UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

DERIVATIVOS FINANCEIROS: OPÇÕES FINANCEIRAS COMO INSTRUMENTO DE HEDGE

Ciências Econômicas

Camila Coelho Duque

Matrícula nº: 103141539

Orientador: Eduardo Pontual Ribeiro

Outubro de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

DERIVATIVOS FINANCEIROS: OPÇÕES FINANCEIRAS COMO INSTRUMENTO DE HEDGE

Ciências Econômicas

Camila Coelho Duque

Matrícula nº: 103141539

Orientador: Eduardo Pontual Ribeiro

Outubro de 2011

AGRADECIMENTOS

A meus pais, que sempre me incentivaram e me mostraram que para uma vida plena basta ter coragem, ética e amor.

Aos meus familiares, que cuidaram de mim com tanto carinho e sempre fizeram eu me sentir tão especial e querida.

Aos amigos: Miria, Joana, Raphael, Pedro e Augusto, por estarem ao meu lado, literal e figurativamente, nos momentos mais importantes da minha vida. O tempo pode passar, milhas e milhas de distância podem surgir e ainda assim eu irei carregar todos vocês no meu coração e nas minhas melhores memórias. Obrigado por me mostrarem que a vida vale mais a pena quando se tem com quem compartilhá-la.

À todos os professores que tive ao longo desta jornada, em especial Ronaldo Fiani e Lúcia Kubrusly, que sempre me incentivaram e demonstraram carinho e paciência comigo.

Ao meu orientador, professor Eduardo Pontual, que de uma forma tão compreensiva e solidária me orientou e guiou até a conclusão deste trabalho.

Em especial à Carlos Othon, uma presente de Deus na minha vida e de minha mãe também.

Por fim, agradeço à boa música, minha companheira inseparável em momentos de estudo, viagens e diversão. Como diriam os Rolling Stones: *"You can't always get what you want, but if you try, sometimes you might find you get what you need."*

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor.

RESUMO

O objetivo central desta monografia é ilustrar a viabilidade do uso de opções financeiras como instrumentos de mitigação de risco no mercado financeiro. As estratégias de hedge apresentadas neste trabalho visam exemplificar como opções podem ser utilizadas para redução de riscos e custos de quem tem, por exemplo, uma ação ou de quem faz a contraparte através de outras opções.

SÍMBOLOS, ABREVIATURAS, SIGLAS E CONVENÇÕES

ITM	*In-The-Money*
ATM	*At-The-Money*
OTM	*Out-Of-The-Money*
BM&FBOVESPA	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo
CBOT	Chicago Board of Trade
CME	Chicago Mercantile Exchange
WTI	West Texas Intermediate
NYMEX	New York Mercantile Exchange
NYSE	New York Stock Exchange
IE	Instituto de Economia
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

ÍNDICE

INTRODUÇÃO **8**

CAPÍTULO I - O MERCADO DE DERIVATIVOS FINANCEIROS **9**

I.1 - DERIVATIVOS 9
I.1.1 - Contratos a termo *10*
I.1.2 - Contratos futuros *12*
I.1.3 - Swaps *15*
I.1.4 - Opções *16*
I.1.5 - Ambientes de negociação *17*
I.2 - AGENTES NO MERCADO DE DERIVATIVOS ..... **ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.**
I.2.1 - Hedgers, Especuladores, Arbitradores e Market makers ..... ***Error! Bookmark not defined.***
I.2.2 - Corretoras e Câmaras de compensação ..... ***Error! Bookmark not defined.***

CAPÍTULO II - OPÇÕES FINANCEIRAS **21**

II.1 - TIPOS DE OPÇÕES 21
II.2 - POSIÇÕES EM OPÇÕES 23
II.3 - CONCEITO IN THE MONEY, AT THE MONEY E OUT OF THE MONEY 25
II.4 - VARIÁVEIS QUE AFETAM O PREÇO DE UMA OPÇÃO 25
II.5 - MODELOS DE PRECIFICAÇÃO 28
II.5.1 - Modelo binomial *29*
II.5.2 - Modelo Black & Scholes *32*
II.5.2.1 - Definição *32*
II.5.2.2 - Equação de Black & Scholes para Call e Put *33*
II.5.2.3 - Letras Gregas *33*

CAPÍTULO III - REDUÇÃO DA EXPOSIÇÃO AO RISCO **41**

III.1 - EXEMPLOS PRÁTICOS DE UTILIZAÇÃO DAS GREGAS NO HEDGE DE OPÇÕES 41
III.1.1 - Delta hedging *42*
III.1.2 - Delta Gamma hedging *43*
III.1.3 - Delta Gamma Vega hedging *45*
III.2 - EXEMPLO DE HEDGE DE AÇÃO UTILIZANDO OPÇÕES 47
III.3 - TESTE COM CARTEIRA DE OPÇÕES 51

CONCLUSÃO **56**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **58**

LISTA DE GRÁFICOS, TABELAS E EQUAÇÕES

Equação 1 11
Equação 10 34
Equação 11 35
Equação 12 36
Equação 13 37
Equação 14 38
Equação 15 39
Equação 16 41
Equação 17 46
Equação 18 46
Equação 2 11
Equação 3 14
Equação 4 30
Equação 5 31
Equação 6 31
Equação 7 31
Equação 8 31
Equação 9 34
Figura 1 16
Figura 2 24
Figura 3 30
Figura 4 35
Figura 5 36
Figura 6 37
Figura 7 57
Gráfico 1 12
Gráfico 2 22
Tabela 1 13
Tabela 10 48
Tabela 11 49
Tabela 2 15
Tabela 3 23
Tabela 4 25
Tabela 5 28
Tabela 6 38
Tabela 7 43
Tabela 8 45
Tabela 9 48

INTRODUÇÃO

O investimento em ativos financeiros de renda variável implica em riscos constantes dada a volatilidade do próprio ativo e do mercado como um todo. Fatores políticos e econômicos mundiais afetam diretamente a tendência de comportamento dos mercados tanto quanto decisões corporativas. Visando mitigar os riscos incorridos na compra, por exemplo, de uma ação, diversos investidores realizam o hedge destas posições através de opções financeiras, sendo este portanto o foco principal deste estudo.

Esta monografia apresenta o conceito de derivativos financeiros, sua natureza e suas modalidades, destacando as opções financeiras como intrumento de hedge. No capítulo 2 são apresentados dois dos modelos mais utilizados de precificação de opções, Binomial e Black & Scholes, além da definição das gregas.

No capítulo 3 são expostos exemplos e testes da utilização de opções na redução do risco em uma carteira de ações ou de opções. No caso da carteira de ações, escolhemos a ação da Petrobrás, PETR4, e mostramos como é possível através da combinação entre uma opção de venda e outra de compra, ambas com mesmo vencimento, reduzir o risco da exposição a este ativo e também os custos do próprio hedge através da estratégia *zero-cost collar*.

Testamos também de que forma a contraparte deste exemplo, ou seja, um investidor ou market maker que negocia apenas opções, poderia mitigar seus riscos. O hedge de uma carteira de opções pode ser feito através da estratégia *delta-gamma-vega neutral*, onde o agente deve montar um novo portfólio contendo outras opções de mesma natureza que, reduzindo seu custo, neutralizem o risco da sua carteira inicial.

Através das idéias apresentadas e discutidas neste trabalho será ilustrada a viabilidade da redução do risco de uma ação através de opções financeiras.

CAPÍTULO I – O MERCADO DE DERIVATIVOS FINANCEIROS

I.1 – Derivativos

A palavra ativo é utilizada no mercado financeiro para representar algo cuja propriedade confere ao seu dono o direito a uma soma monetária positiva, enquanto o termo passivo significa que o seu detentor tem uma obrigação financeira e portanto tem um valor monetário negativo (CHANCE, 2008).

No mercado mobiliário, operações de compra e venda ocorrem de forma que o ativo-objeto, por exemplo: ações de empresas listadas em bolsa, sejam entregues ao proprietário quase que imediatamente ou em um prazo de no máximo 3 dias (D+3). A liquidação financeira, pagamento e recebimento, destas operações também é feita no ato de compra e venda da mesma. Devido a estas características: compra/venda, pagamento/recebimento e transferência de custódia do ativo, tudo quase que imediatamente, este mercado é chamado de mercado à vista, *spot* ou mercado *cash*.

Há outros mercados onde o bem ou o ativo negociado deverá ser entregue apenas em uma data futura. Nestes mesmos mercados também há a possibilidade de mesmo após negociados um contrato, se optar por efetivar ou não a operação até uma data limite. Estes mercados onde os prazos e termos contratuais são mais flexíveis, são conhecidos como mercados de derivativos.

Derivativo é um instrumento financeiro que deriva ou depende do valor de outro ativo ou instrumento financeiro de referência, também chamado de ativo objeto ou ativo subjacente, que justifica a sua existência e que se caracteriza, geralmente, como um contrato padronizado, negociado entre os agentes em mercados secundários organizados ou contrato *ad hoc* entre as partes, seja com a finalidade de obtenção de ganho especulativo ou (e principalmente) como *hedge* (proteção) contra possíveis perdas no

valor do ativo ou instrumento financeiro de referência. (LOPES; LIMA, 2003; FORTUNA, 2008)

A literatura se refere à derivativos como contratos pois estes instrumentos financeiros representam um acordo entre duas partes – comprador e vendedor – na qual cada parte tem direitos e deveres definidos. Estes contratos são precificados e seguindo a lógica da maximização o comprador visa sempre comprar ao menor preço possível praticado pelo mercado enquanto o vendedor almeja vender sempre ao máximo preço ofertado.

Após a crise financeira mundial de 2008 muitos autores começaram a questionar os riscos envolvendo a especulação praticada através de derivativos financeiros, entretanto os primeiros derivativos financeiros de que se tem conhecimento histórico foram negociados no século XVII e visavam simplesmente o gerenciamento de risco (*hedge*), principalmente aqueles inerentes a produção.

I.1.1 – Contratos a termo

Chance (2008) define contratos a termo como sendo um contrato entre duas partes no qual ambos concordam que em uma data futura, a parte compradora irá pagar a parte vendedora uma soma em dinheiro e irá receber um ativo em troca. Este ativo pode ser uma ação, outra moeda, uma opção ou até mesmo apenas o valor em dinheiro que representa o valor atual deste ativo anteriormente negociado e definido em contrato. Contratos a termo podem ser estabelecidos entre pessoas físicas e entre pessoas jurídicas e no caso do mercado brasileiro tais contratos podem ser negociados em bolsa e no mercado de balcão (BM&FBOVESPA, 2011).

A parte contratante que se compromete a comprar o ativo objeto especificado na data definida pelo preço combinado, assume uma posição comprada de acordo com Hull

(1997), enquanto que a contraparte assume uma posição vendida e portanto concorda em vender o ativo determinado na mesma data e pelo mesmo preço. O autor ainda denomina este preço definido em contrato como preço de entrega (*delivery price*).

O preço de entrega de um contrato a termo é obtido a partir do preço do ativo objeto no mercado à vista mais o custo de oportunidade, custo este também denominado como custo de carregamento (*carrying costs*) (CHANCE, 2008, pág. 107). Este custo de oportunidade inclui custos tais como estocagem e também o efeito da taxa de juros livre de risco ao longo do período de vigência do contrato.

A equação 1 expressa abaixo determina o retorno financeiro de uma posição comprada em um contrato a termo, isto é, a parte compradora do contrato firmado:

$$Y = S_t - K \tag{1}$$

Onde:

Y: retorno, S_t: preço no mercado a vista (*spot market*) do ativo objeto na data de vencimento do contrato a termo, K: preço de entrega (*delivery price*).

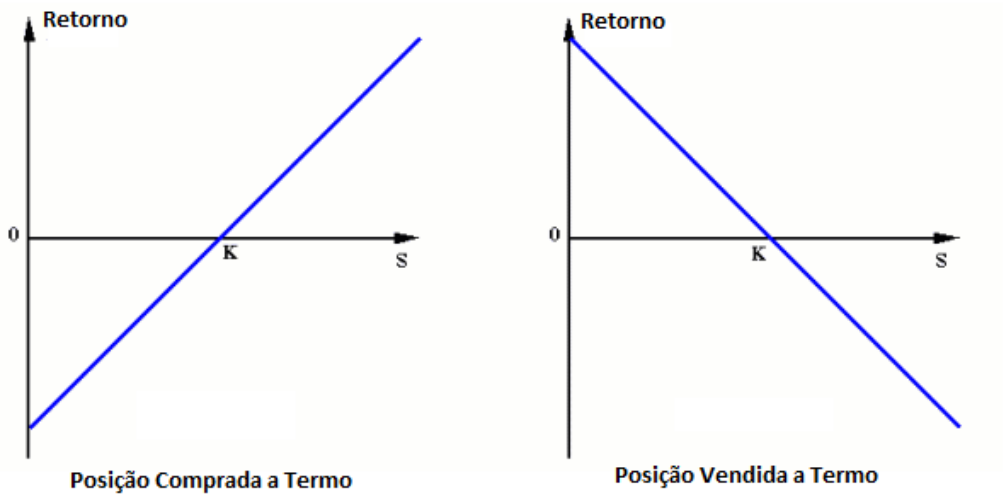
Seguindo o mesmo raciocínio, a equação 2 ilustra o retorno esperado pela contraparte, ou seja, o detentor da posição vendida.

$$Y = K - S_t \tag{2}$$

O gráfico abaixo ilustra perfeitamente as equações 1 e 2 mencionadas anteriormente. Podemos observar o retorno (*payoff*) de uma posição comprada e de uma

posição vendida em um contrato a termo. O eixo horizontal representa o preço do ativo objeto no mercado a vista no vencimento do contrato, enquanto o eixo vertical mostra o resultado financeiro do termo ao ser exercido.

