A N Á L I S E   D E   P L A C A S   C I R C U L A R E S
S O B R E   B A S E   E L Á S T I C A

DICKRAN BERBERIAN

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por :

Dirceu de Alencar Velloso

Presidente

Fernando L. Carneiro

Yosiaki Nagato

[illegible]

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

JULHO DE 1972

Ao meu
pai pelo exemplo de
dedicação e trabalho

ANALISE DE PLACAS CIRCULARES SOBRE BASE ELASTICA

PALAVRAS-CHAVE : Placas, Placas Circulares, Fundações, Fundações Elásticas, Coeficiente de Recalque, Módulo de Rigidez, Areia, Modelo, Programação, Ensaio, Acrílico.

RESUMO : Aplicou-se o Método do Coeficiente de Recalque e o do Módulo de Rigidez ao cálculo da placa de fundação de um modelo, construído em acrílico apoiado sobre um maciço arenoso cuidadosamente montado. Confrontando-se os resultados teóricos com aqueles obtidos experimentalmente, definimos para o caso estudado a aplicabilidade do Método do Módulo de Rigidez.

Apresentamos também um programa automático de cálculo para Computadores IBM de 8K de capacidade de memória, que analisa placas de qualquer material assente sobre fundações de quaisquer parâmetros, pelos métodos acima referidos. Este programa, interligado com duas subrotinas especiais, generalisa a análise do problema para os carregamentos mais comuns encontrados na prática.

Sugerimos também (no Apêndice) uma relação de tópicos de pesquisas sobre este tema.

Devido ao valor didático do assunto tratado, incluimos nesta Tese a tradução da literatura básica.

REFERÊNCIA : BERBERIAN, D. - "Análise de Placas Circulares sobre Base Elástica" - Tese de Mestrado - COPPE - UFRJ - 1972

ANALYSIS OF CIRCULAR PLATES ON ELASTIC FOUNDATION

KEY WORDS : Plates, Circular Plates, Foundations, Elastic Foundations , Subgrade Reaction, Rigidity Modulus, Model, Sand, Acrilic , Test, Programing.

ABSTRACT : The subgrade reaction method and that of the rigidity modulus were applied in order to calculate the model foundation plate, built in acrilic and supported on a sandy foundation very carefully mounted.

Comparing the theoretical results with the ones experimentally reached, we can define, in this case, the applicability of the rigidity modulus method. We are also presenting here the automatic calculation program for Computers (IBM of 8K of capacity), that analyzes the plates of any material set on foundations of any parameter by the above mentioned methods.

This program interconnected with two subtoutines generalizes the analysis of the problem of most common loads.

We also suggest in the Appendix a list of research topics on the subject of the same theme.

Due to the pedagogical value of this subject, we are including in this Thesis a translation of the basic literature.

REFERENCE : BERBERIAN, D. - "Analysis of Circular Plates on Elastic Foundation" - Master Thesis - COPPE - UFRJ - 1972

ANALYSE VON KREIPLATTEM AUF ELASTISCHEN GRUNDLAGE

KENNWORTER : Platten, Keisförmigen, Grundlagem, Elastisch, Methode, Bettungszahlverfahrem, Steifezahl, Analyse, Modells, Akreolin, Sand, Berechunungsprogramm, Experimentell.

ZUSAMMENFASSUNG : Zur Berechnung der Trägerplatte eines Modells, das in Akreolin auf einem sorgfältig montierten Sandsteinpfeiler gebaut ist, wendete man die Methode der Bettungszahl und die der Steifezahl an.

Bei der Gegenüberstellung der theoretischen Ergebnisse mit denen, die esperimentell gewonnen wurden, betimmen wir für den hier geprüften Fall die Anwendungsmöglichkeit der Methode der Steifezahl, Zu gleicher Zeit bieten wir ein automatisches Berechnungsprogramm fur einen IBM Komputer mit 8K Speicherplatz dar, der Platten irgendurlchen Materials, auf Grundlagem mit beliebigen Parametern, nach den obengenannten Methoden analysiert. Dieses Programm, verbunden mit zwei speziellen untergeordneten Schablonen Subroutinen, verallgemeinert die Analyse des Problems fur die gewöhnlichsten Belastungen die man in der Praxis finden kann.

Im Anhang wird eim Reihe von forschungsthemen auf diesen Gebiet vorgeschlagen.

Wegen des didaktischen Wertes des hier behandelten Gegenstands, legen wir dieser Thesis eine Ubersetzung der grundlegenden Literatur bei.

agradecimentos

Ao Prof. Dirceu de Alencar Velloso pela orientação dada a este trabalho e pela feliz escolha do tema pesquisado.

Ao Prof. Fernando Luiz Lobo B. Carneiro pela orientação e pelo excelente desempenho como Chefe do Departamento de Engenharia Civil da COPPE.

Ao Prof. Yosiaki Nagato por sua dedicação.

Ao Prof. Jacques de Medina pelos inúmeros conselhos e sugestões.

A Maria Teresa, minha esposa, pelo companheirismo e dedicação na revisão e montagem do texto.

À COPPE, na pessoa do Prof. Alberto Luiz Coimbra a quem devemos o incentivo e a consolidação dos estudos pós-graduados no Brasil.

À CAPES pelo suporte financeiro.

Ao Prof. Nazareno Ferreira da Silva pela tradução de bibliografias germânicas.

A todos Professores da COPPE que de uma maneira ou de outra colaboraram para o êxito deste trabalho.

Aos Funcionários da COPPE por sua solicitude.

Aos Amigos do Centro de Processamento de Dados da Universidade de Brasilia por sua colaboração.

ÍNDICE

CAPITULO **1**

GENERALIDADES

CAPITULO **2**

REVISÃO DA LITERATURA

CAPITULO 3

MATERIAIS E METODOS

CAPITULO **4**

PROGRAMAÇÃO DOS CALCULOS

COMPUTADORES ELETRONICOS DIGITAIS

CAPITULO **5**

RESULTADOS

CAPITULO **6**

ANALISE DOS RESULTADOS

APÊNDICE

CAP 1

GENERALIDADES

1.1. NOMENCLATURA

PC (P) - Carga concentrada aplicada no meio da placa (KG).

q (Q) - Carga uniformemente aplicada (KG/CM^2).

$\bar{P}$ - Carga circular aplicada (KG/CM).

M - Momento circular aplicado (KG.CM/CM).

p_i (P(I)) - Ordenada de pressão do solo na circunferência i-(CM).

s_i - Recalque da placa na circunferência i (CM).

fa_i (FA(I)) - Flexa na circunferência i, da placa circular simplesmente apoiada no contorno, devido ao carregamento e peso próprio (CM).

fb_i (BF(I)) - Flexa na circunferência i, da placa circular simplesmente apoiada no contorno, devido a pressão do solo (CM).

Mr_i (XMRT) - Momento fletor radial da placa na circunferência i. (KG.CM/CM)

Mt_i (XMTT) - Momento fletor tangencial da placa na circunferência i (KG.CM/CM).

$M'r_i$ (XMRQ) - Momento fletor radial na circunferência i, da placa simplesmente apoiada no contorno, devido ao carregamento e peso próprio (KG.CM/CM).

$M''r_i$ (XMRR) - Momento fletor radial na circunferência i, da placa simplesmente apoiada no contorno, devido a pressão do solo (KG.CM/CM).

$M't_i$ (XMTQ) - Momento fletor tangencial na circunferência i, da placa simplesmente apoiada, devido ao carregamento e peso próprio (KG.CM/CM).

$M''t_i$ (XMTR) - Momento fletor tangencial na circunferência i, da placa simplesmente apoiada, devido a pressão do solo (KG.CM/CM).

r (R) - Raio da placa (CM).

r' (RL) - Distância de um ponto de cálculo ao centro da placa (CM).

d (D) - Espessura da placa circular (CM).

t (T) - Profundidade da fundação (CM).

γ (GAMAS) - Peso específico do solo retirado (KG/CM^3).

po (PZERO) - Alívio = γt (KG/CM^2).

Eb (EB) - Módulo de elasticidade do material da placa (KG/CM^2).

mb - Módulo de deformação transversal do material da placa.

Es (ES) - Módulo de rigidez dos subsolos (KG/CM^2).

E's (ELS) = $Es/(1-\mu^2)$.

μ (XMIB) - Coeficiente de Poisson do solo = 1/m.

m - Módulo de deformação transversal do solo.

C_i - Coeficiente de Recalque na circunferência i (KG/CM^3).

c_i (CM) - Valor recíproco do Coeficiente de Recalque na circunferência i (CM^3/KG).

θ^0 (TETAZ) - Fator de flexão,adimensional.

λ^0 (XLAMB) - Fator de influência de recalques. Adimensional.

ζ^0 (ZETAZ) - Idem.

η^0 (ETAZ) - Idem.

χ^0 (QCIZ) - Idem.

c - Coesão do solo (KG/CM^2).

ϕ - Ângulo de atrito interno da areia - Graus.

1.2. INTRODUÇÃO

A análise das placas de fundações de grandes re - servatórios circulares tem levado a soluções não bem definidas, causando problemas de várias naturezas àqueles que trabalham nesta área.

Isto se deve ao fato de que o solo se comporta de maneira bem diversa dependendo da sua natureza e das condi - ções em que se encontra.

Assim sendo, as hipóteses levantadas a respeito de seu comportamento mecânico devem ser criteriosamente elaboradas e orientadas por parâmetros que simulem suas características específicas, para que a análise apoiada nestas hipóteses possa prever um comportamento próximo do real.

Particularmente no caso estudado aqui, "Placas Circulares Flexíveis", a aplicação das hipóteses usualmente adotadas levam a resultados completamente contraditórios.

Cremos que, com a execução deste trabalho, pude - mos contribuir com alguma orientação a cerca do método a adotar.

Básicamente analisamos os dois métodos de cálculo isto é, o do Coeficiente de Recalque e do Módulo de Rigidez, na forma apresentada pelo Dr.-Ing. Heinz Graßhoff no seu trabalho "Das steife Bauwerk auf nachgiebigem Untergrund".

A partir daí construimos um sistema de equações (para cada método ou hipótese) aplicavel a uma placa circular de acrílico submetida a um carregamento uniformemente distribuido, assente sobre areia homogênea.

Com o auxílio de Computadores Digitais resolvemos a placa e confrontamos os resultados assim encontrados com aqueles obtidos experimentalmente em um modelo, cujos detalhes são discutidos no CAP. 3.

Para o caso específico de placas sobre areia homogenea, como poderá ser observado, ficou claramente definido o método a empregar, ou seja , o do Módulo de Rigidez.

Realizamos um primeiro ensaio utilizando uma placa de aço, e que devido sua pequena espessura (3mm) forneceu valores de magnitudes iguais à precisão dos instrumentos, invalidando portanto os resultados.

Foi usada com sucesso uma segunda placa, bem mais espessa (19,6 mm), de acrílico, que forneceu resultados realmente significativos.

Dois fatos interessantes e curiosos devem ser observados :

1º - Os referidos métodos são plausíveis teòricamente e tem sido utilizados, tanto um como o outro , por grandes personalidades dentro da Engenharia Civil.

2º - Ao aplicar os dois métodos de cálculo a uma mesma peça, obtém-se resultados diametralmente opostos. Por esta razão, tem-se tomado como praxe profissional analisar a placa segundo as duas teorias, e por medida de segurança dimensioná-la para as duas situações obtidas, mesmo sabendo-se que tal fato seja ilógico.

Como os problemas na prática ocorrem de maneira bem diversificada, o resultado específico deste trabalho não poderá ser generalizado e nem extrapolado para todos os casos possíveis, necessitando para tanto um maior número de pesquisas que indiquem soluções para as situações particulares.

Apresentamos no Apêndice uma relação de tópicos de pesquisas, que a nosso ver, poderão equacionar vários aspectos da questão e servir de ponto de partida para a solução geral, tão procurada.

Baseados nesta idéia, procuramos no presente trabalho mostrar a solução de algumas etapas pelas quais deve -

rão passar outros pesquisadores e enfatizamos os pontos ne - vrãlgicos e polêmicos do assunto, para que sobre eles se concentrem maiores esforços.

Crendo que futuras pesquisas levadas sobre este tema envolverão obrigatõriamente a anãlise experimental, detalhamos ao mãximo as têcnicas utilizadas e principalmente suas consequências.

O CAP. 2 consiste em uma revisão da literatura bã sica. Sendo a mesma adotada nos cursos de Fundações dos programas de Pôs-graduação e estando originalmente publicada em alemão, fizemos sua apresentação complementada com deduções, figuras, elementos de outras fontes e corrigimos alguns er - ros que passaram despercebidos por ocasião da impressão dos originais, na esperança de poder facilitar o acesso dos alunos ao referido trabalho, divulgando assim o problema que o autor, Prof. Heinz Graßhoff (1), apresenta em sua obra (Bib. citada).

No final deste Capĩtulo, como exemplos de aplicação, calculamos um reservatõrio assente sobre solo plãstico (silte, ELS = 45 Kg/Cm^2) e sobre solo granular (areia, ELS= = 450 Kg/Cm^2).

No CAP. 3 descrevemos o material empregado na anã lise experimental do modelo, assim como as têcnicas e as eta pas da citada análise.

Descrevemos também os critérios adotados na obtenção dos parâmetros e constantes dos materiais (placa e solo) e os resultados dos ensaios realizados.

O CAP. 4 apresenta a metodologia utilizada na programação dos cálculos via Computadores Digitais.

Tomou-se o cuidado de simplificar ao máximo a exposição deste ítem, de tal forma que pessoas menos familiarizadas com o uso de Computadores pudessem usufruir dos referidos programas sem perda de tempo, e por outro lado os mesmos poderão servir de ponto de partida para futuras pesquisas sobre este tema.

Para o projetista, o referido programa se transformou em uma valiosa ferramenta de trabalho pois poderá ser utilizado para placas de qualquer material e apoiada sobre solo de quaisq uer parâmetros, simplesmente alterando-se os dados de entrada.

No CAP. 5 apresentamos os resultados obtidos experimentalmente (inclusive um pequeno programa utilizado para obtenção dos mesmos) e aqueles encontrados quando se aplicou ao modelo os métodos de cálculo em estudo.

Devido aos recursos de utilização de Computadores, apresentamos ainda as análises das variações dos momentos fletores Radiais e Tangenciais, quando variam algumas características e parâmetros do modelo (placa/solo).

No CAP. 6 analisamos os resultados à luz de alguns conceitos já pre-estabelecidos e apresentamos algumas conclusões e suas justificativas como produto final desta pesquisa.

Além das razões já descritas, somadas a dificuldades de acesso às bibliografias citadas, incluimos no Apêndice os elementos necessários para o desenvolvimento dos cálculos e suas generalizações (por ex., para o caso de placas sujeitas a carregamentos não uniformes, etc.), transformando esta Tese suficientemente completa dentro dos limites do assunto estudado.

CAP **2**

REVISÃO DA LITERATURA

Apresentamos o método de Grasshoff (1) para o cálculo de placas circulares (flexíveis) sobre base elástica, com carregamentos em simetria radial.

A análise se restringiu a êste tipo de carregamento, por representar a grande maioria dos casos práticos (2) e pela simplicidade matemática com que pode ser tratado.

2.1 - CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO E DEFORMAÇÃO

Por questão de simplicidade, os pontos de cálculo devem ser fi xados desde o início em posições favoráveis.

Fixemos em $r' = r$, $r' = 3/4\ r$, $r' = 1/2\ r$ e $r' = 1/6\ r$ (fig. 1).

Nas proximidades da borda da placa, tomam-se pontos mais próximos entre si, porque espera-se que nessa região ocorram maiores variações no diagrama de pressões de contacto. O processo é extensível também a uma disposição qualquer de maior número de pontos de cálculo.

A divisão em quatro partes é entretanto suficiente para a maioria dos casos práticos. A figura 1, apresenta um corte passando pelo centro da placa mostrando o sólido de pressões do solo, cuja secção apresenta na parte inferior uma curva, que para simplificação é assimilada à poligonal formada pelas ordenadas de pressões p_k.

O sólido de pressões de contacto fôra gerado por rotação de 360^0 da secção reta de cálculo. Dividiu-se os três sólidos externos de pressões do solo em quatro anéis triangulares de cargas e um cilindro de carga no núcleo. Deve-se determinar o valor das incógnitas p_1, p_2, p_3 e p_4, que são as ordenadas do diagrama de pressões. Para determiná-las serão portanto necessárias quatro equações.

A primeira equação decorre da condição de equilíbrio: $\Sigma v=0$

$$1/2 .\ p_1 .\ r/4 .\ 2\pi .\ (11/12)r + 1/2 .\ p_2 .\ r/2 .\ 2\pi .\ (3/4)r + 1/2 .\ p_3 .\ r/4 .\ 2\pi .\ (7/12)r + 1/2 .\ p_3 .\ r/3 .\ 2\pi .\ (7/18)r + 1/2 .\ p_4 .\ r/3 .\ 2\pi .\ (5/18)r + p_4 .\ \pi .\ r^2/36 = Rv$$

ou

$$11/48 .\ p_1 + 3/8 .\ p_2 + 119/432 .\ p_3 + 26/216 .\ p_4 = Rv/\pi .\ r^2$$

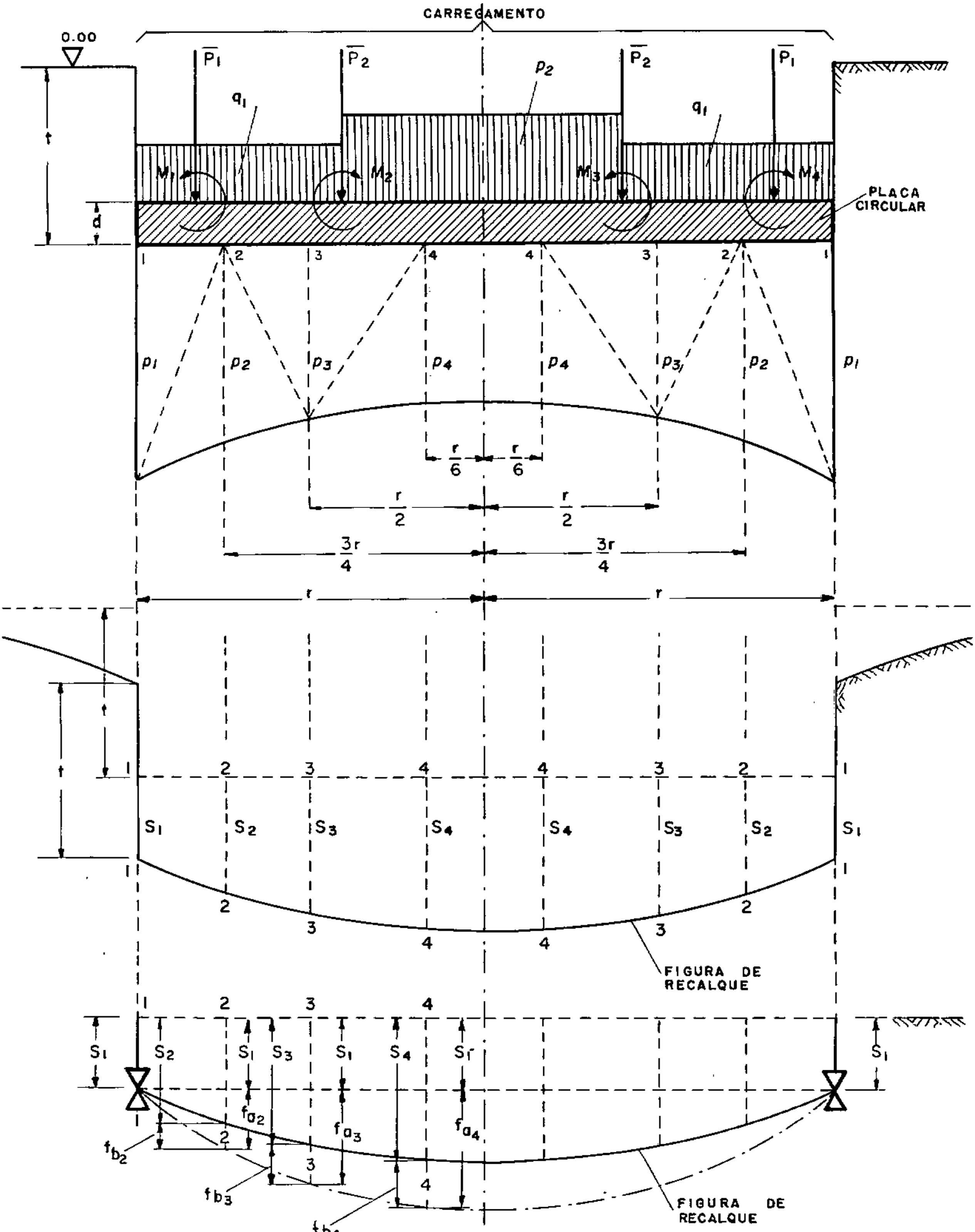

CARREGAMENTO
0.00
PLACA CIRCULAR
FIGURA DE RECALQUE
FIGURA DE RECALQUE

Figura 1

onde 11/12 r, 3/4 r, 7/12 r, 7/18 r e 5/18 r são as distâncias dos centros de gravidade dos triângulos (secções transversais dos anéis de cargas) ao centro da placa.

finalmente ficamos com:

$$0{,}229167.p_1 + 0{,}375000 \; . \; p_2 + 0{,}275463 \; . \; p_3 + 0{,}120370 \; . \; p_4 = Rv/\pi.r^2 \doteq p_m \qquad (1)$$

As três restantes equações serão obtidas das condições de deformações correspondentes aos pontos de cálculo 2, 3 e 4. Em um ponto interior qualquer i, pode-se por exemplo determinar o recalque si da placa da seguinte maneira:

$$si = s_1 + f_{ai} - f_{bi} \qquad (2)$$

sendo s_1 o recalque na borda da placa.

O valor de fai pode ser imaginado como sendo a deformação da placa simplesmente apoiada no contôrno, proveniente do pêso próprio e do carregamento. De uma maneira geral, as fórmulas de flexão apresentadas por Worch e Beyer (3 e 4), fornecem os valôres de fai para todos os casos práticos que possam ocorrer. Para os três casos de carregamentos mais frequentes (carregamento uniformemente distribuido, carregamento circular aplicado a r/2 e carga concentrada no centro da placa) as figuras 2, 3 e 4 apresentam fórmulas que permitem obter fai e os correspondentes wi , para os pontos de cálculo i = 2, 3 e 4.

Para o caso da figura 4:

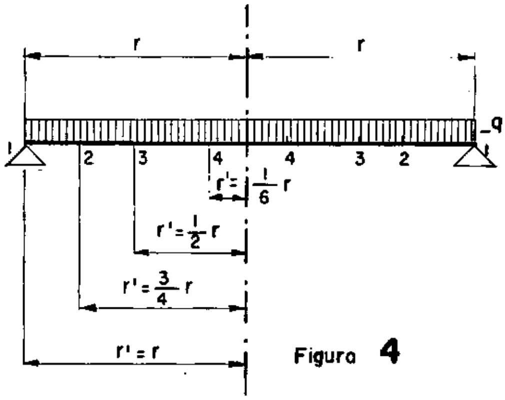


Figura **4**

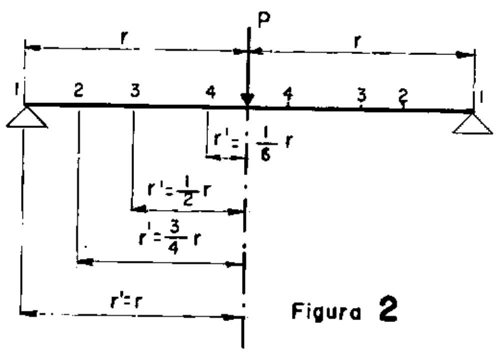


Figura **2**

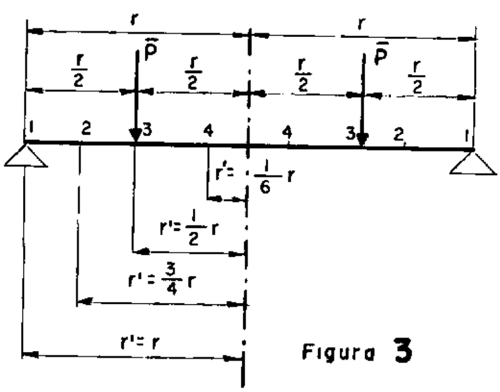


Figura **3**

$$\text{fai} = q \cdot \underbrace{(r/Eb) \cdot (r/d)^3}_{1/R^0} \cdot \underbrace{(3/16) \cdot (1 - \mu b)^2 \cdot (1 - \rho_i^2) \cdot ((5 + \mu b)/(1 + \mu b) - \rho_i^2)}_{w_i^0}$$

$$\text{fai} = (q/R^0) \cdot w_i^0$$

Para o caso da figura 2:

$r' \geq 1/2\ r$

$$\text{fai} = \underbrace{(P/r)}_{p_m} \cdot \underbrace{(r/Eb) \cdot (r/d)^3}_{1/R^0} \cdot \underbrace{3/2 \cdot \beta \cdot (1 - \mu b) \{[3 + \mu b - (1 - \mu b) \cdot \beta^2] \cdot (1 - \rho^2) + 2 \cdot (1 + \mu b) \cdot (\beta^2 + \rho^2) \cdot \ell n \rho\}}_{w_i^0}$$

$r' \leq 1/2\ r$

$$\text{fai} = \underbrace{(P/r)}_{p_m} \cdot \underbrace{(r/Eb) \cdot (r/d)^3}_{1/R^0} \cdot \underbrace{3/2 \cdot \beta \cdot (1 - \mu b) \{(3 + \mu b) \cdot (1 - \beta^2) + 2 \cdot (1 + \mu b) \cdot \beta^2 \cdot \ell n \beta - [(1 - \mu b) \cdot (1 - \beta^2) - 2(1 + \mu b) \cdot \ell n \beta]\rho^2}_{w_i^0}$$

$$\text{fai} = (p_m/R^0) \cdot w_i^0$$

Para o caso da figura 3:

$$\text{fai} = \underbrace{(\bar{P}/\pi)}_{p_m} \cdot \underbrace{r^2 \cdot (r/Eb)}_{1/R^0} \cdot \underbrace{(r/d)^3 \cdot 3/4(1 - \mu b^2) \cdot [(3 + \mu b)/(1 + \mu b) \cdot (1 - \rho^2) + 2 \cdot \rho^2 \cdot \ell n \rho]}_{w_i^0}$$

$\rho = r'/r$

μb - Coeficiente de Poisson do Material da Placa

$fai = (pm/R^0) . w^0_i$

O valor fbi representa a contra flexa oriunda do efeito do carregamento do diagrama de pressões de contacto na placa, que até então tinha sido considerada como sendo simplesmente apoiada e sòmente sob efeito das cargas e pêso próprio.

Transformando-se os anéis de cargas em cargas circulares aplicadas (nos pontos correspondentes aos centros de gravidade de cada carregamento transformado) podemos obter o valor das flexas fbi, através da seguinte relação:

$$fbi = (r/Eb)(r/d)^3 . (p_1 . \theta^0_{i,1} + p_2 . \theta^0_{i,2} + p_3 . \theta^0_{i,3} + p_4 . \theta^0_{i,4}) \quad (3)$$

θ^0 são fatôres de influência de flexão (obtidos da forma apresentada no Cap. 4) que dependem do número de subdivisões, da posição relativa dos pontos de cálculo e do coeficiente de Poisson do material da placa. Explicitando-se o coeficiente μ da equação (3) ela se tornaria muito complicada e portanto proibitiva para utilizações práticas.

Por esta razão, os valôres apresentados em seguida só serão válidos para um determinado coeficiente de Poisson. Adota-se $\mu = 1/6$, que corresponde ao caso de placas de concreto, porque êste é o material mais utilizado para obras desta natureza e porque acreditamos que pesquisas que surjam sôbre êste tema, deverão envolver ensaios sôbre placas (modêlos ou protótipos) de concreto.

Entretanto, apresentamos no Cap. 4 um programa automático que gera êste fator para qualquer valor do coeficiente de Poison, permitindo-se assim a análise de placas de qualquer material.

Assim, os valôres dados em seguida só valem para placas de fundações executadas em concreto simples ou armado. A tabela 1 apresenta os fatôres de influência de flexão para os pontos 2, 3 e 4 conforme mostra fig. 1.

TABELA 1

Fatores de Influencia de Flexão θ^0

Equação 2		Equação 3		Equação 4	
$\theta^0{}_{2.1}$	0,019873	$\theta^0{}_{3.1}$	0,034315	$\theta^0{}_{4.1}$	0,044717
$\theta^0{}_{2.2}$	0,092483	$\theta^0{}_{3.2}$	0,164515	$\theta^0{}_{4.2}$	0,214748
$\theta^0{}_{2.3}$	0,126197	$\theta^0{}_{3.3}$	0,237289	$\theta^0{}_{4.3}$	0,325750
$\theta^0{}_{2.4}$	0,069777	$\theta^0{}_{3.4}$	0,135171	$\theta^0{}_{4.4}$	0,194728

Substituindo-se o valor de fbi calculado através da equação (3), na equação (2) teremos:

$$S_i = S_1 + fai - (r/Eb).\ (r/d)^3 \ .\ (p_1 \ .\ \theta^0{}_{i,1} + p_2 \ .\ \theta^0{}_{i,2} + p_3 \ .\ \theta^0{}_{i,3} + p_4 \ .\ \theta^0{}_{i,4}) \quad (4)$$

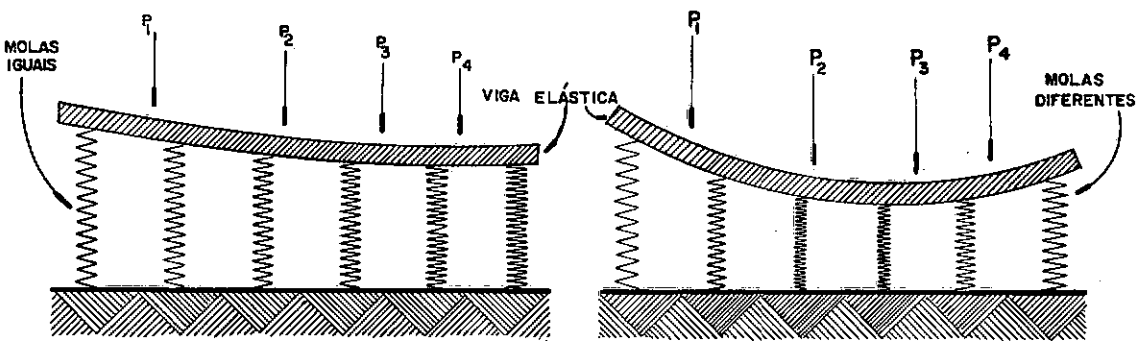
Resolvendo-se esta equação, poder-se-á determinar as ordenadas de pressões do solo, e os recalques s_1, s_2, s_3 e s_4 que são consequentes das pressões procuradas e em função das quais devem ser expressos.

2.2 - O MÉTODO DO COEFICIENTE DE RECALQUES

O método do coeficiente de recalque tem como hipótese básica , a proporcionalidade entre os recalques e as pressões. Esta hipótese pode ser representada matemáticamente pela relação:

$$si = pi/Cbi = ci \cdot pi \qquad (5)$$

e fisicamente ela assimila o solo a um colchão de molas, independentes entre si (fig 5), o qual recebendo diretamente um carregamento frouxo ou através de uma placa de rigidez nula, poderá apresentar uma figura de recalque (5) como mostra a figura 6.



Coeficiente de recalque constante
a.

Coeficiente de recalque variavel
b.

Figura 5

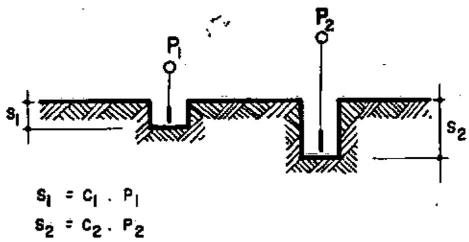


Figura 6

Levando o valor de si obtido na equação (5), à equação (4) e agrupando convenientemente os coeficientes das incógnitas p_k, teremos:

$$(\theta^0_{2.1} - c_1 \cdot R^0) \cdot p_1 + (\theta^0_{2.2} + c_2 \cdot R^0) \cdot p_2 + \theta^0_{2.3} \cdot p_3 + \theta^0_{2.4} \cdot p_4 = f_{a2} \cdot R^0$$

$$(\theta^0_{3.1} - c_1 \cdot R^0) \cdot p_1 + \theta^0_{3.2} \cdot p_2 + (\theta^0_{3.3} + c_3 \cdot R^0) \cdot p_3 + \theta^0_{3.4} \cdot p_4 = f_{a_3} \cdot R^0$$

$$(\theta^0_{4.1} - c_1 \cdot R^0) \cdot p_1 + \theta^0_{4.2} \cdot p_2 + \theta^0_{4.3} \cdot p_3 + (\theta^0_{4.4} + c_4 \cdot R^0) \cdot p_4 = f_{a_4} \cdot R^0 \qquad (6)$$

onde:

$$R^0 = (Eb/r).(d/r)^3$$

O grupo de equações (1,6), corresponde às quatro equações para o cálculo das ordenadas de pressões p_1, p_2, p_3 e p_4, pelo método do coeficiente de recalque. Os fatôres de flexões θ^0 são obtidos da tabela 1 e os recalques si são calculados através das pressões, como mostra equação (5).

O coeficiente de proporcionalidade C, entre as pressões e os recalques, é obtido através de um cálculo de recalques. No caso em particular (coeficiente de recalque constante) utilizaremos o desenvolvimento apresentado por Kany (8) na seção de comentários da DIN 4019 (9), fôlha 1 (ver fig. A.1 no apêndice).

A figura A.1 apresenta os recalque sob o ponto característico para o caso de placas retangulares. Para utilizar-se placas circulares, transformam-se as mesmas em quadradas com áreas equivalentes, de lado b. O comprimento do lado b, do quadrado é dado por:

$$b = \sqrt{\pi . r^2}$$

O recalque médio no ponto característico será dado por:

$$sm = (p'.b/E's) \; . \; f(s,0) \qquad \text{sendo}$$

$$p' = pm - p_0 \quad ; \quad p_0 = \gamma \; . \; t \; , e$$

f(s.0) dado pela figura A.1.

O coeficiente de recalque médio será:

$$C_m = pm/sm$$

Poder-se-ia obter maior precisão dos resultados se se tivessemos calculado o recalque médio sm, diretamente para o caso de carregamentos circulares frouxos.

2.3 - MÉTODO DO MÓDULO DE RIGIDEZ

O recalque si da circunferência i, na superfície de contacto da placa é função das coordenadas de pressões p_1, p_2 , p_3 e p_4.

A análise da placa por êste método utiliza um cálculo de recalques para determinação da figura de recalque procurada devido ao carregamento, considerado frouxo (fig. 7).

O diagrama de pressões de contacto é obtido de uma forma aproximada, escalonando-se o carregamento, e superpondo-se o efeito de cada elemento através de soma algébrica.

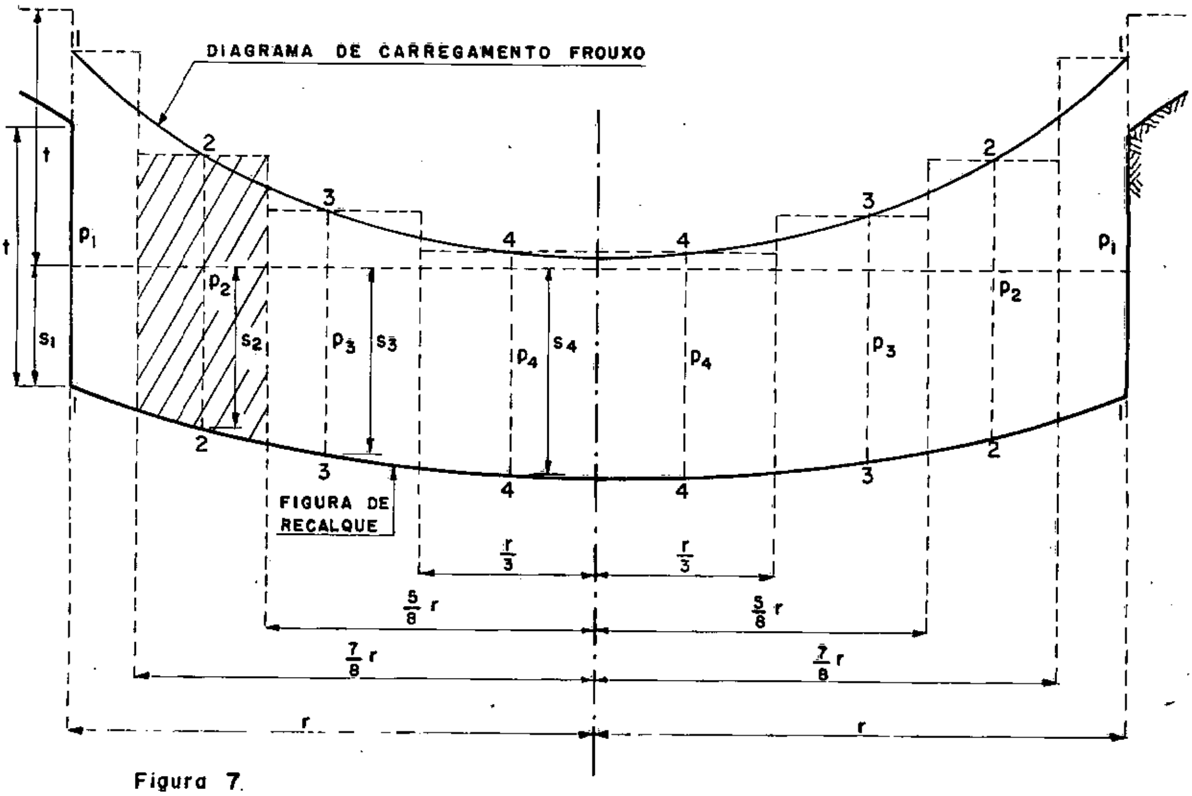


Figura 7.

De acôrdo com Schleicher (6) e Egorov (7), calculam-se os recalques devido a um carregamento circular frouxo de raio a sôbre um meio elástico isotrópico semi-infinito, com módulo de rigidez E's constante, como se segue:

Para pontos dentro do carregamento circular ($r' \leq a$):

$$s_{(r')} = p \cdot (a/E's) \cdot 4/\pi \cdot E(r'/a\ ;\ \pi/2) \qquad (8)$$

Para pontos fora do carregamento circular ($r' > a$):

$$s_{(r')} = p.(r'/E's) . (4/\pi)[E\ (a/r' \ ; \pi/2) - (1 - a^2/r'^2) . K(a/r' \ ;\pi/2)] \tag{9}$$

As funções $E(k \ ; \pi/2)$ e $K(k \ ; \pi/2)$ são integrais elípticas completas de 1a. e 2a. espécie, e de uma forma generalizada valem:

$$E(k \ ; \pi/2) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2\phi} \ . d\phi \ ;$$

$$K(k \ ; \pi/2) = \int_0^{\pi/2} d\phi \ / \sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2\phi}$$

Estas funções foram tabeladas por vários autores (9), como uma função do parâmetro k. Ambas as fórmulas de recalque (8,9) podem ser escritas de uma maneira unificada, quando os raios a e r' são relativos ao raio r da placa.

Assim teremos:

$$s_{(r')} = p. (r/E's). \lambda^0 \tag{10}$$

O fator de influência de recalque λ^0, é calculado através das seguintes relações:

Para pontos dentro do carregamento circular ($r' < a$) :

$$\lambda^0_{i,k} = (a(k)/r). (4/\pi). E(k(i) \ ; \pi/2) \ ; k(i) = r'(i)/a(k)$$

Para pontos fora do carregamento circular ($r' > a$):

$$\lambda^0_{i,k} = (r'(i)/r). (4/\pi)[E(k(i) \ ; \pi/2) - (1 - k(i)) . K(k(i) \ ; \pi/2)]$$

com k(i) = a(k)/r'(i)

Para os pontos de cálculo e a subdivisão do carregamento circular frouxo em questão, os valôres de λ^0 estão calculados como indicam as figuras 8, 9, 10 e 11. O primeiro índice (i), expressa o ponto de recalque, enquanto que o segundo indice (k), indica qual o carregamento circular utilizado, de acôrdo com as figuras 8, 9, 10 e 11.

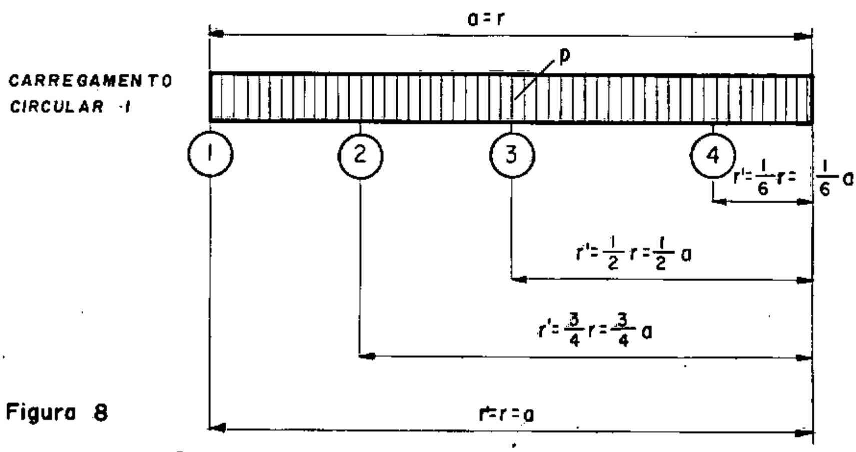


Figura 8

i	k	$k=\frac{r'}{a}$	$k=\frac{a}{r'}$	$\lambda^0 i,K$
1	1	1	-	$\lambda^0_{1.1}$ = 1,273239
2		3/4	-	$\lambda^0_{2.1}$ = 1,678717
3		1/2	-	$\lambda^0_{3.1}$ = 1,868430
4		1/6	-	$\lambda^0_{4.1}$ = 1,986001

fig. 8

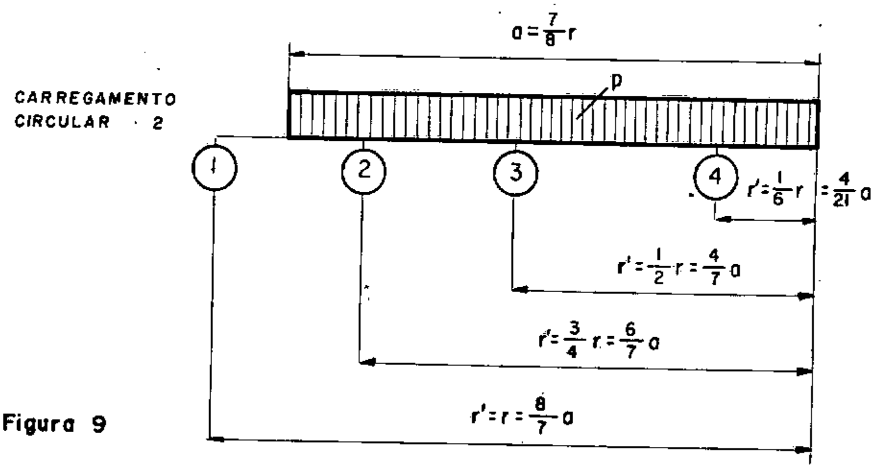


Figura 9

i	k	$k = \frac{r'}{a}$	$k = \frac{a}{r'}$	$\lambda^0 i,K$
1		-	7/8	$\lambda^0_{1.2} = 0{,}877109$
2	2	6/7	-	$\lambda^0_{2.2} = 1{,}359868$
3		4/7	-	$\lambda^0_{3.2} = 1{,}596925$
4		4/21	-	$\lambda^0_{4.2} = 1{,}734014$

fig. 9

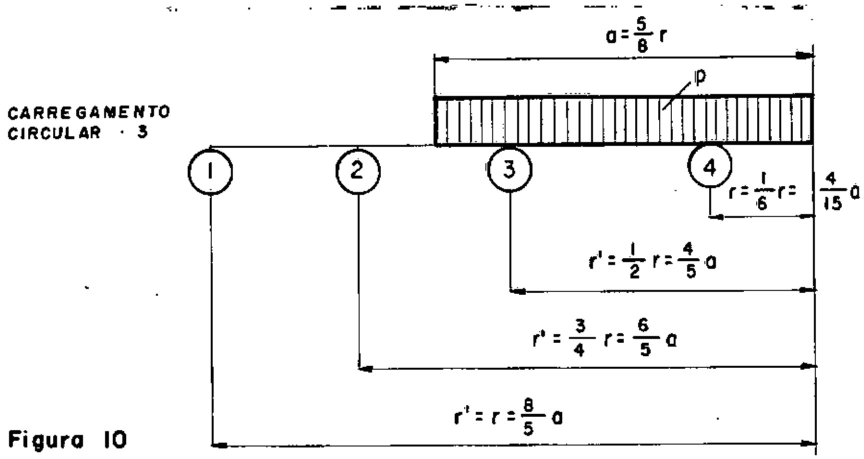


Figura 10

fig. 10

i	k	$k=\frac{r'}{a}$	$k=\frac{a}{r'}$	$\lambda^0_{i,k}$
1		-	5/8	$\lambda^0_{1.3} = 0,413190$
2	3	-	5/6	$\lambda^0_{2.3} = 0,585627$
3		4/5	-	$\lambda^0_{3.3} = 1,015684$
4		4/15	-	$\lambda^0_{4.3} = 1,227449$

i	k	$k=\frac{r'}{a}$	$k=\frac{a}{r'}$	$\lambda^0_{i,k}$
1		-	1/3	$\lambda^0_{1.4} = 0,112649$
2	4	-	4/9	$\lambda^0_{2.4} = 0,152057$
3		-	2/3	$\lambda^0_{3.4} = 0,237269$
4		1/2	-	$\lambda^0_{4.4} = 0,622810$

fig. 11

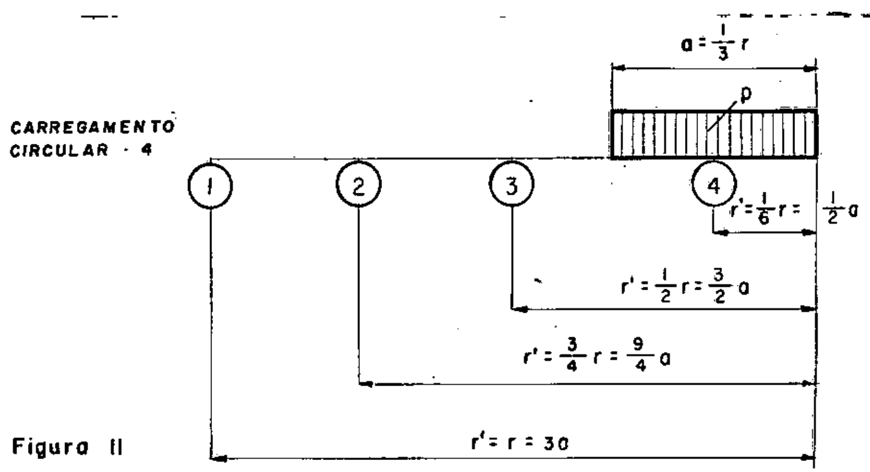


Figura II

Como pode-se observar, êste método se baseou na teoria da elasticidade para a análise dos recalques, considerando como modêlo para o solo, um meio elástico, isotrópico e homogêneo, com módulo de rigidez E's constante.

O método do módulo de rigidez pode ser, segundo teorias e experiências atuais, o mais preciso dêles, dêsde que se possa encontrar para o subsolo um módulo de rigidez o mais exato possível.

Aquí, ao contrário do método do Coeficiente de Recalque, considera-se a influência das pressões dos pontos vizinhos no recalque de um ponto qualquer da base da placa de fundação.

Tal fato poderia ser assimilado físicamente a um conjunto de molas, prêsas entre si, como mostra a figura 12.

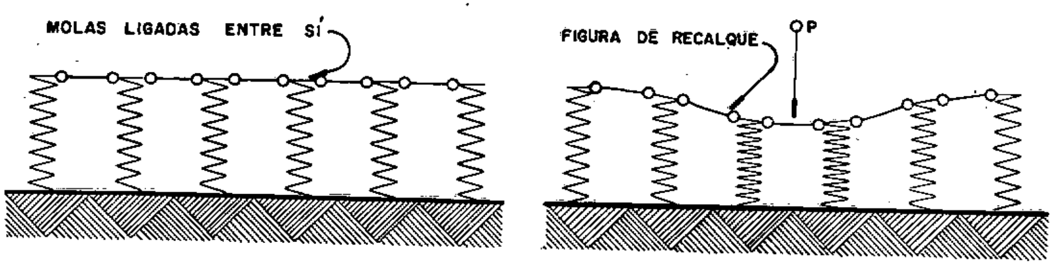


Figura 12

Êste método pode oferecer resultados mais próximos da realidade se se introduzir um módulo de rigidez variável com a profundidade e também módulos desiguais nos sentidos vertical e horizontal, pelo fato de que por questões geológicas o solo se comporta mais como um meio hortótropo do que isótropo.

A influência da profundidade t da fundação no recalque, não deve ser desprezada. Esta consideração é feita de maneira aproximada , subtraindo-se do diagrama de pressões o alívio $p_0 = \gamma . t$, onde γ é o pêso específico do material escavado.

Êste princípio serve de base para a afirmação de que através da escavação do solo, não haverá nenhum recalque suplementar até que a sobrecarga atinja o valor do alívio. O raciocínio é sòmente válido enquanto nenhuma das ordenadas do diagrama de pressões, p_k , for menor do que o alivio.

Assim, através da equação (10) e dos valôres de λ^0, podemos montar as equações que relacionam os recalques com as pressões de contacto para os quatro pontos de cálculo:

$$\left.\begin{aligned}
s_1 &= (r/E's)(p_1 \cdot \zeta^0_{1.1} + p_2 \cdot \zeta^0_{1.2} + p_3 \cdot \zeta^0_{1.3} + p_4 \cdot \zeta^0_{1.4} - p_0 \cdot \zeta^0_1) \\
s_2 &= (r/E's)(p_1 \cdot \zeta^0_{2.1} + p_2 \cdot \zeta^0_{2.2} + p_3 \cdot \zeta^0_{2.3} + p_4 \cdot \zeta^0_{2.4} - p_0 \cdot \zeta^0_2) \\
s_3 &= (r/E's)(p_1 \cdot \zeta^0_{3.1} + p_2 \cdot \zeta^0_{3.2} + p_3 \cdot \zeta^0_{3.3} + p_4 \cdot \zeta^0_{3.4} - p_0 \cdot \zeta^0_3) \\
s_4 &= (r/E's)(p_1 \cdot \zeta^0_{4.1} + p_2 \cdot \zeta^0_{4.2} + p_3 \cdot \zeta^0_{4.3} + p_4 \cdot \zeta^0_{4.4} - p_0 \cdot \zeta^0_4)
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Os valôres de ζ^0 são obtidos dos valôres de λ^0, através das seguintes relações:

$$\begin{aligned}
\zeta^0_{i,1} &= \lambda^0_{i,1} - \lambda^0_{i,2} \; ; & \zeta^0_{i,3} &= \lambda^0_{i,3} - \lambda^0_{i,4} \\
\zeta^0_{i,2} &= \lambda^0_{i,2} - \lambda^0_{i,3} \; ; & \zeta^0_{i,4} &= \lambda^0_{i,4} \\
\zeta^0_{i} &= \sum_{k=1}^{k=4} \zeta^0_{i,k} & \zeta^0_{i} &= \lambda^0_{i,1}
\end{aligned} \tag{12}$$

e tabelados (tab. 2)

Tabela 2

Fatores de Influência de recalques

equação 1		equação 2		equação 3		equação 4	
$\zeta^0_{1.1}$	0,396130	$\zeta^0_{2.1}$	0,318849	$\zeta^0_{3.1}$	0,271505	$\zeta^0_{4.1}$	0,251987
$\zeta^0_{1.2}$	0,463919	$\zeta^0_{2.2}$	0,774241	$\zeta^0_{3.2}$	0,581241	$\zeta^0_{4.2}$	0,506565
$\zeta^0_{1.3}$	0,300541	$\zeta^0_{2.3}$	0,433570	$\zeta^0_{3.3}$	0,778415	$\zeta^0_{4.3}$	0,604639
$\zeta^0_{1.4}$	0,112649	$\zeta^0_{2.4}$	0,152057	$\zeta^0_{3.4}$	0,237269	$\zeta^0_{4.4}$	0,622810
ζ^0_1	1,273239	ζ^0_2	1,678717	ζ^0_3	1,868430	ζ^0_4	1,986001

Substituindo-se os valõres dos recalques indicados na equação (11), na equação (4) do ítem 2.1, e transformando-as convenientemente, encontram-se as três restantes equações que permitirão juntamente com a primeira equação (1), calcular as ordenadas p_1 , p_2 , p_3 e p_4, do diagrama de pressões, para o método do Módulo de Rigidez.

Teremos então:

$$
\begin{aligned}
&(\theta^0{}_{2.1} \cdot N^0 + \eta^0{}_{2.1}) \cdot p_1 + (\theta^0{}_{2.2} \cdot N^0 + \eta^0{}_{2.2}) \cdot p_2 + \\
&(\theta^0{}_{2.3} \cdot N^0 + \eta^0{}_{2.3}) \cdot p_3 + (\theta^0{}_{2.4} \cdot N^0 + \eta^0{}_{2.4}) \cdot p_4 = \\
&\alpha^0{}_2 \cdot E's + \chi^0{}_2 \cdot p_0 \\
&(\theta^0{}_{3.1} \cdot N^0 + \eta^0{}_{3.1}) \cdot p_1 + (\theta^0{}_{3.2} \cdot N^0 + \eta^0{}_{3.2}) \cdot p_2 + \\
&(\theta^0{}_{3.3} \cdot N^0 + \eta^0{}_{3.3}) \cdot p_3 + (\theta^0{}_{3.4} \cdot N^0 + \eta^0{}_{3.4}) \cdot p_4 = \\
&\alpha^0{}_3 \cdot E's + \chi^0{}_3 \cdot p_0 \\
&(\theta^0{}_{4.1} \cdot N^0 + \eta^0{}_{4.1}) \cdot p_1 + (\theta^0{}_{4.2} \cdot N^0 + \eta^0{}_{4.2}) \cdot p_2 + \\
&(\theta^0{}_{4.3} \cdot N^0 + \eta^0{}_{4.3}) \cdot p_3 + (\theta^0{}_{4.4} \cdot N^0 + \eta^0{}_{4.4}) \cdot p_4 = \\
&\alpha^0{}_4 \cdot E's + \chi^0{}_4 \cdot p_0
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Onde:

$$
\begin{aligned}
&N^0 = (E's/Eb) \cdot (r/d)^3 \; ; \; \alpha^0{}_i = fai/r \; ; \; p_0 = \gamma \cdot t \\
&\eta^0_{i,1} = \zeta^0{}_{i,1} - \zeta^0{}_{1,1} \; ; \; \eta^0{}_{i,3} = \zeta^0{}_{i,3} - \zeta^0{}_{1,3} \\
&\eta^0{}_{i,2} = \zeta^0{}_{i,2} - \zeta^0{}_{1,2} \; ; \; \eta^0{}_{i,4} = \zeta^0{}_{i,4} - \zeta^0{}_{1,4} \\
&\eta^0{}_{i,k} = \zeta^0{}_{i,k} - \zeta^0_{1,k} \quad \chi^0{}_i = \zeta^0{}_i + \zeta^0{}_1
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Os valõres dos fatõres de influência de recalques η^0 e χ^0 são apresentados na tabela 3 e os valõres de θ^0 são apresentados na tabela 1.

Tabela 3

Fatores de Influencia de recalques

equação 2		equação 3		equação 4	
$\eta^0{}_{2.1}$	-0,077281	$\eta^0{}_{3.1}$	-0,124625	$\eta^0{}_{4.1}$	-0,144143
$\eta^0{}_{2.2}$	+0,310322	$\eta^0{}_{3.2}$	+0,117322	$\eta^0{}_{4.2}$	+0,042646
$\eta^0{}_{2.3}$	+0,133029	$\eta^0{}_{3.3}$	+0,477874	$\eta^0{}_{4.3}$	+0,304098
$\eta^0{}_{2.4}$	+0,399408	$\eta^0{}_{3.4}$	+0,124620	$\eta^0{}_{4.4}$	+0,510161
$\chi^0{}_2$	+2,951956	$\chi^0{}_3$	+3,141669	$\chi^0{}_4$	+3,259240

Uma vez conhecidos os valôres das ordenadas de pressões p_k,os recalques para os pontos 1, 2, 3 e 4 poderão ser obtidos através das equações (11)

2.4 - FÓRMULAS PARA O CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES

Devido a simetria radial do carregamento, aparecem nas placas de formas circulares momentos fletores radiais e tangenciais.

Êstes momentos são funções do carregamento e do diagrama de pressões. Deve-se observar que as fórmulas de flexões aquí apresentadas já trazem implícitamente (3,4) o valor do módulo de deformação transversal m_b, isto é, o coeficiente de Poisson.

