UFRJ

Universidade Federal do Rio de Janeiro

Instituto de Filosofia e Ciências Sociais

Departamento de Filosofia

Max Paulo P. B da Silveira

Fronteiras do Pensamento:
Lógica e Linguagem na Crise dos sistemas formais.

Monografia

Rio de Janeiro, 2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
INSTITUTO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS SOCIAIS
DEPARTAMENTO DE FILOSOFIA

MAX PAULO PRADO BEZERRA DA SILVEIRA

FRONTEIRAS DO PENSAMENTO:
LÓGICA E LINGUAGEM NA CRISE DOS SISTEMAS FORMAIS

Rio de Janeiro

2022

FRONTEIRAS DO PENSAMENTO:
LÓGICA E LINGUAGEM NA CRISE DOS SISTEMAS FORMAIS

Max Paulo Prado Bezerra da Silveira

Trabalho Monográfico apresentado ao Departamento de Filosofia do Instituto de Filosofia e Ciências sociais da Universidade federal do Rio de Janeiro para obtenção do título de bacharelado em Filosofia.
Orientador: Jean-Pierre Cardoso Caron

Rio de Janeiro
2022

Nota: 9,5

Jean-Pierre Cardoso Caron (Orientador)

Nota : 9.0

Gabriel Tupinambá (IOE)

Nota : 10,0

Fernando Fragozo (UFRJ)

Agradecimentos:

Gostaria de agradecer ao meu orientador Jean-Pierre Cardoso Caron que dispôs de seu tempo para acompanhar e orientar o desenvolvimento deste trabalho. Sem sua paciência e seus apontamentos bibliográficos que enriqueceram a escrita, este trabalho não teria sido possível.

Gostaria de agradecer aos professores Fernando Fragoso e Gabriel Tupinambá por aceitarem o convite para compor a banca avaliativa de Monografia e por dispôr de parte de seu tempo para se dedicar a leitura do material.

Agradeço também, aos funcionários do Departamento de Filosofia, sempre atenciosos com meus

requerimentos.
Agradeço ao Instituto de Filosofia e Ciências Sociais da UFRJ, instituição que fez parte da minha formação e do qual guardarei sempre boas recordações de minha vida acadêmica.
Não posso deixar de agradecer a minha família, sobretudo minha mãe Heloiza e e meu filho Pedro Caetano, cuja simples existência me coloca todos os dias o desafio de ser pai e de ser mais do que sou.

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é apresentar os elementos que caracterizam o que ficou consagrado na história da filosofia da matemática como crise do formalismo. Partindo de seus desdobramentos na linguagem e na lógica será demonstrado o papel que o fenômeno do paradoxo desempenha no mapeamento de pontos de inconsistências nos sistemas formais. Como exemplo é feita uma exposição de três momentos em que a matemática, enquanto pensamento formal, se viu confrontada com o problema de sua consistência. Por fim serão apresentadas quatro diferentes orientações de pensamento que se apresentam quando este se vê envolto com seus próprios limites.

Palavras-chave: - Filosofia – Matemática – Linguagem – Formalismo – Infinito – Paradoxo

Abstract

The objective of the present work is to present the elements that characterize what became enshrined in the history of the philosophy of mathematics as a crisis of formalism. Starting from its developments in language and logic, the role that the phenomenon of paradox plays in mapping points of inconsistencies in formal systems will be demonstrated. As an example, an exposition is made of three moments in which mathematics, as a formal thought, was confronted with the problem of its consistency. Finally, four different orientations of thought will be presented when it is involved with its own limits.

Palavras-chave: - Philosophy – Mathematics – Language – Formalism – Infinity – Paradox

Índice

Introdução:

'Crise' é uma palavra que perpassa os acontecimentos históricos desde que o capitalismo se consolidou como sistema internacional de trocas. É ponto comum na crítica da economia política pensar na crise como momento em que o capitalismo se reinventa, o que seria dizer que o capitalismo sobrevive das crises e portanto se reinventa e vigora sempre em seu próprio limite. Quanto ao pensamento não se pode dizer o mesmo já que, nem sempre as crises foram tratadas pelo pensamento como oportunidade de se estabelecer novos limites e transcender os anteriores, pois o que se fala da modernidade e suas pretensões universalizantes é que ela se revelou um fracasso histórico cujo desafio posto para o pensamento na contemporaneidade se restringe a estabelecer um balanço crítico destes limites.

Hoje, é lugar comum no pensamento sobre a modernidade, o estabelecimento de uma crítica em torno de suas conquistas, tratadas na maioria das vezes como uma ilusão totalitária que empreende uma progressiva objetificação do mundo cuja maior expressão é a morte produzida em larga escala e a iminente catástrofe ambiental que põe em risco a própria existência. As filosofias que se produziram à partir destas premissas são por vezes designadas como filosofias da pós-modernidade ou simplesmente pós-moderno.

Aparte ao debate sobre o que é pós-modernidade, essas filosofias em geral tem como lugar comum, a ideia de que a reação a este cenário se dá pela busca de uma virada ou retorno aos laços e vínculos essenciais com o planeta a partir da linguagem. Graças a sua plasticidade e capacidade de tensionar os significados ao seu limite a linguagem é tomada como principal ferramenta de acesso a um tipo de essência que , embora perdida ante a objetificação empreendida pela metafísica, seria capaz de restabelecer os vínculos com a Terra. Deste modo, no uso que essas filosofia fazem da linguagem e sua capacidade de empreender uma operação desobjetivante do mundo, fez proliferar a ideia de pensamentos líquidos, filosofias úmidas, e o rechaço a qualquer pretensão de formalização.

Por outro lado, a falta que constitui esses objetos úmidos do qual tratam essas filosofias, já era documentada tanto pela matemática quanto pela lógica durante uma sucessão de acontecimentos que contribuiu para uma imagem desfeita e inacabada dos sistemas formais sobretudo após as conquistas da matemática cantoriana e dos teoremas da incompletude de Kurt Gödel. Quando se acreditava faltar somente poucos cálculos para a completa formalização matemática da estrutura do universo, os impasses nestas formalizações colocavam a consistência dos sistemas formais sob suspeição evidenciando seus limites.

Este trabalho propõe uma abordagem dos limites do pensamento no contexto da crise dos sistemas formais que perpassou tanto a lógica quanto a linguagem. As consequências e o aprendizado desta crise abriu novos debates e maneiras de se abordar os limites do pensamento e demonstrar as possíveis consequências políticas que dele se pode depreender. A importância do tema, apesar de relativamente abstrato e circunscrito às metamatemáticas, é sobretudo política uma vez que diferentes posicionamentos relacionados à insuficiência ou não da lógica e por consequentemente da linguagem podem refletir na atitude do pensamento diante do mundo.

Para realizar esta tarefa foi feito um esforço em apresentar no primeiro capítulo a contextualização dos problemas que envolveram a crise dos sistemas formais a partir dos desenvolvimentos de Paul Livingston, em *Politics of Logic* (2012), e seu debate com as teses sobre o pensamento genérico defendida por Alain Badiou no contexto da crise. Primeiramente será apresentado o debate sobre os limites entre o Uno e o Mútiplo a fim de observar seus desdobramentos tanto na Lógica quanto na Linguagem, bem como sua repercussão na filosofia continental no século XX. Em seguida, será apresentado o fenômeno do Paradoxo-Limite e sua caracterização a partir dos paradoxos de Russell e da teoria dos conjuntos infinitos de Cantor para então descrever suas consequências.

No segundo capítulo, é feita uma exposição dos episódios em que a matemática se defrontou com os seus limites à partir das contribuições de Ernest Nagel e Paul Newman em 'A prova de Gödel'(2009) além das contribuições de Rudy Rucker em *Infinity and the mind* (2005). A problemática em torno dos axiomas da geometria de Euclides; os desenvolvimentos de Cantor relativos ao cálculo infinitesimal na teoria dos conjuntos infinitos; e as constatações dos teoremas da incompletude de Gödel. A parte final deste itinerário resgata as diferentes orientações de pensamento a cerca dos limites do pensamento, com destaque para o paradigma do Paradoxo-Crítico apresentado por Livingston e o paradigma genérico apresentado por Badiou em "*Breve tratado de ontología transitoria*" (2002).

1 - Os limites de representação totalidade

"Virada Linguística" ou "virada linguageira" para alguns são termos que designam um momento peculiar na história da filosofia que marca o protagonismo da linguagem e seu recurso poético como ferramenta de análise de problemas de ordem filosófica que envolvem a ontologia: campo de estudos que investiga a categoria do ser enquanto ser. Muitas vezes o campo de estudos da ontologia apresenta problemas de ordem abstrata que torna difícil pensar por onde começar. Portanto, neste trabalho podemos, como forma inicial de introduzir o problema, tentar compreender o que a composição do termo pode designar. Para começar o termo Virada possui, dentro de sua quantidade de definições explicitas em dicionários, algumas definições que se destacam para o campo de análise designado pela proposta deste trabalho.

A palavra "Virada" por si mesma não possui tantos significados: substantivo feminino, Virada significa viradela, reação de um competidor que começa perdendo e termina ganhando. Entretanto, considerando que esta palavra é derivada do verbo Virar, passamos a observação de suas significações e então encontramos o significados dentre os quais se destacam: Mudar de um lado para outro a direção ou a posição; pôr do avesso; voltar para a frente (o lado posterior); despejar; beber; dobrar; volver; voltar; fazer mudar de opinião, intenção ou partido; transformar; rebelar-se; passar-se para outro partido;dar voltas; reagir(em competição); e no uso popular: esforçar-se, dar um jeito. (Bueno, 1996).

Da própria pluralidade de significados podemos desdobrar possíveis perguntas: 1) Que lados estão envolvidos nessa história? Mudar de lado ou direção ou posição? 2) Pôr exatamente o quê, do avesso? Voltar o quê, para frente? 3) Reagir ou rebelar-se de quê? , 4) Que dobra é essa?

Para começar a refletir sobre essas questões é preciso pensar que se há lados envolvidos nessa história que se rebelam ou reagem fazendo voltar o avesso para frente, é preciso contextualizá-lo historicamente a fim de situar este 'voltar para frente' e 'pôr do avesso'; e por fim pensar que se de fato há uma reação, é preciso saber a quem ela se endereça e em que contexto histórico.

Tal contexto se dá nos desdobramentos finais do que ficou conhecido como a experiencia moderna do pensamento, momento histórico em que o homem de fato era posto no centro do universo à partir das conquistas e avanços da ciência moderna ao mesmo compasso em que se abria na política a possibilidade do homem como protagonista e sujeito da história.

O avesso desse lado teve em Heidegger um de seus maiores disseminadores, embora Nietzsche já houvesse exposto sua posição critica em relação à modernidade em "Além do bem e do mal" (2010). A pretensão do pensamento incondicionado assim como a permanente critica o Estado Moderno e sua pretensa missão civilizadora eram, para o próprio Nietzsche, sinônimo de domação da cultura.

De certa forma o diagnóstico que essa virada faz da experiencia moderna do pensamento filosófico até ali é o de um desdobramento do formalismo preconizado pela teoria platônica das ideias , que teria durante o período moderno assumido um voluntarismo totalizante que submete o entendimento da complexidade do mundo à forma objeto. Assim, tal qual um objeto, o mundo pode ser medido, mensurado e investigado de forma a produzir-se a totalidade de seu conhecimento. A crença no progresso da razão , do pensamento devidamente orientado , que viu no positivismo a última expressão desta crença contrasta com o que Heidegger chamava de esquecimento da diferença ontológica entre ser e ente a tal ponto de que esse mesmo esquecimento já foi esquecido. Diante desta crítica tratava-se de compor um retorno ao pensamento originário, anterior a metafísica de Platão na qual se verifica um pensamento não orientado ao objeto mas sim ao saber anunciado pelo dizer poético da linguagem. Neste contexto é possível compreender o porquê de um clamor pelo pensamento desorientado, um pensamento úmido na desconstrução empreendida por Derida, um pensamento líquido que ao contrário da rigidez objetal construída pelo pensamento moderno, fala de um objeto excluído de sua apresentação de maneira que de sua forma só podemos apreender sua condição evanescente.

1.1 - Os limites da linguagem e o problema do Uno e do Múltiplo

A linguagem está inserida no debate em torno dos limites do conhecível através do que Grahan Priest denomina, em "*Beyond the limits of Thought*", enquanto limites do expressável. Quanto a este ponto, cabe compreender o quê as investigações socráticas descritas por Platão teriam a contribuir com este campo de reflexão, nesse sentido as investigações socráticas que nos auxiliam neste percurso podem ser feitas a partir de diálogos que envolvem a presença de Crátilo.

Em dois momentos podemos destacar as conclusões preliminares a que chegam Sócrates e Crátilo quanto à linguagem e seus recursos na tarefa do conhecimento: No primeiro diálogo, um debate em torno da correção dos nomes cujo saldo é a reiteração da teoria das formas como método de investigação e no segundo, as interpelações de Teodoro no diálogo Teeteto onde se discorre sobre uma possível doutrina do fluxo construída à partir de Heráclito. Ambos os debates lançam contribuições para o que poderíamos chamar de apologia das formas no âmbito da discussão sobre os limites da linguagem.

Cumpre antes de caracterizar o debate entre Teodoro e Sócrates no Teeteto uma breve reconstituição do que a sabedoria heraclítica tem a dizer sobre a dimensão fluída do *logos* que reaparece nas filosofias da linguagem difundidas na Europa sob o que se convém denominar doutrina do fluxo.

Não vou me ater as definições de linguagem, mas o fato de que seja corrente nos manuais e dicionários de filosofia a definição de *Logos* como discurso nos ajuda a imaginar a possibilidade de se estabelecer uma relação entre *Logos* e linguagem. No entanto, se fosse de nosso atrevimento apostar em uma chave interpretativa para se compreender o que a linguagem significou para a filosofia contemporânea no apagar das luzes do século XX, essa aposta se apoiaria na ideia de que a busca por um pensamento desorientado, úmido, os diagnósticos de uma Modernidade líquida , a inconsistência e a fragilidade do real são ecos do pensamento heraclítico.

Parece haver relações possíveis entre *logos* e linguagem em que algumas referencias podem ajudar pelo menos pensar, sob que circunstâncias tal relação possa ser possível: a título de exemplo, vejamos o que diz a definição mais comum de *logos*.

> "O termo grego *logos*, significa literalmente discurso , e é com tal acepção que o encontramos em Heráclito de Éfeso. O logos enquanto discurso, entretanto
> , difere fundamentalmente do *mythos*, a narrativa de caráter poético que recorre aos deuses e ao mistério na descrição do real . O logos é fundamentalmente uma explicação
> em que razões são dadas. É nesse sentido que o discurso dos primeiros filósofos , que explica o real por meio de causas naturais , é um logos.(...)." (Marcondes p. 26 2000.)

Ao observar a definição mais corrente do *logos*, é preciso chamar a atenção para o fato de que o logos corresponde a um tipo específico de discurso que se fia em explicações que não estão submetidas à prerrogativa misteriosa da narrativa mitológica , mas que ainda sim é um discurso. Nesse caso é preciso nos perguntar que tipo de indicação a noção de discurso poderia nos fornecer. Deste modo encontra-se entre as definições de discurso como:

"(...) Do latim *discursus*: deslocamento de um lugar para outro Segmento contínuo de linguagem que contem mais de uma frase: conversas, narrativas, argumentos, falas (...)."(Blackburn)

A partir de tais apontamentos, por menos complexo que sejam nos permite depreender que: se o logos é um discurso em que razões são dadas e que o discurso é um segmento contínuo de linguagem que indica um deslocamento de um ponto a outro, então o logos é considerado um tipo de discurso, que por sua condição de discurso vigora na linguagem .

Vejamos alguns dos fragmentos que dão conta desta condição do discurso filosófico um tanto obscura que é o *Logos*:

> "**1** – Com o Logos, porém, que é sempre, os homens se comportam como quem não compreende tanto antes como depois de já ter ouvido. Com efeito, tudo vem a ser conforme e de acordo com este Logos e, não obstante eles parecem sem experiência nas experiências com palavras e obras, iguais às que levo a cabo, discernindo e dilucidando, segundo o vigor, o modo em que se conduz cada coisa. Aos outros homens, porém, lhes fica encoberto tanto o que fazem acordados, como se lhes volta a encobrir o que fazem durante o sono.
>
> **10** - Conjunções: completo e incompleto (convergente e divergente, concórdia e discórdia, e de todas as coisas, um e de um, todas as coisas).
>
> **31** – Tropos do fogo: primeiro, mar; do mar, a metade terra, a metade vento ardente. O mar se estica de ponta a ponta e encontra sua medida de acordo com o mesmo Logos que era o primeiro.
>
> **45** - Não encontraria a caminho os limites da vida mesmo quem percorresse todos os caminhos, tão profundo é o Logos que possui.
>
> **50**- Auscultando não a mim mas ao Logos, é sabido concordar que tudo é um." (Heráclito, p. 59, 61, 67, 71. 1991)

De fato alguns dos fragmentos de Heráclito que tematizam sobre o que seria o *Logos* dão conta de um tipo específico de discurso que não só afirma seu caráter essencial na condição de razões que já estão postas mas também de uma certa profundidade que estaria para além da multiplicidade de elementos que permeiam a experiência cotidiana. Os fragmentos 10 e 31 não mencionam o Logos mas estão relacionados a ideia de Logos consagrada pela tradição da história da filosofia que interpreta nos fragmentos da mesma natureza, a ideia de um certo movimento de contrários que se verificam na unidade. Já no fragmento 50 a citação do *logos* é explicita em dizer que tudo é Um, o que pode se confirmar pela própria descrição introdutória do pensamento heraclítico feita por Danilo Marcondes:

> "Heráclito de Éfeso, embora um dos pré-socráticos de quem mais chegaram fragmentos até nós, era conhecido já na Antiguidade como 'o Obscuro', devido à dificuldade de interpretação de seu pensamento. Pode ser considerado, juntamente com os atomistas, como principal representante do mobilismo, isto é, da concepção segundo a qual a realidade natural se caracteriza pelo movimento, todas as coisas estando em fluxo. (…) A noção de *logos* desempenha papel central em seu pensamento, como principio unificador do real e elemento básico da racionalidade do

cosmo. Segundo o famoso fragmento 50, 'Dando ouvidos não a mim mas ao *logos* , é sábio concordar que todas as coisas são uma única coisa'. Assim, tudo é movimento, tudo está em fluxo, mas a realidade possui uma unidade básica, uma unidade na pluralidade. Esta 'Unidade na pluralidade' pode ser entendida também como uma Unidade dos opostos." (Marcondes, p. 35, 2000)

Como se pode perceber, com a concepção de que há uma Unidade de opostos o pensamento de Heráclito transmite a ideia de que é possível extrair uma unidade da multiplicidade, e que o logos seria um discurso desvinculado da narrativa mitológica uma vez que se trata de um tipo de discurso em que razões estão dadas. Entretanto há uma dimensão do *logos* e do pensamento heraclítico que não se verifica exatamente nos termos de um discurso desvinculado da narrativa do mito. Alain Badiou, por exemplo demonstra como à pesar do *logos* ser consagrado pela história como uma das características do pensamento filosófico ele ainda sim não está desvinculado do mundo dos deuses, traço este que demarca uma separação do discurso mitológico para o discurso filosófico. Nesse sentido mesmo o pensamento heraclítico não seria, ainda, reconhecível como filosófico:

"Comecemos lembrando que, para Heidegger, há uma indistinção original entre os dois termos. Na consignação pré-socrática (envoi) do pensamento, que é também a consignação destinatária do ser, o logos é poético enquanto tal. É o poema que guarda o pensamento, como nos mostra o Poema de Parmênides e as máximas de Heráclito. (…) Acho que não somos, que ainda não somos, na filosofia. Pois qualquer verdade que aceite uma posição de dependência em relação à narrativa e à revelação ainda está presa ao mistério, enquanto a filosofia só existe pelo desejo de derrubar o véu do mistério"(Badiou, p36, 2008)[1].

A pesar desta curiosa digressão sobre a possível relação que haveriam entre a dimensão mística do *logos* em Heráclito e o discurso, é possível notar que outros fragmentos ajudam a confirmar esta perspectiva e como veremos vão influenciar algumas discussões sobre a linguagem que serão tratadas pela filosofia de Platão, quanto a transitoriedade e a doutrina do mobilismo também chamada de doutrina do fluxo:

14- (Para quem profetiza Heráclito?): para os errantes, noturnos, os magos, os bacantes, as mênades, os mistas. (…) É sem piedade que se iniciam nos mistérios em voga entre os homens.

49ª – No mesmo rio entramos e não entramos; somos e não somos.

91- Não se pode entrar duas vezes no mesmo rio.

1Let us start by recalling that, for Heidegger, there is an original indistinction between the two terms. Inthe pre-socratic consignment (*envoi*) of thought, which is also the destinal consignment of being, the *logos* is poetic as such. It is the poem that stands in guard for thought, as shown us in Parmenides's *Poem*, and in Heraclitus's maxims. (…) I think, that we are not, that we are not yet, in philosophy. For any truth that accepts a position of dependency with regard to narrative and revelation is still gripped by mystery, whereas philosophy only exists trough its desire to tear down mystery's veil .

119- a morada do homem, o extraordinário (Heráclito p. 61, 71, 83, 91, 1991)

Este conjunto de fragmentos de Heráclito de alguma forma nos indica um tipo de pensamento que se preocupa com o transitório e o efêmero. O dilema expresso no fragmento 49a sobre o ser e o não-ser, assim como a potência imagética do fluxo do rio em 91, constitui indicio de um pensamento comprometido com um certo tipo de objeto que se retira da compreensão a todo momento, dado o seu caráter transitório, ou seja, algo que está entre o ser e o não-ser das coisas. Esta perspectiva situa tais fragmentos em um grupo de pensamentos que teorizam sobre seus próprios limites.

Entretanto há um certo giro quanto aos fragmentos que abordam o *Logos*, sobretudo a respeito do sentido único que se pode depreender do transitório. Frente a dilapidação de certezas que esta condição impõe, o fragmento 50 afirma a condição de 'Todo' do *Logos* de maneira que é esta condição que o qualifica como o 'Uno'. Assim temos a expansão dos limites que compreendem o *Logos* e então, o que poderia parecer um encaminhamento mais formalizante logo se perde, pois em 45, percebe-se que é justamente na magnitude deste limite que se encontra o que está além da compreensão e a transitoriedade. Isso significa que há aquilo que o pensamento toca e é correspondente ao ordinário e há o que o pensamento não toca compreendido no extraordinário pois uma vez que não se pode compreender o incompreensível pelas ferramentas ordinárias de compreensão, é preciso que o contato com o extraordinário se dê por seus próprios meios. Essa deixa, pode ser identificada nos fragmentos 119 e 14 e termina por identificar um dispositivo mistico que o pensamento heraclítico sobre os limites propõe. A transcendência é neste contexto distinta da consagrada teoria das formas de Platão não por uma simples diferença cronológica que separa ambos os pensamentos mas antes por se declarar fiel a um registro mistico do pensamento combinado aos temas da natureza, característica que já não se apresenta na tradição filosófica do pensamento de Platão.

É claro que as discussões e desdobramentos sobre este tema não se limitam a estes termos por aqui enumerados. Priest mesmo enuncia duas versões possíveis sobre este tipo de doutrina do fluxo: uma versão denominada fraca e outra forte:

> "Heráclito sustenta, […] , que tudo está em estado de mudança ou fluxo. O que exatamente, ele quis dizer com isso é um tanto discutível, mas podemos distinguir uma interpretação mais fraca e mais forte. […] A interpretação mais fraca é simplesmente que tudo está mudando em seu próprio sentido.. Uma interpretação mais forte é que tudo está perdendo todas as suas propriedades. Por fim, se tudo está mudando, então o fato de que x é **P** está mudando" (Priest, 12, 1995).

Um curioso exemplo utilizado por Priest para ilustrar estas versões pode ser evocado aqui para fins didáticos: Tomemos a Austrália, este país de proporções continentais, que segundo os geólogos está em um progressivo processo de deslocamento para o sul. Isso significa que a cada dia ela se desloca em alguma medida mesmo que pequena. Levando-se em conta a distância do tempo geológico, faz sentido afirmar que a Austrália estará mais ao sul em um futuro distante. Entretanto sabemos que a Austrália está hoje onde se encontra e estará amanhã onde ela permanece hoje.

1.1.2 - Crátilo: da unidade do sentido à correção dos nomes.

Por sua vez no diálogo *Crátilo* (sobre a correção dos nomes), nota-se que mesmo às palavras não se pode atribuir uma correção natural segundo a qual as palavras designam o ente por qualquer tipo de atributo inato, uma vez que mesmo elas se alteram com o passar dos tempos e gerações.
No *Teeteto,* Crátilo é quem defende a posição da transitoriedade no debate quanto a estabilidade do sentido diante de Sócrates, e à ingrata tarefa de defesa desta tese cabe a Teodoro.

> **Sócrates**: … você diz que todas as coisas mudam e fluem, não é?
> **Teodoro**: Sim.
> **Sócrates**: Nos sentidos de mudança que distinguimos; tanto em movimento quanto se alterando?
> **Teodoro**: Sim, com certeza, eles devem, se estiverem mudando completamente.
> **Sócrates**: Pois bem, se as coisas estão somente se movendo, e não estão se alterando, estamos aptos a dizer, com certeza, que as coisas que estão se movendo de um cero modo ou de outro. Correto?
> **Teodoro**; Sim.
> **Sócrates**: Portanto se nem isso permanece constante, que a coisa branca que flui, flui branco, mas muda, então há um fluxo em tudo que é branco e muda para outra cor de modo a não permanecer constante com esse respeito – assim sendo , é possível se referir a qualquer cor nesses termos já que supomos estar falando delas corretamente?
> **Teodoro**: Como poderíamos Sócrates? Na verdade, como poderia ser possível fazê-lo com qualquer coisa deste tipo se está a todo momento se evadindo enquanto nos falamos, já que estão em um fluxo?
> **Sócrates**: E o que devemos dizer à respeito da percepção de qualquer coisa dada, por exemplo o que se vê, ou se ouve? Devemos dizer que nunca permanecem constantes, nomeadamente, o que se vê e o que se ouve?
> **Teodoro**: Não, não devemos, já que tudo muda.
> **Sócrates**: Então não devemos falar de nada como no caso do que se vê ou como no caso de qualquer outra percepção já que tudo está em constante mudança em todos os sentidos.
> Teodoro: Não. (Platão *in* Priest, p. 13 , 1995)

Como podemos observar o próprio argumento de Crátilo defendido por Teodoro nos condena ao silêncio absoluto, já que se torna impossível falar da verdade, uma vez que tudo está constante estado de mudança. Se mesmo as cores [no caso o branco] estaria perdendo suas propriedades, nunca conseguimos falar da coisa em si, o que coloca qualquer discurso sobre a verdade em um terreno de absoluta relatividade. Partindo do princípio de que tudo muda e está constante mente assumindo outra forma, se tornaria mesmo impossível dar nome às coisas. Isso situa a questão entre os limites do que é dizível e indizível, expressável e não expressável, pois se neste caso seria mesmo impossível dar nome as coisas, significa que mesmo a linguagem não poderia se arriscar a dizer algo sobre o que nos cerca o que gera em si uma contradição, pois se nada do que se diz ou se nomeia pode ser expresso mesmo na linguagem, mesmo os argumentos do próprio Crátilo não poderiam ser considerados como válidos.

O problema da unidade na multiplicidade subjaz o problema do infinito no contexto da história da filosofia. Já na antiguidade a própria dimensão do *cosmo* como aquilo que dá origem ou o que compreende o todo, foi abordado na forma de um Uno onde está incluído o todo. Platão por exemplo concebe sua teoria transcendental das ideias enquanto 'forma' de onde se constitui os objetos que nos cercam. Não só no clássico mito da caverna ela está presente mas também no transcorrer do diálogo Crátilo , onde a se debate sobre a correção dos nomes.

> "**Hermógenes**: Crátilo aqui presente, Sócrates afirma que existe uma correção do nome concebida por natureza para cada um dos seres, e que um nome não é isso que alguns, tendo convencionado chamar, chamam, ao pronunciar uma parte de sua voz; mas que existe [b] uma correção natural dos nomes, a mesma para todos, tanto os gregos quanto aos bárbaros. (…) Pois parece-me que se um nome qualquer é atribuído a algo, este é o correto; e, em seguida, se for mudado por outro, e não chamar mais aquele, o último não é menos correto do que o primeiro; assim como nós mudamos os nomes de nossos escravos, em nada o que foi mudado é menos correto que o colocado primeiro; pois nenhum nome foi concebido por natureza para coisa alguma, mas por costume e por uso dos que empregam e estabelecem seu uso."(Platão)

Embora o debate no *Crátilo* gire em torno das teses do convencionalismo, defendida por Hermógenes segundo a qual a correção dos nomes se daria pelo uso costumeiro da linguagem, e a tese do naturalismo defendida por Crátilo, que afirma a ideia de que haveria uma espécie de lei natural segundo a qual os nomes devem ser corrigidos, Sócrates empreende uma investigação sobre os dois argumentos no sentido de ambas as teorias não serem as melhores como critério de correção dos nomes. Ele aceita em parte a ideia de natureza, mas não no sentido imanente mas no sentido transcendente:

> "**Sócrates**: Assim, o trabalho do carpinteiro será fazer um lema, com a supervisão do piloto, se há de ser belo o lema.
> **Hermógenes**: Parece
> Sócrates: E o do legislador, é provável, será fazer o nome, tendo por supervisor o homem dialético, se há de atribuir bem os nomes?
> **Hermógenes**: É isso.