Gráfico 1



Fonte: HULL, 1997, página 4

Sendo assim concluimos que se S_t, o preço do ativo objeto no mercado a vista na data de vencimento do termo, for maior que K, o preço de entrega, o detentor da posição comprada será positivo, enquanto o retorno da contraparte, o agente que detém a posição vendida neste caso, será negativo.

I.1.2 – Contratos futuros

O mercado de futuros surgiu visando permitir uma maior liquidez na negociação de contratos a termo. A natureza de um contrato futuro é similar a de um contrato a termo, ou seja, há a definição de data futura específica e compromisso de compra ou venda do ativo a um determinado preço também. A diferença é que nas operações com

futuros, os contratos são padronizados e a compra e a venda destes derivativos financeiros ocorre em bolsas de valores. No Brasil, a BM&FBOVESPA, Bolsa de valores, mercadorias e futuros de São Paulo é a entidade responsável pela compensação e liquidação física e financeira destes tipos de contratos (BESSADA *ET AL*., 2005).

Ao definir um novo contrato futuro a bolsa fica responsável por especificar os termos do acordo entre as partes envolvidas. Isto é, ela deve especificar o ativo, o lote do contrato (quanto do ativo objeto será entregue sob cada um dos contratos) e quando e onde será realizada a entrega deste ativo. No caso de commodities a bolsa fica responsável também por especificar os tipos aceitáveis de mercadorias pois podem existir variações na qualidade de um mesmo produto. Um bom exemplo é o contrato futuro de café arábica negociado no Brasil, especificado pela BM&FBOVESPA (2011) conforme tabela abaixo.

Tabela 2

Contrato Futuro de Café Arábica

Início das negociações	8 de dezembro de 1999
Objeto de negociação	Café arábica em grão, tipo 6 ou melhor, bebida dura ou melhor
Tamanho do contrato	100 sacas de 60kg líquidos
Cotação	Dólares dos Estados Unidos da América por saca de 60kg líquidos
Lote padrão	1
Último dia de negociação	6º dia útil anterior ao último dia do mês do vencimento do contrato
Meses de vencimento	Março, maio, julho, setembro e dezembro
Locais de entrega	Armazéns credenciados pela BM&F. No caso de entrega em localidade diferente do município de São Paulo (SP), haverá dedução do custo de frete para apuração do valor de liquidação .
Primeiro dia do Aviso de Entrega	1º dia do mês de vencimento
Último dia do Aviso de Entrega	7º dia útil anterior ao último dia do mês de vencimento
Liquidação	A liquidação financeira da entrega será realizada no 3º dia útil subseqüente ao dia de alocação do Aviso de Entrega pelo comprador.

Fonte: Site da BM&FBOVESPA, acessado em 06/10/2011

Uma diferença interessante entre o contrato futuro e o a termo é que no primeiro existem ajustes diários no preço, enquanto que no segundo não. A bolsa de mercadorias

e futuros onde estes contratos são negociados calcula o chamado ajuste diário, que é geralmente estabelecido pela média ponderada dos negócios realizados nos últimos 15 minutos do pregão, sendo que em alguns casos o ajuste pode até mesmo ser o próprio preço de fechamento do contrato.

A equação 3 pode ser utilizada para se encontrar o valor do ajuste diário de um contrato futuro.

$$AD = (Pa - Pc) \cdot M \cdot n \qquad (3)$$

Onde:

AD: valor do ajuste diário, na moeda local, Pa: preço de ajuste do contrato em pontos, Pc: preço da operação em pontos, M: Multiplicador do contrato, n: quantidade de contratos.

Podemos aplicar a equação 3 ao seguinte exemplo: Compra de 10 contratos de índice futuro ao preço de 51,000 e no encerramento do pregão o preço fechou em 51,300. Portanto o ajuste diário será: AD = (51,300 – 51,000) . 5 . 10, AD = 300 . 15, AD = 4,500.

Neste caso o multiplicador (M) utilizado foi 5 de acordo com a atual especificação de contrato de futuro do índice Ibovespa disponível no site da BMF&BOVESPA (2011). Este multiplicador nada mais é do que o valor em reais de cada ponto de índice. Neste exemplo como o preço do contrato futuro subiu ao longo do dia, deverá haver um crédito de R$4,500 na conta do agente que comprou estes 10 contratos futuros. Na prática isto funciona como se todo dia a sua posição fosse encerrada pelo preço de fechamento, realizando diariamente um lucro ou prejuízo e iniciando o dia seguinte com o seu futuro precificado ao fechamento do dia anterior.

A tabela 2 apresenta de forma simples as diferenças mais importantes entre os contratos futuro e a termo.

Tabela 2 – Comparação entre contratos a termo e futuro

CONTRATO A TERMO	CONTRATO FUTURO
Contrato particular entre duas partes	Negociado em bolsa
Não padronizado	Padronizado
Uma só data de entrega acordada	Várias datas de entrega
Ajustado no vencimento	Ajustado diariamente
Entrega ou liquidação financeira final	Encerrado geralmente antes do vencimento

Fonte: Hull, 1997, página 45

I.1.3 – Swaps

Swaps são provavelmente a forma mais utilizada de derivativos financeiros. *Swap* é um contrato fnanceiro entre duas partes na qual uma das partes se compromete a realizar uma série de pagamentos à contraparte, enquanto este por sua vez se compromete a fazer o mesmo,ou seja, é um acordo privado entre partes para a troca futura de fluxos de caixa em datas pré-estabelecidas. (CHANCE, 2008) Esta troca de fluxos é definida a partir de fórmulas específicas e diferentes para cada um dos agentes, visando a troca de rentabilidade ou de indexadores entre as partes. Assim como no mercado a termo os agentes determinam prazo, valor e forma de correção, no mercado de *swaps* ocorre o mesmo.

Um dos tipos mais comuns de swaps no mercado financeiro é o *interest rate swap* ou *swap* de taxa de juros, onde há um fluxo de pagamentos entre as partes sendo que um dos agentes tem seu fluxo indexado a uma taxa de juros flutuante, por exemplo a LIBOR (London Interbank Offered Rate - taxa de juro de referência, para empréstimos nos mercados financeiros internacionais) (TAN, 2010) enquanto a

contraparte é indexada a uma taxa de juros pré fixada. Este instrumento é denominado *plain vanilla swap*. O cálculo dos fluxos é feito com base em um montante teórico, chamado nocional, definido na criação do swap assim como as datas e a moeda para pagamento destes mesmos fluxos.

Figura 1

Fonte: Figura elaborada pela autora

Swaps são provavelmente o tipo de derivativo que permite o maior número de variações em sua fórmula, possibilitando assim um alto nível de liberdade na criação de instrumentos financeiros exóticos e extremamente complexos. Alguns exemplos são swaps envolvendo opções ou um nocional que varia ao longo da vida do swap.

I.1.4 – Opções

O conceito geral de opções não surgiu apenas no século XX com a criação das bolsas de mercadorias e futuros. As primeiras opções descritas na literatura datam na verdade da Grécia antiga, onde produtores utilizavam opções para especular no mercado

de azeitonas. Durante o inverno o proprietário das prenssas de azeitona vendia o direito à outros produtores de utilizar suas prenssas durante a época da colheita. Através deste acordo, o dono das prenssas conseguia gerar receita mesmo fora da alta temporada. O comprador do direito de utilização da prenssa garantia seu acesso durante a temporada de colheita, onde a demanda seria maior e poderia fazer com que ou ele não encontrasse prenssas disponíveis ou ficasse sujeito a preços elevados pela alta procura. Caso a colheita fosse acima das expectativas, o titular desta opção poderia inclusive revender este direito de uso das prenssas à outro interessado e obter um lucro financeiro na operação.

Chance (2008) define objetivamente o que são contratos de opções financeiras: "Uma opção é um contrato entre duas partes na qual uma das partes, o comprador, paga um montante em dinheiro, o preço da opção ou prêmio, à outra parte, o vendedor, e recebe o direito de comprar ou vender o ativo objeto a um preço definido em um período determinado". A partir desta definição podemos concluir que opções são estruturalmente diferentes de futuros e contratos a termo, pois no primeiro caso o titular tem o direito de fazer algo, sem a obrigação de exercício de tal direito. Nos outros casos, futuros e termos, ambas as partes se comprometem a realizar a operação contratada na data do vencimento do derivativo.

I.2 – Agentes no mercado de derivativos

Conforme exposto anteriormente, derivativos podem ser negociados em mercados secundários ou diretamente entre agentes através de contratos. Estes agentes podem ser pessoas físicas, instituições financeiras, empresas e fundos de investimento dentre outros.

Lopes e Lima (2003) explicam que tais instrumentos podem ter como objetivo auferir lucros através da flutuação de preços e taxas no mercado (*trading instruments*), o que gera consequentemente um aumento no risco de prejuízos com estas mesmas

operações, assim como podem visar também a proteção do agente (hedging instruments) contra perdas financeiras advindas das mesmas flutuações de taxas e preços.

Os principais agentes econômicos, segundo Lopes e Lima (2003), que operam no mercado de derivativos são: clientes, corretoras e a câmara de compensação (*clearing house*). Os clientes podem ser subdividos em quatro tipos: *hedgers*, especuladores, arbitradores e *market makers*.

I.2.1 – Hedgers, Especuladores, Arbitradores e *Market makers*

Os hedgers têm como objetivo a redução do risco ao qual já estão submetidos caso as variáveis de mercado se alterem. A estratégia de hedge com o uso de derivativos financeiros não garante ao agente que seu resultado será melhor, ele apenas o torna mais previsível e limita suas perdas dependendo do derivativo utilizado conforme ilustrado no exemplo a seguir.

Suponhamos uma empresa com passivo indexado a Dólares Americanos (US$) e ativo em Reais (R$), e uma parcela deste passivo será quitada em 120 dias. A partir destas informações a empresa percebe que está sujeita ao risco da variação na taxa de câmbio entre R$ e US$ ao longo deste período. Visando se proteger dos efeitos de uma taxa de câmbio flutuante, a empresa decide utilizar intrumentos derivativos para proteger seu patrimônio. A empresa pode *hedgear*-se através de um contrato a termo ou adquirindo uma opção de compra de dólar, ambos com vencimento em 120 dias. No caso do contrato a termo, não há um desembolso inicial de dinheiro, e a empresa se compromete a comprar dólares pelo preço estabelecido em contrato, independentemente se na data de exercício do termo o preço no mercado à vista é menor, o que geraria prejuízos, ou maior. No caso de uma opção de compra, a empresa paga um prêmio ao adquiri-la, o que gera um custo monetário a ser levado em consideração na decisão da empresa, contudo a empresa limita as perdas potenciais, pois caso o preço no mercado a

vista seja inferior ao preço de exercício da opção, ela optará por não exercer a opção e comprar a moeda norte-americana no mercado a vista. Se a cotação do dólar estiver acima do preço de exercício somado ao custo do prêmio, a empresa consegue gerar um lucro financeiro além de apenas garantir o pagamento da dívida.

Os especuladores utilizam derivativos financeiros visando lucrar com a alta ou a queda no preço dos ativos. É este tipo de agente que garante ao *hedger* a liquidez no mercado, ou seja, sua livre entrada e saída, contribuindo positivamente para a sua operação de gerenciamento de risco, já que os riscos acabam sendo transferidos para o mercado.

O intuito dos arbitradores é travar um lucro sem risco, operando em dois ou mais mercados simultâneamente ao identificar distorções nos preços dos derivativos. (HULL, 1997)

Market makers são bancos ou corretoras que operam regularmente em um determinado segmento visando fomentar a liquidez do mercado, utilizando seu próprio capital na maioria das vezes, criando desta maneira, vantagens sobre os demais agentes. (MOREIRA, 2008)

I.2.2 – Corretoras e câmaras de compensação

Lopes e Lima (2003) definem as corretoras de valores como sendo os agentes intermediários entre os diversos investidores do mercado financeiro, dentre eles *hedgers* e especuladores. Sua receita é obtida através de um percentual cobrado, geralmente inversamente proporcional ao volume da transação efetivada, denominada corretagem.

