



COMPORTAMENTO DE CONVERSORES FONTE DE TENSÃO E FILTRO LCL
NA PRESENÇA DE HARMÔNICOS NA REDE

Karolina Jorge Schwenck de Carvalho

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Edson Hirokazu Watanabe

Rio de Janeiro

Março de 2019

COMPORTAMENTO DE CONVERSORES FONTE DE TENSÃO E FILTRO LCL
NA PRESENÇA DE HARMÔNICOS NA REDE

Karolina Jorge Schwenck de Carvalho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Edson Hirokazu Watanabe, D.Eng.

Prof. Glauco Nery Taranto, Ph.D.

Prof. Luís Guilherme Barbosa Rolim, D.-Ing.

Dr. Nelson Martins, Ph.D.

Prof. Pedro Gomes Barbosa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 2019

Carvalho, Karolina Jorge Schwenck de

Comportamento de Conversores Fonte de Tensão e Filtro LCL na Presença de Harmônicos na Rede/ Karolina Jorge Schwenck de Carvalho. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XVIII, 106 p.:il.; 29,7 cm.

Orientador: Edson Hirokazu Watanabe

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 82-88.

1. Conversor fonte de tensão. 2. Harmônicos. 3. Modelo de impedância. I. Watanabe, Edson Hirokazu. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

Primeiro respire.

Agradecimentos

Ao Professor Watanabe por mais uma vez me guiar, inspirar e acompanhar.

Ao Luiz Felipe Wilcox pela amizade e generosidade.

À Lulli Milman por cuidar e tratar meu eixo imaginário.

Ao Luiz cujo amor e companheirismo se faz presente de qualquer lugar.

À minha família pela torcida e apoio de sempre.

À Débora, Ana e Paulo, vocês foram os melhores amigos nesse período.

Aos amigos do Ernesto que tanto me divertiram e inspiraram.

A todos os colegas nos tempos de UFJF, COPPE, CEPTEL e GE.

Obrigada.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

COMPORTAMENTO DE CONVERSORES FONTE DE TENSÃO E FILTRO LCL NA PRESENÇA DE HARMÔNICOS NA REDE

Karolina Jorge Schwenck de Carvalho

Março/2019

Orientador: Edson Hirokazu Watanabe

Programa: Engenharia Elétrica

O aumento do número de conversores de potência nos sistemas de potência tem agravado os requisitos de qualidade de energia, principalmente relativos a harmônicos. Nessa tese, analisa-se o comportamento de unidades de conexão à rede compostas por conversores fonte de tensão com controle de corrente e filtros LCL (indutor-capacitor-indutor) com amortecimento passivo na presença de harmônicos na rede. O objetivo é esclarecer as causas das distorções harmônicas no ponto de conexão e dar suporte ao desenvolvimento de soluções e melhorias na tecnologia empregada nas unidades de conexão. A impedância equivalente das unidades de conexão vista da rede é determinada analiticamente incluindo a dinâmica de controle do conversor. O intuito é avaliar as principais características que podem resultar em baixos valores de impedância na frequência dos harmônicos da rede. Em geral, assume-se que os harmônicos são gerados pelo o conversor empregado nas unidades de conexão, entretanto, a presente tese mostra que eles podem, na verdade, estar absorvendo harmônicos da rede e não injetando.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

THE BEHAVIOR OF VOLTAGE SOURCE CONVERTERS AND LCL FILTER IN
THE PRESENCE OF BACKGROUND HARMONICS

Karolina Jorge Schwenck de Carvalho

March/2019

Advisor: Edson Hirokazu Watanabe

Department: Electrical Engineering

The increase of the number of power electronics converters connected to the grid has raised concerns about power quality issues, most specifically harmonics. In this thesis, it is analyzed the behavior of grid interface unities comprising a voltage source converters with current control and LCL (inductor-capacitor-inductor) filter with passive damping in the presence of background harmonics. The aim is to clarify the causes of harmonic distortions at the point of connection and support the development of solutions and improvements in grid-connected converter technology. An analytical expression of the equivalent impedance of the interface unity seen by the grid is defined. The expression is used to assess the main characteristics that may result in low impedance at some critical harmonic frequencies seen by the grid. Generally, the converter of the grid interface unity is seen as the harmonic source, however, this current thesis shows it may be absorbing background harmonic from the grid and not only injecting.

Sumário

Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas.....	xv
Lista de Símbolos e Nomenclatura	xvi
Lista de Abreviaturas e Siglas.....	xx
Capítulo 1 Introdução.....	1
1.1 Considerações Iniciais.....	1
1.2 Motivações	8
1.3 Objetivos	10
1.4 Estrutura do Trabalho.....	11
Capítulo 2 Unidades de Conexão à Rede.....	12
2.1 Topologia da Unidade de Conexão à Rede	12
2.2 Amostragem	15
2.3 Controle de Corrente	15
2.3.1 Modelo Dinâmico do Lado CA do VSC.....	16
2.3.2 Controle Dq	18
2.3.3 Projeto dos Controladores PI	19
2.4 <i>Phase-Locked Loop</i>	23
2.5 PWM e Chaveamento do Conversor.....	26
2.5.1 Chaveamento do Conversor	27
2.5.2 PWM Seno-triângulo Simetricamente Amostrado.....	29
2.6 Filtro LCL	35
2.7 Conclusões Parciais.....	39
Capítulo 3 Resposta em Frequência das UCRs.....	41
3.1 Componentes Harmônicas das Correntes no PAC.....	41
3.2 Funções de Transferência do Sistema de Controle	44
3.2.1 Transformada e Componentes nas Coordenadas dh e qh	46
3.2.2 Definição das Funções de Transferência do Sistema de Controle	49
3.3 Função de Transferência Referente ao PWM e ao Chaveamento.....	55
3.3.1 Interação entre Harmônicos do PWM e o Distúrbio Aplicado	56
3.3.2 Definição da Função de Transferência Referente ao PWM e ao Chaveamento	63

3.4 Conclusões Parciais.....	67
Capítulo 4 UCRs na Presença de Harmônicos.....	68
4.1 Impedância Equivalente da UCR.....	68
4.2 Validação da Impedância Equivalente da UCR.....	70
4.3 Análise da Impedância Equivalente da UCR.....	73
4.4 Comportamento da UCR na Presença de Harmônicos.....	77
4.5 Conclusões Parciais.....	79
Capítulo 5 Conclusão.....	81
5.1 Conclusões do Trabalho.....	81
5.2 Trabalhos Futuros.....	82
Referências Bibliográficas.....	84
Apêndice A Definição da Transformada <i>abc-dq</i>	90
Apêndice B Modulação Seno-triângulo.....	93
B.1 Modulação por dente de serra.....	93
B.2 Modulação por onda triangular no domínio do tempo.....	96
B.3 Modulação por onda triangular no domínio da frequência.....	98
B.4 PWM seno-triângulo no domínio da frequência.....	100
B.5 Implementação digital do PWM seno-triângulo.....	101
Apêndice C Espectro Harmônico.....	105

Lista de Figuras

Figura 1: Diagramas esquemáticos de SCEs de unidades de geração fotovoltaica. (a) Topologia centralizada. (b) Topologia <i>multistring</i> de dois estágios.	2
Figura 2: Diagramas esquemáticos simplificados de SCEs. (a) SCE baseado em turbina tipo 4 e com conversores back-to-back em paralelo. (b) SCE baseado em turbina tipo 3, com gerador de indução duplamente alimentado e conversor back-to-back.....	3
Figura 3: Diagrama esquemático do VSC de dois níveis e trifásico a três fios com filtro LCL e amortecimento passivo, e as principais funções de controle e geração dos pulsos.	4
Figura 4: Circuito equivalente para estudos de desempenho harmônico. (a) Circuito para representação do acessante e da rede básica. (b) Distribuição de valores da admitância harmônica da rede vista pelo acessante.	7
Figura 5: Diagrama esquemático do conversor de dois níveis e trifásica a três fios do VSC, com filtro LCL e grupo de funções do controle em modo de corrente.....	12
Figura 6: Diagrama esquemático do lado CA do VSC.....	16
Figura 7: Diagrama de blocos do controlador de corrente em coordenadas síncronas e com controladores PI.....	19
Figura 8: Diagrama de blocos simplificado do controle de corrente em coordenadas dq	20
Figura 9: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada do controle de corrente.	22
Figura 10: Resposta ao degrau da função de transferência de malha fechada do controle de corrente.	22
Figura 11: <i>Phase-locked loop</i> (PLL): (a) Diagrama esquemático; (b) Diagrama de blocos simplificado no domínio s	24
Figura 12: Resposta ao degrau da função de transferência de malha fechada do PLL. .	26

Figura 13: VSC de dois níveis e trifásico a três fios.	27
Figura 14: Diagrama de blocos da geração da função de chaveamento por PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.....	30
Figura 15: Formas de onda da simulação no tempo do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.	33
Figura 16: Comparação entre método analítico e simulação no tempo. (a) Espectro harmônico de $Sa\omega$. (b) Espectro harmônico de $Va\omega$	34
Figura 17: Circuito equivalente monofásico do filtro LCL.....	37
Figura 18: Resposta em frequência do módulo da função de transferência $IA\omega Va\omega$ para diferentes configurações de filtro.	38
Figura 19: Resposta em frequência do módulo da função de transferência $IA\omega VA\omega$ do filtro LCL.....	39
Figura 20: Circuito equivalente monofásico para determinação da resposta em frequência da UCR.	43
Figura 21: Diagrama de blocos do sistema de controle do conversor.	45
Figura 22: Sistema de coordenadas para θ_{pll} com componentes harmônicas.....	47
Figura 23: Diagrama de blocos do PLL.	52
Figura 24: Diagrama de blocos da geração da função de chaveamento por PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.....	56
Figura 25: Diagrama de blocos de cada ramo do somatório em m da geração de harmônicos do PWM.....	57
Figura 26: Espectro harmônico da parcela $m = 2$ de sa : (a) espectro do termo não linear, (b) ação <i>sampling</i> do S/H, (c) ação <i>hold</i> do S/H, (d) espectro de sam	62
Figura 27: Diagrama de blocos simplificado do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.	63

Figura 28: Resposta em frequência do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.	65
Figura 29: Impedância equivalente da UCR definida analiticamente no domínio da frequência e por simulação no domínio do tempo.....	71
Figura 30: Erro relativo entre a impedância definida analiticamente e por simulação no tempo.	72
Figura 31: Impedância equivalente da UCR e do filtro LCL vistas pela rede.....	73
Figura 32: Impedância equivalente da UCR com e sem capacitor no filtro.....	75
Figura 33: Impedância equivalente da UCR para diferentes frequências de chaveamento.	75
Figura 34: Impedância equivalente da UCR para diferentes faixas de passagem do controle de corrente.	76
Figura 35: Representação do vetor espacial u em: (a) coordenadas complexas; (b) coordenadas $\alpha\beta$ e dq	91
Figura 36: (a) Modulação por dente de serra. (b) Modulação por dente de serra invertida.	93
Figura 37: (a) Modulação de ft por onda triangular. (b) Modulação de gt por dente de serra invertida. (c) Modulação de gt por dente de serra. (d) Trem de pulsos pDt a partir de pLt e pTt	96
Figura 38: Diagrama de blocos da modulação por onda triangular.....	98
Figura 39: Diagrama de blocos do PWM seno-triângulo simetricamente e assimetricamente amostrado.....	102
Figura 40: Diagrama de blocos detalhado do PWM seno-triângulo com referência amostrada.....	103
Figura 41: Espectro harmônico: (a) módulo de $U\omega$, (b) fase de $U\omega$	106

Lista de Tabelas

Tabela 1: Parâmetros dos controladores PI da malha de controle de corrente.....	22
Tabela 2: Parâmetros do controlador PI do PLL.....	26
Tabela 3: Parâmetros para a definição dos espectros harmônicos de $Sa\omega$ e $Va\omega$	33
Tabela 4: Erro relativo entre espectro harmônico de $Va\omega$ definido analiticamente e por simulação no tempo.....	34
Tabela 5: Parâmetros do filtro LCL e valores nominais da UCR.....	36
Tabela 6: Dados utilizados para a Figura 26.	61
Tabela 7: Parâmetros da resposta em frequência do PWM.....	64
Tabela 8: Parâmetros da UCR – Faixa de passagem da malha de controle de corrente do conversor igual a 337Hz.....	71
Tabela 9: Componente de 2ª ordem harmônica da corrente no PAC.....	73
Tabela 10: Parâmetros de controle para faixas de passagem distintas.....	76
Tabela 11: Correntes harmônicas no PAC definidas por simulação no tempo.	78

Lista de Símbolos e Nomenclatura

U	Grandezas contínuas e contantes
$u(t)$	Grandezas no domínio do tempo
$U(\omega)$	Grandezas no domínio da frequência
$U(s)$	Grandezas no domínio s
\mathbf{U}	Matriz

Sobrescritos

\hat{U}	Valores de pico
u^*	Sinais de referência
\dot{u}	Fasores
\vec{u}	Vetores espaciais
\bar{u}	Conjugado complexo
\mathbf{U}^t	Matriz transposta
u'	Sinais amostrados

Subscritos

u_1	Grandezas na frequência fundamental
u_h	Grandezas na frequência harmônica
u_{xo}	Grandezas de fase medida entre os pontos x e o ($x = a, b, c, A, B, C$)
u_a	Grandezas relativas à fase a do conversor
u_b	Grandezas relativas à fase b do conversor
u_c	Grandezas relativas à fase c do conversor
u_A	Grandezas relativas à fase a no PAC
u_B	Grandezas relativas à fase b no PAC
u_C	Grandezas relativas à fase c no PAC
u_{sw}	Grandezas referentes à frequência de chaveamento
u_s	Grandezas referentes à amostragem
u_d	Grandezas referidas à coordenada d
u_q	Grandezas referidas à coordenada q
u_{dq}	Grandezas referidas ao sistema de coordenadas dq

u_{d1}	Grandezas referidas à coordenada d_1
u_{q1}	Grandezas referidas à coordenada q_1
u_{dh}	Grandezas referidas à coordenada d_h
u_{qh}	Grandezas referidas à coordenada q_h
u_α	Grandezas referidas à coordenada α
u_β	Grandezas referidas à coordenada β
$u_{\alpha\beta}$	Grandezas referidas ao sistema de coordenadas $\alpha\beta$
u_{pll}	Grandezas relativas ao PLL
\dot{U}_{xi}	Fasores referentes à imagem no espectro harmônico ($x = 1, h$)

Símbolos

α_f	Frequência de corte do filtro do PLL em [rad/s]
α_{pll}	Faixa de passagem de K_{cl} em [rad/s]
α_s	Frequência de corte do filtro anti-aliasing em [rad/s]
C_f	Capacitor do ramo paralelo do filtro LCL
C_{mn}	Coefficiente complexo da série de Fourier complexa
d_1 e q_1	Sistema de coordenadas sincronizado a $\omega_1 t$
$\Delta\theta$	Assincronia entre o sistema de coordenadas d_h e q_h e d_1 e q_1
d_h e q_h	Sistema de coordenadas sincronizado a θ_{pll} com harmônicos
f	Sinal arbitrário
g	Sinal arbitrário
γ	Coefficiente do PWM
G_s	Função de transferência do sistema de amostragem
h	Ordem harmônica
H_{ca}	Função de transferência da dinâmica do lado CA do VSC
H_{cl}	Função de transferência de malha fechada do controle de corrente
H_{pi}	Função de transferência do controlador PI do controle de corrente
H_{VSC}	Função de transferência aproximada do VSC
i	Corrente
III	Função trem de impulsos
δ	Função impulso unitário
j	Unidade imaginária

J_n	Função de Bessel de primeira espécie e ordem n
K_{cl}	Função de transferência de malha fechada do PLL
K_f	Função de transferência do filtro do PLL
K_p	Ganho proporcional de H_{pi}
K_{pi}	Função de transferência do controlador PI do PLL
K_{p_pll}	Ganho proporcional do controlador PI do PLL
K_{pwm}	Função de transferência relativa aos PWM e ao chaveamento
K_o	Função de transferência entre v_{ao}^* e v_{Ao}
L	Indutor do lado do conversor do filtro LCL
L_f	Indutor do lado da rede do filtro LCL
L_T	Indutância série do filtro LCL ($L + L_f$)
m_{ao}^*	Sinal de referência da fase a para o PWM
\widehat{M}_1^*	Amplitude de m_{ao}^*
p_D	Trem de pulsos da modulação por onda triangular
p_L	Trem de pulsos da modulação por sl
p_T	Trem de pulsos da modulação por st
ω	Frequência angular em [rad/s]
ω_{dq}	Frequência angular do sistema de coordenadas dq
ω_r	Frequência de ressonância do filtro LCL em [rad/s]
ω_{sw}	Frequência de chaveamento em [rad/s]
Q_{a1}, Q_{b1}, Q_{c1}	Chaves semicondutoras superiores das fases a, b e c
Q_{a2}, Q_{b2}, Q_{c2}	Chaves semicondutoras inferiores das fases a, b e c
ζ	Coefficiente de amortecimento
R	Resistência de L
R_d	Resistor de amortecimento do filtro LCL
R_f	Resistência de L_f
ρ	Coefficiente do PWM
R_T	Resistência série do filtro LCL ($R + R_f$)
s_a, s_b, s_c	Funções de chaveamento das fases a, b e c
s_{a1}, s_{b1}, s_{c1}	Sinais de disparo de Q_{a1}, Q_{b1}, Q_{c1}
s_{a2}, s_{b2}, s_{c2}	Sinais de disparo de Q_{a2}, Q_{b2}, Q_{c2}

sl	Função dente de serra inversa (<i>leading sawtooth</i>)
st	Função dente de serra (<i>trailing sawtooth</i>)
t	Tempo
$T_{abc \rightarrow dq}$	Transformada $abc-dq$
$T_{dq \rightarrow abc}$	Transformada $dq-abc$
$T_{1abc \rightarrow dq}$	Transformada de abc para d_1 e q_1
$T_{habc \rightarrow dq}$	Transformada de abc para d_h e q_h
t_x	Instante em que $g(t)$ intercepta $st(\omega_{sw}t)$
θ^*	Ângulo de fase do vetor espacial das tensões de fase no PAC
θ_i	Ângulo de fase inicial das correntes no PAC
θ_{pll}	Ângulo de fase definido pelo PLL
θ_v	Ângulo de fase inicial das tensões de fase no PAC
θ^*_{ox}	Ângulo de fase inicial de $v^*_{ao}, v^*_{bo}, v^*_{co}$ ($x = 1, h$)
T_i	Constante de tempo de H_{pi}
T_{i_pll}	Constante de tempo do controlador PI do PLL
$T_s,$	Período de amostragem
T_Σ	Somatório dos tempos de atraso do conversor
u	Grandezas arbitrária, tensão ou corrente
v	Tensão
$v^*_{ao}, v^*_{bo}, v^*_{co}$	Tensões de referência das fases a, b e c
v_{az}, v_{bz}, v_{cz}	tensão entre as fase a, b e c e o ponto médio do elo CC (z)
V_{cc}	Tensão no elo CC
\hat{V}^*_{ox}	Amplitude de $v^*_{ao}, v^*_{bo}, v^*_{co}$ ($x = 1, h$)
x_m	Sinal de entrada do S/H do PWM no ramo m do somatório
x_{ms}	Sinal x_m após a função <i>sampling</i>
Y_{cf}	Admitância do ramo paralelo do filtro LCL
Z_L	Impedância do indutor no lado do conversor
Z_{cf}	Impedância do ramo paralelo do filtro LCL
Z_{Lf}	Impedância do indutor no lado da rede
Z_o	Função de transferência entre v^*_{ao} e i_A
ZOH	Função <i>zero-order-hold</i>

Lista de Abreviaturas e Siglas

CC	Corrente contínua
CA	Corrente alternada
LCL	Indutor-capacitor-indutor
FACTS	<i>Flexible AC Transmission Systems</i>
SCE	Sistema de conversão de energia
UCR	Unidade de conexão à rede
UGF	Unidade de geração fotovoltaica
VSC	<i>Voltage Source Converters</i>
PAC	Ponto de acoplamento à rede
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
EMC	<i>Electromagnetic Compatibility Standards</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PLL	<i>Phase-locked Loop</i>
dq	Coordenadas síncronas
$\alpha\beta$	Coordenadas estacionárias
S/H	<i>Sample-and-hold</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
A/D	Conversor analógico-digital
PI	Controlador proporcional-integral

Capítulo 1 Introdução

O crescente emprego de conversores CC-CA em sistemas de potência, recentemente impulsionado pelo aumento de fontes renováveis de energia como geração eólica e fotovoltaica, tem resultado em requisitos de qualidade de energia cada vez mais específicos e restritivos.

Dentre os diversos requisitos de qualidade de energia, a limitação do conteúdo harmônico gerado por acessantes à rede tem ganhado destaque devido à complexidade em se definir as reais causas e origem das distorções.

Nesse cenário, o presente trabalho descreve o comportamento dos conversores fonte de tensão e filtro LCL (indutor-capacitor-indutor) na presença de harmônicos na rede. O intuito é esclarecer a interação desses sistemas com os harmônicos da rede (*background harmonics*), de modo a definir as reais causas das distorções harmônicas e dar suporte ao desenvolvimento de melhorias nesses sistemas. Para isso, um modelo analítico que permita prever o comportamento do conjunto conversor e filtro além da frequência nominal da rede é apresentado.

As questões que motivam o estudo do tema proposto, a revisão bibliográfica e os objetivos e principais contribuições da tese são apresentadas neste capítulo.

1.1 Considerações Iniciais

Conversores de potência são usados em diversas aplicações em sistemas de potência, como em sistemas de transmissão em corrente contínua (CC) em alta tensão, compensadores estáticos, sistemas flexíveis de transmissão em corrente alternada (CA) (*Flexible AC Transmission Systems - FACTS*), filtros ativos, fontes ininterruptas de energia, acionamentos de motores com velocidade variável e na conexão de fontes renováveis de energia à rede.

Nos últimos anos, porém, o número de conversores em sistemas de potência tem aumentado, impulsionado, principalmente, pelo emprego na conexão de fontes renováveis, como solar fotovoltaica e eólica, à rede elétrica. Somente no ano de 2017, 70% do aumento da capacidade global de geração de energia elétrica se deu por novos empreendimentos de fontes renováveis de energia. Sendo solar fotovoltaica responsável

por 55% do aumento da capacidade instalada de renováveis no mesmo ano, e geração eólica por 29% [1].

Tanto em geração eólica quanto em solar fotovoltaica, sistemas de conversão de energia (SCEs) são utilizados para transformar a energia proveniente da fonte primária, vento ou luz do sol, em energia elétrica e entregá-la à rede. Apesar dos SCEs possuírem particularidades ligadas ao tipo de geração, em geral, a conexão à rede é feita através do conjunto conversor CC-CA e filtro ou pela associação desses equipamentos [2]. Por simplicidade, nesse trabalho, o conjunto conversor CC-CA e filtro é chamado de unidade de conexão à rede (UCR).

A Figura 1 apresenta o diagrama esquemático de duas topologias distintas de SCEs de unidades de geração fotovoltaica (UGFs), topologia centralizada e *multistring* de dois estágios. Pela comparação das duas topologias, é claro perceber que, apesar de possuírem diferentes arranjos dos painéis e da opção de utilizar conversores CC-CC, a interface com a rede elétrica é realizada por conversor CC-CA e filtro em ambas.

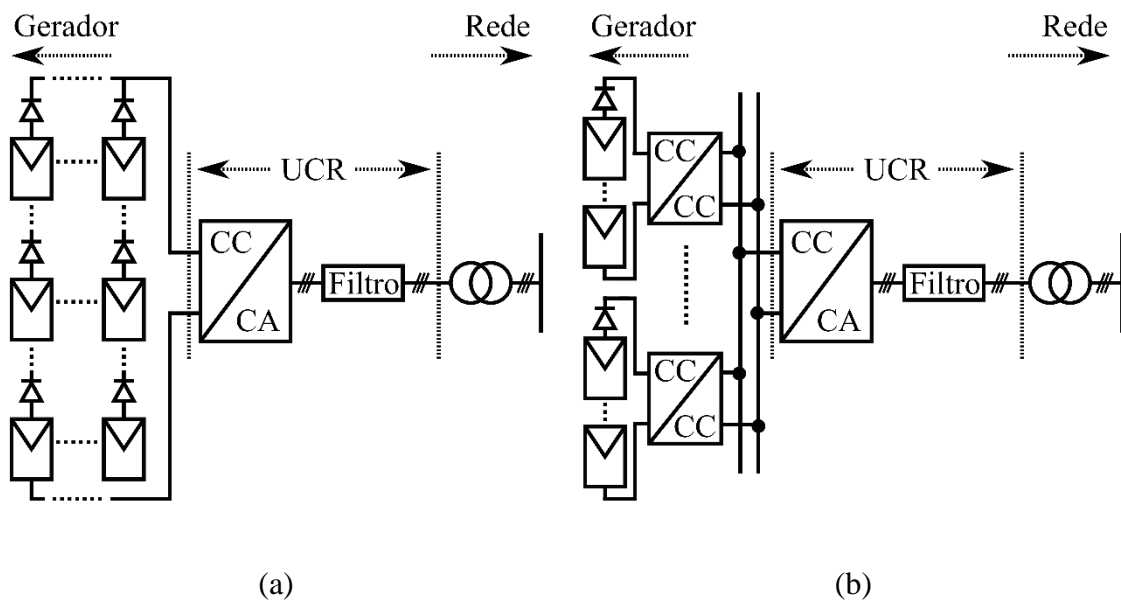


Figura 1: Diagramas esquemáticos de SCEs de unidades de geração fotovoltaica. (a) Topologia centralizada. (b) Topologia *multistring* de dois estágios.

A Figura 2 mostra diagramas esquemáticos de parte dos SCEs baseados em turbinas do tipo 3 e 4 de maior aplicação comercial [3]. Em SCEs com turbinas tipo 4 toda energia é entregue à rede processada por conversores CA-CC e CC-CA em *back-to-back* conectados em paralelo, conforme apresentado na Figura 2 (a). Em SCEs com

turbinas tipo 3 parte da energia é entregue a rede por uma conexão direta entre o estator do gerador de indução duplamente excitado e o transformador. A outra parte é processada por conversores CA-CC e CC-CA em *back-to-back*, como mostra a Figura 2 (b). Nos dois SCEs apresentados há o emprego de UCRs fazendo a interface com a rede elétrica.

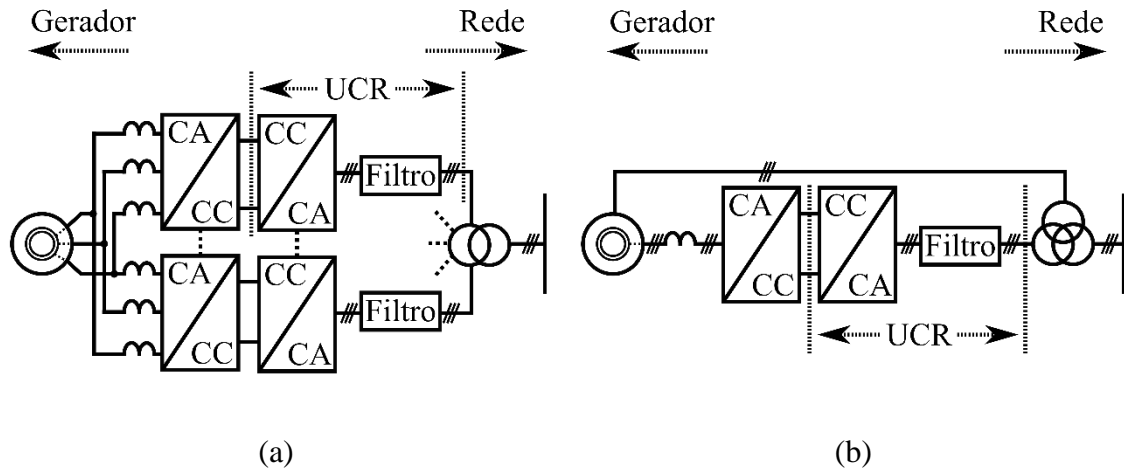


Figura 2: Diagramas esquemáticos simplificados de SCEs. (a) SCE baseado em turbina tipo 4 e com conversores back-to-back em paralelo. (b) SCE baseado em turbina tipo 3, com gerador de indução duplamente alimentado e conversor back-to-back.

Ainda que existam diversos tipos e topologias de conversores de potência CC-CA empregados em UCRs, os conversores fonte de tensão (*Voltage Source Converters* – VSCs) de dois níveis e trifásicos a três fios são amplamente usados nessas unidades [2] [3] [4].

No caso dos filtros, a definição do uso de indutores em série ou do tipo LCL, com capacitores em derivação entre os indutores, depende da potência nominal do VSC. Filtros LCL são utilizados em conjunto com VSCs de potência nominal da ordem de dezenas a centenas de quilowatts [5].

A Figura 3 apresenta o VSC de dois níveis e trifásico a três fios e o filtro LCL de uma UCR, além das principais funções do sistema de controle e geração de pulsos de disparo das chaves do VSC.

Em UCRs, os VSCs sintetizam as tensões de fase no lado CA (v_{ao}, v_{bo}, v_{co}) de forma a garantir o fluxo de potência ativa do gerador para a rede e controlar a potência reativa no ponto de acoplamento à rede (PAC). Existem basicamente dois métodos de controle aplicados a VSCs, controle no modo de tensão e no modo de corrente. Em aplicações de

conexão à rede, o controle em modo de corrente é vastamente utilizado [6]. Nesse método, as potências ativa e reativa são reguladas pelo controle da amplitude e ângulo de fase das correntes no lado CA do conversor em relação às tensões também no lado CA.

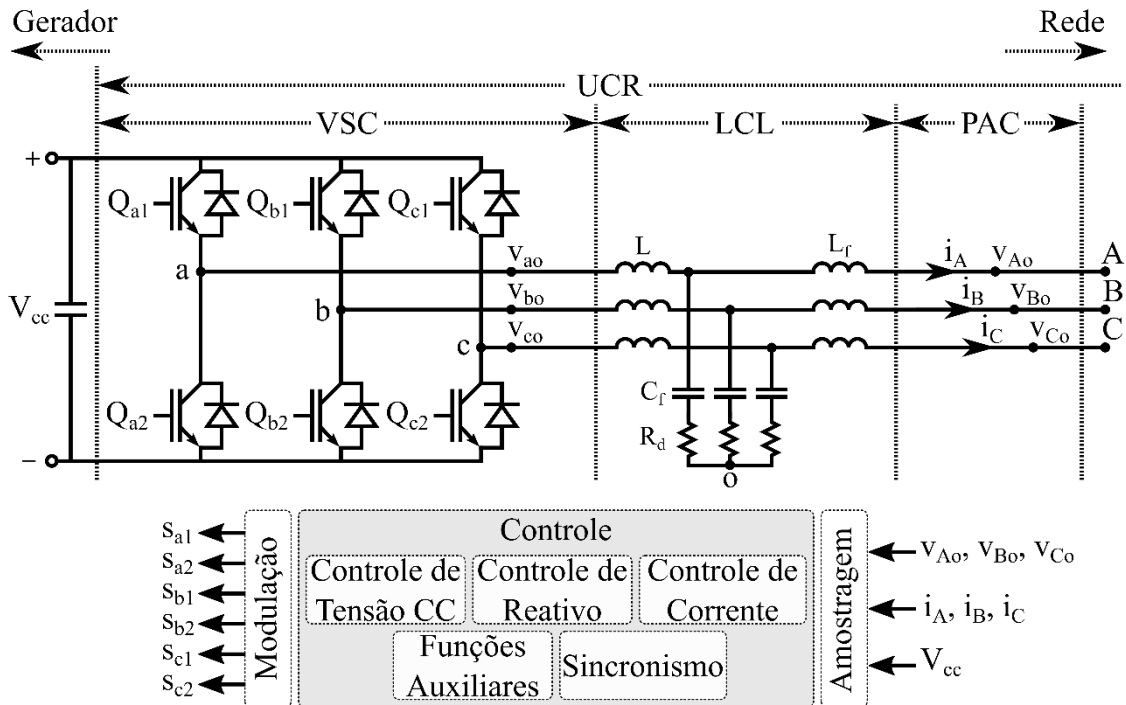


Figura 3: Diagrama esquemático do VSC de dois níveis e trifásico a três fios com filtro LCL e amortecimento passivo, e as principais funções de controle e geração dos pulsos.

As principais funções desempenhadas pelo controle no modo de corrente são destacadas na Figura 3, entre elas: controle de tensão no elo CC (V_{cc}), controle de potência reativa no PAC, controle de corrente e sincronismo com as tensões no lado CA. Funções auxiliares, como regulação local de tensão e frequência e suporte durante faltas (*fault-ride through*), podem ser encontradas em casos específicos [7].

Basicamente, o controle define os sinais de referência das tensões no lado CA do conversor que são utilizados pelo processo de modulação para gerar os pulsos de disparo ($s_{a1}, s_{a2}, \dots, s_{c2}$) das chaves semicondutoras do VSC, sintetizando assim as tensões de saída. Esse processo de modulação e chaveamento resulta em tensões no lado CA do conversor com componentes harmônicas [8] que levam ao surgimento de

harmônicos nas correntes no PAC. Assim, os filtros são empregados como o intuito de atenuar o conteúdo harmônico das correntes injetadas no PAC.

Na configuração LCL, o filtro opera com características de filtro passa-baixa, isto é, atenua consideravelmente os harmônicos das correntes de ordens superior à frequência de ressonância do filtro [5]. E, devido a esse ponto de ressonância, técnicas de amortecimento são necessárias para estabilizar a UCR.

Em geral, dois métodos são utilizados: amortecimento passivo [5] [9] e ativo [10] [11] [12]. O amortecimento passivo é feito pela inserção de resistores em série, como mostrado na Figura 3, ou em paralelo aos capacitores do filtro. E, apesar de causar um aumento nas perdas de energia nas UCRs, o amortecimento passivo é uma solução simples, confiável e amplamente utilizada [9].

A preocupação em limitar o conteúdo harmônico de correntes e tensões é justificada pelos diversos efeitos negativos dos harmônicos em sistemas de potência, como: (i) redução da eficiência da geração, transmissão e utilização da energia elétrica, (ii) redução da vida útil de componentes devido à deteriorização do isolamento elétrico, e (iv) mau funcionamento de equipamentos em geral [13]. Além disso, correntes e tensões harmônicas podem excitar pontos de ressonância nos sistemas de potência e amplificar, respectivamente, tensões e correntes harmônicas [14].

Logo, em virtude das correntes e tensões com conteúdo harmônico provenientes da operação dos VSCs em UCRs e do aumento do emprego desses equipamentos nos sistemas de potência, os requisitos de qualidade de energia exigidos aos acessantes à rede, como usinas fotovoltaicas e parques eólicos, têm se tornado mais restritivos quanto às distorções harmônicas [15] [16].

Apesar dos requisitos de qualidade de energia serem distintos de um país para outro, eles são frequentemente baseados em normas estabelecidas pela *International Electrotechnical Commission* (IEC) e pelo *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE).

A IEC possui uma série de normas para questões de qualidade de energia chamadas *Electromagnetic Compatibility Standards* (EMC). Especificamente, a série IEC 61000 fornece detalhes sobre o controle de distorções harmônicas em sistemas de potência [17]. Já o IEEE sugere requisitos e práticas para o controle de harmônicos na norma IEEE 519-2014 [18], uma revisão da original datada do ano de 1992.

Tanto as normas da IEC quanto do IEEE contemplam: (i) definições de conceitos básicos, (ii) razões para a limitação do conteúdo harmônico, (iii) descrições de equipamentos e operações que resultam em harmônicos tanto em sistemas de potência como em cargas industriais e residenciais, (iv) sugestões de limites de distorções harmônicas, e (v) descrições das técnicas de medição de harmônicos em campo. Entretanto, essas normas são generalizadas e baseadas em equipamentos cuja geração de harmônicos é bem conhecida, como transformadores, máquinas rotativas, fornos à arco e, principalmente, conversores trifásicos do tipo fonte de corrente [13].

De uma maneira mais geral, através da sugestão de limites de distorções harmônicas, as normas visam definir as responsabilidades de acessantes à rede e operadores de sistemas de transmissão no controle de harmônicos. A premissa comum às normas da IEC e do IEEE é que os acessantes à rede são responsáveis pela geração de correntes com conteúdo harmônico, as quais são injetadas nos sistemas de transmissão e resultam em tensões harmônicas. Assim, acessantes à rede devem tomar ações que limitem distorções harmônicas nas correntes injetadas na rede, enquanto, os operadores devem agir na limitação dos níveis de distorção harmônica nas tensões fornecidas em todos os pontos de acesso ao sistema de transmissão.

No Brasil, o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) dita, através dos Procedimentos de Rede, a metodologia para definição dos indicadores de desempenho relativos apenas a distorções harmônicas de tensão e os valores limites a serem respeitados [19].

A definição do responsável pelas distorções harmônicas de tensão, o acessante à rede ou o operador, é feita por campanhas de medições realizadas antes e após a conexão do acessante à rede. Caso os limites de distorções harmônicas de tensão sejam violados anteriormente à conexão do acessante, o operador é considerado responsável e deve tomar ações corretivas. Por outro lado, se os limites forem violados após à conexão, o acessante é tido como o responsável e deve providenciar a melhoria dos indicadores.