> **Sócrates**: Assim, Hermógenes, a atribuição do nome corre o risco de não ser algo insignificante como tu supões, nem de homens desprezíveis nem de quem calha. E Crátilo diz coisas verdadeiras [e] ao afirmar que os nomes são naturais às coisas, e que nem todos os homens são artesãos de nomes, salvo aquele que contempla o nome que é por natureza para cada coisa, e é capaz de colocar a sua forma em letras e sílabas."(Platão p.91)

No diálogo é dito que a correção dos nomes não é feita a partir daquele que é bom conhecedor da lei mas sim daquele que é o usuário dos nomes, de igual maneira um ferreiro que confecciona uma lança só é capaz de fazer a melhor lança diante da supervisão de um lanceiro, um lutier de igual forma só confecciona a melhor citara sob a supervisão do citarista. Nesse momento o diálogo socrático prossegue em afirmar que se uma lança quebrada é encaminhada ao ferreiro para que se confeccione uma lança melhor, não cabe a ele olhar para a lança quebrada e sim desviar seu olhar para o que seria a melhor lança ou a lança ideal.

> "Assim, os artesãos, sejam de lançadeiras ou palavras, procuram necessariamente um conhecimento da forma (eidos) do que está fazendo, o que é comum a todas as instâncias apropriadamente feitas do tipo, e o que podemos de fato compreender, em virtude de esta adequação à tarefa, como sendo a própria coisa" (Livingston p 53, 2012) .

Deste modo não é o complexo aspecto múltiplo da imanência material daquilo que nos cerca a ditar a correção da lança mas antes o aspecto transcendental e universal da ideia é o que deve orientar a confecção da melhor lança, isto é, a lança ideal . Sob esta concepção ideal situa-se o formalismo presente na teoria de Platão, não à toa ela também conhecida por teoria das formas. Aqui temos a priorização do Universal em detrimento da multiplicidade imanente do particular de modo que a transcendência do Uno reside no registro atemporal da infinitude, característico do mundo das ideias.

1.1.3 - Reverberações na filosofia da linguagem continental

Apesar das advertências socráticas a respeito da posição heraclítica assumida por Hermógenes e Teodoro nos diálogos do Teeteto e do Crátilo, as inconsistências e reverberações da doutrina heraclítica do fluxo e do transitório não deixaram de influenciar o pensamento da filosofia da linguagem, sobretudo na filosofia continental contemporânea. A tradição francesa do estruturalismo inaugurada por Ferdinand de Saussure é um exemplo de como esta corrente de pensamento influenciou o pensamento continental nos campos da psicologia, antropologia e da própria linguística na busca de tentar conceber a linguagem como um sistema capaz de abranger a totalidade através de um complexo sistema de signos.

Na elaboração estruturalista de Saussure tem-se o signo como unidade básica da linguagem, entretanto a mencionada unidade não se dá em seu modo simples na medida em que ela também deve ser compreendida em sentido mais amplo em um sistema de significações. Nesse contexto o signo representa a unidade de duas dimensões que se complementam: uma dimensão sensível atrelada a imagem e som que correspondem ao significante, e outra dimensão não sensível e, portanto, não perceptível correspondente ao significado atrelado a ideia de 'conceito'.

> "(…) Embora o primeiro, o 'significante', seja 'sensorial', Saussure não concebe esta categoria como um objeto material. Ao invés disso, trata-se de uma impressão psicológica em nossos sentidos, por exemplo, as imagens ou impressões produzidas pelo som de uma palavra. O 'conceito' ou 'significado' é, por contraste, a ideia ou pensamento significado; não há o componente sensorial mas simplesmente o objeto psicológico do pensamento"(Livigston, p.200, 2012)[2].

Tanto um elemento quanto outro são decisivos para formar o que é denominado imagem estruturalista. Além disso, a correlação existente entre ambos será sempre arbitrária e por assim dizer natural. A questão é que um único significante pode possuir diversos significados: se tomarmos a palavra 'pedra' ela pode possuir outros significados tais como 'mineral' 'rocha' 'brita' e etc... " Isto é o suficiente, diz Saussure, para demonstrar que há, em geral, nenhuma conexão natural entre significantes e seus significados" (Livingston, 2012)[3]. Para Saussure as duas dimensões que compõe o signo correm em dois planos paralelos no discurso tal como dois lados de uma mesma moeda cuja conexão descontínua irrompe em discretos sinais. Deste modo, se não há uma conexão natural entre significante e significado, então esta conexão só poderia ser de natureza arbitrária cujos fundamentos estariam nos sistemas de valores culturais socialmente aceitos de modo que o indivíduo nada pode fazer para concertar a descontinuidade desta conexão.

> "A natureza arbitrária do signo explica… porque o fato social sozinho pode criar um sistema linguístico. A comunidade é necessária se os valores carregam por si mesmo sua própria existência no uso e na aceitação geral para sua configuração; por si mesmo o indivíduo é incapaz de corrigir um valor"(Saussure *in* Livingston p206, 2012)[4].

---

2 Although the first, the signifier, is "sensory," Saussure does not conceive it directly as a material object. Instead, it is a "psychological imprint" on our senses, for instance, the image or impression made by the sound of a word. The "concept" or "signified" is, by contrast, the idea or thought signified; it has no sensory component but is simply a "psychological" object of thought.

3 This is enough, Saussure argues, to show that there is, in general, no natural link between signifiers and their signifieds

Esta é a deixa para Saussure tomar a linguagem em sua totalidade como um sistema de puras diferenças. Se a conexão entre significante e significado só é estabelecida de forma arbitrária, então é na diferença entre ambos os elementos é que se encontra os termos que vão estabelecer esta conexão na totalidade da linguagem. Assim como tanto significante e significado possuem seus próprios valores, é na diferença entre esses valores e na forma como estes se relacionam com o restante da cadeia na estrutura da linguagem que se estabelece esta complexa conexão.

Esta concepção que se alicerça sobre a potência que a cadeia de valores representa na estrutura da linguagem como ferramenta de análise de sua totalidade vai influenciar diretamente os desenvolvimentos de outro estruturalista conhecido: Claude Lévi-Strauss.

De modo geral Lévi-Strauss aplica a noção de imagem da linguagem desenvolvida por Saussure para comprender os sistemas de parentescos e trocas no âmbito do comportamento humano na estrutura social da linguagem, trazendo assim os desenvolvimentos de Saussure para o campo da antropologia. Em relação a este aspecto, cabe destacar a relação existente entre significante e significado, onde o primeiro parece exercer um tipo de prevalência social sobre o segundo:

> "não se trata de traduzir um dado extrínseco em símbolos, mas de reduzir à sua natureza de sistema simbólico coisas que nunca saem desse sistema, exceto para cair diretamente na incomunicabilidade. Como a linguagem, o social é uma realidade autônoma (a mesma, aliás); símbolos são mais reais do que simbolizam, o significante precede e determina o significado" (Lévi-Strauss *in* Livingston, p.207, 2012)[5]

Esta citação de Lévi-Strauss a que Livingston recorre, demonstra a dimensão que o antropólogo francês emprega à análise estruturalista do social, pois é precisamente no social que ele localiza uma espécie de excesso que ocorre na disjunção entre o significante e o significado. Adotando a imagem estruturalista que Saussure emprega a totalidade da linguagem na forma de um sistema de signos, Lévi-Strauss percebe que esta relação natural e arbitrária entre as duas cadeias – a de significantes e significados – é marcada por elementos que corresponderiam a uma estrutura preexistente de linguagem anterior a estrutura de significação que orienta o significado:

4 The arbitrary nature of the sign explains … why the social fact alone can create a linguistic system. The community is necessary if values that owe their existence solely to usage and general acceptance are to be set up; by himself the individual is incapable of fixing a single value

5 … not a matter of translating an extrinsic given into symbols, but of reducing to their nature as a symbolic system things which never fall outside that system except to fall straight into incommunicability. Like language, the social is an autonomous reality (the same one, moreover); symbols are more real than what they symbolize, the signifier precedes and determines the signified

> "Em particular, como enfatiza Lévi-Strauss, a própria possibilidade do conhecimento humano depende da preexistência de um sistema total de significação possível, que deve ser pressuposto como uma espécie de dimensão latente da estrutura total anterior à descoberta específica de elementos no domínio. do significado" (Livingston, p.211, 2012).[6]

Isso significa que persevera nas sociedades uma situação fundamental correspondente a condição humana, que se vê dotada desde o início dotada de uma totalidade de significantes com os quais se procura compreender a totalidade que nos cerca antes mesmo de se investigar o significado como tal. Desta forma há sempre uma não equivalência entre um e outro de modo que o excesso desta profusão de significantes em relação aos significados emerge quando da tentativa do homem de se compreender o mundo, cuja compreensão em sua totalidade e complexidade só seria possível na esfera do divino. Nesse sentido, seria neste descompasso presente entre significante e significado que estaria a tarefa do etnólogo e dos linguistas em investigar o pensamento simbólico existente neste transbordamento.

Há certos significados que não tem uma definição especifica em uma vasta variedade de sociedades. Palavras como *mana*, *wakan* entre outras em geral são utilizadas quando há alguma falha na significação. Esses significantes são chamados de significantes flutuantes ou *floating signifiers*. Eles tem uma função operativa no pensamento simbólico diante da impossibilidade de significação. Mais especificamente, são reconhecidos como uma espécie de marca zero do valor simbólico e "Funcionam de forma suplementar de manifestação intra-sistemática de um permanente excesso significação que permite a linguagem simbólica começar a trabalhar na significação" (Livingston, 2012)[7]. Ela tem a função de preencher as lacunas que venham a existir entre o significante e o significado. Assim, a função operativa do significante flutuante reflete a totalidade simbólica que estaria ligada a totalidade da ordem social e ao sistema total de significação:

> "Para Lévi-Strauss, essa concepção do caráter do significante flutuante e sua capacidade de manifestar a totalidade da ordem simbólica está profundamente ligada, além disso, à estrutura do todo social, que deve ser apreendido como uma totalidade se for para ser entendido em tudo. Esta totalidade se correlaciona estritamente com o sistema total de significação e, ao compreendê-lo, inevitavelmente contamos com estruturas e formas de significado que nós mesmos compartilhamos profundamente. Em particular, ao investigar as pré-condições estruturais vinculadas da linguagem e da vida social, o antropólogo deve considerar "formas de

6 In particular, as Lévi-Strauss emphasizes, the very possibility of human knowledge depends on the preexistence of a total system of possible signification, which must be presupposed as a kind of latent dimension of total structure prior to the specific discovery of elements in the domain of the signified.

7 floating signifiers function as a kind of supplementary intra-systematic manifestation of the permanent excess of signification that allows symbolic language to be possible to begin with.

> atividade que são ao mesmo tempo nossas e outras: que são a condição de todas as formas de vida mental de todos os homens em todos os tempos(Livingston, p.212 , 2012)[8]"

Como se pode observar, alguns dos elementos observados na tradição do pensamento heraclítico, bem como certas temáticas discutidas por Platão em seus diálogos que tratam da temática da linguagem aparecem como reverberações na filosofia contemporânea continental sobretudo na figura de alguns dos importantes estruturalistas como Saussure e Lévi-Strauss. Nesse sentido observamos em ambos uma tematização do múltiplo e do Uno na disjunção existente entre significante e significado.

Em Saussure se identifica uma multiplicidade de significantes que tem a capacidade designar um único significado onde ambas as cadeias por mais que estejam ligadas à instância única do signo, não mantém entre si uma relação de continuidade sendo portanto mediada pela imposição totalidade da linguagem a partir do momento em que seu uso é capaz de estruturar seu próprio sistema linguístico amparado no fato social do costume. Já Lévi-Strauss que incorpora os elementos do estruturalismo de Saussure, tematiza a função operativa e o caráter obscuro que certas palavras designadas como significantes flutuantes podem desempenhar na tentativa de se conhecer a rede simbólica que estrutura a designação da realidade pela linguagem, conferindo a ela a primazia da totalidade.

Em cada um dos casos é possível identificar a tese do convencionalismo preconizado no debate entre Sócrates e Hermógenes no diálogo do Crátilo, assim como encontramos os elementos do mobilismo e da doutrina do fluxo que levada a cabo Teodoro do diálogo do Teeteto termina por nos condenar ao silêncio diante do transitório. Por sua vez, tanto o signo cuja composição se dá pelo binômio do significante/significado, assim como a concepção da linguagem como expressão da totalidade, demonstram a influência e alcance que as digressões de Heráclito sobre o *logos* – enquanto instância de Unidade na multiplicidade – sobre o seu papel na filosofia continental. Há ainda, a mesma presença obscura do pensamento heraclítico nas considerações de Levi-Strauss quando da tematização do significante flutuante e seu papel operativo em preencher as lacunas que emanam das relações entre significante e significado que conferem o caráter totalizante da linguagem.

Por tanto é nesses termos que pode-se verificar a prevalência de certos temas desenvolvidos séculos antes pela filosofia que de fato influenciam a filosofia sobre a linguagem e seu papel na

8 For Lévi-Strauss, this conception of the character of the floating signifier and its capacity to manifest the entirety of the symbolic order is deeply linked, moreover, to the structure of the social whole, which must itself be grasped as a totality if it is to be understood at all. This totality correlates strictly to the total system of signification, and in understanding it we inevitably reckon with structures and forms of meaning that we ourselves deeply share. In particular, in investigating the linked structural preconditions of language and social life, the anthropologist must consider "forms of activity which are both at once ours and other: which are the condition of all the forms of mental life of all men at all times."

compreensão do mundo, mas sobretudo na dinâmica de investigações a respeito das relações entre as categorias do Uno e do Múltiplo.

1.2 Paradoxos, antinomias e os limites entre a lógica e a linguagem.

Os limites relacionados ao Uno e o Múltiplo estavam ligados a um antigo problema ontológico que diz respeito a possibilidade se depreender ou se extrair a unidade da multiplicidade. Já na antiguidade a própria dimensão do *cosmo* como aquilo que dá origem ou o que compreende o todo, foi abordado na forma de um Uno onde está incluído o todo. Platão por exemplo concebe sua teoria transcendental das ideias enquanto 'forma' de onde se constitui os objetos que nos cercam.

Não é difícil imaginar como o pensamento cristão compreendido na escolástica fez uso da filosofia platônica no período medieval. O uno naquele caso é o lugar de Deus , a instância única de onde se origina o universo. Mas é somente após o renascimento e o advento das reflexões sobre a natureza e, mais tarde, da investigação empírica guiadas pelos axiomas da matemática, que iriam culminar séculos mais tarde em uma concepção da teoria das formas que desvincula seu aspecto transcendental do registro místico religioso.

Este salto alcança sua realização no século XIX quando o matemático George Cantor formula seu método de contabilização do infinito a partir da diagonalização dos elementos de conjuntos numéricos que seguindo seu critério de formalização cria, a partir de um conjunto infinito de elementos como o conjunto dos números naturais, novos conjuntos infinitos gerando um sistema de conjuntos organizados de forma hierárquica. Tal fato abre a possibilidade de se tematizar o problema transcendental do infinito sem a necessidade de se recorrer a dimensão misteriosa de uma experiencia religiosa e inefável. A Matemática conseguia finalmente pensar o infinito como um conjunto completo. Nas palavras de Livingston:

> "(...) O projeto de cantor, assim como o de Frege, baseia-se em uma implacável suposição dramática da formalização da linguagem e dos conceitos. Em particular , a teoria dos conjuntos de Cantor pressupõe que a unidade do conceito pode ser teorizado enquanto totalidade; onde é possível, em outras palavras , teorizar qualquer coisa agrupada juntamente por uma palavra ou conceito como um uno unificado. Isso tem consequências imediatas para a natureza e estrutura da matemática , que toca em um jeito profundo problemas filosóficos antigos . Em particular uma das mais conceituais e profundas implicações desta definição de um conjunto como um "muitos que pode ser pensado como um." é a teorização de Cantor da série infinita dos números naturais (1,2,3,...) enquanto compreendendo um conjunto singular 'completo'. Com este 'singular' passo teorético, Cantor põe em reverso milhares de anos de teoria sobre o infinito, derivando originalmente de Aristóteles , que sustentava que tais infinitos como a série de números naturais poderia ser concebido somente em termos de potenciais infinitos, nunca

> existindo como todos realmente completos. Além disso, ao demonstrar que é realmente possível pensar em conjuntos infinitos como completos, formalmente bem definidos como um todo, Cantor torna disponível a base para o conceito 'matemático do infinito para sempre desvinculado do tradicional conceito mistico religioso que trata o infinito como uma impensável transcendência , completamente além dos poderes do pensamento humano e da cognição." (Livingston, p. 77, 2012)[9]

Conforme Paul Livingston afirma em *Politics Of Logic* (2012) , as descobertas de Cantor sobre o infinito e seu método de diagonais com o objetivo de se encontrar os números que estejam fora de um conjunto de números naturais, contribui de forma ampla para um debate que assombra a filosofia desde Platão: o já mencionado dilema entre o Uno e o Múltiplo. Se um conjunto resulta de um critério ou regra de formalização, então a recombinação dos elementos deste conjunto a partir de novas formalizações derivam um outro conjunto que por sua vez produz um novo infinito abrindo caminho para o *insight* de que haveriam infinitos maiores que outros infinitos

Antes de Cantor , Gottlob Frege teria se notabilizado por uma revolução no pensamento buscando a partir lógica um modelo de linguagem segundo o qual se pudesse submeter o pensamento puramente abstrato ao rigor da matemática e que não dependesse do uso de intuições. Esse voluntarismo no uso logicista daria mais tarde origem ao nascimento do pensamento analítico onde o uso das intuições é deixado de lado em prol do rigor da razão matemática na análise de termos e proposições.

Dentre seus principais trabalhos onde se desenvolve tal empreitada estão: 'Função e Conceito'; 'Sobre o sentido e referência' e 'Sobre Conceito e Objeto'. De maneira geral nesses trabalhos o cerne da questão parte de uma revisão dos conceitos de Sujeito e Predicado em termos que são reelaborados nas formas Nomes e Expressões-Conceito respectivamente.

No caso do Sujeito, sua reelaboração enquanto Nome tem por finalidade ser compreendido de forma mais ampla do que a palavra pode ser trivialmente compreendida. Neste sentido, seu

9 Cantor's project, like Frege's, draws on a dramatic and unrelenting assumption of the formalizability of language and concepts. In particular, Cantor's theory of sets presupposes that the unity of the concept can be theorized as a totality: that it is possible, in other words, to theorize anything grouped together by a word or concept as a unified one. This has immediate consequences for the nature and structure of mathematics, which touch in a profound way on ancient philosophical problems as well. In particular, one of the most conceptually profound implications of his definition of the set as a "many which can be thought of as one" is Cantor's theorization of the infinite series of natural numbers (1, 2, 3, …) as comprising a single "completed" set. With this single, bold, theoretical step, Cantor reverses thousands of years of theory about the infinite, stemming originally from Aristotle, which had held that such infinities as the series of natural numbers could only be "potential" infinities, never existing as actually completed wholes.37 Moreover, by demonstrating that it is indeed possible to think of infinite sets as completed, formally well-defined wholes, Cantor provides the basis for the "mathematical" concept of the infinite to be forever disjoined from the traditional religious or mystical concept which treats the infinite as an unthinkable transcendence, completely beyond the powers of human thought or cognition.

entendimento deve se dar nos termos de um tipo de frase nominal configurando-se em um objeto gramatical excluindo-se os quantificadores como: algum; nenhum; e todo, de modo que essas frases nominais possam ser entendidas como nomes próprios ou mesmo como descrições definidas. Por outro lado, a Expressão-Conceito, dimensão utilizado por Frege para ressignificar a noção de Predicado, pode ser descrita naquilo que sobra quando se eliminam os Nomes:

> "Ao invés da categoria de predicado, Frege propõe a categoria de expressão-conceito. Uma expressão-conceito é o que resta quando nomes são deletados de uma sentença. Assim, em 'Oswald foi enquadrado pelo assassinato de Kennedy', 'Oswald' e 'o assassinato de Kennedy' são nomes e 'foi enquadrado pelo' é uma expressão-conceito"(Priest, p198, 1995).[10]

Outra distinção introduzida por Frege é a distinção entre conotação e denotação – uma distinção relacionada ao significado – em uma refecia explícita a distinção entre "o sentido de uma unidade linguística e seu referente (*ibid*, 1995)[11]. Assim, cada unidade linguística possui um sentido conotativo e denotativo, ou seja, sentido e referência respectivamente. Tanto nomes, quanto expressões-conceito são unidades linguisticas, e por isso possuem cada um sentido e referência assim como conotação e denotação. A denotação de um nome faz referência direta ao objeto, já no caso da expressão-conceito, ela designará o próprio conceito. Por sua vez a denotação de uma proposição é o que atribui um valor de verdade que só poderá ser verdadeiro ou falso. Assim "o sentido da unidade linguística é, de modo geral, o que determina qual o objeto/conceito/valor de verdade, é o correto refernte"(*ibid*, 1995).[12]

Como observado, à medida em que o sentido de uma unidade linguística pode identificar seu objeto, seu conceito e por fim, tornar possível o estabelecimento de um valor de verdade, Frege abre um precedente nas interlocuções entre a lógica e a linguagem que permitiria uma espécie de mapeamento entre ambas de modo que a possibilidade de se criar uma imagem especular da linguagem dentro da lógica pudesse ser capaz de afastar certas inconsistências verificadas na naquela. Isso tornaria possível estabelecer no âmbito de uma proposição, o seu pensamento expresso de modo objetivo.

Formalmente observando, tudo parece em ordem de acordo com a proposta formalizadora de Frege entretanto cabe perguntar: como essas aquisições se relacionam com o sentido de uma composição linguística na relação entre as partes e o todo de uma sentença gramatical ? E de maneira

10 Instead of the category ofpredicate, Frege proposes the category concept-expression.
A concept-expression is what is left when names are deleted from a sentence. Thus, in 'Oswald was framed for the murder of Kennedy', 'Oswald' and 'the murder of Kennedy' are names and 'was framed for' is a concept-expression.

11 the
sense (sinn), of a linguistic unit and its referent (bedeutung).

12 The sense of a lingustic unit is, in general, that which determines which object/concept/truth value is the correct referent.

mais fundamental, como todos esses elementos se articulam com a totalidade? Afinal, para que haja sentido em uma expressão ela precisa produzir da reunião de suas partes, uma unidade de sentido. Para responder a estas questões, é preciso ter em mente que "Frege pensava que, em geral, o referente de uma expressão era uma função dos referentes de suas partes, e o sentido de uma expressão era uma função dos sentidos de suas partes"(Priest, 1995)[13]. Nesses termos a função é representada na exata noção matemática de um operador, que por si só representa somente uma lacuna a qual precisa ser preenchida pelos argumentos ou valores, como qualquer expressão matemática exige.

Segundo Frege o conceito é uma função que assim como na matemática, tem o papel de mapeamento de um número a outro número e assim ela auxilia no mapeamento dos números ao seu valor de verdade, assim a função representaria o próprio conceito cuja complementação do sentido seria satisfeito pelos argumentos da função isto é, seus objetos que no caso de uma expressão matemática correspondem aos números.

> "O argumento não pertence a função, mas existe juntamente com a função para formar um todo completo; para a função por ela mesma deve ser compreendida como incompleta, necessitando de suplementação, ou 'insaturada'. E nisso respectivamente a função difere fundamentalmente dos números[i.e, objetos]"(Frege *in* Priest, p.194, 1995)[14]

Quanto a este ponto os limites que o projeto de Frege alcança podem ser verificados quando pensamos no próprio conceito como função afinal, se o conceito é pensado como função e a função por si só se constitui de um vazio, caso não haja o lançamento dos argumentos – ou variáveis numéricas no caso do jargão matemático – como poderíamos nos atrever a fazer digressões sobre conceitos? Levado à cabo de qualquer contextualização, o projeto de Frege o coloca sob risco de emudecer no tocante as própria conceitualizações e, como se sabe, muito do que se faz nas ciências e na própria filosofia é a elaboração de conceitos.

Para esticar o projeto ao seu limite, suponha-se ainda, à título de exemplo, a tentativa de elaborar um conceito de conceito. A situação só piora, pois seria necessário a atribuições de objetos, predicados ou nomes que pelo seu projeto filosófico são distintos do que seriam os conceitos. Adentra-se deste modo em uma estranha zona de discussão em que as categorias antes elaboradas começam a

13 Frege tthought that, by and large, the referent of an expression was a function of referents of its parts, and sense of an expression was a function of the senses of its parts.

14 The argument does not belong with the function, but goes together with the function to make up a complete whole; for the function by itself must be called incomplete, in need of supplementation or 'unsaturated'. And in this respect functions differ fundamentally from numbers [i.e, objects].

confundir-se umas com outras em um labirinto de indistinções e paradoxos que coloca em risco todo a sua empreitada formalizante.

1.2.1 – Paradoxos de Russell e o fracasso do projeto de Frege

Submetendo o pensamento abstrato a um sistema linguístico formal como a lógica, a tradição analítica inaugurada em Frege consegue em termos de analise proposicional identificar paradoxos e antinomias. Tais paradoxos seriam encarados como uma expressão dos limites da linguagem, ainda assim esse teria sido um passo importante na construção de um sistema formal que prestava consistência ao processo de analise de enunciados filosóficos em termos de proposições prescritas pela lógica formal. O golpe derradeiro do qual o projeto Fregeano – apesar de muito influente sobre as discussões da lógica no século XX – jamais viria se recuperar depois das elaborações dos paradoxos de Russell, cuja publicação evidenciava de forma decisiva os limites do voluntarismo de Frege.

Basicamente o paradoxo de Russell consiste em poder agrupar qualquer quantidade de elementos ou entidades sob um termo geral. Entretanto, esse modelo de agrupamento de entidades particulares sob um Universal ou nome geral também pode ser encontrada na linguagem em sua operação linguística de referencia. Nesse sentido, fica claro que o paradoxo tem grande importância no pensamento sobre a linguagem e a representação (Livingston, 2012).

Os paradoxos de Russell se defrontam diretamente com dois axiomas de Frege: o principio da compreensão universal e a lei básica do V. Segundo Paul Livingston, o principio de compreensão universal sustenta que para qualquer propriedade nomeável pela linguagem há um conjunto composto por todas e somente tais características desses elementos nomeáveis. Deste modo 'vermelho' constitui um conjunto com todas as entidades que possuem a característica 'vermelho'. Por sua vez o axioma da lei básica do V prescreve a existência de todos os conjuntos que contenham mais de cinco elementos.

Utilizando a teoria dos conjuntos para auxiliar na compreensão do esquema do paradoxo, tomemos o conjunto V como o conjunto de todos os conjuntos puros, ou seja, qualquer conjunto que possua quais quer elementos exceto conjuntos vazios. Por tanto, está se falando de um conjunto cujos elementos são outros conjuntos, logo são subconjuntos do conjunto V. Em teoria dos conjuntos há a possibilidade de se calcular o conjunto potência que nada mais é do que uma fórmula que permite contabilizar os subconjuntos contidos em um conjunto. Para um breve exemplo: imagine um determinado conjunto A={a, b}; logo seu conjunto potência seria P(A)={{}, {1}, {2},{1,2}}. O conjunto potência tem mais elementos do que o conjunto inicial, e a quantidade de subconjuntos contidos nele pode ser calculado elevando-se o número 2 a quantidade *n* de elementos contidos nele. Em nosso exemplo A possui 2 elementos, logo P(A) pode ser calculado pela fórmula 2^2.

Após este breve parêntesis, voltemos aos paradoxos de Russell: se o conjunto V é o conjunto composto por todos os conjuntos puros, o que dizer do conjunto potência de V: P(V)? Se o conjunto potência é um conjunto de subconjuntos e V já é um conjunto composto por conjuntos, então P(V) está contido em V configurando-se como elemento, por outro lado V enquanto subconjunto de P(V) não deixa de ser elemento de P(V)!

O problema desses axiomas definidos por Frege consiste segundo Russell na aparência de compreensão natural da totalidade uma vez que, adotados esses axiomas imediatamente emergem os paradoxos. O problema da autorreferencia é um deles, pois todo conjunto que inclui a si mesmo como elemento favorece o aparecimento dos paradoxos. Por esta razão, o que ficou conhecido como conjuntos de Russell se caracterizam por ser conjuntos restritos em que não são permitidos a inclusão de elementos que ao mesmo tempo possam se configurar como conjuntos.

> "Agora podemos perguntar se este conjunto é um membro de si mesmo. Se for um membro de si mesmo, então não é, e se não for um membro de si mesmo, então é. A suposição de um princípio de compreensão universal, em outras palavras, leva imediatamente a uma contradição aparentemente fatal para a coerência do sistema axiomático que o inclui." (Livingston p.85, 2012)[15]

Desta forma, a maneira como Russell analisa o tema dos paradoxos, deixa patente o quanto esse fenômeno pode colocar em jogo qualquer coerência sobre o sistema de pensamento que se permita fazer digressões sobre a totalidade. Nesse sentido, o que os paradoxos tem a ensinar é que talvez a totalidade seja pensável nos moldes de Frege ou Cantor mas jamais na sua forma atual, de modo que: o que é possível chamar de pensável é na verdade as bordas ou os limites do que se pode considerar uma totalidade atual.

> "Mas então podemos definir um elemento dessa totalidade, a saber, o pensamento das próprias fronteiras, que está tanto dentro quanto fora da totalidade, e isso resulta em contradição. Ainda mais fatalmente para os projetos da filosofia linguística no século XX, podemos considerar a própria linguagem como abrangendo a totalidade das proposições ou sentenças formuláveis." (Livingston p. 85, 2012)[16]

15 Now we may ask whether this set is a member of itself. If it is a member of itself, then it is not, an d if it is not a member of itself, then it is. The assumption of a universal comprehension principle, in other words, leads immediately to a contradiction apparently fatal to the coherence of the axiomati c system that includes it.

