]\}. \quad (4.1)$$

Um veículo MagLev se desloca em uma direção preferencial seguindo a guia, convencionalmente adotada como sendo a direção do eixo x , contudo também oscila verticalmente (eixo z) e lateralmente (eixo y). Esses movimentos relativos entre bobinas do trem e as da guia geram tensões induzidas, o que permite reescrever a equação (4.1) em termos das componentes das velocidades [39]:

$$[e] = [R][i] + v_x[G_x][i] + v_y[G_y][i] + v_z[G_z][i] + [L]\frac{d}{dt}[i], \quad (4.2)$$

na qual: $[G_x] = \frac{\partial[L]}{\partial x}$, $[G_y] = \frac{\partial[L]}{\partial y}$, e $[G_z] = \frac{\partial[L]}{\partial z}$.

Ao multiplicar a equação de tensão 4.2 pela matriz transposta da corrente, obtém-se a potência elétrica total do sistema para o dado intervalo de tempo:

$$P = [i]^T[R][i] + [i]^T[L]\frac{d}{dt}[i] + v_x[i]^T[G_x][i] + v_y[i]^T[G_y][i] + v_z[i]^T[G_z][i]. \quad (4.3)$$

Como $\frac{d}{dt} \{[i]^T[L][i]\} = 2[i]^T[L]\frac{d}{dt}[i] + [i]^T\frac{d}{dt}[L][i]$, a equação 4.3 pode ser reescrita:

$$P = [i]^T[R][i] + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\} + \frac{1}{2}v_x[i]^T[G_x][i] + \frac{1}{2}v_y[i]^T[G_y][i] + \frac{1}{2}v_z[i]^T[G_z][i], \quad (4.4)$$

que é a equação do equilíbrio de energia de um sistema MagLev.

P é potência elétrica total que entra no sistema; $[i]^T[R][i]$ a potência total dissipada; $\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\}$ representa a taxa de variação temporal da energia magnética armazenada no sistema; e os últimos três termos no lado direito correspondem à potência mecânica convertida devido ao movimento do trem. A entrada de energia pode vir tanto da rede elétrica em terra quanto de um conjunto de baterias dentro do trem. As perdas dissipativas englobam o efeito Joule nas bobinas e condutores do veículo e da guia, as perdas oriundas de sistemas de amortecimento e até o possível *quenching* se ímãs supercondutores forem utilizados a bordo do trem [22].

Cabe notar que a potência dissipada na superação das forças de arrasto aerodinâmico não está expressa na equação 4.4. Essa força depende de inúmeros fatores como a área frontal do veículo, sua velocidade, o formato de seu nariz, a densidade do ar, posição de janelas e portas, etc., sendo proporcional a velocidade ao quadrado [67]. Quando o trem encontra-se em velocidade de cruzeiro, essa potência dissipada devido ao arrasto aerodinâmico tende a um valor constante que deve ser acrescido à equação de equilíbrio de energia do sistema.

Os termos tridimensionais de energia mecânica da equação 4.4, ao serem divididos pelas respectivas componentes de velocidade v_x , v_y e v_z fornecem as componentes da força f_x , f_y e f_z atuando sobre o veículo:

$$f_x = \frac{1}{2}[i]^T[G_x][i] \text{ (a)}, \quad f_y = \frac{1}{2}[i]^T[G_y][i] \text{ (b)}, \quad \text{e} \quad f_z = \frac{1}{2}[i]^T[G_z][i] \text{ (c)}. \quad (4.5)$$

Integrando as equações 4.5 durante um intervalo de tempo obtém-se as forças magnéticas médias tridimensionais.

No sistema MagLev de levitação eletrodinâmica, nenhuma energia elétrica é fornecida às bobinas de suspensão e orientação da guia. Elas são eletricamente isoladas e toda corrente que flui através delas é induzida pela passagem das bobinas supercondutoras que estão a bordo do trem [39]. As bobinas supercondutoras do veículo, por sua vez, também não são alimentadas durante o trajeto pois operam no modo de corrente persistente. Elas só precisam ser mantidas no estado supercondutor [5].

O veículo é impulsionado por um motor linear, para que possa obter a força de propulsão em qualquer velocidade. Como as bobinas do motor linear são instaladas ao longo da guia, caso do motor de armadura longa, a energia de propulsão é fornecida para estas bobinas externas ao trem. Mesmo em um sistema de alta velocidade, em que é necessária uma alta potência, o veículo Maglev é projetado para ser compacto e leve [5].

Quando o modelo de circuito dinâmico é aplicado a um sistema MagLev de levitação eletrodinâmica, no qual nenhuma energia elétrica é fornecida às bobinas de suspensão e orientação da guia nem às bobinas supercondutoras do veículo, o termo de potência elétrica de entrada P da equação 4.4 é definido como zero, e $[i]^T[R][i]$ configura a potência mecânica requerida pelo sistema para superar as perdas de arrasto eletromagnético do sistema [39]. Das equações 4.4 e 4.5 obtém-se a equação de equilíbrio de forças:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}v_x[i]^T[G_x][i] &= -[i]^T[R][i] - \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\} - \frac{1}{2}v_y[i]^T[G_y][i] - \frac{1}{2}v_z[i]^T[G_z][i] \\ f_x &= -\frac{1}{v_x}[i]^T[R][i] - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\} - \frac{v_y}{v_x}f_y - \frac{v_z}{v_x}f_z. \end{aligned} \quad (4.6)$$

a qual demonstra que a força f_x na direção de deslocamento do veículo é balanceada por quatro parcelas distintas.

O primeiro termo $\frac{1}{v_x}[i]^T[R][i]$ representa a força dissipativa de arrasto devido à perda ôhmica; o segundo termo $\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\}$, que pode ser positivo ou negativo, exprime uma força não-dissipativa proveniente da variação da energia magnética armazenada no sistema na direção do movimento; e possuindo partes dissipativas e não-dissipativas, as parcelas $\frac{v_y}{v_x}f_y$ e $\frac{v_z}{v_x}f_z$ expressam forças oriundas do acoplamento magnético existente entre os movimentos transversais e o movimento longitudinal do veículo devido às dependências espaciais das indutâncias mútuas[47].

Negligenciando os movimentos transversais, a equação 4.6 torna-se:

$$f_x = -\frac{1}{v_x}[i]^T[R][i] - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \right\}, \quad (4.7)$$

expressando a força magnética longitudinal dependente do tempo consistindo de dois termos, um dissipativo e outro não-dissipativo, respectivamente. Em um intervalo de tempo médio, o termo dissipativo expressa o arrasto magnético do sistema, e termo conservativo desaparece [39].

4.2 Sistema de Suspensão de Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito

Em 1963, o físico norte-americano James R. Powell Jr., do Brookhaven National Laboratory, idealizou um sistema MagLev utilizando ímãs supercondutores a bordo de um trem para levitá-lo sobre uma guia supercondutora [19]. Em 1967, juntamente com o físico Gordon T. Danby, propuseram uma guia condutora menos dispendiosa. Finalmente, em 1969, ambos patentearam o conceito de um sistema de suspensão de fluxo nulo que minimizaria a força de arrasto, exigindo muito menos energia da propulsão [2] [68], estando sob a patente U.S. 3470828A — expirada dia 21 de junho de 2019 [69]. As duas configurações mais comuns, formato plano e dobrado, são apresentadas na figura 4.1.

O princípio de operação baseia-se no fato que o fluxo produzido pela alça superior se oponha ao produzido pela alça inferior [70]. Essas bobinas estão fixadas na parede lateral da guia, e por elas passa uma fonte de campo magnético a bordo do trem. Essa fonte, um ímã supercondutor, ao se deslocar no plano de simetria da bobina de fluxo nulo não induz nenhuma corrente na mesma. Contudo o sistema é montado de forma que o trem viaje com suas bobinas supercondutoras deslocadas abaixo desse

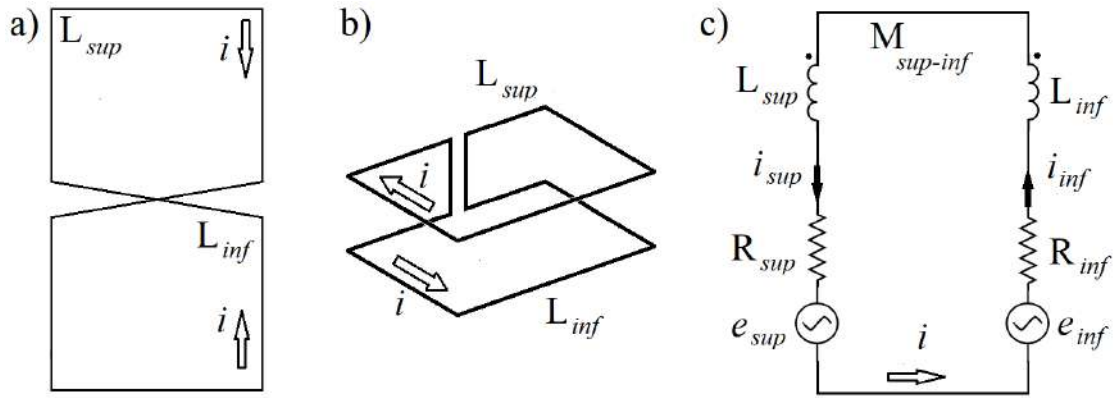


Figura 4.1: Esboço das bobinas de fluxo nulo. a) Bobina do tipo plana. b) Bobina do tipo dobrada. c) Circuito elétrico equivalente. Adaptado de [39].

plano, na posição z_0 , induzindo forças eletromagnéticas de levitação oriundas da diferença da quantidade de fluxo magnético atravessando as alças superior e inferior.

A figura 4.2 exibe as mesmas bobinas de fluxo nulo, plana e dobrada, da figura 4.1, juntamente com um ímã supercondutor se deslocando junto a elas, de forma a indicar o sentido dos campos magnéticos induzidos e das correntes resultantes envolvidas. Para a bobina plana, o supercondutor foi centralizado na posição de equilíbrio z_0 . Para a bobina dobrada, ele foi representado fora da posição de equilíbrio z_0 por um valor Δh .

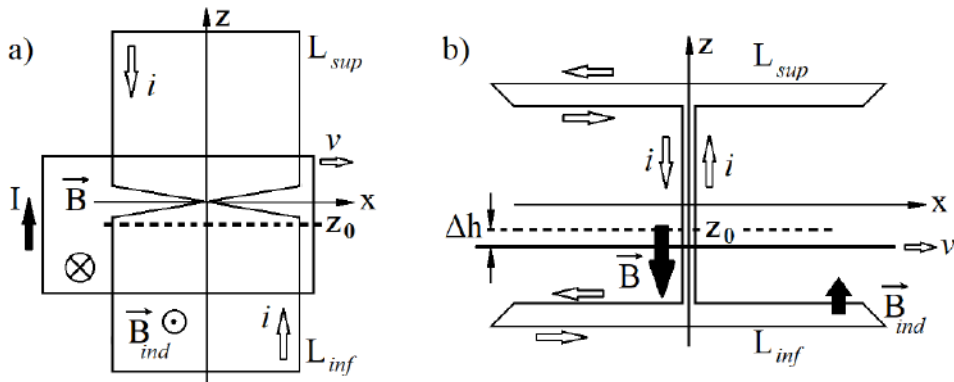


Figura 4.2: Esboço das bobinas de fluxo nulo com respectivos campos magnéticos e correntes induzidas resultantes da passagem do ímã supercondutor. a) Bobina do tipo plana. b) Bobina do tipo dobrada.

A bobina de fluxo nulo pode ser vista como duas bobinas conectadas em sentido reverso, a polaridade de cada indutor é indicada por um ponto em sua extremidade. A força magnética induzida pela bobina de cima está em oposição a força magnética induzida na bobina de baixo, quando ambas são expostas ao mesmo

campo magnético. Por isso a indutância mútua delas é negativa, para levar em conta esse “cancelamento” [37].

O circuito elétrico apresentado na figura 4.1 é circuito equivalente mais simples para uma bobina de fluxo nulo interagindo com um ímã supercondutor. Uma malha com dois ramos, cada um representando um dos laços, tendo uma resistência R e uma indutância L . $M_{sup-inf}$ representa a indutância mútua existente entre os laços inferior e superior. Como se trata de um circuito em série, as correntes i_{sup} e i_{inf} são a mesma corrente circulante em sentidos opostos, *i.* e_{sup} e e_{inf} são duas fontes de tensão com dependência espaço-temporal e representam os acoplamentos entre o ímã supercondutor em movimento e os laços da bobina de fluxo nulo, sendo expressas em função da corrente e da velocidade de translado do ímã supercondutor I e \vec{v} [47]:

$$e_{sup} = -Iv \frac{\partial M_{sup}}{\partial x} \quad \text{e} \quad e_{inf} = -Iv \frac{\partial M_{inf}}{\partial x}. \quad (4.8)$$

A equação da tensão fica:

$$e_{sup} - e_{inf} = 2Ri + 2(L - M_{sup-inf}) \frac{di}{dt}, \quad (4.9)$$

pois as resistências e as indutâncias nos dois laços estão consideradas iguais. A equação 4.5 para a componente da força magnética f_x da interação entre a bobina da guia e o ímã supercondutor, representado pelo índice SC, se torna:

$$f_x = I i_{sup} \frac{\partial M_{sup-SC}}{\partial x} + I i_{inf} \frac{\partial M_{inf-SC}}{\partial x} = -I i \left(\frac{\partial M_{sup-SC}}{\partial x} - \frac{\partial M_{inf-SC}}{\partial x} \right), \quad (4.10)$$

da mesma forma para f_y e f_z . Pela dependência temporal e espacial essas equações têm solução apenas numericamente.

