



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

Felipe Erthal Vasconcellos Ferreira da Costa

CÁLCULO DO VALUE AT RISK E EXPECTED SHORTFALL HISTÓRICO E
PARAMÉTRICO DE CARTEIRAS TEÓRICAS DE JUROS PRÉ-FIXADOS.

Rio de Janeiro

2022

Felipe Erthal Vasconcellos Ferreira da Costa

CÁLCULO DO VALUE AT RISK E EXPECTED SHORTFALL HISTÓRICO E
PARAMÉTRICO DE CARTEIRAS TEÓRICAS DE JUROS PRÉ-FIXADOS.

Projeto de monografia apresentado ao Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Getúlio Borges da Silveira Filho

Rio de Janeiro

2022

FELIPE ERTHAL VASCONCELLOS FERREIRA DA COSTA

CÁLCULO DO VALUE AT RISK E EXPECTED SHORTFALL HISTÓRICO E
PARAMÉTRICO DE CARTEIRAS TEÓRICAS DE JUROS PRÉ-FIXADOS

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Rio de Janeiro, 5/6/2022.

GETÚLIO BORGES DA SILVEIRA FILHO - Presidente
Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

ALEXANDRE BARROS DA CUNHA
Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

WILSON CALMON ALMEIDA DOS SANTOS
Professor Dr. do Instituto de Matemática e Estatística da UFF

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meu orientador Getúlio Borges pelo apoio na definição dos pontos-chaves a serem abordados na dissertação e pela ajuda na busca de referências necessárias para realizar esse projeto.

Agradeço a minha família por todo o apoio recebido nos momentos difíceis, que foi essencial para que eu pudesse completar mais essa etapa de minha formação.

Agradeço a minha companheira Mariana pela compreensão e apoio nos momentos em que precisei me abster para focar em exigências acadêmicas e laborais.

Agradeço ao Bahia Asset Management por ter me fornecido o conhecimento extracurricular necessário para desenvolver o conteúdo empírico apresentado nesta monografia.

RESUMO

Objetiva-se com o presente trabalho monográfico analisar o VaR (Value at Risk) e o ES (Expected Shortfall) de várias carteiras simuladas de juros pré-fixados com o fim de analisar o efeito da Duration na quantidade de risco das carteiras, a modelagem dos fatores de risco e o comportamento das duas medidas de risco supracitadas mediante a diferentes métodos de cálculo. O primeiro método é o de Variância-Covariância ou paramétrico utilizando o desvio padrão como modelo de volatilidade e a distribuição normal. O segundo método considera o mecanismo de volatilidade EWMA, mas seguindo o modelo paramétrico de distribuição normal. O último método leva em conta o histograma histórico do período analisado para cálculo dessas medidas de risco. Após as análises, conclui-se que o efeito esperado: carteiras de Duration mais alta tem risco mais alto, é verdade para os métodos que não consideram a suavização EWMA na amostra analisada.

Palavras-chave: VaR, ES, Simulação Histórica, EWMA, Simulação Paramétrica

ABSTRACT

The objective of this monographic work is to analyze the VaR (Value at Risk) and the ES (Expected Shortfall) of several simulated portfolios of fixed interest rates to analyze the effect of Duration on the amount of risk in the portfolios, the modeling of risk factors and the behavior of the two risk measures mentioned above using different calculation methods. The first method is the Variance-Covariance or parametric method using the standard deviation as a volatility model and the normal distribution. The second method considers the EWMA volatility mechanism, but following the parametric normal distribution model. The last method considers the historical histogram of the analyzed period to calculate these risk measures. After the analysis, it is concluded that the expected effect: higher Duration portfolios have higher risk, is true for methods that do not consider EWMA smoothing in the analyzed sample.

Key words: VaR, ES, Historical Simulation, EWMA, Parametric Simulation

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1.1 - Curva de juros spot pré-fixada DI (07/12/2021)	10
Gráfico 2.1 - Nível taxa de juros pré-fixado vértice 02/01/2024.....	17
Gráfico 2.2 - Comparativo vol móvel EWMA e Desvio-Padrão	18
Gráfico 2.3 - Decaimento peso composição EWMA Lambda 94.....	19
Gráfico 2.4 - Plot Simulação VaR Desvio-Padrão efeito por Duration ...	20
Gráfico 2.5 - Plot Simulação VaR EWMA efeito por Duration	21
Gráfico 2.6 - Plot Simulação ES Desvio-Padrão efeito por Duration.....	23
Gráfico 2.7 - Plot Simulação ES EWMA efeito por Duration	24
Gráfico 3.1 - Histograma de retornos carteira maior VaR histórico	29
Gráfico 3.2 - Função densidade distribuição normal com dados aleatórios	30
Gráfico 3.3 - Plot Simulação VaR histórico efeito por Duration	31
Gráfico 3.4 - Plot Simulação ES histórico efeito por Duration	32

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Vértices Analisados	9
Tabela 2.1 - Carteira de maior risco (desvio-padrão)	25
Tabela 2.2 - Carteira de menor risco (desvio-padrão)	26
Tabela 2.3 - Carteira de maior risco (EWMA)	27
Tabela 2.4 - Carteira de menor risco (EWMA)	28
Tabela 3.1 - Carteira maior VaR Histórico	33
Tabela 3.2 - Carteira maior ES Histórico.....	34
Tabela 3.3 - Carteira menor VaR Histórico	35
Tabela 3.4 - Carteira menor ES Histórico	36

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - “Computation of parametric VAR”	13
Figura 2 – Expected Shortfall Histórico exemplo Hull.....	15

LISTA DE SIGLAS

VaR – Value at Risk

ES – Expected Shortfall

EWMA - Exponentially Weighted Moving Average

PU – Preço Unitário

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	4
JUSTIFICATIVA.....	7
1 BUSCANDO DADOS E CRIANDO AS CARTEIRAS.....	8
1.1 Tratamento inicial da base de dados	8
1.2 Curva de juros.....	9
1.3 Criação de carteiras aleatórias.....	10
2 CALCULANDO O VAR E O ES PARAMÉTRICO	10
2.1 Mapeamento dos fatores de risco	10
2.2 Contextualização dos modelos Delta-Normal	12
2.2.1 Value at Risk	12
2.2.2 Expected Shortfall	14
2.3 Modelo de volatilidade	15
2.3.1 Desvio-Padrão.....	16
2.3.2 EWMA.....	17
2.4 Cálculo da matriz de covariância	19
2.5 Cálculo do VaR paramétrico	20
2.5.1 VaR sem EWMA	20
2.5.2 VaR com EWMA	21
2.6 Cálculo do ES paramétrico.....	22
2.6.1 ES sem EWMA.....	22
2.6.2 ES com EWMA.....	23
2.7 Resultados consolidados das simulações paramétricas	24
2.7.1 Risco sem EWMA	24
2.7.2 Risco com EWMA	26
3 CALCULANDO O VAR E O ES HISTÓRICO	28

3.1	Risco com dados históricos.....	30
3.1.1	Maiores riscos históricos	32
3.1.2	Menores riscos históricos	34
4	CONCLUSÃO	37
	REFERÊNCIAS	38

INTRODUÇÃO

As medidas de risco VaR (Value at Risk) e ES (Expected Shortfall) são amplamente utilizadas no mercado financeiro, principalmente nas áreas ligadas à gestão de portfólio e riscos financeiros. Essa utilização acontece tanto por necessidade regulatória de administradores de fundos, clientes institucionais e órgãos como a Anbima (A Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais), mas também para controles internos de empresas que gerem portfólios e realização otimização de carteiras.

A representação efetiva do VaR, segundo Kimura (2009) pode ser compreendido como sendo uma medida de perda potencial de investimentos sujeita a risco de mercado, ou seja, risco de flutuações de preços. O ES, por sua vez, pode ser chamado de VaR condicional ou “perda de cauda” (fazendo referência ao final da cauda da distribuição de retorno), representa a perda esperada maior que um determinado nível de confiança em um intervalo de tempo específico.

A estimação dessas métricas de risco podem ser realizadas de diversas formas, sendo as três mais comuns: simulação histórica (segue a distribuição efetiva dos fatores de risco e calcula o VaR e o ES a partir de dados históricos) ; o cálculo paramétrico ou cálculo por variância-covariância (assume um retorno dos ativos seguindo a distribuição normal para calcular as métricas supracitadas) ; o cálculo por simulação de Montecarlo (assume n simulações computacionais com choques nos fatores de risco precificando a carteira nesses diversos cenários e encontrando essas métricas) ¹.

Os três modelos possuem vantagens e desvantagens, porém, o cálculo paramétrico, por assumir algumas simplificações, utiliza de menor capacidade computacional em seu cálculo e é mais fácil de ser implantando, por isso, é o mais utilizado no mercado de forma geral.

No presente estudo será analisado a utilização das métricas supracitadas na simulação de carteiras teóricas de juros pré-fixados. Nessas carteiras conterão exposições a juros pré-fixados como se fossem vendas de LTNs (letra do tesouro nacional) e de futuros de DI1 com diferentes vencimentos. Foi o escolhido a venda desses instrumentos dado a natureza positiva à exposição a taxa de juros nas

¹ CABRAL, Marco. Finanças Matemática Teoria e Prática, 2020, p.160 – p.163

análises realizadas. A mensuração de uma carteira com diferentes vencimentos é importante para avaliar individualmente a volatilidade dos vértices ao longo da curva de juros.

Os vértices são os pontos da curva de juros que representam o vencimento do título ou futuro. Ao longo da curva de juros DIxPré existem vários vértices que representam o vencimento de cada um dos futuros de DI1. Esses vértices podem ser traduzidos em NDU (número de dias úteis até o vencimento) ou podem ser representados pelos vencimentos em data dos futuros.

Além disso, este trabalho pretende demonstrar o efeito da Duration dos ativos que possuem os juros pré-fixados como fator de risco com o objetivo de demonstrar a influência dela no resultado das métricas de risco.

A Duration representa o prazo médio de pagamentos para os detentores de um título ou de um futuro exposto à uma taxa de juros. Mas, além disso, representa a sensibilidade do preço do título ou futuro em relação a movimentos da yield do título. Títulos com maiores Duration são mais sensíveis em relação a este movimento.²

Logo, a Duration caracteriza a exposição do título em relação à sua taxa de desconto (yield) e, portanto, para chegar a exposições mais elevadas com títulos de Duration menores é necessário comprar ou vender mais destes em relação a títulos de Duration maiores.

No presente estudo as carteiras simuladas sempre chegam à exposição 100%, isso quer dizer que a quantidade de contratos necessários para chegar a mesma exposição em diferentes vértices muda, no entanto, visto que todo o estudo foi realizado em função da exposição à taxa de juros, a quantidade de contratos de cada vencimento e em cada carteira não será demonstrado. Portanto, a Duration explicitada na carteira diz respeito a ter mais exposição à vértices mais longos da curva de juros, caso a Duration seja alta, ou ter mais exposição à vértices mais curtos da curva, caso a Duration seja baixa.

Será utilizado a base de dados da B3 para buscar o histórico da curva juros. A curva referência será a DIxPré e é construída pela interpolação dos futuros de DI1.

O software que será responsável para processar e tratar os dados é o R, utilizando a plataforma do RStudio.