16 But then we can define an element of this totality, namely, the thought of the boundaries themselves, that is both inside and outside the totality, and contradiction results. Even more fatefully for the p

Um exemplo das formas como esses paradoxos aparecem está expresso no problema do cretence, preconizado por Epimênides, que consiste na afirmação de um cretence que diz serem todos os cretenses mentirosos. A circularidade de raciocínio presente nesse tipo de proposição deixa claro o problema da autorreferencia: "todos os cretenses são mentirosos". Como essa afirmação dita por um cretense poderia ser verdadeira? O problema da autorreferencia diz respeito a este ponto dos teoremas de Cantor sobre o infinito, como é possível um elemento estar e não estar ao mesmo tempo dentro de conjunto?

1.2.2 – Cantor e os limites da representação

Com relação a este aspecto, Russell deu prosseguimento a meditação aberta por Cantor a partir da relação entre os paradoxos e o infinito. Nesse sentido Russell percebe que os paradoxos dizem respeito ao problema da autorreferencia de um conjunto: enquanto um elemento é referenciado na linguagem como um conjunto, isto é, quando um particular é elevado a condição de universal o paradoxo aparece. Por mais que este grupo de paradoxos tenha ficado consagrado como paradoxos de Russell, os mesmos são derivados dos problemas que haviam sido confrontados por Cantor. "Essas contradições são agora chamadas de paradoxo de Cantor. Cantor na verdade o descobriu ainda que ele nunca o tenha publicado oficialmente" (Priest, 1995).[17] O que talvez possa ter feito com que ficassem consagrados como paradoxos de Russell foi a publicidade que este deu ao fenômeno formalizando-os à partir de uma transposição desses para a teoria dos conjuntos no século XX:

> "O paradoxo do infinito absoluto (…) foi apenas a vanguarda de um numero de paradoxos que surgiram na teoria dos conjuntos na virada do século. Ninguém os investigou tão profundamente quanto Bertrand Russell, (…) ele encontrou a chave que mantém unida a família dos paradoxos"(*ibid*, p.141, 1995).[18]

O paradoxo do infinito absoluto está inserido nas discussões de Cantor sobre a relação entre o infinito e os limites. Uma forma de se inserir nesta discussão passa pela compreensão de uma de suas

rojects of linguistic philosophy in the twentieth century, we may take language itself to comprise the totality of propositions or formulable sentences.

17 This contradiction is now called 'Cantor's paradox'. Cantor did, indeed, discover it, though he never published it officially.

18The paradoxes of absolute infinity (…) were but the leading edge of a number of paradoxes that turned up in set-theory at the turn of the century. No one investigated these more thoroughly than Bertrand Russell, (…) he found the key that holds the family of paradoxes together inovações neste campo de discussão que é a noção dos números transfinitos que podem ser estabelecidos sobre uma sequência de números organizada de forma ordinal. Cantor compreendia que em uma sequência como estas, os números ordinais obedecem a um tipo de geratriz que é indexado aos números que forma o número seguinte da sequência numérica. Isto serve tanto para sequências finitas quanto para sequências infinitas. Assim, teríamos algo como 0, 1, 2, 3, … ω onde ω é a representação do "index de uma operação realizada imediatamente após as operações 0, 1, 2, etc." (*ibid* , 1995)[19]. Conforme se sabe que o infinito é por definição infindo, então faz sentido pensar que em uma sequência infinita não há o último membro que seja o sucessor de todos os antecessores, e assim pensou Cantor conforme destaca Priest: "Cantor pensou que é perfeitamente de bom senso considerar uma sequência como esta, exceto que haveria um último membro sucedendo todos estes 0, 1, 2, 3, … ω" (*ibid*, 1995)[20].

A chave interpretativa para se compreender a noção de transfinito, está em dois postulados cantorianos que estão associados ao mecanismo de geração dos números ordinais. Como é possível perceber, há uma espécie de lei de limitação da sequência em questão e uma lei que prescreve a geração de um sucessor imediato. Supondo que α corresponda a um ordinal temos nos dois postulados que:

> "(1) se α é um número ordinal então há um próximo número α + 1 que é o sucessor imediato de α.
> (2) se qualquer sucessão definida de números [ordinais]… definidos existe, para o qual não há o maior, então um novo número é criado … o qual é pensado como o limite desses números, i.e., é definido como o próximo número maior do que todos eles.
> O princípio (2) é aplicado conferir *limite dos ordinais*: ω, 2ω, 3ω, ω^2, etc.; o princípio (1) para dar os outros, *ordinais sucessores*, i.e., coisas da forma α + 1" (*ibid* , p.127, 1995).[21]

Uma espécie de truque pode ser utilizado para organizar esta sequência de numerais em forma de conjuntos de maneira que o último número descoberto da sequência dá nome ao conjunto cujos elementos são os números antecessores da sequência. A título de exemplo, uma sequência como 0, 1, 2, 3, 4 poderia ser organizada em uma ordem hierárquica e ordinal de conjuntos onde o conjunto 2 seria

---

19 (…) the index of an operation that is performed immediately after operations 0, 1, 2, etc.

20 Cantor realised that makes perfectly good sense to consider a sequence which is like this sequence, except that it has a last member succeding all these: 0, 1, 2, 3, … ω

21 (1) if α is an ordinal number then there is a next number α + 1 which is the immediate successor of α.
(2) if any definite succession of defined … [ordinal] numbers exists, for which there is no largest, than a new number is created … which is thought of as the *limit* of those numbers, i.e., it is defined as the next number larger than all of them.
Principle (2) is applied to give *limit ordinals*: ω, 2ω, 3ω, ω^2 , etc.; principle (1) to give the others, *successor ordinals*, i.e., things of the form α + 1.

composto por {0, 1} assim como 3 = {0, 1, 2}; 4 = {0, 1, 2, 3} e etc… "conjuntos bem ordenados são, portanto, simplesmente a generalização transfinita de sequencias-ω"(*ibid*, 1995). [22]

Conforme visto, a cada operação da geratriz indexada aos números da sequência um novo número gerado atualiza seu limite e logo o amplia. Embora a progressão da sequência possa ser ampliada indefinidamente em direção a um infinito absoluto o ganho técnico e conceitual da noção de números transfinitos de Cantor é representado pela possibilidade de se pensar em uma espécie de meio termo entre o limite e sua extensão ao infinito. Nesse sentido uma importante distinção introduzida nesta noção é a diferença entre o transfinito e o próprio absoluto: "O fundamento desta distinção era que para qualquer quantidade transfinita há uma maior, embora não tanto para o Absoluto"(*ibid*, 1995)[23]. Assim, Cantor insere duas distinções que precisam estar claramente postas para a compreensão deste infinito absoluto e das quantidades transfinitas. Nesse sentido o Transfinito diz respeito a um infinito atual que pode ser incrementável, ou infinito aumentável, por sua vez o Absoluto se constitui de um infinito atual não-aumentável.

Foi dito acima que Cantor toma por princípio a impossibilidade de se conceber um número que seria o sucessor de todos os antecessores no tocante a uma sequência de números ordinais, entretanto sabemos que para todo número de uma tal sequência há um sucessor imediato. Ora, sabendo-se que para qualquer numeral ordinal existe um maior, então a totalidade de todos os numerais ordinais gerados seria o que Cantor designa propriamente como o Absoluto. Nesses termos pode-se perceber como o transfinito se constitui: "O transfinito em sua plenitude de formações e formas indica necessariamente um Absoluto, um 'verdadeiro infinito' cuja magnitude não é capaz de aumentar ou diminuir e, portanto, deve ser encarado quantitativamente como um máximo absoluto."(Cantor *in* Hallett, 1984)[24]

Conforme-se observa o ganho da noção de transfinito foi não só deslocar as discussões sobre infinito da misticismo religioso para a formalização da lógica e da matemática mas compreender que: "O transfinito é um importante meio-termo entre o finito, propriamente dito, e o Absoluto" (Priest, 1995)[25]. Entretanto, se por um lado a inserção da dimensão do Absoluto como a totalidade dos ordinais, tal como mencionado acima, desvincula esta dimensão do espectro religioso, por outro a manutenção da noção de infinito absoluto para que se possa compreender a noção de transfinito mantém na

22 Well-ordered sets are therefore simply the transfinite generalization of ω-sequences.

23 The ground of the distinction was that for any transfinite quantity there is a bigger, though not so for the Absolute.

24 The *transfinite* with its plenitude of formations and forms necessarily indicates an Absolute, a 'true infinite' whose magnitude is capable of no increase or diminution, and is therefore to be looked upon quantitatively as an absolute maximun.

25 The transfinite is an important middle ground coming between the finite, properly só called, and the Absolute.

discussão o elemento do incompreensível atrelado ao absoluto. Segundo Priest, Cantor lidava com este detalhe de forma lirica de modo que ele parece mesmo estar a um passo de cair no discurso místico: "O que supera tudo o que é finito e transfinito… é a singular unidade completa e individual na qual tudo está incluído, o que inclui o 'Absoluto' incompreensível para o entendimento humano. Isto é o *Actus Purissimus* que muitos chamam de Deus."(Cantor *in* Priest, 1995)[26].

Embora a questão divina possa parecer ser o conteúdo paradoxal de Cantor é preciso perceber que o paradoxo consiste no fato de que para a compreensão da noção dos transfinitos é necessário um axioma de escolha que estabelece um limite de representação na figura do numeral ordinal da sequência e a posterior ideia de absoluto como o sucessor de todos os antecessores. De toda forma é um paradoxo que se estabelece nos limites da representação que ocorre no âmbito da iteração das operações da lógica e da matemática, sobretudo quando se trata das relações entre o Uno e o Múltiplo.

Tanto Frege quanto Cantor protagonizam nesse sentido a retomada deste antigo problema filosófico. À medida em que Frege busca em seu projeto um critério de formalização, que pretende submeter o pensamento puro e abstrato aos critérios da lógica sem deixar margens aos apelos da intuição, a emergência dos paradoxos e antinomias representa não só um grande desafio para os formalistas mas sobretudo traria a luz os problemas relacionados aos limites da linguagem quando se trata de reduzir a totalidade, às dimensões formais da lógica. Por outro lado as descobertas cantorianas o levam a pressupor a possibilidade de se pensar a totalidade sob a unidade do conceito, isto é, "que é possível (…) qualquer coisa agrupada por uma palavra ou conceito como um Uno unificado."[27] Desta forma tanto Frege quanto Cantor reacendem as discussões em torno da relação entre o Uno e o Múltiplo, em outras palavras, o problema da unidade na multiplicidade.

1.3 – Um limite para os paradoxos e o problema da completude.

A descoberta de Cantor permitiu ao pensamento tematizar o problema do infinito desvinculado das especulações místicas, pois desta vez o infinito podia ser pensado em sua transcendência matemática. Por outro lado, a condição de sucessivos infinitos constantemente atualizáveis que permitem incluir na conta elementos que estão simultaneamente fora e dentro do conjunto, é para pensadores como Russell, condição para se emergir os paradoxos e antinomias.

26 What surpasses all that is finite and transfinite … is the single comletlely individual unity in which everything is included, which includes the 'Absolute' incomprehensible to the human understanding . This is the 'Actus Purissimus' which by many is called 'God'.

27 that it is possible, in other words, to theorize anything grouped together by a word or concept as a unified one.

Portanto, mesmo depois dos desenvolvimentos de Cantor sobre a possibilidade de se tematizar o infinito , os desenvolvimentos subsequentes foram sobre a impossibilidade de se conceber uma tal totalidade existente, uma vez que esses conjuntos são pensáveis na medida em que são atualizados para prontamente não corresponderem a totalidade absoluta.

Trinta anos mais tarde com sua série de formulações que se debruçavam sobre os paradoxos de Russell e o problema da autoreferencia dos conjuntos, Kurt Gödel lançou uma diferente perspectiva sobre o problema. Utilizando o método de diagonalização preconizado por Cantor, as formulações de Gödel demonstravam que o sistema complexo formal que está em jogo em uma proposição é capaz de afirmar somente o seu caráter indecidível a respeito de sua prova de verdade. Quando se consegue dar existência a este tipo de sentença em que, tanto não é possível comprovar sua validade quanto não é possível negá-la, imediatamente nos vemos forçados a aceitar que qualquer sistema pretensamente completo que almeje assumir sua consistência resulta imediatamente no surgimento dos paradoxos.

Do modo como Livingston expõe as conclusões de Gödel , temos que a consistência está em assumir o caráter de inconsistência envolvido na pretensão de formalização de um sistema complexo, vejamos:

> "Trinta anos mais tarde dois resultados profundamente ligados aos paradoxos de Russell confirmariam a fundamental impossibilidade de formalização da razão e da linguagem que alcança a totalidade em seu escopo referencial ao passo que evita o paradoxo em suas implicações. Esses são os infames teoremas da incompletude de Gödel. Por meios, de novo, da diagonalização, Gödel demonstrou a possibilidade de qualquer sistema formal e complexo suficientemente (por exemplo, o sistema dos Principia Mathematica de Russell e Whitehead) de uma sentença que 'afirma' sua 'própria' improvabilidade. A sentença é um 'ponto fixo' produzido diretamente pela técnica de diagonalização representando a estrutura regular do sistema de prova de si mesmo. Dada a existência de tal sentença é possivel imediatamente demonstrar que é 'indecidível'- isto é, nem sua afirmação, nem sua negação é comprovável - pelo próprio sistema. Para, dado que a sentença a lógica da característica da prova do sistema como um todo, é efetivamente capaz de afirmar que é, por si mesma não comprovável. A sentença , então, não pode ser provada, assumindo que o sistema é por si mesmo consistente; caso pudesse ser provada, imediatamente resultaria em uma contradição. Mas nem pode sua negação; para uma prova da negação, ou seja, que a sentença pode ser provada, equivale a uma prova da própria sentença, resultando novamente em uma contradição." (Livingston p.85, 2012)[28]

28 Thirty years later, two results deeply related to Russell's paradox would confirm the fundamental impo ssibility of a formalization of reason and language that achieves totality in its referential scope wh ile avoiding paradox in its implications. These were the two infamous "incompleteness" theorems of Göd el.45 By means, again, of diagonalization, Gödel demonstrated the possibility within any sufficiently complex formal system (for instance, the system of Russell and Whitehead's Principia Mathematica) of a sentence which "asserts" its "own" unprovability. The sentence is a "fixed point" produced directly b y the diagonalizing technique of representing the system's regular structure of proof within itself. G iven the existence of such a sentence, it is possible immediately to show that it is "undecidable"—tha t is, neither it nor its negation is provable—within the system itself. For, given that the sentence c aptures the logic of proof characteristic of the system as a whole, it is effectively able to "assert" that it, itself, is not provable. The sentence, then, cannot be proven, assuming that the system itse

Tendo em vista este percurso da lógica e da linguagem, percebe-se que tanto a questão de Gödel quanto a questão levantada por Russell possuem em comum o elemento problemático da reflexividade, ou seja, por um lado a linguagem que legifera sobre si mesma; por outro o conjunto que inclui a si mesmo como elemento.

A tentativa de Russell em ultrapassar o problema que envolve os paradoxos e a reflexividade o levou a desenvolver sua Teoria dos Tipos, onde estavam implicados os chamados conjuntos de Russell - conjuntos que se caracterizam pela exclusão do elemento reflexivo. A Teoria dos Tipos põe como axioma a possibilidade de decomposição de conjuntos em termos ou conjuntos mais simples , ordenando-os em diferentes níveis ou tipos. Neste modelo podem até existir conjuntos complexos que incluem outros conjuntos como elementos, entretanto, no nível mais primário somente haveriam conjuntos mais simples cuja característica seria a impossibilidade de incluírem a si mesmos como elementos, evitando a reflexividade entre eles. Deste modo seria possível haver um sistema complexo formal que não entrasse em contradição com sigo mesmo.

Curiosamente o ponto dissonante é que este mesmo sistema, avesso a contradição que impede a emergência de paradoxos, só consegue ser formalmente consistente a medida em que ele exclui o elemento problemático da autorreflexividade o que por si só, compromete a pretensão de completude de um sistema que contemple a totalidade universal. Entretanto, mesmo uma solução deste tipo, não deixa de lado a curiosa constatação de que para ser considerado completo, um sistema complexo e formalizado precisa necessariamente não incluir um elemento para que sua consistência seja de fato alcançada, configurando-se assim enquanto um mecanismo de limitação, também chamado de parametrização (Livingston 2012).

Nesse sentido, tanto as descobertas referentes ao sistema de conjuntos de Russell, assim como as elaborações empreendidas por Gödel no âmbito das sentenças e proposições contribuíram para colocar em cheque as pretensões logicistas de Frege em reduzir a linguagem a um processo matemático, assim como põe em xeque as pretensões formalistas de se reduzir a matemática ao mecanicismo das leis da lógica formal.

Alguns anos mais tarde as, descobertas de Tarski, similares aos resultados alcançados por Gödel, confirmaram a "aplicação destes resultados a questões do significado e verdade, estendendo-se

---

lf is consistent; for if it could be proven, a contradiction would immediately result. But neither can its negation; for a proof of the negation, i.e., that the sentence can be proven, amounts to a proof of the sentence itself, again resulting in a contradiction.

para além do escopo de projetos específicos centrados nos fundamentos da matemática” (Livingston, p. 93, 2012):

> "em 1933, Alfred Tarski apelou para um resultado formalmente similar ao de Gödel para discutir que nenhuma linguagem formal pode especificar a lógica de seu próprio predicado verdadeiro. Se nós estipulamos que o comportamento do predicado 'verdadeiro' para a linguagem precisa ser como tal, para qualquer proposição P, é possível afirmar:
>
> 'P' é verdadeiro se e somente se P,
>
> então é demonstravelmente impossível para a linguagem capturar a logica deste predicado sem inconsistência. A razão implícita para isso é de novo a possibilidade da autorreferencia linguística tal como aparece no clássico paradoxo do mentiroso de Epimenides :
>
> 'Esta afirmação é falsa." (Livingston p.93, 2012)[29]

De maneira homóloga os resultados alcançados por Alfred Tarski e Gödel, mesmo não aplicáveis diretamente a teoria dos conjuntos são interpretados de maneira análoga no que tange a questão da linguagem:

> "(...) Assim, em todas as interpretações oficiais, o paradoxo de Russell requer uma concepção do universo dos conjuntos como 'fundada' em um nível básico rigorosamente ordenado por graus crescentes de complexidade intrínseca. Consiste em uma imagem hierárquica progressiva de totalidades, regimentada e ordenada em uma estrita sucessão de níveis de complexidade ou sucessiva formação sem qualquer fim ou fechamento definido. Curiosamente, o resultado estruturalmente similar de Gödel e Tarski, não aplicáveis diretamente a teoria dos conjuntos propriamente ditos tem sido frequentemente interpretados sob linhas análogas"(Livingston p. 100, 2012) [30]

A axiomática atual que orienta tais discussões possui os mesmos mecanismo ou similares que buscam restringir o surgimentos dos paradoxos. É o caso do sistema axiomático de Zermelo e Fraenkel também denominado ZFC. Neste sistema, dois axiomas operam simultaneamente a fim de evitar os paradoxos de Russell, isto é, o problema do elemento autorreferente, ou no caso da linguagem:

29 In 1933, Alfred Tarski appealed to a result formally similar to Gödel’s to argue that no formal langua ge can specify the logic of its own truth predicate.47 That is, if we stipulate that the behavior of t he predicate “true” for a language must be such that, for any proposition P, it is possible to assert:
“P” is true if and only if P,

then it is demonstrably impossible for the language to capture the logic of this predicate without inc onsistency. The underlying reason for this is again the possibility of linguistic self-reference, as i t figures in the classical “liar” paradox of Epimenides:
This sentence is false.

30 This is a thoroughly hierarchical picture of the progression of totalities, regimented and ordered into a strict succession of levels of complexity or successive formation without any definite end or closure. Interestingly, the structurally similar results of Gödel and Tarski, though not applicable directly to set theory itself, have also usually been interpreted along analogous lines.

significante autorreferente. Nesse sentido, tanto o axioma de fundação ou também chamado de axioma de regularidade, assim como o axioma de compreensão limitada atuam de modo a impedir esses paradoxos:

> "Primeiro, o axioma de "regularidade" ou "fundação" requer, de cada conjunto realmente existente, que sua decomposição produza um elemento mais "básico" que não pode ser posteriormente decomposto em outros elementos desse conjunto ou de seus outros elementos. Desse modo, a autoinclusão é novamente proibida ao exigir que cada conjunto seja, em última instância, decomposto em algum elemento de composição mais simples.56 Em segundo lugar, o sistema ZFC inclui um "axioma de separação" ou compreensão limitada; este é o substituto de Zermelo para o princípio de compreensão ilimitada de Frege. Em vez de sustentar, como o princípio de Frege, que existe um conjunto correspondente a qualquer predicado, o axioma da separação sustenta que, dado qualquer conjunto existente, é possível formar o subconjunto contendo apenas os elementos portadores de qualquer propriedade específica."(Livingston, p.96, 2012)[31]

Como bem observa Paul Livingston em *"Politics of Logic*", tanto o projeto de Russell como a axiomática de Zermelo & Fraenkel operam sobre o que se conhece por 'concepção Iterativa de conjuntos' que afirma o Universo dos conjuntos como hierarquicamente estratificado em diferentes séries e níveis de conjuntos que podem ser decompostos até seu nível mais básico, onde são compostos por elementos simples que já não permitem ir mais além da sua compreensão. Desta maneira evita-se a inclusão do elemento autorreferente tornando possível uma espécie de retrato da totalidade momentânea dos conjuntos mas que não deixa de ser atualizável e por isso mesmo é uma totalidade aberta ou incompleta (Livingston, 2012).

1.4 - Paradoxo-limite e o problema da representação: uma condição da linguagem e da lógica.

A questão referente a incompletude que caracteriza o alcance de sistemas complexos formais em abordar a totalidade, levou a demonstrações de Tarski que afirmam a necessidade de um suplemento com uma dimensão externa de significados fora da capacidade de formalização do sistema em que se está fazendo alusão. (Livingston, 2012) Em outras palavras, essa necessidade abre campo

31 First, the axiom of "regularity" or "foundation" requires, of every actually existing set, that its de composition yield a most "basic" element that cannot be further decomposed into other elements of that set or of its other elements. In this way, self-membership is again prohibited by requiring that each set be ultimately decomposable into some compositionally simplest element.56 Second, the ZFC system i ncludes an "axiom of separation," or limited comprehension; this is Zermelo's replacement for Frege's unlimited comprehension principle. Rather than holding, like Frege's principle, that a set exists corr esponding to any predicate whatsoever, the axiom of separation holds that, given any existing set, it is possible to form the subset containing only the elements bearing any specific property

para se pensar em uma metalinguagem que, excluída do campo de representação correspondente ao sistema que se aborda, seria capaz de contribuir para se pensar que é impossível para uma língua ou linguagem, legiferar sobre seu próprio conceito de verdade.

Esta incapacidade é similar as conclusões de Gödel a respeito da impossibilidade de um sistema prover sua própria prova de validade. Deste modo, é possível vislumbrar esta insuficiência como uma característica que marca uma relação comum entre verdade, os sistemas complexos formais, e a linguagem: Ambos problemas, são o mesmo, isto é, os paradoxos que emergem assim que o elemento autorreferente no conjunto.

Da mesma forma, a ideia construtivista que se depreende do arcabouço de axiomas e dispositivos que buscam limitar o tamanho dos conjuntos assim como o recurso metalinguístico, como dispositivo pelo qual se poderia abordar a totalidade lógica nos jogos da linguagem, não deixam de afirmar um voluntarismo que vai na direção da construção de uma unidade a partir do múltiplo. De todo modo o fenômeno do paradoxo é motivo de curiosidade que emerge, sempre que se busca ir ao limite do pensamento que busca pensar o impensável, ou no caso da linguagem, dar nome ao que é inominável. Em alguns níveis este mesmo fenômeno se manifesta de distintas formas. seja na linguagem na verdade na lei , na história e no poder soberano.

Tanto na lógica como na linguagem, o problema de como se extrai a unidade da multiplicidade corresponde ao problema da reflexividade do elemento ou do significante autorreferente tal fenômeno aparece na cotidianidade em diferentes momentos: Na linguagem, por mais que eu possa explicar a língua em que estou falando, elucidar sobre sua estrutura e fazer digressões sobre a composição de termos, palavras além de falar de suas classificações gramaticais, ainda sim estarei em apuros se levar em conta o axioma de redução de tamanho de conjuntos prescritos por Russell. Nesse sentido, como eu poderia falar da língua inglesa, por exemplo utilizando a língua inglesa, se pelo axioma de redução eu não se deve incluir um conjunto que é ao mesmo tempo elemento? Isso seria afirmar a própria impossibilidade da metalinguagem. E como se sabe não é nenhuma novidade, a habilidade que temos de falar da linguagem utilizando a mesma sem a necessidade de se recorrer a um elemento externo a ela.

Em relação a verdade entra em cena o recurso de Tarski chamado ‘convenção T’, que sustenta todo predicado verdadeiramente legítimo em uma proposição. Deste modo, Tr deve estar caracterizado pela estrutura: “X” é Tr se X (Livingston, 2012). Essa convenção é importante por resultar de um esforço em afastar a ambiguidade que podem decorrer de expressões como por exemplo ‘O Livro está na mesa'. Neste caso a estrutura ("X" é Tr se X). Esta convenção visa afastar qualquer ambiguidade e garantir que se faz referencia ao livro que está na mesa se, somente se, de fato ele estiver sobre mesa. Entretanto isto é supor que existe uma outra instância que dê conta do 'todo' do sistema.

Por sua vez em relação aos fatos históricos, o fenômeno se repete: Livingston destaca a importância das representações históricas que se fazem dos acontecimentos ou eventos. Um exemplo é o papel que a declaração de independência dos Estados Unidos desempenha diante dos acontecimentos, afinal, os tantos episódios e batalhas talvez não obtivessem o peso que ganham caso não estivessem relacionadas a tal declaração mesmo sabendo que, esta em si, constitui somente um fragmento ou mesmo um dentre os tantos episódios que se sucedem no mosaico que constitui o evento. Nota-se que a mesma característica ocorre: um elemento é ao mesmo tempo conjunto, logo está paradoxalmente dentro e fora do conjunto. "Temos aqui, de novo, a totalidade do evento da independência dos EUA da Grã-Bretanha representado por um elemento dentro dele" (Livingston, p. 110. 2012).[32]

Em relação ao Poder soberano também se observa o mesmo fenômeno: a partir do momento em que temos a configuração de uma regra ou Lei, temos a soberania de muitos elementos sob um elemento tomado como referente da totalidade. As teorias e hipóteses sobre as quais a teoria politica se debruça, tais como as hipóteses contratualistas sobre origem do pacto social nada mais são do que versões deste paradoxo. "Desde que se deriva esse poder do todo, ele não pode estar simplesmente fora deste todo mas deve ser um elemento. Mas, como é capaz de governar o todo, deve figurar dentro de si a totalidade de sua estrutura" (Livingston, p. 111, 2012)[33].

> "Como visto, soberania, ou a regra consistente de muitos por um, depende de um paradoxo pelo qual o Uno precisa estar tanto dentro como fora da ordem total sob a qual ele governa. A partir do momento em que seu poder deriva do todo, não pode estar simplesmente fora dele e por tanto precisa ser um elemento. Mas desde que esteja capaz de governar sobre o todo, deve figurar a estrutura inteira dentro de si" (Livingston, p.111, 2012).[34]

É o mesmo fenômeno que acontece no que aparece demonstrado por Livingston como *Nomothesis*. Com o objetivo de se instituir uma nova ordem legítima, é preciso que um corpo possa

32 Thus, here again, the total event of the independence of the U.S. from Britain is represented by one element within it.
33 Since it derives its power from the whole, it cannot be simply outside it and so must be an element. But since it is able to rule over the whole, it must figure the entirety of its structure within itself.
34 As we have seen above, sovereignty, or the consistent rule of many by one, depends on an original paradox whereby the one must be both inside and outside the total order over which it rules. Since it derives its power from the whole, it cannot be simply outside it and so must be an element. But since it is able to rule over the whole, it must figure the entirety of its structure within itself.

fazê-lo seja ele um Partido, líder, ou congresso. De novo temos este corpo como elemento tomado enquanto representação conjuntesca da totalidade.

> "Para que uma nova ordem legal seja instituida como uma ordem politicamente instituida, é tipicamente necessário para um líder, ou corpo político (como um congresso) para instituí-la. Para que a instituição seja legítima, esse corpo precisa ele mesmo ser legal e ter (legalmente) o poder para instituir leis. Seu poder então figura a totalidade da ordem legal, entretanto é somente um singular elemento diante do escopo total desta ordem (Livingston, p.109, 2012)."

Esse tipo de fenômeno, segundo Livingston, corresponde ao que ficou conhecido a partir de Grahan Priest em *Beyond the limits of thought* como problemas de paradoxo limite. Por se tratar de paradoxos que se caracterizam por conter elemento autorreferente, isto é, que pertença e não pertença ao conjunto simultaneamente, é dito por Priest que estes paradoxos habitam as fronteiras do pensamento. Seja na linguagem, seja na lógica, tanto no momento em que a iteratividade dos conjuntos ou das diagonais de Cantor produzem um elemento que está simultaneamente dentro e fora do conjunto, assim como no momento em que a linguagem busca dar nome ao que ainda não tem nome, está se falando das fronteiras do pensamento onde habita esse tipo de paradoxo.