As equações 4.9 e 4.10 mostram que a força magnética é proporcional às correntes induzida na bobina de fluxo nulo i , da corrente do ímã supercondutor I e da diferença das derivadas da indutância mútua entre os ímãs do trem e da guia [39]. A figura 4.3 mostra as correntes induzidas em uma bobina de fluxo nulo pela passagem de uma bobina supercondutora. A direção das forças eletromagnéticas resultantes, que atuam nas componentes horizontais das bobinas de fluxo nulo em formato de oito e nas bobinas supercondutoras, são apresentadas no corte AA. As bobinas supercondutoras são projetadas em formato de pista de corrida para suportar as forças eletromagnéticas. A força de levitação age sobre as linhas retas horizontais, e força de propulsão e arrasto nos lados do arco [5]. As dimensões correspondem as do projeto atual do trem supercondutor japonês.

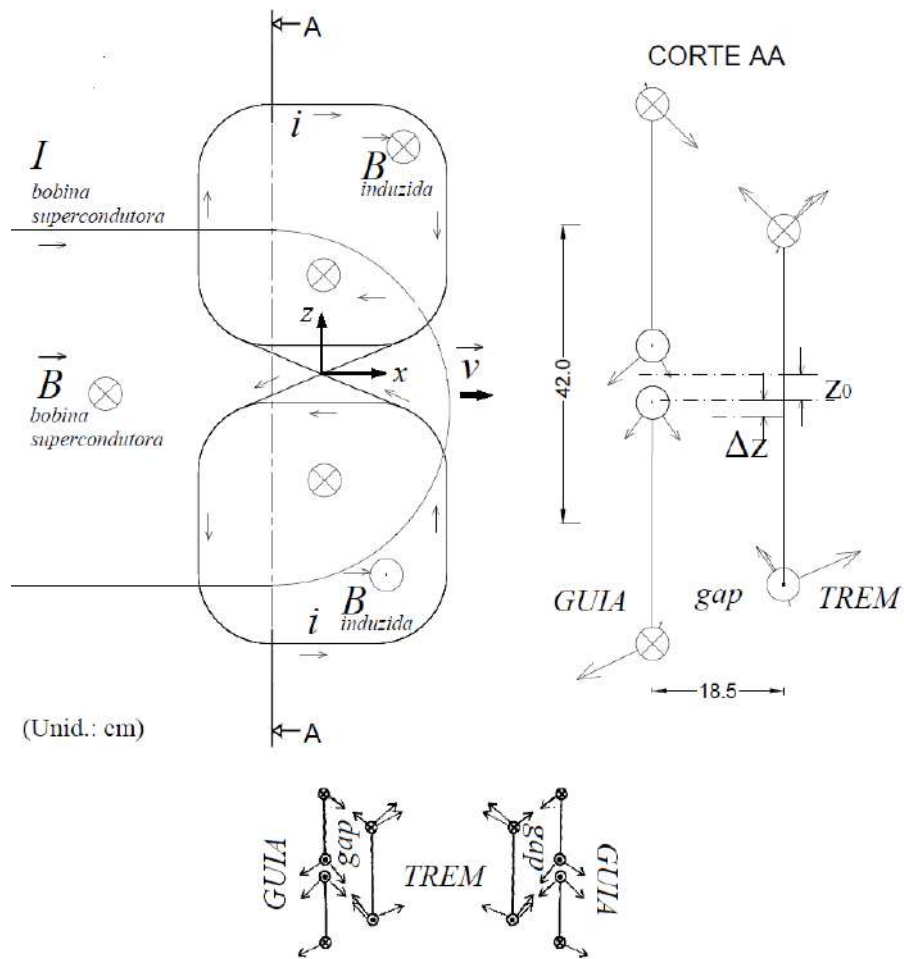


Figura 4.3: Direção das forças eletromagnéticas induzidas por um deslocamento vertical atuando nas componentes horizontais de uma bobina de fluxo nulo e uma bobina supercondutora. Escala aproximada de 1:11. Adaptada de [71].

Considerando o movimento do ímã supercondutor da esquerda para direita, a corrente aumenta à medida que a borda de ataque do ímã supercondutor se aproxima da bobina de fluxo nulo, e decai e fica negativa à medida que sua borda de fuga se afasta da borda esquerda da bobina de fluxo nulo. Então o ímã supercondutor recebe impulso de força repulsiva ao se aproximar, e um impulso de força atrativa ao se afastar, e conseqüentemente, a força de elevação também oscila entre valores positivos e negativos[39]. No entanto, esse efeito deixa de ocorrer a altas velocidades, pois a corrente induzida na bobina de fluxo nulo deixa de mudar de sinal, e a elevação é sempre positiva. Isso deve-se ao fato da componente da força longitudinal f_x consistir em uma parte conservativa e uma parte dissipativa, como visto na equação 4.7.

A parte dissipativa sempre atua para desacelerar o veículo, e corresponde a força de arrasto. É diretamente proporcional às correntes da bobina supercondutora I e correntes induzidas i , e inversamente proporcional a velocidade longitudinal v_x . Como qualquer sistema eletrodinâmico tem seu valor máximo a baixas velocidades, e tende a um valor constante a altas velocidades [21].

Dentre as vantagens do sistema de sustentação de fluxo nulo está não possuir a necessidade de uma malha de controle. A configuração do sistema faz com que ele automaticamente procure essa posição de equilíbrio dinâmico. O sistema possui uma alta rigidez vertical, o que implica em um pequeno deslocamento vertical do trem indo do estado vazio para o estado totalmente carregado[47]. E também tem uma alta razão de sustentação/arrasto, índice de sistema de levitação que indica a eficiência aerodinâmica do trem, dada por:

$$\frac{S}{A} = \frac{vL}{RM} \frac{\partial M}{\partial z}, \quad (4.11)$$

na qual R e L são a resistência e a indutância da bobina da guia, M a indutância mútua entre as bobinas supercondutoras e as bobinas da guia durante o trajeto do veículo, v é a velocidade de translado da bobina supercondutora e z é altura do eixo central da bobina supercondutora em relação à superfície do leito da via férrea [5].

A corrente induzida é menor, comparando com sistemas de bobinas em forma de laço. Isso contribui para uma menor perda por dissipação. E em relação à força da suspensão, diretamente proporcional à corrente induzida, não é necessariamente reduzida, pois é compensada pela derivada da indutância mútua entre as bobinas supercondutoras e as bobinas de fluxo nulo em relação ao eixo da força de sustentação f_z , equação 4.5.

Sua principal desvantagem é a baixa rigidez lateral, o que torna o sistema tolerante a apenas pequenos desvios laterais sem que o sistema se instabilize. Sob grandes deslocamentos laterais haverá um movimento de rotação do veículo [39]. Para resolver esse problema foi desenvolvido o sistema de suspensão e orientação de fluxo nulo, apresentado na próxima seção.

4.3 Sistema Combinado de Suspensão e Orientação de Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito

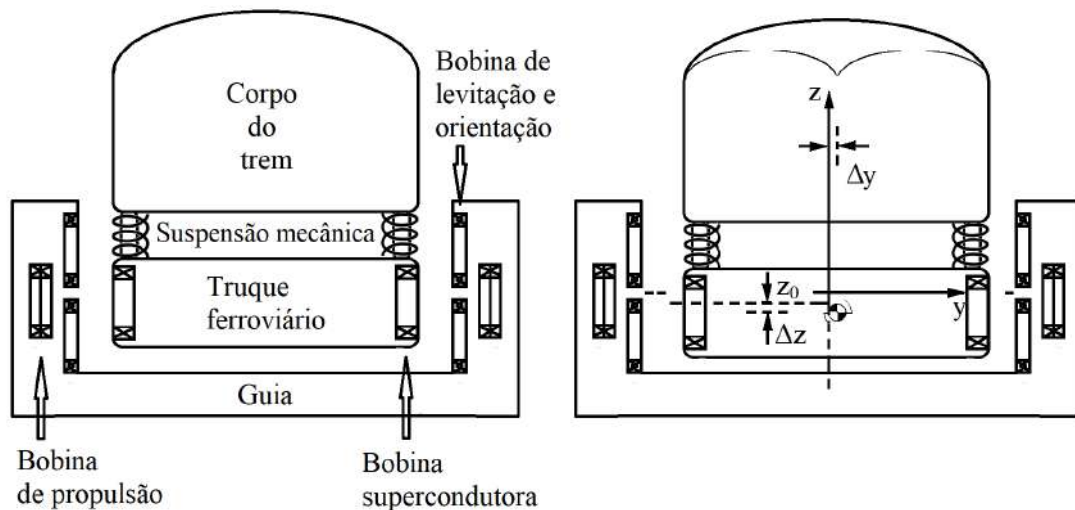


Figura 4.4: Desenho da atual composição principal do MagLev supercondutor japonês. Adaptada de [71].

A figura 4.4 retrata a atual composição principal do MagLev supercondutor japonês. Nele está representado a posição de equilíbrio z_0 no eixo z , na qual as forças magnéticas de elevação atuam automaticamente de forma a equilibrar a força peso e assim o trem levitar. E também podem ser vistas as posições de deslocamento lateral [71].

Para aumentar a rigidez lateral e evitar movimentos de rolamento causados por forças laterais perturbadoras, conectou-se os dois conjuntos de bobinas de fluxo nulo em formato de oito dos lados direito e esquerdo da guia. Essa conexão cruzada forma um sistema combinado que inclui as funções de levitação e orientação, geradas pela interação dessas duas fileiras de bobinas de fluxo nulo com as duas fileiras

de ímã supercondutores a bordo do trem [71]. Um esboço pode ser visto na figura 4.5.

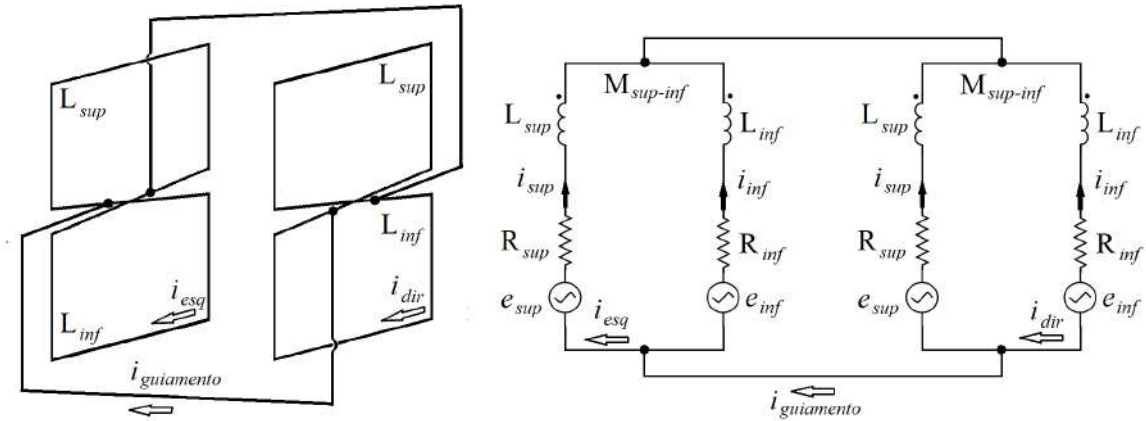


Figura 4.5: Esboço das bobinas de fluxo nulo para levitação e orientação com o equivalente circuito elétrico. Adaptado de [39].

O circuito equivalente desse novo circuito corresponde a quatro ramos, com suas respectivas resistências R , indutância L e tensão induzida e , sendo que cada ramo representa um laço da bobina de fluxo nulo. Como as bobinas possuem as mesmas configurações físicas, as indutâncias mútuas $M_{sup-inf}$ possuem o mesmo valor. Quatro correntes e quatro tensões distintas são induzidas nas quatro bobinas gerando três correntes de malha. A corrente de guiamento representa a corrente que flui no cabo de conexão cruzada entre os dois lados da guia, contribuindo para uma orientação de fluxo nulo [71].