Portanto, as tabelas apresentados sômente valerão para materiais iguais ao fixado ($m_b = 6 = 1/\mu$).

Nas circunferências consideradas i = 1, 2, 3 e 4, os momentos fletores (M_{ri} ou M_{ti}) podem ser calculados explícita e relativamente simples com a consideração da divisão do estado de carregamento em diversos outros (fig. 13).

Os momentos devido ao carregamento e ao pêso próprio (M'ri e M'ti) são obtidos considerando-se a placa simplesmente apoiada no contôrno, e os momentos devido ao diagrama de pressões (M''ri e M''ti) são calculados através da mesma suposição do apôio simples, só que agora invertido.

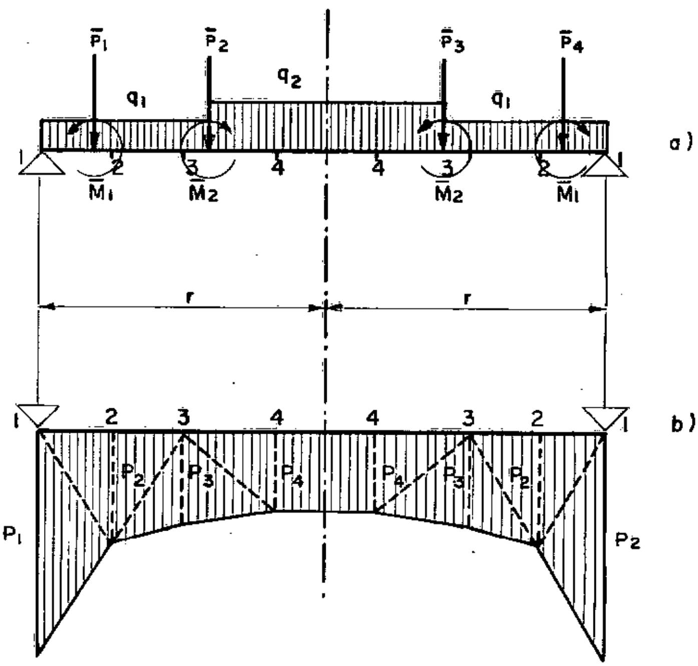


Figura 13

Os momentos finais serão :-

Radiais:

$$Mri = M'ri - M''ri \tag{15}$$

Tangenciais:

$$Mti = M'ti - M''ti \qquad (16)$$

Para o primeiro estado de carregamento, que é consequência das cargas e pêso próprio (fig. 13 a), pode-se calcular os correspondentes momentos radiais e tangenciais com auxílio do manual de Worch e Beyer (3,4). Apresentamos em seguida as fórmulas para os três casos práticos mais usuais:

Carga uniformemente distribuida $q(t/m^2)$ sôbre tôda a placa:

$$M'r = (qr^2/16)(3 + \mu) \cdot \phi_1 \qquad \phi_1 = 1 - (r'/r)^2 \qquad (17)$$

$$M't = (qr^2/16)\left[2.(1 - \mu) + (1 + 3\mu) \cdot \phi_1\right] \qquad (18)$$

fazendo na equação (17)

$$\varepsilon = (1/16).\ (3 + \mu) \cdot \phi_1$$

e na equação (18)

$$\phi = 1/16 \cdot \left[2 \cdot (1 - \mu) + (1 + 3\mu). \phi_1\right]$$

Para o caso da placa de fundação em concreto simples ou armado ($\mu = 1/6$) e para os quatro pontos de cálculo considerados (i = 1, 2, 3 e 4), teremos:

$M'ri = q.r^2 .\varepsilon i$	$M't_1 = q.r^2. \phi i$
$\varepsilon_1 = 0$	$\phi_1 = 0,1041667$
$\varepsilon_2 = 0,0865886$	$\phi_2 = 0,1451823$
$\varepsilon_3 = 0,1484375$	$\phi_3 = 0,1744792$
$\varepsilon_4 = 0,1924190$	$\phi_4 = 0,1953125$

Carga anelar aplicada $\overline{p}(t/m)$ em $r' = r/2$:

Para $(0 \leq r'/r \leq 0,5)$:

$$M'r = M't = (\overline{P} \;.\; r/8).\; [3/4\;(1 - \mu) - 2(1 + \mu)\;.\;\ell n\;(0,5)] \qquad (19)$$

$$\varepsilon = \phi = (1/8).\; [3/4\;(1 - \mu) - 2(1 + \mu)\;.\;\ell n\;(0,5)]$$

Para $(0,5 \leq r'/r \leq 1)$:

$$M'r = (\overline{P} \;.\; r/8).\; [1/4\;(1 - \mu)\;(r'^2/r^2 - 1) - 2(1 + \mu).\ell n\;(0,5)] \qquad (20)$$

$$M't = (\overline{P}.\; r/8).\; \{(1 - \mu)[2 - 1/4(r'^2/r^2 + 1)] - 2(1 + \mu).\ell n\;(0,5)\}$$

$$\varepsilon = 1/8[1/4(1 - \mu)(r'^2/r^2 - 1) - 2(1 + \mu).\ell n\;(0,5)]$$

$$\phi = 1/8\{(1 - \mu)[2 - 1/4(r'^2/r^2 + 1)] - 2(1 + \mu).\ell n\;(0,5)\}$$

Para o caso da placa em questão:

$M'ri = \overline{P} \;.\; r \;.\; \varepsilon i$	$M'ti = \overline{P} \;.\; r \;.\; \phi i$
$\varepsilon_1 = 0$	$\phi_1 = 0,156250$
$\varepsilon_2 = 0,104162$	$\phi_2 = 0,219903$
$\varepsilon_3 = 0,280293$	$\phi_3 = 0,280293$
$\varepsilon_4 = 0,280293$	$\phi_4 = 0,280293$

Carga concentrada P(t) no centro da placa:

$$M'r = (-P/4\pi)(1 + \mu)\ell n(r'/r) \qquad (21)$$

$$M't = (P/4\pi)[(1 - \mu) - (1 + \mu)\ell n(r'/r)] \qquad (22)$$

$$\varepsilon = (-1/4\pi)(1 + \mu)\ell n(r'/r)$$

$$\phi = 1/4\pi\;[(1 - \mu) - (1 + \mu)\ell n(r'/r)]$$

Para o caso da placa analisada:

$M'ri = P \, . \, \varepsilon i$	$M'ti = P \, . \, \phi i$
$\varepsilon_1 = 0$	$\phi_1 = 0{,}0663146$
$\varepsilon_2 = 0{,}0267085$	$\phi_2 = 0{,}0930231$
$\varepsilon_3 = 0{,}0643521$	$\phi_3 = 0{,}1306666$
$\varepsilon_4 = 0{,}1663477$	$\phi_4 = 0{,}2326622$

O momento fletor do segundo estado de carregamento, devido ao diagrama de pressões de contacto (fig. 13b) é obtido através da decomposição do diagrama de pressões, em carregamentos anelares triangulares. Cada anel de carga da secção triangular assim constituido, é substituido por uma fôrça concentrada anelar, aplicada à placa, passando pelo centro de gravidade da secção correspondente (fig. 14).

Desta maneira teremos

Momentos radiais:

Para $\rho i \leqq \beta k$ sendo $\rho i = r'i/r$ e $\beta k = bk/r$

$$M''ri = \sum_{k=1}^{4} (Pk \, . \, bk \, . \, x2_k/4) \tag{23}$$

sendo

$$x2_k = (1 - \mu)(1 - \beta_k^2) - 2(1 + \mu)\ell n \, \beta_k$$

Fazendo na equação (23)

$\varepsilon_{i,k} = \beta_k \, . \, x2_k/(4.n_i)$ teremos:

$$M''r_i = r^2 \sum_{k=1}^{4} P_k \, . \, \varepsilon_{i,k} \tag{24}$$

Para $\rho i \geqq \beta k$, teremos

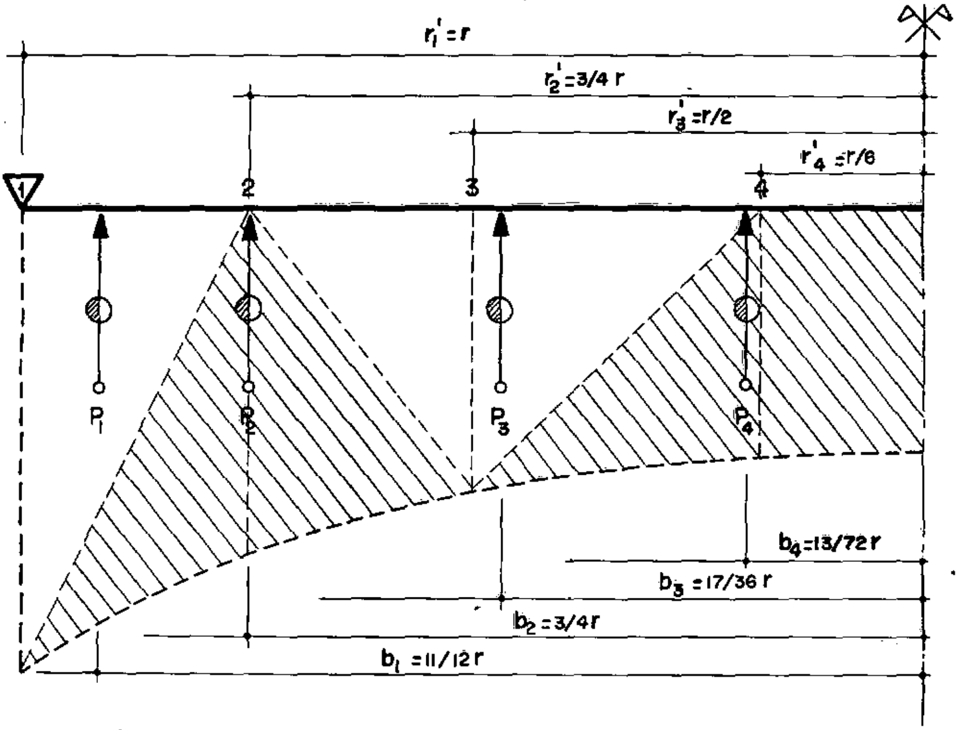


Figura 14

$$M''r_i = \sum_{k=1}^{4} P_k \cdot r^2 \cdot b_k \; [(1 - \mu)\; \beta_k^2 \; (1/\rho i^2 - 1) - 2(1 + \mu)\; \ell n\; \rho i]/4 \qquad (25)$$

Fazendo na equação (25)

$$\varepsilon_{i,k} = [(1 - \mu)(1/\rho_i^{\,2} - 1)\beta_k^2 - 2(1 + \mu)\ell n\; \rho i]\beta_k/(4.ni)$$

teremos:

$M''ri = r^2 \sum\limits_{k=1}^{4} p_k \cdot \varepsilon_{i,k}$, sendo n função de cada sólido de carga (no caso n será proporcional às bases dos triângulos gerados). Para o caso em particular:

$n_1 = 8$

$n_2 = 4$

$n_3 = 7/6$

$n_4 = 1/3$

Momentos tangenciais:

Para $\rho i \leq \beta k$

Nêste caso os momentos radiais e tangenciais são iguais. Portanto

$$M''_{ti} = r^2 . \sum_{k=1}^{4} p_k \cdot \phi i,k \quad \text{sendo aqui} \quad \phi i,k = \varepsilon i,k$$

Para $\rho_i \geq \beta k$

$$M''ti = \sum_{k=1}^{4} P_k \cdot b_k \left[(\mu - 1)(1/\rho_i^2 - 1)\beta_k^2 - 2(1 + \mu)\ell n\, \rho_i \right.$$
$$\left. +2(1 - \mu)(1 - \beta_k^2)\right] / 4 \qquad (26)$$

Fazendo na equação (26),

$$\phi i,k = \left[(\mu - 1)(1/\rho i^2 - 1)\beta_k^2 - 2(1 + \mu)\ell n\, \rho i \right.$$
$$\left. +2(1 - \mu)(1 - \beta_k^2)\right]\beta_k / (4 \cdot n_i)$$

teremos então:

$$M''ti = r^2 \cdot \sum_{k=1}^{4} p_k \cdot \phi_{i,k}$$

Para as divisões adotadas, os valôres de $\varepsilon_{i,k}$ e $\phi_{i,k}$ estão apresentados na tabela 4.

Tabela 4

MOMENTOS RADIAIS - Fatôres de Influência

$\varepsilon_{1.1}$	0	$\varepsilon_{2.1}$	0,0092431	$\varepsilon_{3.1}$	0,0092431	$\varepsilon_{4.1}$	0,0092428
$\varepsilon_{1.2}$	0	$\varepsilon_{2.2}$	0,0374545	$\varepsilon_{3.2}$	0,0463139	$\varepsilon_{4.2}$	0,0463143
$\varepsilon_{1.3}$	0	$\varepsilon_{2.3}$	0,0290346	$\varepsilon_{3.3}$	0,0656278	$\varepsilon_{4.3}$	0,0786853
$\varepsilon_{1.4}$	0	$\varepsilon_{2.4}$	0,0108564	$\varepsilon_{3.4}$	0,0272527	$\varepsilon_{4.4}$	0,0581766

MOMENTOS TANGENCIAIS - Fatôres de Influência

$\phi_{1.1}$	0,0071344	$\phi_{2.1}$	0,0092430	$\phi_{3.1}$	0,0092599	$\phi_{4.1}$	0,0092433
$\phi_{1.2}$	0,0317382	$\phi_{2.2}$	0,0441097	$\phi_{3.2}$	0,0462803	$\phi_{4.2}$	0,0463137
$\phi_{1.3}$	0,0421621	$\phi_{2.3}$	0,0593540	$\phi_{3.3}$	0,0743895	$\phi_{4.3}$	0,0786853
$\phi_{1.4}$	0,0231320	$\phi_{2.4}$	0,0324756	$\phi_{3.4}$	0,0445495	$\phi_{4.4}$	0,0610702

No cap. 4, apresentamos um programa para cálculo dêstes fatôres e no apêndice apresentamos alguns casos de solicitações (cargas e momentos) que também possam ocorrer (figs. A.2, A.3, A.4, A.5 e A.6). Estas fórmulas apresentadas por Worch e Beyer, permitem calcular as deformações da placa sob as condições apresentadas, bem como os momentos radiais e transversais.

2.5-EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Para melhor compreensão dos mecanismos dos métodos apresentados resolveremos uma placa de fundação de um filtro de decantação (2). A figura 15, mostra a secção do filtro, que se apoia sôbre uma placa circular de concreto "duplamente"armada, de 0,20m de espessura.

A placa de fundação está assentada sôbre uma camada de silte muito espessa (z = ∞).

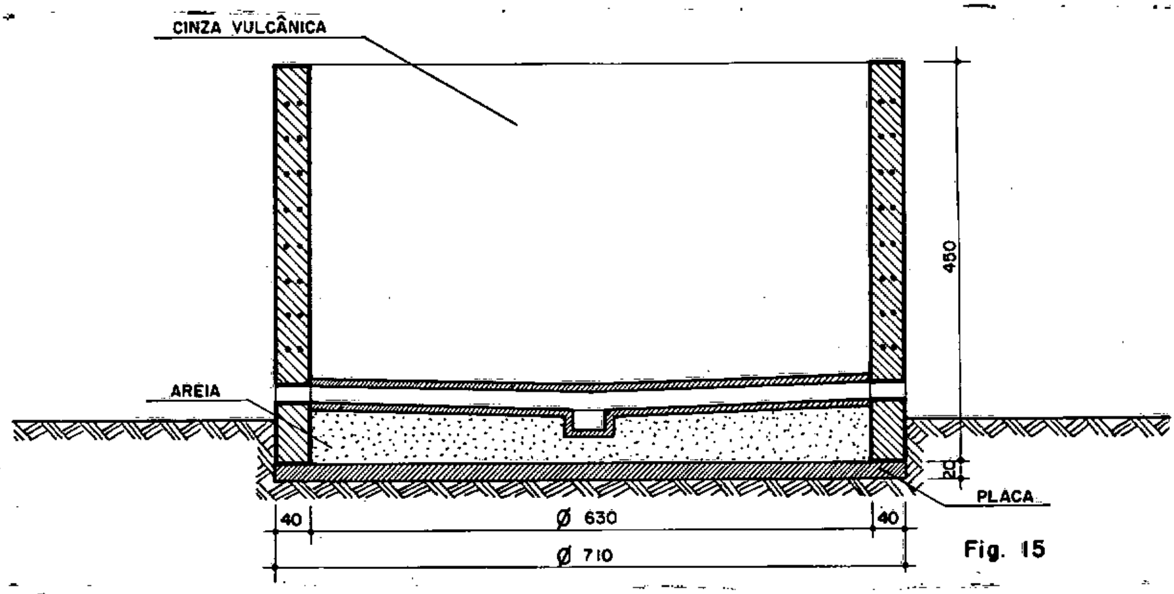


Fig. 15

Módulo de rigidez do sub-solo:

$E's = 45\ kg/cm^2$; $E's = Es/(1 - \mu^2)$

As tabelas 5 e 6 (Apêndice), apresentam alguns valôres típicos dos módulos de rigidez e do coeficiente de Poison, para alguns solos (8).

Dimensões da placa de fundações

Raio r = 355 cm

Espessura d = 20 cm

Módulo de elasticidade do material da placa

$Eb = 210000\ kg/cm^2$

$R^0 = E_b \cdot d^3/r^4 = 210000 \cdot 20^3/355^4$

$R^0 = 0.1057781\ kg/cm^3$

Carregamento e pêso próprio:

As cargas da placa compoem-se de uma carga linear $\bar{P}$(t/m) aplicada no contôrno, devido ao pêso da parede, de uma carga uniforme constante p(t/m^2) proveniente do material de enchimento e de uma carga uniformemente distribuida g(t/m^2) oriunda do revestimento e pêso próprio da placa de concreto.

Carga linear $\bar{P}$ na borda da placa:

A maneira mais correta seria considerar a carga da parede como sendo uniformemente distribuida em uma faixa anelar de 0,40m de largura e raio externo igual ao da placa, ou ainda considerá-lo linear aplicada a 3,35m do centro.

Para efeito de simplificação dos cálculos, consideraremos a carga $\bar{P}$ como sendo linear, aplicada na borda da placa.

$$\bar{P} = 0{,}40 \cdot 4{,}50 \cdot 1{,}8 = 3{,}24 \text{ t/m}$$

Carga uniformemente distribuida p(t/m^2)

cinzas vulcânicas 2,50 . 1,0 = 2,50 t/m^2

enchimento de areia 0,90 . 1,9 = 1,71 t/m^2

Pêso próprio da placa g(t/m^2).

$$g = 0{,}20 \cdot 2{,}4 = 0{,}48 \text{ t/m}^2$$

$$q = g + p = 4{,}69 \text{ t/m}^2 = 0{,}469 \text{ kg/cm}^2$$

Flexas da placa considerando-a simplesmente apoiada, devido ao carregamento uniformemente distribuido q. Para os pontos (ou circunferência) de cálculo adotados, as flexas livres da placa são calculadas como mostra a fig. 2.

$fai = (q/R^0) \cdot w_i^0 \qquad q/R^0 = 0{,}469/0{,}1057781 = 4{,}433810$ cm

$fa_2 = 4{,}433810 \cdot 0{,}308330 = 1{,}367077$ cm

$fa_3 = 4{,}433810 \cdot 0{,}571289 = 2{,}532987$ cm

$fa_4 = 4{,}433810 \cdot 0{,}779944 = 3{,}458124$ cm

Tendo-se êstes elementos, analisaremos a placa pelos dois métodos de cálculo já considerados.

Não consideraremos aqui entretanto o método simplificado do trapézio apresentado pela DIN 4019 (9).

No caso particular de placas carregadas simètricamente, o diagrama de pressões de contacto, considerado para efeito de simplificação como sendo de secção trapezoidal, transforma-se em um diagrama de pressões constantes, isto é, retangular.

Pressão média de contacto p_m:

$pm = (2.\pi.3{,}35.3{,}24/\pi.3{,}55^2) + 4{,}69 = 6{,}42\ t/m^2 = 0{,}642\ kg/cm^2$

2.5.1 - Método do Coeficiente de Recalque a Coeficiente Constante.

Cálculo do coeficiente de recalque:

Como já tínhamos visto anteriormente na descrição do método, teremos:

Lado b correspondente a área quadrada equivalente:

$b = \sqrt{\pi.r^2} = \sqrt{\pi.3{,}35^2} = 6{,}29$ m

Recalque médio sob o ponto "característico".

$sm = (p'.b/E's) \cdot f(s,0)$

$p_0 = 0 \quad ; \quad p' = p_m = 0{,}642\ kg/cm^2$

Nêste exemplo não se considerou o alívio $p_0 = \gamma.t$, porque o reservatório está quase na superfície e também porque após construido haverá um preenchimento lateral.

Para obtenção de f(s,0), utilisaremos a figura A.1 (no apêndice), entrando com a/b = 1 e z/b = ∞. Como naquela figura, o maior valor da relação z/b é 20, adotaremos o valor obtido para z/b = 20, mesmo porque o êrro que se comete é pràticamente desprezível. Assim encontramos:

$$f(s,0) = 0{,}815$$

$$sm = (0{,}642\ .629/45)\ .\ 0{,}815 = 7{,}31\ cm$$

Coeficiente de recalque médio

$$Cm = pm/sm = 0{,}642/7{,}31 = 0{,}0878\ kg/cm^3$$

Recíproco do coeficiente de recalque médio:

$$cm = 7{,}31/0{,}642 = 11{,}39\ cm^3/kg$$

Com êstes valores,monta-se o sistema de equações (6,1) e que resolvido fornecerá os valores das ordenadas de pressões p_k e com as quais serão calculados os momentos fletores, como indicado no ítem 2.4. Os valores finais dos cálculos estão apresentados nos diagramas de pressões de contacto e de momentos fletores na figura 16.

2.5.2 - Método do Módulo de Rigidez

Fator N^0

$$N^0 = E's\ .\ r^3/(Eb\ .\ d^3) = 45.355^3/(210000.20^3)$$

$N^0 = 1,198363$

Fatores de flexão α_i^0

$\alpha_2^0 = fa_2/r = 1,367077/355 = 0,003850921$

$\alpha_3^0 = fa_3/r = 2,532987/355 = 0,007135175$

$\alpha_4^0 = fa_4/r = 3,458124/355 = 0,009741194$

Alivio p_0

$p_0 = \gamma.t = 0.$

Tendo-se calculado êstes elementos, poder-se-á montar o sistema de equações (1,13), cuja solução fornecerá os valores das ordenadas de pressões p_1 , p_2 , p_3 e p_4 procuradas. Os fatores θ^0 estão calculados na tabela 1, e os fatores ζ^0, η^0 e χ^0 estão calculados nas tabelas 2 e 3.

Utilizando-se as equações (15, 16, ... , 26) poder-se-á calcular os momentos fletores (radiais e tangenciais) como fôra feito de maneira análoga para o método do coeficiente de recalque.

A análise dos resultados obtidos (fig. 16), será efetuada no cap. 6.

As Figuras 16c e 16d mostram os resultados quando se aplicam os referidos métodos a maciços arenosos (E's = 450 Kg/Cm²).

DIAGRAMAS DE PRESSÕES DE CONTACTO

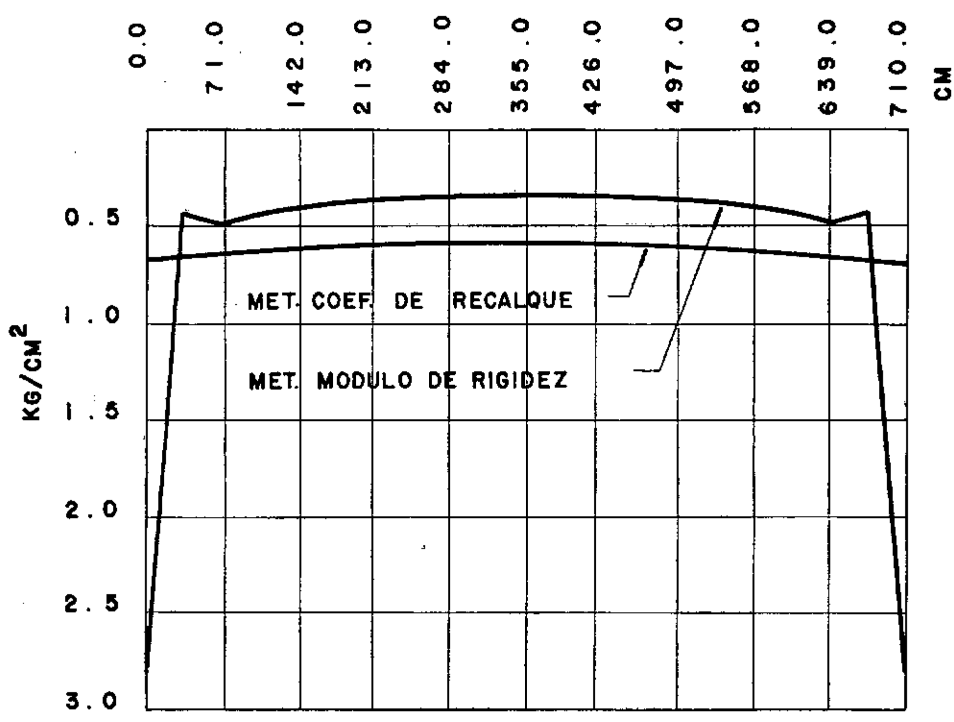


Fig. 16a

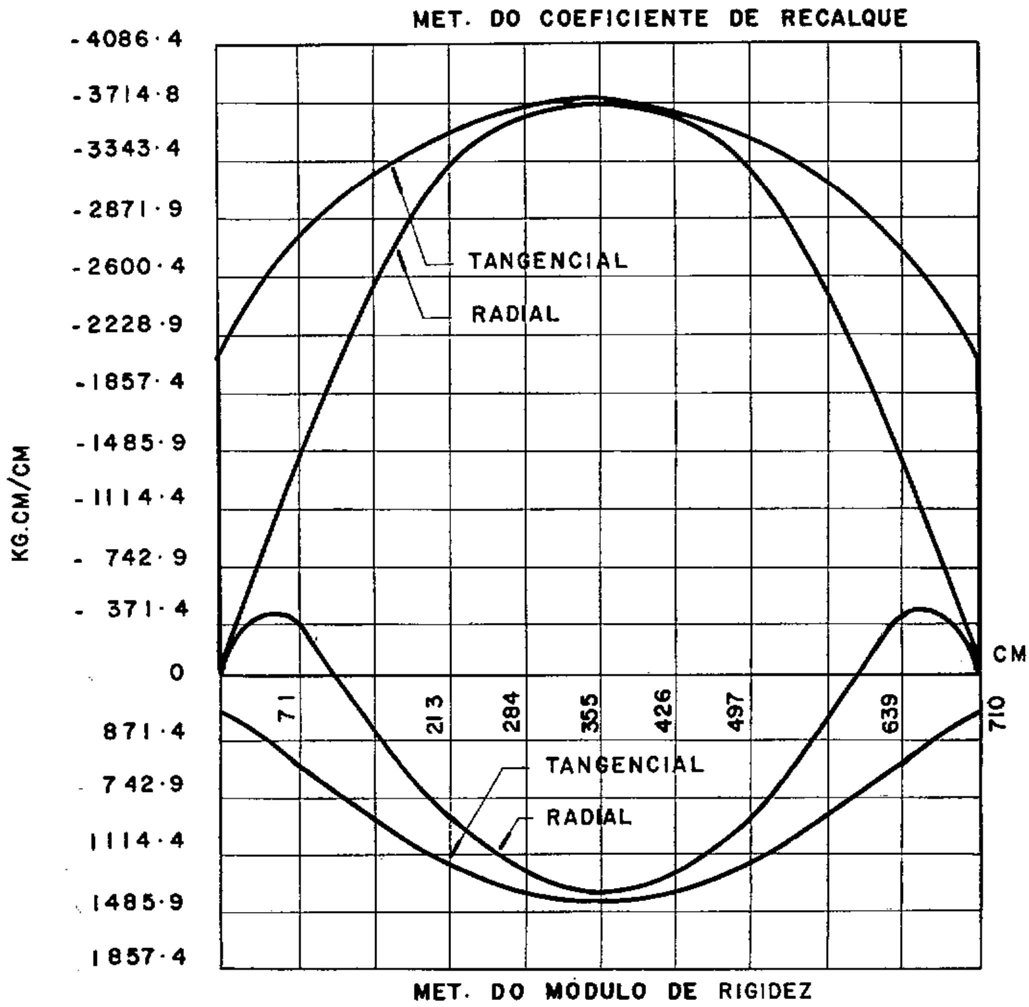


Fig. 16b_ Diagramas de momentos radiais e tangenciais

DIAGRAMAS DE PRESSÕES DE CONTACTO

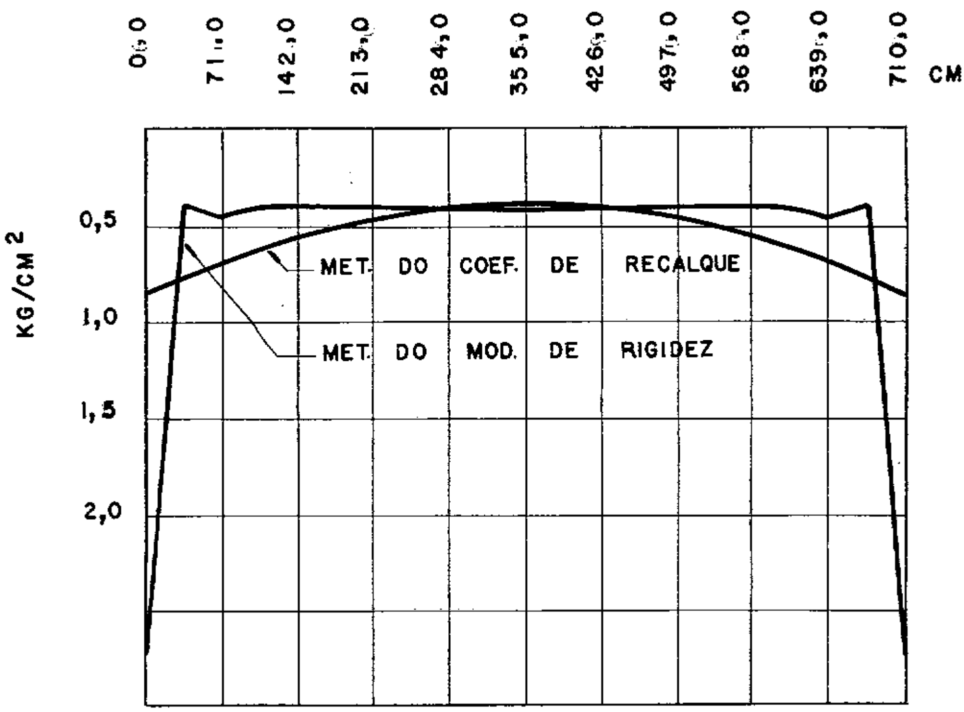


Fig. 16 C

DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES RADIAIS E TANGENCIAIS

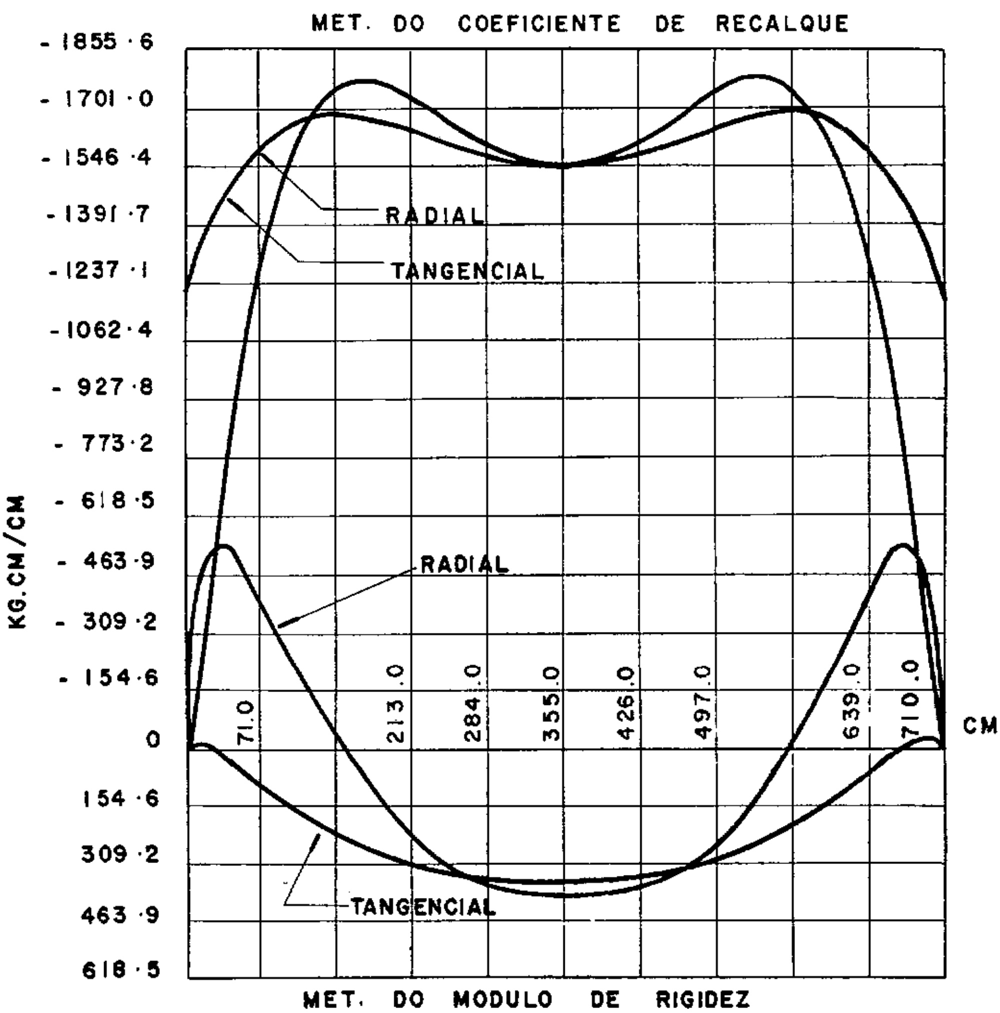


Fig. 16 d.

CAP 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. GENERALIDADES

Foram ensaiados dois modêlos de reservatório circular,cuja placa de fundação se apoiava em um maciço de areia uniforme e homogênea.

O modêlo tinha um metro de diâmetro e uma altura de 50 cm, sendo que a superfície lateral não era fixa à placa, para evitar transmissão de esforços à mesma.

O maciço arenoso foi constituído de areia média, cuidadosamente colocada em um caixão de madeira quadrado, com lado de 3.0 m e altura de 1.20 m (ver figura 17).

A placa de fundação recebeu uma carga uniformemente distribuída, aplicada por um sistema de cargas, cujos detalhes serão dados nos próximos parágrafos.

Como o objetivo principal da pesquisa era a análise dos momen-

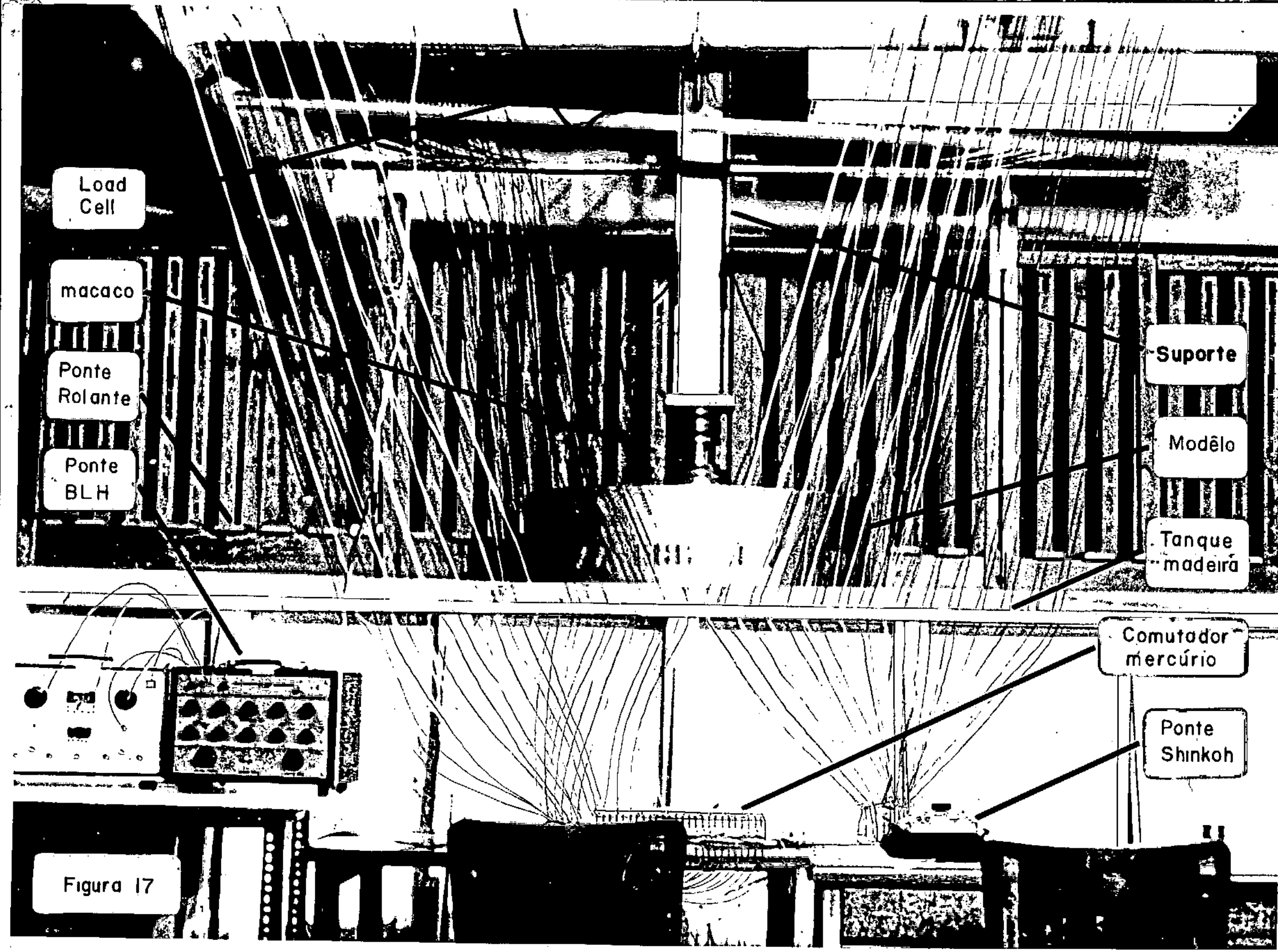

Load Cell
macaco
Ponte Rolante
Ponte BLH
Suporte
Modêlo
Tanque madeira
Comutador mercúrio
Ponte Shinkoh

Figura 17

tos fletores (radiais e tangenciais) obtidos pela aplicação dos dois métodos de cálculo, na forma apresentada por Grasshoff (1), isto é, o método do Coeficiente de Recalque e o método do Módulo de Rigidez, a placa circular de fundação do reservatório fôra instrumentada ao longo de um diâmetro (apezar de que, sendo o carregamento radialmente simétrico, bastaria instrumentá-la em um só raio) com extensômetros biaxiais localizados em 12 pontos, dos quais 8 dêles coincidiam com os pontos de cálculo prèviamente escolhidos no capítulo anterior e os 4 restantes foram colocados em pontos onde se esperava maior variação daqueles esforços.

As deformações lidas forneceram os momentos radiais e tangenciais, como mostram os diagramas no fim dêste capítulo.

O primeiro modêlo teve uma placa de fundação de aço, com espessura de 4 mm, módulo de elasticidade $E = 2\ 100\ 000$ Kg/cm^2 e coeficiente de Poison $\mu = 0,3$.

Ensaiado êsse modêlo, obtivemos deformações muito pequenas, da ordem de grandeza da precisão dos equipamentos de leitura, e por essa razão os resultados obtidos não tiveram significação razoável.

As três causas principais que não permitiram obter resultados mais precisos nêsse ensaio foram estudadas e analisadas de tal forma que pôde-se eliminar certos obstáculos e criar novas soluções, que aplicadas a um segundo modêlo produziram resultados plenamente satisfatórios.

Como êsse trabalho analizou sòmente um dos aspectos do problema de placas circulares assentessôbre base elástica, êle se transformou em uma útil ferramenta de pesquisa sôbre êste tema, e por esta razão dis cutiremos as modificações introduzidas no segundo modêlo, obtidas através de hipóteses do não funcionamento ideal do primeiro ensaio.

Devido à pequena espessura da primeira placa as deformações das fibras externas, sôbre as quais estavam afixados os extensômetros , foram relativamente pequenas, isto é, para uma mesma flexa, uma placa mais espêssa apresentaria maiores deformações daquelas fibras. Por esta razão aumentou-se a espessura da segunda placa (para 19.6 mm), a qual por razões práticas fôra confeccionada em acrílico (bem mais trabalhável que o aço, sob a mesma carga apresenta maiores deformações, mas por outro lado é mau condutor de calor, retardando a dissipação térmica do calor produzido pêlo extensômetro).

Devido a dificuldades práticas, quanto a reação para um sistema de cargas elevadas e um elemento suficientemente resistente que distribuisse de uma maneira ideal a carga sôbre a placa, as pressões aplicadas ao primeiro modêlo não foram suficientes (Q = 2 ton , q = 0,25 kg/cm^2 máxima) para produzir deformações perceptíveis pelo sistema de medição.

Inicialmente, utilizou-se uma câmara de ar cilíndrica (1 m de diâmetro e 15 cm de altura) confeccionada em plástico, apresentando limitações de carga de trabalho e por estar cheia de ar se tornava muito compressível, exigindo reajuste (prolongadores) dos cursos dos macacos hidráulicos - fato muito prejudicial ao bom andamento dos trabalhos.

Complementando-se a reação para o aumento da carga e confeccionando-se uma outra câmara também em plástico, com capacidade de trabalho prevista para 10 ton e agora cheia de água (teòricamente incompressível), pôde-se aplicar cargas de até 7 ton (1,0 kg/cm² máxima).

Não se dispondo de um sistema instantâneo de leitura dos extensômetros, a imprecisão se tornava relativamente grande devido ao efeito prejudicial do tempo de leitura (aquecimento dos extensômetros nos intervalos de leituras), principalmente porque no primeiro ensaio a leitura de cada extensômetro era efetuada conectando-o isoladamente à ponte (leitora). Para acelerar êste processo fôra confeccionado um comutador, cujos contactos eram efetuados pela imersão dos terminais em mercúrio metálico.

Com êste comutador acelerou-se substancialmente o tempo de leitura do segundo ensaio, evitando-se em parte os efeitos nocivos de temperatura.

Para evitar qualquer deformação ou tensão residual no maciço, provocada pelo primeiro carregamento, tôda a areia fôra retirada e o maciço reconstruído antes da execução do segundo ensaio.

Devido aos problemas já mencionados, ocorridos no primeiro ensaio, nos próximos ítens (materiais e métodos) serão caracterizados sòmente elementos relativos ao ensaio do segundo modêlo.

3.2 - Materiais

3.2.1 - Modêlo

a - Placa

Placa de acrílico (Pasquin) de 1.96 cm de espessura e 50 cm de raio (Ver fig. 18).

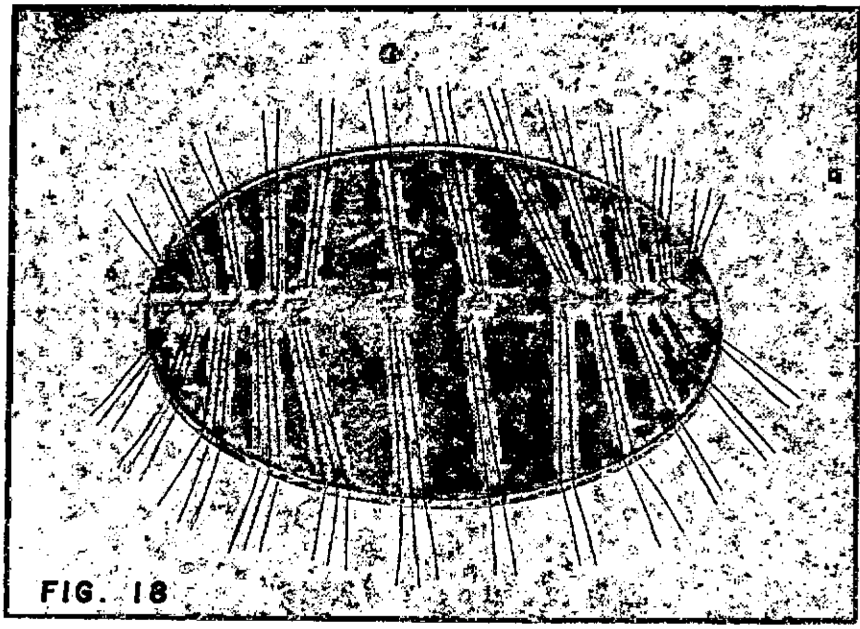


FIG. 18

A placa apresentou uma variação média de espessura de 4%, valor obtido através de medições efetuadas no deflectômetro de arco.

Sôbre um diâmetro da placa foram afixados 24 extensômetros"rosetas biaxiais", (12 em cada face), em pontos prèviamente determinados como mostra esquema da figura 19.

A face inferior da placa fôra lixada com lixa média, para torná-la menos lisa, simulando assim a rugosidade do concreto e provendo uma certa resistência ao cisalhamento na interface placa/areia.

A ligação dos extensômetros foi feita com fios esmaltados nº 20, que corriam rente à face superior da placa, e na borda, onde a superfície lateral se apoiaria, a enfiação foi imersa em ranhuras cuidadosa -

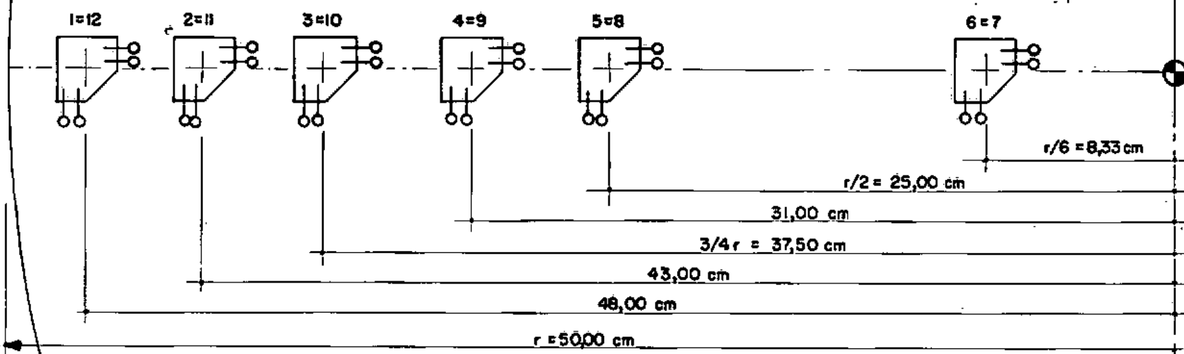


Figura 19 — Esquema de colagem dos extensômetros

mente efetuadas (Ver figura 20), que posteriormente recobertas com uma camada de cola (base celulósica) restituiu a continuidade da placa.

Os fios que ligavam os extensômetros da face inferior passaram para a face superior através de orifícios efetuados a uma distância tal, que não alterasse o estado de tensões na zona do extensômetro, e que posteriormente foram preenchidos (os vazios entre o furo e o fio) com cola (ver fig. 21).

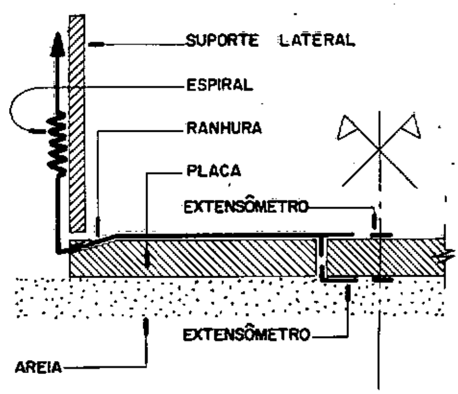


Figura 20

Os fios foram afixados sòmente nêstes dois pontos, isto é, no furo e na ranhura, na tentativa de isolá-los dos movimentos da placa e vice-versa, e passaram a circular na face superior para evitar danos no

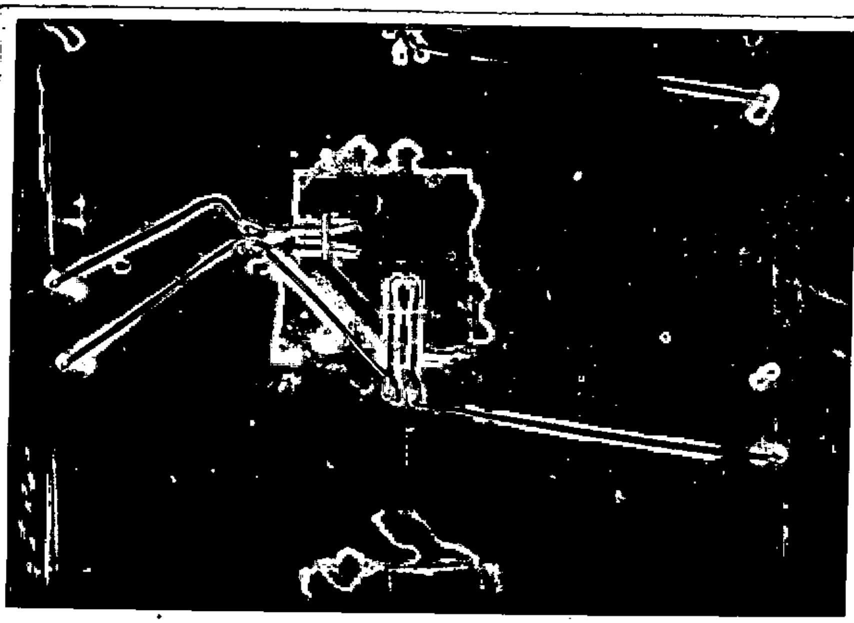


FIG. 21

isolante dos mesmos e para não aumentar irrealìsticamente o atrito placa/areia.

b - Extensômetros

Como vimos anteriormente, foram utilizados em cada face da placa 12 extensômetros em roseta biaxial, cujo objetivo foi medir as deformações radiais e tangenciais (perpendiculares entre si) em cada ponto prèviamente escolhido. As características dos extensômetros utilizados estão especificadas na figura 22 e a técnica utilizada na fixação dos mesmos segue de perto a orientação de Martinelli (11), Perry e Lissner (12), divergindo ligeiramente quanto à utilização dos adesivos.

HBM

Hottinger Baldwin Messtechnik gmbh

Medidores de deformações lineares

Tipo: 10/120 XA 21

R : 118,8 .... ± 0,5 %

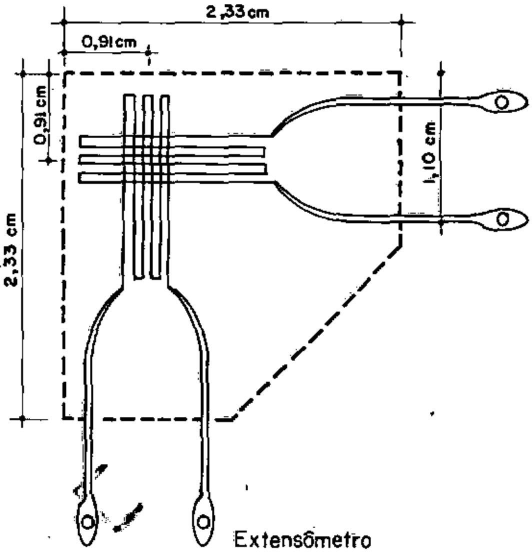
k : 2,04 .... ± 1,0 %

Coeficiente de dilatação térmica do material = $12.10^{-6}/°C$

Compensação: 10 ...80°C

Quantidade de rosetas : 5

Controle : V-5242/II Grupo : Y-2



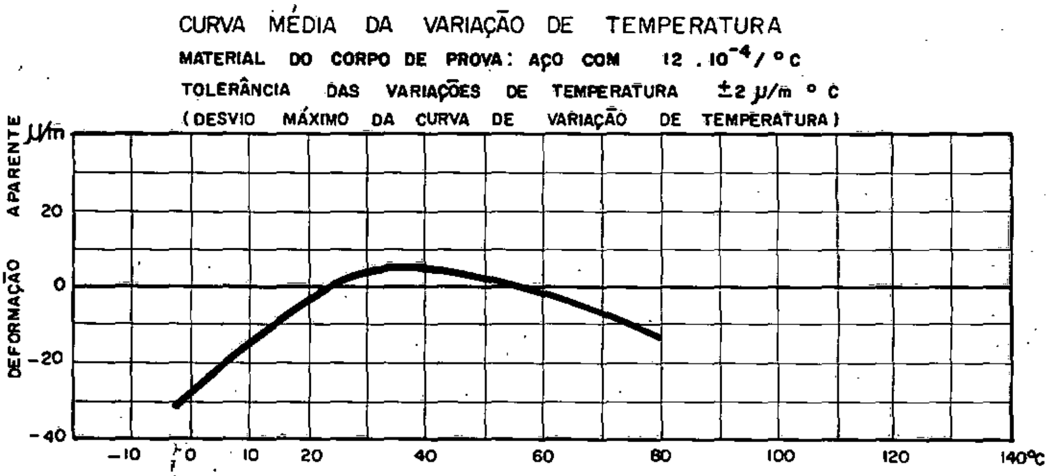


Figura 22 – Característica dos extensômetros utilizados

No primeiro modêlo (em aço) utilizamos cola de reação química (Araldite) e no segundo utilizamos cola de base celulósica (Duco).

Entretanto, devido às condições de trabalho a que estariam sujeitos os extensômetros, utilizamos na impermeabilização dos mesmos (e dos terminais elétricos) a própria cola Araldite em lugar da parafina , que por ser menos porosa seria mais recomendada, mas proibitiva no ensaio em questão devido sua baixa resistência e flexibilidade.

O esquema de ligação foi efetuado de tal forma que o uso de compensadores térmicos externos se tornaram dispensáveis, isto é, para cada ponto da placa analizado foram afixados dois extensômetros simétricamente dispostos em relação ao plano médio, que geraram variações de deformações por efeito de temperatura, de sinais opostos, portanto anulando-as automàticamente.

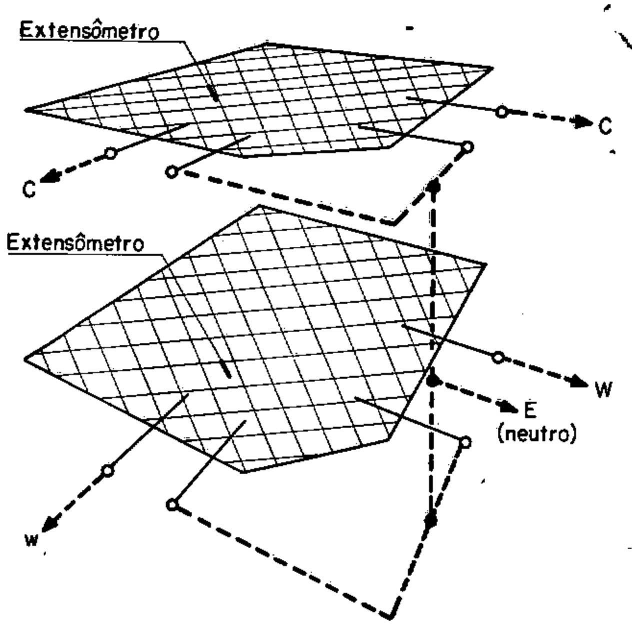


Figura 23

O esquema da ligação está apresentado na figura 23, onde C, W e E são indicações dos terminais da ponte leitora (Shinkohr PS7/H utilizada no trabalho em questão).

Tomou-se o cuidado de acompanhar o estado em que se encontravam todos os extensômetros em cada etapa do trabalho (aliás técnica muito recomendável aos casos onde se manipula um número grande de extensômetros, através da qual poder-se-á interpretar os resultados obtidos com muito mais segurança); para tanto, foram efetuadas medições logo que os extensômetros foram retirados dos seus envólucros, após a colagem, após a impermeabilização e após a conexão dos cabos terminais, com a placa já sôbre o maciço mas antes de receber qualquer carga.

Com o auxílio de uma lupa, detetamos em alguns dos extensômetros bôlhas de ar formadas durante a colagem.

Através da aplicação de pequenas cargas, com a placa simplesmente apoiada no contôrno, pôde-se verificar qual a influência introduzida pelas bôlhas de ar e até qual estádo de deformações é que elas atuavam.

As deformações nos extensômetros foram lidas através de uma ponte (Wheatstone) marca Shinkoh, Tipo PS7-H, com escala de resistências já transformada em escala de deformações, ampliada um milhão de vezes.

Êste equipamento dispõe de um ajuste para o "gage factor k", e só permite efetuar uma única leitura de cada vêz, isto é, a cada ponto lido (com extensômetros ligados em meia ponte ou ponte completa) dever-se-á efetuar uma operação de conecção e desconecção.