O paradoxo limite possui duas características: em primeiro o *closure*[35] ou fechamento, é a operação que formaliza os limites do conjunto seja à partir de uma função ou outra lei matemática que irá caracterizar os elementos que compõe este conjunto. A segunda característica dos paradoxos limite é a transcendência, que consiste em toda operação matemática que em uma dada totalidade é capaz de gerar um tipo de elemento que está fora desta totalidade, o próprio método de diagonalização é uma operação deste tipo:

> 'Conforme Priest argumenta, é possível gerar um paradoxo de limite formal, ou uma contradição, sempre que duas operações formalizáveis se mostram possíveis. A primeira operação é *closure* (fechamento), que formaliza as condições necessárias para que um elemento seja membro de um dada totalidade (…), desenhando assim as fronteiras da totalidade em questão. A segunda operação é a transcendência. Transcendência é qualquer operação em que, dada uma totalidade de um certo tipo, pode gerar um elemento de uma certo tipo que está fora da totalidade (Livingston, p. 112, 2012).'[36]

---

35 A tradução mais frequente para esse termo é fechamento, por ainda não encontrar uma tradução suficiente preferi manter o termo em inglês ao longo do texto.

36 As Priest argues, it is possible to generate a formal limit paradox, or contradiction, whenever two formalizable operations are possible. The first operation is closure, which formalizes the conditions necessary for an element to be a member of a given totality (for instance, the totality of the sayable, knowable, or thinkable), thus essentially drawing the boundary of the totality in question. The second operation is transcendence.64 Transcendence is any operation that, given a totality of a certain sort, can generate an element of a certain kind that is outside this totality.

Desta forma, sempre que um elemento se caracteriza por pertencer por um lado a uma dada totalidade a partir da operação de *closure*, e por outro estar fora desta totalidade pela operação da transcendência, temos o surgimento das contradições, paradoxos e antinomias. Esse tipo de elemento foi definido por Priest como elemento *in-closure*: a característica de sua indistinção entre elemento e conjunto se baseia no fato de ele estar simultaneamente na condição de pertencimento e não pertencimento a uma dada totalidade.

1.5 - O Dilema da Escolha Forçada

Esteja o fenômeno do paradoxo presente nas discussões sobre a metalinguagem, nas discussões sobre a nomeação de um evento histórico, ou o problema da soberania e legitimidade das leis em uma dada totalidade política, estamos lidando com fenômenos que se manifestam nas fronteiras da linguagem e do pensamento formal. Por mais que os mecanismos de restrição e hierarquização busquem evitar o elemento autorreferente, Livingston (2012) afirma que tais mecanismos não são inadequados para se abordar o problema em questão. Nesse sentido, mais do que tentar encontrar uma solução definitiva para o problema, cabe perceber que tais paradoxos não são intrinsecamente existentes a fim de demonstrar a incompletude da linguagem, mas antes nos põe diante de uma escolha entre completude/inconsistência e incompletude/consistência. Deste modo, se por um lado um sistema formal assume uma pretensa completude, por outro precisa necessariamente abandonar sua consistência, da mesma forma em que assumindo a consistência, necessariamente se assume como incompleto, graças a presença dos chamados *in-closure paradox* (Livingston, 2012):

> "No entanto, os paradoxos por si mesmos não demonstram necessariamente a incompletude de qualquer linguagem, mas ao invés disso nos põe diante de uma escolha, no caso de cada linguagem real, entre incompletude e inconsistência. Dada a existência de paradoxos do tipo *in-closure*, não podemos preservar a completude da linguagem, em prejuízo da inconsistência; mas podemos, de fato, escolher suportar a dor ou, pelo menos, examinar mais claramente as razões subjacentes à própria escolha forçada." (Livingston, p.112, 2012)[37]

Ao nível do pensamento formal, se estabelece de maneira fundamental uma escolha forçada entre consistência e incompletude ou completude e inconsistência. Adota-se a proibição total de toda

37 However, the paradoxes by themselves do not necessarily demonstrate the incompleteness of any language, but rather face us with a choice, in the case of each actual language, between incompleteness and inconsistency.68 Given the existence of in-closure paradoxes, we cannot preserve the completeness of the language, on pain of inconsistency; but we may indeed choose to shoulder the pain, or at least examine more clearly the underlying reasons for the forced choice itself.

autorreferencia para adotar uma concepção iterativa e hierárquica de conjuntos de maneira que: conservar a consistência significa para o sistema formal de pensamento assumir sua incompletude. As soluções de parametrização enquanto concepção hierárquica que se estrutura na iteratividade dos conjuntos assim como, as formalizações restritivas que buscam conter a presença do elemento autorreferente refletem essa escolha forçada. Assim, admite-se a consistência do sistema ao mesmo tempo em que se afirma sua incompletude (Livingston, 2012).

Outro aspecto que também contribui para a compressão desta escolha forçada está nas demonstrações dos teoremas de Gödel. A partir do momento em que se verifica um impasse de formalização e sistematização da razão humana, dá-se por conclusão o fato de que os fenômenos dos paradoxos e antinomias nos informam sobre a condição de incompletude de qualquer sistema que pretenda enclausurar a totalidade em seus critérios formais.

> "Há uma atitude estabelecida em relação a esses paradoxos e aporias segundo a qual, como demonstrações dos limites específicos de formalização , simplesmente demonstram a 'impossibilidade' em formalizar estruturas relevantes do pensamento e ação humanos. No caso dos teoremas de Gödel, a demonstração de uma fundamental 'incompletude' de qualquer sistema formal possível é as vezes pensado a fim de demonstrar que a a razão *humana* ou o pensamento matemático é simplesmente incapaz de ser formalizado ou tratado formalmente como tal" (Livingston, p. 117, 2012).[38]

No âmbito da linguagem formal, ambos os caminhos: Consistência e Completude seriam uma possibilidade, a própria tentativa de Frege em formalizar a linguagem lógica, desempenha esse papel entretanto, essas formalizações são pouco plausíveis de se verificar na linguagem natural do cotidiano. Quanto a este aspecto, a onipresença da linguagem sobretudo enquanto aquilo que impregna a vida, não permite considerá-la somente por um sistema fechado de caracteres. Por outo lado, ao mesmo tempo em que se configura um contrassenso negá-la como um sistema fechado é preciso reconhecer que o próprio alfabeto é um conjunto constituído de 26 elementos.

É desta forma que se verifica a presença do elemento *in-closure* : por um lado a linguagem é um sistema composto por determinados elementos, nesse sentido ela se configura enquanto uma totalidade conjuntesca completa, por outro, tampouco a linguagem pode ser reduzível a um sistema completo de sinais uma vez que principalmente em seu uso cotidiano, sua plasticidade, o modo como

38 There is a received and established attitude toward these paradoxes and aporias according to which, as demonstrations of the specific limits of the possibility of formalization themselves, they quite simply show the "impossibility" of formalizing the relevant structures of human thought and action. In the case of, for instance, Gödel's theorems, the demonstration of a fundamental "incompleteness" of any possible formal system is sometimes thought to show that human reason or mathematical thought is simply incapable of being formalized or treated formally at all.

se tencionam o sentido lhe permite fazer o uso destes signos em múltiplas combinações e significados, afinal: existem muitos modos de se dizer alguma coisa.

Tomemos como exemplo as linguagens de programação: dentre as tantas existentes como R, C++, Java e etc…; Python tem sido, atualmente, uma das mais utilizadas. Python é uma linguagem de programação orientada a objetos que possui um sistema bem determinado de caracteres, signos, e objetos (Harrison, 2017). Esses elementos possuem funções e métodos que permitem operações iterativas entre os diferentes objetos que podem ser combinados e recombinados múltiplas vezes. Mais uma vez temos um sistema formal composto por determinados elementos que permitem se recombinar gerando múltiplas possibilidades. Desta forma, fica difícil a tarefa de determinar até que ponto a linguagem em questão e em seu sentido mais amplo, pode se configurar ou se esgotar enquanto definição a um sistema formal consistente e incompleto.

A essas múltiplas possibilidades dada pela iteratividade da recombinação de elementos em múltiplas operações, soma se os resultados dos teoremas de Gödel, cujas consequências culminam com a demonstração da incompletude dos sistemas formais além de sugerir que questões como a consistência, sentido ou verdade estão para além da sua mera aplicação aos sistemas formais. Para Livingston, esse fenômeno é possível na linguagem porque ela é dotada de dispositivos de autorreferência e fundamentalmente porque ela se compõe de um corpo finito de símbolos mas que tem a capacidade de infinitas iterações e aplicações:

> "Desta perspectiva, há uma razão para pensar que o alcance das consequências dos resultados de Gödel sobre questões inter-relacionadas da verdade, sentido e consistência se estende muito mais além do que seu simples desenvolvimento no contexto de sistemas formais como *Principia Matemática* primeiramente sugere. Isso ocorre por que não só porque linguás 'naturais' como o Inglês trazem consigo exatamente os recursos de autorreferencia, reflexividade e poder expressivo total que os teoremas de Gödel acionam no caso das linguagens formais mas adicionalmente porque há um ponto além da aplicação direta a própria questão da estrutura da linguagem (qualquer linguagem) em si mesma. Esta consideração afirma que se qualquer linguagem simbólica existe para ser aprendida e empregada, deve consistir de um corpus *finito* de símbolos; entretanto este, deve ser capaz de iteração e aplicação *infinita"* (Livingston, p.117, 2012).[39]

39 From this perspective, there is thus reason to think that the range of the bearing of Gödel's results upon interrelated questions of truth, meaning, and consistency extends much more broadly than their development simply in the context of formal systems like Principia Mathematica at first suggests. This is so not only because "natural" languages such as English bear within themselves exactly the resources of self-reference, reflexivity, and total expressive power that Gödel's theorems turn on in the case of "formal" languages but additionally because there is a further point of direct application to the very question of the structure of a language (any language) itself. This is the consideration that, if any symbolic language is to be learned and employed, it must consist of a finite corpus of symbols; but these must be capable of infinite iteration and application.

Desta forma pode se afirmar que a relação entre a lógica dos sistemas formais e a linguagem – seja qualquer linguagem ou a linguagem natural em sentido mais amplo – está no dilema da escolha forçada entre completude e consistência. Por um lado, os sistemas formais precisam assumir a incompletude do sistema para conservar sua consistência, seja por meio das parametrizações e outros mecanismos restritivos. Por sua vez, a linguagem ou mesmo a linguagem natural dispõe de mecanismos de autorreferência uma vez que dispõe de um sistema completo de caracteres e símbolos, de modo que sua escolha forçada não poderia ser outra que não a consideração da completude atrelada a uma inerente inconsistência.

> "(…) dada a aparente escolha forçada entre consistência e completude, é possível especificar a implicação unificada dos resultados formais nestes domínios de maneira precisa. Em particular, dada esta escolha forçada, se parametrização e a decisão pela incompletude (ao invés da inconsistência) não é uma opção aberta no caso das linguagens naturais, assim somos efetivamente forçados a optar pelas *inconsistências nos limites* de qualquer sistema de pensamento ou escrita que pode de fato representar a si mesmo. Somos, portanto, aparentemente forçados à posição de que existem certas contradições inerentes, ou inconsistências, *envolvidas em nossa própria prática* de falar a própria linguagem, contradições que não devem ser evitadas enquanto falamos ou pensamos sobre as totalidades na qual nossos próprios atos de fala ou pensamento tomam parte" (Livingston, p.122, 2012).[40]

Deste modo a própria linguagem por possuir mecanismos de autorreferencia como a metalinguagem só podem ser tomadas como sistemas completos que no entanto são inconsistentes. Dito isto, é preciso complementar que, somado a este tipo de dispositivo há também uma característica não mencionada por Livingston que diz respeito a forma flexível e polimórfica pela qual a linguagem, mesmo constituída de um sistema de símbolos e caracteres determinados, pode tencionar o significado de sentenças e proposições: característica esta que os sistemas formais, por mais complexos que sejam, são incapazes de abarcar. Por tanto, seja na escolha forçada que afirma consistência e a incompletude de um complexo sistema formal, ou na inconsistência e completude da linguagem, ambas reinscrevem

40 given the apparent forced choice between consistency and completeness, it is possible to specify the unified implication of the "formal" results in these domains quite precisely. In particular, given this forced choice, if parameterization and the decision for incompleteness (rather than inconsistency) are not an open option in the case of natural languages, then we are effectively forced to choose for inconsistencies at the limits of any system of thought or writing that can indeed represent itself. We are thus seemingly forced to the position that there are certain inherent contradictions, or inconsistencies, involved in our very practice of speaking (meaningful) language itself, contradictions not to be avoided as long as we speak or think about the totalities in which our very acts of speaking and thinking take part.

o fenômeno do paradoxo como um dos mais antigos e curiosos problemas do pensamento filosófico, sobretudo aquele consagrado pela filosofia analítica.[41]

41 Por fim além da presença do fenômeno em diferentes campos, como o problema da soberania e da força de lei na política no papel do evento para a estruturação da narrativa do tempo histórico, é possível observar o mesmo fenômeno no campo da crítica do valor e as formulações sobre a capacidade do equivalente universal de expressar a a intercambialidade total de mercadorias nas discussões que Marx desmembra à respeito da forma dinheiro: o equivalente geral.

> “A forma de equivalente geral é, em suma, forma de valor. Pode, portanto, ocorrer a qualquer mercadoria. Por outro lado, uma mercadoria só assume forma de equivalente geral por estar e enquanto estiver destacada como equivalente por outras mercadorias. E só a partir do momento em que esse destaque se limita, terminantemente, a uma determinada mercadoria, adquire a forma unitária do valor relativo do mundo das mercadorias consistência objetiva e validade social universal.
> Então, a mercadoria determinada, com cuja forma natural se identifica socialmente a forma equivalente, torna-se mercadoria-dinheiro, funciona como dinheiro. Desempenhar o papel de equivalente universal torna-se sua função social específica, seu monopólio social, no mundo das mercadorias(…)”
> D)Forma dinheiro do valor

$$\left.\begin{array}{l} \text{1 casaco =} \\ \text{20 metros de linho =} \\ \text{1quarta de trigo =} \\ \text{40 quilos de café =} \\ \text{10 quilos de chá =} \\ \text{½ tonelada de ferro =} \\ \text{x de mercadoria A =} \end{array}\right\} \quad \text{2 onças de ouro}$$

(MARX, p.91, 2012)

Na prática clínica é comum e esperado que o paciente entre em contradições, antinomias e paradoxos uma vez que não só o inconsciente se constitui de paradoxos por ser estruturado na linguagem, mas também porque na medida em que o paciente está falando de si, temos a presença do dispositivo de autorreferencia tão comum na linguagem.
Na filosofia de igual maneira, a crítica da metafísica como teoria da totalidade do ser se estrutura em torno constatação de sua própria incompletude. Em cada um desses momentos em que fala se da totalidade tomando se um dos elementos dessa mesma totalidade como referência temos o fenômeno dos paradoxos limite, em última análise está se falando dos problemas que permeiam os debates em torno da relação entre o Uno e o Múltiplo.

2 - Limites da representação formal: Sobre os momentos em que a matemática provou de sua própria inconsistência.

O século XIX, foi o século em que a matemática viu em seu campo florescer inventivas descobertas que provocariam revisões e reestruturações de seus axiomas de fundação. Essas descobertas colocaram em apuros a ideia fregeana de uma linguagem que obedecendo à criteriologia dos axiomas formais da lógica, pudessem se traduzir em uma representação de uma dada totalidade. Neste contexto de grandes invenções como as descobertas de Cantor a cerca da natureza dos infinitos ou as descobertas de Russell sobre os paradoxos e antinomias, foram importantes também a chamada prova de Gödel que, prestou grande contribuição ao colocar sobre a mesa o problema da consistência dos sistemas formais.

A verdade é que até a idade moderna do pensamento os axiomas matemáticos, em larga medida amparados pelo conjunto de axiomas que orientam os elementos da geometria euclidiana, gozavam de certo prestígio graças a ao fato dos axiomas dentro de um sistema formal serem dedutíveis uns dos outros sem entrar em contradição entre si. É sabido que o uso de axiomas orienta de maneira geral as ciências da natureza como a física a fim de dotar-lhe de um dispositivo formal que possa lhe conferir consistência, por isso a matemática é ferramenta fundamental nesses campos assim como é para a lógica. Sabe se também que foram os gregos a desenvolver o método de deduzir teoremas a partir dos axiomas logo, este modelo é a medida segundo a qual uma proposição pode ser considerada como válida. O ensaio de Nagel & Newman denominado 'A prova de Gödel' é bastante esclarecedor quanto as noções sobre axiomas:

> “O método axiomático consiste em aceitar 'sem' prova certas proposições como axiomas ou postulados (e.g, o axioma de que por dois pontos podemos traçar uma e uma só reta) e depois derivar dos axiomas todas as proposições do sistema como teoremas. Os axiomas constituem os 'fundamentos' dos sistema; os teoremas são a 'superestrutura' e são obtidos a partir de axiomas com a ajuda exclusiva dos princípios da lógica' (Nagel & Newman p.8, 2001).

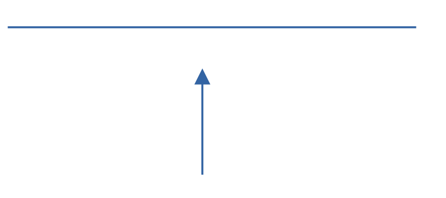
Entretanto, é verdade que os axiomas de Euclides, mesmo sendo considerados como autoevidentes encontravam resistência de alguns matemáticos do século XIX que se depararam com a constatação de Gödel que coloca à prova a pretensa consistência que os sistemas formais ostentavam.

Entretanto a autoevidencia de certos axiomas já era motivo de preocupações entre os antigos matemáticos. O axioma das paralelas, que foi usado por Euclides na sistematização da geometria espacial, é um exemplo destes. Por uma série de motivos esse axioma não parecia gozar de certa auto-evidência como outros. Tal fato fizera com que sua validade fosse deduzida de outros axiomas euclideanos que eram claramente autoevidentes. Esta é só uma das polêmicas que perpassam a matemática no que toca os debates sobre a consistência interna dos sistemas formais. A seguir conheceremos os mais relevantes episódios em torno desta temática: o problema em torno dos axiomas da geometria de Euclides; o cálculo infinitesimal de Cantor e o teorema da incompletude estabelecido a partir da prova de Gödel. Esses episódios demonstram as múltiplas possibilidades que se pode depreender diante da crise que abriu campo para o desenvolvimento de novas ideias no contexto da matemática.

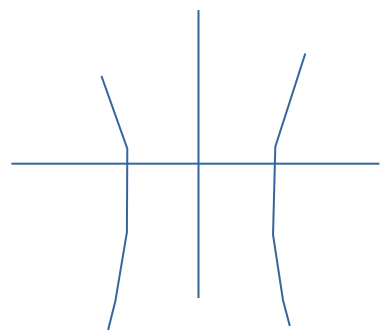
2.1 - A Problemática Em Torno do 5° Axioma de Euclides:

O que diz o axioma das paralelas? Este axioma equivale logicamente a dizer que 'por um ponto fora de uma dada reta, pode-se traçar uma e só uma paralela à reta dada. Diferente dos antigos axiomas onde retas paralelas só podem se originar de um único ponto em comum, o axioma de Euclides possuía ainda uma diferença sensível quanto ao ponto de encontro entre retas paralelas, afinal, se por um lado os antigos compartilharam por tempos a ideia de que retas paralelas se cruzam em algum ponto no infinito, por outro o axioma de Euclides não prevê que retas paralelas se cruzem, mesmo no infinito, uma vez que são retas dadas por pontos diferentes.

O que diz o 5º axioma de Euclides: linhas paralelas são retas em um plano que são estendidas indefinidamente. De um ponto qualquer fora de uma dada reta imediatamente se dá outra reta em relação a reta dada.



Por várias vezes esse axioma não pareceu tão autoevidente assim para os matemáticos. Além do mais, à época de Euclides tomava-se como dado a ideia de que retas paralelas se cruzam em algum ponto no infinito. Por outro lado o axioma de Euclídes vai na direção oposta, uma vez que que a paralela que se segue a reta dada, jamais se cruzam, mesmo no infinito.



Esse tipo de linha com a qual os antigos estavam mais familiarizados eram chamadas de linhas "assinóticas" . De modo que sendo uma hipérbole assinótica aos seus eixos, é de se esperar que os antigos geômetras não compreendessem a ideia de um ponto fora de uma reta dada. De todo modo, o axioma das paralelas de Euclides, também chamado de 5° axioma permaneceu um enigma que como Newman & Nagel assinalam constituiria um "problema que os gregos levantaram sem responder"(2001).

De fato há algo de estranho no 5° axioma, notemos que o primeiro assinala que 'de dois pontos é possível traçar um segmento de reta'. O segundo axioma é o do segmento de retas, isto é: 'de um segmento dado de reta se dá o prolongamento desta reta como um novo segmento ', em seguida temos os axiomas dos ângulos retos e o da circunferência segundo o qual 'do prolongamento de uma reta a um determinado ponto se deduz um raio que compreende o diâmetro de uma circunferência. Até aqui esses axiomas são autoevidentes dedutíveis uns dos outros e o mais importante, não entram em contradição consigo mesmos. Entretanto, quando se observa o axioma das paralelas, não fica claro se é autoevidente sua dedução dos axiomas que o precede.

Mesmo assim o problema do 5° axioma permaneceu um impasse que não perturbou as conquistas da geometria espacial herdada de Euclides, o que comprova isso, é o fato de seus elementos terem influenciado as conquistas da matemática no auge da modernidade. Em seu fascínio pelo pensamento geométrico, o próprio tratamento que filósofos reservam a geometria euclideana, é de um acontecimento fundamental que possibilita o surgimento do que chamamos hoje de filosofia.

Mas foi no século XIX com o trabalho de Kurt Gödel que constatava a fragilidade de certos fundamentos da matemática que problemas como os do 5° axioma abririam novas perspectivas para o pensamento matemático. Os primeiros estudos que tematizavam sobre a impossibilidade de se deduzir o axioma das paralelas dos outros foram os trabalhos de Bolai, Lobachewsky e a geometria Riemaniana, cuja importância Nagel e Newman destacam:

> "Foi somente no século XIX que se demonstrou, principalmente pelo trabalho de Gauss, Bolay, Lobachewsky e Riemann, a impossibilidade de deduzir o axioma das paralelas de outros. Este resultado foi da máxima importância intelectual. Em primeiro lugar, chamava atenção da maneira mais impressionante para o fato de que se pode dar uma prova da impossibilidade de provar certas proposições dentro de um dado sistema. (…) Em segundo lugar a resolução do axioma das paralelas forçou a percepção de que Euclides não é a última palavra em geometria uma vez que novos sistemas de geometria são construíveis mediante o uso de certo número de axiomas diferentes dos adotados por Euclides e incompatíveis com eles (Nagel e Newman, p. 19 , 2001)".

A sucessão de episódios como este se estendem do final do século XIX até o o século XX, e demonstrariam como a progressiva formalização do pensamento matemático a tornaria cada vez mais abstrata trazendo a tona este tipo de problema: o chamado "problema da consistência".

2.1.1 - O problema da consistência

O prestígio da geometria euclideana se alicerçava sob sólidos pressupostos: O mesmo princípio da não contradição que rege a lógica semântica, - uma proposição jamais pode ser verdadeira caso decorram de premissas falsas – pode ser visto de maneira homóloga na geometria de Euclides. A consistência interna de seu sistema se baseia na correspondência dedutiva que decorrem dos axiomas de maneira que eles não entrem em contradições entre si, garantindo o princípio da não contradição: o terceiro axioma decorre do segundo axioma, que por sua vez é deduzido do primeiro, e nenhum deles entra em contradição.

> "A base para esta confiança na consistência da geometria euclideana é o sólido princípio de que enunciados logicamente incompatíveis não podem ser simultaneamente verazes; consequentemente, se um conjunto de enunciados é verdadeiro (e isso estava pressuposto quanto aos axiomas de Euclides), tais enunciados são mutuamente consistentes"(Nagel e Newman p.16, 2009)".

Sendo essa a base de toda a confiança de que gozava esses elementos do sistema, o problema em torno do quinto axioma era o fato dele não ser necessariamente dedutível dos outros, assim o problema da consistência se constitui em um dos desafios que colocavam em questão certos postulados dos sistemas formais. O que de certa forma contribui para o surgimento de tentativas de se interpretar o problema.

Nessa esteira, por apresentarem características distintas, as geometrias não-euclideanas, dependiam da resolução do problema da consistência interna a qualquer sistema que se pretenda estabelecer em axiomas diferentes dos tradicionais, afinal é difícil se ter clareza em axiomas que não são dedutíveis de outros. Por mais difícil que fosse desafiar os axiomas euclideanos, o problema do quinto postulado das paralelas abria a possibilidade de se imaginar outras geometrias possíveis, como no caso da geometria de Riemann: "Na geometria riemanniana, por exemplo, o postulado das paralelas de Euclides é substituído pela suposição de que por um ponto dado fora de uma reta não se pode traçar nenhuma paralela à reta dada (Nagel e Newman, 2009)".

O axioma enunciado por Riemann que substitui o axioma das paralelas de Euclides poderia emergir como possível solução, entretanto ele não resolve o difícil problema da consistência interna, o que, de fato, não contribui para que esta seja uma geometria certa de ser levada em consideração quando o assunto é a resolução deste problema. De modo geral a solução de Riemann passa pela elaboração de um modelo interpretativo para os postulados da geometria euclideana e assim derivar seus próprios axiomas. "O método foi empregado para achar outros modelos cujos elementos pudessem servir como muletas para determinar a consistência de postulados abstratos"(Nagel e Newman, 2009).

> "(...)Podemos interpretar a expressão "plana" nos axiomas de Riemann como relativa à superfície de uma esfera euclideana, a expressão 'ponto', como referente a um ponto sobre a superfície e a expressão 'reta', como a um arco de um círculo máximo dessa superfície e assim por diante. Cada postulado de Riemann fica então transformado em um teorema de Euclides. Por exemplo, com base nesta interpretação, o postulado das paralelas de Riemann reza: por um ponto sobre a superfície de uma esfera, não se pode traçar nenhum arco de um círculo máximo paralelo a um dado arco de um círculo máximo" (Nagel e Newman, p.24, 2009).

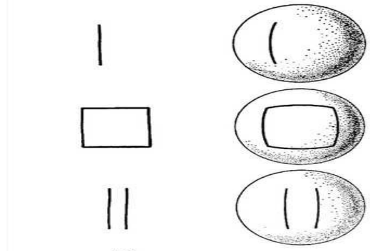


Fig 2 (Nagel e Newman p.26 , 2009)[42]

O que se sucede a esta suposta resolução do problema é outro problema: uma vez que se busca interpretar os postulados de Euclides sob outros postulados a fim de reinterpretá-los não resolve o problema da consistência interna já que, para ser válida, esta tentativa sempre recorre em última instância a autoridade da própria geometria de Euclides a fim de provar sua consistência. De forma mais simples é como se para superar a geometria de Euclides, fosse paradoxalmente necessário que estes mesmos postulados euclideanos validem os que estão sendo propostos.

Portanto, mesmo a tentativa riemaniana também não consegue resolver o problema que envolve o quinto axioma. O que Nagel e Newman dão a entender à conclusão deste itinerário, é que de fato a contribuição do problema do quinto axioma é justamente compreender que ele traz a tona mais do que a constatação do problema da consistência interna dos sistemas formais. Ele de fato representou a abertura da possibilidade de se pensar outras geometrias possíveis.

Conforme descrito Riemann não foi o único a tentar a resolução do problema do axioma das paralelas, Hilbert também tentou de modo similar prestar a consistência necessária ao axioma problemático atravez da utilização da Álgebra como modelo. Deste modo, caso o axioma seja consistente de acordo com sua forma algébrica, então ele é consistente no plano geométrico.

O caso é que neste tipo de tentativa, como as de Riemann ou a tentativa de Hilbert com a álgebra, terminava-se por buscar em outros sistemas a consistência ao axioma problemático. Nesta espécie de validação terceirizada, caía-se sempre no mesmo impasse.

> “Nas várias tentativas de resolver o problema da consistência, temos uma fonte persistente de dificuldade. Ela se encontra no fato de que os axiomas são interpretados por modelos compostos de um infinito número de elementos. Isto torna impossível abarcar os modelos em um número finito de observações; daí ser sujeita à dúvida a verdade dos próprios axiomas. No argumento indutivo em favor da verdade da geometria euclideana, um número finito de fatos observados acerca do espaço concorda presumivelmente com os axiomas. Mas a conclusão que o argumento procura afirmar envolve uma extrapolação de um conjunto finito para um conjunto infinito de dados (Nagel e Newman, p27, 2009”.

42 A geometria no euclideana de Bernhard Riemann pode ser representada por um modelo euclideano. O plano riemanniano torna-se a superfície de uma esfera euclideana, os pontos sobre o plano tornam-se círculos máximos. Assim, uma porção do plano riemanniano, limitado por segmentos de retas, e descrita como uma porção da esfera limitada por partes de círculos máximos (centro). Dois segmentos de reta no plano riemanniano são dois segmentos de círculos máximos sobre a esfera euclideana (embaixo) e estes, se prolongados, na realidade se interceptam, contradizendo assim o postulado das paralelas.

Este é um problema que se coloca entre um conjunto de axiomas que se constituem de elementos finitos que podem ser enumerados, e a infinidade de elementos e modelos que podem ser utilizados para lhe prestar a devida consistência, vai-se por um caminho de indução do particular para o universal, o que leva a concluir que “Infelizmente, a maioria dos sistemas de postulados que constitui os fundamentos de importantes ramos da matemática não pode ser espelhado em modelos finitos”(Nagel e Newman, 2009).

2.2 - O infinito: de uma questão filosófica a um problema matemático

Como já mencionado, a noção de infinitude esteve associada ao registro místico do pensamento. Conforme Rudy Rucker (2005) constata, a presença desta ideia se dava desde muito antigamente, desde o Alef א, às representações simbólicas em cartas de tarô, ou mesmo nos escritos da Kabalah. Na Grécia antiga a infinitude constituiu um problema que desafiou a ideia de harmonia dos pitagóricos, e mesmo para a filosofia de Platão e sua teoria das formas. A própria ideia grega de “apeiron” como referencia ao infinito caótico onde a ausência de ordem impera, é determinante como uma das condições do surgimento da filosofia, de maneira que ela não poderia caber no pensamento, tanto para os pitagóricos como para Platão.