As câmaras de compensação, do termo em inglês *clearing house*, são agentes que auxiliam as bolsas de valores, onde seu principal objetivo é garantir a efetivação

dos contratos, evitando a inadimplência por parte dos agentes, calculando a posição líquida de cada uma das partes e cobrando as diferenças.

No caso brasileiro é a CETIP, Central de Custódia de Títulos Privados, a responsável pela liquidação dos negócios realizados na BM&FBOVESPA. (BESSADA *ET AL.*, 2005)

Após definir e apresentar alguns dos principais tipos de derivativos utilizados no mercado financeiro, o foco do próximo capítulo serão as opções financeiras, as quais utilizaremos mais a seguir como instrumento de mitigação de risco. No capítulo 2 serão exibidos os tipos e modalidades de opções, bem como dois dos modelos mais comuns de precificação utilizados para este tipo de derivativo.

CAPÍTULO II – OPÇÕES DE ATIVOS FINANCEIROS

II.1 – Tipos de opções

Opções podem ser classificadas basicamente em duas categorias, opção de compra e opção de venda, e em dois tipos distintos, americana ou européia. Com isto obtemos quatro possíveis tipos diferentes de opções: opção de compra americana, opção de venda americana, opção de compra européia e opção de venda européia.

O tipo da opção, americana ou européia, não é determinado por sua localização geográfica ou bolsa em que é comercializada, mas sim pela diferença entre a data de possibilidade de exercício de cada uma. "As opções americanas podem ser exercidas a qualquer tempo, até a data do vencimento. As opções européias podem ser exercidas somente na data de vencimento" (Hull, 1997, pág 5). Tendo em visto as características das opções do tipo européia, sua análise torna-se mais fácil do que as do tipo americana e por isto a utilizaremos como padrão nesta monongrafia a não ser quando especificado o contrário.

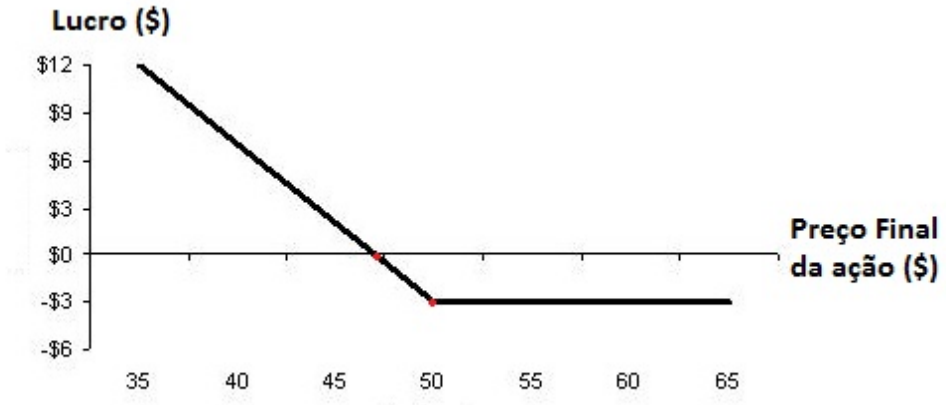
Conforme mencionado anteriormente, a opção pode ser de compra (*call*) ou de venda (*put*) e a diferença está no direito que o seu titular irá possuir. Uma opção de compra confere ao seu detentor o direito de comprar o ativo objeto (Exemplo: ação, moeda, índice e etc.) em uma certa data por um preço determinado. Analogamente, a opção de venda, proporciona ao seu titular o direito de vender o ativo subjacente por um certo preço em uma data específica. Esta data é denominada como data de vencimento ou data de exercício da opção. Já o preço definido no contrato da opção é chamado de preço de exercício (*strike price*).

Ao definir opções sempre utilizamos o termo direito e não dever, pois o titular da opção tem o direito e não a obrigação de exercer a opção, ou seja, na data de

vencimento deste contrato o investidor pode decidir se irá efetivar a opção ou deixar que ela expire, arcando apenas com o custo inicial por ter adquirido a opção, ou seja, o prêmio que pagou por este direito.

Para exemplificar o funcionamento de uma *put* utilizaremos um caso hipotético adaptado de Hull (1997), onde uma opção européia de venda com preço de exercício (*strike*) de $50 é adquirida por um investidor. O preço desta ação hipotética no mercado a vista é de $48 (preço *spot*), sua data de exercício é de dois meses após a compra e o prêmio pago por esta opção foi de $3. A partir destes dados podemos criar o gráfico abaixo e, supondo que o investidor é um agente racional e que age de acordo com as premissas básicas da teoria do consumidor de maximização do lucro, concluimos que o mesmo aposta em uma desvalorização desta ação no mercado a vista nos próximos dois meses, já que só haverá lucro nesta operação caso o preço *spot* desta ação seja menor que $47 no vencimento.

Gráfico 2



Fonte: Gráfico elaborado pela autora

II.2 – Posições com opções

Existem quatro tipos de posições em opções: comprada em opção de compra, vendida em opção de compra, comprada em opção de venda, vendida em opção de venda.

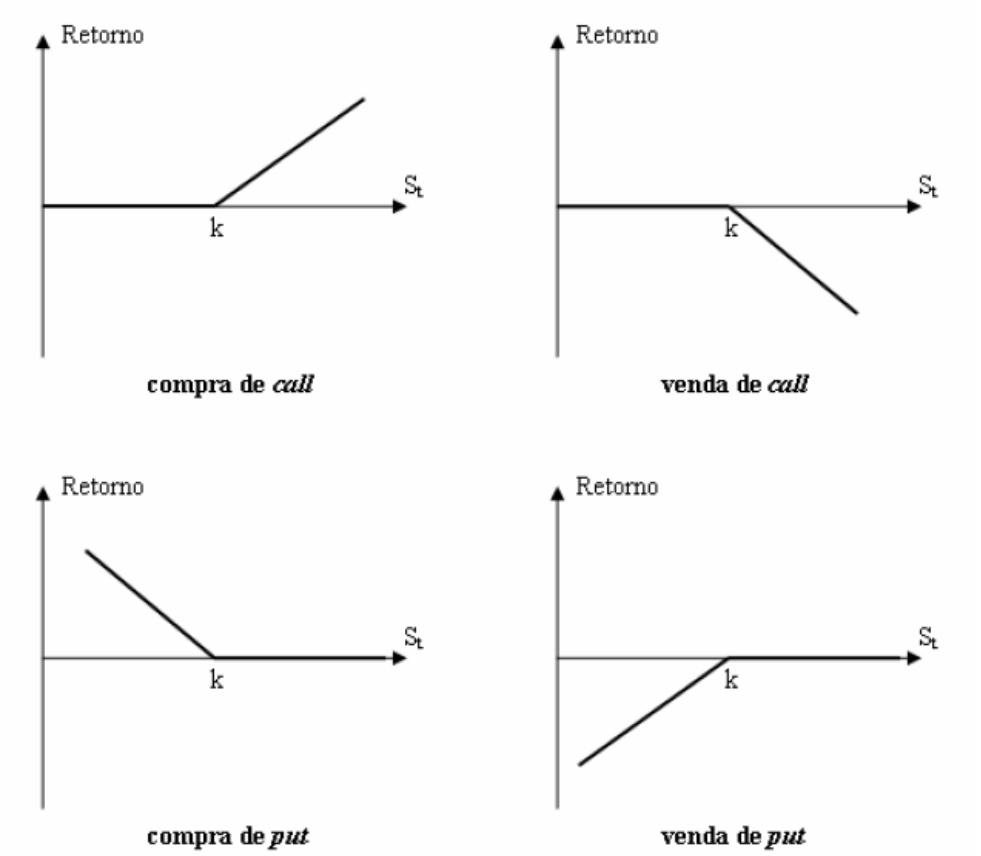
Opções do tipo européias costumam ser caracterizadas em termos do preço final do ativo objeto, ou do retorno para seu titular, ambos no dia do vencimento. Visando a simplificação matemática, o prêmio pago pela opção não é incluído neste cálculo (Hull, 1997). Se k é o preço de exercício e S_t é o preço final do ativo objeto , os retornos possíveis podem ser calculados conforme a tabela 3.

Tabela 3 – Retorno de posições em opções européias

	Opção de compra (*call*)	**Opção de venda (*put*)**
Posição comprada	máx (S_t – k; 0)	máx (k – S_t; 0)
Posição vendida	mín (k – S_t; 0)	mín (S_t – k; 0)

Fonte: Tabela elaborada pela autora

Figura 2 – Retorno de posições em opções européias



Fonte: Hull, 1997, página 10

Estes mesmos retornos podem ser expressos graficamente conforme figura acima.

II.3 – Conceito in the money, at the money e out of the money

A relação entre o preço no mercado à vista (*spot*) e o preço de exercício (*strike*) da opção européia na data do vencimento pode ser classificada de três formas: *in the money*, *at the money* e *out of the money*. A tabela 4 apresenta as possíveis relações, do ponto de vista do titular da opção, entre preço *spot* e *strike* e a classificação correspondente. Para este exemplo iremos desconsiderar os custos de transação, como por exemplo corretagem e prêmio pago pela opção.

Tabela 4 – Relação entre preço spot e strike de uma opção européia

Tipo	In The Money	Out Of The Money	At The Money
Opção de Compra	Spot > Strike	Spot < Strike	Spot = Strike
Opção de Venda	Spot < Strike	Spot > Strike	Spot = Strike

Fonte: Tabela elaborada pela autora

Caso o investidor decida considerar os custos de transação em sua análise basta somá-los ao *strike* na tabela acima.

II.4 – Variáveis que afetam o prêmio de uma opção

O preço de uma opção de ação é calculado com base em uma série de variáveis que sofrem influência direta do próprio preço do ativo objeto, do mercado financeiro e até mesmo da conjuntura econômica. Segundo Hull (1997) são seis as variáveis que afetam o prêmio de uma opção: o preço da ação no mercado a vista (*spot*), o preço de exercício (*strike*), o tempo até o vencimento, a volatilidade do preço da ação, a taxa de juro livre de risco e os dividendos esperados ao longo da vida da opção. Esta seção da monografia irá analisar cada um destes fatores e como eles impactam o prêmio pago por

uma opção. A seguir iremos alterar uma a uma estas variáveis mantendo as demais fixas e analisar os impactos causados no preço da opção.

O preço spot e strike tem impactos opostos sobre uma opção de compra e de venda, independente se são do tipo americana ou européia. No caso de uma opção de compra, como o retorno corresponde a diferença entre preço spot e strike, maior será o prêmio pago por uma opção quão maior for o preço a vista e menor o strike da mesma.

Ao analisar o efeito do tempo até o vencimento de uma opção, há diferenças em função dos tipos da opção. Uma opção do tipo européia, onde há uma data fixa para seu exercício, não obrigatoriamente se torna mais valiosa em função de um maior prazo até seu vencimento. "Isso porquê não é verdade que o titular de uma opção européia de longa duração tenha as mesmas oportunidades de exercício que o titular de uma européia de curta duração. O titular de uma opção européia de longa duração só poderá exercê-la em seu vencimento" (Hull, 1997). Um exemplo disto é quando levamos em conta o anúncio de pagamento de dividendos em uma data entre o vencimento da opção européia de compra de curta e de longa duração. A opção curta tende a incorporar em seu preço o efeito positivo do dividendo a ser recebido após sua data de exercício, valorizando assim o prêmio da opção curta em comparação à opção longa.

No caso das opções americanas há uma relação positiva direta entre valor do prêmio e prazo para o vencimento, ou seja, o prêmio destas opções aumenta a medida em que o prazo até seu exercício aumenta também. Esta relação ocorre tendo em vista que o maior prazo até o vencimento da opção confere ao titular da opção longa mais oportunidades de decisão quanto ao seu exercício ou não, do que o detentor da opção de curta duração.

Um dos princípios básicos da teoria do consumidor é que os agentes preferem menos risco a mais risco. No caso de ações, quanto maior o risco menor será o valor destes ativos, entretanto no caso do mercado de opções maior tende a ser o valor de uma

opção de compra quão maior for o risco de seu ativo subjacente. Isto acontece pois, supondo uma opção de compra, uma maior volatilidade aumenta os ganhos caso o preço da ação no mercado a vista suba, pois como já foi exemplificado anteriormente, maior será a diferença entre o preço *spot* e o *strike* desta opção. Por outro lado, esta mesma alta volatilidade pode derrubar o preço *spot* da ação, levando-o a patamares muito menores que o preço de exercício da opção. No caso de uma opção de compra o prejuízo é limitado apenas ao prêmio pago em sua aquisição.

O efeito da taxa de juro livre de risco no preço de um opção é muito mais indireto do que todos os outros mencionados. A elevação da taxa de juros em uma economia tende a aumentar a taxa de crescimento prevista para o preço da ação no mercado à vista. Contudo, o valor atual de fluxos de caixa futuros a serem recebidos pelo titular da opção tendem a diminuir. O aumento na taxa de crescimento esperada da ação e a diminuição do valor presente de fluxos futuros contribuem negativamete para o valor de uma opção de venda. Já no caso das opções de compra, o primeiro efeito impacta positivamente o prêmio da opção enquanto o segundo age na direção contrária. Hull (1997) afirma que neste caso, o primeiro efeito prevalece sobre o segundo, isto é, o preço das opções de compra sempre aumentam com a taxa de juro livre de risco.