Por esta razão, foi construído um comutador de mercúrio, com capacidade de conecção para 24 pontos (ver figura 24). Êste comutador é constituído por um bloco de acrílico com orifícios, cheios de mercúrio, por onde circula a corrente, interligando assim os terminais com um mínimo de perda de potência. Já estando os cabos W e E conectados à ponte, e os cabos C soldados aos terminais das várias células do comutador, cada leitura seria efetuada simplesmente imergindo-se o conector em novos pares de orifícios do comutador.

Deve-se observar entretanto, que existem hoje comutadores acoplados a pontes, formando um sistema inteiramente automático, capazes de ler vários pontos muito rápidamente, selecionando os dados, imprimindo-os ou perfurando-os em fitas de papel, para serem diretamente processados e analisados por computadores eletrônicos.

Devido à posição do modêlo no maciço, a enfiação que ligava o sistema de leitura ponte/comutador aos extensômetros tinha comprimento médio de 6 metros. Para evitar acréscimo excessivo de resistência nêste trecho, utilizamos fios flexíveis encapados AWG 18, dispostos em uma rêde de tal forma que se pudesse isolar ou substituir um ramal fácilmente, e numa sequência idêntica à de leitura.

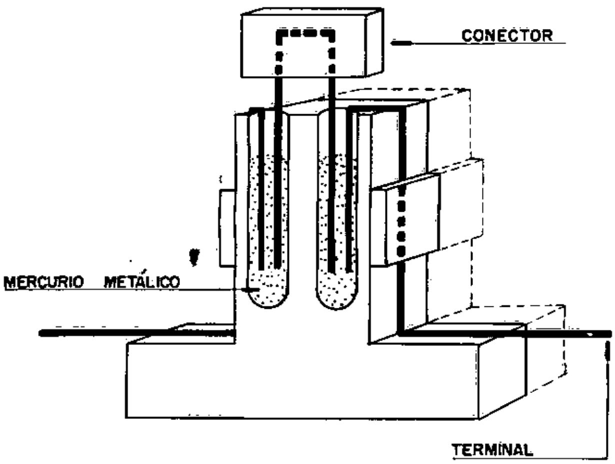


Figura 24 – Uma célula do comutador de mercurio

c - Superfície lateral

A superfície lateral foi constituida em chapa de aço de 4 mm de espessura, calandrada com um diâmetro aproximado de 99 cm e costurada com um cordão de solda de tôpo (Vêr fig. 25).

ELIMINAR A PALAVRA DA LATA

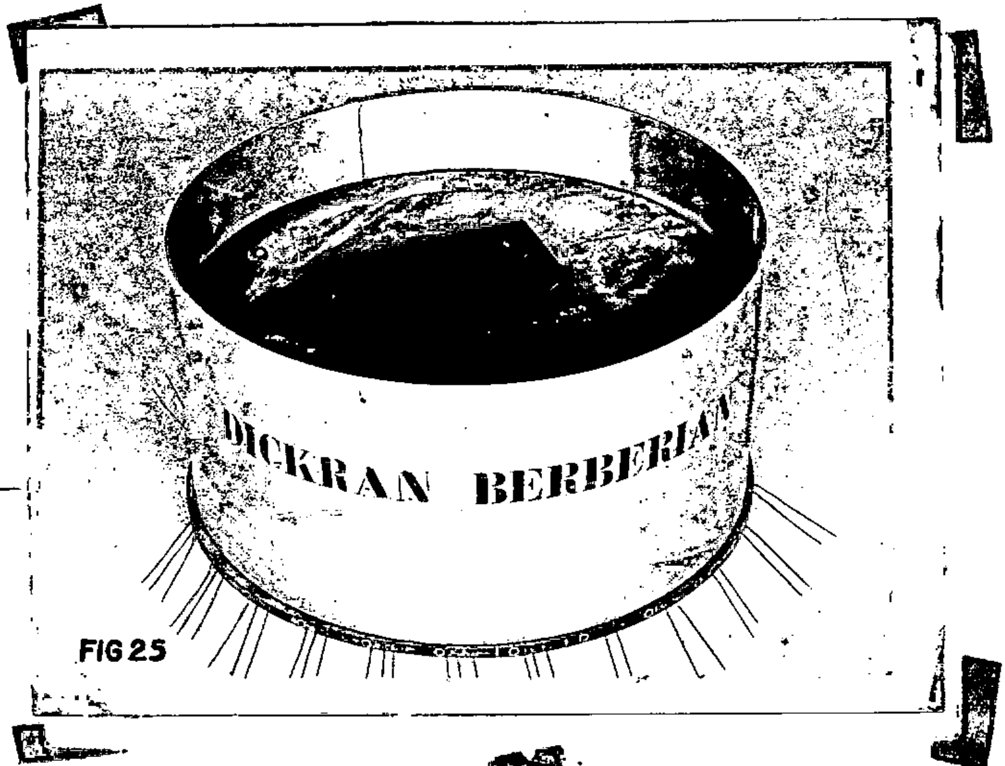


FIG 25

Esta superfície (cilíndrica) não foi ligada à placa de fundação para evitar a transmissão de esforços indesejáveis (nesta etapa do trabalho) à mesma.

O objetivo principal da parede lateral era servir como guia para o êmbolo do sistema de carga e ao mesmo tempo servir como contensão lateral à camâra de água, tornando-se possível a aplicação de cargas relativamente elevadas.

d - Carregamento

O sistema de cargas foi montado como se vê na figura 26, e a descrição dos elementos utilizados será efetuada a partir da placa de distribuição superior.

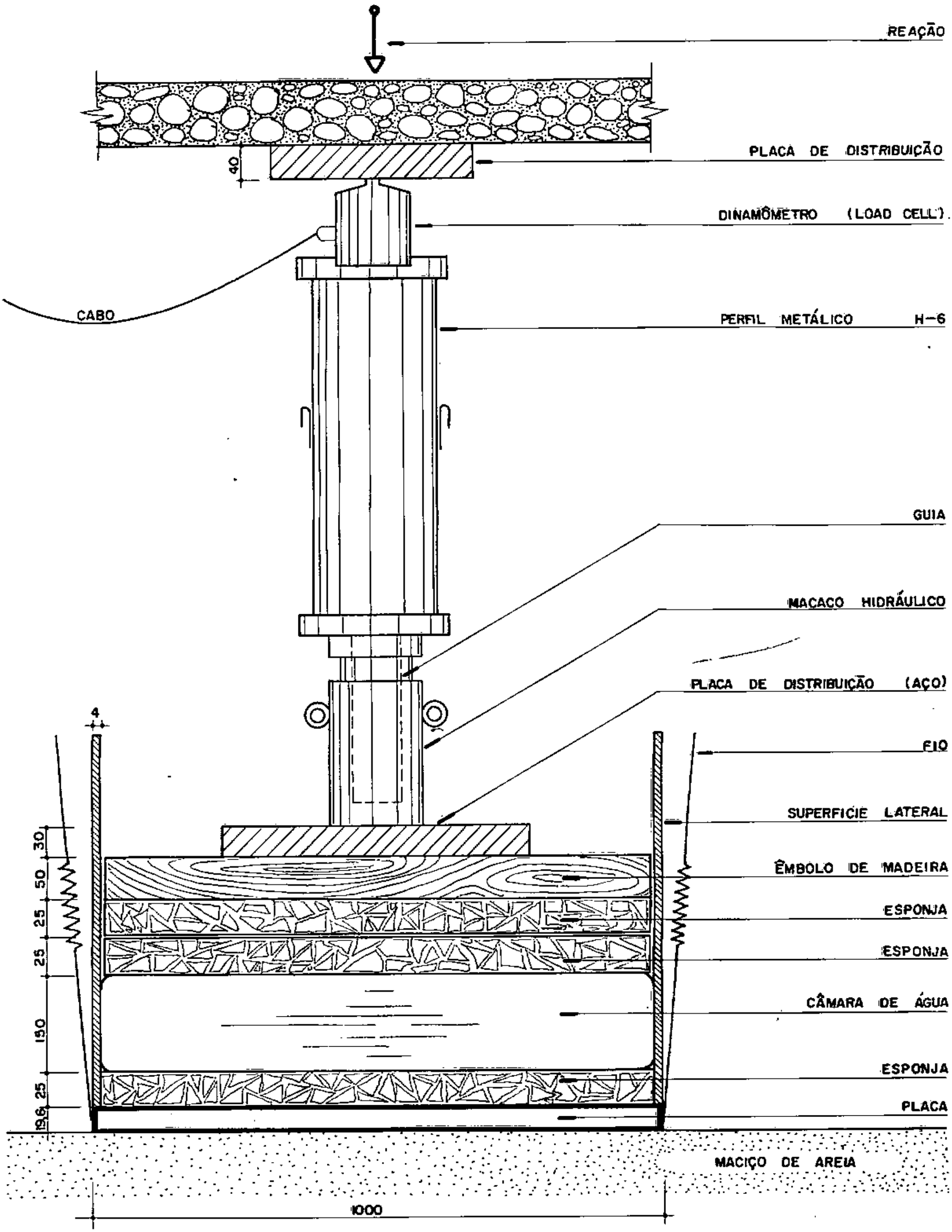


Figura 26— Sistema de carga (cotação em milimetros)

-Placa de distribuição (superior) - Aço 1020 (ASTM A-7-66) com 4 cm de espessura, quadrada com 25 cm de lado.

-Dinamômetro (Load Cell) - Capacidade de 20 000 ℓb, marca BLH (ver planilha, Tab 8A, e curva de calibração fig. 27-A no apêndice). As cargas dêste dinamômetro são obtidas através das deformações lidas em seus extensômetros elétricos de resistência. Tais deformações foram lidas em um "Strain Indicator", modêlo 120 C e um "Switching and Balancing unit", modêlo 225, ambos de marca BLH Electronics , INC.

-Suporte Metálico - Constituido de um perfil metálico H-6, com duas chapas de apôio soldadas nos extremos do perfil, sendo que na chapa superior torneou-se um encaixe para receber o dinamômetro e na inferior soldou-se uma güia de encaixe no furo central do macaco. O êrro cometido na colocação das placas e da guia fôra inferior a 1%.

-Macaco hidráülico - Acoplado com bomba e manômetro, de comando a distância, com capacidade para 75 t, curso 16 cm, marca Pontemac nº 492.

-Placa de distribuição - (inferior) Aço 1020, 3 cm de espessura, quadrada de 40 cm de lado.

-Êmbolo - Constitui-se de duas chapas de madeira compensada (Peroba do Campo) de 25 mm de espessura cada, coladas entre si com secagem sob presssão.

-Discos de Esponjas - Constituidos de espuma de Latex, com 20 mm de espessura.

Foram colocados 3 discos, dispostos como mostra fig. 26, com as finalidades de evitar uma concentração de pressões sôbre os extensômetros e os fios, eliminar o efeito de borda que poderia danificar a câmara em estágios elevados de carga, tanto na junção da parede lateral com a placa como na junção do êmbolo com a câmara (por êste motivo o diâmetro dos discos foi de 102cm) e ainda evitar o contacto direto entre o êmbolo e a câmara.

- Câmara de distribuição de cargas - Constitui-se de uma câmara plástica (plástico tipo Cristal, nº 20) de forma cilíndrica (15 cm de altura e 50 cm de raio), com costura dupla e válvula reforçada. Esta câmara fôra cuidadosamente cheia de água, de forma à reduzir ao mínimo o volume de ar dentro da mesma. (Vêr figuras 27 e 28). A capacidade prevista de trabalho da mesma foi de 10 ton.

Envolvendo internamente o modêlo foi colocado um saco plástico, frouxo, como medida de proteção, para evitar que o maciço arenoso fôsse molhado no caso de rutura da câmara.

A utilização desta proteção é plenamente justificável, uma vez que molhado o maciço, a sua secagem, homogeneização e recolocação no tanque de madeira poderiam levar vários dias.

3.2.2 - Maciço arenoso

a - Reservatório para areia

O maciço arenoso foi constituido dentro de um reservatório de

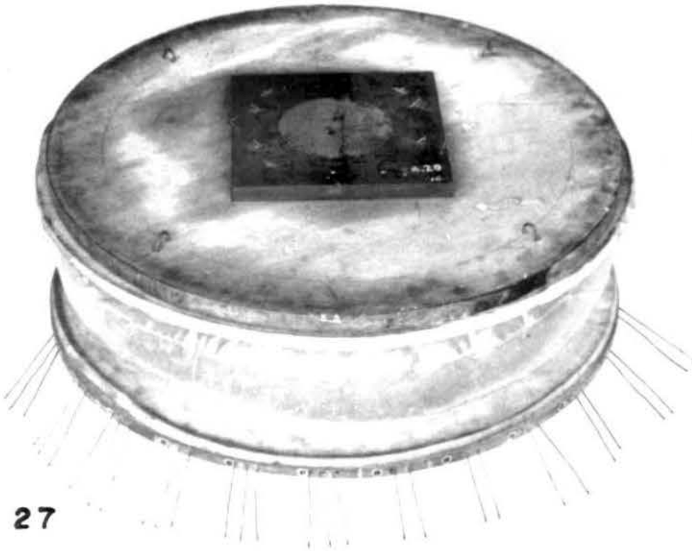


FIG. 27

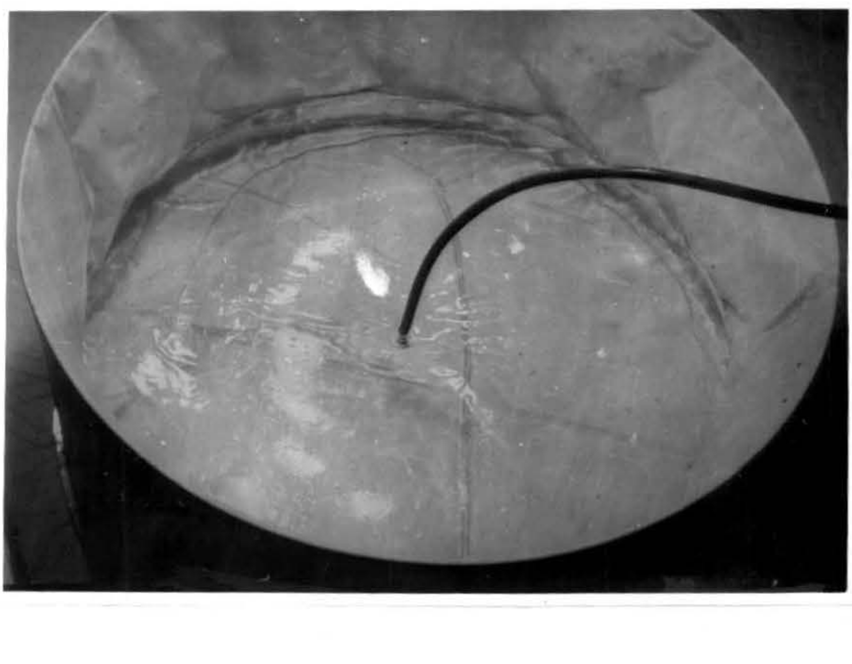


FIG. 28

madeira (compensado de 18mm, com montantes de pinho de 25mm) de forma prismática, com base quadrada de 3.0 metros de lado e altura 1.10m.

O mesmo foi reforçado em todo contôrno externo por montantes (do tipo mão francesa) com espaçamento de 50 cm (ver fig. 29).

O reservatório fôra impermeabilizado internamente com quatro camadas de tinta zarcão, para atender à eventualidade de se pretender analizar a influência da variação do teor de umidade (e até da saturação) da areia nos esforços medidos na placa de fundação.

Para tanto, colou-se nos seus vértices inferiores quatro tomadas de 3/4'' de diâmetro (munidas de filtro para evitar perda de areia), através das quais poder-se-ia umidecer ou drenar o maciço (ver fig. 30).

Sôbre o referido reservatório corria uma ponte rolante, que permitiu desenvolver os trabalhos sem pertubação do maciço arenoso.

O maciço arenoso fôra constituido enchendo o reservatório em camadas de 10 cm de espessura, onde se tomou a precaução de se colocar em cada camada o mesmo pêso de areia, na tentativa de se obter um maciço o mais homogêneo possível.

Após atingida a espessura desejada em cada camada, a areia que tinha sido depositada por meio de baldes era ajustada e nivelada por meio de uma palheta vibratória, constituida por uma lâmina de madeira, sôbre a qual afixou-se um motor que acionava um excêntrico por

FIG. 29

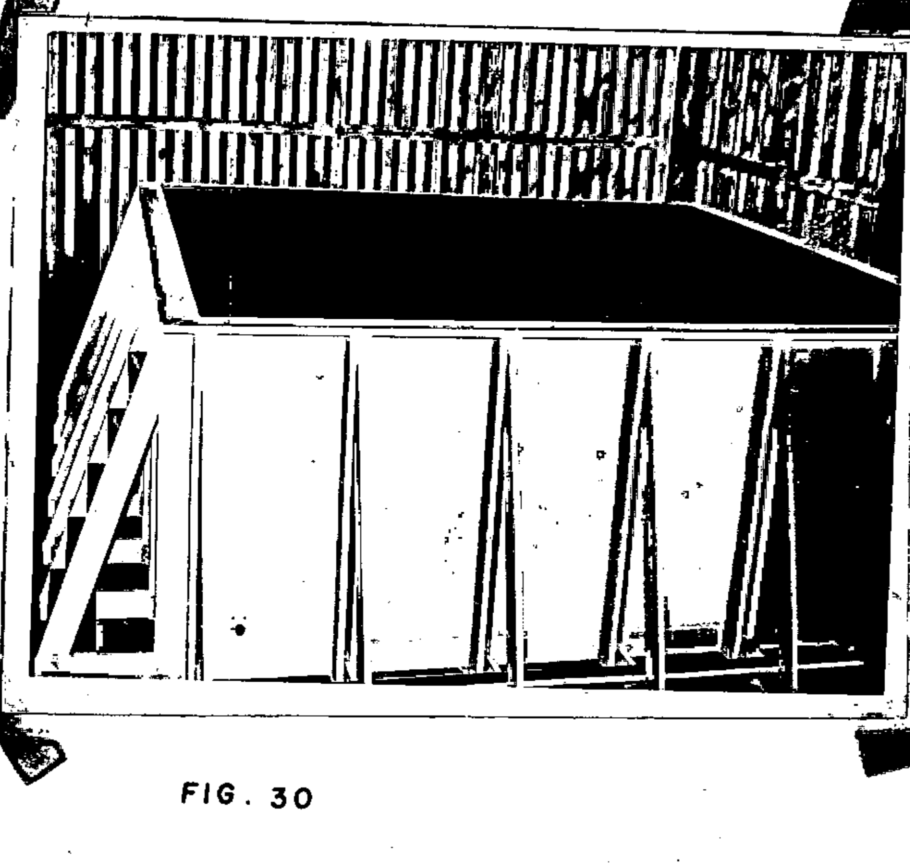


FIG. 30

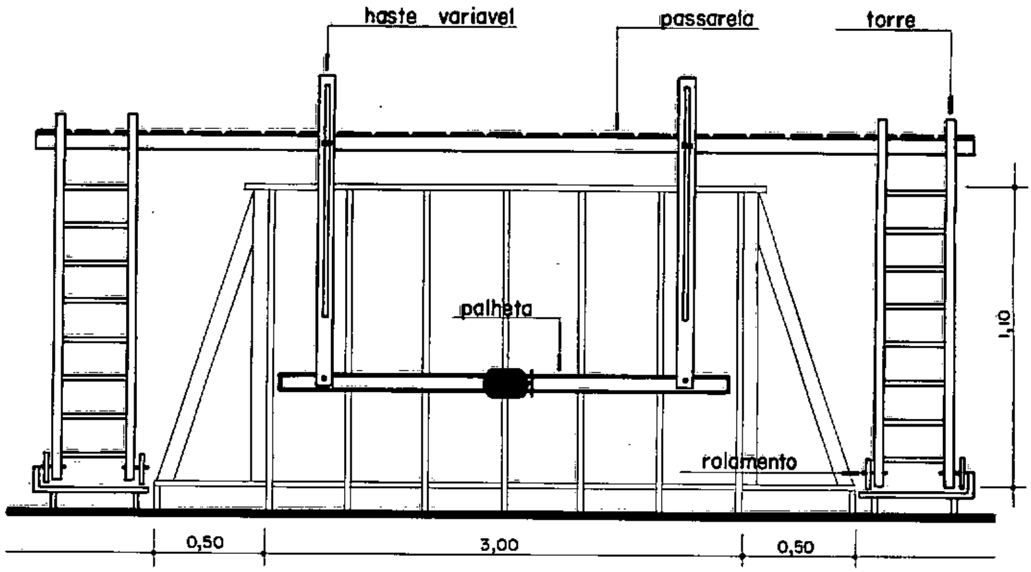


Figura 31 — Ponte rolante e palheta vibratória (sem escala)

rotação (Ver fig. 31). Esta lâmina era prêsa à ponte rolante por meio de hastes de comprimento regulável, de maneira que movimentando-se a ponte a haste poderia percorrer todo o maciço.

A areia fôra lançada de uma altura aproximadamente constante, de tal forma a produzir ao longo de todo o maciço o mesmo índice de vazios. Existem, entretanto, equipamentos que podem ser construídos especificamente com o objetivo de formar um maciço homogêneo, como pode ser visto nas bibliografias citadas (13 e 14). Êste equipamento despeja uma cortina de areia com volume, velocidade e altura de queda sob contrôle externo.

Infelizmente devido as dimensões do maciço estudado, a confecção de tal equipamento seria muito dispendiosa e por demais demorada.

b - Características da areia

A areia utilizada para a confecção do maciço foi uma de praia (Barra da Tijuca-Rio), limpa, sêca ao ar e peneirada, muito uniforme, de grãos relativamente arredondados constituídos pràticamente de quartzo puro (ver fig. 32).

O maciço arenoso, constituído da forma descrita no ítem anterior, apresentou uma densidade aparente de 1,58 g/cm^3, obtida através de uma amostra aproximadamente indeformada, com as seguintes dimensões:

diâmetro = 3,545 cm

altura = 7,100 cm

pêso = 111,09 gr

Obteve-se também a densidade aparente do material através da emissão de raios γ pêlo aparelho "Moisture Densidy" (Nuclear Chicago), apresentando-se 1,57 gr/cm^3 como valor médio entre os vários pontos pesquisados.

Características da areia :

Pêso especifico aparente γ = 1,58 g/cm^3

Pêso específico dos grãos γs = 2,59 g/cm^3

Tamanho do grão médio D_{50} = 0,42 mm

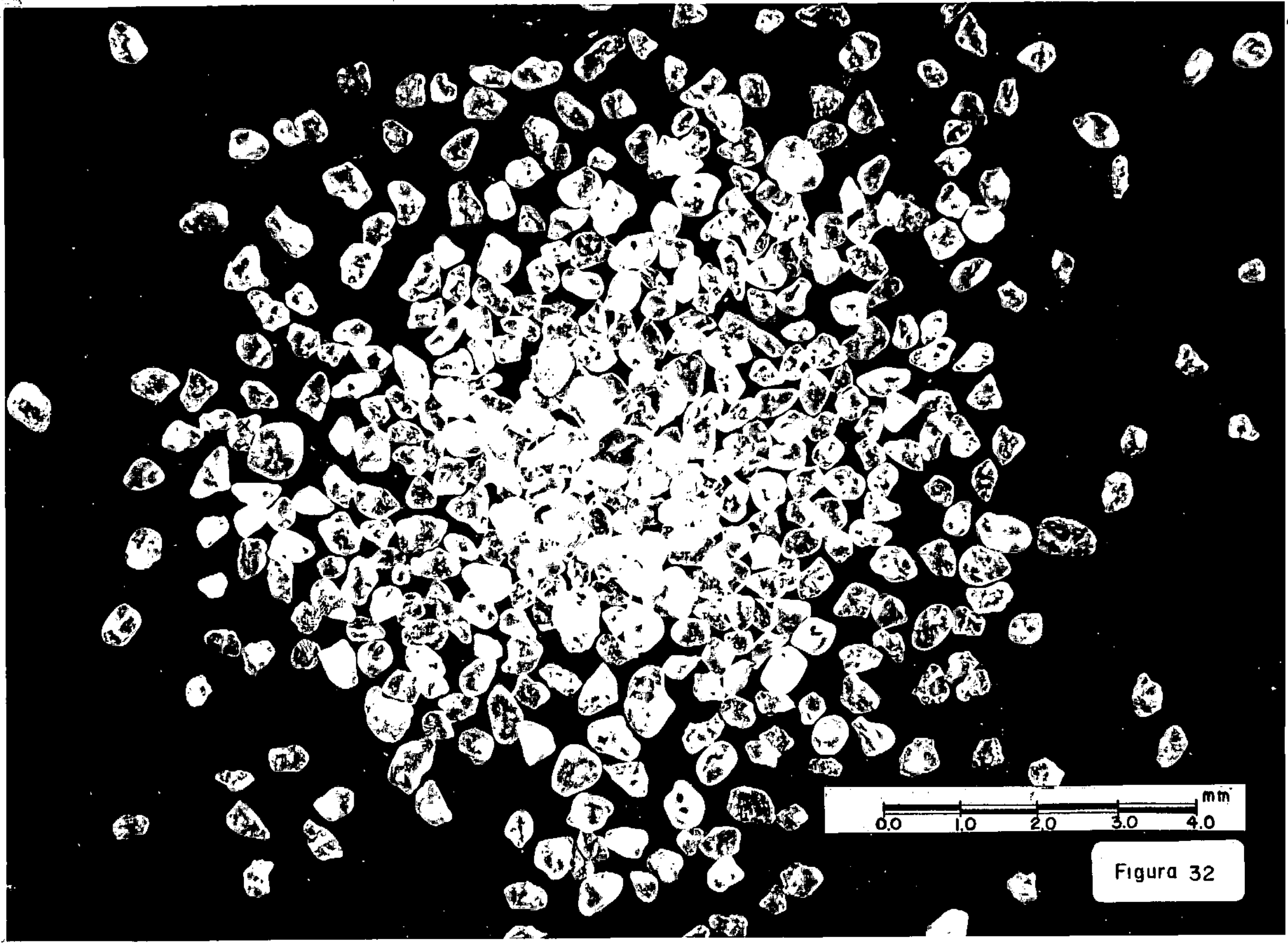


Figura 32

Tamanho efetivo do grão D_{10} = 0,33 mm

Coeficiente de uniformidade $Cu = D_{60}/D_{10} = 1,33$

Coeficiente de curvatura $Cc = (D_{30})^2/D_{60}.D_{10} = 1,1$

Grãu de uniformidade $g = D_{10}/D_{60} = 0,75$

$g' = D_{15}/D_{85} = 0,71$

Densidade relativa $Dr = 0,33$

Ângulo de atrito natural $\phi_n = 32^0$

Ângulo de atrito crítico $\phi_{cr} = 43^0$

Ângulo de atrito médio $\phi_m = 37^0$

Classificando-se a areia pelo Sistema Unificado de Classificação dos Solos - USCS (15) encontramos 'Areia Média Uniforme', segundo pode-se concluir através da curva de distribuição granulométrica (ver fig. 33 em seguida e tab. 9A no Apêndice) - Classificação : SP.

O pêso especifico dos grãos fôra obtido através do ensaio do Picnômetro BS 1377 (16), cuja planilha está apresentada no Apêndice (ver Tab. 10A).

A obtenção dos índices de vazios máximo, mínimo e natural, para o cálculo da densidade relativa, foi feita por processos empiricos cujos resultados se encontram na Tab. 11.A (no Apêndice).

O ângulo de atrito natural da areia também fôra obtido por um processo experimental (ver fig. 34).

Verificamos nesta experiência que o ângulo de atrito natural da areia não varia com a altura de sua queda e nem com a rugosidade da

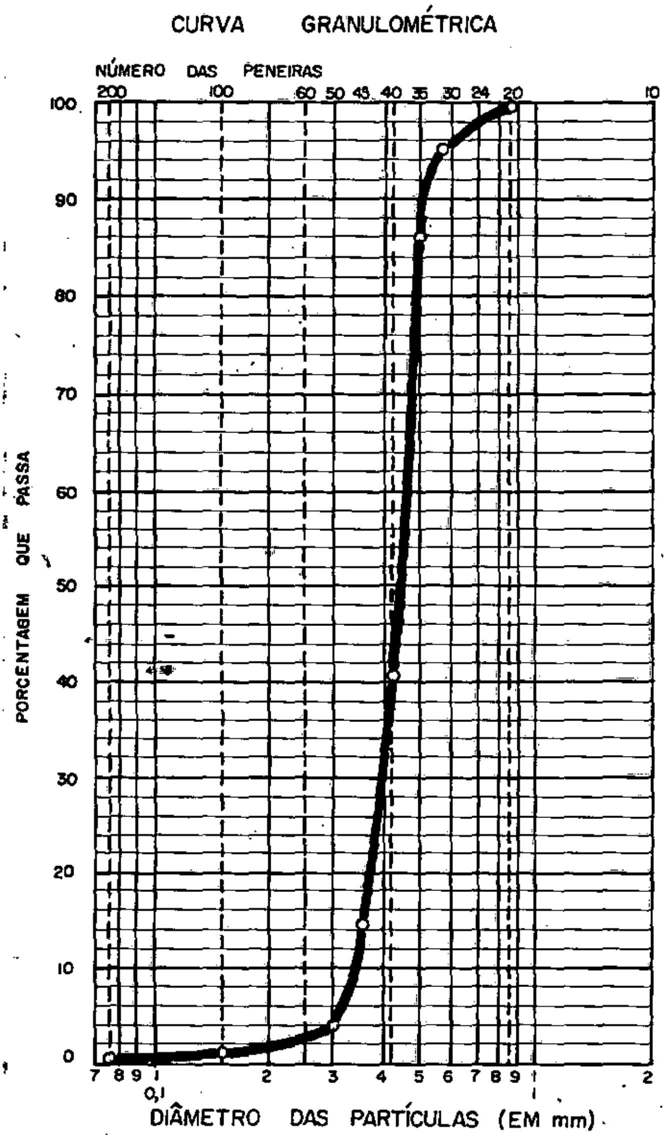


Figura 33

base de apôio.

Por outro lado a determinação do módulo de elasticidade de um solo qualquer e a sua utilização da maneira mais conveniente, acreditamos constituir por si só um trabalho de pesquisa a parte. (Vêr por exemplo, relação de ítens de pesquisas sugeridos sôbre êste tema no Apêndice).

Sendo êste solo de constituição arenosa, o problema se torna ainda mais complexo devido a dificuldades inerentes à própria natureza de um maciço arenoso e a dificuldade na manipulação de amostras indeformadas dêste material, para que possam ser ensaiadas convenientemente.

Somando-se a êstes problemas, poder-se-á acrescentar a dificuldade existente em se escolher os pontos do maciço de onde se extrai

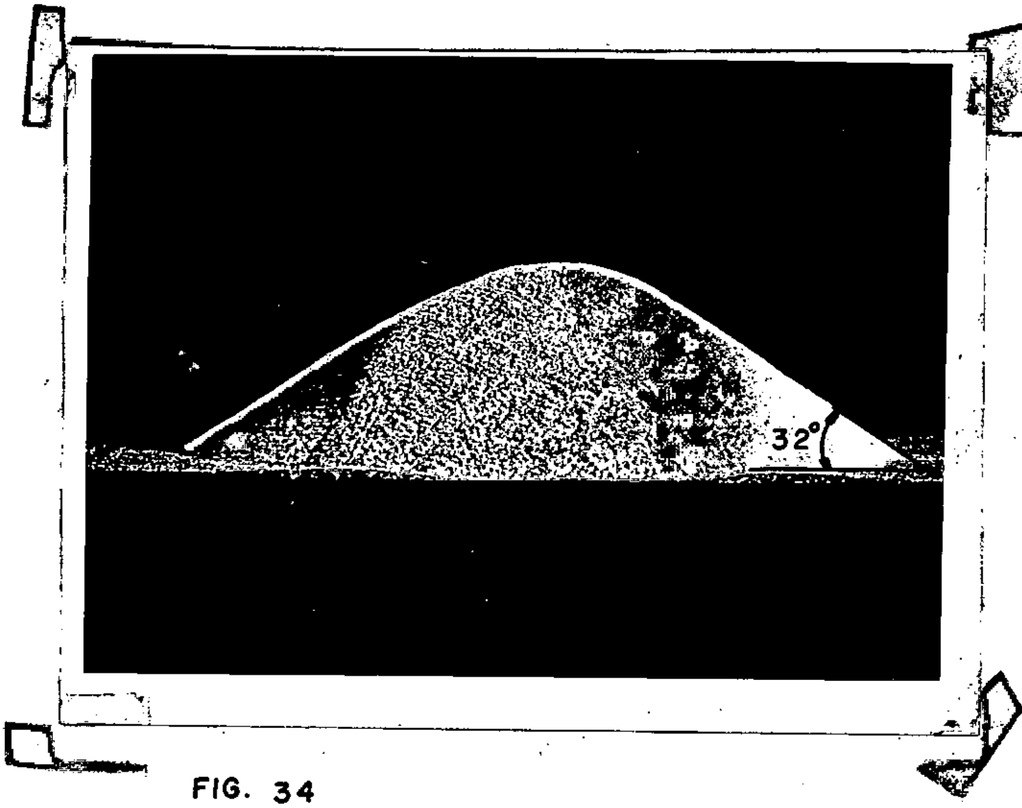


FIG. 34

rão as referidas amostras e qual o estado de tensões ou deformações a que elas estarão sujeitas no maciço real, para que possam ser simuladas em laboratório.

Conhecendo-se a natureza do carregamento, a teoria da elasticidade permite calcular de uma maneira razoàvelmente aproximada os estados de tensões e deformações a que estariam sujeitos cada ponto do maciço.

Após isto, será necessário elaborar um critério para se adotar os parâmetros desejados ou para se escolher dentre os vários encontrados, qual deles deverá ser utilizado para que a análise produza resultados satisfatórios.

Supomos que sômente um exaustivo trabalho nêste sentido (com comprovações e conclusões experimentais) poderá fornecer uma orientação segura para a adoção conveniente de certos parâmetros do solo.

Observa-se entretanto que, no caso em particular analisado , permanecem algumas dúvidas sôbre os estados de solicitações a que estará sujeito o solo, porque como se verificou, os diagramas de pressões de contacto não são da mesma natureza para os dois métodos de cálculo propostos.

Como pode ser observado na figura 16.a, o Método do Coeficiente de Recalques apresenta um diagrama de pressões quase que uniforme, não acontecendo o mesmo para o Método do Módulo de Rigidez, onde o mesmo diagrama apresenta-se com uma concentração nos bordos da placa.

Como se sabe êste fato vem contribuir mais ainda para aumentar o aspecto polêmico da questão, isto é, como e qual parâmetro (por exemplo, módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) do solo deve ser adotado nos cálculos ou, quanto mais precisos serão os resultados se se introduzirmos parâmetros variáveis?

Observamos que considerações mais rigorosas a êste respeito são dificílimas senão impossíveis de serem efetuadas porque alguns parâmetros do solo não variam sômente com as condições de carregamento e a posição relativa do ponto considerado, mas também com uma múltipla gama de fatores, tais como: métodos aplicados na obtenção dos mesmos , teor de umidade do maciço, tamanho do grão sólido, forma do mesmo,existência de solos misturados de naturezas diferentes, grãu de saturação, temperatura, índice de vazios, etc.

No caso particular de areias, verificou-se que (8) o módulo de elasticidade cresce com a profundidade (isto é, aumenta com o crescimento da pressão lateral) e quase não é afetado pelas variações do teor de umidade e pelo tamanho das partículas (Barkan e Major 18,19).

Será portanto necessário ensaiar comparativamente maciços reais e seus respectivos modêlos segundo vários métodos e sob diversas condições.

Tal trabalho fugiria (pelo menos nesta etapa) ao escopo de nossa pesquisa, mesmo porque os fatos aqui são analisados sòmente qualitativamente.

Assim é que os resultados apresentam, via de regra, valores como sendo função dos referidos parâmetros (principalmente módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson).

Para obtenção de uma gama de valores dos módulos de elásticidade, que o maciço poderia apresentar, segundo as condições do ensaio já especificadas anteriormente, utilizamos dois métodos:

O primeiro consistiu em provas de carga sôbre o maciço, utilizando-se para tanto uma placa circular rígida de 25.0 cm de diâmetro e sôbre a mesma aplicou-se uma carga P. (Vêr fig. 35).

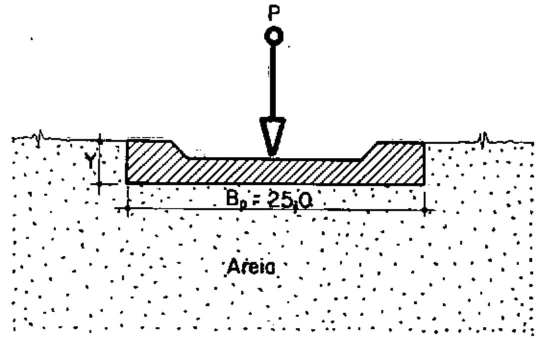


Figura 35 - Prova de carga sôbre a areia

Sendo conhecida a carga P (aplicada pelo mesmo sistema de carga descrito na fig. 26) e medindo-se o recalque y da placa, o módulo de elasticidade do maciço pôde ser obtido pela seguinte relação (Roarke, 17 bib. cit.):

$$y = P/B_p \cdot (Es/1-\mu^2)$$

portanto

$$Es/(1-\mu^2) = (P/B_p) \cdot y \quad \text{ou} \quad Es = (1-\mu^2) \cdot (P/B_p) \cdot y$$

fazendo $Es/(1-\mu^2) = E's$ teremos:

$$E's = (P/B_p) \cdot y$$

Desde que o módulo de elasticidade é função da profundidade do ponto considerado, e sabendo-se que a influência do carregamento de uma placa atua tanto mais profundamente quanto maior for sua largura (ou diâmetro), torna-se necessário aplicar ao valor do módulo de elasticidade encontrado através da placa de prova um fator de correção de profundidade.

No caso particular em que placas de diâmetros desiguais

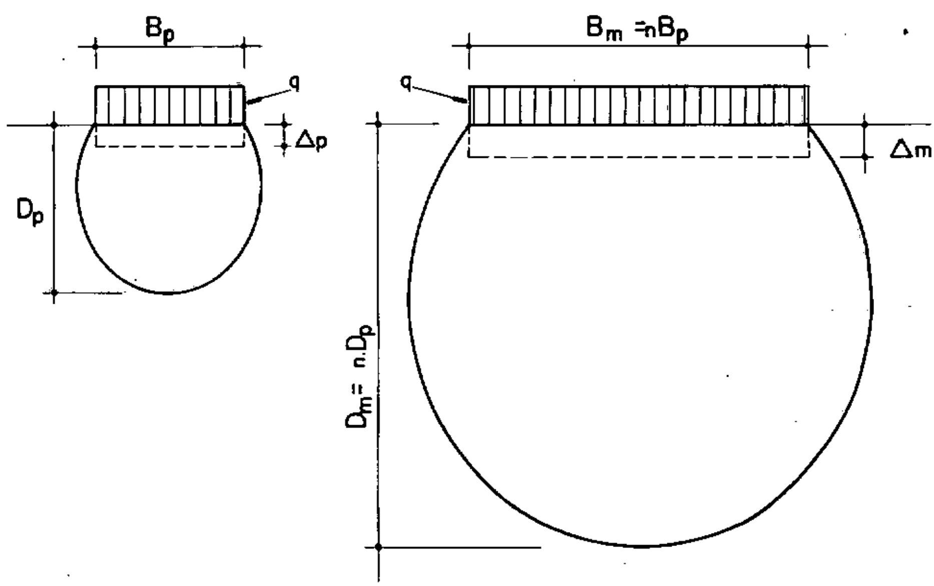


Figura 37- Influência do tamanho da placa na profundidade de ação das tensões

estão sujeitas à carregamentos iguais (ver fig. 37), teremos:

$$\Delta p/\Delta m = Bp/Bm = Dp/Dm$$

sendo $\Delta p = \dfrac{PL}{AE}$, teremos :

$\Delta_p = qDp/Ep$ e $\Delta_m = qDm/Em$

e segundo Terzaghi (20), ensaios de placa sôbre solos granulares apresentam a seguinte relação:

$\Delta m/\Delta p = (2Bm/(Bm + Bp))^2$, em unidades inglêsas

logo

$Em = Ep\ (Bm/Bp)((Bm + Bp)/2Bm)^2$

Infelizmente, devido a baixa densidade relativa (isto é, ao baixo grãu de compacidade) em que se encontrava o maciço arenoso não fôra possível obter valores satisfatórios.

Como pode-se observar na figura 36, os recalques (para pequenas cargas) foram excessivamente grandes, não permitindo obter módulos de elasticidade para deformações compatíveis com aquelas que ocorreriam sob o modêlo.

O segundo método constitúiu-se de ensaios triaxiais não-adensados, não-drenados (ensaios U, UU ou QQ) da areia, moldada em uma densidade relativa aproximadamente igual à obtida no maciço.

Procurou-se realizar êstes ensaios em condições semelhantes àquelas encontradas no maciço.

Desta forma definiu-se de maneira aproximada qual o estado

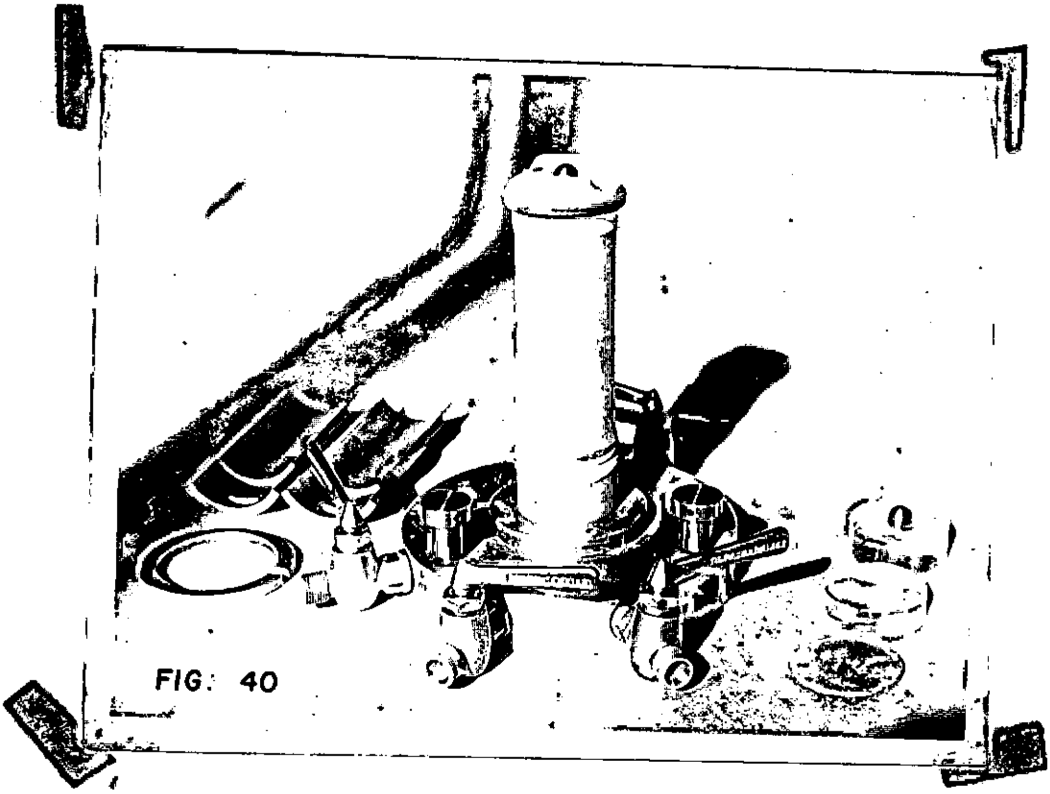


FIG. 40

de tensões(verticais e laterais)em três profundidades abaixo da superfí cie do terreno (Df = 0.0, Df = 50cm e Df = 90 cm) sob o centro da placa.

Aplicando-se a teoria de distribuição de tensões no solo, como apresenta Harr (21), construimos o quadro (tab. 12) abaixo (Ver desenvolvimento no apêndice).

Utilizamos para êstes ensaios uma prensa triaxial Wykeham Farrance, com capacidade para 5ton com contrôle de σ_3 a mercúrio, tipo T 57B.

As amostras foram moldadas em molde tri-partido com diâmetro interno de 2'' e altura média de 5'' (vêr fig. 40).

Zcm	q = 0,460 kg/cm²		q = 0,766 kg/cm²	
	σ_1 kg/cm²	σ_3 kg/cm²	σ_1 kg/cm²	σ_3 kg/cm²
0.0	0.460	-0.345	0.766	-0.575
50.0	0.345	0.172	0.574	0.286
90.0	0.165	0.073	0.276	0.122

Tabela 12 - Variação de σ_1 e σ_3 com q e z

A célula utilizada também era Wykeham Farrance, tipo T-65 , de êmbolo fixo.

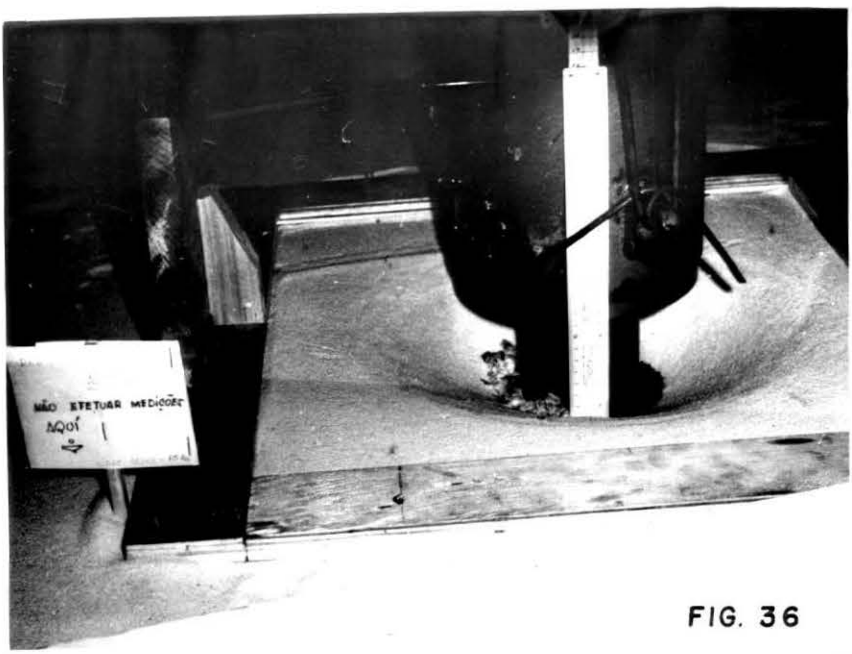


FIG. 36

O procedimento dos ensaios segue de perto a orientação de Lambe (25) e Bowles (26), cujas curvas tensões/deformações estão apresentadas nas figuras 41 até 47.

As figuras 41 a 47 apresentam além das curvas tensões/deformações, as tensões de rutura (de pico ou para 20% de deformação caso não ocorra rutura discreta) e os módulos de elasticidade tangentes e secantes.

A tabela 13 é um quadro dos valores obtidos nos ensaios acima descritos.

Construindo-se os círculos de ruturas para as tensões laterais (de confinamento) máxima e mínima, (ver fig. 48) obtivemos um ângulo de atrito (máximo) interno igual a 43º.

O ângulo de atrito finalmente adotado será a média entre este e o natural (32º).

De forma análoga, relacionamos os Módulos de Elasticidade tangentes e secantes com as diversas pressões de confinamento, e procurou-se adotar para o mesmo um valor médio (ver fig. 49), ao qual aplicamos um coeficiente de segurança igual a 2,5.

Os módulos de elasticidade (Young) foram obtidos da forma comumente empregada, isto é, o Módulo Tangente foi considerado como sendo a declividade da reta tangente à curva tensão/deformação no ponto igual a 1/2 ou 1/3 da tensão de desvio de pico. O Módulo Secante fora obtido medindo-se a declividade da reta que passa pelo ponto : tensão de desvio = 0 e pelo ponto acima definido.

Na prática, de um modo geral, toma-se como Módulo de Young o valor do Módulo Secante assim obtido, dividido por um fator de segurança igual a 2 ou 3.

Quanto ao Coeficiente de Poisson, pode-se determiná-lo através da curva : deformação lateral/deformação vertical versus carga axial, durante o ensaio de compressão triaxial.

Acontece porém que, durante os primeiros estágios de deformações, nos quais se aplica a teoria da elasticidade, o Coeficiente de Poisson varia com a deformação.

Para areias, o Coeficiente de Poisson só é constante para grandes deformações (quando ocorre a rutura) e terá um valor acima de 0,5. Tal valor acusa uma expansão da amostra e o valor de μ só será menor do que 0,5 enquanto no ensaio triaxial a amostra indicar diminuição de volume.

Devido a este fato, é bastante difícil de se determinar o exato valor de μ a ser utilizado nos projetos.

Felizmente, nos casos mais comuns, a variação do valor de μ (como pode ser visto no Capítulo 5) tem pouca influência nos resultados desejados.

Vale salientar que tanto as pressões aplicadas pelo modêlo como aquelas utilizadas nos ensaios triaxiais estão bem aquém da capacidade de carga a rutura do maciço arenoso, fato que poderá ser observado na curva que dá a variação da pressão de rutura da areia versus ângulo de atrito interno (Fig. 39 A no Apêndice).