A principal diferença entre o circuito de fluxo nulo de conexão cruzada e circuito somente de levitação é que para não existir corrente induzida é necessário que o trem esteja não somente na altura de $z = 0$, mas também centrado em $y = 0$. Caso contrário, uma corrente de guiamento estará orientando o MagLev para o centro da trajetória. Esta força não existe em um sistema de suspensão de fluxo nulo de parede lateral convencional, no qual todas as forças magnéticas desaparecem na posição de fluxo nulo vertical, embora possa existir um deslocamento lateral [39]. Isso aumenta a rigidez lateral do sistema, tornando-o menos sensível a deslocamentos laterais. A figura 4.6 mostra as correntes induzidas por esses desvios laterais.

Uma observação importante: na prática, o trem só se desloca com uma altura $z = 0$ quando não está levitando, ou seja, está fazendo uso de seu sistema roda-trilho. Em qualquer outro momento em que esteja sem contato direto com o solo, ele está numa posição abaixo de $z = 0$, pois são as correntes induzidas que o permitem

levitar.

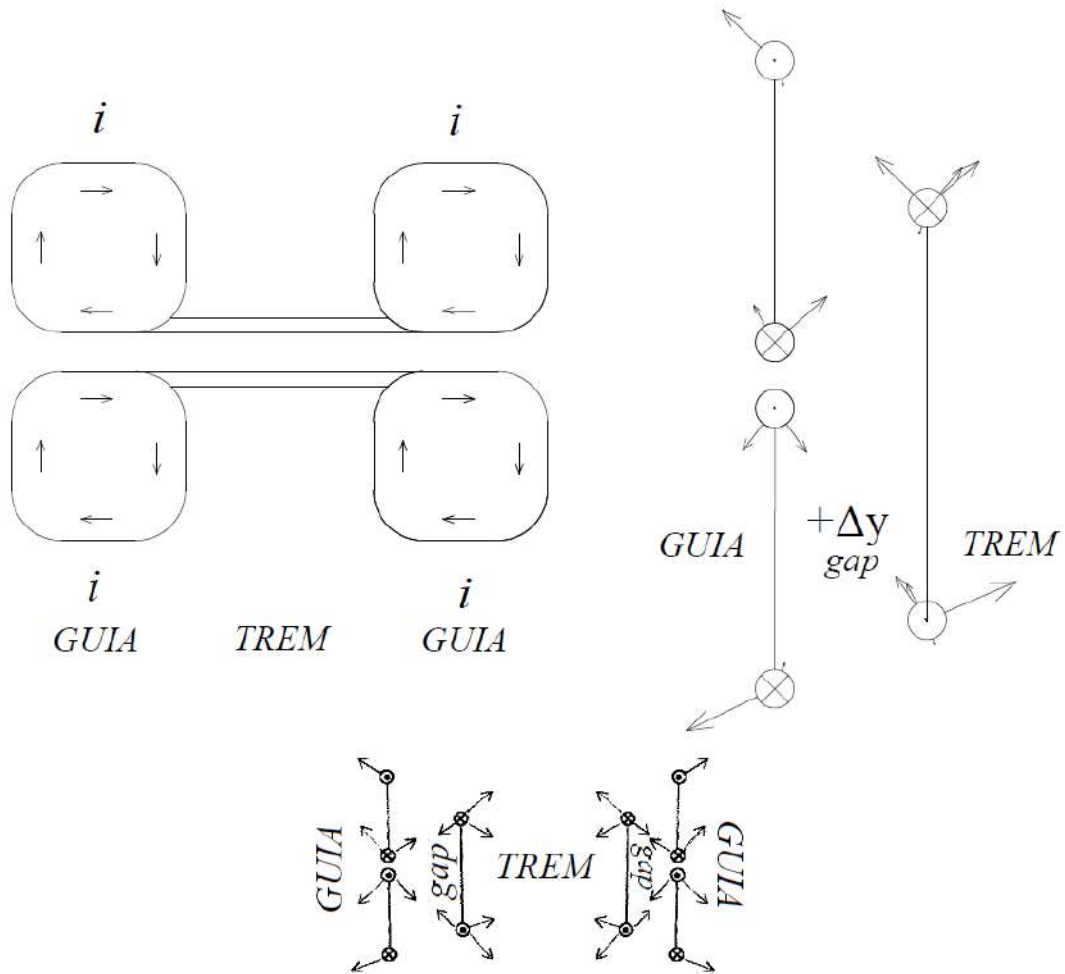


Figura 4.6: Direção das forças eletromagnéticas induzidas por um deslocamento lateral atuando nas componentes horizontais de uma bobina de fluxo nulo e uma bobina supercondutora devido um desvio lateral. Adaptada de [70].

As forças resultantes sobre a bobina de fluxo nulo é resultado do balanço entre as forças apresentadas nas figuras 4.3 e 4.6.

Capítulo 5

A Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito

5.1 Parâmetros da Atual Bobina da Pista de Testes de Yamanashi

Toda a suspensão de fluxo nulo do trem supercondutor orbita em torno dessa bobina. Ela sempre é apresentada pelo seu circuito elétrico equivalente. Uma investigação foi iniciada com o propósito de determinar seu diagrama interno. A figura 5.1 mostra as dimensões da bobina de fluxo nulo da guia em relação às dimensões do ímã supercondutor a bordo do trem.

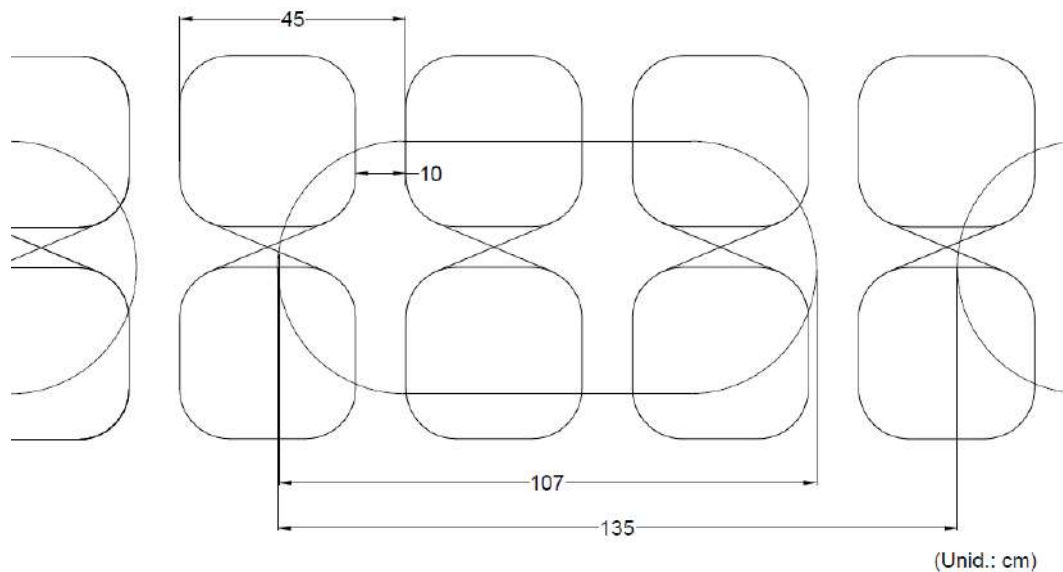


Figura 5.1: Dimensões das atuais bobinas de fluxo nulo e supercondutora do MagLev supercondutor japonês. Escala aproximada de 1:15. Valores extraídos de [71].

Os parâmetros da bobina foram extraídos, em sua maioria, do artigo [72]. Eles encontram-se na tabela 5.1. Pelo valor dado para a resistividade, o fio da bobina

Tabela 5.1: Parâmetros físicos da bobina de fluxo nulo.

Parâmetro físico	Valor	Unidade
Largura \times Altura	0.35×0.34	m
Área da seção transversal	1 [39]	cm ²
Número de voltas	24	unidades
Fator de empilhamento	0.9 [73]	adimensional
Distância entre os centros das alças superior e inferior	0.42	m ²
Raio de curvatura do canto arredondado	0.01	m
Passo	0.45	m
Resistividade elétrica	3.1×10^{-8} [73]	$\Omega \cdot \text{m}$
Resistência	8.928	m Ω
Autoindutância	288	mH
Indutância mútua	21	μH

é feito de alguma liga de alumínio, pois sua resistividade é de $2.65 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ a 20°C [64]. Nota-se que todas as bobinas possuem extremidades arredondadas, e isso se deve a facilidade de fabricação e maior estabilidade estrutural se comparada a bobinas puramente retangulares [67].

A primeira etapa, análise, baseou-se na obtenção dos valores de resistência, autoindutância e indutância mútua fornecidos pelo artigo [72] através das fórmulas teóricas. Como o núcleo da bobina é de ar, pode-se obter as indutâncias pela geometria da bobina [37].

A segunda lei de Ohm para o cálculo da resistência elétrica [64] é:

$$R = \varrho \frac{l}{A}, \quad (5.1)$$

na qual R é a resistência elétrica, ϱ a resistividade elétrica do material, l o comprimento do condutor, e A a área da seção transversal do fio.

A equação para o cálculo da autoindutância da bobina, obtida pela relação entre o fluxo magnético ψ que atravessa a bobina e a corrente que o produziu [63], acrescida da indutância interna do fio [37]:

$$L = n^2 \frac{\mu_0}{\pi} \left(-(b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{a-r} \right] (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{b-r} \right] + \right. \\ \left. + (b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{r} \right] + (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{r} \right] + r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{a-r} \right] + \right. \\ \left. r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{b-r} \right] + 2\sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - 2\sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} \right)$$

$$- 2\sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - 2r \log \left[1 + \sqrt{2} \right] + 2r\sqrt{2} \Big) + 2(a+b)n \frac{\mu_0}{8\pi}, \quad (5.2)$$

na qual a é a medida da largura do caminho médio da bobina, b é a medida da altura média, e r é a distância subtraída da área a ser integrada para o cálculo do fluxo ψ por conta do volume que os fios ocupam na parte interna da bobina. O resultado é expresso em henrys. A demonstração desta equação encontra-se em anexo.

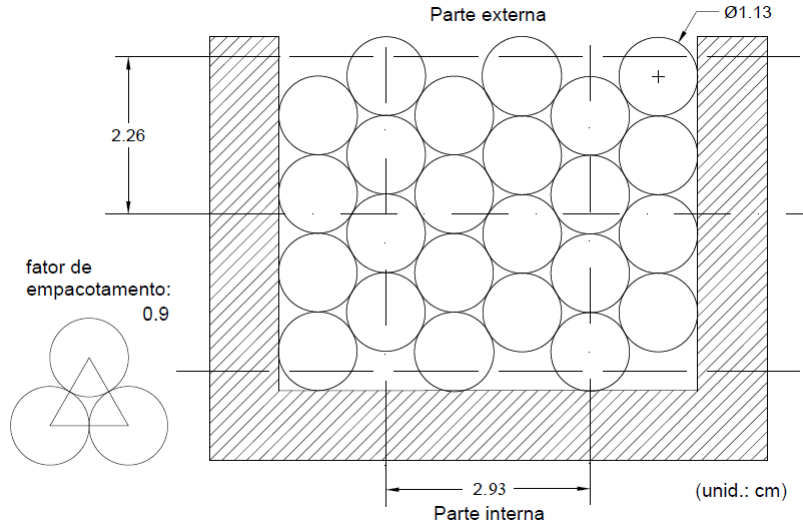


Figura 5.2: Seção transversal do lado superior da bobina: 6×4 camadas. r corresponde a distância de 2.26 cm entre o caminho médio da espessura da bobina e a camada mais interna (ou externa) dos fios.

A figura 5.2 apresenta um corte da seção transversal do lado superior de uma das bobinas. Note que o fator de empilhamento da bobina multi-camada 0.9 é do tipo *perfect lay*[74]. Essa configuração foi estimada, pois é a que faz com que o valor da autoindutância mais se aproxime do valor apresentado por MURAI e FUJIWARA [73].

A equação de Neumann para o cálculo da indutância mútua entre o laço superior e inferior da bobina, com n voltas cada [63] vale:

$$M_{sup-inf} = n^2 \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{c_1} \oint_{c_2} \frac{d\vec{l}_2 \cdot d\vec{l}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \quad (5.3)$$

Como as bobinas são aproximadas por retângulos e a integral envolve um produto escalar dos caminhos, o cálculo fica reduzido a integrais dos lados paralelos das bobinas. Ao todo, uma soma de oito integrais, que podem ser vistas no anexo B. A figura 5.3 esboça como essas integrais são montadas, cada bobina assumida como um caminho, e as integrais resolvidas entre os lados pares e os lados ímpares.

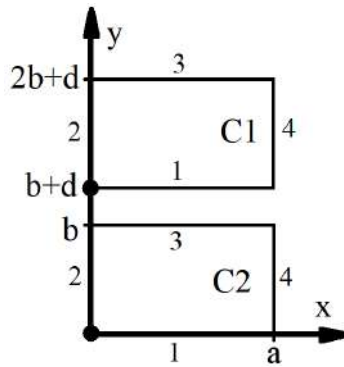


Figura 5.3: Esboço para o cálculo da indutância mútua entre as bobinas superior e inferior. d é a distância vertical entre as bobinas e mede 8 cm.

