



SIMULAÇÃO NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DE UMA BOMBA MHD DE
CORRENTE ALTERNADA

Matheus de Abreu Monteiro Campos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Marcelo José Colaço
Gabriel Lisbôa Verissimo

Rio de Janeiro
Setembro de 2020

SIMULAÇÃO NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DE UMA BOMBA MHD DE
CORRENTE ALTERNADA

Matheus de Abreu Monteiro Campos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Orientadores: Marcelo José Colaço

Gabriel Lisbôa Verissimo

Aprovada por: Prof. Marcelo José Colaço

Prof. Gabriel Lisbôa Verissimo

Prof. César Cunha Pacheco

Prof. João Alves de Lima

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2020

Campos, Matheus de Abreu Monteiro

Simulação Numérica Tridimensional de uma Bomba MHD de Corrente Alternada / Matheus de Abreu Monteiro Campos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020.

XV, 112 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Marcelo José Colaço

Gabriel Lisbôa Verissimo

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 107-112.

1. Magnetohidrodinâmica. 2. Bombas MHD. 3. Simulação Computacional. I. Colaço, Marcelo José *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e por permitir a realização deste trabalho e a Nossa Senhora por sua intercessão.

Agradeço à minha família por todo apoio e incentivo. Em especial à minha mãe Desirée, minha bisavó Lygia e meu avô Amaury, cujas memórias se fizeram sempre presentes; e a meu pai Luis Antônio, meu irmão Pedro e avó Daisy, cujas dedicação e carinho se fizeram essenciais.

Agradeço aos professores Marcelo Colaço e Gabriel Verissimo pela paciência, dedicação e conhecimento compartilhado, sem os quais não seria possível realizar esta caminhada.

Agradeço ao Departamento de Engenharia Mecânica da UFRJ na figura de seus professores, por todo o ensinamento passado, e da senhora Vera Noronha, por todo suporte indispensável.

Agradeço aos funcionários do LMT – Laboratório de Máquinas Térmicas que estiveram sempre disponíveis, senhora Márcia, senhor Wilson, senhor Pedro e senhor Nalberto.

Agradeço aos colegas Raphael Carvalho, Bernardo Brener, Luiz Ferreira, Alexandre Henrique e Sami Ayad por seu companheirismo e auxílio ao longo deste curso.

Por fim agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pela concessão da bolsa de estudo.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO NUMÉRICA TRIDIMENSIONAL DE UMA BOMBA MHD DE CORRENTE ALTERNADA

Matheus de Abreu Monteiro Campos

Setembro/2020

Orientadores: Marcelo José Colaço

Gabriel Lisbôa Verissimo

Programa: Engenharia Mecânica

Neste trabalho é realizada a simulação numérica tridimensional de uma bomba magnetohidrodinâmica (MHD) de corrente alternada. O principal objetivo do trabalho é avaliar as implicações de se utilizar correntes desta natureza sobre o escoamento e compará-los com um caso de corrente contínua no qual a força de Lorentz média exercida pela bomba seja equivalente. Para isso, é feita a modelagem do problema e sua implementação computacional. O modelo implementado é validado usando dados experimentais obtidos na literatura. Na etapa de validação alguns modelos de turbulência são avaliados e o que mais se adequa ao problema com corrente alternada é escolhido. Um conjunto de grupos adimensionais é levantado a fim de auxiliar a análise do problema de corrente alternada e a partir da análise deles se realizam simplificações no modelo. Por fim, uma faixa de frequência de 1 a 50 Hz é simulada. Os resultados demonstram que a partir de cerca de 10 Hz há uma concordância entre o perfil de velocidade para casos DC e AC equivalentes, porém para frequências mais baixas alguma periodicidade é observada. O aquecimento devido ao efeito Joule é mais significativo para a configuração AC, podendo ser crítico à operação da bomba. Outras grandezas como densidade de corrente e pressão também são avaliadas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

NUMERICAL SIMULATION OF AN MHD PUMP OF ALTERNATING CURRENT

Matheus de Abreu Monteiro Campos

September/2020

Advisors: Marcelo José Colaço

Gabriel Lisbôa Verissimo

Department: Mechanical Engineering

In this work, the numerical simulation of a three-dimensional magnetohydrodynamic (MHD) pump of alternating current is made. The goal of this work is to evaluate the implications caused by the alternating current over the fluid flow and compare them with a direct current case, in which the average Lorentz force exerted by the pump is equivalent. A model for the problem is presented and computationally implemented. The computational model is validated using experimental data available in the literature. During the validation step some turbulence models are evaluated and the most suitable for the alternating current problem is selected. A group of dimensionless numbers is raised in order to improve the problem analysis and justify some simplifications done in the model. At last, a range of frequency from 1 Hz to 50 Hz is simulated. Results show that around 10 Hz there is a high concordance between velocity profiles for DC and AC equivalent cases, while for other frequencies some periodicity is observed. Heating produced by Joule effect is higher for the AC pump and may be critic for its operation. Other quantities as current density and pressure are also evaluated.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
Nomenclatura	xii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Organização do trabalho	3
2 Revisão Bibliográfica	4
2.1 Magnetohidrodinâmica	4
2.2 Bombas magnetohidrodinâmicas	5
2.3 Simulações Computacionais em MHD	13
2.4 Modelos de Turbulência em MHD	14
3 Desenvolvimento das Equações	17
3.1 Eletromagnetismo aplicado à MHD	17
3.2 Equações governantes da dinâmica dos fluidos	21
3.3 Equações governantes da magnetohidrodinâmica	22
3.4 Análise das equações	25
3.5 Proposta alternativa de adimensionalização	28
4 Implementação Computacional	34
4.1 Canal de base para o estudo e verificações	34
4.2 Propriedades do fluido e constantes	36
4.3 Implementação numérica	36
4.4 Geração da malha	38
4.5 Validação	49
5 Análise do Problema de Corrente Alternada	58
5.1 Canal estudado	58
5.2 Avaliação dos números adimensionais	59
5.3 Condições de contorno e iniciais	64
6 Resultados e Discussão	66
6.1 Posições das medições	67
6.2 Corrente contínua	68
6.3 Corrente alternada	74

6.4 Eficiência das bombas	102
7 Conclusões	103
8 Referências	106

Lista de Figuras

Figura 1 – Esquema simplificado de funcionamento de uma bomba MHD.	1
Figura 2 – Esquema simplificado de uma bomba MHD DC (Figura adaptada de HUGHES <i>et al.</i> , 1995).....	6
Figura 3 – Vista superior do circuito fechado utilizado como base para o estudo.....	34
Figura 4 – Seção do canal com a bomba MHD.....	35
Figura 5 – Esquema simplificado do ciclo de solução.	38
Figura 6 – (a) malha sem <i>Inflation</i> ; (b) malha com <i>Inflation</i>	40
Figura 7 – Registro fotográfico da formação do perfil “M” feito por AOKI (2011). Retirado de AOKI (2011).	43
Figura 8 – Análise de convergência da malha: (a) Laminar; (b) <i>Standard k-ε</i> ; (c) <i>Realizable k-ε</i> ; (d) <i>RNG k-ε</i> ; (e) <i>Standard k-ω</i> ; (f) <i>SST k-ω</i> ; (g) <i>Transition SST</i>	44
Figura 9 – Circuito experimental utilizado por AOKI (2011). Retirado de AOKI (2011).	49
Figura 10 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 12 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.	51
Figura 11 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 20 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.	53
Figura 12 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 30 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.	54
Figura 13 – Distribuição de temperatura no circuito para o caso DC com 12 V.....	57
Figura 14 – Canal estudado em simulações com corrente alternada.....	58
Figura 15 - Comportamento da velocidade média em relação a variação de frequência.	66
Figura 16 – Posicionamento das linhas para medições.	68
Figura 17 – Densidade de corrente para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.....	69
Figura 18 – Força de Lorentz para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.	70
Figura 19 – Pressão para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.	71
Figura 20 – Velocidade para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.	72

Figura 21 – Temperatura para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.	73
Figura 22 – Densidade de corrente para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	75
Figura 23 – Densidade de corrente para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	77
Figura 24 – Densidade de corrente para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	79
Figura 25 – Comparação da densidade de corrente para as diferentes frequências.	80
Figura 26 – Força de Lorentz para o caso AC 1 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.	81
Figura 27 – Força de Lorentz para o caso AC 10 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.	83
Figura 28 – Força de Lorentz para o caso AC 50 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.	84
Figura 29 – Pressão para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	86
Figura 30 – Pressão para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	88
Figura 31 – Pressão para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	89
Figura 32 – Velocidade para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	91
Figura 33 – Velocidade para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	93
Figura 34 – Velocidade o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	95
Figura 35 – Temperatura para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	97
Figura 36 – Temperatura para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	98
Figura 37 – Temperatura para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.	100

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Constantes dos modelos <i>Standard k-ε</i> , RNG <i>k-ε</i> e <i>Realizable k-ε</i>	15
Tabela 2 – Constantes dos modelos <i>Standard k-ω</i> e SST <i>k-ω</i>	16
Tabela 3 – Constantes do modelo <i>Transition SST</i>	16
Tabela 4 – Resumo de equações da magnetohidrodinâmica.	23
Tabela 5 – Sistema de equações para o problema.	27
Tabela 6 – Distinção de parâmetros para os casos de corrente contínua e alternada.	33
Tabela 7 – Propriedades da água salgada a 20°C e 1 atm.....	36
Tabela 8 – Constantes do vácuo (NIST - National Institute of Standards and Technology, 2019).....	36
Tabela 9 – Malhas avaliadas para o modelo laminar.....	40
Tabela 10 – Malhas avaliadas para o modelo <i>Standard k-ε</i>	41
Tabela 11 – Malhas avaliadas para o modelo <i>Realizable k-ε</i>	41
Tabela 12 – Malhas avaliadas para o modelo RNG <i>k-ε</i>	41
Tabela 13 – Malhas avaliadas para o modelo <i>Standard k-ω</i>	42
Tabela 14 – Malhas avaliadas para o modelo SST <i>k-ω</i>	42
Tabela 15 – Malhas avaliadas para o modelo <i>Transition SST</i>	43
Tabela 16 – Malhas selecionadas.	48
Tabela 17 – Validação da equação da energia e efeito Joule.	57
Tabela 18 – Velocidade característica para tensões de pico de 30 V.	59
Tabela 19 – Valores do parâmetro de blindagem e película magnética para a faixa de frequência avaliada.	60
Tabela 20 – Números adimensionais relacionados ao campo de velocidade.	60
Tabela 21 – Adimensionais relacionados ao campo eletrostático.	61
Tabela 22 – Adimensionais relacionados ao campo magnético variante para 30 V.	62
Tabela 23 – Condições de contorno e iniciais para o problema.	64
Tabela 24 – Posições de medida das grandezas.	68

Nomenclatura

a	comprimento do canal na direção x [m]
\mathbf{A}	vetor genérico
A	área do eletrodo [m^2]
b	comprimento do canal na direção y [m]
B	valor característico do campo magnético [T]
\mathbf{B}	pseudo-vetor campo magnético [T]
c	comprimento do canal na direção z [m]
c_p	calor específico a pressão constante [J/kg.K]
\mathbf{D}	tensor taxa de deformação [1/s]
E	taxa de geração de calor por unidade de volume [W/m^3]
\mathbf{E}	vetor campo elétrico [V/m]
e	energia interna [J/kg]
\mathbf{F}	força de Lorentz [N/m^3]
\mathbf{f}	forças de corpo por unidade de volume [N/m^3]
g	componente da gravidade na direção vertical [m/s^2]
Ha	número de Hartmann
\mathbf{I}	tensor identidade
\mathbf{J}	vetor densidade de corrente [A/m^2]
l	comprimento característico [m]
L	distância entre eletrodos [m]
\dot{m}	vazão mássica [kg/s]
N	parâmetro de interação

p	pressão [Pa]
p_0	pressão característica [Pa]
\dot{q}	taxa de transmissão de calor por unidade de massa [W/kg]
\mathbf{r}	vetor normal
R_ω	parâmetro de blindagem
Re	número de Reynolds
Re_m	número de Reynolds magnético
t	tempo [s]
T	temperatura [K]
T_0	temperatura característica [K]
\mathbf{T}	tensor tensão [Pa]
u	velocidade na direção x [m/s]
\mathbf{u}	vetor velocidade [m/s]
U	velocidade característica [m/s]
v	velocidade na direção y [m/s]
w	velocidade na direção z [m/s]
\dot{W}	potência [W]
x	direção x
\mathbf{x}	vetor posição [m]
y	direção y
z	direção z
V	potencial eletrostático [V]

Letras Gregas

α	difusividade térmica [m ² /s]
δ_m	película magnética [m]
ε	permissividade [F/m]
ε_0	permissividade do vácuo [F/m]
η	eficiência da bomba
κ	condutividade térmica [W/m.K]
λ	difusividade magnética [m ² /s]
μ	viscosidade dinâmica [Pa.s]
μ_m	permeabilidade magnética [H/m]
μ_0	permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
ρ	massa específica [kg/m ³]
ρ_e	densidade de carga [C/m ³]
σ	condutividade elétrica [S/m]
τ_e	tempo de relaxação de carga [s]
τ_d	tempo de difusão [s]
ϕ	termo de dissipação de energia mecânica [W/kg]
ω	frequência angular [rad/s]

Subscritos

0	prescrito
<i>i</i>	induzido
<i>J</i>	via efeito Joule
<i>rad</i>	radiação

s estático

ω periódico

Sobrescritos

* adimensional

1 Introdução

1.1 Motivação

Magnetohidrodinâmica (MHD) é o estudo dos fluidos condutores elétricos em movimento e sua interação com campos magnéticos e/ou elétricos aos quais o fluido pode estar sujeito. Esse tema se trata, portanto, de uma interface entre a mecânica dos fluidos e a teoria eletromagnética, de modo que as equações governantes da MHD são tanto as leis de movimento de Newton, quanto as leis do eletromagnetismo clássico.

A teoria MHD se limita, como citado, aos fluidos condutores elétricos, sendo alguns exemplos os metais líquidos, o plasma e os eletrólitos (AOKI *et al.*, 2012). Ainda assim, há uma vasta quantidade de fenômenos descritos pela teoria MHD – o estudo da formação de estrelas e o movimento do núcleo líquido terrestre, por exemplo – e as aplicações são variadas e em áreas diversas – na fusão termonuclear, eletrólise, propulsão, agitação de fluidos, levitação e aquecimento de metais líquidos, dentre outros.

Uma utilização da MHD particularmente interessante à engenharia é o bombeamento de fluidos. O princípio básico desse tipo de máquina é a aplicação de uma corrente elétrica em um fluido condutor e de um campo magnético não-paralelo a essa corrente. Como consequência, o fluido sofre a ação da força de Lorentz e é impulsionado ao longo do canal. O esquema simplificado de uma bomba MHD de canal retangular é ilustrado na Fig. 1, onde \vec{J} é o vetor densidade de corrente e \vec{B} é a densidade de fluxo magnético.

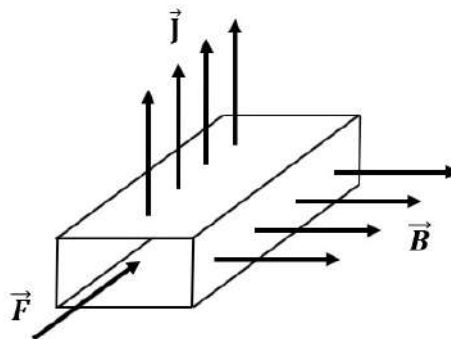


Figura 1 – Esquema simplificado de funcionamento de uma bomba MHD.

Deste ponto em diante neste trabalho, ao se referir à densidade de fluxo magnético se fará uso do termo campo magnético.

Essas bombas permitem variações de configurações para os campos elétricos e magnéticos impostos. As correntes elétricas podem ser diretas ou alternadas e ímãs permanentes ou eletroímãs podem ser usados como fonte de campo magnético. A depender da configuração utilizada, o comportamento encontrado no escoamento difere.

As bombas MHD apresentam algumas vantagens que as permitem serem utilizadas em processos que podem ser particularmente complicados para se empregar bombas convencionais, sendo, portanto, uma alternativa viável nestes casos. Metais e sais fundidos a altas temperaturas, além de possuírem grande potencial corrosivo e agravarem danos por fadiga, o que os tornam de difícil utilização em bombas convencionais, são exemplos de fluidos comumente usados em bombas MHD.

Soluções eletrolíticas, como água salgada e algumas soluções biológicas, são outros exemplos de fluidos junto aos quais as bombas MHD encontram aplicação, sendo este o grupo no qual o fluido de interesse do presente trabalho, a água salgada, se encontra. Investigações sobre o bombeamento desses fluidos estão disponíveis na literatura e empregam em sua maioria configurações com corrente elétrica contínua (LEMOFF e LEE, 2000; JANG e LEE, 2000; ZHONG *et al.*, 2002; LEMOFF e LEE, 2003; EIJKEL *et al.*, 2003; HOMSAY *et al.*, 2005; HO, 2007; CHAABANE *et al.*, 2007; NGUYEN e KASSEGNE, 2008; AOKI *et al.*, 2012; LI *et al.*, 2018).

A utilização de corrente contínua tem como consequência a eletrólise dos fluidos bombeados, que leva ao surgimento de bolhas e afeta o escoamento, além de levar à degradação dos eletrodos. A utilização de correntes alternadas, por sua vez, inibe a ocorrência da eletrólise, impedindo a formação dessas bolhas.

Ao se utilizar uma fonte de corrente contínua e um campo magnético uniforme e invariante é possível se obter um escoamento unidirecional em um sentido único. A simples alteração para uma fonte de corrente alternada, sem modificar o campo magnético, levaria a um escoamento com seu sentido invertido periodicamente. Portanto, para se manter o escoamento em um único sentido, é necessário que se empregue simultaneamente corrente e campos magnéticos alternantes.

Como consequência, o comportamento do escoamento como um todo pode ser alterado diante da configuração tradicional com corrente direta e se torna interessante avaliar as modificações que surgem.

1.2 Objetivos

Dado o contexto apresentado, o presente trabalho tem por objetivo investigar os efeitos da utilização de campos elétricos alternantes de baixa frequência sobre o escoamento da água salgada em um duto retangular de uma bomba MHD. Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Elaboração de um modelo teórico para a simulação da bomba MHD;
- Implementação do modelo em uma ferramenta de simulação computacional;
- Validação do modelo utilizando-se de valores experimentais e resultados simulados encontrados na literatura;
- Estudar a influência das correntes elétricas variantes de baixa frequência sobre o desempenho da bomba MHD, em especial sobre o perfil de velocidade.

1.3 Organização do trabalho

O trabalho é dividido da seguinte forma: no Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica sobre a magnetohidrodinâmica e as bombas MHD de corrente direta e alternada, bem como modelos e soluções propostos; no Capítulo 3 são desenvolvidas as equações básicas da magnetohidrodinâmica, a partir da revisão das equações governantes da mecânica dos fluidos e do eletromagnetismo; no Capítulo 4 é detalhada a implementação computacional, é definido o método de simulação e é realizada a verificação do modelo; no Capítulo 5 são apresentados resultados de algumas análises conduzidas antes das simulações, bem como é definido o canal estudado para as simulações com corrente alternada; no Capítulo 6 são apresentados os resultados e discussões das simulações realizadas; no Capítulo 7 são apresentadas as conclusões obtidas.

2 Revisão Bibliográfica

Esse capítulo apresenta uma breve revisão sobre o desenvolvimento da magnetohidrodinâmica, uma investigação sobre a evolução das bombas MHD e os estudos recentes relacionados a essas máquinas. Nesses estudos são avaliadas as formulações apresentadas, as peculiaridades envolvidas em cada análise e as modelagens e soluções propostas pelos autores.

2.1 Magnetohidrodinâmica

Campos magnéticos são capazes de influenciar diversos escoamentos, bem como podem ser afetados por eles. O estudo dessa interação mútua entre escoamentos e campos magnéticos é chamada de magnetohidrodinâmica. Essa teoria é restrita especificamente a fluidos não magnéticos e condutores elétricos, como os metais líquidos, plasma e soluções eletrolíticas (DAVIDSON, 2001).

Um dos primeiros relatos sobre fenômenos relacionados à magnetohidrodinâmica remonta à primeira metade do século XIX, quando RITCHIE (1832) realiza investigações experimentais sobre as recentes descobertas no eletromagnetismo e observa a movimentação de soluções eletrolíticas (RITCHIE, 1832; AOKI *et al.*, 2012). Este fato se deu cerca de trinta anos antes de MAXWELL (1861) publicar as equações unificadas para os fenômenos elétricos e magnéticos em “*On Physical Lines of Force*”.

Entretanto, segundo DAVIDSON (2001), foi apenas por volta do início dos anos 40 do século XX que a magnetohidrodinâmica se tornou um tema compreendido, cujo principal interesse recaiu inicialmente nas investigações em astrofísica e na física de plasma. O assunto passou a ser explorado nas engenharias na década de 60 do mesmo século quando houve o desenvolvimento do reator regenerador rápido, da fusão termonuclear controlada e da geração de energia baseada na MHD (DAVIDSON, 2001). Ainda conforme DAVIDSON (2001), nas décadas subsequentes tecnologias foram desenvolvidas para a indústria metalúrgica e a MHD passou a ser largamente utilizada para aquecimento, bombeamento, agitação e levitação de metais líquidos.

Os princípios da magnetohidrodinâmica já são conhecidos, portanto, há algumas décadas e algumas aplicações práticas já foram desenvolvidas. Trabalhos recentes demonstram que ainda há o que ser explorado na área e que as aplicações podem se

estender além das já consolidadas, mas ressaltam que ainda há desafios a serem superados antes que essas novas tecnologias possam se tornar efetivamente práticas (AL-HABAHBEH *et al.*, 2016).

Alguns trabalhos realizados nas últimas décadas, encontrados na literatura, demonstram algumas das diferentes aplicações nas quais a MHD é explorada, como no estudo da necessidade da utilização de ímãs supercondutores para propulsão MHD (DOSS e GEYER, 1990), na simulação de um sistema de geração de potência com água salgada (LIU *et al.*, 2006), na simulação de um medidor de fluxo eletromagnético (LU *et al.*, 2013), na investigação de geradores de potência supersônicos com plasma (PENGYU *et al.*, 2016) e em algumas análises de escoamento de fluidos não-newtonianos sobre a influência de campos magnéticos e elétricos, principalmente voltados a aplicações biológicas (GAO e JIAN, 2015; ZHAO *et al.*, 2015).

2.2 Bombas magnetohidrodinâmicas

As bombas magnetohidrodinâmicas estão no grupo das aplicações práticas dessa teoria, que já foram implementadas em grande escala, mas que ainda apresentam potencial de desenvolvimento. Essas máquinas têm sido avaliadas ao longo dos últimos anos, tendo como foco principal a aplicação com fluidos que são particularmente difíceis de serem utilizados em bombas convencionais, como por exemplo metais e sais fundidos, água salgada e nanofluidos.

Os primeiros relatos sobre essas bombas vêm de HARTMANN (1937) que faz um estudo sobre o escoamento laminar de mercúrio líquido sob ação de um campo magnético homogêneo. Adicionalmente, HARTMANN (1937) apresenta o projeto da bomba eletromagnética que desenvolveu em 1918 e que pode ser considerado o primeiro passo no estudo e aplicação dos conceitos da magnetohidrodinâmica no bombeamento de fluidos, anos antes da consolidação da teoria.

O princípio básico de funcionamento dessas bombas consiste na atuação conjunta de uma corrente elétrica e um campo magnético impostos, a fim de gerar uma força eletromagnética, denominada força de Lorentz, a qual é utilizada como força motriz para o fluido a ser bombeado. Um exemplo de construção desse tipo de equipamento consiste no posicionamento ortogonal entre um par de ímãs e um par de eletrodos, conforme o modelo da Fig. 2.

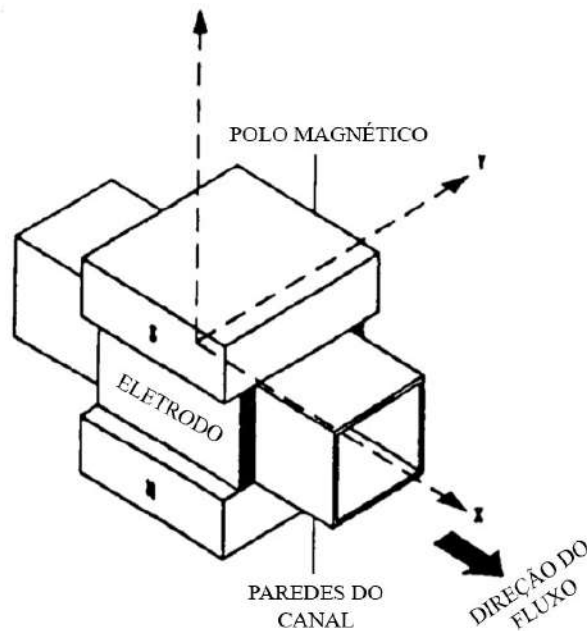


Figura 2 – Esquema simplificado de uma bomba MHD DC (Figura adaptada de HUGHES *et al.*, 1995).

A corrente elétrica imposta pode ser tanto contínua quanto alternada, levando essas bombas a serem divididas em duas classes: DC (corrente contínua) e AC (corrente alternada). O uso de corrente alternada implica em uma configuração diferente da bomba se comparada com os casos de corrente contínua. Nas bombas MHD DC, tanto o campo elétrico quanto campo magnético são estáticos, visando garantir um escoamento em uma direção preferencial. Para se obter este mesmo escoamento direcionado em uma bomba MHD AC, é necessário aplicar um campo magnético alternado na mesma frequência que a corrente elétrica aplicada.

Na literatura são encontrados trabalhos que exploram ambas as configurações apresentadas, para o bombeamento de fluidos diversos, ou ainda alternativas que eliminam a corrente elétrica imposta e se aproveitam apenas da induzida pelos campos magnéticos variáveis, como por exemplo as propostas recentemente por PENG e ZHAO (2008) e MARTYNOVICH *et al.* (2018).

As bombas MHD apresentam algumas vantagens quando comparadas às convencionais, como a construção simples e compacta, a capacidade de atuar em ambientes de alta temperatura e a ausência de partes móveis. Essas vantagens conferem maior confiabilidade, redução da manutenção requerida e diminuição de ruídos. Como

desvantagens, há o escoamento reverso ao final do campo magnético, o custo alto dos ímãs, a falta de modelos analíticos acurados, a não homogeneidade na distribuição do perfil de velocidade e a instabilidade do escoamento sobre certas condições de operação (AL-HABAHBEH *et al.*, 2016).

Algumas vantagens citadas viabilizam a utilização das bombas MHD como alternativa às convencionais no bombeamento de fluidos em algumas situações. A capacidade de resistir às altas temperaturas permite que metais líquidos sejam utilizados; a ausência de partes móveis reduz a suscetibilidade à fadiga que pode ser agravada por certas substâncias, permitindo, por exemplo, o bombeamento de sais fundidos que são usados como refrigerantes de reatores nucleares.

Além disso, a utilização de bombas MHD como propulsores de água salgada é identificada por AL-HABAHBEH *et al.* (2016) como promissora para uma variedade de aplicações que requerem altas vazões e velocidades, como por exemplo em submarinos. A aplicação de bombas MHD em micro e nanofluídica também tem se destacado, principalmente em biotecnologia, no bombeamento de fluidos biológicos e soluções com nanopartículas.

Dada a possibilidade de se utilizar as bombas MHD em diferentes aplicações, diversos estudos são realizados. Dentre aqueles voltados às aplicações de bombas MHD DC está o de HUGHES *et al.* (1995), que realizam a modelagem numérica de uma bomba e um freio de corrente contínua, os quais diferem em seu funcionamento a partir da inversão da polaridade dos eletrodos. Por sua vez, JANG e LEE (1999) apresentam uma nova microbomba MHD DC e realizam um estudo tanto experimental quanto teórico sobre o bombeamento de soluções eletrolíticas aquosas. Ademais, os autores observam a formação de bolhas devido a eletrólise do fluido, uma consequência da corrente elétrica contínua imposta.

BOISSONNEAU e THIBAUT (1999) realizam uma análise experimental da eletrólise e a sua consequência sobre o escoamento de água salgada com uma bomba MHD DC. Os autores concluem que a geração de bolhas é influenciada tanto pelo escoamento em si quanto pela densidade de corrente aplicada, e que nas configurações propostas a formação de bolhas não afeta o perfil de velocidade, nem a intensidade da turbulência. A degradação do eletrodo é observada e materiais diferentes são testados, porém não são encontradas alternativas para redução do desgaste do material.

LEMOFF e LEE (2000) ressaltam que a utilização de bombas MHD em uma configuração com corrente contínua pode ter suas aplicações práticas restritas ao se bombear soluções eletrolíticas devido à reação de eletrólise. Além da reação degradar os eletrodos, em microbombas como as estudadas pelos autores e a apresentada por JANG e LEE (1999), as bolhas formadas como consequência da reação podem impedir o escoamento.

Assim, no intuito de evitar a formação de bolhas, LEMOFF e LEE (2000) propõem uma microbomba que utiliza uma corrente elétrica senoidal sincronizada com um campo magnético alternante gerado por um eletroímã. Uma frequência suficientemente alta é capaz de inibir a reação de eletrólise e, portanto, impedir a formação de bolhas e a degradação do eletrodo. Os autores realizam investigações experimentais e demonstram a viabilidade das microbombas MHD AC, vindo a estudar mais à frente a aplicabilidade destas bombas em conjuntos dentro de micro canais (LEMOFF e LEE, 2003). Outros autores, como EIJKEL *et al.* (2003) se baseiam nesses resultados e exploram a aplicação dessas bombas em outras funções como para cromatografia.

HOMSY *et al.* (2005) destacam, entretanto, que apesar da viabilidade da utilização das bombas em uma configuração AC, há uma limitação prática devido às menores intensidades de campo magnético alcançadas com eletroímãs AC. Os autores optam por prosseguir com a utilização de microbombas MHD DC, porém adotam um desenho alternativo que isola os eletrodos do canal principal, o que impede que as bolhas formadas atrapalhem o escoamento.

NGUYEN e KASSEGNE (2007) destacam que a formação de bolhas, a eletrosnose e o aquecimento por efeito Joule são efeitos relevantes em microbombas e estudam os mecanismos da eletrólise no intuito de compreender melhor como se dá a formação de bolhas e seu transporte no fluido. O melhor entendimento da eletrólise auxiliou NGUYEN e KASSEGNE (2007) no desenvolvimento de um sistema para isolamento das bolhas no escoamento, buscando reduzir a interferência dessas no desempenho de sua microbomba, de maneira semelhante à realizada por HOMSY *et al.* (2005).

Os resultados dos experimentos conduzidos pelos autores são comparados com simulações por elementos finitos. A comparação demonstra que, de fato, a formação de bolhas interfere consideravelmente no escoamento e, devido aos modelos criados para

as soluções por elementos finitos serem monofásicos, há um grande desvio entre os resultados.

CHAABANE *et al.* (2007) propõem um modelo de uma microbomba MHD de corrente alternada tendo também por objetivo a prevenção da formação de bolhas, eletrólise e degradação do eletrodo. A formulação apresentada considera a força de Lorentz média ao se aplicar simultaneamente um campo magnético variante com uma fase de diferença em relação ao campo elétrico. Supõe-se ambos os campos unidirecionais, uniformes e conhecidos.

Os autores inserem a força média de Lorentz nas equações de Navier-Stokes e propõe uma solução a partir da aplicação do método das diferenças finitas nessas equações. Os resultados demonstram que o método empregado é válido e apresenta uma convergência tanto para a distribuição de pressão quanto da velocidade. CHAABANE *et al.* (2007) concluem que o aumento da intensidade da corrente aplicada e do campo magnético levam ao aumento da vazão do canal simulado. Além disso, demonstram que as dimensões do canal e o campo magnético imposto afetam diretamente a distribuição de pressão e velocidade do escoamento.

HO (2007) fornece uma solução analítica para um modelo de microbomba MHD DC e a compara com resultados obtidos a partir de uma análise experimental. Para se alcançar a solução, algumas considerações são feitas, sem que haja maiores erros nos resultados. São elas: o escoamento é unidirecional, plenamente desenvolvido e laminar; a tensão superficial e o campo elétrico induzido pelo deslocamento do fluido são negligenciáveis; e o gradiente de pressão é produzido unicamente devido a ação da força de Lorentz.

Uma expressão é obtida para a vazão e velocidade do escoamento. Experimentos são conduzidos com um aparato desenvolvido por HO (2007) que utiliza um ímã permanente junto a uma fonte para impor uma corrente no fluido. As análises experimentais e teóricas são conduzidas em regime permanente e os resultados são comparados, demonstrando grande correlação entre os resultados. Além da forte correlação, que demonstra a validade do modelo teórico, o autor comenta sobre a formação de bolhas. Com o aumento da corrente imposta, a formação de bolhas aumenta e os resultados do modelo teórico começam a se distanciar dos dados experimentais.

PATEL (2007) apresenta uma formulação tridimensional para o problema de uma microbomba MHD de corrente contínua e uma estrutura numérica para sua solução. São avaliados não apenas os efeitos da força de Lorentz sobre o escoamento, mas também da eletrosnose e do aquecimento ocasionado pelo efeito Joule. A eletrosnose é causada pela existência de um potencial devido à dissociação de íons ou grupos iônicos e se estende por uma fina camada na interface da parede da bomba e do fluido eletrólito. O efeito Joule causa em eletrólitos uma mudança na distribuição de temperatura devido ao aquecimento provocado. A mudança de temperatura tem como consequência a diminuição da viscosidade e um aumento na condutividade do material. Em conjunto, o aquecimento do eletrólito gera uma força eletrotérmica que contribui para o aumento da velocidade de escoamento.

Em seu trabalho, PATEL (2007) apresenta duas formulações: dimensional e adimensional. A comparação entre a solução de cada formulação é utilizada para verificação dos modelos. Em ambos os equacionamentos, PATEL (2007) propõe uma mesma sequência para a solução, a partir de um desacoplamento entre o campo de velocidade e o campo magnético. Esse desacoplamento permite resolver primeiramente a equação de transporte para o campo magnético e iterativamente as equações para o campo elétrico e de velocidade.

Outros trabalhos continuam a avaliar a utilização de macro bombas MHD para bombeamento de soluções eletrolíticas, como BENNECIB *et al.* (2007) e BENNECIB *et al.* (2009). AOKI *et al.* (2013) seguem a mesma linha e estudam um circuito fechado de seção retangular com uma macro bomba MHD DC e realizam a simulação tridimensional do escoamento de uma solução eletrolítica para a previsão da densidade de correntes, força de Lorentz e movimentação do fluido, como uma consequência magnetohidrodinâmica, quando se utiliza corrente contínua.

Alguns trabalhos têm, por sua vez, o objetivo de investigar geometrias diferentes de canais ou bombas sobre os escoamentos. HASAN *et al.* (2017) realizam um estudo do efeito de geometrias quadradas, retangulares, circulares e trapezoidais sobre o escoamento de uma microbomba MHD DC e como elas afetam o desempenho da bomba. Os autores concluem que os canais circulares levam a velocidades mais altas no escoamento.

VERISSIMO *et al.* (2018) propõem uma geometria helicoidal de uma bomba MHD DC e realizam a simulação numérica tridimensional desse escoamento. Os autores demonstram a viabilidade de tal geometria com diferentes angulações da hélice.