² HULL, John. Options, Futures and Other Derivatives (9th edition), 2014, p.91

JUSTIFICATIVA

O objetivo desse trabalho é realizar um estudo empírico quantitativo da dinâmica do VaR e ES em uma carteira de juros pré-fixados nacionais. Avaliando essas métricas é possível interpretar o comportamento individualizados dos fatores de risco, que no caso serão os vértices da curva de juros pré-fixados (curva DI) e analisar o efeito da Duration no risco geral dos portfólios. Além de compreender as diferenças em cada modelo de cálculo de risco de mercado.

1 BUSCANDO DADOS E CRIANDO AS CARTEIRAS

1.1 TRATAMENTO INICIAL DA BASE DE DADOS

O ponto inicial desse estudo empírico é a busca por fontes de dados para a análise das métricas de risco. Considerando que vão ser criadas carteiras aleatórias que serão expostas à vértices na curva de juros pré-fixados brasileiros (curva DI), a fonte mais confiável e de fácil acesso é a da BMF (bolsa de mercadorias e futuros), nova B3. Essa fonte disponibiliza o histórico completo da curva DIxPré, mas necessita de tratamento. Pois, dado uma janela de tempo para analisar, alguns vértices não estão presentes em todo o período. Por isso, a necessidade de escolher os vértices certos que, além de estarem em todo o período analisado, possuem alta liquidez e, por conseguinte, trazem um resultado mais fidedigno em relação à movimentação da curva de juros ao longo dos dias.

A data análise do trabalho é o dia 07/12/2021, escolhida puramente como referencial do começo do estudo com o objetivo também de um acesso mais facilitado da base de dados. O volume de dados utilizados são de seis meses, dado a necessidade do estudo de avaliar individualmente cada vértice líquido da curva de juros ao longo do período analisado. A escolha dos vértices considera a liquidez de cada vértice e, com isso, a presença de valores em todos os dias na janela analisada. Segundo o “conhecimento comum” de mercado, os vértices líquidos da curva DI são os “cabeças de trimestre” dos três primeiros anos e os vértices de janeiro ao longo dos anos subsequentes. Isso foi evidenciado no tratamento empírico da curva dia a dia, resultando nos vértices escolhidos abaixo:

Vertices_Escolhidos
2022-01-03
2022-04-01
2022-07-01
2022-10-03
2023-01-02
2023-04-03
2023-07-03
2023-10-02
2024-01-02
2024-04-01
2024-07-01
2024-10-01
2025-01-02
2026-01-02
2027-01-04
2028-01-03
2029-01-02
2030-01-02
2031-01-02
2033-01-03
2035-01-02

Tabela 1.1 - Vértices Analisados

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

1.2 CURVA DE JUROS

A curva de juros analisada é a curva DlxPré, ela representa a taxa negociada à mercado dos futuros de DI. Ela é uma boa proxy para as expectativas do mercado em relação a curva de juros pré ao longo dos anos. Para uma melhor representação dessas expectativas de mercado é necessário utilizar os vértices mais líquidos, como foi exposto no tópico anterior.

A representação gráfica da curva de juros pré-fixado “spot” pode ser demonstrada abaixo:

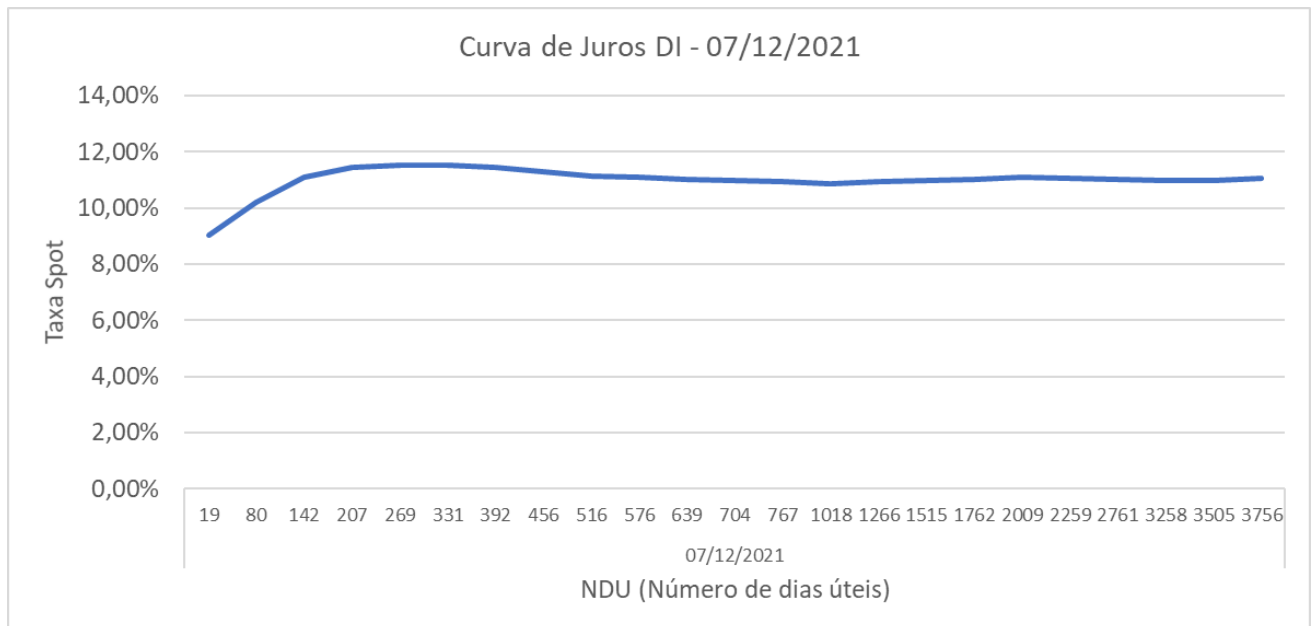


Gráfico 1.1 - Curva de juros spot pré-fixada DI (07/12/2021)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

1.3 CRIAÇÃO DE CARTEIRAS ALEATÓRIAS

Para realizar o estudo e ser capaz de demonstrar efetivamente o papel da Duration no risco das carteiras, faz-se necessário rodar um número estatisticamente relevante de simulações em diferentes carteiras, com diferentes Durations, para demonstrar se existe, ou não, uma correlação entre: maior Duration e maior risco.

A partir dessas informações, foram criadas 10 mil carteiras aleatórias que se expõem aleatoriamente aos vértices selecionados. A totalidade da exposição das carteiras soma 100%. Além disso, todas as carteiras possuem exposições positivas nos fatores de risco o que vale a estar vendido no futuro de DI ou LTN. Pois, pelo fator de risco ser a taxa de desconto, estar “tomado” em taxa é equivalente a estar vendido no PU (preço do futuro ou título).

2 CALCULANDO O VAR E O ES PARAMÉTRICO

2.1 MAPEAMENTO DOS FATORES DE RISCO

Para construir um portfólio e, por conseguinte, ser capaz de administrar o risco dele é necessário mapear quais são os fatores de risco que estão presentes nos ativos que compõe a carteira. Os fatores de risco são variáveis que estão expostas a movimento de mercado e, conseqüentemente, expostas à riscos de mercado. No caso do mercado de ações, por exemplo, o fator de risco é o preço de mercado das ações. Olhando na visão de ativos de juros pré-fixados é a taxa de desconto.

Para entender essa dinâmica, vale destaca a fórmula de precificação do futuro de DI:

$$PU = \frac{100000}{(1 + DI_t)^{\frac{du_t}{252}}}$$

Onde:

DI_t = Taxa de juros para a data t

du_t = Dias úteis até a data t

Nela é possível perceber que a única variável que segue o movimento de mercado é a taxa de juros no vértice t. Logo, para conseguir estimar tanto o gerencial da posição em futuro de DI1, como estimar o risco decorrente da marcação à mercado (MtM) do futuro é necessário analisar essa taxa de desconto como o fator de risco.

No presente estudo as exposições analisadas não serão definidas baseadas em quantidades específicas de futuros de DI, mas sim em exposições aleatórias nos vértices da curva de juros como percentual da carteira. Sendo a soma das exposições sempre 100% das carteiras e todos os fatores de risco com exposição positiva na taxa, i.e “tomado” na taxa DI.

Por motivos teóricos, caso queira considerar a exposição à taxa em função do PU do futuro DI1, tornando possível em encontrar a exposição à taxa baseado no financeiro da operação em um futuro de DI1 específico. Seguiria a seguinte fórmula³:

³ MUSSI, F. D. DERIVATIVOS CAMBIAIS DO MERCADO BRASILEIRO: PRECIFICAÇÃO E ADMINISTRAÇÃO DE RISCOS, 2010, p.23

$$\frac{\partial PU}{\partial DI} = -\frac{du}{252} \times \frac{100000}{(1+DI)^{\frac{du}{252}+1}} = -\frac{du}{252} \times \frac{PU}{1+DI}$$

A exposição, como medida de gerencial e risco de operações no mercado financeiro, sempre pode ser representada pela derivada parcial do preço do instrumento financeiro em relação ao seu ou seus fatores de risco.

Concluindo, o mapeamento final dos fatores de risco vai ser definido como os vértices analisados da **Tabela 1.1**.

2.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DOS MODELOS DELTA-NORMAL

Os pilares deste trabalho empírico são a compreensão plena das métricas de Value at Risk e Expected Shortfall para conseguir calcular com eficácia as carteiras propostas na simulação. Para isso, será demonstrado como funciona as métricas no modelo de risco Delta-Normal, ou paramétrico.

2.2.1 Value at Risk

Segundo Philippe Jorion (2006), o VaR é uma medida estatística do risco de queda baseado na posição atual em um determinado fator ou fatores de risco.

VAR is the worst loss over a target horizon such that there is a low, prespecified probability that the actual loss will be larger. (JORION, 2006, p. 106).

Dessa forma, o VaR é a menor perda em valores absolutos dado um nível de confiança da distribuição dos fatores de risco. Por exemplo: considerando um nível de confiança (c), a probabilidade de perda (L) deve ser menor ou igual ao VaR. Matematicamente:

$$P(L > \text{VaR}) \leq 1 - c$$

O VaR paramétrico, segundo Jorion pode ser definido como o seguinte:

The VAR computation can be simplified considerably if the distribution can be assumed to belong to a parametric family, such as the normal distribution. When this is the case, the VAR figure can be derived directly

from the portfolio standard deviation using a multiplicative factor that depends on the confidence level. (JORION, 2006, p. 110).

No modelo paramétrico o VaR relativo à média, de somente um fator de risco, assume 4 variáveis de análise: α = Z-Valor da distribuição normal (nível de confiança); W_0 = Financeiro da posição; σ = volatilidade da série de retornos; Δt = intervalo de tempo. Matematicamente o VaR nesse caso é⁴:

$$\text{VaR} = W_0 \alpha \sigma \sqrt{\Delta t}$$

FIGURE 5-3

Computation of parametric VAR.