A consagrada fórmula de SINHA [21] para indutância mútua entre uma bobina sobre uma plano condutor infinito e sua respectiva imagem é obtida por esse método. O esboço para o cálculo é apresentado na figura 5.4, e o cálculo das integrais é realizado por uma série de substituições trigonométricas. O peso computacional para resolver alguns arco seno hiperbólicos é infinitamente menor ao se comparar com o tempo de processamento para as integrais obtidas diretamente de 5.3. Como no método do circuito dinâmico as mútuas são calculadas numericamente e variam temporal e espacialmente, é mais vantajoso utilizar funções trigonométricas.

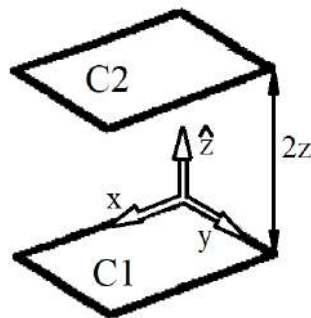


Figura 5.4: Esboço para o cálculo da indutância mútua apresentada por SINHA [21] pelo método da imagem. O plano infinito condutor encontra-se em $\hat{z} = z$.

Os valores encontram-se na tabela 5.2. A figura 5.5 apresenta o desenho da possível configuração da atual bobina em formato de oito utilizada na pista de teste de Yamanashi. Para o cálculo da resistência foi considerada a curvatura de 0.10 m do fio. As indutâncias foram calculadas para retângulos de dimensões 0.34 e 0.35 metros para altura e largura da alça da bobina. As 24 voltas do enrolamento,

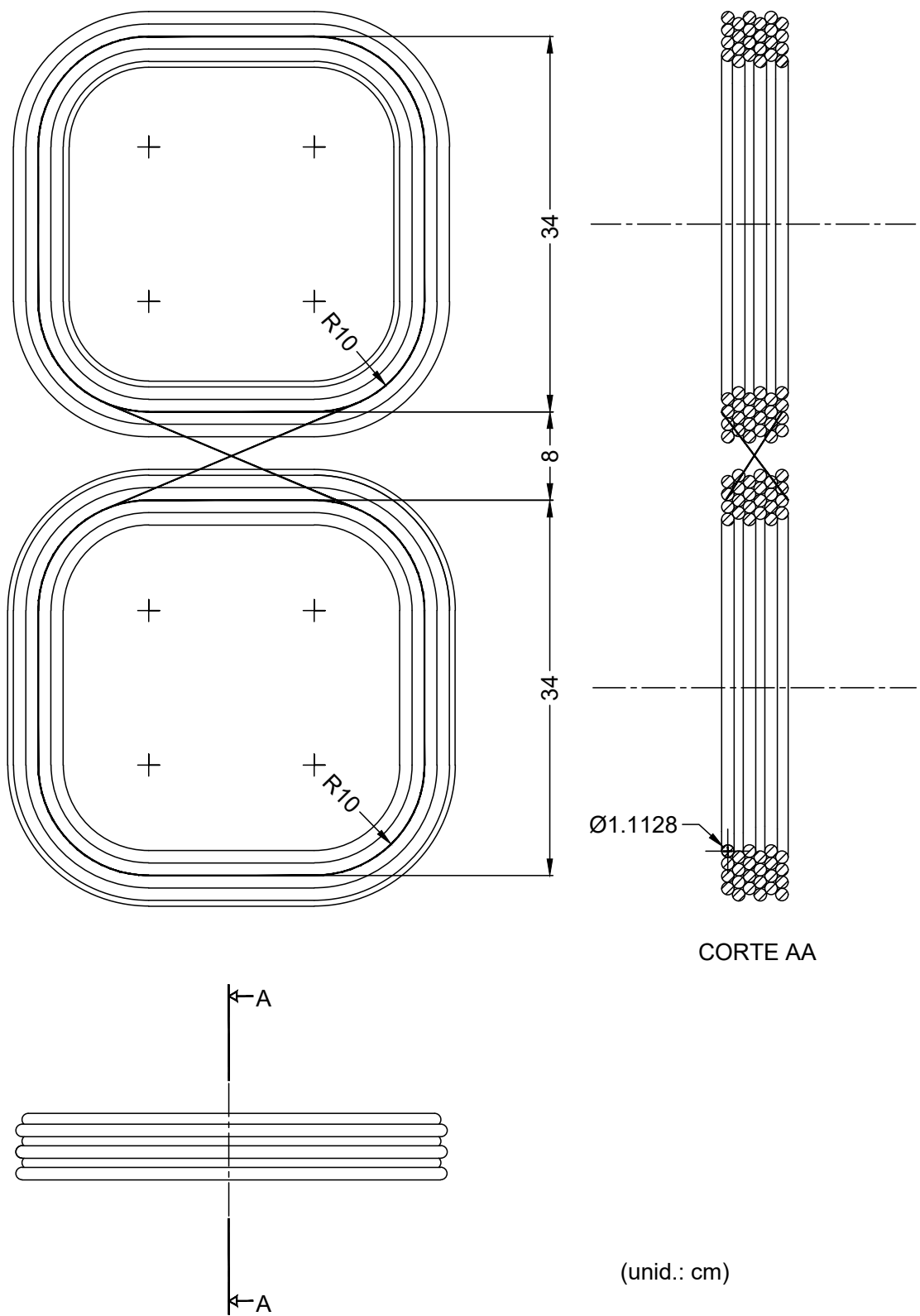


Figura 5.5: Possível configuração da bobina em formato de oito para sistema de suspensão de fluxo nulo. Escala aproximada de 1:6.

como pode ser visto na figura 5.2, foram dispostas em camadas de 6 fios cada. Isso reduz a área livre do núcleo da bobina, como em qualquer bobina multi-camadas, reduzindo sua autoindutância [74]. Essa é uma característica fundamental no cálculo da autoindutância, o fato do fio não ser unidimensional. Essa disposição forneceu o valor mais próximo da referência. O software Wolfram Mathematica® foi utilizado para a obtenção de todos os valores, cujo código encontra-se em anexo.

Tabela 5.2: Comparação dos valores referência e calculados teoricamente.

Parâmetro físico	Valor referência	Valor calculado	Unidade
Resistência	8.928	8.99	mΩ
Autoindutância	288	287.26	mH
Indutância mútua	21	21.22	μH

5.2 Investigações sobre o Design Interior da Atual Bobina da Pista de Testes de Yamanashi

O artigo de FUJIMOTO *et al.* [75] investiga as características das forças eletromagnéticas da bobina de fluxo nulo. Nele os autores informam que as 24 bobinas são divididas em 2×12 . O termo utilizado por eles é *layers*, porém, para essa disposição dos fios, os valores das indutâncias divergem muito. Para exemplificar: a autoindutância de uma bobina com as mesmas dimensões e 2×12 camadas é de $93 \mu\text{H}$, e para uma 12×2 camadas é de $387.5 \mu\text{H}$. Contudo, o fato de cada um dos laços ser formado por dois enrolamentos passou a ser analisado.

Foram levantadas duas hipóteses: as bobinas são enroladas, primeiramente as duas camadas mais internas, e depois as duas camadas mais externas, alternando entre alça superior e inferior; ou as bobinas são enroladas primeiramente, as quatro camadas de meia bobina, e depois a outra metade, novamente alternando entre o laço inferior e superior. A figura 5.6 esboça essas duas possíveis configurações.

Todos os cálculos foram repetidos para essas duas configurações: resistência, autoindutância e indutância mútua. Cada bobina é magneticamente acoplada com as demais, e esse acoplamento é positivo quando as duas bobinas compõem a mesma alça, e negativo quando estão posicionados em alças opostas. Isso se deve ao sentido do enrolamento das bobinas. Para as bobinas que pertencem a mesma alça, foi assumido que são fortemente acopladas magneticamente, e, portanto, a indutância mútua resultante é igual à média geométrica das duas indutâncias individuais.

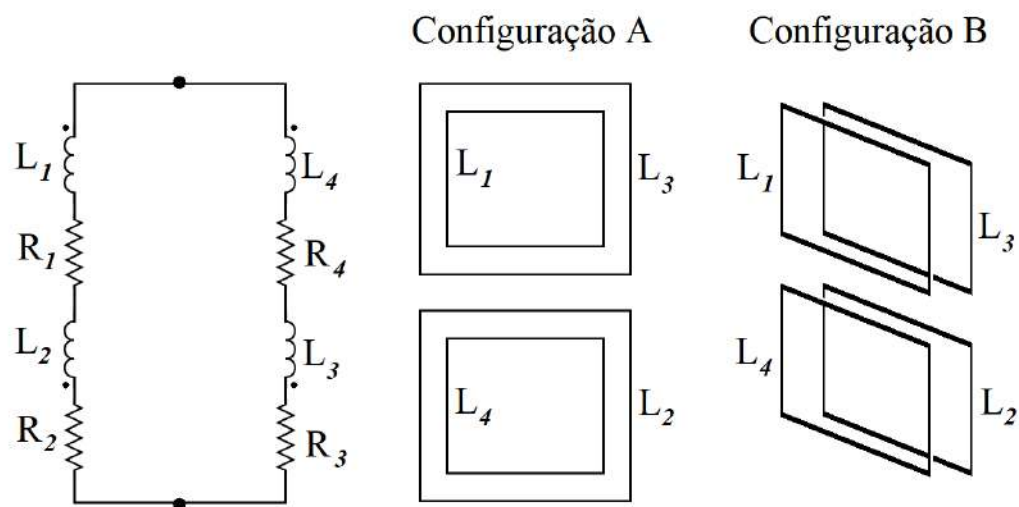


Figura 5.6: Esboço do possível diagrama interno da bobina de fluxo nulo.

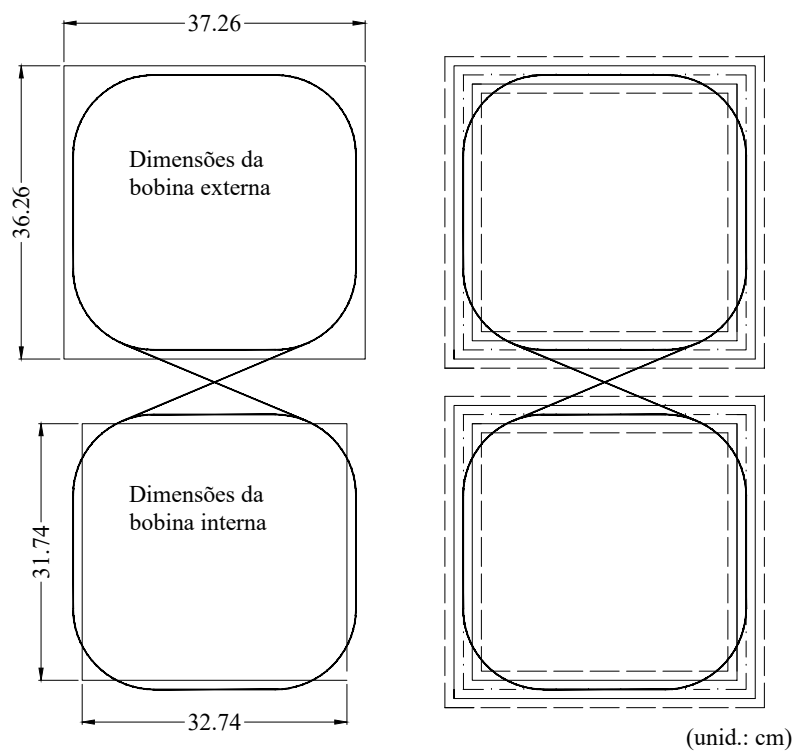


Figura 5.7: Configuração A em detalhes: dimensões utilizadas para o cálculo das resistências, autoindutâncias e indutâncias mútuas. Escala aproximada de 1:10.

A figura 5.7 mostra o que foi tomado como medidas para essas “bobinas internas” da configuração A. As bobinas menores e maiores possuem autoindutâncias distintas. Para o cálculo das indutâncias das bobinas maiores descontou-se da área de seu núcleo o espaço ocupado pela bobina menor em seu interior.

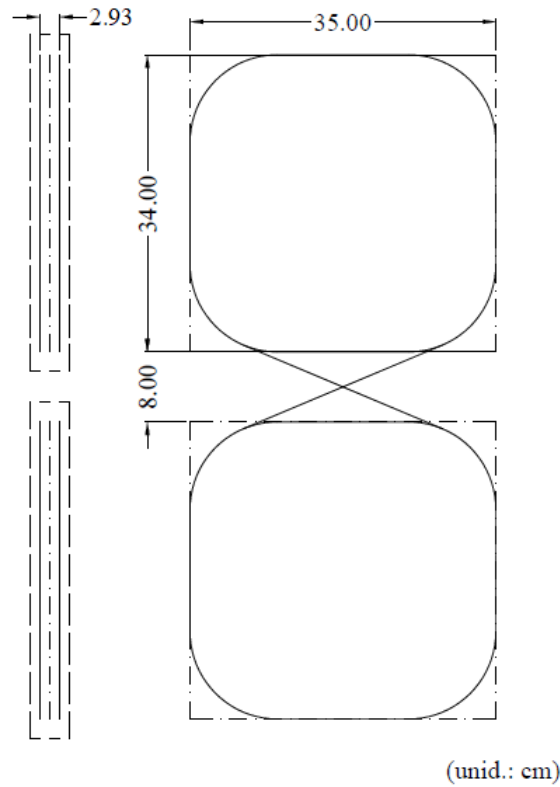


Figura 5.8: Configuração B em detalhes: dimensões utilizadas para o cálculo das resistências, autoindutâncias e indutâncias mútuas. Escala aproximada de 1:9.