Especificamente no processo de solicitação de acesso à rede de usinas fotovoltaicas e parques eólicos, além das campanhas de medições, estudos prévios e posteriores à conexão à rede são realizados seguindo as diretrizes definidas pelo ONS [20].

Nessas diretrizes, o acessante é representado por um equivalente de Norton e a rede por uma distribuição de possíveis valores de impedância equivalente para cada

frequência harmônica considerada. O circuito apresentado na Figura 4 (a) é utilizado para calcular as distorções harmônicas de tensão no ponto de acesso à rede.

A distribuição de possíveis valores de impedância harmônica da rede é definida pelo método do lugar geométrico, também sugerido pelo ONS [20] e apresentado na Figura 4 (b). Nesse método, para cada frequência harmônica, são calculadas as impedâncias equivalentes no ponto de acesso considerando o acessante desconectado e diferentes cenários de carga e configurações da rede. De posse das impedâncias calculadas para os diferentes casos, figuras geométricas que melhor as englobem devem ser adotadas de forma a definir a distribuição de possíveis valores de impedância harmônica da rede para cada frequência considerada.

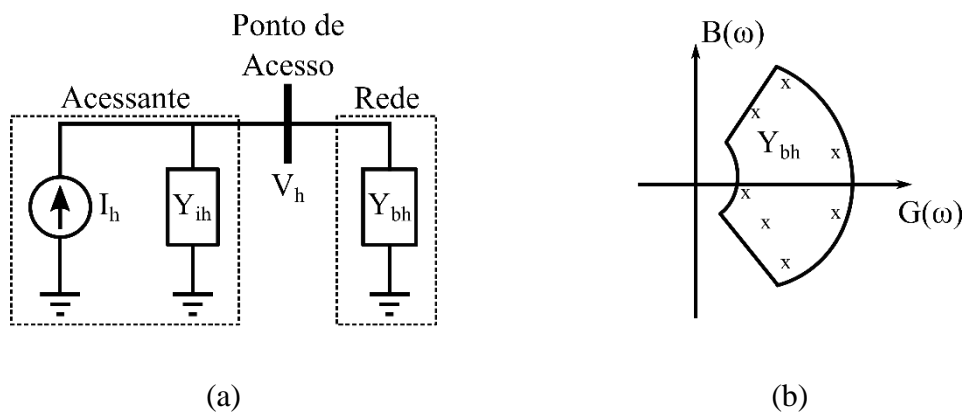


Figura 4: Circuito equivalente para estudos de desempenho harmônico. (a) Circuito para representação do acessante e da rede básica. (b) Distribuição de valores da admitância harmônica da rede vista pelo acessante.

O equivalente de Norton, representando o acessante, deve ser calculado considerando cada SCE como uma fonte de corrente com conteúdo harmônico. Os valores dos harmônicos de corrente podem ser definidos por simulação, por ensaios de laboratório [21] ou por medições em campo. Dessa forma, assim como nas normas IEC e IEEE, as diretrizes de estudos exigidas pelo ONS atribui a geração de correntes harmônicas aos SCEs dos acessantes à rede. Além disso, nota-se que a existência de harmônicos na rede não é considerada nos estudos.

Os resultados da etapa de estudos definem a liberação ou suspensão da conexão à rede. Isto é, no caso de não conformidade dos indicadores de distorções harmônicas de tensão definidos na etapa de estudos, a conexão à rede é suspensa até que ações corretivas sugeridas pelo ONS sejam adotadas por parte do acessante.

1.2 Motivações

Conforme apresentado na seção anterior, o aumento de conversores de potência utilizados em SCEs de unidades de geração solar fotovoltaica e eólica tem feito com que os requisitos de qualidade de energia, principalmente relativos a harmônicos, se tornem mais relevantes. Grande parte devido à presunção de que os VSCs usados nas UCRs aumentam as distorções devido aos harmônicos gerados no processo de modulação e chaveamento. Entretanto, esses requisitos de qualidade de energia são generalizados e baseados em aplicações diversas nas quais a geração e interação de harmônicos são bem conhecidas, por exemplo, em sistemas com conversores tipo fonte de corrente, e pouco abrangem especificidades de UCRs com VSCs.

A premissa comum às normas de qualidade de energia e regras de conexão à rede é considerar os SCEs dos acessantes como fontes de correntes harmônicas e, a partir disso, determinar as responsabilidades pelas distorções harmônicas e definir as ações corretivas.

No caso de UCRs com VSCs, sabe-se que o controle no modo de corrente, na frequência da rede, atua para garantir o fluxo da potência ativa e controle de potência reativa pelo controle das correntes no lado CA do conversor. Além disso, sabe-se que o processo de modulação e chaveamento dos VSCs resulta em tensões com distorções harmônicas no lado CA do conversor e, por conta disso, em correntes harmônicas no PAC. Porém, considerar os SCEs como fontes de corrente para qualquer frequência harmônica analisada é uma abordagem precipitada e pode resultar em conclusões e definições de ações corretivas equivocadas.

Além disso, as normas de qualidade de energia e regras de conexão à rede consideram que a origem das distorções harmônicas, de tensão ou de corrente, na rede é uma consequência direta ou indireta do conteúdo harmônico gerado pelos SCEs dos acessantes. Não são feitas considerações e análises quanto à interação dos SCEs com harmônicos da rede.

Um exemplo da complexidade em se definir as reais causas das distorções é discutido por Ross *et al.* em [22]. Nesse artigo, são apresentadas medições realizadas em campo de correntes harmônicas de quinta ordem de dois SCEs baseados em turbinas do tipo 4. As medições foram feitas no lado de baixa tensão dos transformadores dos SCEs, isto é, logo após as UCRs. Em um dos SCEs, os filtros LCL das UCRs foram desconectados e

no outro foram mantidos. O SCE com filtros apresentou picos de correntes harmônicas de quinta ordem quase quatro vezes superiores aos sem filtros.

Esse registro de correntes harmônicas superiores no caso com filtros é explicado pela ocorrência de ressonância série, em que harmônicos de tensão excitam elevados níveis de correntes harmônicas devido à presença de um caminho de baixa impedância.

Pela comparação dos resultados medidos nos dois SCEs, a conclusão que os filtros contribuem para a ressonância e o aparecimento do caminho de baixa impedância é simples e direta, porém definir se as correntes harmônicas foram excitadas por tensões harmônicas da rede ou dos VSCs é uma tarefa complexa. Em outras palavras, é difícil saber se os SCEs estão gerando ou absorvendo as correntes harmônicas sem que haja uma compreensão do comportamento das UCRs no domínio da frequência e na presença de harmônicos na rede.

Na literatura, o comportamento de UCRs compostas por VSC e filtro LCL com amortecimento ativo no domínio da frequência é detalhado através da determinação da impedância equivalente vista pela rede [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29]. Nesses trabalhos é mencionado que essa topologia específica de UCR apresenta baixos valores de impedância vista pela rede em frequências próximas à nominal.

Alguns estudos, a vasta maioria em parques eólicos, tratam questões de ressonâncias entre os elementos passivos presentes nos SCEs e na rede interna dos acessantes, como transformadores, cabos subterrâneos, equipamentos de compensação de reativos e filtros LCL [14], [30]. Outros trabalhos vão além e consideram ressonâncias entre o sistema de controle dos VSCs e os elementos passivos da rede interna [31], [32], [33], [34].

No entanto, não há ainda uma avaliação detalhada do comportamento de UCRs com amortecimento passivo no domínio da frequência e na presença de harmônicos na rede. E não há uma análise das características e condições de operação desses UCRs que possam resultar em baixos valores de impedância vista pelos harmônicos da rede.

Em estudos de estabilidade de UCRs com VSC e filtro LCL com amortecimento passivo, modelos de impedância equivalente no domínio da frequência são recorrentemente utilizados [35], [36], [37], [38]. Em alguns desses modelos de impedância, somente a influência da malha de controle de corrente e o circuito de sincronismo são considerados, enquanto os processos de modulação e chaveamento do VSC são representados por um modelo de valor médio [35].

Em outros casos, além da malha de corrente e do circuito de sincronismo, as malhas de controle de tensão no elo CC e de potência reativa no PAC são também levadas em consideração, e os processos de modulação e chaveamento são aproximados por apenas um atraso no domínio do tempo [36], [37].

Há ainda casos que consideram o sistema de aquisição e amostragem dos sinais de corrente e tensão utilizados pelo sistema de controle, porém desconsideram a influência do circuito de sincronismo e das malhas de controle de tensão no elo CC e de potência reativa no PAC. Nesses mesmos casos, os processos de modulação e chaveamento são representados pela função de transferência *zero-order hold* (ZOH) [38].

Dessa forma, além da falta de uma análise crítica do comportamento no domínio da frequência de UCRs compostos por VSC e filtro LCL com amortecimento passivo, há uma variedade de considerações e aproximações na formulação da impedância equivalente dos UCRs, principalmente quanto à representação dos processos de modulação e chaveamento do VSC.

1.3 Objetivos

Nesse cenário, o presente trabalho visa descrever o comportamento de UCRs compostas por conversores fonte de tensão e filtro LCL com amortecimento passivo em frequências além da nominal da rede. E, a partir disso, esclarecer a interação desses sistemas com os harmônicos da rede, discutir as responsabilidades pela geração de conteúdo harmônico sob a perspectiva regulatória e servir de embasamento para a proposição de melhorias das unidades.

A análise do comportamento das UCRs se dá pela definição do modelo analítico da impedância equivalente vista pela rede. Os modelos empregados em estudos de estabilidade são utilizados como ponto de partida, porém informações adicionais a respeito da representação analítica dos processos de modulação e chaveamento são apresentadas. O objetivo final é obter uma formulação analítica que represente com precisão o comportamento das UCRs no domínio da frequência e que possa ser facilmente utilizada tanto em estudos de conexão à rede quanto no projeto de desenvolvimento e melhoria das UCRs.

1.4 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. No Capítulo 1, Introdução, são apresentadas as considerações iniciais que motivaram o estudo do comportamento de conversores fonte de tensão com filtros LCL, denominados nesse trabalho de UCRs, na presença de harmônicos, juntamente com uma breve descrição das principais publicações no tema e com a exposição dos objetivos do trabalho.

No Capítulo 2, Unidades de Conexão à Rede, são listadas as características e considerações feitas sobre as partes constituintes das UCRs, isto é, topologia e tipo do conversor e filtro e estratégia de controle e processo de modulação. Além disso, são destacadas as principais condições de projeto e de operação do controle, do filtro LCL e da geração de harmônicos no processo de modulação e chaveamento que são relevantes para as definições feitas a cerca do comportamento das UCRs na presença de harmônicos.

No Capítulo 3, Resposta em Frequência das UCRs, detalha-se toda a modelagem analítica da resposta em frequência das UCRs quanto à representação do sistema de controle e dos processos de modulação e chaveamento.

No Capítulo 4, UCRs na Presença de Harmônicos, define-se a expressão analítica da impedância equivalente das UCRs vista pela rede. Faz-se a validação da expressão com resultados de simulação no tempo. Em seguida, avalia-se a impedância equivalente, os principais fatores que determinam a impedância. E, por fim, o comportamento das UCRs na presença de harmônicos é apresentada com base em todo o trabalho feito nos demais capítulos.

No capítulo final são apresentadas as conclusões finais obtidas nessa tese e os trabalhos futuros.

Nos Apêndices A, B e C, são detalhados, respectivamente, a transformada $abc-dq$, a modelagem analítica da modulação seno-triângulo e os espectros harmônicos de sinais senoidais.

Capítulo 2 Unidades de Conexão à Rede

Neste capítulo, as características e operação das UCRs são detalhadas. Para isso, na primeira seção são apresentadas as características da UCR considerada nesse estudo quanto a topologia do conversor e filtro, a estratégia de controle e ao processo de modulação.

Nas demais seções são descritos os detalhes e condições de operação das principais partes constituintes da UCR, entre elas: amostragem dos sinais, controle de corrente, circuito de sincronismo (*Phase-locked Loop* – PLL), processos de modulação e chaveamento e filtro LCL.

2.1 Topologia da Unidade de Conexão à Rede

A Figura 5 apresenta as principais características da UCR considerada nesse estudo. Conforme mencionado no Capítulo 1, o conversor CC-CA é do tipo fonte de tensão e a topologia é de dois níveis e trifásica e três fios. O filtro é do tipo LCL com amortecimento passivo.

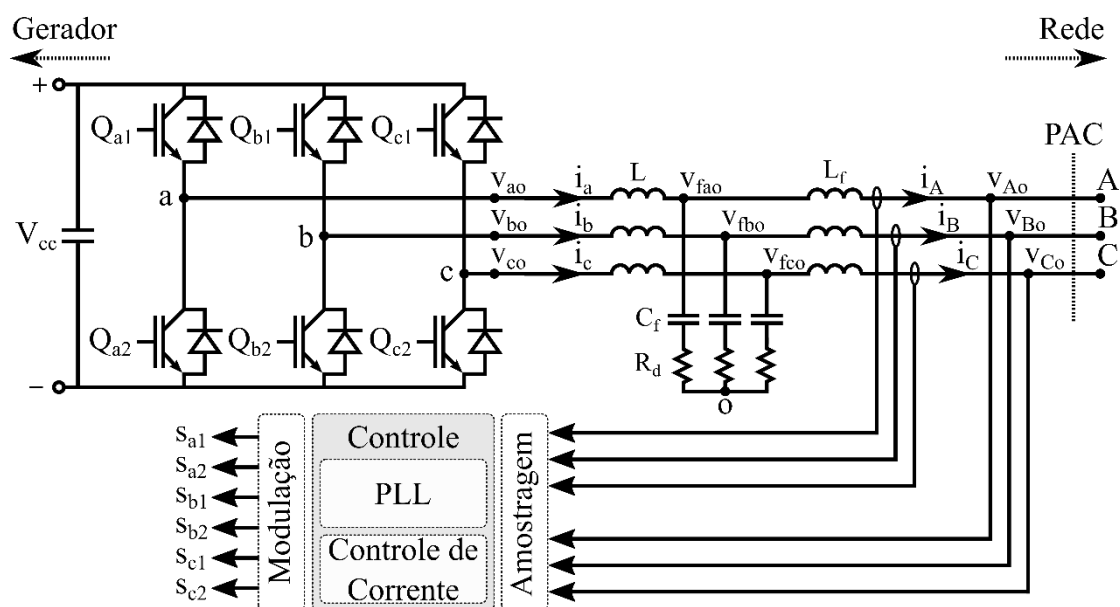


Figura 5: Diagrama esquemático do conversor de dois níveis e trifásica a três fios do VSC, com filtro LCL e grupo de funções do controle em modo de corrente.

Além do sistema de controle e do processo de modulação, a amostragem dos sinais de tensão e corrente de referência do sistema de controle também são levados em consideração na modelagem. Neste trabalho, as tensões de fase (v_{Ao}, v_{Bo}, v_{Co}) e correntes (i_A, i_B, i_C) no PAC são utilizadas como sinais de referência para o sistema de controle. Porém outros pontos podem ser considerados, como medição das tensões nos terminais do ramo paralelo do filtro LCL ($v_{fao}, v_{fbo}, v_{fco}$) e as correntes no lado CA do conversor (i_a, i_b, i_c).

Dentre as funções do controlador no modo controle de corrente citadas no Capítulo 1, são consideradas somente as funções controle de corrente e sincronismo, sendo esta realizada por PLL. As funções auxiliares, como regulação local de tensão e frequência e suporte durante faltas (*fault-ride through*), são malhas de controle adicionais que só atuam em condições específicas de operação e, portanto, são desconsideradas na modelagem desenvolvida nesse trabalho.

Já as funções de controle da tensão no elo CC e da potência reativa no PAC, comumente denominadas de malhas externas, são responsáveis por definir as correntes de referência para o controle de corrente, ou malha interna. Logo, a resposta dinâmica das malhas externas deve ser mais lenta do que da malha interna e, devido a isso, a faixa de passagem das malhas externas é comumente inferior à frequência nominal da rede. Assim, a dinâmica das malhas externas podem ser desprezadas nesse estudo e as correntes de referência definidas por elas podem ser consideradas grandezas contínuas e constantes.

Diferentes estratégias são adotadas para a malha interna de controle de corrente. Dentre as possíveis estão controle em coordenadas síncronas (ou controle dq), em coordenadas estacionárias (ou controle $\alpha\beta$) e em coordenadas naturais (ou controle abc) [7], [39]. Além disso, associados à estratégia de controle de corrente adotada, diferentes tipos de controladores podem ser utilizados. Dentre eles estão: controladores *deadbeat*, proporcional-integral (PI), proporcional-ressonante, histerese, controle por modos deslizantes (*sliding mode control*), controlador com lógica nebulosa (*fuzzy*), controlador preditivo e outros [40], [41]. Entre as possíveis combinações, a estratégia de controle dq em conjunto com controladores PI possui uma ampla aplicação prática e, por isso, é o considerado nesse trabalho [7], [41].

Com relação à técnica de modulação (*Pulse Width Modulation* - PWM) para a geração dos sinais de disparo das chaves semicondutoras, a modulação vetorial (*Space*

Vector Modulation) tem sido muito utilizada em VSCs [42]. Entretanto, com o intuito de facilitar a compreensão dos efeitos do PWM no comportamento do conversor e a definição das expressões analíticas do conteúdo harmônico gerado no processo de modulação e chaveamento, a técnica PWM seno-triângulo é considerada [8].

Na implementação digital dos circuitos de PWM, para facilitar o cálculo dos instantes de transição entre o estado de condução e bloqueio das chaves, o sinal de referência é amostrado por um *sample-and-hold* [42]. Normalmente, o sinal de referência é amostrado uma ou duas vezes a cada período de chaveamento, isto é, o período de amostragem do *sample-and-hold* do PWM poder ser igual ou metade do período de chaveamento. Quando o período de amostragem e de chaveamento são iguais, isto é a amostragem é feita de maneira síncrona, o PWM é dito simetricamente amostrado. Enquanto que, quando o período de amostragem é igual a meio período de chaveamento, o PWM é denominado assimetricamente amostrado. Nesse estudo considera-se o PWM simetricamente amostrado.

Pelo exposto nessa seção, as principais características da UCR podem ser resumidas em:

- VSC de dois níveis e trifásico a três fios;
- Filtro LCL com amortecimento passivo;
- Controle modo de corrente;
- Funções auxiliares e dinâmica das malhas externas de controle desconsideradas;
- Correntes de referência da malha interna contínuas e constantes no tempo;
- Sinais de tensão e corrente medidos no PAC;
- Controle de corrente dq ;
- Controladores do tipo PI;
- Sincronização por PLL;
- PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

Mais detalhes sobre cada parte constituinte da UCR, bem como a definição de parâmetros envolvidos, são apresentados nas próximas seções.

2.2 Amostragem

Conforme mencionado na Seção 2.1, as tensões de fase (v_{Ao}, v_{Bo}, v_{Co}) e correntes (i_A, i_B, i_C) no PAC são os sinais amostrados e utilizados como referência no sistema de controle

Basicamente, o processo de amostragem dos sinais é realizado por conversores analógico-digitais (A/Ds). Na prática, os A/Ds geram periodicamente códigos binários que representam os valores instantâneos dos sinais de tensão ou corrente. Como esses códigos não são gerados instantaneamente, sistemas de *sample-and-hold* (S/Hs) são usados de modo a manter o valor instantâneo do sinal amostrado durante todo o intervalo de geração dos códigos binários. Além dos conversores A/D e dos S/Hs, filtros passa-baixa, comumente denominados anti-*aliasing*, são opcionalmente utilizados nos sistemas de amostragem de forma a limitar a banda dos sinais de entrada, e assim evitar o efeito de *aliasing* [43]. Nesse estudo, a amostragem dos sinais de tensão e corrente no PAC é aproximada pelas ações do filtro anti-*aliasing* e do S/H.

Sendo o filtro anti-*aliasing* representado por uma função de transferência de primeira ordem no domínio da frequência, e considerando que as condições do teorema da amostragem de Nyquist são atendidas [43], isto é, a frequência de amostragem do S/H é superior ao dobro da frequência de corte do filtro anti-*aliasing*, a função de transferência da amostragem dos sinais é definida no domínio frequência por

$$G_s(\omega) = \left(\alpha_s / (\alpha_s + j\omega) \right) \left((1 - e^{-j\omega T_s}) / j\omega T_s \right), \quad (1)$$

em que α_s é a frequência de corte do filtro anti-*aliasing* em [rad/s], T_s é o período de amostragem do S/H em [s] e j é a unidade imaginária.

2.3 Controle de Corrente

Com o intuito de compreender a ação e o projeto do controle de corrente, nesta seção são apresentados: o modelo dinâmico das grandezas no lado CA do VSC em coordenadas dq , a estrutura do controle dq e o projeto dos controladores PI.

2.3.1 Modelo Dinâmico do Lado CA do VSC

A Figura 6 mostra o diagrama esquemático do lado CA do VSC, composto basicamente pelo filtro LCL, e a nomenclatura utilizada para as tensões e correntes.

Desprezando o efeito do ramo paralelo do filtro LCL (capacitor C_f e resistor R_d) [41], o sistema de equações que modela a dinâmica do lado CA é definido por

$$\begin{cases} L_T \left(\frac{di_A(t)}{dt} \right) = -R_T i_A(t) + v_{ao}(t) - v_{Ao}(t) \\ L_T \left(\frac{di_B(t)}{dt} \right) = -R_T i_B(t) + v_{bo}(t) - v_{Bo}(t) , \\ L_T \left(\frac{di_C(t)}{dt} \right) = -R_T i_C(t) + v_{co}(t) - v_{Co}(t) \end{cases} \quad (2)$$

em que $i_A(t)$, $i_B(t)$ e $i_C(t)$ são as correntes trifásicas instantâneas no PAC, $v_{ao}(t)$, $v_{bo}(t)$ e $v_{co}(t)$ são as tensões de fase trifásicas instantâneas no lado CA do conversor, $v_{Ao}(t)$, $v_{Bo}(t)$ e $v_{Co}(t)$ são as tensões de fase trifásicas instantâneas no PAC, L_T é a indutância série total do filtro LCL ($L_T = L + L_f$) e R_T é a resistência série total do filtro relativas aos indutores L e L_f ($R_T = R + R_f$).

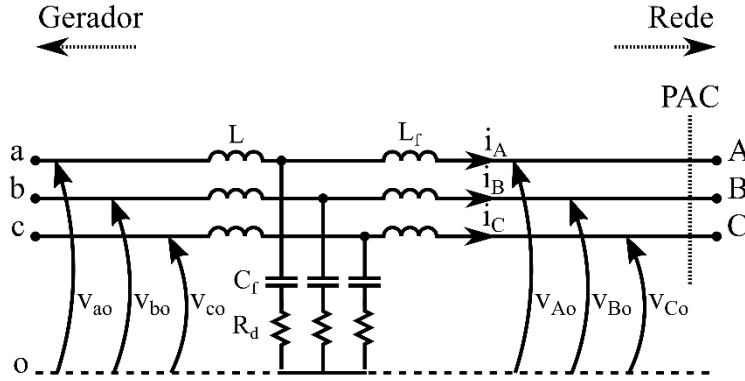


Figura 6: Diagrama esquemático do lado CA do VSC.

Referenciando as grandezas trifásicas de (2) em vetores espaciais, definidos no Apêndice A, o sistema de equações é simplificado em

$$L_T \left(\frac{d\vec{i}(t)}{dt} \right) = -R_T \vec{i}(t) + \vec{v}_o(t) - \vec{v}(t) , \quad (3)$$

sendo $\vec{i}(t)$, $\vec{v}_o(t)$ e $\vec{v}(t)$, respectivamente, os vetores espaciais referentes às correntes trifásicas no PAC, tensões trifásicas no lado CA do conversor e tensões trifásicas no PAC.

Pela definição de vetores espaciais referenciados ao sistema de coordenadas dq apresentada em (169) no Apêndice A, (3) em coordenadas dq é reescrita como

$$L_T d \left(e^{j\theta_{pu}(t)} \vec{i}_{dq}(t) \right) / dt = -R_T e^{j\theta_{pu}(t)} \vec{i}_{dq}(t) + e^{j\theta_{pu}(t)} \vec{v}_{odq}(t) - e^{j\theta_{pu}(t)} \vec{v}_{dq}(t) \quad (4)$$

em que $\theta_{pu}(t)$ é o ângulo de fase do sistema de coordenadas dq . E, multiplicando (4) por $e^{-j\theta_{pu}(t)}$, o sistema de equações do lado CA em coordenadas dq é definido por

$$L_T \left(d\vec{i}_{dq}(t) / dt \right) + jL_T \left(d\theta_{pu}(t) / dt \right) \vec{i}_{dq}(t) = -R_T \vec{i}_{dq}(t) + \vec{v}_{odq}(t) - \vec{v}_{dq}(t) \cdot (5)$$

Considerando as tensões de fase trifásicas no PAC balanceadas e sem distorções harmônicas, como em

$$\begin{cases} v_{Ao}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1}) \\ v_{Bo}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} - 2\pi/3) \\ v_{Co}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} + 2\pi/3) \end{cases}, \quad (6)$$

sendo \hat{V} , ω_1 e θ_{v1} , respectivamente, a amplitude, a frequência angular fundamental e o ângulo de fase inicial das tensões no PAC. E, considerando o sistema de coordenadas dq sincronizado com as tensões em (6), isto é,

$$\theta_{pu}(t) = \omega_1 t + \theta_{v1}, \quad (7)$$

o sistema de equações que modela a dinâmica do lado CA do VSC em coordenadas dq em (5) é definido como

$$\begin{cases} L_T \left(di_d(t) / dt \right) = -R_T i_d(t) + v_{od}(t) + [\omega_1 L_T i_q(t) - v_d(t)] \\ L_T \left(di_q(t) / dt \right) = -R_T i_q(t) + v_{oq}(t) + [-\omega_1 L_T i_d(t) - v_q(t)] \end{cases}, \quad (8)$$

em que $i_d(t)$, $v_{od}(t)$ e $v_d(t)$ é, respectivamente, a corrente no PAC, tensão de fase no lado CA do conversor e tensão de fase no PAC referidas à coordenada d , enquanto $i_q(t)$, $v_{oq}(t)$ e $v_q(t)$ são as mesmas grandezas referidas à coordenada q .

Em (8), é possível perceber o acoplamento cruzado entre as equações em coordenadas dq devido à presença dos termos $\omega_1 L_T i_q(t)$ e $-\omega_1 L_T i_d(t)$ introduzidos pela transformada $abc-dq$ [44]. Além disso, nota-se que as tensões de fase no PAC em coordenadas dq , $v_d(t)$ e $v_q(t)$, são distúrbios nas equações dinâmicas. Assim, para que não haja comprometimento da resposta transitória do VSC, métodos de desacoplamento entre as equações em coordenadas dq e rejeição dos distúrbios são empregados nas estratégias de controle de corrente [45].

2.3.2 Controle dq

A estratégia de controle de corrente em coordenadas síncronas, ou controle dq , é apresentada na Figura 7. O papel do controle dq é definir os valores de referência das tensões de saída do conversor (v_{ao}^* , v_{bo}^* , v_{co}^*) de modo que as correntes em coordenadas dq (i_d , i_q) sejam iguais aos valores de referência (I_d^* , I_q^*) definidos pelas malhas externas de controle.

No controle dq , as tensões e correntes de referência, nesse estudo tensões e correntes no PAC, que são sinais senoidais trifásicos são idealmente transformadas em sinais contínuos no tempo pela transformada $abc-dq$ ($\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq}$).

Conforme mostrado no Apêndice A, sendo as grandezas trifásicas puramente senoidais e balanceadas em regime permanente, as grandezas em coordenadas dq são contínuas no tempo somente quando há sincronismo entre os vetores espaciais referentes às grandezas trifásicas e o sistema de coordenadas dq , isto é, ambos possuem a mesma frequência angular. De forma a garantir o sincronismo, o PLL [46] [47] é utilizado para estimar o ângulo de fase do vetor espacial das tensões (θ_{pll}) que é também usado na transformada dq .

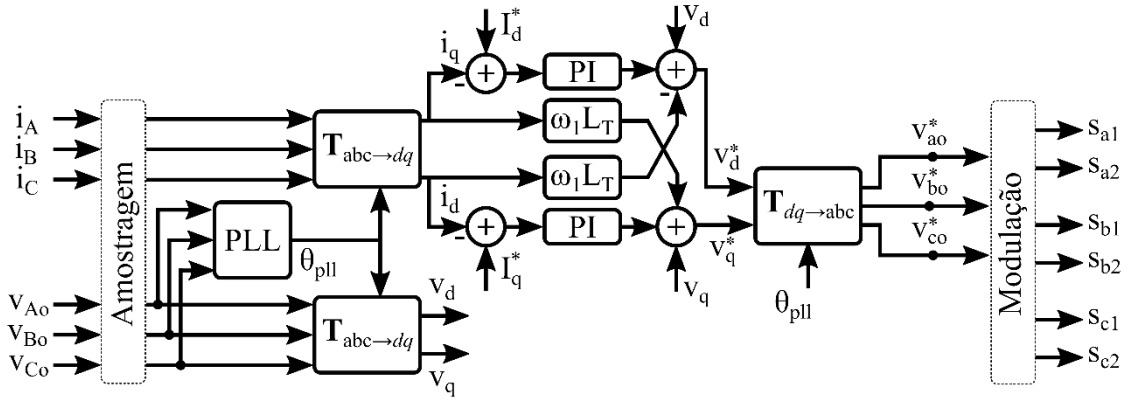


Figura 7: Diagrama de blocos do controlador de corrente em coordenadas síncronas e com controladores PI.

Com os sinais contínuos no tempo, a ação de controle se torna mais simples e, no caso do uso de controladores PI, mais eficaz [48] [49] [50]. No entanto, como apresentado na seção anterior, o uso da transformada $abc-dq$ resulta no acoplamento cruzado entre as correntes em coordenadas dq , além da existência de distúrbios nas equações dinâmicas relativos às tensões no PAC. O método de desacoplamento e rejeição dos distúrbios mais comum é a inserção dos termos cruzados multiplicados por $\omega_1 L_T$ e dos componentes da tensão no PAC em coordenadas dq (v_d, v_q) [45], como mostrado na Figura 7.

Por fim, após a ação dos controladores, a transformada $abc-dq$ inversa é utilizada para transformar as tensões de referência em coordenadas dq (v_d^*, v_q^*) em grandezas trifásicas ($v_{ao}^*, v_{bo}^*, v_{co}^*$) a serem utilizadas no PWM para a geração dos disparos das chaves semicondutoras.

2.3.3 Projeto dos Controladores PI

A partir da estratégia de controle dq e das equações dinâmicas do lado CA do VSC, ambas detalhadas nas seções anteriores, o diagrama de blocos simplificado apresentado na Figura 8 é definido para representar o controle da corrente no PAC em coordenada d no domínio s . O diagrama relativo ao controle da corrente no PAC em coordenada q é similar ao da Figura 8, portanto o mesmo diagrama pode ser utilizado na especificações dos ganhos dos dois controladores PI.

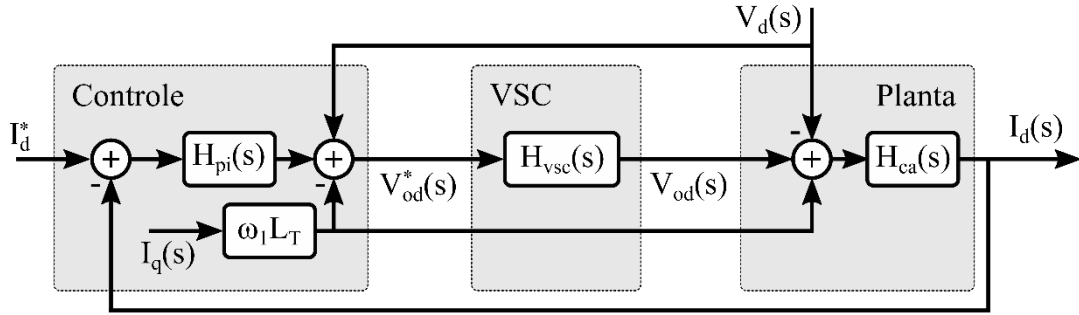


Figura 8: Diagrama de blocos simplificado do controle de corrente em coordenadas dq .

Assumindo que a função de transferência relativa à amostragem definida em (1) possui módulo unitário e defasagem nula na faixa de passagem do controle de corrente, a mesma pode ser omitida do diagrama.

As funções de transferência $H_{pi}(s)$, $H_{VSC}(s)$ e $H_{ca}(s)$ representam, respectivamente, o controlador PI, a dinâmica do VSC e a planta derivada das equações dinâmicas do lado CA do VSC no domínio s .

A função de transferência do controlador PI é definida por

$$H_{pi}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right), \quad (9)$$

em que K_p e T_i são, respectivamente, o ganho proporcional e a constante de tempo do PI.

A dinâmica do VSC é representada pela função de transferência de primeira ordem

$$H_{VSC}(s) = \frac{1}{(T_\Sigma s + 1)}, \quad (10)$$

sendo T_Σ o somatório dos tempos de atraso devido ao *sample-and-hold* do PWM e ao tempo morto do próprio conversor [41], [51].

A partir da transformada de Laplace das equações dinâmicas do lado CA do VSC em (8), a função de transferência da planta do sistema no domínio s é definida por

$$H_{ca}(s) = \frac{1/R_T}{\left(L_T/R_T s + 1 \right)}. \quad (11)$$

Assumindo o desacoplamento e a rejeição do distúrbio ideais, a função de transferência de malha fechada do sistema de controle de corrente é definida por

$$H_{cl}(s) = \frac{H_{pi}(s)H_{VSC}(s)H_{ca}(s)}{[1 + H_{pi}(s)H_{VSC}(s)H_{ca}(s)]}. \quad (12)$$

Substituindo (9), (10) e (11) em (12) e considerando $T_i = L_T/R_T$, isto é definindo-se T_i de modo a se cancelar um zero da função de transferência da planta $H_{ca}(s)$ [41], $H_{cl}(s)$ é reescrita como

$$H_{cl}(s) = \frac{\left(\frac{K_p}{L_T T_\Sigma}\right)}{\left[s^2 + \left(\frac{1}{T_\Sigma}\right)s + \left(\frac{K_p}{L_T T_\Sigma}\right)\right]}. \quad (13)$$

Analisando a função de transferência de malha fechada em (13), nota-se que para o ganho proporcional do PI igual a

$$K_p = \frac{L_T}{4\zeta^2 T_\Sigma}, \quad (14)$$

$H_{cl}(s)$ assume a forma de um sistema de segunda ordem padrão [52], em que ζ é o coeficiente de amortecimento do sistema. E, assim, a resposta transitória do sistema de controle de corrente pode ser especificada pela seleção do valor de ζ . Por exemplo, definindo-se o coeficiente de amortecimento igual a 0,707, o sistema se torna subamortecido com sobressinal inferior a 5% [52].

A Figura 9 e a Figura 10 apresentam, respectivamente, o diagrama de Bode e a resposta ao degrau de $H_{cl}(s)$ para os parâmetros mostrados na Tabela 1. Os valores considerados referentes à indutância série do filtro LCL (L_T), bem como da resistência (R_T) referente à indutância do filtro, são baseados nos parâmetros do filtro definido na Seção 2.6.

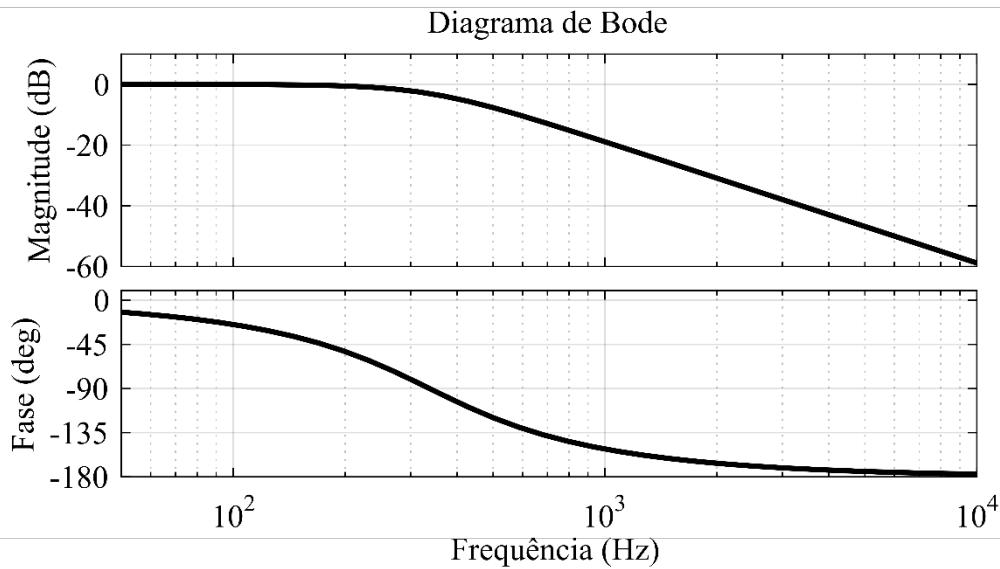


Figura 9: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada do controle de corrente.