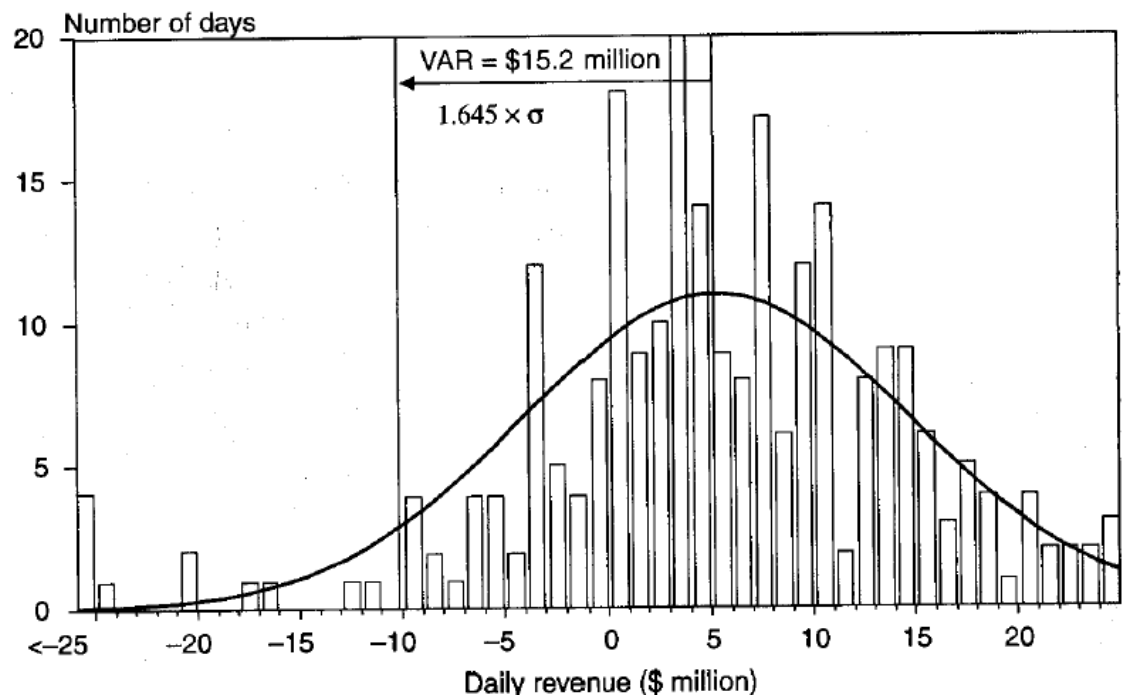


Figura 1 - "Computation of parametric VAR"

Fonte: JORION, Philippe (2006)

Considerando o cálculo do VaR para portfólios com mais de um ativo, em que a maior parte desse estudo irá se embasar, o cálculo passa a ser mais complexo e depende da estimação de uma matriz de covariância dos fatores de risco do portfólio e de uma matriz de pesos das posições no portfólio.

⁴ JORION, Phillippe. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2006, p.111

O primeiro passo para estimar o VaR de um portfólio é definir a taxa de retorno do portfólio, sendo essa o somatório de 1 a N (número de ativos na carteira) do retorno dos fatores de risco multiplicado pelo seu peso no portfólio. A análise de VaR paramétrico mais usual utiliza da assumpção delta-normal, em que o retorno do portfólio segue uma combinação linear do retorno dos fatores de risco.

Com o aumento do número de fatores de risco se torna impraticável assumir a notação de covariância entre os fatores, sendo necessário a utilização de uma matriz de covariância:

As the number of assets increases, it becomes difficult to keep track of all covariance terms, which is why it is more convenient to use matrix notion. (JORION, 2003, p. 162).

Sendo assim, para concretizar o resultado do VaR, segundo Jorion (2006), é necessário realizar a multiplicação matricial da transposta de matriz de pesos multiplicado com a matriz de covariância vezes a matriz de pesos, assim encontrará a variância do portfólio. A raiz quadrada da variância do portfólio multiplicado pelo Z_Valor (c) encontrará o VaR paramétrico com c% de confiança.

Vale destacar que depende do intervalo de tempo escolhido para calcular a covariância dos fatores de risco e, conseqüentemente o VaR.

A diferença primária entre o VaR histórico e o paramétrico é a não assumpção da distribuição normal dos retornos e, com isso, seu cálculo assume a distribuição real dos ativos em carteira.

Segundo Jorion sobre o método não paramétrico:

The most general method makes no assumption about the of the distribution returns. (JORION, 2006, p. 162).

Além dessa diferença, a conta não assume uma diferença tão relevante em relação ao paramétrico. Para encontrar o VaR no percentil de interesse, será adquirido olhando para o $(1 - c)$ % da amostra de retornos (retornos negativos para o VaR unicaudal), ao invés de assumir o $Z_Valor * o$ desvio padrão.

2.2.2 Expected Shortfall

O ES se relaciona diretamente ao VaR, pois tenta estimar qual é a perda média considerando uma perda acima do VaR analisado. O ES será uma medida referente a cauda da distribuição de retornos.

O Expected Shortfall se preocupa em entender a magnitude dos retornos que ficam acima do VaR analisado. Existe uma importância em analisar o ES, principalmente o histórico, pois o gestor de risco vai compreender como o portfólio atual se comportou em eventos extremos tal como crises e falências bancárias⁵. Como pode ser exemplificado na figura abaixo, onde existe espaço na distribuição de retornos do portfólio de gerar perdas potenciais relevantes, após o intervalo de confiança do VaR.

Figure 22.2 Alternative situation to Figure 22.1. VaR is the same, but the potential loss is larger.

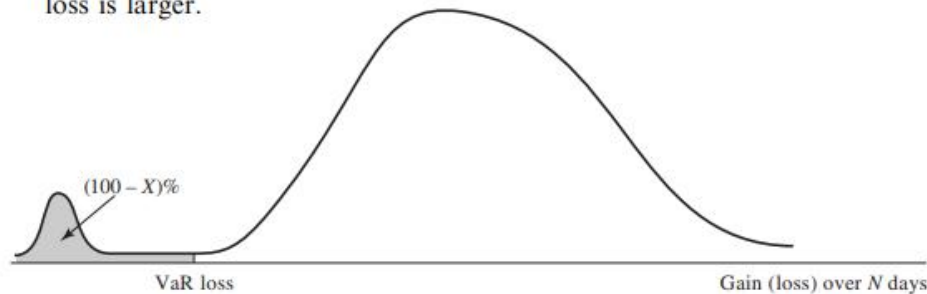


Figura 2 – Expected Shortfall Histórico exemplo Hull

Fonte: HULL, John (2014)

Na visão analítica ou paramétrica o VaR e ES se traduzem em medidas com similaridades, pois utilizam da mesma parametrização. No entanto, tendo em vista a análise histórica, fica mais expressiva a diferença de resultados entre os dois. Segundo Auer (2018), O VaR e o ES histórico podem se diferir muito dependendo de como as maiores perdas se comportaram.

Matematicamente pode-se definir o ES como valor esperado condicional de retornos negativos da carteira superiores ao VaR⁶.

2.3 MODELO DE VOLATILIDADE

Para o cálculo paramétrico das métricas de risco é necessário estimar as volatilidades dos fatores de risco. Considerando que o objetivo do VaR é estimar a

⁵ CHRISTOFFERSEN, Peter. Elements of Financial Risk Management, 2011, p.33

⁶ AUER, Martin. Hands-On Value-at-Risk and Expected Shortfall, 2003, p.39

perda máxima do portfólio para um determinado período com o nível de confiança específico é imprescindível utilizar de modelos de volatilidade que mais se aproximam do objetivo desta métrica. No caso do VaR, por exemplo, considerando para a janela de 1 dia com 95% de confiança espera-se que em 100 dias apenas 5 deles ultrapassem o VaR. Existem intervalos de confiança para validar de fato a qualidade do VaR, como intervalo de confiança de Kupiec⁷. Essa foi uma exemplificação simplificada.

Isso posto, a necessidade de utilizar bons estimadores de volatilidade vai dizer muito sobre a qualidade do número final da métrica de risco. Neste presente estudo serão avaliados dois modelos: desvio-padrão e o EWMA.

2.3.1 Desvio-Padrão

O desvio-padrão é a forma mais simples de estimar a volatilidade de um portfólio ou de um ativo. Ele representa a raiz quadrada do somatório da diferença ao quadrado da variável aleatória (V.A) da média amostral das V.As sobre o número de observações menos 1. O desvio-padrão nada mais é do que uma medida de dispersão em relação à média de um conjunto de dados. Ela segue a seguinte fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Onde x_i é uma observação da amostra, \bar{x} é a média das observações da amostra e N é o tamanho da amostra.

O desvio-padrão, apesar de ser uma métrica simplificada na estimação de volatilidade das medidas de risco de mais curto prazo, ainda é bastante utilizada para uma representação de volatilidade de janelas de tempo maiores e para também definir, por exemplo, o “volatility target” de fundos de investimento.

⁷ JORION, Phillipe. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2003, p.134

Esse estimador de volatilidade terá grande valia para demonstrar o efeito da Duration no risco das carteiras, dado que o peso de cada observação da amostra é igual para estimar a volatilidade dos fatores de risco.

2.3.2 EWMA

A etimologia de EWMA vem do inglês “Exponentially Weighted Moving Average” que em tradução livre significa: “Média Móvel Exponencialmente Ponderada”. Esse modelo de média móvel é capaz de absorver mais rapidamente efeitos recentes de mercado em seu resultado. Colocando como referencial, o gráfico a abaixo montado a partir do histórico do vértice 02/01/2024 spot da curva de juros pré-fixado demonstra o quão expressivo é a velocidade em capturar efeitos extremos de mercado pelo EWMA em comparação da vol móvel normal.

O gráfico considera a vol estimada pelo EWMA com janela de 20 dias e por uma vol (desvio-padrão) móvel de 20 dias considerando os retornos do vértice 02/01/2024 da curva DI.