Tabela 5 – Resumo do efeito do aumento em uma variável, sobre o preço de uma opção de ação, enquanto as demais se mantém fixas

Variável	Call européia	Put européia	Call americana	Put americana
Preço da ação	+	-	+	-
Preço de exercício	-	+	-	+
Tempo para o vencimento	?	?	+	+
Volatilidade	+	+	+	+
Taxa livre de risco	+	-	+	-
Dividendos	-	+	-	+

Fonte: Hull, 1997, página 171

E por último, os dividendos, que impactam negativamente o preço da ação na data de seu pagamento, o que é ruim para o valor das opções de compra e positivo para o valor das opções de venda.

II.5 – Modelos de precificação

Após conhecidas as variáveis que influenciam direta, ou indiretamente, o valor de uma opção, é necessário determinar o valor do prêmio a ser pago por esta opção. A teoria de precificação de opções visa estabelecer o valor justo, também chamado de valor teórico ou racional, de uma opção. É interessante observar que este valor justo costuma ser diferente do prêmio cotado no mercado, pois exclui em sua fórmula o efeito de arbitragem.

Nas próximas seções desta monnografia serão apresentados os dois modelos de precificação mais difundidos: o Modelo Binomial e o Modelo de Black & Scholes. Ambos modelos avaliam opções a partir da criação e réplica de portfólios compostos pelo ativo de referência e pela aplicação ou captação de recursos livres de risco (Chance, 2008).

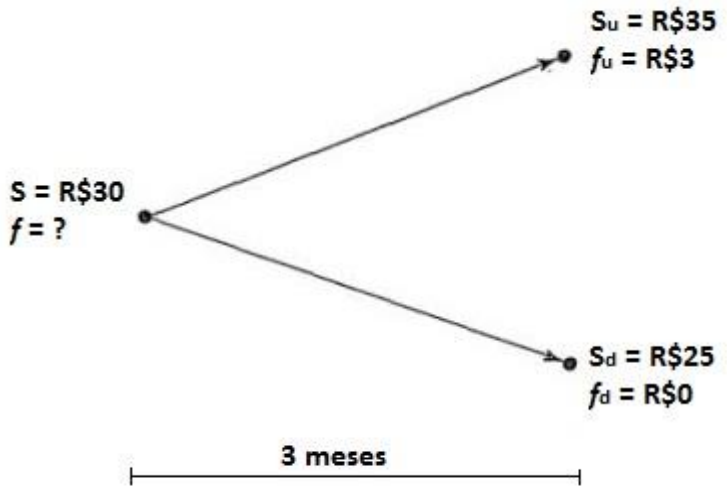
II.5.1 – *Modelo Binomial*

No caso de opções sobre ações, o modelo de contrução da árvore binomial é uma alternativa simples e muito difundida. A árvore representa as possíveis trajetórias, ao longo da vida da opção, que o preço da ação de referência pode ter. A seguir, analisaremos as diferentes árvores binomiais e a sua correlação com o princípio de neutralidade do risco, conceito este amplamente abordado na publicação de Cox, Ross e Rubinstein (1979).

Adaptaremos um exemplo de modelo binomial de passo único de Hull (1997) para introdução do modelo de precificação. Iremos supor uma ação com preço *spot* de R$30, e que ao final de três meses esse preço tenha iguais chances de variar tanto para R$25 quando para R$35. Vamos considerar também uma *call* do tipo européia de *strike* R$32 com vencimento em três meses. Caso o preço na data de exercício seja R$35, o valor da opção será R$3, dado que o titular iria exercer esta opção de compra a R$32 e logo em seguida poderia vender no mercado *spot* a R$35. Como em nossa hipótese a ação tem iguais chances de valer R$35 ou R$25, vamos analisar então o resultado para o menor preço também. Se o preço da ação for de R$25, a opção não terá valor, pois o titular pode comprar a ação a um preço menor no mercado a vista do que exercendo sua opção de compra.

Na figura 3, S representa o preço da ação no mercado a vista hoje, S_u seu preço futuro caso se valorize e S_d caso desvalorize, f é o preço da opção hoje e f_u no futuro caso aumente e f_d caso diminua.

Figura 3 – Exemplo do modelo binomial de passo único



Fonte: Figura elaborada pela autora

Este é um modelo simples e que pode ser utilizado no cálculo do prêmio de uma opção, todavia essa teoria será válida apenas se assumirmos a hipótese de que não há possibilidade de arbitragem neste mercado. As cinco equações apresentadas a seguir, de 4 à 8, são apresentadas em Hull (1997).

Supondo uma carteira com apenas dois ativos, onde o investidor tem uma posição comprada em Δ ações, que não pagam dividendos, e uma posição vendida em uma call, é possível calcular o valor de Δ que neutralize o risco desta carteira utilizando a equação abaixo.

$$\Delta = (f_u - f_d) / (S_u - S_d) \tag{4}$$

Assumindo 0 como momento de compra da opção, T a data de seu exercício, f o prêmio da opção e S o preço da ação no mercado à vista, vamos manter a hipótese do exemplo anterior onde a ação apresenta iguais probabilidades de valorização e desvalorização, definindo S_u como nível de preços acima de S e S_d como nível inferior ($u>1$; $d<1$). Concluimos que se houver uma valorização da ação, o valor da carteira, preço vezes quantidade, será de $S_u\Delta - f_u$ na data de exercício do derivativo, e $S_d\Delta - f_d$ no caso de desvalorização. A equação 4 determina que Δ é a razão de variação no prêmio da opção em função da alteração no preço *spot* da ação enquanto ao longo dos pontos da árvore binomial.

Como este portfólio tem risco zero, assumimos que ele deve render a taxa de juro pré-fixada livre de risco acumulada no período, definida por i.

$$(S_u\Delta - f_u) \,.\, [1/(1+i)] \text{ ou } (S_d\Delta - f_d) \,.\, [1/(1+i)] \tag{5}$$

Ao igualar uma das opções acima ao custo da carteira ($S\Delta - f$), podemos simplificar a fórmula até obter f, o preço justo da opção, na equação 7:

$$S\Delta - f = (S_u\Delta - f_u) \,.\, [1/(1+i)] \tag{6}$$

$$f = [1/(1+i)] \,.\, [pf_u + (1-p)f_d] \qquad (7)$$

Onde:

$$p = ((1+i) - d) / (u - d) \qquad (8)$$

A variável *p* apresentada acima pode ser interpretada como sendo a probabilidade de valorização do preço do ativo objeto, onde u representa o aumento no preço da ação e d a queda. Exemplo: u=1,15 denota um aumento de 15% no preço do ativo de referência enquanto d=0,8 significa uma queda de 20% neste mesmo preço . Interpretação da equação 8 em conjunto com equação 7 ilustra que o prêmio de uma opção é, descontada à taxa livre de risco, seu valor futuro esperado.

Na média, a ação se valoriza à taxa de juros livre de risco. Isto é um bom exemplo do princípio do risco neutro, onde investidores são indiferentes ao risco e por isso não demandam compensação extra já que o retorno esperado de todos os ativos é exatamente a taxa de juros livre de risco.

O modelo binomial pode ter um, dois ou quantos mais passos o investidor determinar, basta introduzir na árvore, os nós, que representam os intervalos utilizados na análise. Cox, Ross e Rubinstein (1979) demonstraram que para uma quantidade significativa destes intervalos discretos, no limite as equações do modelo binomial tendem à equação de Black & Scholes, originalmente criada sob a hipótese de tempo contínuo.

II.5.2 – *Modelo Black & Scholes*

Fischer Black e Myron Scholes contribuíram imensamente para a literatura de precificação de instrumentos financeiros quando descobriram uma equação diferencial que derivada satisfaz o preço de qualquer derivativo dependente de uma ação sem dividendos. Essa equação foi testada e desenvolvida observando opções de compra e de venda do tipo européia e até hoje está presente na na forma de *hedgear* e precificar opções.

II.5.2.1 – *Definição*

O modelo de Black & Scholes é na verdade um exemplo limite do modelo binomial, e sua diferença maior está na reduzida quantidade de dados de entrada para aplicação das fórmulas, mesmo nos casos mais complexos.

Há duas suposições essenciais no modelo, a de ausência de oportunidade de arbitragem, assim como no modelo binomial, e a premissa de que os preços dos ativos apresentam uma trajetória aleatória, o chamado movimento *browniano* geométrico (ALEXANDER, 2008). A variação proporcional no preço de um ativo em um curto período de tempo obedece uma distribuição normal, entretanto uma variável com distribuição normal pode apresentar valores positivos ou negativos, ao passo que uma distribuição lognormal, assume somente valores positivos (HULL, 1997). Como o preço de um ativo não pode ser negativo, ele deverá seguir uma distribuição lognormal.

As premissas fundamentais que o modelo Black & Scholes assume são:

- Não há oportunidade de arbitragem;
- Não haverá pagamento de dividendos durante a vida da opção;
- O período de negociação de títulos é contínuo;
- A taxa de juros livre de risco (r) é constante no curto prazo;
- A captação ou empréstimo de recursos é feita à mesma taxa de juros livre de risco;
- Não existem custos de transação nem com impostos;
- Todos os títulos são perfeitamente divisíveis, ou seja o investidor pode comprar ou vender qualquer quantidade do ativo, incluive fracionária;
- O preço do ativo respeita o modelo lognormal, ou *browniano* geométrico, apresentando média (μ) e desvio padrão constantes.

De modo similiar ao modelo binomial, Black & Scholes também se baseia na criação de uma carteira sem risco. Onde tanto o preço da ação quanto da opção são impactados pela mesma fonte de incerteza, as variações no preço da ação. É esta constatação que permite a composição de um portfólio sem risco com posições na opção

e no ativo de referência, e neste caso o lucro (ou perda) da posição no ativo objeto sempre irá compensar o prejuízo (ou ganho) da posição na opção. Isto possibilita que o valor final da carteira seja previsível no curto prazo (TALEB, 1996).

II.5.2.2 - Equação de Black & Scholes para Call e Put

A diferença fundamental entre o modelo binomial e o de Black & Scholes é que no primeiro a posição permanecia livre de risco ao longo da vida da opção, já no segundo caso a posição não apresenta risco apenas em um período curtíssimo de tempo. O que força o investidor a ajustar constantemente sua posição, e é exatamente esse rebalanceamento constante da posição, a proposta central da fórmula de precificação de Black & Scholes.

A equação 9 ilustra o cálculo do preço de uma *call* (f_c) e a equação 10 para o preço de uma *put* (f_p), ambas sendo opções européias e sem dividendos.

$$f_c = SN(d_1) - k(1/1+i)\, N(d_2) \tag{9}$$

$$f_p = -\, k(1/1+i)\, N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{10}$$

Onde:

$$d_1 = [\ln(S / k) + (i + \sigma^2 / 2)T] / \sigma\sqrt{T}$$

$$d_2 = [\ln(S / k) + (i - \sigma^2 / 2)T] / \sigma\sqrt{T} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

S é o preço da ação, k é o preço de exercício, *r* é a taxa de juros livre de risco, *T* é o tempo até o vencimento e σ é o desvio padrão, volatilidade do preço do ativo. $N(d_1)$ e $N(d_2)$ são funções e representam a probabilidade acumulada de uma normal padrão, ou seja, neste caso $N(d_1)$ é a probabilidade de *S* ser maior que *k* na data de exercício da opção, enquanto $N(d_2)$ é a probabilidade de desvalorização do preço da ação na data do exercício a patamares menores que *S*. Podemos inferir a partir disto que $N(d_1)$ e $N(d_2)$ valerão 1 caso sejam exercidas na data de vencimento da opção, ou zero caso expirem.

II.5.2.3 – Letras Gregas

As cinco letras gregas mais utilizadas na avaliação de derivativos financeiros são derivadas parciais do preço com relação as variáveis que determinam o prêmio de uma opção. As gregas podem atuar como indicadores na análise no gerenciamento do risco de uma carteira que inclui opções em sua cesta de ativos.