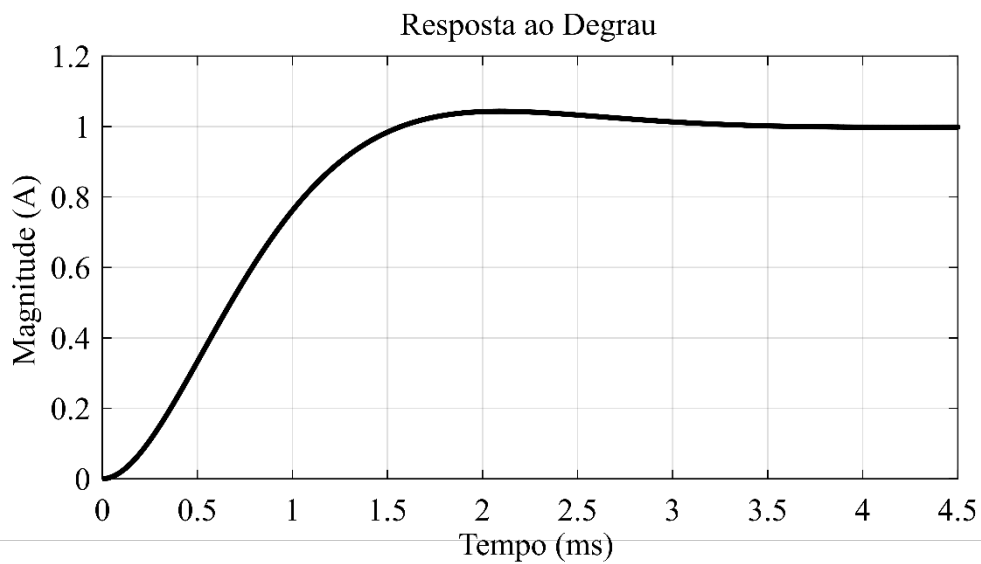


Figura 10: Resposta ao degrau da função de transferência de malha fechada do controle de corrente.

Tabela 1: Parâmetros dos controladores PI da malha de controle de corrente.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
L_T	8mH	T_Σ	33,33ms	K_p	12 V/A
R_T	0,35 Ω	ζ	0,707	T_i	0,0022 s

Pelo diagrama de Bode é possível perceber que a maior frequência da faixa de passagem do controle de corrente para os parâmetros considerados é da ordem de

centenas de Hz, mais precisamente 337Hz, superior à faixa de passagem das malhas externas de controle que são inferiores à frequência fundamental (50 ou 60 Hz). Ao mesmo tempo, nota-se que a faixa de passagem do controle de corrente é inferior à frequência de chaveamento dos conversores que são da ordem de milhares de Hz.

A resposta ao degrau apresentada na Figura 10 mostra, como já esperado, que o comportamento transitório de $H_{cl}(s)$ para o coeficiente de amortecimento igual a 0,707 atinge o valor de regime sem oscilações e com baixo valor de pico.

Pelo projeto dos controladores PI do controle de corrente apresentado, fica claro que a dinâmica do controle de corrente é especialmente dependente dos valores de indutância e resistência série do filtro.

2.4 Phase-Locked Loop

Os PLLs são amplamente utilizados na sincronização entre as tensões da rede e as correntes e tensões sintetizadas por conversores de potência. A Figura 11 (a) apresenta o diagrama esquemático do PLL considerado nesse estudo.

Nessa topologia, o sincronismo é realizado ao se impor que a componente em coordenada q (v_q) referente ao sinal trifásico de referência (v_{Ao}, v_{Bo}, v_{Co}) seja zero. Logo, a transformada $abc-dq$ é utilizada para extrair a componente em coordenada q do sinal de referência, o controlador PI determina a frequência angular do sistema de coordenadas dq (ω_{dq}) que é filtrada e integrada no tempo, gerando assim o ângulo de fase (θ_{pll}) sincronizado com o sinal trifásico de referência. Por fim, θ_{pll} é utilizado na transformada $abc-dq$ inicial.

Assim como no controle de corrente, a função de transferência relativa à amostragem definida em (1) foi omitida do diagrama, uma vez que possui módulo unitário e defasagem nula na faixa de passagem do PLL. Assim, assume-se que as tensões de fase no PAC são o sinal trifásico de referência do PLL.

De modo a compreender o funcionamento do PLL e especificar os ganhos do controlador PI, considere as tensões de fase no PAC trifásicas, balanceadas e compostas apenas pela componente fundamental como em

$$\begin{cases} v_{Ao}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1}) \\ v_{Bo}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} - 2\pi/3) \\ v_{Co}(t) = \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} + 2\pi/3) \end{cases}, \quad (15)$$

em que \hat{V}_1 , ω_1 e θ_{v1} são, respectivamente, o valor de pico, a frequência angular e o ângulo de fase inicial da componente fundamental das tensões de fase no PAC.

A partir da definição da transformada $abc-dq$ apresentada no Apêndice A em (169), as componentes em coordenadas d e q das tensões de fase no PAC, são determinadas por

$$v_d(t) + jv_q(t) = \vec{v}e^{-j\theta_{pll}(t)} = \hat{V}_1 e^{j(\theta^*(t) - \theta_{pll}(t))}, \quad (16)$$

em que $\theta_{pll}(t)$ é o ângulo de fase das coordenadas dq , \vec{v} é o vetor espacial referente às tensões de fase no PAC e $\theta^*(t)$ é o ângulo de fase de \vec{v} definido por

$$\theta^*(t) = \omega_1 t + \theta_{v1}. \quad (17)$$

Assumindo um pequeno desvio entre os ângulos de fase $\theta^*(t)$ e $\theta_{pll}(t)$, a componente em coordenada q das tensões de fase no PAC pode ser aproximada por

$$v_q(t) = \hat{V}_1 \sin(\theta^*(t) - \theta_{pll}(t)) \approx \hat{V}_1 (\theta^*(t) - \theta_{pll}(t)) \quad (18)$$

e o PLL pode ser representado no domínio s pelo diagrama de blocos simplificado apresentado na Figura 11 (b), sendo $K_{pi}(s)$ e $K_f(s)$ as funções de transferência do controlador PI e do filtro, respectivamente.

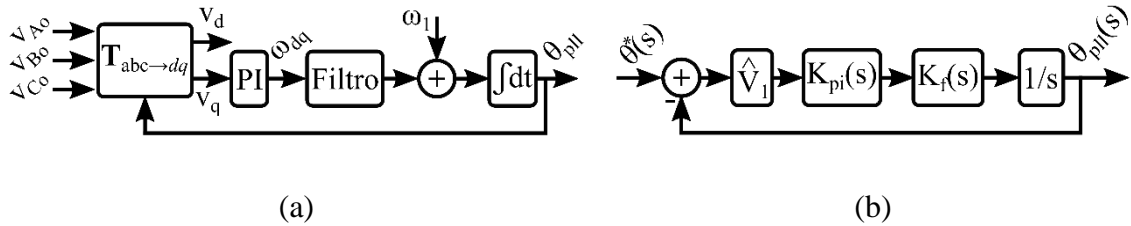


Figura 11: *Phase-locked loop* (PLL): (a) Diagrama esquemático; (b) Diagrama de blocos simplificado no domínio s .

Considerando a função de transferência do filtro $K_f(s)$ como

$$K_f(s) = \frac{\alpha_f}{(s + \alpha_f)}, \quad (19)$$

em que α_f é a frequência de corte do filtro em [rad/s], e sendo a função de transferência do controlador PI igual a

$$K_{pi}(s) = K_{p_pll} \left(1 + \frac{1}{T_{i_pll}s} \right), \quad (20)$$

em que $K_{p_pll}(s)$ é o ganho proporcional e T_{i_pll} é a constante de tempo do PI, a função de transferência de malha fechada do PLL é definida como

$$K_{cl}(s) = \frac{\theta_{pll}(s)}{\theta^*(s)} = \frac{\left(\hat{V}_1 K_{pi}(s) K_f(s) \right)}{\left(s \left(1 + \hat{V}_1 K_{pi}(s) K_f(s) \right) \right)}. \quad (21)$$

Sendo α_f superior à faixa de passagem do PLL, o módulo de $K_f(s)$ na faixa de passagem do PLL pode ser considerado unitário e a defassagem nula, logo $K_{cl}(s)$ em (21) pode ser aproximada por

$$K_{cl}(s) = \frac{\left(K_{p_pll} \hat{V}_1 s + \frac{K_{p_pll} \hat{V}_1}{T_{i_pll}} \right)}{\left(s^2 + K_{p_pll} \hat{V}_1 s + \frac{K_{p_pll} \hat{V}_1}{T_{i_pll}} \right)}. \quad (22)$$

Ao se restringir a constante de tempo do controlador a $T_{i_pll} > (K_{p_pll} \hat{V}_1)^{-1}$, $K_{cl}(s)$ em (22) pode ser aproximada por

$$K_{cl}(s) = \frac{K_{p_pll} \hat{V}_1}{(s + K_{p_pll} \hat{V}_1)}, \quad (23)$$

e o ganho proporcional do controlador, K_{p_pll} , pode ser selecionado em função da maior frequência da faixa de passagem para o PLL por

$$K_{p_pll} = \frac{\alpha_{pll}}{\hat{V}_1}, \quad (24)$$

em que α_{pll} é a maior frequência da faixa de passagem do PLL em [rad/s].

A Figura 12 apresenta a resposta ao degrau de $K_{cl}(s)$ definida em (21) para os parâmetros reunidos na Tabela 2. Pela resposta ao degrau de $K_{cl}(s)$, é possível notar que a metodologia utilizada para a definição dos ganhos do controlador PI é satisfatória, uma vez que o valor em regime permanente é atingido em aproximadamente 15ms,

tempo inferior a um período da componente fundamental do sinal trifásico de referência, no caso 20ms. Ou seja, o PLL, considerando os parâmetros definidos, sincronizará em menos de um ciclo.

Tabela 2: Parâmetros do controlador PI do PLL.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
\hat{V}_1	310,69V	α_f	$2\pi 477 \text{ rad/s}$	K_{p_pll}	$2,42 \text{ (Vs)}^{-1}$
ω_1	$2\pi 50 \text{ rad/s}$	α_{pll}	$2\pi 120 \text{ rad/s}$	T_{i_pll}	5,33 ms

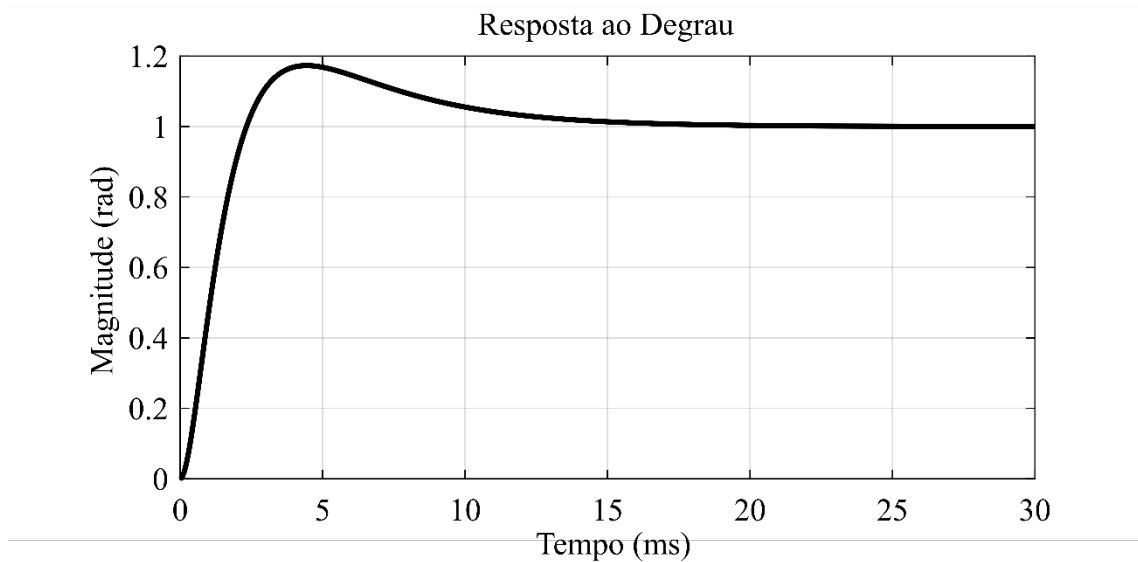


Figura 12: Resposta ao degrau da função de transferência de malha fechada do PLL.

2.5 PWM e Chaveamento do Conversor

De uma forma geral, as estratégias de modulação por largura de pulso consistem basicamente em gerar trens de pulsos cujo valor médio instantâneo no período de chaveamento é igual ao do sinal de referência [42]. Esses trens de pulsos são os sinais de disparos que ditam os períodos de condução e bloqueio das chaves semicondutoras e resultam na sintetização das tensão no lado CA do conversor.

Os trens de pulsos gerados no processo de modulação possuem componentes harmônicas que acabam interagindo com as tensões no lado CA do conversor, incluindo harmônicos, gerando outros harmônicos. Assim, para o entendimento de como ocorre o surgimento desses harmônicos, primeiramente, é apresentado o processo de chaveamento do conversor e, em seguida, o PWM seno-triângulo simetricamente

amostrado é detalhado, incluindo a definição das expressões analíticas do espectro harmônico das tensões de fase no lado CA do conversor.

2.5.1 Chaveamento do Conversor

A Figura 13 apresenta o diagrama esquemático básico de um VSC de dois níveis e trifásico a três fios. Essa topologia é formada por três braços inversores em meia ponte representando cada uma das fases do sistema estático trifásico [53]. Cada braço, ou fase, do inversor é composto por duas chaves semicondutoras do tipo transistor bipolar com gatilho isolado (*Insulated Gate Bipolar Transistor* – IGBT) conectadas em série e diodos em antiparalelo a cada chave.

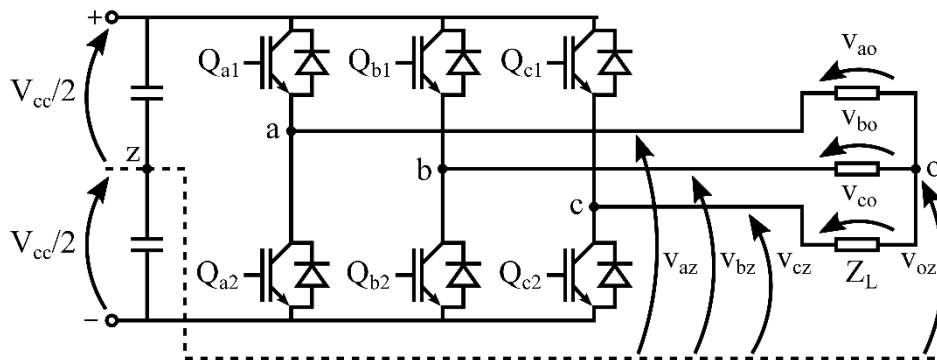


Figura 13: VSC de dois níveis e trifásico a três fios.

Com o intuito de compreender o processo de chaveamento e síntese das tensões trifásicas de saída do VSC, considere uma carga trifásica balanceada (Z_L) conectada no lado CA do conversor, conforme mostrado na Figura 13.

Sendo $s_{a1}(t)$ e $s_{a2}(t)$ os sinais de disparo das chaves semicondutoras superior (Q_{a1}) e inferior (Q_{a2}) que possuem amplitude 1 quando a respectiva chave está em condução e 0 quando está em bloqueio, a tensão entre o ponto de conexão da fase a e o ponto médio do elo CC (z) é tal que

$$v_{az}(t) = \begin{cases} V_{cc}/2, & s_{a1}(t) = 1 \text{ e } s_{a2}(t) = 0 \\ -V_{cc}/2, & s_{a1}(t) = 0 \text{ e } s_{a2}(t) = 1 \end{cases}, \quad (25)$$

em que V_{cc} é a tensão no elo CC.

Definindo $s_a(t)$ como a função de chaveamento da fase a do conversor, tal que

$$s_a(t) = \begin{cases} 1, & s_{a1}(t) = 1 \text{ e } s_{a2}(t) = 0 \\ -1, & s_{a1}(t) = 0 \text{ e } s_{a2}(t) = 1 \end{cases}, \quad (26)$$

a tensão $v_{az}(t)$ pode ser reescrita como

$$v_{az}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) [s_{a1}(t) - s_{a2}(t)] = \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) s_a(t). \quad (27)$$

E, baseado em (27), as tensões entre os pontos de conexão das fases a , b e c e o ponto médio do elo CC são expressas como

$$\begin{cases} v_{az}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) s_a(t) \\ v_{bz}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) s_b(t), \\ v_{cz}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{2} \right) s_c(t) \end{cases}, \quad (28)$$

sendo $s_b(t)$ e $s_c(t)$ as funções de chaveamento das fases b e c , respectivamente.

Pelo diagrama da Figura 13, as tensões de fase no lado CA do conversor são

$$\begin{cases} v_{ao}(t) = v_{az}(t) - v_{oz}(t) \\ v_{bo}(t) = v_{bz}(t) - v_{oz}(t), \\ v_{co}(t) = v_{cz}(t) - v_{oz}(t) \end{cases}, \quad (29)$$

sendo $v_{oz}(t)$ a tensão entre o ponto neutro (o) da carga trifásica (Z_L) e o ponto médio do elo CC (z). Como o sistema é considerado trifásico e balanceado, isto é, $v_{ao}(t) + v_{bo}(t) + v_{co}(t) = 0$, $v_{oz}(t)$ é definido a partir de (29) como

$$v_{oz}(t) = \left(\frac{1}{3} \right) [v_{az}(t) + v_{bz}(t) + v_{cz}(t)]. \quad (30)$$

Pela substituição de (28) e (30) em (29), as tensões de fase no lado CA do conversor no domínio do tempo em função das funções de chaveamento referentes a cada braço do conversor e da tensão do elo CC são definidas como

$$\begin{cases} v_{ao}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[s_a(t) - \left(\frac{s_b(t)}{2}\right) - \left(\frac{s_c(t)}{2}\right) \right] \\ v_{bo}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[s_b(t) - \left(\frac{s_a(t)}{2}\right) - \left(\frac{s_c(t)}{2}\right) \right] \\ v_{co}(t) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[s_c(t) - \left(\frac{s_a(t)}{2}\right) - \left(\frac{s_b(t)}{2}\right) \right] \end{cases} \quad (31)$$

Já no domínio da frequência são iguais a

$$\begin{cases} V_{ao}(\omega) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[S_a(\omega) - \left(\frac{S_b(\omega)}{2}\right) - \left(\frac{S_c(\omega)}{2}\right) \right] \\ V_{bo}(\omega) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[S_b(\omega) - \left(\frac{S_a(\omega)}{2}\right) - \left(\frac{S_c(\omega)}{2}\right) \right] \\ V_{co}(\omega) = \left(\frac{V_{cc}}{3}\right) \left[S_c(\omega) - \left(\frac{S_a(\omega)}{2}\right) - \left(\frac{S_b(\omega)}{2}\right) \right] \end{cases}, \quad (32)$$

sendo $V_{ao}(\omega)$, $V_{bo}(\omega)$ e $V_{co}(\omega)$ as tensões de fase no lado CA do conversor no domínio da frequência e $S_a(\omega)$, $S_b(\omega)$ e $S_c(\omega)$ as funções de chaveamento referentes às fases a , b e c também no domínio da frequência.

2.5.2 PWM Seno-triângulo Simetricamente Amostrado

No PWM seno-triângulo, os trens de pulsos são gerados na comparação entre os sinais de referência senoidais e a onda portadora triangular. Quando o valor instantâneo do sinal de referência é superior ao da onda portadora, a amplitude do trem de pulsos é igual a 1, e quando o contrário ocorre igual a -1.

A função de chaveamento das fases a , b e c do conversor, s_a , s_b e s_c , são equivalentes aos trens de pulsos gerados pelo PWM. Assim, a partir do diagrama de blocos do PWM seno-triângulo sugerido por Mouton *et al* em [54] e apresentado no Apêndice B, o diagrama de blocos da Figura 14 pode ser considerado para representar a geração da função de chaveamento da fase a , s_a , a partir da tensão de referência da fase a definida pelo controle de corrente, v_{ao}^* .

Nesse diagrama, o processo de modulação do sinal de referência pela onda portadora triangular do PWM seno-triângulo é representado pelos ramos do somatório em função de m . Enquanto que o processo de amostrar o sinal de referência é representado pelo

bloco S/H. Como o diagrama de blocos proposto por Mouton *et al* em [54] é definido considerando-se a onda portadora triangular com amplitude unitária, e o sinal de referência com amplitude inferior, equivalente ao índice de modulação do PWM [55], a tensão de referência da fase a definida pelo controle de corrente é multiplicada pela constante $2/V_{cc}$.

O diagrama de blocos da Figura 14 é referente à função de chaveamento da fase a , porém, considerando-se o sistema balanceado, as funções de chaveamento das fase b e c também são representados pelo mesmo diagrama, porém são definidos a partir das tensões de referência relativas às suas respectivas fases.

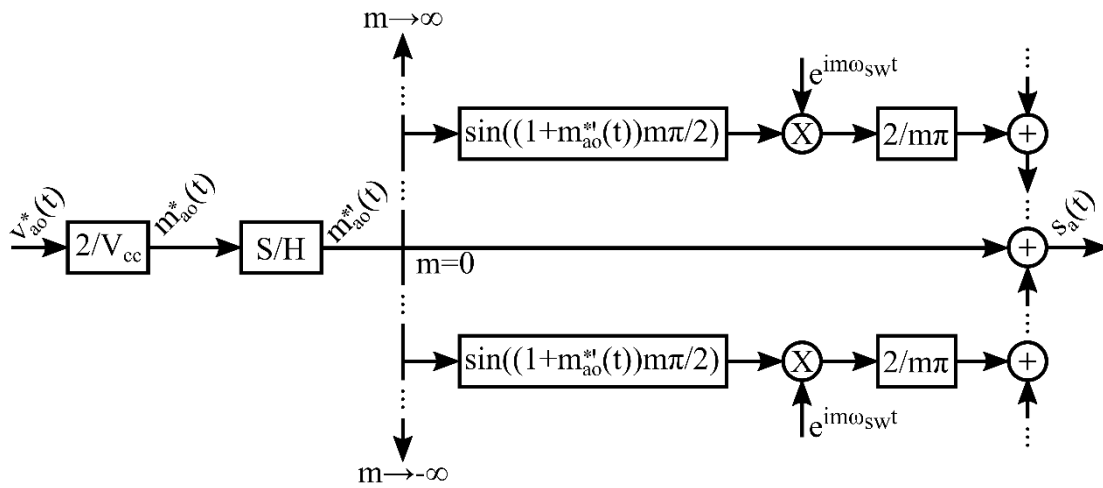


Figura 14: Diagrama de blocos da geração da função de chaveamento por PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

Sendo $m^*_{ao}(t)$, na Figura 14, o sinal de referência do PWM proporcional à tensão de referência da fase a ($v^*_{ao}(t)$) definida pelo controle de corrente do conversor, tal que

$$m^*_{ao}(t) = \left(2/V_{cc}\right) v^*_{ao}(t). \quad (33)$$

Assumindo-se que a tensão de referência da fase a composta apenas pela componente fundamental, isto é,

$$v^*_{ao}(t) = \hat{V}^*_{o1} \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1}), \quad (34)$$

tal que \hat{V}^*_{o1} , ω_1 e θ^*_{o1} são, respectivamente, a amplitude, a frequência angular fundamental e o ângulo de fase inicial, o sinal de referência do PWM é definido como

$$m_{ao}^*(t) = \widehat{M}_1^* \cos(\omega_1 t + \theta_{o1}^*), \quad (35)$$

sendo $\widehat{M}_1^* = 2\widehat{V}_{o1}^*/V_{cc}$.

A partir da expressão no domínio da frequência do trem de pulsos resultante do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado definida por Mouton *et al* em [54] e apresentada no Apêndice B em (218), a função de chaveamento da fase *a* no domínio da frequência é dada por

$$S_a(\omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho(m\omega_{sw} + n\omega_1) J_n(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)\widehat{M}_1^*) \sin(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1) + n\pi/2) e^{jn\theta_{o1}^*} \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1), \quad (36)$$

sendo $J_n(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)\widehat{M}_1^*)$ a função de Bessel de primeira espécie e ordem n , ω_{sw} a frequência angular da onda triangular, comumente referida como frequência de chaveamento do conversor, e $\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)$ e $\rho(m\omega_{sw} + n\omega_1)$ os coeficientes definidos por

$$\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1) = \rho(m\omega_{sw} + n\omega_1)^{-1} = (m + n\omega_1/\omega_{sw})\pi/2. \quad (37)$$

Considerando que as tensões de referência das fases *a*, *b* e *c* geradas pelo controle de corrente são trifásicas e balanceadas, as expressões das funções de chaveamento das fases *b* e *c*, $S_b(\omega)$ e $S_c(\omega)$, são facilmente definidas pela defasagem de $S_a(\omega)$ em (36). Assim, substituindo as expressões das funções de chaveamento em (32), a tensão da fase *a* no lado CA do conversor no domínio da frequência é definida por

$$V_{ao}(\omega) = \left(\frac{2\pi V_{cc}}{3} \right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho(m\omega_{sw} + n\omega_1) J_n(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)\widehat{M}_1^*) e^{jn\theta_{o1}^*} (1 - \cos(n2\pi/3)) \sin(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1) + n\pi/2) \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1). \quad (38)$$

Analisando as expressões (36) e (38) nota-se que as frequências das componentes harmônicas de $S_a(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$ podem ser divididas em três grupos: quando $m = 0$ e $n \neq 0$, quando $m \neq 0$ e $n = 0$, e quando $m \neq 0$ e $n \neq 0$.

No primeiro grupo, para $m = 0$ e $n \neq 0$, as frequências das componentes harmônicas são múltiplas da frequência fundamental ω_1 e, conforme detalhado no Apêndice B, são consequência da interação entre o *sample-and-hold* do PWM e a modulação por onda

triangular. Essas componentes harmônicas são de baixa ordem e recebem o nome de harmônicos de base (*baseband harmonics*).

Quando $m \neq 0$ e $n = 0$, as frequências das componentes harmônicas são múltiplas da frequência da onda portadora triangular ω_{sw} e recebem o nome de harmônicos da portadora (*carrier harmonics*). Já quando $m \neq 0$ e $n \neq 0$, as frequências das componentes harmônicas estão em torno das frequências múltiplas da portadora e são denominadas harmônicos de banda lateral (*sideband harmonics*).

Com o intuito de confirmar a validade das expressões definidas em (36) e (38) e consequentemente, do diagrama de blocos da Figura 14, os espectros harmônicos de $S_a(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$ definidos analiticamente são comparados aos resultados obtidos por simulação no tempo. Para isso, um circuito PWM seno-triângulo simetricamente amostrado foi implementado no Simulink. Os parâmetros considerados são apresentados na Tabela 3. E, na Figura 15 são mostradas as formas de onda resultantes da simulação no tempo referentes à portadora triangular, ao sinal de referência do PWM ($m^*_{ao}(t)$), à função de chaveamento ($s_a(t)$) e à tensão da fase a no lado CA do conversor ($v_{ao}(t)$).

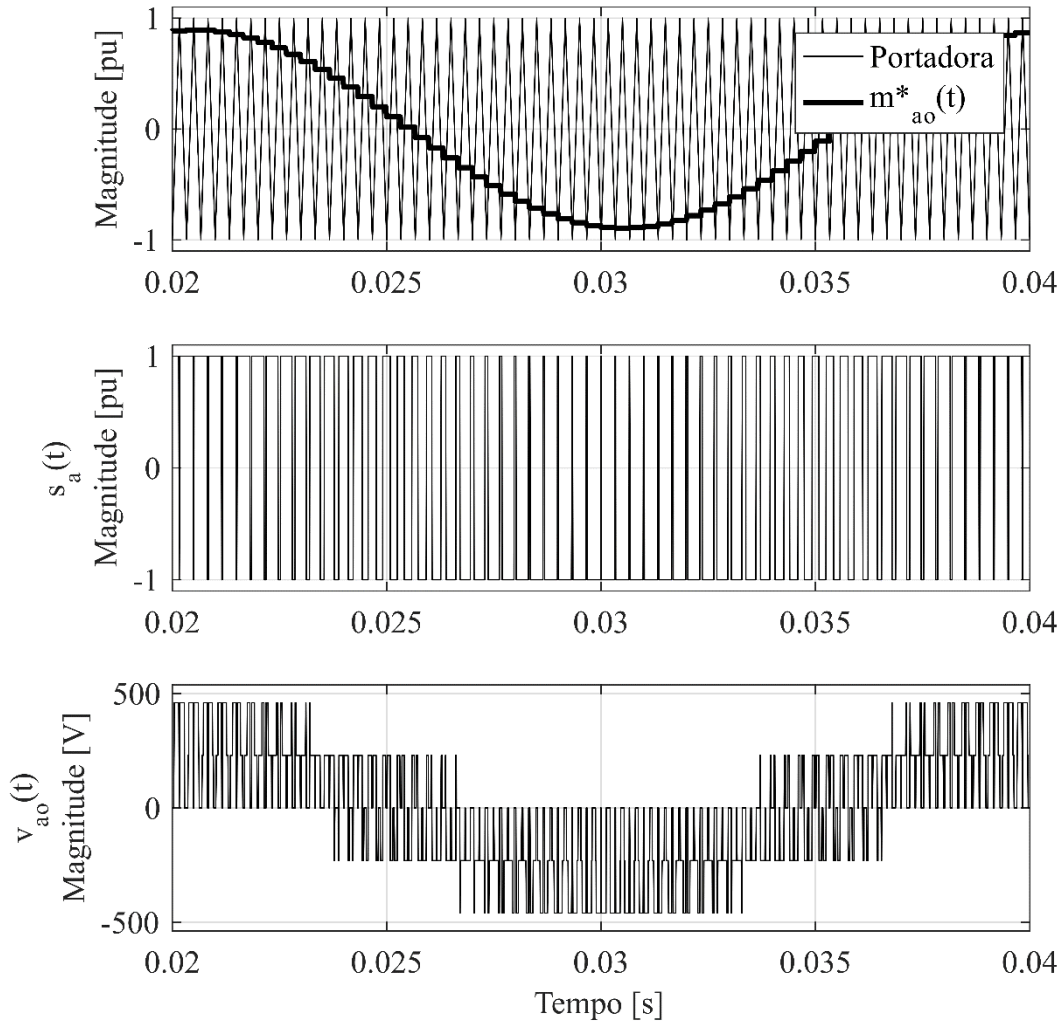


Figura 15: Formas de onda da simulação no tempo do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

Tabela 3: Parâmetros para a definição dos espectros harmônicos de $S_a(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
\hat{V}_{o1}^*	310,69 V	V_{cc}	690 V	ω_1	$2\pi 50$ rad/s
θ_{o1}^*	0	\hat{M}_1^*	0,9	ω_{sw}	$60\omega_1$

A Figura 16 apresenta os espectros harmônicos de $S_a(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$ definidos pelas expressões analíticas (36) e (38) e pela simulação no tempo. Enquanto a Tabela 4 mostra o erro relativo em porcentagem entre a magnitude dos principais harmônicos presentes no espectro de $V_{ao}(\omega)$ definidos analiticamente e pela simulação no tempo.

Nota-se, tanto pela Figura 16 quanto pelos resultados da Tabela 4, que o método analítico reproduz com exatidão os resultados obtidos por simulação no tempo, uma vez que os erros relativos nos principais harmônicos do espectro são inferiores à 1%. Logo,

conclui-se que o diagrama de blocos da Figura 14 é válido para a representação da geração da função de chaveamento da fase a .

Percebe-se ainda que as componentes harmônicas mais relevantes de $S_a(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$ estão próximas à ordem da frequência da portadora, ou frequência de chaveamento, nesse caso igual a 60. Apesar de haver harmônicos de base, a amplitude dessas componentes é muito inferior aos de banda lateral e da portadora. Assim, no projeto das UCRs, os harmônicos de base são comumente desconsiderados e apenas os harmônicos de banda lateral e da portadora são motivos de preocupação.

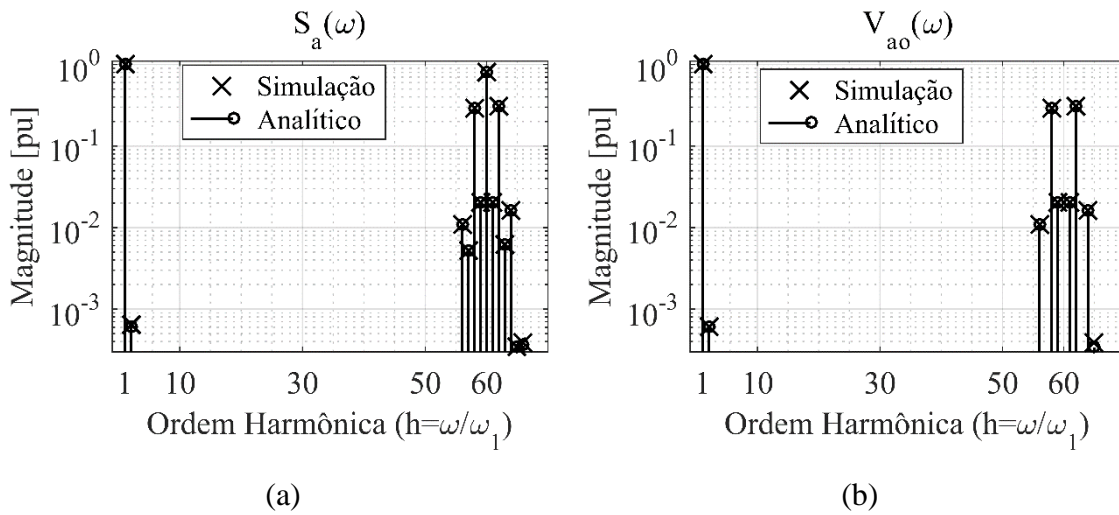


Figura 16: Comparação entre método analítico e simulação no tempo. (a) Espectro harmônico de $S_a(\omega)$. (b) Espectro harmônico de $V_{ao}(\omega)$

Tabela 4: Erro relativo entre espectro harmônico de $V_{ao}(\omega)$ definido analiticamente e por simulação no tempo.

h	Simulação no tempo [pu]	Método analítico [pu]	Erro Relativo [%]
1	0,9996	1,0000	0,0400
2	0.0006	0,0006	0,0000
56	0.0110	0,0109	0,9091
58	0.2910	0,2911	0,0344
59	0.0204	0,0203	0,4902
61	0.0199	0,0200	0,5025
62	0.3040	0,3040	0,0000
64	0.0159	0,0158	0,6289

2.6 Filtro LCL

Conforme visto na seção 2.3, o controle de corrente dos VSCs é, por definição, baseado na presença de indutores no lado CA dos conversores. Além disso, como detalhado na seção anterior, o processo de modulação e chaveamento dos VSCs gera harmônicos de tensão no lado CA do conversor de ordens próximas à frequência de chaveamento [8], o que acaba por resultar em harmônicos de corrente no PAC. Devido a isso, os filtros no lado CA dos VSCs possuem dois papéis principais na operação das UCRs [56]: (i) garantir a correta operação do controle possuindo um comportamento primordialmente indutivo na frequência da rede; e (ii) reduzir as distorções harmônicas nas correntes no PAC resultantes da operação dos VSCs.

O uso de filtros compostos apenas por indutores é a forma mais simples de se alcançar os dois objetivos mencionados. Entretanto, com o intuito de reduzir as perdas de energia, a frequência de chaveamento dos VSCs de potência nominal entre dezenas e centenas de quilowatts é reduzida se comparada a conversores de menor potência, da ordem de milhares de Hz. Dessa forma, em VSCs de maior potência nominal, elevados valores de indutância seriam necessários para atenuar as correntes harmônicas de ordens próximas à frequência de chaveamento e, ainda assim, poderiam não ser suficientes para atender aos níveis aplicáveis em requisitos de qualidade de energia [56] [57].

Além disso, elevados valores de indutância deixariam a resposta dinâmica do controle de corrente muito lenta [57], uma vez que ela depende da constante de tempo do filtro. Nessas condições, os filtros LCL, quando devidamente projetados, apresentam melhor desempenho em UCRs com VSCs de potência nominal superior.

Os filtros LCL operam como filtros passa-baixa e permitem a atenuação dos harmônicos nas correntes no PAC de ordens próximas à frequência de chaveamento. Para que isso ocorra, a frequência de ressonância do filtro LCL deve ser inferior à frequência de chaveamento.

Liserre *et al.* em [5] apresentam detalhadamente o procedimento para o projeto do filtro LCL de uma UCR com VSC. Os principais requisitos e características do filtro são traduzidas por Liserre *et al.* nas seguintes restrições de projeto:

- O valor dos capacitores em paralelo é limitado à redução do fator de potência em operação da UCR na potência nominal, geralmente menos do que 5%.

Essa restrição visa garantir o comportamento indutivo do filtro na frequência nominal necessário para o funcionamento do controle de corrente.