A maioria dos trabalhos apresentados até agora são voltados ao bombeamento de soluções eletrolíticas, porém diferentes fluidos são estudados na literatura. MARTYNOVICH *et al.* (2018) destacam a capacidade das bombas MHD serem utilizadas para o bombeamento de metais líquidos, devido à ausência das partes móveis, à ausência de contato direto com o material fundido e à não vulnerabilidade dessas bombas ao desgaste. Os autores ainda acrescentam que há algumas desvantagens nesse processo, como por exemplo a baixa eficiência.

MARTYNOVICH *et al.* (2018) também desenvolvem um modelo funcional de uma bomba MHD para a investigação dos processos com metal fundido e observam os efeitos dos parâmetros construtivos e de trabalho na operação dessas bombas. Cabe ressaltar que a bomba desenvolvida não se utiliza de um campo elétrico imposto, mas de um campo magnético variante, que induzirá um campo elétrico. Da interação entre o campo magnético induzido e a corrente elétrica por ele induzido surge a força de Lorentz que impulsiona o fluido.

MARTYNOVICH *et al.* (2018) ainda enfatizam a dificuldade em se obter soluções analíticas e, por isso, se torna interessante a utilização de modelagens numéricas. Os autores desenvolvem uma análise de elementos finitos com o *software* COMSOL *Multiphysics*® para simular uma bomba MHD com gotejamento de alumínio. Os resultados obtidos comprovam a influência da geometria na velocidade do escoamento e mostram que a velocidade máxima do escoamento aumenta proporcionalmente com a variação da voltagem na bobina. O trabalho conclui que a eficiência da bomba é dependente de uma variedade de fatores, tais como: corrente, tipo de pulso elétrico, geometria do canal, e número de voltas na bobina.

LI *et al.* (2018) estudam o desempenho de microbombas MHD ao se considerar juntamente ao efeito da força de Lorentz, o efeito Joule, a eletrosnose e a condição de escorregamento na parede. O princípio de funcionamento da bomba não se altera nessas condições, entretanto esses fenômenos incluídos têm efeito sobre a distribuição de temperatura e velocidade no escoamento. Ademais, LI *et al.* (2018) desenvolvem um modelo para a bomba MHD de corrente contínua, independentemente da adição dos

fenômenos citados, e propõem uma metodologia de solução semelhante aos trabalhos anteriormente citados, utilizando o mesmo *software* que PATEL (2007) e MARTYNOVICH *et al.* (2018), conforme aprofundado na Seção 2.3.

Alguns estudos recentes avaliam a utilização das bombas MHD com fluidos não-newtonianos, como ELMABOUD e ABDELSALAM (2019) que investigam o escoamento de um fluido de Burguer através de dois tubos coaxiais de microbombas MHD. A bomba é avaliada em duas configurações de campos elétricos, contínuos e alternantes, e em ambas o campo magnético utilizado é uniforme, constante e perpendicular ao elétrico. Os autores obtêm expressões analíticas para a velocidade, vazão, gradiente de pressão e tensão de cisalhamento a partir da utilização de transformadas de Laplace e algoritmos de inversão numérica. Algumas conclusões quanto ao efeito desses diferentes campos elétricos e da natureza desses fluidos sobre o escoamento são feitas.

Nas bombas de corrente direta avaliadas pelos autores, o escoamento, em geral, é acelerado durante um certo período e então se estabiliza. Além disso, a magnitude do gradiente de pressão aumenta uniformemente conforme o incremento no raio do canal. Alguns valores críticos dos parâmetros característicos do fluido de Burguer que levam a um escoamento reverso também são encontrados. Nas bombas de corrente alternada, o escoamento apresenta características periódicas como consequência da alternância do campo elétrico, havendo a depender do instante uma inversão na direção do escoamento. A existência de parâmetros críticos do fluido não se repete para o campo alternante.

A bibliografia encontrada apresenta estudos distintos quanto às bombas MHD e fornece uma base para desenvolvimento do modelo a ser estudado e desenvolvido no presente trabalho. Os textos pesquisados ainda fornecem estratégias de solução que servem como inspiração para a adotada no presente trabalho e que é detalhada na Seção 4.3.

Os resultados apresentados também formam uma base para comparação e verificação do modelo, além de serem motivadores para o estudo a ser desenvolvido, uma vez que demonstram ser de fato interessante o estudo dos efeitos da aplicação de corrente alternada sobre o escoamento e que não foram realizadas simulações tridimensionais deste tipo de macro bombas, bem como não há relatos sobre como a

utilização desse tipo de corrente afeta a distribuição de velocidade e pressão no canal, nem sobre o aquecimento provocado pelo efeito Joule nessa situação.

2.3 Simulações Computacionais em MHD

No estudo das bombas MHD ou escoamentos sobre influência desses fenômenos em aplicações em engenharia são encontradas algumas estratégias mais comuns para a solução de simulações computacionais tridimensionais. O caminho comumente adotado é a utilização de uma ferramenta de simulação fluidodinâmica ou multifísica, com adaptação dos modelos para introdução dos fenômenos magnetohidrodinâmicos. Em alguns casos, pacotes computacionais específicos para simulações eletromagnéticas também são utilizados acoplados às ferramentas de simulação fluidodinâmica.

PATEL (2007) implementa as equações tridimensionais MHD a partir de uma discretização por elementos finitos com o *software* COMSOL Multiphysics®. Devido ao acoplamento das equações fluidodinâmicas e eletromagnéticas é implementado um método iterativo para solução sequencial das equações. Inicia-se pela solução das equações de indução magnética em conjunto com a lei de Gauss para o campo magnético e então parte-se para a solução da equação de Poisson para o potencial elétrico. Em seguida, calcula-se a força de Lorentz, cujo resultado é utilizado para cálculo da equação de conservação da quantidade de movimento linear e o aquecimento devido ao efeito Joule. O processo descrito é realizado iterativamente até a convergência do modelo.

Cabe ressaltar que PATEL (2007) apresenta um estudo voltado a microbombas e, portanto, efeitos adicionais como eletromose e forças eletrotérmicas também são considerados. Além disso, dentre as referências encontradas, este é o único trabalho a considerar o efeito Joule no equacionamento e o único a também resolver a equação da energia. A estratégia adotada é semelhante à adotada por MARTYNOVICH *et al.* (2018).

AOKI (2011), AOKI *et al.* (2012) e AOKI *et al.* (2013) também utilizam o *software* COMSOL Multiphysics® baseado no método de elementos finitos. A estratégia adotada é o uso de um método iterativo de aproximação no qual as equações eletromagnéticas de Poisson e indução magnética são resolvidas e seus resultados são utilizados na resolução das equações fluidodinâmicas. Este processo é realizado iterativamente até a

convergência dos resultados acoplados. Faz-se uma ressalva quanto a estratégia adotada, uma vez que não é identificada uma etapa para garantia da natureza solenoidal do campo magnético calculado.

FERNANDES (2018) adota uma estratégia semelhante, com o *software* ANSYS CFX, utilizando um método de volumes finitos com um algoritmo de solução simultâneo, no qual as equações fluidodinâmicas são resolvidas em um sistema acoplado que permite atingir convergência mais rápida nos resultados. A sequência de solução se inicia pelas equações fluidodinâmicas e, em seguida, resolvem-se as equações eletromagnéticas, com exceção da equação de indução. O campo magnético é considerado conhecido em todo o domínio.

VERISSIMO *et al.* (2018) utilizam o *software* ANSYS FLUENT para a solução das equações de conservação de massa, quantidade de movimento linear e potencial eletrostático. Este último é introduzido no *software* por meio das UDSs (*User Defined Scalar*) para a solução de equações de transporte; e os termos fonte para a força de Lorentz são inseridos na equação de conservação da quantidade de movimento linear através das UDFs (*User Defined Function*).

Dentre as estratégias encontradas na literatura para o tratamento do problema, opta-se por adotar a utilizada por VERISSIMO *et al.* (2018) devido a viabilidade de ferramentas e *softwares* para conduzir a simulação pretendida.

2.4 Modelos de Turbulência em MHD

Nas aplicações da magnetohidrodinâmica em engenharia, como as bombas MHD, é comum se deparar com escoamentos turbulentos (SARRIS *et al.*, 2016). Os resultados encontrados em referências, bem como as características do problema indicam que o escoamento estudado no presente trabalho é classificado como tal, e, portanto, é de interesse realizar uma breve revisão sobre o assunto.

Alguns modelos específicos para problemas em MHD são propostos na literatura. São encontradas propostas de modificações nos modelos RANS (*Reynolds Average Navier Stokes*) de duas equações $k-\omega$ (ZHANG *et al.*, 2017) e $k-\varepsilon$ (SMOLENTSEV *et al.*, 2002; MENG *et al.*, 2018), ou ainda modelos LES (*Large Eddy Simulation*) (SARRIS *et al.*, 2016) e de tensão de Reynolds (MARZOUGUI e LILI, 2014).

Outras abordagens adotam os modelos RANS clássicos sem quaisquer modificações específicas para a teoria magnetohidrodinâmica, como o $k-\varepsilon$ por AOKI *et al.* (2013), RNG $k-\varepsilon$ por ROMAN (2014) e SST $k-\omega$ por VERISSIMO *et al.* (2018). Nestes casos, os termos adicionais referentes a força de Lorentz são introduzidos na equação de conservação da quantidade de movimento linear, o efeito Joule é introduzido na equação de energia, e modelos de turbulência nativos às ferramentas de simulação são selecionados.

Esta última estratégia é a adotada neste trabalho e se opta por avaliar alguns modelos disponíveis na ferramenta escolhida, o ANSYS FLUENT R2 2019. Preza-se por se utilizar os modelos já encontrados nos trabalhos citados, como $k-\varepsilon$ (chamado na ferramenta como *Standard k-ε*), RNG $k-\varepsilon$ e SST $k-\omega$, e modelos semelhantes a esses, como *Realizable k-ε*, $k-\omega$ (chamado na ferramenta como *Standard k-ω*) e *Transition SST*.

As equações dos modelos de turbulência *Standard k-ε*, RNG $k-\varepsilon$ e *Realizable k-ε* estão disponíveis, respectivamente, em POPE (2000), ROMAN (2014) e SHIH *et al.* (1994). As constantes necessárias para utilização desses modelos são apresentadas na Tab. 1, seguindo a nomenclatura comumente adotada e que se repete nas obras de referência.

Tabela 1 – Constantes dos modelos *Standard k-ε*, RNG $k-\varepsilon$ e *Realizable k-ε*.

Modelo	C_μ	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	σ_k	σ_ε
<i>Standard k-ε</i> (POPE, 2000)	0,09	1,44	1,92	1,0	1,3
RNG $k-\varepsilon$ (ROMAN, 2014)	0,0845	1,42	1,68	-	-
<i>Realizable k-ε</i> (SHIH <i>et al.</i> , 1994)	-	-	1,9	1,0	1,2

Os modelos de turbulência *Standard k-ω* e SST $k-\omega$ disponíveis no *software* ANSYS FLUENT R2 2019 se baseiam nos equacionamentos propostos por WILCOX (1994) e MENTER (1994), respectivamente. As constantes utilizadas para as simulações com esses modelos são apresentadas na Tab. 2, seguindo a nomenclatura adotada pelo *software*.

Tabela 2 – Constantes dos modelos *Standard k- ω* e *SST k- ω* .

Modelo	α_{∞}^*	α_{∞}	β_{∞}^*	a_1	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$	$\sigma_{k,1}$	$\sigma_{k,2}$	$\sigma_{\omega,1}$	$\sigma_{\omega,2}$
<i>Standard k-ω</i> (ANSYS, 2013)	1,0	0,52	0,09	-	0,072	-	2,0	-	2,0	-
<i>SST k-ω</i> (ANSYS, 2013)	1,0	0,52	0,09	0,31	0,075	0,0828	1,176	1,0	2,0	1,168

O equacionamento do modelo *Transition SST* está disponível em MENTER *et al.* (2006). Os parâmetros necessários para a configuração do modelo consistem nos já apresentados para o modelo *SST k- ω* na Tab.2, mais um conjunto adicional de parâmetros apresentados na Tab. 3.

Tabela 3 – Constantes do modelo *Transition SST*.

Modelo	c_{e1}	c_{e2}	c_{a1}	c_{a2}	σ_f	$c_{\theta t}$	$\sigma_{\theta t}$
<i>Transition SST</i> (LANGTRY, 2006)	1,0	50	2,0	0,06	1,0	0,03	2,0

O intuito de selecionar diferentes modelos é identificar dentre eles aqueles que apresentam boa compatibilidade com os resultados utilizados como referência e escolher aquele que requer menor custo computacional para as simulações a serem realizadas.

Assim, o presente trabalho contribui para o tema das bombas MHD ao se propor a avaliar as consequências de uma configuração com corrente alternada sobre o escoamento, observando seus efeitos sobre grandezas relevantes como velocidade, pressão e temperatura, e compará-las com um caso equivalente de uma bomba MHD DC. Essa avaliação é feita a partir dos resultados de simulações numéricas tridimensionais.

3 Desenvolvimento das Equações

3.1 Eletromagnetismo aplicado à MHD

Os conceitos do eletromagnetismo necessários à magnetohidrodinâmica são resumidos abaixo e as peculiaridades do tema são comentadas. O equacionamento é feito com base nos propostos por MOREAU (1990) e DAVIDSON (2001).

De acordo com a lei de Ohm, a densidade de corrente é proporcional à força que as cargas livres estão sujeitas em um condutor estacionário. A lei de Ohm se estende aos condutores em movimento ao se considerar o campo elétrico medido em uma região que se move junto ao condutor. Esta extensão é feita ao se incluir o termo de força adicional que surge do produto vetorial entre o campo de velocidade e o campo magnético, tal que é possível escrever que

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3.1)$$

Na Eq. (3.1), o vetor densidade de corrente é representado por \mathbf{J} , \mathbf{E} é o campo elétrico, \mathbf{B} é o campo magnético, \mathbf{u} é o campo de velocidade e σ a condutividade elétrica do material.

De acordo com a lei de Faraday, um campo magnético variante no tempo induz um campo elétrico também variante. A lei de Ampère junto à correção de Maxwell associa a distribuição de corrente e a variação temporal de um campo elétrico à geração de um campo magnético. Assim, as leis de Faraday e de Ampère-Maxwell podem ser escritas, respectivamente, como,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_m \left(\mathbf{J} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (3.3)$$

onde t é o tempo, μ_m é a permeabilidade magnética e ε é a permissividade.

Conclui-se que o movimento de um material condutor em um campo magnético cria uma força eletromotriz e leva ao surgimento de uma corrente elétrica que induz seu próprio campo magnético.

A correção introduzida por Maxwell na lei de Ampère pode ser desprezada para aplicações de MHD. Esse fato pode ser demonstrado a partir de uma análise deste termo considerando a lei de Ohm para o caso estacionário que indica a proporção apresentada na Eq. (3.4), que resulta na Eq. (3.5).

$$\mathbf{E} \sim \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \sim \frac{\varepsilon}{\sigma} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \sim \tau_e \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (3.5)$$

O tempo de relaxação τ_e , definido como ε/σ , é da ordem de 10^{-18} s para condutores típicos, segundo DAVIDSON (2001), e 10^{-10} s para a água salgada, considerando que a permissividade desse material é de $6,37 \times 10^{-10}$ F/m (JANG e LEE, 2000) e a condutividade elétrica é de 5 S/m (AOKI *et al.*, 2013). Esse tempo característico é o tempo que uma carga introduzida em um material leva para decair a 30% do valor inicial. Desse modo, na magnetohidrodinâmica a lei de Ampère é considerada em sua forma original, como,

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_m \mathbf{J} \quad (3.6)$$

Da lei de Faraday, ainda é possível derivar a natureza solenoidal do campo magnético. Ao aplicar o divergente na Eq. (3.2), obtém-se que,

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.7)$$

A interação entre o campo magnético e a corrente elétrica presentes no interior de um condutor leva ao surgimento da força de Lorentz. Além dessa força, há outra de natureza elétrica que surge da interação mútua entre as cargas e o campo elétrico. Esse é o conjunto de forças eletromagnéticas às quais um condutor está sujeito e podem ser

expressas conjuntamente na Eq. (3.8) em uma forma volumétrica, na qual ρ_e é a densidade de carga e \mathbf{F} é a força eletromagnética.

$$\mathbf{F} = \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (3.8)$$

O princípio de conservação de cargas elétricas diz que a taxa com a qual a carga elétrica varia dentro de um volume deve ser igual a taxa com a qual as cargas atravessam a fronteira dele. Assim, este princípio pode ser escrito como,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t} \quad (3.9)$$

Tomando o divergente da lei de Ohm, Eq. (3.1), e utilizando a lei de Gauss, dada por,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon} \quad (3.10)$$

é possível obter que,

$$-\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = \nabla \cdot [\sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})] = \frac{\rho_e}{\tau_e} + \sigma[\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B})] \quad (3.11)$$

Em uma escala de tempo muito mais longa que o tempo de relaxação, o termo do lado esquerdo da Eq. (3.11) pode ser desprezado para um caso em que o condutor se movimenta. Assim, pode ser escrito que:

$$\rho_e = -\varepsilon[\nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B})] \quad (3.12)$$

Esse equacionamento leva a dois resultados importantes. O primeiro é que a variação da densidade de carga pode ser desprezada, fazendo com que a Eq. (3.9) se reduza a,

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3.13)$$

Deve ser observado que a Eq. (3.13) condiz com o resultado obtido na Eq. (3.6).

O segundo resultado se dá a partir da proporção apresentada na Eq. (3.14), que junto à fornecida pela Eq. (3.4) resulta na Eq. (3.15).

$$\rho_e \sim \frac{\varepsilon UB}{l} \quad (3.14)$$

$$\rho_e E \sim \frac{\tau_e U}{l} JB \quad (3.15)$$

Essa análise permite concluir que a força eletrostática pode ser negligenciada diante da força de Lorentz devido à dimensão do tempo de relaxação. Desse modo, a força eletromagnética a qual o condutor está sujeito é dada por,

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (3.16)$$

Por fim, a partir das leis do eletromagnetismo, considerando as particularidades da magnetohidrodinâmica, chega-se a uma equação de transporte para o campo magnético. Substituindo as Eqs. (3.1) e (3.6) na Eq. (3.2), se obtém que,

$$\nabla \times \left[\left(\frac{1}{\mu_m \sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right) - \mathbf{u} \times \mathbf{B} \right] = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.17)$$

Para um vetor genérico \mathbf{A} é possível deduzir a identidade dada por,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (3.18)$$

Assim, ao se utilizar esta identidade e considerar a propriedade solenoidal do campo magnético dada pela Eq. (3.7), obtém-se à chamada equação de advecção-difusão ou indução do campo magnético,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \lambda \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3.19)$$

onde λ é a difusividade magnética do material.

Com a Eq. (3.19), se estabelece o arcabouço necessário para se avaliar a interação eletromagnética presente na magnetohidrodinâmica.

3.2 Equações governantes da dinâmica dos fluidos

O equacionamento básico aqui desenvolvido para a mecânica dos fluidos consiste na aplicação dos conceitos de conservação de massa, quantidade de movimento linear e energia para um escoamento incompressível de um fluido Newtoniano, a água salgada.

O princípio da conservação de massa é dado por,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3.20)$$

onde ρ é a massa específica, e se reduz no caso incompressível à

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.21)$$

Aplicando a segunda lei de Newton a um elemento de fluido, chega-se ao princípio de conservação da quantidade de movimento linear para os fluidos, dado por,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{f} + \nabla \cdot \mathbf{T} \quad (3.22)$$

O termo \mathbf{f} representa o conjunto de forças de corpo por unidade de massa que atuam sobre o elemento, podendo ser de natureza gravitacional, eletromagnética ou outras. O tensor de tensões \mathbf{T} para um escoamento incompressível de um fluido Newtoniano é dado por,

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D} \quad (3.23)$$

onde \mathbf{I} é o tensor identidade e \mathbf{D} é o tensor taxa de deformação.

Incluindo a equação constitutiva para um fluido Newtoniano e considerando a incompressibilidade, a conservação da quantidade de movimento linear do elemento de fluido se reduz a,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (3.24)$$

A equação de conservação de energia considera a mesma hipótese de fluido Newtoniano em escoamento incompressível com propriedades constantes e pode ser escrita em sua forma diferencial como,

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho\phi + \kappa\nabla^2 T + \rho E \quad (3.25)$$

onde e é a energia interna, ϕ é o termo de dissipação de energia mecânica, κ é a condutividade térmica, T é a temperatura e h é a geração de energia por unidade de volume.

O termo de dissipação mecânica é dado por,

$$\phi = 2 \frac{\mu}{\rho} \mathbf{D} : \mathbf{D} \quad (3.26)$$

Estabelecido o equacionamento básico para as teorias eletromagnética e de mecânica dos fluidos, pode-se prosseguir para a junção dessas na teoria magnetohidrodinâmica.

3.3 Equações governantes da magnetohidrodinâmica

O primeiro passo dentro da teoria magnetohidrodinâmica é a introdução da força de Lorentz, Eq. (3.16), como força de campo na equação de conservação da quantidade de movimento linear do fluido, Eq. (3.24), resultando em,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu\nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g} \quad (3.27)$$

onde também foi introduzida a força de campo devido à gravidade.

Na equação de conservação de energia, Eq. (3.25), a geração de energia é introduzida como o aquecimento induzido pelo efeito Joule, levando a,

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho\phi + \kappa\nabla^2 T + \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\sigma} \quad (3.28)$$

O aquecimento induzido pelo efeito Joule descreve a parte da energia da corrente elétrica que, ao atravessar um condutor, é convertida em calor.

Unindo esses resultados aos anteriores, chega-se ao resumo das equações magnetohidrodinâmicas para o caso do escoamento incompressível de um fluido Newtoniano, conforme é apresentado na Tab. 4.

Tabela 4 – Resumo de equações da magnetohidrodinâmica.

Descrição	Equação	
Conservação de Massa	$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$	(3.21)
Conservação da Quantidade de Movimento Linear	$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu\nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho\mathbf{g}$	(3.27)
Conservação de Energia	$\rho \frac{De}{Dt} = \rho\phi + \kappa\nabla^2 T + \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\sigma}$	(3.28)
Lei de Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	(3.2)
Lei de Ampère	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_m \mathbf{J}$	(3.6)
Natureza Solenoidal do Campo Magnético	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(3.7)
Conservação de Carga	$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$	(3.13)
Equação de Indução	$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{u} \times \mathbf{B} + \lambda\nabla^2 \mathbf{B}$	(3.19)
Lei de Ohm	$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$	(3.1)

Em meio a essa formulação, ainda pode-se levantar os grupos adimensionais regularmente utilizados nessa teoria (MOREAU, 1990; DAVIDSON, 2001; MULLER e BUHLER, 2001; PATEL, 2007; LI *et al.*, 2018; ELMABOUD e ABDELSALAM, 2019): número de Reynolds, Re, número de Euler, Eu, número de Reynolds magnético,

Re_m , número de Hartmann, Ha, parâmetro de interação, N, e parâmetro de blindagem, R_ω .

Os grupos adimensionais são apresentados nas equações a seguir.

$$Re = \frac{\rho U l}{\mu} \quad (3.29)$$

$$Eu = \frac{\Delta p_0}{\rho U^2} \quad (3.30)$$

$$Re_m = \frac{U l}{\lambda} \quad (3.31)$$

$$Ha = B_0 l \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.32)$$

$$N = \frac{\sigma B_0^2 l}{\rho U} \quad (3.33)$$

$$R_\omega = \frac{\omega l^2}{\lambda} \quad (3.34)$$

O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e viscosa; o número de Euler representa a razão entre as forças de pressão e inércia; o número de Reynolds magnético representa a razão entre a advecção e a difusão do campo magnético; o número de Hartmann representa a razão entre a força de Lorentz e a força viscosa; o parâmetro de interação representa a razão entre as forças de Lorentz e de inércia; e o parâmetro de blindagem representa a razão entre o tempo de difusão do campo magnético e o inverso da frequência angular.

Cabe ainda levantar duas grandezas características que auxiliam na compreensão do comportamento do campo magnético no fluido condutor. São eles, o tempo de difusão, τ_d , e a película magnética, δ_m .

$$\tau_d = \frac{l^2}{\lambda} \quad (3.35)$$

$$\delta_m = \left(\frac{2\lambda}{\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.36)$$

O tempo de difusão indica a escala de tempo para que o campo magnético penetre um comprimento característico l . Se o período com o qual o campo magnético varia for muito maior que o tempo de difusão, a penetração do campo magnético ficará restrita à região chamada película magnética.

3.4 Análise das equações

Dadas as características do problema, algumas considerações devem ser feitas às equações resumidas na Tab. 4 com auxílio da análise de alguns grupos adimensionais dentre os apresentados nas Eqs. (3.29) - (3.34).

Para fluidos maus condutores, como a água salgada e outras soluções eletrolíticas, o número de Reynolds magnético é baixo. Essa consideração traz importantes resultados para a magnetohidrodinâmica, como a possibilidade de se desprezar o campo magnético associado às correntes induzidas diante do imposto e se desprezar assim a perturbação gerada nesse campo devido ao movimento do fluido (DAVIDSON, 2001; PATEL, 2007). Deste modo, algumas simplificações nas equações apresentadas na Tab. 4 podem então ser feitas.

Uma análise adimensional da equação de indução permite concluir que para um baixo número de Reynolds Magnético, a difusão do campo magnético domina a advecção e, portanto, a equação de indução pode ser simplificada. Algumas grandezas adimensionais são estabelecidas, onde B é um valor característico para o campo magnético, U é um valor característico para a velocidade e l é um comprimento característico.

$$\mathbf{B}^* = \frac{\mathbf{B}}{B} \quad \mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U} \quad \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{l} \quad t^* = \frac{Ut}{l}$$

Fazendo as devidas substituições na Eq. (3.19) chega-se à forma adimensional.

$$\frac{\partial \mathbf{B}^*}{\partial t^*} = \nabla \times \mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^* + \frac{1}{\text{Re}_m} \nabla^2 \mathbf{B}^* \quad (3.37)$$

Deste modo, para um baixo número de Reynolds magnético, o termo de advecção pode ser desprezado. A equação de indução em sua forma dimensional se torna:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3.38)$$

Quanto ao campo elétrico, é conveniente dividi-lo em duas partes: um campo eletrostático, \mathbf{E}_s , e um campo elétrico induzido por um campo magnético variante no tempo, \mathbf{E}_i . Deste modo, a lei de Faraday, Eq. (3.2), e a lei de Gauss para o campo elétrico, Eq. (3.10), podem ser separadas considerando as parcelas definidas, resultando em,

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = 0 \quad (3.39)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_i = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.40)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_s = \frac{\rho_e}{\epsilon_0} \quad (3.41)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_i = 0 \quad (3.42)$$

Dada a característica irrotacional do campo eletrostático, é conveniente estabelecer o potencial eletrostático V , definido por,

$$\mathbf{E}_s = -\nabla V \quad (3.43)$$

A lei de Ohm, Eq. (3.1), também pode ser reescrita como,

$$\mathbf{J} = \sigma(-\nabla V + \mathbf{E}_i + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3.44)$$

Ao se tomar o divergente da Eq. (3.44) e considerar a equação de conservação de carga, Eq. (3.13), bem como a Eq. (3.42), chega-se a,

$$\nabla^2 V = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3.45)$$

Uma análise da ordem de grandeza do campo elétrico induzido, permite avaliar o quanto este é relevante diante dos demais. Supõe-se de início que o campo magnético se comporta conforme a seguinte relação,

$$|\mathbf{B}| \sim B_0 \cdot \cos(\omega t) \quad (3.46)$$

Da Eq. (3.40) temos que o campo elétrico máximo induzido pelo campo magnético variante, será então da ordem de,

$$|\mathbf{E}_i| \sim B_0 \omega l \quad (3.47)$$

Esse resultado permite mais adiante no trabalho realizar uma comparação entre o campo eletrostático e o campo induzido nas cargas devido à ação pontual da força de Lorentz. Para tal comparação ser realizada, ainda é necessário que se definam os valores do potencial elétrico, da intensidade e frequência do campo magnético.

Com esses novos resultados, o sistema de equações para o problema é resumido na Tab. 5.

Tabela 5 – Sistema de equações para o problema.

Descrição	Equação	
Conservação de Massa	$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$	(3.21)
Conservação da Quantidade de Movimento Linear	$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} + \rho \mathbf{g}$	(3.27)
Conservação de Energia	$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \phi + \kappa \nabla^2 T + \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\sigma}$	(3.28)
Natureza Solenoidal do Campo Magnético	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	(3.7)
Equação de Indução	$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \lambda \nabla^2 \mathbf{B}$	(3.38)
Lei de Ohm	$\mathbf{J} = \sigma(-\nabla V + \mathbf{E}_i + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$	(3.44)
Equação de Poisson para o Campo Elétrico	$\nabla^2 V = \nabla \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$	(3.45)

3.5 Proposta alternativa de adimensionalização

Eliminando o termo de força gravitacional, a adimensionalização tradicional da equação de conservação da quantidade de movimento linear em MHD, Eq. (3.27), é feita como se segue.

Primeiramente são levantadas as grandezas adimensionais, representadas por,

$$\mathbf{u}^* = \frac{\mathbf{u}}{U}; \mathbf{x}^* = \frac{\mathbf{x}}{l}; t^* = \frac{U}{l}t; p^* = \frac{p}{\Delta p}; \mathbf{B}^* = \frac{\mathbf{B}}{B_0}; \mathbf{J}^* = \frac{\mathbf{J}}{\sigma UB_0}$$

Estas grandezas adimensionais são substituídas na Eq. (3.27), resultando em,

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = -Eu \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + N \mathbf{J}^* \times \mathbf{B}^* \quad (3.48)$$

que pode ser escrita alternativamente como,

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = -Eu \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + \frac{Ha^2}{Re} \mathbf{J}^* \times \mathbf{B}^* \quad (3.49)$$

Vale ressaltar que o termo referente a força gravitacional não é considerado ao longo desta análise.

A adimensionalização tradicional realizada desta forma não considera as naturezas diferentes de cada campo elétrico que induz a corrente elétrica. Uma alternativa a essa adimensionalização é proposta aqui visando considerar que tanto a corrente elétrica quanto a força de Lorentz carregam as características do campo elétrico que as geram.

A proposta de modificação na adimensionalização parte da separação da densidade de corrente total em três parcelas: eletrostática, induzida pelo campo magnético variante no tempo e induzida pelo campo de velocidade. A equação da conservação da quantidade de movimento linear passa a ser escrita como,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\mathbf{J}_s + \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_u) \times \mathbf{B} \quad (3.50)$$

onde \mathbf{J}_s é a densidade de corrente originada pelo campo eletrostático, \mathbf{J}_i é a densidade de corrente originada pelo campo magnético variante no tempo e \mathbf{J}_u é a densidade de corrente induzida pelo campo de velocidade. Estas densidades de corrente podem ser escritas, respectivamente, como,

$$\mathbf{J}_s = -\sigma \nabla V \quad (3.51)$$

$$\mathbf{J}_i = \sigma \mathbf{E}_i \quad (3.52)$$

$$\mathbf{J}_u = \sigma (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (3.53)$$

As grandezas adimensionais levantadas anteriormente são mantidas com exceção da densidade de corrente que passa a ser adimensionalizada conforme cada parcela, tal que,

$$\mathbf{J}_s^* = \frac{L}{\sigma \Delta V_0} \mathbf{J}_s; \mathbf{J}_i^* = \frac{\mathbf{J}_i}{\sigma \omega l B_0}; \mathbf{J}_u^* = \frac{\mathbf{J}_u}{\sigma U B_0}$$

Substituindo estas grandezas e demais grupos adimensionais na Eq. (3.50), chega-se à,

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = -Eu \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + (N_s \mathbf{J}_s^* + N_i \mathbf{J}_i^* + N \mathbf{J}_u^*) \times \mathbf{B}^* \quad (3.54)$$

ou, alternativamente,

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = -Eu \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + \left(\frac{Ha_s^2}{Re} \mathbf{J}_s^* + \frac{Ha_i^2}{Re} \mathbf{J}_i^* + \frac{Ha^2}{Re} \mathbf{J}_u^* \right) \times \mathbf{B}^* \quad (3.55)$$

O parâmetro de interação N e o número de Hartmann Ha reaparecem nas equações, mas passam a ganhar um significado relativo à natureza da corrente. O parâmetro de

interação representa a razão entre a força de Lorentz relativa à corrente induzida pelo campo de velocidade e força de inércia. O número de Hartmann representa a razão entre a força de Lorentz relativa à corrente induzida pelo campo de velocidade e força viscosa.

Novos grupos adimensionais análogos aos dois já apresentados surgem na equação de conservação da quantidade de movimento linear. Esses grupos são definidos como,

$$N_s = \frac{\sigma \Delta V_0 B_0}{\rho U^2} \quad (3.56)$$

$$N_i = \frac{\sigma \omega l^2 B_0^2}{\rho U^2} \quad (3.57)$$

$$Ha_s = \sqrt{\frac{\sigma l \Delta V_0 B_0}{\mu U}} \quad (3.58)$$

$$Ha_i = LB_0 \sqrt{\frac{\sigma \omega l}{\mu U}} \quad (3.59)$$

Os novos grupos são nomeados conforme o parâmetro de interação e o número de Hartmann. N_s é o parâmetro de interação eletrostático, o qual representa a razão entre a força de Lorentz eletrostática e a força de inércia. N_i é o parâmetro de interação induzido periódico que representa a razão entre a força de Lorentz induzida pelo campo magnético periódico. Ha_s é o número de Hartmann eletrostático que representa a razão entre a força de Lorentz eletrostática e a força viscosa. Finalmente, Ha_i é o número de Hartmann induzido periódico, o qual representa a razão entre a força de Lorentz induzida pelo campo magnético periódico e a força viscosa.

Manipulando estes grupos adimensionais é possível estabelecer uma relação com o parâmetro de interação e número de Hartmann originais, as quais são dadas por,

$$N_s = N \frac{R_s}{Re_m} \quad (3.60)$$

$$N_i = N \frac{R_\omega}{Re_m} \quad (3.61)$$

$$Ha_s = Ha \sqrt{\frac{R_s}{Re_m}} \quad (3.62)$$

$$Ha_i = Ha \sqrt{\frac{R_\omega}{Re_m}} \quad (3.63)$$

Um novo adimensional, R_s , ao qual se dá o nome de parâmetro eletrostático surge nas Eqs. (3.60) e (3.62). Este novo parâmetro é definido como,

$$R_s = \frac{\Delta V_0}{\lambda B_0} \quad (3.64)$$

A este adimensional não é atribuído algum significado físico, sendo deixado em aberto para futuros estudos.