A figura 5.8 apresenta as dimensões assumidas para a configuração B, na qual todas bobinas são iguais.

A tabela 5.3 apresenta os valores encontrados para as resistências nas configurações A e B. Como na configuração B todas as bobinas são iguais e suas dimensões de largura e altura são as mesmas da bobina ”original”, só diferindo no número de espiras, metade, é óbvio que seu valor seja metade do valor calculado anteriormente. No caso da configuração A, a soma da resistência em uma das alças coincidiu com o valor encontrado para uma alça compacta, 8.99 mΩ.

Tabela 5.3: Valores das resistências nas configurações A e B, em mΩ.

Configuração	R1	R2	R3	R4
A	4.23	4.76	4.76	4.23
B	4.49	4.49	4.49	4.49

As tabelas 5.4 e 5.5 sintetizam os demais valores encontrados para as configurações A e B, respectivamente. A tabela está organizada de forma que as mútuas entre duas bobinas são dadas pelo sua posição na tabela. Por exemplo, a indutância mútua das bobinas L_1 e L_2 da configuração A, bobina interna do laço superior e bobina externa do laço inferior, vale $-5.26 \mu\text{H}$. A autoindutância é obtida pelo cruzamento de linhas e colunas sob o mesmo índice.

Tabela 5.4: Valores calculados para as bobinas da configuração A, em μH .

Bobina	L1	L2	L3	L4
L1	92.53	-5.26	75.22	-3.59
L2	-5.26	61.15	-8.00	75.22
L3	75.22	-8.00	61.15	-5.26
L4	-3.59	75.22	-5.26	92.53

Tabela 5.5: Valores calculados para as bobinas da configuração B, em μH .

Bobina	L1	L2	L3	L4
L1	72.18	-4.86	72.18	-5.31
L2	-4.86	72.18	-5.31	72.18
L3	72.18	-5.31	72.18	-4.86
L4	-5.31	72.18	-4.86	72.18

É interessante notar que o valor da soma das indutâncias mútuas negativas em ambas as configurações aproximam-se do valor de referência, $21 \mu\text{H}$. Para a configuração B essa soma vale $20.34 \mu\text{H}$, e para a configuração A, $22.11 \mu\text{H}$. A soma das autoindutâncias e indutância mútua das bobinas em um mesmo laço deve corresponder ao valor de referência, $288 \mu\text{H}$. Para a configuração A o valor foi de $304.12 \mu\text{H}$. Para a configuração B, $288.72 \mu\text{H}$.

Os valores encontrados para a configuração B estão mais próximos dos valores referência. As bobinas de fluxo nulo dos dois lados da guia seriam então conectadas pelas “meias bobinas” voltadas para o lado do trem. Esse *design* concorda com a representação clássica de dois circuitos, um para levitação e um para guiamento [70]. A figura 5.9 representa o circuito de levitação como as bobinas dos extremos, nas quais um mesmo desvio Δz gera correntes de sentidos opostos. E mais ao centro o circuito de orientação, no qual um desvio Δy induz correntes no mesmo sentido nas bobinas.

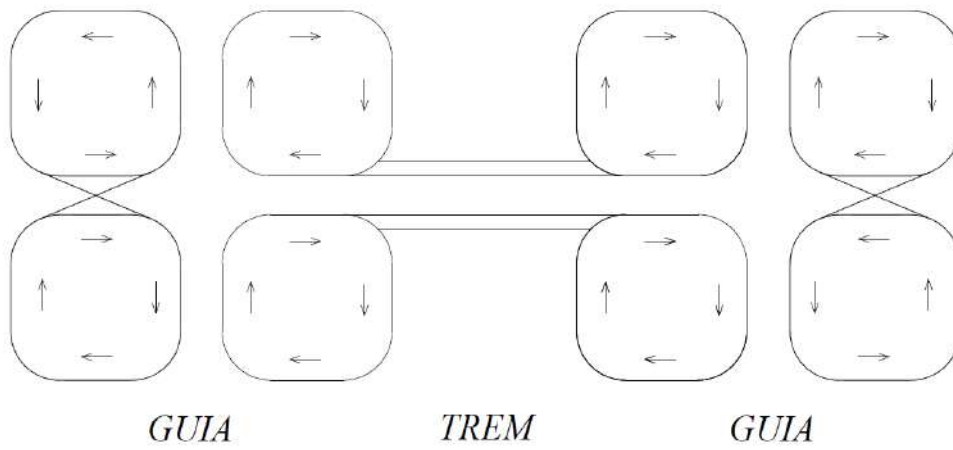


Figura 5.9: Circuitos do sistema combinado de levitação e o orientação. Adaptada de [70].

Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Esse trabalho dedicou-se a compreensão dos detalhes da levitação eletrodinâmica. As primeiras proposições foram feitas por Maxwell, ainda no século XIX. Foram deduzidas várias equações encontradas de forma fechada na literatura.

Os resultados mais recentes e promissores da aplicação dessa técnica são oriundos da linha de testes de Yamanashi, na qual circula o JR-MagLev, protótipo japonês de veículo de levitação magnética de alta velocidade.

O sistema de suspensão de fluxo nulo foi proposto por Powell e Danby na década de 60. O *design* das bobinas em formato de oito foi projetado visando reduzir a força de arrasto magnético e, portanto, a energia gasta pelo sistema de propulsão de um MagLev EDL.

Esse arranjo tem sido estudado há mais de meio século por engenheiros japoneses da RTRI, o Instituto de Pesquisa Técnica Ferroviária do Japão. Todos os valores numéricos das propriedades físicas das bobinas estudadas foram extraídos de artigos da RTRI.

Constatou-se a dificuldade e a sutileza tecnológica deste método de levitação. Através do cálculo analítico, foram propostas duas possibilidades para o *design* interno das bobinas de fluxo nulo em formato de oito utilizadas na linha de Yamanashi.

Ainda não se tem pleno domínio do método. Para tal compreensão, convém, primeiramente, a realização de simulações por elementos finitos. Em um segundo momento, a utilização de uma bancada de testes para validação dos cálculos analíticos.

Referências Bibliográficas

- [1] BENEDET, R. *O desafio da mobilidade urbana*. In: Report, Câmara dos Deputados, Brasília, 2015.
- [2] HULL, J. R. “Magnetic Levitation and Transportation”. In: *Applied Superconductivity: Handbook on Devices and Applications*, 1 ed., v. 1, cap. 4.8, Weinheim, Germany, Wiley-VCH, 2015.
- [3] HAN, H. S., KIM, D. S. In: *Magnetic Levitation: Maglev Technology and Applications*, v. 13, *Springer Tracts on Transportation and Traffic*, Springer, New York, 2016.
- [4] KITANO, J. “The Short History of the Superconducting Maglev: Changes in Null Flux Circuit and Pole Pitch”. In: *ISMB15: The 15th International Symposium on Magnetic Bearings*, pp. 12–14, Kitakyushu, Ago. 2016.
- [5] SUZUKI, E., FUJIWARA, S., SAWADA, K., et al. “A Superconducting Transportation System”. In: *Handbook of Applied Superconductivity*, 1 ed., v. 2, cap. G8, Bristol, UK, IOP Publishing Ltd., 1998.
- [6] STEPHAN, R. M., DE ANDRADE JR., R., FERREIRA, A. C., et al. “Superconducting Levitation Applied To Urban Transportation”. In: *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, pp. 1–18, American Cancer Society, 2017.
- [7] NASAR, S. A., BOLDEA, I. *Linear Motion Electric Machines*. 1 ed. New York, John Wiley Sons, 1976.
- [8] “Tribunal de Contas do Estado do Ceará”. <https://www.tce.ce.gov.br/veiculo-leve-sobre-trilhos>, 2019. acessado em 08/06/2019.
- [9] SOTELO, G. G., DIAS, D. H. N., MACHADO, O. J., et al. “Experiments in a real scale maglev vehicle prototype”, *Journal of Physics: Conference Series*, v. 234, n. 3, pp. 032054, Jun. 2010.

- [10] JIANGDI, F. *Endless Quests: Theory, Experiments And Applications of Frontiers of Superconductivity*. Peking University-world Scientific Advanced Physics Series. World Scientific Publishing Company, 2019.
- [11] FERREIRA, A. B. H. *Minidicionário da Língua Portuguesa*. 4 ed. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2000.
- [12] ROSE-INNES, A., RHODERIDICK, F. *Introduction to Superconductivity*. 1 ed. Glasgow, Pergamon Press Ltd., 1978.
- [13] MOHAN, N., UNDERLAND, T. M., ROBBINS, W. P. *Power Eletronics: Converters, Applications, and Design*. 3 ed. New Jersey, John Wiley Sons, 2003.
- [14] “Robert Goddard: American Professor and Inventor”. <https://www.britannica.com/biography/Robert-Goddard>, 2019. acessado em 18/06/2019.
- [15] SERWAY, R. A., JEWETT, J. W. *Princípios de Física – Eletromagnetismo*. 3 ed. São Paulo, Thomson Learning Edições Ltda, 2006.
- [16] DANBY, G. T., POWELL, J. R. “Transport By Magnetic Levitation”. In: *Digital Encyclopedia of Applied Physics*, American Cancer Society, 2003.
- [17] “Maglev Train Transportation”. <https://www.britannica.com/technology/maglev-train>, 2019. acessado em 18/06/2019.
- [18] BACHELET, E. “Levitating Transmitting Apparatus”. <https://patents.google.com/patent/US1020942A/en>, 2019. acessado em 21/06/2019.
- [19] NARLIKAR, A. *High Temperature Superconductivity 2*. 1 ed. Berlin, Springer Science Business Media, 2013.
- [20] MACHADO, K. D. *Teoria do Eletromagnetismo - 2*, v. 2. 1 ed. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2002.
- [21] SINHA, P. K. “Superconducting System”. In: *Electromagnetic Suspension Dynamics Control*, v. 30, *IEE Control Engineering Series*, Peter Peregrinus Ltd., pp. 1–26, London, 1987.
- [22] OHASHI, S., UEDA, N. “Dependence of the Quenched SC Coil Position on the Transient Motion of the Superconducting Magnetically Levitated Bogie”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 26, n. 4, Jun. 2016.

- [23] KIM, C.-J. *Superconductor Levitation: Concepts and Experiments*. 1 ed. Singapore, Springer, 2019.
- [24] SCHULTZ, L., DE HAAS, O., VERGES, P., et al. “Superconductively levitated transport system - the SupraTrans project”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 15, n. 2, pp. 2301–2305, Jun. 2005.
- [25] DENG, Z., ZHANG, W., ZHENG, J., et al. “A High-Temperature Superconducting Maglev Ring Test Line Developed in Chengdu, China”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 26, n. 6, pp. 1–8, Set. 2016.
- [26] YAN, L. “The Linear Motor Powered Transportation Development and Application in China”, *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 11, pp. 1872–1880, Nov. 2009.
- [27] SOTELO, G. G., DE OLIVEIRA, R. A. H., COSTA, F. S., et al. “A Full Scale Superconducting Magnetic Levitation (MagLev) Vehicle Operational Line”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 25, n. 3, pp. 1–5, Jun. 2015.
- [28] STEPHAN, R. M., PINTO, F. A. N. C., GOMES, A. C. D. N., et al. *Mancas magnéticas : mecatrônica sem atrito*. 1 ed. Rio de Janeiro, Ciência Moderna, 2013.
- [29] “Beijing começa a testar sua primeira linha de levitação magnética”. http://portuguese.xinhuanet.com/2017-10/17/c_136685398.htm, 2019. acessado em 10/03/2019.
- [30] “Chinese cities open urban rail lines”. <https://www.railjournal.com/regions/asia/chinese-cities-open-urban-rail-lines/>, 2019. acessado em 10/03/2019.
- [31] “Beijing opens first maglev, LRT and automatic metro lines”. <https://www.railjournal.com/passenger/metros/beijing-opens-first-maglev-lrt-and-automatic-metro-lines/>, 2019. acessado em 10/03/2019.
- [32] “The AMT Story”. <http://american-maglev.com/maglev-history/>, 2019. acessado em 09/03/2019.
- [33] THORNTON, R. D. “Efficient and Affordable Maglev Opportunities in the United States”, *Proceedings of the IEEE*, v. 97, n. 11, pp. 1901–1921, Nov. 2009.