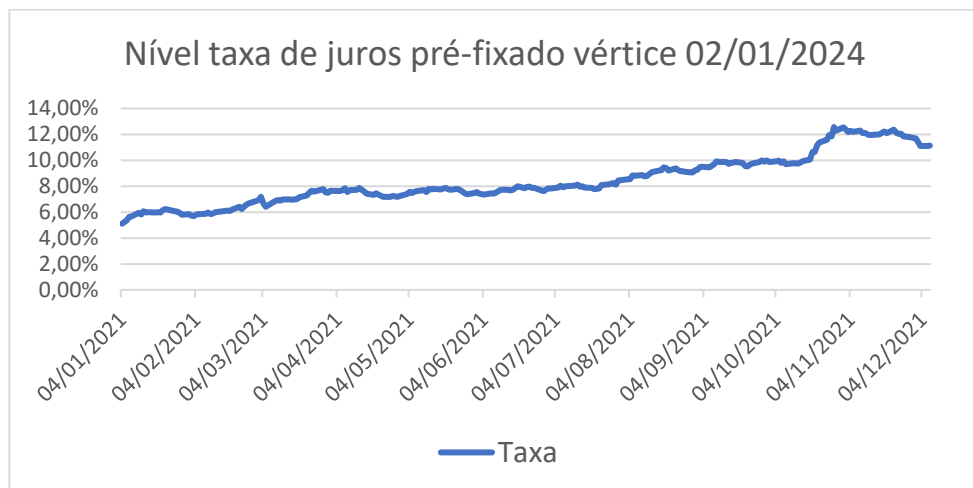


Gráfico 2.1 - Nível taxa de juros pré-fixado vértice 02/01/2024

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

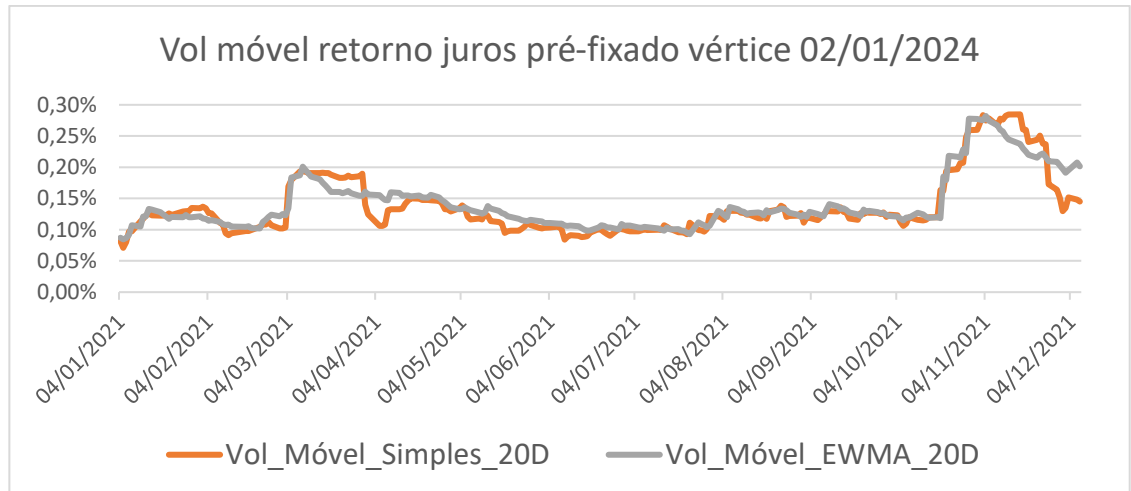


Gráfico 2.2 - Comparativo vol móvel EWMA e Desvio-Padrão

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

O EWMA é comumente utilizado na estimação de volatilidade para cálculos de métricas de risco, principalmente o VaR. No presente estudo será utilizado este modelo com o lambda (fator de suavização) 94, seguindo o Risk Metrics do JP Morgan (1996). Isso em termos matemáticos quer dizer que a primeira observação de retorno corresponderá a 6% da volatilidade analisada.

$$\sigma = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_t - \bar{r})^2}$$

Está fórmula representa a volatilidade estimada pela EWMA onde:

λ = Fator de suavização

r = Retorno

\bar{r} = Retorno amostral

T = tamanho da mostra

t = data da observação (da mais recente para a mais antiga)

Segundo a fórmula é possível perceber a clara diferença entre a fórmula do desvio-padrão, visto que essa possui o fator de suavização (lambda). No gráfico abaixo é possível compreender o peso percentual que cada evento mais recente tem no cálculo da volatilidade EWMA. Esse decaimento percentual é calculado da seguinte maneira:

$$\text{Decaimento} = (1+\lambda) * \lambda^{t-1}$$

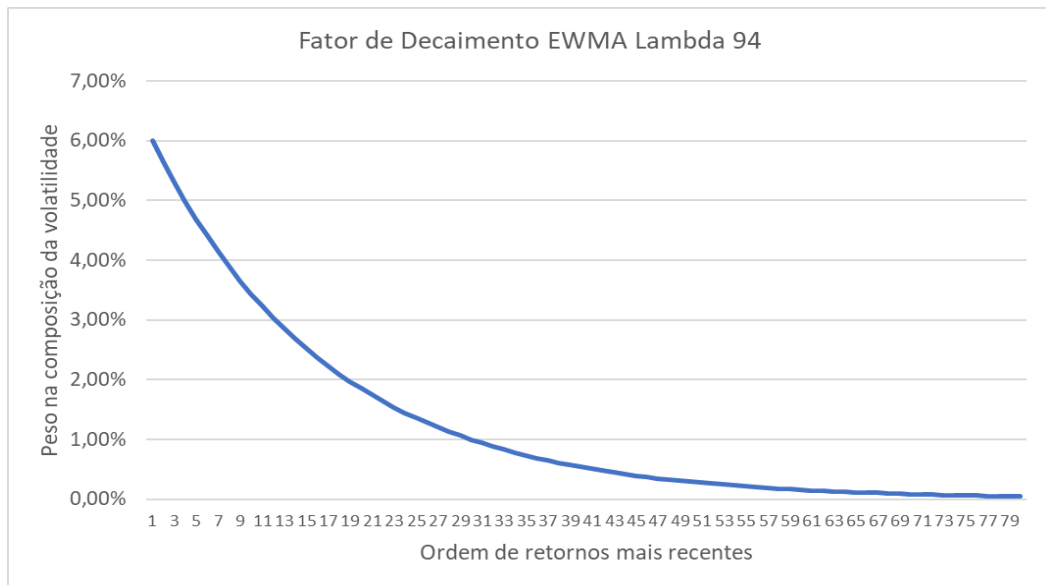


Gráfico 2.3 - Decaimento peso composição EWMA Lambda 94

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

2.4 CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA

Considerando que o presente estudo irá analisar as métricas de risco de carteiras com múltiplos fatores de risco, faz-se necessário utilizar de uma matriz de covariância para concretizar o cálculo. O cálculo de risco de um portfólio leva em conta o peso de cada fator de risco na composição da carteira, a volatilidade de cada fator de risco e como esses fatores de risco se associam entre si. Em linguagem estatística, o nível de correlação entre os fatores de risco.

O objetivo da matriz de covariância é estimar como os fatores de risco conversam entre si. Dado a dificuldade de realizar a conta de forma não matricial quando se ultrapassa de dois fatores de risco, faz-se necessário utilizar de uma matriz e realizar as contas matricialmente⁸.

Considerando que no presente estudo a data análise é o dia 07/12/2021, a matriz de covariância foi calculada utilizando pesos constantes para todas as observações da amostra, mas também calculada utilizando a suavização EWMA com o lambda 94.

⁸ JORION, Phillipe. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk, 2006, p.162

2.5 CÁLCULO DO VAR PARAMÉTRICO

Após definir os parâmetros que serão considerados para o cálculo do VaR, mapear os fatores de risco, definir as janelas de conta, modelar a volatilidade e calcular as matrizes de covariância a próxima etapa é o cálculo do VaR paramétrico. No presente estudo foi considerando a simplificação amplamente utilizada no mercado de considerar a média dos retornos como 0.

Após rodar a fórmula do VaR paramétrico para as 10000 carteiras simuladas de de juros pré-fixados foram obtidos os seguintes resultados:

2.5.1 VaR sem EWMA

A primeira análise vem da simulação considerando o modelo de volatilidade desvio-padrão utilizando a janela de dados de 6 meses.

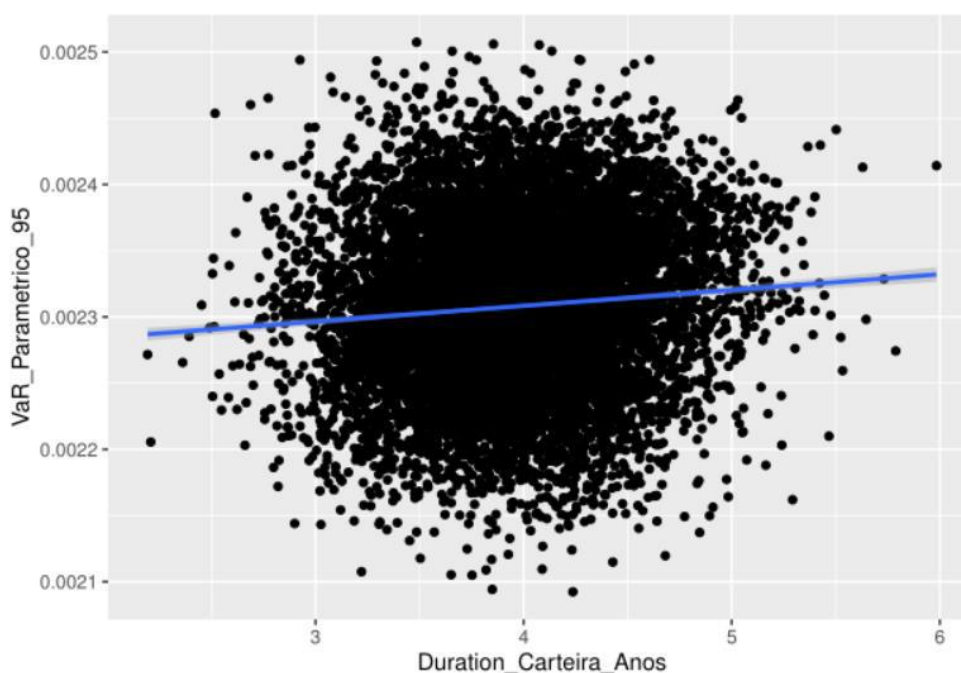


Gráfico 2.4 - Plot Simulação VaR Desvio-Padrão efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A partir deste gráfico é possível perceber que utilizando o modelo de desvio-padrão existe uma clara tendência de aumento do risco de uma carteira, no modelo

paramétrico, com o aumento da Duration dela. Esse resultado vai de acordo com o que é esperado em um mercado eficiente, mas com informações limitadas, de abranger um prêmio de risco à vértices mais longos da curva de juros por conta da incerteza da remuneração futura e aversão a risco dos agentes. De forma pragmática, é esperado um prêmio de risco maior em vértices mais longos e esse prêmio possui em média uma volatilidade mais alta do que os vértices do início da curva.⁹

2.5.2 VaR com EWMA

Esta análise considera o modelo de volatilidade EWMA, utilizando o lambda 94, que como explicado anteriormente utiliza de uma suavização para que os retornos mais recentes representem um peso maior no cálculo da volatilidade.