Substituindo as relações descritas pelas Eqs. (3.60) – (3.64) na Eq. (3.54) obtém-se,

$$\frac{D\mathbf{u}^*}{Dt^*} = -Eu \nabla p^* + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}^* + N \left(\frac{R_s}{Re_m} \mathbf{J}_s^* + \frac{R_\omega}{Re_m} \mathbf{J}_i^* + \mathbf{J}_u^* \right) \times \mathbf{B}^* \quad (3.65)$$

Na Eq. (3.65), surge uma densidade de corrente total adimensional, da qual se pode deduzir razões de corrente adimensionais, resultando em,

$$\mathbf{J}^* = D_s \mathbf{J}_s^* + D_i \mathbf{J}_i^* + \mathbf{J}_u^* \quad (3.66)$$

Os parâmetros, D_s e D_i , são nomeados como parâmetro de corrente eletrostática e parâmetro de corrente induzida periódica, respectivamente. Tais parâmetros são calculados como,

$$D_s = \frac{\Delta V_0}{lUB_0} \quad (3.67)$$

$$D_i = \frac{\omega l}{U} \quad (3.68)$$

O parâmetro D_s representa a razão entre a corrente imposta pelo campo eletrostático e a corrente induzida pelo campo de velocidade, e D_i representa a razão entre a corrente induzida pelo campo magnético periódico e a corrente induzida pelo campo de velocidade.

Cabe ainda fazer uma consideração quanto aos números adimensionais associados ao campo eletrostático. Dadas as características distintas entre corrente contínua, na qual a diferença de potencial entre os eletrodos se mantém constante ao longo do tempo, e a corrente alternada, na qual a diferença de potencial se alterna periodicamente, é interessante fazer uma distinção quanto ao método de se calcular os parâmetros dependentes da força de Lorentz associada ao campo eletrostático,

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{J}_s \times \mathbf{B} \quad (3.69)$$

A ideia central para se fazer esta distinção vem do resultado da força média ao se considerar que tanto a densidade de corrente como o campo magnético apresentam comportamento como os demonstrados a seguir.

$$\mathbf{B} \sim B_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$\mathbf{J} \sim \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

A média da força de Lorentz ao longo de um período pode ser obtida pela integral,

$$\overline{\mathbf{f}_{AC}} = \frac{\int_0^{1/f} \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \cdot B_0 \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t) dt}{\int_0^{1/f} dt} \quad (3.70)$$

cujo resultado é dado por,

$$\overline{\mathbf{f}}_{AC} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \cdot B_0 \quad (3.71)$$

Deste modo, propõe-se que para o parâmetro de interação eletrostático, N_s , e o número de Hartmann eletrostático, Ha_s , se adote a distinção conforme na Tab. 6.

Tabela 6 – Distinção de parâmetros para os casos de corrente contínua e alternada.

Parâmetro	Corrente Contínua	Corrente Alternada
R_s	$\frac{\Delta V_0}{\lambda B_0}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta V_0}{\lambda B_0}$
D_s	$\frac{\Delta V_0}{l U B_0}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta V_0}{l U B_0}$
N_s	$\frac{\sigma \Delta V_0 B_0}{\rho U^2}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma \Delta V_0 B_0}{\rho U^2}$
Ha_s	$\sqrt{\frac{\sigma l \Delta V_0 B_0}{\mu U}}$	$\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma l \Delta V_0 B_0}{\mu U}}$

Os grupos adimensionais levantados são utilizados para analisar o problema proposto no presente trabalho.

4 Implementação Computacional

O presente trabalho propõe o estudo da influência da corrente alternada em uma bomba magnetohidrodinâmica de duto retangular operando com água salgada. A fonte do campo magnético utilizada não é especificada e, no intuito de se manter um escoamento unidirecional, esse campo imposto também é variante no tempo.

4.1 Canal de base para o estudo e verificações

O canal utilizado no presente trabalho se baseia no circuito fechado proposto por AOKI *et al.* (2013), cuja vista superior é apresentada na Fig. 3, conforme modelado na ferramenta *SpaceClaim ANSYS 2019 R2*. A altura em todo o canal é a mesma em toda a sua extensão, 20 mm.

Se destaca no circuito a região do duto onde se localiza a bomba MHD, um duto de 300 mm de comprimento, 20 mm de altura e 70 mm de largura, conforme apresentado na Fig. 4.

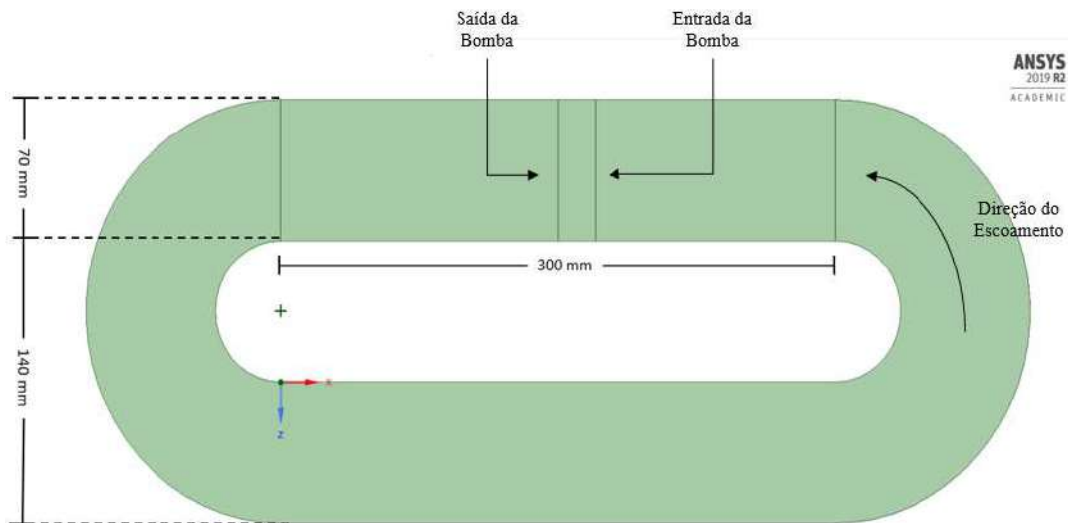


Figura 3 – Vista superior do circuito fechado utilizado como base para o estudo.

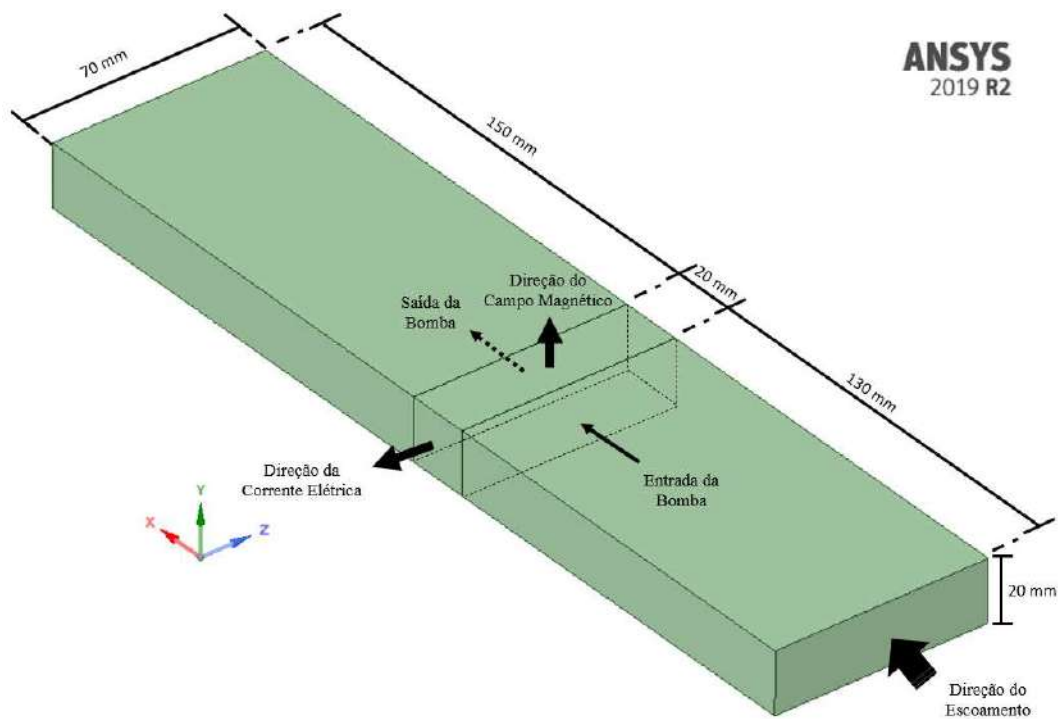


Figura 4 – Seção do canal com a bomba MHD.

O circuito completo é utilizado por AOKI *et. al.*, (2013) para a realização de experimentos, enquanto as simulações realizadas pelos autores são conduzidas apenas com a seção destacada. No presente trabalho, para a realização da verificação dos modelos implementados e para a seleção do modelo de turbulência são conduzidas simulações em regime permanente com o circuito completo, em concordância aos experimentos conduzidos por AOKI *et. al.* (2013). Para as simulações em regime transiente, a utilização do canal completo se mostra inviável, requisitando períodos muito longos de tempo computacional. A saída adotada é a utilização apenas de uma seção reduzida da parte destacada do canal. A utilização dessa seção reduzida se mostrou suficiente para os objetivos do trabalho e permitiu realizar as observações pretendidas sem prejuízos. Na Seção 5.1 o canal utilizado nas simulações em regime transiente é apresentado mais detalhadamente.

4.2 Propriedades do fluido e constantes

Primeiramente, na Tab. 7 são apresentados os valores das propriedades da água salgada e na Tab. 8 as constantes do vácuo. Essas propriedades levantadas são as utilizadas nas simulações.

Tabela 7 – Propriedades da água salgada a 20°C e 1 atm.

Propriedade	Variável	Valor	Unidade
Massa Específica ¹	ρ	1020	kg/m ³
Viscosidade Dinâmica ²	μ	1,09 x 10 ⁻³	Pa.s
Condutividade Elétrica ¹	σ	5,0	S/m
Difusividade Magnética	λ	1,59 x 10 ⁵	m ² /s
Permeabilidade Magnética ³	μ_m	4 π x 10 ⁻⁷	H/m
Permissividade ³	ϵ	6,37 x 10 ⁻¹⁰	F/m
Condutividade Térmica ⁴	κ	0,6	W/m.K

¹(AOKI *et al.*, 2013); ²(CHAABANE *et al.*, 2007); ³(JANG e LEE, 2000); ⁴(WANG e ANDERKO, 2015)

Tabela 8 – Constantes do vácuo (NIST - National Institute of Standards and Technology, 2019).

Constante	Variável	Valor	Unidade
Permeabilidade Magnética	μ_0	4 π x 10 ⁻⁷	H/m
Permissividade Elétrica	ϵ_0	8,854 x 10 ⁻¹²	F/m

4.3 Implementação numérica

As simulações são conduzidas no *software* ANSYS *Fluent* 2019 R2. As equações de continuidade, conservação da quantidade de movimento linear e conservação de energia são nativas ao *software* e permitem adaptações através da inclusão das chamadas funções definidas pelo usuário (UDF - *User Defined Functions*) na linguagem C.

Para o caso avaliado no presente trabalho, é necessário inserir um termo fonte referente à força de Lorentz na equação de conservação da quantidade de movimento linear, conforme a Eq. (3.27). Esta implementação é feita através de uma UDF. O mesmo ocorre para se inserir o aquecimento via efeito Joule na equação de conservação de energia, conforme a Eq. (3.28).

Além de adaptações às equações nativas, é possível introduzir equações de transporte auxiliares e definir condições de contorno por meio das UDSs (*User Defined Scalar*). A equação de Poisson para o campo elétrico, Eq. (3.45), é inserida no *software* desta forma. A equação de transporte para o campo magnético, Eqs. (3.38), não é solucionada ao longo do trabalho e se opta por utilizar um campo magnético constante e conhecido em todo o domínio de interesse. Esta escolha se dá devido a duas limitações: (i) apesar de ser possível resolver a equação de transporte, não se pode garantir a sua natureza solenoidal; (ii) dado o alto valor da difusividade magnética do fluido, a solução do caso transiente requereria um passo no tempo muito pequeno, o que tornaria a solução muito demorada. Para trabalhos futuros, há a hipótese de se utilizar um *software* específico para simulações eletromagnéticas acoplado à simulação fluidodinâmica, o que permitirá resolver tais limitações. Entretanto, para os fins deste trabalho considera-se a aproximação suficiente, devido à elevada difusividade magnética do material estudado e à ausência do efeito de blindagem dadas as frequências a serem avaliadas. Além disso, são encontrados na literatura resultados validados que se utilizam desta aproximação (LEMOFF e LEE, 2000, LEMOFF e LEE, 2003; HO, 2007; CHAABANE *et al.*, 2007; ZHAO *et al.*, 2015; ELMABOUD e ABDELSALAM, 2019).

Quanto à equação de Poisson, a variável adicional calculada fica associada a um escalar chamado UDS (*User Defined Scalar*). Portanto, ao potencial elétrico há um UDS correspondente, cujo valor é utilizado para cálculo dos termos adicionados às equações da conservação de quantidade de movimento e da energia. A lei de Ohm, Eq. (4.3), é calculada conjuntamente ao valor destes termos.

O método de solução adotado é o algoritmo SIMPLEC e modelos laminar e turbulentos são comparados durante as simulações, sendo eles o modelo *Standard k- ϵ* , *Realizable k- ϵ* , *RNG k- ϵ* , *Standard k- ω* , *SST k- ω* e *Transition SST*. O passo de tempo para a simulação transiente é fixado em um intervalo que garante que os critérios de convergência sejam atingidos (no caso, 10^{-3} s). Esse valor é obtido a partir de testes de

convergência do modelo. O critério geral estabelecido para convergência das equações é de que o resíduo calculado pelo *software* seja inferior a 10^{-6} para todas as equações, em acordo com valores de referência encontrados no trabalho de VERISSIMO, *et al.* (2018). Um critério adicional de convergência utilizado é a observação da estabilização dos valores da velocidade média e vazão mássica na seção transversal da saída da bomba e de temperatura média no volume de fluido.

Um esquema simplificado das etapas de solução que ocorrem a cada iteração é apresentado na Fig. 5.

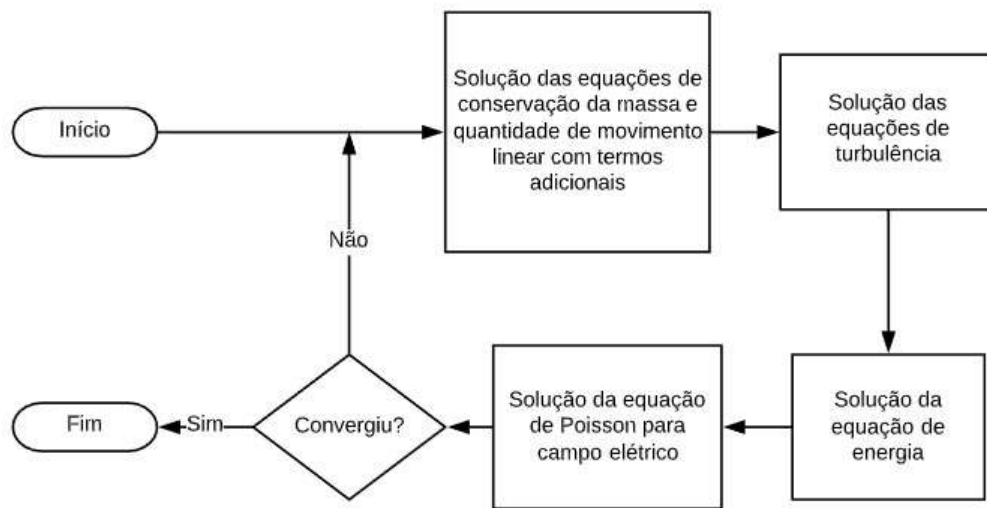


Figura 5 – Esquema simplificado do ciclo de solução.

As simulações são realizadas em duas máquinas distintas com desempenhos semelhantes com as seguintes configurações: 1) processador Intel Core i7-3635QM e 12 GB de memória RAM; 2) processador Intel Core i5-9400F e 16 GB de memória RAM. Em ambas as simulações se utiliza a opção de *Double Precision* para as variáveis e de processamento em paralelo na máquina local. Quanto ao número de processos, nas simulações realizadas na primeira máquina foram utilizados 7 e naquelas realizadas com a segunda, 6.

4.4 Geração da malha

A malha para simulação é gerada na ferramenta *Meshing* do ANSYS 2019 R2. São avaliados diferentes graus de refinamento da malha durante a etapa de verificação do

modelo, sendo eles distintos conforme o modelo de turbulência utilizado. Durante a geração das malhas, também são adotados diferentes graus de refinamento da malha próxima a parede, visando alcançar melhores resultados.

4.4.1 Análise de convergência da malha

A análise da convergência da malha tem por objetivo encontrar o menor número de elementos necessários para garantir a convergência dos resultados. Para isso, é selecionado um cenário de operação em 20 V da bomba MHD DC estudada por AOKI (2011). A análise de convergência é feita separadamente para cada modelo de turbulência e a malha é refinada gradativamente até se encontrar um valor ideal para o qual cada modelo tenha seus resultados da simulação convergidos. Nas Tabs. 9 – 15 são apresentadas as especificações de cada malha simulada. Em seguida, a Fig. 8 apresenta os resultados das simulações para uma avaliação feita a 10 mm da saída da bomba indicada na Fig. 4.

As condições de contorno fluidodinâmicas adotadas para a análise de convergência de malha e que também são utilizadas na etapa de validação do modelo consistem em não escorregamento na base e nas paredes laterais do canal, bem como escoamento livre no topo. Essa escolha é feita uma vez que dada a configuração dos experimentos conduzidos por AOKI (2011), não é possível se garantir contato do fluido com o topo do circuito em toda a sua extensão. Para a equação de Poisson se adota um potencial elétrico conhecido na região do eletrodo, enquanto as demais regiões são consideradas eletricamente isoladas. A intensidade do campo magnético é fixada em 0,3 T na região de domínio da bomba, localizada entre o limite dos eletrodos. Esse valor é escolhido em acordo com as especificações do domínio magnético construído por AOKI (2011), para o qual foi necessário um par de ímãs de neodímio NdFeB de grade N35, com remanência de 1,21 T e densidade de fluxo magnético de aproximadamente 0,3 T. Cabe ressaltar que apesar desse valor ser referente ao ímã permanente utilizado para as simulações realizadas na análise de convergência de malha e na validação, o mesmo valor de densidade de fluxo magnético é utilizado como valor máximo para a fonte magnética não especificada durante as simulações em que se considera a fonte de corrente alternada.

Além de se refinar a malha com a redução do tamanho dos elementos, também se utiliza a função *Inflation* do *software* que permite refinar a malha nas proximidades da

parede. A opção selecionada é a de espessura total (*total thickness*) que requer a seleção de três parâmetros: número de camadas, razão de crescimento e espessura máxima. O efeito da utilização da utilização da função *Inflation* sobre a malha fica mais claro ao se observar a Fig.6. Os parâmetros da função são apresentados nas Tabs. 9 –15em conjunto com as demais especificações das malhas.

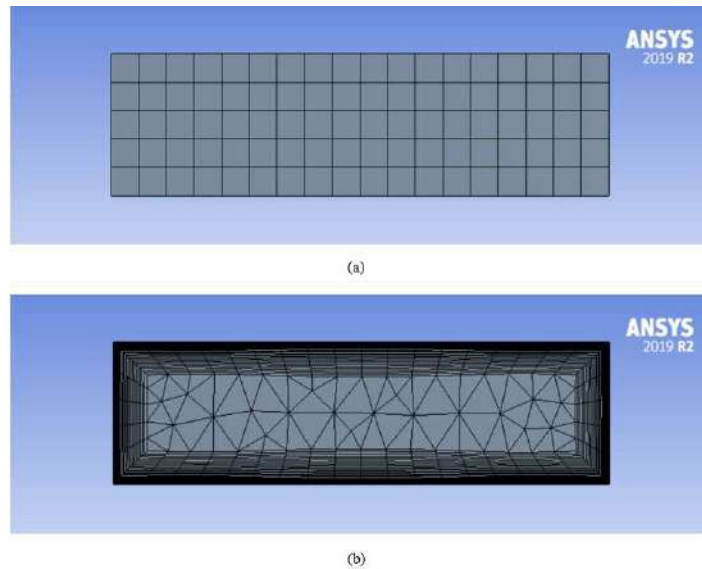


Figura 6 – (a) malha sem *Inflation*; (b) malha com *Inflation*.

Tabela 9 – Malhas avaliadas para o modelo laminar.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M1	0	0	0	0,005	10640
M2	0	0	0	0,0025	84672
M3	10	1,10	0,001	0,005	163378
M4	10	1,10	0,001	0,0025	720773
M5	16	1,05	0,001	0,0025	1001078
M6	0	0	0	0,001	1324400
M7	16	1,05	0,001	0,002	1573444

Tabela 10 – Malhas avaliadas para o modelo *Standard k-ε*.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M8	16	1,05	0,001	0,005	224656
M9	16	1,05	0,001	0,004	352451
M10	16	1,05	0,001	0,003	648350
M11	16	1,05	0,001	0,002	1472035

Tabela 11 – Malhas avaliadas para o modelo *Realizable k-ε*.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M12	16	1,05	0,001	0,005	224656
M13	16	1,05	0,001	0,004	352428
M14	16	1,05	0,001	0,003	648185
M15	16	1,05	0,001	0,002	1471988

Tabela 12 – Malhas avaliadas para o modelo *RNG k-ε*.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M16	0	0	0	0,005	10640
M17	0	0	0	0,0025	84672
M18	10	1,05	0,005	0,005	153157
M19	16	1,05	0,005	0,005	224656
M20	16	1,05	0,005	0,003	648350
M21	10	1,05	0,005	0,0025	660345

Tabela 12 – Malhas avaliadas para o modelo RNG $k-\varepsilon$. (continuação)

M22	16	1,05	0,005	0,0025	940952
M23	0	0	0	0,001	1324400
M24	0	0	0	0,00075	3205494
M25	10	1,05	0,005	0,001	4603731

Tabela 13 – Malhas avaliadas para o modelo *Standard* $k-\omega$.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M26	16	1,05	0,001	0,005	224651
M27	16	1,05	0,001	0,004	352451
M28	25	1,05	0,001	0,004	517339
M29	16	1,05	0,001	0,003	648185
M30	16	1,05	0,001	0,002	1472035

Tabela 14 – Malhas avaliadas para o modelo SST $k-\omega$.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M31	0	0	0	0,005	10640
M32	0	0	0	0,0025	84672
M33	10	1,05	0,005	0,005	153076
M34	16	1,05	0,005	0,005	224656
M35	16	1,05	0,005	0,003	648185
M36	10	1,10	0,005	0,0025	660604

Tabela 14 – Malhas avaliadas para o modelo SST $k-\omega$. (continuação))

M37	16	1,05	0,005	0,0025	940952
M38	0	0	0	0,001	1324400

Tabela 15 – Malhas avaliadas para o modelo *Transition* SST.

Identificação	Nº de camadas	Razão de crescimento	Espessura máxima [m]	Tamanho máximo do elemento [m]	Número de elementos
M39	16	1,05	0,001	0,005	224656
M40	16	1,05	0,001	0,004	352451
M41	16	1,05	0,001	0,003	648350
M42	16	1,05	0,001	0,002	1472035

Como se observa na Fig. 8(a) para o caso laminar, as malhas M1, M2 e M6, em que não se utiliza a função *Inflation* para refinamento nas proximidades da parede, apresentam um perfil bastante irregular. Esse comportamento ocorre mesmo para a malha M6 na qual há uma quantidade mais elevada de elementos. Esse resultado não condiz com o perfil “M” esperado e que é registrado por AOKI (2011) durante a condução dos seus experimentos, conforme apresentado na Fig. 7.

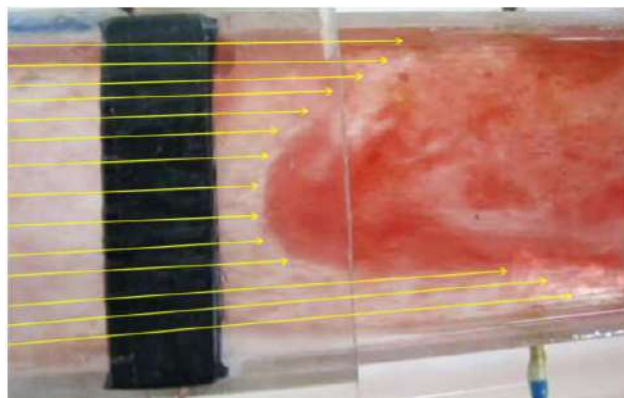


Figura 7 – Registro fotográfico da formação do perfil “M” feito por AOKI (2011). Retirado de AOKI (2011).

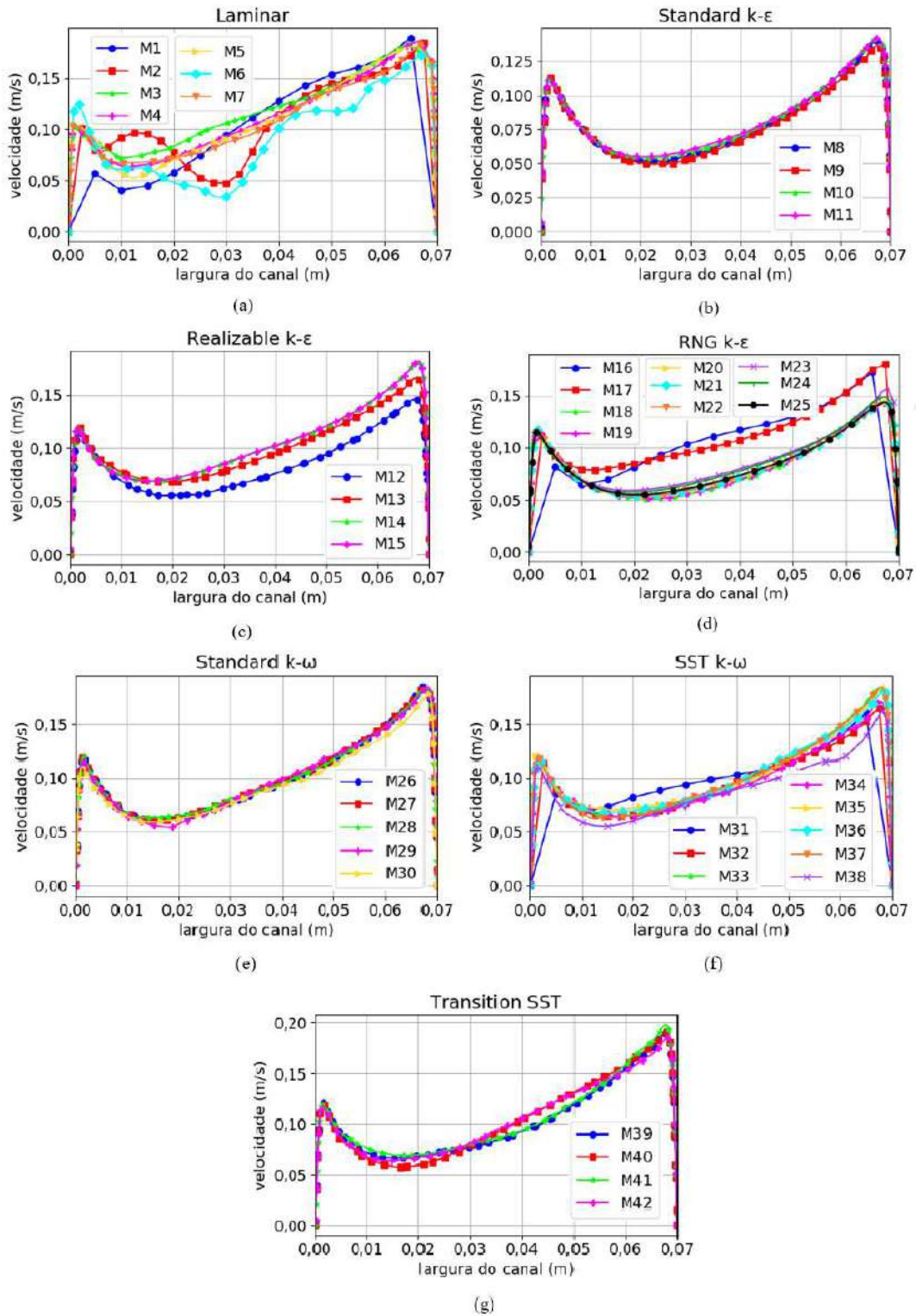


Figura 8 – Análise de convergência da malha: (a) Laminar; (b) *Standard $k-\epsilon$* ; (c) *Realizable $k-\epsilon$* ; (d) *RNG $k-\epsilon$* ; (e) *Standard $k-\omega$* ; (f) *SST $k-\omega$* ; (g) *Transition SST*.

Esse perfil se deve à maior intensidade da força de Lorentz em regiões próximas as paredes laterais onde se encontram os eletrodos. Nestas regiões, o gradiente do potencial eletrostático é mais elevado, o que leva ao aumento da intensidade da força. Na região central do canal, há uma redução desse gradiente e, portanto, a força é menos intensa. Esse perfil também é observado em simulações realizadas em outras referências (PATEL, 2007; ANDREEV *et al.*, 2007; DAOUD e KANDEV, 2008; FERNANDES, 2018).

Ainda na Fig. 8(a), o perfil “M” é observado para as malhas M3, M4, M5 e M7, o que sugere uma concordância com os resultados experimentais. Na malha M3, aquela com menor número de elementos dentre as que se utiliza a função *Inflation*, ainda é encontrada uma ligeira irregularidade no perfil, porém mais suave que nos casos em que a função não é utilizada. Na malha M4 são mantidas as configurações da função *Inflation*, porém o tamanho máximo do elemento é reduzido. Neste caso, o perfil é mais regular e não são observadas distorções, havendo grande concordância com o perfil “M” esperado. Na malha M5, o tamanho dos elementos é mantido e se altera as configurações para que se aumente o refinamento da malha nas proximidades da parede. Em comparação à malha M4, não se observa uma mudança significativa nos resultados. Na malha M7 se reduz o tamanho máximo do elemento em relação a malha M5 e as demais configurações são preservadas. Não há mudanças sensíveis no resultado ao se realizar tais alterações e diante desses resultados, opta-se por selecionar a malha M4 para a etapa de verificação, uma vez que os resultados são considerados satisfatórios e convergidos, além de apresentar uma quantidade de elementos significativamente menor do que as malhas M5 e M7.

Cabe ressaltar, entretanto, que o escoamento é turbulento, e a opção de se prosseguir com a utilização do modelo laminar é verificar o quanto a solução do modelo laminar se distancia dos modelos turbulentos, não havendo pretensões em prosseguir com esse modelo para as simulações.

Durante a avaliação do modelo *Standard k-ε*, são utilizadas as mesmas configurações da função *Inflation* em todos os casos e se altera apenas o tamanho máximo dos elementos, como registrado na Tab. 10. Essa escolha é feita devido ao modelo apresentar um bom comportamento nas simulações apenas ao se utilizar uma quantidade significativa de elementos na proximidade das paredes. Ao se comparar os

resultados das malhas M8, M9 e M10 na Fig. 8(b), é observado que conforme se refina a malha há uma tendência da velocidade na proximidade do vale do perfil e nos picos próximos as paredes se elevar. Entre as malhas M10 e M11, tal variação nos resultados não é observada e, portanto, se considera os resultados convergidos. Dentre estas duas malhas a M10 é aquela que apresenta uma menor quantidade de elementos e é então selecionada.

Com o modelo *Realizable k-ε*, Fig. 8(c), o procedimento adotado é o mesmo que com o *Standard k-ε*: são mantidas as configurações da função *Inflation* e se reduz gradativamente o tamanho máximo dos elementos. Os resultados obtidos sofrem uma grande variação conforme a malha é refinada, havendo uma diferença significativa entre os resultados das malhas M12, M13 e M14. Quanto mais refinada a malha, maior são as velocidades obtidas. A diferença dos resultados é pouco perceptível na parte interna do circuito, 0,00 m, e se torna mais perceptível conforme se caminha para a parte externa do circuito, 0,07 m. A comparação dos resultados entre as malhas M14 e M15 indica a convergência dos resultados, sendo a primeira selecionada por apresentar uma menor quantidade de elementos.

O modelo RNG *k-ε*, fig. 8(d), apresenta um bom comportamento mesmo com uma quantidade reduzida de elementos, portanto são avaliadas configurações diferentes da malha com um menor refinamento. As malhas M16, M17, M23 e M24 não utilizam a função *Inflation* e diante seus resultados podem ser feitas duas considerações importantes. As malhas menos refinadas M16 e M17 apresentam velocidades consideravelmente elevadas, além de haver uma notável irregularidade no perfil, semelhante ao modelo laminar. Com as malhas M23 e M24, mesmo sem o refinamento próximo à parede, há uma concordância com os demais resultados. Em contrapartida, o tamanho máximo dos elementos é bastante reduzido, o que eleva a quantidade de elementos da malha. Ao se introduzir o refinamento nas proximidades da parede com as malhas M18, M19, M20, M21, M22 e M25, se observa uma convergência geral dos resultados. A seleção de um maior número de camadas na proximidade da parede não gera mudanças perceptíveis, sendo observadas pequenas flutuações nas proximidades do vale do perfil. Visto que não são encontradas mudanças significativas, considera-se que há uma convergência dos resultados para estas malhas e seleciona-se a malha M18 que apresenta uma menor quantidade de elementos.

Na Fig. 8(e) são avaliados os resultados para o modelo *Standard k- ω* . Com as malhas M26, M27, M29 e M30 são usadas as mesmas configurações da função *Inflation* e é variado o tamanho máximo dos elementos. Com a malha M28 é verificado se o aumento do número de camadas na proximidade da parede tem algum efeito sobre o modelo.

Há uma concordância entre as malhas nas proximidades da parte interna do circuito, 0,00 m, e do vale do perfil, com exceção da malha M29 que apresenta uma velocidade ligeiramente inferior no vale. Conforme se caminha para a parte externa, 0,07 m, a concordância entre as malhas M26, M27, M28 e M29 é mantida, porém com a malha M30 é observada uma tendência de a velocidade ser ligeiramente menor que os demais casos. Uma vez que as variações observadas não são tão significativas e há uma concordância entre os resultados para as malhas observadas, a malha selecionada é a M26 por apresentar a menor quantidade de elementos.

Com o modelo SST *k- ω* , Fig. 8(f), são avaliadas malhas com e sem a função *Inflation* para o refinamento da malha nas proximidades da parede. As malhas M31 e M38 que não utilizam a função apresentam resultados que destoam dos demais para este modelo na maior parte do perfil, principalmente nas proximidades da parede. Esse distanciamento dos resultados também é observado com a malha M32, porém há uma concordância maior desta com as demais. As malhas M33, M34, M35, M36 e M37, que utilizam a função *Inflation*, apresentam uma maior concordância dos resultados entre si, porém algumas observações devem ser feitas. Na parte externa do circuito, 0,07 m, há um distanciamento do resultado da malha M34 em relação às demais. Já nas proximidades do vale do perfil, as malhas M33, M34 e M37 apresentam resultados mais próximos entre si e que se afastam ligeiramente das malhas M35 e M36. Há, portanto, uma concordância geral entre os resultados para estas malhas, porém são observados alguns desvios em regiões distintas. Não é observada uma tendência no refinamento da malha que leve a esses desvios, havendo concordância nos resultados entre malhas com menor e maior refinamento. Desse modo, seleciona-se a malha M33, uma vez que esta concorda com os demais resultados e possui uma menor quantidade de elementos.