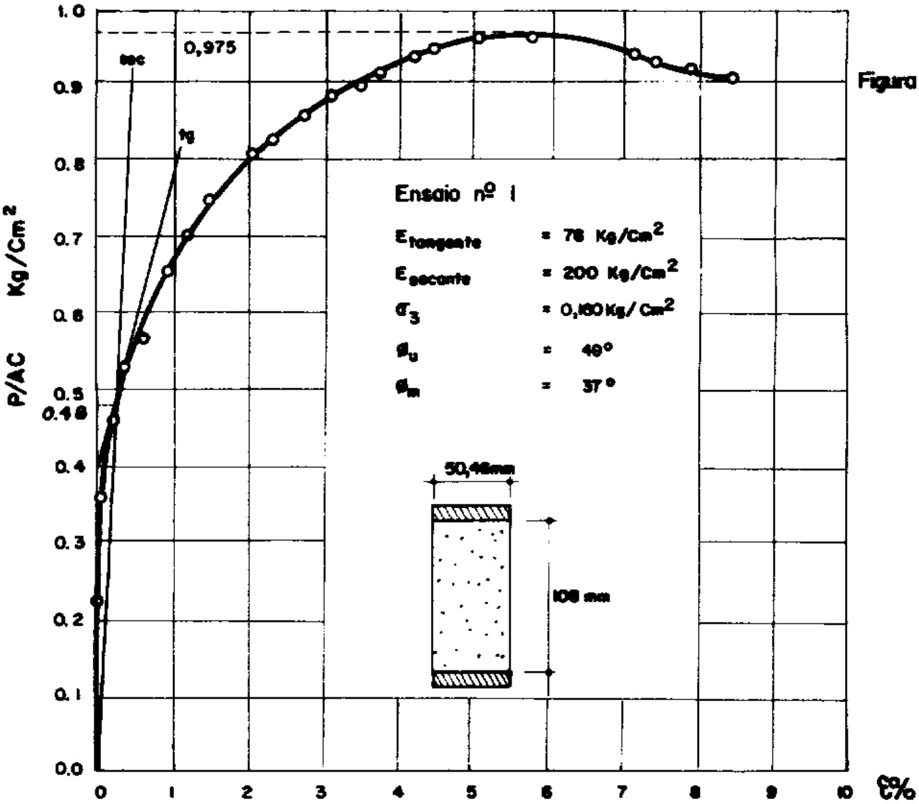


Figura 41

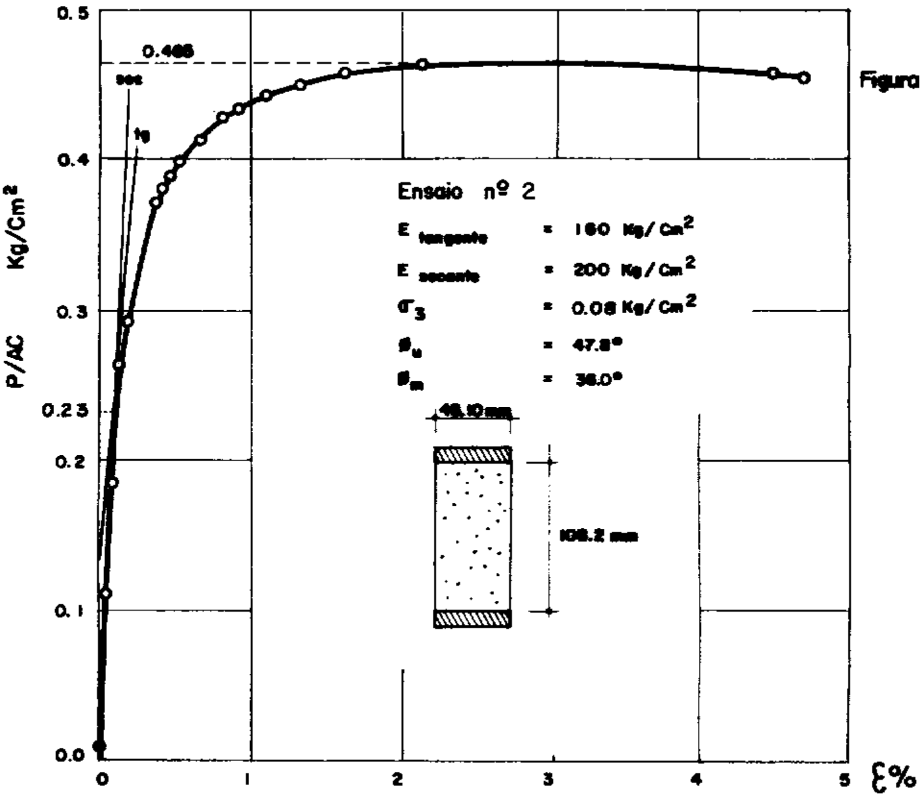


Figura 42

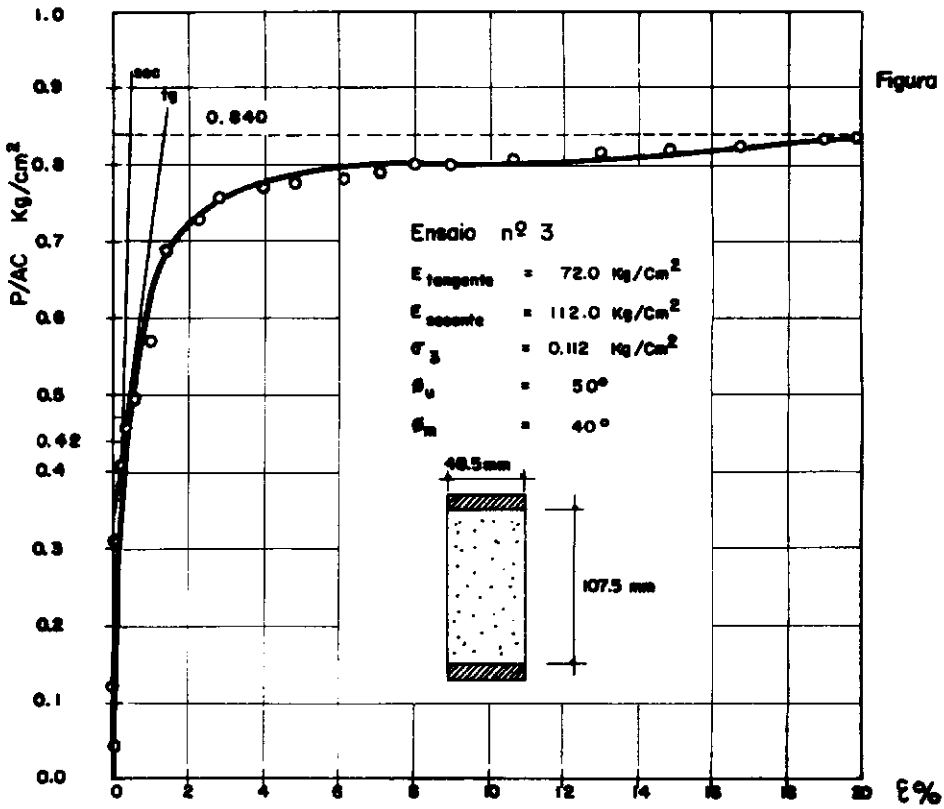


Figura 43

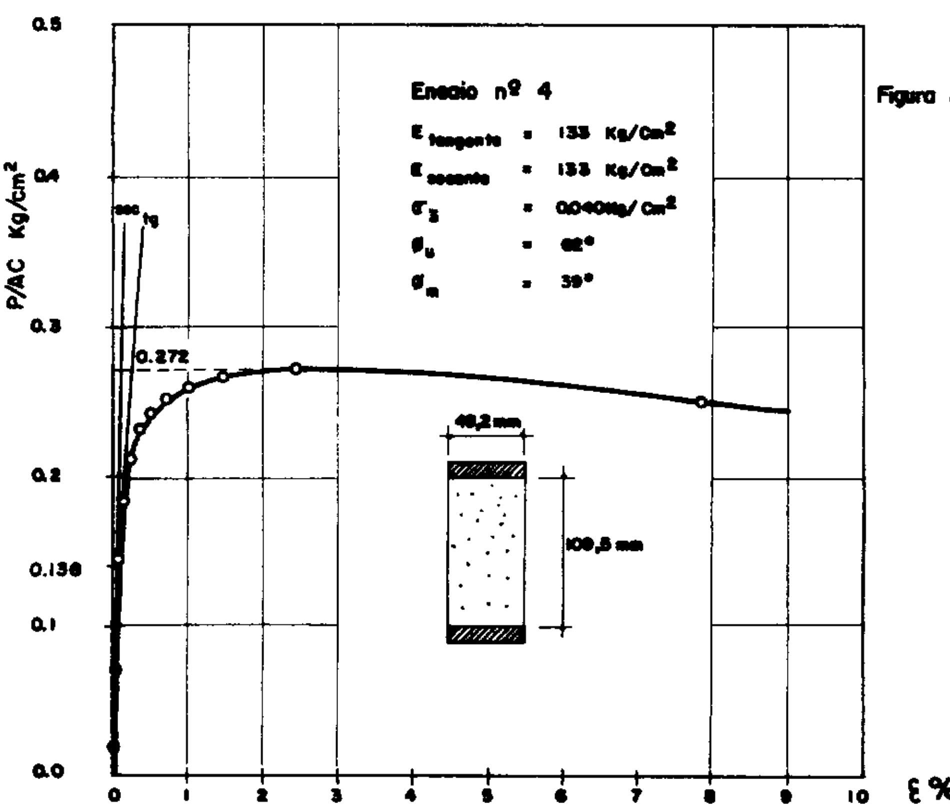


Figura 44

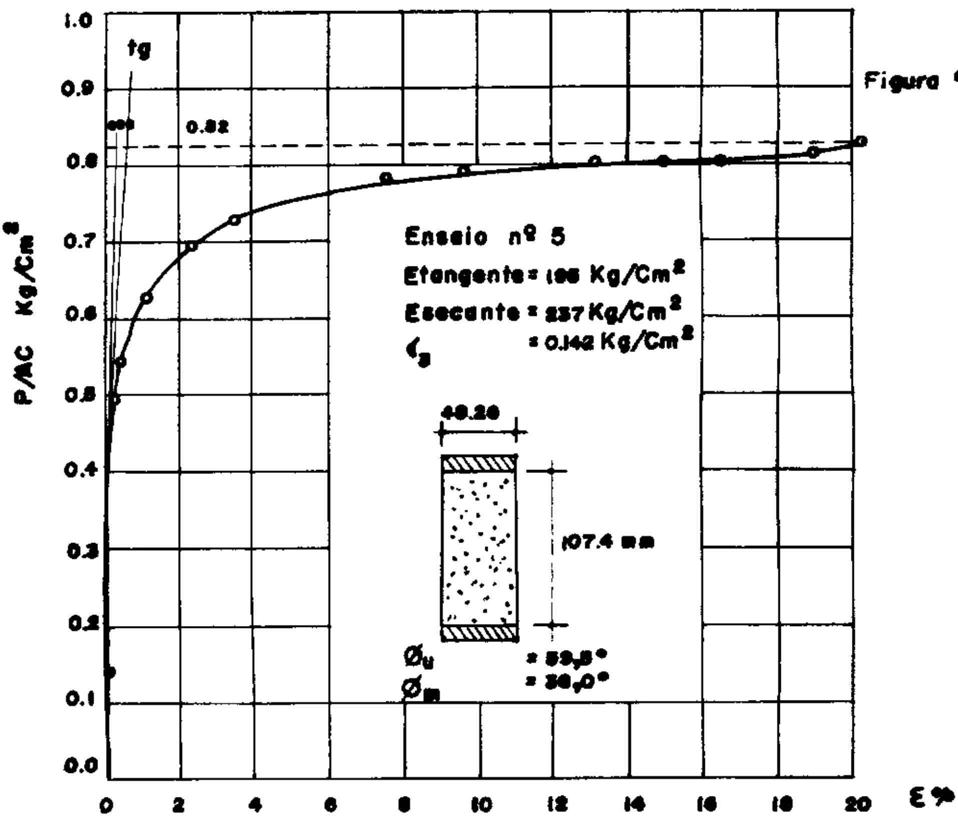


Figura 45

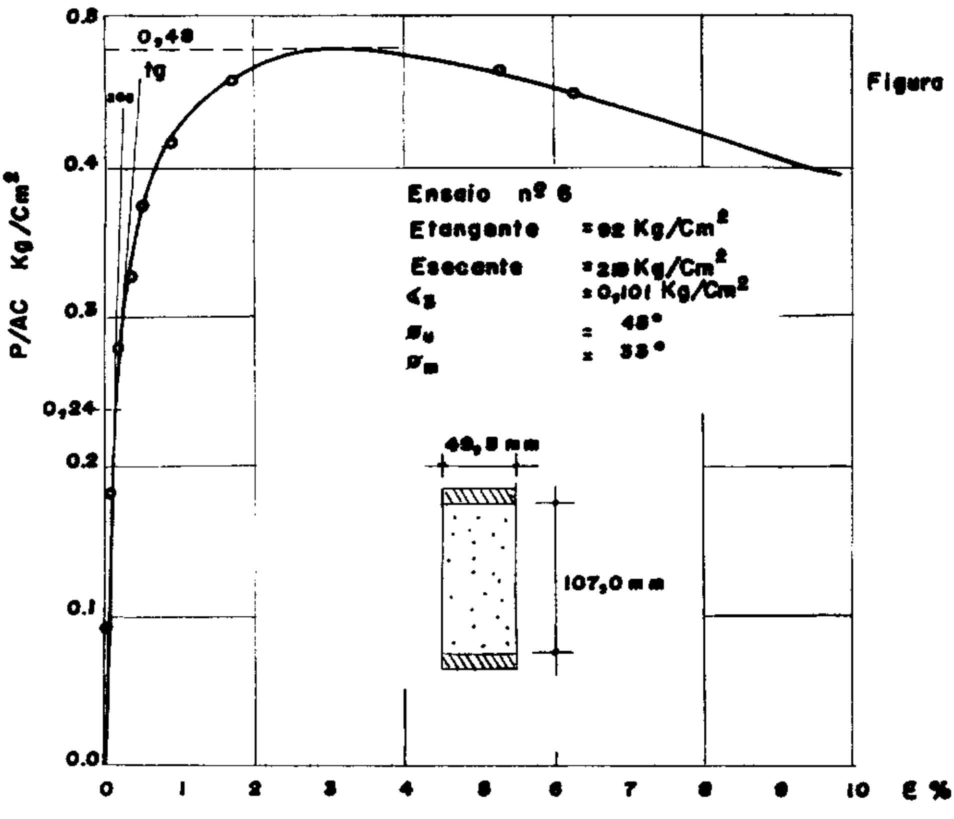


Figura 46

$$SEN\ \phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

OBS._ AS TENSÕES σ_1 SÃO DE RUTURA

ENSAIO	σ_3 kg/cm²	σ_1 kg/cm²	SEN ϕ	ϕ_u^o	ϕ_m^o	E tang kg/cm²	Esec kg/cm²
1	0,160	1,135	0,752	49.0	37.0	78	20.0
2	0,081	0,546	0,742	47.8	36.0	160	200
3	0,122	0,962	0,775	50.0	40.0	72	112
4	0,040	0,312	0,887	62.0	39.0	133	133
5	0,142	0,902	0,862	59.5	36.0	135	237
6	0,101	0,581	0,704	45.0	33.0	92	215
7	0,175	1,067	0,718	46.0	34.0	106	160

Tabela 13 — Elementos obtidos dos ensaios triaxiais

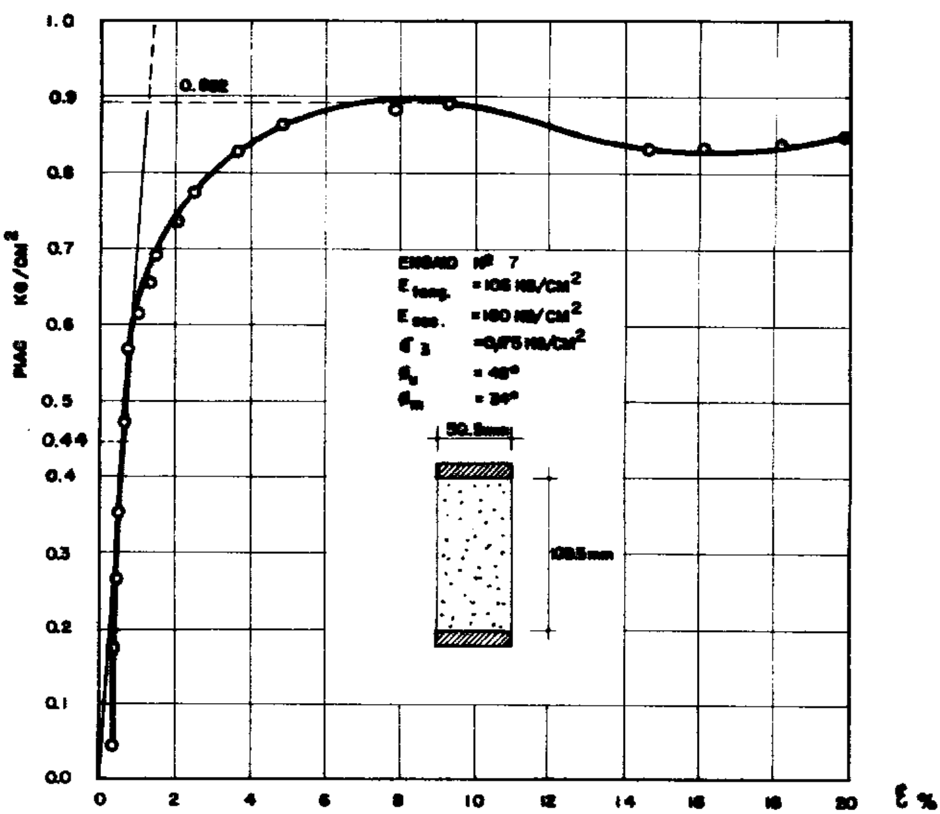


Figura 47

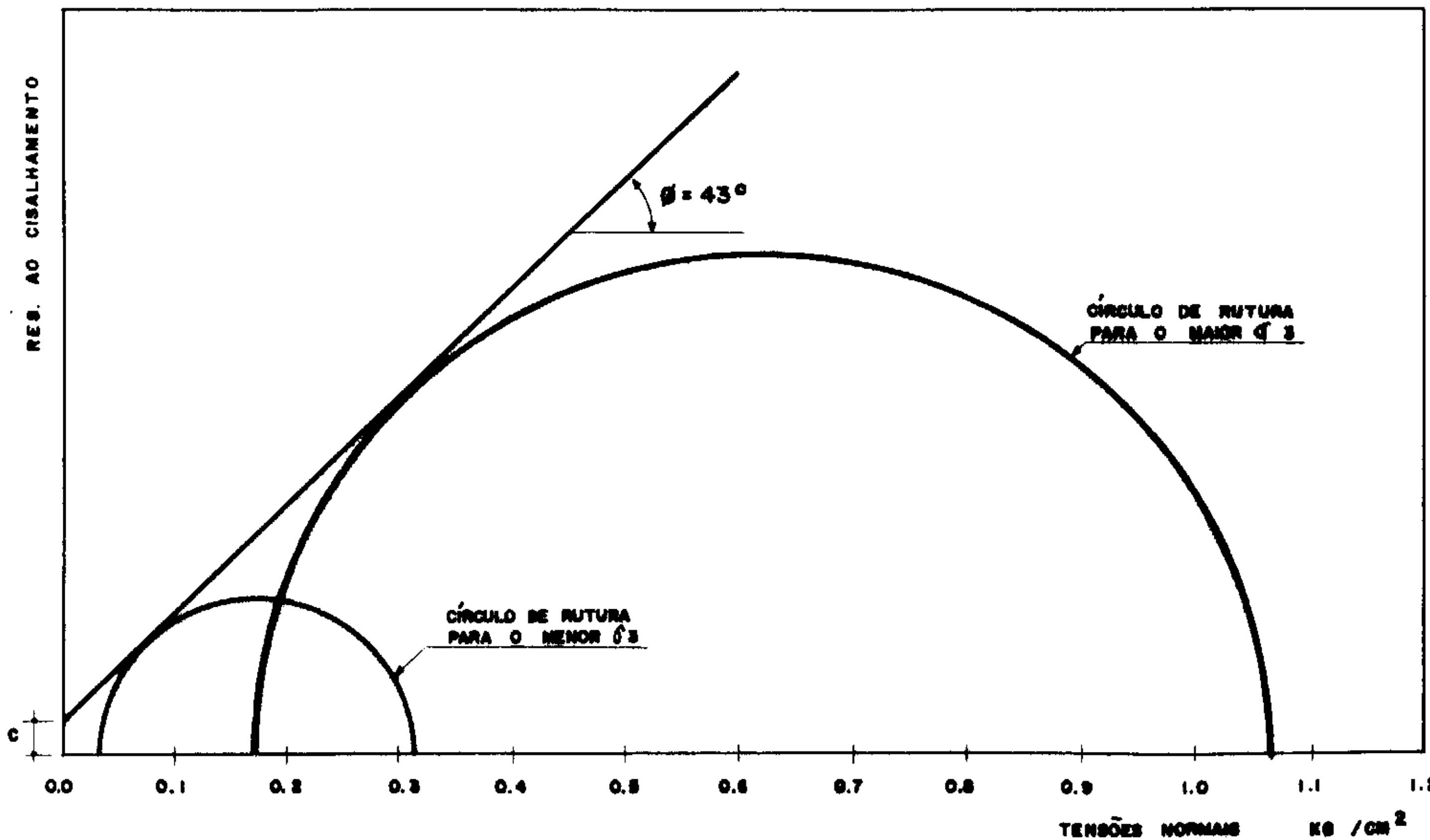

RES. AO CISALHAMENTO
C
ø = 43°
CÍRCULO DE RUTURA
PARA O MAIOR σ3
CÍRCULO DE RUTURA
PARA O MENOR σ3
0.0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
1.1
1.2
TENSÕES NORMAIS KG /CM²

Figura 48

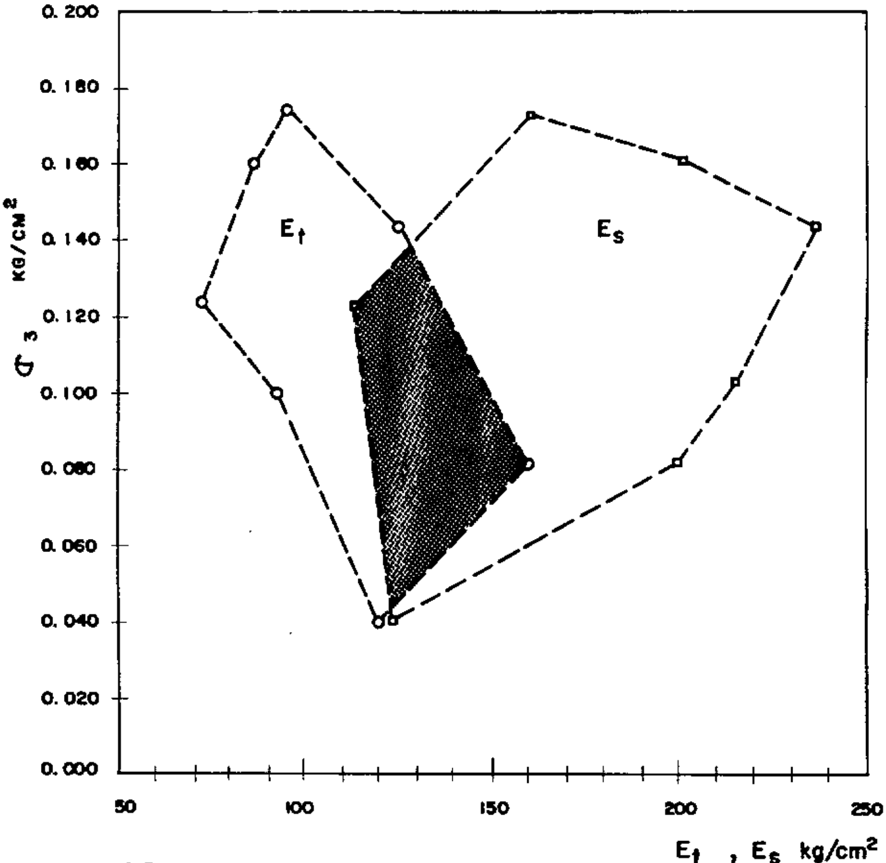


Figura 49 — Variação dos módulos E_t e E_s da areia com a tensão de confinamento σ_3

3.3 - MÉTODOS

Nos ítens anteriores bastante coisa já fôra dito acêrca dos métodos e critérios adotados no desenvolvimento desta pesquisa.

Cabe entretanto esclarecer ainda alguns aspectos dos critérios utilizados.

a - Carregamentos

Por conveniência de leituras, os estágios de cargas foram aplicados de tal forma que o modêlo recebesse um acréscimo de carga de 1030 Kg.

Efetuou-se seis estágios de cargas com intervalos de 30 minutos entre cada um.

Este tempo aparentemente curto foi adotado baseado no fato de que sendo o maciço constituido de areia (sêca), a absorção das tensões e deformações seria quase que instântaneamente.

O outro fato que também influenciou razoàvelmente na duração dos intervalos entre leituras, adveio do tempo de estabilização (em têrmos da absorção das deformações sob carga constante) do acrílico .

As leituras foram efetuadas logo após a aplicação de cada estágio de carga e na seguinte sequência: extensômetros de 1 a 6 Radiais e Tangênciais, e em seguida extensômetros de 7 a 12 Radiais e Tangenciais (simétricos dos primeiros).

Para efeito de cálculo adotamos a média entre as deformações lidas em dois extensômetros simétricos, isto é, R1-R12, R2-R11....... e T1-T12... etc.

Apresentamos também os valores dos momentos Radiais e Tangenciais, calculados a partir das deformações (diretamente) lidas nos ex tensômetros de cada semi-diâmetro (ver CAP. 5).

A título de aferição foi feito um contrôle externo do recalque da borda da placa, através da leitura de escalas graduadas afixadas na superfície lateral do tanque.

b - Obtenção dos Momentos Radiais e Tangenciais

Sendo ε_r e ε_t as deformações Radiais e Tangenciais em cada ponto considerado, pode-se dizer (17) que:

$$\varepsilon_r = (1/E)(\sigma_r - \mu.\sigma_t) \qquad (27)$$

$$\varepsilon_t = (1/E)(-\mu . \sigma_r + \sigma_t) \qquad (28)$$

sendo:

E - Módulo de elasticidade do material da placa

μ - Coeficiente de Poison

Escrevendo as equações acima em uma forma matricial, teremos:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_t \end{bmatrix} = \frac{1}{E} . \begin{bmatrix} +1 & -\mu \\ -\mu & +1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \\ \sigma_t \end{bmatrix} = \frac{E}{1 - \mu^2} \begin{bmatrix} +1 & +\mu \\ & \\ +\mu & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

donde se conclui que:

$$\sigma_r = (E/(1 - \mu^2))(\varepsilon_r + \mu \cdot \varepsilon_t) \qquad (28)$$

$$\sigma_t = (E/(1 - \mu^2))(\mu \cdot \varepsilon_r + \varepsilon_t) \qquad (29)$$

sendo:

$$M_r = (d^2/6) \cdot \sigma_r \qquad (30)$$

$$M_t = (d^2/6) \cdot \sigma_t \qquad (31)$$

onde:

d - espessura da placa

$E's = E/(1 - \mu^2)$

teremos finalmente

$$M_r = (E's) \cdot (d^2/6) \cdot (\varepsilon_r + \mu \cdot \varepsilon_t) \qquad (32)$$

$$M_t = (E's) \cdot (d^2/6) \cdot (\mu \cdot \varepsilon_r + \varepsilon_t) \qquad (32)$$

Foi desenvolvido um programa para Computadores Eletrônicos (Ver CAP. 5) que calcula estes momentos fletores, bem como suas respectivas variações tais como espessura da placa, módulo de elasticidade, etc.

c - Figura de recalques

Tendo-se obtido os diagramas de pressões de contacto por um dos dois métodos já preconizados, pôde-se determinar as figuras de recalques relativas a cada um dos métodos, utilizando-se as equações (4) e (5) apresentadas no capítulo anterior.

Aquí também adotamos um processo externo para obter (pelo menos aproximadamente) a figura de recalques formada no maciço.

Ainda sob carga, umidecemos todo o maciço através da introdução de um tubo crivado de pequenos orifícios, por onde fluia a água.

Transcorridas 24 horas após o umidecimento total do maciço, o modêlo fôra descarregado e cuidadosamente desmontado.

Colocamos em seguida um perfil metálico rígido apoiado nas laterais do reservatório de madeira, segundo uma das diagonais da placa, e em orifícios igualmente espaçados entre si, existentes no perfil, fizemos passar 9 varetas de madeira, de comprimentos rigorosamente iguais, com suas extremidades inferiores apoiando-se na figura de recalques formada pela placa (ver fig. 50 e 51).

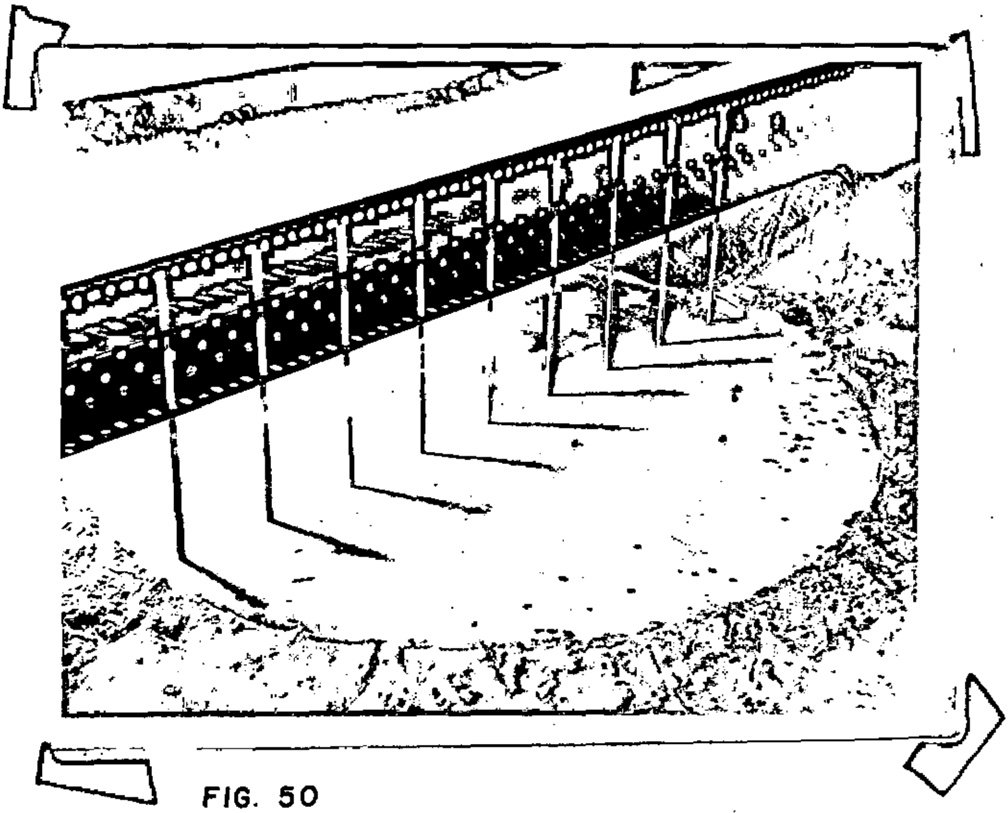


FIG. 50

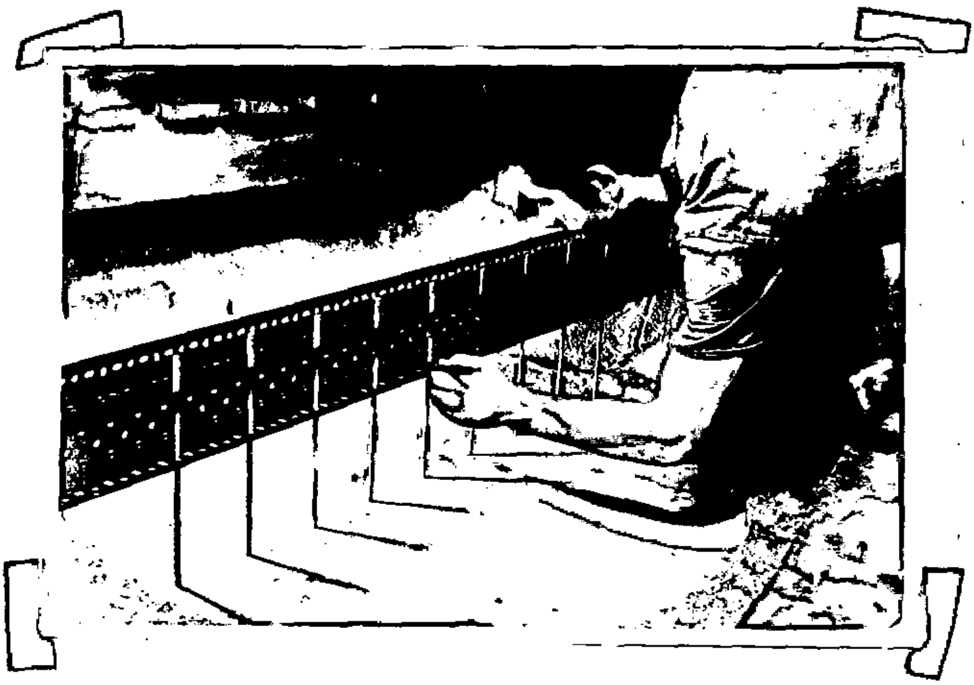


FIG. 51

Utilizando o próprio perfil como referência, marcamos sôbre as varetas as distâncias entre a linha de referência (no perfil) e os pontos de contacto das varetas na figura de recalques.

Reunindo as varetas, pôde-se observar claramente que a placa teve o seu afundamento máximo no centro (ver fig. 52).

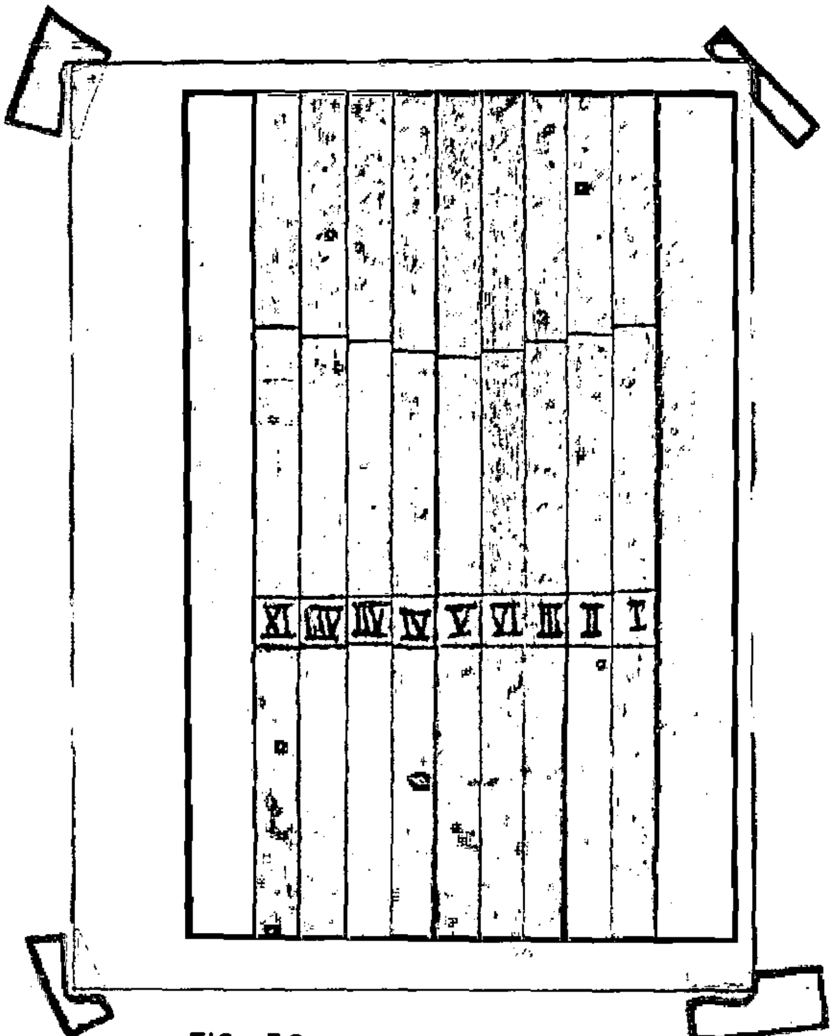


FIG. 52

CAP 4

PROGRAMAÇÃO DOS CÁLCULOS

COMPUTADORES ELETRONICOS DIGITAIS

4.1. GENERALIDADES

Apresentamos em seguida os programas de cálculos para computadores eletrônicos, programados em linguagem FORTRAN (31, 32) e dimensionados de tal forma a serem aceitos por computadores 8K de capacidade de memória.

O primeiro dos programas resolve placas circulares sobre apoio elástico, pelo método do Coeficiente de Recalque. O segundo resolve a mesma placa pelo método do Módulo de Rigidez.

Devido ao grande volume de dados manipulados na solução deste problema e a sensibilidade dos resultados finais quanto a perda de precisão dos cálculos, as soluções obtidas manualmente, além de bastante trabalhosas, são pouco precisas.

Por esta razão, o referido programa é de utilíssima aplicação e de caráter eminentemente prático, apezar de que não tenhamos dedicado especial atenção em otimizar espaço e tempo de processamento.

Como este trabalho de pesquisa não solucionou o problema de placas circulares sobre apoio elástico de uma maneira global, e como o assunto é parte integrante de curriculuns especializados, imprimimos à sistemática de programação um caráter predominantemente didático/científico, seguindo etapa por etapa da sequência lógica, evitando sofistificações, na tentativa de eliminar as dificuldades de utilisação dos usuários menos avisados.

A aplicabilidade prática deste programa aumentou grandemente com a possibilidade de se analisar de maneira simples e econômica a influência das variações dos parâmetros adotados para o solo nos resultados finais, conquanto acreditamos ser a adoção de tais parâmetros, de maneira racional e compatível com as condições reais da obra, a tarefa mais difícil dentro da Mecânica dos Solos.

Na esperança de poder torná-lo útil, mesmo àqueles não familiarizados com a análise eletrônica via computadores, evitamos na medida do possível interpretações de etapas intermediárias e simplificamos ao máximo as entradas de dados (ver ítem 4.2.).

Assim é que, fornecendo-se simplesmente os dados (características dos materiais e elementos geométricos das peças), os referidos programas fornecem diretamente os diagramas de pressões de contato e de momentos fletores radiais e tangenciais, bem como todos os elementos de cálculo, em forma de tabelas (que poderão ser eliminadas a critério).

Inicialmente, elaboramos um programa único que resolvia a placa pelos dois métodos de cálculo simultâneamente, para um número variável de pontos.

Mas devido a sua grande dimensão, ao tempo consumido em sua compilação e depuração, e suas sucessivas subdivisões para que coubessem em um computador de capacidade de 8K, resolvemos não apresentá-lo como parte integrante deste trabalho*, principalmente se considerarmos que o Método do Coeficiente de Recalques só se aplica a casos especiais (ver Conclusões, CAP 6).

Os programas aqui descritos consideram placas sujeitas sômente a carregamentos uniformes, mas as subrotinas

---

*Listagens deste programa poderão ser obtidas no Departamento de Engenharia Civil - COPPE / UFRJ.

FLEXA e MOMTO (não incluidas nesta publicação por questão de espaço**) convenientemente acopladas ao programa principal permitem a análise da placa sob diversos tipos de carregamento quando aplicados isolados ou simultâneamente.

Como no primeiro programa desenvolvido, o número de pontos de cálculo poderá ser alterado sem maiores dificuldades.

Para evitar reajuste nas escalas de traçados, fizemos com que as mesmas fossem funções dos momentos máximos de tal forma que qualquer que sejam os valores dos mesmos,os diagramas se enquadrarão em uma área correspondente ao padrão ofício (tamanho A.4).

4.2. ENTRADA DE DADOS

A entrada dos dados se faz da mesma maneira para ambos os métodos de cálculos.

Todos os elementos são dados em dois cartões (os dois últimos) na forma apresentada na Fig. 53 abaixo.

** Réplicas destas subrotinas e as correspondentes instruções de interligações poderão ser obtidas no Departamento de Engenharia Civil da COPPE / UFRJ.

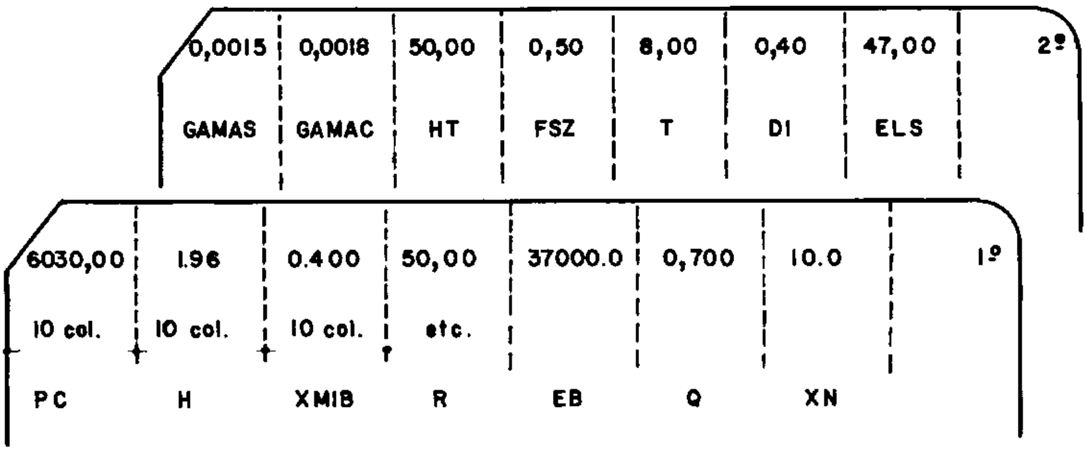


Fig. 53 _ Formato e exemplo da entrada de dados

Onde :

PC - Carga total concentrada aplicada em KG.

H - Espessura da placa de fundação em CM.

XMIB - Coeficiente de Poisson. Admensional.

R - Raio da placa em CM.

EB - Módulo de elasticidade do material da placa em KG/CM^2.

Q - Carga uniformemente distribuída (homogeneizada) aplicada sobre a placa em KG/CM^2.

XN - Número de pontos de cálculo.

GAMAS - Peso específico do solo que constitue o maciço , em KG/CM^3.

GAMAC - Peso específico do material da placa em KG/CM^3.

HT - Altura do reservatório em CM.

FSZ - Fator de Recalque. Admensional.

T - Profundidade da placa de fundação em CM.

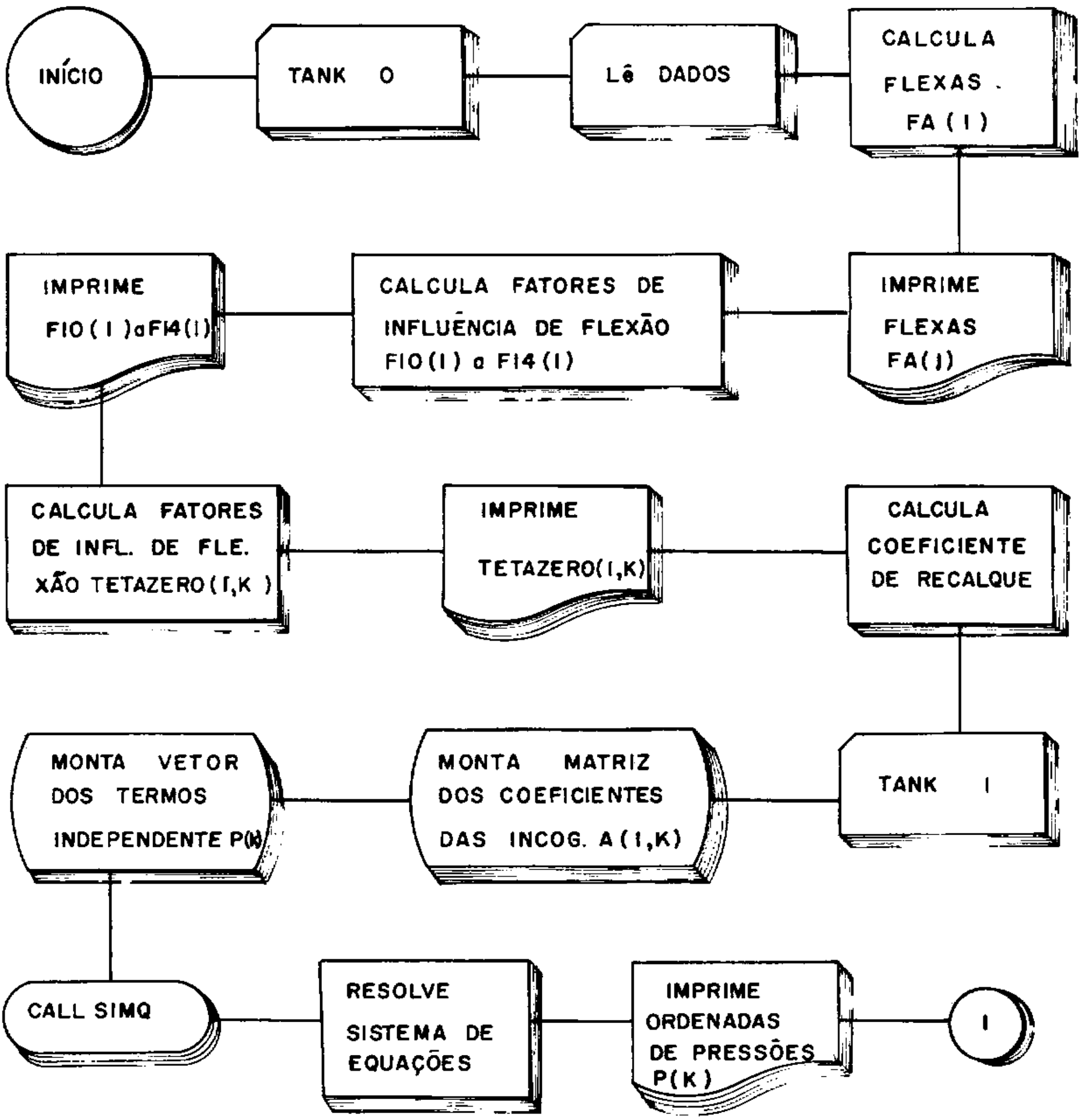
ELS - Módulo de deformação do solo em KG/CM^2.

Os resultados apresentados serão dimensionalmente homogêneos, isto é, em KG e CM.

4.3. METODO DO COEFICIENTE DE RECALQUE

As etapas lógicas do programa que analisa placas circulares pelo método do coeficiente de recalque estão mostradas no diagrama de fluxo da Figura 54.

Para se calcular as flexas e os momentos da placa, devido à ação isolada do diagrama de pressões, subdividimos o referido diagrama em trapézios de bases p_i e p_{i+1} e altura R/XN e tomamos para efeito de cálculos as cargas concentradas correspondentes a cada um deles , como se vê na


INÍCIO
TANK 0
Lê DADOS
CALCULA FLEXAS FA(I)
IMPRIME FLEXAS FA(J)
CALCULA FATORES DE INFLUÊNCIA DE FLEXÃO FIO(I) a F14(I)
IMPRIME FIO(I) a F14(I)
CALCULA FATORES DE INFL. DE FLEXÃO TETAZERO(I,K)
IMPRIME TETAZERO(I,K)
CALCULA COEFICIENTE DE RECALQUE
TANK 1
MONTA MATRIZ DOS COEFICIENTES DAS INCOG. A(I,K)
MONTA VETOR DOS TERMOS INDEPENDENTE P(K)
CALL SIMQ
RESOLVE SISTEMA DE EQUAÇÕES
IMPRIME ORDENADAS DE PRESSÕES P(K)
1

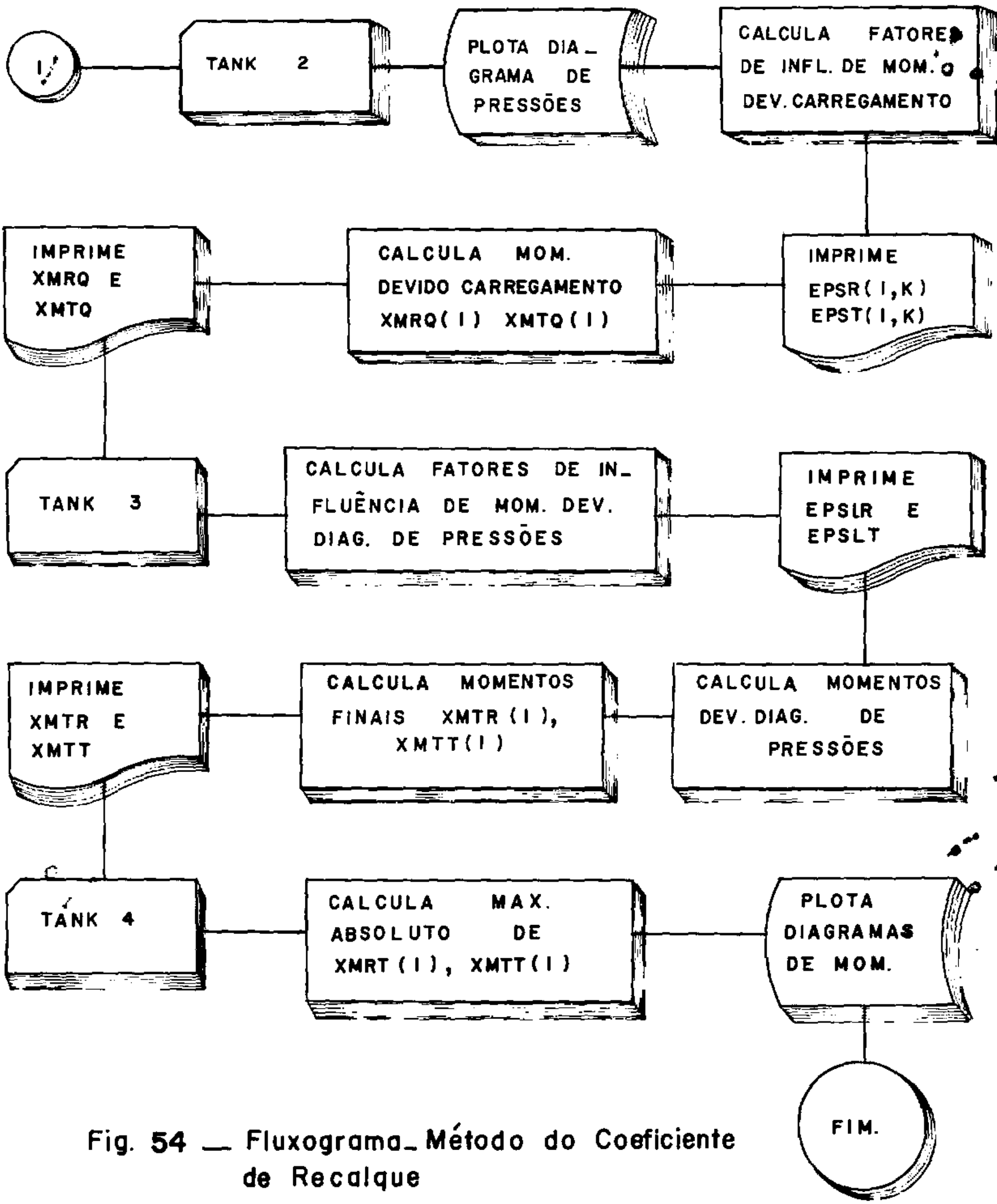


Fig. 54 — Fluxograma — Método do Coeficiente de Recalque

Figura 55 abaixo.

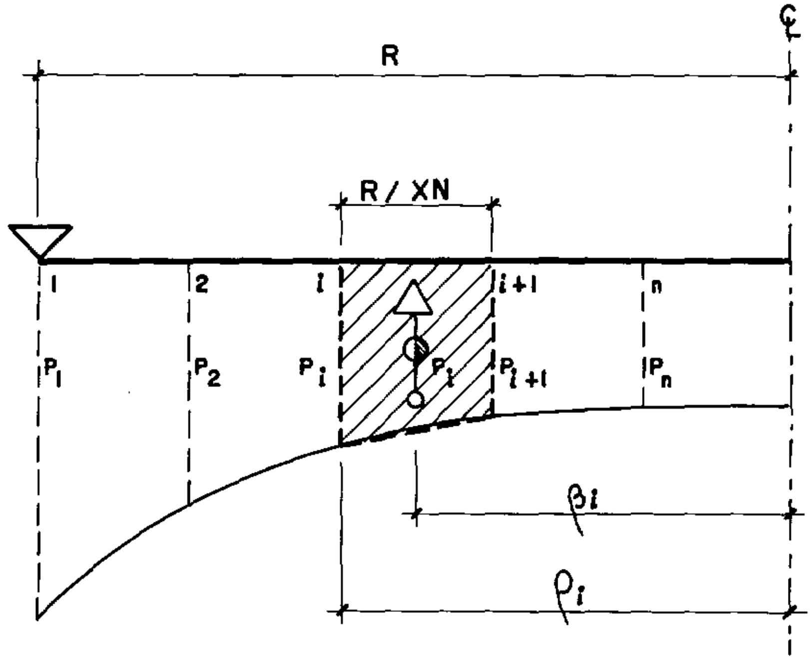


Fig. 55 _ Subdivisão do diagrama de pressões de contacto, para o metodo do Coe. ficiente de recalque.

Logo :

$$P_i = \frac{R}{2XN} \cdot (p_i + p_{i+1})$$

Desta forma pudemos calcular os Fatores de Influência de Flexão $\Theta^0_{i,k}$, utilizando-se a equação (3) do CAP. 2 e as fórmulas correspondentes à Fig.A.4 no Apêndice, isto é, igualando-se $fb_i = w$, teremos :

$$\sum_{\kappa=1}^{n} \frac{R^4}{E_b . H^3} . p_k . \phi^0_{i,k} = \sum_{\kappa=1}^{n} \frac{p_k . R^2 b_k}{8N(1+\mu)} . W_{i,k}$$

sendo

$$b = \beta R \ , \ N = \frac{EH^3}{12(1-\mu^2)}$$ e para

$\rho \leqq \beta$

$$W_{i,k} = X1_k - X2_k . \rho_i^2$$

$\rho > \beta$

$$W_{i,k} = [(3+\mu) - (1-\mu) . \beta_k^2].\phi 1_i + 2.(1+\mu)\beta_k^2 . \phi 3_i + 2.(1+\mu) . \phi 2_i$$

teremos

$$\sum_{\kappa=1}^{n} R.p_k . \Theta^0_{i,k} = \sum_{\kappa=1}^{n} \frac{3}{2}.(1-\mu) . \beta_k . W_{i,k} . P_k$$

sabendo-se que

$$P1 = R \cdot (p_1+p_2) / (2.XN)$$

$$P2 = R \cdot (p_2+p_3) / (2.XN)$$

$$\vdots$$

$$Pn = R \cdot (p_{n-1}+p_n) / (2.XN)$$

Substituindo-se o valor de P no polinômio anterior, teremos :

$$\sum_{\kappa=1}^{n} p_k \cdot \theta^0_{i,k} = \frac{3}{4XN} \cdot (1-\mu) \cdot \sum_{\kappa=1}^{n} \beta_k \cdot (p_j + p_k) \cdot W_{i,k}$$

com $j = k-1$ e $XN = n$

Desenvolvendo os somatórios, colocando em evidência os elementos comuns e identificando os polinômios termo a termo, teremos :

$$\theta^0_{i,1} = \frac{3}{4XN} \cdot (1-\mu) \cdot \beta_1 \cdot W_{i,1}$$

$$\vdots$$

$$\theta^0_{i,k} = \frac{3}{4XN} \cdot (1-\mu) \cdot (\beta_j \cdot W_{i,j} + \beta_k \cdot W_{i,k})$$

$$\vdots$$

:
:
:
:

$$\Theta^{0}_{i,n} = \frac{3}{4XN} \cdot (1-\mu) . \ (p_j \ . \ W_{i,j} + 2.\beta_k \ . \ W_{i,k})$$

Considerando-se todos os valores particulares de ρ, β e k montamos o trecho correspondente ao cálculo de TETA-ZERO no programa anexo.

Quanto à determinação dos Fatores de Influência de Momentos EPSLR e EPSLT, devido a ação do diagrama de pressões de contato, resolvemos poupar tempo e espaço (de memória), subdividindo o referido diagrama em retangulos, tendo-se verificado que na grande maioria dos casos o mesmo é aproximadamente linear.