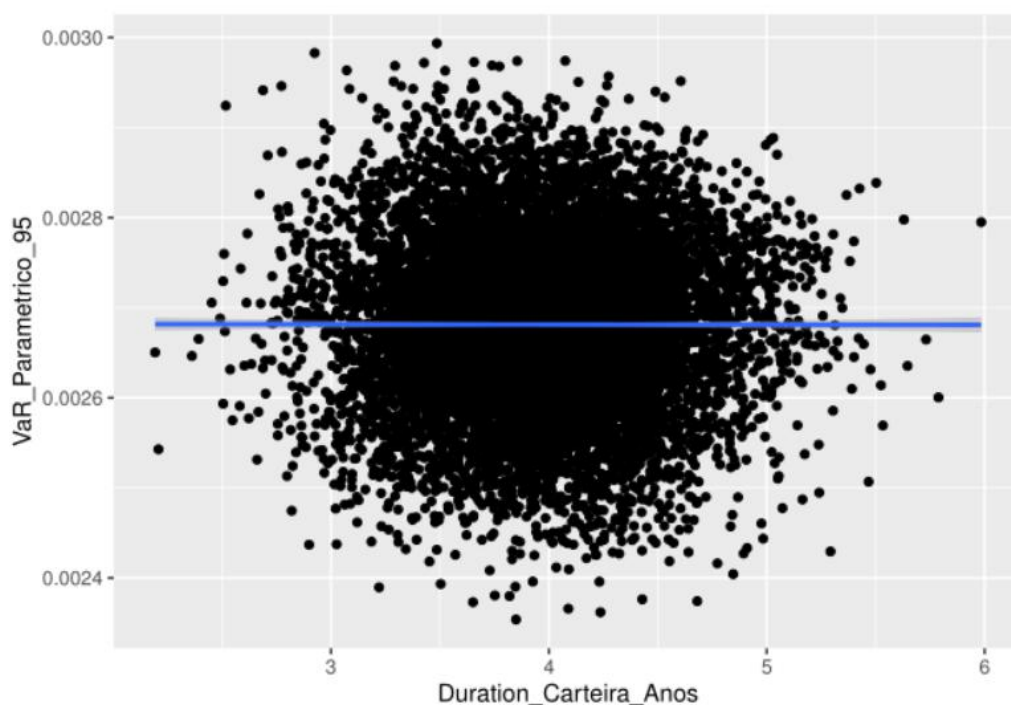


Gráfico 2.5 - Plot Simulação VaR EWMA efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Diferentemente do gráfico anterior, é possível perceber que rodando as simulações de VaR utilizando o EWMA 94, ocorre uma tendência de constância do

⁹GANEM, Marcelo, BAIDYA, Tara, Assimetria e Prêmio de Risco na Estrutura a Termo de Juros Brasileira, 2011, p.19

risco dado o aumento da Duration. Apesar de ir contra o racional do prêmio de risco nos vértices futuros, esse efeito pode ocorrer pois, dado que as observações mais recentes possuem um peso maior no cálculo de volatilidade, é possível que, em alguns momentos de mercado, a volatilidade do prêmio no final da curva seja similar a volatilidade dos vértices mais curtos. O que foi o caso nessa amostra de dados.

2.6 CÁLCULO DO ES PARAMÉTRICO

Como foi explicado anteriormente, o Expected Shortfall (ES), é uma derivação do VaR com o enfoque para eventos mais extremos. Sendo definido como a média dos retornos de cauda não abrangidos pelo VaR, sua representação paramétrica acaba sendo um valor definido em número de desvio-padrões. O VaR analisado nesse estudo é de 95% de confiança e, por conseguinte, o número de desvios-padrões na distribuição de retornos do portfólio para encontrar o VaR paramétrico é de aproximadamente 1,645. No caso do ES paramétrico, considerando os 5% restantes da cauda da distribuição, esse valor se encontra em 2,0627.

Por conta dessa similaridade com o cálculo paramétrico do VaR, é esperado que o comportamento das simulações sejam muito parecidos, porém com níveis diferentes. Dados que o ES se refere a cauda da distribuição de retornos, espera-se, em termos de nível, um valor de risco maior que o VaR.

2.6.1 ES sem EWMA

Similarmente à análise do VaR, esta primeira análise vem da simulação considerando o modelo de volatilidade desvio-padrão utilizando a janela de dados de 6 meses.

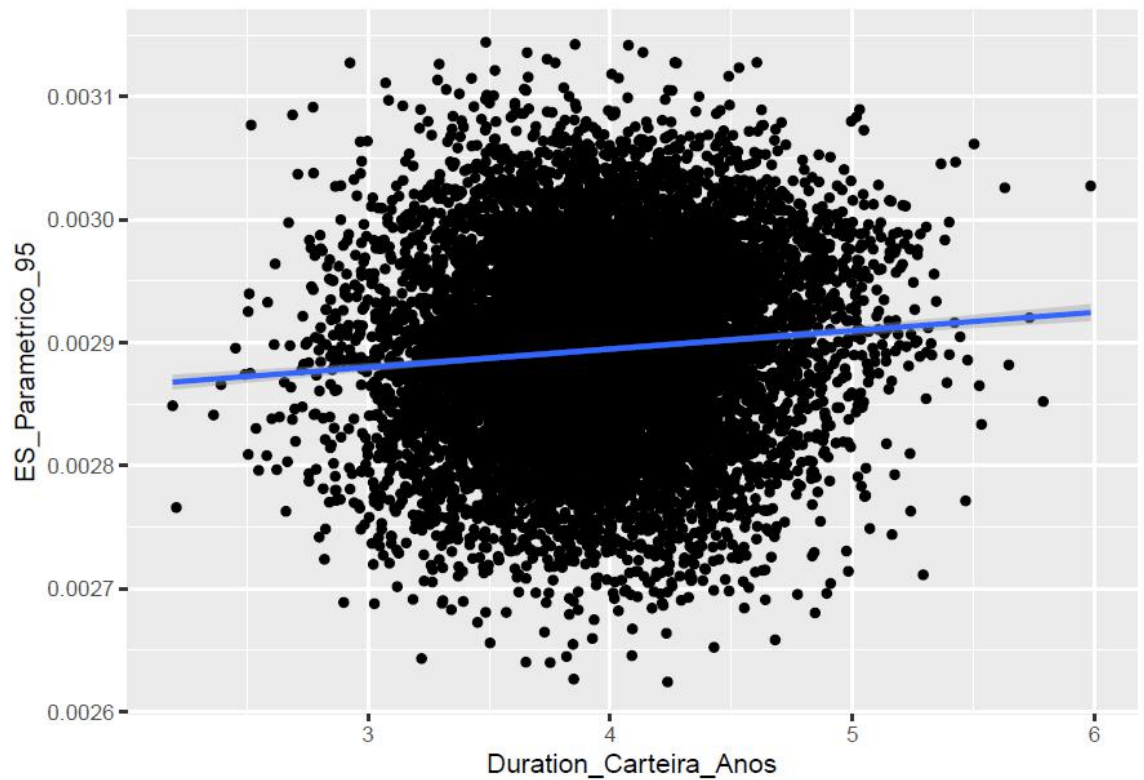


Gráfico 2.6 - Plot Simulação ES Desvio-Padrão efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A partir deste gráfico é possível perceber que a tendência de um aumento de risco, dado um aumento da Duration das carteiras, se perpetua como na análise do VaR. Considerando o modelo simples de cálculo de volatilidade, o princípio da existência de um prêmio de risco maior em vértices mais longos da curva de juros pré-fixados torna-se verdadeiro.

2.6.2 ES com EWMA

Esta segunda análise também foi feita de forma análoga a do VaR, considerando o fator de decaimento EWMA com lambda 94.

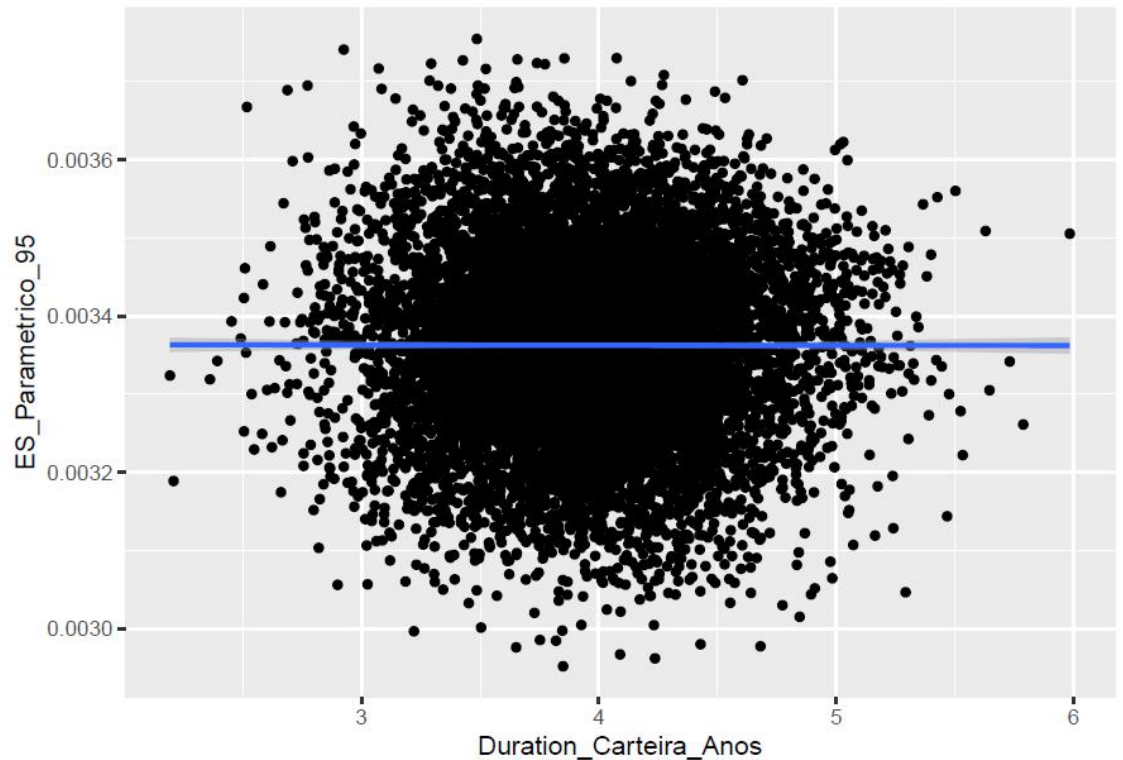


Gráfico 2.7 - Plot Simulação ES EWMA efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Observando esse gráfico é possível perceber que o efeito encontrado previamente na análise do VaR se mantém. Por conta da amostra de dados observados, é possível inferir que a volatilidade EWMA dos vértices mais curtos da curva de juros-pré estão próximos dos vértices mais longos. Apesar de ser contraintuitivo, dado a existência de um prêmio de risco nos vértices mais longos, esse efeito pode acontecer em alguns momentos no tempo. Se eventos recentes forem de alta volatilidade da expectativa de juros curtos, sua volatilidade EWMA pode se encontrar de forma próxima a vértices mais longos, visto que eventos mais recentes representam uma contribuição muito elevada nesse modelo de volatilidade.

2.7 RESULTADOS CONSOLIDADOS DAS SIMULAÇÕES PARAMÉTRICAS

A partir de todas as simulações rodadas, foram mapeadas as carteiras que representaram um maior risco ou menor risco nos dois modelos analisados.

2.7.1 Risco sem EWMA

Considerando as métricas de risco sem a utilização da suavização da volatilidade por EWMA, os resultados extremos foram os seguintes:

Peso_Normalizado	VaR_Parametrico_95	ES_Parametrico_95	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
0.50%	0.25%	0.31%	3.485939	2022-01-03
0.79%	0.25%	0.31%	3.485939	2022-04-01
1.34%	0.25%	0.31%	3.485939	2022-07-01
2.77%	0.25%	0.31%	3.485939	2022-10-03
10.19%	0.25%	0.31%	3.485939	2023-01-02
6.97%	0.25%	0.31%	3.485939	2023-04-03
6.52%	0.25%	0.31%	3.485939	2023-07-03
7.97%	0.25%	0.31%	3.485939	2023-10-02
2.28%	0.25%	0.31%	3.485939	2024-01-02
7.08%	0.25%	0.31%	3.485939	2024-04-01
9.70%	0.25%	0.31%	3.485939	2024-07-01
3.33%	0.25%	0.31%	3.485939	2024-10-01
10.02%	0.25%	0.31%	3.485939	2025-01-02
3.15%	0.25%	0.31%	3.485939	2026-01-02
7.65%	0.25%	0.31%	3.485939	2027-01-04
5.87%	0.25%	0.31%	3.485939	2028-01-03
0.09%	0.25%	0.31%	3.485939	2029-01-02
8.01%	0.25%	0.31%	3.485939	2030-01-02
0.44%	0.25%	0.31%	3.485939	2031-01-02
4.35%	0.25%	0.31%	3.485939	2033-01-03
1.00%	0.25%	0.31%	3.485939	2035-01-02

Tabela 2.1 - Carteira de maior risco (desvio-padrão)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira de maior risco utilizando o modelo de volatilidade desvio-padrão teve uma Duration de 3,49 anos. Com o VaR de um dia com 95% de confiança de 0,25% e um ES de 0,31%. Isso significa que nessa carteira, com esse modelo, espera-se que em um dia o portfólio perca no máximo 0,25% com 95% de confiança. Caso a perda seja maior que o VaR, espera-se que essa perda média seja de 0,31%.