Delta: O delta de uma opção mede a sua sensibillidade aos movimentos de mercado, ou seja, quantas unidades o preço da opção varia com relação a variação em uma unidade no preço do ativo de referência. Em outras palavras, o delta é a inclinação da curva de preços de uma opção em relação ao preço do ativo objeto no mercado a vista. A notação matemática abaixo mostra que *delta* é a primeira derivada parcial do preço da opção em relação a seu ativo subjacente.

$$\Delta = \partial f / \partial S \tag{11}$$

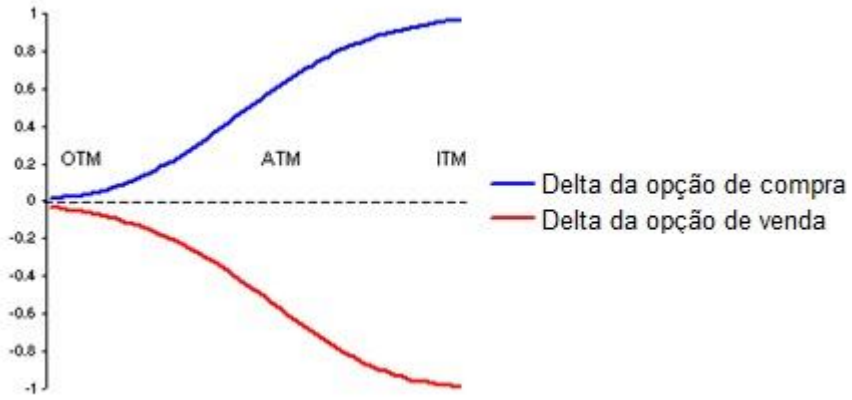
Onde:

S é o preço do ativo de referência e f o preço da opção.

Usando o modelo de Black & Scholes para opções de compra do tipo européia, o delta é determinado por $N(d_1)$.

O *delta* para opções de compra varia entre zero e um enquanto para opções de venda apresentará valores entre menos um e zero. A relação *at the money* (ATM), *in the money* (ITM) e *out of the money* (OTM) possibilita obter de forma intuitiva os valores de *delta* conforme ilustra a figura 4.

Figura 4 – Comportamento do *delta* para opções de compra e de venda



Fonte: OPTION TRADING TIPS, 2011

O *delta* é primordialmente utilizado ao se analisar o risco de uma opção, o chamado *hedge ratio*. Isto significa que para proteger o retorno da carteira quanto a pequenos movimentos de mercado, o investidor deve montar uma posição no ativo objeto, contrária e de igual tamanho ao valor do *delta* da opção. Esta estratégia é conhecida como *delta hedging* ou *delta neutral* (CHANCE, 2008).

Gamma: O *gamma* é a segunda derivada parcial do preço de uma opção com relação ao preço de seu ativo de referência, ou seja, mede a sensibilidade do *delta* a variações no preço do ativo objeto (ALEXANDER, 2008).

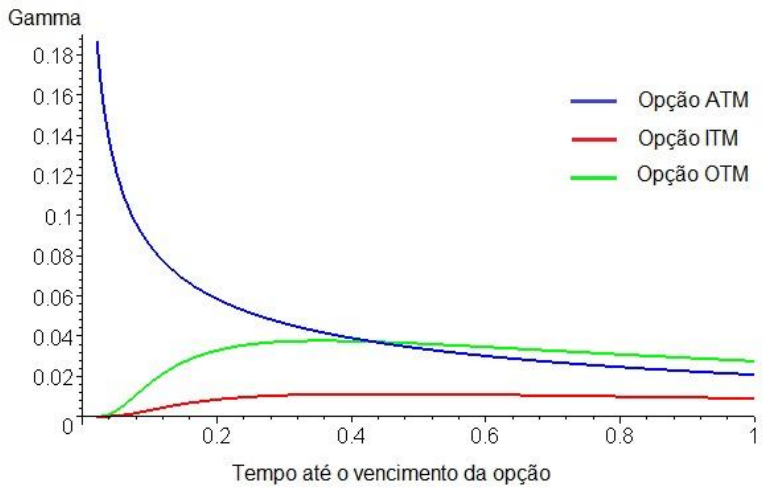
$$\Gamma = \partial\Delta / \partial S = \partial^2 f / \partial S^2 = N'(d_1) / S\sigma\sqrt{T} \qquad (12)$$

Um *gamma* de valor 0.3 por exemplo, significa que a variação em uma unidade no preço do ativo objeto deverá alterar o *delta* da opção em aproximadamente 0.3 unidades. A relação é: quão menor for o *gamma* em termos absolutos, mais suave será a variação no *delta* da opção, enquanto um *gamma* maior demonstra a alta sensibilidade do *delta* da opção às variações no preço do ativo objeto.

Opções ATM apresentam geralmente um *gamma* mais elevado, já opções ITM e OTM tendem a exibir valores menores de *gamma*. Outra observação interessante é a de

que no caso de uma posição comprada na opção, o *gamma* será sempre positivo (ALEXANDER, 2008).

Figura 5 – Comportamento do *gamma* de uma opção de ação ao longo do tempo



Fonte: Adaptado de HULL, 1997, página 358

Se o *gamma* for muito elevado, o modelo de *delta hedging* pode não oferecer a desejada proteção contra variações no preço do ativo objeto, sendo necessária a utilização de outra estratégia, denominada *delta and gamma neutral*, que consiste em montar a posição no ativo objeto e na opção de modo que o *delta* e o *gamma* desta carteira sejam iguais e com sinal oposto à opção *hedgeada*.

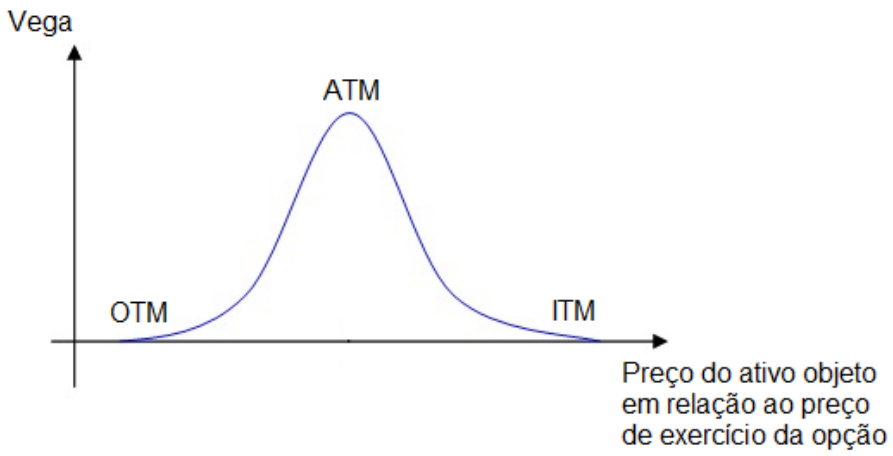
Vega (ou *kappa* ou *lambda*): O *vega* é a primeira derivada parcial do preço de uma opção com relação a volatilidade do ativo de referência.

$$\nu = \partial f / \partial \sigma = S\sqrt{T}\,.N'(d_1) \qquad (13)$$

Onde σ representa a volatilidade esperada do ativo objeto ao longo do tempo de vida da opção.

Supondo um *vega* de valor 0,5, qualquer aumento absoluto de 1% na volatilidade do ativo subjacente, por exemplo de 20% para 21%, irá aumentar em aproximadamente 0,5 unidades monetárias o preço da opção. O *vega* de uma opção será sempre positivo (HULL, 1997). Opções ATM geralmente apresentam os maiores *vegas* enquanto estes tendem a diminuir a medida em que as opções se tornam ITM ou OTM (ALEXANDER, 2008).

Figura 6 – Comportamento do *vega* de uma opção de compra



Fonte: Figura elaborada pela autora

O *vega* calculado a partir dos preços históricos do ativo objeto, geralmente não apresenta efeitos no preço da opção consistentes com os preços dado pelo mercado ao utilizar um modelo de precificação lognormal que assume volatilidade constante, como no caso de Black & Scholes. A razão para tal é que o padrão de retorno do mercado, reflete, de certa forma, uma distribuição não normalizada e as expectativas com relação à volatilidade futura, que são diferentes da volatilidade histórica.

Theta: O *theta* é a primeira derivada parcial do preço de uma opção com relação ao tempo de vida da opção, e portanto mede a sensibilidade do preço da opçao com relação ao decorrer do tempo (*time decay*).

$$\Theta = \partial f / \partial T \qquad (14)$$

Onde T representa o tempo.

O modelo de Black & Scholes apresenta fórmulas diferentes para o cálculo do do *theta* de uma opção sem dividendos do tipo européia de compra e de venda. Ver tabela 6 abaixo.

Tabela 6 – Fórmula de Black & Scholes para cálculo do *theta*

Opção de compra	Opção de venda
$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - i\,K^{[1(1+i)]}\,N(d_2)$	$\Theta = -\frac{S_0 N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + i\,K^{[1(1+i)]}N(-d_2)$

Fonte: Tabela adaptada de HULL, 2009, página 359

Exemplo: Um *theta* de valor -0.03 significa que um dia a menos para a data de exercício da opção deverá impactar negativamente em $0,03 o prêmio da opção. Assumindo como constantes os outros fatores que impactam o preço da opção, maior será seu valor quanto maior for o período até seu vencimento.

Em valores absolutos, o *theta* tende a ser maior para opções *at the money*, ao passo que opções *in the money* costumam apresentar um *theta* maior que as opções *out of the money*.

Rho: A primeira derivada parcial do preço de uma opção com relação a taxa de juros livre de risco doméstica (CHANCE, 2008). Na equação abaixo, *i* representa a taxa de juros livre de risco.

$$rho = \partial f / \partial \mathrm{i} \qquad (15)$$

Para rho valendo 0,2 por exemplo, temos que um aumento de um ponto percentual na taxa de juros livre de risco deverá aumentar aproximadamente em $0,2 o

preço da opção. Rho é sempre positivo para opções de compra de tipo européia, e sempre negativo para opções de venda de tipo européia, já que com um aumento na taxa de juros o valor das opções de compra irão aumentar e o das opções de venda irão cair.

A partir da determinação do modelo Black & Scholes e das gregas, podemos prosseguir com a análise de que modo opções financeiras podem ser utilizadas para o gerenciamento do risco de um ativo, por exemplo uma carteira de ações ou de opções. O capítulo 3 visa apresentar exemplos de estratégias onde o *hedge* de um portfólio é feito através da negociação de opções financeiras.

CAPÍTULO III – REDUÇÃO DA EXPOSIÇÃO AO RISCO

O fato de vivermos em um mundo globalizado, interligado através de sistemas de informação em tempo real, possibilita que o mercado financeiro responda à mudanças econômicas ou políticas quase que de forma instantânea, e com isso, a volatilidade dos ativos financeiros requer uma atenção dinâmica. Uma carteira que é delta-gamma-vega neutra neste momento, pode deixar de ser em poucos minutos caso, por exemplo, a Grécia declare insolvência ou os Estados Unidos decidam aprovar um novo plano de estímulo à economia norte-americana. Esses tipos de eventos afetariam diretamente o mercado financeiro e consequentemente as gregas da carteira mencionada, até então, neutras ao risco. Isso é apenas uma forma de ilustrar a necessidade de um *hedge* dinâmico das gregas em um portfólio, rebalanceando constantemente a carteira.

III.1 – Exemplos práticos de utilização das gregas no hedge de opções

Embora opções financeiras sejam naturalmente voláteis, estas ainda são o tipo de instrumento financeiro mais utilizado por hedgers na estratégia de redução do risco, volatilidade, de seus portfólios.

A variação no prêmio de uma opção pode ser descrita a partir das letras gregas apresentadas no capítulo anterior: *delta, gamma, vega, theta* e *rho*, e qualquer estratégia de *hedge* de um portfólio de opções deve considerar os efeitos destas derivadas.

Na última seção da monografia serão apresentadas duas propostas de *hedge* de uma carteira composta de opções, a primeira, mais simples, será a de *hedge* estático e com custo de transação zero; enquanto a segunda será a de um hedge dinâmico e considerando custos de transação, como por exemplo corretagem e emolumentos.

III.1.1 – *Delta hedging*

Visando manter o delta neutro, investidores rebalanceam seus portfólios em intervalos constantes, no caso de um cenário não muito volátil ou com maior frequência, quando as condições de mercado mudam mais rapidamente. O próprio gamma é uma boa medida da velocidade de mudança no delta e portanto da necessidade de ajuste ou não.

Uma estratégia de delta hedging dinâmico visa identificar quantas unidades do ativo objeto devem ser compradas ou vendidas de modo a neutralizar o risco da posição em opções deste ativo. Por exemplo: um investidor vende 10 contratos de opções de compra da ação hipotética XYZ. Cada contrato representa 100 ações e têm δ=0,6. A ação XYZ vale R$100 no mercado à vista e sua opção de compra R$10. A equação 18 ilustra quantas ações devem ser compradas ou vendidas para tornar o delta neutro.

$$\Delta.-Q_f = Q_s \qquad (16)$$

Onde: Q_f é a quantidade de contratos vezes o lote da opção, e Q_s é a quantidade do ativo de referência.

Aplicando a fórmula temos: 0,6 . -(-10.100) = 600. Portanto o investidor deverá comprar 600 ações de XYZ. O valor total da carteira será o valor da posição em ações mais o valor da posição em opções.

$$(R\$100 \,.\, +600) + (R\$10 \,.\, -1000) = R\$50{,}000$$

Para verificar que a carteira está realmente delta neutra, podemos fazer o seguinte teste: aumentar o preço da ação XYZ em uma unidade, logo o preço da opção

deverá aumentar em aproximadamente R$0,60 pois este é o *delta* da opção, entretanto o valor da carteira deve permanecer o mesmo.

$$(R\$101 \,.\, +600) + (R\$10{,}60 \,.\, -1000) = R\$50{,}000$$

O valor da posição deste investidor permanece inalterado mesmo com uma pequena variação no preço do ativo objeto, isto é possível graças ao delta hedge corretamente efetuado.