- O valor da indutância série total (L_T) deve ser menor do que 0.1pu de modo a limitar a queda de tensão no lado CA do conversor.
- O valor da frequência de ressonância do filtro deve ser selecionado entre a maior frequência na faixa de passagem do controle de corrente e a frequência de chaveamento do VSC. Quanto menor a frequência de ressonância em relação à frequência de chaveamento, maior a atenuação das distorções harmônicas nas correntes no PAC devido ao processo de chaveamento e modulação do VSC. No entanto, para evitar a interferência da ressonância do filtro e do seu efeito capacitivo no funcionamento do controle de corrente, a frequência de ressonância é restringida a um valor acima da faixa de passagem da malha interna de controle.
- O valor dos resistores de amortecimento deve ser suficiente para suavizar o pico de corrente na frequência de ressonância, sem elevar significativamente as perdas de energias ao ponto de reduzir consideravelmente a eficiência total da UCR.

Os parâmetros do filtro LCL projetado por Liserre *et al.* e os valores nominais da UCR considerada por eles são resumidos na Tabela 5.

Tabela 5: Parâmetros do filtro LCL e valores nominais da UCR.

Potência nominal	4,1 kVA	Indutor do lado da rede (L_f)	5 mH
Tensão nominal	380 V	Indutor do lado do VSC (L)	3 mH
Frequência nominal (ω_1)	$2\pi 50$ rad/s	Capacitor paralelo (C_f)	2.2 μ F
Frequência de chaveamento (ω_{sw})	$2\pi 5$ krad/s ($100\omega_1$)	Resistor de amortecimento (R_d)	10 Ω
Frequência de ressonância (ω_r)	$2\pi 2,5$ krad/s ($50\omega_1$)	Resistência do indutor L (R) e do indutor L_f (R_f)	0 Ω

Considerando o circuito equivalente monofásico apresentado na Figura 17 referente à fase a , a relação entre a corrente no PAC e a tensão no lado CA do conversor no domínio da frequência é definida como

$$I_A(\omega)/V_{ao}(\omega) = [Z_L(\omega) + Z_L(\omega)Y_{Cf}(\omega)Z_{Lf}(\omega) + Z_{Lf}(\omega)]^{-1}, \quad (39)$$

em que $Z_L(\omega)$ é a impedância do indutor do lado do VSC ($Z_L(\omega) = R + j\omega L$), $Z_{Lf}(\omega)$ é a impedância do indutor do lado da rede ($Z_{Lf}(\omega) = R_f + j\omega L_f$) e $Y_{Cf}(\omega)$ é a admitância do ramo paralelo do filtro, isto é, do capacitor mais o resistor de amortecimento ($Y_{Cf}(\omega) = [R_d + (1/j\omega C_f)]^{-1}$).

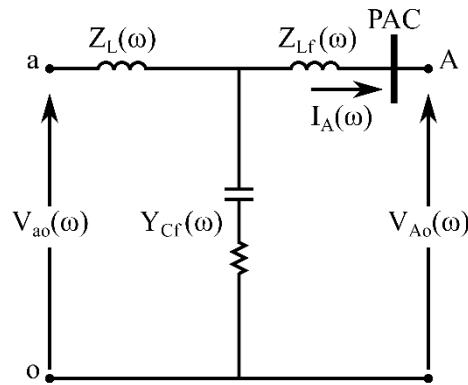


Figura 17: Circuito equivalente monofásico do filtro LCL.

A Figura 18 mostra a resposta em frequência do módulo da função de transferência entre $I_A(\omega)$ e $V_{ao}(\omega)$ para três configurações de filtro distintas, todas baseadas nos parâmetros descritos na Tabela 5. A primeira curva (LCL) refere-se ao módulo da função de transferência, definida em (1), para o filtro LCL completo com amortecimento. Na segunda curva ($L + L_f$) somente os indutores série e suas respectivas resistências são considerados. E na terceira e última ($R_d = 0$), somente o amortecimento passivo do filtro LCL é desprezado.

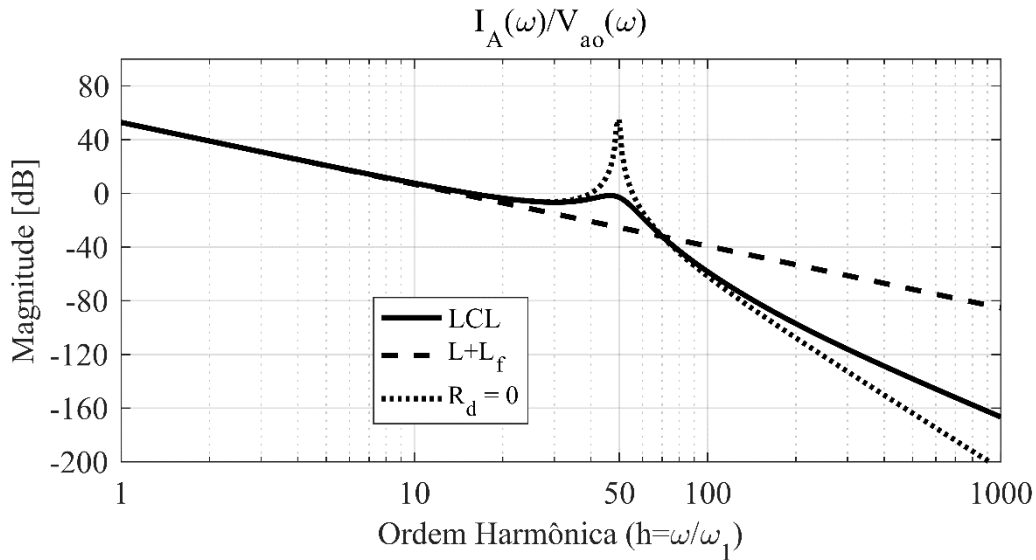


Figura 18: Resposta em frequência do módulo da função de transferência $I_A(\omega)/V_{ao}(\omega)$ para diferentes configurações de filtro.

Pela comparação entre a primeira curva (LCL) e a segunda curva ($L + L_f$), apresentadas na Figura 18, é possível perceber que o comportamento do filtro LCL em harmônicos de baixa ordem ($h < 10$) é equivalente ao filtro composto somente pelo indutores em série, isto é, o ramo paralelo de capacitores não exerce influência na resposta do filtro em baixas frequências. Entretanto, nota-se que a inserção do capacitor aumenta a atenuação das componentes harmônicas das correntes no PAC em relação aos harmônicos da tensão de fase no lado CA do conversor para ordens superiores à frequência de ressonância do filtro ($h > 50$) e, conseqüentemente, em torno da frequência de chaveamento ($h \sim 100$).

Analisando as curvas do filtro LCL com e sem R_d se torna claro o efeito do amortecimento passivo na resposta do filtro. É possível notar que, no caso sem amortecimento, na frequência de ressonância do filtro ($h = 50$) há a amplificação de $I_A(\omega)$ em função de $V_{ao}(\omega)$. A inserção do resistor de amortecimento faz com que o ponto de ressonância do filtro seja suavizado e evita a amplificação de possíveis harmônicos na frequência de ressonância. Além disso, o amortecimento não impacta significativamente a resposta do filtro LCL em torno da frequência de chaveamento.

Outro fator importante a ser destacado é a baixa impedância do filtro, ou alta admitância, vista pelo conversor em harmônicos de baixa ordem, resultando em uma baixa queda de tensão na operação nominal.

A partir do circuito equivalente da Figura 18, a relação entre $I_A(\omega)$ e a tensão de fase no PAC, $V_{Ao}(\omega)$, no domínio da frequência é definida como

$$\begin{aligned} I_A(\omega)/V_{Ao}(\omega) = & \\ & -[1 + Z_L(\omega)Y_{Cf}(\omega)][Z_L(\omega) + Z_L(\omega)Y_{Cf}(\omega)Z_{Lf}(\omega) + Z_{Lf}(\omega)]^{-1}. \end{aligned} \quad (40)$$

A Figura 19 apresenta a resposta em frequência do módulo da função de transferência entre $I_A(\omega)$ e $V_{Ao}(\omega)$ do filtro LCL e da soma das impedâncias dos indutores série do filtro, considerando-se o VSC uma fonte de tensão ideal na frequência nominal da rede. Nota-se que, assim como na relação entre $I_A(\omega)$ e $V_{Ao}(\omega)$, somente os indutores série interferem no comportamento do filtro LCL visto da rede em harmônicos de baixa ordem ($h < 10$). E, assim como para o conversor, a impedância do filtro vista pela rede é baixa em baixas ordens harmônicas.

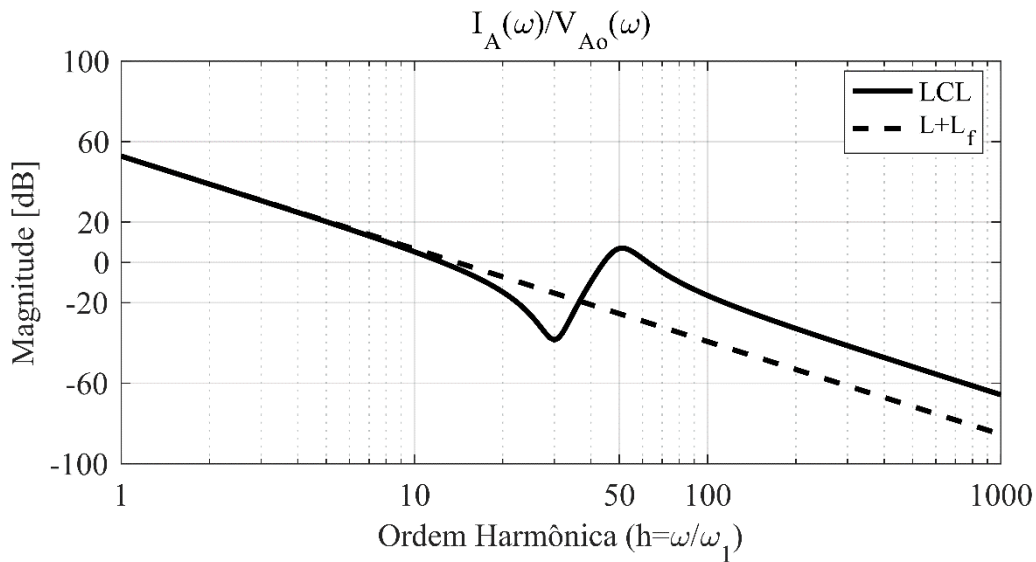


Figura 19: Resposta em frequência do módulo da função de transferência $I_A(\omega)/V_{Ao}(\omega)$ do filtro LCL.

2.7 Conclusões Parciais

Nesse capítulo, foram detalhadas as principais características e considerações feitas quanto à topologia do conversor e filtro, à estratégia de controle e ao processo de modulação das UCRs.

Definidas as principais características, foram descritos os detalhes de projeto e condições de operação das principais partes contituíntes da UCR. Dando destaque ao

sistema de controle de corrente, ao filtro LCL e ao processo de modulação e chaveamento que são cruciais para o entendimento das próximas análises feitas no trabalho.

Foi visto nesse capítulo, por exemplo, que o controle dq se baseia na presença de indutores no lado CA do conversor e que isso acaba se tornando um requisito de projeto do filtro LCL.

Além disso, os espectros harmônicos da função de chaveamento e da tensão de fase no lado CA do conversor foram apresentadas e destacou-se que as componentes harmônicas de maior relevância possuem ordens próximas à frequência de chaveamento, apesar de existirem harmônicos de menor amplitude devido ao processo de amostragem do sinal de referência do PWM.

Com relação ao filtro LCL, os requisitos de projeto são comentados, assim como são apresentadas as impedâncias vistas pelo conversor e pela rede. Basicamente, é mostrado que o filtro LCL se comporta como filtro indutivo em baixa frequência e apresenta baixa impedância tanto vista pelo conversor quanto pela rede.

Capítulo 3 Resposta em Frequência das UCRs

Nesse capítulo, define-se analiticamente a resposta em frequência da UCR para a faixa de frequências entre a frequência da rede e a 50ª ordem harmônica. A faixa de frequência é limitada à 50ª ordem harmônica pois os índices máximos de distorções harmônicas sugeridos pelas normas de conexão à rede são comumente limitados a essa ordem [18], [19].

A resposta em frequência é determinada adicionando-se um distúrbio harmônico nas tensões de fase no PAC e definindo-se a componente harmônica das correntes no PAC na frequência do distúrbio aplicado. Faz-se isso para cada frequência na faixa de interesse.

3.1 Componentes Harmônicas das Correntes no PAC

Considerando-se as tensões de fase no PAC compostas por uma componente na frequência da rede e um distúrbio harmônico de baixa amplitude e sequência positiva expressas no domínio do tempo por

$$\begin{bmatrix} v_{Ao}(t) \\ v_{Bo}(t) \\ v_{Co}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1}) + \hat{V}_h \cos(\omega_h t + \theta_{vh}) \\ \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} - 2\pi/3) + \hat{V}_h \cos(\omega_h t + \theta_{vh} - 2\pi/3) \\ \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} + 2\pi/3) + \hat{V}_h \cos(\omega_h t + \theta_{vh} + 2\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (41)$$

em que \hat{V}_1 e θ_{v1} são a amplitude e o ângulo de fase inicial das componentes das tensões de fase no PAC na frequência fundamental ω_1 , enquanto \hat{V}_h e θ_{vh} são as mesmas grandezas para o distúrbio na frequência harmônica ω_h .

Aplicando-se a transformada de Fourier em (41), como detalhado no Apêndice C, as tensões de fase no PAC podem ser expressas no domínio da frequência pelos espectros harmônicos como em

$$V_{Ao}(\omega) = \dot{V}_1 \delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h) + \dot{V}_{1i} \delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega + \omega_h) \quad (42)$$

$$V_{Bo}(\omega) = e^{-j2\pi/3} [\dot{V}_1 \delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h)] + e^{j2\pi/3} [\dot{V}_{1i} \delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega + \omega_h)] \quad (43)$$

$$V_{Co}(\omega) = e^{j2\pi/3}[\dot{V}_1\delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h\delta(\omega - \omega_h)] + e^{-j2\pi/3}[\dot{V}_{1i}\delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi}\delta(\omega + \omega_h)] \quad (44)$$

em que $\delta(\omega - \omega_1)$ e $\delta(\omega - \omega_h)$ representam, respectivamente, os impulsos na frequência fundamental ω_1 e na frequência harmônica ω_h nos espectros harmônicos das tensões de fase, e $\delta(\omega + \omega_1)$ e $\delta(\omega + \omega_h)$ os impulsos referentes as imagens nas frequências $-\omega_1$ e $-\omega_h$. E, \dot{V}_1 , \dot{V}_{1i} , \dot{V}_h e \dot{V}_{hi} são os fasores

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi\hat{V}_1 e^{j\theta_{v1}} \\ \pi\hat{V}_1 e^{-j\theta_{v1}} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_h \\ \dot{V}_{hi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi\hat{V}_h e^{j\theta_{vh}} \\ \pi\hat{V}_h e^{-j\theta_{vh}} \end{bmatrix}. \quad (46)$$

Considerando apenas as componentes na frequência fundamental e na frequência harmônica do distúrbio, é possível expressar as correntes no PAC no domínio do tempo como

$$\begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_B(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{i1}) + \hat{I}_h \cos(\omega_h t + \theta_{ih}) \\ \hat{I}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{i1} - 2\pi/3) + \hat{I}_h \cos(\omega_h t + \theta_{ih} - 2\pi/3) \\ \hat{I}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{i1} + 2\pi/3) + \hat{I}_h \cos(\omega_h t + \theta_{ih} + 2\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (47)$$

em que \hat{I}_1 e θ_{i1} são, respectivamente, a amplitude e ângulo de fase inicial das componentes das correntes no PAC na frequência fundamental, e \hat{I}_h e θ_{ih} a amplitude e ângulo de fase inicial das componentes na frequência harmônica ω_h .

Aplicando-se a transformada de Fourier em (47), os espectros harmônicos das correntes no PAC são definidas por

$$I_A(\omega) = \dot{I}_1\delta(\omega - \omega_1) + \dot{I}_h\delta(\omega - \omega_h) + \dot{I}_{1i}\delta(\omega + \omega_1) + \dot{I}_{hi}\delta(\omega + \omega_h) \quad (48)$$

$$I_B(\omega) = e^{-j2\pi/3}[\dot{I}_1\delta(\omega - \omega_1) + \dot{I}_h\delta(\omega - \omega_h)] + e^{j2\pi/3}[\dot{I}_{1i}\delta(\omega + \omega_1) + \dot{I}_{hi}\delta(\omega + \omega_h)] \quad (49)$$

$$I_C(\omega) = e^{j2\pi/3}[\dot{I}_1\delta(\omega - \omega_1) + \dot{I}_h\delta(\omega - \omega_h)] + e^{-j2\pi/3}[\dot{I}_{1i}\delta(\omega + \omega_1) + \dot{I}_{hi}\delta(\omega + \omega_h)] \quad (50)$$

sendo os fasores \hat{I}_1 , \hat{I}_{1i} , \hat{I}_h e \hat{I}_{hi} iguais a

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \hat{I}_1 e^{j\theta_{i1}} \\ \pi \hat{I}_1 e^{-j\theta_{i1}} \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I}_h \\ \hat{I}_{hi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi \hat{I}_h e^{j\theta_{ih}} \\ \pi \hat{I}_h e^{-j\theta_{ih}} \end{bmatrix}. \quad (52)$$

Como o sistema trifásico é considerado balanceado, o circuito equivalente monofásico referente à fase a mostrado na Figura 20 pode ser utilizado para a definição de $I_A(\omega)$ e da resposta em frequência da UCR, em que $V_{ao}(\omega)$ é o espectro harmônico da tensão da fase a no lado CA do conversor, $Z_L(\omega)$ e $Z_{Lf}(\omega)$ as respectivas impedâncias dos indutores L e L_f e $Y_{Cf}(\omega)$ a admitância do ramo paralelo do filtro formado por C_f e R_d em série.

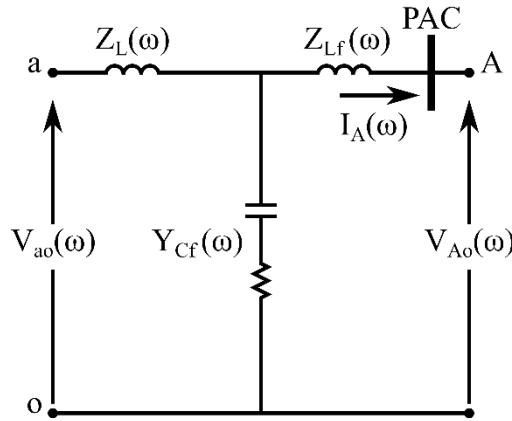


Figura 20: Circuito equivalente monofásico para determinação da resposta em frequência da UCR.

Sendo $V_{Ao}(\omega_h)$ e $I_A(\omega_h)$ as componentes nos espectros de $V_{Ao}(\omega)$ e $I_A(\omega)$ na frequência harmônica ω_h , isto é,

$$V_{Ao}(\omega_h) = \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h) \quad (53)$$

$$I_A(\omega_h) = \dot{I}_h \delta(\omega - \omega_h), \quad (54)$$

a partir do circuito equivalente monofásico da Figura 20, a corrente na fase a no PAC na frequência ω_h é definida por

$$I_A(\omega_h) = Y_{fo}(\omega_h) V_{ao}(\omega_h) - Y_f(\omega_h) V_{Ao}(\omega_h), \quad (55)$$

sendo as admitâncias $Y_{fo}(\omega_h)$ e $Y_f(\omega_h)$ definidas por

$$Y_{fo}(\omega_h) = [Z_L(\omega_h) + Z_L(\omega_h)Y_{cf}(\omega_h)Z_{Lf}(\omega_h) + Z_{Lf}(\omega_h)]^{-1} \quad (56)$$

$$Y_f(\omega_h) = [Z_L(\omega_h)Y_{cf}(\omega_h) + 1]Y_{fo}(\omega_h). \quad (57)$$

Pela expressão de $I_A(\omega_h)$ apresentada em (55) é possível perceber que o desafio em se definir a corrente no PAC na frequência do distúrbio e, assim, a resposta em frequência da UCR analiticamente, está em determinar $V_{ao}(\omega_h)$.

Conforme detalhado no Capítulo 2, a síntese das tensões de fase no lado CA do conversor é feita pelo processo de chaveamento do conversor controlado pelos disparos definidos pelo PWM com base nas tensões de referência geradas pelo controle de corrente. Logo, $V_{ao}(\omega_h)$ pode ser expressa por

$$V_{ao}(\omega_h) = K_{pwm}(\omega_h)V_{ao}^*(\omega_h), \quad (58)$$

em que $V_{ao}^*(\omega_h)$ representa a componente na frequência ω_h da tensão de referência da fase a definida pelo controle de corrente e $K_{pwm}(\omega_h)$ a função de transferência relativa ao PWM e ao chaveamento do conversor.

Conforme visto no Capítulo 2, no presente estudo considera-se que o controle de corrente determina as tensões de referência para o PWM com base nas tensões de fase e correntes no PAC, logo $V_{ao}^*(\omega_h)$ pode ser escrita como

$$V_{ao}^*(\omega_h) = Z_o(\omega_h)I_A(\omega_h) + K_o(\omega_h)V_{Ao}(\omega_h), \quad (59)$$

em que $Z_o(\omega_h)$ é a função de transferência entre $V_{ao}^*(\omega_h)$ e $I_A(\omega_h)$, e $K_o(\omega_h)$ entre $V_{ao}^*(\omega_h)$ e $V_{Ao}(\omega_h)$, ambas representando o sistema de controle.

Substituindo (58) em (59), $V_{ao}(\omega_h)$ pode ser expressada por

$$V_{ao}(\omega_h) = K_{pwm}(\omega_h)[Z_o(\omega_h)I_A(\omega_h) + K_o(\omega_h)V_{Ao}(\omega_h)], \quad (60)$$

sendo $K_{pwm}(\omega_h)$, $Z_o(\omega_h)$ e $K_o(\omega_h)$ funções a serem definidas nas próximas seções.

3.2 Funções de Transferência do Sistema de Controle

A Figura 21 relembra o diagrama de blocos do sistema de controle apresentado no Capítulo 2 em que $G_s(\omega)$ e $H_{pi}(\omega)$ são, respectivamente, as funções de transferência no

domínio da frequência do sistema de amostragem e dos controladores PI da malha de controle de corrente. Os sinais trifásicos v'_{Ao} , v'_{Bo} , v'_{Co} e i'_{A} , i'_{B} , i'_{C} são, respectivamente, as tensões de fase e correntes no PAC amostradas.

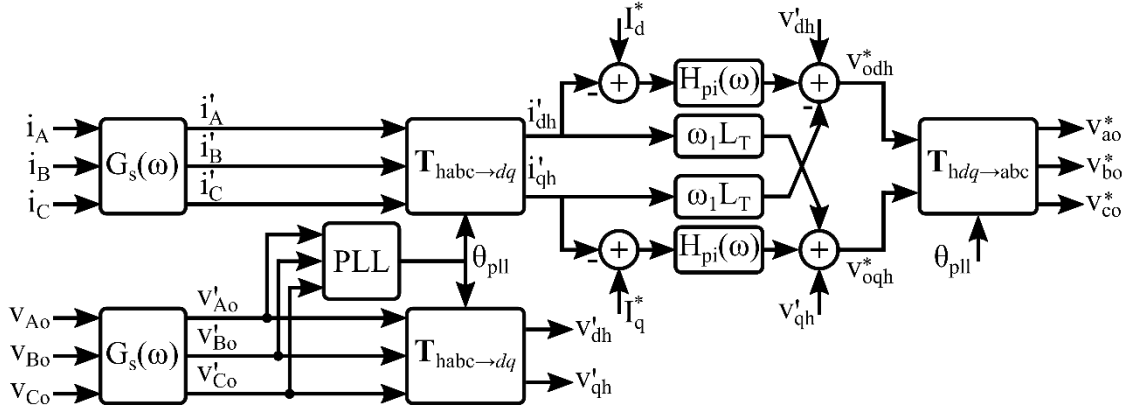


Figura 21: Diagrama de blocos do sistema de controle do conversor.

Como detalhado no Capítulo 2, na estratégia de controle dq , transformadas $abc-dq$ são aplicadas aos sinais de tensão e corrente trifásicos senoidais de modo a transformá-los em sinais contínuos no tempo e permitir o uso eficaz dos controladores PI. O PLL é responsável por definir o ângulo de fase (θ_{pll}) utilizado nas transformadas sincronizado com o ângulo de fase das tensões de referência do sistema de controle.

No caso dessas tensões e correntes de referências possuírem distúrbios harmônicos, componentes harmônicas surgem no ângulo de fase θ_{pll} e, conseqüentemente, interferem na transformada dq . Assim, sendo d_h e q_h o sistema de coordenadas sincronizado com θ_{pll} contendo harmônicos, $T_{habc \rightarrow dq}$ representa, no diagrama da Figura 21, a transformada dos sinais trifásicos para as coordenadas d_h e q_h e $T_{hdq \rightarrow abc}$ a transformada inversa. Enquanto, v'_{dh} , v'_{qh} e i'_{dh} , i'_{qh} são as componentes das tensões e correntes de fase no PAC amostradas nas coordenadas d_h e q_h .

Para que seja feita a definição das funções de transferência do sistema de controle, $Z_o(\omega_h)$ e $K_o(\omega_h)$, primeiramente, é necessário compreender a transformada para esse sistema de coordenadas d_h e q_h , bem como como são as componentes das tensões de fase e correntes no PAC amostradas nesse sistema de coordenadas. Logo, as seções seguintes abordam, primeiramente, a formulação da transformada para as coordenadas d_h e q_h . Em seguida, é feita a definição da componente na frequência ω_h da tensão de referência da fase a definida pelo controle de corrente, $V^*_{ao}(\omega_h)$, em função das

tensões de fase e correntes no PAC. A partir de $V_{ao}^*(\omega_h)$, as funções de transferência $Z_o(\omega_h)$ e $K_o(\omega_h)$ são, então, facilmente determinadas. A formulação descrita nas seções seguintes são embasadas no modelo de pequenos sinais do VSC desenvolvido por Cespedes e Sun em [35] para análises de estabilidade.

3.2.1 Transformada e Componentes nas Coordenadas d_h e q_h

Sendo as tensões de fase no PAC compostas pela componente na frequência da rede ω_1 e pelo distúrbio de baixa amplitude na frequência harmônica ω_h , como definido em (41), e considerando que a função de transferência relativa à amostragem dos sinais possui módulo unitário e defasagem nula na frequência fundamental, isto é, $G_s(\omega_1) = 1$, as tensões de fase no PAC amostradas são expressas por

$$\begin{bmatrix} v'_{Ao}(t) \\ v'_{Bo}(t) \\ v'_{Co}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1}) + \hat{V}'_h \cos(\omega_h t + \theta'_{vh}) \\ \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} - 2\pi/3) + \hat{V}'_h \cos(\omega_h t + \theta'_{vh} - 2\pi/3) \\ \hat{V}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{v1} + 2\pi/3) + \hat{V}'_h \cos(\omega_h t + \theta'_{vh} + 2\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (61)$$

em que \hat{V}_1 e θ_{v1} são, respectivamente, a amplitude e ângulo de fase inicial das componentes das tensões de fase no PAC na frequência fundamental, e \hat{V}'_h e θ'_{vh} a amplitude e ângulo de fase inicial das componentes das tensões de fase no PAC amostradas na frequência harmônica ω_h .

Sendo $\mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}(t)$ expressa por

$$\mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}(t) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{pll}(t)) & -\sin(\theta_{pll}(t)) \\ \cos(\theta_{pll}(t) - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{pll}(t) - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_{pll}(t) + 2\pi/3) & -\sin(\theta_{pll}(t) + 2\pi/3) \end{bmatrix}^t, \quad (62)$$

as componentes das tensões de fase no PAC amostradas nas coordenadas d_h e q_h são

$$\begin{bmatrix} v'_{dh}(t) \\ v'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}(t) \begin{bmatrix} v'_{Ao}(t) \\ v'_{Bo}(t) \\ v'_{Co}(t) \end{bmatrix}. \quad (63)$$

Substituindo (61) e (62) em (63), as componentes $v'_{dh}(t)$ e $v'_{qh}(t)$ são expressas por

$$v'_{dh}(t) = \hat{V}_1 [\cos(\theta_{v1}) \cos(\Delta\theta(t)) + \sin(\theta_{v1}) \sin(\Delta\theta(t))] + \hat{V}'_h [\cos((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \cos(\Delta\theta(t)) + \sin((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \sin(\Delta\theta(t))] \quad (64)$$

$$v'_{qh}(t) = \hat{V}_1 [\sin(\theta_{v1}) \cos(\Delta\theta(t)) - \cos(\theta_{v1}) \sin(\Delta\theta(t))] + \hat{V}'_h [\sin((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \cos(\Delta\theta(t)) - \cos((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \sin(\Delta\theta(t))], \quad (65)$$

sendo $\Delta\theta(t) = \theta_{pll}(t) - \omega_1 t$. Conforme ilustrado na Figura 22, o termo $\Delta\theta(t)$ é a função no domínio do tempo que representa a assincronia entre o sistema de coordenadas d_h e q_h sincronizado com θ_{pll} e o sistema de coordenadas d_1 e q_1 sincronizado com o ângulo de fase na frequência fundamental $\theta_1 = \omega_1 t$ [35].

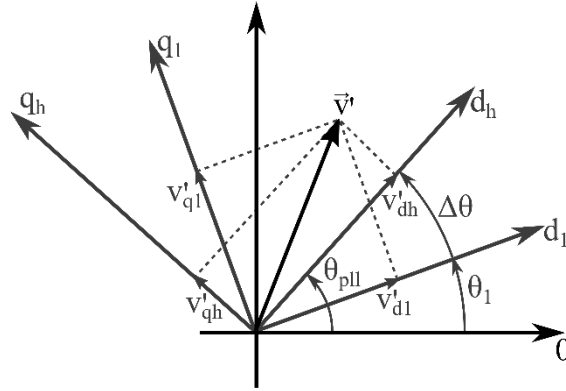


Figura 22: Sistema de coordenadas para θ_{pll} com componentes harmônicas.

Assumindo que a assincronia $\Delta\theta(t)$ é pequena, ou seja, sendo $\Delta\theta(t) \approx 0$, os termos $\cos(\Delta\theta(t))$ e $\sin(\Delta\theta(t))$ em (64) e (65) podem ser aproximados, respectivamente, por 1 e $\Delta\theta(t)$ e as expressões de $v'_{dh}(t)$ e $v'_{qh}(t)$ reescritas por

$$v'_{dh}(t) = \hat{V}_1 \cos(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \cos((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) + \Delta\theta(t) [\hat{V}_1 \sin(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \sin((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh})] \quad (66)$$

$$v'_{qh}(t) = \hat{V}_1 \sin(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \sin((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) - \Delta\theta(t) [\hat{V}_1 \cos(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \cos((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh})]. \quad (67)$$

Sendo $\mathbf{T}_{1abc \rightarrow dq}$ a transformada para as coordenadas d_1 e q_1 sincronizadas com θ_1 definida por

$$\mathbf{T}_{1abc \rightarrow dq}(t) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 t) & -\sin(\omega_1 t) \\ \cos(\omega_1 t - 2\pi/3) & -\sin(\omega_1 t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega_1 t + 2\pi/3) & -\sin(\omega_1 t + 2\pi/3) \end{bmatrix}^t, \quad (68)$$

as componentes das tensões de fase no PAC amostradas nas coordenadas d_1 e q_1 são

$$\begin{bmatrix} v'_{d1}(t) \\ v'_{q1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \cos(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \cos((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \\ \hat{V}_1 \sin(\theta_{v1}) + \hat{V}'_h \sin((\omega_h - \omega_1)t + \theta'_{vh}) \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Assim, $v'_{dh}(t)$ e $v'_{qh}(t)$ podem ser escritas a partir de $v'_{d1}(t)$ e $v'_{q1}(t)$ como

$$\begin{bmatrix} v'_{dh}(t) \\ v'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_{d1}(t) + \Delta\theta(t)v'_{q1}(t) \\ v'_{q1}(t) - \Delta\theta(t)v'_{d1}(t) \end{bmatrix}, \quad (70)$$

e a transformada para as coordenadas d_h e q_h a partir de $\mathbf{T}_{1abc \rightarrow dq}$ como

$$\mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}(t) = \begin{bmatrix} 1 & \Delta\theta(t) \\ -\Delta\theta(t) & 1 \end{bmatrix} \mathbf{T}_{1abc \rightarrow dq}(t). \quad (71)$$

Analogamente à definição de $v'_{dh}(t)$ e $v'_{qh}(t)$ em (70), as componentes das correntes no PAC amostradas em coordenadas d_h e q_h são expressas no domínio do tempo por

$$\begin{bmatrix} i'_{dh}(t) \\ i'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i'_{d1}(t) + \Delta\theta(t)i'_{q1}(t) \\ i'_{q1}(t) - \Delta\theta(t)i'_{d1}(t) \end{bmatrix}, \quad (72)$$

em que $i'_{d1}(t)$ e $i'_{q1}(t)$ são as componentes das correntes no PAC amostradas em coordenadas d_1 e q_1 .

A partir da expressão de $\mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}$ em (71), define-se a transformada inversa do sistema de coordenadas d_h e q_h como

$$\mathbf{T}_{hdq \rightarrow abc}(t) = \mathbf{T}^t_{habc \rightarrow dq}(t) = \mathbf{T}^t_{1abc \rightarrow dq}(t) \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta(t) \\ \Delta\theta(t) & 1 \end{bmatrix}, \quad (73)$$

sendo $\mathbf{T}^t_{habc \rightarrow dq}(t)$ e $\mathbf{T}^t_{1abc \rightarrow dq}(t)$ as matrizes transpostas de $\mathbf{T}_{habc \rightarrow dq}(t)$ e $\mathbf{T}_{1abc \rightarrow dq}(t)$, respectivamente.

Pela expressão de $\mathbf{T}_{hdq \rightarrow abc}(t)$, as tensões de referência das fases a, b e c ditadas pelo controle de corrente são

$$\begin{bmatrix} v_{ao}^*(t) \\ v_{bo}^*(t) \\ v_{co}^*(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}^t_{1abc \rightarrow dq}(t) \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta(t) \\ \Delta\theta(t) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{odh}^*(t) \\ v_{oqh}^*(t) \end{bmatrix}, \quad (74)$$

em que $v_{odh}^*(t)$ e $v_{oqh}^*(t)$ são as componentes em coordenadas d_h e q_h no domínio do tempo determinadas pela ação da malha de controle de corrente.

Por fim, definindo-se a matriz transposta de (68) e a substituindo em (74), a tensão de referência da fase a é expressa no domínio do tempo por

$$\begin{aligned} v_{ao}^*(t) = & \cos(\omega_1 t) v_{odh}^*(t) - \cos(\omega_1 t) \Delta\theta(t) v_{oqh}^*(t) \\ & - \sin(\omega_1 t) v_{oqh}^*(t) - \sin(\omega_1 t) \Delta\theta(t) v_{odh}^*(t). \end{aligned} \quad (75)$$

3.2.2 Definição das Funções de Transferência do Sistema de Controle

Conforme definido na seção anterior em (70) e (72), as componentes das tensões das fases a , b e c e correntes no PAC amostradas nas coordenadas d_h e q_h são definidas a partir das componentes em d_1 e q_1 , as quais são determinadas no domínio do tempo pela transformada $T_{1abc \rightarrow dq}$ por

$$\begin{bmatrix} v'_{d1}(t) \\ v'_{q1}(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_1 t) & -\sin(\omega_1 t) \\ \cos(\omega_1 t - 2\pi/3) & -\sin(\omega_1 t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega_1 t + 2\pi/3) & -\sin(\omega_1 t + 2\pi/3) \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} v'_{Ao}(t) \\ v'_{Bo}(t) \\ v'_{Co}(t) \end{bmatrix} \quad (76)$$

sendo $v'_{Ao}(t)$, $v'_{Bo}(t)$, $v'_{Co}(t)$ as tensões de fase no PAC amostradas.

Pela propriedade da modulação da transformada de Fourier [58] apresentada no Apêndice C, os espectros harmônicos das componentes das tensões em d_1 e q_1 são iguais a

$$\begin{aligned} V'_{d1}(\omega) = & \left(\frac{1}{2}\right) [V'_{Ao}(\omega - \omega_1) + V'_{Ao}(\omega + \omega_1) \\ & e^{-j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega - \omega_1) + e^{j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega + \omega_1) + \\ & e^{j2\pi/3} V'_{Co}(\omega - \omega_1) + e^{-j2\pi/3} V'_{Co}(\omega + \omega_1)] \end{aligned} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} V'_{q1}(\omega) = & \left(\frac{1}{j2}\right) [V'_{Ao}(\omega - \omega_1) + V'_{Ao}(\omega + \omega_1) \\ & e^{-j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega - \omega_1) + e^{j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega + \omega_1) + \\ & e^{-j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega - \omega_1) + e^{j2\pi/3} V'_{Bo}(\omega + \omega_1) +], \end{aligned} \quad (78)$$

em que $V'_{Ao}(\omega \pm \omega_1)$, $V'_{Bo}(\omega \pm \omega_1)$, $V'_{Co}(\omega \pm \omega_1)$ são os espectros harmônicos das tensões de fase no PAC amostradas deslocados de $\pm\omega_1$.