O último modelo avaliado é o *Transition SST*, cujos resultados são apresentados na Fig. 8(g). Com este modelo são avaliadas apenas malhas com refinamento na proximidade da parede. Os resultados das malhas M39, M40, M41 e M42 apresentam

uma mesma tendência que obedece ao perfil esperado para o escoamento, porém há certas discordâncias na região entre os picos de velocidade. Há uma maior concordância entre as malhas M39 e M41 para a maior parte do canal, enquanto as malhas M40 e M42 apresentam maior concordância entre o vale do perfil e a parte externa do canal, 0,07 m. Na região do vale especificamente, há uma maior concordância entre os resultados das malhas M39, M40 e M42. Uma vez que não há uma concordância geral entre os resultados, havendo regiões nas quais alguns grupos tendem a convergir, a solução adotada é selecionar a malha cujo resultado apresenta um comportamento médio que concorda com as demais em pelo menos uma região. Desse modo, a malha selecionada é a M42 que apresenta um maior equilíbrio nos resultados, mesmo sendo aquela que apresenta mais elementos.

A análise de convergência para cada modelo individual permite selecionar a malha que melhor se adequa para cada caso. Na seção seguinte, Seção 4.5, esses modelos são comparados entre si para diferentes cenários, incluindo o utilizado para seleção da malha, a fim de validar seus resultados diante dados experimentais e selecionar aquele que se adequa melhor ao problema e que possui um custo computacional que viabilize as simulações a serem realizadas com o caso da bomba MHD de corrente alternada.

As malhas selecionadas para serem utilizadas com cada modelo são resumidas na Tab. 16.

Tabela 16 – Malhas selecionadas.

Modelo	Identificação	Número de elementos
Laminar	M4	720773
<i>Standard k-ϵ</i>	M10	648350
<i>Realizable k-ϵ</i>	M14	648185
RNG <i>k-ϵ</i>	M18	153157
<i>Standard k-ω</i>	M26	224651
SST <i>k-ω</i>	M33	153076
<i>Transition SST</i>	M42	1472035

4.5 Validação

4.5.1 Validação da conservação de movimento linear

A validação da implementação da equação de conservação da quantidade de movimento linear considerando a força de Lorentz como força motriz da bomba é feita a partir de uma comparação dos valores de velocidade obtidos pela simulação com valores experimentais apresentados por AOKI (2011) e AOKI *et al.* (2013). Nos trabalhos de referência de AOKI (2011) e AOKI *et al.* (2013) são realizadas medições em três distâncias distintas ao longo do comprimento do canal, a 10, 50 e 90 mm da saída da bomba. A cada distância escolhida um micro tubo de Pitot é posicionado e são tomadas medidas em sete posições distribuídas ao longo da largura do canal. O esquema de montagem do circuito experimental de AOKI (2011) é apresentado na Fig. 9, a fim de melhor ilustrar o experimento realizado.

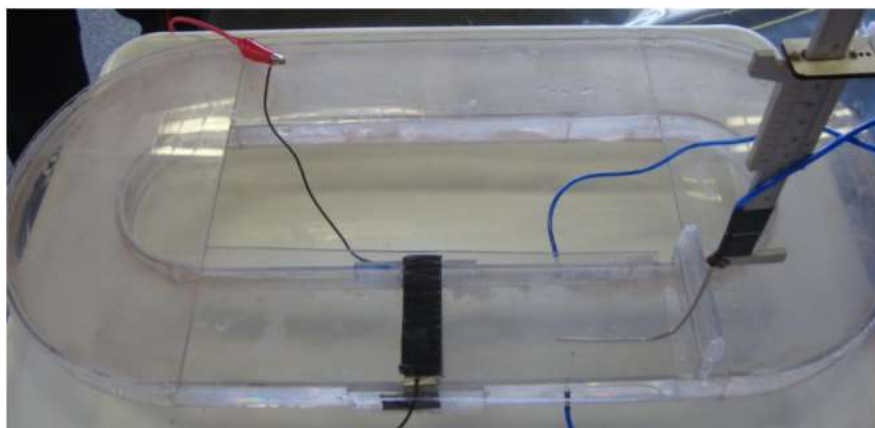


Figura 9 – Circuito experimental utilizado por AOKI (2011). Retirado de AOKI (2011).

O procedimento adotado pelos autores consistiu em preencher o circuito com a solução eletrolítica, conectar os eletrodos à fonte de alimentação, posicionar os ímãs e então ligar a fonte. Após se observar que o escoamento atingiu regime permanente, o tubo de Pitot era posicionado nas posições indicadas e então as medidas eram aferidas. Um termopar também era utilizado neste momento para medição da temperatura do fluido e do ambiente, porém não foi indicado por AOKI (2011) e AOKI *et al.* (2013) em que posição do circuito essas medidas foram feitas. Para cada voltagem – 12 V, 20 V e 30 V – o procedimento foi repetido sete vezes e os valores apresentados para as grandezas é a média aritmética de cada medida.

As simulações para validação do modelo são realizadas com as mesmas três voltagens adotadas para os experimentos e os resultados são comparados com os valores experimentais de velocidade nas três distâncias da saída do canal especificadas por AOKI (2011) e AOKI *et al.* (2013). A comparação entre os resultados simulados e os experimentais são apresentados a seguir nas Figs. 10 – 12.

As condições de contorno fluidodinâmicas e para a equação de Poisson adotadas, são aquelas apresentadas na Seção 4.4.1. As considerações quanto ao campo magnético também são mantidas. Adota-se como condição de contorno térmica convecção em todas as paredes. Utiliza-se uma temperatura ambiente de 300 K e um coeficiente global de transferência de calor de 20 W/m²K. Não há no trabalho de referência maiores detalhes quanto as condições térmicas, portanto opta-se por adotar um valor arbitrário e baixo para o coeficiente, uma vez que o material do circuito experimental é acrílico e se aproxima de um isolante térmico. Portanto, a validação aqui conduzida não traz grande confiabilidade quantitativa, porém permite avaliar qualitativamente o comportamento do escoamento.

Na Fig. 10, para o caso com 12V, se observa para os dados experimentais que as velocidades mais altas são atingidas nas proximidades das paredes, enquanto que para o meio do canal as velocidades são mais baixas. Esses dados indicam uma tendência à formação do perfil “M”, entretanto são observados alguns desvios que não permitem uma concordância completa com o perfil.

AOKI (2011) atribui essa discrepância entre o resultado experimental e o teórico à erros no experimento que podem estar relacionadas à imprecisão dos equipamentos, variações na temperatura e pressão, vibrações locais, desgaste dos eletrodos, má condutividade do fluido e erros próprios do experimentador. Além disso, a turbulência do escoamento, principalmente nas regiões mais próximas à bomba MHD e às paredes do canal, podem comprometer a precisão das medições. Pode-se ainda acrescentar a esse grupo possíveis perturbações causadas pelo instrumento de medição sobre o escoamento e pela movimentação do instrumento para posicioná-lo nas posições escolhidas.

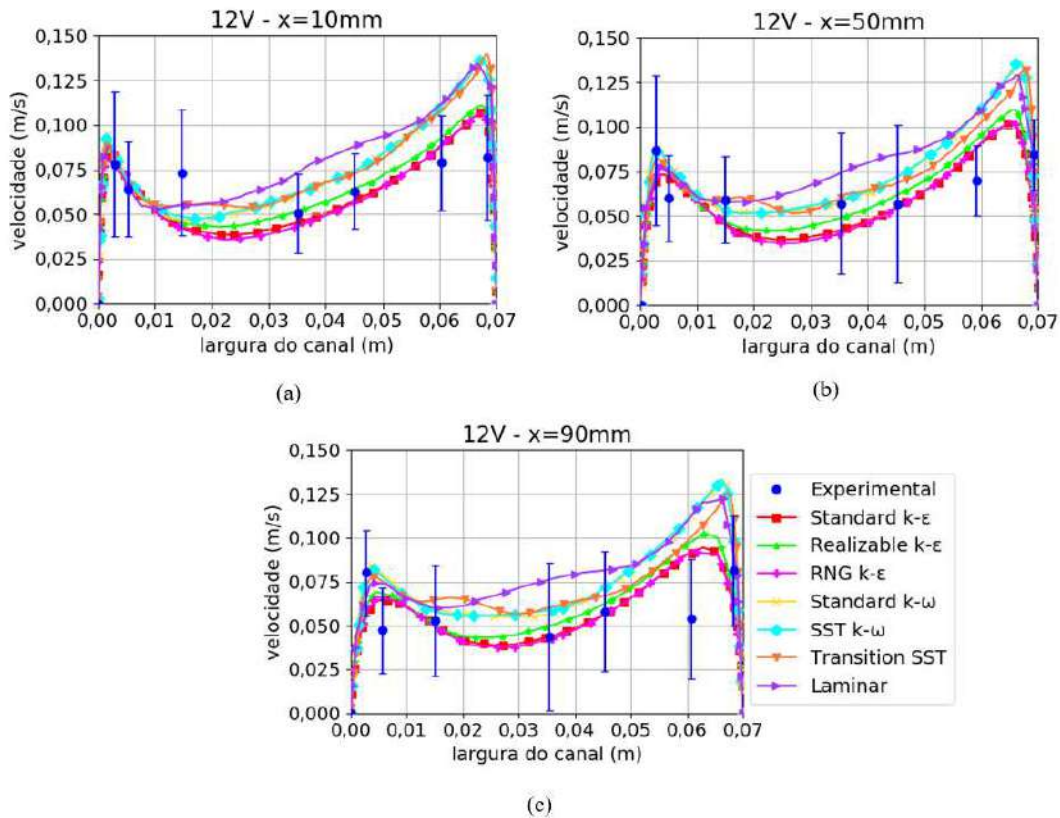


Figura 10 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 12 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.

Esse comportamento nos dados experimentais também ocorre para os casos com 20V e 30 V, como pode ser observado mais à frente nas Figs. 11 e 12. Ainda assim, o que se observa, independentemente da voltagem utilizada, é a tendência de se alcançar velocidades mais altas nas proximidades da parede do canal e velocidades mais baixas no centro. É possível notar para as três voltagens, apesar de ser mais evidente para as duas mais elevadas, que o formato circular de partes do circuito faz com que a velocidade nas proximidades da parede externa, 0,07 m, sejam mais elevadas que aquelas nas proximidades da parede interna, 0,00 m.

Quanto ao caso com 12 V, é possível observar que nas três distâncias medidas há uma razoável concordância entre os resultados simulados e experimentais. Na Fig. 10 o modelo laminar apresenta certa irregularidade no perfil de velocidade que pode indicar que a malha selecionada não está suficientemente refinada para essa voltagem estudada. Já para os modelos de turbulência, os resultados indicam que as malhas selecionadas

são suficientes para os modelos $k-\varepsilon$ e *Standard $k-\omega$* , enquanto os modelos SST $k-\omega$ e *Transition SST* também apresentam irregularidades em alguns pontos. Se atribui esse comportamento a uma possível inadequação das malhas a esse caso estudado, uma vez que para os dois casos seguintes esse comportamento não ocorre.

Para os três casos apresentados na Fig. 10, há uma grande concordância entre os modelos *Standard $k-\varepsilon$* e RNG $k-\varepsilon$. O modelo *Realizable $k-\varepsilon$* apresenta resultados bastante próximo a estes modelos, porém um pouco mais elevados em toda a extensão do canal. O modelo *Standard $k-\omega$* apresenta resultados ainda mais elevados e que se aproxima bastante do modelo SST $k-\omega$. O modelo laminar tende a concordar com estes últimos nas proximidades da parede, porém se afasta bastante ao caminhar para o centro do perfil. O modelo *Transition SST* concorda razoavelmente com os modelos *Standard $k-\omega$* e SST $k-\omega$, porém apresenta desvios bastante consideráveis destes.

A comparação entre os resultados simulados e experimentais na Fig. 10(a) demonstra que os modelos *Standard $k-\varepsilon$* e RNG $k-\varepsilon$ são os modelos com resultados mais satisfatórios. Nas Figs. 10(b) e 10(c) a tendência se mantém, porém na Fig. 10(b) é notável um desvio maior no vale do perfil, enquanto nos demais pontos a uma concordância satisfatória. Na Fig. 10(c) a concordância no vale do perfil e nas extremidades é bastante razoável, porém dois pontos intermediários, em cerca de 0,005 m e 0,060 m, apresentam um desvio alto.

Os demais modelos apresentam resultados razoavelmente satisfatórios obedecendo o perfil de velocidade esperado e com ordem de grandeza compatível com os resultados experimentais, porém considera-se que os modelos *Standard $k-\varepsilon$* e RNG $k-\varepsilon$ são os que melhor se adequam.

Na Fig. 11, para o caso com 20V, os resultados experimentais apresentam comportamento semelhante ao anterior, sendo observadas velocidades mais elevadas nas proximidades da parede do canal e mais baixas no centro. São também observados os desvios que levam a uma irregularidade no perfil que, apesar de indicar a tendência, não permite visualizar claramente a formação do perfil “M”. As causas para tais desvios são as mesmas apresentadas anteriormente.

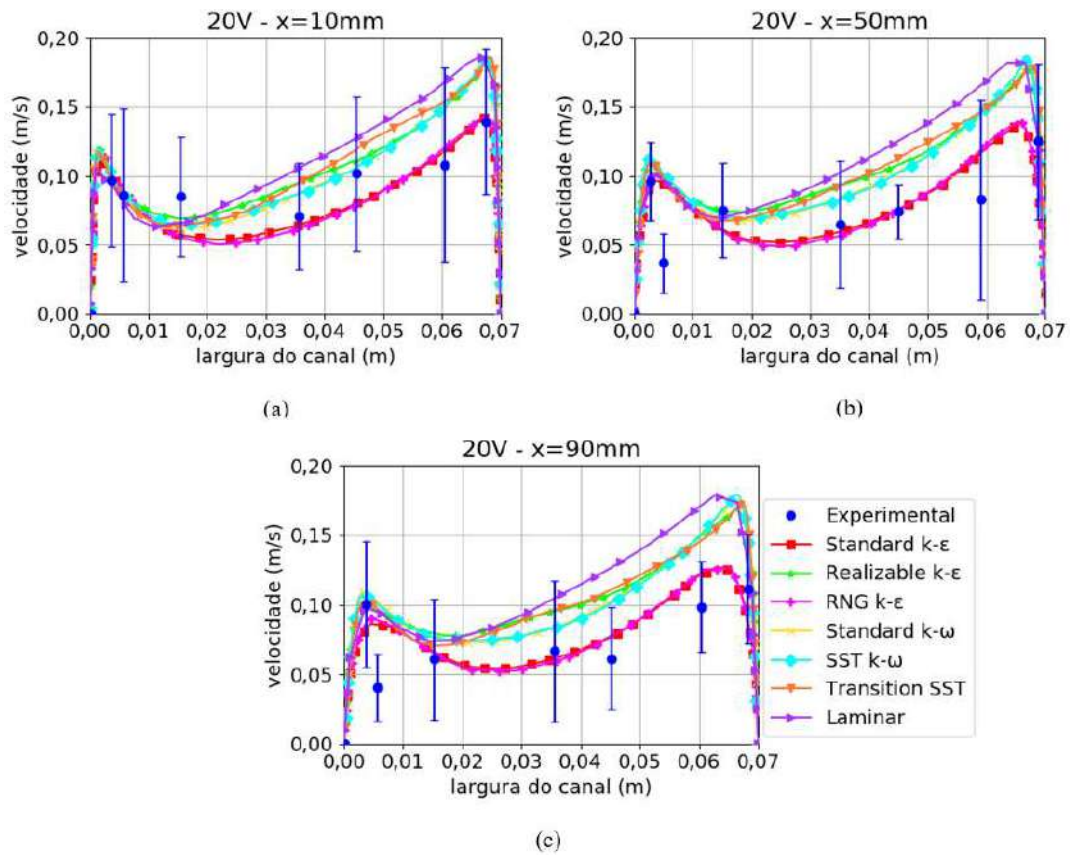


Figura 11 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 20 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.

Para os resultados simulados o que se observa novamente é uma grande concordância entre os modelos *Standard k-ε* e *RNG k-ε*, que apresentam velocidades menores que os demais. Os demais modelos de turbulência também apresentam relativa concordância entre si, apesar de haver certos desvios, enquanto o modelo laminar se distancia consideravelmente, predizendo velocidades mais elevadas.

Todos os modelos predizem o perfil “M” com o pico próximo a parede externa, 0,07 m, mais elevado. Essa elevação é menos proeminente com os modelos *Standard k-ε* e *RNG k-ε*, porém é ainda assim notável. A comparação entre os resultados simulados e experimentais tanto na Fig. 11(a), quanto nas Figs. 11(b) e 11(c) indicam razoável concordância para todos os modelos. Os modelos *Standard k-ε* e *RNG k-ε* tendem a concordar com os resultados experimentais em uma maior quantidade de pontos, independentemente da distância da bomba nas quais as medidas são tomadas. Essa

tendência indica que estes modelos são os que melhor se adequam ao problema também para o caso 20 V.

Na Fig. 12, para o caso com 30V, o comportamento dos dados experimentais é mantido, sendo encontradas velocidade mais altas nas pontas, enquanto que para o meio do canal são atingidas velocidades mais baixas. Há novamente uma tendência de se formar o perfil “M”, bastante evidente na Fig. 12(c), apesar de existirem consideráveis deformações no perfil.

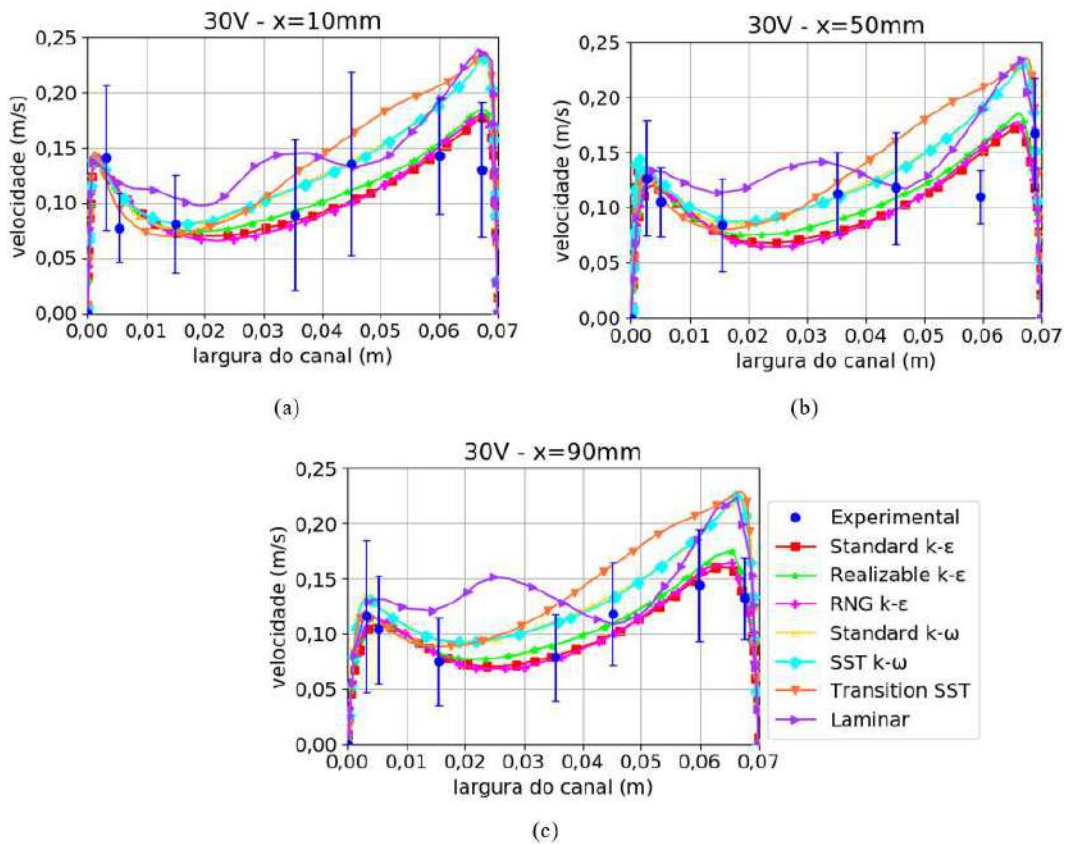


Figura 12 – Comparação entre resultados simulados e experimentais para 30 V: (a) $x = 10$ mm; (b) $x = 50$ mm; (c) $x = 90$ mm.

Quanto aos resultados simulados, se destaca a grande deformação do perfil de velocidade para o modelo laminar. Atribui-se isso a uma possível inadequação da malha ao problema, que poderia ser resolvida com uma nova análise de convergência. Entretanto, uma vez que para os resultados anteriores observou-se que há modelos mais adequados ao problema, não se realiza esse processo novamente. Ainda assim, é

possível notar que esse modelo tende a prever velocidades mais elevadas, que nas extremidades do canal concordam consideravelmente com os modelos *Standard k- ω* , *SST k- ω* e *Transition SST*.

Há uma grande concordância entre os resultados dos modelos *Standard k- ω* e *SST k- ω* para toda a extensão do canal, enquanto o modelo *Transition SST* prevê velocidades de ordem próxima, porém com desvios bastantes consideráveis destes modelos. Os modelos *Standard k- ϵ* , *Realizable k- ϵ* e *RNG k- ϵ* apresentam novamente uma considerável concordância entre si, predizendo velocidades bastante próximos, sendo ligeiramente mais elevadas para o modelo *Realizable k- ϵ* .

Ao comparar os resultados simulados com os experimentais, observa-se mais uma vez uma considerável concordância. Os modelos *Standard k- ϵ* e *RNG k- ϵ* são os que melhor concordam com os dados experimentais, predizendo velocidades bem próximas às medições experimentais. Nas Figs. 12(a) e 12(b), essa concordância entre resultados experimentais e simulados é razoável, porém na Fig. 12(c) fica bastante evidente.

Os demais modelos também predizem o perfil esperado, porém apresentam uma distância considerável do resultado experimental. Isso leva a que também no caso com 30 V se considere os modelos *Standard k- ϵ* e *RNG k- ϵ* mais adequados.

Como observado de maneira geral, há uma razoável concordância entre os resultados simulados e experimentais. Observa-se um comportamento distinto entre os modelos adotados, sendo observada uma convergência entre o modelo *Standard k- ϵ* e seus derivados, e *Standard k- ω* e *SST k- ω* . Dentre os modelos, considera-se que o modelo *Standard k- ϵ* e *RNG k- ϵ* apresentam uma maior compatibilidade com os dados experimentais, apesar dos demais, com exceção do laminar, apresentarem resultados satisfatórios.

O principal objetivo de se avaliar os diferentes modelos de turbulência é encontrar dentre eles os que permitem se alcançar resultados satisfatórios para as simulações e selecionar aquele que apresente um menor custo computacional. Modelos diferentes são observados em trabalhos de referência (AOKI *et al.*, 2013; ROMAN *et al.*, 2014; VERISSIMO *et al.*, 2018), como apresentado na seção 2.4. Esses, além de outros disponíveis no *software ANSYS Fluent 2019 R2*, são avaliados, como apresentado anteriormente.

Os parâmetros de cada modelo de turbulência utilizado são os apresentados no Capítulo 2. Não foram realizadas calibrações ou ajustes mais refinados e a verificação de adequação dos modelos ao problema se deu a partir da comparação entre resultados simulados e experimentais.

Dentre os dois que apresentaram melhor resultado, o modelo RNG $k-\varepsilon$ é o que apresenta o menor custo computacional, sendo observado durante as simulações como o que mais rápido apresentou convergência dos resultados, levando cerca de 45 minutos, enquanto o modelo *Standard* $k-\varepsilon$ leva cerca de 255 minutos. Em parte, isso se deve ao fato de ser possível utilizar uma malha com menor quantidade de elementos para garantir convergência dos resultados. Como pode ser visto na Tab.16, o modelo RNG $k-\varepsilon$ converge com 153076 elementos, enquanto o modelo *Standard* $k-\varepsilon$ necessita de pelo menos 648350 elementos. Dadas todas as considerações realizadas e principalmente devido a maior celeridade observada nas simulações, opta-se por prosseguir com o modelo RNG $k-\varepsilon$.

4.5.2 Validação da equação de energia

A validação da implementação realizada para equação da energia considerando o efeito Joule é feita a partir de uma comparação do valor de temperatura obtido pela simulação com valores experimentais apresentados por AOKI (2011). No trabalho de referência de AOKI (2011) são apresentadas medições de temperatura para o circuito fechado previamente apresentado nas Figs. 3 e 9, utilizando três valores distintos de voltagem, 12, 20 e 30 V. Não foram especificadas localizações para as medições, porém como observado nas simulações que são conduzidas, a tendência é uma distribuição quase uniforme de temperatura no fluido e, portanto se adota a temperatura média em todo o volume para as comparações. A fim de ilustrar a aproximada uniformidade da temperatura no volume de fluido, é apresentado na Fig. 13 o resultado da simulação com o canal para o caso em que a diferença de potencial aplicada é de 12 V. Para esse caso específico a temperatura máxima atingida foi de 302,89 K e a mínima de 302,58 K.

A comparação dos resultados é apresentada na Tab. 17. Os resultados obtidos pelo modelo são considerados satisfatórios ao apresentar uma baixa diferença relativa diante dos valores experimentais.

Tabela 17 – Validação da equação da energia e efeito Joule.

Voltagem [V]	Simulação [K]	Experimental [K]	Diferença Relativa [%]
12	302,73	301,45	0,43
20	307,49	306,25	0,40
30	316,72	319,85	0,98

É observada uma concordância entre os resultados simulados e experimentais e é possível notar que o modelo adotado prediz satisfatoriamente o comportamento observado experimentalmente. Dadas as considerações feitas quanto a simulação, considera-se o modelo satisfatório para se observar os efeitos pretendidos.

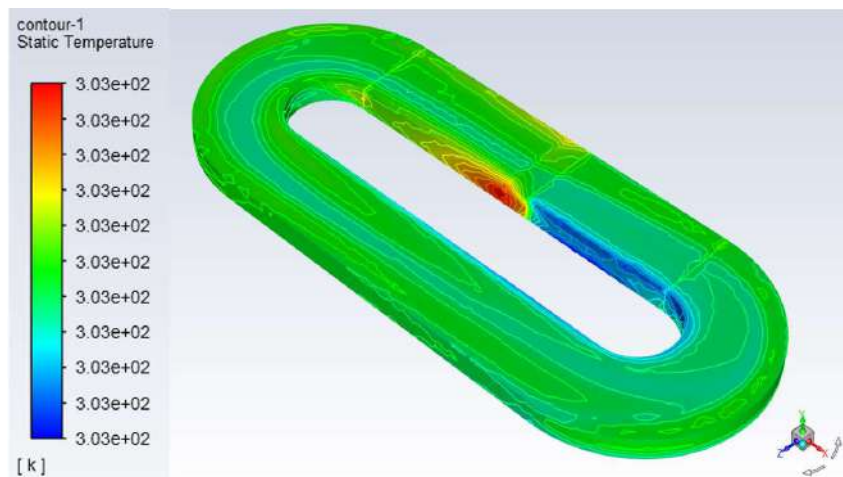


Figura 13 – Distribuição de temperatura no circuito para o caso DC com 12 V.

5 Análise do Problema de Corrente Alternada

5.1 Canal estudado

Para se prosseguir com as simulações para o caso com corrente alternada, é selecionada uma seção do circuito fechado apresentado na Fig.3. Esta estratégia é semelhante à adotada por AOKI (2011) ao realizar simulações com uma bomba DC, porém as condições de contorno adotadas são diferentes, tendo em vista os diferentes objetivos do trabalho.

A geometria selecionada a ser estudada neste trabalho, portanto, consiste em um canal curto, aberto nas extremidades. O canal mais curto reduz o custo computacional, sem prejuízos aos efeitos que se pretende observar. A geometria escolhida é apresentada na Fig. 14.

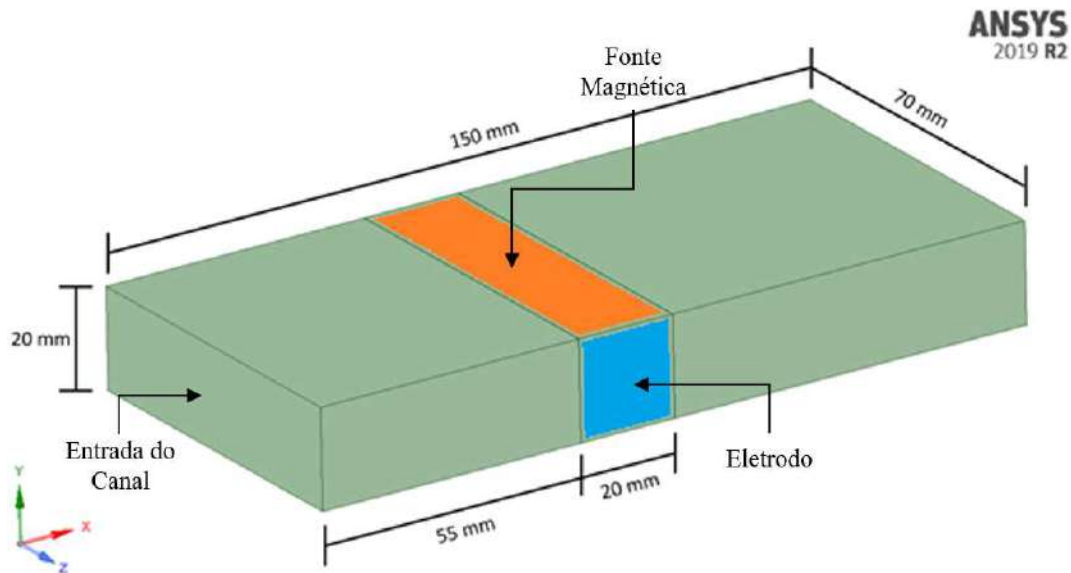


Figura 14 – Canal estudado em simulações com corrente alternada.

A bomba MHD é representada pela seção destacada no meio do canal. Nas paredes laterais dessa seção, estão localizados os eletrodos, e é nessa região compreendida entre os eletrodos em que se considera a presença do campo magnético uniforme.

5.2 Avaliação dos números adimensionais

Antes de se prosseguir para a simulação em regime transiente, é feita uma análise dos números adimensionais anteriormente levantados. O objetivo é identificar a faixa de frequência para qual as fontes de campo eletrostático dominam as demais e assim realizar uma simplificação no modelo. O procedimento para estimativa dos números adimensionais é apresentado a seguir.

O diâmetro hidráulico do canal é 0,03 m, o campo magnético característico é considerado como 0,3 T e é avaliado um valor de tensão de pico de 30 V. Esse valor de tensão de pico para corrente alternada é escolhido a fim de ser utilizado nas simulações transientes e comparado com o caso de corrente contínua com diferenças de potencial de 15 V, que conforme o resultado da Eq. (3.71) é aquele cuja força média é equivalente. O valor característico para a velocidade é obtido a partir dos valores simulados para o caso com corrente contínua e é apresentado junto aos valores calculados para os números de Reynolds e Reynolds magnético na Tab. 18.

Tabela 18 – Velocidade característica para tensões de pico de 30 V.

Grandeza	30 V
Velocidade [m/s]	0,0895
Número de Reynolds, Re	2512,57
Número de Reynolds Magnético, Re_m	$1,69 \times 10^{-8}$

A faixa de valor encontrado para o número de Reynolds caracterizaria uma transição laminar-turbulenta do escoamento (POPE, 2000), porém, como relatado por AOKI (2011), o escoamento é turbulento segundo as observações realizadas durante seus experimentos com a bomba MHD. Essa observação e os resultados obtidos durante as simulações demonstram que a utilização de modelos turbulentos se adequa ao escoamento estudado. O baixo número de Reynolds magnético em ambos os casos foi previamente considerado nas simplificações anteriormente realizadas quanto à natureza difusiva do campo magnético e é aqui confirmado.

A análise do problema prévio às simulações se concentra em uma faixa de frequência de 1 Hz a 500 Hz. São calculados os valores do parâmetro de blindagem e da

película magnética a fim de determinar se os efeitos de blindagem são relevantes para o problema, a fim de também corroborar a hipótese adotada de campo magnético uniforme na região da bomba MHD. Estes valores são apresentados na Tab. 19.

Tabela 19 – Valores do parâmetro de blindagem e película magnética para a faixa de frequência avaliada.

Grandeza	1 Hz	10 Hz	50 Hz	100 Hz	500 Hz
Parâmetro de Blindagem, R_ω	$3,56 \times 10^{-8}$	$3,56 \times 10^{-7}$	$1,78 \times 10^{-6}$	$3,56 \times 10^{-6}$	$1,78 \times 10^{-5}$
Película Magnética, δ_m [m]	224,97	71,14	31,82	7,11	3,18

Os valores do parâmetro de blindagem muito inferiores a 1 indicam que o efeito de blindagem não está presente nesse caso. De acordo com MOREAU (1990), o efeito é considerável apenas quando esse parâmetro é muito superior à unidade. O tamanho da película magnética também indica que mesmo para as frequências mais altas o efeito não ocorre, visto que a sua dimensão é muito superior às do canal estudado.

A sequência de avaliação dos números adimensionais se concentra nos parâmetros propostos, na qual é feita a distinção conforme à natureza das correntes elétricas. Esta avaliação é separada em três grupos: números relacionados ao campo de velocidade, números relacionados ao campo eletrostático e números relacionados ao campo magnético variante. Os números adimensionais relacionados ao campo de velocidade são apresentados na Tab. 20. São eles o número de Hartmann e o parâmetro de interação em sua formulação clássica.

Tabela 20 – Números adimensionais relacionados ao campo de velocidade.

Grandeza	30 V
Número de Hartmann, Ha	0,61
Parâmetro de Interação, N	$1,48 \times 10^{-4}$

Os valores do número de Hartmann e parâmetro de interação indicam que a força de Lorentz que surge como consequência do escoamento sobre efeito do campo magnético é baixa diante as forças viscosas e de inércia. A corrente elétrica induzida pelo campo de velocidade é baixa, de forma que a força de Lorentz desta natureza tem pouca influência sobre o escoamento. Um número de Hartmann elevado, algumas vezes superior à unidade de acordo com MOREAU (1990) e DAVIDSON (2001), levaria a um achatamento da frente do perfil do escoamento, enquanto um alto parâmetro de interação, com ordem próxima à um segundo MOREAU (1990) e (VOTYAKOV e ZIENICKE, 2007), favoreceria a formação do perfil “M”.

Cabe ressaltar que para o escoamento estudado neste trabalho atribui-se a formação do perfil “M” às características que o gradiente do potencial eletrostático impõe sobre a corrente desta natureza. Como demonstrado na Tab. 21, a corrente induzida pelo campo de velocidade pode ser desprezada diante daquela induzida pela voltagem imposta pelos eletrodos.

Os números adimensionais relacionados ao campo eletrostático são apresentados na Tab. 21. São eles o número de Hartmann eletrostático, o parâmetro de interação eletrostático, o parâmetro eletrostático e o parâmetro de corrente eletrostática.

Tabela 21 – Adimensionais relacionados ao campo eletrostático.