III.1.2 – *Delta-Gamma hedging*

Se ao operar derivativos a única fonte de incerteza fosse o preço do ativo objeto, seria teoricamente possível então *hedgear* uma carteira apenas mantendo seu *delta* neutro. Porém para o *delta hedge* eliminar todo o risco da carteira, o mesmo deverá ser constantemente rebalanceado, pois o preço e a volatilidade do ativo de referência se alteram continuamente ao longo do tempo. No caso de um ajuste frequente do *delta*, é necessário *hedgear* também o *gamma*, já que ele mede a velocidade de mudança do *delta*.

A estratégia de *gamma hedging* de uma posição vendida em uma opção, será por exemplo, montar uma posição comprada em outra opção do mesmo ativo, de preferência com uma data de vencimento posterior a da opção *hedgeada*. Desta maneira o efeito de *gamma* de uma posição neutraliza o da outra, e a partir disto podemos calcular a quantidade de ações para então *hedgear* o *delta* total destas duas opções (TALEB, 1996).

A seguir vamos apresentar um exemplo retirado de Alexander (2008) para *delta-gamma hedging*:

- Opção de compra (f_1) com Δ=0,6 e Γ=0,2
- Opção de compra (f_2) com Δ=0,2 e Γ=0,1
- Preço do ativo objeto (S) = R$100, preço de f_1 = R$10, preço de f_2 = R$2
- Lote da opção Q=10
- Venda de 50 lotes da opção f_1 (Q_{f1}=-50)

Para tornar este portfólio gamma neutro devemos calcular a posição gamma de f_1 e neutralizar com a compra/venda de f_2. Logo: $Q_{f1}.Q.\ \Gamma_{f1}$ = -50.10.0,2 = -100; se f_2 tem Γ=0,1 e lote de 10, será preciso comprar 100 opções f_2 para tornar esta carteira gamma neutro ($Q_{f2}.Q.\ \Gamma_{f2} = Q_{f2}$.10.0,1 = 100). Após neutralizar o *gamma* é preciso realizar o mesmo processo para o *delta*. A posição total em delta da carteira é de -100, conforme ilustração abaixo. Logo, será necessário comprar 100 quantidades do ativo objeto para que o portofólio seja *delta-gamma* neutro.

Para $f_1 \Rightarrow Q_{f1}.Q.\Delta f_1$ = -50.10.0,6 = -300 e para $f_2 \Rightarrow Q_{f2}.Q.\Delta f_2$ = 100.10.0,2 = 200

O valor total da carteira será dado pela soma dos valores (preço vezes quantidade) dos ativos que a compõe. Neste caso: -50.R$10 + 100.R$2 + 100.R$100 = R$9.700. Para testar se este portfólio está realmente protegido contra oscilações no preço do ativo de referência, iremos testar se uma queda de 5% no preço da ação, de R$100 para R$95 terá impacto ou não no valor total da carteira.

Tabela 7 – Exemplo de impacto no preço do ativo objeto em uma carteira delta gamma neutra

Posição	Variação no Preço de *Delta*	Variação no Preço de *Gamma*	Variação Total no Preço
Venda de 50 calls	-300 . -R$5 = R$1.500	$1/2 . 5^2 . -100$ = -R$1.250	R$250
Compra de 100 calls	200 . -R$5 = -R$1.000	$1/2 . 5^2 . 100$ = R$1.250	R$250
Compra de 100 ativos objeto	-R$500	N/A	-R$500
Impacto totalno valor da carteira	0	0	0

Fonte: ALEXANDER, 2008, página 165

Importante observar que neste exemplo o autor multiplica por ½ a variação *gamma* nos preços de modo a ser consistente com a aproximação *delta-gamma*. A posição *delta* e *gamma* podem ser somadas neste caso pois estamos falando de um mesmo ativo objeto, quando as opções tem diferentes ativos de referência, é permitido apenas somar o valor final dos *deltas* e *gammas* na carteira. A aproximação delta-gamma é é utilizada para estimar alterações no preço da opção quando o preço do ativo objeto sofre variações. A equação abaixo, retirada de Mc Donald (2006) exemplifica a aproximação *delta-gamma* mencionada.

$$C(S_{t2}) = C(S_{t1}) + w\,\Delta(S_{t1}) + (1/2)\,w^2\Gamma(S_{t1})$$

Onde: C é o prêmio da opção de compra, S é o preço no mercado a vista do ativo objeto, w é a variação de preço de S entre os instantes $_{t1}$ e $_{t2}$, Δ é o *delta* e Γ é o *gamma*.

A tabela acima mostra que o impacto financeiro no valor da carteira *delta gamma* neutra é nulo. A hipótese de *delta* e *gamma* constantes, faz com que o valor da carteira permaneça inalterado, o que comprova a neutralidade do portfólio, porém com Δ e Γ não constantes, os valores apresentados tornam-se apenas aproximados.

III.1.3 – *Delta-Gamma-Vega hedging*

Conforme já apresentado, o delta varia em função das mudanças na volatilidade e no preço do ativo objeto ao longo do tempo. Um investidor que não tem como ajustar frequentemente sua carteira de modo a conservá-la delta neutra, deve portanto tornar gamma e vega neutros. A estratégia consiste em: tornar o gamma e vega da carteira nulos através da compra ou venda de outras opções, de compra ou de venda, do mesmo ativo de referência, e após isto hedgear então o delta total da posição em opções. Este modelo é solucionado através de duas equações lineares com duas incógnitas.

Vamos estabelecer as variáveis para uma carteira hipotética e exemplificar a solução para delta, gamma e vega neutros.

- Lote das opções: Lote=10
- Venda de 50 lotes da opção f_1: (Q_{f1}=-50)
- Opção de compra (f_1): Δ=0,6 Γ=0,2 σ=0,16
- Opção de compra (f_2): Δ=0,2 e Γ=0,1 σ=0,1
- Opção de venda (f_3): Δ=-0,8 e Γ=0,3 σ=0,2

Tabela 8 – Posição das gregas

Opção	Quantidade do Lote	Posição	Posição *Delta*	Posição *Gamma*	Posição *Vega*
Opção f_1	10	-50	(Qf_1 . Lote . Δ) = (-50.10.0,6) = -300	(Qf_1 . Lote . Δ) = (-50.10.0,2) = -100	(Qf_1 . Lote . Δ) = (-50.10.0,16) = -80
Opção f_2	10	*x*	(Qf_2 . Lote . Δ) = (x.10.0,2) = 2x	(Qf_2 . Lote . Δ) = (x.10.0,1) = x	(Qf_2 . Lote . Δ) = (x.10.0,1) = x
Opção f_3	10	*y*	(Qf_3 . Lote . Δ) = (y.10.-0,8) = -8y	(Qf_3 . Lote . Δ) = (y.10.0,3) = 3y	(Qf_3 . Lote . Δ) = (y.10.0,2) = 2y

Fonte:Tabela adaptada de ALEXANDER, 2008

A partir desta tabela, basta resolver as equações lineares para os valores de x e y que tornam gamma e vega nulos:

Gamma neutro: $-100 + x + 3y = 0$ ou seja, $x + 3y = 100$

Vega neutro: $-80 + x + 2y = 0$ ou seja, $x + 2y = 80$

Logo: $x = 100 - 3y = 80 - 2y \Rightarrow 100 - 80 = 3y - 2y \Rightarrow 20 = y$ e por substituição chegamos a $x = 40$. Aplicando estes valores a tabela 9 chegamos às quantidades finais deste portfólio que tornam gamma e vega neutros: venda de 50 opções de compra do tipo 1, compra de 40 opções de compra do tipo 2 e compra de 20 opções de venda do tipo 3. Substituindo os valores de x e y na coluna Posição Delta na tabela 9, chegamos à quantidade que deve ser negociada do ativo objeto para que o delta seja consequentemente neutro também ($-300 + (40 . 2) + (20 . -8) = -380$).

Portanto para que esta carteira seja delta gamma vega neutra, o investidor que vendeu inicialmente 50 calls do tipo 1, deverá comprar 40 calls do tipo 2, 20 puts do tipo 3 e 380 quantidades do ativo objeto.

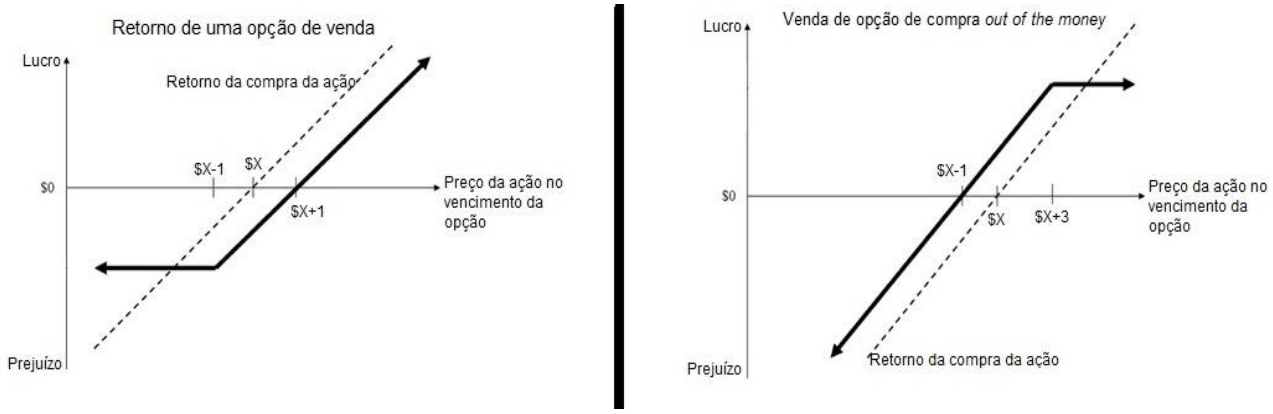
Os exemplos anteriores se baseiam na hipótese de que não há custos de transação e nem com impostos, e que a informação é perfeita e sem custo (CHANCE, 2008).

III.2 – Exemplo de hedge de ação utilizando opções

Nesta seção analisaremos como é possível ao titular de uma ação do tipo européia e sem dividendos, reduzir o risco decorrente da volatilidade no preço deste ativo no mercado a vista através da negociação de opções de compra e venda deste mesmo ativo.

Para este exemplo vamos utilizar uma técnica de hedge chamada *zero-cost collar*, onde o investidor pode proteger a ação da qual é titular com custo zero, ou muito próximo de zero já que o prêmio pago pela compra de um tipo de opção é igual ou muito próximo ao valor recebido pela venda do tipo oposto (THE OPTIONS GUIDE, 2011). Explicando melhor, esta estratégia de hedge determina que o investidor compre uma opção de venda, de modo a se proteger de possíveis quedas no preço do ativo objeto no mercado a vista, e simultaneamente venda uma opção de compra *out of the money*, onde o preço de exercício é superior ao preço a vista, de modo que o prêmio ganho com esta venda cubra, total ou parcialmente o custo com a compra da *put*.

Gráfico 3 – Retorno individual das opções que compõem a estratégia *zero-cost collar*



Fonte: Gráfico elaborado pela autora.

Os gráficos acima ilustram separadamente as duas operações sugeridas: à direita, venda de uma opção de compra *out of the money*; à esquerda, compra de uma opção de venda *at the money*. Em ambos os gráficos a linha pontilhada representa a ação, comprada pelo investidor, que é o foco do *hedge*.

Utilizaremos a ação preferencial da empresa brasileira Petrobrás, negociada na BM&FBOVESPA com o código PETR4:BZ. Em 20 de Outubro de 2011 a ação PETR4 era cotada a R$18,77 no mercado à vista. As opções selecionadas para este exemplo são: PETRB20, opção de compra cotada a R$1,15, com strike R$20,00 e PETRN18,

opção de venda cotada a R$0,72 para strike R$18,00 (ver figura 7). Neste exemplo vamos supor que o investidor comprou 100 ações de PETR4, gastando um total de R$ 1.877,00, e quer mitigar seu risco neste ativo através de opções, financiando inclusive este hedge através das mesmas, ou seja, sem desembolso de caixa. A alternativa encontrada pelo investidor é vender 100 contratos da call PETRB20 a R$1,15, gerando um financeiro de R$115 e deste modo financiar a compra de 100 puts PETRN18 por R$72 no total.