- [34] JACKSON, J. *Classical Electrodynamics*. 3 ed. New York, John Wiley Sons, 1999.
- [35] REITZ, J. R. “Forces on Moving Magnets due to Eddy Currents”, *Journal of Applied Physics*, v. 41, n. 5, pp. 2067–2071, 1970.
- [36] REITZ, J. R., DAVIS, L. C. “Force on a Rectangular Coil Moving above a Conducting Slab”, *Journal of Applied Physics*, v. 43, n. 4, pp. 1547–1553, Abr. 1972.
- [37] PAUL, C. R. *Inductance Loop and Partial*. 1 ed. New Jersey, Wiley-IEEE Press, Dez. 2009.
- [38] GUDERJAHN, C. A., WIPF, S. L., FINK, H. J., et al. “Magnetic Suspension and Guidance for High Speed Rockets by Superconducting Magnets”, *Journal of Applied Physics*, v. 40, n. 5, pp. 2133–2140, 1969.
- [39] HE, J. L., ROTE, D. M., COFFEY, H. T. *Study of Japanese Electrodynamic-Suspension Maglev Systems*. In: Report ANL/ESD-20, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, 1994.
- [40] KIM, I. K., KRATZ, R., DOLL, D. *Technology Development for U.S. Urban Maglev*. In: Report 72, General Atomics, San Diego, California, 2002.
- [41] POWELL, J., MAISE, G., RATHER, J. “Maglev Launch: Ultra-low Cost, Ultrahigh Volume Access to Space for Cargo and Humans”. In: *SPESIF-2010 - Space, Propulsion, and Energy Sciences International Forum*, v. 1208, Laurel, Fev. 2010.
- [42] LEONHARD, W. *Control of Electrical Drives*. 3 ed. Berlim, Springer, 2001.
- [43] FITZGERALD, A. E., KINGSLEY, C., UMANS, S. D. *Máquinas elétricas : com introdução à eletrônica de potência*. 6 ed. Porto Alegre, Bookman, 2006.
- [44] COFFEY, H. T., HE, J. L., CHANG, S. L., et al. *Preliminary Design for a Maglev Development Facility*. In: Report ANL/ESD-14, Argonne National Laboratory, Argonne, Illinois, 1992.
- [45] KOLM, H., THORNTON, R., IWASA, Y., et al. “The magneplane system”, *Cryogenics*, v. 15, n. 7, pp. 377 – 384, 1975.
- [46] WANG, J.-S., WANG, S.-Y. *High Temperature Superconducting Magnetic Levitation*. Chengdu, De Gruyter & Peking University Press, 2017.

- [47] HE, J. L., ROTE, D. M., COFFEY, H. T. “Applications of the Dynamic Circuit Theory to Maglev Suspension Systems”, *IEEE Transactions on Magnetism*, v. 29, n. 6, pp. 4153–4164, Nov. 1993.
- [48] “Passeio de Experiência Linear Supercondutora - Trad. do japonês”. <https://linear.jr-central.co.jp/experience/>, 2019. acessado em 14/02/2019.
- [49] “Elementos básicos do sistema de transporte levitado magneticamente por supercondutor - Trad. do japonês”. http://yougo.rtri.or.jp/dic/en/figureList.jsp?Figure_id=23, 2018. acessado em 18/03/2018.
- [50] “Rede de alimentação do transporte levitado magneticamente por supercondutor - Trad. do japonês”. http://yougo.rtri.or.jp/dic/en/figureList.jsp?Figure_id=24, 2018. acessado em 18/03/2018.
- [51] MARCOLIN, N. “O domínio da eletrônica”, *Pesquisa FAPESP*, , n. 151, pp. 8–9, Set. 2008.
- [52] BOERDIJK, A. H. “Technical Aspects of Levitation”, *Philips Res. Rep.*, v. 11, pp. 45–56, 1956.
- [53] EARNSHAW, S. “On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether”, *Trans. Camb. Phil. Soc.*, , n. 7, pp. 97–112, Mar. 1842.
- [54] MAXWELL, J. C. “A Treatise on Electricity and Magnetism”, *Clarendon Oxford*, v. 1, pp. 139–141, 1873.
- [55] TONKS, L. “Note on Earnshaw’s theorem”, *Electrical Engineering*, v. 59, n. 3, pp. 118–119, Mar. 1940.
- [56] BRAUNBEK, W. “Freischwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld”, *Z. Phys.*, v. 112, n. 3, pp. 753–763, 1939.
- [57] MAXWELL, J. C. “On the induction of electric currents in an infinite plane sheet of uniform conductivity”, *Proc. R. Soc.*, pp. 160–168, Jan. 1872.
- [58] SMYTHE, W. R. *Static and Dynamic Electricity*. 2 ed. New York, McGraw-Hill Book Co., 1950.
- [59] SASLOW, W. M. “Maxwell’s theory of eddy currents in thin conducting sheets, and applications to electromagnetic shielding and MAGLEV”, *Am. J. Phys.*, v. 60, n. 8, pp. 693—711, Ago. 1992.

- [60] MACHADO, K. D. *Teoria do Eletromagnetismo - 1*, v. 1. 1 ed. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2012.
- [61] SLEMON, G. R. *Magnetolectric Devices : Transducers, Transformers, Machines*. 1 ed. New York, John Wiley Sons, 1966.
- [62] HILL, R. J. “Teaching electrodynamic levitation theory”, *IEEE Transactions on Education*, v. 33, n. 4, pp. 346–354, Nov 1990.
- [63] REITZ, J. R., MILFORD, F. J., CHRISTY, R. W. *Fundamentos da Teoria Eletromagnética*. 3 ed. Rio de Janeiro, Campus, 1988.
- [64] GRIFFITHS, D. J. *Eletrodinâmica*. 3 ed. São Paulo, Pearson, 2011.
- [65] MACHADO, K. D. *Teoria do Eletromagnetismo - 3*, v. 3. 1 ed. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2002.
- [66] STEPHAN, R. M. *Acionamento, comando e controle de máquinas elétricas*. Rio de Janeiro, Editora Moderna, 2013.
- [67] REITZ, J. R., BORCHERTS, R. M., DAVIS, L. C., et al. *Preliminary Design Studies of Magnetic Suspensions for High Speed Ground Transportation*. In: Report FRA-RT 73-27, Federal Railroad Administration, Washington, D. C., 1973.
- [68] POWELL, J. R., DANBY, G. T. “Dynamically Stable Cryogenic Magnetic Suspensions for Vehicles in Very High Velocity Transport Systems”. In: *Proceedings of 6th Annual Meeting of Society of Engineering Science*, Princeton, Nov. 1968.
- [69] “Electromagnetic inductive suspension and stabilization system for a ground vehicle”. <https://patents.google.com/patent/US3470828A/en>, 2019. acessado em 21/06/2019.
- [70] FUJIWARA, S., FUJIMOTO, T. “Characteristics of Combined Levitation and Guidance EDS Maglev System - em japonês”, *IEEJ Transactions on Industry Applications*, v. 112, pp. 459–466, Jan. 1992.
- [71] YONEZU, T., WATANABE, K., SUZUKI, E., et al. “Study on Electromagnetic Force Characteristics Acting on Levitation/Guidance Coils of a Superconducting Maglev Vehicle System”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 53, n. 11, pp. 1–5, Nov. 2017.

- [72] OHASHI, S., OHSAKI, H., MASADA, E. “Equivalent Model of the Side Wall Electrodynamic Suspension System - em japonês”, *IEEJ Transactions on Industry Applications*, v. 117, 1997.
- [73] MURAI, T., FUJIWARA, S. “Design of coil specifications in EDS Maglev using an optimization program - em japonês”, *IEEJ Transactions on Industry Applications*, v. 117, 1997.
- [74] MCLYMAN, C. W. T. “Window Utilization, Magnet Wire, and Insulation”. In: *Transformer Inductor Design Handbook*, v. 30, *Electrical Computer Engineering*, Kg Magnetics, Inc., p. 155, Idyllwild, 2004.
- [75] FUJIMOTO, T., AIBA, M., SUZUKI, H., et al. “Characteristics of electromagnetic force of ground coil for levitation and guidance at the Yamanashi Maglev test line”, *Quart. Rep. RTRI*, v. 41, n. 2, pp. 63–67, Jun. 2000.
- [76] DWIGHT, H. B. *Tables of Integrals and Other Mathematical Data*. 3 ed. New York, The Macmillan Company, 1958.
- [77] LACERDA, D. O. *Sistema Abrangente de Otimização de Enrolamentos Elétricos*. Ph.d.: dissertation, Universidade Federal de Itajubá, 2005, Itajubá, MG, Brasil, 2005.

Apêndice A

Dedução da Fórmula para o Cálculo da Autoindutância de uma Bobina Retangular

A indutância L de um laço de corrente é definida como a relação entre o fluxo magnético ψ que atravessa o laço e a corrente I que o produz [63]:

$$L = \frac{\psi}{I}. \quad (\text{A.1})$$

O fluxo magnético total que atravessa o laço é diretamente proporcional à corrente I que o produziu quando o meio circundante é linear, homogêneo e isotrópico, e portanto, a indutância L depende apenas da geometria da espira [37]. Sem considerar a resistência elétrica do fio que forma o laço, a fonte de tensão induzida v é:

$$v = \frac{d}{dt} \psi = L \frac{d}{dt} I. \quad (\text{A.2})$$

O processo utilizado para o cálculo da autoindutância foi o método de ligações de fluxo, *flux linkages*, no qual é calculado o fluxo produzido por uma corrente. Primeiramente injeta-se uma corrente I na espira e determina-se o campo magnético \vec{B} por ela produzido sobre a superfície da espira. Depois calcula-se o fluxo magnético total ψ que a atravessa, e por fim divide-se esse fluxo pela corrente I , obtendo o valor da autoindutância [37].

A figura A.1 (a) apresenta um fio de comprimento finito orientado ao longo do eixo z e centralizado na origem desse sistema de coordenadas. O campo magnético \vec{B} é determinado em um ponto que está a uma distância horizontal Y e vertical Z .

Usando a lei de Biot-Savart [37] ajustada para a simetria circunferencial do

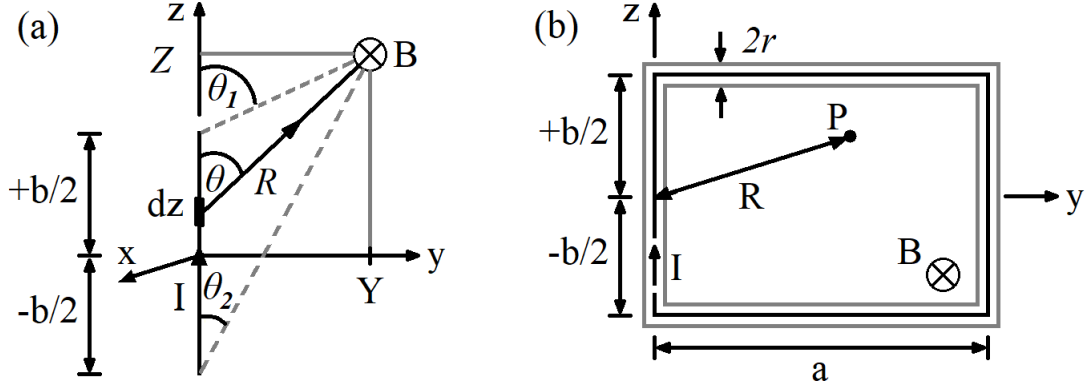


Figura A.1: Diagrama para o cálculo da indutância de uma espira retangular: (a) Fio condutor de tamanho finito; (b) Laço retangular de corrente não filamentar. Adaptada de [37].

campo magnético \vec{B} em torno da corrente I que circula pelo fio:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sin \theta dz, \quad (\text{A.3})$$

na qual μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo e R a distância do pedaço de corrente diferencial dz e o ponto em que o campo magnético \vec{B} é calculado.

A distância $R = \sqrt{(Z - z)^2 + Y^2}$ e o $\sin \theta = Y/R$. A integral a ser resolvida:

$$dB = \frac{\mu_0 I Y}{4\pi R^3} dz \quad \rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I Y}{4\pi} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{1}{[\sqrt{(Z - z)^2 + Y^2}]^3} dz. \quad (\text{A.4})$$

Usando a mudança de variáveis $\tau = Z - z$, e da tabela de integrais [76], equação 200.3:

$$\int \frac{1}{[\sqrt{a^2 + x^2}]^3} dx = \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}, \quad (\text{A.5})$$

obtem-se a equação do campo magnético \vec{B} para um fio de comprimento finito:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi Y} \left[\frac{Z + \frac{b}{2}}{\sqrt{\left(Z + \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2}} - \frac{Z - \frac{b}{2}}{\sqrt{\left(Z - \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2}} \right] \vec{a}_\phi. \quad (\text{A.6})$$

O campo \vec{B} resultante é perpendicular ao plano contendo I e R de acordo com a regra da mão direita [64], por isso o versor \vec{a}_ϕ de coordenadas cilíndricas.