> “Não havia lugar para “*apeiron* no universo de Pitágoras e Platão. Pitágoras acreditava que qualquer aspecto dado do mundo poderia ser representado por um arranjo finito de números naturais, (onde ‘número natural’ significa ‘todo o número’) Platão acreditava que mesmo em sua última forma, o bem, deve ser finito e definido. Isto era uma contradistinção para quase todos os últimos metafísicos, que assumiram que o Absoluto é necessariamente infinito”(Rucker, p.2 , 2005).[43]

Aristóteles também se ocupou dos problemas relacionados a “*apeiron*” e a questão da infinitude entretanto, sua solução passa pela estabelecimento de uma distinção entre o infinito em potencial e o chamado infinito atual. Nesse sentido, o infinito atual, é aquele que pode ser verificado diante do que nos cerca. Por exemplo: se considerar que o sistema solar é composto por corpos que se deslocam em torno do sol; e que o sol é só uma dentre tantas estrelas espalhadas pelo universo temos a ideia de uma vastidão que parece simplesmente se prolongar ao infinito. Por outro lado, um exemplo ainda mais simples é pensar como um segmento de reta é capaz de ser composto por uma quantidade infinita de

43 There was no place for the apeiron in the universe of Pythagoras and Plato. Pythagoras believed that any given aspect of the world could be represented by a finite arrangement of natural numbers, (where “natural number” means “whole number.”) Plato believed that even his ultimate form, the Good, must be finite and definite. This was in contradistinction to almost all later metaphysicians, who assumed that the Absolute is necessarily infinite.

pontos. Conforme o infinito atual se configura em um problema para o “a priori” de finitude do mundo de Aristóteles, a ideia de infinito em potencial foi desenvolvida enquanto contraposição ao infinito atual, de modo que este talvez tenha sido o último grande desenvolvimento desta noção na antiguidade grega.

2.2.1 - Infinito Atual e Infinito Potencial

Segundo Grahan Priest o infinito potencial se constitui de uma operação indefinidamente extensível enquanto o infinito atual é o “estado produzido quando uma operação é realizada mais do que um número finito de vezes”(Priest, 1995)[44]. Nessa perspectiva, há uma série de infinitos que são considerados como exemplos do infinito atual que são os infinitos espacial e temporal. A relação do infinito com o tempo vem com uma espécie de operação geradora de uma nova situação em relação a atual. Assim o passado e o futuro instanciam operações geradoras de sucessões como o dia de ontem, o dia de amanhã: “O passado e o tempo futuro, ambos, instanciam geradores infinitos (um dia após o outro) – assumindo uma visão Newtoniana do tempo, […] . Mais ainda no caso do passado o processo, e também o infinito, é completado pelo presente” (Priest, p.29, 1995).[45]

Aristóteles parece responder a esta questão no sentido de considerar que o tempo é infinito mas que as partes que constituem o tempo não poderiam ser tomadas do mesmo modo, de maneira que poderíamos assim imaginar uma espécie de conjunto que poderia ser formado pelas coisas passadas em que cada uma dessas sucessões não podem existir simultaneamente no tempo, muito embora pareça ser difícil imaginar a infinitude temporal desvinculada do tempo passado. Para fins de se pensar em um infinito atual, seria preciso um fator de limitação ou marcação temporal: podemos pensar por exemplo, quantas pessoas nasceram desde a queda da Comuna de Paris e assim buscar uma representação do infinito que possa ser pensável e assim considerar o tempo passado como um infinito completo.

Nesse sentido o homem pode ser pensado em existência infinita a partir do momento em que se nasce se cresce e se reproduz em uma sucessão geracional que simplesmente não parece ter fim, mas tal fato não pode ser utilizado para se pensar o todo do infinito, uma vez que este tipo de referencia diz respeito a um todo que é singular, ou seja, ele nada mais é do que a parte de um todo.

---

44 The actual infinitie is the state produced when the operation has been performed more than a finite number of times.

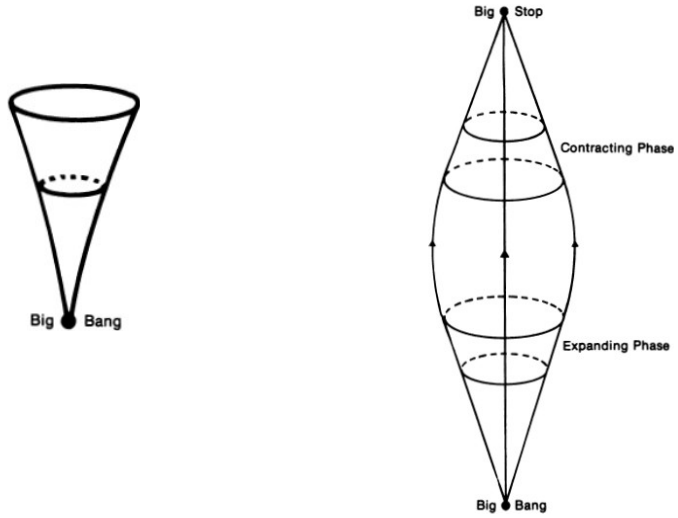
45 Time past and time future both instantiate infinity generators (one day before; one day before; one day after) – assuming a Newtonian view of time, anyway. Moreover, in the case of time past the process, and só the infinity, is completed by the present.

Outra forma de se pensar o infinito atual seria pensar na noção de movimento dos paradoxos de Zenão, se pudéssemos supor que entre um dado ponto A e um ponto B fosse possível dividir infinitamente os momentos de deslocamento de uma partícula até o ponto final, seria possível conceber a ideia de um infinito atual. Este é mais um exemplo apresentado por Priest no que tange ao movimento, entretanto pode-se recorrer a um exemplo mais simples por razões didáticas. Suponha-se que uma parede pudesse ser dividida em infinitas partes até sua menor partícula indivisível, isto é, aquilo que os físicos costumam chamar de átomo. O caso destes exemplos são considerados como os meios mais efetivos de se contrapor a ideia de infinito potencial apregoada por Aristóteles principalmente porque se trata de um infinito que possui um ponto de encerramento, ou seja, buscar algum tipo de processo que se instância no tempo que possua um ponto de encerramento.

As hipóteses mais consolidadas da Física Moderna forneceu instrumentos através dos quais se toca neste debate, entretanto mesmo as aquisições da teoria da relatividade de Einstein como as hipóteses do Big Bang sobre a origem do universo fornecem argumento que tanto poderiam favorecer a ideia de um infinito potencial como as ideias de um infinito atual. O ponto em comum dessas aquisições teóricas se baseia na impossibilidade de se pensar o tempo separado do espaço, sendo assim necessário falar da conjunção entre ambos. Assim tempo e espaço caminham juntos, ocorrendo diferenciações na dinâmica que perpassa sua expansão. Nesse sentido destaca-se duas formas de se conceber a origem e expansão do universo através da teoria do Big Bang, cuja distinção é feita de forma didática por Rucker nas páginas iniciais de *Infinty and the mind*.

Primeiramente, se o tempo não pode ser pensado dissociado do espaço, então só é possível falar destas questões abordando o espaço-tempo, assim o tempo teria um inicio de contagem que só se verifica a partir da grande eclosão do *Big bang* onde a partir de então o espaço-tempo estaria em constante expansão. Por outro lado há os que advogam pela ideia de que o Universo estaria em expansão ao passo em que também passaria por um momento de retração até ser consumido em um buraco negro, momento este que seria denominado com um *Big Stop*:

(Rucker, 2005)



Assim, conforme o espaço-tempo se expande indefinidamente, temos um período temporal aberto indefinidamente sem um ponto de fechamento de modo que, temos um infinito que não pode se completar no presente, possibilitando tal infinito ser pensado somente em sua forma potencial. Por outro lado, a sutil distinção entre o *Big Bang* e o *Big Stop* torna o infinito pensável no tempo presente configurando-se deste modo na noção de Infinito atual.

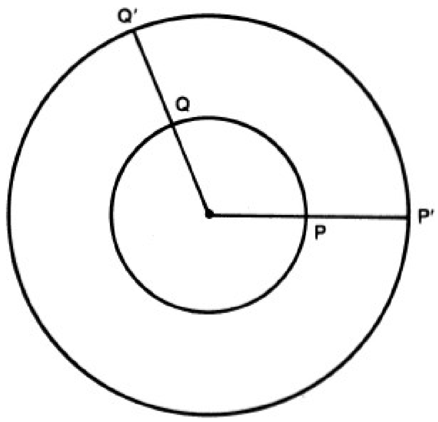
2.2.2 - O Infinito absoluto

Já na idade média, no contexto do pensamento cristão a ideia de infinito como absoluto toma de fato a imagem do Uno: imagem que descreve o lugar de Deus na filosofia medieval. No pensamento agostiniano a totalidade do que existe está do lado de Deus, assim a totalidade do que existe, já foi visitado por Deus de modo que o que ha é a história de seu pensamento. Para além deste corte transcendental, há também o corte aristotélico proposto pelo pensamento de São Tomás de Aquino, cuja concepção infinita de Deus buscava uma base controlável do que se pode ser conhecido. Assim "Deus, mesmo que infinitamente poderoso não pode fazer ilimitadas coisas"(Rucker, 2005).[46]

Com relação a esta concepção de São Tomás, cabe destacar os problemas que esta perspectiva abre em torno da relação entre o infinito e o finito, ou muito propriamente da intervenção do infinito no finito; como deus pode ser infinitamente poderoso mas ao mesmo tempo não produzir coisas infinitamente?; Como aquilo que é da ordem da infinitude pode estar determinado na finitude de algo?; ou ainda: "quantos anjos podem dançar sob a cabeça de um prego? (Rucker, 2005)" Assim, uma vez mais o problema dos infinitos atuais estava posto, a ideia tomista de que Deus não poderia ser capaz de permanecer produzindo o mundo atual sugere que o tratamento do infinito deve ser sob a unidade do

46 "although God's power is unlimited, he still cannot make an absolutely unlimited thing,

uno e do lado do criador. Isso não permitiria que os medievais pudessem resolver enigmas como o dos raios de dois círculos concêntricos :



(Rucker, 2005)

Neste peculiar problema que os medievais não conseguiram resolver, temos dois círculos concêntricos cujos raios são uma composição de dois segmentos de reta. Primeiramente tomando-se os pontos P e P' ou Q e Q' a luz dos teoremas das retas, podemos saber que elas não só se prolongam ao infinito como, cada reta é uma composição de infinitos pontos. Em segundo, é preciso perceber, que P é uma reta que constitui o raio do círculo menor, ao passo em que a reta P' é consecutiva a P: um prolongamento da reta P onde se encontra o raio do círculo maior, assim como na relação entre as retas Q e Q'. Deste modo, posto que o intervalo de uma reta é constituído por infinitos pontos é possível dizer que o raio do círculo maior P' e o raio do círculo menor P guardam alguma relação de grandeza entre seus infinitos? P', teria um infinito maior do que P ou Q?

> " É possível observar que qualquer das linhas inclui infinitamente muitos pontos. Desde que a circunferência de um círculo com o raio dois é duas vezes maior, assim como a circunferência de um círculo com o raio um, então o a primeira deve incluir infinitos pontos maiores do que o seu anterior. Desenhando o raioII podemos observar que um ponto do segmento P no círculo menor corresponde exatamente a um ponto do segmento P' no círculo maior, e cada ponto Q' no círculo maior corresponde a exatamente um ponto no segmento Q do círculo menor. Então, parece que temos dois infinitos que são simultaneamente diferentes e iguais (Rucker, p.3, 2005)".[47]

47 It would seem that any line includes infinitely many points. Since the circumference of a circle with radius two is two times as long as the circumference of a circle with radius one, then the former should include a larger infinity of points than the latter. But by drawing radii we can see that each point P on the small circle corresponds to exactly one point P′

Mesmo que os medievais deixassem este dilema em suspenso, ele foi retomado nos idos de 1600 por Galileu que tentava propor uma solução para o problema: “Galileu propôs que o comprimento menor poderia ser transformado em comprimento maior adicionando um número infinito de lacunas infinitamente pequenas” (Rucker, 2005)[48]. Mais uma vez tocava-se no problema de pensar questões referentes ao infinito com o arcabouço teórico que trata do finito. “ Vamos nos lembrar que estamos lidando com infinitos e indivisíveis, ambos transcendem a finitude do entendimento, o primeiro por sua magnitude, o segundo por sua pequenez” (Rucker, 2005)[49]. Todavia não se pode deixar de discutir as questões problemáticas em torno do tema. A situação paradoxal que sustentou sua tese de que não podemos dar o mesmo tratamento para o finito e o infinito está na situação a seguir bem descrita:

1	2	3	4	5	6	7	. . .
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	
1	4	9	16	25	36	49	. . .

> “A situação paradoxal surge porque, por um lado, parece evidente que a maioria dos números naturais não são quadrados perfeitos, de modo que o conjunto de quadrados perfeitos é menor do que o conjunto de todos os números naturais; mas, por outro lado, como todo número natural é a raiz quadrada de exatamente um quadrado perfeito, parece que há tantos quadrados perfeitos quanto números naturais. Para Galileu, o resultado desse paradoxo era que, ‘podemos apenas inferir que a totalidade de todos os números é infinita e que o número de quadrados é infinito ...; nem é o número de quadrados menor do que a totalidade de todos os números, nem o último maior do que o primeiro; e, finalmente, os atributos ‘igual’, ‘maior’ e ‘menor’ não são aplicáveis ao infinito, mas apenas a quantidades finitas.’”(Rucker p.4, 2005).[50]

Galileu teve frustrada sua tentativa de trabalhar com os números infinitos diante de um limite que se refere a cardinalidade dos conjuntos. Para compreender do que se trata tal paradoxo, é preciso retomar alguns postulados da teoria dos conjuntos numéricos. Primeiro, sabemos que o conjunto dos

on the large circle, and each point Q′ on the large circle corresponds to exactly one point Q on the small circle. Thus we seem to have two infinities that are simultaneously different and equal.

48 Galileo proposed that the smaller length could be turned into the longer length by adding an infinite number of infinitely small gaps.

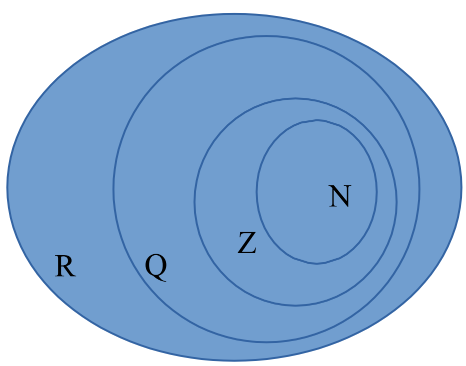
49 let us remember that we are dealing with infinites and indivisibles, both of which transcend our finite understanding, the former on account of their magnitude, the latter because of their smallness.

50 The paradoxical situation arises because, on the one hand, it seems evident that most natural numbers are not perfect squares, so that the set of perfect squares is smaller than the set of all natural numbers; but, on the other hand, since every natural number is the square root of exactly one perfect square, it would seem that there are just as many perfect squares as natural numbers. For Galileo the upshot of this paradox was that, “we can only infer that the totality of all numbers is infinite, and that the number of squares is infinite …; neither is the number of squares less than the totality of all numbers, nor the latter greater than the former; and finally, the attributes ‘equal,’ ‘greater,’ and ‘less,’ are not applicable to infinite, but only to finite quantities.”

números naturais “N” é composto pelos números com que se trabalha cotidianamente mais zero[51], isto é N={0, 1, 2, 3, 4…}; em segundo, é preciso recordar que o conjunto dos números inteiros cuja notação inclui os números negativos mais o zero, é Z={...-3, -2, -1, 0, 1 ,2, 3…}. Já o conjunto dos racionais, é o conjunto formado por todos os números que são resultado da razão de dois números inteiros, ou seja : Q={a/b | $a \in$ Z e $b \in$ Z}, e o peculiar conjunto dos irracionais – números que não encontram uma representação decimal precisa e nem periódica – conjunto este que atormentou as pretensões dos pitagóricos em conceber uma harmonia universal captada pelos números: um exemplo destes números é o número $\sqrt{2}$, o número π, dentre outros que não encontram representações no sistema decimal. Finalmente, o conjunto dos racionais Q acrescentado dos irracionais é o chamado conjunto dos números Reais R.

Como se sabe, a inferência é uma característica do raciocínio lógico-matemático, portanto, conhecendo ou relembrando algumas noções de conjuntos podemos notar as inferências que se podem extrair da relação existente entre eles. Sabendo que o conjunto dos naturais é o conjunto de números que utilizamos no dia a dia N={0, 1, 2, 3, …} e que o conjunto dos números inteiros é constituído dos naturais mais os “naturais negativos” Z={… -3, -2, -3, 0, 1, 2, 3 …}, é fácil inferir não só que Z > N, mas que N $\subset$ Z; do mesmo modo ocorre com o restante dos conjuntos numéricos, de maneira que podemos expressar a totalidade dessas relações pela notação: N $\subset$ Z $\subset$ Q $\subset$ R.

Para facilitar a compreensão vejamos como fica esta notação na representação gráfica dos diagramas de Venn:



51 Faço esta referência ao “mais zero” por que há também o conjunto dos naturais sem o “0” cuja notação, segundo os manuais de matemática, é declarada como N*={1,2,3,4,5,6...

É a partir deste ponto que podemos abordar o problema com o qual Galileu se deparou, pois se pensarmos em uma correspondência bijetora de uma função entre dois conjuntos numéricos como o conjunto dos naturais e o conjunto dos números naturais pares teríamos então:

$$
\begin{array}{ccccccc}
N = & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
 & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\
P = & 0 & 2 & 4 & 6 & 8 & 10
\end{array}
$$

Conforme podemos observar é possível estabelecer uma função bijetora que relaciona cada um dos elementos do conjunto N dos naturais com o conjunto dos naturais pares. Ao relacionar cada elemento de modo a não sobrar nenhum, diz-se que ambos os conjuntos possuem a mesma cardinalidade. O problema da cardinalidade era de fato assombroso, afinal é de se supor, pelo menos *a priori*, que o conjunto P que contém todos os números naturais pares fosse menor do que o conjunto dos Naturais N inclusive por ser ele mesmo um subconjunto de N.

Assim como no problema dos raios dos círculos onde o raio é composto por raios menores nos coloca a questão paradoxal dos infinitos maiores que outros, o problema da cardinalidade dos conjuntos numéricos fez com que Galileu tomasse por dado impossível a lida com fenômenos infinitos da mesma forma como tratamos as quantidades finitas.

2.2.3 - Infinitos de Cantor

O que se notabilizou para Galileu como um fracasso, Georg Cantor soube aproveitar, sobretudo, a potência inventiva que os paradoxos e os conjuntos infinitos propiciavam. Cantor havia percebido que não só o conjunto dos Naturais e o conjunto de seus números pares tem a mesma cardinalidade, como os Naturais N tinham a mesma cardinalidade que o conjunto dos números inteiros Z. Na verdade, mesmo o conjunto dos números racionais Q conhecido por sua densidade de elementos também tem a mesma cardinalidade, tudo depende de como os elementos de cada conjunto são reorganizados de forma a constituir uma bijeção. Para Cantor esses fatores levam a conclusão não só de que os conjuntos infinitos possuem a mesma cardinalidade, como também demonstram que mesmo conjuntos infinitos podem ser contáveis.

Reconhecer que mesmo sendo infinito um conjunto pode ser contável certamente é um passo importante, entretanto o mesmo fenômeno da cardinalidade não se verifica quando lidamos com os números reais R. Assim, temos conjuntos que são infinitos numeráveis – conjuntos com a mesma cardinalidade – e conjuntos infinitos que não são enumeráveis como o conjunto R. A prova de Cantor que embasa esta ideia consiste em método que os gregos chamavam de redução ao absurdo, "um tipo de prova em que você supõe o contrário do que quer provar"(Mortari, 2001), isto é: de que é possível enumerar uma lista dos Reais.

Em Introdução à Lógica (2001), Cezar Mortari ilustra de forma didática o procedimento adotado por Cantor:

> "Primeiro note que os números reais podem ser representados por decimais infinitas, como 0,33333…,ou 3,141591… etc. […] Vamos tomar os números entre 0 e 1, e supor que podemos fazer uma enumeração deles. Essa lista seria algo como mostrado na figura 4.2, onde a^1_1 representa o primeiro algarismo (depois da vírgula) do primeiro número; a^1_2 é o segundo algarismo do primeiro número; a^2_1 é o primeiro algarismo do segundo número etc.

$$\begin{array}{lllllll}
0, & a^1_1 & a^1_2 & a^1_3 & a^1_4 & a^1_5 & \dots \\
0, & a^2_1 & a^2_2 & a^2_3 & a^2_4 & a^2_5 & \dots \\
0, & a^3_1 & a^3_2 & a^3_3 & a^3_4 & a^3_5 & \dots \\
0, & a^4_1 & a^4_2 & a^4_3 & a^4_4 & a^4_5 & \dots \\
0, & a^5_1 & a^5_2 & a^5_3 & a^5_4 & a^5_5 & \dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots &
\end{array}$$

FIGURA 4.2 — Uma lista dos reais?

> O que Cantor mostrou é que, não importa como você tente construir esta lista de números reais, sempre é possível construir um número real $r = 0, r_1, r_2, r_3, r4\dots$, entre 0 e 1, que não se encontra nela. O procedimento é o seguinte: o primeiro algarismo de r deve ser diferente do primeiro algarismo do primeiro número da lista. Por exemplo, se $a^1_1 = 5$, convencionamos que $r_1 = 6$. Caso contrário (i.e: se $a^1_1 \neq 5$), dizemos que $r_1 = 5$. Em qualquer caso, temos que $r_1 \neq a^1_1$. O segundo algarismo de r deve ser diferente do segundo algarismo do segundo número: da mesma maneira, construímos r_2 de forma que $r_2 \neq a^2_2$. Resumindo, para cada número i na lista, fazemos com que $r_i \neq a^i_i$" (MORTARI p. 58-59, 2001).

Como se pode observar pela demonstração cantoriana ilustrada por Cesar Mortari (2001), por mais que se pretenda construir uma lista dos números reais (R) sempre haverá um número que não estará contabilizado na lista. A iteratividade da regra proposta para encontrar o número r situa o número diagonalmente à lista. Por mais que se encontre o número, sempre haverá algum fora da lista. Isso comprova em primeiro que: pela redução ao absurdo, há infinitos que são maiores que outros infinitos, em segundo, que há infinitos contáveis e infinitos que não são contáveis. Portanto, cabe constatar a presença de duas operações peculiares ao paradoxo limite enumerado por Livingston a partir de Grahan Priest em *Beyond the limits of thoutgh:* a operação de imanência, uma vez que o número *r* é composto por números já apresentados, e uma operação de transcendência uma vez que um número não contabilizado é produzido a partir de sua iteração.

Por último, e não menos importante, é preciso compreender a imagem especular que a constatação de algo que escapa a contabilização fornece: a de um sistema que se depara na condição de sua própria incompletude. Por linhas distintas e conclusões similares Kurt Gödel chegaria a mesma condição de incompletude de qualquer sistema formal, essa foi somente uma das constatações de Gödel que foi expressa de forma mais direta em seu artigo de 1931 em que, apresenta as conclusões do teorema da incompletude.

2.3. O Teorema da Incompletude de Kurt Gödel:

2.3.1 O contexto da prova

Na bibliografia que se dedica ao desafio de se transmitir os impactos que o artigo de de 1931 de Gödel tem para a matemática, parece consenso tomar como ponto de partida o tema que perpassa os debates abordados até aqui – desde o problemático axioma das paralelas da geometria de Euclides aos infinitos de Cantor – que é o problema da consistência interna dos sistemas formais.

Mesmo que a geometria riemminiana demonstrasse que Euclides não era a última palavra em geometria (Nagel e Newman, 2009) o problema de validação de um sistema por meio dos axiomas permanecia posto. Se a polêmica em torno do axioma das paralelas dizia respeito ao problema da consistência justamente por não ser este um axioma dedutível dos demais, o que garante que as novas geometrias – incluindo a riemminiana – não apresentem os mesmo problemas quanto a sua consistência? A adoção de um modelo alternativo, seja transpondo teoremas da geometria para modelos da álgebra e aritmética a fim de encontrar sua validação, de fato não esgota o problema da consistência interna dos sistemas formais, consistindo em uma prova relativa de consistência, uma vez que sua validação se daria de forma indireta, isto é, pela adoção de um modelo interpretativo distinto da geometria.

Entretanto, a tentativa de Hilbert em torno do problema da consistência é tomada por Nagel e Newman como uma prova absoluta de consistência, a partir de um sistema de formalização de um sistema dedutivo.

> "O primeiro passo na construção de uma prova absoluta tal como Hilbert a concebeu a questão, reside na completa formalização de um sistema dedutivo. Isso significa drenar todas as expressões que ocorrem no interior do sistema de todo o significado: é preciso considerá-las simplesmente como signos vazios como se deve combinar e manipular tais signos é exposto em um conjunto de regras precisamente estabelecidas" (Nagel e Newman p.31, 2009).

A ideia de se estabelecer um sistema de regras de inferência apartadas de todo o significados será determinante para a construção de uma prova que ateste a consistência interna de um sistema formal pois, a ideia de Hilbert, é estabelecer neste sistema de signos denominado cálculo, que é composto por esses símbolos "que nada esconde e contém apenas aquilo que nele introduzimos explicitamente (Nagel e Newman 2009)".

Assim, adotando-se princípios de inferência e regras de transformação dá-se origem a uma composição de expressões aritméticas que podem até ser extensas mas que são essencialmente finitas. Este processo de formalização permite identificar a repetição de padrões e possibilitando identificar as estruturas formais de tal sistema sem a necessidade de compreender ou intuir sobre o que essas estruturas querem dizer, o que lhes confere o caráter abstrato que se espera de um sistema formal.

> "Uma página coberta com símbolos 'sem significado de uma tal matemática formalizada não afirma nada – é simplesmente um esforço abstrato ou um mosaico dotado de determinada estrutura. Todavia, é possível descrever claramente as configurações de semelhante sistema e efetuar enunciados acerca das configurações e de suas várias relações entre si" (Nagel e Newman, p.32 2009).

Conforme Nagel e Newman destacam, o cálculo matemático por si só não passa de um cálculo, entretanto, é do cálculo realizado a partir de axiomas internos, regras de transformação e relação, que se consegue extrair enunciados sobre o cálculo ou o que o resultado dele apresenta: caso ele seja equivalente a outras estruturas, se possui outro tipo de relações com elas. Tais enunciados podem ser qualificados como distintos da matemática a partir do momento em que são enunciados sobre a matemática, por isso Hilbert os qualifica como enunciados provenientes do que se convém chamar de metamatemática, isto é, a matemática que versa sobre si mesma.

A ideia de Hilbert consiste então de se buscar uma prova de consistência a partir de enunciados metamatemáticos cujo significado só pode ser extraído a partir do que se produz do cálculo, que por sua vez está compreendido na estrutura formalizada das regras que estabelecem relações e transformações. Assim seria possível fornecer uma prova a partir de enunciados metamatemáticos que gozam da consistência interna do sistema sem a necessidade de se recorrer a adoção de modelos para sua validação.

Além da distinção entre matemática e metamatemática, a formalização e estruturação sistemática obedece a critérios de finitude que se expressam na obediência estrita as regras e axiomas que constituem o sistema de maneira que o que há, é um número finito de transformações e relações, o que visa estabelecer um critério para a formalização de sentenças. Tal mecanismo parece análogo a ideia de Russell de parametrização entretanto, o fundamental para Hilbert é que o estabelecimento da consistência envolve procedimentos finitários, não admitindo referências a um número infinito de propriedades estruturais e fórmulas. Uma prova de consistência bem sucedida utiliza um número mínimo de processos de inferência (Nagel e Newman, 2009).

Outra etapa da busca pelo estabelecimento da consistência interna dos sistemas formais foi a que elevou a prova de Hilbert ao nível da lógica matemática estabelecida pelos *Principia Mathemathica* de Russell e Whitehead. A estruturação formal que os *Principia* estabelece adota um sistema de símbolos dotados de variáveis sentenciais e um conjunto de regras de transformação e substituição, derivadas de axiomas internos ao próprio sistema. Desta forma um número limitado de fórmulas e teoremas podem ser derivados da aplicação das regras de transformação e substituição que – uma vez derivadas dos axiomas do sistema – garantem a hereditariedade em relação a eles.

Entrar nos pormenores da prova proposta pelos *Principia* pode tomar o tempo de investigação necessário em outra oportunidade. A proposta de sua utilização neste trabalho tem fins meramente intermediários para que o leitor possa compreender o contexto da discussão em que ela se dá, para que possamos compreender o papel que o teorema da incompletude de Gödel teve sobre a matemática no tocante aos problemas relacionados à consistência dos sistemas formais.

A ideia de Russell é fundamentalmente marcada pela adoção de mecanismos de limitação, ou como Livingston enuncia: mecanismos de parametrização. A expressão máxima de tal orientação está na ideia central de que uma proposição não pode apresentar simultaneamente sua afirmação e sua negação, em outras palavras: “(...)provar ‘absolutamente’ que é impossível usando as regras de transformação derivar dos axiomas, uma fórmula S juntamente com sua negação formal ~S" (Nagel e Newman, 2009).