Tabela 12 – Ativos e respectivos detalhes

ATIVO	CÓDIGO	STRIKE	VENCIMENTO	PREÇO	OPERAÇÃO	QUANTIDADE	CUSTO TOTAL
CALL	PETRB20	20	116 dias	R$ 1,15	VENDA	100	R$ 115,00
PUT	PETRN18	18	116 dias	R$ 0,72	COMPRA	100	-R$ 72,00
AÇÃO	PETR4	n.a.	n.a.	R$ 18,77	COMPRA	100	-R$ 1.877,00

Fonte: Tabela elaborada pela autora.

O venda da call e a compra da put, geram inclusive um lucro de R$43 para o investidor. Os resultados deste hedge podem ser analisados na tabela 13 e no gráfico 4 e nos ajudam a observar os cenários nos quais o hedge apresenta proteção total da carteira a custo mínimo, assim como o ponto em que a ação sem hedge passa a ser mais lucrativa do que quando hedgeada nesta estratégia de *zero-cost collar*. As seguintes conclusões podem ser obtidas:

- Apesar de apresentar um retorno total negativo, o hedge reduz as perdas para qualquer desvalorização de PETR4 maior que -2,29%.
- Para oscilações no preço a vista de PETR4 entre -2,29% e +8,84% o retorno total do hedge é superior ao de uma posição não hedgeada.
- A perda máxima possível no caso de hedge é de R$34, que equivale a 1,81% do preço atual de PETR4, enquanto uma posição sem hedge pode perder teoricamente até 100% de valor.
- O ganho máximo com esta estratégia é de R$166 para níveis de valorização de PETR4 iguais ou superiores a 6,55%. A posição sem

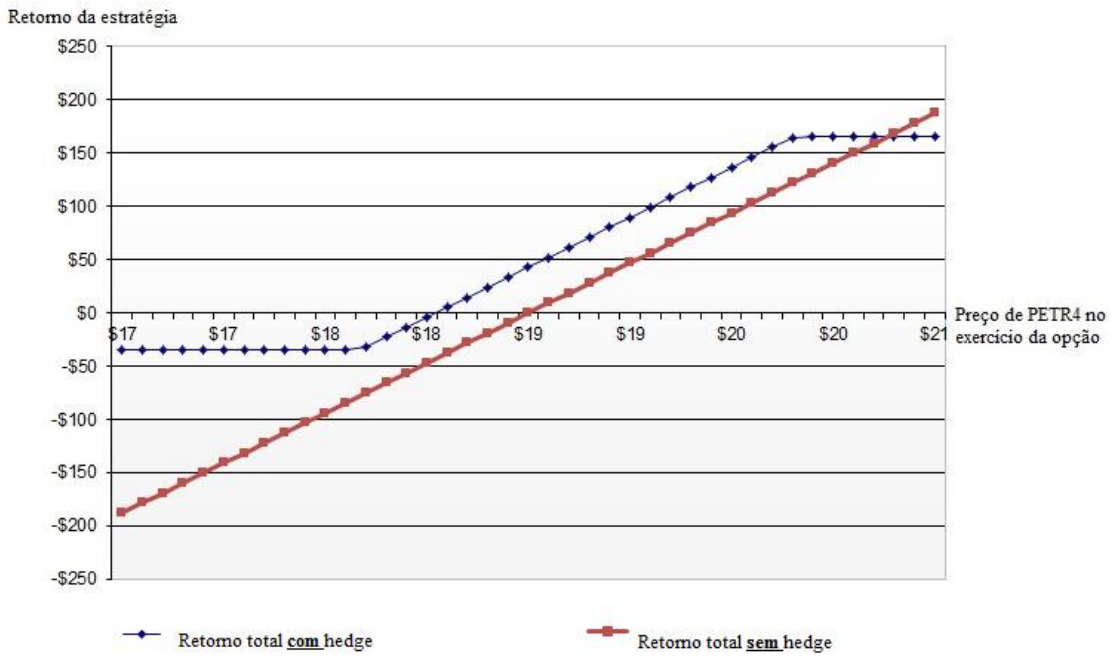
hedge apresenta este mesmo retorno apenas a partir de 8,84% de valorização do ativo objeto, porém seus ganhos são ilimitados para níveis de preços superiores a este.

Tabela 13 – Comparação de resultados com e sem hedge

Preço a vista de PETR4	Variação no Preço da Ação	Resultado total com hedge	Resultado total sem hedge	Resultado da *put* PETRN18	Resultado da *call* PETRB20	Custo da Ação	Prêmio total líquido
$16,89	-10,00%	$ (34,00)	$ (187,70)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$16,99	-9,50%	$ (34,00)	$ (178,32)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,08	-9,00%	$ (34,00)	$ (168,93)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,17	-8,50%	$ (34,00)	$ (159,55)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,27	-8,00%	$ (34,00)	$ (150,16)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,36	-7,50%	$ (34,00)	$ (140,78)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,46	-7,00%	$ (34,00)	$ (131,39)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,55	-6,50%	$ (34,00)	$ (122,01)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,64	-6,00%	$ (34,00)	$ (112,62)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,74	-5,50%	$ (34,00)	$ (103,24)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,83	-5,00%	$ (34,00)	$ (93,85)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$17,93	-4,50%	$ (34,00)	$ (84,46)	$ 1.800,00	$ -	$ (1.877,00)	$ 43,00
$18,02	-4,00%	$ (32,08)	$ (75,08)	$ -	$ -	$ (75,08)	$ 43,00
$18,11	-3,50%	$ (22,69)	$ (65,69)	$ -	$ -	$ (65,69)	$ 43,00
$18,21	-3,00%	$ (13,31)	$ (56,31)	$ -	$ -	$ (56,31)	$ 43,00
$18,30	-2,50%	$ (3,92)	$ (46,92)	$ -	$ -	$ (46,92)	$ 43,00
$18,39	-2,00%	$ 5,46	$ (37,54)	$ -	$ -	$ (37,54)	$ 43,00
$18,49	-1,50%	$ 14,85	$ (28,15)	$ -	$ -	$ (28,15)	$ 43,00
$18,58	-1,00%	$ 24,23	$ (18,77)	$ -	$ -	$ (18,77)	$ 43,00
$18,68	-0,50%	$ 33,62	$ (9,38)	$ -	$ -	$ (9,38)	$ 43,00
$18,77	0,00%	$ 43,00	$ -	$ -	$ -	$ -	$ 43,00
$18,86	0,50%	$ 52,39	$ 9,38	$ -	$ -	$ 9,38	$ 43,00
$18,96	1,00%	$ 61,77	$ 18,77	$ -	$ -	$ 18,77	$ 43,00
$19,05	1,50%	$ 71,15	$ 28,15	$ -	$ -	$ 28,15	$ 43,00
$19,15	2,00%	$ 80,54	$ 37,54	$ -	$ -	$ 37,54	$ 43,00
$19,24	2,50%	$ 89,92	$ 46,92	$ -	$ -	$ 46,92	$ 43,00
$19,33	3,00%	$ 99,31	$ 56,31	$ -	$ -	$ 56,31	$ 43,00
$19,43	3,50%	$ 108,70	$ 65,69	$ -	$ -	$ 65,69	$ 43,00
$19,52	4,00%	$ 118,08	$ 75,08	$ -	$ -	$ 75,08	$ 43,00
$19,61	4,50%	$ 127,47	$ 84,46	$ -	$ -	$ 84,46	$ 43,00
$19,71	5,00%	$ 136,85	$ 93,85	$ -	$ -	$ 93,85	$ 43,00
$19,80	5,50%	$ 146,24	$ 103,24	$ -	$ -	$ 103,24	$ 43,00
$19,90	6,00%	$ 155,62	$ 112,62	$ -	$ -	$ 112,62	$ 43,00
$19,99	6,50%	$ 165,01	$ 122,01	$ -	$ -	$ 122,01	$ 43,00
$20,08	7,00%	$ 166,00	$ 131,39	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,18	7,50%	$ 166,00	$ 140,78	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,27	8,00%	$ 166,00	$ 150,16	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,37	8,50%	$ 166,00	$ 159,55	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,46	9,00%	$ 166,00	$ 168,93	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,55	9,50%	$ 166,00	$ 178,32	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00
$20,65	10,00%	$ 166,00	$ 187,70	$ -	$ 2.000,00	$ (1.877,00)	$ 43,00

Fonte: Tabela elaborada pela autora.

Gráfico 4 –Retorno de PETR4 com e sem *hedge*



Fonte:Gráfico elaborado pela autora.

Este exemplo ilustra a viabilidade da mitigação do risco envolvido na compra de ações e simultâneamente a redução do custo deste hedge. Observamos que há um tipo de agente, conforme descrito na seção I.2.1, cujo objetivo é investir em um ativo objeto e utilizar derivativos financeiros, neste caso opções, para gerenciar a sua exposição ao risco, e por este motivo então, é interessante analisar também como a contraparte destas operações, ou seja, agente que operam exclusivamente opções, podem hedgear também suas posições. A próxima seção irá analisar como é possível também realizar o hedge de uma carteira contendo apenas opções.

III.3 – Teste com carteira de opções

A seguir será apresentado um exemplo hipotético onde os preços das opções e suas gregas são calculados com o auxílio de um programa específico utilizando o modelo Black & Scholes.

Iremos considerar uma carteira contendo n opções, *calls* e *puts* do tipo européia. Para simplificar assumiremos lote unitário. Para a i-ésima opção serão definidas as seguintes notações:

Q_i: quantidade de contratos da i-ésima opção; D_i: *delta* de Q_i da i-ésima opção; G_i: *gamma* de Q_i da i-ésima opção; V_i: *vega* de Q_i da i-ésima opção.

A posição *delta*, *gamma* e *vega* da carteira é dada pelos somatórios abaixo (17). A partir da montagem de um outro portfólio com *j* opções do mesmo ativo objeto porém com *strikes* e datas de exercício diferentes, iremos *hedgear* as gregas da carteira original como mostra (20) onde $D_{neutro} = G_{neutro} = V_{neutro} = 0$. Isto fará com que a volatilidade no valor da carteira com seja reduzida, pois através deste *hedge* trazemos *vega*, *gamma* e *delta* para níveis nulos.

$$D_{i\ total}: \sum Q_i D_i \ ; \ \ G_{i\ total}: \sum Q_i G_i \ ; \ \ V_{i\ total}: \sum Q_i V_i \qquad (17)$$

$$D_{neutro} = D_{i\ total} - \sum Q_j D_j; \ \ G_{neutro} = G_{i\ total} - \sum Q_j G_j; \ \ V_{neutro} = V_{i\ total} - \sum Q_j V_j \qquad (18)$$

Ao escolher as opções que usaremos para *hedgear* o portfólio inicial, é importante considerar custo com o prêmios destas novas opções e tentar minimizá-lo. Para este processo de minimização assumiremos que as quantidades negociadas são inteiras, não havendo mercado fracionário, e que custos com impostos, taxas e corretagens são nulos, e P_j será o prêmio pago/recebido ao comprar/vender Q_j (ALEXANDER, 2008).

As condições para minimização de $\sum Q_j P_j$ são:

$$\sum Q_j D_j = - D_{i\ total} \ ; \sum Q_j G_j = - G_{i\ total} \ ; \sum Q_j V_j = - V_{i\ total}$$

Definidas as condições para que a estratégia *delta gamma vega hedging* seja eficiente, vamos analisar a aplicação a um exemplo prático com as opções da ação CVX:US, da empresa norte americana Chevron, negociada na NYSE e membro do índice Dow Jones.

Para a esta análise iremos utilizar dois grupos de opções de compra e venda da ação CVX:US observados no dia 12 de Outubro de 2011 no mercado à vista, o primeiro com vencimento em Dezembro de 2011 e o segundo em Janeiro de 2012. A volatilidade implícita estimada é de 57,03% para as opções mais curtas e 54,98% para as com vencimento em Janeiro 2012, e a volatilidade histórica calculada para dois e três meses é respectivamente 68,11% e 64,89% (BLOOMBERG, 2011).

O conjunto de opções apresentado na tabela 10, com vencimento em Janeiro 2012, forma o grupo de opções passíveis de compor o portfólio hedge, que é como chamaremos a carteira que será selecionada de modo a neutralizar os efeitos de delta, gama e vega da carteira inicial. Utilizando um *software* específico de *hedge* que respeite a equação 18 e através dela teste todas as possibilidades de combinações viáveis entre os ativos do portfólio hedge, é possível achar a melhor combinação para a estratégia *delta gamma vega hedging*, obtendo assim as quantidades otimizadas para o portfólio hedge, onde opções de compra e de venda terão as quantidades ótimas definidas de modo a gerenciar o risco da carteira original. Duas restrições são impostas neste caso, de que a quantidade total de opções do portfólio de *hedge* seja igual ou menor ao do original, e que a escolha deste mesmo portfólio seja feita de modo a reduzir o custo com o prêmio das opções de Janeiro 2012.