O programa TANK quando processado pelo Computador IBM 1130, na sua configuração original (8K, impressora 1130 , etc.), é executado totalmente (imprime programa, tabelas e ploter) em 38 min., dos quais 7 min. são gastos sômente na listagem do programa, e 2,2 min. para o traçado dos diagramas.

```
PAGE   1

// JOB

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL   PHY DRIVE
  0000         0001        0001         0000

V2 M09   ACTUAL  8K  CONFIG  8K

// DUP

*DELETE                  TANK4
CART ID 0001   DB ADDR  3480   DB CNT   0041

*DELETE                  TANK3
CART ID 0001   DB ADDR  3453   DB CNT   002D

*DELETE                  TANK2
CART ID 0001   DB ADDR  341F   DB CNT   0034

*DELETE                  TANK1
CART ID 0001   DB ADDR  3408   DB CNT   0017

*DELETE                  TANK0
D 26 NAME NOT FOUND IN LET/FLET


// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION B(25),BETA(25),X1(25),X2(25),
     1RO(25),FI0(25),FI1(25),FI2(25),FA(25),
     2FI3(25),FI4(25),TETAZ(25,25),WZERO(25)
      COMMON XN,R,Q,D1,HT,GAMAS,ELS,GAMAC,EB
     1,T,H,XMIB,FSZ
     2,ID,IE,IK,IL,IP,IQ
     3,PI,PM,CM,RZERO,AK,PZERO,XNZRO
     4,BETA,FI1,RO
      DEFINE FILE1(4,318,U,ID)
      DEFINE FILE2(1,50,U,IE)
      DEFINE FILE7(1,50,U,IK)
      DEFINE FILE8(1,50,U,IL)
      DEFINE FILE12(2,50,U,IP)
      DEFINE FILE13(1,50,U,IQ)
C
C     PROGRAMA DE TESE  DICKRAN BERBERIAN
C     METODO DO COEFICIENTE DE RECALQUE
```

PAGE 2

```
C      CALCULO DAS FLEXAS, CONSIDERANDO-SE A PLACA
C      SIMPLESMENTE APOIADA NO CONTORNO
C
       READ(2,10)PC,H,XMIB,R,EB,Q,XN
      1,GAMAS,GAMAC,HT,FSZ,T,D1,ELS
10     FORMAT(2F10.2,F10.8,2F10.2,2F10.6,/,7F10.4)
       PI=3.1415927
       RZERO=(EB*H**3)/(R**4)
       XM=R/XN
       RO(1)=1.0
       DO 20 I=2,25
       RO(I)=1-(I-1)/XN
       WZERO(I)=3*(1-XMIB**2)*(1-RO(I)**2)*((5+XMIB)
      1/(1+XMIB)-RO(I)**2)/16
20     FA(I)=Q*WZERO(I)/RZERO
       WRITE(2'1)FA
       WRITE(3,30)XN,PC,XMIB,H,R,EB
      1,GAMAS,GAMAC,HT,FSZ,T,D1,ELS
30     FORMAT(1H1,//,10X,'DADOS',/,10X,
      1'XN=',F4.1,7X,'PC=',F10.1,4X,'XMIB='
      2,F8.6,/,10X,'H=',F5.2,7X,'R=',F8.2,7X,'EB=',F10.2,
      3/,10X,'GAMAS=',F6.4,2X,'GAMAC=',F6.4
      4,5X,'HT=',F8.2,/,10X,'FSZ=',F6.4,4X,'T=',
      5F8.2,7X,'D1=',F8.2,/,10X,'ELS=',F8.2,//)
       WRITE(3,90)RZERO,Q
       DO 40 J=2,25
40     WRITE(3,50)J,RO(J),J,WZERO(J)
50     FORMAT(/,10X,'RO(',I2,')=',F8.6,9X,'WZERO(',I2,
      1')=',F8.6)
       WRITE(3,60)
60     FORMAT(///,10X,'FLEXAS   DA   PLACA   CONSIDERANDO-A'
      1,/,10X,'SIMPLESMENTE  APOIADA   NO  CONTORNO',/)
       J=1
       DO 70 K=2,24,2
       J=J+2
70     WRITE(3,80)K,FA(K),J,FA(J)
80     FORMAT(/,10X,'FA(',I2,')=',F9.4,6X,'FA(',I2,
      1')=',F9.6)
90     FORMAT(10X,'RZERO=',F9.7,17X,'Q=',F8.6,/)
C      CALCULO DOS FATORES DE INFLUENCIA DE FLEXAO
C      FI0(I) A FI4(O)
       DO 120 I=1,25
       FI0(I)=1-RO(I)**4
       FI1(I)=1-RO(I)**2
       FI2(I)=(RO(I)**2)*ALOG(RO(I))
       FI3(I)=ALOG(RO(I))
```

```
PAGE   3

120    FI4(I)=(1/RO(I)**2)-1
       WRITE(3,130)
130    FORMAT(1H1,//,18X,'VALORES DE FIO A FI4',//
      1,2X,'RO',6X,'FIO',7X,'FI1',7X,'FI2',7X,'FI3'
      2,7X,'FI4',/)
       WRITE(3,140)(RO(I),FIO(I),FI1(I),FI2(I),FI3(I)
      1,FI4(I),I=1,25)
140    FORMAT(2X,F4.2,5F10.4)
C
C      CALCULO DOS FATORES DE INFLUENCIA DE FLEXAO
C      TETA ZERO INDICES I,K
C
       B(1)=R-XM/2.
       BETA(1)=B(1)/R
       DO 200 K=2,25
       B(K)=B(1)-(K-1)*XM
200    BETA(K)=B(K)/R
       DO 205 K=1,25
       X1(K)=(3+XMIB)*(1-BETA(K)**2)+2.
      1*(1+XMIB)*BETA(K)**2*ALOG(BETA(K))
205    X2(K)=(1-XMIB)*(1-BETA(K)**2)-2.
      1*(1+XMIB)*ALOG(BETA(K))
       DO 230 I=2,25
       TETAZ(I,1)=(3*(1-XMIB)*BETA(1)/(4.0
      1*XN))*(X1(1)-X2(1)*RO(I)**2)
       DO 222 K=2,24
       J=K-1
       IF(RO(I)-BETA(K))210,210,214
214    IF(RO(I)-BETA(J))218,218,220
210    TETAZ(I,K)=(3*(1-XMIB)/(4.0*XN))
      1*(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)+
      2BETA(K)*(X1(K)-X2(K)*RO(I)**2))
       GO TO 222
218    TETAZ(I,K)=(3*(1-XMIB)/(4.0*XN))
      1*(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)+
      2BETA(K)*(((3+XMIB)-(1-XMIB)*BETA(K)**2)
      3*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(K)**2*FI3(I)+
      42*(1+XMIB)*FI2(I)))
       GO TO 222
220    TETAZ(I,K)=(3*(1-XMIB)/(4.0*XN))
      1*(BETA(J)*(((3+XMIB)-(1-XMIB)*BETA(J)
      2**2)*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(J)**
      32*FI3(I)+2*(1+XMIB)*FI2(I))+BETA(K)*(((3+XMIB)
      4-(1-XMIB)*BETA(K)**2)*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(K)**
      52*FI3(I)+2*(1+XMIB)*FI2(I)))
222    CONTINUE
```

PAGE 4

```
      K=25
      J=K-1
      IF(RO(I)-BETA(J))224,224,226
224   TETAZ(I,K)=(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)
     1+2.0*BETA(K)*(((3+XMIB)-(1-XMIB)*BETA(K)**2)
     2*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(K)**2*FI3(I)+2*
     3(1-XMIB)*FI2(I)))
      GO TO 230
226   TETAZ(I,K)=(3*(1-XMIB)/(4.0*XN))
     1*(BETA(J)*(((3+XMIB)-(1-XMIB)*BETA(J)
     2**2)*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(J)**
     32*FI3(I)+2*(1+XMIB)*FI2(I))+2*BETA(K)*(((3+XMIB)
     4-(1-XMIB)*BETA(K)**2)*FI1(I)+2*(1+XMIB)*BETA(K)**
     52*FI3(I)+2*(1+XMIB)*FI2(I)))
230   CONTINUE
      WRITE(1'1)TETAZ
      K=0
235   K=K+1
      WRITE(3,240)K,B(K),K,BETA(K)
240   FORMAT(//,2X,'B(',I2,')=',F7.3,23
     1X,'BETA(',I2,')=',F8.6)
      WRITE(3,250)K,X1(K),K,X2(K)
250   FORMAT(2X,'X1(',I2,')=',F9.6,21X,
     1'X2(',I2,')=',F9.6,//)
      J=1
      DO 270 I=2,25,2
      J=J+2
270   WRITE(3,290)I,K,TETAZ(I,K),J,K,TETAZ(J,K)
290   FORMAT(2(2X,'TETAZERO(',I2,I3,')=',F9.6,2X))
      IF(K-25)235,310,310
C
C     METODO DO COEF. DE RECALQUE
C
310   BL=SQRT(PI*R**2)
      PT=D1*HT*GAMAC
      PM=2*(R-D1/2.0)*PT/R**2+Q
      PL=PM-GAMAS*T
      SM=PL*BL*FSZ/ELS
      CM=SM/PM
      WRITE(3,315)PM,CM
315   FORMAT(1H1,//,10X,'PRES MEDIA PM=',
     1F9.6,/,10X,'INV COEF REC CM=',F10.6,/)
      WRITE(12'1)FI3,FI4
      WRITE(13'1)X2
      CALL LINK(TANK1)
      END
```

```
PAGE   5

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     196   VARIABLES   1792   PROGRAM   2144

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TANKO
CART ID 0001   DB ADDR  35AE   DB CNT   00A0

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION P(25),A(25,25),BETA(25),FA(25),
     1TETAZ(25,25),RO(25),FI1(25)
      COMMON XN,R,Q,D1,HT,GAMAS,ELS,GAMAC,EB
     1,T,H,XMIB,FSZ
     2,ID,IE,IK,IL,IP,IQ
     3,PI,PM,CM,RZERO,AK,PZERO,XNZRO
     4,BETA,FI1,RO,P
      DEFINE FILE1(4,318,U,ID)
      DEFINE FILE2(1,50,U,IE)
      DEFINE FILE7(1,50,U,IK)
      DEFINE FILE8(1,50,U,IL)
      DEFINE FILE12(2,50,U,IP)
      DEFINE FILE13(1,50,U,IQ)
C
C     CALCULO DAS ORDENADAS
C     DE PRESSOES
C
      READ(1'1)TETAZ
      READ(2'1)FA
      DO 320 K=1,25
320   A(1,K)=2.*BETA(K)/XN
      P(1)=PM
      DO 345 I=2,25
      P(I)=FA(I)*RZERO
      A(I,1)=(TETAZ(I,1)-CM*RZERO)
      DO 345 K=2,25
      IF(I-K)330,340,330
```

```
PAGE   6

330    A(I,K)=TETAZ(I,K)
       GO TO 345
340    A(I,K)=(TETAZ(I,K)+CM*RZERO)
345    CONTINUE
       N=25
       CALL SIMQ(A,P,N,KS)
       WRITE(3,346)
346    FORMAT(//,10X,'ORDENADAS DE PRESSOES',//)
       I=-1
       J=0
350    I=I+2
       J=J+2
       WRITE(3,360)I,P(I),J,P(J)
       IF(I-23)350,355,355
355    I=25
       WRITE(3,370)I,P(I)
360    FORMAT(10X,2('P(',I2,')=',F9.6,5X))
370    FORMAT(10X,'P(',I2,')=',F9.6)
       CALL LINK(TANK2)
       END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     246   VARIABLES    2600   PROGRAM     286

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS   UA   TANK1
CART ID 0001    DB ADDR   364E    DB CNT    0017

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
       DIMENSION BETA(25),P(25),
      1RO(25),FI1(25)
      2,EPSR(25),EPST(25)
      3,XMRQ(25),XMTQ(25)
       COMMON XN,R,Q,D1,HT,GAMAS,ELS,GAMAC,EB
      1,T,H,XMIB,FSZ
      2,ID,IE,IK,IL,IP,IQ
      3,PI,PM,CM,RZERO,AK,PZERO,XNZRO
```

PAGE 7

```
     4,BETA,FI1,RO,P
      DEFINE FILE1(4,318,U,ID)
      DEFINE FILE2(1,50,U,IE)
      DEFINE FILE7(1,50,U,IK)
      DEFINE FILE8(1,50,U,IL)
      DEFINE FILE12(2,50,U,IP)
      DEFINE FILE13(1,50,U,IQ)
      XR=2.0/R
      CALL SCALF(XR,1.0,0.0,0.0)
      XR1=R/5.0
      XR4=2*XR1
      CALL FGRID(0,0.0,0.0,XR1,10)
      CALL FPLOT(-2,0.0,0.0)
      ABC=-R/25.0
      DO 371 I=1,25
      ABC=ABC+R/25.0
371   CALL FPLOT(2,ABC,-P(I))
      ABC=ABC+R/25.0
      DO 372 I=1,25
      J=26-I
      ABC=ABC+R/25.0
372   CALL FPLOT(0,ABC,-P(J))
      CALL FPLOT(-1,ABC,0.0)
      CALL FCHAR(XR4,+1.0,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,373)
373   FORMAT('DIAGRAMA  DE  PRESSOES')
      CALL FCHAR(XR4,+1.5,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,374)
374   FORMAT('MET. COEF. DE RECALQUE')
      DO 375 I=5,55,5
      J=I-5
      EFG=J*R/25.0
      FGH=EFG-0.4
      CALL FCHAR(FGH,+0.1,0.08,0.1,1.57)
375   WRITE(7,376)EFG
376   FORMAT(F6.1)
      DO 377 I=1,4
      GHI=I/2.0
      HIJ=GHI
      AIJ=R/4.8
      CALL FCHAR(-AIJ,-HIJ,0.08,0.1,0.0)
377   WRITE(7,378)GHI
378   FORMAT(F3.1)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-0.5)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-1.0)
```

```
PAGE   8
      CALL FPLOT(2,0.0,-1.0)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-1.0)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-1.5)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-2.0)
      CALL FPLOT(2,0.0,-2.0)
      CALL POINT(2)
      BIJ=R/4.0
      CALL FCHAR(-BIJ,-1.,0.08,0.12,1.57)
      WRITE(7,379)
379   FORMAT('KG/CM 2')
      ABCD=2.9*R
      CALL FPLOT(1,ABCD,0.0)
C
C     CALCULO DOS MOMENTOS FLETORES
C
      WRITE(3,385)
385   FORMAT(1H1,//,10X,'FATORES DE INFLUENCIA DE'
     1,' MOMENTOS',/,10X,'DEVIDO CARREGAMENTO UNIFORME',//)
      DO 400 I=1,25
      EPSR(I)=(3+XMIB)*FI1(I)/16
      EPST(I)=(2*(1-XMIB)+(1+3*XMIB)*FI1(I))/16
      WRITE(3,390)I,EPSR(I),I,EPST(I)
390   FORMAT(10X,'EPSR(',I2,')=',F9.6,4X,
     1'EPST(',I2,')=',F9.6)
      XMRQ(I)=Q*R**2*EPSR(I)
400   XMTQ(I)=Q*R**2*EPST(I)
      WRITE(7'1)XMRQ
      WRITE(8'1)XMTQ
      CALL LINK(TANK3)
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     246  VARIABLES    274  PROGRAM    702

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  TANK2
```

```
PAGE   9

CART ID 0001   DB ADDR  3665   DB CNT   0034

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION XMRT(25),XMTT(25),RO(25),BETA(25),
     1EPSLR(25,25),X2(25),EPSLT(25,25),FI4(25),
     2FI3(25),P(25),XMRR(25),XMTR(25),
     3XMRQ(25),XMTQ(25)
      COMMON XN,R,Q,D1,HT,GAMAS,ELS,GAMAC,EB
     1,T,H,XMIB,FSZ
     2,ID,IE,IK,IL,IP,IQ
     3,PI,PM,CM,RZERO,AK,PZERO,XNZRO
     4,BETA,XMRT,RO,P,XMTT
      DEFINE FILE1(4,318,U,ID)
      DEFINE FILE2(1,50,U,IE)
      DEFINE FILE7(1,50,U,IK)
      DEFINE FILE8(1,50,U,IL)
      DEFINE FILE12(2,50,U,IP)
      DEFINE FILE13(1,50,U,IQ)
      READ(7'1)XMRQ
      READ(8'1)XMTQ
      READ(12'1)FI3,FI4
      READ(13'1)X2
      DO 440 I=1,25
      DO 440 K=1,25
      IF(RO(I)-BETA(K))420,420,430
420   EPSLR(I,K)=BETA(K)*X2(K)/(4*XN)
      EPSLT(I,K)=BETA(K)*X2(K)/(4*XN)
      GO TO 440
430   EPSLR(I,K)=((1-XMIB)*BETA(K)**2*FI
     14(I)-2*(1+XMIB)*FI3(I))*BETA(K)/(4*XN)
      EPSLT(I,K)=(-(1-XMIB)*BETA(K)**2*F
     1I4(I)-2*(1+XMIB)*FI3(I)+2*(1-XMIB)
     2*(1-BETA(K)**2))*BETA(K)/(4*XN)
440   CONTINUE
      WRITE(3,445)
445   FORMAT(//,10X,'DEVIDO REACAO DE CONTACTO',)
      DO 460 I=1,25
      WRITE(3,450)
450   FORMAT(//)
      DO 460 K=1,25
460   WRITE(3,470)I,K,EPSLR(I,K),I,K,EPS
     1LT(I,K)
470   FORMAT(10X,'EPSLR(',I2,I3,')=',
```

```
PAGE  10

      1F9.6,5X,'EPSLT(',I2,I3,')=',F9.6)
       WRITE(3,495)
       DO 490 I=1,25
       XMRR(I)=0.0
       XMTR(I)=0.0
       DO 480 K=1,25
       XMRR(I)=XMRR(I)+R**2*P(K)*EPSLR(I,K)
480    XMTR(I)=XMTR(I)+R**2*P(K)*EPSLT(I,K)
       XMRT(I)=XMRQ(I)-XMRR(I)
       XMTT(I)=XMTQ(I)-XMTR(I)
490    WRITE(3,500)I,XMRT(I),I,XMTT(I)
495    FORMAT(//,10X,'MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS',//)
500    FORMAT(10X,'XMRT(',I2,')=',F9.2,5X
      1,'XMTT(',I2,')=',F9.2)
       CALL LINK(TANK4)
       END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     296  VARIABLES   2910  PROGRAM    584

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TANK3
CART ID 0001   DB ADDR  3699   DB CNT   002D

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
       DIMENSION XMRT(25),XMTT(25),BETA(25),
      1RO(25),P(25),ABC(25),XMOM(25),YMOM(25)
       COMMON XN,R,Q,D1,HT,GAMAS,ELS,GAMAC,EB
      1,T,H,XMIB,FSZ
      2,ID,IE,IK,IL,IP,IQ
      3,PI,PM,CM,RZERO,AK,PZERO,XNZRO
      4,BETA,XMRT,RO,P,XMTT
       DEFINE FILE1(4,318,U,ID)
       DEFINE FILE2(1,50,U,IE)
       DEFINE FILE7(1,50,U,IK)
       DEFINE FILE8(1,50,U,IL)
```

PAGE 11

```
      DEFINE FILE12(2,50,U,IP)
      DEFINE FILE13(1,50,U,IQ)
      DO 505 I=1,25
      XMOM(I)=ABS(XMRT(I))
505   YMOM(I)=ABS(XMTT(I))
      IF(XMOM(25)-YMOM(25))510,510,520
510   YR=3.0/YMOM(25)
      EV=YMOM(25)/10.0
      GO TO 530
520   YR=3.0/XMOM(25)
      EV=XMOM(25)/10.0
530   XR=2.0/R
      CALL SCALF(XR,YR,0.0,0.0)
      XR1=R/5.0
      XR2=10.5*(R/5.0)
      XR4=2*XR1
      XR5=13.2*XR1
      XR6=2.4*XR1
      CALL FGRID(0,0.0,0.0,XR1,10)
      CALL FPLOT(-2,XR2,0.0)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      L=12
      CALL FGRID(1,0.0,0.0,EV,L)
      XL=EV*L+EV/3.0
      CALL FPLOT(-2,0.0,XL)
      CALL POINT(5)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      CALL FGRID(3,0.0,0.0,EV,L)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-XL)
      CALL POINT(3)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      DO 590 I=1,25
      ABC(I)=R-RO(I)*R
590   CALL FPLOT(2,ABC(I),-XMRT(I))
      DO 600 I=1,25
      J=26-I
      ABC(I)=R+RO(J)*R
600   CALL FPLOT(0,ABC(I),-XMRT(J))
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      DO 610 I=1,25
      ABC(I)=R-RO(I)*R
610   CALL FPLOT(2,ABC(I),-XMTT(I))
      DO 620 I=1,25
      J=26-I
      ABC(I)=R+RO(J)*R
```

PAGE 12

```
620    CALL FPLOT(0,ABC(I),-XMTT(J))
       CALL FPLOT(-1,ABC(25),0.0)
       IF(XMOM(25)-YMOM(25))603,602,602
602    YR1=1.3*XMOM(25)
       GO TO 604
603    YR1=1.3*YMOM(25)
604    YR2=YR1+0.1*YR1
       YR3=YR1/6.0
       CALL FCHAR(XR1,YR1,0.1,0.2,0.0)
       WRITE(7,630)
630    FORMAT('DIAGRAMA DE MOM. RADIAIS E TANGENCIAIS')
       CALL FCHAR(XR1,YR2,0.1,0.2,0.0)
       WRITE(7,640)
640    FORMAT('METODO  DO  COEFICIENTE  DE  RECALQUE')
       DO 650 I=10,55,5
       J=I-5
       EFG=J*R/25.0
       FGH=EFG-0.4
       CALL FCHAR(FGH,-YR3,0.08,0.1,1.57)
650    WRITE(7,660)EFG
660    FORMAT(F6.1)
       AV=0.0
       DO 670 I=1,L
       IF(XMOM(25)-YMOM(25))663,662,662
662    AV=AV+XMOM(25)/10.0
       GO TO 664
663    AV=AV+YMOM(25)/10.0
664    CALL FCHAR(-XR4,-AV,0.08,0.1,0.0)
670    WRITE(7,680)AV
680    FORMAT(F8.1)
       AV=0.0
       DO 681 I=1,L
       IF(XMOM(25)-YMOM(25))683,682,682
682    AV=AV+XMOM(25)/10.0
       GO TO 684
683    AV=AV+YMOM(25)/10.0
684    CALL FCHAR(-XR4,AV,0.08,0.1,0.0)
       AT=-AV
681    WRITE(7,685)AT
685    FORMAT(F8.1)
       CALL FCHAR(-XR6,YR3,0.08,0.12,1.57)
       WRITE(7,689)
689    FORMAT('KG.CM/CM')
       CALL FPLOT(1,XR5,0.0)
       CALL EXIT
       END
```

```
PAGE  13

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON    296  VARIABLES    236  PROGRAM    902

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  TANK4
CART ID 0001   DB ADDR  36C6   DB CNT   0041
```

```
PAGE   1

// JOB

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0001        0001        0000

V2 M09   ACTUAL  8K  CONFIG  8K

// XEQ TANK0
```

```
DADOS
XN=25.0          PC=     6030.0     XMIB=0.400000
H= 1.96          R=    50.00        EB=   37000.00
GAMAS=0.0015     GAMAC=0.0018       HT=     50.00
FSZ=0.5000       T=      8.00       D1=      0.40
ELS=    47.00

RZERO=0.0445748                        Q=0.700000

RO( 2)=0.960000             WZERO( 2)=0.036248
RO( 3)=0.920000             WZERO( 3)=0.072835
RO( 4)=0.880000             WZERO( 4)=0.109536
RO( 5)=0.840000             WZERO( 5)=0.146130
RO( 6)=0.800000             WZERO( 6)=0.182412
RO( 7)=0.760000             WZERO( 7)=0.218181
RO( 8)=0.720000             WZERO( 8)=0.253250
RO( 9)=0.680000             WZERO( 9)=0.287439
RO(10)=0.640000             WZERO(10)=0.320580
RO(11)=0.600000             WZERO(11)=0.352512
RO(12)=0.560000             WZERO(12)=0.383085
RO(13)=0.520000             WZERO(13)=0.412159
RO(14)=0.480000             WZERO(14)=0.439604
RO(15)=0.440000             WZERO(15)=0.465299
RO(16)=0.400000             WZERO(16)=0.489131
RO(17)=0.360000             WZERO(17)=0.511001
RO(18)=0.320000             WZERO(18)=0.530815
RO(19)=0.280000             WZERO(19)=0.548492
```

RO(20)=0.240000	WZERO(20)=0.563958
RO(21)=0.200000	WZERO(21)=0.577151
RO(22)=0.160000	WZERO(22)=0.588019
RO(23)=0.120000	WZERO(23)=0.596516
RO(24)=0.080000	WZERO(24)=0.602610
RO(25)=0.040000	WZERO(25)=0.606276

FLEXAS DA PLACA CONSIDERANDO-A
SIMPLESMENTE APOIADA NO CONTORNO

FA(2)= 0.5692	FA(3)= 1.143810
FA(4)= 1.7201	FA(5)= 2.294828
FA(6)= 2.8645	FA(7)= 3.426305
FA(8)= 3.9770	FA(9)= 4.513932
FA(10)= 5.0343	FA(11)= 5.535822
FA(12)= 6.0159	FA(13)= 6.472528
FA(14)= 6.9035	FA(15)= 7.307025
FA(16)= 7.6812	FA(17)= 8.024728
FA(18)= 8.3358	FA(19)= 8.613479
FA(20)= 8.8563	FA(21)= 9.063550
FA(22)= 9.2342	FA(23)= 9.367652
FA(24)= 9.4633	FA(25)= 9.520919

VALORES DE FIO A FI4

RO	FIO	FI1	FI2	FI3	FI4
1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.96	0.1506	0.0784	-0.0376	-0.0408	0.0850
0.92	0.2836	0.1536	-0.0705	-0.0833	0.1814
0.88	0.4003	0.2256	-0.0989	-0.1278	0.2913
0.84	0.5021	0.2944	-0.1230	-0.1743	0.4172
0.80	0.5904	0.3600	-0.1428	-0.2231	0.5625
0.76	0.6663	0.4224	-0.1585	-0.2744	0.7313
0.72	0.7312	0.4816	-0.1702	-0.3285	0.9290
0.68	0.7861	0.5376	-0.1783	-0.3856	1.1626
0.64	0.8322	0.5904	-0.1827	-0.4462	1.4414
0.60	0.8704	0.6400	-0.1838	-0.5108	1.7777
0.56	0.9016	0.6864	-0.1818	-0.5798	2.1887
0.52	0.9268	0.7296	-0.1768	-0.6539	2.6982
0.48	0.9469	0.7696	-0.1691	-0.7339	3.3402
0.44	0.9625	0.8064	-0.1589	-0.8209	4.1652
0.40	0.9744	0.8400	-0.1466	-0.9162	5.2499
0.36	0.9832	0.8704	-0.1324	-1.0216	6.7160
0.32	0.9895	0.8976	-0.1166	-1.1394	8.7656
0.28	0.9938	0.9215	-0.0998	-1.2729	11.7550
0.24	0.9966	0.9424	-0.0822	-1.4271	16.3611
0.20	0.9984	0.9600	-0.0643	-1.6094	23.9999
0.16	0.9993	0.9744	-0.0469	-1.8325	38.0624
0.12	0.9997	0.9856	-0.0305	-2.1202	68.4444
0.08	0.9999	0.9936	-0.0161	-2.5257	155.2498
0.04	0.9999	0.9984	-0.0051	-3.2188	623.9975

B(1)= 49.000 BETA(1)=0.980000

X1(1)= 0.080313 X2(1)= 0.080328

TETAZERO(2 1)= 0.000110	TETAZERO(3 1)= 0.000217
TETAZERO(4 1)= 0.000319	TETAZERO(5 1)= 0.000416
TETAZERO(6 1)= 0.000509	TETAZERO(7 1)= 0.000598
TETAZERO(8 1)= 0.000682	TETAZERO(9 1)= 0.000761
TETAZERO(10 1)= 0.000836	TETAZERO(11 1)= 0.000906
TETAZERO(12 1)= 0.000972	TETAZERO(13 1)= 0.001033
TETAZERO(14 1)= 0.001090	TETAZERO(15 1)= 0.001142
TETAZERO(16 1)= 0.001190	TETAZERO(17 1)= 0.001233
TETAZERO(18 1)= 0.001271	TETAZERO(19 1)= 0.001305
TETAZERO(20 1)= 0.001335	TETAZERO(21 1)= 0.001360
TETAZERO(22 1)= 0.001380	TETAZERO(23 1)= 0.001396
TETAZERO(24 1)= 0.001407	TETAZERO(25 1)= 0.001414

```
TETAZERO(14 23)= 0.009088      TETAZERO(15 23)= 0.009734
TETAZERO(16 23)= 0.010357      TETAZERO(17 23)= 0.010954
TETAZERO(18 23)= 0.011521      TETAZERO(19 23)= 0.012051
TETAZERO(20 23)= 0.012540      TETAZERO(21 23)= 0.012979
TETAZERO(22 23)= 0.013359      TETAZERO(23 23)= 0.013667
TETAZERO(24 23)= 0.013891      TETAZERO(25 23)= 0.014026

B(24)=  3.000                          BETA(24)=0.060000
X1(24)= 3.359400                        X2(24)= 8.475389

TETAZERO( 2 24)= 0.000460      TETAZERO( 3 24)= 0.000927
TETAZERO( 4 24)= 0.001399      TETAZERO( 5 24)= 0.001876
TETAZERO( 6 24)= 0.002355      TETAZERO( 7 24)= 0.002835
TETAZERO( 8 24)= 0.003316      TETAZERO( 9 24)= 0.003795
TETAZERO(10 24)= 0.004271      TETAZERO(11 24)= 0.004744
TETAZERO(12 24)= 0.005210      TETAZERO(13 24)= 0.005668
TETAZERO(14 24)= 0.006117      TETAZERO(15 24)= 0.006553
TETAZERO(16 24)= 0.006975      TETAZERO(17 24)= 0.007381
TETAZERO(18 24)= 0.007766      TETAZERO(19 24)= 0.008129
TETAZERO(20 24)= 0.008465      TETAZERO(21 24)= 0.008769
TETAZERO(22 24)= 0.009037      TETAZERO(23 24)= 0.009261
TETAZERO(24 24)= 0.009431      TETAZERO(25 24)= 0.009535

B(25)=  1.000                          BETA(25)=0.020000
X1(25)= 3.394258                        X2(25)=11.553422

TETAZERO( 2 25)= 0.000231      TETAZERO( 3 25)= 0.000466
TETAZERO( 4 25)= 0.000703      TETAZERO( 5 25)= 0.000942
TETAZERO( 6 25)= 0.001183      TETAZERO( 7 25)= 0.001424
TETAZERO( 8 25)= 0.001666      TETAZERO( 9 25)= 0.001907
TETAZERO(10 25)= 0.002147      TETAZERO(11 25)= 0.002384
TETAZERO(12 25)= 0.002619      TETAZERO(13 25)= 0.002850
TETAZERO(14 25)= 0.003075      TETAZERO(15 25)= 0.003296
TETAZERO(16 25)= 0.003509      TETAZERO(17 25)= 0.003713
TETAZERO(18 25)= 0.003909      TETAZERO(19 25)= 0.004093
TETAZERO(20 25)= 0.004264      TETAZERO(21 25)= 0.004420
TETAZERO(22 25)= 0.004558      TETAZERO(23 25)= 0.004676
TETAZERO(24 25)= 0.004768      TETAZERO(25 25)= 0.004828
```

```
PRES MEDIA PM= 0.701434
INV COEF REC CM=  0.926665


ORDENADAS DE PRESSOES

P( 1)= 0.703077        P( 2)= 0.702714
P( 3)= 0.702363        P( 4)= 0.702030
P( 5)= 0.701731        P( 6)= 0.701458
P( 7)= 0.701217        P( 8)= 0.701009
P( 9)= 0.700842        P(10)= 0.700707
P(11)= 0.700605        P(12)= 0.700541
P(13)= 0.700509        P(14)= 0.700509
P(15)= 0.700544        P(16)= 0.700612
P(17)= 0.700696        P(18)= 0.700817
P(19)= 0.700955        P(20)= 0.701113
P(21)= 0.701278        P(22)= 0.701461
P(23)= 0.701635        P(24)= 0.701794
P(25)= 0.701920
```

FATORES DE INFLUENCIA DE MOMENTOS
DEVIDO CARREGAMENTO UNIFORME

EPSR(1)= 0.000000	EPST(1)= 0.075000
EPSR(2)= 0.016660	EPST(2)= 0.085780
EPSR(3)= 0.032640	EPST(3)= 0.096120
EPSR(4)= 0.047940	EPST(4)= 0.106020
EPSR(5)= 0.062560	EPST(5)= 0.115480
EPSR(6)= 0.076500	EPST(6)= 0.124500
EPSR(7)= 0.089760	EPST(7)= 0.133080
EPSR(8)= 0.102340	EPST(8)= 0.141220
EPSR(9)= 0.114240	EPST(9)= 0.148920
EPSR(10)= 0.125459	EPST(10)= 0.156179
EPSR(11)= 0.136000	EPST(11)= 0.163000
EPSR(12)= 0.145860	EPST(12)= 0.169380
EPSR(13)= 0.155040	EPST(13)= 0.175320
EPSR(14)= 0.163540	EPST(14)= 0.180819
EPSR(15)= 0.171360	EPST(15)= 0.185880
EPSR(16)= 0.178499	EPST(16)= 0.190499
EPSR(17)= 0.184960	EPST(17)= 0.194680
EPSR(18)= 0.190739	EPST(18)= 0.198419
EPSR(19)= 0.195839	EPST(19)= 0.201719
EPSR(20)= 0.200260	EPST(20)= 0.204580
EPSR(21)= 0.203999	EPST(21)= 0.206999
EPSR(22)= 0.207060	EPST(22)= 0.208979
EPSR(23)= 0.209440	EPST(23)= 0.210519
EPSR(24)= 0.211139	EPST(24)= 0.211620
EPSR(25)= 0.212160	EPST(25)= 0.212280

DEVIDO REACAO DE CONTACTO

EPSLR(1 1)= 0.000000	EPSLT(1 1)= 0.000465
EPSLR(1 2)= 0.000000	EPSLT(1 2)= 0.001312
EPSLR(1 3)= 0.000000	EPSLT(1 3)= 0.002052
EPSLR(1 4)= 0.000000	EPSLT(1 4)= 0.002687
EPSLR(1 5)= 0.000000	EPSLT(1 5)= 0.003223
EPSLR(1 6)= 0.000000	EPSLT(1 6)= 0.003665
EPSLR(1 7)= 0.000000	EPSLT(1 7)= 0.004017
EPSLR(1 8)= 0.000000	EPSLT(1 8)= 0.004284
EPSLR(1 9)= 0.000000	EPSLT(1 9)= 0.004470
EPSLR(1 10)= 0.000000	EPSLT(1 10)= 0.004580
EPSLR(1 11)= 0.000000	EPSLT(1 11)= 0.004618

EPSLR(24 3)= 0.003681	EPSLT(24 3)= 0.003681
EPSLR(24 4)= 0.004975	EPSLT(24 4)= 0.004975
EPSLR(24 5)= 0.006168	EPSLT(24 5)= 0.006168
EPSLR(24 6)= 0.007259	EPSLT(24 6)= 0.007259
EPSLR(24 7)= 0.008247	EPSLT(24 7)= 0.008247
EPSLR(24 8)= 0.009132	EPSLT(24 8)= 0.009132
EPSLR(24 9)= 0.009913	EPSLT(24 9)= 0.009913
EPSLR(24 10)= 0.010588	EPSLT(24 10)= 0.010588
EPSLR(24 11)= 0.011155	EPSLT(24 11)= 0.011155
EPSLR(24 12)= 0.011611	EPSLT(24 12)= 0.011611
EPSLR(24 13)= 0.011954	EPSLT(24 13)= 0.011954
EPSLR(24 14)= 0.012177	EPSLT(24 14)= 0.012177
EPSLR(24 15)= 0.012277	EPSLT(24 15)= 0.012277
EPSLR(24 16)= 0.012245	EPSLT(24 16)= 0.012245
EPSLR(24 17)= 0.012074	EPSLT(24 17)= 0.012074
EPSLR(24 18)= 0.011751	EPSLT(24 18)= 0.011751
EPSLR(24 19)= 0.011261	EPSLT(24 19)= 0.011261
EPSLR(24 20)= 0.010583	EPSLT(24 20)= 0.010583
EPSLR(24 21)= 0.009687	EPSLT(24 21)= 0.009687
EPSLR(24 22)= 0.008530	EPSLT(24 22)= 0.008530
EPSLR(24 23)= 0.007041	EPSLT(24 23)= 0.007041
EPSLR(24 24)= 0.004444	EPSLT(24 24)= 0.004759
EPSLR(24 25)= 0.001421	EPSLT(24 25)= 0.001646

EPSLR(25 1)= 0.000787	EPSLT(25 1)= 0.000787
EPSLR(25 2)= 0.002285	EPSLT(25 2)= 0.002285
EPSLR(25 3)= 0.003681	EPSLT(25 3)= 0.003681
EPSLR(25 4)= 0.004975	EPSLT(25 4)= 0.004975
EPSLR(25 5)= 0.006168	EPSLT(25 5)= 0.006168
EPSLR(25 6)= 0.007259	EPSLT(25 6)= 0.007259
EPSLR(25 7)= 0.008247	EPSLT(25 7)= 0.008247
EPSLR(25 8)= 0.009132	EPSLT(25 8)= 0.009132
EPSLR(25 9)= 0.009913	EPSLT(25 9)= 0.009913
EPSLR(25 10)= 0.010588	EPSLT(25 10)= 0.010588
EPSLR(25 11)= 0.011155	EPSLT(25 11)= 0.011155
EPSLR(25 12)= 0.011611	EPSLT(25 12)= 0.011611
EPSLR(25 13)= 0.011954	EPSLT(25 13)= 0.011954
EPSLR(25 14)= 0.012177	EPSLT(25 14)= 0.012177
EPSLR(25 15)= 0.012277	EPSLT(25 15)= 0.012277
EPSLR(25 16)= 0.012245	EPSLT(25 16)= 0.012245
EPSLR(25 17)= 0.012074	EPSLT(25 17)= 0.012074
EPSLR(25 18)= 0.011751	EPSLT(25 18)= 0.011751
EPSLR(25 19)= 0.011261	EPSLT(25 19)= 0.011261
EPSLR(25 20)= 0.010583	EPSLT(25 20)= 0.010583
EPSLR(25 21)= 0.009687	EPSLT(25 21)= 0.009687
EPSLR(25 22)= 0.008530	EPSLT(25 22)= 0.008530
EPSLR(25 23)= 0.007041	EPSLT(25 23)= 0.007041

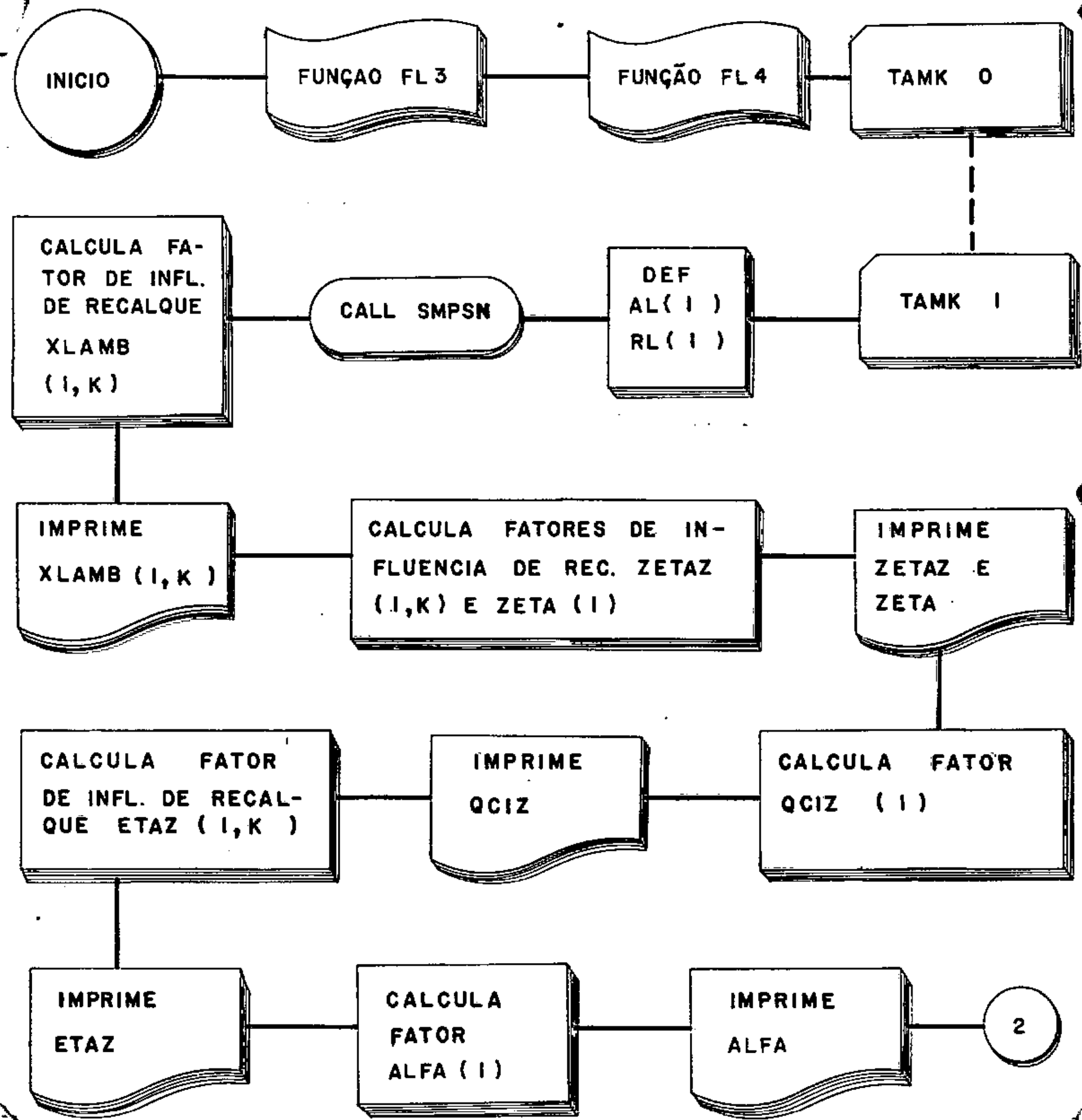
```
EPSLR(25 24)= 0.005085      EPSLT(25 24)= 0.005085
EPSLR(25 25)= 0.001832      EPSLT(25 25)= 0.002012
```

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS

XMRT(1)=	0.00	XMTT(1)=	-0.29
XMRT(2)=	-0.06	XMTT(2)=	-0.33
XMRT(3)=	-0.11	XMTT(3)=	-0.36
XMRT(4)=	-0.16	XMTT(4)=	-0.39
XMRT(5)=	-0.20	XMTT(5)=	-0.42
XMRT(6)=	-0.24	XMTT(6)=	-0.44
XMRT(7)=	-0.27	XMTT(7)=	-0.46
XMRT(8)=	-0.30	XMTT(8)=	-0.48
XMRT(9)=	-0.33	XMTT(9)=	-0.50
XMRT(10)=	-0.35	XMTT(10)=	-0.52
XMRT(11)=	-0.38	XMTT(11)=	-0.54
XMRT(12)=	-0.40	XMTT(12)=	-0.56
XMRT(13)=	-0.42	XMTT(13)=	-0.58
XMRT(14)=	-0.45	XMTT(14)=	-0.60
XMRT(15)=	-0.47	XMTT(15)=	-0.61
XMRT(16)=	-0.49	XMTT(16)=	-0.63
XMRT(17)=	-0.52	XMTT(17)=	-0.65
XMRT(18)=	-0.54	XMTT(18)=	-0.67
XMRT(19)=	-0.57	XMTT(19)=	-0.70
XMRT(20)=	-0.60	XMTT(20)=	-0.72
XMRT(21)=	-0.62	XMTT(21)=	-0.74
XMRT(22)=	-0.65	XMTT(22)=	-0.77
XMRT(23)=	-0.69	XMTT(23)=	-0.80
XMRT(24)=	-0.73	XMTT(24)=	-0.84
XMRT(25)=	-0.79	XMTT(25)=	-0.89

4.4. METODO DO MODULO DE RIGIDEZ

O fluxo do programa para este método é em parte semelhante ao do método anterior. Consequentemente, a figura 56 mostrará sòmente as etapas adicionais ou diferentes daquelas do diagrama de blocos da figura 54.



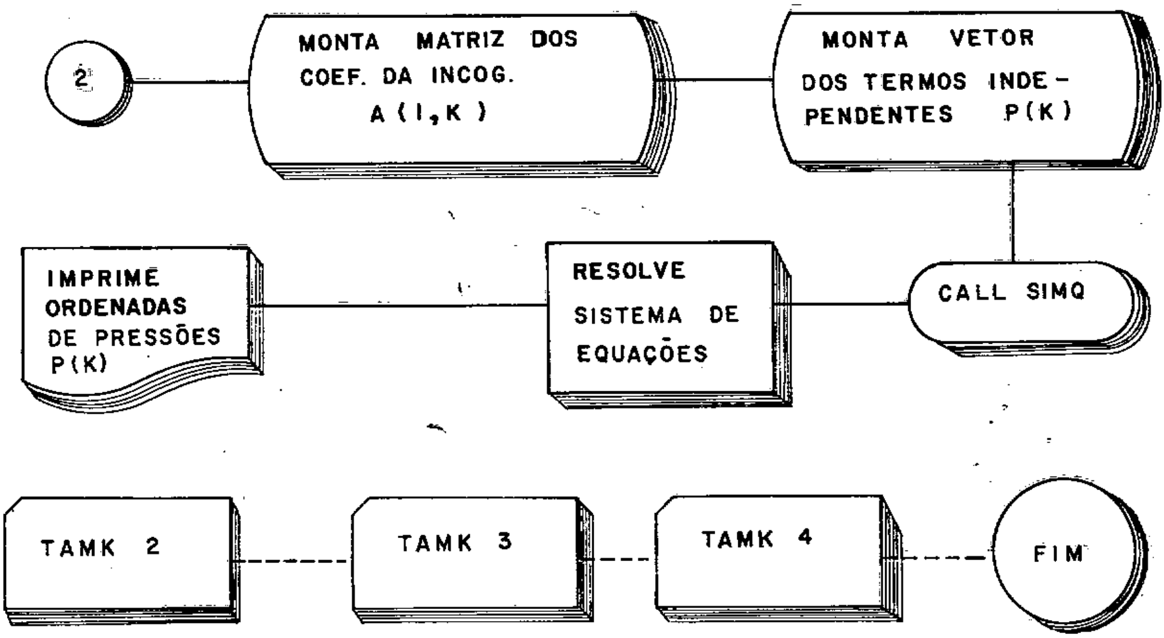


Fig. **56** Fluxograma _ Metodo do Módulo de Rigidez

Devido a não linearidade do diagrama de pressões, ao (relativamente) pequeno número de subdivisões e à aplicabilidade do referido método, os elementos subdivididos foram considerados trapezoidais tanto para o cálculo dos fatores de influência de recalque TETAZERO, como para os fatores de influência de momentos EPSLR e EPSLT.

Na realidade, nem a subdivisão em retangulos e nem em trapézios é absolutamente precisa, porque salvo em alguns casos do método do Coeficiente de Recalques, dois pontos vizi nhos do diagrama de contato são ligados por um trecho curvo e não por um segmento de reta como se considerou.

Entretanto a precisão que se obtem é plenamente justificável para efeito prático. Tal fato fora confirmado comparando-se os resultados obtidos , subdividindo-se o referido diagrama em 10 e 20 partes.

O programa TAMK, utilizando o computador IBM 1130 nas condições já descritas no ítem 4.3., leva 30 min. para ser executado totalmente, dos quais 9 min. são gastos para listar o programa, e 2,1 min. para traçar diagramas.

Estando gravado a priori em disco, bem como as subrotinas necessárias, listando sômente tabelas de pressões de contato e momentos finais e plotando-os,o tempo de execução cai para 8,08 min.

```
PAGE   1

// JOB

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0001        0001        0000

V2 M09   ACTUAL  8K  CONFIG  8K

// DUP

*DELETE                 TAMK4
CART ID 0001   DB ADDR  3698   DB CNT   0046

*DELETE                 TAMK3
CART ID 0001   DB ADDR  3636   DB CNT   0062

*DELETE                 TAMK2
CART ID 0001   DB ADDR  3608   DB CNT   002E

*DELETE                 TAMK1
CART ID 0001   DB ADDR  35BE   DB CNT   004A

*DELETE                 TAMK0
CART ID 0001   DB ADDR  3540   DB CNT   007E

*DELETE                 FL4
CART ID 0001   DB ADDR  353C   DB CNT   0004

*DELETE                 FL3
CART ID 0001   DB ADDR  3538   DB CNT   0004

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      FUNCTION FL3(TETA)
      COMMON AK
      FL3=SQRT(1.0-AK**2*(SIN(TETA)**2))
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FL3
 COMMON       2  VARIABLES       6  PROGRAM      34
```

```
PAGE   2

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0009 (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  FL3
CART ID 0001   DB ADDR  3538   DB CNT   0004

// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      FUNCTION FL4(TETA)
      COMMON AK
      FL4=1.0/(SQRT(1.0-AK*AK*(SIN(TETA)*SIN(TETA))))
      RETURN
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR FL4
 COMMON       2  VARIABLES       8  PROGRAM      42

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 000A (HEX)

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  FL4
CART ID 0001   DB ADDR  353C   DB CNT   0004

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION RO(10),WZERO(10),FA(10),FI0(10),FI1(10)
     1,FI2(10),FI3(10),FI4(10),B(10),BETA(10),X1(10)
     2,X2(10),FB(10,10),TETAZ(10,10),P(10)
      COMMON AK,XMIB,Q,R,XN,ELS,EB,H,GAMAS
     1,T,D1,HT,GAMAC,FSZ,PI,PC,
     2P,RO,FI1,BETA,X2,FI3,FI4,FA
     3,TETAZ
C
C     PROGRAMA DE TESE  DICKRAN BERBERIAN
```

```
PAGE   3
C       METODO DO MODULO DE RIGIDEZ
C       CALCULO DAS FLEXAS, CONSIDERANDO-SE A PLACA
C       SIMPLESMENTE APOIADA NO CONTORNO
C
        READ(2,10)PC,H,XMIB,R,EB,Q,XN
       1,GAMAS,GAMAC,HT,FSZ,T,D1,ELS
10      FORMAT(2F10.2,F10.8,2F10.2,2F10.6,/,7F10.4)
        PI=3.1415927
        RZERO=(EB*H**3)/(R**4)
        RO(1)=1.0
        DO 20 I=2,10
        RO(I)=1-(I-1)/XN
        WZERO(I)=3*(1-XMIB**2)*(1-RO(I)**2)*((5+XMIB)
       1/(1+XMIB)-RO(I)**2)/16
20      FA(I)=Q*WZERO(I)/RZERO
        WRITE(3,30)XN,PC,XMIB,H,R,EB
       1,GAMAS,GAMAC,HT,FSZ,T,D1,ELS
30      FORMAT(1H1,//, 4X,'DADOS',/,4X,
       1'XN=',F4.1,9X,'PC=',F10.1,6X,'XMIB='
       2,F8.6,/, 4X,'H=',F5.2,9X,'R=',F8.2,9X,'EB=',F10.1,
       3/, 4X,'GAMAS=',F6.4,4X,'GAMAC=',F7.4
       4,6X,'HT=',F8.2,/, 4X,'FSZ=',F6.4,6X,'T=',
       5F8.2, 9X,'D1=',F5.2,/,4X,'ELS=',F8.2,//)
        WRITE(3,90)RZERO,Q
90      FORMAT(10X,'RZERO=',F9.7,17X,'Q=',F8.6,/)
        DO 40 J=2,10
40      WRITE(3,50)J,RO(J),J,WZERO(J)
50      FORMAT(/,10X,'RO(',I2,')=',F8.6,9X,'WZERO(',I2,
       1')=',F8.6)
        WRITE(3,60)
60      FORMAT(///,10X,'FLEXAS   DA   PLACA   CONSIDERANDO-A'
       1,/,10X,'SIMPLESMENTE  APOIADA   NO   CONTORNO',/)
        DO 70 K=2,8
        J=K+1
70      WRITE(3,75)K,FA(K),J,FA(J)
75      FORMAT(/,10X,'FA(',I2,')=',F9.4
       1,4X,'FA(',I2,')=',F9.4)
        K=10
        WRITE(3,80)K,FA(K)

80      FORMAT(/,10X,'FA(',I2,')=',F9.4)
C
C       CALCULO DOS FATORES DE INFLUENCIA DE FLEXAO
C       FIO(I) A FI4(O)
C
        DO 120 I=1,10
```

PAGE 4

```
      FIO(I)=1-RO(I)**4
      FI1(I)=1-RO(I)**2
      FI2(I)=(RO(I)**2)*ALOG(RO(I))
      FI3(I)=ALOG(RO(I))
120   FI4(I)=(1/RO(I)**2)-1
      WRITE(3,130)
130   FORMAT(1H1,//,18X,'VALORES DE FIO A FI4',//
     1,2X,'RO',6X,'FIO',7X,'FI1',7X,'FI2',7X,'FI3'
     2,7X,'FI4',/)
      WRITE(3,140)(RO(I),FIO(I),FI1(I),FI2(I),FI3(I)
     1,FI4(I),I=1,10)
140   FORMAT(2X,F4.2,5F10.4)
C
C     CALCULO DOS FATORES DE INFLUENCIA DE FLEXAO
C     TETA ZERO INDICES I,K
C
      XM=R/XN
      B(1)=R-R/(2.0*XN)
      BETA(1)=B(1)/R
      DO 200 K=2,10
      B(K)=B(1)-(K-1)*R/XN
200   BETA(K)=B(K)/R
      DO 205 K=1,10
      X1(K)=(3+XMIB)*(1-BETA(K)**2)+2.
     1*(1+XMIB)*BETA(K)**2*ALOG(BETA(K))
205   X2(K)=(1-XMIB)*(1-BETA(K)**2)-2.
     1*(1+XMIB)*ALOG(BETA(K))
      DO 230 I=2,10
      DO 208 K=1,10
208   FB(I,K)=((3+XMIB)-(1-XMIB)*BETA(K)**2)*FI1(I)
     1+2*(1+XMIB)*BETA(K)**2*FI3(I)+2*(1+XMIB)*FI2(I)
      K=1
C
C     SEMPRE BETA(K) MAIOR QUE RO(I)
C
      TETAZ(I,K)=BETA(K)*(X1(K)-X2(K)*RO(I)**2)*3.0*
     1(1-XMIB)/(4.0*XN)
      DO 222 K=2,9
      J=K-1
      IF(RO(I)-BETA(K))210,210,212
210   IF(RO(I)-BETA(J))214,214,216
212   IF(RO(I)-BETA(J))218,218,220
214   TETAZ(I,K)=(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)+
     1BETA(K)*(X1(K)-X2(K)*RO(I)**2))*3*(1-XMIB)/(4.0*XN)
      GO TO 222
216   TETAZ(I,K)=(BETA(J)*FB(I,J)+BETA(K)*(X1(K)
```

```
PAGE   5

      1-X2(K)*RO(I)**2))*3*(1-XMIB)/(4.0*XN)
       GO TO 222
218    TETAZ(I,K)=(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)+
      1BETA(K)*FB(I,K))*3*(1-XMIB)/(4.0*XN)
       GO TO 222
220    TETAZ(I,K)=(BETA(J)*FB(I,J)+BETA(K)*FB(I,K))
      1*3*(1-XMIB)/(4.0*XN)
222    CONTINUE
       K=10
       J=K-1
C
C      RO(I) SEMPRE MAIOR DO QUE BETA(K) QUANDO K=10
C
       IF(RO(I)-BETA(J))224,224,226
224    TETAZ(I,K)=(BETA(J)*(X1(J)-X2(J)*RO(I)**2)+
      12.0*BETA(K)*FB(I,K))*3*(1-XMIB)/(4*XN)
       GO TO 230
226    TETAZ(I,K)=(BETA(J)*FB(I,J)+2.0*BETA(K)*FB(I,K))
      1*3*(1-XMIB)/(4.0*XN)
230    CONTINUE
       DO 250 I=2,10
       WRITE(3,240)
240    FORMAT(//)
       DO 250 K=1,10
250    WRITE(3,260)I,K,TETAZ(I,K)
260    FORMAT(10X,'TETAZ(',I2,I3,')=',F9.6)
       CALL LINK(TAMK1)
       END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     392  VARIABLES    324   PROGRAM   1748

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TAMKO
CART ID 0001   DB ADDR  3540   DB CNT   007E

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
```

PAGE 6

```
*LIST SOURCE PROGRAM
      EXTERNAL FL3,FL4
      DIMENSION RO(10),BETA(10),FA(10),X2(10)
     1,FI1(10),FI3(10),FI4(10),TETAZ(10,10),RL(10)
     2,AL(10),XLAMB(10,10),ZETAZ(10,10),ZETA(10)
     3,ETAZ(9,10),QCIZ(10),ALFA(9),A(10,10),P(10)
      COMMON AK,XMIB,Q,R,XN,ELS,EB,H,GAMAS
     1,T,D1,HT,GAMAC,FSZ,PI,PC,
     2P,RO,FI1,BETA,X2,FI3,FI4,FA
     3,TETAZ,A
      AL(1)=R
      AL(2)=R-R/(2.0*XN)
      DO 320 K=3,10
320   AL(K)=AL(2)-(K-2)*R/XN
      DO 730 K=1,10
      WRITE(3,688)
688   FORMAT(//)
      DO 730 I=1,10
      RL(I)=R-R*(I-1)/XN
      IF(RL(I)-AL(K))690,690,710
690   AK=RL(I)/AL(K)
      CALL SMPSN(FL3,0.0,1.571,.001,1200,SIL,S,N,IER)
      XLAMB(I,K)=4.0*AL(K)*S/(R*PI)
      WRITE(3,700)I,K,AK,I,K,XLAMB(I,K)
700   FORMAT(10X,'I=',I3,3X,'K=',I3,3X,'AK=',F5.2,4X,'XLAMB('
     1,I2,',',I2,')=',F10.6 )
      GO TO 730
710   AK=AL(K)/RL(I)
      CALL SMPSN(FL3,0.0,1.571,.001,1200,SIL,S1,N,IER1)
      CALL SMPSN(FL4,0.0,1.571,.001,1200,SIL,S2,N,IER2)
      XLAMB(I,K)=4.0*RL(I)*(S1-(1-AK*AK)*S2)/(R*PI)
      WRITE(3,720)I,K,AK,I,K,XLAMB(I,K)
720   FORMAT(10X,'I=',I3,3X,'K=',I3,3X,'AK=',F5.2,4X,'XLAMB('
     1,I2,',',I2,')=',F10.6 )
730   CONTINUE
      DO 750 I=1,10
      DO 740 K=1,9
      J=K+1
740   ZETAZ(I,K)=XLAMB(I,K)-XLAMB(I,J)
      K=10
      ZETAZ(I,K)=XLAMB(I,K)
750   ZETA(I)=XLAMB(I,1)
      DO 790 I=1,10
      WRITE(3,760)
760   FORMAT(//)
      DO 770 K=1,10
```

PAGE 7

```
770   WRITE(3,780)I,K,ZETAZ(I,K)
780   FORMAT(10X,'ZETAZ(',I2,',',I2,')=',F9.6)
790   WRITE(3,800)I,ZETA(I)
800   FORMAT(/,10X,'ZETA(',I2,')=',F9.6)
      WRITE(3,801)

801   FORMAT(//)
      DO 805 I=2,10
      QCIZ(I)=ZETA(I)+ZETA(1)
      WRITE(3,803)I,QCIZ(I)
803   FORMAT(10X,'QCIZ(',I2,')=',F9.6,/)
      DO 805 K=1,10
      ETAZ(I,K)=ZETAZ(I,K)-ZETAZ(1,K)
805   WRITE(3,807)I,K,ETAZ(I,K)
807   FORMAT(10X,'ETAZ(',I2,',',I2,')=',F9.6)
      XNZRO=ELS*R**3/(EB*H**3)
      PZERO=GAMAS*T
      WRITE(3,880)XNZRO,PZERO
880   FORMAT(//,10X,'XNZRO=',F10.6,5X,
     1'PZERO=',F10.6,//)
      DO 890 I=2,10
      ALFA(I)=FA(I)/R
890   WRITE(3,900)I,ALFA(I)
900   FORMAT(10X,'ALFA(',I2,')=',F10.6)
      BL=SQRT(PI*R**2)
      PT=D1*HT*GAMAC
      PM=2*(R-D1/2.0)*PT/R**2+Q
      PL=PM-GAMAS*T
      SM=PL*BL*FSZ/ELS
      CM=SM/PM
      WRITE(3,905)PM
905   FORMAT(/,10X,'PM=  ',F9.6,/)
      P(1)=PM
      A(1,1)=BETA(1)/XN
      DO 906 K=2,9
      J=K-1
906   A(1,K)=(BETA(J)+BETA(K))/XN
      K=10
      J=K-1
      A(1,K)=(BETA(J)+2.0*BETA(K))/XN
      DO 910 K=1,10
      DO 910 I=2,10
      P(I)=ALFA(I)*ELS+QCIZ(I)*PZERO
910   A(I,K)=TETAZ(I,K)*XNZRO+ETAZ(I,K)
      CALL LINK(TAMK2)
      END
```

```
PAGE   8


FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     592  VARIABLES     718  PROGRAM   1052

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TAMK1
CART ID 0001   DB ADDR  35BE   DB CNT   004A

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION P(10),A(10,10),ABC(10),RO(10)
     1,FI1(10),BETA(10),X2(10),FI3(10),FI4(10)
     2,TETAZ(10,10),FA(10)
      COMMON AK,XMIB,Q,R,XN,ELS,EB,H,GAMAS
     1,T,D1,HT,GAMAC,FSZ,PI,PC,
     2P,RO,FI1,BETA,X2,FI3,FI4,FA
     3,TETAZ,A
      N=10
      CALL SIMQ(A,P,N,KS)
      WRITE(3,930)KS
930   FORMAT(/,I5,/)
      DO 940 K=1,10
940   WRITE(3,950)K,P(K)
950   FORMAT(/,10X,'P(',I2,')=',F9.6,/)
      XR=2.0/R
      CALL SCALF(XR,1.0,0.0,0.0)
      XR1=R/5.0
      XR4=2*XR1
      CALL FGRID(0,0.0,0.0,XR1,10)
      CALL FPLOT(-2,0.0,0.0)
      DO 371 I=1,10
      ABC(I)=R-RO(I)*R
371   CALL FPLOT(2,ABC(I),-P(I))
      DO 372 I=1,10
      J=11-I
      ABC(I)=R+RO(J)*R
372   CALL FPLOT(0,ABC(I),-P(J))
```

```
PAGE   9

      I=10
      CALL FPLOT(-1,ABC(I),0.0)
      CALL FCHAR(XR1,+1.0,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,373)
373   FORMAT('DIAGRAMA DE PRESSOES DE CONTACTO')
      CALL FCHAR(XR1,+1.5,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,374)
374   FORMAT('METODO  DO  MODULO  DE  RIGIDEZ')
      DO 375 I=5,55,5
      J=I-5
      EFG=J*R/25.0
      FGH=EFG-0.4
      CALL FCHAR(FGH,+0.1,0.08,0.1,1.57)
375   WRITE(7,376)EFG
376   FORMAT(F6.1)
      DO 377 I=1,6
      GHI=I/2.0
      HIJ=GHI
      AIJ=R/4.8
      CALL FCHAR(-AIJ,-HIJ,0.08,0.1,0.0)
377   WRITE(7,378)GHI
378   FORMAT(F3.1)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-0.5)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-1.0)
      CALL FPLOT(2,0.0,-1.0)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-1.0)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-1.5)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-2.0)
      CALL FPLOT(2,0.0,-2.0)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-2.0)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-2.5)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,-3.0)
      CALL FPLOT(2,0.0,-3.0)
      CALL POINT(2)
      BIJ=R/4.0
      CALL FCHAR(-BIJ,-1.,0.08,0.12,1.57)
      WRITE(7,379)
379   FORMAT('KG/CM 2')
      ABCD=2.9*R
      CALL FPLOT(1,ABCD,0.0)
      CALL LINK(TAMK3)
```

```
PAGE  10

      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON    592  VARIABLES      54  PROGRAM    666

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE      WS  UA  TAMK2
CART ID 0001   DB ADDR  3608   DB CNT   002E

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION EPSR(10),FI1(10),EPST(10),XMRQ(10)
     1,XMTQ(10),BETA(10),RO(10),EPSLR(10,10)
     2,P(10),X2(10),EPSLT(10,10),XMRR(10),XMRT(10)
     3,XMTR(10),XMTT(10),FI3(10),FI4(10),CR(10,10),CT(10,10)
      COMMON AK,XMIB,Q,R,XN,ELS,EB,H,GAMAS
     1,T,D1,HT,GAMAC,FSZ,PI,PC,
     2P,RO,FI1,BETA,X2,FI3,FI4,XMRT,XMTT
C
C     CALCULO DOS MOMENTOS FLETORES
C
      WRITE(3,385)
385   FORMAT(1H1,//,10X,'FATORES DE INFLUENCIA DE'
     1,' MOMENTOS',/,10X,'DEVIDO CARREGAMENTO UNIFORME',//)
      DO 400 I=1,10
      EPSR(I)=(3+XMIB)*FI1(I)/16
      EPST(I)=(2*(1-XMIB)+(1+3*XMIB)*FI1(I))/16
      XMRQ(I)=Q*R**2*EPSR(I)
      XMTQ(I)=Q*R**2*EPST(I)
      WRITE(3,390)I,EPSR(I),I,EPST(I)
390   FORMAT(10X,'EPSR(',I2,')=',F9.6,4X,
     1'EPST(',I2,')=',F9.6)
400   CONTINUE
      DO 440 I=1,10
      DO 402 K=1,10
      CR(I,K)=(1-XMIB)*BETA(K)**2*FI4(I)
     1-2*(1+XMIB)*FI3(I)
```

```
PAGE  11

402    CT(I,K)=(-(1-XMIB)*BETA(K)**2*FI4(I)
      1-2*(1+XMIB)*FI3(I)+2*(1-XMIB)*(1-BETA(K)**2))
       K=1
       IF(RO(I)-BETA(K))404,404,406
404    EPSLR(I,K)=BETA(K)*X2(K)/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=BETA(K)*X2(K)/(8.0*XN)
       GO TO 408
406    EPSLR(I,K)=BETA(K)*CR(I,K)/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=BETA(K)*CT(I,K)/(8.0*XN)
408    DO 422 K=2,9
       J=K-1
       IF(RO(I)-BETA(K))410,410,412
410    IF(RO(I)-BETA(J))414,414,416
412    IF(RO(I)-BETA(J))418,418,420
414    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+BETA(K)*X2(K))
      1/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+BETA(K)*X2(K))
      1/(8.0*XN)
       GO TO 422
416    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*CR(I,J)+BETA(K)*X2(K))
      1/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*CT(I,J)+BETA(K)*X2(K))
      1/(8.0*XN)
       GO TO 422
418    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+BETA(K)*CR(I,K))
      1/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+BETA(K)*CT(I,K))
      1/(8.0*XN)
       GO TO 422
420    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*CR(I,J)+BETA(K)*CR(I,K))
      1/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*CT(I,J)+BETA(K)*CT(I,K))
      1/(8.0*XN)
422    CONTINUE
       K=10
       J=K-1
C      RO(I) SEMPRE MAIOR QUE BETA(K)
C      RO(K) MENOR QUE BETA(J)
       IF(RO(I)-BETA(J))424,424,426
424    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+2.0*BETA(K)*
      1CR(I,K))/(8.0*XN)
       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*X2(J)+2.0*BETA(K)*
      1CT(I,K))/(8.0*XN)
       GO TO 440
426    EPSLR(I,K)=(BETA(J)*CR(I,J)+2.0*
      1BETA(K)*CR(I,K))/(8.0*XN)
```

```
PAGE  12

       EPSLT(I,K)=(BETA(J)*CT(I,J)+2.0*
      1BETA(K)*CT(I,K))/(8.0*XN)
440    CONTINUE
       WRITE(3,445)
445    FORMAT(//,10X,'DEVIDO REACAO DE CONTACTO',)
       DO 460 I=1,10
       WRITE(3,450)
450    FORMAT(//)
       DO 460 K=1,10
460    WRITE(3,470)I,K,EPSLR(I,K),I,K,EPS
      1LT(I,K)
470    FORMAT(10X,'EPSLR(',I2,I3,')=',
      1F9.6,5X,'EPSLT(',I2,I3,')=',F9.6)
       WRITE(3,495)
       DO 490 I=1,10
       XMRR(I)=0.0
       XMTR(I)=0.0
       DO 480 K=1,10
       XMRR(I)=XMRR(I)+R**2*P(K)*EPSLR(I,K)
480    XMTR(I)=XMTR(I)+R**2*P(K)*EPSLT(I,K)
       XMRT(I)=XMRQ(I)-XMRR(I)
       XMTT(I)=XMTQ(I)-XMTR(I)
490    WRITE(3,500)I,XMRT(I),I,XMTT(I)
495    FORMAT(//,10X,'MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS',//)
500    FORMAT(10X,'XMRT(',I2,')=',F9.2,5X
      1,'XMTT(',I2,')=',F9.2)
       CALL LINK(TAMK4)
       END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     212  VARIABLES    938  PROGRAM   1348

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TAMK3
CART ID 0001   DB ADDR  3636   DB CNT   0062

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,TYPEWRITER,PLOTTER,DISK)
*ONE WORD INTEGERS
```