O procedimento da prova consiste em encontrar no cálculo, alguma expressão, isto é , uma fórmula que não seja um teorema, isto é, uma fórmula que a pesar de obedecer a sintaxe do sistema, não guarda consigo uma hereditariedade em relação aos axiomas do sistema. Encontrar este tipo de fórmula é o que garante a consistência da prova, pois através do sistema é possível separar o que é formalizável a partir dos axiomas e o que não é.

> "Assim, é claro que, se alguma fórmula S e sua contrária ~S forem dedutíveis dos axiomas, toda fórmula seria dedutível. Em suma, se o cálculo não for consistente, toda fórmula é um teorema, o que equivale a dizer que se pode derivar qualquer fórmula de um conjunto contraditório de axiomas. Mas isto possui um inverso: ou seja, se nem toda fórmula é um teorema (isto é se há pelo menos uma fórmula que não é derivável dos axiomas) então o cálculo é consistente. A tarefa, portanto, é mostrar que há pelo menos uma fórmula que não se pode derivar dos axiomas" (Nagel e Newman p.49, 2009).

Sob este aspecto, o leitor precisar ter em mente que caso os axiomas possibilitassem a derivação de todas as fórmulas enquanto teoremas, não haveria consistência no cálculo uma vez que ele precisaria incluir sua própria negação assim como no caso da teoria dos conjuntos. Caso se tome um conjunto de forma análoga a um sistema teríamos o fenômeno dos conjuntos que incluem a si mesmos como elementos, isto é, os mesmos que conduzem às antinomias e paradoxos, como o: paradoxo do mentiroso de Epimenides, ou mesmo do conjunto de todas as coisas pensáveis, isto é, os conjuntos que Russell denominou como conjuntos problemáticos.

A prova nos termos matemáticos se segue a partir de três aspectos que Nagel e Newman expõe de maneira que possa ser possível buscar, ao menos uma fórmula que não seja um teorema, isto é, não derivada diretamente dos axiomas do sistema em questão:

> "Isto é feito pelo emprego do raciocínio matemático sobre o sistema a nossa frente. Consiste em achar uma característica ou propriedade estrutural de fórmulas que satisfaça as seguintes três condições: 1. A propriedade deve ser comum a todos os quatro axiomas. (uma tal propriedade é a de conter não mais que 25 signos elementares; esta propriedade, contudo, não satisfaz a condição subsequente). 2. A propriedade deve ser 'hereditária' sob as Regras de Transformação – ou seja, se todos os axiomas possuem a propriedade, qualquer fórmula devidamente derivada delas, por meio das Regras de Transformação também deve possuí-la. Como toda fórmula assim derivada é, por definição, um teorema, esta condição, em essência, estipula que todo teorema deve ter a propriedade. 3. A propriedade não precisa pertencer a toda fórmula que se possa construir de acordo com as Regras de Formação do sistema -isto é, devemos procurar

> exibir pelo menos uma fórmula que não tenha a propriedade" (Nagel e Newman p. 49 – 50, 2009).

Conforme mencionamos mais acima, a elegância da demonstração como um todo, ganha mais vigor se o leitor preferir recorrer a uma descrição mais completa. Neste caso sugerimos que se recorra ao apêndice número 3 do ensaio 'A prova de Gödel' de Ernest Nagel e James R. Newman, bem como o capítulo 5 da mesma referência. Para este momento basta nos ater a ideia que a proposta da prova de consistência de Russell nos propõe: encontrar ao menos uma fórmula que a pesar de reconhecível pelo sistema não se configura em um teorema válido, uma vez que não guardam relação de hereditariedade com os axiomas.

> "(…) se descobrimos uma fórmula que não é um teorema, teremos estabelecido a consistência do sistema; pois, como observamos há pouco, se o sistema não fosse consistente, toda e qualquer fórmula seria derivável dos axiomas (isto é, toda e qualquer fórmula, seria um teorema). Em resumo, a apresentação de uma única fórmula sem a propriedade hereditária realiza o truque" (Nagel e Newman p. 50, 2009).

De modo geral é nesses termos que a prova absoluta de consistência fornecida por Russell se estrutura. Sua aceitação rendeu certo prestígio aos sistemas formais e entusiasmou o mundo da matemática fazendo crer que acrescentando alguns cálculos ou axiomas se poderia decifrar a estrutura completa de sua totalidade. Um retrato de tal espírito foi a consideração de que a matemática seria na verdade um capítulo da lógica, a qual no fim das contas seria a responsável por fornecer as regras de inferência e transformações das quais a matemática seria tributária (Nagel e Newman, 2009) . Entretanto, o artigo de Gödel de 1931 fornece uma prova de inconsistência expressa em seu teorema da incompletude que viria abalar estas certezas.

Como caracterização geral de um sistema formal, pode se dizer que: "o propósito de um sistema formal é gerar provas de teoremas e nós podemos identificar um sistema formal T com uma certa máquina que produz uma lista T_0, T_1, T2,… de todos os teoremas provados pelo sistema em questão" (Rucker, 2005). Nesse sentido, seja na prova de consistência de Hilbert que, realiza um mapeamento de enunciados lógicos a partir do sistema algébrico a fim de extrair enunciados metamatemáticos para conferir consistência ao sistema; seja pela ideia de Russell nos *Principia* em derivar teoremas cuja validade se expressa pela fidelidade destes para com os axiomas e regras do sistema, ambos contribuem para a ideia de um sistema que tem por finalidade estabelecer a prova de sua consistência e completude.

Assim pode-se dizer que o artigo de Gödel contribui duplamente com essas discussões: Primeiramente, no que diz respeito à incompletude na medida em que seus teoremas demonstram que há verdades matemáticas que podem não ser deriváveis dos axiomas. Neste caso a prova de Gödel demonstra que mesmo a pretensão de se atualizar o sistema adicionando um axioma a mais, resultaria em fracasso, pois sempre há verdades que os axiomas não alcançam, afinal a consistência se garante justamente por mecanismo e processos finitários e limitadores:

> "(…) ele provou que é impossível fornecer uma prova metamatemática da consistência de um sistema suficientemente compreensivo para conter o todo da aritmética a menos que a própria prova empregue regras de inferência em certos aspectos essenciais diferentes das Regras de Transformação usadas na derivação de teoremas dentro do sistema. (…) se o raciocínio aí utilizado basear-se em regras do cálculo aritmético, de modo que a consistência das hipóteses no raciocínio esteja tão sujeita a à dúvida quanto a consistência da aritmética, a prova conduzirá a uma vitória ilusória: um dragão morto só para criar outro. Em qualquer evento, se a prova não for finitária, ela não realiza os objetivos do programa original de Hilbert; e o argumento de Gödel torna improvável que possa ser dada uma prova finitária da consistência da aritmética" (Nagel e Newman p. 54, 2009).

Em segundo e não menos importante, o problema da consistência onde seus teoremas demonstram que a produção de uma prova depende da adoção de regras de inferência externas às regras do cálculo da prova. Isso significaria – uma prova de que não é possível provar – encaminhando a certeza da consistência para o terreno da produção de enunciados metamatemáticos cujo caráter é simplesmente indecidível, além de atestar a própria incompletude de qualquer sistema formal que possa ser desenvolvido no interior da aritmética:

> "A segunda conclusão importante de Gödel é ainda mais surpreendente e revolucionária, pois demonstra uma limitação fundamental no poder do método axiomático. Gödel mostrou que os *Principia,* ou qualquer sistema dentro do qual a aritmética pode ser desenvolvida é essencialmente incompleto. Em outras palavras dado *qualquer* conjunto consistente de axiomas aritméticos, há enunciados aritméticos verdadeiros que não podem ser derivados do conjunto" (Nagel e Newman p.54, 2009).

Com se observa, as consequências dos teoremas de Gödel praticamente traçam uma diagonal de inconsistência em uma discussão que desde o século XIX ocupava os matemáticos. Os desenvolvimentos em torno de uma concepção panlogicista que pudesse fornecer uma prova que ao mesmo tempo contemplasse sua completude e sua consistência como pré-condição na estruturação de um sistema formal não deixa de ser válido. "Uma tal prova pode, para sermos corretos, possuir grande valor e importância" (Nagel e Newman, 2009). Entretanto ela jamais pode alcançar a totalidade das verdades aritméticas.

2.3.2 - A prova de Gödel

Compreender a prova de Gödel pode ser um grande desafio para aqueles que não estão familiarizados com os aspectos técnicos que a compreendem, "É preciso assenhorar-se de 46 definições prévias juntamente com vários importantes teoremas preliminares, antes de alcançar os resultados principais (Nagel e Newman, 2009). Trata-se de um cálculo formalizado, cuja estrutura se constrói à partir de um conjunto de signos elementares onde é possível se estabelecer expressões e notações aritméticas.

2.3.2.1 - Elementos do cálculo:

Os elementos da prova podem ser divididos em 4 grupos, sendo eles os signos constantes utilizados na lógica sentencial; variáveis numéricas; variáveis sentenciais e variáveis predicativas, respectivamente.

***Signos:**

~ : Negação

∨: Disjunção ("ou")

→ : Condicional ("se… então…")

∃: Existe um…

= : é igual

0 : zero

s: sucessor imediato

(: pontuação

) : pontuação

. : pontuação

variáveis numéricas: *'x', 'y', 'z'… Podem ser substituídas por numerais e expressões numéricas

variáveis sentenciais: *'p' 'q', 'r'… Podem ser substituídas por fórmulas

***variáveis predicativas: 'P', 'Q', 'R'…** podem ser substituídas por predicados como 'Primo', 'Múltiplo' ou 'Maior que' ou qualquer outro.

***número de Gödel:** Para cada um dos 10 signos, Gödel associa um número.

~ = $\longrightarrow$ 1 0 = $\longrightarrow$ 6

$\vee =$	$\longrightarrow 2$	$S =$	$\longrightarrow 7$
$\rightarrow =$	$\longrightarrow 3$	$(=$	$\longrightarrow 8$
$\exists =$	$\longrightarrow 4$	$) =$	$\longrightarrow 9$
$=$	$\longrightarrow 5$	$. =$	$\longrightarrow 10$

As variáveis numéricas, sentenciais e as predicativas também recebem números de Gödel, e cada um dos tipos de variáveis possui sua regra específica de atribuição do número. Assim, para cada variável **numérica** deve-se associar um número primo **maior do que** 10; para cada variável **sentencial** devemos associar um número primo maior do que 10 **elevado ao quadrado** e por fim, para cada variável do tipo **predicativa** associa-se um número primo maior que 10 **elevado ao cubo**. Este é o método de aritmetização de uma expressão lógica em termos da numeração de Gödel. Nagel e Newman (2009), nos fornecem uma boa demonstração de sua aplicação para uma expressão hipotética:

> "Considerem em seguida uma fórmula do sistema, por exemplo, ($\exists x$) ($x = sy$) [traduzida literalmente isto quer dizer: 'Existe um x tal que x é o sucessor imediato de y, e afirma, com efeito, que todo número tem um sucessor imediato]. Os números associados aos seus dez signos elementares constituintes são, respectivamente 8, 4, 11, 9, 8, 11, 5, 7, 13, 9 (Nagel e Newman p 66, 2009)" .

Construindo a correlação proposta entre símbolos e a numeração de Gödel temos a correspondência abaixo:

$$\begin{array}{cccccccccc} (& \exists & x &) & (& x & = & \mathrm{s} & y &) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 8 & 4 & 11 & 9 & 8 & 11 & 5 & 7 & 13 & 9 \end{array}$$

Apesar de termos conseguido converter o símbolos da expressão para o números correspondentes à numeração de Gödel, a própria expressão, ela mesma, corresponde a um número de Gödel. Para alcançar este número é preciso "o produto dos primeiros dez primos em ordem de grandeza, sendo cada número primo elevado a uma potência igual ao número de Gödel do correspondente signo elementar (Nagel e Newman, 2009)". Deste modo teríamos:

$$2^8 \times 3^4 \times 5^{11} \times 7^9 \times 11^8 \times 13^{11} \times 17^5 \times 19^7 \times 23^{13} \times 29^9$$

Portanto, com o produto do cálculo acima temos o número de Gödel correspondente a fórmula ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$). Tal número é designado pela letra *m.*

Até aqui descobrimos como encontrar o número de Gödel para a fórmula ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$). Prosseguindo com este exemplo, podemos perceber que esta fórmula é composta por variáveis do tipo **numéricas** (*x, y*) . Adotando a regra de substituição para a variável '*y'* , substituindo-a por '0' temos a seguinte expressão derivada da fórmula ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$) que seria ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}0$). Assim como a fórmula possui seu número de Gödel, a expressão dela derivada também possui seu próprio número de Gödel, de maneira que seja possível, através da substituição de cada uma das variáveis, derivar uma certa sequência de fórmulas.

A título de exemplo, suponha-se que: x =2 e y= 0. Através da fórmula ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$) pode-se derivar a seguinte sequência: ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$); ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}0$); ($\exists 2$) ($2 = \mathrm{s}y$); ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$); ($\exists 2$) ($2 = \mathrm{s}0$) e etc… . Em cada uma das expressões há um número de Gödel correspondente assim como uma numeração correspondente dos elementos que formam cada uma delas. Uma vez mais estamos diante de uma sequência de números correspondendo cada um a uma expressão, o que nos põe a tarefa de estabelecer um único número de Gödel que possa dar um rótulo a esta sequência de fórmulas. No exemplo que exploramos, Nagel e Newman usam uma sequência mais simples de duas expressões como ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}y$) e ($\exists x$) ($x = \mathrm{s}0$) para ilustrar a demonstração de como atingir este número único de rotulagem denominado *k*:

> "Como antes, convém ter um número como rótulo para a sequência. Concordamos portanto em associar a ela o número que é o produto dos dois primeiros números primos em ordem de grandeza [*i.e* os primos 2 e 3], sendo cada primo elevado a uma potência igual ao número de Gödel da fórmula correspondente na sequência. Se chamarmos este número *k*, poderemos escrever $k = 2^m \times 3^n$ Aplicando este procedimento compacto, podemos conseguir um número para cada sequência de fórmulas. Em suma, a cada expressão no sistema, seja um signo elementar, uma sequência de signos ou uma sequência de sequências, podemos atribuir um único número de Gödel" (Nagel e Newman p 67-8, 2009).

Como se pode observar, a possibilidade de estabelecer uma correspondência entre os elementos da fórmula à numeração, possibilita mapear o cálculo e identificar suas estruturas formais. Mapeando os elementos da expressão através da numeração, é possível construir um número de Gödel para a própria expressão. Isso significa que mesmo aplicando regras de substituição das variáveis como ($\exists x$) (x = s0) , teríamos um número de Gödel diferente da expressão inicial ($\exists x$) (x = sy).

Da mesma forma é possível fazer um caminho inverso e decompor um número de Gödel a fim de identificar sua fórmula correspondente. Se tomarmos como exemplo o número 243.000.000 podemos decompô-lo na medida em que se sabe que este número é resultado produto 64 x 243 x 15625, que por sua vez são resultados decorrentes do produto entre 2^6 x 3^5 x 5^6. Sendo suas potências uma expressão da numeração de Gödel, e sabendo que a cada número corresponde a um signo, temos que 6, 5 e 6 correspondem a fórmula 0 = 0 (Nagel e Newman, 2009).

2.3.2.2 O mapeamento estratégico do cálculo.

A numeração nos mostra que é possível mapear fórmulas lógicas por meio de uma aritmetização construída a partir do sistema de numeração de Gödel. Qualquer semelhança com a ideia empregada por Hilbert quanto aos enunciados metamatemáticos não é mera coincidência, entretanto a proposta de Gödel constitui um alcance maior do que simplesmente mapear as estruturas e fórmulas lógicas. Se os enunciados metamatemáticos são extraídos de expressões e fórmulas, então é possível por meio delas estabelecer a numeração de Gödel tornando possível uma aritmetização de enunciados metamatemáticos.

> "O passo seguinte de Gödel é uma engenhosa aplicação de mapeamento. Ele mostrou que todos os enunciados metamatemáticos sobre as propriedades estruturais de expressões no cálculo podem ser adequadamente 'espelhadas' dentro do próprio cálculo. A ideia básica subjacente ao seu procedimento é a seguinte; uma vez que toda expressão no cálculo está associada a um número [Gödel], um enunciado metamatemático sobre expressões e suas relações umas com as outras, pode ser construído como um enunciado sobre os correspondentes números [Gödel] e suas relações aritméticas umas com as outras. Desta maneira, a metamatemática torna-se completamente 'aritmetizada'" (Nagel e Newman p 69-70, 2009).

Assim é possível observar por meio da aritmetização, de que maneira se pode estabelecer uma prova que ateste a correspondência entre o que ela anuncia e seu conjunto de axiomas. Para dar um exemplo de aplicação, vamos recorrer a um exemplo de uma fórmula extraída da Lógica Formal denominada 'condicional': $(p \vee p) \rightarrow p$. Uma série de informações podem ser adquiridas da análise desta fórmula: Primeiramente esta fórmula pode ser traduzida em linguagem comum enquanto: 'se *p* ou *p*, então *p* ', em seguida deve se estar atento em perceber que enquanto inferência lógica ela expressa uma proposição, isto é, uma verdade, a saber, que : 'se *p* ou *p*, então *p* '., portanto a relação expressa pela fórmula $(p \vee p) \rightarrow p$ comunica e enuncia uma prova. Em terceiro, ela também se configura enquanto regra de inferência, em um dos axiomas que estruturam a lógica formal.

Entretanto, também podemos perceber que a prova $(p \vee p) \rightarrow p$ é composta por outra fórmula, sem a qual sua inferência não seria possível, a fórmula: $(p \vee p)$, também conhecida como operação de disjunção. Assim podemos decompor a prova em duas partes: a própria fórmula da prova $(p \vee p) \rightarrow p$ e fórmula que é premissa da prova, $(p \vee p)$. Assim, ela é parte constituinte do axioma como destaca Nagel e Newman "Estabelecemos agora o enunciado metamatemático de que a fórmula $(p \vee p)$ é parte inicial do axioma"(2009).

Portanto, se temos uma fórmula que pode ser depreendida da fórmula inicial $(p \vee p) \rightarrow p$, então temos duas fórmulas cabendo considerar que ambas as fórmulas $(p \vee p) \rightarrow p;$ $(p \vee p)$ possuem seu correspondente número de Gödel, que será chamado de *a* e *b* respectivamente. O número *a*, correspondente à primeira a expressão inicial e equivale a 2^8 x 3^{11} x 5^2 x 7^{11} x 11^9 x 13^3 x $17^{11,}$ por sua vez, a expressão da segunda fórmula $(p \vee p)$ é 2^8 x 3^{11} x 5^2 x 7^{11} x 11^9, cujo número representamos por *b*, e por fim, temos como rótulo desta sequência (*k*) o número $k = 2^a$ x 3^b

A partir destes dados pode-se tentar provar se a expressão $(p \vee p)$ se constitui de fato em um axioma de onde se deriva a fórmula $(p \vee p) \rightarrow p.$ Caso isso seja verdadeiro, então significa que '*b* é fator numérico de *a'*.. Tal enunciado metamatemático pode ser definido em um sistema aritmético formalizado como *b* é uma função de *a*. Em termos da prova, esta regra pode ser transcrita no seguinte enunciado metamatemático: "a sequência de fórmulas com o número Gödel *x* é uma prova da fórmula com o número de Gödel *z*" (Nagel e Newman, 2009). Este enunciado metamatemático nos informa de uma relação existente entre *x* e *z*, e sua forma aritmetizada pode ser descrita por 'Dem (*x*, *z*)'.

Aqui cabe destacar que segundo Nagel e Newman a complexidade desta relação pode ser observada na fórmula correspondente ao número da sequência *k* . É preciso ter em mente que a partir do momento em que temos a fórmula desmembrada em duas partes: $(p \vee p) \rightarrow p;$ $(p \vee p)$ onde ambas possuem seus respectivos números de Gödel, temos uma sequência de fórmulas cujo rótulo é $k = 2^a$ x $3^{b.}$ O número *k* é então a expressão da complexa relação do enunciado 'Dem (*x*, *z*)' uma vez que o número *k* se refere ao desmembramento da fórmula em prova e conclusão.

> "Pedimos agora ao leitor para observar que um enunciado metamatemático segundo o qual uma certa sequência de fórmulas é uma prova para uma dada fórmula é *verdadeiro,* se, e somente se, o número de Gödel da pretensa prova está para o número de Gödel da conclusão na relação aritmética aqui designada por 'Dem'. Consequentemente para afirmar a verdade ou falsidade

> do enunciado metamatemático em discussão, precisamos preocupar-nos apenas com a questão de saber se há relação Dem entre dois números" (Nagel e Newman p. 71, 2009).

Conforme se observa, se, e somente se, estabelecer-se a relação 'Dem (x, z)' tem-se uma prova de verdade a cerca da prova $(p \vee p) \rightarrow p$. Da mesma forma, pode-se atingir o mesmo critério de validade tomando se o caminho inverso à partir de sua negação formal: '¬Dem (x, z)'. Esta fórmula, cujo enunciado metamatemático significa 'estar em função de' está no cerne do argumento de Gödel.

Até aqui não há nenhuma novidade ou ganho teórico em relação ao estabelecimento da prova em si, pois Russell utiliza o mesmo meio para o estabelecimento da consistência interna de um sistema. Na verdade, pode se dizer que de maneira análoga, se estabelece na lógica argumentativa tal mecanismo quando da verificação das premissas em relação a conclusão do argumento. É preciso citar estes paralelismos a fim de se demonstrar a título de exemplo, que há um espelhamento do que ocorre dentro de um sistema formal na lógica de argumentos.

O cerne do argumento de Gödel se estrutura em torno de uma fórmula denominada fórmula G. A última ferramenta que o mapeamento aritmético de Gödel nos fornece para a compreensão da fórmula G nos é fornecida a seguir, e diz respeito a utilização de um numeral na substituição da variável numérica y na fórmula inicialmente trabalhada: $(\exists x) (x = sy)$.

Como se sabe a fórmula $(\exists x) (x = sy)$ tem número de Gödel m. Aplicando se a regra de substituição, em que substitui-se a variável y de número Gödel 13 pelo número de Gödel m, tem-se uma nova fórmula derivada que seria $(\exists x) (x = sm)$. Assim, tal fórmula é - por estar representada no cálculo - possuidora de seu próprio número de Gödel e portanto, possível de ser calculado. Ao invés proceder ao cálculo, Nagel e Newman representa-o por outra caracterização matemática:

> "Esta última fórmula tem um número de Gödel, que pode ser calculado com muita facilidade. Mas em vez de efetuar o cálculo, podemos identificar o número por uma caracterização metamatemática inambígua: trata-se do número de G6odel da fórmula obtida a partir da fórmula com o número de Gödel m. Esta caracterização metamatemática somente determina um número m e 13, onde a própria função pode ser expressa dentro do sistema formalizado. Pode-se portanto designar o número dentro do cálculo. Escrever-se-á esta designação como 'sub(m, 13, m) sendo o propósito desta forma recordar a caracterização metamatemática que ela representa, isto é, 'o número de Gödel da fórmula obtida a partir da fórmula com o número de Gödel m' "(Nagel e Newman p. 79-80, 2009).

Por tanto tal caracterização metamatemática que representa a substituição da variável y pelo numeral correspondente ao número de Gödel m é representado pela notação sub(m, 13, m). Esta notação, é a última ferramenta necessária para que se possa compreender a estrutura da prova.

Antes de proceder definitivamente para a demonstração, cabe-nos familiarizar previamente com a fórmula que será denominada Fórmula G já que, é em torno desta fórmula que se verifica os desdobramentos da prova. A fórmula G é uma fórmula aritmética cujo enunciado metamatemático expressa uma proposição acerca de si mesma, a saber: 'A fórmula G não é demonstrável'. Por ora, estas informações são suficientes de modo que podemos elencar as notações que conhecemos de antemão para a compreensão da demonstração:

Notação	Número Gödel	Significado
y	13	Variável numérica
$(\exists x)(x = sy)$	m	Existe um x que é o sucessor imediato de y
$(\exists x)(x = sm)$	sub(m, 13, m)	Existe um x que é o sucessor imediato de m
sub(m, 13, m)	sub(m, 13, m)	O número de Gödel da fórmula obtida a partir da fórmula com o número de Gödel m.
$\neg$Dem (x, z)		A sequência de fórmulas com o número de Gödel x não é uma prova ou demonstração da fórmula com o número de Gödel z.

2.3.2.3 - O cálculo em etapas

Para uma melhor compreensão do cálculo, pode-se abordá-lo por meio da de cada etapa de construção. A fórmula G, já mencionada é a forma aritmética na qual a prova se alicerça. Para a construção do cálculo, Gödel demonstra primeiramente como construir a fórmula G. Em segundo lugar, procede-se a demonstração de sua negação formal ¬ G a fim de demonstrar que tanto sua negação como sua afirmação são indecidíveis; em seguida propor que a fórmula G embora não demonstrável, é uma fórmula aritmética verdadeira. Este último fator o conduz a tomar os axiomas da aritmética por incompletos, e para a comprovação deste fato, Gödel descreveu "como construir uma fórmula aritmética A que representasse o enunciado metamatemático: 'a aritmética é consistente', provando que a fórmula A⊃G é formalmente demonstrável" (Nagel e Newman, 2009) mas que a fórmula A não é demonstrável. Assim, podemos resumir estas etapas com se segue a baixo:

- 1ª etapa: demonstração da fórmula G
- 2ª etapa: demonstração de sua negação formal ¬G
- 3ª etapa: Mesmo não sendo demonstrável, G é uma verdadeira fórmula aritmética

- 4^a etapa: G e ¬G são indecidíveis. Pelo principio da não contradição G e ¬G não podem ser simultaneamente demonstráveis. Como ambas as fórmulas são verdadeiramente aritméticas, logo são indecidíveis e portanto os axiomas da aritmética são incompletos.
- 5^a etapa: A fórmula A (A aritmética e consistente) é não demonstrável enquanto A⊃G é demonstrável.

1ª Etapa:

A fórmula G é construída a partir de uma derivação da fórmula ¬Dem (*x*, *z*) que, como visto, expressa o enunciado metamatemático 'A sequência de fórmulas como número de Gödel *x* não é uma prova para a fórmula com o número de Gödel *z* '. Acrescentando-se a esta fórmula ¬Dem (*x*, *z*) o termo [*x*] que tem por finalidade expressar a sentença 'Para cada *x',* deriva-se uma nova fórmula (*x*) ¬Dem (*x*, *z*). Tal fórmula tem como expressão de seu enunciado metamatemático: 'Para cada *x* , a sequência de fórmulas como número de Gödel *x* não é uma prova para a fórmula com o número de Gödel *z*' ou dito de forma resumida 'A fórmula com o número de Gödel *z* é não demonstrável.

A fórmula G de Gödel é alcançada a partir de um certo caso da fórmula (*x*) ¬Dem (*x*, *z*) que não é demonstrável formalmente, a saber a fórmula (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*y*, 13 *y*)). Aqui é preciso recordar que este, nada mais é do que o mesmo procedimento que ocorre em (∃*x*) (*x* = s*y*), onde se substitui a variável com número de Gödel 13 que é *y* pelo número de Gödel *m* da expressão gerando a fórmula (∃*x*) (*x* = s*m*). Esta, é a clássica aplicação de uma regra de substituição do cálculo, desta vez aplicada a expressão (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*y*, 13 *y*)).

Logo, assim como *m* é o número de Gödel de (∃*x*) (*x* = s*y*), por ser uma expressão aritmética, (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*y*, 13 *y*)) também possui um número de Gödel que pode ser chamado de *n.* *S*ubstituindo se a variável *y* por *n,* a nova fórmula derivada é (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*n*, 13 *n*)). Da mesma forma: enquanto o número de Gödel da fórmula (∃*x*) (*x* = s*m*) é sub(*m*, 13, *m*) , o número de Gödel da expressão (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*n*, 13 *n*)) será sub(*n*, 13, *n*). E então alcança-se a fórmula G: (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*n*, 13 *n*))

Fórmula 'G': (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*n*, 13 *n*))

Como pode-se observar a fórmula G é adquirida à partir da fórmula (*x*) ¬Dem (*x*, sub(*y*, 13 *y*)). O que nos diz seu enunciado metamatemático? Responder a esta pergunta implica levar em conta que o enunciado metamatemático da expressão inicial ¬Dem(*x*, *z*) afirma que 'A sequência de fórmulas com o número de Gödel x não é uma prova ou demonstração da fórmula com o número de Gödel z'. com isso em mente é preciso lembrar que se a fórmula (x) ¬Dem (x, sub(y, 13 y)) é a imagem especular do enunciado metamatemático: 'a fórmula (x) ¬Dem (x, sub(y, 13 y)) é não demonstrável'. Logo, a fórmula G é a afirmação do enunciado segundo o qual ela mesma '(x) ¬Dem (x, sub(n, 13 n)) é não demonstrável'.

2ª Etapa:

Agora que ficou demonstrado como se alcança a fórmula G é preciso que também seja demonstrável a sua negação formal, '¬(x) ¬Dem (x, sub(n, 13 n)), ou simplesmente ¬G. Entretanto, conforme expõe Nagel e Newman, se tanto G quanto ¬G são demonstráveis então os axiomas dos quais elas se derivam são inconsistentes, já que pelo princípio da não contradição um lançamento não pode ser simultaneamente verdadeiro e falso. Assim, para a garantia da consistência dos axiomas é preciso que tanto G como ¬G sejam não demonstráveis:

> "(…) se a fórmula G fosse demonstrável, então seu contraditório formal, (ou seja, a fórmula ¬(x) ¬Dem (x, sub(n, 13 n))) poderia também ser demonstrável; e, inversamente que se o contraditório formal de G fosse demonstrável então o próprio G também seria demonstrável. Assim temos: G é demonstrável se, e somente se, ¬G for demonstrável. Mas como notamos antes, se uma fórmula e sua negação formal podem ser ambas derivadas de um conjunto de axiomas, os axiomas não são consistentes" (Nagel e Newman p.79, 2009).