Sendo $G_s(\omega)$ a função de transferência da amostragem dos sinais, os espectros $V'_{Ao}(\omega)$, $V'_{Bo}(\omega)$, $V'_{Co}(\omega)$ são definidos a partir dos espectros das tensões de fase no PAC ($V_{Ao}(\omega)$, $V_{Bo}(\omega)$, $V_{Co}(\omega)$) como

$$\begin{bmatrix} V'_{Ao}(\omega) \\ V'_{Bo}(\omega) \\ V'_{Co}(\omega) \end{bmatrix} = G_s(\omega) \begin{bmatrix} V_{Ao}(\omega) \\ V_{Bo}(\omega) \\ V_{Co}(\omega) \end{bmatrix}. \quad (79)$$

Assim, substituindo (42), (43) e (44) em (79), tem-se que

$$V'_{Ao}(\omega) = G_s(\omega) [\dot{V}_1 \delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h) + \dot{V}_{1i} \delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega + \omega_h)] \quad (80)$$

$$V'_{Bo}(\omega) = e^{-j2\pi/3} G_s(\omega) [\dot{V}_1 \delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h)] + e^{j2\pi/3} G_s(\omega) [\dot{V}_{1i} \delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega + \omega_h)] \quad (81)$$

$$V'_{Co}(\omega) = e^{j2\pi/3} G_s(\omega) [\dot{V}_1 \delta(\omega - \omega_1) + \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h)] + e^{-j2\pi/3} G_s(\omega) [\dot{V}_{1i} \delta(\omega + \omega_1) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega + \omega_h)], \quad (82)$$

em que \dot{V}_1 e \dot{V}_h são os fasores nas frequências ω_1 e ω_h , e \dot{V}_{1i} e \dot{V}_{hi} os fasores das respectivas imagens. E, $V'_{d1}(\omega)$ e $V'_{q1}(\omega)$, em (77) e (78), são iguais a

$$V'_{d1}(\omega) = G_s(\omega + \omega_1) [\dot{V}_1 \delta(\omega) + \dot{V}_h \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1))] + G_s(\omega - \omega_1) [\dot{V}_{1i} \delta(\omega) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1))] \quad (83)$$

$$V'_{q1}(\omega) = -jG_s(\omega + \omega_1) [\dot{V}_1 \delta(\omega) + \dot{V}_h \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1))] + jG_s(\omega - \omega_1) [\dot{V}_{1i} \delta(\omega) + \dot{V}_{hi} \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1))]. \quad (84)$$

Assumindo-se que a função de transferência da amostragem, $G_s(\omega)$, possui módulo unitário e defasagem nula em frequências próximas à fundamental e desconsiderando as imagens nas frequências $(-(\omega_h - \omega_1))$, as expressões de $V'_{d1}(\omega)$ e $V'_{q1}(\omega)$ podem ser simplificadas para

$$V'_{d1}(\omega) = (\dot{V}_1 + \dot{V}_{1i}) \delta(\omega) + G_s(\omega + \omega_1) \dot{V}_h \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \quad (85)$$

$$V'_{q1}(\omega) = (-j\dot{V}_1 + j\dot{V}_{1i})\delta(\omega) - jG_s(\omega + \omega_1)\dot{V}_h\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)). \quad (86)$$

Sendo os fasores na frequência fundamental definidos em (45) iguais a

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi\hat{V}_1 e^{j\theta_{v1}} \\ \pi\hat{V}_1 e^{-j\theta_{v1}} \end{bmatrix} \quad (87)$$

e considerando o sistema referenciado à tensão da fase a no PAC, isto é, $\theta_{v1} = 0$, as expressões de $V'_{d1}(\omega)$ e $V'_{q1}(\omega)$ são finalmente definidas por

$$\begin{bmatrix} V'_{d1}(\omega) \\ V'_{q1}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 + \dot{V}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \\ -j\dot{V}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \end{bmatrix}. \quad (88)$$

Analogamente, os espectros harmônicos das componentes das correntes no PAC amostradas nas coordenadas d_1 e q_1 , desconsiderando as imagens nas frequências $(-\omega_h - \omega_1)$, são definidas por

$$\begin{bmatrix} I'_{d1}(\omega) \\ I'_{q1}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} + \dot{I}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \\ \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} - j\dot{I}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \end{bmatrix}. \quad (89)$$

Conforme apresentado na seção anterior, as componentes nas coordenadas d_h e q_h das tensões de fase e correntes no PAC amostradas são expressas no domínio do tempo por

$$\begin{bmatrix} v'_{dh}(t) \\ v'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_{d1}(t) + \Delta\theta(t)v'_{q1}(t) \\ v'_{q1}(t) - \Delta\theta(t)v'_{d1}(t) \end{bmatrix}, \quad (90)$$

$$\begin{bmatrix} i'_{dh}(t) \\ i'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i'_{d1}(t) + \Delta\theta(t)i'_{q1}(t) \\ i'_{q1}(t) - \Delta\theta(t)i'_{d1}(t) \end{bmatrix}. \quad (91)$$

Como é assumido que o distúrbio harmônico é de baixa amplitude e que a assincronia $\Delta\theta(t)$ é pequena, os termos cruzados contendo $\Delta\theta(t)$ nas expressões das componentes nas coordenadas d_h e q_h em (90) e (91) podem ser aproximados apenas pela multiplicação da assincronia pelo termo contínuo da respectiva componente em d_1 e q_1 , isto é,

$$\begin{bmatrix} v'_{dh}(t) \\ v'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_{d1}(t) \\ v'_{q1}(t) - \hat{V}_1 \Delta\theta(t) \end{bmatrix}, \quad (92)$$

$$\begin{bmatrix} i'_{dh}(t) \\ i'_{qh}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i'_{d1}(t) + \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} \Delta\theta(t) \\ i'_{q1}(t) - \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} \Delta\theta(t) \end{bmatrix}. \quad (93)$$

Dessa forma, baseando-se em (92) e (93) no domínio do tempo, expressa-se os espectros harmônicos das componentes nas coordenadas d_h e q_h como

$$\begin{bmatrix} V'_{dh}(\omega) \\ V'_{qh}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 + \hat{V}_h G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \\ -j\hat{V}_h G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) - \hat{V}_1 \Delta\theta(\omega) \end{bmatrix}, \quad (94)$$

$$\begin{bmatrix} I'_{dh}(\omega) \\ I'_{qh}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} + \hat{I}_h G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) + \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} \Delta\theta(\omega) \\ \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} - j\hat{I}_h G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) - \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} \Delta\theta(\omega) \end{bmatrix}. \quad (95)$$

A Figura 23 apresenta o diagrama de blocos do PLL de acordo com o detalhamento feito no Capítulo 2, em que $K_{pi}(\omega)$, $K_f(\omega)$ e $j\omega^{-1}$ são as funções de transferência no domínio da frequência relativas, respectivamente, ao controlador PI, ao filtro de primeira ordem e ao integrador, e ω_1 a frequência angular fundamental do sinal trifásico de referência do PLL, no caso as tensões de fase no PAC amostradas (v'_{Ao} , v'_{Bo} , v'_{Co}).

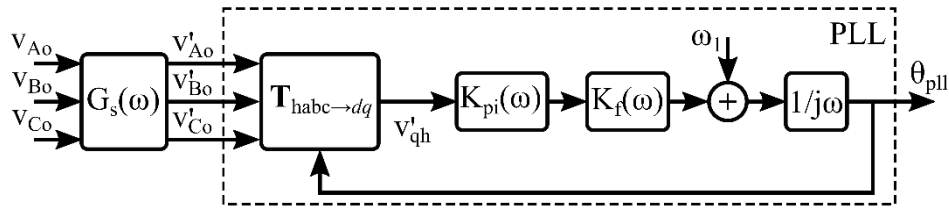


Figura 23: Diagrama de blocos do PLL.

Pelo diagrama da Figura 23, é possível definir o ângulo de fase $\theta_{pll}(t)$ como

$$\theta_{pll}(t) = \int v'_{qh}(t) * k_{pi}(t) * k_f(t) dt + \omega_1 t, \quad (96)$$

em que $k_{pi}(t)$ e $k_f(t)$ são, respectivamente, as funções referentes ao controlador PI e ao filtro de primeira ordem no domínio do tempo. Sendo $\Delta\theta(t) = \theta_{pll}(t) - \omega_1 t$, a partir de (96), define-se a assincronia $\Delta\theta(\omega)$ por

$$\Delta\theta(\omega) = \frac{V'_{qh}(\omega) K_{pi}(\omega) K_f(\omega)}{j\omega}. \quad (97)$$

Substituindo-se $V'_{qh}(\omega)$ de (94) em (97), tem-se que

$$\Delta\theta(\omega) = K_{pl}(\omega)\dot{V}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)), \quad (98)$$

para $K_{pl}(\omega)$ igual a

$$K_{pl}(\omega) = \frac{-jK_{pi}(\omega)K_f(\omega)}{[\hat{V}_1 K_{pi}(\omega)K_f(\omega) + j\omega]}. \quad (99)$$

Por fim, substituindo-se (98) em (94) e (95), os espectros das componentes em d_h e q_h das tensões e correntes no PAC amostradas são

$$\begin{bmatrix} V'_{dh}(\omega) \\ V'_{qh}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 + \dot{V}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \\ -(\hat{V}_1 K_{pl}(\omega) + j)\dot{V}_h G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \end{bmatrix} \quad (100)$$

$$\begin{bmatrix} I'_{dh}(\omega) \\ I'_{qh}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} + (\dot{I}_h + \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} K_{pl}(\omega)\dot{V}_h)G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \\ \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} + (-j\dot{I}_h - \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} K_{pl}(\omega)\dot{V}_h)G_s(\omega + \omega_1)\delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)) \end{bmatrix}. \quad (101)$$

É interessante notar em (100) que, além das componentes relacionadas à frequência fundamental, em $V'_{dh}(\omega)$ não surgem componentes harmônicas devido à transformada $abc-dq$ com assincronia, somente ligadas diretamente ao distúrbio na tensão no PAC. Enquanto que em $V'_{qh}(\omega)$, nota-se um termo proporcional à $K_{pl}(\omega)$, ou seja, transformada $abc-dq$ com assincronia, e outro ao distúrbio na tensão no PAC.

Em (101), $I'_{dh}(\omega)$ e $I'_{qh}(\omega)$ também apresentam termos ligados ao distúrbio na corrente no PAC e à transformada $abc-dq$ com assincronia.

Uma vez definidas as componentes em d_h e q_h , as tensões de referência ditadas pelo controle de corrente também em coordenadas d_h e q_h são expressas por

$$\begin{bmatrix} V^*_{odh}(\omega) \\ V^*_{oqh}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_{dh}(\omega) + H_{pi}(\omega)(I^*_d - I'_{dh}(\omega)) - \omega_1 L_T I'_{qh}(\omega) \\ V'_{qh}(\omega) + H_{pi}(\omega)(I^*_q - I'_{qh}(\omega)) + \omega_1 L_T I'_{dh}(\omega) \end{bmatrix}. \quad (102)$$

Assim, substituindo (100) e (101) em (102) tem-se que

$$V^*_{odh}(\omega) = V^*_{odh_1}(\omega) + \left\{ (1 - H_{pi}(\omega)\hat{I}_1 \sin \theta_{i1} K_{pl}(\omega) + \omega_1 L_T \hat{I}_1 \cos \theta_{i1} K_{pl}(\omega)) \dot{V}_h + (j\omega_1 L_T - H_{pi}(\omega)) \dot{I}_h \right\} G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)), \quad (103)$$

$$V^*_{oqh}(\omega) = V^*_{oqh_1}(\omega) + \left\{ (-\hat{V}_1 K_{pl}(\omega) - j + H_{pi}(\omega)\hat{I}_1 \cos \theta_{i1} K_{pl}(\omega) + \omega_1 L_T \hat{I}_1 \sin \theta_{i1} K_{pl}(\omega)) \dot{V}_h + (jH_{pi}(\omega) + \omega_1 L_T) \dot{I}_h \right\} G_s(\omega + \omega_1) \delta(\omega - (\omega_h - \omega_1)), \quad (104)$$

sendo $V^*_{odh_1}(\omega)$ e $V^*_{oqh_1}(\omega)$ as respectivas componentes contínuas do espectros harmônicos de $V^*_{odh}(\omega)$ e $V^*_{oqh}(\omega)$ definidas por

$$V^*_{odh_1}(\omega) = \hat{V}_1 + H_{pi}(\omega)(I^*_d - \hat{I}_1 \cos \theta_{i1}) - \omega_1 L_T \hat{I}_1 \sin \theta_{i1}, \quad (105)$$

$$V^*_{oqh_1}(\omega) = H_{pi}(\omega)(I^*_d - \hat{I}_1 \sin \theta_{i1}) + \omega_1 L_T \hat{I}_1 \cos \theta_{i1}. \quad (106)$$

Conforme apresentado na seção anterior, a tensão de referência da fase a é expressa no domínio do tempo a partir das componentes em coordenadas d_h e q_h por

$$v^*_{ao}(t) = \cos(\omega_1 t) v^*_{odh}(t) - \cos(\omega_1 t) \Delta\theta(t) v^*_{oqh}(t) - \sin(\omega_1 t) v^*_{oqh}(t) - \sin(\omega_1 t) \Delta\theta(t) v^*_{odh}(t). \quad (107)$$

Aproximando-se os termos $\Delta\theta(t)v^*_{odh}(t)$ e $\Delta\theta(t)v^*_{oqh}(t)$ pela multiplicação de $\Delta\theta(t)$ pelas componentes contínuas dos espectros de $v^*_{odh}(t)$ e $v^*_{oqh}(t)$, e aplicando-se novamente a propriedade de modulação da transformada de Fourier descrita no Apêndice C, o espectro harmônico da tensão de referência da fase a pode ser definido a partir de

$$V^*_{ao}(\omega) = \frac{1}{2} [V^*_{odh}(\omega - \omega_1) + V^*_{odh}(\omega + \omega_1) - V^*_{oqh_1}(\omega - \omega_1) \Delta\theta(\omega - \omega_1) - V^*_{oqh_1}(\omega + \omega_1) \Delta\theta(\omega + \omega_1) + jV^*_{oqh}(\omega - \omega_1) + jV^*_{oqh}(\omega + \omega_1) + jV^*_{odh_1}(\omega - \omega_1) \Delta\theta(\omega - \omega_1) - jV^*_{odh_1}(\omega + \omega_1) \Delta\theta(\omega + \omega_1)]. \quad (108)$$

Substituindo-se (98), (103), (104), (105) e (106) em (108) e considerando-se apenas as componentes na frequência ω_h , $V^*_{ao}(\omega_h)$ é finalmente definido por

$$V^*_{ao}(\omega_h) = G_s(\omega) \left[\dot{V}_h + (-H_{pi}(\omega - \omega_1) + j\omega_1 L_T) \dot{I}_h + \left(jH_{pi}(\omega - \omega_1) K_{pl}(\omega - \omega_1) / 2 \right) (I^*_d + jI^*_q) \dot{V}_h \right] \delta(\omega - \omega_h). \quad (109)$$

É interessante notar em (109) que $V^*_{ao}(\omega_h)$ só apresenta um termo relacionado à transformada $abc-dq$ com assincronia e está multiplicado pelas correntes de referência I^*_d e I^*_q , os demais são diretamente ligados aos distúrbios na tensão e corrente no PAC. Isso significa que os termos ligados à transformada $abc-dq$ com assincronia que surgiram nas componentes das tensões e correntes em d_h e q_h em (100) e (101), são cancelados na transformada inversa.

Sendo as componentes na frequência ω_h dos espectros harmônicos da tensão e corrente na fase a , no PAC, denominadas, na seção 3.1, por

$$V_{Ao}(\omega_h) = \dot{V}_h \delta(\omega - \omega_h) \quad (110)$$

$$I_A(\omega_h) = \dot{I}_h \delta(\omega - \omega_h), \quad (111)$$

as funções de transferência do sistema de controle são definidas a partir de (109) por

$$Z_o(\omega_h) = V^*_{ao}(\omega_h) / I_A(\omega_h) = G_s(\omega_h) [-H_{pi}(\omega_h - \omega_1) + j\omega_1 L_T] \quad (112)$$

$$K_o(\omega_h) = V^*_{ao}(\omega_h) / V_{Ao}(\omega_h) = G_s(\omega_h) \left[1 + \left(jH_{pi}(\omega_h - \omega_1) K_{pl}(\omega_h - \omega_1) / 2 \right) (I^*_d + jI^*_q) \right]. \quad (113)$$

3.3 Função de Transferência Referente ao PWM e ao Chaveamento

Conforme visto no Capítulo 2, as tensões de fase no lado CA do conversor podem ser representadas analiticamente por funções de chaveamento que são equivalentes aos trens de pulsos gerados no processo de modulação. Além disso, como detalhado no Apêndice B, sabe-se que o PWM seno-triângulo é uma particularização da modulação por onda triangular, na qual o sinal de referência é senoidal. E que a implementação digital do PWM requer a amostragem do sinal de referência senoidal, assim o PWM é dito simetricamente amostrado quando o período de amostragem do *sample-and-hold* (S/H) é igual ao da onda portadora triangular.

Conforme definido por Mouton *et al.* em [54] e apresentado no Apêndice B, o diagrama de blocos da Figura 24 pode ser utilizado para representar analiticamente como a função de chaveamento referente à fase a (s_a) é definida a partir da tensão de referência (v_{ao}^*) ditada pelo controle de corrente. Nesse diagrama é claro que a função de chaveamento s_a é composta pela soma do sinal de referência amostrado (m_{ao}^*) e de componentes harmônicas, representadas pelo somatório em função de m , decorrentes do processo de modulação.

Sendo a tensão de referência da fase a composta por componentes harmônicas resultantes do dístúrbio harmônico aplicado às tensões no PAC, é óbvio perceber, pelo diagrama da Figura 24, que componentes na frequência harmônica do dístúrbio surgem em s_a devido ao ramo $m = 0$ no somatório.

Entretanto, não é claro o que ocorre nas componentes harmônicas originadas no processo de modulação quando o próprio sinal de referência do PWM possui harmônicos. Logo, para determinar a função de transferência referente ao PWM e ao chaveamento, $K_{pll}(\omega)$, é preciso, primeiramente, compreender a interação entre as componentes harmônicas geradas no processo de modulação e as resultantes do dístúrbio aplicado às tensões no PAC.

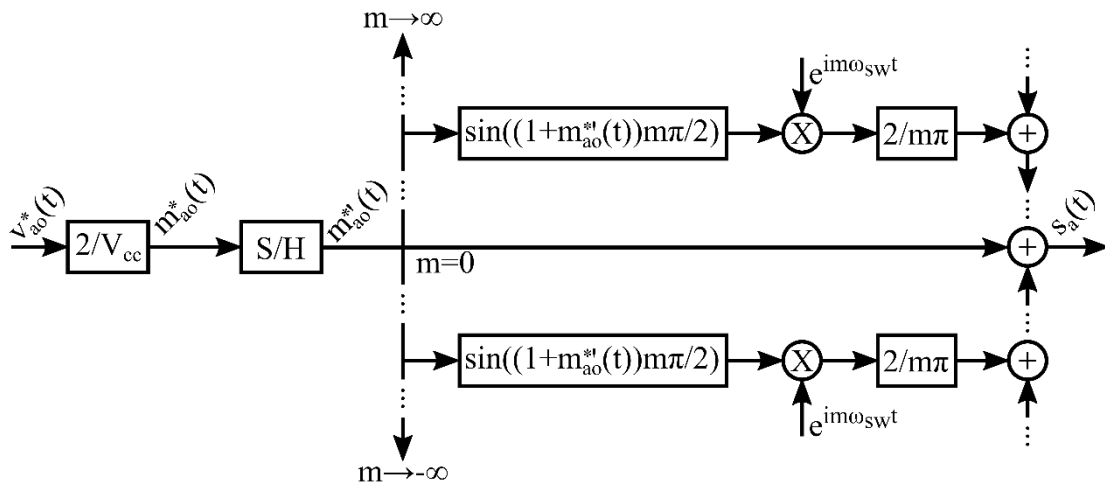


Figura 24: Diagrama de blocos da geração da função de chaveamento por PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

3.3.1 Interação entre Harmônicos do PWM e o Dístúrbio Aplicado

De acordo com Mouton *et al.* em [54], o efeito de amostrar o sinal de referência do PWM em s_a é equivalente à amostrar os sinais em cada ramo do somatório após o bloco

da não linearidade. Assim, sendo a função *sample-and-hold* (S/H) representada pela multiplicação do sinal por um trem de impulsos periódicos seguida da função *zero-order-hold* (ZOH) [43], cada ramo do somatório em m , para $m \neq 0$, pode ser representado pelo diagrama da Figura 25.

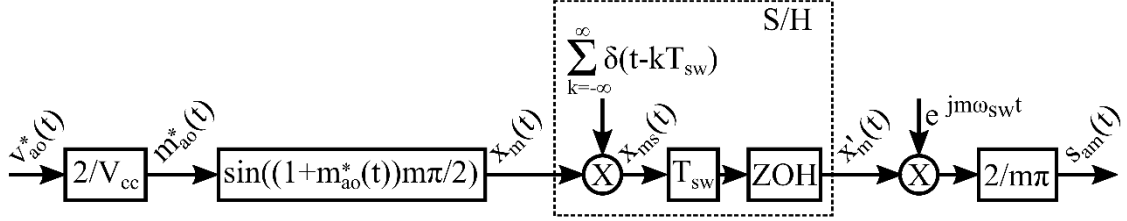


Figura 25: Diagrama de blocos de cada ramo do somatório em m da geração de harmônicos do PWM.

Logo, é possível analisar como as componentes harmônicas do espectro da função de chaveamento surgem analisando apenas um ramo do somatório. E, essa análise, é feita definindo-se os espectros harmônicos em quatro pontos do diagrama de blocos da Figura 25: logo após o termo não linear (x_m), após a multiplicação pelo trem de impulsos (x_{ms}), após a função ZOH (x'_m) e, finalmente, da m -ésima parcela da função de chaveamento (s_{am}).

Assim, sendo $x_m(t)$ definido no domínio do tempo por

$$x_m(t) = \sin\left(\left(1 + m^*_{ao}(t)\right) m\pi/2\right), \quad (114)$$

o espectro harmônico de x_m é dado pela transformada de Fourier de $x_m(t)$ como em

$$X_m(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(\left(1 + m^*_{ao}(t)\right) m\pi/2\right) e^{-j\omega t} dt, \quad (115)$$

pela fórmula de Euler, $\sin(a) = (e^{ja} - e^{-ja})/j2$, $X_m(\omega)$ pode ser

$$X_m(\omega) = \left(\frac{1}{2j}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{j(m\pi/2)} e^{j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)} - e^{-j(m\pi/2)} e^{-j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)} \right] e^{-j\omega t} dt, \quad (116)$$

O termo não linear $e^{j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)}$ pode ser expandido em série de Fourier complexa, tal que

$$e^{j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} e^{jn\omega_1 t}, \quad (117)$$

em que C_{mn} é o coeficiente complexo da série determinado por

$$C_{mn} = \left(1/2\pi\right) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)} e^{-jn\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (118)$$

Analogamente, sendo $e^{-j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)}$ o conjugado de $e^{j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)}$, o mesmo pode ser definido a partir de (118) por

$$e^{-j(m\pi/2)m^*_{ao}(t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_{mn} e^{-jn\omega_1 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_{m(-n)} e^{jn\omega_1 t}, \quad (119)$$

em que o coeficiente $\bar{C}_{m(-n)}$ é determinado pelo conjugado de C_{mn} e fazendo $n = -n$.

Assim, a partir das expansões por série de Fourier em (117) e (119), $X_m(\omega)$ em (116) pode ser reescrito por

$$X_m(\omega) = -j\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} [e^{j(m\pi/2)} C_{mn} - e^{-j(m\pi/2)} \bar{C}_{mn}] \delta(\omega - n\omega_1). \quad (120)$$

Considerando-se, primeiramente, que a tensão de referência da fase a é composta apenas pela componente na frequência fundamental, tal que

$$v^*_{ao}(t) = \hat{V}^*_{o1} \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1}), \quad (121)$$

sendo \hat{V}^*_{o1} e θ^*_{o1} , respectivamente, a amplitude e o ângulo de fase inicial de $v^*_{ao}(t)$ na frequência fundamental ω_1 , o sinal de referência do PWM é igual a

$$m^*_{ao}(t) = \hat{M}^*_1 \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1}), \quad (122)$$

em que $\hat{M}^*_1 = 2\hat{V}^*_{o1}/V_{cc}$.

A partir da expressão de $m^*_{ao}(t)$, o coeficiente complexo C_{mn} em (118) pode ser calculado a partir de

$$C_{mn} = \left(1/2\pi\right) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(m\pi/2)\hat{M}^*_1 \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1})} e^{-jn\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (123)$$

Utilizando-se a expansão de Jacobi-Anger [59], o termo $e^{j(m\pi/2)\hat{M}^*_1 \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1})}$ em (123) é aproximado por

$$e^{j(m\pi/2)\hat{M}^*_1 \cos(\omega_1 t + \theta^*_{o1})} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p J_p(\hat{M}^*_1 m\pi/2) e^{jp(\omega_1 t + \theta^*_{o1})}, \quad (124)$$

sendo $J_p(\widehat{M}_1^* m\pi/2)$ a função de Bessel de primeira espécie de ordem p do argumento $\widehat{M}_1^* m\pi/2$. Assim, substituindo-se (124) em (123) tem-se que

$$C_{mn} = (1/2\pi) \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p J_p(\widehat{M}_1^* m\pi/2) e^{jn\theta_{o1}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j(n-p)\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (125)$$

Como a integral em (125) é não nula apenas para o caso $p = n$, o coeficiente complexo C_{mn} é definido como

$$C_{mn} = j^n J_n(\widehat{M}_1^* m\pi/2) e^{jn\theta_{o1}}. \quad (126)$$

A partir da expressão definida para o coeficiente complexo C_{mn} , $\bar{C}_{m(-n)}$ pode ser calculado pelo conjugado de C_{mn} e fazendo $n = -n$, tal que

$$\bar{C}_{m(-n)} = (-j)^{-n} J_{-n}(\widehat{M}_1^* m\pi/2) e^{jn\theta_{o1}}. \quad (127)$$

Substituindo-se (126) e (127) em (120), e sabendo-se que [59]

$$J_{-n}(\widehat{M}_1^* m\pi/2) = (-1)^n J_n(\widehat{M}_1^* m\pi/2) = (-1)^{-n} J_n(\widehat{M}_1^* m\pi/2) \quad (128)$$

e sendo

$$j^n = (\cos \pi/2 + j \sin \pi/2)^n = e^{jn\pi/2}, \quad (129)$$

define-se o espectro harmônico $X_m(\omega)$ como

$$X_m(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\widehat{M}_1^* m\pi/2) e^{jn\theta_{o1}} \sin\left((m+n)\pi/2\right) \delta(\omega - n\omega_1). \quad (130)$$

Nota-se pela expressão do espectro harmônico $X_m(\omega)$ que a parcela não linear $\sin\left((1 + m^*_{ao}(t))m\pi/2\right)$ resulta em componentes harmônicas em frequências múltiplas da fundamental.

Sendo $III(t)$ o trem de impulsos periódicos da função S/H, isto é,

$$III(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_{sw}), \quad (131)$$

em que o período de amostragem da função S/H é igual ao período da onda portadora, ou período de chaveamento do conversor, T_{sw} , a expansão por série de Fourier complexa do trem de impulsos do S/H é dada por [43]

$$III(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(1/T_{sw}\right) e^{jp\omega_{sw}t}, \quad (132)$$

sendo ω_{sw} a frequência da onda portadora, também chamada de frequência de chaveamento do conversor.

Sendo $x_{ms}(t)$ igual a

$$x_{ms}(t) = x_m(t)III(t), \quad (133)$$

o espectro harmônico de x_{ms} é dado por

$$X_{ms}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \left(1/T_{sw}\right) x_m(t) e^{-j(\omega-p\omega_{sw})t} dt \quad (134)$$

$$X_{ms}(\omega) = \left(1/T_{sw}\right) \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_m(\omega - p\omega_{sw}), \quad (135)$$

em que $X_m(\omega - p\omega_{sw})$ é o espectro harmônico $X_m(\omega)$ deslocado de $p\omega_{sw}$.

Pela formulação de $X_{ms}(\omega)$ é possível notar que a multiplicação do sinal resultante da não linearidade, $x_m(t)$, por um trem de impulsos periódicos consiste em gerar réplicas do espectro harmônico $X_m(\omega)$ em torno de frequências múltiplas da frequência de chaveamento ω_{sw} , além de multiplicar a amplitude das componentes de $X_m(\omega)$ por $\left(1/T_{sw}\right)$.

A ação *hold* do S/H é representada pela função *zero-order-hold* [43] cuja expressão no domínio da frequência é dada por [58]

$$ZOH(\omega) = \left(1 - e^{-j\omega T_{sw}}\right) / j\omega T_{sw}, \quad (136)$$

como $X'_m(\omega)$

$$X'_m(\omega) = T_{sw} ZOH(\omega) X_{ms}(\omega) \quad (137)$$

$$X'_m(\omega) = ZOH(\omega) \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_m(\omega - p\omega_{sw}). \quad (138)$$

Por fim, a m -ésima parcela de $s_a(t)$, $s_{am}(t)$, é determinada por

$$s_{am}(t) = \left(2/m\pi\right) e^{jm\omega_{sw}t} x'_m(t), \quad (139)$$

sendo a multiplicação pelo termo $e^{jm\omega_{sw}t}$ no domínio do tempo equivalente ao deslocamento do espectro harmônico $X'_m(\omega)$ de $m\omega_{sw}$. Assim,

$$S_{am}(\omega) = ZOH(\omega) \sum_{p=-\infty}^{\infty} X_m(\omega - (m+p)\omega_{sw}). \quad (140)$$

A Figura 26 apresenta o espectro harmônico do módulo de $X_m(\omega)$, $X_{ms}(\omega)$, $X'_m(\omega)$ e $S_{am}(\omega)$, definidos em (130), (135), (138) e (140), para $m = 2$, considerando a tensão de referência da fase a $v^*_{ao}(t)$ composta apenas pela componente fundamental e sendo a frequência de chaveamento ω_{sw} igual a 21 vezes à fundamental. Os demais dados utilizados para gerar a Figura 26 são apresentados em detalhe na Tabela 6.

Tabela 6: Dados utilizados para a Figura 26.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
\hat{V}^*_{o1}	310,69 V	V_{cc}	690 V	ω_1	$2\pi 50$ rad/s
θ^*_{o1}	0	\hat{M}^*_1	0,9	ω_{sw}	$21\omega_1$

Pelo espectro harmônico do módulo de $X_m(\omega)$ apresentada na Figura 26 (a) se torna claro que o termo não linear $\sin\left(\left(1 + m^*_{ao}(t)\right)m\pi/2\right)$ é a fonte dos harmônicos gerados no processo de modulação, os demais blocos apenas alteram a amplitude das componentes harmônicas e as deslocam no espectro, ou seja, atuam em função do espectro de $X_m(\omega)$.

A ação *sampling* do S/H, representada pela multiplicação por um trem de impulsos no domínio do tempo, por exemplo, apenas gera réplicas do espectro $X_m(\omega)$ em torno de frequências múltiplas da de chaveamento, como visto na Figura 26 (b). Enquanto que a ação *hold* do S/H, representada pela função ZOH, atenua a amplitude das réplicas geradas na ação *sampling*, como mostrado na Figura 26 (c). E, por fim, o espectro de $|S_{am}(\omega)|$, mostrado na Figura 26 (d), é definido multiplicando-se o espectro de $|X'_m(\omega)|$ pela constante $(2/m\pi)$ e deslocando todo o espectro de $m\omega_{sw}$.

É notório pela Figura 26 como ocorre a geração dos harmônicos da portadora, de banda lateral e de base. Como explicado no Capítulo 2 e confirmado na Figura 26, os harmônicos da portadora e de banda lateral são fruto do processo de modulação, possuem amplitude superior à dos de base e estão localizados em frequências múltiplas da de chaveamento. Enquanto que os harmônicos de base são formados devido à interação entre os harmônicos gerados no processo de modulação, especificamente, pelo

termo não linear, e a ação do S/H. A amplitude dos harmônicos de base é inferior à dos demais e praticamente desprezível devido, principalmente, à ação da função ZOH.

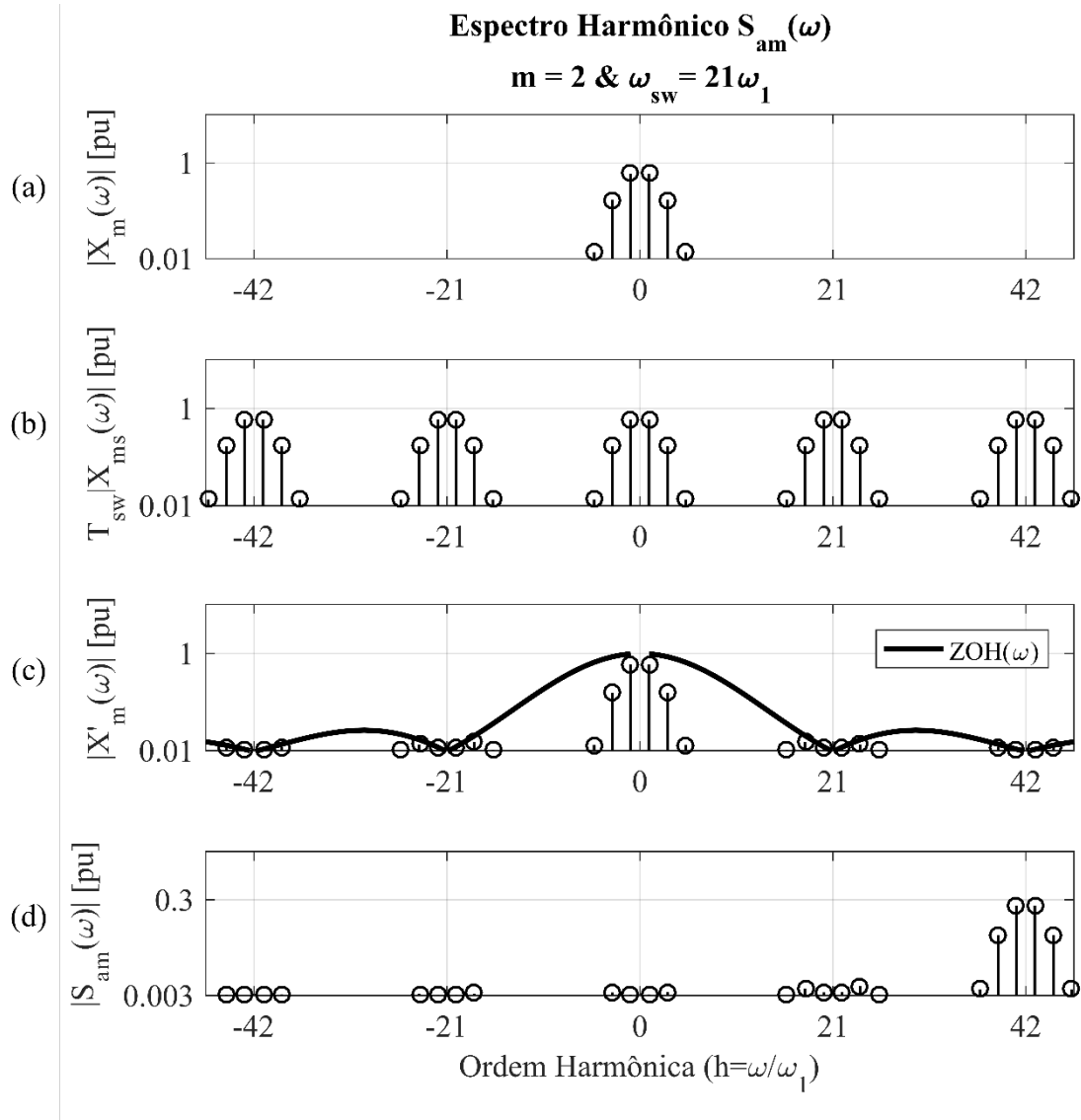


Figura 26: Espectro harmônico da parcela $m = 2$ de s_a : (a) espectro do termo não linear, (b) ação *sampling* do S/H, (c) ação *hold* do S/H, (d) espectro de S_{am} .

Considerando que a tensão de referência da fase a , $v_{ao}^*(t)$, e, conseqüentemente, o sinal de referência do PWM, $m_{ao}^*(t)$, possuam componentes harmônicas além da fundamental, tais componentes impactam o espectro harmônico de $X_m(\omega)$. Entretanto, conforme visto na Figura 26, essas componentes são deslocadas para frequências múltiplas da de chaveamento, enquanto que a função ZOH e a constante $(2/m\pi)$ atenuam a amplitude das componentes harmônicas de baixa frequência no espectro da função de chaveamento.

Dessa forma, é esperado que, para análises na faixa de frequência abaixo da frequência de chaveamento, a interação entre os harmônicos gerados pelo PWM e as componentes resultantes do distúrbio harmônico aplicado ao PAC não seja relevante na faixa de interesse. E que seja possível, assim, desprezar os ramos do somatório para $m \neq 0$.