PAGE 13

```
*LIST SOURCE PROGRAM
      DIMENSION XMOM(10),YMOM(10),XMRT(10),XMTT(10)
     1,RO(10),ABC(10),P(10),FI1(10),BETA(10),X2(10)
     2,FI3(10),FI4(10)
      COMMON AK,XMIB,Q,R,XN,ELS,EB,H,GAMAS
     1,T,D1,HT,GAMAC,FSZ,PI,PC,
     2P,RO,FI1,BETA,X2,FI3,FI4,XMRT,XMTT
C
C     TRACADO DOS MOMENTOS FLETORES
C     RADIAIS E TANGENCIAIS
C
      DO 501 I=1,10
      XMOM(I)=ABS(XMRT(I))
501   YMOM(I)=ABS(XMTT(I))
502   K=0
      I=0
503   I=I+1
      IF(XMOM(I)-XMOM(I+1))505,505,504
504   TEMP=XMOM(I)
      XMOM(I)=XMOM(I+1)
      XMOM(I+1)=TEMP
      K=1
505   IF(I-9)503,506,506
506   IF(K)507,509,502
507   STOP
509   K=0
      I=0
510   I=I+1
      IF(YMOM(I)-YMOM(I+1))512,512,511
511   TEMP=YMOM(I)
      YMOM(I)=YMOM(I+1)
      YMOM(I+1)=TEMP
      K=1
512   IF(I-9)510,513,513
513   IF(K)514,520,509
514   STOP
520   IF(XMOM(10)-YMOM(10))521,521,522
521   YR=3.0/YMOM(10)
      EV=YMOM(10)/10.0
      GO TO 523
522   YR=3.0/XMOM(10)
      EV=XMOM(10)/10.0
523   XR=2.0/R
      CALL SCALF(XR,YR,0.0,0.0)
      XR1=R/5.0
      XR2=10.5*(R/5.0)
```

PAGE 14

```
      XR4=2*XR1
      XR5=13.2*XR1
      XR6=2.4*XR1
      XR7=R/10.0
      CALL FGRID(0,0.0,0.0,XR1,10)
      CALL FPLOT(-2,XR2,0.0)
      CALL POINT(2)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      L=12
      CALL FGRID(1,0.0,0.0,EV,L)
      XL=EV*L+EV/3.0
      CALL FPLOT(-2,0.0,XL)
      CALL POINT(5)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      CALL FGRID(3,0.0,0.0,EV,L)
      CALL FPLOT(-2,0.0,-XL)
      CALL POINT(3)
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      DO 531 I=1,10
      ABC(I)=R-RO(I)*R
531   CALL FPLOT(2,ABC(I),-XMRT(I))
      DO 541 I=1,10
      J=11-I
      ABC(I)=R+RO(J)*R
541   CALL FPLOT(0,ABC(I),-XMRT(J))
      CALL FPLOT(1,0.0,0.0)
      DO 614 I=1,10
      ABC(I)=R-RO(I)*R
614   CALL FPLOT(2,ABC(I),-XMTT(I))
      DO 624 I=1,10
      J=11-I
      ABC(I)=R+RO(J)*R
624   CALL FPLOT(0,ABC(I),-XMTT(J))
      CALL FPLOT(-1,ABC(10),0.0)
      IF(XMOM(10)-YMOM(10))626,625,625
625   YR1=1.3*XMOM(10)
      GO TO 628
626   YR1=1.3*YMOM(10)
628   YR2=YR1+0.1*YR1
      YR3=YR1/6.0
      CALL FCHAR(XR7,YR1,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,630)
630   FORMAT('DIAGRAMA DE MOM. RADIAIS E TANGENCIAIS')
      CALL FCHAR(XR7,YR2,0.1,0.2,0.0)
      WRITE(7,640)
640   FORMAT('METODO   DO    MODULO   DE   RIGIDEZ')
```

```
PAGE  15

      DO 650 I=10,55,5
      J=I-11
      EFG=J*R/25.0
      FGH=EFG-0.4
      CALL FCHAR(FGH,-YR3,0.08,0.1,1.57)
650   WRITE(7,660)EFG
660   FORMAT(F6.1)
      AV=0.0
      DO 670 I=1,L
      IF(XMOM(10)-YMOM(10))663,662,662
662   AV=AV+XMOM(10)/10.0
      GO TO 664
663   AV=AV+YMOM(10)/10.0
664   CALL FCHAR(-XR4,-AV,0.08,0.1,0.0)
      WRITE(7,680)AV
680   FORMAT(F8.1)
      CALL FCHAR(-XR4,+AV,0.08,0.1,0.0)
      AT=-AV
670   WRITE(7,690)AT
690   FORMAT (F8.1)
      CALL FCHAR(-XR6,YR3,0.08,0.12,1.57)
      WRITE(7,700)
700   FORMAT('KG.CM/CM')
      CALL FPLOT(1,XR5,0.0)
      CALL EXIT
      END

FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON     212  VARIABLES     108  PROGRAM   1020

END OF COMPILATION

// DUP

*STORE       WS  UA  TAMK4
CART ID 0001   DB ADDR  3698   DB CNT   0046
```

```
DADOS
XN=10.0              PC=      6030.0        XMIB=0.400000
H= 1.96              R=     50.00           EB=    37000.0
GAMAS=0.0015         GAMAC= 0.0018          HT=    50.00
FSZ=0.5000           T=      8.00           D1= 0.40
ELS=   47.00

      RZERO=0.0445748                          Q=0.700000

      RO( 2)=0.900000          WZERO( 2)=0.091185

      RO( 3)=0.800000          WZERO( 3)=0.182412

      RO( 4)=0.700000          WZERO( 4)=0.270465

      RO( 5)=0.600000          WZERO( 5)=0.352512

      RO( 6)=0.500000          WZERO( 6)=0.426093

      RO( 7)=0.400000          WZERO( 7)=0.489131

      RO( 8)=0.300000          WZERO( 8)=0.539925

      RO( 9)=0.200000          WZERO( 9)=0.577151

      RO(10)=0.100000          WZERO(10)=0.599865


      FLEXAS   DA   PLACA   CONSIDERANDO-A
      SIMPLESMENTE  APOIADA   NO  CONTORNO


      FA( 2)=    1.4319     FA( 3)=    2.8645

      FA( 3)=    2.8645     FA( 4)=    4.2473

      FA( 4)=    4.2473     FA( 5)=    5.5358

      FA( 5)=    5.5358     FA( 6)=    6.6913

      FA( 6)=    6.6913     FA( 7)=    7.6812
```

```
FA( 7)=   7.6812    FA( 8)=   8.4789

FA( 8)=   8.4789    FA( 9)=   9.0635

FA(10)=   9.4202
```

VALORES DE FIO A FI4

RO	FIO	FI1	FI2	FI3	FI4
1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.90	0.3439	0.1900	-0.0853	-0.1053	0.2345
0.80	0.5904	0.3600	-0.1428	-0.2231	0.5625
0.70	0.7599	0.5100	-0.1747	-0.3566	1.0408
0.60	0.8704	0.6400	-0.1838	-0.5108	1.7777
0.50	0.9375	0.7500	-0.1732	-0.6931	3.0000
0.40	0.9744	0.8400	-0.1466	-0.9162	5.2499
0.30	0.9919	0.9100	-0.1083	-1.2039	10.1111
0.20	0.9984	0.9600	-0.0643	-1.6094	23.9999
0.10	0.9999	0.9900	-0.0230	-2.3025	98.9999

```
TETAZ( 2  1)= 0.001631
TETAZ( 2  2)= 0.005897
TETAZ( 2  3)= 0.010239
TETAZ( 2  4)= 0.012824
TETAZ( 2  5)= 0.013863
TETAZ( 2  6)= 0.013577
TETAZ( 2  7)= 0.012187
TETAZ( 2  8)= 0.009913
TETAZ( 2  9)= 0.006977
TETAZ( 2 10)= 0.004512
```

```
TETAZ( 3  [illegible])= 0.003100
TETAZ( 3  [illegible]= 0.011398
TETAZ(10  [illegible]= 0.053858
TETAZ(10 1[illegible]= 0.036006
```

```
I=  1   K=  1   AK= 1.00   XLAMB( 1, 1)=  1.273308
I=  2   K=  1   AK= 0.90   XLAMB( 2, 1)=  1.491970
I=  3   K=  1   AK= 0.80   XLAMB( 3, 1)=  1.625254
I=  4   K=  1   AK= 0.70   XLAMB( 4, 1)=  1.726265
I=  5   K=  1   AK= 0.60   XLAMB( 5, 1)=  1.805766
I=  6   K=  1   AK= 0.50   XLAMB( 6, 1)=  1.868656
```

```
I=  1    K=  9    AK= 0.25    XLAMB( 1, 9)=  0.062999
I=  2    K=  9    AK= 0.27    XLAMB( 2, 9)=  0.070134
I=  3    K=  9    AK= 0.31    XLAMB( 3, 9)=  0.079115
I=  4    K=  9    AK= 0.35    XLAMB( 4, 9)=  0.090782
I=  5    K=  9    AK= 0.41    XLAMB( 5, 9)=  0.106590
I=  6    K=  9    AK= 0.50    XLAMB( 6, 9)=  0.129329
I=  7    K=  9    AK= 0.62    XLAMB( 7, 9)=  0.165298
I=  8    K=  9    AK= 0.83    XLAMB( 8, 9)=  0.234266
I=  9    K=  9    AK= 0.80    XLAMB( 9, 9)=  0.406313
I= 10    K=  9    AK= 0.40    XLAMB(10, 9)=  0.479415

I=  1    K= 10    AK= 0.15    XLAMB( 1,10)=  0.022563
I=  2    K= 10    AK= 0.16    XLAMB( 2,10)=  0.025087
I=  3    K= 10    AK= 0.18    XLAMB( 3,10)=  0.028250
I=  4    K= 10    AK= 0.21    XLAMB( 4,10)=  0.032330
I=  5    K= 10    AK= 0.25    XLAMB( 5,10)=  0.037799
I=  6    K= 10    AK= 0.30    XLAMB( 6,10)=  0.045524
I=  7    K= 10    AK= 0.37    XLAMB( 7,10)=  0.057295
I=  8    K= 10    AK= 0.50    XLAMB( 8,10)=  0.077597
I=  9    K= 10    AK= 0.75    XLAMB( 9,10)=  0.122845
I= 10    K= 10    AK= 0.66    XLAMB(10,10)=  0.263227

ZETAZ( 1, 1)= 0.190804
ZETAZ( 1, 2)= 0.264317
ZETAZ( 1, 3)= 0.203956
ZETAZ( 1, 4)= 0.164818
ZETAZ( 1, 5)= 0.133919
ZETAZ( 1, 6)= 0.107425
ZETAZ( 1, 7)= 0.083597
ZETAZ( 1, 8)= 0.061468
ZETAZ( 1, 9)= 0.040436
ZETAZ( 1,10)= 0.022563

ZETA( 1)= 1.273308

ZETAZ( 2, 1)= 0.153121
ZETAZ( 2, 2)= 0.380067
ZETAZ( 2, 3)= 0.255982
ZETAZ( 2, 4)= 0.194316
```

```
ZETA( 8)= 1.954457


ZETAZ( 9, 1)= 0.101090
ZETAZ( 9, 2)= 0.202575
ZETAZ( 9, 3)= 0.203280
ZETAZ( 9, 4)= 0.204332
ZETAZ( 9, 5)= 0.206007
ZETAZ( 9, 6)= 0.208951
ZETAZ( 9, 7)= 0.215010
ZETAZ( 9, 8)= 0.232537
ZETAZ( 9, 9)= 0.283467
ZETAZ( 9,10)= 0.122845

ZETA( 9)= 1.980100


ZETAZ(10, 1)= 0.100277
ZETAZ(10, 2)= 0.200649
ZETAZ(10, 3)= 0.200817
ZETAZ(10, 4)= 0.201063
ZETAZ(10, 5)= 0.201447
ZETAZ(10, 6)= 0.202094
ZETAZ(10, 7)= 0.203322
ZETAZ(10, 8)= 0.206159
ZETAZ(10, 9)= 0.216188
ZETAZ(10,10)= 0.263227

ZETA(10)= 1.995247


QCIZ( 2)= 2.765278

ETAZ( 2, 1)=-0.037683
ETAZ( 2, 2)= 0.115749
ETAZ( 2, 3)= 0.052025
ETAZ( 2, 4)= 0.029498
ETAZ( 2, 5)= 0.020005
ETAZ( 2, 6)= 0.014339
ETAZ( 2, 7)= 0.010351
ETAZ( 2, 8)= 0.007241
ETAZ( 2, 9)= 0.004610
ETAZ( 2,10)= 0.002524
QCIZ( 3)= 2.898562
```

```
ETAZ( 7, 1)=-0.086127
ETAZ( 7, 2)=-0.053090
ETAZ( 7, 3)= 0.010793
ETAZ( 7, 4)= 0.055630
ETAZ( 7, 5)= 0.097011
ETAZ( 7, 6)= 0.149134
ETAZ( 7, 7)= 0.244622
ETAZ( 7, 8)= 0.124081
ETAZ( 7, 9)= 0.067567
ETAZ( 7,10)= 0.034731
QCIZ( 8)= 3.227765

ETAZ( 8, 1)=-0.088287
ETAZ( 8, 2)=-0.058336
ETAZ( 8, 3)= 0.003756
ETAZ( 8, 4)= 0.045552
ETAZ( 8, 5)= 0.080896
ETAZ( 8, 6)= 0.115951
ETAZ( 8, 7)= 0.162089
ETAZ( 8, 8)= 0.248259
ETAZ( 8, 9)= 0.116232
ETAZ( 8,10)= 0.055034
QCIZ( 9)= 3.253408

ETAZ( 9, 1)=-0.089714
ETAZ( 9, 2)=-0.061741
ETAZ( 9, 3)=-0.000676
ETAZ( 9, 4)= 0.039513
ETAZ( 9, 5)= 0.072088
ETAZ( 9, 6)= 0.101526
ETAZ( 9, 7)= 0.131413
ETAZ( 9, 8)= 0.171069
ETAZ( 9, 9)= 0.243031
ETAZ( 9,10)= 0.100282
QCIZ(10)= 3.268555

ETAZ(10, 1)=-0.090527
ETAZ(10, 2)=-0.063668
ETAZ(10, 3)=-0.003138
ETAZ(10, 4)= 0.036245
ETAZ(10, 5)= 0.067528
ETAZ(10, 6)= 0.094668
ETAZ(10, 7)= 0.119725
ETAZ(10, 8)= 0.144691
ETAZ(10, 9)= 0.175751
ETAZ(10,10)= 0.240663
```

```
XNZRO= 21.088134     PZERO=  0.012000

ALFA( 2)=  0.028639
ALFA( 3)=  0.057291
ALFA( 4)=  0.084947
ALFA( 5)=  0.110716
ALFA( 6)=  0.133826
ALFA( 7)=  0.153625
ALFA( 8)=  0.169579
ALFA( 9)=  0.181270
ALFA(10)=  0.188404

PM=  0.701434

0

P( 1)= 1.436591

P( 2)= 0.559842

P( 3)= 0.579353

P( 4)= 0.607208

P( 5)= 0.639925

P( 6)= 0.666974

P( 7)= 0.686809

P( 8)= 0.699928

P( 9)= 0.707432

P(10)= 0.710162
```

FATÔRES DE INFLUENCIA DE MOMENTOS
DEVIDO CARREGAMENTO UNIFORME

```
EPSR( 1)= 0.000000     EPST( 1)= 0.075000
EPSR( 2)= 0.040375     EPST( 2)= 0.101125
EPSR( 3)= 0.076500     EPST( 3)= 0.124500
EPSR( 4)= 0.108374     EPST( 4)= 0.145125
EPSR( 5)= 0.136000     EPST( 5)= 0.163000
EPSR( 6)= 0.159375     EPST( 6)= 0.178125
EPSR( 7)= 0.178499     EPST( 7)= 0.190499
EPSR( 8)= 0.193374     EPST( 8)= 0.200125
EPSR( 9)= 0.203999     EPST( 9)= 0.206999
EPSR(10)= 0.210374     EPST(10)= 0.211124
```

DEVIDO REACAO DE CONTACTO

```
EPSLR( 1  1)= 0.000000     EPSLT( 1  1)= 0.001389
EPSLR( 1  2)= 0.000000     EPSLT( 1  2)= 0.004927
EPSLR( 1  3)= 0.000000     EPSLT( 1  3)= 0.008460
EPSLR( 1  4)= 0.000000     EPSLT( 1  4)= 0.010552
EPSLR( 1  5)= 0.000000     EPSLT( 1  5)= 0.011385
EPSLR( 1  6)= 0.000000     EPSLT( 1  6)= 0.011137
EPSLR( 1  7)= 0.000000     EPSLT( 1  7)= 0.009990
EPSLR( 1  8)= 0.000000     EPSLT( 1  8)= 0.008122
EPSLR( 1  9)= 0.000000     EPSLT( 1  9)= 0.005714
EPSLR( 1 10)= 0.000000     EPSLT( 1 10)= 0.003695


EPSLR( 2  1)= 0.002400     EPSLT( 2  1)= 0.002400
EPSLR( 2  2)= 0.006615     EPSLT( 2  2)= 0.007992
EPSLR( 2  3)= 0.007722     EPSLT( 2  3)= 0.012537
EPSLR( 2  4)= 0.006387     EPSLT( 2  4)= 0.014489
EPSLR( 2  5)= 0.005200     EPSLT( 2  5)= 0.015034
EPSLR( 2  6)= 0.004140     EPSLT( 2  6)= 0.014372
EPSLR( 2  7)= 0.003185     EPSLT( 2  7)= 0.012704
EPSLR( 2  8)= 0.002315     EPSLT( 2  8)= 0.010232
EPSLR( 2  9)= 0.001508     EPSLT( 2  9)= 0.007156
EPSLR( 2 10)= 0.000928     EPSLT( 2 10)= 0.004611
       .                          .
       .                          .
       .                          .
       .                          .
       .                          .
       .                          .
```

```
EPSLR(10  4)= 0.022628      EPSLT(10  4)= 0.022628
EPSLR(10  5)= 0.027001      EPSLT(10  5)= 0.027001
EPSLR(10  6)= 0.029653      EPSLT(10  6)= 0.029653
EPSLR(10  7)= 0.030431      EPSLT(10  7)= 0.030431
EPSLR(10  8)= 0.029051      EPSLT(10  8)= 0.029051
EPSLR(10  9)= 0.024947      EPSLT(10  9)= 0.024947
EPSLR(10 10)= 0.019304      EPSLT(10 10)= 0.020429

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS

XMRT( 1)=      0.00     XMTT( 1)=      6.27
XMRT( 2)=      2.83     XMTT( 2)=      8.42
XMRT( 3)=      8.67     XMTT( 3)=     11.50
XMRT( 4)=     12.42     XMTT( 4)=     13.40
XMRT( 5)=     14.48     XMTT( 5)=     14.39
XMRT( 6)=     15.35     XMTT( 6)=     14.75
XMRT( 7)=     15.50     XMTT( 7)=     14.72
XMRT( 8)=     15.28     XMTT( 8)=     14.49
XMRT( 9)=     14.88     XMTT( 9)=     14.15
XMRT(10)=     14.39     XMTT(10)=     13.70
```

CAP 5

RESULTADOS

5.1. RESULTADOS OBTIDOS EXPERIMENTALMENTE

Além dos resultados obtidos ensaiando-se os materiais (discutidos no Capítulo 3), obteve-se experimentalmente os Diagramas dos Momentos Radiais e Tangenciais na placa de fundação do modêlo, correspondentes aos vários estágios de cargas.

Como já expusemos anteriormente, estes Momentos foram obtidos através das deformações Radiais e Tangenciais lidas nos extensômetros, aplicando-se convenientemente as equações 32 e 33.

Para tanto, consideramos :

- Módulo de Elasticidade do material da placa ,

$E = 37000\ kg/cm^2$

- Coeficiente de Poisson , $\mu = 0{,}40$
- Espessura da Placa , $H = 1{,}96$ cm

A título de simplificação dos cálculos, e para que pudéssemos analisar a influência de determinados parâmetros ou elementos nos resultados (Momentos), elaboramos um programa para Computadores Eletrônicos, automatizando o trabalho e permitindo a realização de análises mais sofisticadas sem dispêndio de energia e de tempo.

Este Programa tem por objetivo básico calcular os Momentos Radiais e Tangenciais ocorridos na placa devido aos vários estágios de carregamento.

Calcula também os referidos momentos tal como êles se apresentaram ao longo do diâmetro instrumentado da placa e em seguida calcula-os segundo um raio, tomando a média das deformações obtidas em pontos simétricos em relação ao centro da placa.

Os diagramas de Momentos assim obtidos são plotados para cada estágio de carga, como mostra figs. (57 a 60).

Conforme pode-se observar no fluxo abaixo, fig. 61 , este programa é de facílima utilização.

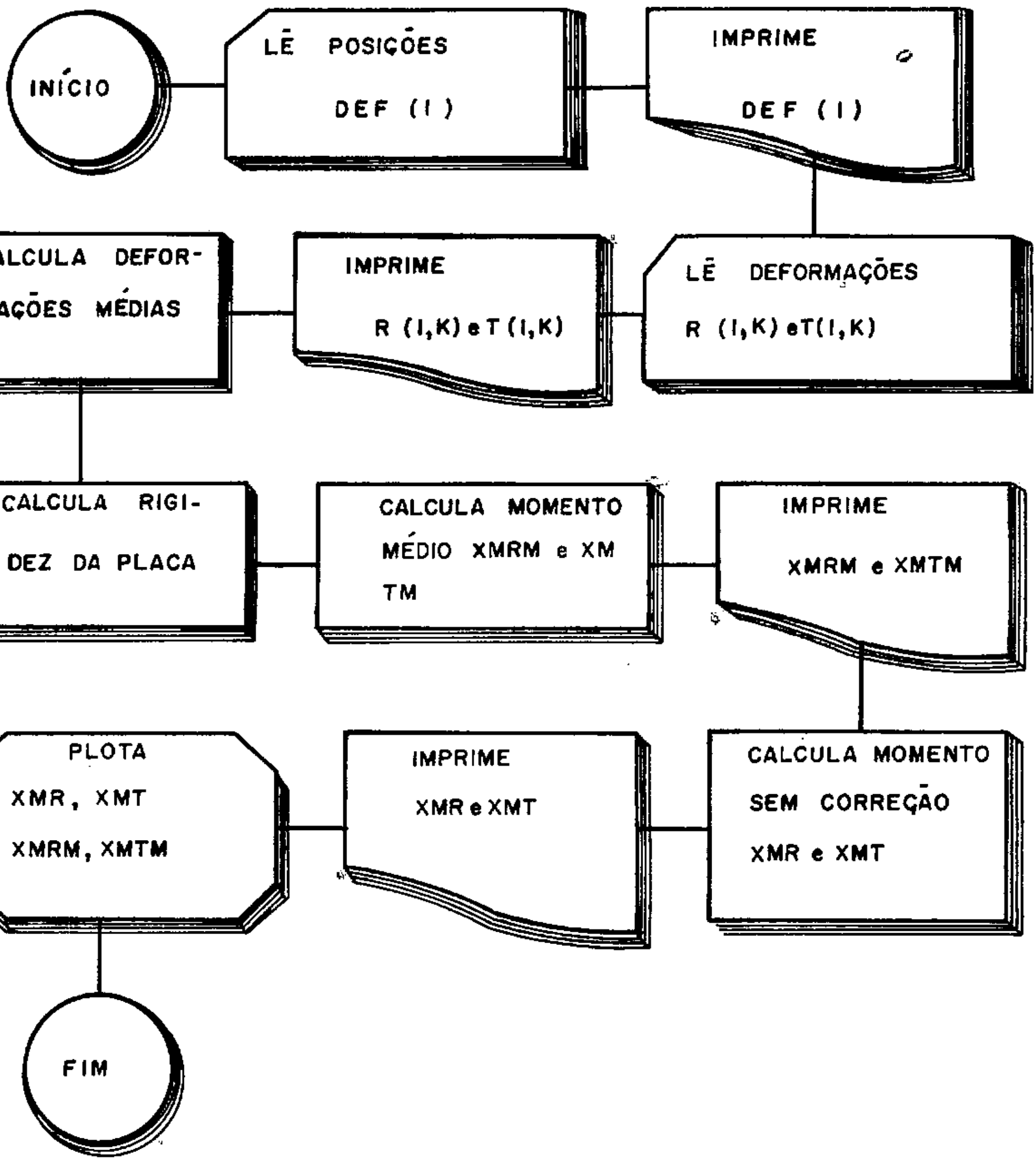


Figura 61 - Etapas do programa que calcula os momentos Fletores obtidos experimentalmente

Os dados são lidos da seguinte forma (observar rigorosamente a sequência dos cartões de dados) :

Posição dos Extensômetros - DEF (I) :

Caso se utilise mais de 12 pontos , os limites dos índices I,J,K, etc, que aparecem neste programa deverão ser ajustados para o novo número de pontos utilizados.

Estes dados são perfurados em campos de 10 colunas cada (ver fig. 62), sendo que em cada cartão serão perfurados sòmente 6 campos.

Deformações lidas nos Extensômetros Radiais - R (I,K) e Tangenciais - T (I,K) :

Neste caso, o formato de perfuração é idêntico ao anterior (ver fig. 62).

Parâmetros e Elementos do Ensaio :

O Coeficiente de Poisson (XMIB), o Módulo de Elasticidade (EB) e a Espessura (H) da placa são fornecidos diretamente no programa, nos comandos 20 + 001, 20 + 002 e 20 + 003.

Os estágios de cargas são definidos no próprio

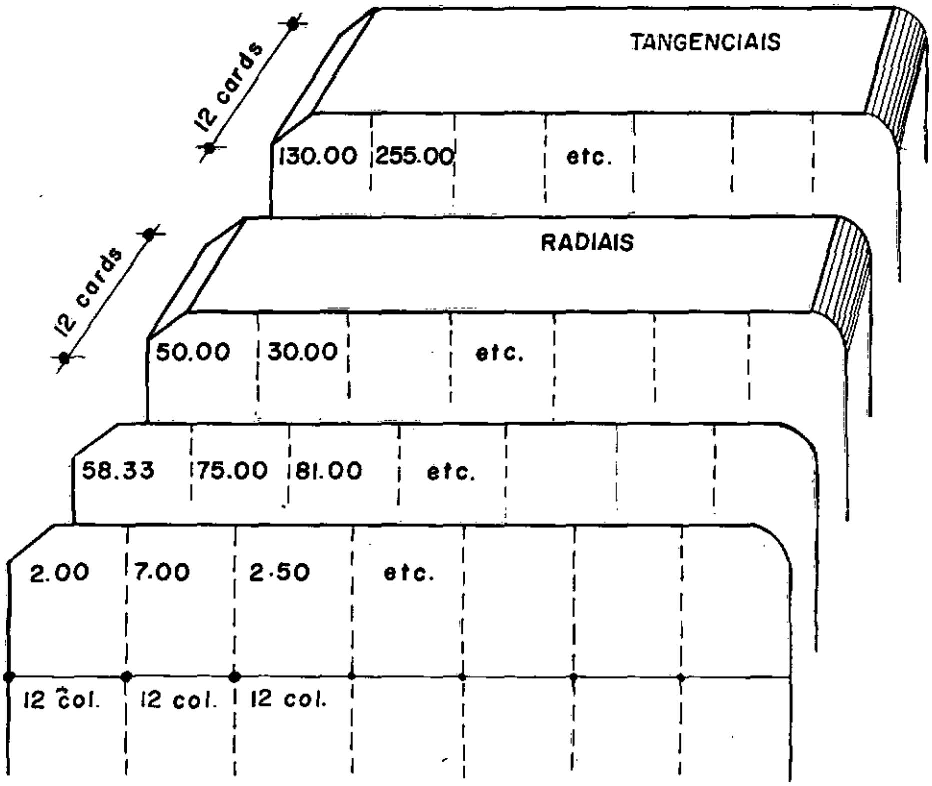


FIG. **62** *Perfuração de dados*

programa (Comando 13 + 000).

As figuras (63 a 65) mostram a influência das variações de alguns elementos tais como, Módulo de Elasticidade, Coeficiente de Poisson e Espessura da Placa, nos Momentos Radiais e Tangenciais, para os estágios de cargas inicial e final (a saber 1030 KG e 6030 KG).

Verificamos que plotando-se os resultados em um gráfico semi-logarítmico, isto é, os momentos MR e MT em escala logarítmica e os outros elementos (EB, μ e H) em escala natural, as relações entre as variações destes momentos com o Módulo de Elasticidade bem como com o Coeficiente de Poisson são aproximadamente lineares.

Estes gráficos mostraram ser de grande interesse como elementos de novas pesquisas porque, tendo-se uma placa confeccionada com material diferente daquela já ensaiada (variando portanto μ e E), poder-se-á prever um comportamento a momentos para o novo ensaio.

Analogamente poderemos concluir quanto à variação da Espessura (variando H) da Placa ensaiada.

```
PAGE    1
// JOB

LOG DRIVE   CART SPEC   CART AVAIL  PHY DRIVE
  0000        0012        0012        0000

V2 M09   ACTUAL  8K  CONFIG  8K

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,PLOTTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C
C      PROGRAMA DE TESE . DICKRAN BERBERIAN
C
C      CÁLCULO DOS MOMENTOS FLETORES OBTIDOS
C      EXPERIMENTALMENTE
C
       DIMENSION R(12,6),T(12,6),EPSRM(6,6),EPSTM(6,6)
      1,XMRM(12,12),XMTM(12,12),XMR(12,12),XMT(12,12),
      2PC(6),DEF(12)
       READ(2,2)(DEF(I),I=1,12)
2      FORMAT(6F10.4)
       WRITE(3,4)
4      FORMAT(//,10X,'POSICAO DOS EXTENSOMETROS',
      1/,10X,'DEF EM CM',//)
       DO 6 I=1,12
6      WRITE(3,8)I,DEF(I)
8      FORMAT(10X,'DEF(',I2,')=',F6.2)
       READ (2,10)((R(I,K),K=1,6),I=1,12)
       READ (2,10)((T(I,K),K=1,6),I=1,12)
10     FORMAT (6F10.1)
       WRITE(3,11)
11     FORMAT(1H1,//,10X,'DEFORMACOES LIDAS NOS ',
      1'EXTENSOMETROS',/,10X,'PARA CADA ESTAGIO ',
      2'DE CARGA',//,10X,'DEF. MULT. POR 1000000',
      3/,10X,'CARGA EM KG')
       DO 13 K=1,6
13     PC(K)=1000.0*K+30.0
       WRITE(3,15)(PC(K),K=1,6)
15     FORMAT(//,7X,6F8.1,//)
       DO 16 I=1,12
16     WRITE(3,17)I,(R(I,K),K=1,6)
17     FORMAT(2X,'R(',I2,')',6F8.1)
       DO 18 I=1,12
18     WRITE(3,19)I,(T(I,K),K=1,6)
19     FORMAT(2X,'T(',I2,')',6F8.1)
       DO 20 K=1,6
       DO 20 I=1,6
```

```
PAGE   2
        J=13-I
        EPSRM(I,K)=(R(I,K)+R(J,K))/2.
20      EPSTM(I,K)=(T(I,K)+T(J,K))/2.
C       CÁLCULO DOS MOMENTOS RADIAIS E
C       TANGENCIAIS COM CORREÇÃO
        XMIB=0.4
        EB=37000.0
        H=1.96
        RIG=EB*H**2/(6.0*(1-XMIB**2))
        WRITE(3,25)RIG,EB,XMIB,H
25      FORMAT(1H1,//,10X,'RIG=',F8.2,' KG',3X,
       1'EB=',F9.2,' KG/CM2',/,10X,'XMIB='
       2,F5.2,8X,'H=',F5.2,' CM',//)
        DO 40 K=1,6
        PC(K)=1000.0*K+30.0
        WRITE(3,30)PC(K)
30      FORMAT(//,10X,'MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS'
       1,'  MEDIOS',//,10X,'CARGA=',F6.1,' KG',/)
        DO 40 I=1,6
        XMRM(I,K)=RIG*(EPSRM(I,K)+XMIB*EPSTM(I,K))/10.0**6
        XMTM(I,K)=RIG*(XMIB*EPSRM(I,K)+EPSTM(I,K))/10.0**6
40      WRITE(3,50)I,XMRM(I,K),I,XMTM(I,K)
50      FORMAT(10X,'XMRM(',I1,')=',F10.6
       1,4X,'XMTM(',I1,')=',F10.6)
C       CALCULO DOS MOMENTOS RADIAIS E
C       TANGENCIAIS SEM CORRECAO
        DO 70 K=1,6
        WRITE(3,60)PC(K)
60      FORMAT(//,10X,'MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS '
       1,'SEM CORRECAO',//,10X,'CARGA =',F6.1,' KG',/)
        DO 70 I=1,12
        XMR(I,K)=RIG*(R(I,K)+XMIB*T(I,K))/10.0**6
        XMT(I,K)=RIG*(XMIB*R(I,K)+T(I,K))/10.0**6
70      WRITE(3,80)I,XMR(I,K),I,XMT(I,K)
80      FORMAT(10X,'XMR(',I2,')=',F10.6
       1,7X,'XMT(',I2,')=',F10.6)
        CALL SCALF(0.04,0.075,0.0,0.0)
        L=1
        X=0.0
90      CALL FGRID(0,X,0.0,10.0,10)
        X1=X+105.0
        X2=X+100.0
        CALL FPLOT(1,X1,0.0)
        CALL FPLOT(2,X1,0.0)
        CALL POINT(2)
        CALL FGRID(3,X,0.0,1.0,41)
        CALL FPLOT(1,X,-42.0)
        CALL FPLOT(2,X,-42.0)
```

```
      CALL POINT(3)
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      IF(L-2)110,130,100
100   IF(L-3)150,150,180
110   DO 120 K=1,6
      CALL FPLOT(1,X2,0.0)
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      DO 120 I=1,12
120   CALL FPLOT(-2,DEF(I),-XMR(I,K))
      X=150.0
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      L=2
      GO TO 90
130   DO 140 K=1,6
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      DO 140 I=1,12
      DAF=DEF(I)+X
140   CALL FPLOT(-2,DAF,-XMT(I,K))
      X=300.0
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      L=3
      GO TO 90
150   DO 170 K=1,6
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      DO 160 I=1,6
      DAF=DEF(I)+X
160   CALL FPLOT(-2,DAF,-XMRM(I,K))
      DO 170 I=1,6
      J=6+I
      M=7-I
      DAF=DEF(J)+X
170   CALL FPLOT(-2,DAF,-XMRM(M,K))
      X=450.0
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      L=4
      GO TO 90
180   DO 200 K=1,6
      CALL FPLOT(1,X,0.0)
      DO 190 I=1,6
      DAF=DEF(I)+X
190   CALL FPLOT(-2,DAF,-XMTM(I,K))
      DO 200 I=1,6
      J=6+I
      M=7-I
      DAF=DEF(J)+X
200   CALL FPLOT(-2,DAF,-XMTM(M,K))
      CALL EXIT
      END
```

```
PAGE   4


FEATURES SUPPORTED
 ONE WORD INTEGERS
 IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
 COMMON       0  VARIABLES   1650  PROGRAM   1484

END OF COMPILATION

// XEQ


         POSIÇÃO DOS EXTENSÔMETROS
         DEF EM CM


         DEF( 1)=  2.00
         DEF( 2)=  7.00
         DEF( 3)= 12.50
         DEF( 4)= 19.00
         DEF( 5)= 25.00
         DEF( 6)= 41.67
         DEF( 7)= 58.33
         DEF( 8)= 75.00
         DEF( 9)= 81.00
         DEF(10)= 87.50
         DEF(11)= 93.00
         DEF(12)= 98.00
```

DEFORMAÇÕES LIDAS NOS EXTENSÔMETROS
PARA CADA ESTÁGIO DE CARGA

DEF. MULT. POR 1000000
CARGA EM KG

	1030.0	2030.0	3030.0	4030.0	5030.0	6030.0
R(1)	-50.0	-90.0	-110.0	-120.0	-135.0	-125.0
R(2)	60.0	130.0	190.0	250.0	305.0	370.0
R(3)	140.0	300.0	405.0	510.0	610.0	710.0
R(4)	170.0	320.0	450.0	560.0	660.0	750.0
R(5)	125.0	250.0	360.0	460.0	545.0	620.0
R(6)	70.0	150.0	230.0	320.0	400.0	460.0
R(7)	200.0	390.0	525.0	660.0	770.0	860.0
R(8)	260.0	485.0	675.0	840.0	975.0	1080.0
R(9)	235.0	450.0	625.0	770.0	885.0	990.0
R(10)	160.0	345.0	510.0	630.0	745.0	835.0
R(11)	70.0	170.0	275.0	350.0	420.0	495.0
R(12)	-25.0	-30.0	-25.0	-15.0	-10.0	5.0
T(1)	130.0	255.0	360.0	430.0	500.0	550.0
T(2)	130.0	260.0	360.0	435.0	500.0	535.0
T(3)	105.0	220.0	300.0	370.0	410.0	430.0
T(4)	80.0	180.0	245.0	300.0	335.0	355.0
T(5)	30.0	85.0	130.0	170.0	190.0	210.0
T(6)	-65.0	-30.0	0.0	30.0	50.0	70.0
T(7)	80.0	190.0	290.0	395.0	470.0	540.0
T(8)	175.0	360.0	510.0	655.0	775.0	890.0
T(9)	180.0	370.0	520.0	665.0	785.0	905.0
T(10)	170.0	355.0	510.0	640.0	755.0	865.0
T(11)	165.0	350.0	495.0	625.0	740.0	845.0
T(12)	150.0	320.0	465.0	590.0	705.0	810.0

```
RIG=28202.21 KG     EB= 37000.00 KG/CM2
XMIB= 0.40          H= 1.96 CM


MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=1030.0 KG

XMRM(1)=  0.521740     XMTM(1)=  3.525276
XMRM(2)=  3.497074     XMTM(2)=  4.893083
XMRM(3)=  5.781453     XMTM(3)=  5.569936
XMRM(4)=  7.177462     XMTM(4)=  5.950666
XMRM(5)=  6.585216     XMTM(5)=  5.062296
XMRM(6)=  3.891905     XMTM(6)=  1.734435

MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=2030.0 KG

XMRM(1)=  1.551121     XMTM(1)=  7.431282
XMRM(2)=  7.671001     XMTM(2)= 10.293806
XMRM(3)= 12.338466     XMTM(3)= 11.746221
XMRM(4)= 13.960094     XMTM(4)= 12.098749
XMRM(5)= 12.874309     XMTM(5)= 10.420717
XMRM(6)=  8.517066     XMTM(6)=  5.302015

MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=3030.0 KG

XMRM(1)=  2.749715     XMTM(1)= 10.871952
XMRM(2)= 11.379591     XMTM(2)= 14.679250
XMRM(3)= 17.471271     XMTM(3)= 16.582901
XMRM(4)= 19.473625     XMTM(4)= 16.850822
XMRM(5)= 18.204525     XMTM(5)= 14.862564
XMRM(6)= 12.282062     XMTM(6)=  8.347854

MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=4030.0 KG

XMRM(1)=  3.849601     XMTM(1)= 13.621667
XMRM(2)= 14.439531     XMTM(2)= 18.331436
```

```
XMRM(3)= 21.772106     XMTM(3)= 20.672222
XMRM(4)= 24.197498     XMTM(4)= 21.109352
XMRM(5)= 22.984802     XMTM(5)= 18.965984
XMRM(6)= 16.216270     XMTM(6)= 11.520603


MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=5030.0 KG

XMRM(1)=  4.752072     XMTM(1)= 16.173969
XMRM(2)= 17.217449     XMTM(2)= 21.574691
XMRM(3)= 25.678112     XMTM(3)= 24.070587
XMRM(4)= 28.103500     XMTM(4)= 24.507720
XMRM(5)= 26.876705     XMTM(5)= 22.181037
XMRM(6)= 19.431320     XMTM(6)= 13.931890


MOMENTOS RADIAIS  E  TANGENCIAIS  MÉDIOS

CARGA=6030.0 KG

XMRM(1)=  5.978868     XMTM(1)= 18.500648
XMRM(2)= 19.981266     XMTM(2)= 24.338504
XMRM(3)= 29.090583     XMTM(3)= 26.975414
XMRM(4)= 31.642883     XMTM(4)= 27.581760
XMRM(5)= 30.176364     XMTM(5)= 25.099964
XMRM(6)= 22.054130     XMTM(6)= 16.047058


MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO

CARGA =1030.0 KG

XMR( 1)=  0.056404        XMT( 1)=  3.102243
XMR( 2)=  3.158647        XMT( 2)=  4.343140
XMR( 3)=  5.132802        XMT( 3)=  4.540555
XMR( 4)=  5.696846        XMT( 4)=  4.173927
XMR( 5)=  3.863702        XMT( 5)=  2.256176
XMR( 6)=  1.240897        XMT( 6)= -1.043481
XMR( 7)=  6.542912        XMT( 7)=  4.512353
XMR( 8)=  9.306728        XMT( 8)=  7.868416
XMR( 9)=  8.658079        XMT( 9)=  7.727405
XMR(10)=  6.430103        XMT(10)=  6.599317
XMR(11)=  3.835500        XMT(11)=  5.443026
XMR(12)=  0.987077        XMT(12)=  3.948309


MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO
```

CARGA =2030.0 KG

XMR(1)= 0.338426	XMT(1)= 6.176284
XMR(2)= 6.599317	XMT(2)= 8.799089
XMR(3)= 10.942457	XMT(3)= 9.588750
XMR(4)= 11.055267	XMT(4)= 8.686281
XMR(5)= 8.009428	XMT(5)= 5.217408
XMR(6)= 3.891905	XMT(6)= 0.846066
XMR(7)= 13.142231	XMT(7)= 9.757965
XMR(8)= 17.739189	XMT(8)= 15.624025
XMR(9)= 16.864921	XMT(9)= 15.511215
XMR(10)= 13.734476	XMT(10)= 13.903688
XMR(11)= 8.742685	XMT(11)= 11.788524
XMR(12)= 2.763816	XMT(12)= 8.686281

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO

CARGA =3030.0 KG

XMR(1)= 0.958874	XMT(1)= 8.911899
XMR(2)= 9.419538	XMT(2)= 12.296163
XMR(3)= 14.806161	XMT(3)= 13.029420
XMR(4)= 15.454811	XMT(4)= 11.985939
XMR(5)= 11.619310	XMT(5)= 7.727405
XMR(6)= 6.486508	XMT(6)= 2.594603
XMR(7)= 18.077617	XMT(7)= 14.101104
XMR(8)= 24.789741	XMT(8)= 21.997726
XMR(9)= 23.492443	XMT(9)= 21.715702
XMR(10)= 20.136379	XMT(10)= 20.136379
XMR(11)= 13.339645	XMT(11)= 17.062339
XMR(12)= 4.540555	XMT(12)= 12.832004

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO

CARGA =4030.0 KG

XMR(1)= 1.466514	XMT(1)= 10.773244
XMR(2)= 11.957736	XMT(2)= 15.088182
XMR(3)= 18.557052	XMT(3)= 16.188068
XMR(4)= 19.177501	XMT(4)= 14.777959
XMR(5)= 14.890766	XMT(5)= 9.983583
XMR(6)= 9.363132	XMT(6)= 4.455949
XMR(7)= 23.069408	XMT(7)= 18.585258
XMR(8)= 31.078834	XMT(8)= 27.948391
XMR(9)= 29.217491	XMT(9)= 27.440750
XMR(10)= 24.987159	XMT(10)= 25.156368
XMR(11)= 16.921325	XMT(11)= 21.574691
XMR(12)= 6.232688	XMT(12)= 16.470092

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO

CARGA =5030.0 KG

XMR(1)= 1.833143	XMT(1)= 12.578186
XMR(2)= 14.242116	XMT(2)= 17.541774
XMR(3)= 21.828510	XMT(3)= 18.444244
XMR(4)= 22.392555	XMT(4)= 16.893123
XMR(5)= 17.513572	XMT(5)= 11.506500
XMR(6)= 11.844928	XMT(6)= 5.922464
XMR(7)= 27.017719	XMT(7)= 21.941318
XMR(8)= 36.239845	XMT(8)= 32.855575
XMR(9)= 33.814453	XMT(9)= 32.122322
XMR(10)= 29.527713	XMT(10)= 29.696926
XMR(11)= 20.192783	XMT(11)= 25.607605
XMR(12)= 7.671000	XMT(12)= 19.769748

MOMENTOS RADIAIS E TANGENCIAIS SEM CORREÇÃO

CARGA =6030.0 KG

XMR(1)= 2.679209	XMT(1)= 14.101104
XMR(2)= 16.470092	XMT(2)= 19.262111
XMR(3)= 24.874351	XMT(3)= 20.136379
XMR(4)= 25.156368	XMT(4)= 18.472446
XMR(5)= 19.854358	XMT(5)= 12.916612
XMR(6)= 13.762678	XMT(6)= 7.163361
XMR(7)= 30.345577	XMT(7)= 24.930755
XMR(8)= 40.498375	XMT(8)= 37.283325
XMR(9)= 38.129386	XMT(9)= 36.691078
XMR(10)= 33.306808	XMT(10)= 33.814453
XMR(11)= 23.492443	XMT(11)= 29.414905
XMR(12)= 9.278526	XMT(12)= 22.900192

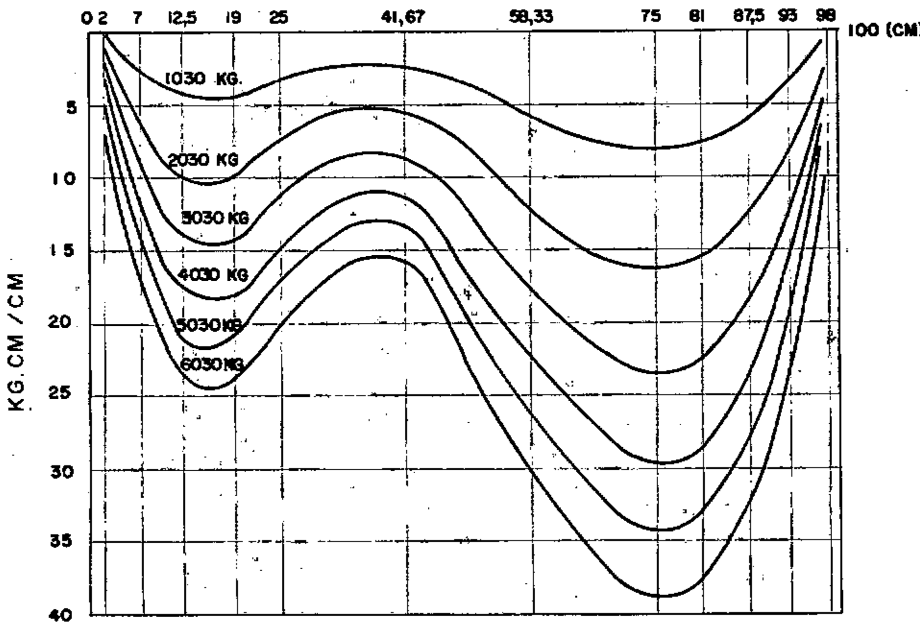


Figura **57**– Diagrama de momentos radiais sem correção

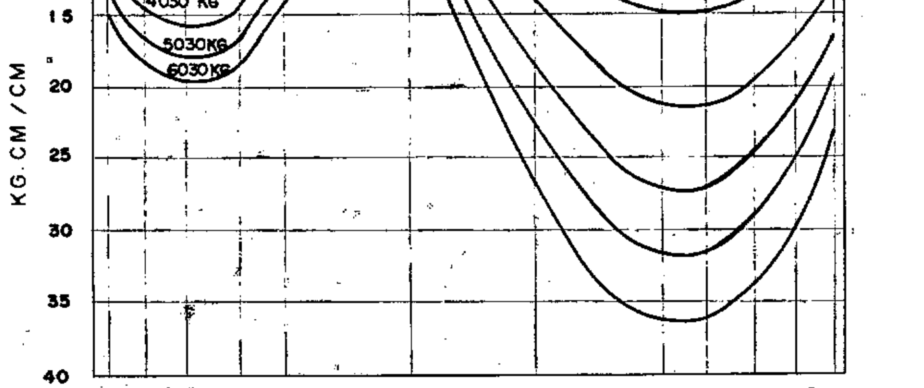


Figura **58** – Diagrama de momentos tangenciais sem correção

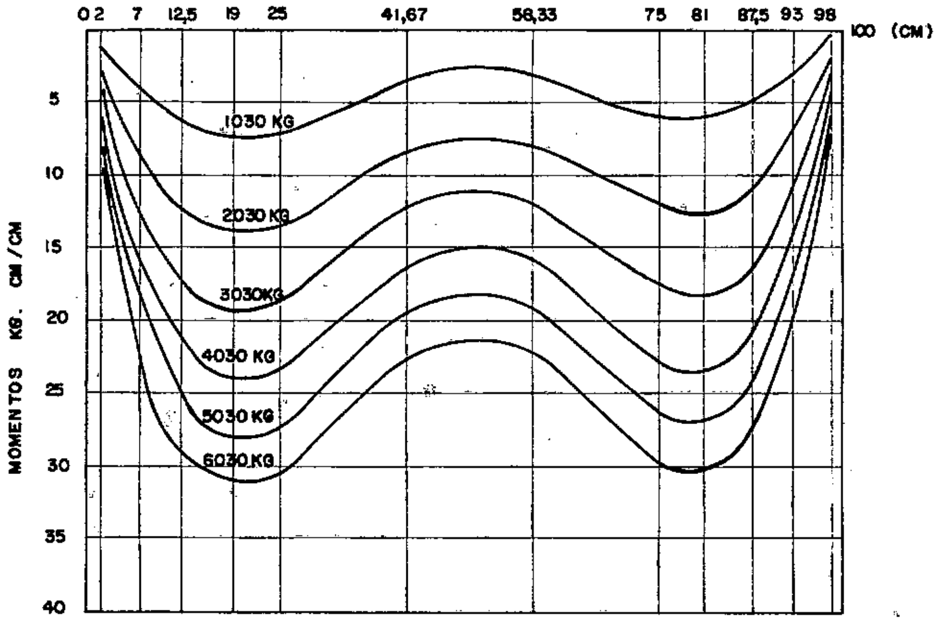


Figura **59** — Diagrama de momentos radiais medios

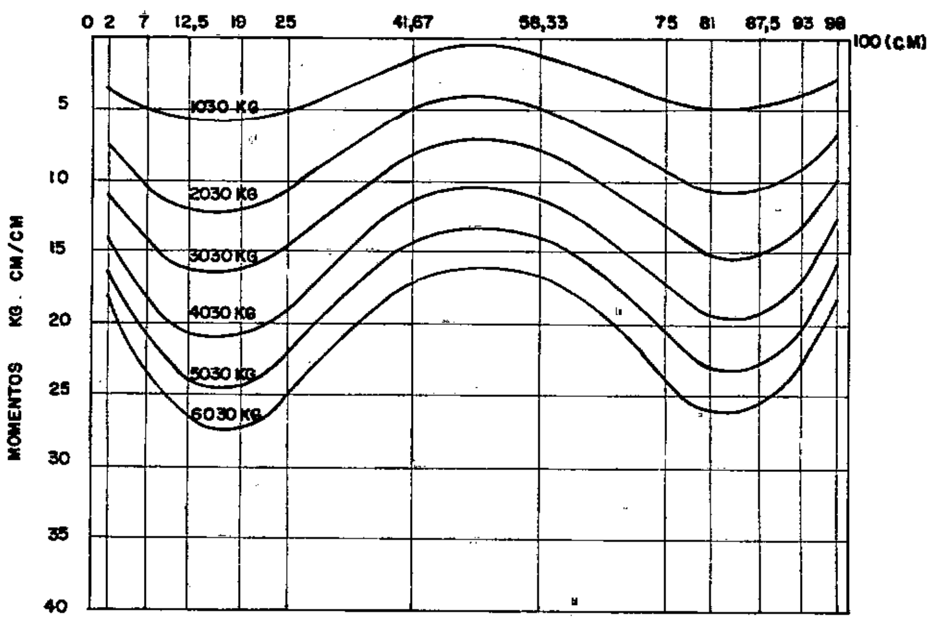


Figura **60** — Diagrama de momentos tangenciaiais medios

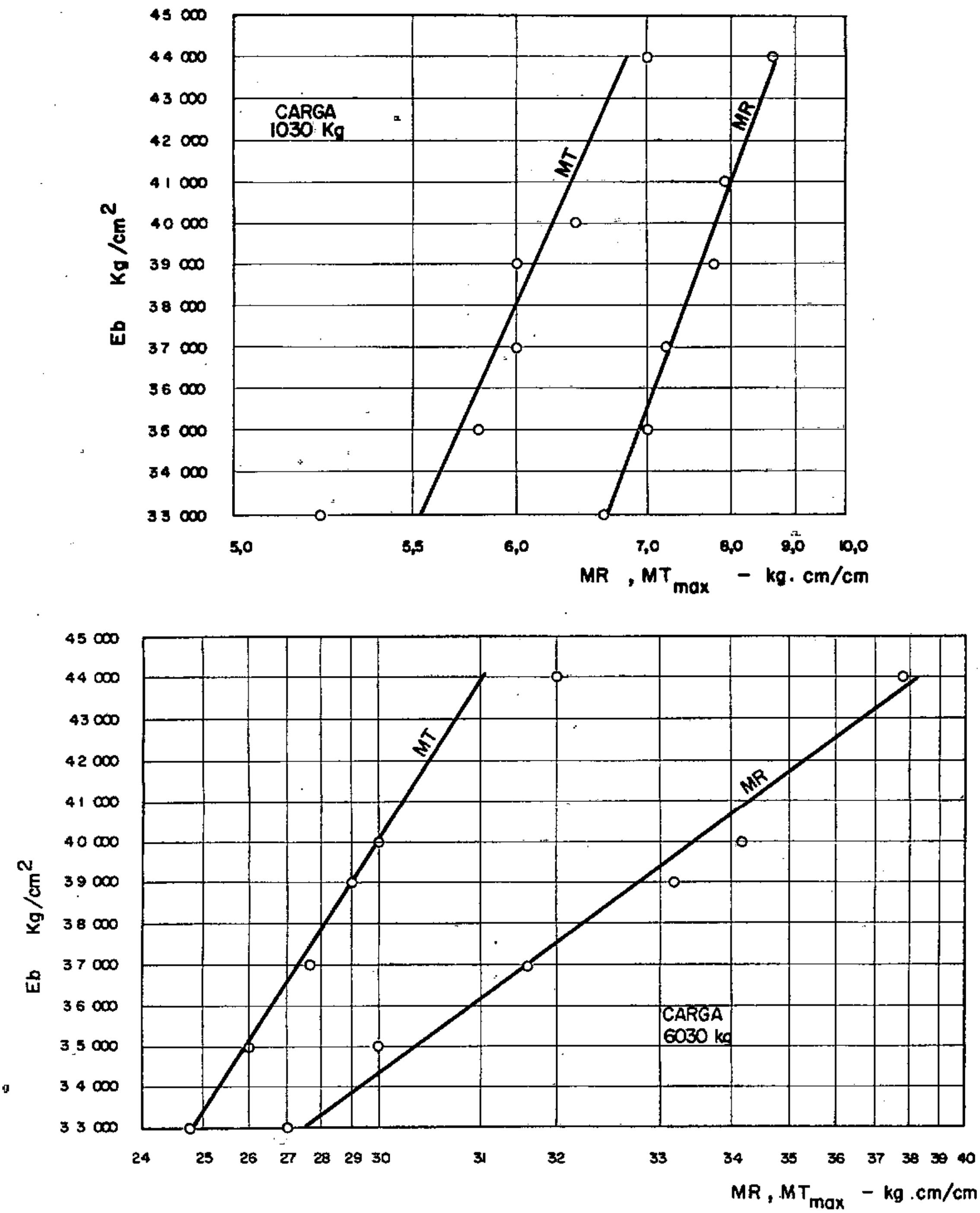
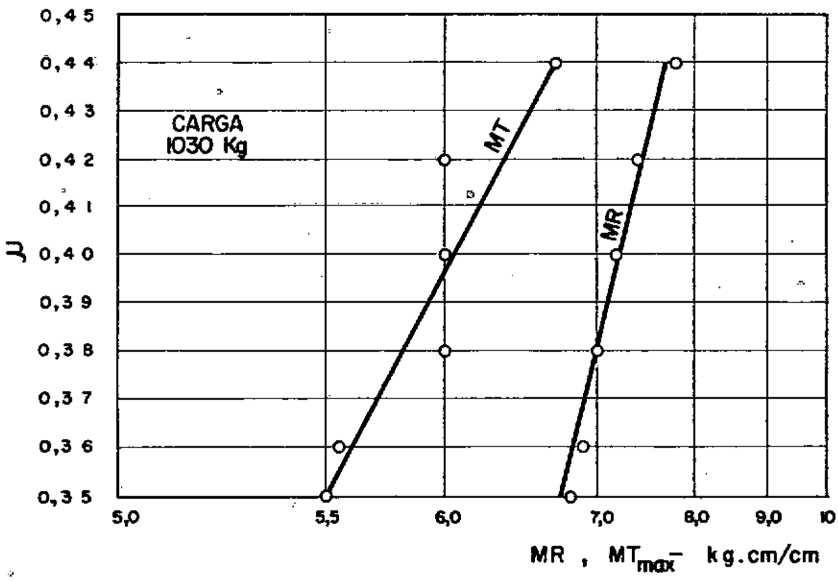