Assim, caso os axiomas sejam consistentes, então a fórmula G é formalmente indecidível " no sentido técnico preciso de que nem G, nem o seu contraditório podem ser deduzidos dos axiomas"(Nagel e Newman, 2009).

3ª Etapa:

Como vimos, a propriedade de G ser uma fórmula indecidível significaria que os axiomas da aritmética são inconsistentes, entretanto tomando-os como consistentes pode-se demonstrar que a fórmula G é verdadeira. Como isso é possível? É preciso lembrar antes de mais nada que, é possível extrair enunciados metamatemáticos à partir das expressões e fórmulas aritméticas. Esta é, a "*raison d'être* do mapeamento; como por exemplo, na geometria analítica onde, em virtude deste processo, verdadeiros enunciados geométricos correspondem sempre a verdadeiros enunciados algébricos" (Nagel e Newman, 2009). Portanto se o enunciado metamatemático que se extrai da fórmula G corresponde aos axiomas aritméticos de onde a fórmula é construída, temos que o caráter indecidível de tal fórmula é verdadeiro. Assim, sua veracidade pode não ser dedutível mas é validada pelo enunciado metamatemáticos extraído dela, logo chega-se a um impasse que torna o valor da prova indecidível.

4ª Etapa: Destas conclusões podemos verificar que a fórmula G embora representada no cálculo aritmético, só alcança sua validação por meio da correspondência entre o enunciado metamatemático que se extrai dela para com os axiomas dos sistema. Assim, apesar dela ser representável dentro do cálculo aritmético sua validação se da pela via auxiliar dos enunciados metamatemáticos que, graças a correspondência dedutiva estabelecida pelo mapeamento, são dedutíveis dos axiomas. Por isso temos um problema que se estrutura em torno da questão da completude dos axiomas da aritmética, uma vez que há uma fórmula que é representável dentro do cálculo aritmético cuja validade não é dedutível diretamente dos axiomas que estruturam o sistema mas sim por um recurso do mapeamento. Tal constatação é decisiva para a verificação de que os axiomas da aritmética precisam ser reconhecidos como incompletos.

Além disso, mesmo que por ventura desta descoberta se pudesse acrescentar outro axioma a fim de se atualizar o sistema, poder-se- ia incorrer no mesmo problema pelos mesmo meios:

> "Esta notável conclusão mantém-se, não importa quão frequentemente o sistema inicial seja ampliado. Sentimo-nos assim obrigados a reconhecer a limitação fundamental do método axiomático contra assunções prévias, o vasto continente da verdade aritmética não pode ser levado a uma ordem sistemática, renunciando-se de uma vez por todas a um conjunto de axiomas do qual todo enunciado aritmético verdadeiro pode ser formalmente derivado" (Nagel e Newman, p81-82, 2009).

5ª Etapa: Conforme visto nas etapas anteriores, pode se vislumbrar a conclusão de Gödel em afirmar que: 'Se a aritmética é consistente ela é incompleta'. Este enunciado metamatemático nos remete a uma equivalência existente entre outros dois enunciados. Assim, o enunciado : ' A aritmética é consistente' equivale ao enunciado 'Existe ao menos uma fórmula da aritmética que não é demonstrável'. Este enunciado pode ser representado dentro do cálculo aritmético na seguinte fórmula, que pode ser designada como fórmula A:

$$\text{Fórmula A: } (\exists x)\ (x)\neg \mathrm{Dem}(x,y)$$

Traduzindo-se em palavras esta fórmula nos diz que 'Existe ao menos um número y tal que, para cada número x , x não se acha na relação Dem para com y '. De acordo com Nagel e Newman, este enunciado corresponde à parte antecedente do enunciado ‘Se a aritmética é consistente então ela é incompleta’. Portanto, a fórmula A equivalente ao enunciado ‘A aritmética é consistente’. Por sua vez a outra parte do enunciado, isto é, a que afirma que ‘A aritmética é incompleta corresponde a seu equivalente que assevera: ‘Existe um enunciado aritmético verdadeiro que não é demonstrável aritmeticamente’ . Tal enunciado como visto nada mais é do que a fórmula G. Observe no quadro abaixo a lista de correspondências entre os enunciados e suas respectivas fórmulas.

Enunciado	Enunciado equivalente	Fórmula
A aritmética é consistente	Existe ao menos uma fórmula aritmética que não é demonstrável.	(A): $(\exists x)\ (x)\neg\mathrm{Dem}(x,y)$
A aritmética é incompleta	Existe um enunciado aritmético verdadeiro que não é formalmente demonstrável na aritmética.	(G): $(x)\ \neg\mathrm{Dem}\ (x,\ \mathrm{sub}(n,\ 13\ n))$

Assim podemos dizer que a junção dos enunciados ‘Se a aritmética é consistente, então ela é incompleta’ em uma condicional seria expresso em notação por $(\exists x)\ (x)\neg\mathrm{Dem}(x,y) \rightarrow (x)\ \neg\mathrm{Dem}\ (x,\ \mathrm{sub}(n,\ 13\ n))$, o que de forma abreviada nada mais seria do que A → G.

Esta última etapa do argumento de Gödel consiste em demonstrar como a fórmula A é não-demonstrável a partir do mesmo artifício que os matemáticos costumam utilizar para estabelecer as provas de seus teoremas, isto é, buscando supor o contrário do que se quer provar. Assim, ao invés de partir da ideia de que A é não-demonstrável, é preciso partir da suposição de que A seja demonstrável.

Portanto, supondo que A seja demonstrável, então supõe-se que A→G é demonstrável. Assim, “usando a regra de separação, a fórmula G seria demonstrável. Mas, a não ser que o cálculo seja inconsistente, G é formalmente indecidível, isto é, não-demonstrável. Assim se a aritmética for consistente, a fórmula A é não demonstrável”(Nagel e Newman, p83, 2009).

Etapa Conclusiva:

Como foi visto na tabela acima, a fórmula A afirma que ‘A aritmética é consistente’, e como acaba de ser demonstrado, a mesma fórmula A é não-demonstrável. Isso quer dizer que o enunciado metamatemático que ela prescreve não pode ser representado no cálculo por meio de uma sequencia de fórmulas, caso essa demonstração fosse possível, seria preciso assumir que a própria aritmética seria inconsistente. Portanto, “devemos concluir que se a aritmética é consistente, sua consistência não pode ser estabelecida por qualquer raciocínio metamatemático que possa ser representado dentro do formalismo da aritmética !” (Nagel e Newman, p.83, 2009) A força desta descoberta de Gödel ao contrário de excluir a metamatemática da consistência da aritmética, atesta a insuficiência interna de seus axiomas quando o assunto é produzir uma prova que seja internamente dedutível deles, o que de fato amplia os horizontes da matemática pavimentando novas possibilidades para as chamadas matemáticas inventivas, ou como os estadunidenses gostam de designar pelo termo *working mathematician*.

A importância de tematizar, ainda que de maneira esboçada estes três momentos em que a matemática prova de sua inconsistência busca contextualizar de que maneira foi possível demarcar uma via crítica no tocante a pretensão de se estabelecer por meio dos sistemas formais provas de consistência e completude sem se dar conta de sua incompletude, característica marcada por processos finitários. De certa forma Galileu havia antecipado uma perspectiva crítica quando às voltas com os problemas dos infinitos dizia ser um erro tratar categorias ilimitadas com instrumentos que tratam de categorias finitas. Assim, tanto os impasses sobre os axiomas de Euclides, como no cálculo infinitesimal de Cantor e os teoremas de incompletude de Gödel, parecem compor um conjunto de episódios em que a matemática precisou rever seus postulados e orientações de pensamento.

3 - Entre o Limite e a Decisão: As Orientações do pensamento

Em Breve tratado de Ontologia transitória Badiou afirma a existência de orientações do pensamento que tem a capacidade de regular a relação entre o pensamento e a totalidade infinita que compreende toda a reflexão que se disponha a tratar do pensamento do ser e toda a sua complexa e infindável existência. Como visto anteriormente, após a euforia da perspectiva Fregeana de uma compreensão totalizante da existência baseado na estrutura linguística dos sistemas lógico-formais, os paradoxos de Russell e os desenvolvimentos da teoria dos conjuntos infinitos de Cantor obrigaram a matemática a ter que pensar sobre seus fundamentos.

Nesse sentido a matemática, empreende um movimento distinto ao empreendido pela filosofia no contexto da crise da metafísica. Por um lado, os próprios filósofos limitaram-se a 'fechar' a questão em torno da crise da metafísica afirmando que a filosofia não teria mais nada a dizer a cerca da totalidade, a não ser fazer digressões de sua própria história enquanto a história desta insuficiência, Por sua vez, a crise que os sistemas formais atravessaram no século XIX parece ter constrangido a matemática a pensar sobre seu próprio limite sem precisar apelar para uma suposta insuficiência.

A influência que pensamento heideggeriano exerceu sobre os filósofos na segunda metade do século XX fornece nesse sentido uma importante chave interpretativa para se compreender os motivos pelos quais o pensamento filosófico tenha dado por si mesmo como a imagem de insuficiência diante da complexidade da totalidade. À medida em que a responsabilização da metafísica pelas catástrofes do século - tais como a produção da morte em escala industrial e a própria iminência de uma catástrofe capaz de aniquilar a existência - , delegava ao recurso místico poético a última instância de resguardo do pensamento sobre o ser, os sistemas formais fizeram de sua crise a abertura de um novo campo de possibilidades no campo da geometria, da lógica, e da matemática.

Na crítica da metafísica, a domação e enquadramento a que o Ser é submetido a fim de satisfazer a forma conceitual do objeto, é resultado de um gesto inaugurado por Platão que, ao reduzir o ser à potência unificadora do ente através das ideias, expõe o pensamento à presença do objeto a ponto de tornar Ser e Ente indiscerníveis. Este, foi um gesto tão antigo e fundador da metafísica que sua força torna a questão fundamental do ser assim como a diferença ontológica entre Ser e Ente se tornar esquecida, chegando mesmo a configurar-se enquanto um esquecimento do próprio esquecimento. Conforme Heidegger atribui a forma artística do pensamento poético a única capaz de resguardar esta abertura para o Ser no âmbito de uma experiência inefável do que não pode ser expresso em conceito, a única saída seria o advento de um acontecimento que possa suspender tal esquecimento que abra uma via de acesso ao Ser. Nesse sentido o diagnóstico de Heidegger diante dos limites da metafísica de alguma maneira corrobora com a saída por ele proposta em suas próprias palavras: 'só deus pode nos salvar'.

Diante de tal diagnóstico da metafísica o filósofo Alain Badiou enxerga em sua influência exercida um debate que de maneira geral diz respeito a uma crítica que busca romper com a tentação da própria metafísica de redução do ser a unidade do conceito. Em outras palavras uma espécie de busca pela superação da força Unificadora do Uno, o que autoriza afirmar que o mencionado problema ontológico diz respeito, em última análise à diferença entre o Uno e o Múltiplo.

É comum imaginar que a crítica tem papel subtrativo de modo a interditar determinado argumento, entretanto a crítica de Badiou não se limita a interditar o diagnóstico de Heidegger sobre o Ser em retirada, mas sim a respeito do encaminhamento onto-teológico que o filósofo da floresta negra confere à questão. Se a busca de um pensamento sobre o ser-enquanto-ser se estrutura em um tipo de operação subtrativa à potência unificadora do uno e de toda a objetividade conceitual que a compreende, quê possibilidade de superação deste modelo poderia proporcionar um pensamento que renuncia a Unidade conceitual para entregá-la a unidade mística do divino? "É possível salvar o pensamento – ou por acaso haverá na realidade, o pensamento escapado desde o começo; quero dizer: haverá escapado a potência normativa do Uno – sem que haja a necessidade de recorrer para tal a profecia do retorno do deuses? (Badiou, p. 26, 2001)"

No caso da matemática quando confrontada com os seus próprios limites podemos observar um encaminhamento diferente ao empreendido pela leitura que Heidegger faz da metafísica. O filósofo e matemático franco-marroquino Alain Badiou demonstra esta diferença de encaminhamentos da questão ontológica através de sua ontologia do múltiplo Indiscernível. "A decisão inicial consiste então em sustentar que aquilo que, pertencente ao ser, resulta pensável, se acha contido na forma do múltiplo radical, do múltiplo que não se acha submetido a potência do Uno, daquilo que tenho chamado (…) o múltiplo sem um." (Badiou. p.30. 2001). Como se observa, a ideia de um múltiplo-sem-um tem como objetivo uma representação do ser (em retirada da representação do Um) à partir do múltiplo.

No apagar das luzes do século, enquanto a crise que se abateu sobre os fundamentos da metafísica se desdobrava em enunciados sobre modernidades líquidas, pensamentos úmidos seguido de um clamor pelo pensamento desorientado cujo objetivo final era o afastamento de qualquer pretensão de objetividade; a matemática já havia pensado sobre o problema das inconsistências que tanto atormentou os matemáticos no século XIX durante a crise dos sistemas formais. Tais episódios são representados por Badiou não como uma interdição às matemáticas mas antes, a oportunidade na qual as matemáticas precisaram enquanto pensamento refletir sobre suas próprias regras e condições.

Os desdobramentos desta crise podem ser observados a partir de quatro orientações de pensamento que vamos enumerar a seguir, com destaque para as posições mais recentes como o paradigma do Paradoxo-crítico, posição claramente adotada por Livingston, e a orientação genérica do pensamento que, orienta o sistema filosófico de Alain Badiou.

3.1 - Sobre a Orientação transcendente do pensamento.

Sobre a Orientação transcendente do pensamento, o leitor precisa ter em mente a noção de que nela persiste a ideia de uma supra-existencia que corresponde a uma totalidade cuja compreensão transcenderia a capacidade mesma de qualquer recurso da linguagem. Deste modo o que é possível dizer do ser corresponde a uma vã tentativa de se formalizar o que não pode ser formalizado, de compreender o que não pode ser compreendido graças a imensidão mesma que constitui a totalidade. Em seu *breve tratado de ontología transitoria*, Badiou demonstra esta orientação da seguinte maneira;

> A ... orientação transcendente funciona como uma norma para a existência, permitindo o que iremos cunhar uma "superexistência". Este ponto tem à sua disposição uma espécie de vedação hierárquica de seu próprio fim, por assim dizer, do universo de tudo o que existe. Desta vez, digamos que toda existência é sulcada em uma totalidade que a atribui a um lugar. (Badiou, p, 48, 2001)[52]

Como visto, fala-se da existência do ser submetida ao regime de existência de uma superexistência que regula a própria existência de tudo o que há, ao passo em que por outro lado, este mesmo ato de instituição do existente é obscurecido pela própria autoridade daquilo que regula o que é existente. Dito de outra forma, estaríamos diante de uma totalidade em que a existência do que se encontra disposto é regulada por uma espécie de ser excepcional. Se pudéssemos ilustrar na forma da sabedoria popular seria possível transcrever esta noção no seguinte ditado 'Há mais coisas entre o Céu e a terra que a nossa vã consciência não consegue tocar. Deste modo, estamos diante de uma existência que não somente é fraturada entre aquilo o que é compreensível ou dizível dela e aquilo que não se

52 La segunda orientación, la transcendente, regula la existência mediante la admisión de lo que podríamos llamar una superexistência, o un punto de clausura jerárquico que dispone, em su lado de acá, el universo de todo lo que existe. Digamos que, en este caso, toda existencia se inscribe em una totalidad que le asigna un lugar.

pode dizer ou pensar sobre ela mas sobretudo, de uma existência regulada por algo maior do que o entendimento.

É possível tomar como artifício para esta compreensão da orientação transcendental um ser mitológico descrito pelo escritor argentino Jorge Luís Borges em seu famoso bestiário de seres imaginários[53]. Nesta obra, dentre os tantos seres fantásticos, aquele que bem ilustra a orientação transcendental na qual há uma existência suprassensível, e portanto misteriosa e inacessível ao nosso entendimento, está o mito árabe de um ser chamado Bahamut.

No relato da lenda, conta-se que o mundo consiste em um grande orbe que flutua sob as mãos de um anjo, que por sua vez se encontra apoiado sobre um penhasco de rubis, que por sua vez está apoiado sobre um imenso touro chamado Kujata. Este touro está deitado sob a areia de um leito, o leito apoiado sob Bahamut que consiste em um imenso Peixe que de tão imenso seria impossível para um mortal não cair por terra em loucura caso fosse dada a este a possibilidade de contemplar o impetuoso peixe. Diz-se ainda que Bahamut está nadando sob a água, outras versões afirmam que Bahamut flutua sob um vento sufocante apoiado sob a água, a água sob o fogo, o fogo sob uma névoa e o restante o conhecimento humano não pode acessar.

> "A fama de Bahamut chegou aos desertos da Arábia, onde os homens alteraram e enalteceram sua imagem. De hipopótamo ou elefante, transformaram-no em peixe que se mantém sobre uma água sem fundo e sobre o peixe imaginaram um touro e sobre o touro uma montanha feita de rubi e sobre a montanha um anjo e sobre o anjo seis infernos e sobre os infernos a Terra e sobre a Terra sete céus. Lemos numa tradição recolhida por Lane:
> 'Deus criou a Terra, mas a Terra não tinha sustentáculo e assim por baixo da Terra criou um Anjo. Mas o Anjo não tinha sustentáculo e assim por baixo dos pés do anjo criou um penhasco de rubi. Mas o penhasco não tinha sustentáculo e assim por baixo do penhasco criou um touro com quatro mil olhos, orelhas, ventas, bocas, líguas, e pés.
> Mas o Touro não tinha sustentáculo e assim por baixo dos pés do touro criou um peixe chamado Bahamut, e por baixo do peixe pôs água, e por baixo da água pôs escuridão, e a ciência humana não vê além deste ponto.'
> Outros declararam que a Terra tem suas fundações na água; a água, no penhasco; o penhasco, na cerviz do touro; o touro, num leito de areia; a areia, em Bahamut; Bahamut, num vento sufocante; o vento sufocante, numa neblina. Não se conhece a base da neblina.
> Tão imenso e resplandecente é Bahamut que os olhos humanos não conseguem suportar sua visão. Todos os mares da Terra , postos em uma de suas fossas nasais, seriam como um grão de mostarda em meio ao deserto. Na noite 496 do livro *As mill e uma noites* conta-se que Isa (Jesus) foi concedido ver Bahamut e que, obtida essa mercê, ele caiu por terra e levou três dias para recuperar o conhecimento. Acrescenta-se que por baixo do impetuoso peixe existe um mar, e por baixo do mar um abismo de ar, e por baixo do ar, fogo, e por baixo do fogo, uma serpente chamada Falak, em cuja boca estão os infernos .
> A ficção do penhasco sobre o touro e do touro sobre Bahamut e de Bahamut sobre qualquer outra coisa parece ilustrar a prova cosmológica de que Deus existe, na qual se argumenta que toda causa exige uma causa anterior e se proclama a necessidade de afirmar uma causa primeira, para não proceder ao infinito" (Borges, p.37-38, 2007).

53 O Livro dos seres imaginários.

Outra alegoria que pode ser usada para nos ajudar a compreender esta noção transcendente de pensamento está, na retomada que João faz do Gênesis em seu evangelho logo nas primeiras linhas onde se afirma que “no princípio era o verbo e o verbo estava com Deus, e o Verbo era Deus e nada do que existe foi feito sem ele.

> “1 No princípio era o Verbo, e o Verbo estava com Deus, e o Verbo era Deus.
> 2 Ele estava no princípio com Deus.
> 3Todas as coisas foram feitas por ele, e sem ele nada do que foi feito se fez.
> 4 Nele estava a vida e a vida era a luz dos homens.
> (…) 10 Estava no mundo, e o mundo foi feito por ele, e o mundo não o conheceu” (João, 1; 1, 2, 3, 4, 10).

Se comparada ambos os relatos, temos em comum esta existência suprassensível cujo entendimento está para além de nossa capacidade cognitiva, salvo pelo recurso místico-religioso de uma experiência inefável. Conforme o leitor avança na tentativa de compreender a mítica descrição de Bahamut, vai se notado uma espécie de hierarquização dos elementos que está implicado na sua compreensão. Ao longo do texto o leitor se vê em apuros ao perceber que vai se tornando um desafio compreender a totalidade da descrição, há sempre algo apoiado sobre algo maior, que por sua vez está apoiado sobre algo ainda maior, a medida em que a própria existência da totalidade vai se tornando absurdamente complexa e ininteligível, não restando ao leitor muita coisa a não ser associar a totalidade de tal existência na forma da mencionada tradição que Borges recupera de Lane onde “Deus criou a terra, mas a terra não tinha sustentáculo e assim por de baixo da terra criou um anjo. (…) (BORGES, 2007).

No caso do evangelho de João temos a adoção do mesmo recurso, sua leitura coloca a totalidade como dada, e sua vasta complexidade está amparada sob a unidade de Deus. Entretanto uma nuance difere o texto de João do restante dos apóstolos, pois sua recuperação do gênesis apresenta Deus em uma zona de difícil distinção entre o divino e o Verbo: ele está ao mesmo tempo com Deus e é ao mesmo tempo Deus.

Se Deus é o Verbo ou Bahamut é incompreensível, o que interessa é enxergar a relação de transcendência que está envolvido neste tipo de orientação de pensamento, que regula a relação entre o ser enquanto ser e a totalidade do que pode ser dito, um princípio de existência que se encontra além da finita compreensão humana ou daquilo que pode ser dizível. Nos termos de Badiou, a orientação transcendente, “regula a existência mediante a admissão do que poderíamos chamar de uma superexistencia, ou um ponto de fecho hierárquico que dispõe do lado de cá o universo de tudo o que existe. Digamos que neste caso toda existência se inscreve em uma totalidade que lhe garante lugar” (Badiou, p. 48 2001). Nas palavras do próprio Livingston: “O que Badiou denomina orientação transcendente configura a totalidade dos seres a partir da referência a um ser privilegiado, uma superexistência que assegura o lugar de tudo, enquanto ao mesmo tempo obscurece o momento de instituição de sua própria autoridade” (Livingston, 2017).

3.2 - Sobre a orientação construtivista do pensamento.

Vimos que o evangelho de João estabelece um corte distintivo em relação aos demais evangelhos a partir do momento em que a potência criadora de Deus está delegada a potência do verbo. Subentende-se que se Deus é o Verbo ele só pode estar na condição do Verbo ser logo, é um evangelho que delega a garantia da existência à força da linguagem. Entretanto a linguagem também pode ser tomada como instância garantidora de existência a partir da orientação construtivista que caracteriza os pensadores que enxergam na linguagem uma potente ferramenta que regula o ser e a totalidade.

Esta é uma orientação de pensamento cuja influência é marcante entre os pensadores nominalistas consagrados pela tradição anglo-saxã de pensamento filosófico. O próprio Alain Badiou caracteriza esta tradição como contraponto a tendencia transcendental implicada na teoria das formas de Platão. Não a toa tomam como referência e cânone os princípios da metafísica de Aristóteles cujo esmero com princípios de imanência se fazem presentes.

A orientação construtivista utiliza o recurso linguístico e construções explícitas que permitem identificar tudo aquilo passível de ser nomeado ou dizível. Esse limite entre o dizível e o indizível é o que regula a existência mesma dos objetos:

> “A segunda orientação é (…) a que está implicitamente inscrita no tradicional nominalismo, assim como em algumas formas do pensamento crítico desde Kant, mas alcança sua total expressão metodológica somente com a virada linguística do século XIX. (…) relaciona a totalidade do que é dizível sobre o Ser por meio de um traço explícito da estrutura e limite da linguagem (…). (…) a totalidade da existência é regulada por protocolos de uma linguagem significativa, compreensível em seus termos e capaz de realizar a distinção entre o dizível e o indizível” (Livingston, p178 2012)[54].

54 The second orientation is also one we have already discussed. It is the one that is implicit in traditional nominalism, as well as in some forms of critical thought since Kant, but reaches its full methodological expression only with the twentieth-century linguistic turn. This is the orientation that relates to the totality of what is sayable about Being by means of an explicit tracing of the structure and boundaries of language; (…) (…) the totality of existence is regulated by the discernable protocols of a meaningful language, comprehensible in themselves and capable of distinguishing between the sayable and the non-sayable.

Deste modo podemos compreender como as construções e demonstrações feitas a partir de estruturas definidas regulam os protocolos de existência que permitem estabelecer a diferença entre aquilo que tem sentido e o que não tem. Neste encaminhamento linguístico a própria estrutura sintática e as normas gramaticais determina e estabelecem o regime de existência dos objetos. Na tradição analítica e no nominalismo, pensadores como Ayer e Carnap encarnam estas posições de modo que no estabelecimento do limite entre o "*sense and nonsense*"(Livingstone, 2012) estabelece onde o pesquisador deve se situar de modo a não entrar em apuros como no caso das contradições e antinomias envolvidas em sistemas que incluem a si na condição de elemento e conjunto. Em seu Breve tratado de Ontologia transitória Badiou dá termo a esta orientação da maneira como se segue:

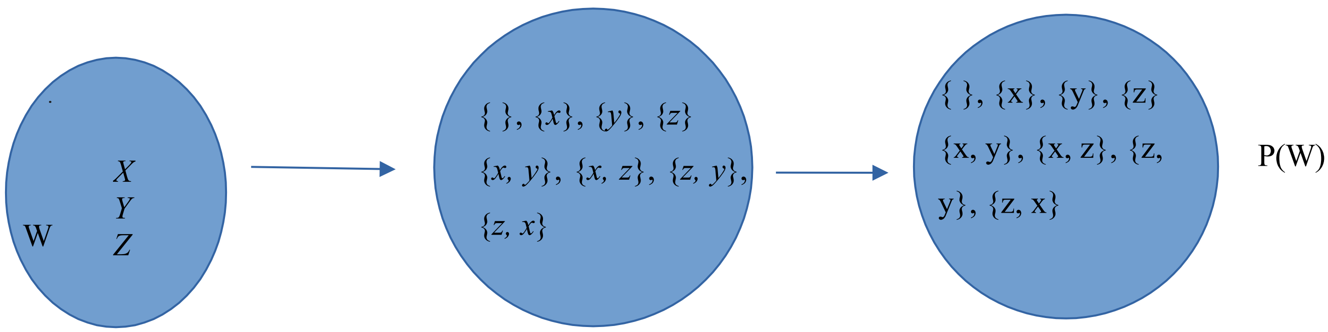
"(…) regula a existência mediante construções explícitas e, em definitivo, subordina o juízo de existência a determinados protocolos linguísticos finitos e controláveis. Digamos que toda a existência se sustenta graças a um algorítimo que permite alcançar efetivamente um caso daquilo de que se trata"(Badiou p 48, 2002).

A observância de tais protocolos que regulam o existente e o não existente, o sentido e a falta de sentido se reflete na forma de uma política daquilo que é dizível. Tal mecanismo compreende uma importante ferramenta de limitação ao modo de Russell e seu dispositivo de parametrização que lhe permite estabelecer uma organização hierárquica de uma determinada totalidade conjuntesca.

3.3 - A orientação genérica do pensamento:

É notório perceber a influência das descobertas da teoria dos conjuntos infinitos de Cantor na orientação de pensamento defendida por Badiou. Uma das mais decisivas contribuições, sobretudo em sua ontologia do múltiplo se dá na constatação do fato de um conjunto potência de um dado conjunto inicial ser maior do que o conjunto inicial. Por exemplo: suponhamos um conjunto inicial composto pelos elementos x, y, z. Com a quantidade de elementos existentes podemos recombiná-los de forma a constituir todas as combinações possíveis entre eles na forma de subconjuntos. Teríamos então os subconjuntos, mais o conjunto vazio(que por definição está contido em todo conjunto): $\{\ \}$, $\{x\}$, $\{y\}$, $\{z\}$, $\{x, y\}$, $\{x, z\}$, $\{z, y\}$, $\{z, x\}$, totalizando assim um total de oito subconjuntos. Agora, se formarmos um novo conjunto com os subconjuntos contidos no conjunto inicial teremos então o seu conjunto potência que apresenta uma quantidade maior de elementos.

Caso tomemos o conjunto inicial pelo nome W, representamos seu conjunto potência como P(W). Observe no diagrama de Venn a seguir:



A disposição dos elementos recombinados e subdivididos em subconjuntos, abre caminho para a demonstração de que haveriam infinitos maiores que outros infinitos, entretanto a contribuição fundamental desta constatação é tomada por Badiou como a demonstração da característica que as matemáticas e fundamentalmente a teoria dos conjuntos infinitos tem em nos permitir pensar o ser em seu ponto de retirada, isto é, no âmbito da multiplicidade infinita. Desta forma a multiplicidade se constitui na sua principal ferramenta de análise empreendida contra a potência e força unificadora do Uno.

Se de acordo com as descobertas de Cantor, é possível decompor os elementos que se apresentam, na forma de uma multiplicidade de outros elementos, então estamos falando de elementos que nada mais são do que múltiplos que se apresentam sob a forma de uma unidade. Deste modo se contamos somente os elementos do conjunto inicial, temos que seus elementos, nada mais são do que múltiplos que, se apresentam na forma do que Badiou designa como conta-por um. Tal percepção influencia diretamente o seu método canônico de recontagem que permitiria identificar o múltiplo subjacente a todo elemento que se encontra disposto na forma da conta-por-um. Esta técnica tem como fundamento a associação dos números naturais (0, 1, 2, 3, …) em termos de conjunto, onde 0 corresponderia ao conjunto vazio, 1 correspondendo ao conjunto que contêm o conjunto vazio, 2 é o conjunto contendo 1 e 0, e assim por diante de modo que podemos representar esta relação como se segue abaixo:

0, 1, 2, 3...