Tabela 9 – Carteira original

Tipo da Opção	Quantidade	Preço de Exercício	Prêmio por Lote	Vencimento	Delta	Gamma	Vega	Posição Delta	Posição Gamma	Posição Vega
Compra	0	95	9,97	dez/11	0,5817	0,01408	11.977	0,0000	0	-
Compra	34	100	7,75	dez/11	0,5118	0,01436	12.279	17,4012	0,48824	417.486
Compra	0	105	6,22	dez/11	0,4444	0,01424	12.159	0,0000	0	-
Compra	0	110	4,36	dez/11	0,3818	0,01374	11.596	0,0000	0	-
Compra	26	115	3,10	dez/11	0,3246	0,01295	10.685	8,4396	0,3367	277.810
Compra	0	120	2,54	dez/11	0,2738	0,012	9.619	0,0000	0	-
Venda	0	95	7,95	dez/11	-0,4183	0,01408	11.977	0,0000	0	-
Venda	0	100	10,58	dez/11	-0,4880	0,01437	12.312	0,0000	0	-
Venda	-24	105	14,25	dez/11	-0,5558	0,01423	12.126	13,3392	-0,34152	- 291.024
Venda	-26	110	17,00	dez/11	-0,6184	0,01373	11.563	16,0784	-0,35698	- 300.638
Venda	0	115	21,13	dez/11	-0,6752	0,01296	10.718	0,0000	0	-
Venda	0	120	24,85	dez/11	-0,7262	0,012	9.619	0,0000	0	-
Total	110							55,2584	0,12644	103.634

Fonte: Tabela elaborada pela autora.

A carteira original a ser *hedgeada* tem uma posição delta total de 55,2582; gamma total de 0,12644 e vega total de 103.634. São estas posições que, respeitando as condições de minimização expostas no início desta seção, serão neutralizadas através da criação de um portfólio com opções de mesma natureza porém com data de exercício em Janeiro 2012.

Tabela 10 – Carteira para hedge de *delta*, *gamma* e *vega*

Tipo da Opção	Quantidade	Preço de Exercício	Prêmio por Lote	Vencimento	Delta	Gamma	Vega	Posição Delta	Posição Gamma	Posição Vega
Compra	0	95	9,36	jan/12	0,6028	0,02067	26.415	0,0000	0	-
Compra	0	100	9,05	jan/12	0,5470	0,02055	26.317	0,0000	0	-
Compra	0	105	8,33	jan/12	0,4944	0,02032	26.166	0,0000	0	-
Compra	-52	110	7,50	jan/12	0,4448	0,01995	25.929	-23,1296	-1,0374	- 1.348.308
Compra	-2	115	6,50	jan/12	0,3986	0,0197	25.422	-0,7972	-0,0394	- 50.844
Compra	-2	120	4,79	jan/12	0,3903	0,01932	24.674	-0,7806	-0,03864	- 49.348
Venda	0	95	15,58	jan/12	-0,3972	0,02067	26.415	0,0000	0	-
Venda	0	100	16,65	jan/12	-0,4530	0,02055	26.317	0,0000	0	-
Venda	0	105	18,06	jan/12	-0,5056	0,02032	26.166	0,0000	0	-
Venda	18	110	20,00	jan/12	-0,5552	0,01995	25.929	-9,9936	0,3591	466.722
Venda	18	115	22,25	jan/12	-0,6014	0,0197	25.422	-10,8252	0,3546	457.596
Venda	18	120	26,75	jan/12	-0,6097	0,01932	24.674	-10,9746	0,34776	444.132
Total	110						-	56,5008	- 0,05398	- 80.050

Fonte: Tabela elaborada pela autora.

Tabela 11 – Portfólio final *hedgeado*

Carteira Inicial	Carteira Hedge	Carteira Total	Posição Delta	Posição Gamma	Posição Vega
-439,90	829,42	389,52	-1,2424	0,07246	23.584

Fonte: Tabela elaborada pela autora.

O resultado obtido é a redução do *delta*, *gamma* e *vega* da carteira inicial aos menores níveis possíveis (ver tabela 11), respeitadas as condições de minimização supostas no início do cálculo e realizadas todas as combinações possíveis com os dados exibidos, além de uma melhora no valor final do portfólio. O prêmio pago para se hedgear a carteira original é de US$829,42, ou seja, a carteira hedge montada vale US$829,42 enquanto a carteira inicial tinha uma posição vendida em -US$784 (-24 * US$14,25 + -26 * US$17 = -US$784) e uma posição comprada em US$344,10 (34*US$7,75 + 26*US$3,10 = US$344,10), o que gerava um valor total de –US$439,90 da carteira inicial. Sendo assim podemos concluir que neste a carteira de opções foi hedgeada através de outras opções e otimizou também seu valor de mercado ao final do hedge.

CONCLUSÃO

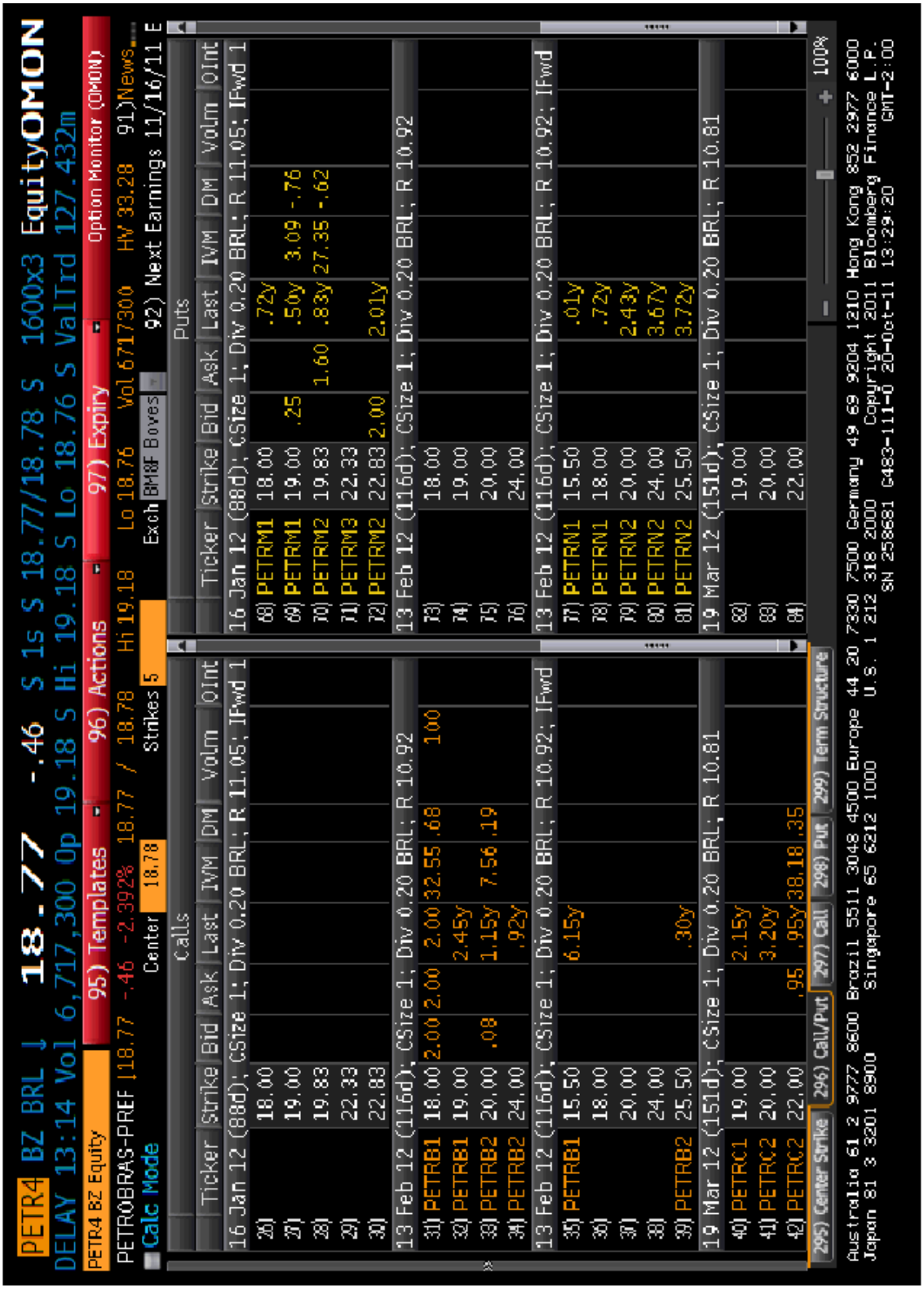
A partir dos exemplo apresentados no capítulo 3 fica comprovada a possibilidade da utilização de opções como instrumento de hedge de ações e também de opções. Entretanto cabe observar que dependendo da estratégia utilizada o custo do hedge pode, ou não, ser também reduzido. No exemplo III.2, financiamos o hedge da ação PETR4 com opções de vencimento em 116 dias; se aplicado à opções com vencimento em 33 dias, o resultado não seria tão positivo pois opções com maior prazo incorporam em seu preço o componente theta, que é a incerteza no preço da opção em função do tempo decorrido até seu vencimento. Opções mais curtas tem um theta menor e um gamma maior, ou sejam, tem seu prêmio mais rapidamente afetado pela variação no preço do ativo objeto, o que faz com que a diferença de preço destas opções com vencimento mais curto, uma *put atm* e uma *call otm*, possa ser insuficiente para que a estratégia seja auto-financiável.

O exemplo de *zero-cost collar* foi testado para vencimento em Novembro de 2011 também, sendo que neste caso o hedge realizado não foi capaz de reduzir os custos da mesma maneira quando utilizadas as opções de Fevereiro 2012.

No exemplo III.3 onde é feito o hedge de uma carteira de opções, com outras opções através da redução de *delta*, *gamma* e *vega*, podemos concluir que além do portfólio ter sua posição total destas gregas amplamente reduzido, foi possível também otimizar o valor da carteira total.

Deste modo podemos observar que derivativos financeiros, opções neste caso, podem ser utilizados como instrumento de hedge tanto de ações como de outras opções também. O investidor pode mitigar o risco e o mesmo tempo reduzir o custo do hedge e simultaneamente determinar os retornos possíveis da estratégia de hedge com opções escolhida.

Figura 7



Fonte: Terminal Bloomberg, 20-Out-2011às 13:20.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, C. *Market risk analysis – Pricing, hedging and trading financial instruments*. West Sussex, John Wiley & Sons, 2008

BERTSIMAS, D.; KOGAN, L.; LO, A. *Hedging derivative securities and incomplete markets: an arbitrage approach*. Operations Research, 49, 2001, p. 372-397

BESSADA, O.; BARBEDO, C.; ARAUJO, G. *Mercado de derivativos no Brasil – Conceitos, operações e estratégias*. São Paulo, Record, 2005

BLACK, F.; SCHOLES, M. *The pricing of options and corporate liabilities*. The Journal of Political Economy,81, p. 637-654

BM&FBOVESPA. *Café arábica: Definição de contrato futuro*. Disponível em: < http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframe.aspx?altura=900&idioma=pt-br&url=www.bmf.com.br/bmfbovespa/pages/contratos1/Contratos1_2011.asp> . Acesso em: 06 Out 2011

BM&FBOVESPA. *Tipos de mercados de derivativos*. Disponível em: < http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/educacional/iniciantes/mercados-de-derivativos/tipos-de-mercados-derivativos/tipos-de-mercados-derivativos.aspx?idioma=pt-br >. Acesso em: 06 Out 2011

CHANCE, D. M. *Essays in derivatives: risk-transfer tools and topics made easy*. New Jersey, John Wiley & Sons, 2008

CHANCE, D. M; BROOKS, R. *An introduction to derivatives and risk management*. Quebec, Thomson South-Western, 2008

COX, J.C.; ROSS, S.; RUBINSTEIN, M. *Option pricing: A simplified approach*. Journal of Financial Economics, 7, 1979, p. 229-264

DAVIS, M. *Option pricing in incomplete markets.* Mathematics of Derivative Securities, Cambridge University Press, 1998, p. 216-226

HULL, J. C. *Opções, futuros e outros derivativos*. New Jersey, Pearson Prentice Hall, 1997

HULL, J. C. *Options, futures and other derivatives*. New Jersey, Pearson Prentice Hall, 2009, p. 339-370

LIMA, I. S.; LOPES, A. B. *Contabilidade e operações com derivativos*. São Paulo: Pioneira, 2003.

MC DONALD, R.L. *Derivatives markets*. London, Addison Wesley, 2006, p. 413-425

MERTON, R. *Applications of option-pricing theory: twenty-five years later*. American Economic Review, 88, 1998, p. 322-350

RUBINSTEIN, M. *The valuation of uncertain income streams and the pricing of options*. Bell Journal of Economics and Management Science, 7, 1976, p. 408-423

TALEB, N. *Dynamic hedging – Managing vanilla and exotic options*. New York, John Wiley & Sons, 1996

TAN, C C. *Demystifying exotic products – Interest rates, equities and foreign exchange*. London, John Wiley & Sons, 2010

THE OPTIONS GUIDE. *Costless collar*. Disponível em: < http://www.theoptionsguide.com/costless-collar.aspx >. Acesso em: 19 Out 2011