Figura **63** — Variação dos momentos radiais e tangenciais máximos com o módulo de elasticidade da placa, para os estágios de cargas de 1030 Kg e 6030 Kg com μ=0,4 e H= 1,96 cm



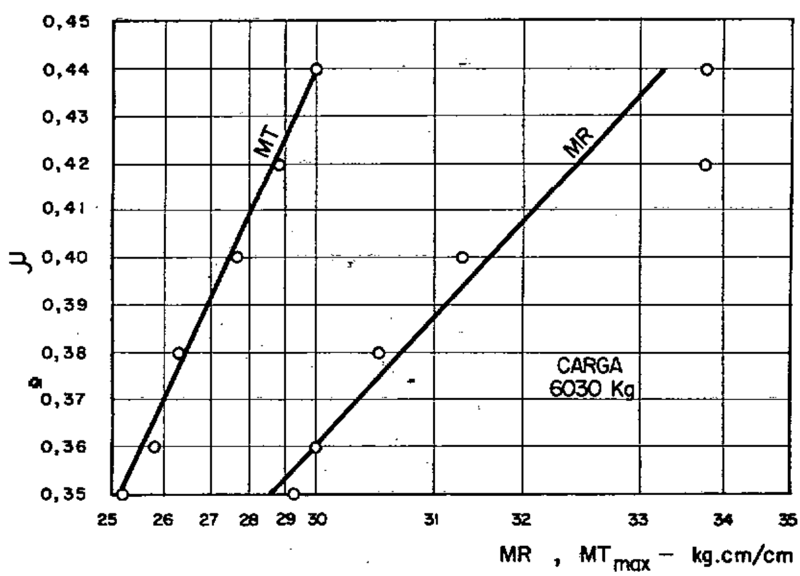
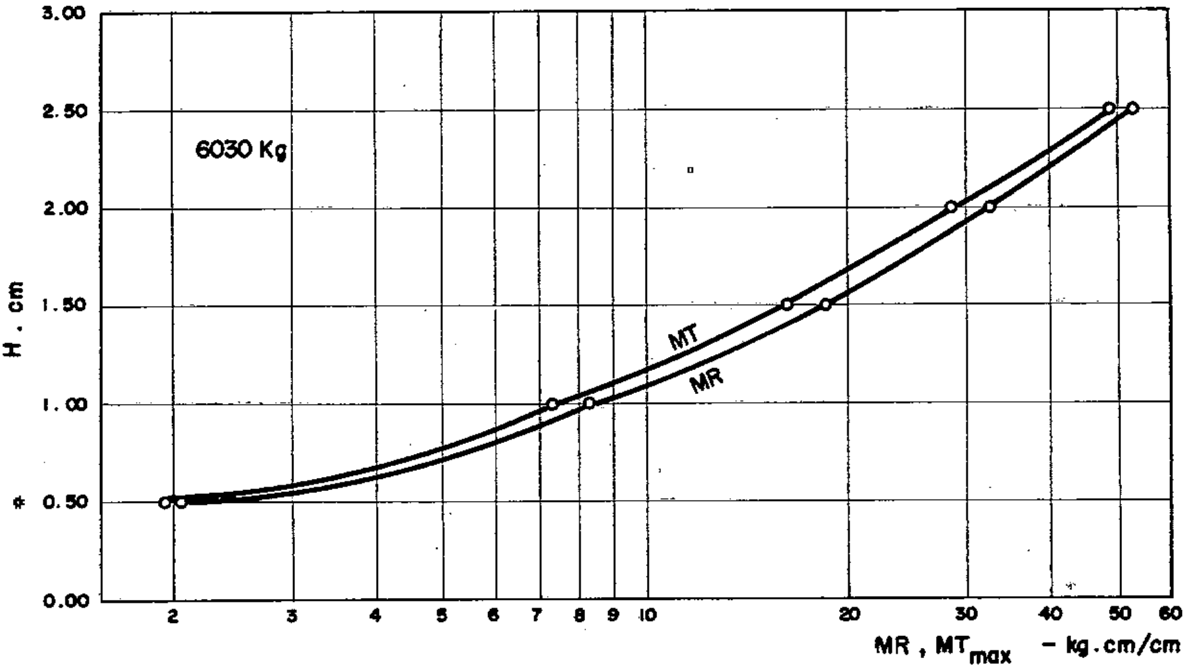


Figura **64**– Variação dos momentos radiais e tangenciais máximos com o coeficiente de POISON do material da placa, para estagios de cargas de 1030 Kg e 6030 Kg com Eb=37 000 Kg/cm² e H=1,96 cm



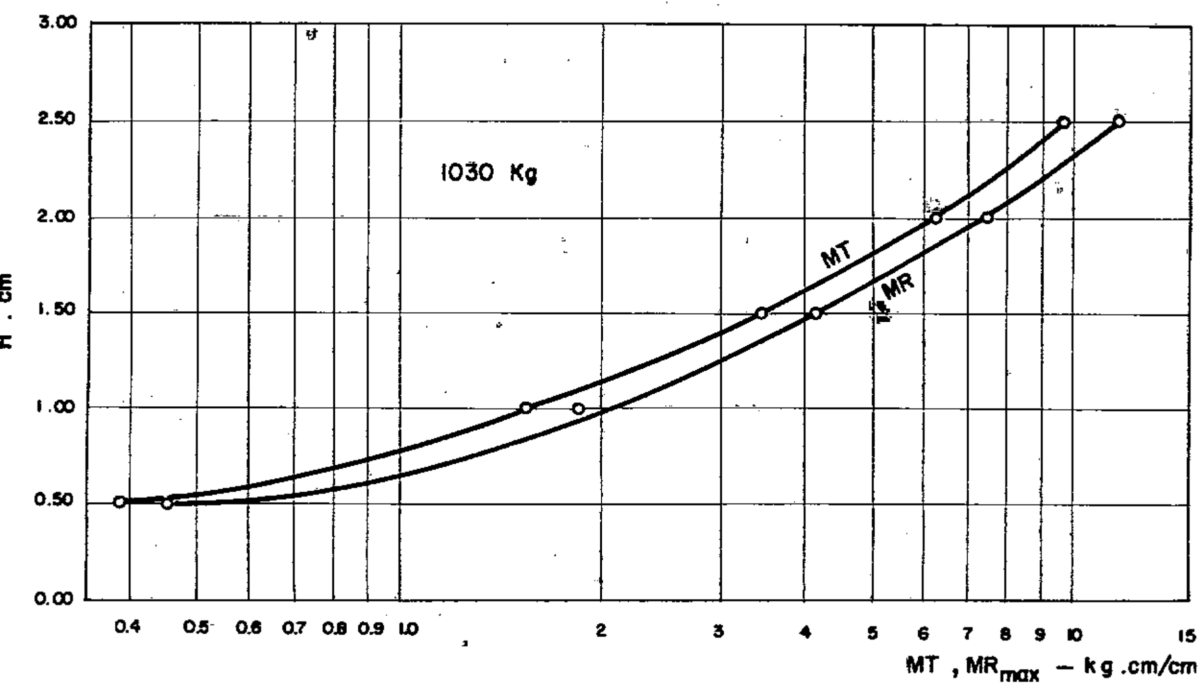


Figura **65** — Variaçao dos momentos radiais e tangenciais máximos com a espessura da placa.
Eb = 37 000 e μ = 0,40

5.2. RESULTADOS OBTIDOS APLICANDO-SE OS MÉTODOS DE CÁLCULOS

Considerando-se as características do modêlo ensaiado e utilizando-se os programas nas formas já apresentadas no CAP. 4, pudemos obter os diagramas de Momentos Radiais e Tangenciais, aplicando-se os dois métodos de cálculo analizado.

As características do modêlo utilizado são :

- PC = 6030 KG - Carga total aplicada sôbra a Placa.
- Q = 0,70 KG/CM² - Carga uniformemente distribuida (resultante) aplicada sôbre a Placa.
- H = 1,96 CM - Espessura da Placa.
- GAMAS = 0,0015 KG/CM³ - Pêso específico aparente da areia.
- ELS = 47,0 KG/CM² - Módulo de
- R = 50,0 CM - Raio da Placa.
- GAMAC = 0,0018 KG/CM³ - Pêso específico do material da Placa (acrílico).
- XMIB = 0,40 - Coeficiente de Poisson do material da placa (acrílico).

- EB = 37000 KG/CM^2 - Módulo de Elasticidade do material da Placa.

- T = 8,00 CM - Profundidade da Placa de Fundação.

- HT = 50,00 CM - Altura da parede lateral do reservatório.

- D1 = 0,40 CM - Espessura da parede lateral do reservatório.

- FSZ = 0,50 - Fator de Recalque, obtido da Fig. A.1 (no Apêndice), considerando-se a/b = 1.0 e z/b = 1,12 onde :

  a e b - são o comprimento e a largura da Placa no caso de ser retangular.
  Para efeito de cálculos, assimilamos a placa circular a uma quadrada de lado $b = R\sqrt{\pi}$, portanto (a = b = 81,6 CM).

  z = 92 CM - Distância entre a Placa de fundação e a camada dura (fundo do reservatório).

Fornecendo-se estes elementos como dados ao programa já discutido no Capítulo anterior, obtemos diagramas da forma apresentada nas figs. (66 e 67).

Da mesma maneira, variando-se algumas caracterís ticas do modêlo pudemos analisar a influência da variação de tais características nos momentos finais obtidos, simples mente alterando-se os cartões de dados.

Esta possibilidade de análise é de grande valor prático, uma vez que, ao se calcular uma determinada obra nunca se dispõe de tempo ou de recursos suficientes para in vestigar mais acuradamente certas opções de carregamento , de geometria das peças, dos materiais empregados e princi - palmente dos parâmetros do solo.

Relativamente a estes últimos, não é tão simples definir valores únicos de projeto e por esta razão sempre e xiste para cada elemento uma gama de valores que satisfazem as condições apresentadas.

Por isto, apresentamos em seguida a influência das variações de alguns dos elementos de cálculo nos momen- tos finais :

a) - Método do Coeficiente de Recalque -

Para que se tornassem perceptíveis as variações analisadas foi necessário ampliar a escala de momentos, fa-

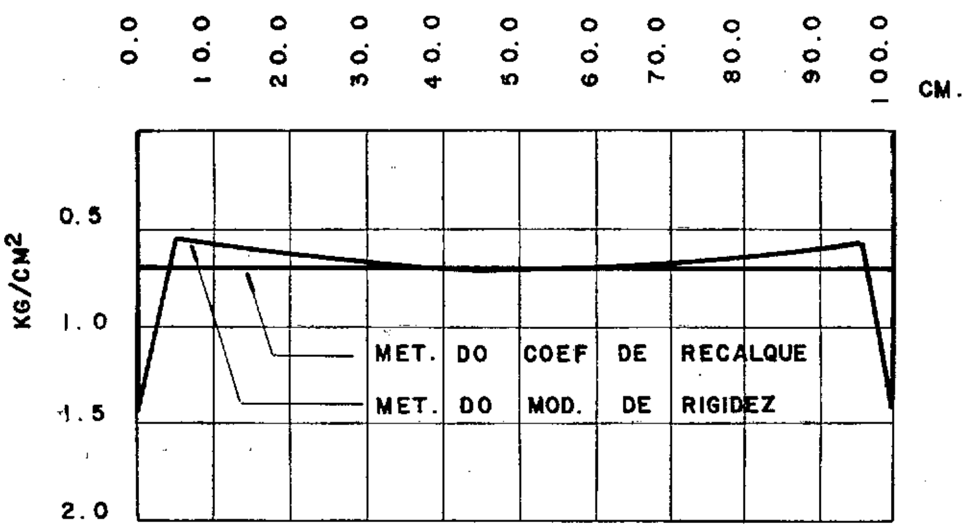


Fig. 66-Diagramas de Pressões de contacto

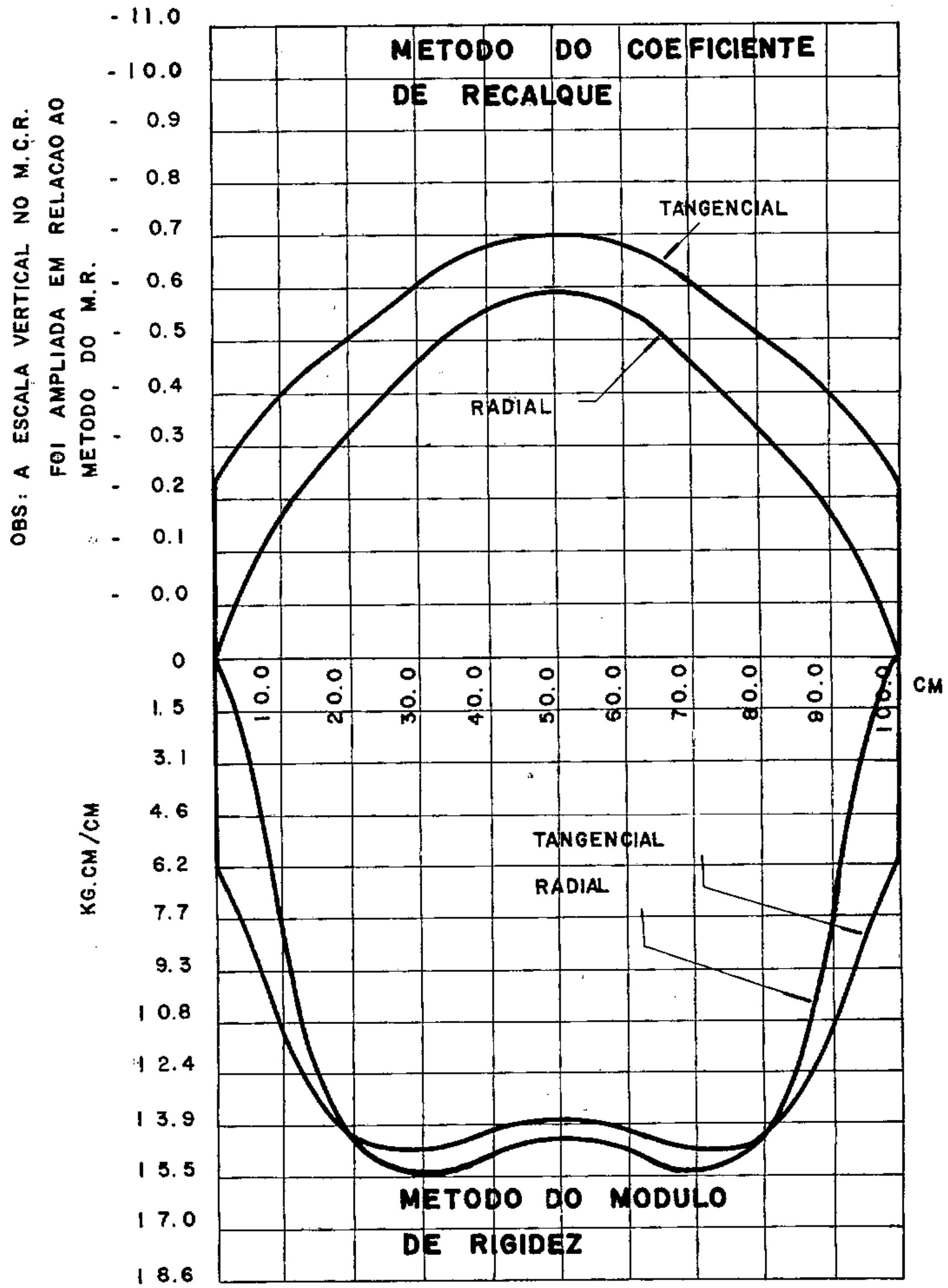


Fig. 67 DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLETORES

to que provocou uma deformação no diagrama, descontinuando-o entre os pontos 24 e 26, uma vez que,para efeito de traçado, êles foram ligados por um segmento horizontal de reta. Observamos que não se calcularam os valores dos momentos no centro da Placa (no ponto 25), mas nos seus vizinhos (24 e 26).

Os resultados desta análise estão apresentados nas figs. (68 a 73).

Observamos outrossim que os Momentos Radiais e Tangenciais por este método de cálculo, pràticamente não se alteram com a variação da profundidade (T) da Placa de fundação.

b) - Método do Módulo de Rigidez -

As figuras (74 a 79) mostram os resultados de tais análises, quando se aplica este método.

METODO DO COEFICIENTE DE RECALQUE
DIAGRAMA DE PRESSÕES

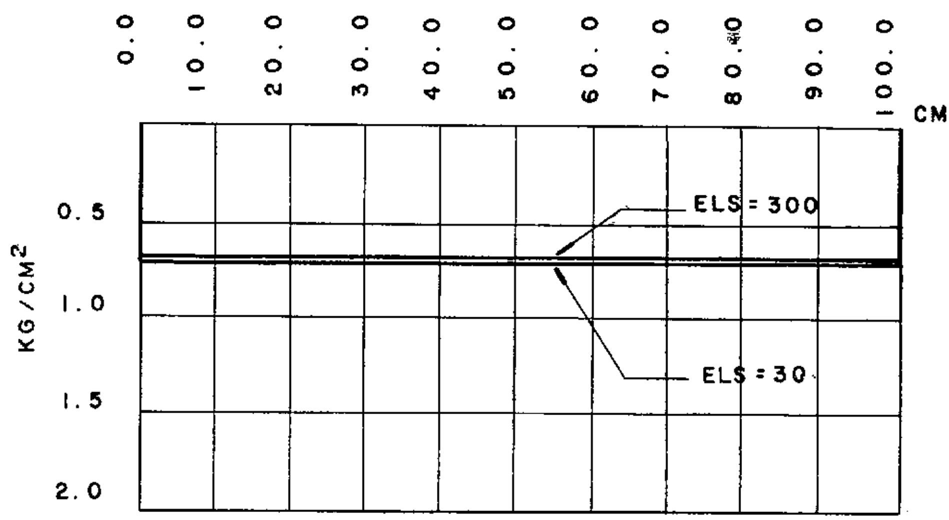
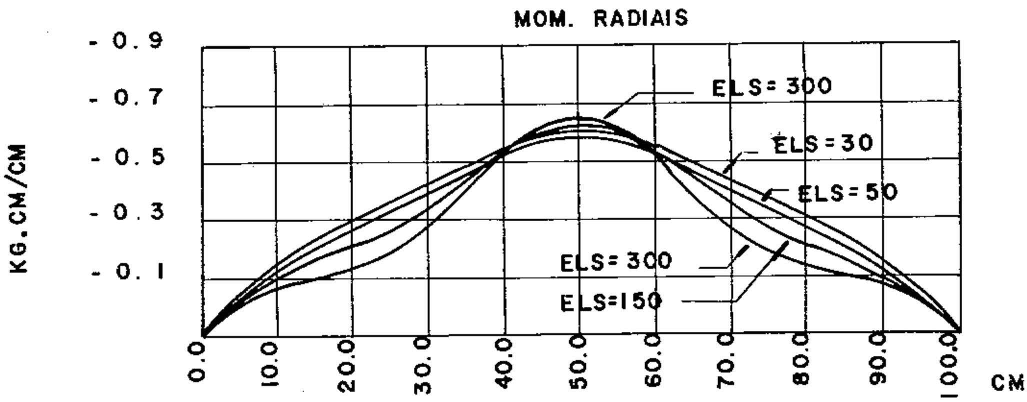


Fig. 68 — Variação do Diagrama de Pressões de Contacto com a variação do Modulo de Deformação ELS do solo



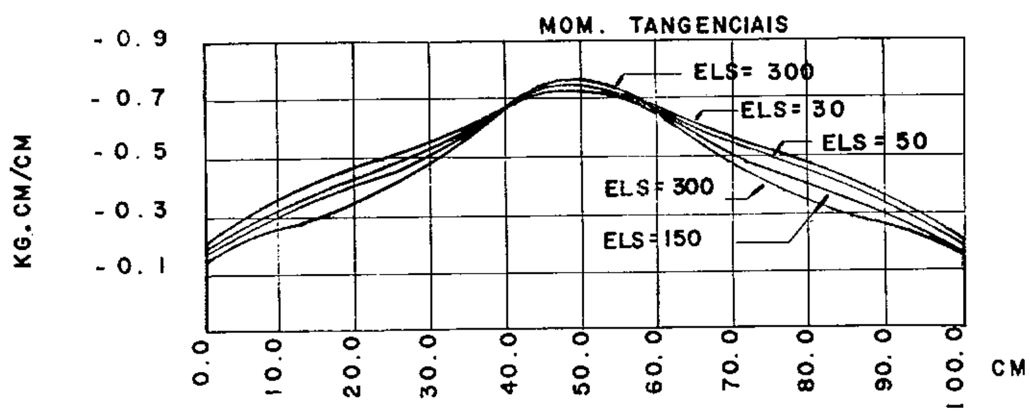


Fig.s 69 e 70 — Variação dos Momentos Fletores com o Modulo de Deformação do Solo, ELS.

METODO DO COEFICIENTE
DE RECALQUE

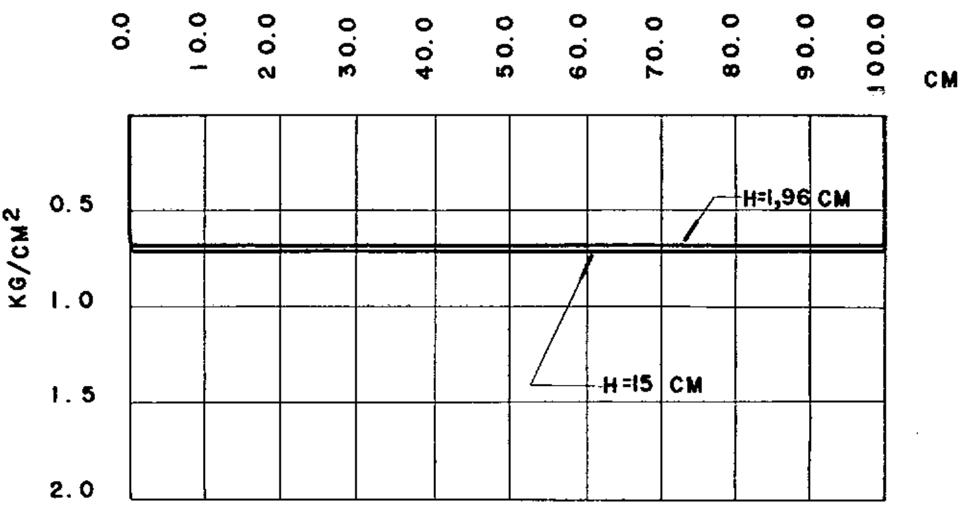


Fig. 71 _ Variação do Diagrama de Pressões de Contacto com a Variação da Espessura da Placa (H).

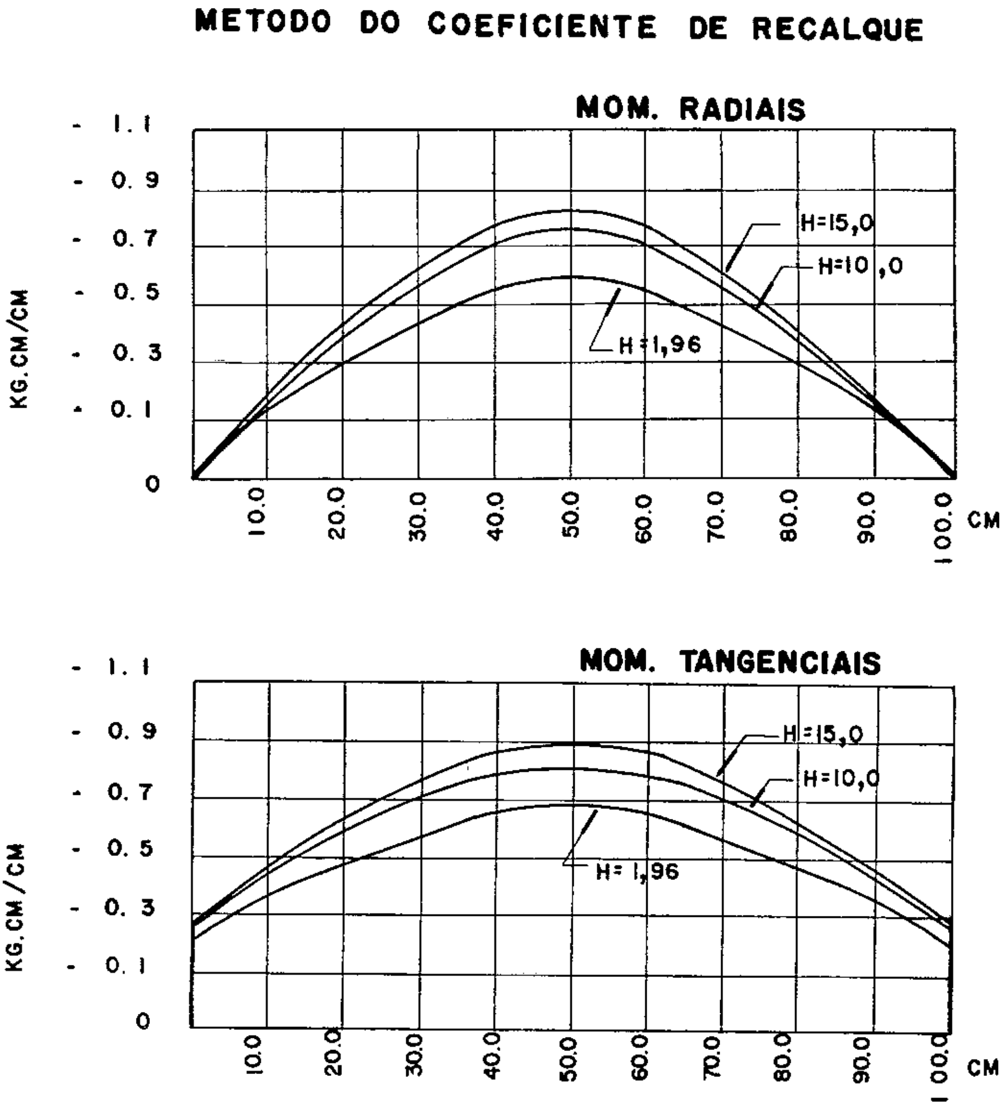


Fig.s 72 e 73 _ Variação dos momentos em função das Variações da Espessura (H) da Placa.

MÉTODO DO MODULO DE RIGIDEZ

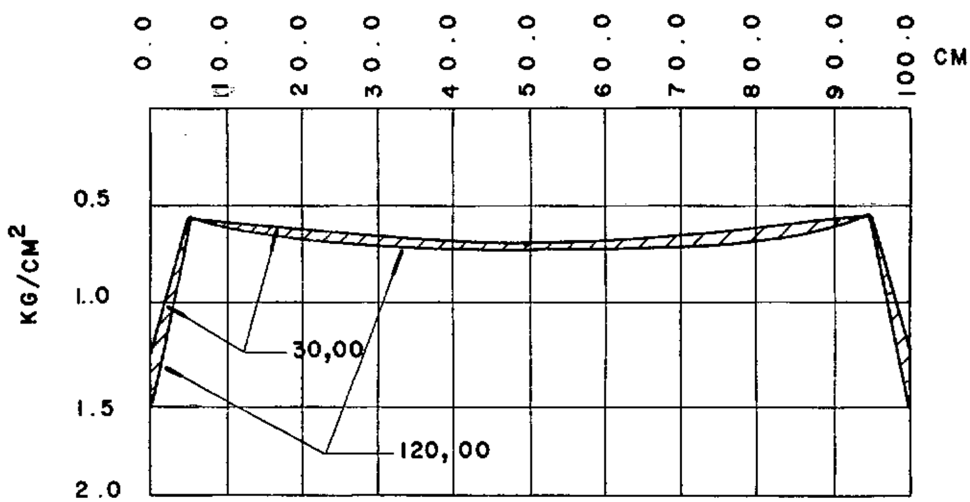


Fig. 74. Variação do diagrama de Pressões de contacto em função da variação do Modulo de Deformação do ELS, do solo

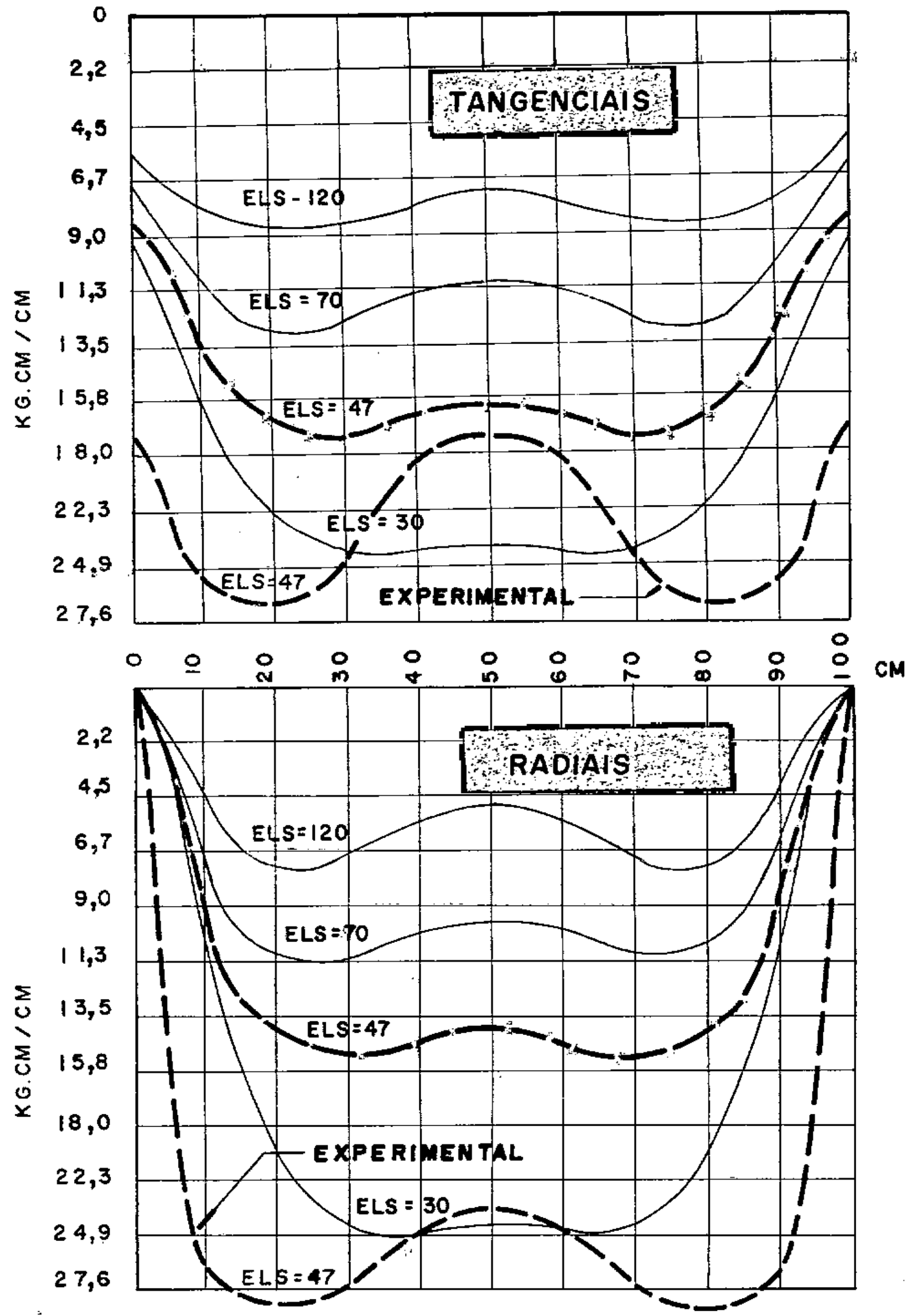


Fig.ª 75 e 76 _ Momentos Radiais e Tangenciais para varios valores de ELS.

METODO DO MODULO DE RIGIDEZ

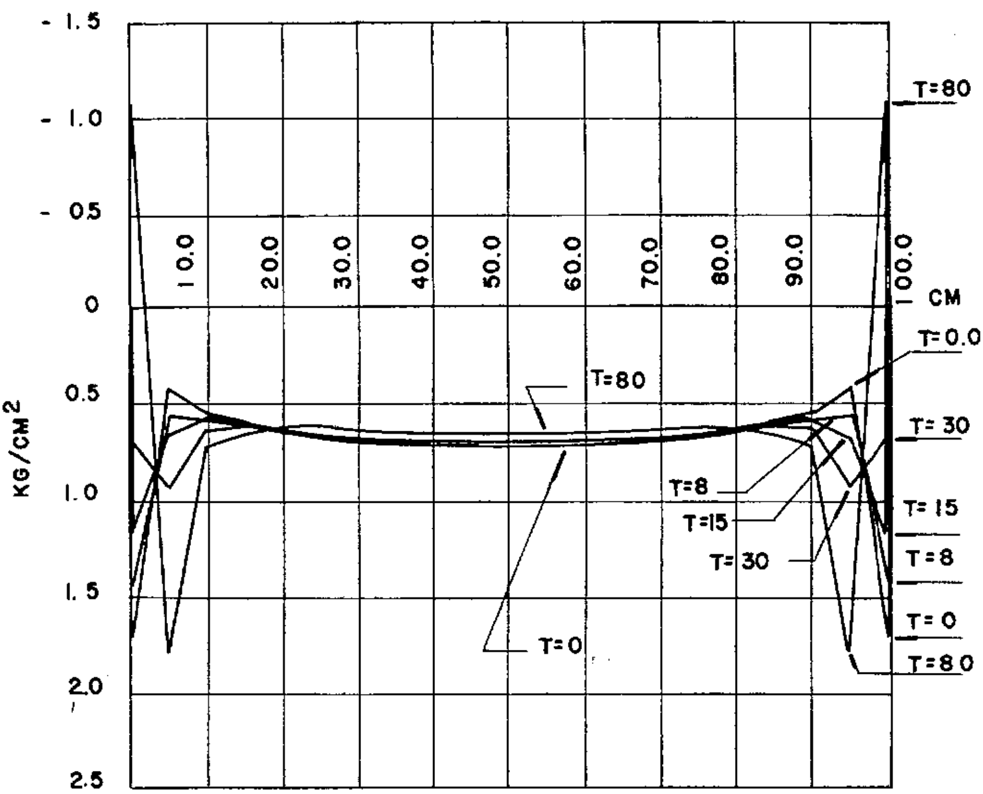


Fig. 77_ Variacaes do Diagrama de Pressões de contacto com a profundidade (T) da placa.

METODO DO MODULO DE RIGIDEZ

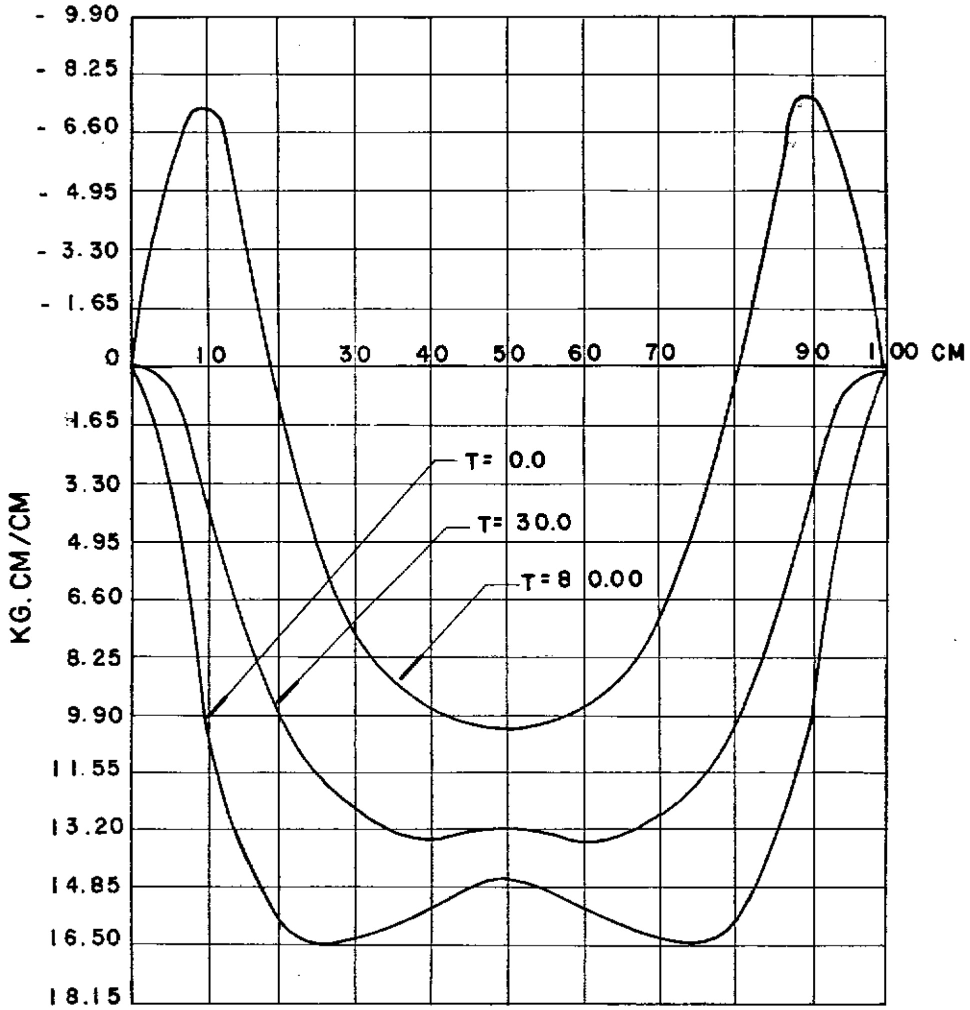


Fig. 78. Variação dos Momentos Radiais em função da variação da profundidade (T) da placa

METODO DO MODULO
DE RIGIDEZ

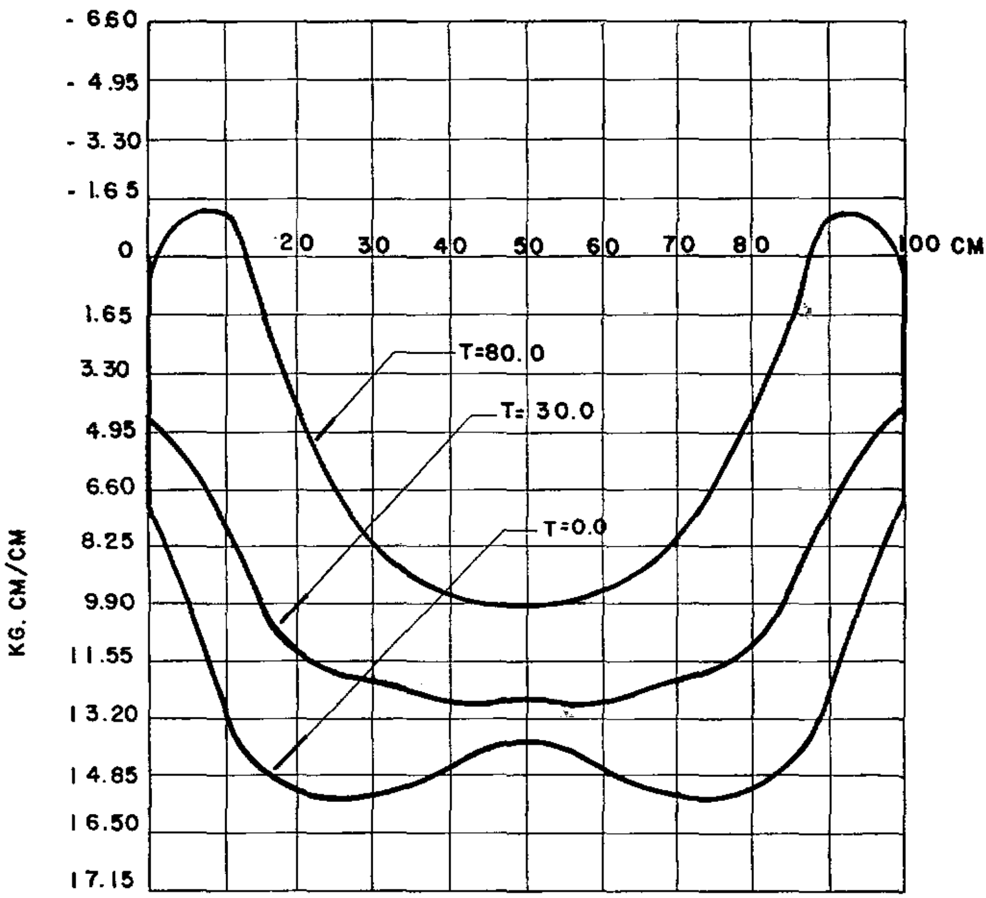


Fig. 79_ Variação dos Momentos tangenciais em função da variação da profundidade da placa.

CAP 6

ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1. CONSIDERAÇÕES SÔBRE A DISTRIBUIÇÃO DAS PRESSÕES DE CONTATO

Como se pode ver, o diagrama de pressões de contato está intrinsicamente ligado aos esforços finais procurados, a que estará sujeita a placa de fundação.

Segundo Terzaghi (27), o têrmo "Pressão de Contato" indica a tensão normal na superfície de contato entre a placa e o solo. Para placas elásticas a distribuição de pressões de contato depende de :

- propriedades elásticas do solo
- rigidez a flexão da placa
- distribuição de cargas na placa

Resultados apresentados por Borowicka (1936) mostram que quanto mais rija a placa, menos uniforme será o diagrama de reação.

Na fig. 80 observamos que, sendo

$$Kr = \frac{1}{6} \cdot \frac{1 - \mu^2{}_s}{1 - \mu^2{}_b} \cdot \frac{E_b}{E_s} \left[\frac{H}{R}\right]^3$$

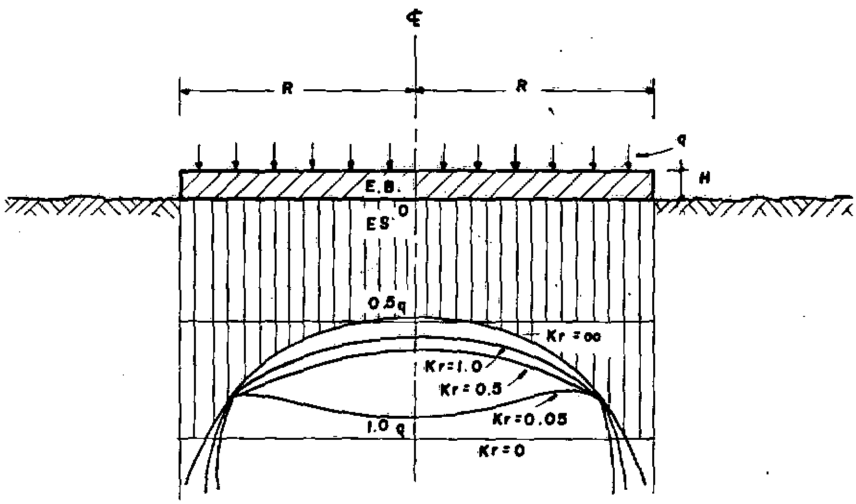


Fig. **80** Pressões de contacto na base de uma placa circular uniformemente carregada com diferentes graus de rigidez a flexão (kr) onde Kr é a rigidez a flexão da placa (o valor de Kr = 0, indica flexibilidade perfeita, e o carregamento sôbre a placa nestas condições poderá ser considerado frouxo), o menor valor da ordenada de pressão de contato p_k estará entre o centro e a borda da placa se a rigidez Kr estiver entre 0 e 0.1 .

A rigidez a flexão,do modelo ensaiado, é aproximadamente zero (Kr = 0,008) e como verificamos (fig. 67 , cap. 5), o menor valor de p_k realmente se encontrou entre o centro e a borda da placa (a cêrca de 32 cm do centro).

O diagrama de pressões encontrado não apresentou variações marcantes (como ocorreu com o exemplo de aplicação, ítem 2.5,Cap. 2, onde Kr = 0,167) porque sua rigidez é consideràvelmente pequena.

Observamos que o têrmo "rigidez a flexão da placa" é relativo, e depende não sòmente das características do solo (E_s, Módulo de Young e μ, Coeficiente de Poisson), mas também das características da placa.

Deve-se salientar que as pesquisas citadas nos parágrafos anteriores foram efetuadas desconsiderando-se as tensões de cisalhamento na interface solo/placa. Na realidade esta situação nunca ocorre. Fröhlich, baseando-se nas equações desenvolvidas por Boussinesq, estudou o assunto e concluiu que as fôrças radiais de atrito dirigidas para o centro da placa produzem um aumento nas tensões verticais abaixo da área carregada.

A influência destas fôrças diminue com o aumento da profundidade e se torna desprezível para profundidades maiores que duas vêzes o diâmetro da placa.

6.2. FIGURA DE RECALQUES

Analisemos o caso de placas uniformemente carregadas e apoiadas sôbre solos coesivos ($\phi = 0$), onde predominam as deformações volumétricas (28).

Se a placa for perfeitamente flexível, o diagrama de pressões de contato será uniforme (pelo fato do carregamento ser frouxo) como mostra a fig.81 abaixo.

Neste caso, a teoria da elasticidade mostra que as pressões sofridas pelo solo são tanto maiores quanto mais próximos da vertical que passa pelo centro da placa, estejam os pontos considerados (Boussinesq e Fröhlich). Por esta razão , a figura de recalques apresenta deformações mais acentuadas sob o centro da placa.

Se a placa for rígida, a figura de recalques será

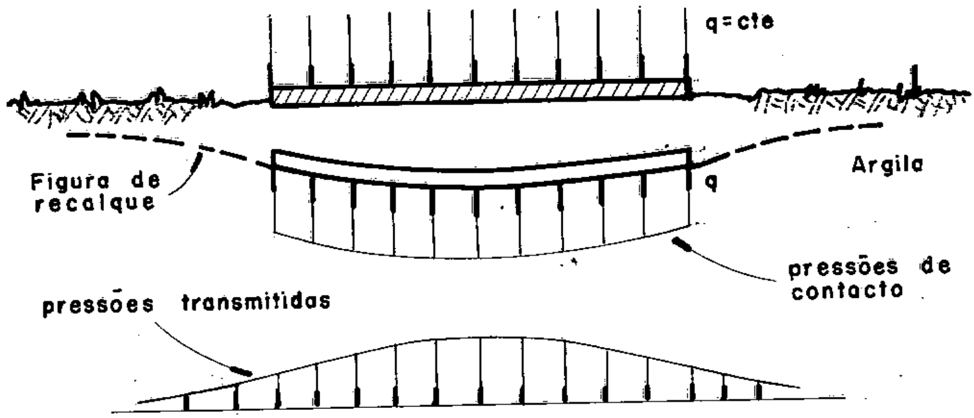


Fig. 81 Placa flexível apoiada sôbre solo plástico

obrigatòriamente uniforme, indicando que a própria placa se incumbe de redistribuir as pressões aplicadas, de tal forma, que as transmitidas ao longo do maciço se uniformizem. Então uma vez imposta a uniformidade de deformações, será necessário carregar todos os pontos do maciço com a mesma intensidade, e consequentemente as pressões de contato serão maiores nos bordos do que no centro da placa (ver fig.82).

No caso onde o maciço é constituído de areia pura (c = 0), caso em que as deformações são principalmente de caráter cisalhante, uma placa uniformemente carregada e perfei

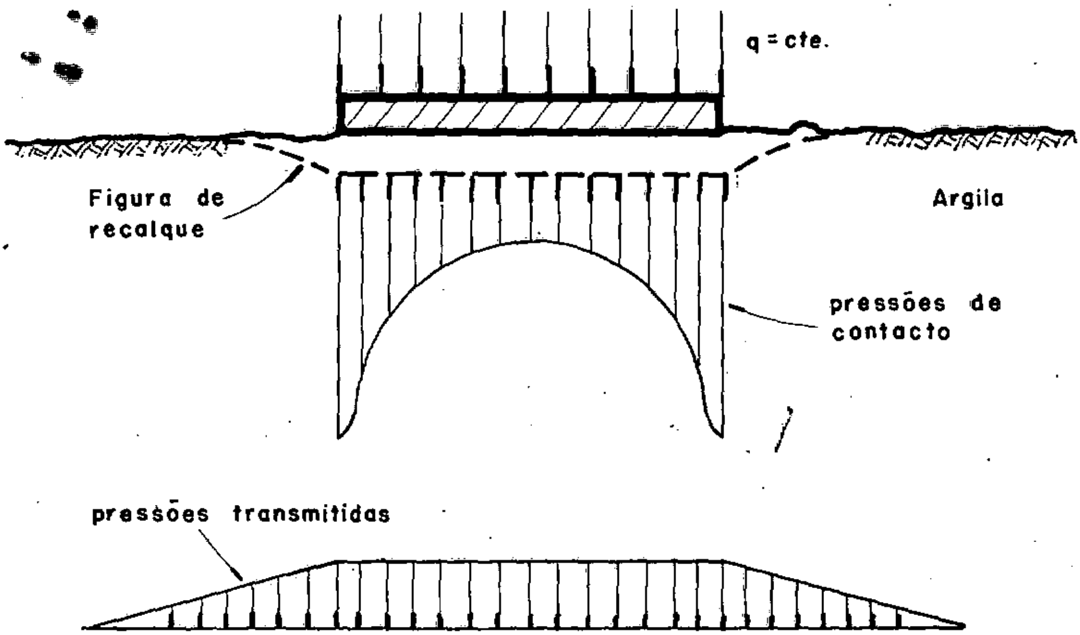


Fig. 82 Placa rígida apoiada sôbre solo plástico.

tamente flexível (Kr = 0) produzirá um diagrama de pressões de contato uniforme.

Como a resistência ao cisalhamento da areia é diretamente proporcional ao confinamento, os pontos sob o centro da placa apresentarão resistência bem mais elevada (por estarem confinados) do que aquêles situados na periferia da mesma.

Por esta razão, a placa se deformará muito mais na borda do que no centro, produzindo uma figura de recal -

ques como mostra a fig. 83 abaixo.

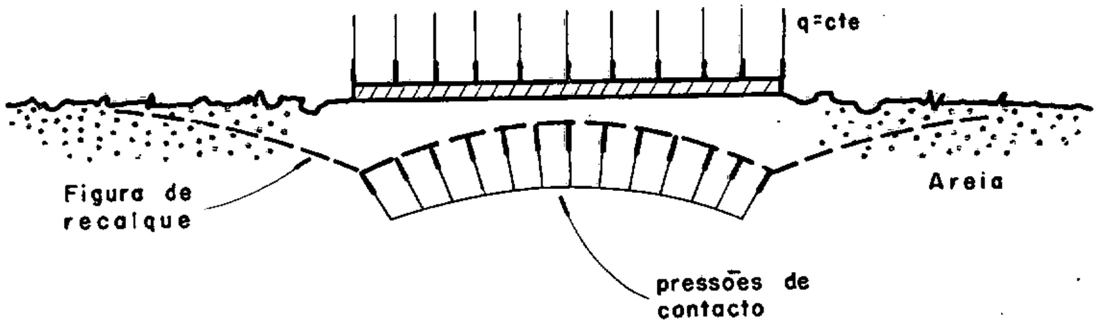


Fig. 83 Placa flexivel apoiada em solo granular puro.

Caso seja impedido o cisalhamento imediato do solo situado sob a borda da placa (confinando-o, enterrando a placa ou sobrecarregando a superfície adjacente à mesma)a diferença entre o recalque da borda e o do centro diminuirá substancialmente.

Considerando-se a placa como sendo perfeitamente rígida, os recalques se uniformizarão (forçados pela rigidez da placa); e pela razão já explicada, para que o solo situado sob o centro da placa tenha um recalque igual ao periférico, será necessário aplicar-lhe cargas bem maiores.

Por esta razão, o diagrama de pressões de contato tem a forma apresentada como mostra a fig.84 a seguir.