A partir da equação A.6, a indutância do laço retangular apresentado na figura

A.1 (b) é cálculo. Suas dimensões são largura a e altura b , e o fio que a compõe possui área de seção transversal circular de raio r . Aqui cabe um adendo: a corrente I é tida como uniformemente distribuída através da seção transversal dos fios, de modo que, para cálculo do campo magnético \vec{B} ela pode ser considerada filamental nos eixos desses fios [37].

Para obtenção do fluxo total ψ que atravessa o laço retangular, determina-se o fluxo produzido por cada um de seus lados separadamente e então soma-se os quatro fluxos. A área utilizada para determinar cada parcela de fluxo magnético é formada pelas bordas internas dos fios que compõem o laço. Isso é importante de ser notado, pois no caso de uma bobina de núcleo de ar formada por um enrolamento de várias camadas, apenas a área livre deve ser utilizada para o cálculo da indutância [77].

A corrente I foi adotada seguindo o sentido horário, logo o campo magnético \vec{B} é perpendicular à superfície do laço, sentido entrando na folha. Pela simetria do laço, a contribuição para o fluxo total ψ produzidos pelos lados paralelos são iguais. O fluxo total é:

$$\psi = 2\psi_{\text{lado vertical}} + 2\psi_{\text{lado horizontal}} \quad (\text{A.7})$$

Para os lados verticais:

$$\psi_{\text{lado vert}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{r-b/2}^{b/2-r} \int_r^{a-r} \frac{1}{Y} \left[\frac{Z + \frac{b}{2}}{\sqrt{\left(Z + \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2}} - \frac{Z - \frac{b}{2}}{\sqrt{\left(Z - \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2}} \right] dY dZ \quad (\text{A.8})$$

Utilizando a fórmula 221.01 da tabela de integrais[76]:

$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left| \frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right| \quad (\text{A.9})$$

$$\psi_{\text{lado vertical}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{r-b/2}^{b/2-r} \left[-\ln \frac{\left(Z + \frac{b}{2}\right) + \sqrt{\left(Z + \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2}}{Y} - \ln \frac{\left(\frac{b}{2} - Z\right) + \sqrt{\left(\frac{b}{2} - Z\right)^2 + Y^2}}{Y} \right] \Big|_r^{a-r} dZ \quad (\text{A.10})$$

Das propriedades das funções hiperbólicas, fórmula 700.1 de [76]:

$$\operatorname{arcsenh} \frac{x}{a} \equiv \ln \left(\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{a} \right) = -\operatorname{arcsenh} \left(-\frac{x}{a} \right) \quad (\text{A.11})$$

a equação A.10 pode ser reescrita e calculada nos limites:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{lado vertical}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{r-b/2}^{b/2-r} & \left[-\operatorname{arcsenh} \left(\frac{Z + \frac{b}{2}}{a-r} \right) - \operatorname{arcsenh} \left(\frac{\frac{b}{2} - Z}{a-r} \right) \right. \\ & \left. + \operatorname{arcsenh} \left(\frac{Z + \frac{b}{2}}{r} \right) + \operatorname{arcsenh} \left(\frac{\frac{b}{2} - Z}{r} \right) \right] dZ. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Para resolver a integral A.12, utiliza-se duas mudanças de variáveis, $\tau = Z + \frac{b}{2}$ e $\epsilon = \frac{b}{2} - Z$, resultando em:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{lado vertical}} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_r^{b-r} \left(-\operatorname{arcsenh} \frac{\tau}{a-r} + \operatorname{arcsenh} \frac{\tau}{r} \right) d\tau \\ &+ \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_r^{b-r} \left(-\operatorname{arcsenh} \frac{\epsilon}{a-r} + \operatorname{arcsenh} \frac{\epsilon}{r} \right) d\epsilon \\ \psi_{\text{lado vertical}} &= 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_r^{b-r} \left(-\operatorname{arcsenh} \frac{\tau}{a-r} + \operatorname{arcsenh} \frac{\tau}{r} \right) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Esta integral do arco seno hiperbólico, para $a > 0$, é dada fórmula 730 de [76]:

$$\int \operatorname{arcsenh} \frac{x}{a} dx = x \operatorname{arcsenh} \frac{x}{a} - \sqrt{x^2 + a^2}, \quad (\text{A.14})$$

e a equação A.14 pode ser reescrita e calculada nos limites como, chegando-se a:

$$\begin{aligned} \psi_{\text{lado vertical}} &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(-(b-r) \operatorname{arcsenh} \frac{l-r}{a-r} + \sqrt{(l-r)^2 + (a-r)^2} \right. \\ &+ (b-r) \operatorname{arcsenh} \frac{l-r}{r} - \sqrt{(l-r)^2 + (r)^2} + r \operatorname{arcsenh} \frac{r}{a-r} \\ &\left. - \sqrt{(r)^2 + (a-r)^2} - r \ln(1 + \sqrt{2}) + r \sqrt{2} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

O total é dado pela equação A.7, e os lados verticais contribuem com o dobro da equação A.15. Pela simetria do problema os lados horizontais resultarão em um resultado similar, bastando substituir o a pelo b .

Somando as quatro contribuições e dividindo pela corrente obtém-se:

$$\begin{aligned}
L = \frac{\mu_0}{\pi} & \left(-(b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{a-r} \right] (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{b-r} \right] + \right. \\
& +(b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{r} \right] + (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{r} \right] + r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{a-r} \right] + \\
& r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{b-r} \right] + 2\sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - 2\sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} \\
& \left. - 2\sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - 2r \log \left[1 + \sqrt{2} \right] + 2r \sqrt{2} \right). \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

Essa é a autoindutância de um único laço de corrente. Para considerar a contribuição das n voltas utiliza-se a aproximação que todos são os laços são idênticos e circundam o mesmo núcleo comum, e assim a autoindutância é multiplicada por n^2 [77].

E por fim soma-se a autoindutância interna do fio, de aproximadamente $0.5 \times 10^{-7} \text{H/m}$, obtida pela aplicação da lei de Ampère em um fio cilíndrico infinito na região interna ao fio. Para isso é considerado que a corrente que o atravessa é uniformemente distribuída pela sua seção transversal.

$$\begin{aligned}
L = n^2 \frac{\mu_0}{\pi} & \left(-(b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{a-r} \right] (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{b-r} \right] + \right. \\
& +(b-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{b-r}{r} \right] + (a-r) \operatorname{arcsenh} \left[\frac{a-r}{r} \right] + r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{a-r} \right] + \\
& r \operatorname{arcsenh} \left[\frac{r}{b-r} \right] + 2\sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - 2\sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} \\
& \left. - 2\sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - 2r \log \left[1 + \sqrt{2} \right] + 2r \sqrt{2} \right) + 2(a+b)n \frac{\mu_0}{8\pi}.
\end{aligned}$$

Essa equação é apresentada por PAUL [37] e utilizada nesse trabalho pois a equação de Neumann para a autoindutância implica na integração de um caminho nele mesmo, o que diverge quando é considerado um fio ideal unidimensional. Então é preciso fazer uma série de suposições para cálculo numérico computacional.

Apêndice B

Código para o Cálculo dos Parâmetros da Bobina em Formato de Oito

O software utilizado foi o Wolfram Mathematica[®], versão 11.3.0.0.

B.1 Bobina de Fluxo Nulo em Formato de Oito

Os limites de integração para o cálculo da indutância mútua: para a bobina inferior, largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $0 \rightarrow b$; para a bobina superior, largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $b + d \rightarrow 2b + d$.

```
In[1]:= n = 24 (*número de voltas, em unidades*);
 $\mu_0 = 4 \pi * 10^{-7}$  (*constante de permeabilidade magnética do vácuo, em N/A2*);
area = 0.0001 (*área da seção transversal, m2*);
rfio =  $\sqrt{\frac{\text{area}}{\text{Pi}}}$  (*raio da seção transversal do fio, em m*);
r = 4 * rfio (*diâmetro de dois fios, a ser subtraído da área interna da bobina, em m*);
a = 0.35 (*largura da bobina, em m*);
b = 0.34 (*altura da bobina, em m*);
d = 0.08 (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);
raio = 0.1 (*raio de curvatura do canto arredondado*);
ro = 3.1 * 10-8 (*resistividade elétrica do condutor, em  $\Omega \cdot m$ *);
comprimento = (2 * Pi * raio) + 2 * ((a - 2 raio) + (b - 2 raio))
              |número pi
              (*comprimento de uma volta, em m*);
```

$$\text{In[12]:= RESISTÊNCIA} = r_0 * \frac{n * \text{comprimento}}{\text{area}} * 10^3 \text{ (*em m}\Omega\text{*)}$$

Out[12]=

8.98989

$$\begin{aligned} \text{In[13]:= } L = & \left(n^2 \frac{\mu_0}{\text{Pi}} \left(- (b-r) \text{ArcSinh}\left[\frac{b-r}{a-r}\right] - (a-r) \text{ArcSinh}\left[\frac{a-r}{b-r}\right] + \right. \right. \\ & (b-r) \text{ArcSinh}\left[\frac{b-r}{r}\right] + (a-r) \text{ArcSinh}\left[\frac{a-r}{r}\right] + \\ & r \text{ArcSinh}\left[\frac{r}{a-r}\right] + r \text{ArcSinh}\left[\frac{r}{b-r}\right] + 2 \sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - \\ & 2 \sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} - 2 \sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - \\ & \left. \left. 2 r \text{Log}\left[1 + \sqrt{2}\right] + 2 r \sqrt{2}\right) + \text{comprimento } n \frac{\mu_0}{8 \pi} \right) * 10^6 \end{aligned}$$

(*autoindutância em μH *)

Out[13]=

287.262

$$\begin{aligned} \text{In[14]:= } \text{integralMUTUA} = & 2 * \left(\int_a^0 \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b+d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ & \left. \int_b^0 \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + a^2}} dy \right) dy1 + \int_0^b \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2}} dy \right) dy1 \right) + \\ & \int_0^a \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + d^2}} dx \right) dx1 + \int_a^0 \left(\int_a^0 \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (2b+d)^2}} dx \right) dx1 \end{aligned}$$

Out[14]=

0.368422

$$\text{In[15]:= } M = \frac{\mu_0 * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6 \text{ (*indutância mútua, em } \mu\text{H*)}$$

Out[15]=

21.2211

B.2 Configuração A

B.2.1 Parâmetros Bobinas Internas L1 e L4

Evaluation > Quit Kernel > Local

In[1]:= Assuming[{a, b, d} ∈ Reals && a > 0 && b > 0 && d > 0,
supondo números reais

$$\text{integralMUTUA} = 2 * \left(\int_a^0 \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b+d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ \left. \int_b^0 \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + a^2}} dy \right) dy1 + \int_0^b \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2}} dy \right) dy1 \right) + \\ \left. \int_0^a \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + d^2}} dx \right) dx1 + \int_a^0 \left(\int_a^0 \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (2b+d)^2}} dx \right) dx1 \right]$$

In[2]:= n = 12 (*número de voltas, em unidades*);
 $\mu_0 = 4 \pi * 10^{-7}$ (*constante de permeabilidade magnética do vácuo, em N/A²*);
 area = 0.0001 (*área da seção transversal, m²*);
 $r_{\text{fio}} = \sqrt{\frac{\text{area}}{\text{Pi}}}$ (*raio da seção transversal do fio, em m*);
 r = 2 * r_{fio} (*diâmetro de um fio, a ser subtraído da área interna da bobina, em m*);
 a = 0.35 - 2 r (*largura da bobina, em m*);
 b = 0.34 - 2 r (*altura da bobina, em m*);
 d = 0.08 + 2 r (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);
 raio = 0.1 - r (*raio de curvatura do canto arredondado*);
 $\rho_0 = 3.1 * 10^{-8}$ (*resistividade elétrica do condutor, em Ω.m*);
 comprimento = (2 * Pi * raio) + 2 * ((a - 2 raio) + (b - 2 raio))
número pi
 (*comprimento de uma volta, em m*);

In[13]:= $M = \frac{\mu_0 * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6$ (*indutância mútua, em μH*)

Out[13]=
 3.58819

In[14]:= RESISTÊNCIA = $\rho_0 * \frac{n * \text{comprimento}}{\text{area}} * 10^3$ (*em mΩ*)

Out[14]=
 4.2312

$$\begin{aligned}
\text{In[16]:= } L = & \left(n^2 \frac{\mu_0}{\text{Pi}} \left(- (b-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b-r}{a-r} \right] - (a-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a-r}{b-r} \right] + \right. \right. \\
& (b-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b-r}{r} \right] + (a-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a-r}{r} \right] + \\
& r \text{ArcSinh} \left[\frac{r}{a-r} \right] + r \text{ArcSinh} \left[\frac{r}{b-r} \right] + 2 \sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - \\
& 2 \sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} - 2 \sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - \\
& \left. \left. 2 r \text{Log} \left[1 + \sqrt{2} \right] + 2 r \sqrt{2} \right) + \text{comprimento } n \left(\frac{\mu_0}{8 \pi} \right) * 10^6 \right. \\
& \left. (*\text{autoindutância em } \mu\text{H}*) \right)
\end{aligned}$$