Peso_Normalizado	VaR_Parametrico_95	ES_Parametrico_95	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
10.33%	0.21%	0.26%	4.236591	2022-01-03
9.10%	0.21%	0.26%	4.236591	2022-04-01
2.31%	0.21%	0.26%	4.236591	2022-07-01
9.58%	0.21%	0.26%	4.236591	2022-10-03
11.55%	0.21%	0.26%	4.236591	2023-01-02
5.16%	0.21%	0.26%	4.236591	2023-04-03
0.50%	0.21%	0.26%	4.236591	2023-07-03
8.83%	0.21%	0.26%	4.236591	2023-10-02
1.09%	0.21%	0.26%	4.236591	2024-01-02
0.05%	0.21%	0.26%	4.236591	2024-04-01
0.09%	0.21%	0.26%	4.236591	2024-07-01
4.47%	0.21%	0.26%	4.236591	2024-10-01
1.61%	0.21%	0.26%	4.236591	2025-01-02
0.89%	0.21%	0.26%	4.236591	2026-01-02
1.82%	0.21%	0.26%	4.236591	2027-01-04
0.39%	0.21%	0.26%	4.236591	2028-01-03
5.98%	0.21%	0.26%	4.236591	2029-01-02
0.13%	0.21%	0.26%	4.236591	2030-01-02
5.92%	0.21%	0.26%	4.236591	2031-01-02
8.72%	0.21%	0.26%	4.236591	2033-01-03
11.48%	0.21%	0.26%	4.236591	2035-01-02

Tabela 2.2 - Carteira de menor risco (desvio-padrão)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira de menor risco utilizando o modelo de volatilidade desvio-padrão teve uma Duration de 4,24 anos. Com o VaR de um dia com 95% de confiança de 0,21% e um ES de 0,26%. Isso significa que nessa carteira, com esse modelo, espera-se que em um dia o portfólio perca no máximo 0,21% com 95% de confiança. Caso a perda seja maior que o VaR, espera-se que essa perda média seja de 0,26%.

Uma observação interessante desses resultados é que a carteira da menor risco teve uma Duration superior à de maior risco, o que vai contra a ideia já discutida do prêmio de risco em vértice mais longos da curva de juros. No entanto, apesar de não ser tão comum esse comportamento, pode vir a acontecer dado ao tamanho da amostra e comportamento desses fatores de risco (vértices da curva de juros pré-fixados) neste período. Espera-se que quanto maior for a amostra utilizando o modelo de desvio-padrão as carteiras de maior risco venham a convergir com carteiras de maiores Durations.

2.7.2 Risco com EWMA

Considerando as métricas de risco utilizando da suavização da volatilidade por EWMA, os resultados extremos foram os seguintes:

Peso_Normalizado	VaR_Parametrico_95	ES_Parametrico_95	Duration_Carteira_Anos	Vértices_Escolhidos
0.50%	0.30%	0.38%	3.485939	2022-01-03
0.79%	0.30%	0.38%	3.485939	2022-04-01
1.34%	0.30%	0.38%	3.485939	2022-07-01
2.77%	0.30%	0.38%	3.485939	2022-10-03
10.19%	0.30%	0.38%	3.485939	2023-01-02
6.97%	0.30%	0.38%	3.485939	2023-04-03
6.52%	0.30%	0.38%	3.485939	2023-07-03
7.97%	0.30%	0.38%	3.485939	2023-10-02
2.28%	0.30%	0.38%	3.485939	2024-01-02
7.08%	0.30%	0.38%	3.485939	2024-04-01
9.70%	0.30%	0.38%	3.485939	2024-07-01
3.33%	0.30%	0.38%	3.485939	2024-10-01
10.02%	0.30%	0.38%	3.485939	2025-01-02
3.15%	0.30%	0.38%	3.485939	2026-01-02
7.65%	0.30%	0.38%	3.485939	2027-01-04
5.87%	0.30%	0.38%	3.485939	2028-01-03
0.09%	0.30%	0.38%	3.485939	2029-01-02
8.01%	0.30%	0.38%	3.485939	2030-01-02
0.44%	0.30%	0.38%	3.485939	2031-01-02
4.35%	0.30%	0.38%	3.485939	2033-01-03
1.00%	0.30%	0.38%	3.485939	2035-01-02

Tabela 2.3 - Carteira de maior risco (EWMA)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira de maior risco utilizando o modelo de volatilidade EWMA lambda 94 teve uma Duration de 3,49 anos. Com o VaR de um dia com 95% de confiança de 0,30% e um ES de 0,38%. Isso significa que nessa carteira, com esse modelo, espera-se que em um dia o portfólio perca no máximo 0,30% com 95% de confiança. Caso a perda seja maior que o VaR, espera-se que essa perda média seja de 0,38%.

Percebe-se que a carteira de maior risco utilizando o modelo de volatilidade EWMA possui exatamente a mesma composição da carteira utilizando a carteira que utilizou a volatilidade de desvio-padrão. Isso demonstra que utilizando qualquer um dos dois modelos de volatilidade a escolha de peso desses vértices gera uma maior volatilidade de carteira inteira. Os vértices com maiores pesos foram o de janeiro de 2023 com 10,19% de peso na carteira e o de janeiro de 2025 com 10,02% da carteira.

Peso	Normalizado	VaR_Parametrico_95	ES_Parametrico_95	Duration_Carteira	Ano_Vertices_Escolhidos
10.86%		0.24%	0.30%	3.849056	2022-01-03
11.86%		0.24%	0.30%	3.849056	2022-04-01
8.27%		0.24%	0.30%	3.849056	2022-07-01
1.67%		0.24%	0.30%	3.849056	2022-10-03
2.36%		0.24%	0.30%	3.849056	2023-01-02
0.74%		0.24%	0.30%	3.849056	2023-04-03
0.20%		0.24%	0.30%	3.849056	2023-07-03
0.69%		0.24%	0.30%	3.849056	2023-10-02
4.41%		0.24%	0.30%	3.849056	2024-01-02
9.04%		0.24%	0.30%	3.849056	2024-04-01
9.15%		0.24%	0.30%	3.849056	2024-07-01
3.06%		0.24%	0.30%	3.849056	2024-10-01
1.20%		0.24%	0.30%	3.849056	2025-01-02
4.22%		0.24%	0.30%	3.849056	2026-01-02
5.17%		0.24%	0.30%	3.849056	2027-01-04
4.17%		0.24%	0.30%	3.849056	2028-01-03
3.21%		0.24%	0.30%	3.849056	2029-01-02
2.44%		0.24%	0.30%	3.849056	2030-01-02
5.09%		0.24%	0.30%	3.849056	2031-01-02
4.53%		0.24%	0.30%	3.849056	2033-01-03
7.64%		0.24%	0.30%	3.849056	2035-01-02

Tabela 2.4 - Carteira de menor risco (EWMA)

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira de menor risco utilizando o modelo de volatilidade desvio-padrão teve uma Duration de 3,85 anos. Com o VaR de um dia com 95% de confiança de 0,24% e um ES de 0,30%. Isso significa que nessa carteira, com esse modelo, espera-se que em um dia o portfólio perca no máximo 0,24% com 95% de confiança. Caso a perda seja maior que o VaR, espera-se que essa perda média seja de 0,30%.

Fazendo uma comparação com a carteira de menor risco utilizando o desvio-padrão é perceptível que dado a amostra observada e a data análise escolhida o risco das carteiras utilizando a volatilidade EWMA lambda 94 sempre foi superior à do modelo de desvio-padrão. Isso representa que a volatilidade dos fatores de risco nas observações mais recentes foram superiores do que a média das observações.

3 CALCULANDO O VAR E O ES HISTÓRICO

Após a avaliação dos modelos paramétricos para o Value-at-Risk e Expected Shortfall, serão avaliadas essas métricas de forma histórica, i.e tomando a distribuição dos retornos das carteiras ao longo do período, ao invés de definir que a amostra de retornos segue uma distribuição conhecida, como a distribuição normal.

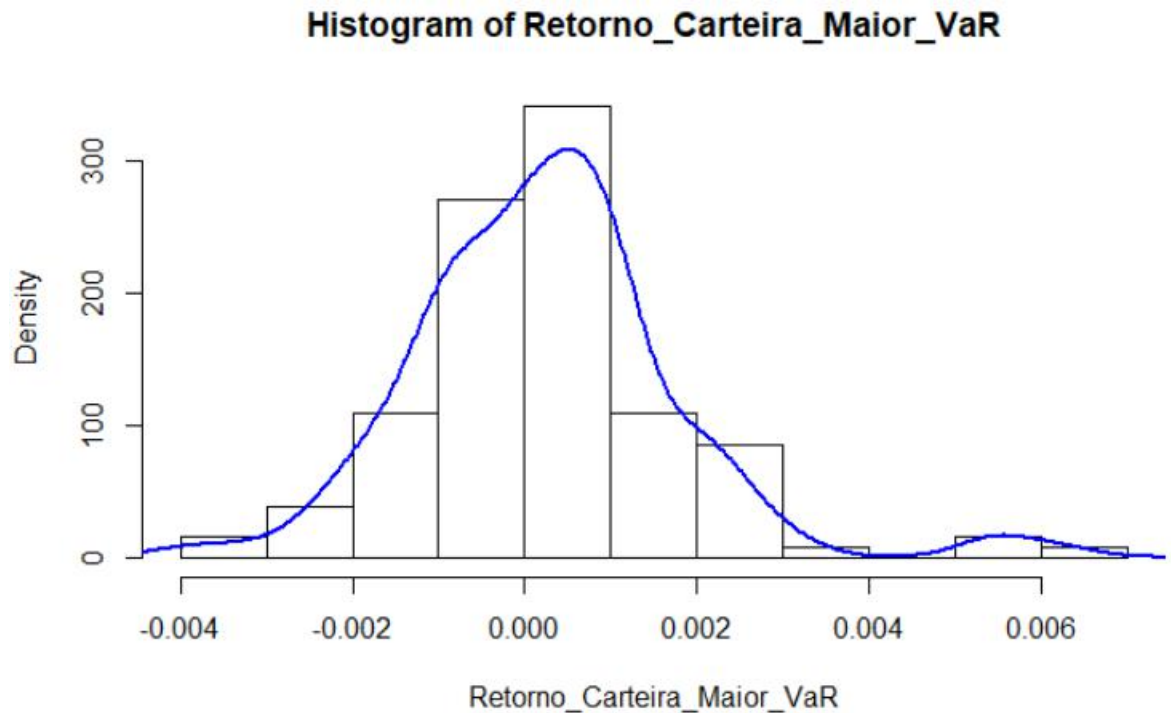


Gráfico 3.1 - Histograma de retornos carteira maior VaR histórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Neste gráfico é possível perceber que a função densidade do histograma de retornos efetivos da carteira analisada- escolhida como a carteira de maior VaR histórico- não é simétrica. Por conta deste fato, fica claro que a análise do VaR e ES históricos não se assemelham em termos dos valores dessas medidas paramétricas e, além disso, diferentemente da análise paramétrica, pode acontecer que a carteira que possui o maior VaR histórico não possua o maior ES histórico, dado a não simetria da distribuição dos retornos efetivos.