Grandeza	30 V
Número de Hartmann Eletrostático, Ha_s	83,18
Parâmetro de Interação Eletrostático, N_s	2,75
Parâmetro de Corrente Eletrostática, D_s	18621,97

Os valores do número de Hartmann eletrostático e do parâmetro de interação eletrostático significativamente maiores que seus correspondentes associados ao campo de velocidade, indicam que força de Lorentz gerada pela corrente imposta pela fonte externa domina a força de Lorentz gerada pela corrente originada pela movimentação do fluido sob a presença de um campo magnético. O parâmetro de corrente eletrostática demonstra que a corrente imposta pela fonte externa é cinco ordens de grandeza superiores à induzida pelo campo de velocidade.

Além disso, como pode ser visto nos resultados apresentados no Capítulo 6, a distribuição da densidade de corrente imposta pelo potencial eletrostático, induz a formação do perfil “M”. É possível então concluir que os números adimensionais com valores nesta ordem encontrada indicam a formação deste perfil. Outras faixas de valores para o número de Hartmann eletrostático e parâmetro de interação eletrostático não são avaliadas, portanto maiores comentários sobre os efeitos destes parâmetros sobre o escoamento são limitados.

Os números adimensionais relacionados ao campo elétrico induzido pelo campo magnético variante são apresentados na Tab. 22. São calculados o número de Hartmann periódico, o parâmetro de interação periódico e o parâmetro de corrente periódica para valores de frequência entre 1 Hz e 500 Hz.

Tabela 22 – Adimensionais relacionados ao campo magnético variante para 30 V.

Grandeza	1 Hz	10 Hz	50 Hz	100 Hz	500 Hz
Número de Hartmann Periódico, Ha_i	0,88	2,80	7,07	8,84	19,78
Parâmetro de Interação Periódico, N_i	$3,11 \times 10^{-4}$	$3,11 \times 10^{-3}$	$1,56 \times 10^{-2}$	$3,11 \times 10^{-2}$	0,16
Parâmetro de Corrente Periódica, D_i	2,11	21,06	105,30	210,61	1053,30

É possível notar para os valores encontrados que conforme a frequência se eleva, tanto a densidade de corrente, quanto a força de Lorentz induzidas pelo campo magnético variante ganham relevância. Comparando-se os valores encontrados para estes parâmetros com os encontrados para os parâmetros equivalentes relacionados ao campo de velocidade e aos de origem eletrostática, é possível identificar que para determinada faixa de frequência a força de Lorentz originada pelo campo magnético variante é negligenciável.

Uma vez que não se conhece as características do campo elétrico induzido pelo campo magnético variante, nem como é a distribuição da corrente gerada dentro do

fluido não são feitos maiores comentários sobre qual o significado que valores mais elevados destes adimensionais significariam sobre o escoamento.

Observando a Eq. (3.54), ao se comparar os valores encontrados para os parâmetros de interação, interação eletrostático e interação periódica, conclui-se que para essa faixa de voltagem até a frequência de 50 Hz, o termo eletrostático domina os demais, chegando no caso menos favorável a duas ordens de grandeza superior aos demais. O caso menos favorável ocorre para a menor frequência avaliada.

O resultado encontrado leva à conclusão que, desse ponto em diante neste trabalho, o cálculo da força de Lorentz considere apenas a força de natureza eletrostática, visto que este termo domina os demais. Com essa simplificação é possível realizar as simulações na ferramenta selecionada, uma vez que não é viável calcular o termo da lei de Ohm, Eq. (3.44), referente ao campo elétrico induzido pelo campo magnético variante.

Dados os objetivos do trabalho de se avaliar o efeito da corrente alternada sobre o escoamento, a faixa de frequência para a qual os valores indicam a validade da aproximação é suficiente. Entretanto, para trabalhos futuros com a utilização de frequências mais altas, os valores calculados indicam que a aproximação não é válida.

Quanto ao cálculo da quantidade de calor gerado através do efeito Joule, a justificativa para que se utilize unicamente o termo referente à corrente elétrica de natureza eletrostática parte de uma análise da Eq. (3.66). Visto que o aquecimento é proporcional ao quadrado da densidade de corrente e que as ordens de grandeza dos valores dos parâmetros de corrente seguem a mesma relação que a encontrada para o parâmetro de interação, conclui-se que a corrente de origem eletrostática domina as demais. Tal aproximação também é considerada válida para a faixa de frequência escolhida de 1 Hz a 50 Hz, sendo necessária uma revisão ao se elevar as frequências avaliadas.

5.3 Condições de contorno e iniciais

As condições de contorno adotadas nas simulações e que atendem à configuração proposta para a bomba MHD AC são detalhadas na Tab. 23.

Tabela 23 – Condições de contorno e iniciais para o problema.

Descrição	Grandeza	
	$\mathbf{u}(x, 0, z, t) = \mathbf{0}$	(5.1)
Condição de não escorregamento e impenetrabilidade	$\frac{\partial \mathbf{u}(x, b, z, t)}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{0}$	(5.2)
	$\mathbf{u}(x, y, 0, t) = \mathbf{0}$	(5.3)
	$\mathbf{u}(x, y, c, t) = \mathbf{0}$	(5.4)
Pressão prescrita na entrada e saída do canal	$p_{total}(0, y, z, t) = p_0$	(5.5)
	$p_{estática}(a, y, z, t) = p_0$	(5.6)
Velocidade inicial	$\mathbf{u}(x, y, z, 0) = \mathbf{u}$	(5.7)
Potencial elétrico na região dos eletrodos	$V(x, y, 0, t) = 0$	(5.8)
	$V(x, y, c, t) = V_0 \cdot \text{sen}(\omega t)$	(5.9)
Isolamento elétrico nas demais regiões	$\frac{\partial V(x, y, z, t)}{\partial \mathbf{r}} = \mathbf{0}$	(5.10)
Potencial elétrico inicial	$V(x, y, z, 0) = 0$	(5.11)
Isolamento térmico	$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}(x, 0, z, t) = \mathbf{0}$	(5.12)
	$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}(x, b, z, t) = \mathbf{0}$	(5.13)
	$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}(x, y, 0, t) = \mathbf{0}$	(5.14)
	$\frac{\partial T}{\partial \mathbf{r}}(x, y, c, t) = \mathbf{0}$	(5.15)

Tabela 23– Condições de contorno e iniciais para o problema. (continuação)

Temperatura na entrada do canal	$T(0, y, z, t) = T_0$	(5.16)
Temperatura inicial	$T(x, y, z, 0) = T_0$	(5.17)

As condições de contorno fluidodinâmicas são as de não escorregamento e impenetrabilidade nas paredes laterais e inferiores do canal e escoamento livre no topo do canal. Considera-se um canal com as extremidades livres, cujos valores de pressão total na entrada e pressão estática na saída são conhecidos e iguais, 101,325 kPa nos casos simulados. O potencial elétrico é conhecido na região dos eletrodos e a tensão de pico é a utilizada previamente na avaliação dos números adimensionais, 30 V. Nas demais partes do canal se adota uma condição de isolamento elétrico. O campo magnético é conhecido em todo o domínio, sendo um valor prescrito na região da bomba que varia em fase com o potencial elétrico ao longo do tempo e cujo valor máximo é 0,3 T. Nas demais regiões se considera um campo magnético nulo. Como condição de contorno térmica se adota um caso extremo de isolamento, a fim de se determinar neste caso limite a viabilidade deste tipo de bomba. Na entrada do canal se adota um valor prescrito de temperatura.

Quanto à condição inicial para as simulações em regime transiente, considera-se que os campos das grandezas de interesse são conhecidos em todo o domínio, os quais são especificados como grandezas uniformes constantes ou usando simulações em regime permanente, conforme o interesse da simulação. No caso apresentado na Fig. 15 é considerado que o fluido parte do repouso, tal que as simulações são conduzidas como um procedimento de partida da bomba até que se atinja o regime estacionário. Já para as simulações na Seção 6.3, adota-se como condição inicial de todas as grandezas a solução obtida para a simulação em regime permanente do caso da bomba MHD DC equivalente, 15 V, que é apresentada na Seção 6.2. A partir disso, acompanha-se o comportamento dos resultados até que se atinja o regime estacionário e se extraem os valores das grandezas de interesse durante um período completo.

6 Resultados e Discussão

No presente Capítulo são apresentados os resultados da simulação em regime transiente para a bomba MHD AC com diferentes valores de frequência. O objetivo é avaliar o comportamento das principais grandezas de interesse, em especial a velocidade e pressão em diferentes regiões do canal. As simulações são feitas conforme a implementação computacional apresentada e se adotam as simplificações e considerações quanto a geometria, modelo e as condições de contorno apresentadas no Capítulo 5.

Inicialmente é realizada uma simulação que tem como condição inicial o repouso do fluido. O objetivo desta simulação é observar o comportamento da velocidade média do escoamento em uma seção transversal ao longo do tempo para um mesmo valor de tensão de pico, 30 V, conforme a frequência da corrente é variada. Inicia-se com uma frequência de 1 Hz e se eleva esse valor até 50 Hz, conforme apresentado na Fig. 15.

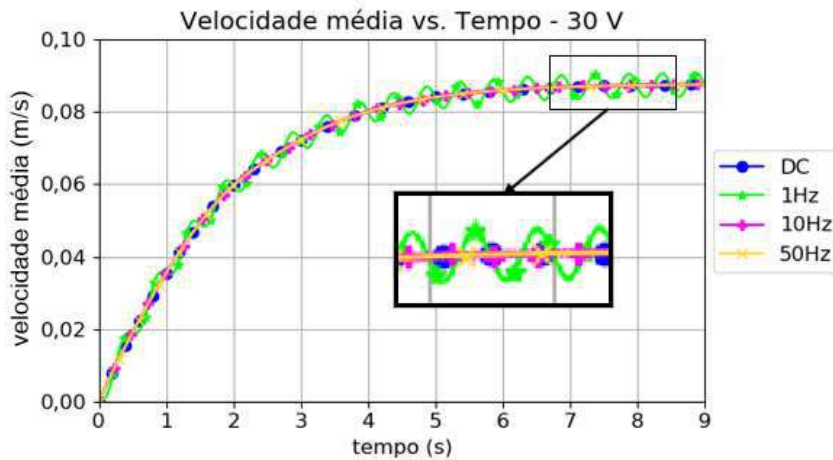


Figura 15 - Comportamento da velocidade média em relação a variação de frequência.

A observação da Fig. 15 indica que há um valor em torno do qual a velocidade média oscila, independentemente da frequência. Esse valor corresponde à velocidade média do escoamento no caso DC, cuja diferença de potencial equivalente é de 15 V. Também é observado que quanto menor a frequência, maior a amplitude de oscilação da velocidade, e que para maiores frequências há uma tendência que o caso AC se aproxime do caso DC.

Este primeiro resultado observado indica que para frequências mais baixas o escoamento não atinge regime permanente, havendo uma constante flutuação da velocidade. Entretanto, observa-se que para frequências mais altas, mesmo com as variações de corrente, há uma aproximação entre o regime estacionário e o regime permanente e espera-se que não haja amplitudes significativas na oscilação dessas grandezas nestes casos.

A partir disso, se prossegue com as simulações focadas em avaliar para cada frequência as variações que ocorrem na densidade de corrente, força de Lorentz, distribuição de pressão, perfil de velocidade e temperatura em diferentes regiões do canal ao longo de um período.

A tensão de pico anteriormente utilizada para avaliação dos números adimensionais, 30 V, é avaliada e comparada com o caso DC equivalente, 15 V de diferença de potencial. Essas simulações adotam uma condição inicial distinta da anterior, iniciando-se com uma simulação em regime permanente do caso DC correspondente e então se alterando as condições para a configuração AC.

6.1 Posições das medições

As medições das grandezas são realizadas em posições distintas, a fim de se obter uma melhor compreensão da distribuição destas ao longo do canal avaliado. As posições para estas medições são apresentadas na Tab. 24e são usadas em ambos os casos, DC e AC. A depender da grandeza observada, algumas das posições podem não ser de interesse e, portanto, não tem seus resultados apresentados. O eixo de coordenadas é aquele representado na Fig. 14, onde x é a direção longitudinal do canal. A bomba, conforme Fig. 14, está localizada em $0,55 \text{ m} < x < 0,75 \text{ m}$. Desta forma, as linhas 2, 3 e 4 da Tab. 24 correspondem ao início, meio e final da bomba, enquanto as linhas 1 e 5 se localizam nas proximidades da entrada e saída do canal, respectivamente.

As linhas 1 a 5 estão localizadas a meia altura e se distribuem ao longo da longitude do canal, indo de uma parede lateral a outra. As linhas 6 e 7 também estão a meia altura e atravessam o canal da entrada à saída. A linha 6 está próxima a uma parede, enquanto a linha 7 está no centro do canal. A visualização dessas linhas dentro do canal pode ser feita na Fig. 16.

Tabela 24 – Posições de medida das grandezas.

Posição	x [m]	y [m]	z [m]
Linha 1	0,005	0,010	0,000 - 0,070
Linha 2	0,055	0,010	0,000 - 0,070
Linha 3	0,065	0,010	0,000 - 0,070
Linha 4	0,075	0,010	0,000 - 0,070
Linha 5	0,145	0,010	0,000 - 0,070
Linha 6	0,000 – 0,0,150	0,010	0,010
Linha 7	0,000 – 0,0,150	0,010	0,035

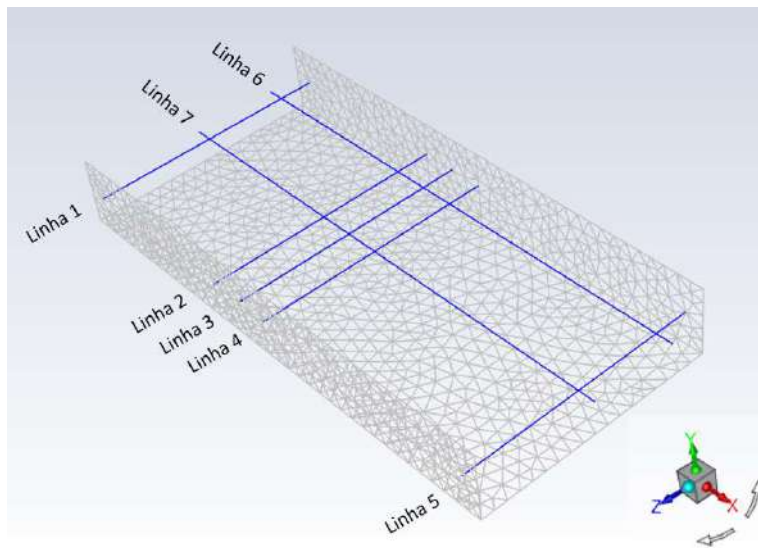


Figura 16 – Posicionamento das linhas para medições.

6.2 Corrente contínua

A fim de criar resultados de referência para avaliação dos efeitos da corrente alternada de baixa frequência sobre o escoamento, realiza-se a simulação do caso DC. São avaliados densidade de corrente, força de Lorentz, velocidade, pressão e temperatura.

6.2.1 Densidade de corrente

O resultado da simulação demonstra que a densidade de corrente é mais elevada na região compreendida pela bomba MHD, porém é ainda detectada nas regiões próximas a entrada e saída do canal. A região da bomba é compreendida entre os eletrodos e as fontes de campo magnético.

A Fig. 17(a) apresenta a distribuição da densidade de corrente ao longo da largura do canal para diferentes posições entre a entrada e saída.

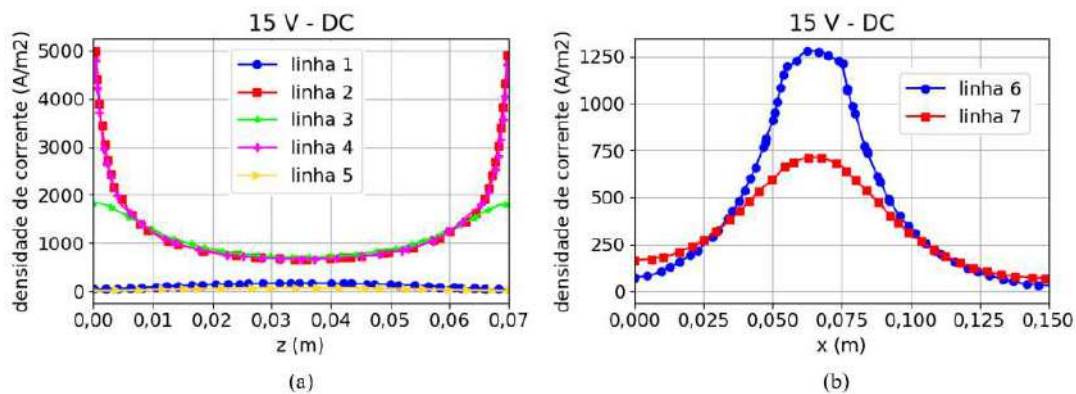


Figura 17 – Densidade de corrente para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.

As linhas denominadas 1 e 5, mais próximas a entrada e saída do canal, respectivamente, apresentam um valor significativamente menor de densidade de corrente se comparadas às demais linhas. Apesar de significativamente mais baixo, esse valor demonstra que é detectada corrente elétrica ao longo de todo o canal.

As linhas 2, 3 e 4 estão localizadas na entrada, no meio e na saída da bomba, e nelas a densidade de corrente apresenta os valores mais elevados. Na proximidade dos eletrodos, que se localizam nas paredes, o gradiente de potencial é mais elevado, enquanto que para o meio do canal o gradiente se reduz. É possível notar ainda que há picos de densidade de corrente na entrada e saída da bomba, que é a interface entre a parede isolante do canal e o eletrodo.

Na Fig. 17(b), é apresentada a densidade de corrente ao longo do comprimento do canal. É possível observar uma maior densidade de corrente na região da bomba e a sua redução conforme se afasta dos eletrodos. A densidade de corrente ao longo das linhas

6, mais próxima a parede do canal, e 7, no centro do canal, é mais intensa na região compreendida entre os eletrodos, porém ainda se estende com valores significativos para uma região além dessa. Como também é notado na Fig. 17(b), mesmo para as extremidades do canal ainda é detectada a corrente elétrica.

6.2.2 Força de Lorentz

O resultado da simulação demonstra os efeitos da hipótese do campo magnético restrito à região da bomba sobre a força de Lorentz.

Como é possível notar na Fig. 18(a), mesmo havendo densidade de corrente na posição das linhas 1 e 5, uma vez que nessas regiões o campo magnético é nulo, a força de Lorentz também é. As demais linhas apresentam o mesmo perfil observado na densidade de corrente, devido ao fato do campo magnético ser uniforme, o que não gera variações no seu valor. Nas regiões mais próximas aos eletrodos, a força de Lorentz é mais elevada e conforme se afasta desses para a região central do canal a força se torna mais uniforme. Isso é condizente com a densidade de corrente mais elevada nessas posições.

Na Fig. 18(b) é visível a descontinuidade na força de Lorentz causada pelo salto entre o campo magnético nulo fora da região da bomba. Nota-se que a força de Lorentz é nula em toda região externa ao domínio da bomba, enquanto na região compreendida pela bomba a força de Lorentz tem sua intensidade variável conforme a intensidade da densidade de corrente.

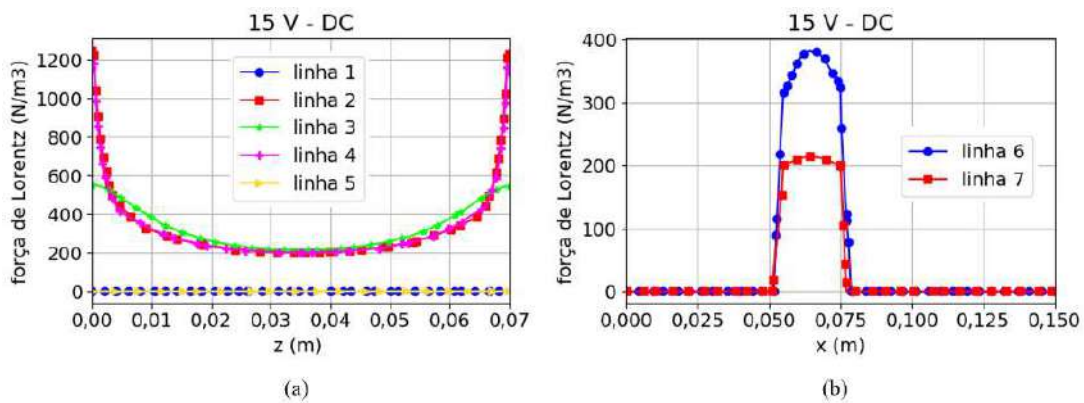


Figura 18 – Força de Lorentz para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.

6.2.3 Pressão

Na Fig. 19(a), pode-se observar que a pressão tende a ser uniforme ao longo da largura do canal, com exceção das linhas 2 e 4, cujo perfil é significativamente distorcido devido aos efeitos da força de Lorentz e do campo de velocidade. Nota-se ainda que a pressão não se eleva continuamente entre a entrada e saída do canal, havendo picos localizados.

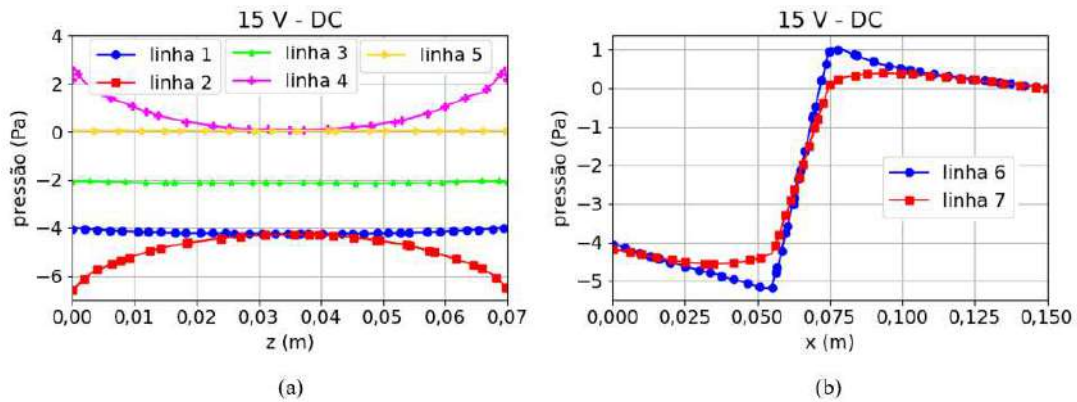


Figura 19 – Pressão para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.

Como pode ser visto na Fig. 19(b), os valores máximos e mínimos de pressão ocorrem nos limites da bomba, que coincidem com os limites dos eletrodos. Há uma redução da pressão da entrada do canal até a entrada da bomba, havendo em seguida um crescimento acentuado entre a entrada e saída da bomba, com um posterior decréscimo mesmo acentuado até a saída da bomba. Esse perfil de pressão ao longo do comprimento do canal já foi observado em outros estudos, e é característico dessas bombas (RAMOS e WINOVICH, 1990; PATEL, 2007).

Cabe ainda destacar que esse perfil é mais acentuado nas proximidades da parede, linha 6, sendo mais suave ao meio do canal, linha 7. A comparação do perfil encontrado nestas duas linhas permite observar com clareza o chamado efeito “*pinch*” eletromagnético, que ocorre nos limites dos eletrodos e é mais intenso próximo a parede, como notado para a linha 6. Este efeito é caracterizado pelos bicos acentuados formados no perfil de pressão na posição dos limites dos eletrodos, em $x = 0,55$ m e $x = 0,75$ m.

6.2.4 Velocidade

O perfil de velocidade evolui ao longo do canal conforme os efeitos MHD se tornam mais acentuados. Na entrada do canal o perfil de velocidade é achatado e não está ainda sobre influência da força de Lorentz, como pode ser observado na linha 1 da Fig. 20(a).

Conforme o fluido alcança a região da bomba, o perfil de velocidade é deformado e adquire o perfil “M”. Esse perfil é notado a partir da linha 2, entrada da bomba, e se intensifica conforme o fluido é bombeado e se desenvolve até o fim do canal. Dado que o canal estudado é curto, é possível apenas observar que o perfil “M” é mais acentuado próximo a saída da bomba e vai sendo atenuado conforme se afasta. A tendência observada em simulações realizadas, porém não apresentadas aqui, é que em canais longos o perfil de velocidade tenda ao parabólico em regiões distantes à bomba MHD.

O perfil “M” é caracterizado por apresentar dois picos, entre as paredes e o centro do perfil. Como apresentado anteriormente, nas regiões próximas às paredes laterais, na região dos eletrodos da bomba MHD, a força de Lorentz é mais elevada, enquanto que ao se afastar dos eletrodos e se aproximar do centro do canal, ainda dentro da bomba, a força de Lorentz é de menor intensidade. Considerando ainda a condição de não escorregamento nas paredes, é formado o perfil “M”, característico dessas bombas.

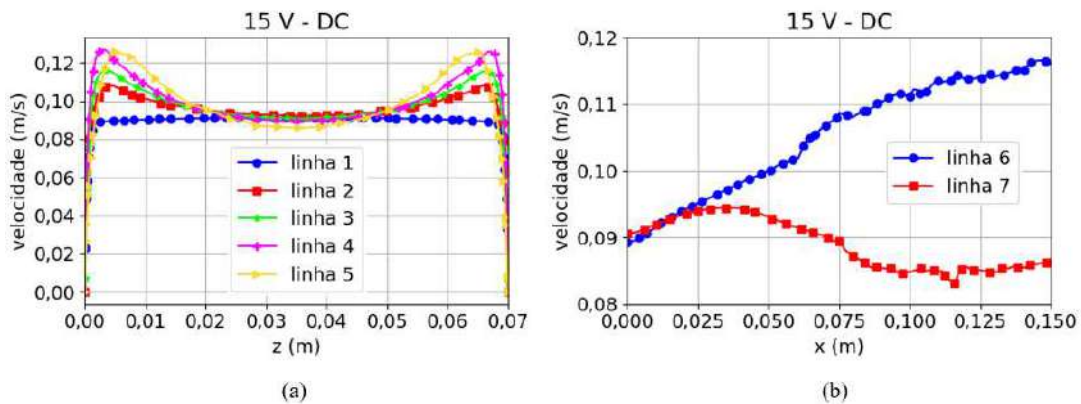


Figura 20 – Velocidade para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.

Ao se observar a evolução da velocidade ao longo do comprimento do canal, Fig. 20(b), é possível encontrar dois comportamentos distintos. Na região mais próxima a

parede, linha 6, observa-se uma elevação contínua da velocidade do fluido. Tal comportamento ocorre conforme há uma intensificação do perfil “M” ao longo do canal, que eleva a velocidade do fluido nas proximidades da parede.

Em contrapartida, a velocidade no centro do canal vai reduzindo gradativamente ao longo do comprimento do canal. Este resultado também condiz com a formação do perfil “M”, uma vez que conforme esse perfil se desenvolve, na medida em que as velocidades próximas a parede se elevam, a velocidade ao centro do canal se reduz. A partir de um ponto em que o perfil se atenua, a velocidade no centro do canal se eleva, enquanto que mais próximo às paredes a velocidade se reduz.

6.2.5 Temperatura

A última análise realizada com corrente contínua tem por objetivo avaliar a distribuição de temperatura no canal, identificando possíveis pontos em que a elevação de temperatura pode se tornar crítica.

É observável nas Fig. 21 que o aumento de temperatura para o caso simulado não é significativo, o que indica que para operações dessas bombas com a renovação constante do fluido na entrada, o aquecimento via efeito Joule não é relevante. Entretanto, como demonstrado na etapa de verificação, para o caso de um circuito, onde o mesmo fluido retorna para a bomba, o aquecimento pode ser um aspecto importante.

Para fins de comparação entre os casos de corrente contínua e alternada, a simulação conduzida é suficiente para observar qualitativamente se há alguma alteração no comportamento da temperatura.

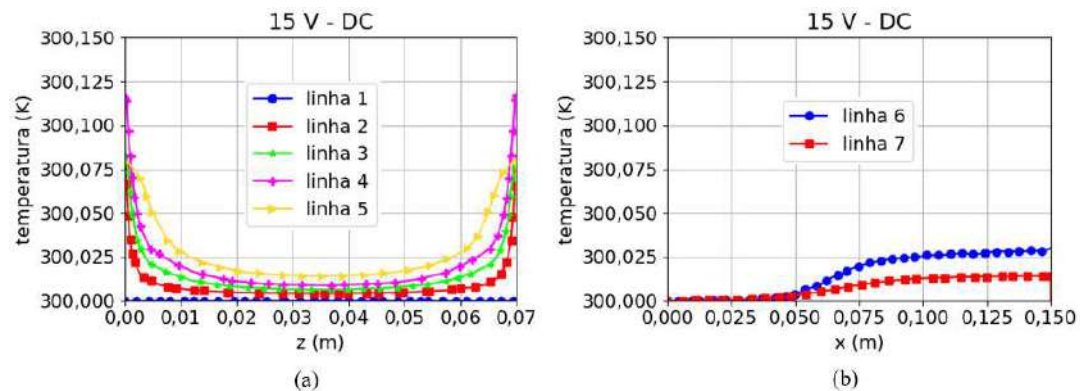


Figura 21 – Temperatura para o caso DC: (a) ao longo da largura do canal; (b) ao longo do comprimento do canal.

Quanto aos resultados aqui apresentados, é possível observar que as temperaturas mais elevadas são alcançadas nas regiões em que a densidade de corrente é mais elevada, tendendo a se uniformizar após a passagem pela bomba. Este fato é observável pelo perfil formado na Fig. 21(a), na qual é possível notar que ao entrar na bomba, linha 2, há um salto de temperatura que se intensifica até a saída da bomba, linha 4, sendo sempre mais elevado o valor nas proximidades do eletrodo. Na linha 5, a temperatura começa a se distribuir mais uniformemente ao longo da largura do canal.

Na Fig. 21(b) é possível observar a elevação de temperatura do fluido desde sua entrada no canal, até passagem pela bomba e então saída do canal. Ao longo deste caminho, é identificado que a temperatura se eleva ao passar pela bomba, região de maior densidade de corrente, e então se estabiliza. Nota-se novamente que nas regiões próximas a parede se encontram as temperaturas mais elevadas.

6.3 Corrente alternada

Nas subseções a seguir são apresentados os resultados das simulações com corrente alternada com a tensão de pico de 30 V e frequências de 1 Hz, 10 Hz e 50 Hz. As grandezas observadas são as mesmas apresentadas para o caso DC, densidade de corrente, força de Lorentz, pressão, velocidade e temperatura.

Os resultados são apresentados para as mesmas linhas que o caso DC, porém ao longo de um período para variação do potencial elétrico, Eq. (5.9). Este período também corresponde a um ciclo completo de variação do campo magnético uniforme. Nas legendas das figuras são indicados os momentos para o qual resultado é apresentado, iniciando-se em 0 e terminando em 2π .

6.3.1 Densidade de corrente

Na Fig. 22 são apresentados os valores de densidade de corrente para a frequência de 1 Hz. Nota-se que o perfil da distribuição de densidade ao longo da largura ou comprimento do canal repete o observado para o caso DC, tendo apenas a intensidade variada. Independentemente da posição na qual a grandeza é avaliada, a densidade de corrente varia entre o valor mínimo, que coincide com a diferença de potencial nula, e máximo, que coincide com a diferença de potencial máxima, que ocorre em $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$.

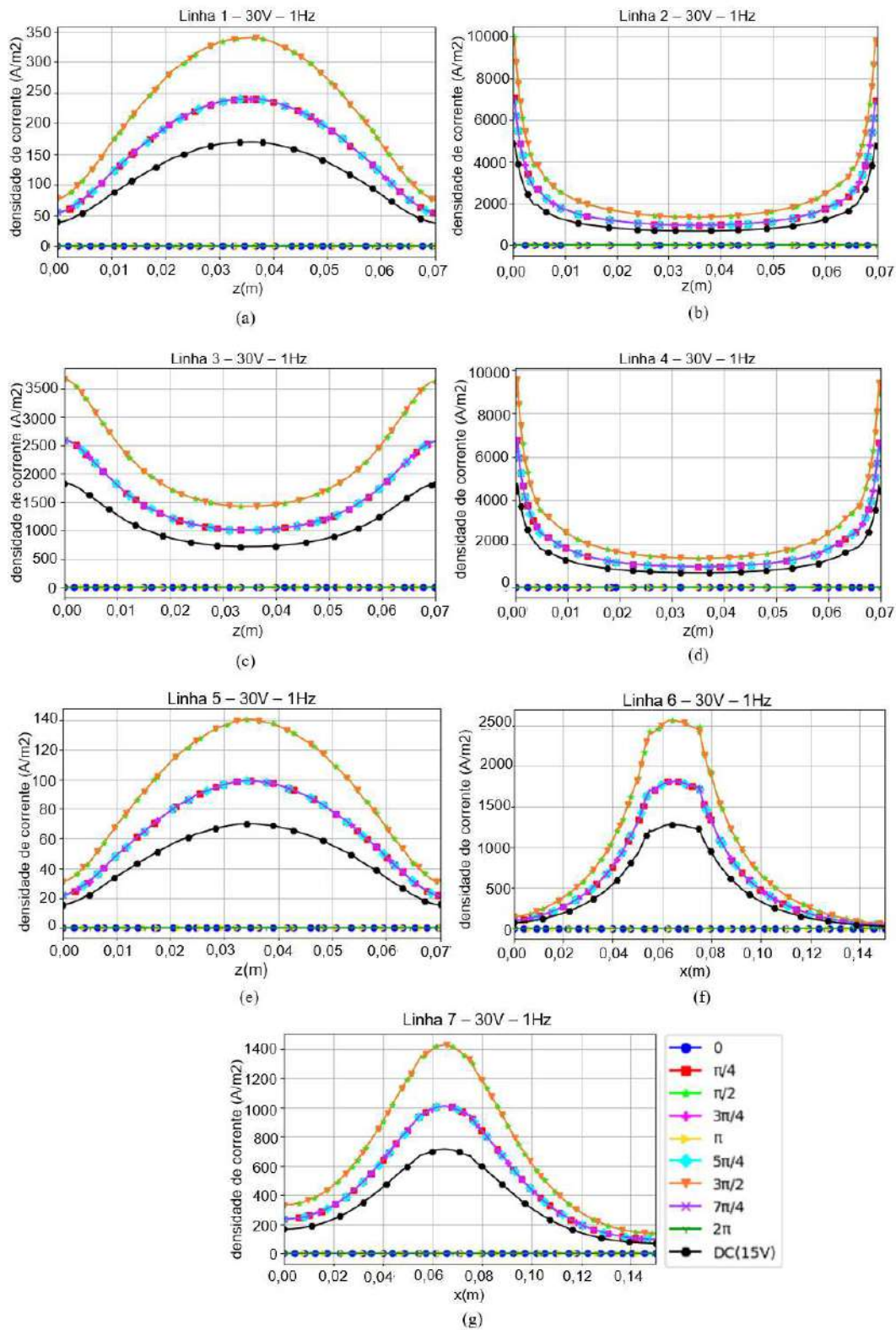


Figura 22 – Densidade de corrente para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Este valor máximo de densidade de corrente ocorre quando se atinge a tensão de pico, o dobro daquele alcançado para o caso DC. Esta tendência está de acordo com o esperado, uma vez que a tensão de pico é o dobro da tensão aplicada no caso DC. Os outros valores de densidade de corrente respeitam essa relação com a diferença de potencial ao longo de todo o período, variando conforme a característica senoidal do potencial no eletrodo.