Ø {Ø} {0,1} {2,1,0}

A recontagem que que Badiou empreende com a utilização do método canônico, permite, assim como no caso dos conjunto de Cantor reconstruir os elementos que compõe aquilo que se apresenta. Desta forma, os múltiplos que se reconstituem se denominam representação, ao passo que aquilo que se apresenta inicialmente na sequencia é denominado apresentação

De certo, a potência da teoria dos conjuntos infinitos influencia o pensamento genérico na medida em que fixa um ponto de excesso na disseminação infinita da multiplicidade inconsistente sem recorrer a qualquer suposta Unidade que esteja para além da multiplicidade inconsistente.

> “Multiplicidades inconsistentes ou “excessivas” nada mais são do que o que a ontologia da teoria dos conjuntos designa, antes de sua estrutura dedutiva, como puro não-ser. Que seja no lugar desse não-ser que Cantor aponta o absoluto, ou Deus, nos permite isolar a decisão em que se fundamentam 'ontologias' de Presença, 'ontologias' não matemáticas: a decisão de declarar que além o múltiplo, mesmo na metáfora de sua grandeza inconsistente, o um é. O que a teoria dos conjuntos realiza, ao contrário, sob o efeito dos paradoxos - em que registra seu não-ser particular como obstáculo (que, por essa razão, é o não-ser) - é que o um não é (Badiou, p. 42, 2002).

Nesse sentido é preciso dizer que as conquistas da teoria cantoriana dos conjuntos infinitos corrobora diretamente para qualquer ontologia que se pretenda tematizar o ser na condição de sua retirada. Nas palavras do próprio Badiou tal orientação privilegia as zonas desconhecidas e pontos de excesso que são obtidos justamente pela operação de subtração de determinações a que o ser estaria submetido de modo que a própria concepção de Unidade se torna problemática diante de sua zona indiscernível.

> “A terceira orientação sustenta que a existência carece de norma exceto na consistência discursiva. (…) privilegia zonas indefinidas, os múltiplos subtraídos de toda a acumulação de predicados e também privilegia os pontos de excesso e os dados obtidos mediante subtração.

> Digamos assim que a existência está presa em uma realidade errante que corta em diagonal todas as montagens que se supõe podem surpreendê-la" (Badiou, p 48 2002)[55].

Desta forma percebemos que pela indeterminação que se depreende da forma subtrativa do ser, a orientação genérica do pensamento tem como tarefa inscrever ou ao menos perseguir tal existência subtrativa, ponto exato de onde um evento é capaz de estar suspenso a qualquer predicação atual e assim fazer o pensamento ser forçado a decidir sobre o indecidível voltando se para suas orientações. Tais orientações é que vão definir o estatuto de existência do ser. Quanto a este ponto, cabe notar que ele estabelece importante distinção em relação a orientação construtivista, uma vez que o gesto que se sustenta no esforço de formalização a partir de um ponto fixo em uma multiplicidade infinita rompe com os protocolos de limitação e parametrização característicos da orientação construtivista. Tal estatuto é constatado mesmo por Livingston em *Politics of Logic :*

> "Badiou mostra assim como o aparato da teoria dos conjuntos deixa em aberto a possibilidade, além de qualquer coisa que o construtivismo possa permitir, do "conjunto genérico" que, embora real, é completamente indiscernível dentro da ontologia e, portanto, também a possibilidade de extensão de qualquer situação determinada por meio de um "forçar" genérico do indiscernível que realiza, no seu limite infinito, uma nova verdade" (Livingston p. 182. 2012).[56]

Estas características que compreendem a orientação genérica nos permite então caracterizar também como diferença em relação ao construtivismo o fato de que a não interdição do chamado elemento problemático, isto, é o dispositivo de autorrepresentação, o qual tem estatuto no pensamento genérico da própria diagonalização.

A tentativa de desenvolver uma formalização da orientação genérica realizada em O Ser e o Evento encontra-se descrita de maneira sintética em Manifesto pela filosofia, pequeno suplemento destinado a introduzir alguns dos conceitos abordados em O Ser o Evento. Ali, é possível perceber que a noção de Genérico tem como função dar conta dos efeitos que um suplemento podem causar no que Badiou chama de situação. Para compreender melhor o que isso significa, é preciso saber distinguir a

---

55 La tercera orientación platea que la existencia carece de norma, exepto em la concistencia discursiva. La tercera orientación privilegia las zonas indefinidas, los múltiples sustraídos a toda acumulación de predicados, y también privilegia los puntos de exceso y los datos obtenidos mediante sustración. Digamos que toda existencia está atrapada en una realidad errante que corta em diagonal todos los montajes que se supone pueden sorprenderla.

56 Badiou thereby shows how the apparatus of set theory leaves open the possibility, beyond anything constructivism can allow, of the "generic set" which, though real, is completely indiscernible within ontology, and hence also the possibility of the extension of any determinate situation by means of a generic "forcing" of the indiscernible which realizes, at its infinite limit, a new truth.

situação do chamado estado da situação, assim como ter bem claras as diferenças entre apresentação e representação.

Retomando o método canônico de re-contagem, temos o que se segue no diagrama abaixo:

Apresentação 0, 1, 2, 3...

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

Situação

Representação Ø {Ø} {0,1} {2,1,0}

Estado-da-situação

Conforme descrito pelo diagrama a situação corresponde a forma segundo a qual o múltiplo se apresenta como um, isto é, na forma da conta-por-um. Por outro lado a decomposição do termo da apresentação em múltiplos termos se dá no que é determinado por Badiou enquanto representação. A representação é, como bem observado por Livingston, a própria recontagem desses elementos: “Esta re-contagem Badiou determina como ‘representação’, e identifica a distinção entre o conjunto inicial e sua re-contagem feita em seu conjunto potência com a distinção entre apresentação e representação” (Livingston, 2012).[57]

Pelo diagrama vemos também representada a distinção feita por Badiou entre ‘Situação’ e ‘Estado da situação’ onde Situação está associada a situação inicial que se apresenta; e o Estado da situação associado àquilo que da situação apresentada se encontra representado na decomposição dos termos. “Se o conjunto inicial, Badiou chama de ‘Situação’, então o seu conjunto potência é chamado de ‘estado’ desta situação; ele contêm o que estiver apresentado na situação inicial, pode outra vez ser reagrupado e re-presentado como um na representação”(Livingston, 2012).[58]

Entre a apresentação e sua recontagem feita na representação, ou entre a situação e o estado da situação, nada de inédito se produz, e esta, seria uma distinção fundamental entre natureza e história.

57 This re-counting Badiou terms “representation,” and identifies the distinction between the initial set and its re-counting in the power set with the distinction between presentation and representation quite generally.

58 If the initial set is what Badiou calls a “situation,” then its power set is termed the “state” of this situation; it contains whatever, presented in the initial situation, can again be regrouped and re-presented as a one in representation.

Enquanto a natureza se reproduz em uma sucessão de processos que se repetem sucessivamente, em situações históricas temos uma interrupção desta repetição.

Em situações históricas, onde se rompe a repetição da natureza, tem se na decomposição dos termos apresentados a presença de um elemento cujo seu correspondente não foi apresentado de antemão; deste modo tomando se como exemplo a apresentação do elemento 3, teríamos algo como: 0, 1, 2, 4 ou mesmo 0, 1, 2, 3. Conforme podemos ver neste exemplo hipotético, o número 4 na representação de 3 não está de antemão apresentado. Uma vez que o elemento que excede o que está apresentado se encontra representado é preciso ao menos admitir que o tipo de transcendência que busca o pensamento genérico é um tipo peculiar que se verifica na imanência do que se apresenta configurando se assim em uma busca pela transcendência na imanência.

O termo apresentado que carrega em sua representação o elemento 'excessivo', é designado como termo singular. Assim, enquanto um termo singular se encontra apresentado no estado, isto é , na situação inicial, ele não estará representado no estado da situação, entretanto é na recontagem feita na representação que o estado "(...)pode trazer por meio de seu reagrupamento, elementos que não foram apresentados em nenhum lugar na situação original; Badiou chama isso de 'excrescências'". (Livingston, 2012).[59] Portanto excrescências é tudo aquilo que não está apresentado no estado mas que por meio de sua recontagem, que ocorre na representação, é capaz de, por meio de seu reagrupamento, ser apresentado.

Tal fator se revela fundamental apara a teoria do evento de Badiou, pois é neste ponto que o conceito de genérico é utilizado em seu sistema de pensamento. Em Manifesto pela filosofia Badiou deixa claro que a introdução do termo 'genérico' visa dar conta dos efeitos decorrentes de um processo eventural, isto é, referente ao evento.

> "É no campo da atividade matemática que o conceito de múltiplo genérico foi primeiro produzido. Ele foi com efeito proposto por Paul Cohen, no começo dos anos sessenta, para resolver problemas muito técnicos deixados em suspenso há quase um século, e que diziam respeito à 'potência', ou quantidade pura, de certas multiplicidades infinitas. Podemos dizer que o conceito de múltiplo genérico veio encerrar a primeira etapa dessa teoria ontológica que, desde Cantor leva o nome de 'teoria dos conjuntos'. (…) O Conceito de genericidade é introduzido para dar conta dos efeitos, internos a uma situação múltiplo, de um evento que a suplementa. Ele designa o estatuto de certas multiplicidades que simultaneamente se inscrevem numa situação e nela tramam, de maneira consistente, um acaso irreversivelmente subtraído a qualquer nomeação"(BADIOU, p. 64-65, 1991).

59 Or the state may bring forth, through its regrouping, elements that were nowhere presented in the original situation; Badiou calls these "excrescences.

Eis então a estrutura do pensamento genérico como descrito pelo próprio Badiou em seu *Breve tratado de ontología transitoria*. O entendimento de que as multiplicidades infinitas são atuais, além de estabelecer a forma múltipla da existência do ser-enquanto-ser, afirma a condição privilegiada do pensamento genérico em relação à multiplicidade genérica. Uma vez que a aplicação de uma norma consistente e formal como a dos conjuntos possibilita perseguir uma existência que está para além do que a orientação construtivista e seus protocolos e regras de formalização.

Portanto a orientação genérica do pensamento é justamente a que prioriza as zonas do indiscernível, pois a inconsistência de uma multiplicidade infinita está para além do dizível, o que não quer dizer que ela não possa ser representável,, sendo assim compreensível o porquê desta orientação fixar seu objeto de análise em torno do ponto de excesso do que se apresenta como dado.

3.4 - O Paradoxo-Crítico: uma 4ª orientação?

Na introdução de *Politics of Logic,* Livingston apresenta de maneira mais formalizada o que seria uma quarta orientação de pensamento. Em uma primeira leitura, a distinção entre a orientação genérica do pensamento e o Paradoxo-crítico podem parecer sutis, entretanto cabe lembrar que suas diferenças marcam uma distinção fundamental na forma de se conceber os limites, sejam os do pensamento, do dizível ou do representável.

Esta confusão pode se dar pela fato de que ambas as orientações partem de operações de *closure*, isto é, uma operação onde se estabelece o limite, ou mesmo as bordas do conjunto. Nesse sentido a ideia de Paradoxo-crítico parte da defesa de que seja possível conceber a categoria do Uno como totalidade, em inglês *One-all,* ao mesmo tempo em que se admite os conjuntos de Russell. Na verdade Livingston afirma que não é o caso de que as descobertas de Russell como o fenômenos dos paradoxos interditem a ideia de se pensar nesta totalidade:

> “De forma geral devemos colocar a situação da forma como se segue. Não é o caso que as implicações do paradoxo de Russell ou qualquer outro paradoxo semântico nos force de imediato a rejeitar, como Badiou quer, o Uno-todo *One all*. O efeito do paradoxo é antes separar o Todo-Uno em duas hipóteses interpretativas e forçar uma decisão entre elas. Podemos rejeitar o "Todo" da totalidade, preservando o "Um" da consistência - esta é a solução de Badiou - ou,

alternativamente, podemos preservar o Todo da totalidade enquanto sacrificamos, pelo menos em certos casos, o Um da consistência"(Livingston, p.171, 2012).[60]

Conforme podemos perceber a orientação do Paradoxo-Crítico se baseia em uma totalidade cuja existência se verifica na linguagem. Nesse sentido a Orientação do Paradoxo-Crítico reconhece no campo da linguagem a capacidade de dar um sentido transformativo para os Paradoxos, uma vez que ela é dotada do dispositivo autorreferente. Fazendo isso a linguagem estabelece por si mesmo os limites daquilo que pode ser considerado pensável ou mesmo dizível.

> "Na verdade, há outra orientação, que está plenamente ciente desses paradoxos e ainda não recusa a relevância da reflexão lingüística interna da maneira que a orientação genérica de Badiou faz. Já o conhecemos: é a orientação paradoxico-crítica que opera rastreando as implicações desestabilizadoras dos paradoxos da autorreferência nas fronteiras do pensável ou dizível. Que essa orientação é de fato fundamentalmente diferente da orientação de Badiou, apesar de sua passagem comum pelos paradoxos da autorreferência, já é sugerido pela relação muito diferente que ela mantém com a análise da estrutura da linguagem. Ou seja, enquanto a orientação genérica de Badiou (pelo menos oficialmente) se posiciona além ou antes de toda reflexão sobre a linguagem e sua estrutura, a orientação paradoxico-crítica depende crucialmente, como vimos, da possibilidade de a linguagem auto-referencialmente figurar por exibindo sua própria estrutura (mesmo que essa figuração seja necessariamente paradoxal) (Livingston, p. 183, 2012)."[61]

Conforme se observa, dado que o paradoxo-crítico opera as implicações desestabilizadoras dos paradoxos, é possível deduzir que eles cumprem papel de operador transformativo na linguagem. Graças a seus dispositivos próprios de autorreferencia, a linguagem consegue representar a si, ainda que tal representação se dê de forma paradoxal.

Supor que é no rastro da linguagem e seu dispositivo de autorreferencia que se estabelece os limites do dizível, parece ser o mesmo que supor a linguagem como compreendendo a totalidade, e graças a seu dispositivo de autorreferencia ela é capaz representar este todo paradoxalmente, é

60 More generally, then, we might put the situation as follows. It is not in fact the case that the implications of the Russell paradox or any of the related semantic paradoxes immediately force us to reject, as Badiou claims, the "One-All." The effect of the paradox is rather to split the One-All into two interpretive hypotheses and force a decision between them. Either we may reject the "All" of totality while preserving the "One" of consistency—this is Badiou's solution—or, alternatively, we may preserve the All of totality while sacrificing, at least in certain cases, the One of consistency.

61 In fact there is another orientation, one that is fully cognizant of these paradoxes and yet does not refuse the relevance of internal linguistic reflection in the way that Badiou's generic orientation does. We have already met it: it is the paradoxico-critical orientation that operates by tracing the destabilizing implications of the paradoxes of self-reference at the boundaries of the thinkable, or sayable. That this orientation is indeed fundamentally different from Badiou's, despite its common passage through the paradoxes of self-reference, is already suggested by the very different relation it bears to the analysis of the structure of language. That is, whereas Badiou's generic orientation (officially at least) positions itself beyond or before all reflection on language and its structure, the paradoxico-critical orientation depends crucially, as we have seen, on the possibility of language self-referentially to figure itself by displaying its own structure (even if this figuring will necessarily be paradoxical).

necessariamente ser tomada como uma estrutura completa que compreende o todo. Entretanto essa concepção se daria de forma crítica ante a existência do paradoxo que emerge em suas fronteiras.

Como visto anteriormente, a escolha forçada pela ideia da linguagem como um sistema completo acaba por forçá-la a assumir também a condição de inconsistência que se dá na diagonal desestabilizadora dos paradoxos que estabelecem os limites do pensável. Esta é uma noção muito próxima da ideia de Wittgenstein em conceber a linguagem composta por um conjunto de ferramentas que lhe permite uma enumeração ostensiva daquilo que é articulável em formulações que estabelecem sentido. Da mesma forma, o paradoxo-crítico reconhece o papel da linguagem no entanto este reconhecimento está próximo do sentido que Lacan emprega a linguagem em sua noção de *lalangue:*uma concepção líquida que permite pensar a linguagem como aquilo que se espalha e banha a totalidade. Deste modo a orientação crítica aceita os limites do sentido dentro daquilo que pode ser articulável ao passo em que aceita o paradoxo como parte constituinte da linguagem.

3.5 - Paradoxo-Crítico e o Genérico: um comparativo de características

A fim de esclarecer as diferenças entre a orientação criteriológica, ou Paradoxo-crítico, em relação a orientação genérica, decidiu-se por introduzir este pequeno itinerário comparativo de características.

-Genérico: vê nos paradoxos um aspecto produtivo uma vez que eles produzem uma disjunção entre consistência e incompletude. A orientação genérica prioriza a consistência ao passo em que assumindo a consistência precisa necessariamente assumir a incompletude do sistema. Tal aspecto demonstra o caráter decidido desta forma de pensamento e o estabelecimento da teoria dos conjuntos infinitos enquanto instrumento privilegiado de análise de uma ontologia do múltiplo-puro,isto é, o múltiplo-sem-um.

Paradoxo-crítico: por sua vez, o Paradoxo-crítico, prioriza a inconsistência ao passo em que precisa necessariamente admitir a completude do sistema. Enxerga, assim como a orientação genérica, um aspecto produtivo nos paradoxos, tomando-os como operativos em um determinado sistema:

> "(…) agora podemos especificar a distinção mais básica entre a orientação genérica de Badiou e o paradoxo-crítico. É o seguinte: dados os paradoxos que forçam uma escolha, enquanto a orientação genérica de Badiou decide pela consistência e contra a completude, a orientação paradoxico-crítico se baseia na decisão pela completude e contra a consistência. Assim, enquanto a orientação genérica de Badiou mantém o objetivo metodológico da consistência a

> todo custo, a ponto de negar a existência de um todo ou uma totalidade, o modo pelo qual o paradoxo-crítico tipicamente funciona afirma a existência de uma totalidade (de tudo o que pode ser dito, ou do mundo, ou do Ser) e rastreia as contradições e antinomias que assim surgem em seus limites e em seu centro reflexivo. Não busca necessariamente uma resolução dessas contradições, mas sim as considera necessárias à estruturação das totalidades relevantes que considera(Livingston, p183-184)."[62]

Como se pode observar, a utilidade do paradoxo para a orientação crítica se caracteriza por considerar o chamado *one-all*, isto é o Uno-Todo, de forma a encontrar nas inconsistências que a linguagem estabelece, o limite entre o sentido e a falta de sentido na estruturação daquilo que será considerado para a constituição da totalidade existente. O paradoxo é operativo por que ele permite estabelecer uma topografia da totalidade mas resguardando-se de forma crítica da crença de sua completude ou de seu fechamento.

> "Assim, em contraste com a decisão de Badiou contra o Um, o paradoxo-critico pode ser considerado comprometido com a afirmação implacável do Um, independentemente de ser constitutivamente dilacerado pelos paradoxos do fechamento em suas fronteiras. É dessa maneira que ele realiza seu trabalho crítico, rastreando e documentando a complexa topologia de fechamento, sem tentar resolvê-la em uma doutrina do ser univocamente consistente(Livingston, p.183. 2012)".

Diante do que foi visto podemos arriscar uma aplicação do uso que a orientação crítica faz das inconsistências. Para tal ilustração podemos recorrer a um acontecimento cientifico que ficou conhecido na física com Catástrofe do Ultravioleta:

No âmbito do estudo dos fenômenos de irradiação dos corpos negros, um experimento elaborado para se medir os níveis de irradiação da luz, a fim de se demonstrar empiricamente os resultados dos cálculos elaborados para aferimento das ondas de radiação, algo inesperado aconteceu: O comportamento das ondas em seus diversos níveis de radiação até o infravermelho confirmavam os cálculos elaborados até então, no entanto quando o experimento alcança o nível ultravioleta os cálculos simplesmente davam errado.

---

62 we can now specify the most basic distinction between Badiou's generic orientation and the paradoxico-critical one. It is this: given the paradoxes that force a choice, whereas Badiou's generic orientation decides for consistency and against completeness, the paradoxico-critical orientation is based on the decision for completeness and against consistency. Thus, whereas Badiou's generic orientation maintains the methodological aim of consistency at all cost, up to the point of denying the existence of a whole or totality at all, the paradoxico-critical mode typically works by affirming the existence of a totality (of all that can be said, or of the world, or of Being) and tracing the contradictions and antinomies that thereby arise at its boundaries and at its reflexive center. It does not necessarily seek a resolution of these contradictions, but indeed finds them to be necessary to the structuration of the relevant totalities that it considers.

Naquele tempo, a física já havia abandonado a ideia de que a luz se propaga no espaço por meio de pequenas unidades ou partículas denominadas fótons, e havia assumido o teorema segundo o qual a luz se propagava no espaço por meio de ondas. O problema só foi resolvido quando o físico Max Planck elaborou o cálculo de uma nova constante que conseguiu realizar a medição do ultravioleta.

Desta forma, por meio da constante de Planck consegue-se comprovar a mensuração de tal radiação descobrindo que a partir do nível ultravioleta a luz deixa de se comportar como uma onda e passa a se comportar como partículas: Era o nascimento da Física Quântica.

Desta forma, podemos observar os momentos em que a ciência precisa recorrer a elaboração de novas leis e axiomas a fim de resolver impasses em que ela se vê envolta.

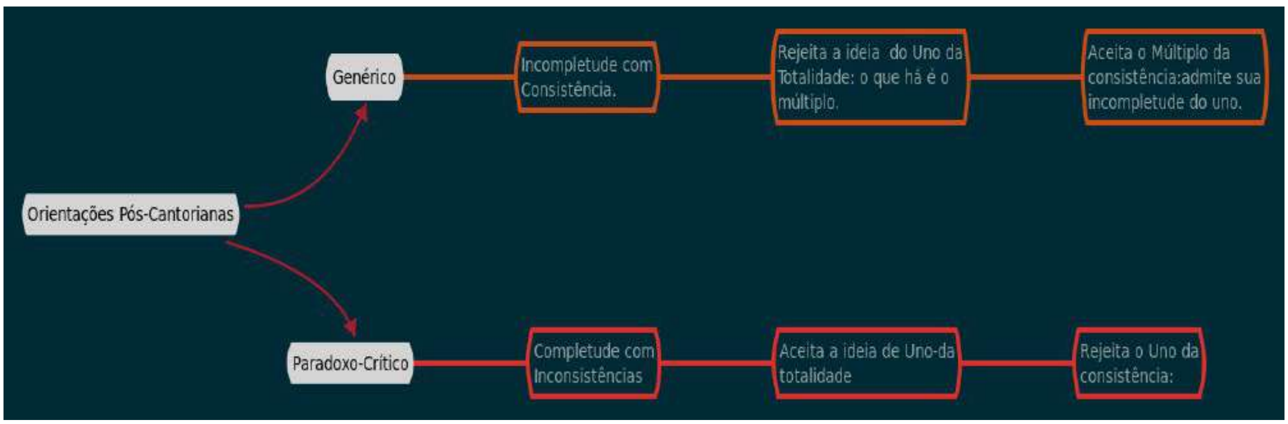
Neste exemplo, mesmo que oriundo de uma sistemática formal da ciência correspondente ao universo da física, é possível identificar como a ocorrência do inesperado coloca em questão a pretensa completude da Física, é neste nível de discussão que a orientação crítica identifica os limites do que é articulável em termos de linguagem. No sentido posto por Livingston, a orientação crítica, que vê na virtude do paradoxo a produção da crítica, não se coloca, como a forma genérica o faz, para além da dimensão da linguagem. Em uma hipotética análise do episódio da catástrofe do ultravioleta tal orientação nos sugere dizer que diante do impasse a qual a ciência se viu envolta o que se tira de lição deste impasse é a crítica a pretensão de completude que foi atribuída a Física e a ciência de modo geral.

Por outro lado uma análise do referido episódio através da orientação genérica sugere que tal acontecimento fixa um ponto de excesso que está além do articulável na linguagem. Deste modo cabe a doação inventiva do pensamento inscrever e apresentar protocolos possíveis de existência ali onde se verifica tal carência. A orientação genérica sob esse aspecto não se atém somente ao dispositivo subtrativo da crítica, ela partiria da crítica para um pensamento cuja decisão está fixada para além da crítica.

Para encerrar, o que distingue a orientação crítica do que Livingston chama de orientação criteriológica, isto é, o construtivismo, se situa nos protocolos rígidos que a orientação construtivista propõe. Assim, a existência se dá na relação direta entre nomes existentes e a totalidade que esses nomes alcançam de modo que o quê há para além de tais limites não está em discussão. O Paradoxo Crítico por sua vez admite a existência excessiva, mas admite esses excessos como característicos dos limites da própria linguagem.

Talvez, a relação comum que há entre a orientação genérica e a orientação crítica é que ambas são decorrentes das grandes discussões ocorridas na matemática e no campo da linguagem no século

XIX, sobretudo no que diz respeito a teoria dos conjuntos infinitos de Cantor. Ambas as orientações operam sobre a diagonalização do pensamento mas com desdobramentos distintos que decorrem ou de um pensamento decorrente de uma escolha forçada pela inconsistência, ou de um pensamento decidido a sustentar a consistência admitindo sua completude. Quanto a este ponto, pode-se dizer que a consideração dos paradoxos e de seus efeitos situa ambas as orientações em um paradigma pós-cantoriano na medida em que levam em conta o fenômeno do paradoxo em suas análises.



Conclusões

Depois do percurso pelos debates em torno da crise dos sistemas formais e a inserção da linguagem no mesmo, podemos tirar algumas conclusões:

Primeiramente foi possível compreender que a crise dos sistemas formais se caracteriza pelo surgimento de um impasse de formalização no qual um sistema não é capaz de fornecer provas suficientemente válidas a partir dos axiomas de formalização que o fundamenta. Tais inconsistências são decorrentes de uma tentativa de fornecer um modelo completo de representação da totalidade em um sistema formal. A busca pelo estabelecimento de um modelo como este leva ao surgimento dos paradoxos e antinomias, uma vez que a pretensão a totalidade inclui elementos contraditórios no sistema.

Compreendeu-se que a característica marcante destes paradoxos consiste, a partir da teoria dos conjuntos, na presença de um elemento que é contabilizado como expressão da totalidade dos elementos de um dado conjunto. Fenômenos como este estão presentes na Linguagem, nos eventos históricos, na política e na lógica: toma-se um elemento como expressão da totalidade universal. Outra característica é que, por se tratar de um elemento que expressa a totalidade, este possui um duplo aspecto: ele está, e ao mesmo tempo não está, incluído no conjunto. A excepcional condição de estar 'foracluído' faz com que tal elemento esteja propriamente situado no limite da representação. Este grupo de paradoxos pertence por tanto a o que Priest denomina Paradoxo-Limite.

Por fim, após recorrer aos momentos em que o pensamento formal se deparou com seus limites, foi possível abordar as diferentes orientações de pensamento conhecidas. Nos concentramos nas orientações genérica, e Paradoxo-Crítico por se tratarem destas, expressão dos desdobramentos mais recentes depois das descobertas de Cantor e o fenômeno do Paradoxo-limite, configurando-se enquanto orientações pós-cantorianas. Analisando a orientação do Paradoxo-Crítico, percebeu-se que o estabelecimento de seu críterio de análise se baseia em uma concepção ampliada da linguagem, que a coloca como elemento estruturante da totalidade, razão pela qual o Paradoxo-crítico aceita a ideia de um uno totalizante assumindo sua inconsistência na forma da linguagem. Por outro lado, a orientação genérica se caracteriza por uma decisão de renúncia a categorização do Uno da totalidade em favor de uma concepção da totalidade que se alicerça sobre o múltiplo-sem-um. As crises dos sistemas formais autorizam pensar nesta concepção, uma vez que seu saldo foi um impasse de formalização que exige uma tomada de decisão. Quanto a este aspecto, constatar que Pitágoras não é a última palavra em geometria, assim como constatar que não é possível fornecer uma prova consistente para axiomas, deu origem à novos modelos matemáticos e novas geometrias.

Bibliografia

BADIOU, Alain 'Breve tratado de Ontología Transitoria' Gedisa Editorial, Barcelona. 2002

______________'Manifesto pela filosofia' trad. MD Magno, aoutra , Rio de Janeiro 1992

______________'Conditions', Continuum, London. 2008

BORGES, Jorge Luis. 'Livro dos Seres Imaginários' Companhia das Letras, São Paulo. 2007

BLACKBURN, Simon: 'Dicionário Oxford de filosofia' Jorge Zahar, Rio de Janeiro, 1997

HARRISON, Matt: 'Illustrated Guide to Python 3 A complete Walkthrough of Begining Python with Unique Illustrations Showing how Python Really Works' Technical Editors: Roger A. Davidson, Andrew McLaughlin, 2017.

HERÁCLITO in 'Os pensadores originários: Anaximandro, Heráclito, Parmênides' Trad: E.Carneiro Leão, Editora Vozes, Petrópolis, 1991.

LIVINGSTON, Paul: 'Politics of Logic', Routledge studies, 2012

MARCONDES, Danilo. 'Iniciação à História da Filosofia' Jorge Zahar, Rio de Janeiro, 2000.

MARX, Karl, 'Grundrisse' Boitempo editorial, São Paulo, 2011.

MORTARI, Cezar. 'Introdução à Lógica', Editora UNESP São Paulo, 2001

NAGEL, Ernest & NEWMAN, James 'A prova de Gödel' Perspectiva. São Paulo 2009

PRIEST, Grahan. 'Beyond the limits of thought' Cambridge University Press, Melbourne, 1995

RUCKER, Rudy. 'Infinity and the Mind' Princeton University Press, Princeton, 2005

SOUZA, L. F. de. 2010. "Platão, Crátilo, Estudo e Tradução." Dissertação de Mestrado, São Paulo: USP