O gráfico abaixo demonstra a função densidade da distribuição normal. Fica evidente a diferença entre as duas funções densidades e o efeito da não simetria explicado anteriormente. Por conta dessa propriedade, sempre será esperado que uma carteira de maior VaR paramétrico tenha também o maior ES paramétrico. Logo, no momento de avaliar as carteiras de maiores e menores riscos, serão

avaliadas as carteiras que possuíram o maior VaR histórico, o maior ES histórico, o menor VaR histórico e o menor ES histórico.

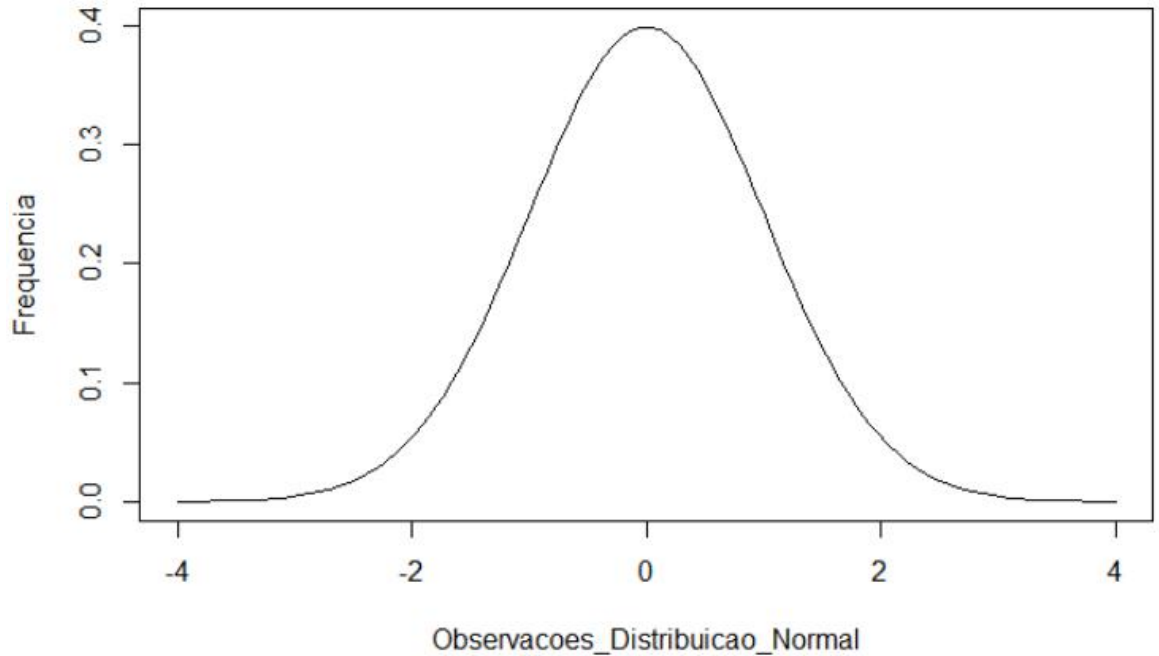


Gráfico 3.2 - Função densidade distribuição normal com dados aleatórios

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

3.1 RISCO COM DADOS HISTÓRICOS

Para calcular as métricas de risco históricas foi realizado o ordenamento de piores retornos de todas as carteiras simuladas e, para cada carteira, foi escolhida a posição de 5% das observações de dados para definir o VaR com 95% de confiança. No caso do ES, foi realizada a média dos 5% piores retornos da amostra de retornos das carteiras.

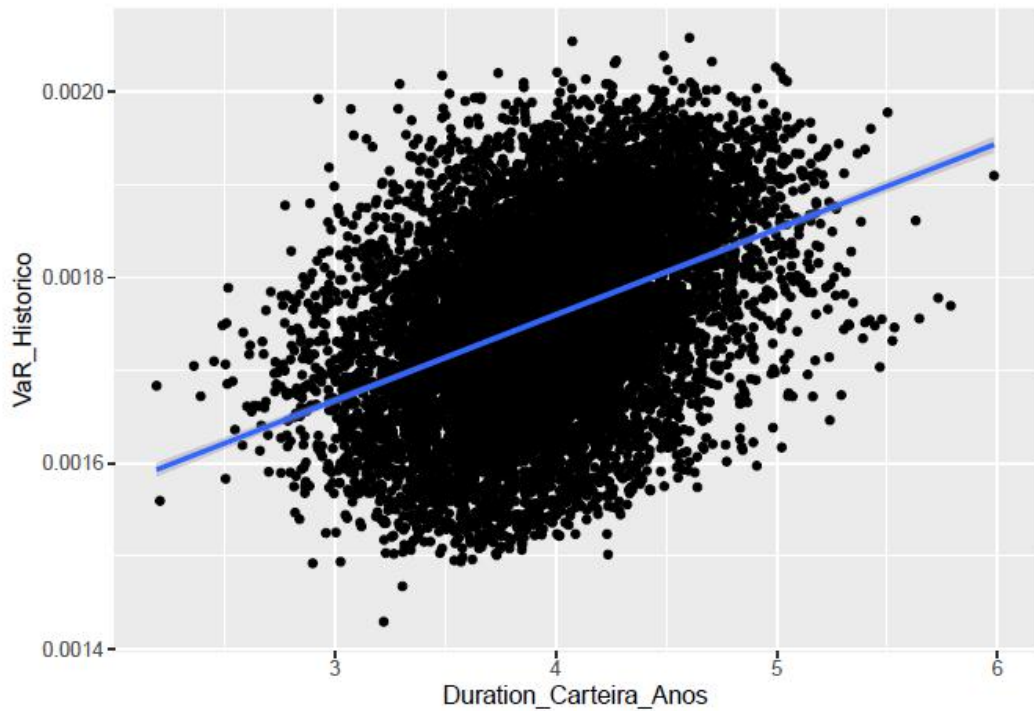


Gráfico 3.3 - Plot Simulação VaR histórico efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Nesse gráfico é possível perceber que o efeito do prêmio de risco nos vértices mais longos da curva tem um efeito muito relevante no cálculo do VaR histórico. Com esse resultado, fica claro que na amostra de dados as carteiras que tinham mais exposição em vértice mais longos possuíam retornos negativos mais relevantes.

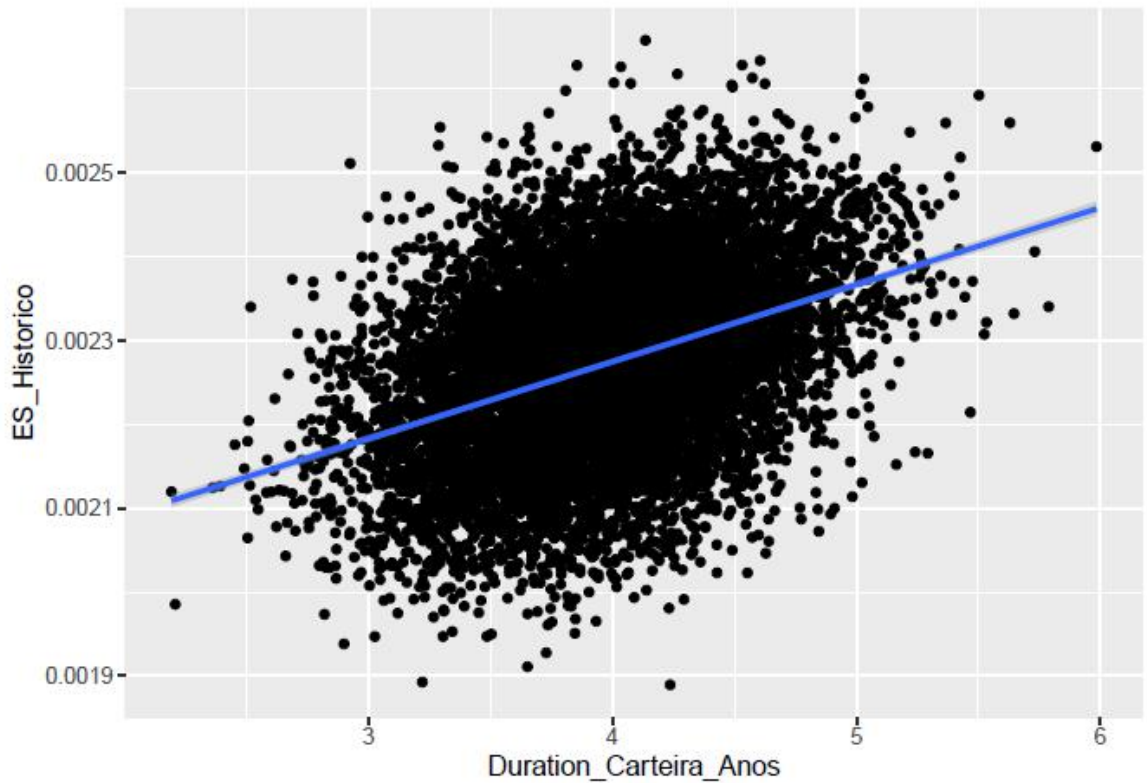


Gráfico 3.4 - Plot Simulação ES histórico efeito por Duration

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

Considerando o plot do ES histórico fica evidente que existe uma diferenciação em relação ao plot do VaR histórico. As retas de tendência possuem coeficientes angulares distintos, no caso do ES esse coeficiente é menor que o VaR. Enquanto no modelo paramétrico as retas de tendência tem exatamente o mesmo coeficiente angular.

No entanto, o efeito do prêmio de risco em carteiras de maior Duration - carteiras com mais exposição em vértices mais longos da curva de juros pré-fixado - permanece nos resultados do Expected Shortfall histórico.