Out[16]=
92.5266

B.2.2 Parâmetros das Bobinas Externas L2 e L3

```

In[17]:= n = 12 (*número de voltas, em unidades*);
mu_0 = 4 pi * 10^-7 (*constante de permeabilidade magnética do vácuo,
em N/A^2*);
area = 0.0001 (*área da seção transversal, m^2*);
rfio = sqrt(area/Pi) (*raio da seção transversal do fio, em m*);
r = 2 * rfio (*diâmetro de um fio, a ser subtraído da área
interna da bobina, em m*);
a = 0.35 + 2 r (*largura da bobina, em m*);
b = 0.34 + 2 r (*altura da bobina, em m*);
d = 0.08 - 2 r (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);
raio = 0.1 + r (*raio de curvatura do canto arredondado*);
ro = 3.1 * 10^-8 (*resistividade elétrica do condutor, em Ω.m*);
comprimento = (2 * Pi * raio) + 2 * ((a - 2 raio) + (b - 2 raio))
(*comprimento de uma volta, em m*);

```

```

In[28]:= RESISTÊNCIA = ro * (n * comprimento) / area * 10^3 (*em mΩ*)

```

Out[28]=
4.75869

$$\begin{aligned}
 \text{In[29]:= } L = & \left(n^2 \frac{\mu_0}{\text{Pi}} \left(- (b - 3r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b - 3r}{a - 3r} \right] - (a - 3r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a - 3r}{b - 3r} \right] + \right. \right. \\
 & (b - 3r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b - 3r}{3r} \right] + (a - 3r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a - 3r}{3r} \right] + \\
 & 3r \text{ArcSinh} \left[\frac{3r}{a - 3r} \right] + 3r \text{ArcSinh} \left[\frac{3r}{b - 3r} \right] + 2 \sqrt{(b - 3r)^2 + (a - 3r)^2} - \\
 & 2 \sqrt{(a - 3r)^2 + (3r)^2} - 2 \sqrt{(b - 3r)^2 + (3r)^2} - \\
 & \left. \left. 6r \text{Log} \left[1 + \sqrt{2} \right] + 6r \sqrt{2} \right) + \text{comprimento } n \frac{\mu_0}{8\pi} \right) * 10^6
 \end{aligned}$$

(*autoindutância em μH *)

Out[29]=

61.1523

$$\begin{aligned}
 \text{In[30]:= } \text{integralMUTUA} = & 2 * \left(\int_a^0 \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x - x1)^2 + (b + d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\
 & \left. \int_b^0 \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y - y1)^2 + a^2}} dy \right) dy1 + \int_0^b \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y - y1)^2}} dy \right) dy1 \right) + \\
 & \int_0^a \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x - x1)^2 + d^2}} dx \right) dx1 + \int_a^0 \left(\int_a^0 \frac{1}{\sqrt{(x - x1)^2 + (2b + d)^2}} dx \right) dx1
 \end{aligned}$$

Out[30]=

0.555649

$$\text{In[32]:= } \text{MUTUATOTAL} = \frac{\mu_0 * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6$$

Out[32]=

8.00135

B.2.3 Indutância Mútua entre Bobinas Interna e Externa Não Concêntricas

O cálculo da indutância mútua entre as bobinas interna L_1 e externa L_2 é idêntico ao cálculo da indutância mútua entre as bobinas interna L_4 e externa L_3 . Os limites de integração da bobina interna, largura: $4r \rightarrow a$ e altura: $b + d + 4r \rightarrow 2b + d$. Os limites de integração da bobina externa, largura: $0 \rightarrow a + 4r$ e altura: $0 \rightarrow b + 4r$.

Evaluation > Quit Kernel > Local

In[1]:= Assuming[{a, b, d, r} ∈ Reals && r > 0 && b > 0 && a > 4 r && d > 4 r,
supondo | números reais

integralMUTUA =

$$2 * \left(\int_{(2*b)+d}^{b+(4*r)+d} \left(\int_{\emptyset}^{b+(4*r)} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + (4*r)^2}} dy \right) dy1 + \right. \\ \left. \int_{b+(4*r)+d}^{(2*b)+d} \left(\int_{\emptyset}^{b+(4*r)} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + a^2}} dy \right) dy1 + \right. \\ \left. \int_{(4*r)}^a \left(\int_{a+(4*r)}^{\emptyset} \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b+(4*r)+d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ \left. \int_a^{(4*r)} \left(\int_{a+(4*r)}^{\emptyset} \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + ((2*b)+d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ \left. \int_{(4*r)}^a \left(\int_{\emptyset}^{a+(4*r)} \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + d^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ \left. \int_a^{(4*r)} \left(\int_{\emptyset}^{a+(4*r)} \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b-(4*r)+d)^2}} dx \right) dx1 \right]$$

In[2]:= n = 12 (*número de voltas, em unidades*);
 $\mu_0 = 4 \pi * 10^{-7}$ (*constante de permeabilidade magnética do vácuo, em N/A²*);
area = 0.0001 (*área da seção transversal, m²*);
 $r = \sqrt{\frac{\text{area}}{\text{Pi}}}$ (*raio da seção transversal do fio, em m*);
a = 0.35 (*largura da bobina, em m*);
b = 0.34 (*altura da bobina, em m*);
d = 0.08 (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);

$$\text{MUTUATOTAL} = \frac{\mu_0 * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6$$

Out[9]= 5.26172

B.2.4 Indutância Mútua entre Bobinas Interna e Externa Concêntricas

O cálculo da indutância mútua entre as bobinas interna L_1 e externa L_3 é idêntico ao cálculo da indutância mútua entre as bobinas interna L_4 e externa L_2 . Como o fluxo que atravessa as bobinas interna e externa da mesma alça é igual, a indutância mútua foi obtida pela média geométrica das duas indutâncias individuais.

```
In[1]:= L1 = 92.52659690268469; (*bobina interna, igual a L4, em μH*)
L3 = 61.15227077014401; (*bobina externa, igual a L2, em μH*)
M = √(L1 * L3) (*indutância mútua, em μH*)
```

Out[3]= 75.2211

B.3 Configuração B

B.3.1 Parâmetros das Bobinas L1, L2, L3 e L4

```
In[1]:= n = 12 (*número de voltas, em unidades*);
μ₀ = 4 π * 10⁻⁷ (*constante de permeabilidade magnética do vácuo,
em N/A²*);
area = 0.0001 (*área da seção transversal, m²*);
rfio = √(area / Pi) (*raio da seção transversal do fio, em m*);
r = 4 * rfio (*diâmetro de dois fios, a ser subtraído da área
interna da bobina, em m*);
a = 0.35 (*largura da bobina, em m*);
b = 0.34 (*altura da bobina, em m*);
(*d=0.08, distância entre a bobina superior e inferior, em m*)
raio = 0.1 (*raio de curvatura do canto arredondado*);
ro = 3.1 * 10⁻⁸ (*resistividade elétrica do condutor, em Ω.m*);
comprimento = (2 * Pi * raio) + 2 * ((a - 2 raio) + (b - 2 raio))
| número pi
(*comprimento de uma volta, em m*);
```


$$\text{In[11]:= RESISTÊNCIA} = \rho_0 * \frac{n * \text{comprimento}}{\text{area}} * 10^3 \text{ (*em m}\Omega\text{*)}$$

Out[11]=
4.49494

$$\begin{aligned} \text{In[12]:= } L = & \left(n^2 \frac{\mu_0}{\pi} \left(- (b-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b-r}{a-r} \right] - (a-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a-r}{b-r} \right] + \right. \right. \\ & (b-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{b-r}{r} \right] + (a-r) \text{ArcSinh} \left[\frac{a-r}{r} \right] + \\ & r \text{ArcSinh} \left[\frac{r}{a-r} \right] + r \text{ArcSinh} \left[\frac{r}{b-r} \right] + 2 \sqrt{(b-r)^2 + (a-r)^2} - \\ & 2 \sqrt{(a-r)^2 + (r)^2} - 2 \sqrt{(b-r)^2 + (r)^2} - \\ & \left. \left. 2r \text{Log} \left[1 + \sqrt{2} \right] + 2r \sqrt{2} \right) + \text{comprimento } n \frac{\mu_0}{8\pi} \right) * 10^6 \\ & \text{(*autoindutância em } \mu\text{H*)} \end{aligned}$$

Out[12]=
72.178

B.3.2 Indutância Mútua entre Bobinas Concêntricas

O cálculo da indutância mútua entre as bobinas concêntricas da alça superior L_1 e L_3 é idêntico ao cálculo da indutância mútua entre as bobinas da alça inferior L_2 e L_4 . Como o fluxo que atravessa as bobinas da mesma alça é o mesmo, a indutância mútua foi obtida pela média geométrica das duas indutâncias individuais. Logo, o valor da mútua é de $72.18 \mu\text{H}$.

B.3.3 Indutância Mútua entre Bobinas L1 e L4

O cálculo da indutância mútua entre as bobinas L_1 da alça superior e L_4 da alça inferior é idêntico ao cálculo da indutância mútua entre as bobinas L_2 da alça inferior e L_3 da alça superior. Os limites de integração da bobina inferior, largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $0 \rightarrow b$. Os limites de integração da bobina superior, largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $b + d \rightarrow 2b + d$.

$$\begin{aligned} \text{In[1]:= } \mu_0 = & 4\pi * 10^{-7} \text{ (*constante de permeabilidade magnética do vácuo,} \\ & \text{em N/A}^2\text{*)}; \\ a = & 0.35 \text{ (*largura da bobina, em m*)}; \\ b = & 0.34 \text{ (*altura da bobina, em m*)}; \end{aligned}$$

d = 0.08 (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);
n = 12 (*número de voltas, em unidades*);

$$\begin{aligned} \text{In[6]:= integralMUTUA} = & 2 * \left(\int_a^0 \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b+d)^2}} dx \right) dx1 + \right. \\ & \int_b^0 \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + a^2}} dy \right) dy1 + \int_0^b \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2}} dy \right) dy1 \left. + \right. \\ & \left. \int_0^a \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + d^2}} dx \right) dx1 + \int_a^0 \left(\int_a^0 \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (2b+d)^2}} dx \right) dx1 \right) \end{aligned}$$

Out[6]= 0.368422

$$\text{In[7]:= MUTUATOTAL} = \frac{\mu_0 * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6$$

Out[7]= 5.30528

B.3.4 Indutância Mútua entre Bobinas L1 e L2

O cálculo da indutância mútua entre as bobinas L_1 da alça superior e L_2 da alça inferior é idêntico ao cálculo da indutância mútua entre as bobinas L_3 da alça superior e L_4 da alça inferior. Os limites de integração da bobina L_1 , largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $b + d \rightarrow 2b + d$. Os limites de integração da bobina L_2 , largura: $0 \rightarrow a$ e altura: $0 \rightarrow b$. Elas estão contidas em planos paralelos que distam entre si 2.93 cm.

In[1]:= $\mu_0 = 4 \pi * 10^{-7}$ (*constante de permeabilidade magnética do vácuo,
em N/A^2 *);
a = 0.35 (*largura da bobina, em m*);
b = 0.34 (*altura da bobina, em m*);
d = 0.08 (*distância entre a bobina superior e inferior, em m*);
n = 12 (*número de voltas, em unidades*);
area = 0.0001 (*área da seção transversal, m^2 *);
rfio = $\sqrt{\frac{\text{area}}{\text{Pi}}}$ (*raio da seção transversal do fio, em m*);
e = 3 * (2 * rfio) * Sin[60 Degree]
|seno |grau
(*distância entre os planos que contém as duas bobinas, em m*);

$$\text{In[9]:= integralMUTUA} = 2 * \left(\int_a^0 \left(\int_0^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (b+d)^2 + e^2}} dx \right) dx1 + \right.$$

$$\int_b^{\theta} \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + a^2 + e^2}} dy \right) dy1 + \int_{\theta}^b \left(\int_{2*b+d}^{b+d} \frac{1}{\sqrt{(y-y1)^2 + e^2}} dy \right) dy1 +$$

$$\int_{\theta}^a \left(\int_{\theta}^a \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + d^2 + e^2}} dx \right) dx1 + \int_a^{\theta} \left(\int_a^{\theta} \frac{1}{\sqrt{(x-x1)^2 + (2b+d)^2 + e^2}} dx \right) dx1$$

Out[9]= 0.337721

$$\text{In[10]:= MUTUATOTAL} = \frac{\mu_{\theta} * n^2}{4 * \text{Pi}} * \text{integralMUTUA} * 10^6$$

Out[10]=

4.86318