3.3.2 Definição da Função de Transferência Referente ao PWM e ao Chaveamento

Considerando-se que a frequência de chaveamento do conversor da UCR é superior à máxima frequência da faixa de análise desejada, ou seja, superior à 50ª ordem harmônica. Pela análise apresentada na seção anterior, os ramos $m \neq 0$ do somatório do diagrama completo mostrado na Figura 24 podem ser desprezados, e o diagrama de blocos simplificado apresentado na Figura 27, referente apenas ao ramo $m = 0$, pode ser utilizado para definir o espectro harmônico da função de chaveamento da fase a .

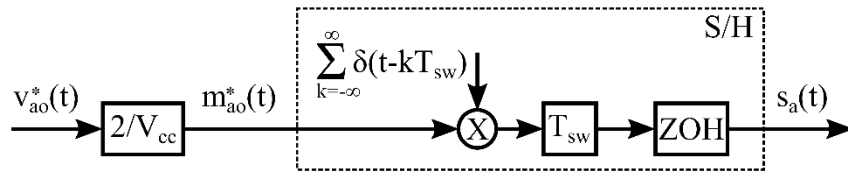


Figura 27: Diagrama de blocos simplificado do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

Conforme visto na seção anterior, a ação *sampling* do S/H, isto é, a multiplicação do sinal pelo trem de impulsos periódicos no domínio do tempo, consiste, no espectro harmônico, em gerar réplicas das componentes em torno da frequência de amostragem. Assumindo-se, à princípio, que devido à função ZOH essas réplicas possuem amplitude desprezível, o espectro harmônico da função de chaveamento da fase a pode ser aproximado por

$$S_a(\omega) = \left(2/V_{cc}\right) ZOH(\omega) V_{ao}^*(\omega), \quad (141)$$

sendo a função de transferência $ZOH(\omega)$ definida por

$$ZOH(\omega) = \left(1 - e^{-j\omega T_{sw}}\right) / j\omega T_{sw}, \quad (142)$$

lembrando que o período de amostragem do S/H no caso do PWM simetricamente amostrado é igual ao de chaveamento T_{sw} .

Com o intuito de averiguar a validade da aproximação sugerida em (142), a resposta em frequência do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado é determinada por simulação no tempo.

Considerando o mesmo circuito implementado no Simulink da seção 2.5.2, a resposta em frequência é definida medindo-se a componente da função de chaveamento da fase a na frequência harmônica do distúrbio adicionado à tensão de referência da fase a , $v^*_{ao}(t)$. Isso é feito para cada frequência da faixa entre a segunda ordem harmônica e a 65ª.

Os parâmetros utilizados na simulação são apresentados na Tabela 7, em que \hat{V}^*_{o1} e θ^*_{o1} são, respectivamente a amplitude e ângulo de fase da componente de $v^*_{ao}(t)$ na frequência fundamental ω_1 , \hat{V}^*_{oh} e θ^*_{oh} são as mesmas grandezas relativas ao distúrbio harmônico de frequência ω_h , ω_{sw} e T_{sw} são a frequência e o período de chaveamento e V_{cc} é a tensão do elo CC.

Tabela 7: Parâmetros da resposta em frequência do PWM

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
\hat{V}^*_{o1}	310,69 V	\hat{V}^*_{oh}	$0,1\hat{V}^*_{o1}$	ω_{sw}	$60\omega_1$
θ^*_{o1}	0	θ^*_{oh}	0	T_{sw}	$\omega_{sw}/2\pi$.
ω_1	$2\pi 50$ rad/s	V_{cc}	690 V	$2\omega_1 \leq \omega_h \leq 65\omega_1$	

A Figura 28 apresenta os resultados obtidos por simulação e usando (142) do módulo da componente da função de chaveamento da fase a na frequência do distúrbio harmônico, $|S_a(\omega_h)|$, dividido pelo módulo do distúrbio adicionado à tensão de referência da fase a , $|V^*_{ao}(\omega_h)|$, para cada frequência harmônica na faixa considerada.

Nota-se que para a faixa de frequência entre a 2ª e a 30ª ordem harmônica, a aproximação sugerida em (142) representa bem a relação entre $|S_a(\omega_h)|$ e $|V^*_{ao}(\omega_h)|$, porém apresenta alguns pontos de discrepância a partir da 30ª ordem.

Como esperado, erros ocorrem em ordens harmônicas próximas à de chaveamento, no caso perto da 60ª ordem, devido à desconsideração do efeito dos harmônicos originados no processo de modulação, ou seja, por desconsiderar os ramos $m \neq 0$. Porém, esses erros não são relevantes, uma vez que estão fora da faixa de frequência pretendida, de 2ª a 50ª ordem harmônica. Estes resultados para harmônicos acima da 50ª ordem estão

mostrados apenas para enfatizar que modelos mais completos são necessários se houver interesse em estudar estes harmônicos.

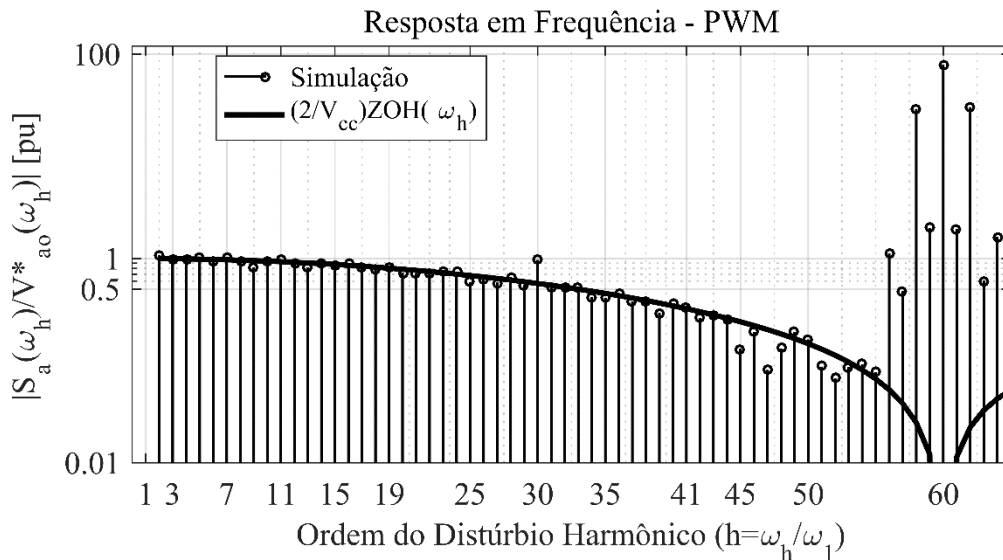


Figura 28: Resposta em frequência do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado.

Algumas discrepâncias ocorrem nas frequências próximas à 50ª ordem e podem ser explicadas pela dificuldade em se determinar componentes de tão baixa amplitude com precisão utilizando a função FFT.

Entretanto, a discrepância considerada mais relevante ocorre na 30ª ordem, na qual o valor encontrado por simulação é quase o dobro do valor determinado por (142). A justificativa para esse erro está em representar o S/H apenas pela função ZOH e desprezar a ação *sampling*.

Ao se adicionar um distúrbio de 30ª ordem, o espectro da tensão de referência da fase *a*, $V_{ao}^*(\omega)$, conta com a componente harmônica na frequência $30\omega_1$, $\dot{V}_{oh}^* \delta(\omega - 30\omega_1)$, e a sua imagem em $-30\omega_1$, $\dot{V}_{oh}^* \delta(\omega + 30\omega_1)$. Excepcionalmente nesse caso, a réplica da imagem gerada pela ação *sampling* em torno da frequência de chaveamento $60\omega_1$, $\dot{V}_{oh}^* \delta(\omega + 30\omega_1 - 60\omega_1)$, se localiza na frequência do distúrbio $30\omega_1$. Logo, nesse caso, o valor encontrado de $|S_a(\omega_h)|$ por simulação é, na verdade, a soma dos efeitos da componente do distúrbio em $30\omega_1$ e da réplica da imagem em $-30\omega_1$. Enquanto, o valor de $|S_a(\omega_h)|$ definido por (142) considera apenas o efeito da componente em $30\omega_1$, causando a discrepância.

Uma vez que são conhecidos os motivos das discrepâncias encontradas e em vista da boa representação para ordens harmônicas mais baixas, a aproximação proposta em

(142) para determinação do espectro harmônico da função de chaveamento da fase a é considerada válida.

Conforme definido no Capítulo 2, em (32) a tensão na fase a no lado CA do conversor, $V_{ao}(\omega)$, é expressa em função das funções de chaveamento das fases a , b e c por

$$V_{ao}(\omega) = \left(V_{cc}/3 \right) \left[S_a(\omega) - \left(S_b(\omega)/2 \right) - \left(S_c(\omega)/2 \right) \right]. \quad (143)$$

A partir de (142), as funções de chaveamento das fases a , b e c são definidas por

$$\begin{cases} S_a(\omega) = \left(2/V_{cc} \right) ZOH(\omega) V_{ao}^*(\omega) \\ S_b(\omega) = \left(2/V_{cc} \right) ZOH(\omega) V_{bo}^*(\omega) \\ S_c(\omega) = \left(2/V_{cc} \right) ZOH(\omega) V_{co}^*(\omega), \end{cases} \quad (144)$$

em que $V_{ao}^*(\omega)$, $V_{bo}^*(\omega)$ e $V_{co}^*(\omega)$ são as tensões de referência das fases a , b e c definidas pelo controle de corrente.

Sendo o sistema balanceado e considerando-se apenas as componentes na frequência harmônica do distúrbio ω_h de $S_a(\omega)$, $S_b(\omega)$ e $S_c(\omega)$, tem-se que

$$\begin{cases} S_a(\omega_h) = \left(2/V_{cc} \right) ZOH(\omega_h) V_{ao}^*(\omega_h) \\ S_b(\omega_h) = e^{-j2\pi/3} S_a(\omega_h) \\ S_c(\omega_h) = e^{j2\pi/3} S_a(\omega_h). \end{cases} \quad (145)$$

Substituindo-se (145) em (143), define-se a componente na frequência harmônica ω_h da tensão da fase a no lado CA do conversor

$$V_{ao}(\omega_h) = ZOH(\omega_h) V_{ao}^*(\omega_h), \quad (146)$$

e, conseqüentemente, a função de transferência referente ao PWM e ao chaveamento

$$K_{pwm}(\omega_h) = V_{ao}(\omega_h) / V_{ao}^*(\omega_h) = ZOH(\omega_h), \quad (147)$$

ou seja, o PWM e o chaveamento do conversor podem ser representados, simplesmente, pela função ZOH do *sample-and-hold* do PWM na faixa de frequência estipulada.

3.4 Conclusões Parciais

Nesse capítulo, foram apresentadas as definições das expressões analíticas das funções de transferência do sistema de controle e do PWM e chaveamento do conversor. Ambas necessárias para a definição analítica da resposta em frequência das UCRs, quando visto pela rede.

Para a definição das funções relativas ao sistema de controle, foi descrita a transformada $abc-dq$ quando o ângulo de fase do sistema de coordenadas possui componentes harmônicas que resultam em assincronia. No resultado final, notou-se que os termos ligados à assincronia na transformada de $abc-dq$ nas componentes da tensão e corrente no PAC amostradas em coordenadas d_h e q_h são cancelados na transformada inversa. Resultando à tensão de referência ditada pelo sistema de controle componentes harmônicas apenas ligadas ao distúrbio de tensão e corrente no PAC e um único termo ligado à assincronia na transformada inversa de $dq-abc$ das correntes de referência I_d^* e I_q^* .

A determinação da função de transferência do PWM e do chaveamento contou, primeiramente, com a avaliação da geração de componentes harmônicas na função de chaveamento devido ao PWM seno-triângulo simetricamente amostrado de modo a compreender a interação dos harmônicos do PWM com os do distúrbio aplicado. Foi mostrado que para análises na faixa de frequência abaixo da frequência de chaveamento, a interação entre os harmônicos gerados pelo PWM e as componentes resultantes do distúrbio harmônico aplicado ao PAC não são relevantes. Por fim, mostrou-se que é possível representar o PWM e o chaveamento do conversor apenas pela função ZOH do S/H.

A validação das expressões definidas nesse capítulo é feita pela validação do modelo analítico da impedância equivalente da UCR vista pela rede no próximo capítulo.

Capítulo 4 UCRs na Presença de Harmônicos

Nesse capítulo, avalia-se o comportamento das UCRs na presença de harmônicos na rede. Para isso, a partir das expressões da resposta em frequência detalhada no Capítulo 3, define-se o modelo analítico da impedância equivalente da UCR vista pela rede na faixa de frequência entre a frequência nominal da rede e a 50ª ordem harmônica.

O modelo analítico da impedância equivalente proposto é validado pela comparação com os resultados da resposta em frequência definida por simulação no tempo.

Por fim, uma análise detalhada da impedância equivalente da UCR vista pela rede e do seu comportamento na presença de harmônicos é realizada.

4.1 Impedância Equivalente da UCR

A impedância equivalente da UCR vista pela rede na frequência harmônica ω_h é determinada a partir da resposta em frequência da UCR por

$$Z_{UCR}(\omega_h) = -V_{Ao}(\omega_h) / I_A(\omega_h), \quad (148)$$

em que $V_{Ao}(\omega_h)$ é a componente em ω_h do distúrbio harmônico aplicado à tensão na fase a no PAC, e $I_A(\omega_h)$ a componente também em ω_h da corrente na fase a no PAC resultante do distúrbio aplicado.

Conforme visto no Capítulo 3, $I_A(\omega_h)$ pode ser expressa por

$$I_A(\omega_h) = Y_{fo}(\omega_h)V_{ao}(\omega_h) - Y_f(\omega_h)V_{Ao}(\omega_h), \quad (149)$$

em que $Y_{fo}(\omega_h)$ e $Y_f(\omega_h)$ são admitâncias relacionadas ao filtro LCL, enquanto $V_{ao}(\omega_h)$ é a componente em ω_h da tensão na fase a no lado CA do conversor definida em função de $I_A(\omega_h)$ e $V_{Ao}(\omega_h)$ por

$$V_{ao}(\omega_h) = K_{pwm}(\omega_h)[Z_o(\omega_h)I_A(\omega_h) + K_o(\omega_h)V_{Ao}(\omega_h)], \quad (150)$$

sendo $K_{pwm}(\omega_h)$ a função de transferência referente ao PWM e chaveamento do conversor, e $Z_o(\omega_h)$ e $K_o(\omega_h)$ funções relativas ao sistema de controle.

Substituindo-se (149) e (150) em (148), define-se a impedância equivalente da UCR vista pela rede na frequência harmônica ω_h como

$$Z_{UCR}(\omega_h) = \frac{[1 - Y_{fo}(\omega_h)K_{pwm}(\omega_h)Z_o(\omega_h)]}{[Y_f(\omega_h) - Y_{fo}(\omega_h)K_{pwm}(\omega_h)K_o(\omega_h)]}, \quad (151)$$

em que as admitâncias do filtro LCL, $Y_{fo}(\omega_h)$ e $Y_f(\omega_h)$, são determinadas por

$$Y_{fo}(\omega_h) = [Z_L(\omega_h) + Z_L(\omega_h)Y_{cf}(\omega_h)Z_{Lf}(\omega_h) + Z_{Lf}(\omega_h)]^{-1} \quad (152)$$

$$Y_f(\omega_h) = [Z_L(\omega_h)Y_{cf}(\omega_h) + 1]Y_{fo}(\omega_h), \quad (153)$$

sendo $Z_L(\omega_h)$ a impedância do indutor do lado do conversor, $Z_{Lf}(\omega_h)$ a impedância do indutor do lado da rede e $Y_{cf}(\omega_h)$ a admitância do ramo paralelo do filtro, tal que

$$\begin{cases} Z_L(\omega_h) = R + j\omega_h L \\ Z_{Lf}(\omega_h) = R_f + j\omega_h L_f \\ Y_{cf}(\omega_h) = [R_d + 1/j\omega_h C_f]^{-1} \end{cases}. \quad (154)$$

A função de transferência $K_{pwm}(\omega_h)$ é equivalente à função ZOH, ou seja,

$$K_{pwm}(\omega_h) = \frac{(1 - e^{-j\omega_h T_{sw}})}{j\omega_h T_{sw}}, \quad (155)$$

sendo T_{sw} o período de chaveamento do conversor. As funções referentes ao sistema de controle, $Z_o(\omega_h)$ e $K_o(\omega_h)$, são

$$Z_o(\omega_h) = G_s(\omega_h)[-H_{pi}(\omega_h - \omega_1) + j\omega_1 L_T] \quad (156)$$

$$K_o(\omega_h) = G_s(\omega_h) \left[1 + \left(jH_{pi}(\omega_h - \omega_1)K_{pl}(\omega_h - \omega_1)/2 \right) (I_d^* + jI_q^*) \right], \quad (157)$$

em que ω_1 é a frequência fundamental em [rad/s], L_T é a soma das indutâncias do filtro ($L_T = L + L_f$) e I_d^* e I_q^* são as correntes de referência em coordenadas dq .

Ainda em (156) e (157), $G_s(\omega_h + \omega_1)$ é a função de transferência do processo de amostragem dos sinais, tal que

$$G_s(\omega_h) = \left(\alpha_s / (\alpha_s + j\omega_h) \right) \left(\frac{(1 - e^{-j\omega_h T_s})}{j\omega_h T_s} \right), \quad (158)$$

sendo α_s a frequência de corte do filtro anti-aliasing em [rad/s] e T_s é o período de amostragem do S/H. $H_{pi}(\omega_h - \omega_1)$ é a função de transferência do controlador PI do controle de corrente, isto é,

$$H_{pi}(\omega_h - \omega_1) = K_p \left(1 + \frac{1}{j(\omega_h - \omega_1)T_i} \right), \quad (159)$$

sendo K_p o ganho proporcional e T_i a constante de tempo do PI.

Por fim, a função $K_{pll}(\omega_h - \omega_1)$ está relacionada ao PLL e foi determinada na seção 3.2.2 como

$$K_{pll}(\omega_h - \omega_1) = \frac{-jK_{pi}(\omega_h - \omega_1)K_f(\omega_h - \omega_1)}{[\hat{V}_1 K_{pi}(\omega_h - \omega_1)K_f(\omega_h - \omega_1) + j(\omega_h - \omega_1)]^{-1}}, \quad (160)$$

em que \hat{V}_1 é a amplitude da tensão na fase a no PAC na frequência fundamental, $K_{pi}(\omega_h - \omega_1)$ é a função de transferência do controlador PI e $K_f(\omega_h - \omega_1)$ do filtro de primeira ordem, tal que

$$K_{pi}(\omega_h - \omega_1) = K_{p_pll} \left(1 + \frac{1}{j(\omega_h - \omega_1)T_{i_pll}} \right) \quad (161)$$

$$K_f(\omega_h - \omega_1) = \frac{\alpha_f}{(\alpha_f + j(\omega_h - \omega_1))}, \quad (162)$$

sendo K_{p_pll} e T_{i_pll} o ganho proporcional e a constante de tempo do controlador PI, e α_f a frequência de corte do filtro em [rad/s].

4.2 Validação da Impedância Equivalente da UCR

Com o intuito de validar a expressão analítica em (151), a impedância equivalente da UCR vista da rede definida por simulação no tempo é utilizada como parâmetro de referência. Para isso, a UCR foi implementada no Simulink e a resposta em frequência determinada.

Os parâmetros da UCR considerados na validação do modelo são apresentados na Tabela 8. Esses parâmetros são baseados no protótipo abordado por Liserre *et al.* em [5] por ser a principal referência relacionada às características do filtro LCL. Demais parâmetros, como ganhos dos controladores, são os mesmos definidos no Capítulo 2.

Tabela 8: Parâmetros da UCR – Faixa de passagem da malha de controle de corrente do conversor igual a 337Hz

	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
Valores Nominais	S_b	4,1 kVA	\hat{V}_h	1% \hat{V}_1
	\hat{V}_1	$\sqrt{2/3}$ 380 V	θ_{vh}	0°
	θ_{v1}	0°	I_d^*	8,81 A
	ω_1	$2\pi 50$ rad/s	I_q^*	0 A
	V_{cc}	690 V	---	---
Filtro LCL	L	3 mH	R	0 Ω
	L_f	5 mH	R_f	0 Ω
	C_f	2,2 μ F	R_d	10 Ω
Controle	K_p	12 V/A	T_i	0,0013 s
PLL	K_{p_pll}	$1,97$ (Vs) ⁻¹	T_{p_pll}	0,0053 s
	α_f	$2\pi 477$ rad/s	---	---
PWM	ω_{sw}	$60\omega_1$	T_{sw}	$\omega_{sw}/2\pi$
Amostragem	α_s	$2\pi 405$ rad/s	T_s	0,1 ms

A Figura 29 mostra os resultados da impedância equivalente vista da rede calculada a partir de $Z_{UCR}(\omega_h)$ em (151) e definida pela simulação no tempo, enquanto a Figura 30 apresenta o erro relativo entre a impedância equivalente definida pelos dois métodos.

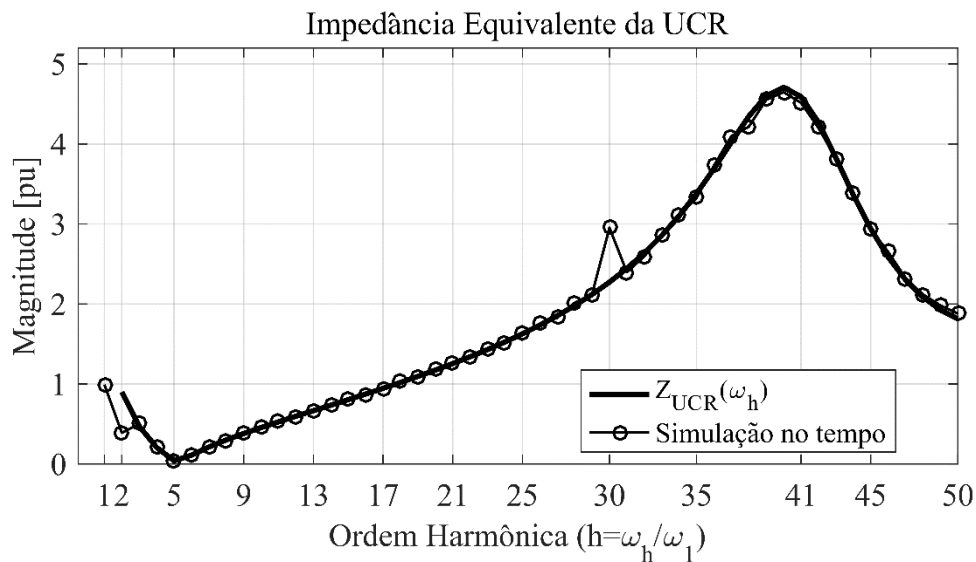


Figura 29: Impedância equivalente da UCR definida analiticamente no domínio da frequência e por simulação no domínio do tempo.

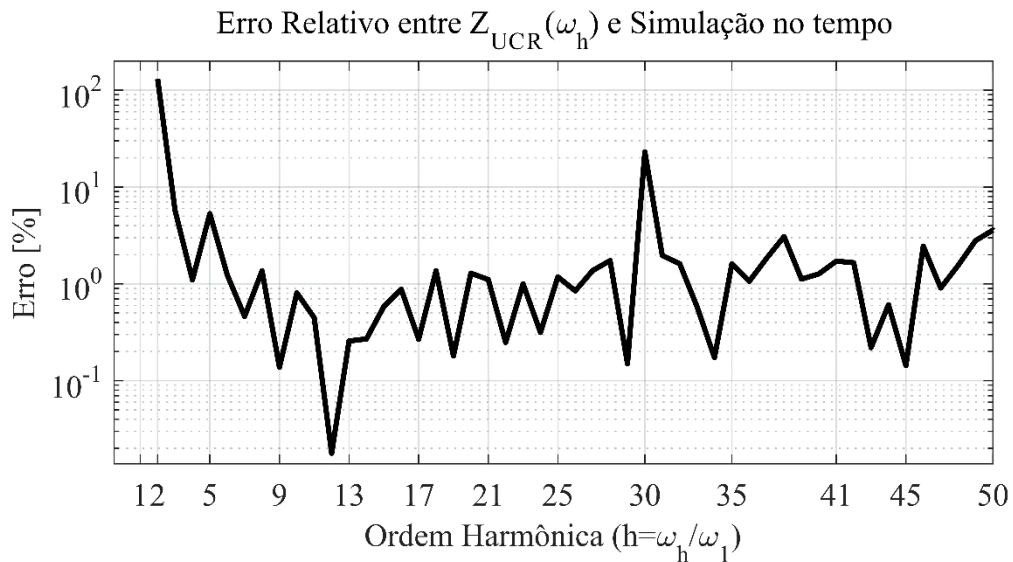


Figura 30: Erro relativo entre a impedância definida analiticamente e por simulação no tempo.

É possível perceber, na Figura 29 e na Figura 30, que os resultados obtidos analiticamente são, em geral, coincidentes com os encontrados por simulação no domínio do tempo, possuem erro relativo inferior à 10%. Como esperado, há uma discrepância na 30ª ordem harmônica devido a simplificações feitas na representação do PWM, mais precisamente do S/H do PWM. Além disso, nota-se um outro ponto de divergência dos resultados na 2ª ordem harmônica, esse até então não previsto.

O erro na 2ª ordem harmônica ocorre devido à desconsideração dos harmônicos de base gerados pelo PWM na definição da função de transferência $K_{pwm}(\omega_h)$. Como mostrado no Capítulo 2 na Figura 16, existe uma componente harmônica de 2ª ordem de baixa amplitude no espectro harmônico tanto da função de chaveamento quanto da tensão da fase a no lado CA do conversor. Por ser de baixa amplitude, inferior a 0.001 pu, essa componente não se mostrou relevante na resposta em frequência do PWM apresentada na Figura 28, uma vez que o distúrbio harmônico considerado possui amplitude igual a 0.01pu, 10 vezes superior.

Entretanto, ao interagir com o sistema de controle, a componente harmônica de 2ª ordem é amplificada. Para compreender melhor esse erro, a Tabela 9 apresenta a amplitude da componente de 2ª ordem harmônica da corrente na fase a no PAC definida pelo modelo simulado com e sem distúrbio harmônico nas tensões no PAC e com e sem o bloco S/H do PWM.

Tabela 9: Componente de 2ª ordem harmônica da corrente no PAC

	$\hat{V}_h = 0$ e PWM sem S/H	$\hat{V}_h = 0$ e PWM com S/H	$\hat{V}_h = 1\% \hat{V}_1$ e PWM com S/H
$ I_A(2\omega_1) $	0.0026 pu	0.0168 pu	0.0256 pu

Nota-se que, para o caso no qual o S/H do PWM é desconsiderada, a componente de 2ª ordem harmônica da corrente possui baixa amplitude se comparada com os casos com o S/H. Além disso, comparando-se os valores dos casos com S/H, nota-se que grande parte da componente de 2ª ordem presente no caso com distúrbio se dá pelo efeito do harmônico de base, o que justifica o fato da impedância determinada pelo modelo analítico ser superior ao valor encontrado por simulação no tempo.

Mesmo apresentando erros na 2ª e 30ª ordem harmônica, a expressão analítica da impedância equivalente da UCR ainda é válida para analisar uma grande faixa de frequências harmônicas e prever comportamentos importantes dessas unidades de uma maneira geral.

4.3 Análise da Impedância Equivalente da UCR

A Figura 31 apresenta a impedância da UCR vista pela rede definida a partir do modelo analítico, $Z_{UCR}(\omega_h)$, e a impedância do filtro LCL vista pela rede considerando o conversor uma fonte de tensão ideal na frequência nominal da rede, ou seja, desconsiderando o efeito do VSC e seu sistema de controle e PWM.

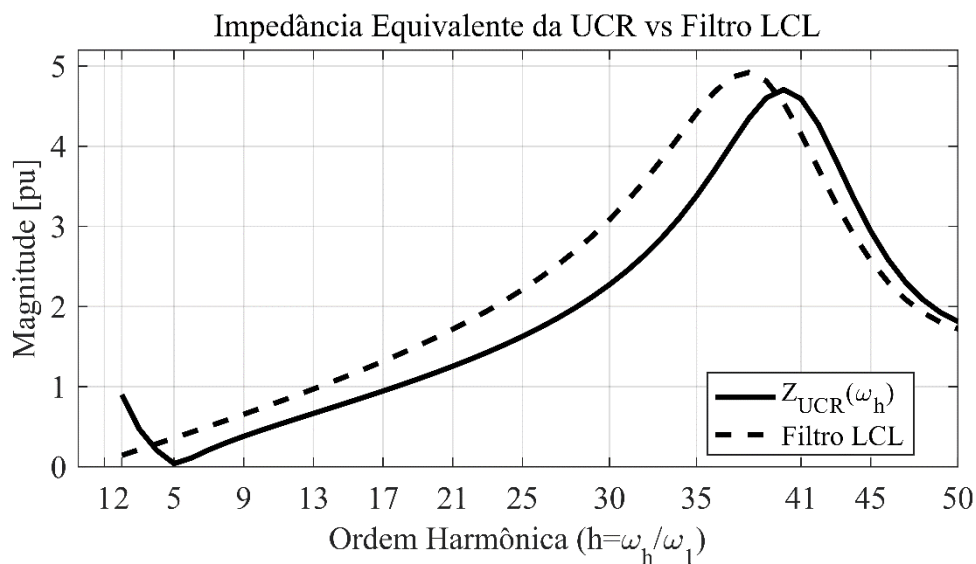


Figura 31: Impedância equivalente da UCR e do filtro LCL vistas pela rede.

Pela comparação entre $Z_{UCR}(\omega_h)$ e a impedância do filtro LCL vista pela rede, é possível compreender a influência do sistema de controle e PWM do VSC na impedância equivalente da UCR. Analisando os resultados da curva de $Z_{UCR}(\omega_h)$, nota-se que a UCR apresenta baixa impedância vista pela rede em baixa frequência, abaixo de 1pu para frequências de ordem harmônica até a 17ª ordem. E, que o filtro LCL por si só possui baixa impedância em baixa frequência, como esperado.

Na maior parte das frequências, nota-se uma diminuição da impedância ao se considerar o sistema de controle e o PWM se comparado ao caso isolado do filtro. E, especialmente na 5ª ordem harmônica, causaram um ponto de ressonância. Essa ressonância é facilmente justificada e prevista pelo modelo analítico $Z_{UCR}(\omega_h)$ em (151), uma vez que há um ponto de mínimo na expressão quando

$$K_{PWM}(\omega_h)Z_o(\omega_h) = 1/Y_{fo}(\omega_h). \quad (163)$$

Conforme visto no Capítulo 2, o filtro LCL é projetado para apresentar comportamento indutivo em baixa frequência, para isso define-se a frequência de ressonância do filtro acima da frequência máxima da faixa de passagem do controle de corrente. O que faz com que o capacitor não influencie nem a impedância vista do conversor, nem a vista da rede desconsiderando-se o efeito do VSC.

A Figura 32 mostra as impedâncias da UCR com o filtro LCL completo e somente com os indutores série. Nota-se que, mesmo considerando o efeito do VSC, o capacitor do filtro LCL não impacta a impedância em baixa frequência e a baixa impedância no 5º harmônico continua presente.

Como visto no Capítulo 3, a função de transferência $K_{PWM}(\omega_h)$ é aproximada pela função ZOH presente no S/H. Como a frequência de amostragem do S/H do PWM simetricamente amostrado é igual à frequência de chaveamento, a função ZOH e, conseqüentemente, $K_{PWM}(\omega_h)$ possuem módulo próximo de 1 para ω_h próximo à frequência da rede. Assim, o PWM não deve impactar a impedância da UCR vista pela rede em baixa frequência, com exceção da 2ª ordem harmônica, como visto na seção anterior.

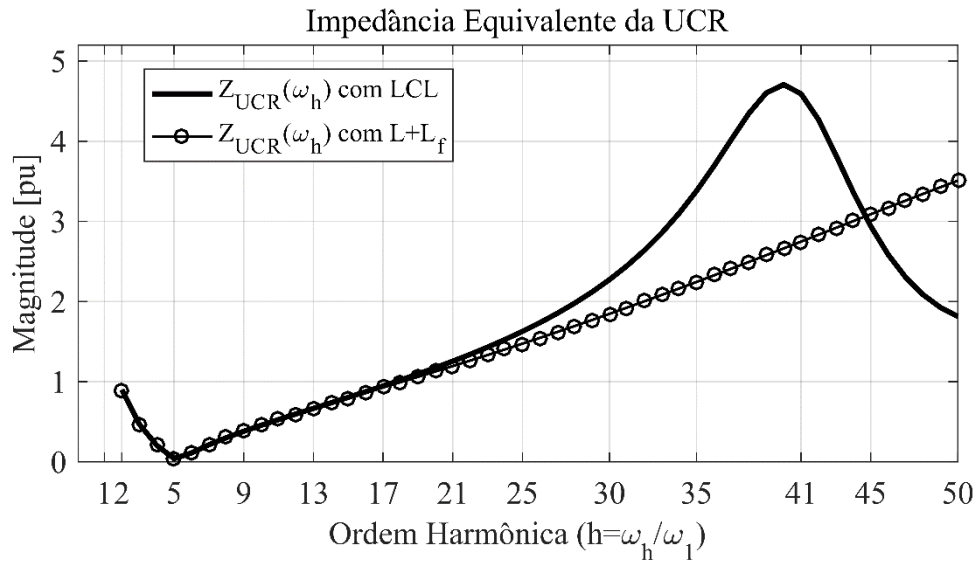


Figura 32: Impedância equivalente da UCR com e sem capacitor no filtro.

A baixa influência do PWM na impedância equivalente da UCR em baixas frequências harmônicas é observada na Figura 33. Nota-se que ao aumentar a frequência de chaveamento, o pico de impedância é reduzido, entretanto não há alterações significativas em frequências harmônicas próximas à frequência nominal da rede.

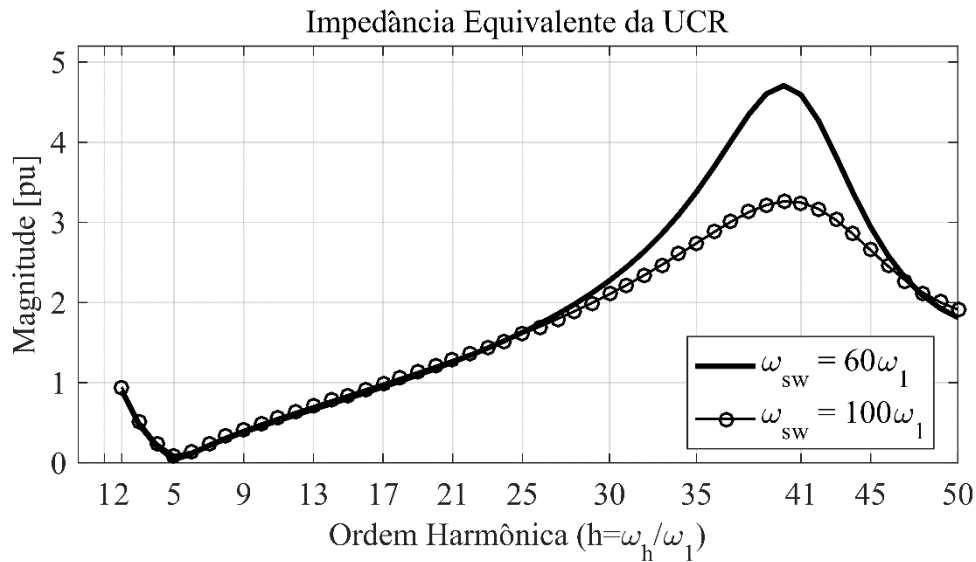


Figura 33: Impedância equivalente da UCR para diferentes frequências de chaveamento.

Uma vez descartados o PWM e o capacitor do filtro LCL, resta apenas a interação entre o sistema de controle do VSC e os indutores série do filtro como justificativa para a baixa impedância da UCR em baixa frequência. A Figura 34 mostra a impedância

equivalente da UCR para diferentes faixas de passagem do controle de corrente, ou seja, para diferentes parâmetros do controlador PI da malha de controle.

Os parâmetros apresentados na Tabela 8 são referentes ao caso da malha de controle de corrente com faixa de passagem igual a 337Hz. A Tabela 10 apresenta os ganhos do controle e da frequência de corte do filtro anti-aliasing referentes aos casos cuja faixa de passagem é 648Hz e 825Hz, os demais parâmetros são idênticos aos da Tabela 8.

Tabela 10: Parâmetros de controle para faixas de passagem distintas.

Faixa de Passagem	648 Hz		825 Hz	
Controle	K_p	12 V/A	K_p	12 V/A
	T_i	0,0228 s	T_i	0,0228 s
Amostragem	α_s	$2\pi 648$ rad/s	α_s	$2\pi 825$ rad/s

Comparando-se os resultados para as diferentes faixas de passagem da malha de controle de corrente, torna-se clara a influência dos parâmetros do controle na impedância equivalente. É possível perceber que ao aumentar a faixa de passagem, aumenta-se a impedância na baixa frequência e, ainda, evita-se a ressonância na 5ª ordem harmônica.

Entretanto, ao se aumentar a faixa de passagem, não se evita a ocorrência da ressonância, apenas muda-se a frequência na qual ela ocorre, por exemplo, na 10ª ordem harmônica para o caso da faixa de passagem igual a 648Hz, e na 13ª no caso de 825Hz.