Na Fig. 22(a) é possível observar que mesmo nas proximidades da entrada do canal já se detecta a presença de corrente elétrica e que o perfil de sua distribuição é o mesmo que para o caso DC, apresentando os valores mais altos para o centro do perfil e mais baixos nas paredes. A diferença entre o caso para a frequência de 1 Hz e o DC se encontra justamente na intensidade, que se alterna entre nula e um valor máximo devido à alternância do potencial aplicado.

Nas Figs. 22(b) e 22(d) se observa os valores mais elevados da densidade de corrente, que ocorrem nas extremidades dos eletrodos e coincidem com a entrada e saída da bomba, respectivamente. Nessas duas regiões o perfil também se assemelha ao caso DC, sendo os maiores valores encontrados nas paredes e os menores ao centro do canal. A queda dos valores é mais acentuada nas proximidades da parede e mais suave conforme se aproxima do meio do canal, apresentando um perfil ligeiramente achatado.

Na Fig. 22(c), que apresenta os resultados para a linha que se situa no meio da bomba, o perfil da densidade de corrente é diferente dos demais. Apesar dos valores mais elevados também se localizarem nas proximidades da parede, a queda dos valores é menos acentuada nessa região. Desse modo, o perfil apresenta uma transição mais suave entre os valores. Cabe destacar que os valores de densidade de corrente são bastante elevados, porém inferiores aos encontrados na entrada e saída da bomba. Novamente o perfil observado se assemelha ao caso com corrente contínua.

A densidade de corrente nas proximidades da saída do canal também é identificada, como observado na Fig. 22(e). Assim como para a entrada do canal, Fig. 22(a), os valores são baixos se comparados às regiões próximas à bomba. O perfil encontrado concorda com o caso DC e é observada a mesma alternância que se encontra para as demais linhas.

Nas Figs. 22(f) e 22(g) é apresentada a distribuição da densidade de corrente ao longo do comprimento do canal. Nota-se que tanto para a proximidade da parede, Fig. 22(f), quanto para o meio do canal, Fig. 22(g), que os valores caem conforme se aproximam das pontas do canal e se elevam ao se aproximar da região na qual se situa a bomba MHD. Para os resultados mais próximos à parede, linha 6, é possível observar ainda que na região entre a entrada e saída da bomba há uma mudança abrupta na tendência da curva que leva aos valores se manterem em um certo patamar. Atribui-se isso aos maiores gradientes de potencial elétrico ao se aproximar dos eletrodos. Ao centro do canal, linha 7, não se observa essa mudança abrupta e há uma transição suave no perfil.

Para a frequência de 1 Hz, os resultados indicam que não há distinções no perfil de distribuição da densidade de corrente se comparado ao caso DC. A grande diferença que se nota é a periodicidade com que a intensidade desta grandeza se alterna, variando entre o valor mínimo nulo e máximo que corresponde ao dobro do caso DC.

Os resultados da simulação para o caso 10 Hz são apresentados na Fig. 23, da mesma forma em que foram apresentados para a frequência de 1 Hz. Os comportamentos observados para a frequência de 1 Hz, tanto para as linhas que atravessam o canal transversalmente, quanto longitudinalmente, se repete para a frequência de 10 Hz, como pode ser observado para a Fig. 23 e que está mais evidente na comparação entre as frequências que é apresentado adiante. Desse modo, os comentários realizados sobre os perfis encontrados, bem como as justificativas para sua formação são também válidos para o caso de frequência 10 Hz.

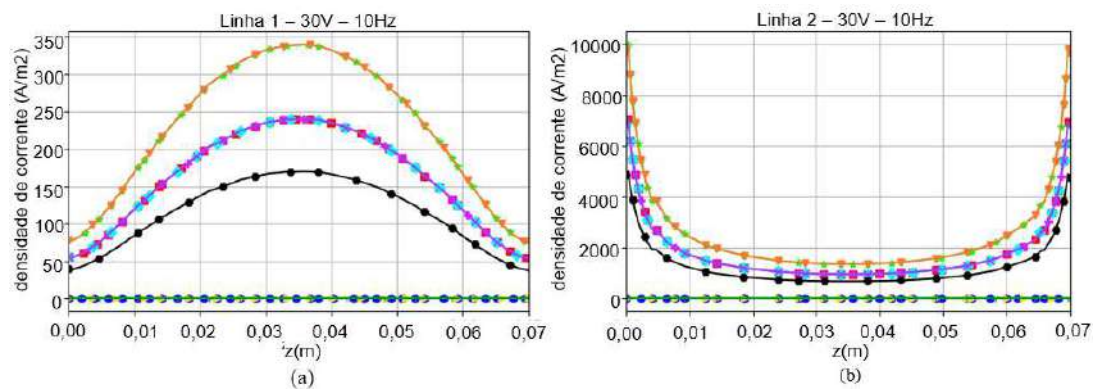


Figura 23 – Densidade de corrente para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

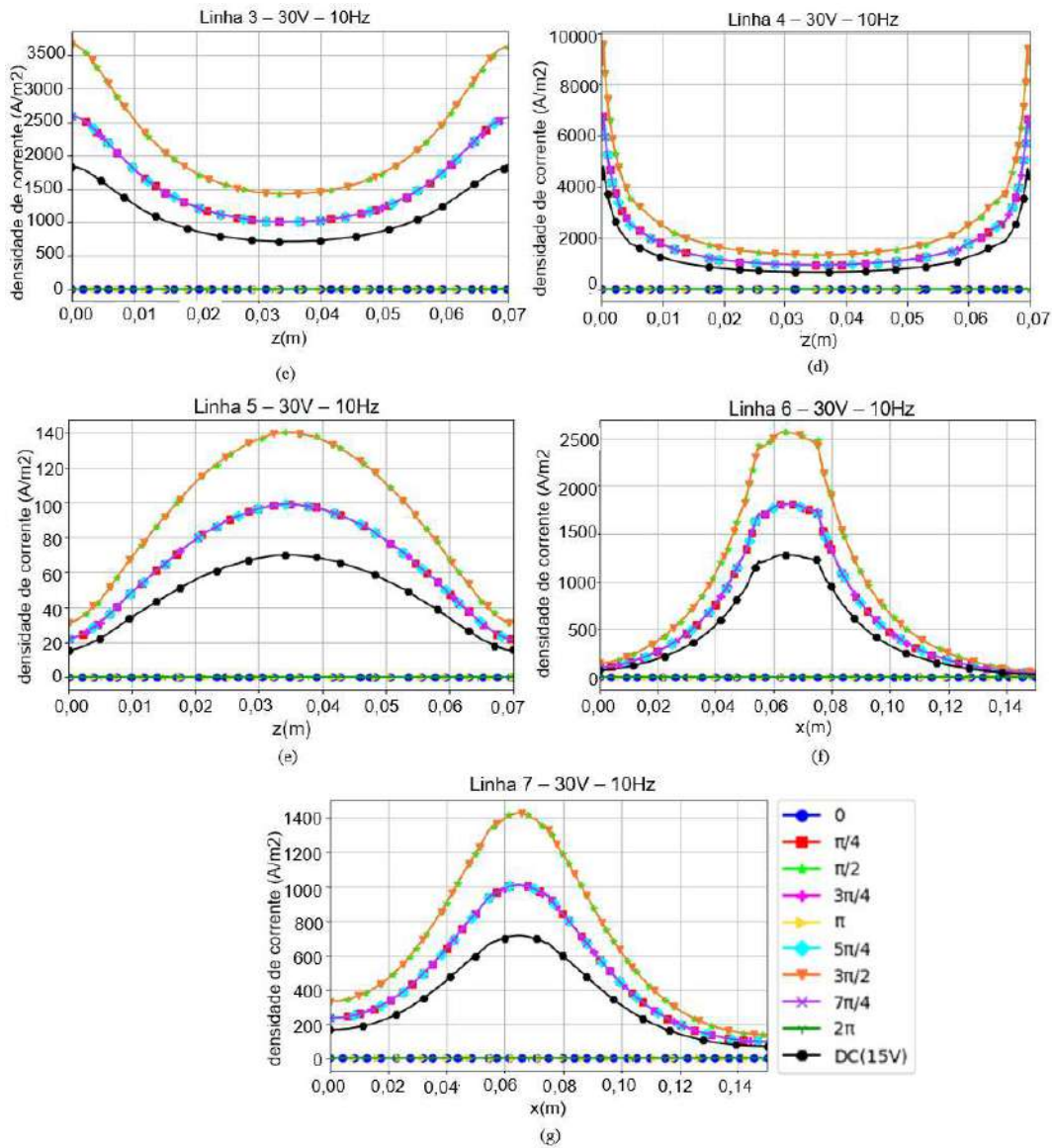


Figura 23 – Densidade de corrente para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7. (continuação)

Para a frequência de 50 Hz, os resultados são apresentados na Fig. 24. Os comportamentos observados para as demais frequências se repetem e os comentários realizados sobre as frequências de 1 Hz e 10 Hz são também válidos para esta frequência. A comparação entre cada caso demonstra que ao longo de um período não há influências significativas da frequência sobre o comportamento da densidade de corrente. Esta observação pode ser feita mais claramente na Fig. 25 em que se compara os valores máximos de densidade de corrente na linha 3 que ocorre em $\frac{\pi}{2}$.

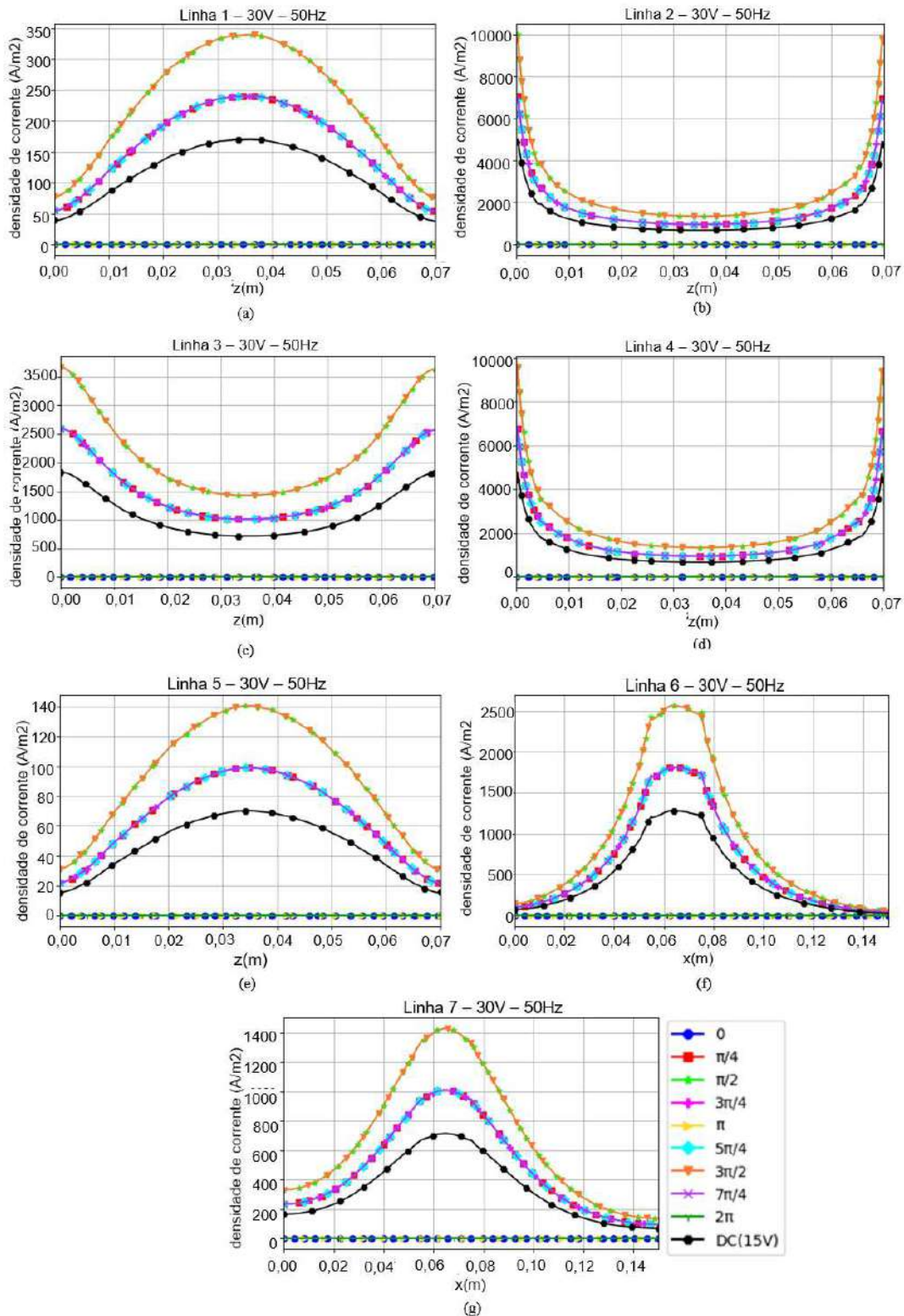


Figura 24 – Densidade de corrente para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

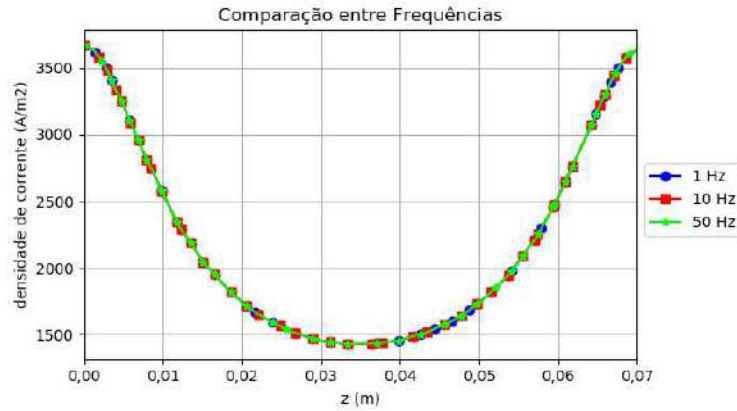


Figura 25 – Comparação da densidade de corrente para as diferentes frequências.

Com os resultados apresentados para as três frequências avaliadas, é possível concluir que o efeito do potencial variante está sobre a intensidade das densidades de corrente, levando a esse alternar conforme a característica senoidal do potencial. A comparação destes resultados com o caso DC indica que a distribuição da densidade de corrente mantém os mesmos perfis, havendo mudanças apenas quanto à sua intensidade devido à natureza periódica do potencial aplicado e os valores que este potencial atinge. Quanto à frequência que o potencial alterna, não se observa algum efeito significativo sobre a densidade de corrente dentro de um período correspondente à frequência observada.

6.3.2 Força de Lorentz

Assim como a densidade de corrente, os resultados da força de Lorentz são apresentados para cada frequência nas Figs. 26 a 28. Não são apresentados os valores para todas as linhas destacadas, pois para aquelas fora da região da bomba, linhas 1 e 5, o campo magnético é sempre nulo, o que faz com que a força de Lorentz também o seja.

Uma vez que a intensidade da força está atrelada à densidade de corrente e ao campo magnético, ela varia de acordo com essas duas grandezas. O valor mínimo é atingido quando tanto o campo magnético quanto a densidade de corrente são nulos, já que a variação de ambos está em fase. O valor máximo acontece justamente quando o inverso ocorre e o campo magnético e a densidade se encontram em seus valores máximos.

Assim como para a densidade de corrente, o valor máximo da força de Lorentz é o dobro para os casos com corrente alternada em comparação com o caso de corrente

contínua quando comparadas as mesmas posições avaliadas. Isso se dá devido à densidade de corrente máxima atingida ser o dobro da alcançada no caso em corrente contínua. Como demonstrado na Eq. (3.71), a média da força de Lorentz ao longo de um período com corrente alternada se iguala à média da força em um caso DC com diferença de potencial constante e igual a metade da diferença de potencial alcançada na tensão de pico do caso AC.

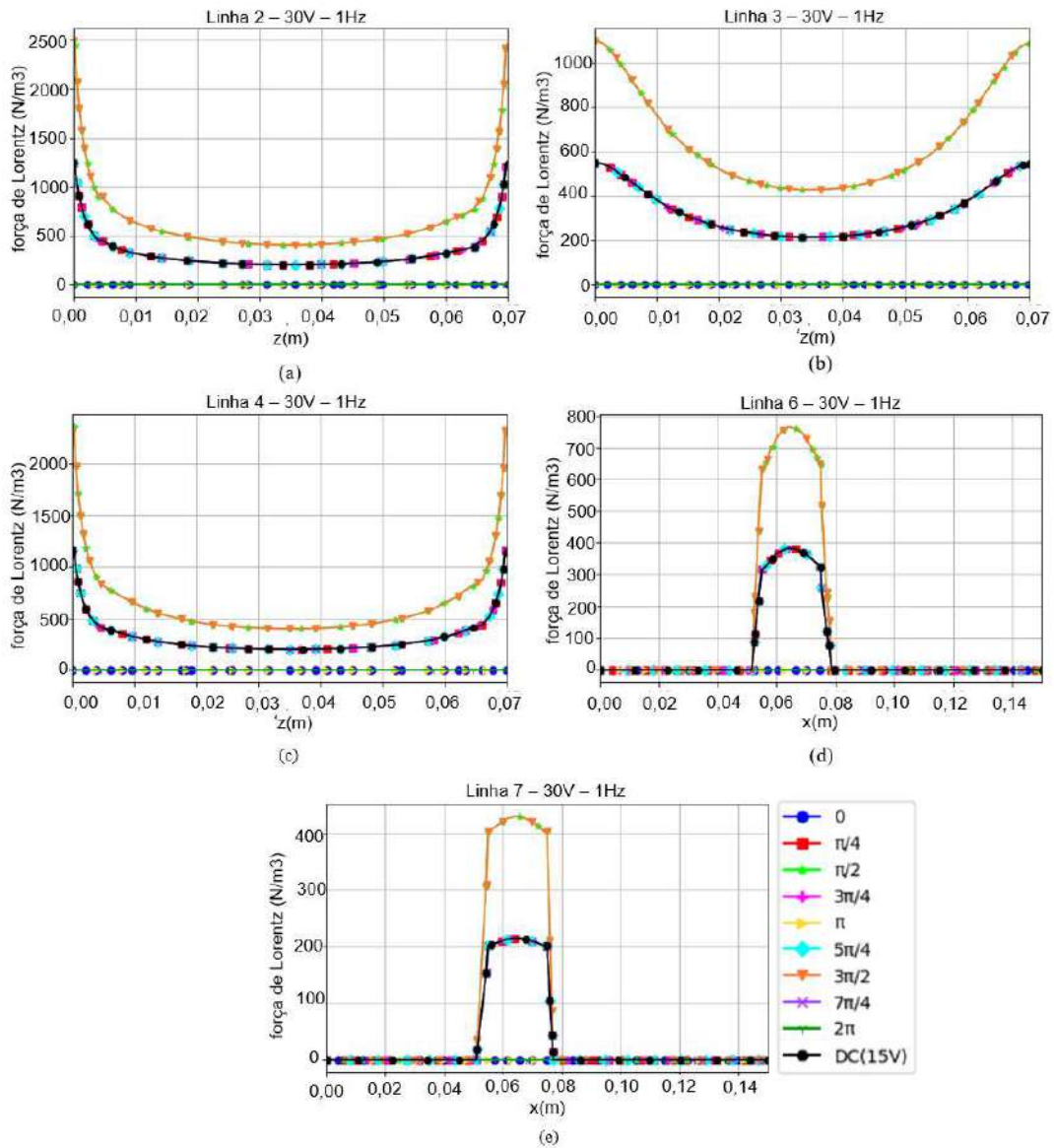


Figura 26 – Força de Lorentz para o caso AC 1 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.

Na Fig. 26(a) e (c), cujas linhas se localizam respectivamente na entrada e saída da bomba, o perfil formado pela força de Lorentz para o caso de 1 Hz repete o observado

para a densidade de corrente. Este resultado é esperado, uma vez que o campo magnético é uniforme na região. O valor máximo encontrado é o dobro do caso DC e concorda com o fato da densidade de corrente máxima corresponder também ao dobro da encontrada para o caso DC. Na Fig. 26(b), cuja linha se localiza no meio da bomba, o mesmo comportamento é observado.

Nota-se nessas três posições, que a força de Lorentz é mais elevada na proximidade das paredes, o que leva a uma maior aceleração do fluido nessas regiões. Desse modo, quando o fluido passa pela bomba MHD é conferido o perfil “M” de velocidade ao escoamento. Quanto a essa oscilação da força de Lorentz, espera-se que haja reflexos sobre a oscilação da pressão e velocidade canal, o que é avaliado nas Seções 6.3.3 e 6.3.4.

Nas Figs. 26 (d) e 26(e) é apresentada a distribuição da força Lorentz ao longo do comprimento do canal. Tanto nas proximidades da parede, Fig. 26(d), quanto, para o meio do canal, Fig. 26(e), se observa uma descontinuidade na força de Lorentz. A força de Lorentz é nula em toda a extensão do canal, com a exceção da região em que se concentra a bomba. Isso se deve ao fato de se considerar no modelo simulado que o campo magnético está presente unicamente na região da bomba. Dessa forma, por mais que seja identificada a presença de corrente elétrica em regiões distantes da bomba, apenas no domínio magnético há força de Lorentz, sendo observado um salto nos valores ao se chegar nesta região. O perfil que se forma na região para a qual a força é não-nula concorda com o da densidade de corrente. Mais uma vez se observa que o caso DC apresenta o mesmo tipo de perfil, porém com intensidades de força de Lorentz menores e que não variam no tempo.

A periodicidade observada na força de Lorentz para todas as linhas, Fig. 26, é atribuída não somente ao fato da densidade de corrente ser periódica, mas também ao fato do campo magnético ser variante.

Dados os comentários sobre a densidade de corrente realizados na Seção 6.3.1 quanto ao fato desta grandeza não ser afetada pelas diferentes frequências, espera-se que também não se observe efeitos significativos da frequência sobre a força de Lorentz.

Este fato pode ser observado na Fig. 27 em que se apresenta os resultados para o caso de 10 Hz.

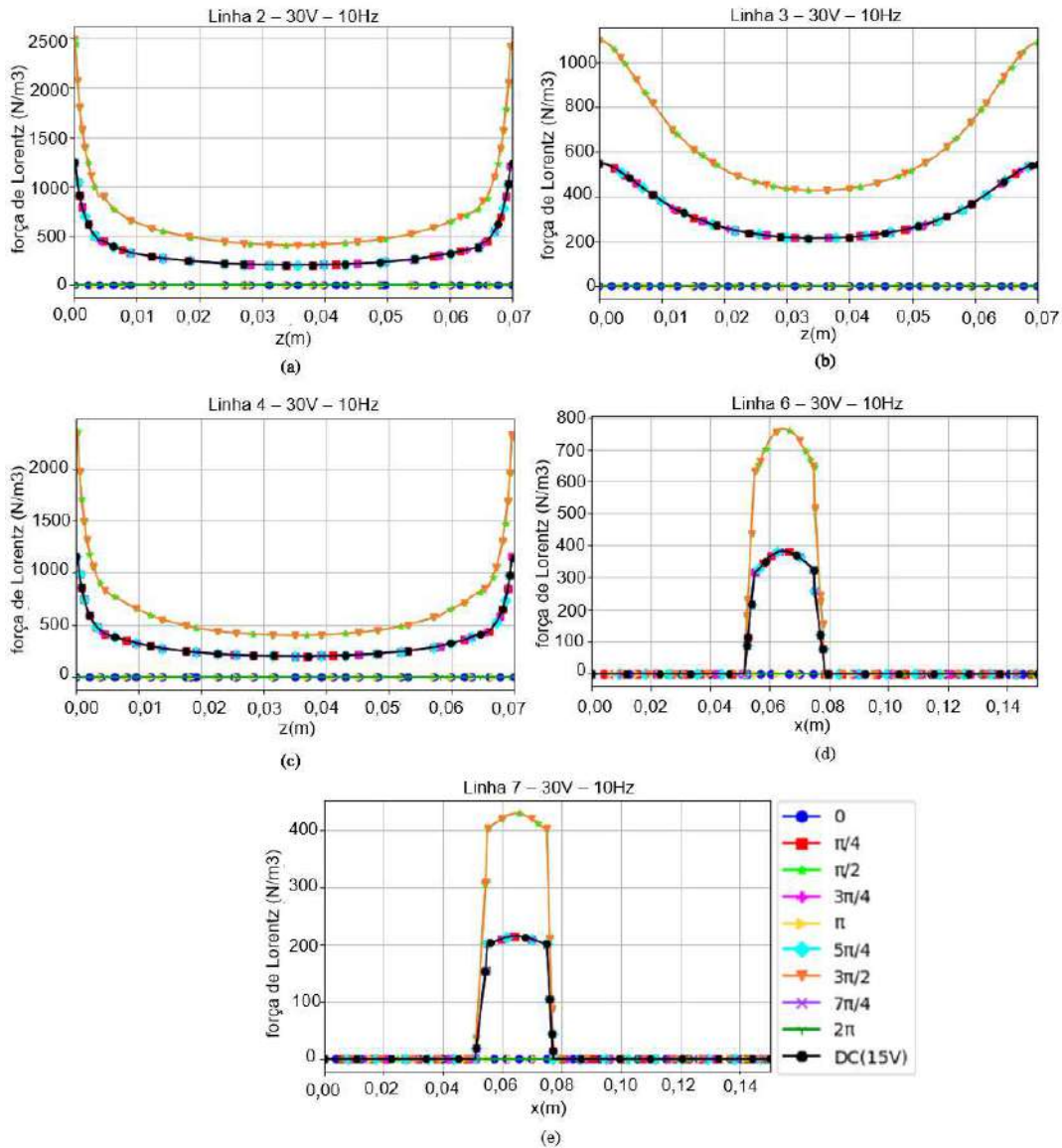


Figura 27 – Força de Lorentz para o caso AC 10 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.

Os mesmos comentários realizados sobre a distribuição transversal da força de Lorentz para as Figs. 26 (a) – (c) e sobre a distribuição longitudinal da força de Lorentz para as Figs. 26(d) – (e) sobre o caso com 1 Hz, são válidos para o caso com 10 Hz, Fig. 27. As observações que podem ser realizadas sobre o segundo caso são as mesmas que para o primeiro, sendo possível observar a partir da comparação dos casos que há grande concordância entre os resultados. Isto se justifica pelo fato demonstrado na Seção 6.3.1 de que não há diferenças significativas entre a densidade de corrente para as diferentes frequências adotadas.

Este comportamento se repete para os resultados do caso com 50 Hz, apresentado na Fig. 28. Nota-se que a distribuição da força de Lorentz tem perfil correspondente para os casos DC e AC e que há uma periodicidade na força de Lorentz devido a corrente alternada. Para o caso de 50 Hz, observa-se a periodicidade da força de Lorentz que alterna entre valores nulos e o máximo que equivale ao dobro do caso DC. Quanto à distribuição longitudinal da força, se observa novamente a descontinuidade provocada pelo campo magnético uniforme contido na região da bomba.

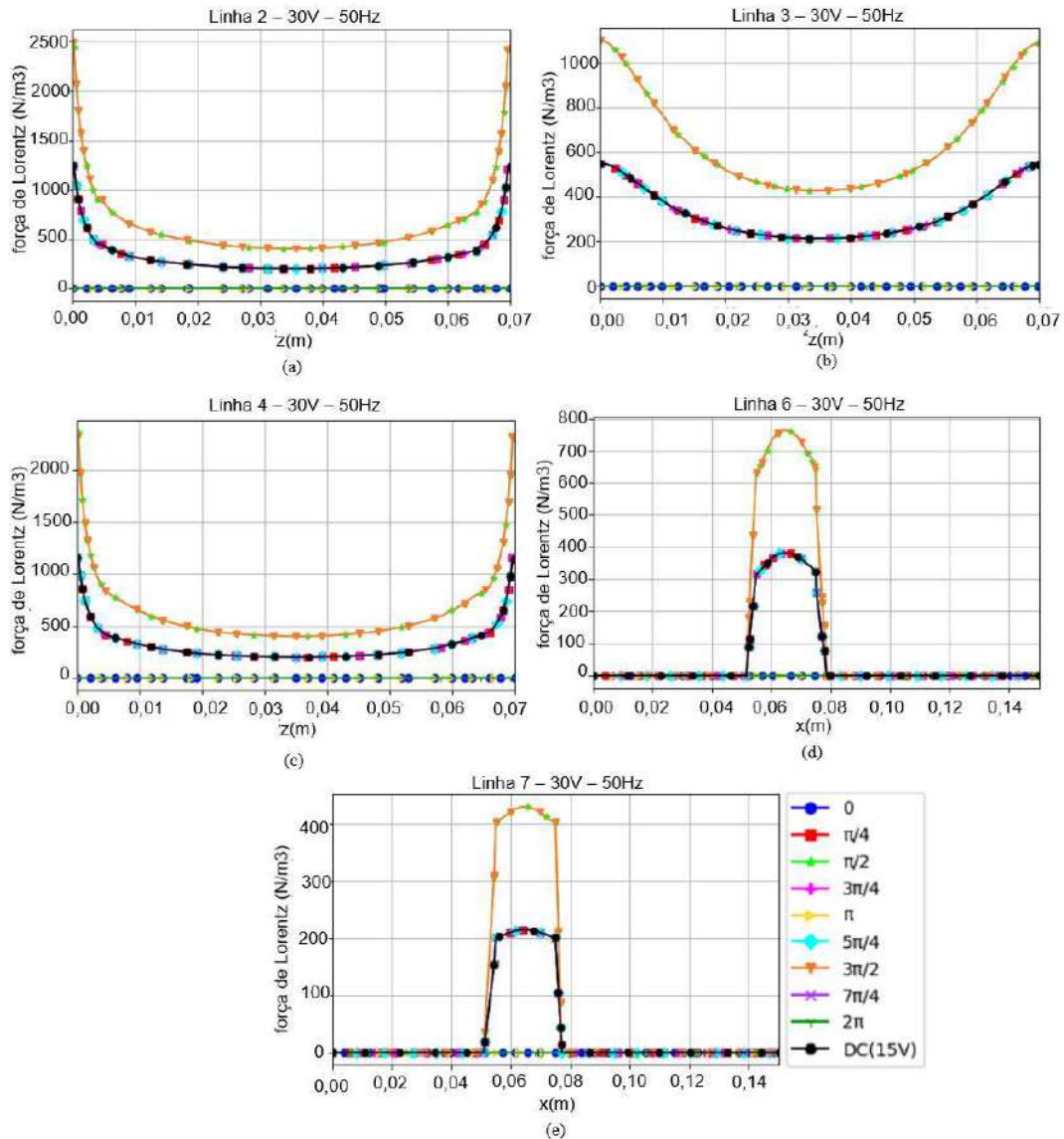


Figura 28 – Força de Lorentz para o caso AC 50 Hz: (a) linha 2; (b) linha 3; (c) linha 4; (d) linha 6; (e) linha 7.

Em resumo, se observa que a força de Lorentz apresenta um comportamento oscilatório em função da alternância da corrente e que o perfil de distribuição da força para os casos AC concorda com o DC, se distinguindo apenas quanto à periodicidade e diferentes intensidades atingidas. Além disso, não se observa mudanças significativas para a força de Lorentz conforme se varia a frequência da corrente, o que está de acordo com o resultado encontrado para a densidade de corrente na Seção 6.3.1.

6.3.3 Pressão

Os resultados para a distribuição de pressão também são separados conforme a frequência avaliada, sendo primeiramente apresentado na Fig. 29 os valores para 1 Hz. Nesta figura e nas apresentadas mais adiante, utiliza-se o valor de pressão manométrica.

A pressão no canal sofre flutuações significativas conforme a variação da força de Lorentz e o deslocamento do fluido, porém, como se observa, a tendência é que o perfil ao longo da largura do canal, Figs. 29(a) – (e), repita o encontrado para o caso DC. Entretanto, como citado, os valores são significativamente distintos, tanto em função da variação da força de Lorentz e da velocidade do fluido, quanto pela intensidade da força de Lorentz que atinge valores superiores ao observado no caso DC e levam a gradientes maiores de pressão.

Ao se caminhar da entrada do canal, Fig. 29(a), para a saída, Fig. 29(e), se observa as modificações na pressão provocadas pela ação da bomba MHD no escoamento. Nota-se que entre a entrada do canal, Fig. 29(a), e a entrada da bomba, Fig. 29(b), há uma redução da pressão no fluido, de forma que se atinge a pressão mínima neste ponto. Entre a entrada da bomba, Fig. 29(b), e a saída da bomba, Fig. 29(d), há um rápido ganho de pressão pelo fluido, devido à ação da força de Lorentz. Já entre a saída da bomba, Fig. 29(d), e a saída do canal, Fig. 29(e), há uma nova redução da pressão no interior do canal.

Fica bastante evidente o efeito da flutuação de velocidade sobre o perfil de pressão, como tratado mais à frente. Nota-se que a variação de pressão durante o período não é simétrica apesar da força de Lorentz ser. A força de Lorentz, Fig. 26, atinge um valor mínimo em 0 , π e 2π , máximo em $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$ e intermediário em $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$ e este valor intermediário é o mesmo para esses quatro momentos. Já para a pressão, nota-se que os valores intermediários não coincidem para esses quatro momentos.