3.1.1 Maiores riscos históricos

Peso_Normalizado	VaR_Historico	ES_Historico	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
0.58%	0.21%	0.26%	4.605191	2022-01-03
1.06%	0.21%	0.26%	4.605191	2022-04-01
0.92%	0.21%	0.26%	4.605191	2022-07-01
2.13%	0.21%	0.26%	4.605191	2022-10-03
0.21%	0.21%	0.26%	4.605191	2023-01-02
2.62%	0.21%	0.26%	4.605191	2023-04-03
3.54%	0.21%	0.26%	4.605191	2023-07-03
12.42%	0.21%	0.26%	4.605191	2023-10-02
6.71%	0.21%	0.26%	4.605191	2024-01-02
3.23%	0.21%	0.26%	4.605191	2024-04-01
12.27%	0.21%	0.26%	4.605191	2024-07-01
8.99%	0.21%	0.26%	4.605191	2024-10-01
8.53%	0.21%	0.26%	4.605191	2025-01-02
6.11%	0.21%	0.26%	4.605191	2026-01-02
2.25%	0.21%	0.26%	4.605191	2027-01-04
0.30%	0.21%	0.26%	4.605191	2028-01-03
6.73%	0.21%	0.26%	4.605191	2029-01-02
2.55%	0.21%	0.26%	4.605191	2030-01-02
3.82%	0.21%	0.26%	4.605191	2031-01-02
5.53%	0.21%	0.26%	4.605191	2033-01-03
9.51%	0.21%	0.26%	4.605191	2035-01-02

Tabela 3.1 - Carteira maior VaR Histórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira com o maior VaR histórico possui uma Duration de 4,61 anos com um VaR olhando para o 5º percentil de 0,21% para um dia e um ES de 0,26% calculado usando a média dos piores retornos no 5º percentil da distribuição histórica desse portfólio.

Peso_Normalizado	VaR_Historico	ES_Historico	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
1.27%	0.20%	0.27%	4.135285	2022-01-03
0.76%	0.20%	0.27%	4.135285	2022-04-01
3.99%	0.20%	0.27%	4.135285	2022-07-01
1.16%	0.20%	0.27%	4.135285	2022-10-03
2.47%	0.20%	0.27%	4.135285	2023-01-02
0.93%	0.20%	0.27%	4.135285	2023-04-03
3.37%	0.20%	0.27%	4.135285	2023-07-03
6.94%	0.20%	0.27%	4.135285	2023-10-02
2.21%	0.20%	0.27%	4.135285	2024-01-02
3.71%	0.20%	0.27%	4.135285	2024-04-01
11.46%	0.20%	0.27%	4.135285	2024-07-01
10.98%	0.20%	0.27%	4.135285	2024-10-01
6.37%	0.20%	0.27%	4.135285	2025-01-02
10.52%	0.20%	0.27%	4.135285	2026-01-02
8.51%	0.20%	0.27%	4.135285	2027-01-04
6.25%	0.20%	0.27%	4.135285	2028-01-03
7.69%	0.20%	0.27%	4.135285	2029-01-02
3.92%	0.20%	0.27%	4.135285	2030-01-02
0.96%	0.20%	0.27%	4.135285	2031-01-02
2.37%	0.20%	0.27%	4.135285	2033-01-03
4.15%	0.20%	0.27%	4.135285	2035-01-02

Tabela 3.2 - Carteira maior ES Histórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira com o maior ES histórico possui uma Duration de 4,14 anos com um VaR olhando para o 5º percentil de 0,20% para um dia e um ES de 0,27% calculado usando a média dos piores retornos no 5º percentil da distribuição histórica desse portfólio.

Vale destacar a evidência de que a carteira com maior VaR histórico, não foi a carteira com maior ES histórico. O que demonstra que para a utilização de modelos históricos faz-se útil analisar ambas as métricas. Pois, dado a distribuição efetiva dos retornos, pode ocorrer uma defasagem de informação na utilização de apenas uma das métricas de risco.

3.1.2 Menores riscos históricos

Peso_Normalizado	VaR_Historico	ES_Historico	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
11.77%	0.14%	0.19%	3.220728	2022-01-03
8.46%	0.14%	0.19%	3.220728	2022-04-01
8.04%	0.14%	0.19%	3.220728	2022-07-01
5.61%	0.14%	0.19%	3.220728	2022-10-03
6.95%	0.14%	0.19%	3.220728	2023-01-02
6.52%	0.14%	0.19%	3.220728	2023-04-03
10.92%	0.14%	0.19%	3.220728	2023-07-03
3.08%	0.14%	0.19%	3.220728	2023-10-02
1.55%	0.14%	0.19%	3.220728	2024-01-02
0.33%	0.14%	0.19%	3.220728	2024-04-01
1.58%	0.14%	0.19%	3.220728	2024-07-01
4.10%	0.14%	0.19%	3.220728	2024-10-01
2.79%	0.14%	0.19%	3.220728	2025-01-02
3.67%	0.14%	0.19%	3.220728	2026-01-02
0.92%	0.14%	0.19%	3.220728	2027-01-04
1.92%	0.14%	0.19%	3.220728	2028-01-03
0.08%	0.14%	0.19%	3.220728	2029-01-02
5.20%	0.14%	0.19%	3.220728	2030-01-02
6.13%	0.14%	0.19%	3.220728	2031-01-02
9.67%	0.14%	0.19%	3.220728	2033-01-03
0.70%	0.14%	0.19%	3.220728	2035-01-02

Tabela 3.3 - Carteira menor VaR Histórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira com o menor VaR histórico possui uma Duration de 3,22 anos com um VaR olhando para o 5º percentil de 0,14% para um dia e um ES de 0,19% calculado usando a média dos piores retornos no 5º percentil da distribuição histórica desse portfólio.

Peso_Normalizado	VaR_Historico	ES_Historico	Duration_Carteira_Anos	Vertices_Escolhidos
10.33%	0.15%	0.19%	4.236591	2022-01-03
9.10%	0.15%	0.19%	4.236591	2022-04-01
2.31%	0.15%	0.19%	4.236591	2022-07-01
9.58%	0.15%	0.19%	4.236591	2022-10-03
11.55%	0.15%	0.19%	4.236591	2023-01-02
5.16%	0.15%	0.19%	4.236591	2023-04-03
0.50%	0.15%	0.19%	4.236591	2023-07-03
8.83%	0.15%	0.19%	4.236591	2023-10-02
1.09%	0.15%	0.19%	4.236591	2024-01-02
0.05%	0.15%	0.19%	4.236591	2024-04-01
0.09%	0.15%	0.19%	4.236591	2024-07-01
4.47%	0.15%	0.19%	4.236591	2024-10-01
1.61%	0.15%	0.19%	4.236591	2025-01-02
0.89%	0.15%	0.19%	4.236591	2026-01-02
1.82%	0.15%	0.19%	4.236591	2027-01-04
0.39%	0.15%	0.19%	4.236591	2028-01-03
5.98%	0.15%	0.19%	4.236591	2029-01-02
0.13%	0.15%	0.19%	4.236591	2030-01-02
5.92%	0.15%	0.19%	4.236591	2031-01-02
8.72%	0.15%	0.19%	4.236591	2033-01-03
11.48%	0.15%	0.19%	4.236591	2035-01-02

Tabela 3.4 - Carteira menor ES Histórico

Fonte: Elaborado pelo autor (2022)

A carteira com o menor ES histórico possui uma Duration de 4,24 anos com um VaR olhando para o 5º percentil de 0,15% para um dia e um ES de 0,19% calculado usando a média dos piores retornos no 5º percentil da distribuição histórica desse portfólio.

Novamente a carteira com menor VaR histórico não é a mesma com menor ES histórico. Mas, além disso, a composição dessas carteiras são bem distintas. Percebe-se que o nível de Duration de cada uma das carteiras são diferentes, o que mais uma vez demonstra a necessidade de analisar ambas as métricas em análises históricas.

Considerando um portfólio de um Duration mais baixa espera-se um risco mais baixo, no entanto, caso seja analisada as métricas históricas, a composição desta carteira pode possuir um VaR dentro do esperado, porém o Expected Shortfall pode se distanciar do esperado. Dado que em observações efetivas, algum ou alguns fatores de risco deste portfólio em momento de stress podem ter apresentados retornos significativamente mais negativos o que é explicitado analisando o ES.

4 CONCLUSÃO

O presente estudo demonstrou como é realizado o mapeamento dos fatores de risco de uma carteira que se expõe a juros pré-fixados seja via títulos públicos como é o caso da LTN ou em futuros de taxa de juros como o futuro de DI1. Pode-se concluir que os diferentes modelos de avaliar o Value-at-Risk e Expected Shortfall representam resultados bem destoantes. Porém, cada modelo passa informações úteis dado a necessidade do gestor de risco dos portfólios.

O modelo paramétrico utilizando o desvio-padrão como volatilidade pode transmitir informações úteis para avaliação dos riscos das carteiras no longo prazo, visto a utilização de todas as observações com pesos idênticos na amostra. O modelo paramétrico usando EWMA, por sua vez, vai absorver as informações de retorno de forma mais e rápida e, por conseguinte, estimar com mais veracidade o a perda máxima do intervalo de confiança no dia seguinte. Já o modelo histórico demonstra exatamente o que aconteceu no passado e com isso, pode trazer informações úteis sobre cenários históricos e avaliar se existe um casamento entre as medidas de VaR e ES da carteira analisada. Dado que, diferentemente dos modelos paramétricos, a carteira com maior VaR pode não ser a carteira com maior ES e vice-versa.

Em relação as simulações realizadas percebe-se que em dois modelos (paramétrico desvio-padrão e histórico) o efeito da Duration em relação as métricas de risco tem uma influência por conta do prêmio de risco em vértices mais longos da curva de juros pré-fixados. Já o caso do modelo utilizando a suavização EWMA, percebe-se que dependendo da amostra de dados, pode ocorrer que em observações mais recentes a volatilidade dos vértices longos e curtos não estejam tão distantes e, com isso, o efeito de carteiras com Duration maior não influencia nas métricas de risco analisadas.

REFERÊNCIAS

AUER, Martin. **Hands-On Value-at-Risk and Expected Shortfall**. Vienna: Springer, 2003.

CABRAL, Marco. **Finanças Matemática Teoria e Prática**. Rio de Janeiro: 2020. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/12SyA10PDsdmHAp47zGyuosl-YapW7S-M/view>. Acesso em: 12 Out. 2021.

CHRISTOFFERSEN, Peter. **Elements of Financial Risk Management**. Oxford: Elsevier, 2011.

GANEM, Marcelo, BAIDYA, Tara. **Assimetria e Prêmio de Risco na Estrutura a Termo de Juros Brasileira**. Rio de Janeiro: 2011. Disponível em: <https://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rbfin/article/download/2814/2222/6881>. Acesso em: 01 Mar. 2022.

HULL, John. **Options, Futures and Other Derivatives**. Toronto: Pearson, 2014.

JORION, Phillipe. **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2006.

KIMURA, Hebert. **Value at Risk: Ribeirão Preto: Inside Books, 2009**.

MUSSI, Daniel. **DERIVATIVOS CAMBIAIS DO MERCADO BRASILEIRO: PRECIFICAÇÃO E ADMINISTRAÇÃO DE RISCOS**. 2010 Tese (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Fundação Getúlio Vargas, 2010. Disponível em: https://bibliotecadigital.fgv.br/dspace/bitstream/handle/10438/6958/Tese_Daniel_Mussi_100911.pdf. Acesso em: 12 Out. 2021.

Risk Metrics JP Morgan. Nova Iorque: 1996. Disponível em: <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>. Acesso em: 01 Mar. 2022.

TESOURO DIRETO. **Metodologia de cálculo dos títulos públicos ofertados nos leilões primários**. Disponível em: https://sisweb.tesouro.gov.br/apex/f?p=2501:9:::9:P9_ID_PUBLICACAO:26310. Acesso em: 12 Out. 2021.