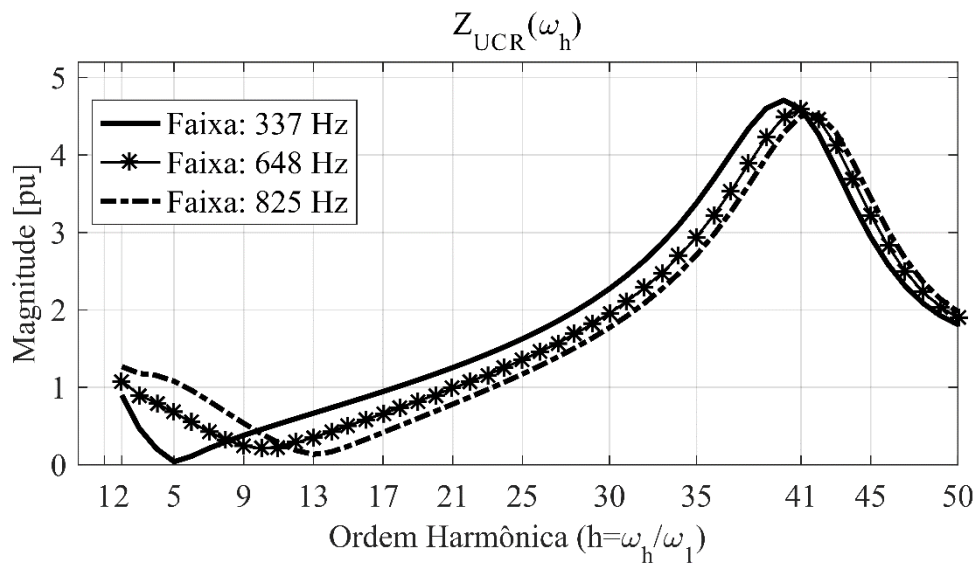


Figura 34: Impedância equivalente da UCR para diferentes faixas de passagem do controle de corrente.

Pelos resultados da Figura 34, percebe-se que o sistema de controle exerce a principal influência na impedância da UCR vista pela rede. Além disso, nota-se que alterar os parâmetros do controle não soluciona a ocorrência de ressonâncias. No entanto, pode evitar um pior cenário, como uma ressonância na 5ª ordem harmônica.

A modificação dos parâmetros do controlador pode, por exemplo, ajudar a eliminar ou minimizar o surgimento de correntes harmônicas de 5ª ordem apresentado por Ross *et al.* em [22].

É importante destacar também que ao se aumentar a faixa de passagem da malha de controle de corrente, a resposta dinâmica do controle se torna mais rápida e, conseqüentemente, aumenta-se o valor de pico máximo (*overshoot*) da resposta. Logo, aumentar a faixa de passagem da malha de controle de corrente pode causar a piora da resposta dinâmica.

Mesmo não sendo trivial encontrar uma solução ideal somente modificando os parâmetros do controle, nota-se que com a expressão analítica se torna possível executar uma gama de análises da influência dos parâmetros na impedância equivalente da UCR. Logo, $Z_{UCR}(\omega_h)$ definida em (151) é uma ferramenta muito útil para suporte no projeto dos conversores.

4.4 Comportamento da UCR na Presença de Harmônicos

Uma vez compreendidos os detalhes de operação e projeto das UCRs e determinada a impedância equivalente dessas unidades em frequências além da frequência da rede, torna-se possível analisar o comportamento das UCRs na presença de harmônicos.

Como mencionado no Capítulo 1, a premissa comum às normas de qualidade de energia e regras de conexão à rede é considerar os sistemas de conversão de energia dos acessantes e, conseqüentemente, as UCRs como fontes de correntes harmônicas e, a partir disso, determinar as responsabilidades pelas distorções harmônicas nos pontos de acesso à rede e definir as ações corretivas. Ou seja, é esperado que as UCRs operem como fonte de corrente fornecendo, idealmente, apenas componentes na frequência da rede, sem harmônicos.

Além disso, as normas de qualidade de energia e regras de conexão à rede consideram que a origem das distorções harmônicas, de tensão ou de corrente, na rede é uma conseqüência direta ou indireta do conteúdo harmônico gerado pelos SCEs e,

consequentemente, das UCRs dos acessantes. Não são feitas considerações e análises quanto à interação das UCRs com harmônicos da rede.

A operação da UCR como fonte de corrente significa que ela deve apresentar alta impedância para os harmônicos da rede. Entretanto, conforme visto na seção anterior, a UCR possui, na verdade, baixa impedância em baixa frequência influenciada pela malha de controle e pela impedância do filtro. Logo, na presença de harmônicos na rede de baixa frequência, as UCRs absorvem correntes harmônicas e não injetam como imaginado.

O controle dq com controlador PI comumente utilizado nos sistemas de controle dos VSCs das UCRs consegue garantir a operação como fonte de corrente na frequência nominal da rede. E, pela comparação entre a impedância da UCR e somente do filtro LCL vista pela rede, nota-se que o controle aumenta a impedância da UCR em frequências próximas à nominal. Porém, ele insere pontos de ressonância na impedância equivalente das UCRs que, ao serem excitados pelos harmônicos da rede, resultam em correntes harmônicas elevadas no PAC.

A Tabela 11 apresenta as amplitudes das componentes harmônicas de 5ª e 13ª ordens da corrente no PAC, definidas a partir da simulação no tempo, para os parâmetros de faixa de passagem do sistema de controle igual a 337Hz e igual a 845Hz, ambos abordados na seção anterior.

Tabela 11: Correntes harmônicas no PAC definidas por simulação no tempo.

Faixa de Passagem	Distúrbio	Corrente 5ª Ordem	Corrente 13ª Ordem
337 Hz	0	0.0004 pu	0.0001 pu
	$1\% \hat{V}_1$	0.2503 pu	0.0150 pu
825 Hz	$1\% \hat{V}_1$	0.0088 pu	0.0820 pu

Nota-se que, no caso sem harmônicos na rede, a amplitude das componentes harmônicas em ambas as ordens, 5ª e 13ª, é praticamente nula. Fato esperado, uma vez que, idealmente, como mostrado no Capítulo 2, não há geração de harmônicos por parte do PWM nessas frequências.

Por outro lado, ao se ter harmônicos na rede, tanto no caso da faixa de passagem do controle igual a 337Hz, quanto no caso igual a 825Hz, surgem correntes harmônicas no PAC de 5ª e 13ª ordens. Sendo que, devido aos respectivos pontos de ressonância, a

corrente de 5ª ordem é mais elevada no caso da faixa de passagem igual a 337Hz, assim como no caso de faixa de passagem igual a 825Hz, a de 13ª ordem é mais crítica.

É importante destacar que a amplitude dos harmônicos da rede considerados, 1% da amplitude da componente na frequência nominal, não infringe os limites sugeridos de distorção de tensão no PAC nas normas [18], [19]. Entretanto, nem com os parâmetros do caso de faixa de passagem igual a 337Hz, nem com os de 825Hz, a UCR atenderia aos limites de distorção harmônica sugeridos pela norma IEEE 519 [18], por exemplo. Nessa norma é recomendado que as componentes harmônicas de 5ª ordem estejam entre 4% e 15% dependendo do nível de curto-circuito no PAC. Enquanto que as componentes de 13ª ordem devem obedecer aos limites de 2% a 7%.

Retomando a análise das medições de correntes harmônicas de 5ª ordem em turbinas eólicas com e sem o filtro LCL discutido por Ross *et al.* em [22]. Sabendo-se que as UCRs possuem baixa impedância em baixa frequência, que pontos de mínima impedância ocorrem devido aos pontos de ressonância entre o controle do VSC e o filtro LCL e que, idealmente, harmônicos de 5ª ordem não são gerados pelo PWM e chaveamento do conversor. É possível afirmar que Ross *et al.* em [22] acertaram ao apontar que a turbina com o filtro LCL conectado estava absorvendo harmônicos da rede e não injetando.

4.5 Conclusões Parciais

Nesse capítulo foi mostrado o modelo analítico da impedância da UCR vista pela rede definido até a 50ª ordem harmônica.

O modelo foi validado com resultados de simulação no tempo e, em geral, ele representa com precisão a impedância simulada. Apenas dois pontos de discrepância foram encontrados, um na frequência harmônica de 30ª ordem previsto ainda na definição da função de transferência relativa ao PWM e ao chaveamento. Outro, mais relevante, na frequência harmônica de 2ª ordem, trata-se da simplificação feita desconsiderando-se os harmônicos de base. Apesar disso, o modelo permitiu uma boa análise da impedância da UCR vista da rede em frequências até a 50ª ordem.

Foi possível averiguar que a UCR apresenta baixa impedância em baixas frequências influenciada principalmente pela impedância dos indutores do filtro LCL e da malha de controle, o capacitor no ramo paralelo do filtro e o efeito do PWM se mostraram relevantes apenas em frequências acima da 10ª ordem. Além disso, foi possível

comprovar que pontos de ressonância ocorrem na impedância muito influenciadas pelos parâmetros do controle. Alterando-se os parâmetros dos ganhos do controlador, notou-se que, apesar de não ser possível eliminar os pontos de ressonância, é possível definir parâmetros de modo a evitar ressonâncias mais críticas, como na 5ª ordem harmônica.

A partir do modelo analítico foi possível, ainda, definir o comportamento das UCRs na presença de harmônicos. Diferentemente, do que se é presumido pelas normas, o controle do conversor garante a operação da UCR como fonte de corrente apenas na frequência da rede. Enquanto que, em baixas frequências, correntes harmônicas surgem no PAC devido à baixa impedância característica das UCRs na presença de harmônicos de tensão na rede. Foi possível perceber que as UCRs na verdade absorvem correntes harmônicas de baixa frequência e não as injetam na rede.

Capítulo 5 Conclusão

5.1 Conclusões do Trabalho

O objetivo principal do presente trabalho era derivar um modelo analítico que permita a análise precisa do comportamento de UCRs compostos por conversores fonte de tensão e filtro LCL com amortecimento passivo em frequências além da nominal da rede.

E, a partir disso, esclarecer a interação desses sistemas com os harmônicos da rede, discutir as responsabilidades pela geração de conteúdo harmônico sob a perspectiva regulatória e servir de embasamento para a proposição de melhorias das unidades.

Para que isso fosse possível, definiu-se como meta a proposição de um modelo analítico da impedância equivalente da UCR vista da rede que representasse com precisão e fosse de fácil emprego tanto para análises e estudos de conexão à rede quanto em projetos de desenvolvimento destas UCRs.

Pelo modelo analítico da impedância equivalente da UCR vista da rede foi possível concluir que as UCRs possuem baixa impedância em baixa frequência e, na presença de harmônicos na rede, correntes harmônicas surgem no PAC.

À exceção do harmônico de base de 2ª ordem, os harmônicos de amplitude mais relevantes, harmônicos da portadora e de banda lateral, são de frequência da ordem da frequência de chaveamento. Logo, como a frequência de chaveamento é da ordem de milhares de Hz, é possível concluir que as correntes harmônicas geradas pelo PWM e chaveamento do conversor não estão relacionados com o surgimento de correntes harmônicas de baixa frequência.

Isto quer dizer que as UCRs em baixa frequência, exceto na 2ª ordem, não geram harmônicos e sim apresentam uma baixa impedância para os harmônicos da rede.

Conforme analisado a partir do modelo analítico, os principais fatores que contribuem para o comportamento das UCRs vista da rede em baixa frequência são o controle do conversor e os indutores do filtro. Como visto pelas análises da impedância equivalente das UCRs para diferentes configurações, o capacitor do ramo paralelo não interfere na impedância em baixa frequência. O que é explicado pelo fato do filtro ser projetado para ter um comportamento indutivo em baixa frequência.

Foi possível notar que a impedância da UCR em frequências próximas à nominal da rede considerando o efeito do controle de corrente do conversor, que idealmente deveria criar uma impedância infinita, é superior à impedância considerando apenas o efeito do filtro. Entretanto, pontos de ressonância ocorrem devido à interação do controle com o filtro LCL, o que pôde ser concluído ao se variar os parâmetros do controlador PI. Para diferentes valores da faixa de passagem da malha de controle, o ponto de ressonância ocorre em diferentes frequências.

Como ao se alterar os parâmetros do controlador PI não foi possível eliminar a ressonância, mas sim mudá-la de frequência, conclui-se que alterar a estratégia ou incluir funcionalidades na malha de controle são a forma de se atacar o surgimento de correntes harmônicas no PAC devido aos harmônicos de tensão da rede.

Por todas as análises feitas com o modelo analítico, é possível concluir que o mesmo é uma excelente ferramenta para prever o comportamento das UCRs em estudos de conexão à rede. Além disso, pode ser empregado no projeto das unidades de modo a melhor definir os parâmetros, principalmente do controle, e evitar piores casos.

Nesse trabalho a análise do comportamento das UCRs se voltou para a ótica dos requisitos de conexão à rede de fontes renováveis de energia, solar fotovoltaica e eólica. Isso ocorreu, simplesmente, pelo contato com as publicações de dados das campanhas de medições de harmônicos de parques eólicos. Porém, o conjunto VSC e filtro LCL possui uma aplicação vasta, desde interface com baterias, carro elétricos a sistemas de transmissão de energia em corrente contínua. Logo, é possível expandir as conclusões apresentadas para as aplicações baseadas na mesma topologia de conversor e estratégia de controle consideradas nesse trabalho.

5.2 Trabalhos Futuros

Conforme observado na validação do modelo analítico, a desconsideração dos harmônicos de base na representação da função de transferência do PWM e do chaveamento resultou em uma discrepância na frequência harmônica de 2ª ordem.

Essa discrepância não se mostrou crítica para a análise geral do comportamento das UCRs na presença de harmônicos. Porém ao investigar o motivo da discrepância no modelo, notou-se que mesmo não havendo distúrbios harmônicos na rede, correntes harmônicas de 2ª ordem surgem no PAC e essas correntes apresentaram amplitude

superior do que ao se calcular a partir da expressão dos harmônicos da tensão no lado CA do conversor definida no Capítulo 2.

Inicialmente, foi cogitado um possível desbalanço entre as fases no circuito simulado no tempo, porém isso não se comprovou. Assim, a suspeita maior é que o PWM e o chaveamento geram o harmônico de base de 2ª ordem, e a corrente harmônica resultante no PAC é realimentada no circuito de controle e retorna no sinal de referência do PWM, passando pelo ramo $m = 0$ do somatório que representa o PWM e sendo assim somada ao harmônico de base gerado originalmente. Não foi possível averiguar essa hipótese, uma vez que a componente de 2ª ordem é de sequência negativa e o modelo analítico de sequência positiva, nem mesmo foi possível representar melhor a interação dos harmônicos de base com os harmônicos da rede.

Vale destacar ainda que o PWM seno-triângulo amostrado não gera harmônicos de base em muitas frequências, porém, como é mostrado por Mouton *et al.* em [54], outras estratégias de PWM como *Space Vector Modulation* amostrado possui uma faixa grande de harmônicos de base. Logo, essa interação entre os harmônicos de base e os da rede se torna mais relevante. Assim, sugere-se a investigação dessa interação entre os harmônicos num trabalho futuro.

Como o modelo analítico apresentado é de sequência positiva, seria importante a expansão do modelo considerando distúrbios harmônicos de sequência negativa. Além disso, o modelo ganharia uma maior confiabilidade se validado com medições de impedância equivalente de um protótipo de bancada da UCR.

O uso do modelo analítico como embasamento para análise de dados de medição em campo poderia resultar em conclusões interessantes sobre o comportamento das UCRs na presença de harmônicos.

Por fim, como visto nesse trabalho a baixa impedância em baixa frequência da UCR vista da rede está muito ligada à estratégia de controle empregada. Logo, um importante trabalho futuro é a investigação de outras técnicas de controle, ou até mesmo a inclusão de malhas adicionais de controle, de modo que se consiga um conversor de tensão operando com controle de corrente (fonte de corrente) e apresente também alta impedância vista da rede em uma região maior de frequências e não só na frequência da rede como está sendo nos casos analisados.

Referências Bibliográficas

- [1] REN21, “Renewables 2018 Global Status Report,” REN21, Paris, 2018.
- [2] R. Teodorescu, M. Liserre e P. Rodriguez, *Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems*, 1 ed., Wiley-IEEE Press, 2011.
- [3] V. Yaramasu, B. Wu, P. C. Sen, S. Kouro and N. Mehdi, "High-power wind energy conversion systems: State-of-the-art and emerging technologies," *Proceedings of the IEEE*, vol. 103, no. 5, pp. 740-788, 18 May 2015.
- [4] F. Blaabjerg, Z. Chen e S. B. Kjaer, “Power electronics as efficient interface in dispersed power generation systems,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, n° 5, pp. 1184-1194, September 2004.
- [5] M. Liserre, F. Blaabjerg and S. Hansen, "Design and control of an LCL-filter-based three-phase active rectifier," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no. 5, pp. 1281-1291, Sept-Oct 2005.
- [6] M. P. Kazmierkowski e L. Malesani, “Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: a survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 45, n° 5, pp. 691-703, Oct 1998.
- [7] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre e A. V. Timbus, “Overview of Control and Grid Synchronization for Distributed Power Generation Systems,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, n° 5, pp. 1398-1409, October 2006.
- [8] D. G. Holmes and T. A. Lipo, "Modulation of ThreePhase Voltage Source Inverters," in *Pulse Width Modulation for Power Converters:Principles and Practice*, Wiley-IEEE Press, 2003, pp. 215-259.
- [9] R. Peña-Alzola, M. Liserre, F. Blaabjerg, R. Sebastián, J. Dannehl e F. W. Fuchs, “Analysis of the Passive Damping Losses in LCL-Filter-Based Grid Converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, n° 6, pp. 2642-2646, June 2013.
- [10] J. He e Y. W. Li, “Generalized Closed-Loop Control Schemes with Embedded Virtual Impedances for Voltage Source Converters with LC or LCL Filters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, n° 4, pp. 1850-1861, Abril 2012.
- [J. Dannehl, F. W. Fuchs, S. Hansen e P. B. Thogersen, “Investigation of Active

- 11] Damping Approaches for PI-Based Current Control of Grid-Connected Pulse Width Modulation Converters With LCL Filters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 46, n° 4, pp. 1509-1517, Julho-Agosto 2010.
- [D. Pan, X. Ruan, C. Bao, W. Li e X. Wang, “Capacitor-Current-Feedback Active
- 12] Damping With Reduced Computation Delay for Improving Robustness of LCL-Type Grid-Connected Inverter,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, n° 7, pp. 3414-3427, Julho 2014.
- [J. Arrillaga e N. R. Watson, *Power System Harmonics*, Wiley, 2004.
- 13]
- [M. Bradt, B. Badrzadeh, E. Camm, D. Muller, J. Schoene, T. Siebert, T. Smith,
- 14] M. Starke and R. Walling, "Harmonics and resonance issues in wind power plants," in *2011 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, Detroit, 2011.
- [M. Bollen, J. Meyer, H. Amaris, A. M. Blanco, A. G. d. Castro, J. Desmet, M.
- 15] Klatt, L. Kocewiak, S. Rönnberg e K. Yang, “Future work on harmonics - some expert opinions Part I - wind and solar power,” em *2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, Bucharest, 2014.
- [J. Meyer, M. Bollen, H. Amaris, A. M. Blanco, A. G. d. Castro, J. Desmet, M.
- 16] Klatt, L. Kocewiak, S. Rönnberg and K. Yang, "Future work on harmonics - some expert opinions Part II - supraharmonics, standards and measurements," in *2014 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, Bucharest, 2014.
- [International Electrotechnical Commission, “IEC 61000,” IEC, Geneva.
- 17]
- [IEEE, “519-2014 - IEEE Recommended Practice and Requirements for
- 18] Harmonic Control in Electric Power Systems,” IEEE, 2014.
- [ONS, “Procedimentos de Rede Submódulo 2.8 Gerenciamento dos Indicadores
- 19] de Desempenho da Rede Básica e de seus Componentes.,” ONS, 2016.
- [ONS, “Procedimentos de Rede Submódulo 23.3 Diretrizes e Critérios para
- 20] Estudos Elétricos,” ONS, 2018.
- [H. Emanuel, M. Schellschmidt, S. Wachtel and S. Adloff, "Power quality
- 21] measurements of wind energy converters with full-scale converter according to

- IEC 61400-21," in *2009 10th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation*, Lodz, 2009.
- [R. P. Ross, M. P. d. Carli and P. F. Ribeiro, "Harmonic Distortion Assessment
22] Related to the Connection of Wind Parks to the Brazilian Transmission Grid," in *Cigre Session*, Paris, 2016.
- [T. Abeyasekera, C. M. Johnson, D. J. Atkinson and M. Armstrong, "Suppression
23] of line voltage related distortion in current controlled grid connected inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, no. 6, pp. 1393-1401, November 2005.
- [E. Twining and D. G. Holmes, "Grid current regulation of a three-phase voltage
24] source inverter with an LCL input filter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, no. 3, pp. 888-895, May 2003.
- [W. Li, X. Ruan, D. Pan and X. Wang, "Full-Feedforward Schemes of Grid
25] Voltages for a Three-Phase LCL-Type Grid-Connected Inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 6, pp. 2237-2250, June 2013.
- [X. Wang, X. Ruan, S. Liu and C. K. Tse, "Full Feedforward of Grid Voltage for
26] Grid-Connected Inverter With LCL Filter to Suppress Current Distortion Due to Grid Voltage Harmonics," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 25, no. 12, pp. 3119-3127, December 2010.
- [Y. A.-R. I. Mohamed, "Suppression of Low- and High-Frequency Instabilities
27] and Grid-Induced Disturbances in Distributed Generation Inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 26, no. 12, pp. 3790-3803, December 2011.
- [Y. Jia, J. Zhao and X. Fu, "Direct Grid Current Control of LCL-Filtered Grid-
28] Connected Inverter Mitigating Grid Voltage Disturbance," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, no. 3, pp. 1532-1541, March 2014.
- [X. Wu, X. Li, X. Yuan e Y. Geng, "Grid Harmonics Suppression Scheme for
29] LCL-Type Grid-Connected Inverters Based on Output Admittance Revision," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 6, n° 2, pp. 411-421, April 2015.
- [K. N. B. M. Hasan, K. Rauma, A. Luna, J. I. Candela e P. Rodríguez, "Harmonic
30] Compensation Analysis in Offshore Wind Power Plants Using Hybrid Filters," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, n° 3, pp. 2050-2060, May-

June 2014.

- [L. H. Kocewiak, J. Hjerrild and C. L. Bak, "Wind turbine converter control
31] interaction with complex wind farm systems," *IET Renewable Power Generation*, vol. 7, no. 4, pp. 380-389, July 2013.
- [L. Sainz, L. Monjo, J. Pedra, M. Cheah-Mane, J. Liang and O. Gomis-Bellmunt,
32] "Effect of wind turbine converter control on wind power plant harmonic response and resonances," *IET Electric Power Applications*, vol. 11, no. 2, pp. 157-168, 2017.
- [M. K. Bakhshizadeh, J. Hjerrild, L. Kocewiak, B. Hesselbæk, T. Sørensen, F.
33] Blaabjerg, C. L. Bak and F. F. d. Silva, "Harmonic modelling, propagation and mitigation for large wind power plants connected via long HVAC cables: Review and outlook of current research," in *2016 IEEE International Energy Conference (ENERGYCON)*, Leuven, 2016.
- [E. Ebrahimzadeh, F. Blaabjerg, X. Wang and C. L. Bak, "Reducing Harmonic
34] Instability and Resonance Problems in PMSG-Based Wind Farms," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 6, no. 1, pp. 73-83, March 2018.
- [M. Cespedes e J. Sun, "Impedance Modeling and Analysis of Grid-Connected
35] Voltage-Source Converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, n° 3, pp. 1254-1261, March 2014.
- [L. Harnefors, X. Wang, A. G. Yepes and F. Blaabjerg, "Passivity-Based Stability
36] Assessment of Grid-Connected VSCs—An Overview," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 4, no. 1, pp. 116-125, March 2016.
- [L. Harnefors, M. Bongiorno e S. Lundberg, "Input-Admittance Calculation and
37] Shaping for Controlled Voltage-Source Converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, n° 6, pp. 3323-3334, December 2007.
- [L. Harnefors, R. Finger, X. Wang, H. Bai e F. Blaabjerg, "VSC Input-
38] Admittance Modeling and Analysis Above the Nyquist Frequency for Passivity-Based Stability Assessment," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, n° 8, pp. 6362-6370, August 2017.
- [R. Teodorescu, M. Liserre e P. Rodriguez, "Grid Converter Control for WTS,"
39] em *Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems*, Wiley-IEEE Press,

2011.

- [P. M. d. Almeida, “Contribuições ao Estudo de Conexão de Sistemas
40] Fotovoltaicos à Rede Elétrica sem Filtros Passivos: Projeto de Controladores Digitais para Redução no Conteúdo Harmônico,” Universidade Federal de Juiz de Fora, 2013.
- [R. Teodorescu, M. Liserre and P. Rodriguez, "Grid Current Control," in *Grid
41] Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems*, 1 ed., Wiley-IEEE Press, 2011, pp. 416-354.
- [D. G. Holmes e T. A. Lipo, Pulse Width Modulation for Power Converters
42] Principles and Practice, Wiley-IEEE , 2003.
- [A. V. Oppenheim, W. R. Schafer e R. B. John, Discrete-time Signal Processing,
43] New Jersey: Prantice-Hall, 1999.
- [P. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff e S. PEkarek, Analysis of Electric
44] Machinery and Drive Systems, Wiley-IEEE Press, 2013.
- [F. Briz, M. W. Degner e R. D. Lorenz, “Analysis and design of current regulators
45] using complex vectors,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, nº 3, pp. 817-825, Maio/Junho 2000.
- [L. G. B. Rolim, D. R. Costa e M. Aredes, “Analysis and Software
46] Implementation of a Robust Synchronizing PLL Circuit Based on the pq Theory,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, nº 6, pp. 1919-1926, Dezembro 2006.
- [V. Kaura and V. Blasko, "Operation of a phase locked loop system under
47] distorted utility conditions," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, no. 1, pp. 58-63, Jan/Feb 1997.
- [A. Yazdani e R. Iravani, Voltage-Sourced Converters in Power Systems:
48] Modeling, Control, and Applications, Wiley-IEEE Press, 2010.
- [T. M. Rowan e R. J. Kerkman, “A New Synchronous Current Regulator and an
49] Analysis of Current-Regulated PWM Inverters,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vols. %1 de %2IA-22, nº 4, pp. 678 - 690, Julho 1986.
- [C. D. Schauder e R. Caddy, “Current Control of Voltage-Source Inverters for
50] Fast Four-Quadrant Drive Performance,” *IEEE Transactions on Industry*

- Applications*, Vols. %1 de %2IA-18, nº 2, pp. 163-171, Março 1982.
- [B. Rabelo, Optimal Reactive Power Sharing with Doubly-Fed Induction
51] Generators in Wind Turbines, Chemnitz, 2009.
- [K. Ogata, “Análise de Resposta Transitória e de Regime Estacionário,” em
52] *Engenharia de Controle Moderno*, São Paulo, Pearson Prentice Hall, 2003, pp.
179-270.
- [D. C. Martins e I. Barbi, Eletrônica de Potência: Introdução ao Estudo dos
53] Conversores CC-CA, Florianópolis: Ed dos Autores, 2005.
- [H. d. T. Mouton, B. McGrath, D. G. Holmes e R. H. Wilkinson, “One-
54] Dimensional Spectral Analysis of Complex PWM Waveforms Using
Superposition,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, nº 12, pp. 6762-
6778, December 2014.
- [N. Mohan, T. Undeland e W. P. Robbins, Power Electronics: converters,
55] applications and design, 3rd ed., Willy, 2002.
- [R. Teodorescu, M. Liserre e P. Rodriguez, “Grid Filter Design,” em *Grid*
56] *Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems*, Wiley-IEEE Press, 2011.
- [A. A. Rockhill, M. Liserre, R. Teodorescu e P. Rodriguez, “Grid-Filter Design
57] for a Multimegawatt Medium-Voltage Voltage-Source Inverter,” *IEEE*
Transactions on Industrial Electronics, vol. 58, nº 4, pp. 1205-1217, Abril 2011.
- [R. N. Bracewell, The Fourier Transform and Its Applications, Singapore:
58] McGraw-Hill, 2000.
- [G. N. Watson, Theory of Bessel Functions, Cambridge: Cambridge University
59] Press, 1944.
- [H. Mouton e B. Putzeys, “Understanding the PWM Nonlinearity: Single-Sided
60] Modulation,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, nº 4, pp. 2116-
2128, Abril 2012.
- [G. Grandi, J. Loncarski e O. Dordevic, “Analysis and Comparison of Peak-to-
61] Peak Current Ripple in Two-Level and Multilevel PWM Inverters,” *IEEE*
Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, nº 5, pp. 2721-2730, Maio 2015.

Apêndice A Definição da Transformada $abc-dq$

Com o intuito de definir a transformada $abc-dq$ no domínio do tempo, primeiramente os conceitos de vetor espacial e transformada $\alpha\beta$ são apresentados. É importante destacar que componentes de sequência zero são desconsideradas nesse estudo, uma vez que a topologia do VSC consiste em três fios.

O vetor espacial é uma representação de grandezas trifásicas senoidais, como tensões e correntes. Essa representação traz informações sobre amplitude, frequência angular e ângulo de fase inicial das grandezas. Por exemplo, considerando as seguinte grandezas trifásicas instantâneas

$$\begin{cases} u_a(t) = \hat{U} \cos(\omega_u t + \theta_u) \\ u_b(t) = \hat{U} \cos(\omega_u t + \theta_u - 2\pi/3) , \\ u_c(t) = \hat{U} \cos(\omega_u t + \theta_u + 2\pi/3) \end{cases} \quad (164)$$

em que \hat{U} , ω_u e θ_u são, respectivamente, a amplitude, a frequência angular e o ângulo de fase inicial, o vetor espacial é definido como

$$\vec{u}(t) = 2/3 \left(e^{j0} u_a(t) + e^{j2\pi/3} u_b(t) + e^{j4\pi/3} u_c(t) \right). \quad (165)$$

Substituindo (164) em (165) e a partir da identidade $\cos(a) = (e^{ja} + e^{-ja})/2$, o vetor espacial é reescrito como

$$\vec{u}(t) = (\hat{U} e^{j\theta_u}) e^{j\omega_u t}, \quad (166)$$

sendo $\hat{U} e^{j\theta_u}$ um vetor no plano complexo.

Assim, como mostrado na Figura 35 (a), o vetor espacial $\vec{u}(t)$ pode ser interpretado no plano complexo como um vetor que descreve uma trajetória circular centrada na origem do plano a uma frequência angular igual a ω_u .

Considerando o sistema de coordenadas ortogonais estacionárias $\alpha\beta$, o vetor espacial pode ser escrito como

$$\vec{u}(t) = u_\alpha(t) + j u_\beta(t), \quad (167)$$

em que $u_\alpha(t)$ e $u_\beta(t)$ são, respectivamente, as projeções de $\vec{u}(t)$ nas coordenadas α e β , como mostrado na Figura 35 (b).

Substituindo (165) em (167) e pela identidade $e^{ia} = \cos(a) + j \sin(a)$, a transformada $\alpha\beta$, ou transformada de Clarke no domínio do tempo, é definida como

$$\begin{bmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos 0 & \cos 2\pi/3 & \cos 4\pi/3 \\ \sin 0 & \sin 2\pi/3 & \sin 4\pi/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix}. \quad (168)$$

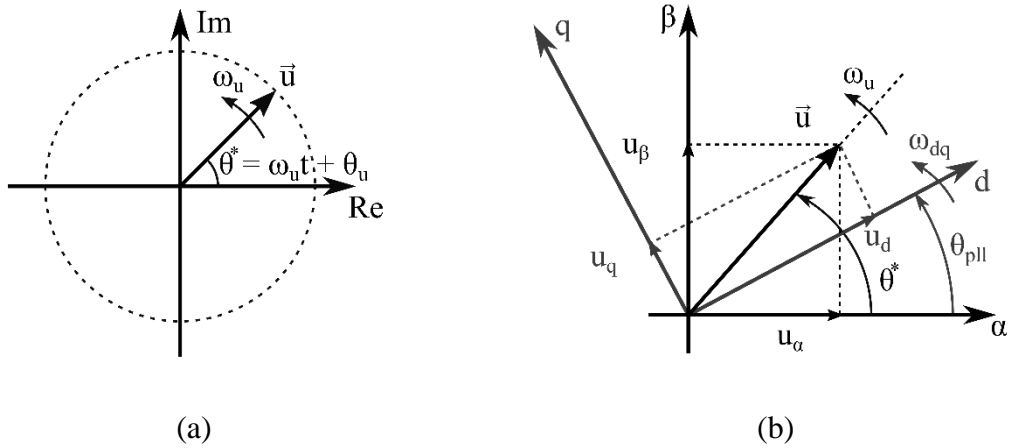


Figura 35: Representação do vetor espacial \vec{u} em: (a) coordenadas complexas; (b) coordenadas $\alpha\beta$ e dq .

Conforme apresentado na Figura 35 (b), a partir da representação em coordenadas $\alpha\beta$, o vetor espacial referenciado ao sistema de coordenadas ortogonais síncronas dq é definido por

$$\vec{u}_{dq}(t) = u_d(t) + ju_q(t) = \vec{u}(t)e^{-j\theta_{pll}(t)} = (u_\alpha(t) + ju_\beta(t))e^{-j\theta_{pll}(t)}, \quad (169)$$

em que $u_d(t)$ e $u_q(t)$ são as componentes de $\vec{u}_{dq}(t)$ nas coordenadas d e q , respectivamente. Enquanto, $\theta_{pll}(t)$ é o ângulo de fase do sistema de coordenadas dq ($\theta_{pll}(t) = \omega_{dq}t$) sincronizado com a frequência angular dos eixos d e q (ω_{dq}).

Quando o sistema de coordenadas dq está sincronizado com o vetor espacial $\vec{u}(t)$, isto é, $\omega_{dq} = \omega_u$, as componentes de $\vec{u}_{dq}(t)$ nas coordenadas d e q se tornam iguais a

$$u_d(t) + ju_q(t) = (\hat{U}e^{j\theta_u})e^{j\omega_u t}e^{-j\omega_u t} = \hat{U}e^{j\theta_u} = U_d + jU_q, \quad (170)$$

sendo U_d e U_q sinais contínuos no tempo.

A partir da identidade $e^{ja} = \cos(a) + j \sin(a)$ e isolando os termos reais e imaginários em (170), a transformada de $\alpha\beta$ para $dq0$, ou transformada de Park, é definida como

$$\begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{pll}(t) & \sin \theta_{pll}(t) \\ -\sin \theta_{pll}(t) & \cos \theta_{pll}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha(t) \\ u_\beta(t) \end{bmatrix}. \quad (171)$$

E substituindo (168) em (170), a transformada $dq0$ no domínio do tempo é denominada como

$$\begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{abc \rightarrow dq}(t) \begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} \quad (172)$$

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq}(t) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{pll}(t)) & -\sin(\theta_{pll}(t)) \\ \cos(\theta_{pll}(t) - 2\pi/3) & -\sin(\theta_{pll}(t) - 2\pi/3) \\ \cos(\theta_{pll}(t) + 2\pi/3) & -\sin(\theta_{pll}(t) + 2\pi/3) \end{bmatrix}^t. \quad (173)$$

Quando o sistema de coordenadas dq está sincronizado com o vetor espacial, $\omega_{dq} = \omega_u$, a transformada $abc-dq$ é reescrita como

$$\mathbf{T}_{abc \rightarrow dq}(t) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_u t) & -\sin(\omega_u t) \\ \cos(\omega_u t - 2\pi/3) & -\sin(\omega_u t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega_u t + 2\pi/3) & -\sin(\omega_u t + 2\pi/3) \end{bmatrix}^t. \quad (174)$$

Enquanto a transformada inversa é

$$\mathbf{T}_{dq \rightarrow abc}(t) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_u t) & -\sin(\omega_u t) \\ \cos(\omega_u t - 2\pi/3) & -\sin(\omega_u t - 2\pi/3) \\ \cos(\omega_u t + 2\pi/3) & -\sin(\omega_u t + 2\pi/3) \end{bmatrix}. \quad (175)$$

Apêndice B Modulação Seno-triângulo

Nesta seção é detalhada a representação matemática do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado. Inicialmente, define-se as expressões no domínio do tempo das funções dos trem de pulsos gerados por modulação por dente de serra, por dente de serra invertida e por onda tringular. E, a partir dessas expressões, a formulação matemática do trem pulsos gerado por PWM seno-triângulo é derivada.

B.1 Modulação por dente de serra

A Figura 36 (a) e (b) apresentam graficamente o processo de modulação de um dado sinal pela portadora dente de serra (*trailing-edge modulation*) e pela dente de serra inversa (*leading-edge modulation*), respectivamente.