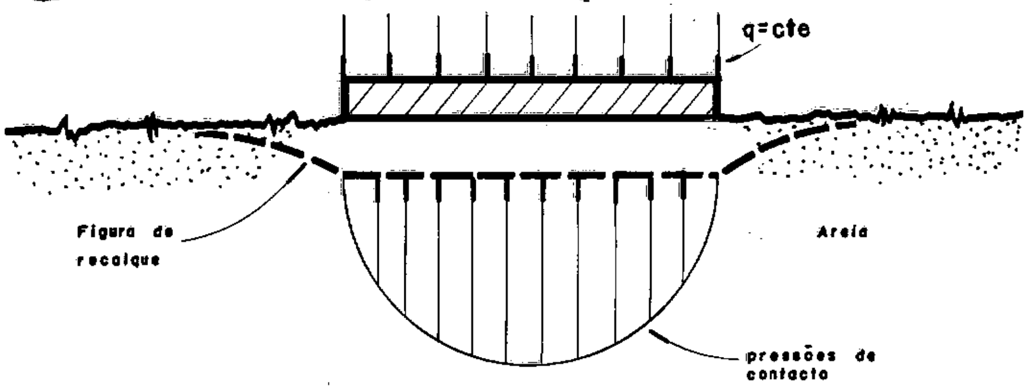


Fig. 84 Placa rigida apoiada sôbre solo granular puro.

Se a placa estiver na superfície não haverá confinamento nos bordos, fazendo com que as pressões de contato nesta região se anulem.

Nesta situação, o diagrama de pressões de contato poderá em primeira aproximação ser considerado parabólico.

Na ocorrência de solos mistos (areias argilosas ou siltosas, siltes ou argilas arenosas, onde c e $\phi \neq 0$) os diagramas de pressões de contato assumirão posições interme diárias aos casos limites estudados neste artigo.

A configuração final do referido diagrama e a correspondente figura de recalques dependerão básicamente do comportamento mecânico do maciço (se predominantemente granular ou plástico) e da rigidez (relativa) da placa.

6.3. INFLUÊNCIA DA INTENSIDADE DA CARGA APLICADA NAS CONDIÇÕES DE TRABALHO DO MACIÇO

O aumento da carga sôbre a placa causa uma progressiva transição do maciço carregado, do estado de equilíbrio elástico para o plástico (23).

Esta transição influencia não sòmente a intensidade e distribuição das tensões geradas no material carregado, mas altera a distribuição das tensões de contato na interface solo/placa.

Para o caso de placas perfeitamente rígidas (Kr = ∞), as teorias que analisam as pressões de contato concluem que, nas periferias das placas carregadas, a pressão de contato é infinita para qualquer valor finito da carga, nos solos coesivos e que nos solos granulares a mesma se anula nesta região.

No primeiro caso, desde que nenhum solo pode suportar tal estado de tensões, surge um escoamento plástico tão logo se aplique a carga. No segundo caso, devido à falta de suficiente confinamento, o escoamento plástico imediato faz com que as pressões de contato no contorno sejam nulas.

À medida que a carga aumenta, a zona de escoamento plástico se propaga, fazendo com que a diferença entre a distribuição de pressões de contato real e calculada se torne cada vez maior.

Terzaghi (27) analisou o efeito da transição do material carregado, do estado elástico ao plástico, na distribuição das pressões de contato na base de uma placa rígida de comprimento infinito, repousando sôbre maciço homogêneo de grande profundidade. A figura a seguir mostra tal análise, onde considerou-se que as cargas cresciam de um pequeno valor produzindo-se o diagrama C_1 até atingir a capacidade de carga da placa (C_u).

Considerou-se também que a base da sapata era perfeitamente lisa.

As ordenadas das curvas C_2 representam as pressões de contato para um estágio intermediário do carregamento.

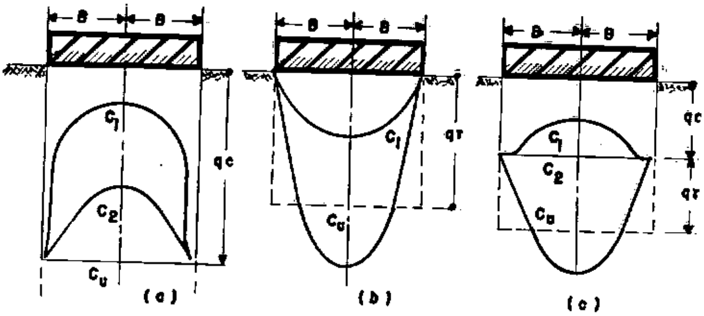


Fig. **85** Influência da coesão (c) e do ângulo de atrito interno (Ø) de um maciço semi-infinito e da intensidade da carga aplicada na distribuição da pressão de contacto na base (lisa) de uma sapata rígida e contínua. (a) Ø = O. (b) c = o. (c) c e Ø > O

Para cada estágio, a carga total por unidade de comprimento de placa é igual à área entre a sapata e a curva correspondente.

A figura 85_a mostra o caso específico de maciço puramente coesivo, que com o aumento da carga passa do estado elástico ideal para o plástico ideal.

Logo que se inicie a aplicação da carga, surgirá o escoamento plástico do solo sob a borda da placa, trazendo as pressões de contato nestes pontos do infinito (valor indi cado teòricamente) para uma posição compatível com o estado de tensões em regime de escoamento plástico, e a mantém constante para os subsequentes estados de tensões.

Em contraposição, quando as placas estão apoiadas sôbre material puramente granular (c = 0), por menor que seja o estado de tensões nos bordos da mesma já será o suficiente para se estabelecer as condições de rutura do maciço naquela região (fig.85_b).

Por esta razão, as pressões de contato nos bordos da placa sempre serão nulas. Isto sòmente não ocorrerá quando existir sôbre o maciço uma sobrecarga periférica.

Fröhlich (23) mostra o perigo que se corre ao mudar o estado de equilíbrio, ora em repouso, das partículas próximas à borda da placa (fig. 86).

Para tanto, foram delineadas regiões ou zonas onde tal fato viesse a ocorrer.

Se a fundação não fosse colocada em uma profundidade razoável, poder-se-ia correr o risco das partículas serem expelidas lateralmente pelas bordas das fundações, provocando considerável recalque.

A expulsão lateral das partículas indica a formação de uma zona plástica no solo, que se inicia primeiramente sob o contorno da placa.

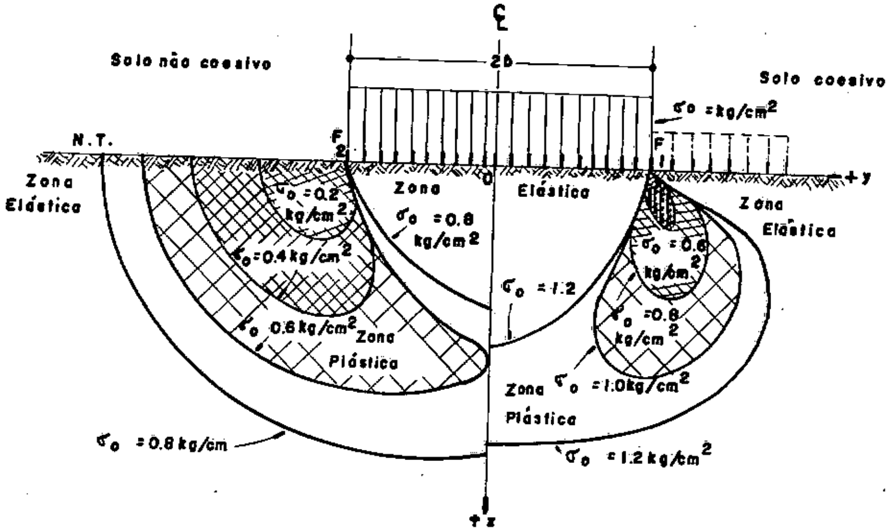


Fig. 86 Zonas elásticas e plásticas, sob um carregamento em faixa.

A pressão sob a qual se inicia tal expulsão é chamada de "pressão crítica de contorno".

Com o aumento da carga as pressões de contato no centro da placa crescerão, bem como as correspondentes zonas plásticas, até que seja atingida a capacidade de carga (de rutura) do solo.

Nesta situação, o diagrama de pressões de contato terá uma configuração aproximadamente parabólica, como indicado pela curva C_u da fig.85_b, e a pressão média de contato

q_γ é igual ao fator de capacidade de carga N_γ, vezes o peso específico da areia (γ) sob o centro da placa.

Fröhlich observa entretanto que mesmo na rutura permanece uma zona elástica diretamente abaixo da base da placa, que é chamada de "cunha elástica".

Esta "cunha elástica" é a cunha de penestração descrita nos ensaios realizados por Prandtl.

Em solos mistos, onde tanto a coesão como a ângulo de atrito interno contribuem para o aumento da capacidade de carga dos solos, as curvas C_1, C_2, C_u da Figura 85_c apresentam as situações do diagrama de pressões de contato para os correspondentes estágios de cargas.

A figura 85_c apresenta também as configurações dos diagramas de pressões de contato, para o caso de uma placa rígida assente a uma considerável profundidade, em um maciço constituído de areia pura.

Apezar de que nos exemplos anteriores nós apresentamos os fenômenos ocorridos quando da utilização de placas retangulares, tais resultados podem ser, a título de exemplificação, diretamente extrapolados para o caso de placas circulares.

6.4. CONCLUSÕES

Para se realizar a análise final desta pesquisa, deve-se ter em mente os seguintes fatos :

1) - O maciço foi constituído de areia pura, sêca, de grãos arredondados (c = 0).

2) - A placa não era perfeitamente flexível(Kr = 0,008).

3) - O maciço tinha profundidade finita (1,10 m).

4) - A areia apresentou uma baixa densidade relativa, (Dr = 0,33), portanto fôfa.

5) - Considerou-se como desprezível a carga aplicada na borda da placa, pela parede lateral.

6) - O atrito na interface solo/placa não era nulo.

7) - Por pequena inclinação do modelo, ou por heterogeneidade do maciço, na zona de influência das cargas aplicadas, verificamos não ser absolutamente simétricos os estados de tensões e deformações in-

duzidos no maciço, durante o ensaio.

8) - As deformações apresentadas como finais são as médias das deformações lidas em tempos diferentes.

Confrontando-se então, os resultados adquiridos experimentalmente com aquêles obtidos aplicando-se os dois métodos de cálculo discutidos, verificamos que sòmente o método do Módulo de Rigidez apresentou resultados reais e compatíveis com os valores conseguidos experimentalmente.

Quanto ao método do Coeficiente de Recalque, baseado na hipótese de que o solo, em cada ponto, recalque proporcionalmente à pressão aplicada ao ponto, acreditamos que o mesmo tem aplicação muito restrita.

Apezar de que este método tenha seu uso preconizado por vários engenheiros estruturais, principalmente para o caso da "viga ou placa sôbre apoio elástico", o mesmo só é utilizável de maneira precisa a uma peça apoiada sôbre molas equidistantes, ou a um corpo flutuante. Na realidade o método é fìsicamente inconsciente.

Como exemplo, consideremos dois casos :

- Tomemos primeiramente (29) uma placa perfeitamente rígida sujeita a uma carga concentrada no centro. (Fig.87).

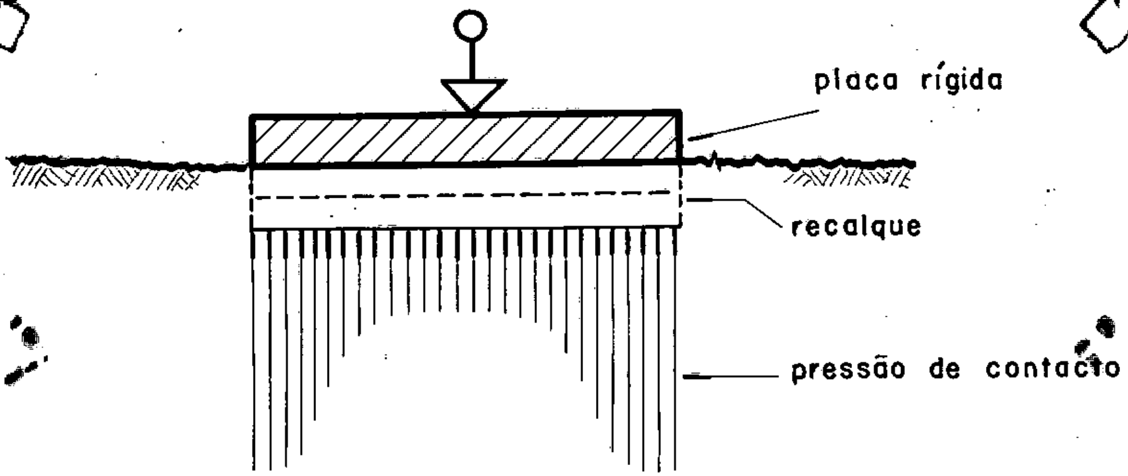


Fig. **87** _ Relação entre pressão/recalque para o caso de placa rígida.

Como já vimos anteriormente, a placa rígida recalca uniformemente, mas o diagrama de pressões de contato não será uniforme, invalidando portanto a hipótese da proporcionalidade preconizada pelo método do Coeficiente de Recalque.

- Consideremos,em contraposição, uma placa perfeitamente flexível (Fig.88).

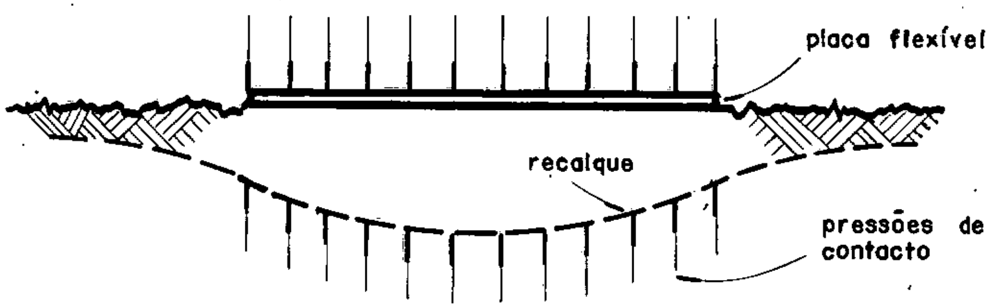


Fig. 88 Relação pressão/recalque, para o caso de placas flexíveis

Neste caso tivemos pressões de contato uniformes, mas os recalques são desuniformes, não permitindo que as pressões sejam proporcionais (com um coeficiente de proporcionalidade constante) aos recalques.

Biot (1937) pesquisou no sentido de obter a solução rigorosa do problema de se calcular a pressão de contato na base de uma placa elástica, infinita, repousando sôbre a superfície horizontal de um sólido semi-infinito.

Tal trabalho permitiu determinar o valor do Módulo de Fundação (Coefficient of Subgrade Reaction), o qual seria introduzido em teorias elementares de vigas sôbre bases elásticas, com o objetivo de se conseguir resultados compatī veis com aquêles obtidos por meio da aplicação de teorias complexas e precisas.

Biot concluiu que a relação entre a carga média unitária e o correspondente recalque médio é uma complicada função não sòmente do módulo de elasticidade do solo e da espessura da placa, mas também da rigidez a flexão da viga, e das pressões nas vizinhanças do ponto considerado.

Apezar de que todos os fatos aquí citados possam colocar em suspenso a hipótese fundamental do método do Coeficiente de Recalque, não negamos a possibilidade deste método apresentar em alguns casos resultados reais, ou pelo menos, aproximadamente reais.

Foi com grande surprêsa que,ao analisar os resultados experimentais, encontramos valores bem próximos daquêles calculados teòricamente.

Isto porque dada a pequena magnitude dos elementos manipulados e a variada gama de fatôres que entraram em jogo, esperávamos resultados de natureza apenas qualitativa.

6.5. COMENTÁRIOS SÔBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

1) - Ao contrário do que se esperava, a placa a -

presentou concavidade voltada para cima, e consequentemente momentos fletores positivos.

A razão de tal ocorrência de deve ã baixa densida relativa da areia que, ao receber a carga, se deformou volumētricamente funcionando em parte como um maciço plāstico, e também devido ā sobrecarga lateral.

Analisando-se o diagrama de deformações para os vārios estāgios de carregamento, pudemos concluir que a partir de certo ponto, "quando então o maciço deixasse de se acomodar" sob o efeito da carga aplicada, a densificação do material faria com que sob o centro da placa houvesse maior resistência do que na periferia e consequentemente os recalques dos bordos seriam maiores do que os do centro.

Tal fato teria ocorrido dêsde o início da aplicação da carga, se o maciço arenoso fosse mais compacto ou se não houvesse sobrecarga.

2) - A desconsideração do atrito na interface placa/maciço, certamente introduzira pequena discrepância entre os resultados (teórico e experimental), principalmente se considerarmos que a superfície inferior da placa fora lixada, tornando-se áspera, e que este atrito cresceria com o aumento

da carga (até atingir o valor do atrito interno da massa), porque sendo o acrílico muito mais macio do que a areia (quartzo), os grãos provocariam mossas na superfície da placa aumentando a rugosidade da mesma.

Como citam Graham e Gordon (30), este fato poderá vir a ser importante na análise de resultados obtidos através de modêlos.

3) - Pela razão já citada no ítem 1,o diagrama de pressões de contato, para o método do Módulo de Rigidez, não apresentou no centro ordenadas maiores que nos extremos; isto porque a placa era relativamente flexível e o maciço arenoso de baixo grau de compacidade.

Como preconizara Terzaghi, a menor ordenada de pressão não estaria sob o centro da placa, mas sim entre este e a extremidade. Obtivemos tal ponto na região prevista ainda que não acentuada a diferença entre as ordenadas de pressões, porquanto as condições eram um tanto diferentes daquelas observadas por Terzaghi.

4) - Observamos pequenos movimentos no maciço,con

siderados desprezíveis, provocados quiçá pela formação de uma primeira zona plástica, não obstante estar o modelo enterrado (8 cm) e a pressão aplicada estar bem aquém à capacidade de carga do maciço.

apêndice

referências bibliograficas

(1) - GRASSHOFF, Heinz - Das steife Bauwerk auf nachgiebigem Untergrund

(2) - GRASSHOFF, Heinz - Die Sohldruckverteilung unter zentralsymmetrisch belasteten, elastischen Kzeisplattenfundamenten. Bautechnik 30 (1953), H.12, S.352.

(3) - WORCH, G - Elastische Platten. In Beton. Kalender,2. Teil, S.267 ff. Berlin, Wilh. Ernst & Sohn,1952

(4) - BEYER, Kurt - Die Statik im Stahlbetonbau. 2. Aufl., s.652 und 667. Berlin, Springer Verlag, 1948

(5) - BERBERIAN, Dickran - Cãlculo de Vigas sôbre Base E-lãstica. Universidade de Brasilia - 1969

(6) - SCHLEICHER, Ferdinand - Zur Theorie des Baugrundes. Bauingenieur 7 (1926), H. 48, S. 931 u. H. 49, S. 949.

(7) - EGOROV, K. E. - HARR, M. E. - Foundation of Theoretical Soil Mechanics - 1966. CAP 2. pp.55 - 104

(8) - BOWLES, Joseph, E. - Foundation Analysis and Design

(9) - Flächengrundungen und Fundamentsetzungen. Erläuterungen und Berechnungsbeispiele fur die Anwendung der Normen DIN 4018 und DIN 4019, Bl. I. Herausgegeben vom Arbeitsausschuß Berechnungsverfahren des Fachnormenausschusses Bawesen in Deutschen Normenausschuß. Berlin, Beuth - Vertrieb und Wilh. Ernsl & Sohn, 1959.

(10) - BEYER, Kurt - Die Statik im Stahlbetonbau - Zweite Auflage - Zweiter Neudruck - 1956 -Pag 649-670

(11) - MARTINELLI, Dante A., O. - Contribuição ao Emprego de Extensômetros Elétricos de Resistên - cia no Estudo de Estruturas.
São Carlos - 1961

(12) - PERRY, C., C. e LISSNER, H., R. - The Strain Gage Primer.

(13) - WALKER, B, P. e WHITAKER, T. - An Aparatus for forming uniform beds of sand for model foundation test. Gēotechnique, Vol 17, nº 2. Jun 67.

(14) - De BEER, E, E. - Experimental determination of TH shape factors an the bearing capacity factor of sand. Gēotechnique, Vol 20, nº 4. Dec 70, pp.387-411.

(15) - BERBERIAN, Dickran - Sistemas de Classificações dos Solos. UnB . Pag.17-54 . 1971

(16) - British Standard 1377 : 1967 - Methods of testing soils for civil engineering purposes; pp 48.

(17) - ROARKE, R, J. - Formulas for Stress and Strain. Mac Graw - Hill - 1967

(18) - BARKAN, D.D. - Dynamics of Bases and Foundations. Mc Graw - Hill - 1962, Cap. 1

(19) - MAJOR, A. - Vibration Analysis and Design of Foun - dation for Machines and Turbines - Collet's Holdings Ltda. London 1962, Cap. 7.

(20) - TERZAGHI, K. - Evaluation of Coeficiente of sub - grade reaction. Gēotechnique, Vol 5, nº 4 1955, pp. 297-326.

(21) - HARR, M.E. - Foundations of theoretical soil Me - chanics - pp. 73-80. Mc Graw - Hill -New York 1966.

(22) - BALLA, A. - Bearing Capacity of Foundations - J. Soil Mechanics Found. Div. - ASCE. Vol.SM5- 89, pp. 13-34. Oct 62.

(23) - JUMIKIS, Alfreds R. - Theoretical Soil Mechanics Van Nostrand - New York, 1969. CAP 9, pp.121 -156.

(24) - TIMOSHENKO, S. e GOODIER, N.J. - Theory of Elasticity Mc Graw - Hill Book Co. New York. 2º ed. 1951.

(25) - LAMBE, T.William - Soil Testing for Engineers. John Wiley. New York - 1951 , pp. 98-110.

(26) - BOWLES, Joseph E. - Engineering Properties of Soils and Their Measurement. Mc Graw - Hill Book - 1970 , pp. 131-147.

(27) - TERZAGHI, K. - Theoretical Soil Mechanics - John Wiley and Sons, Inc. 1966 , pp. 387-396

(28) - MELLO, F.B. e TEIXEIRA;A.H. - Fundações e Obras de Terra - pp. 120-123 Volume II, Publicação número 94. E.E.S.C. - 1968.

(29) - NUNES, A.J.C. - Bases Geotécnicas da Engenharia de Fundações. Rev. Engenharia nº 148 - 1955.

(30) - GRAHAM, J. e STUART, G. - Scale and Boundary Efects in Foundation Analysis. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division. Procd.ASCE Paper 8510, SM 11, Nov.1971.

(31) - PACITTI, Tércio - FORTRAN - Monitor Princípios - Ao Livro Técnico S.A. - 1970.

(32) - STEVEN, J.Fenves - Cuputer Methods in Civil Engineering - M.N.Newmark - editor. 1961.

SUGESTÃO DE TÓPICOS QUE PODERÃO SER ENGLOBADOS EM PESQUISAS SOBRE ESTE TEMA

1) - Considerar, para efeito de cálculo dos Fatores de Influência de Flexão e de Momentos, os elementos (trapezoidais) gerados a partir do diagrama de pressões de contato como cargas distribuidas.

2) - Adotar, no método do Coeficiente de Recalque, coeficientes variaveis ao longo do raio da placa.

3) - Adotar um Módulo de Deformação Médio para o solo, uma vez que o mesmo varia com as tensões em cada ponto. ($ELS = f(\sigma_3^n)$ ou $ELS \doteq f[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^n]$.

4) - Elaborar um critério para adoção do referido Módulo Médio.

5) - Obter um fator de recalque f(s,o), especificamente para o caso de placas circulares e verificar qual o erro que

se comete quando o mesmo é obtido por equivalência através de placas.

6) - Analisar a influência da rugosidade da interface solo/placa (placas de aço(lisas), de concreto moldadas no solo sem acabamento superficial(rugosas), idem com acabamento superficial (ásperas)).

7) - Analisar o efeito de borda quando se tem outros tipos de carregamento que não uniformes (cargas periféricas concentradas, momentos aplicados, carregamentos mistos).

8) - Pesquisar as relações dos parâmetros solo/placa, para os quais os diagramas de momentos mudam de sinal.

9) - Ensaiar um protótipo e confrontar os resultados.

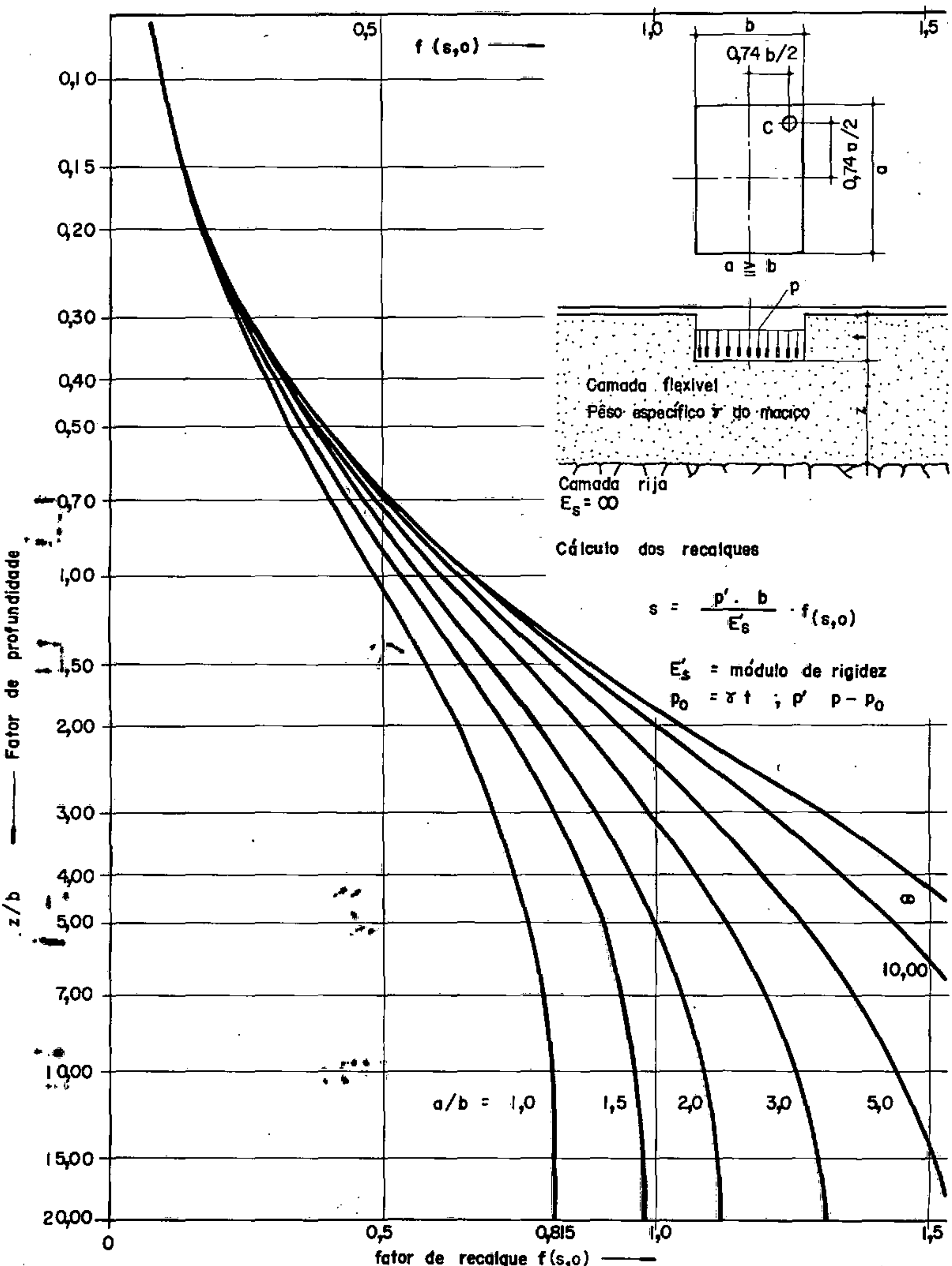
10) - Ensaiar sobre maciços arenosos com variação do teor de umidade (seco a saturado).

11) - Ensaiar modelos com cargas concentradas radialmente simétricas.

12) - Ensaiar modelos sobre maciços plásticos, a vários teores de umidade (seco-submerso).

13) - Ensaiar modelos sobre maciços constituidos por mais de uma camada.

14) - Analisar a influência da mistura de solos (argilas arenosas, areias argilo-siltosas, etc.).



Curva de recalque para uma carga frouxa retangular nos pontos característicos — Figura I·A

FÓRMULAS PARA OBTENÇÃO DAS DEFORMAÇÕES, MOMENTOS FLETORES E ESFORÇOS CORTANTES EM PLACAS CIRCULARES, SUJEITAS A CARREGAMENTOS DE SIMETRIA RADIAL.

Considerando:

$\rho = r'/r \quad \beta = b/r \qquad N = Eh^3/(12(1 - \mu^2))$

$w' = dw/dr \quad \phi_0 = 1 - \rho^4 \qquad \phi_1 = 1 - \rho^2 \qquad \phi_2 = \rho^2 \ell n\ \rho$

$\phi_3 = \ell n\ \rho \qquad \phi_4 = 1/\rho^2 - 1$

As funções ϕ_0 a ϕ_4 estão tabeladas (Cap. 4)

$w = (pa^4/64N(1 + \mu))\ [2(3 + \mu)\phi_1 - (1 + \mu)\phi_0] \quad M_r = (pa^2/16)(3 + \mu)\phi_1;$

$M_t = (pa^2/16) \cdot [2(1 - \mu) + (1 + 3\mu)\phi_1],\ Q_r = (-pa/2)(\rho)$

$\rho = 0: \quad w = pa^4(5 + \mu)/64N(1 + \mu), \quad M_r = M_t = (pa^2/16)(3 + \mu)$

$\rho = 1: \quad w' = -pa^3/8N(1 + \mu) \quad M_t = (pa^2/8)(1 - \mu)$

$Q_r = -pa/2$

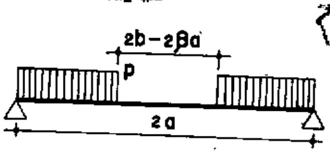


Figura A·3

$\chi_1 = [(5 + \mu) - (7 + 3\mu)\beta^2](1 - \beta^2) - 4 \cdot (1 + \mu)\beta^4 \ell n\ \beta$

$\chi_2 = [(3 + \mu) - (1 - \mu)\beta^2](1 - \beta^2) + 4 \cdot (1 + \mu)\beta^2 \ell n\ \beta$

$\rho \leq \beta: \ w = (pa^4/64N(1 + \mu))\ [\chi_1 - 2\chi_2 + 2\chi_2\phi_1] \qquad M_r = M_t = (pa^2/16)\chi_2$

$Q_r = 0.$

$\rho \geq \beta$: $w = (pa^4/64N(1+\mu))\,\{2[(3+\mu)(1-2\beta^2)+(1-\mu)\beta^4]\Phi_1$
$-(1+\mu)\Phi_0 - 4(1+\mu)\beta^4\Phi_3 - 8(1+\mu)\beta^2\Phi_2\}$

$M_r = (pa^2/16)\,[(3+\mu)\Phi_1 - (1-\mu)\beta^4\Phi_4 + 4(1+\mu)\beta^2\Phi_3]$

$Q_r = (-pa/2)(\rho - \beta^2/\rho)$ $\quad M_t = (pa^2/16)\,[(1+3\mu)\Phi_1 + (1-\mu)\beta^4\Phi_4 +$
$4(1+\mu)\beta^2\Phi_3 + 2(1-\mu)(1-\beta^2)^2]$

$\rho = 0$: $\quad w = (pa^4/64N(1+\mu))\cdot(\chi_1)$

$\rho = 1$: $\quad w' = (-pa^3/8N(1+\mu))\cdot(1-\beta^2)^2 \quad M_t = (pa^2/8)(1-\mu)\cdot$
$\cdot(1-\beta^2)^2$

$Q_r = (-pa/2)(1-\beta^2)$

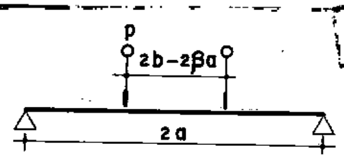


Figura A·4

$\chi_1 = (3+\mu)(1-\beta^2) + 2(1+\mu)\beta^2 \ln\beta.$

$\chi_2 = (1-\mu)(1-\beta^2) - 2(1+\mu)\cdot\ln\beta.$

$\rho \leq \beta$: $\quad w = (Pa^2b/8N(1+\mu))\cdot[\chi_1 - \chi_2\rho^2]$

$M_r = M_t = (Pb/4)\chi_2 \qquad Q_r = 0$

$\rho \geq \beta$. $\quad w = (Pa^2b/8N(1+\mu))\,\{[(3+\mu)-(1-\mu)\beta^2]\,\Phi_1 + 2(1+\mu)\beta^2\Phi_3 +$
$2(1+\mu)\Phi_2\}$

$M_r = (Pb/4)\,[(1-\mu)\beta^2\Phi_4 - 2(1+\mu)\Phi_3] \qquad Q_r = -P\,\dfrac{\beta}{\rho}$

$M_t = (Pb/4)[-(1-\mu)\beta^2\Phi_4 - 2(1+\mu)\Phi_3 + 2(1-\mu)(1-\beta^2)]$

$\rho = 0$: $\quad w = (Pa^2b/8N(1+\mu))\chi_1$

$\rho = 1$: $\quad w' = (-Pab/2N(1+\mu))\cdot(1-\beta^2) \qquad M_t = (Pb/2)\cdot(1-\mu)\cdot(1-\beta^2)$

$Q_r = -P\beta$

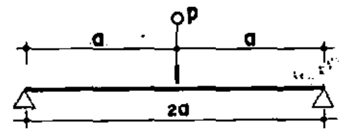


Figura A·5

$$w = (Pa^2/16\pi.N)[(3+\mu)/(1+\mu)\Phi_1 + 2\Phi_2]$$

$$M_r = (-P/4\pi)(1+\mu)\Phi_3 \quad M_t = p/4\pi[(1-\mu) - (1+\mu)\Phi_3] \quad Q_r = -P/2\pi a\rho$$

$$\rho = 0: \quad w = (Pa^2/16\pi N).(3+\mu)/(1+\mu)$$

$$\rho = 1: \quad w' = -Pa/4\pi N(1+\mu) \quad M_t = (P/4\pi)(1-\mu) \quad Q_r = -P/2\pi a$$

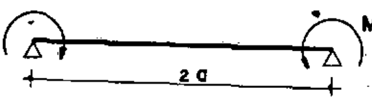


Figura A·6

$$w = (Ma^2/2N(1+\mu))\Phi_1 \quad M_r = M_t = M \quad Q_r = 0$$

$$\rho = 1: \quad w' = -Ma/N(1+\mu)$$

Tab. 5^A
VALORES TÍPICOS DE COEFICIENTES DE POISON - μ

Argila saturada	0.4 - 0.5
Argila não saturada	0.1 - 0.3
Areia argilosa	0.2 - 0.3
Silte	0.3 - 0.35
Areia densa	0.2 - 0.4
Areia grossa (índice vazios 0.4-0.7)	0.15
Areia fina (" " 0.4-0.7)	0.25
Rocha - (depende do tipo de rocha)	0.1 - 0.4

Tab. 6^A- INTERVALO DE VALORES DO MÓDULO DE ELASTICIDADE, PARA ALGUNS TIPOS DE SOLOS.

	Es - Kg/cm²
Argila muito mole	8.5 - 28.0
Argila mole	17.5 - 42.2
Argila média	42.2 - 84.8
Argila rija	70.3 - 175.8
Areia argilosa	281.2 - 421.8
Silte argiloso	70.3 - 210.9
Areia fôfa	105.5 - 246.0
Areia compacta	492.2 - 843.7
Areia compacta e cascalho	985.3 - 1970.6
Loess	985.3 - 1266.8

Obs: Os valores aqui apresentados, só servem como guia, e deverão ser ajustados para cada região geológica.

TAB. 8-A

CALIBRAÇÃO DE DINAMÔMETROS (LOAD-CELLS)

Capacidade: 10 000 Kg

Marca: BLH   Tipo: C2P1   nº 154 522

Dispositivo de carga: Prensa universal Instron

P = carga indicada pelo dispositivo de carga

L = Leitura dos extensômetros elétricos de resistência do dinamômetro em calibração, ligados em ponte completa, com a estação de medida 120 C

STRAIN INDICATOR e a caixa comutadora

225 SWITCHING AND BALANCING UNIT, de marca BLH.

Calibração efetuada por: DICKRAN BERBERIAN e YOSIAKI NAGATO

Local: COPPE-UFRJ   Data: 16/07/69

	CARREGAMENTO	DESCARREGAMENTO	
P_c(Kgf)	L(10^{-6})	Pd(Kgf)	L(10^{-6})
1 000	30 540	Pc ≅ Pd	30 540
1 100	585		584
1 200	627		628
1 300	676		670
1 400	715		715
1 500	760		760
1 600	804		804
1 700	852		850
1 800	894		894
1 900	935		936
2 000	982		982

Obs: aqui obtivemos precisão máxima, isto é: foi possível ler 1/2 divisão da escala 6,5 kg.

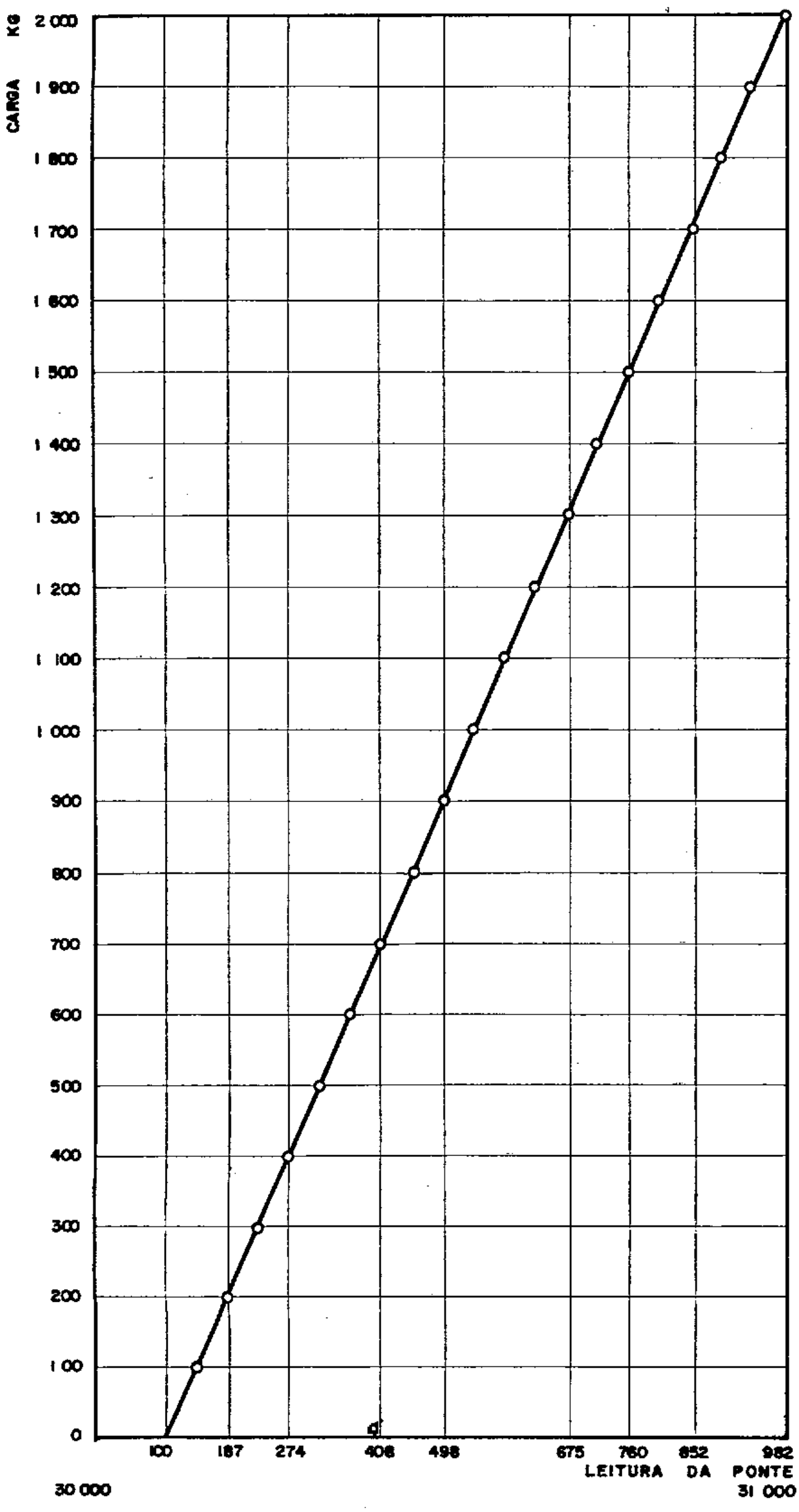


Figura 27 · A
Curva de calibração
do
Load cell Nº 154522
Tipo : C2PI
Marca : BLH
Capacidade : 10 t

GRANULOMETRIA

NÚMERO DA PENEIRA	ABERTURA DA PENEIRA EM mm	PÊSO DA PENEIRA (gr)	PÊSO DA PENEIRA + SOLO (gr)	PÊSO DO SOLO RETIDO (gr)	% RETIDA	% RETIDA ACUMULADA	% QUE PASSA ACUMULADA
10	2,000	443,00	443,00	0,00	0,00	0,00	100,0
20	0,841	434,00	435,50	1,50	0,01	0,00	100,0
26	0,600	421,70	466,90	45,20	3,78	4,00	96,0
30	0,595	405,90	407,40	1,50	0,01	4,00	96,0
35	0,500	400,80	519,80	119,00	9,95	14,00	86,0
40	0,420	396,00	931,20	535,20	44,80	59,00	41,0
45	0,350	380,15	699,45	319,30	26,62	85,00	15,0
50	0,297	361,90	492,65	130,75	11,50	96,50	3,5
100	0,149	366,00	398,90	32,90	2,75	99,00	1,0
200	0,074	345,60	348,10	2,50	0,21	99,00	1,0
SEGA	——	492,00	500,50	8,50	0,71	100,00	0,0

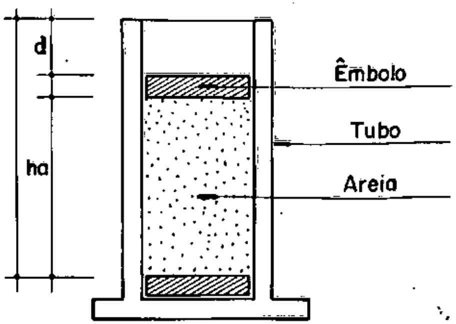
Tabela 9-A

TAB. 10-A PÊSO ESPECÍFICO DOS GRÃOS: γ_s

PICNÔMETRO	Nº	2	3	4
PÊSO PICNÔMETRO	P_1	18.05	19.52	18.40
PÊSO PICNÔMETRO + SOLO	P_2	37.20	35.92	34.45
PÊSO PICNÔM + SOLO + LIQ.	P_3	80.43	79.23	78.04
PÊSO PICNÔMETRO + LÍQUIDO	P_4	68.64	69.16	68.20
TEMPERATURA DO LÍQUIDO	$\theta^0 C$	24^0	24^0	24^0
PÊSO ESPECÍFICO DO LÍQ.	γ_2	1	1	1
PÊSO ESPECÍFICO DO SOLO	$\gamma_s = \frac{(P_2-P_1)(\gamma_2)}{(P_4-P_1)-(P_3-P_2)}$	2.601	2.59	2.59
PÊSO ESPECÍFICO MÉDIO		γ_s = 2,59 g/cm³		

ELEMENTOS PARA O CÁLCULO DA DENSIDADE RELATIVA DA AREIA

	e nat			e max			e min
Altura do tubo vazio ht (cm)	26.20	26.30	26.25	26.30	26.30	26.30	26.30
Pêso da areia Pa (gr)	1051.50	1138.70	1030.80	967.00	1155.50	1109.30	683.50
Distância do anel a borda d (cm)	3.90	2.40	4.50	5.30	1.30	2.40	13.00
Altura de areia ha = ht - d - hpp (cm)	23.56	25.15	23.03	22.28	26.28	25.18	14.25
Volume da areia Va = ha x A (cm^3)	729.00	784.00	715.00	692.00	815.00	780.00	443.00
Densidade da areia Ga (gr/cm^3)	1.44	1.45	1.44	1.40	1.41	1.42	1.54
Índice de vazios ea	0.79	0.78	0.78	0.85	0.83	0.82	0.68



$$ea = \frac{\gamma s . V}{Ps} - 1$$

$$Dr = \frac{e\,max - e\,nat}{e\,max - e\,min}$$

Diâmetro do tubo = 6.28

Espessura do êmbolo = 1.258 cm

Pêso específico dos grãos = 2,59 g/cm^3

Densidade relativa Dr = 0.33

Tabela II · A

DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES QUE FORNECEM OS VALORES DAS TENSÕES VERTICAIS E LATERAIS ATUANTES EM UM PONTO DO MACIÇO, SOB O CENTRO DA PLACA.

Sabe-se que (8,21) as pressões verticais e laterais, sôbre um elemento de solo dentro do maciço arenoso, oriundas de uma carga Q vertical, concentrada, aplicada na superfície do maciço, valem:

$$\sigma_1 = (3Q/2\pi)\ (z^3/(r^2+z^2)^{5/2}) \qquad (1)$$

$$\sigma_3 = (3Q/2\pi)\ (rz^2/(r^2+z^2)^{5/2}) \qquad (2)$$

A generalização da fôrça concentrada para uma carga uniforme - mente distribuida sôbre uma área circular, será efetuada através da di - ferenciação daquela fôrça, utilizando-se o principio da superposição e a lei da reciprocidade de Maxwell.

Deve-se observar outrossim, que a aplicação das relações especificadas acima tem por base as seguintes hipóteses simplificadoras:

1 - Considera-se o solo sem pêso próprio.

2 - O maciço é considerado homogêneo, elástico, isotrópico, semi-infinito, obedecendo a lei de Hooke.

3 - Desprezam-se as variações de volume do maciço.

4 - Supoem-se nulas as tensões residuais do maciço antes da aplicação da das cargas.

5 - Admite-se que haja continuidade de tensões.

6 - Considera-se que a distribuição de tensões seja simétrica ao eixo vertical.

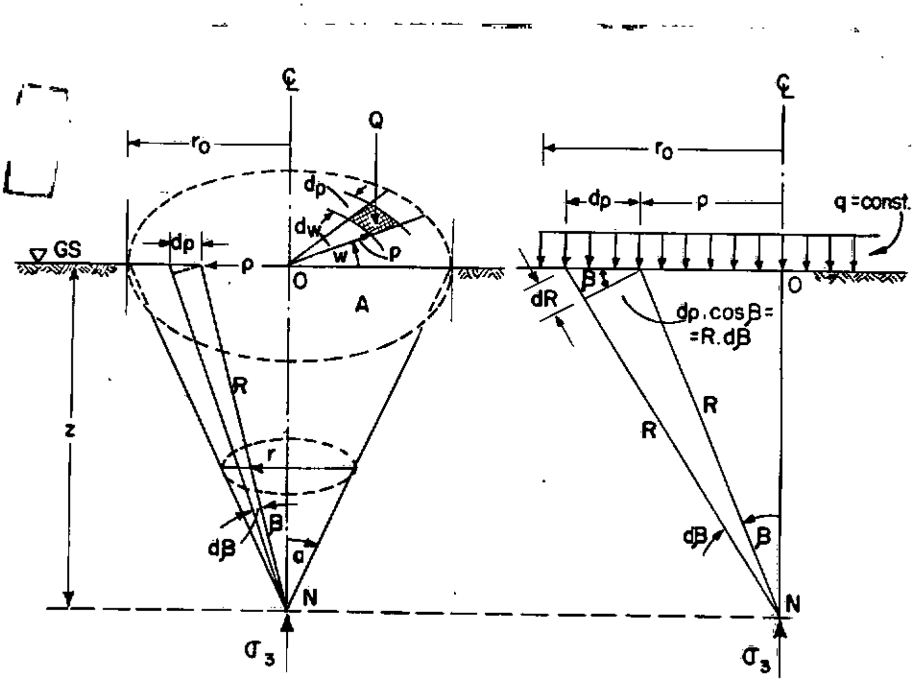


Figura 38ª — Área circular uniformemente carregada.

Da fig. 38-A, conclui-se que:

$$\rho = R \text{ sen } \beta \qquad (3)$$

$$\cos \beta \, d\rho = R \, d\beta \qquad (4)$$

Multiplicando a equação (4) por tan β , e substituindo-se sen β por ρ/R, temos:

$$\rho d\rho = R^2 \tan \beta \cdot d\beta \qquad (5)$$

Podemos também dizer que:

$$dQ = q . dA = q\rho \cdot dw . d\rho \qquad (6)$$

As equações (1) e (2) podem ser também escritas na forma apresentada por Fröhlich:

$$\sigma_1 = (\nu Q/2\pi z^2)\cos^{\nu+2} \beta = (\nu Q/2\pi R^2)\cos^{\nu} \beta \qquad (7)$$

$$\sigma_3 = (\nu Q/2\pi z^2) \text{ sen}^2\beta \cos^{\nu} \beta \qquad (8)$$

ou

$$d\sigma_1 = (\upsilon dQ/2\pi R^2)\cos^{\upsilon}\beta = (\upsilon q\ \cos^{\upsilon}\beta/2\pi)/\tan\ \beta.d\beta.dw \qquad (9)$$

Integrando-se $d\sigma_1$, temos:

$$\sigma_1 = q/2\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha} (\upsilon\cos^{\upsilon}\beta)\ \tan\ \beta.d\beta.dw$$

logo

$$\sigma_1 = q(1 - \cos^{\upsilon}\alpha) \qquad (10)$$

Relativamente a tensão radial, podemos escrever a equação (8) da seguinte forma:

$$\sigma_3 = (\upsilon Q/2\pi R^2)\ sen^2\beta.\cos^{\upsilon-2}\beta \qquad (11)$$

logo

$$d\sigma_3 = (\upsilon q\rho\ dw\ d\rho/2\pi\rho d\rho)sen^2\beta.\tan\ \beta\ .d\beta.\ \cos^{\upsilon-2}\beta \qquad (12)$$

e

$$\sigma_3 = q/2\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{\alpha} (\upsilon\cos^{\upsilon-2}\beta\ .\ sen^2\beta)\ \tan\ \beta.d\beta.dw \qquad (13)$$

$$\sigma_3 = q/2\ ((2/\upsilon-2)-(\upsilon/\upsilon-2)\cos^{\upsilon-2}\alpha + \cos^{\upsilon}\alpha) \qquad (14)$$

Sendo υ um fator de concentração de tensões, obtido através das experiências de Fröhlich, e que de uma maneira geral assume vários valôres (23):

$\nu = 3$ - para maciços ideais, elásticos, isotrópicos, obede - cendo a lei de Hooke (se identifica com a teoria de Boussinesg para $\mu = 0{,}5$).

$\nu = 4$ - para areias puras, onde o módulo de elasticidade cresce com a profundidade.

$\nu = 2$ - para os casos onde as isóbaras de σ_1 são círculos per feitos, tangenciando o plano da superfície no ponto de aplicação da carga.

$\nu \geq 6$ - aplica-se para pequenas áreas com grandes pressões de contacto, provocando expulsão do solo (plástica - mente) numa região próxima ao contôrno da placa.

Assim,para o nosso caso em particular teremos: ($\nu = 4$)

$$\sigma_1 = q(1 - \cos^4\alpha) \qquad (15)$$

$$\sigma_3 = (q/2)(1 - 2\cos^2\alpha + \cos^4\alpha) \text{ ou}$$

$$\sigma_3 = (q/2)\,\text{sen}^4\alpha \qquad (16)$$

Entretanto, sabe-se que é possível obter relações que forne - çam os valores das tensões radiais, em função do coeficiente de Poison do solo. Em particular apresentamos a fórmula de Timoshenko e Goodier (24), para pontos situados ao longo do eixo de simetria do carregamen - to.

$$\sigma_1 = (q/2)[\,-(1 + 2\mu) + (2(1 + \mu)/\sqrt{r^2 + z^2}\,) - (z/\sqrt{r^2 + z^2})^3] \qquad (17)$$

Como se vê, nenhuma das duas fórmulas atende plenamente as necessidades. A primeira considera como sendo constante o coeficiente de Poisson do solo ($\mu = 1/2$).

Como se sabe a areia nas condições apresentadas deverá fornecer $\mu \cong 0,25$.

Por outro lado, a segunda considera um fator de concentração constante ($\nu = 3$).

Não pretendendo descer à análise destes detalhes, adotaremos para os cálculos a equação (16) por ser a mais simples.

Utilizaremos porém, no centro O da área circular carregada, onde $z = 0$ e $\rho = 0$, as seguintes relações :

$$\sigma_1 = q \qquad (18)$$

$$\sigma_3 = -(q/2).(1 + 2) \qquad (19)$$

CÁLCULO DA PRESSÃO DE RUTURA DA AREIA

Em se tratando de maciço granular puro, a teoria mais indicada para o cálculo da Capacidade de Carga à Rutura da Areia é aquela apresentada por Balla (22).

Segundo Balla, a pressão de rutura é dada por:

$q_r = cN_c + qN_q + b\gamma N_\gamma$ onde

c = coesão da areia

Nc, Nq, $N\gamma$ = fatores de capacidade de carga, já tabelados.

q = sobrecarga = γ.Df

b = metade da largura ou diâmetro da fundação.

γ = pêso específico aparente do solo

Resolvendo inicialmente a placa, para ϕ=40⁰, teremos:

$c \cong 0$ Nc = 0

$\gamma = 1{,}58\ gr/cm^3 = 15{,}8\ .\ 10^{-4}\ kg/cm^2$

Df = 10 cm

$\phi_{cr} = 40^0$

b = 50 cm

Df/b = 10/50 = 0,2

$c/b.\gamma = 0.0$ ro = 4.40

Nc = 72 Nq = 65 $N\gamma$ = 225

Entrando com êstes valores na fórmula acima teremos:

$q_r = 0.0 \cdot 122 + 15.8 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 225 + 15.8 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 65$

$q_r = 1.03 + 17,8 = 18.8\ kg/cm^2$

$q_r = 18.8\ kg/cm^2$

Aplicando-se a sugestão de Meyerhof, relativa à adoção do ângulo de atrito interno, teremos:

$\phi = 30 + 0,15 \cdot Dr$ com $Dr = 0,33$

$\phi = 30 + 0,15 \cdot 33 = 35^0$

$ro = 3,5$

$Nc = 41$ $Nq = 33$ $N\gamma = 120$

$q_r = 15,8 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 33 + 15.8 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 120$

$q_r = 0,522 + 9,48$ $q_r = 10,0\ kg/cm^2$

Resolvendo a placa para o valor médio adotado para o ângulo de atrito interno temos:

com $\phi_m = 38^0$

$c = 0.0$ temos

$ro = 4.15$

donde

$Nc = 68$, $Nq = 45$ e $N\gamma = 163$

$q_r = 15.8 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 45 + 15,8 + 10^{-4} \cdot 50 \cdot 163$

$q_r = 13.5 \ \ kg/cm^2$

A diferença encontrada entre os valores da pressão de rutura, se deve ao fato de que os fatores de capacidade de carga, crescem des-proporcionadamente com valores de ϕ maiores que 35^0, como pode-se ver na figura abaixo (fig. 39 A).

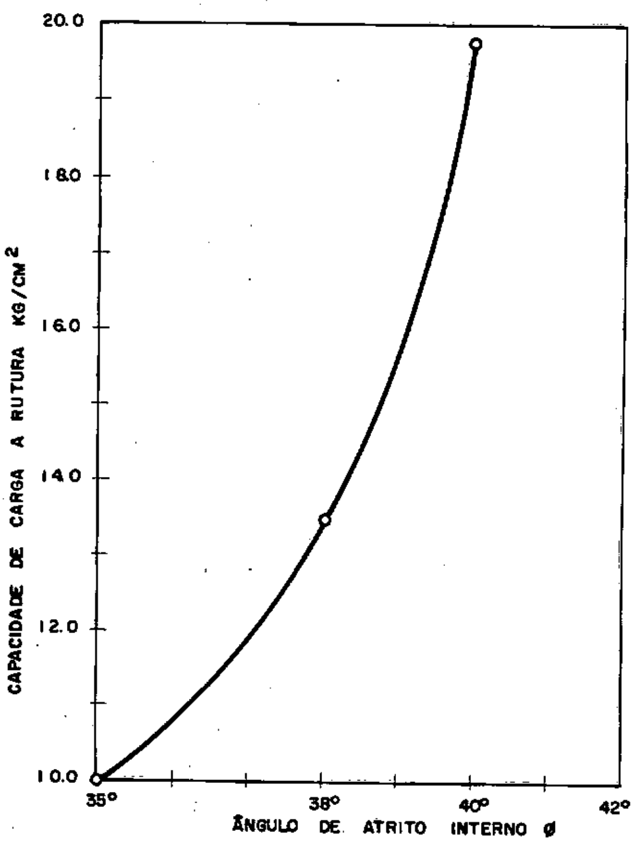


Figura 39a - Variação de q_r com Ø

ÍNDICE SUBJETIVO

A

B

C

D

E

F

G

H

I

Q

R

S

T

V

Z