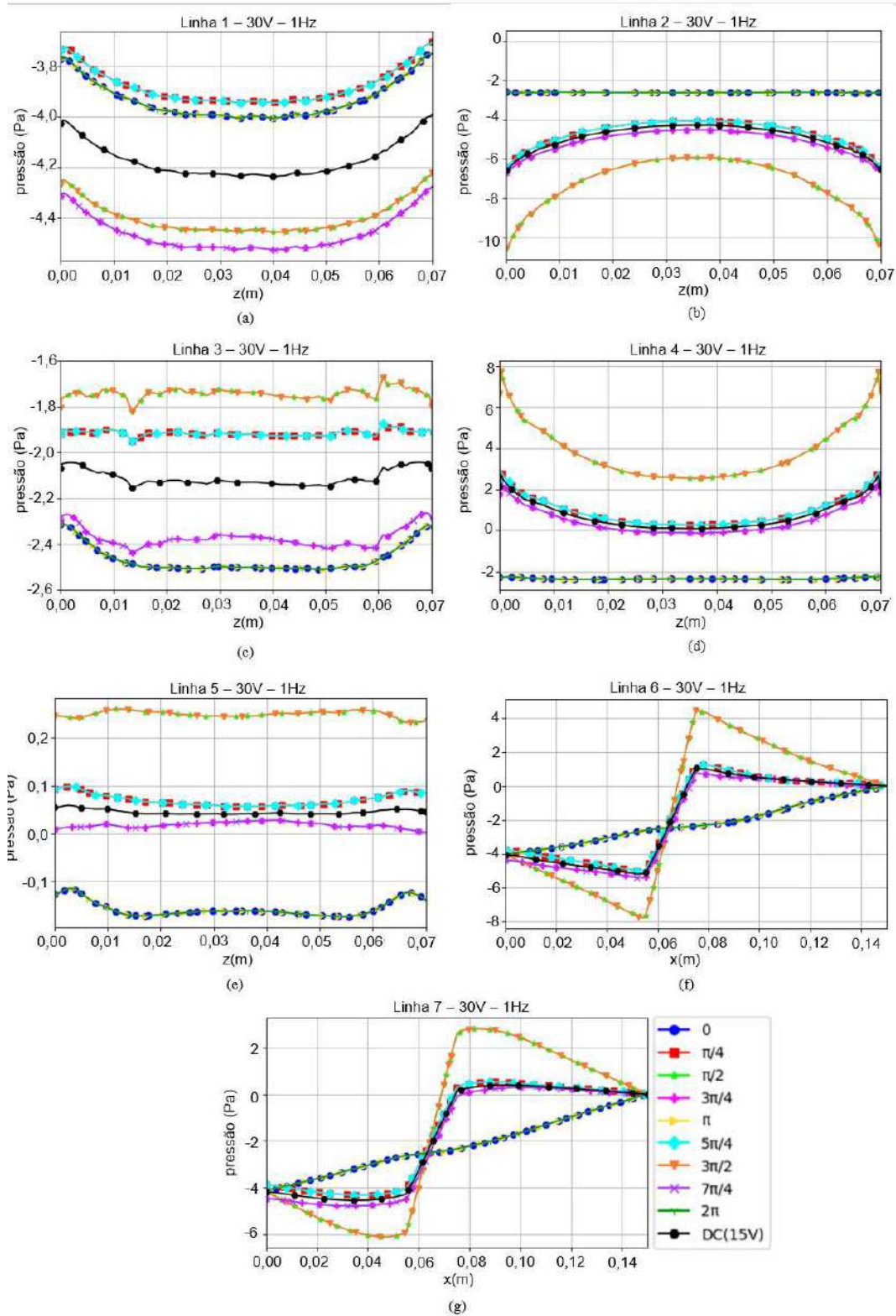


Figura 29 – Pressão para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Ao se observar a distribuição de pressão ao longo do comprimento do canal, Figs. 29(f) e 29(g), fica mais evidente as flutuações que ocorrem ao longo do período. Os maiores valores são atingidos simultaneamente à maior intensidade da força de Lorentz, enquanto que nos momentos em que a força de Lorentz se anula, não é criado o gradiente de pressão no interior da bomba. Com exceção destes momentos em que a força se anula, o efeito “*pinch*” é novamente observado nas proximidades da parede, Fig. 29(f), bem como o gradiente criado pela bomba dentro do canal. Estes momentos em que a força exercida é nula podem ser críticos para a operação da bomba, que a depender das condições nas extremidades podem resultar em um refluxo do fluido, mas que não são aqui encontrados.

Nas Figs. 29(f) e 29(g) é ainda possível observar com maior clareza como se dá a ação da bomba sobre o gradiente de pressão. Nota-se a redução de pressão que há entre a entrada do canal e a bomba, bem como o aumento rápido de pressão ao se atravessar a bomba e a posterior queda até a saída do canal.

Com a frequência de 10 Hz, as características gerais da distribuição de pressão são mantidas, como pode ser visto nas Fig. 30(a) – (g). Nota-se a evolução de pressão dentro do canal, sendo observada a queda de pressão entre a entrada do canal, Fig. 30(a), e a entrada da bomba, Fig. 30(b); o ganho de pressão ao se atravessar a bomba, Fig. 30(b) – (d); e a queda de pressão entre a saída da bomba, Fig. 30(d), e a saída do canal, Fig. 30(e). Essa evolução da pressão dentro do canal é melhor observada nas Figs. 30(f) e 30(g) que apresentam a distribuição de pressão ao longo do comprimento do canal. Na Fig. 30(f) que apresenta a pressão nas proximidades da parede é possível observar novamente a ocorrência do efeito “*pinch*”, que já não é encontrado no meio do canal, Fig. 30(g).

A assimetria na periodicidade com que a pressão varia observada para o caso com 1 Hz, também ocorre com 10 Hz. Entretanto, essa variação é menos sensível e atribui-se essa redução na flutuação à menor variação da velocidade com frequências mais elevadas, como já apresentado na Fig. 15 e que será mais explorado na Seção 6.3.4.

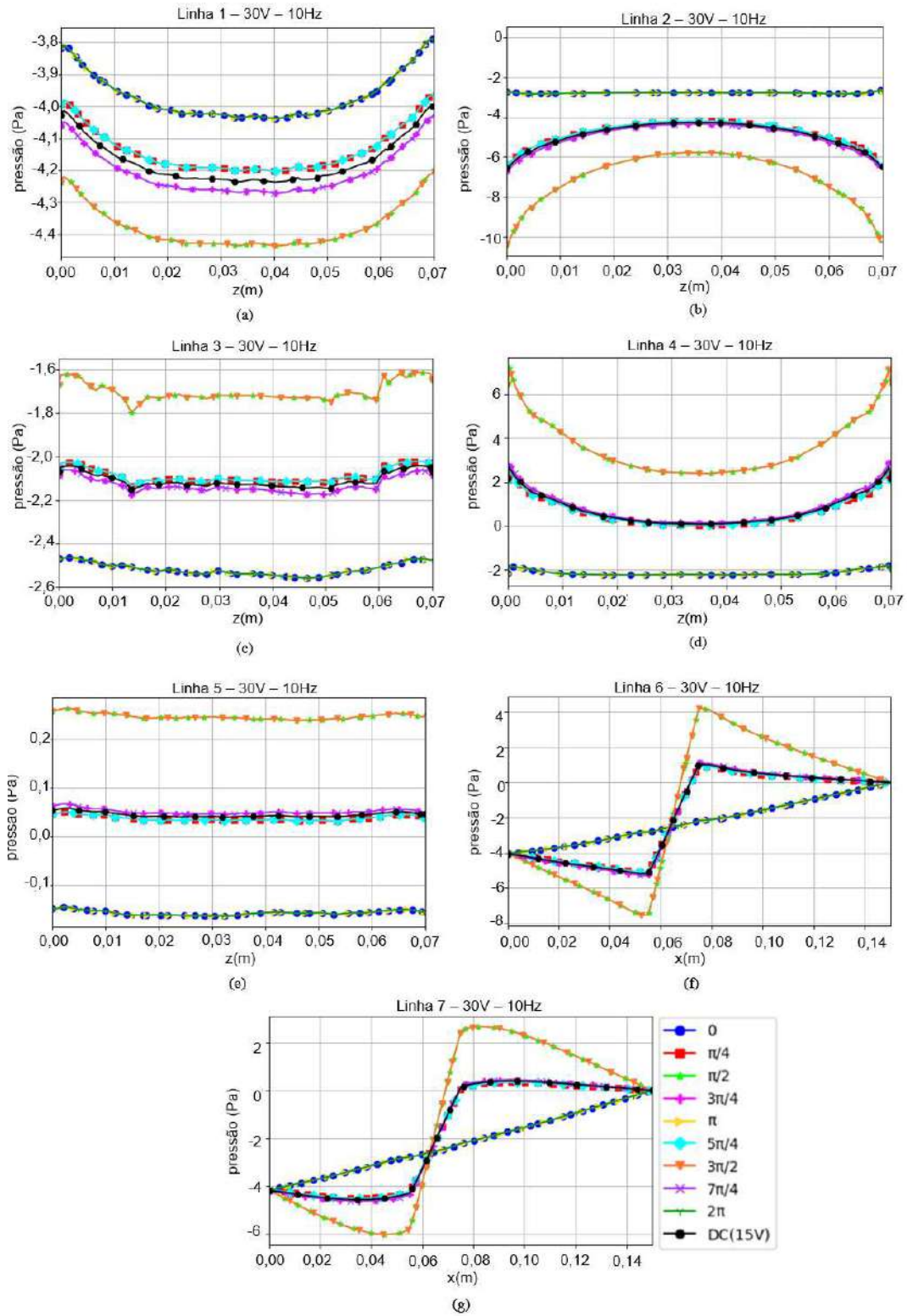


Figura 30 – Pressão para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

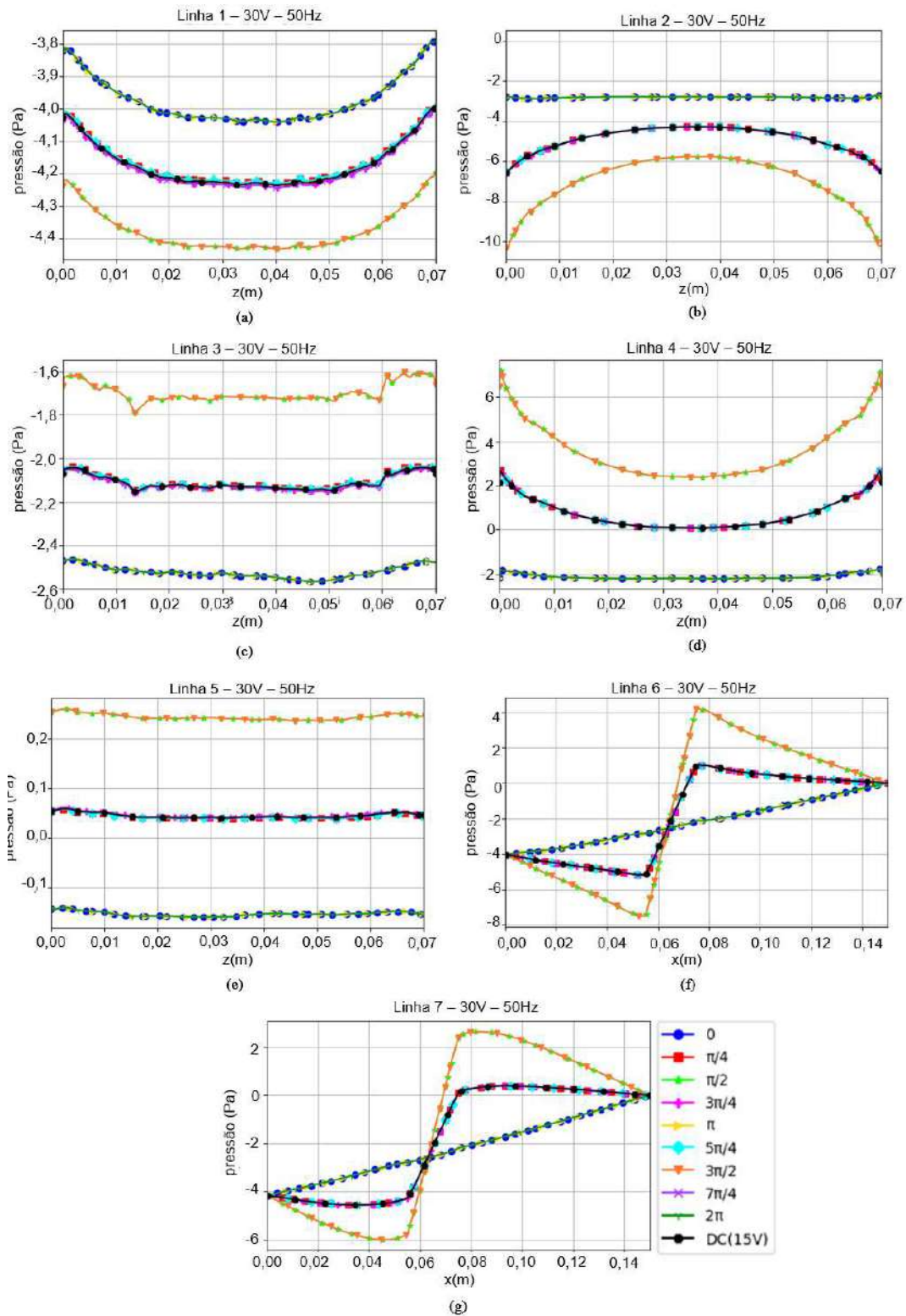


Figura 31 – Pressão para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Os resultados para o caso com frequência de 50 Hz são apresentados na Fig. 31. Com o aumento da frequência para 50 Hz, a assimetria entre força de Lorentz e pressão é ainda menor. Atribui-se isto a quase indistinguível flutuação de velocidades para essa frequência, conforme é apresentado na Seção 6.3.4.

É observada a concordância dos perfis com a qual a pressão se distribui no canal para o caso de corrente contínua e o caso com frequência 50 Hz. Além disso, a evolução da pressão ao longo do canal, com a elevação do gradiente de pressão no interior da bomba é novamente encontrada. Essas observações podem ser realizadas tanto na distribuição transversal da pressão, Fig. 31(a) – (e), quanto longitudinal, Fig. 31(f) – (g).

Além da diferença citada quanto a redução da assimetria na periodicidade com que a pressão no canal se alterna, não se observa maiores distinções entre os resultados para as frequências avaliadas de 1 Hz, 10 Hz e 50 Hz. De modo geral, o que se observa ao se adotar a corrente alternada é que o perfil de pressão tende a ser o mesmo se comparado com o caso de corrente contínua, porém alcançando diferentes valores e sofrendo flutuações em decorrência da alternância da força de Lorentz. Para o valor mais baixo de frequência, é mais evidente a assimetria do gradiente de pressão ao longo do período, porém ele ainda ocorre para as frequências mais altas. A tendência observada é que quanto maior a frequência maior a simetria e credita-se a isso a menor flutuação de velocidade ao se elevar a frequência da corrente.

Cabe ainda ressaltar que, ao se anular a força de Lorentz, não é induzido o gradiente na região da bomba que por consequência impulsionará o fluido. Uma possível consequência disso é que nos momentos em que isso ocorre, a depender das condições impostas na entrada e saída do canal, pode haver um retorno do fluido, sendo um potencial caso crítico para a operação da bomba MHD AC.

6.3.4 Velocidade

A evolução do perfil de velocidade do canal observada no caso DC também está presente no caso AC. Como é notado na Fig. 32 para a frequência de 1 Hz, o perfil de velocidade do fluido é transformado ao longo do canal.

Na entrada do canal, Fig. 32(a), o fluido possui um perfil achatado que conforme se aproxima da bomba MHD vai se transformando no perfil “M”. Na entrada da bomba, Fig. 32(b), já é observada a aceleração do fluido nas proximidades da parede devido à

ação da força de Lorentz. Ao se avançar pela bomba, a aceleração do fluido nas laterais do canal aumenta e o perfil “M” fica mais evidente. Este fato pode ser observado tanto no meio da bomba, Fig. 32(c), quanto na saída dela, Fig. 32(d).

Para a saída do canal, Fig. 32(d), o perfil “M” é mantido, porém se observa um menor gradiente entre a parede e os picos de velocidade. Este comportamento indica que para um canal suficientemente longo, a tendência é o perfil adquirir um formato parabólico, concordando com a solução hidrodinâmica sem ação da força de Lorentz.

É possível observar ainda que para essa frequência há uma flutuação durante o período, ficando mais evidente nas proximidades da bomba, Figs. 32(b) – (d). Nessas posições é observada uma acentuação do perfil “M” durante a aceleração do fluido e um achatamento do perfil na desaceleração. Na entrada e saída do canal também se observa certa flutuação, Fig. 32(a) e 32(e), porém menos intensa.

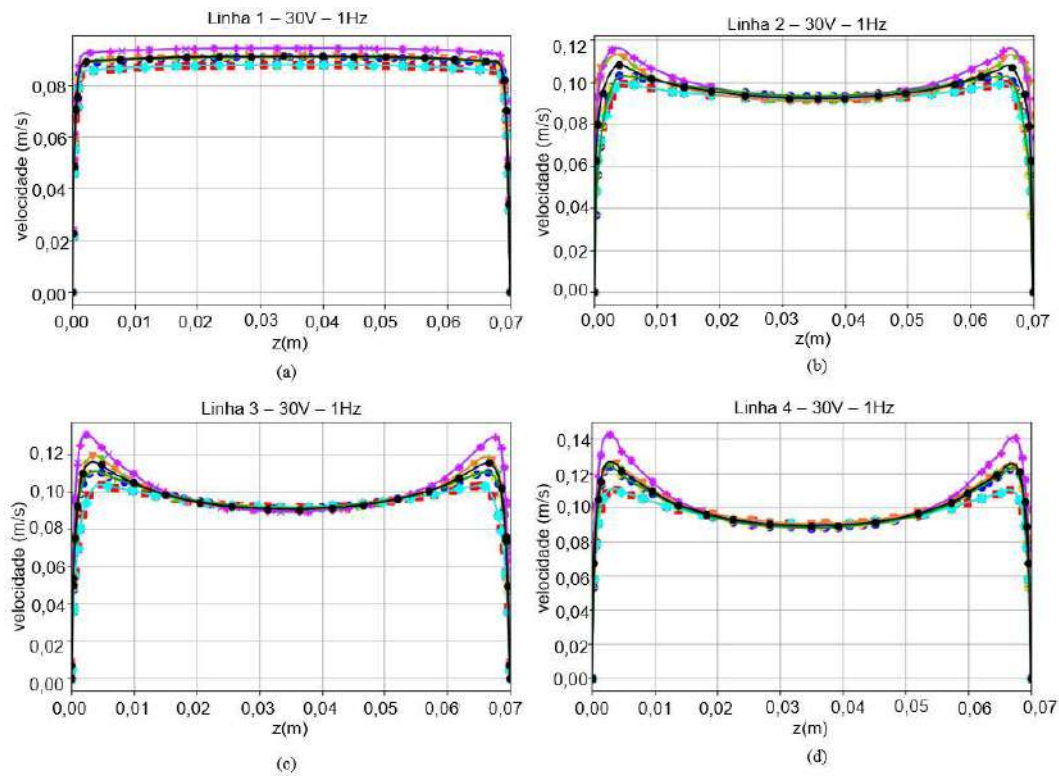


Figura 32 – Velocidade para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

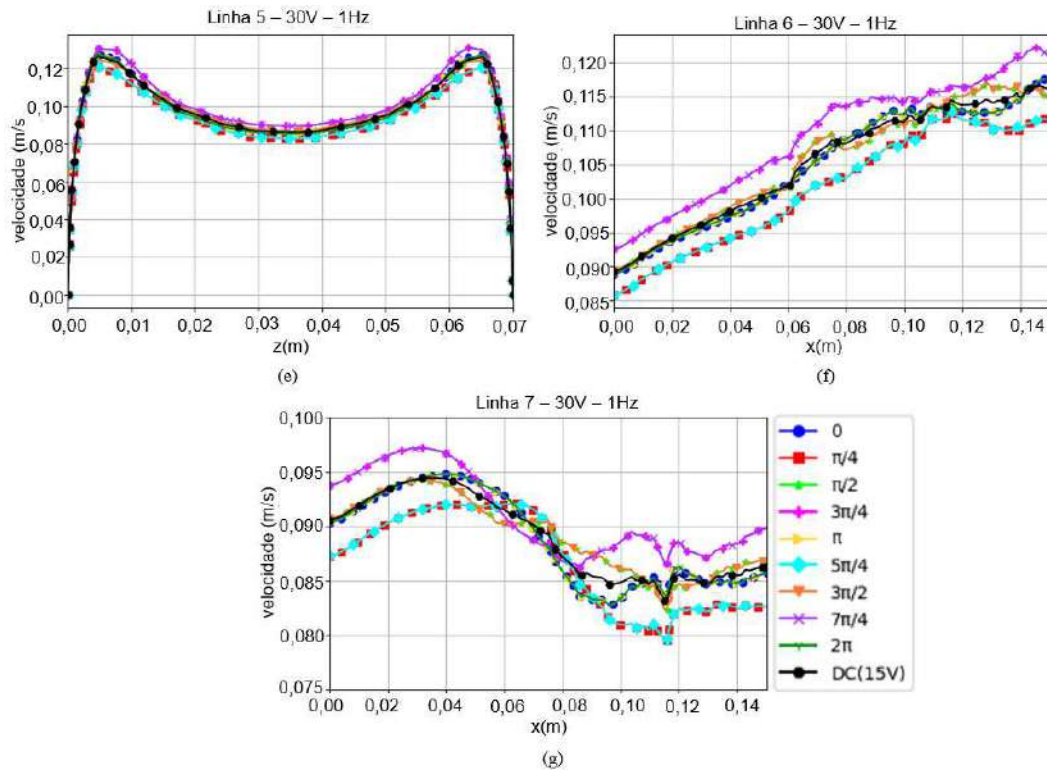


Figura 32 – Velocidade para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7. (continuação)

Ao se observar a velocidade ao longo do comprimento do canal, Fig. 32(f) e 32(g), dentro de um período, é possível notar a periodicidade com que ocorre sua variação e que existe uma tendência a se manter o perfil encontrado no caso com corrente contínua. Além disso, pode-se observar que são atingidas velocidades superiores e inferiores aos limites encontrados no caso com corrente contínua, levando a média a coincidir com este caso.

São observados dois comportamentos distintos. Nas proximidades da parede, Fig. 32(f), nota-se que a velocidade do fluido tende a aumentar conforme se avança no canal, reduzindo apenas ao se chegar a saída do canal. Para o meio do canal, Fig. 32(g), observa-se que até se aproximar da bomba há uma aceleração do fluido e ao atravessá-la a velocidade se reduz. Próximo a saída do canal, a velocidade volta a se elevar.

Ao se elevar a frequência a 10 Hz, há uma redução significativa na flutuação da velocidade e há uma concordância maior com o caso de corrente contínua, tendendo a

se manter muito próximo à média. Esta observação pode ser feita tanto para o perfil de velocidade visualizado nas Figs. 33(a) – (e), quanto na distribuição de velocidade ao longo do comprimento do canal, Figs. 33(f) e 33(g).

A velocidade ao longo do comprimento do canal, Figs. 33(f) e 33(g), também permite observar essa maior estabilidade da velocidade, mas dada a escala das figuras, fica mais claro que ainda há flutuações ao longo do período. As Figs. 33(f) e 33(g) também permitem visualizar a concordância entre a distribuição de velocidade no canal para os casos de corrente contínua e alternada com frequência de 10 Hz.

As considerações quanto a evolução do perfil de velocidade ao longo do canal para o caso 1 Hz, bem como da ocorrência da formação do perfil “M”, são válidas para o caso 10 Hz.

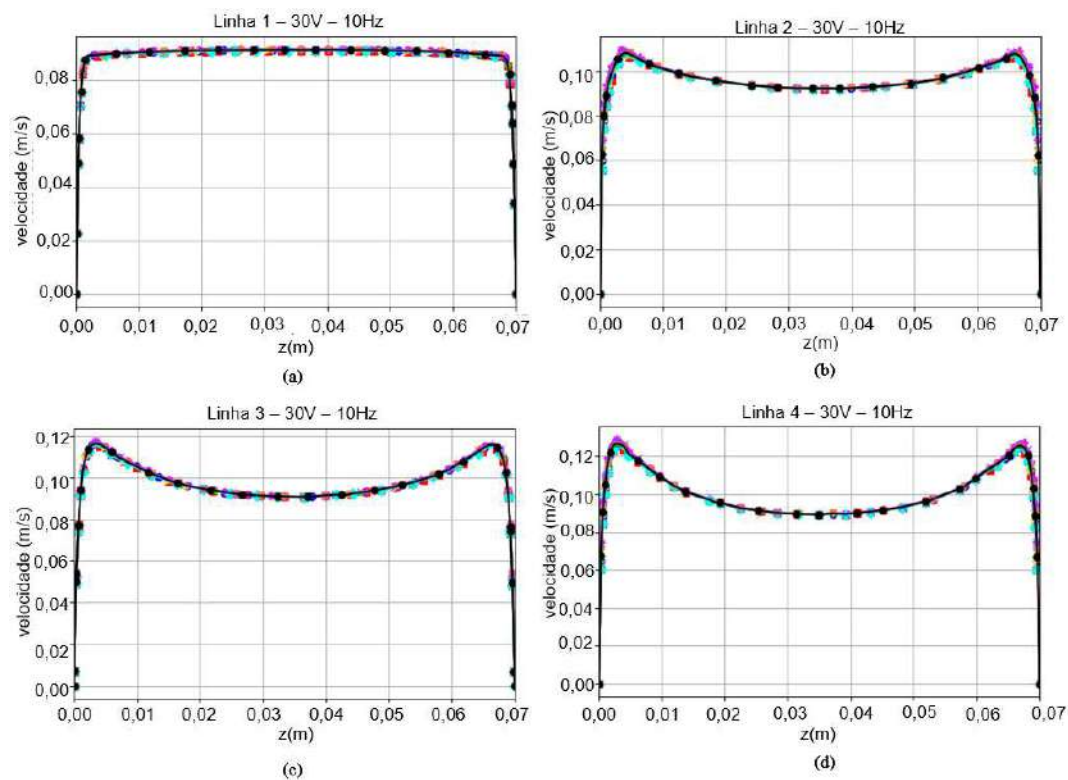


Figura 33 – Velocidade para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

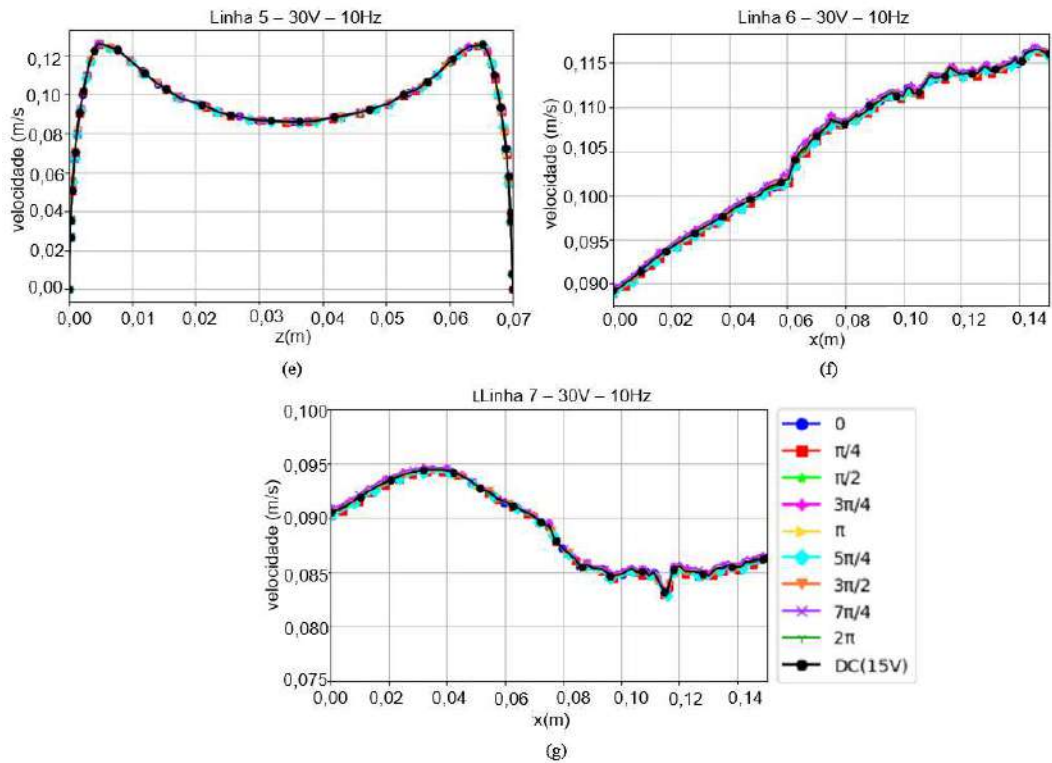


Figura 33 – Velocidade para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7. (continuação)

Os resultados para o caso com corrente alternada e frequência de 50 Hz são apresentados na Fig. 34. Observa-se aqui uma grande concordância entre a velocidade calculada para este caso e o caso com corrente contínua, não sendo perceptíveis variações com a escala utilizada nas figuras. Há uma estabilização no perfil de velocidade e não se visualiza mais flutuações nos valores, mesmo na distribuição ao longo do comprimento do canal, Figs. 34(f) e 34(g), em que para os demais casos deixa bastante evidente as variações de velocidade.

Entre a entrada do canal, Fig. 34(a), e saída, Fig. 34(e), observa-se mais uma vez a evolução do perfil que vai formando o perfil “M” conforme sofre a ação da força de Lorentz. A formação ocorre de maneira mais pronunciada na região da bomba, Figs. 34(b) – (d), se mantendo até a saída do fluido do canal.

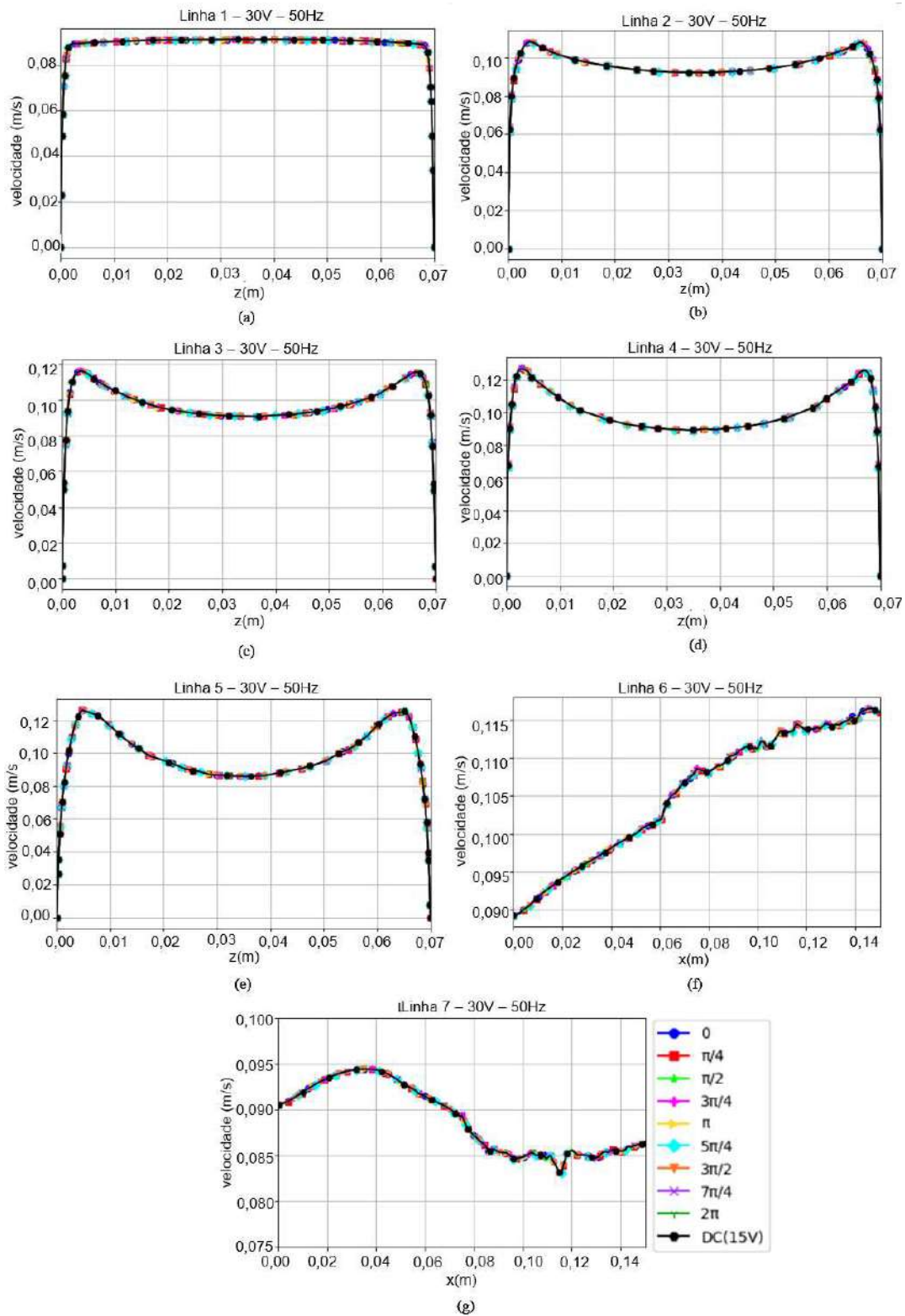


Figura 34 – Velocidade o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Os resultados demonstram a tendência de que para frequências mais elevadas a utilização de corrente alternada se aproxima da corrente contínua, se obedecida a equivalência estabelecida para a tensão imposta nos eletrodos. Em linhas gerais, o que se observa é uma flutuação mais significativa da velocidade para as menores frequências e menos significativa para as maiores frequências, tendo ambos a mesma média que se iguala ao caso equivalente com corrente contínua. Esta menor flutuação para os casos de maior frequência, leva a uma grande concordância entre os resultados com correntes alternada e contínua. Deste modo, não é observada vantagens ou prejuízos quanto ao uso de corrente contínua sobre este aspecto para frequências a partir de cerca de 10 Hz.

6.3.5 Temperatura

A temperatura ao longo do canal apresenta um comportamento periódico como as demais grandezas para o caso em que a corrente se alterna. O que se observa, independentemente da frequência, é que assim como ocorre para a corrente contínua, a temperatura se eleva conforme o fluido se aproxima e atravessa a bomba MHD. Essa região é aquela na qual a densidade de corrente é maior, o que eleva a quantidade de calor gerado através do efeito Joule.

Observa-se na Fig. 35, que para a frequência de 1 Hz, principalmente nas proximidades da parede, há uma flutuação considerável da temperatura ao longo de um período. As variações da temperatura para o centro do canal são menores, porém são ainda observáveis. Nota-se que para essa menor frequência, as temperaturas máximas alcançadas são as maiores, o que é justificável pelo fato da densidade de corrente se manter em patamares maiores por um maior intervalo de tempo.

Conforme o fluido se aproxima da entrada da bomba, a corrente elétrica se intensifica, Fig. 22(b), e deste modo o aquecimento via efeito Joule é mais significativo. O efeito é refletido sobre a temperatura, Fig. 35(a), que é mais elevada nas paredes do canal, região em que a corrente é mais elevada. Ao centro do perfil, mesmo com presenças de corrente elétrica, o aquecimento gerado não é suficiente para elevar significativamente a temperatura. Conforme o fluido avança pela região da bomba, Fig. 35(b) e 35(c), a ação do efeito Joule se mantém, o que permite que a temperatura se eleve em toda a extensão e não apenas nas paredes. Após passar por essa região, a temperatura nas paredes se reduz, uma vez que a densidade de corrente elétrica se reduz

e o efeito Joule não é mais tão relevante. O que se nota ao chegar na saída do canal, Fig. 35(d), é a tendência à uniformização do perfil de temperatura

Nestas figuras é possível observar a flutuação da temperatura, porém isso fica mais evidente ao se verificar a evolução da temperatura ao longo do comprimento do canal nas proximidades da parede, Fig. 35(e). Para o centro do canal, Fig. 35(f), onde as temperaturas são mais baixas, não há uma flutuação significativa.