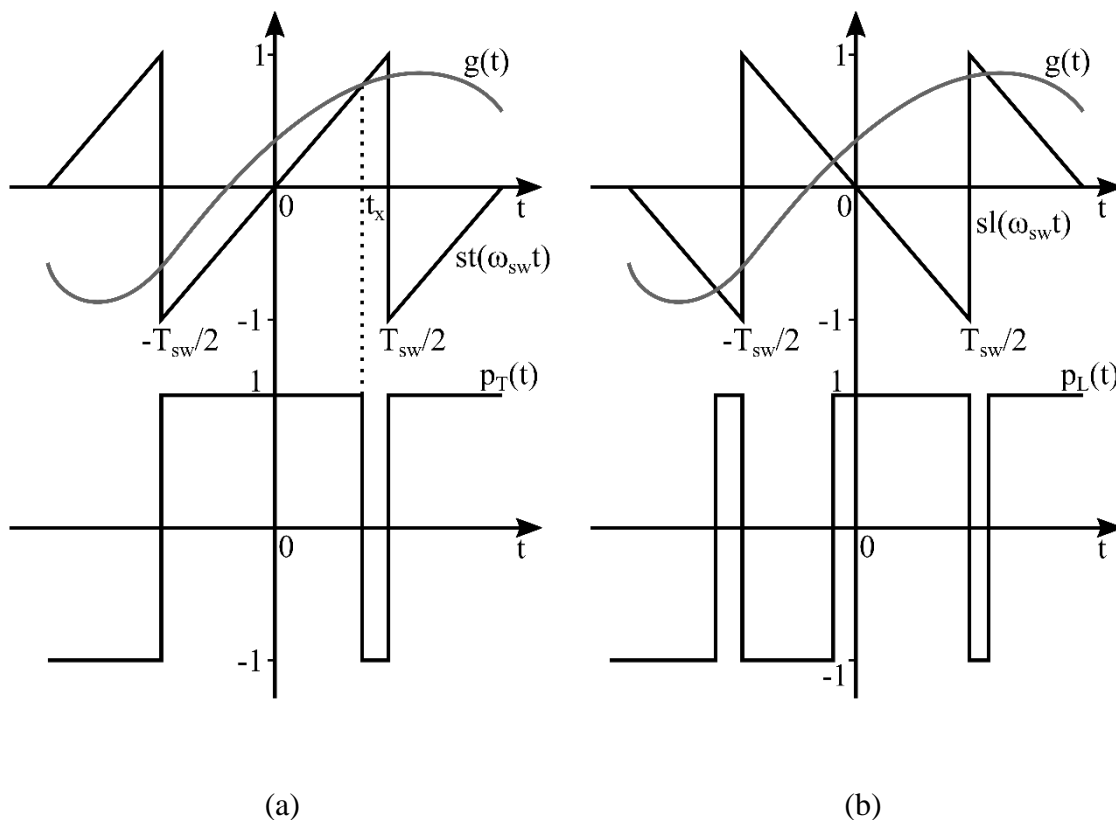


Figura 36: (a) Modulação por dente de serra. (b) Modulação por dente de serra invertida.

Sendo $g(t)$ um sinal qualquer no domínio do tempo e $st(\omega_{sw}t)$ e $sl(\omega_{sw}t)$ ondas dente de serra (*trailing sawtooth*) e dente de serra inversa (*leading sawtooth*), também

no domínio do tempo, os trens de pulsos resultantes da modulação do sinal, $p_T(t)$ e $p_L(t)$, possuem amplitude 1 quando o valor instantâneo de $g(t)$ é superior ao de $st(\omega_{sw}t)$ e $sl(\omega_{sw}t)$ e -1 quando o contrário ocorre, como visto na Figura 36.

De acordo com Mouton e Putzeys em [60], o trem de pulsos resultante da modulação por dente de serra (*trailing-edge modulation*) $p_T(t)$ pode ser expressado por

$$p_T(t) = g(t) - st(\omega_{sw}t) + st(\omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi), \quad (176)$$

em que $\omega_{sw} = 2\pi/T_{sw}$ e T_{sw} é o período da função $st(\omega_{sw}t)$ referente à onda dente de serra. Além disso, expandindo-se $st(\omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi)$ por série de Fourier complexa, (176) é reescrita como

$$p_T(t) = g(t) - st(\omega_{sw}t) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} (i/m\pi) e^{im(\omega_{sw}t - \pi g(t))}. \quad (177)$$

Com o intuito de compreender a expressão apresentada em (176), considere a definição da função $st(\theta)$ no intervalo $-\pi \leq \theta < 3\pi$, tal que

$$st(\theta) = \begin{cases} \theta/\pi & -\pi \leq \theta < \pi \\ (\theta/\pi) - 2 & \pi \leq \theta < 3\pi \end{cases}. \quad (178)$$

Sendo t_x o instante de tempo em que o sinal $g(t)$ intercepta $st(\omega_{sw}t)$ como mostrado na Figura 36 (a), isto é, $g(t_x) = st(\omega_{sw}t_x)$, e sendo $-T_{sw}/2 \leq t_x \leq T_{sw}/2$, é possível afirmar que o argumento da função $st(\omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi)$ em $t = t_x$ é

$$\omega_{sw}t_x - \pi g(t_x) + \pi = \pi. \quad (179)$$

Substituindo (178) em (176), tem-se que a função $p_T(t)$ no intervalo $-T_{sw}/2 \leq t < t_x$ é

$$p_T(t) = g(t) - \left(\omega_{sw}t/\pi \right) + (1/\pi)[\omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi] = 1, \quad (180)$$

enquanto que em $t_x \leq t < T_{sw}/2$

$$p_T(t) = g(t) - \left(\omega_{sw}t/\pi \right) + (1/\pi)[\omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi] - 2 = -1. \quad (181)$$

Averiguando, assim, a validade de (176).

Já a expressão apresentada em (177) é demonstrada pela expansão de $st(\theta)$ em (178) por série de Fourier complexa, ou seja,

$$st(\theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{jm\theta} , \quad (182)$$

sendo o coeficiente complexo definido por

$$C_m = (1/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} (\theta/\pi) e^{-jm\theta} d\theta . \quad (183)$$

Aplicando o conceito de integral por partes em (183) e pela identidade $e^{ja} + e^{-ja} = 2 \cos(a)$, tem-se que

$$C_m = \left(j/m\pi \right) \cos(m\pi) = \left(j/m\pi \right) (-1)^m = \left(j/m\pi \right) e^{im\pi} , \quad (184)$$

para $n \neq 0$.

Substituindo (184) em (182), a representação de $st(\theta)$ pela série de Fourier complexa é definida por

$$st(\theta) = \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \left(j/m\pi \right) e^{jm(\theta+\pi)} . \quad (185)$$

Por fim, fazendo $\theta = \omega_{sw}t - \pi g(t) + \pi$ e substituindo (185) em (176), chega-se à expressão (177).

Analogamente à modulação por dente de serra (*trailing-edge modulation*), o trem de pulsos resultante da modulação por dente de serra invertida (*leading-edge modulation*) $p_L(t)$ é definido por

$$p_L(t) = g(t) - sl(\omega_{sw}t) + sl(\omega_{sw}t + \pi g(t) + \pi) , \quad (186)$$

sendo a função dente de serra invertida (*leading sawtooth*) igual a

$$sl(\theta) = -st(\theta) , \quad (187)$$

$p_L(t)$ em (186) pode ser reescrita como

$$p_L(t) = g(t) + st(\omega_{sw}t) + \sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{j}{m\pi} \right) e^{-jm(\omega_{sw}t + \pi g(t))}. \quad (188)$$

B.2 Modulação por onda triangular no domínio do tempo

Na modulação por onda triangular, assim como por dente de serra, o trem de pulsos gerado assume o valor 1 quando o valor instantâneo do sinal é superior ao da onda portadora, e -1 quando inferior. A Figura 37 (a) apresenta graficamente o processo de modulação por onda triangular do sinal $f(t)$ e o trem de pulsos, $p_D(t)$, resultante.

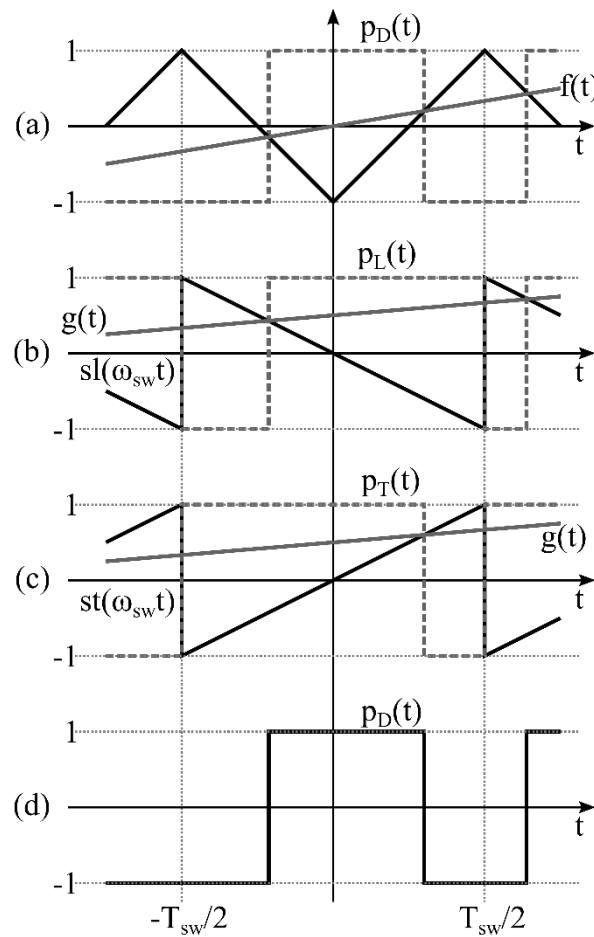


Figura 37: (a) Modulação de $f(t)$ por onda triangular. (b) Modulação de $g(t)$ por dente de serra invertida. (c) Modulação de $g(t)$ por dente de serra. (d) Trem de pulsos $p_D(t)$ a partir de $p_L(t)$ e $p_T(t)$.

Mouton *et al.* afirmam em [54] que o trem de pulsos resultante da modulação do sinal $f(t)$ por uma onda triangular de período T_{sw} pode ser definido como

$$p_D(t) = p_T(t) + p_L(t) - 1, \quad (189)$$

em que $p_T(t)$ e $p_L(t)$ são, respectivamente, as funções trem de pulsos originadas da modulação do sinal $g(t)$ por onda dente de serra e dente de serra invertida, quando

$$g(t) = (1/2)[1 + f(t)] \quad (190)$$

e o período das portadoras dente de serra e dente de serra invertida são equivalentes ao da onda triangular.

Essa afirmação pode ser averiguada graficamente na Figura 37, na qual o trem de pulsos $p_D(t)$, na Figura 37 (d), gerado a partir das modulações por dente de serra, mostradas na Figura 37 (a) e (b), é equivalente ao caso gerado por modulação por onda triangular apresentado na Figura 37 (a).

Assim, substituindo as expressões $p_T(t)$ definida em (177) e $p_L(t)$ em (188) em (189), a expressão de $p_D(t)$ se torna

$$p_D(t) = 2g(t) - 1 + \sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{j}{m\pi} \right) \left[e^{jm(\omega_{sw}t - \pi g(t))} + e^{-jm(\omega_{sw}t + \pi g(t))} \right]. \quad (191)$$

Fazendo $m = -m$ em (191), isto é, sendo

$$\sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{j}{m\pi} \right) e^{-jm(\omega_{sw}t + \pi g(t))} = \sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{-j}{m\pi} \right) e^{jm(\omega_{sw}t + \pi g(t))}, \quad (192)$$

(191) pode ser reescrita como

$$p_D(t) = 2g(t) - 1 + \sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{j}{m\pi} \right) \left[e^{jm(\omega_{sw}t - \pi g(t))} - e^{jm(\omega_{sw}t + \pi g(t))} \right]. \quad (193)$$

Substituindo (190) em (193) e definindo $\gamma = 1/\rho = m\pi/2$, o trem de pulsos resultante da modulação do sinal $f(t)$ por onda triangular no domínio do tempo é definido por

$$p_D(t) = f(t) + \sum_{m \neq 0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{2j\rho} \right) e^{jm\omega_{sw}t} \left[e^{j\gamma} e^{j\gamma f(t)} - e^{-j\gamma} e^{-j\gamma f(t)} \right]. \quad (194)$$

Dada a identidade $\sin a = (e^{ja} - e^{-ja})/2i$ e retomando os valores de ρ e γ , a expressão (194) é reescrita como

$$p_D(t) = f(t) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \left(\frac{2}{m\pi} \right) e^{jm\omega_{sw}t} \sin\left(\frac{m\pi}{2}(1 + f(t))\right). \quad (195)$$

A partir da expressão (195) no domínio do tempo, a modulação por onda triangular pode ser representada pelo diagrama de blocos mostrado na Figura 38. É notório pelo diagrama que $p_D(t)$ é composto pela soma do sinal de referência $f(t)$ e de componentes harmônicas representadas pelo somatório em função de m . Além disso, nota-se que as componentes harmônicas são na verdade resultado da não linearidade $\sin((1 + f(t))m\pi/2)$, e que a multiplicação desse termo por $e^{jm\omega_{sw}t}$ no domínio do tempo faz com que as frequências dessas componentes harmônicas estejam em torno de múltiplos da frequência da onda triangular ω_{sw} .

Assim, quanto maior a frequência da onda portadora em relação a frequência do sinal amostrado, mais distantes as componentes harmônicas estarão do sinal amostrado no espectro harmônico de $p_D(t)$. O que facilita o emprego de filtros no trem de pulsos de forma a reduzir o conteúdo harmônico e se restituir o sinal de referência.

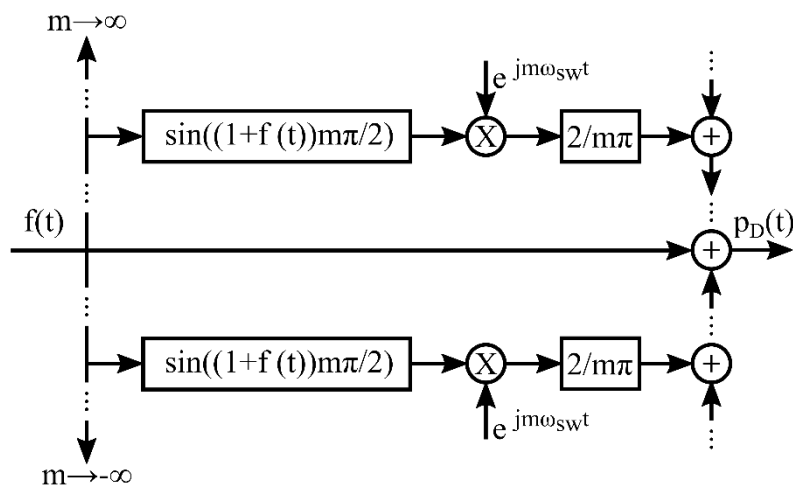


Figura 38: Diagrama de blocos da modulação por onda triangular.

B.3 Modulação por onda triangular no domínio da frequência

Uma vez definida a expressão do trem de pulsos resultante da modulação por onda triangular no domínio do tempo, a expressão no domínio da frequência é facilmente encontrada pela transformada de Fourier de (194).

Logo, o trem de pulsos resultante da modulação por onda triangular no domínio da frequência é definido por

$$S(\omega) = F(\omega) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\rho}{2j}\right) [e^{j\gamma} e^{j\gamma f(t)} - e^{-j\gamma} e^{-j\gamma f(t)}] e^{-j(\omega - m\omega_{sw})t} dt, \quad (196)$$

no qual $F(\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal $f(t)$.

Sendo $f(t)$ um sinal periódico no tempo cujo o período é T_1 , $e^{j\gamma f(t)}$ pode ser definido pela série de Fourier complexa como

$$e^{j\gamma f(t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} e^{jn\omega_1 t}, \quad (197)$$

em que $\omega_1 = 2\pi/T_1$ e C_{mn} é o coeficiente complexo da série determinado por

$$C_{mn} = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\gamma f(t)} e^{-jn\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (198)$$

Analogamente, o conjugado de $e^{j\gamma f(t)}$ é definido por

$$e^{-j\gamma f(t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_{mn} e^{-jn\omega_1 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{C}_{m(-n)} e^{jn\omega_1 t}, \quad (199)$$

em que \bar{C}_{mn} o conjugado de C_{mn} .

A partir de (197) e (199), a expressão $S(\omega)$ no domínio da frequência apresentada em (196) é reescrita como

$$S(\omega) = F(\omega) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\rho}{2j}\right) [e^{j\gamma} C_{mn} - e^{-j\gamma} \bar{C}_{m(-n)}] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1)t} dt. \quad (200)$$

Por fim, aplicando a definição da função impulso [58] em (200), isto é,

$$\delta(\omega) = \left(\frac{1}{2\pi}\right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dt, \quad (201)$$

a expressão no domínio da frequência do trem de pulsos gerado pela modulação do sinal $f(t)$ por onda triangular é

$$S(\omega) = F(\omega) + \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -i\pi\rho [e^{j\gamma} C_{mn} - e^{-j\gamma} \bar{C}_{m(-n)}] \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1) \quad (202)$$

B.4 PWM seno-triângulo no domínio da frequência

O PWM seno-triângulo é uma particularização da modulação por onda triangular na qual $f(t)$ é um sinal senoidal. Assim, sendo

$$f(t) = \hat{F}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{f_1}), \quad (203)$$

em que \hat{F}_1 , ω_1 e θ_{f_1} são, respectivamente, a amplitude, a frequência angular fundamental e o ângulo de fase inicial do sinal $f(t)$, o coeficiente complexo definido em (198) é

$$C_{mn} = (1/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\gamma \hat{F}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{f_1})} e^{-jn\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (204)$$

Pela expansão de Jacobi-Anger [59], o termo $e^{j\gamma \hat{F}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{f_1})}$ em (204) pode ser reescrito como

$$e^{j\gamma \hat{F}_1 \cos(\omega_1 t + \theta_{f_1})} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} j^k J_k(\gamma \hat{F}_1) e^{jk(\omega_1 t + \theta_{f_1})}, \quad (205)$$

sendo $J_k(\gamma \hat{F}_1)$ a função de Bessel de primeira espécie e de ordem k do argumento $\gamma \hat{F}_1$. Substituindo (205) em (204) tem-se que

$$C_{mn} = (1/2\pi) \sum_{k=-\infty}^{\infty} j^k J_k(\gamma \hat{F}_1) e^{ik\theta_{f_1}} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j(n-k)\omega_1 t} d\omega_1 t. \quad (206)$$

Como a integral em (206) é não nula apenas para o caso $k = n$, o coeficiente complexo C_{mn} para $f(t)$ senoidal é definido como

$$C_{mn} = j^n J_n(\gamma \hat{F}_1) e^{jn\theta_{f_1}}. \quad (207)$$

Calculando-se o conjugado de C_{mn} e fazendo $n = -n$ em (207), o coeficiente $\bar{C}_{m(-n)}$ é expresso por

$$\bar{C}_{m(-n)} = (-j)^{-n} J_{-n}(\gamma \hat{F}_1) e^{jn\theta_{f_1}}. \quad (208)$$

Assim, substituindo (207) e (208) em (202), a expressão no domínio da frequência do trem de pulsos gerado por modulação seno-triângulo é

$$S(\omega) = F(\omega) + \sum_{m \neq 0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -j\pi\rho [e^{j\gamma} j^n J_n(\gamma\hat{F}_1) - e^{-j\gamma} (-j)^{-n} J_{-n}(\gamma\hat{F}_1)] e^{jn\theta_{f_1}} \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1) \quad (209)$$

Sabendo-se que

$$J_{-n}(\gamma\hat{F}_1) = (-1)^n J_n(\gamma\hat{F}_1) = (-1)^{-n} J_n(\gamma\hat{F}_1) \quad (210)$$

e sendo

$$j^n = (\cos \pi/2 + j \sin \pi/2)^n = e^{jn\pi/2}, \quad (211)$$

o trem de pulsos gerado por PWM seno-triângulo no domínio da frequência é expresso por

$$S(\omega) = F(\omega) + 2\pi \sum_{m \neq 0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho J_n(\gamma\hat{F}_1) \sin(\gamma + n\pi/2) e^{jn\theta_{f_1}} \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1) \quad (212)$$

B.5 Implementação digital do PWM seno-triângulo

Um dos desafios da implementação digital do PWM seno-triângulo é a complexidade em se definir a interseção entre o sinal de referência senoidal e a onda portadora triangular [42]. Para superar isso, a solução mais comum é amostrar o sinal de referência senoidal a cada período ou meio período da onda portadora utilizando-se a função *sample-and-hold* S/H [60].

Quando o sinal de referência é amostrado a cada período da onda portadora o PWM seno-triângulo é dito simetricamente amostrado, quando o sinal é amostrado em meio período denomina-se assimetricamente amostrado [42].

Assim, a partir do diagrama de blocos do processo de modulação por onda triangular definido na seção B.3, tanto o PWM seno-triângulo simetricamente amostrado quanto o assimetricamente amostrado podem ser representados pelo diagrama de blocos da Figura 39. Nesse diagrama o processo de modulação é representado pelo ramo do somatório em função de m , e a amostragem do sinal de referência pelo bloco S/H.

De acordo com Mouton *et al.* em [54], o processo de amostrar o sinal de referência é equivalente à amostrar cada ramo do somatório em m após os sinais resultantes do termo não-linear. Assim, uma vez que o processo de S/H é representado pela

multiplicação do sinal por um trem de impulsos seguido da função *zero-order-hold* (ZOH), o diagrama de blocos da Figura 39, representando a geração do trem de pulsos do PWM seno-triângulo com referência amostrada, substituído pelo diagrama da Figura 40.

Ainda de acordo com Mouton *et al.* em [54], o trem de pulsos resultante do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado é definido no domínio da frequência por

$$S(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\rho(\omega)}{2j} \right) [e^{j\gamma(\omega)} e^{j\gamma(\omega)f(t)} - e^{-j\gamma(\omega)} e^{-j\gamma(\omega)f(t)}] e^{-j(\omega - m\omega_{sw})t} dt, \quad (213)$$

sendo $\gamma(\omega) = 1/\rho(\omega) = \omega\pi/2\omega_{sw}$.

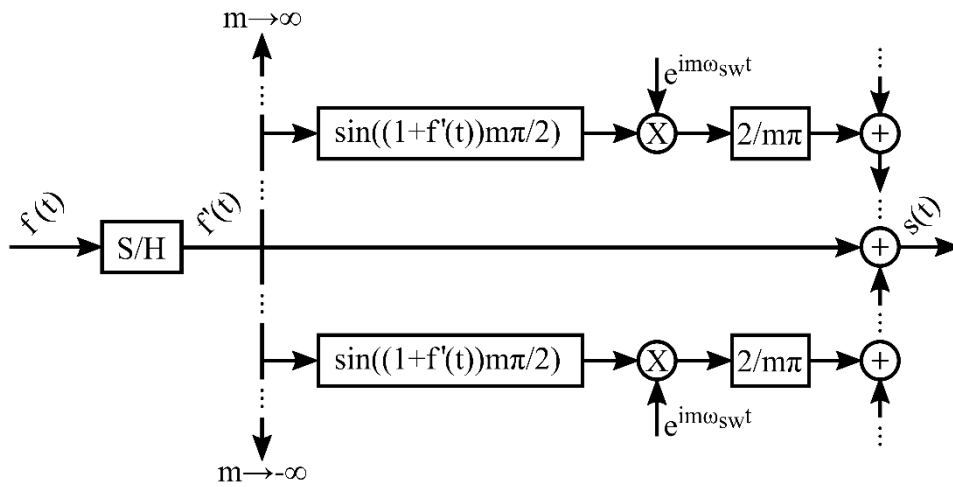


Figura 39: Diagrama de blocos do PWM seno-triângulo simetricamente e assimetricamente amostrado.

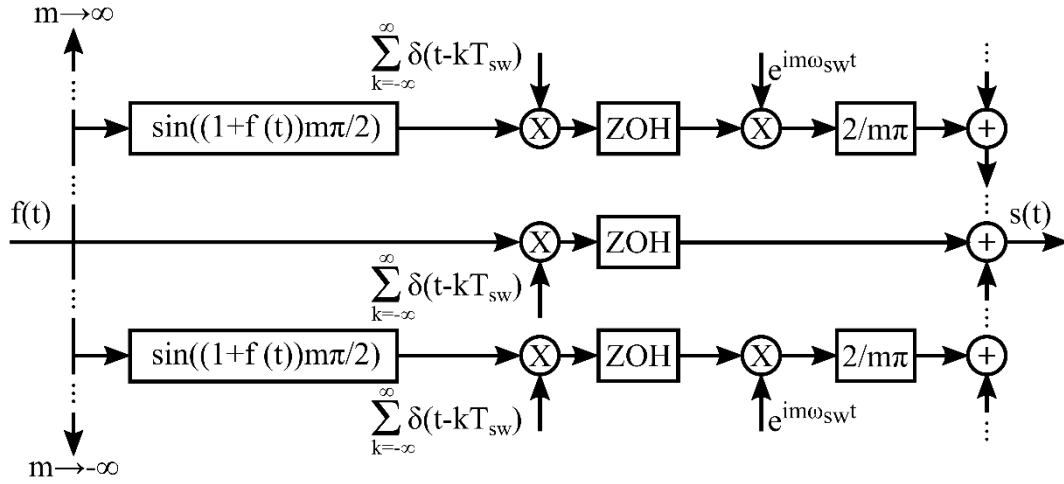


Figura 40: Diagrama de blocos detalhado do PWM seno-triângulo com referência amostrada.

A expressão em (213) é similar a definida em (196), com excessão dos valores dos coeficientes $\gamma(\omega)$ e $\rho(\omega)$. Logo, assim como para (196), sendo $f(t)$ um sinal periódico no tempo cuja a frequência fundamental é ω_1 , $S(\omega)$ pode ser reescrita como

$$S(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -j\pi\rho(\omega) [e^{j\gamma(\omega)} C_{mn}(\omega) - e^{-j\gamma(\omega)} \bar{C}_{m(-n)}(\omega)] \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1) , \quad (214)$$

em que $C_{mn}(\omega)$ é dado por

$$C_{mn}(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\pi}^{\pi} e^{j\gamma(\omega)f(t)} e^{-jn\omega_1 t} d\omega_1 t . \quad (215)$$

E, finalmente, pela propriedade da função impulso tal que

$$r(x)\delta(x - y) = r(y)\delta(x - y) , \quad (216)$$

a expressão do trem de pulsos no domínio da frequência em (214) é dada por

$$S(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} -j\pi\rho(m\omega_{sw} + n\omega_1) [e^{j\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)} C_{mn}(m\omega_{sw} + n\omega_1) - e^{-j\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)} \bar{C}_{m(-n)}(m\omega_{sw} + n\omega_1)] \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1). \quad (217)$$

Considerando o sinal de referência $f(t)$ senoidal como em (203) e a partir do mesmo desenvolvimento feito na seção B.4, a expressão do trem de pulsos resultante do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado é

$$S(\omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho(m\omega_{sw} + n\omega_1) J_n(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1)\hat{F}_1) \sin(\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1) + n\pi/2) e^{jn\theta_{f_1}} \delta(\omega - m\omega_{sw} - n\omega_1), \quad (218)$$

em que $\gamma(m\omega_{sw} + n\omega_1) = \rho(m\omega_{sw} + n\omega_1)^{-1} = (m + n\omega_1/\omega_{sw})\pi/2$.

Pela comparação das expressões (212) e (218) é possível perceber que, ao amostrar o sinal de referência, componentes harmônicas de frequências múltiplas da fundamental do sinal de referência (ω_1) surgem no espectro de $S(\omega)$. Dessa forma, é esperado que, além dos harmônicos em torno da frequência da onda portadora devido ao processo de modulação, o trem de pulsos resultante do PWM seno-triângulo simetricamente amostrado possua harmônicos de baixa ordem.

Apêndice C Espectro Harmônico

Nesse apêndice são apresentadas as transformadas de Fourier de sinais senoidais e cossenoidais, bem como a nomenclatura adotada para a definição dos espectros harmônicos desses sinais. Por fim, a partir da propriedade de modulação da transformada de Fourier, a transformada *abc-dq* de sinais no domínio da frequência é definida.

Assim, sendo $u(t)$ um sinal cossenoidal de amplitude \widehat{U} , frequência angular ω_u e ângulo de fase inicial θ_u , tal que

$$u(t) = \widehat{U} \cos(\omega_u t + \theta_u). \quad (219)$$

A transformada de Fourier de $u(t)$ [58] é definida por

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (220)$$

Substituindo (219) em (220) e aplicando a fórmula de Euler para o cosseno, $U(\omega)$ pode ser reescrita por

$$U(\omega) = \left(\widehat{U} e^{j\theta_u} / 2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \omega_u)t} dt + \left(\widehat{U} e^{-j\theta_u} / 2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + \omega_u)t} dt. \quad (221)$$

Por fim, pela definição da função impulso unitário tal que

$$2\pi\delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dt, \quad (222)$$

o espectro harmônico do sinal u é definido por

$$U(\omega) = \pi\widehat{U} e^{j\theta_u} \delta(\omega - \omega_u) + \pi\widehat{U} e^{-j\theta_u} \delta(\omega + \omega_u), \quad (223)$$

em que $\delta(\omega - \omega_u)$ representa um impulso na frequência ω_u dos espectros de módulo e fase de $U(\omega)$, enquanto $\delta(\omega + \omega_u)$ é um impulso na frequência $-\omega_u$. A Figura 41 apresenta o espectro harmônico do módulo e fase de $U(\omega)$.

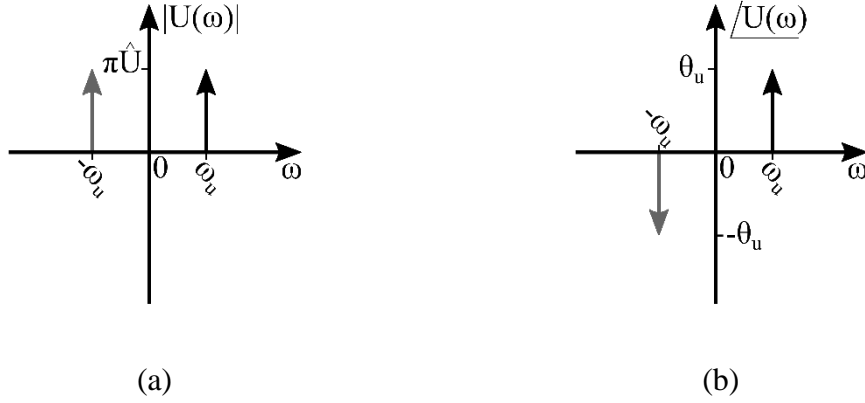


Figura 41: Espectro harmônico: (a) módulo de $U(\omega)$, (b) fase de $U(\omega)$.

As componentes representadas pelo impulso na frequência $-\omega_u$, isto é, $\delta(\omega + \omega_u)$, são comumente referidas como imagem. Assim, por simplicidade, os espectros harmônicos dos sinais considerados nesse trabalho são representados por

$$U(\omega) = \dot{U}\delta(\omega - \omega_u) + \dot{U}_i\delta(\omega + \omega_u), \quad (224)$$

em que \dot{U} e \dot{U}_i são os fasores definidos por

$$\begin{cases} \dot{U} = \pi\hat{U}e^{j\theta_u} \\ \dot{U}_i = \pi\hat{U}e^{-j\theta_u}. \end{cases} \quad (225)$$

Analogamente, sendo $x(t)$ um sinal senoidal de amplitude \hat{X} , frequência angular ω_x e ângulo de fase inicial θ_x , tal que

$$x(t) = \hat{X} \sin(\omega_x t + \theta_x), \quad (226)$$

a partir da fórmula de Euler para o seno, a transformada de Fourier de $x(t)$ é definida por

$$X(\omega) = \left(\frac{\hat{X}e^{j\theta_x}}{j2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \omega_x)t} dt - \left(\frac{\hat{X}e^{-j\theta_x}}{j2} \right) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + \omega_x)t} dt, \quad (227)$$

e o espectro harmônico de $X(\omega)$ é expresso por

$$X(\omega) = -j\dot{X}\delta(\omega - \omega_x) + j\dot{X}_i\delta(\omega + \omega_x), \quad (228)$$

sendo \dot{X} e \dot{X}_i são os fasores definidos por

$$\begin{cases} \dot{X} = \pi \hat{X} e^{j\theta_x} \\ \dot{X}_i = \pi \hat{X} e^{-j\theta_x} \end{cases} \quad (229)$$

Considerando um sinal y trifásico balanceado expresso no domínio do tempo por

$$\begin{bmatrix} y_a(t) \\ y_b(t) \\ y_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y} \cos(\omega_y t + \theta_y) \\ \hat{Y} \cos(\omega_y t + \theta_y - 2\pi/3) \\ \hat{Y} \cos(\omega_y t + \theta_y + 2\pi/3) \end{bmatrix}, \quad (230)$$

em que \hat{Y} , ω_y e θ_y são, respectivamente, a amplitude, a frequência angular e o ângulo de fase inicial do sinal trifásico. O espectro harmônico do sinal y é

$$\begin{bmatrix} Y_a(\omega) \\ Y_b(\omega) \\ Y_c(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Y} \delta(\omega - \omega_y) + \dot{Y}_i \delta(\omega + \omega_y) \\ e^{-j2\pi/3} \dot{Y} \delta(\omega - \omega_y) + e^{j2\pi/3} \dot{Y}_i \delta(\omega + \omega_y) \\ e^{j2\pi/3} \dot{Y} \delta(\omega - \omega_y) + e^{-j2\pi/3} \dot{Y}_i \delta(\omega + \omega_y) \end{bmatrix}, \quad (231)$$

sendo $\dot{Y} = \pi \hat{Y} e^{j\theta_y}$ e $\dot{Y}_i = \pi \hat{Y} e^{-j\theta_y}$.

Seja y' também um sinal trifásico balanceado definido por

$$\begin{bmatrix} Y'_a(\omega) \\ Y'_b(\omega) \\ Y'_c(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z(\omega) Y_a(\omega) \\ Z(\omega) Y_b(\omega) \\ Z(\omega) Y_c(\omega) \end{bmatrix} \quad (232)$$

e dado um sistema de coordenadas dq cujo ângulo de fase é $\omega_u t$, as componentes do y' nas coordenadas dq no domínio do tempo são expressas por

$$\begin{bmatrix} y'_a(t) \\ y'_q(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_u t) & \cos(\omega_u t - 2\pi/3) & \cos(\omega_u t + 2\pi/3) \\ -\sin(\omega_u t) & -\sin(\omega_u t - 2\pi/3) & -\sin(\omega_u t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_a(t) \\ y'_b(t) \\ y'_c(t) \end{bmatrix}, \quad (233)$$

em que $y'_a(t)$, $y'_b(t)$ e $y'_c(t)$ são as fases do sinal y' no domínio do tempo.

De acordo com a propriedade da modulação da transformada de Fourier [58], dado um sinal $g(t)$ tal que

$$g(t) = \cos(\omega_o t + \theta) f(t), \quad (234)$$

sendo $f(t)$ um sinal arbitrário no domínio do tempo, a transformada de Fourier de $g(t)$ é dada por

$$G(\omega) = \left(e^{i\theta} F(\omega - \omega_o) + e^{-i\theta} F(\omega + \omega_o) \right) / 2, \quad (235)$$

em que $F(\omega)$ é a transformada de Fourier do sinal $f(t)$.

Analogamente, também pela propriedade da modulação da transformada de Fourier, sendo $h(t)$ igual a

$$h(t) = -\sin(\omega_o t + \theta) f(t), \quad (236)$$

a transformada de Fourier de $h(t)$ é

$$H(\omega) = \left(e^{i\theta} F(\omega - \omega_o) - e^{-i\theta} F(\omega + \omega_o) \right) / j2. \quad (237)$$

Assim, a partir da propriedade de modulação da transformada de Fourier, os espectros harmônicos das componentes $y'_d(t)$ e $y'_q(t)$ são

$$Y'_d(\omega) = \left(\frac{1}{2} \right) [Y'_a(\omega - \omega_u) + Y'_a(\omega + \omega_u) + e^{-j2\pi/3} Y'_b(\omega - \omega_u) + e^{j2\pi/3} Y'_b(\omega + \omega_u) + e^{j2\pi/3} Y'_c(\omega - \omega_u) + e^{-j2\pi/3} Y'_c(\omega + \omega_u)] \quad (238)$$

$$Y'_q(\omega) = \left(\frac{1}{j2} \right) [Y'_a(\omega - \omega_u) - Y'_a(\omega + \omega_u) + e^{-j2\pi/3} Y'_b(\omega - \omega_u) - e^{j2\pi/3} Y'_b(\omega + \omega_u) + e^{j2\pi/3} Y'_c(\omega - \omega_u) - e^{-j2\pi/3} Y'_c(\omega + \omega_u)]. \quad (239)$$

Substituindo (231) e (232) em (238) e (239), os espectros harmônicos $Y'_d(\omega)$ e $Y'_q(\omega)$ são definidos por

$$Y'_d(\omega) = Z(\omega + \omega_u) \dot{Y}_i \delta(\omega - (\omega_y - \omega_u)) + Z(\omega - \omega_u) \dot{Y}_i \delta(\omega + (\omega_y - \omega_u)) \quad (240)$$

$$Y'_q(\omega) = -jZ(\omega + \omega_u)\dot{Y}\delta(\omega - (\omega_y - \omega_u)) + jZ(\omega - \omega_u)\dot{Y}_i\delta(\omega + (\omega_y - \omega_u)). \quad (241)$$