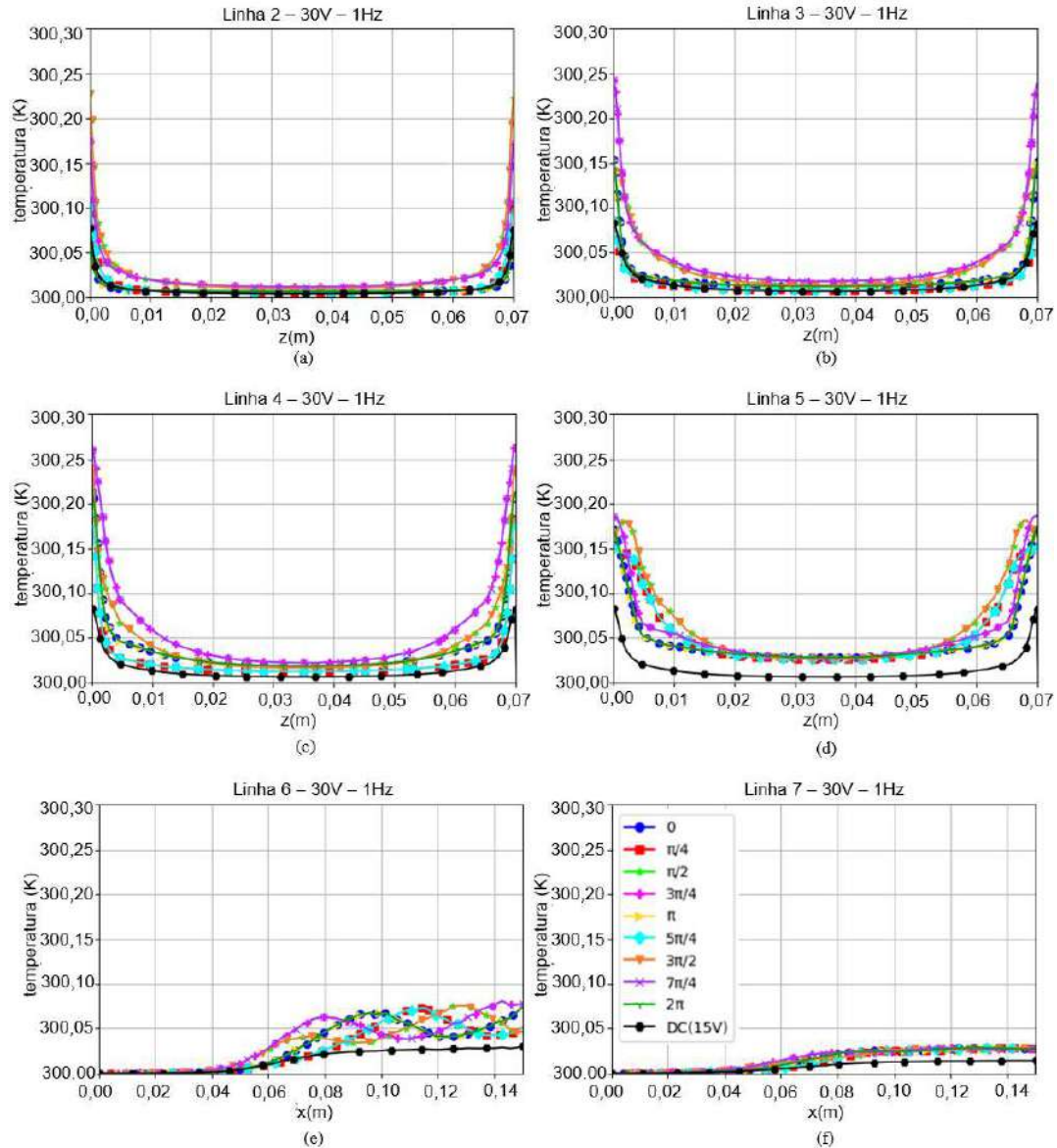


Figura 35 – Temperatura para o caso AC 1 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Fica bastante evidente nas Figs. 35(e) e 35(f) que o aquecimento do fluido ocorre com maior intensidade ao se passar pela bomba, sendo observado uma elevação da temperatura a partir da entrada da bomba. Nota-se ainda, ao comparar os resultados para este caso de 1 Hz com o de corrente contínua, que as temperaturas atingidas com a utilização de corrente alternada são mais elevadas. Este resultado será justificado ao final desta seção.

Para o caso em que a frequência utilizada é de 10 Hz, Fig. 36, as flutuações de temperatura são menores, porém preservam-se os perfis encontrados tanto para o caso de corrente alternada com frequência 1 Hz, quanto contínua. Com frequência de 10 Hz é mais evidente que a tendência de que se alcancem temperaturas em média mais elevadas que para a utilização de corrente contínua, além de que há uma estabilização da temperatura ao longo do período.

Conforme o fluido avança na bomba desde a entrada, Fig. 36(a), até a saída, Fig. 36(c), é observada a ação do efeito Joule a partir da elevação na temperatura. Ao se aproximar da saída do canal, ocorre novamente uma tendência à da temperatura ao longo da largura do canal, Fig. 36(d). Este aquecimento provocado pelo efeito Joule na região da bomba fica bastante visível ao se acompanhar a evolução de temperatura ao longo do comprimento do canal, Figs. 36(e) e 36(f).

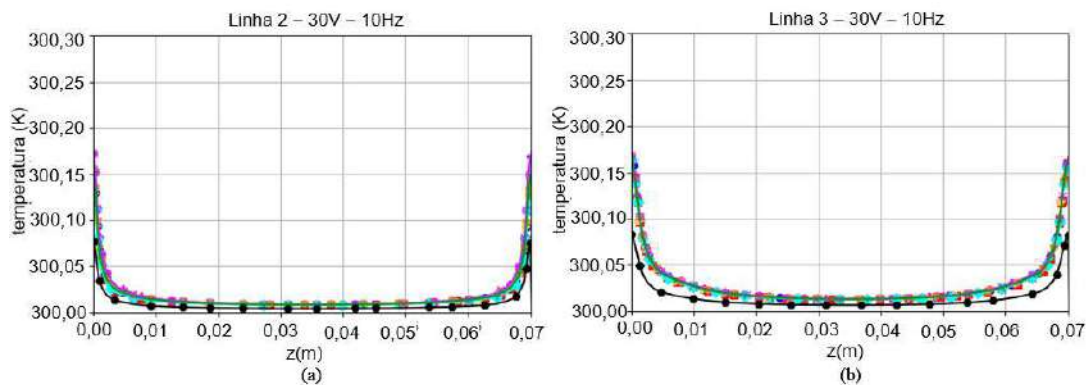


Figura 36 – Temperatura para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

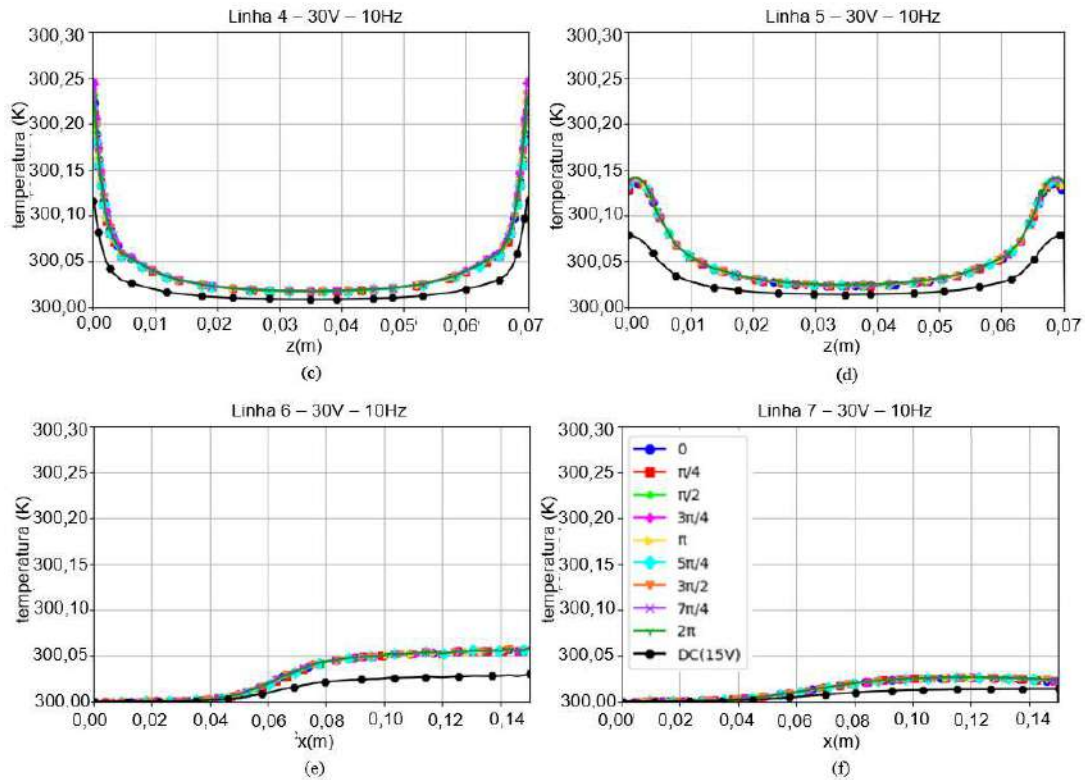


Figura 36 – Temperatura para o caso AC 10 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7. (continuação)

Com uma frequência de 50 Hz, as oscilações do perfil de temperatura são indistinguíveis, permanecendo praticamente constantes ao longo do período. Estes resultados apresentados na Fig. 37, demonstram que a utilização de corrente alternada não altera a distribuição de temperatura ao longo do canal. Entretanto, nota-se que temperaturas mais elevadas são atingidas em função das maiores densidades de corrente.

Na região da bomba, principalmente nas proximidades das paredes, se encontram as temperaturas mais elevadas devido a maior densidade de corrente nas proximidades dos eletrodos, Fig. 37(a) – (c). Novamente é demonstrado que conforme se avança para a saída do canal a temperatura tende a se uniformizar, Fig. 37(d). Já a observação da distribuição de temperatura ao longo do comprimento do canal permite mais uma vez observar como se dá o aquecimento do fluido conforme avança no canal, Fig. 37(f) e 37(g).

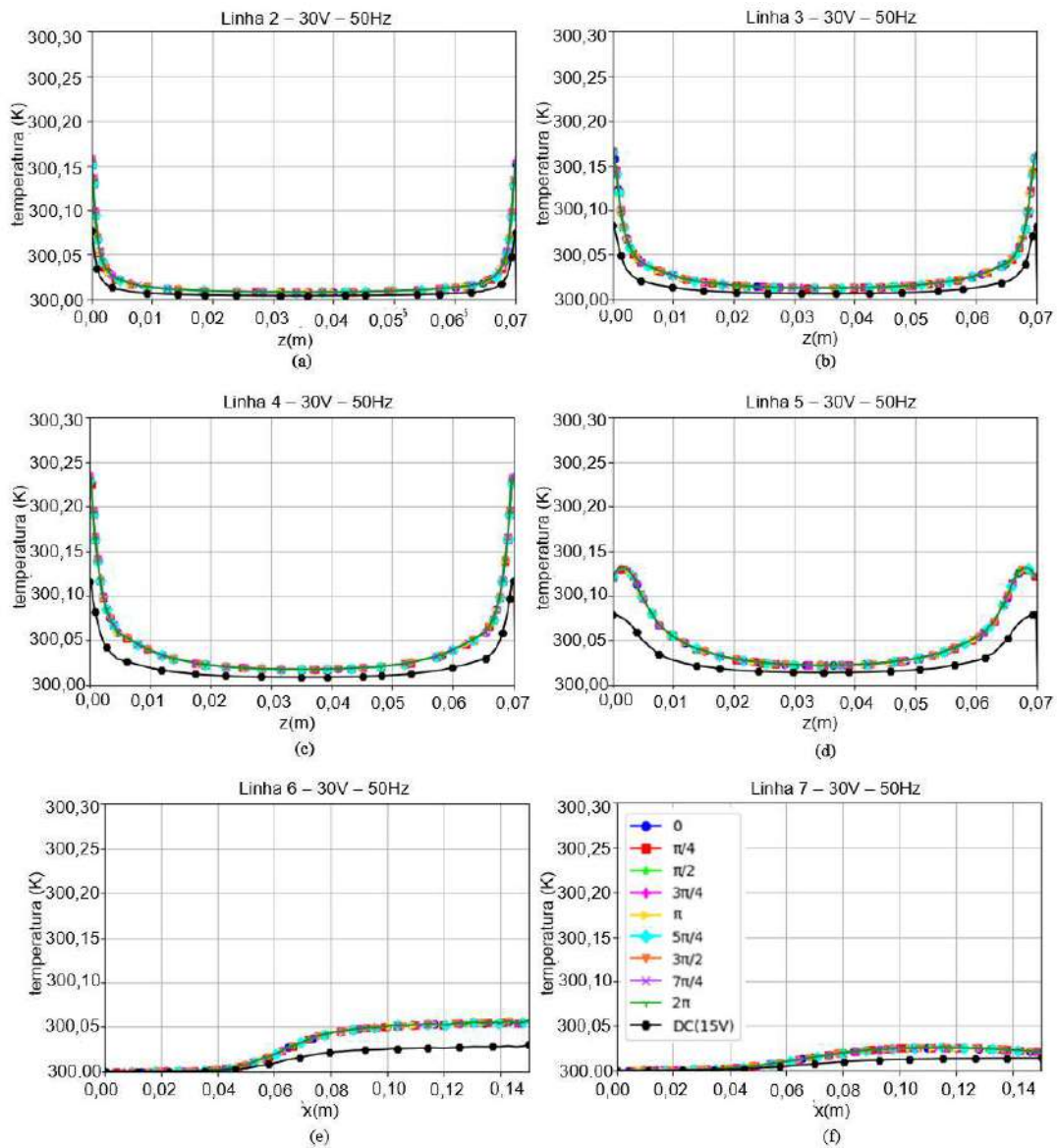


Figura 37 – Temperatura para o caso AC 50 Hz: (a) linha 1; (b) linha 2; (c) linha 3; (d) linha 4; (e) linha 5; (f) linha 6; (g) linha 7.

Em suma, assim como para o caso com corrente contínua, é observado um aumento de temperatura em decorrência do efeito Joule. Este aumento para o caso em que o fluido que passa pela bomba é constantemente renovado, ou seja, que não é o circuito fechado, não é significativamente alto. Entretanto, as temperaturas alcançadas são mais elevadas para o uso de corrente alternada quando comparada ao caso de corrente contínua que proporciona a mesma força média, independentemente da frequência.

Esse resultado indica, portanto, que para o caso de um circuito fechado como o utilizado para validação do modelo, o aumento de temperatura pode ser suficientemente alto para alterar as propriedades do fluido. As temperaturas alcançadas, a depender do fluido, podem comprometer o funcionamento da bomba ou beneficiar o escoamento, podendo, por exemplo, reduzir sua viscosidade. No caso de se utilizar uma configuração conforme as simulações realizadas, na qual há uma fonte renovada de fluido na entrada do canal, é necessário que se aplique voltagens maiores para produzir o mesmo efeito.

Conclui-se assim que a temperatura deve ser um ponto de atenção na utilização das bombas MHD AC ou DC, sendo alcançadas temperaturas mais elevadas ao se optar por corrente alternada, o que pode ser de interesse para o cenário de utilização da bomba. Portanto, na hipótese de se utilizar o aquecimento em benefício do escoamento, para uma mesma força média gerada pela bomba, a utilização de corrente alternada pode ser mais interessante.

Essa maior geração de calor via efeito Joule para o caso de corrente alternada pode ser prevista ao se tomar a média da quantidade de calor gerado em procedimento semelhante ao realizado para se calcular a força média.

A quantidade de calor gerado pelo efeito Joule e a densidade de corrente, para o caso AC, podem ser calculadas conforme,

$$E_J = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}}{\sigma} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{J} = \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (6.2)$$

Assim, o valor médio de calor gerado ao longo de um período pode ser obtido segunda a integral,

$$\overline{E_{J,AC}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_0^{1/f} \left(\frac{\sigma \Delta V_0}{l} \right)^2 \cdot \text{sen}(\omega t) \cdot \text{sen}(\omega t) dt}{\int_0^{1/f} dt} \quad (6.3)$$

cujo resultado é,

$$\overline{E_{J,AC}} = \frac{\sigma}{2} \cdot \left(\frac{\Delta V_0}{l} \right)^2 \quad (6.4)$$

Considerado que para o caso DC a densidade de corrente para se obter a mesma força média é metade da máxima encontrada para o caso AC, chega-se a,

$$J = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \quad (6.5)$$

Ao se repetir o procedimento para cálculo do calor médio gerado, obtém-se a integral,

$$\overline{E_{J,DC}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_0^{1/f} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma \Delta V_0}{l} \right)^2 dt}{\int_0^{1/f} dt} \quad (6.6)$$

cujo resultado é,

$$\overline{E_{J,DC}} = \frac{\sigma}{4} \cdot \left(\frac{\Delta V_0}{l} \right)^2 \quad (6.7)$$

A comparação entre os resultados médios demonstra que o calor gerado pelo caso AC é o dobro do caso DC. Portanto, a depender da configuração da bomba MHD, a geração de calor é um fator de atenção.

6.4 Eficiência das bombas

O conhecimento da eficiência de bombas MHD, assim como outras máquinas de fluxo, é de grande interesse para avaliar a viabilidade de suas aplicações. Portanto, a fim de complementar a discussão sobre as máquinas estudadas neste trabalho são calculadas as eficiências para os casos DC e AC estudados.

A potência útil das bombas pode ser calculada conforme,

$$\dot{W}_{\text{útil}} = \frac{\dot{m} \cdot \Delta p_{\text{total}}}{\rho} \quad (6.8)$$

enquanto a potência elétrica pode ser obtida para os casos DC e AC, respectivamente, como,

$$\dot{W}_{\text{elétrica,DC}} = \frac{\sigma \cdot A \cdot \Delta V_0^2}{L} \quad (6.9)$$

$$\dot{W}_{\text{elétrica,AC}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma \cdot A \cdot \Delta V_0^2}{L} \quad (6.10)$$

onde A é a área dos eletrodos e L é a distância entre eles. Cabe ressaltar que para o caso AC a potência elétrica é a média ao longo de um período completo de oscilação da tensão aplicada. Para coerência dos resultados, ao se calcular a potência útil da bomba, esta deve ser realizada para o período equivalente.

Conhecidas as potências, a eficiência das bombas pode ser calculada por,

$$\eta = \frac{\dot{W}_{\text{útil}}}{\dot{W}_{\text{elétrica}}} \quad (6.11)$$

Sendo a área dos eletrodos igual a 0,0004 m² e a distância entre eles 0,07 m, tem-se que a potência elétrica para o caso DC é de 6,43 W e para o caso AC é de 12,86 W. A potência útil para o caso DC é de 0,0007 W, o que leva a uma eficiência de aproximadamente 0,01%. Para as três frequências avaliadas no caso AC, a potência útil também é de 0,0007 W, porém, uma vez que a potência elétrica consumida é o dobro do que para o caso DC, a eficiência da bomba cai para a metade, 0,005%. Essa menor eficiência da bomba AC diante o caso DC que proporciona a mesma força média, se justifica pela maior quantidade de calor gerado via efeito Joule.

7 Conclusões

O presente trabalho tem por objetivo realizar uma simulação numérica de uma bomba magnetohidrodinâmica com a utilização de corrente alternada e avaliar as consequências sobre o escoamento por se optar por corrente dessa natureza.

Uma revisão sobre a magnetohidrodinâmica é apresentada, conjuntamente com uma revisão sobre as aplicações deste fenômeno em engenharia, em especial as bombas MHD. São encontrados na literatura relatos sobre a utilização destes equipamentos em configurações tanto com corrente contínua quanto alternada. Os relatos apontam as vantagens das bombas MHD diante as convencionais e, para o caso de corrente alternada, apresentam um benefício adicional quanto a inibição de reações de eletrólise para o bombeamento de soluções eletrolíticas.

Ao longo da revisão é dado destaque pela busca de estratégias para simulação das bombas MHD e se escolhe aquela que utiliza uma ferramenta de simulação fluidodinâmica que permite a adição de fenômenos àqueles nativos. A ferramenta escolhida é o ANSYS FLUENT 2019 R2.

Devido à turbulência nos escoamentos de natureza semelhantes ao estudados neste trabalho, é realizada uma revisão sobre a utilização de modelos de turbulência. Opta-se por avaliar modelos distintos disponíveis na ferramenta escolhida e comparar o desempenho e os resultados de cada modelo, a fim de encontrar aquele que apresenta um menor custo computacional e resultados satisfatórios simultaneamente.

Em seguida, é realizada uma revisão sobre as equações básicas do eletromagnetismo e da fluidodinâmica. O acoplamento dessas duas teorias permite desenvolver as equações da magnetohidrodinâmica e com isso deduzir o conjunto de equações necessárias para a simulação da bomba MHD.

Uma análise destas equações com atenção voltada à utilização de uma fonte de corrente alternada permite chegar a algumas modificações no equacionamento que melhor caracterizam esta configuração de bomba. É ainda possível observar que os grupos adimensionais comumente adotados na teoria magnetohidrodinâmica não são suficientes para caracterizar o fenômeno quando da sua aplicação para bombas MHD AC. Levanta-se assim novos grupos adimensionais que permitem avaliar as diferentes

naturezas da força de Lorentz gerada, dando atenção para os diferentes campos elétricos que induzem a corrente elétrica no fluido.

A implementação do modelo na ferramenta de simulação é realizada e validada a partir de resultados experimentais para um caso de bomba MHD encontrado na literatura (AOKI, 2011). A geometria utilizada no trabalho de referência é modelada e as propriedades da solução eletrolítica avaliada são levantadas. Uma análise de convergência da malha é feita para cada modelo de turbulência utilizada. A verificação dos resultados permite escolher o modelo de turbulência que melhor se adequa aos resultados e que apresenta um menor custo computacional, chegando-se assim ao modelo RNG k- ϵ .

As simulações conduzidas para validação do modelo implementado com o circuito completo utilizado por AOKI (2011) são bastante custosas e para as simulações com corrente alternada, que são necessariamente transientes, se tornariam demasiadamente longas. A alternativa adotada para se realizar as simulações consiste em se modelar apenas uma parte da seção reta do circuito e prosseguir com a avaliação do fenômeno nesse canal.

A avaliação dos parâmetros adimensionais apresentados aqui é utilizada a fim de verificar e justificar possíveis simplificações no equacionamento. Com esse equacionamento são conduzidas as simulações com a bomba MHD AC para três frequências distintas 1 Hz, 10 Hz e 50 Hz. Esta faixa de frequência é escolhida em função da validade das simplificações realizadas.

As simulações são realizadas e seus resultados são comparados com um caso de uma bomba DC, cuja força média gerada é a mesma que o caso AC. São comparados os valores de densidade de corrente, força de Lorentz, pressão, velocidade e temperatura. O que se observa é que dentro de um período a densidade de corrente e a força de Lorentz não são afetados pela frequência aplicada e apresentam uma variação periódica que não é observada ao se utilizar corrente contínua.

A pressão, por sua vez, é afetada pela frequência, mas, de maneira geral, se observa uma tendência de se preservar um mesmo perfil, além de se observar o efeito “*pinch*” que é mais evidente quando se atinge os valores máximos com o pico de tensão. Quanto a velocidade, observa-se a formação do perfil “M” conforme o fluido percorre o canal.

A velocidade é significativamente afetada pela frequência da corrente, sendo observado que há uma velocidade média em torno da qual oscila e que coincide com o caso de corrente contínua equivalente. Quanto maior a frequência utilizada, menor a amplitude de oscilação de velocidade e maior a concordância entre o escoamento nas bombas DC e AC.

Os resultados também demonstram que a configuração adotada para bomba AC leva a temperaturas mais altas no fluido em comparação com o caso DC equivalente devido ao calor gerado através do efeito Joule ser o dobro. Este aumento de temperatura pode ser crítico para a operação da bomba MHD com alguns fluidos, como as soluções eletrolíticas por exemplo, enquanto que para outros pode ser aproveitado em benefício do escoamento, por exemplo para a redução da viscosidade. A potência elétrica consumida pelas bombas AC, em parte fruto desse maior aquecimento, também é mais elevada, o que leva a que sua eficiência seja metade da bomba MHD DC, podendo tornar sua utilização menos vantajosa.

Como continuação do trabalho, espera-se aprimorar o modelo com a solução da equação de transporte do campo magnético e o cálculo da corrente induzida pelo campo magnético variante que não são avaliados neste trabalho. Este último é essencial para a simulação com correntes alternadas de frequências altas e moderadas. Esta corrente induzida pode vir a ser prejudicial ao escoamento ou vir a ser utilizada em benefício da bomba. Além disso, há a possibilidade de se explorar geometrias alternativas para a bomba MHD e a superposição de campos magnéticos, a fim de se aproveitar o fenômeno de blindagem que pode ocorrer a altas frequências.

8 Referências

- Al-Hababbeh, O. M., Al-Saqqa, M., Safi, M. & Khater, T. A., 2016. Review of magnetohydrodynamic pump applications. *Alexandria Engineering Journal*.
- Andreev, O., Kolesnikov, Y. & Thess, A., 2007. Corrected Article: "Experimental study of liquid metal channel flow under the influence of a nonuniform magnetic field". *Physics of Fluids* 19, 19(039902).
- Aoki, L. P., 2001. *Estudo do Efeito Magnetohidrodinâmico em um Eletrólito a Partir do Uso de um Dispositivo Ejetor Eletromagnético*. São Carlos: Universidade de São Paulo.
- Aoki, L. P., Maunsell, M. G. & Schulz, H. E., 2012. A Magnetohydrodynamic Study of Behavior in an Electrolyte Fluid Using Numerical and Experimental Solutions. *Thermal Engineering, Vol. 11*, pp. 53-60.
- Aoki, L. P., Schulz, H. E. & Maunsell, M. G., 2013. *An MHD Study of Behavior of an Electrolyte Solution using 3D Numerical Simulation and Experimental Results*. Boston, COMSOL.
- Avdeyev, A. R., Shvets, A. A. & Drobotov, A. V., 2015. Creating the Complex of Surface Mounting Electronic Components Automatic Joint. *Collection of abstracts on the intra-University review-competition of scientific, engineering and technological works of students*.
- Azimi-Boulali, J., Zakeri, M. & Shoaran, M., 2019. An study of the 3D fluid flow of MHD micropump. *Journal of Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 41(478).
- Bennecib, N., Abdessemed, R. & Drid, S., 2007. Design and Flow Simulation for a New DC pump MHD for Seawater. *Asian Journal of Information Technology*, 6(2), pp. 164-169.
- Bennecib, N., Drid, S. & Abdessemed, R., 2009. Numerical Investigation of Flow in a New DC Pump MHD. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2(2), pp. 23-28.

- Boissonneau, P. & Thibault, J.-P., 1999. Experimental analysis of coupling between electrolysis and hydrodynamics in the context of MHD in seawater. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Volume 32, pp. 2387-2398.
- Chaabane, R., Bouras, A. & Nasrallah, S. B., 2007. Numerical Magneto Hydro Dynamic Flow Simulation of Velocity and Pressure for Electrically Conducting, Incompressible Fluids. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science & Engineering*, July-September, Volume 29, pp. 299-306.
- Daoud, A. & Kandev, N., 2008. *Magneto-Hydrodynamic Numerical Study of DC Electromagnetic*. Hannover, COMSOL Conference 2008 Hannover.
- Davidson, P. A., 2001. *An Introduction to Magnetohydrodynamics*. s.l.:Cambridge University Press.
- Doss, E. D. & Geyer, H. K., 1990. *The need for superconducting magnets for MHD seawater propulsion*. Reno, Conference: 25. intersociety energy conversion engineering conference.
- Eijkel, J. C. T. et al., 2003. A Circular AC Magnetohydrodynamic Micropump for Chromatographic Applications. *Sensors and Actuators B*, Volume 92, pp. 215-221.
- Elmaboud, Y. A. & Abdelsalam, S. I., 2019. DC/AC magnetohydrodynamic-micropump of a generalized Burguer's fluid in an annulus. *Physica Scripta* .
- F. R. Menter, R. B. L. S. R. L. Y. B. S. P. G. H. S. V., 2006. A Correlation-Based Transition Model Using Local Variables—Part I: Model Formulation. *Journal of Turbomachinery*, 128(3), pp. 413 - 422.
- Fernandes, C. A., 2018. *Análise do Efeito Magnetohidrodinâmico em Escoamentos de Fluidos Eletrolíticos e Influência da Quantidade de Pares de Imãs no Canla*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Ghassemi, M., Rezaeinezhad, H. & Shahidian, A., 2008. *Analytical Analysis of Flow in a Magnetohydrodynamic Pump (MHD)*. Victoria, 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology.
- Hartmann, J., 1937. Hg-Dynamics I - Theory of the laminar flow of an electrically conductive liquid in a homogeneous magnetic field.

- Hasan, M. I., Ali, A. J. F. & Tufah, R. S., 2017. Numerical study of the effect of channel geometry on the performance of Magnetohydrodynamic micro pump. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Volume 20, pp. 982-989.
- Ho, J.-H., 2007. Characteristic Study of MHD Pump with Channel in Rectangular Ducts. *Journal of Marine Science and Technology*, 15(4), pp. 315-321.
- Homsy, A. et al., 2005. A High Current Density DC Magnetohydrodynamic (MHD) Micropump. *Lab Chip*, Volume 5, pp. 466-471.
- Hughes, M., Pericleous, K. A. & Cross, M., 1995. The numerical modelling of DC electromagnetic pump and brake flow. *Applied Mathematical Modelling*, 19(12), pp. 713-723.
- Ito, K., Takahashi, T., Fujino, T. & Ishikawa, M., 2014. Influences of Channel Size and Operating Conditions of Fluid Behavior in a MHD Micro Pump for Micro Total Analysis System. *Journal of International Council on Electrical Engineering*, 4(3), pp. 220-226.
- Jang, J. & Lee, S. S., 2000. Theoretical and experimental study of MHD (magnetohydrodynamic) micropump. *Sensor and Actuators*, Volume 80, pp. 84-89.
- Kundu, P. K. & Cohen, I. M., 2001. *Fluid Mechanics*. 2nd ed. s.l.:Academic Press.
- Langtry, R. B., 2006. A Correlation-Based Transition Model using Local Variables for Unstructured Parallelized CFD codes. *Institut für Thermische Strömungsmaschinen und Maschinenlaboratorium Universität Stuttgart*, 31 Maio.
- Lemoff, A. V. & Lee, A. P., 2000. An AC Magnetohydrodynamic Micropump. *Sensors and Actuators B*, Volume 63, pp. 178-185.
- Lemoff, A. V. & Lee, A. P., 2003. An AC Magnetohydrodynamic Microfluidic Switch for Micro Total Analysis Systems. *Biomedical Microdevices*, Volume 5, pp. 55-60.
- Li, Q., Yu, M.-F., Zhang, X.-C. & Sun, H., 2018. Finite element analysis of effects of Joule heating, electro-osmosis and slip conditions on the performance of magnetohydrodynamics (MHD) micropumps. *AIP ADVANCES*, Volume 8.

- Liu, X., Kiyoshi, T. & Takeda, M., 2006. Simulation of a seawater MHD power generation system. *Cryogenics*, Volume 46, pp. 362-366.
- Lu, B., Xu, L. & Zhang, X., 2013. Three-dimensional MHD simulations of the electromagnetic flowmeter for laminar and turbulent flows. *Flow Measurement and Instrumentation*, Volume 33, pp. 239-243.
- Martynovich, I., Avdeev, A. & Drobotov, A., 2018. *Magnetohydrodynamic Pump Work Simulation*. s.l., s.n.
- Marzougui, H. & Lili, T., 2014. Evaluation of Reynolds stress MHD turbulence models using decaying homogeneous turbulence. *Comptes Rendus Physique*, Volume 15, pp. 509-516.
- Maurya, J. P., Yadav, S. L. & Singh, A. K., 2018. Magnetohydrodynamic transient flow in a circular cylinder. *International Journal of Dynamics and Control*, Volume 6, pp. 1477-1483.
- Maxwell, J. C., 1861. On Physical Lines of Force. *Philosophical Magazine Series 4*, 21(139).
- Meng, Z. et al., 2018. A K-Epsilon RANS turbulence model for incompressible MHD flow at high Hartmann number in fusion liquid metal blankets. *International Journal of Energy Research*, Volume 42, pp. 314-320.
- Menter, F. R., 1994. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*, 32(8), pp. 1598-1605.
- Moreau, R., 1990. *Fluid Mechanics and Its Applications - Volume 3: Magnetohydrodynamics*. France: Springer Science + Business Media Dordrecht.
- Muller, U. & Buhler, L., 2001. *Magnetofluidodynamics in Channels and Containers*. 1 ed. s.l.:Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Nguyen, B. & Kassegne, S., 2008. High-current density DC magnetohydrodynamics micropump with bubble isolation and release system. *Microfluid Nanofluid*, Volume 5, pp. 383-393.

NIST - National Institute of Standards and Technology, 2019. CODATA Recommended values of the fundamental physical constants.

Patel, V. D., 2007. *Electroosmosis and thermal effects in magnetohydrodynamics (MHD) micropumps using 3D MHD equations*. s.l.:A Thesis Presented to the Faculty of San Diego State University.

Pengyu, I. et al., 2016. Investigation of MHD power generation with supersonic non-equilibrium RF discharge. *Chinese Journal of Aeronautics*, 29(4), pp. 855-862.

Peng, Y. & Zhao, L.-z., 2008. Experimental Study on Alternating Magnetic Field Magnetohydrodynamic Pump. *Journal of Hydrodynamics*, 20(5), pp. 591-595.

Pope, S. B., 2000. *Turbulent Flows*. 1 ed. s.l.:Cambridge University Press.

Ramos, J. I. & Winovich, N. S., 1990. Finite Difference And Finite Element Methods For Mhd Channel Flows. *International Journal For Numerical Methods In Fluids*, Volume 11, pp. 907-934.

Ritchie, R. W., 1832. Experimental Researches in Voltaic Electricity and Electro-Magnetism. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Volume 122.

Roman, C. R., 2014. *Study of the electromagnetic pumping systems of molten metals and molten salts*. Grenoble: Université de Grenoble.

Sarris, I. E., Kassinos, S., Knaepen, B. & Carati, D., 2006. Large-eddy simulations of the turbulent Hartmann flow close to the transitional regime. *Center for Turbulence Research Proceedings of the Summer Program 2006*, pp. 387-397.

Shih, T.-H. et al., 1995. A new k- ϵ eddy viscosity model for high Reynolds number turbulent flows. *Computers & Fluids*, 24(3), pp. 227-238.

Smolentsev, S. et al., 2002. Application of the ‘‘K- ϵ ’’ model to open channel flows in a magnetic field. *International Journal of Engineering Science*, Volume 40, pp. 693-711.

Verissimo, G. L. et al., 2018. *Three-Dimensional Numerical Simulations of Helicoidal MHD Pumps*. Beijing, Proceedings of the 16th International Heat Transfer Conference.

- Votyakov, E. V. & Zienicke, E. A., 2007. Numerical study of liquid metal flow in a rectangular duct under the influence of a heterogenous magnetic field. *Fluid Dynamics and Materials Processing*, 3(2), pp. 97-114.
- Wang, P. & Anderko, A., 2015. Revised Model for the Thermal Conductivity of Multicomponent Electrolyte Solutions and Seawater. *International Journal of Thermophysics volume*, Volume 36, p. 5–24.
- Wilcox, D. C., 1994. *Turbulence Modelling for CFD*. California: DCW Industries.
- Yakhot, V. & Orszag, S. A., 1992. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 4(1510).
- Zhang, X., Mao, J. & Yu, L., 2017. A New $k-\omega$ Model for Magnetohydrodynamic Turbulent Duct Flow. *Applied Mechanics and Material*, Volume 865, pp. 253-256.
- Zhao, G., Jian, Y., Chang, L. & Buren, M., 2015. Magnetohydrodynamic flow of generalized Maxwell fluids in a rectangular micropump under an AC electric field. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Volume 387, pp. 111-117.
- Zhong, J., Yi, M. & Bau, H. H., 2002. Magneto Hydrodynamic (MHD) Pump Fabricated with Ceramic Tapes. *Sensor and Actuators A*, Volume 96, pp. 59-66.