



PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO EM ONDAS DE EMBARCAÇÃO RÁPIDA:
LIMITES DA LINEARIDADE

Yuri Bastos Rocha de Souza

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles
Esperança

Rio de Janeiro

Dezembro de 2020

PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO EM ONDAS DE EMBARCAÇÃO RÁPIDA:
LIMITES DA LINEARIDADE

Yuri Bastos Rocha de Souza

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Aprovada por: Prof. Paulo de Tarso Themistocles Esperança.

Prof. Claudio Alexis Rodríguez Castillo.

Dr. Mauro Costa de Oliveira.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
DEZEMBRO DE 2020

Souza, Yuri Bastos Rocha de

Predição do Comportamento em Ondas de Embarcação Rápida: Limites da Linearidade / Yuri Bastos Rocha de Souza.
– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020.

XIII, 96 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2020.

Referências bibliográficas: p. 79-80.

1. Comportamento em ondas 2. Embarcações de planeio
3. Teoria das faixas. I. Esperança, Paulo de Tarso Themistocles. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título

*Que este trabalho seja mais uma prova de
minha perseverança e eterna obstinação.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço por todo o apoio incondicional em minha caminhada aos meus pais, Jozivaldo e Cristina, à minha irmã Ludmylla e minha esposa, Lívia. Agradeço-os por estarem comigo, me resgatarem dos momentos mais difíceis e sombrios e me impulsionarem para a conclusão de mais esta etapa em minha vida.

Agradeço em especial ao LabOceano – Laboratório de Tecnologia Oceânica pela disposição de sua estrutura para desenvolvimento dessa dissertação e agradeço enormemente ao meu professor e orientador Paulo de Tarso por toda a sua disponibilidade, dedicação, didática e em especial sua paciência para comigo.

Agradeço a todos os meus amigos que de alguma maneira fizeram parte dessa conquista, mas em especial aos amigos Hugo Kelly, Lucas Mesiano e Rafael Fernandes pois foram parceiros fundamentais em momentos de estudo, seriedade e descontração.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO EM ONDAS DE EMBARCAÇÃO RÁPIDA:
LIMITES DA LINEARIDADE

Yuri Bastos Rocha de Souza

Dezembro/2020

Orientador: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Programa: Engenharia Oceânica

Essa dissertação apresenta o desenvolvimento do estudo numérico do comportamento de um monocasco em ondas regulares de proa utilizando a teoria das faixas.

Com base em dados experimentais para um monocasco prismático, esta dissertação se propôs a analisar para quais condições de velocidade a teoria linear das faixas gera previsões de respostas dos movimentos corretas. Para isso, comparou-se os RAO's de *heave* e *pitch* gerados por duas diferentes ferramentais computacionais com RAO's experimentais para esta embarcação para mesmas condições inerciais, de mar e três condições de velocidades identificadas como: deslocamento, semi-planeio e planeio.

Desta primeira análise, avançou-se para a proposição de atualização do calado e parte submersa do casco para cada condição de velocidade afim de estabelecer resultados mais aderidos aos resultados experimentais. Busca-se assim analisar a influência positiva ou negativa desta atualização sobre o RAO de *heave* e *pitch*.

Por fim, concluiu-se que o método computacional previu com certa acurácia as respostas dos movimentos para condição de velocidade relativamente alta. Entretanto, esta se deu sob a condição de não atualização da porção submersa. Este comportamento se repetiu para todas as condições de velocidade, levando a crer que a proposição de atualização da porção submersa necessita de maiores investigações para trazer resultados adequados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

PREDICTION OF A FAST HULL BEHAVIOR ON WAVES: DEFINITION OF THE
LINEAR APPROACH LIMIT

Yuri Bastos Rocha de Souza

December/2020

Advisor: Paulo de Tarso Themistocles Esperança

Department: Ocean Engineering

This academic work will show the results of computational study using the traditional strip theory of a monohull facing regular head waves.

With the experimental seakeeping data from a prismatic monohull, the proposition of this work is the analysis of the strip theory speed limits which gives correct prediction of motion. For that, computational heave and pitch RAO's generated by two distinct softwares were compared to experimental heave and pitch RAO's for the same inertia conditions, wave conditions and speed, which could be identified by: displacement, semi-planing and planing. From this first analysis, a second approach was done with an update of the wetted part of the hull for each speed condition seeking better results of motion prediction. Following this path, this work tried to investigate the good or bad influences of this updated approach over the heave and pitch RAO's comparing those with the experimental results.

Concluding, the computational method gives a reasonable result of motion prediction for considered high speeds. On the other hand, these results were established for non updated wetted hull part calculations. This behavior was observed for all conditions of speed leading to believe that this new proposition needs further investigations in the near future.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	1
2. Revisão bibliográfica.....	6
3. Objetivo.....	10
4. O equilíbrio dinâmico de embarcações de planeio.....	11
5. Características que determinam o comportamento dinâmico de embarcações de planeio e suas influências sobre a predição dos movimentos do corpo.....	19
5.1. Efeito da velocidade e características de onda sobre respostas não lineares do movimento.....	20
5.2. Efeito do ângulo de fundo sobre respostas não lineares do movimento.....	22
5.3. Efeito da elevação do casco e trim sobre respostas não lineares e cálculos lineares	24
5.4. A teoria das faixas.....	26
5.5. A história da teoria das faixas.....	26
6. Metodologia.....	28
7. Os softwares.....	31
8. Apresentação prática da construção da análise de comportamento no mar.....	32
8.1. Modelação do casco.....	33
8.2. Coeficientes hidrodinâmicos.....	35
9. Apresentação de resultados.....	47
9.1. Condição c: $Fr. 0,35$ ou $VL = 2 \text{ knots}/ft^{1/2}$	51
9.2. Condição a: $Fr. 0,69$ ou $VL = 4 \text{ knots}/ft^{1/2}$	53
9.3. Condição b: $Fr. 1,05$ ou $VL = 6 \text{ knots}/ft^{1/2}$	55
10. Predições numéricas dos movimentos.....	57
10.1. Condição c: $Fr. 0,35$ ou $VL = 2 \text{ knots}/ft^{1/2}$	58
10.2. Condição a: $Fr. 0,69$ ou $VL = 4 \text{ knots}/ft^{1/2}$	62
10.3. Condição b: $Fr. 1,05$ ou $VL = 6 \text{ knots}/ft^{1/2}$	69
11. Análise de dados e conclusões.....	73
12. Proposições para trabalhos futuros.....	78
13. Referências bibliográficas.....	79

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Ilustração da embarcação North River Steamboat, Robert Fulton, 1807.....	2
Figura 2- Escala de Froude e sua relação com a condição de deslocamento e planeio ..	3
Figura 3- Embarcação de planeio PT Boat utilizado na II Guerra Mundial	3
Figura 4- Em sequência: Catamarã, Embarcação sustentada por hidrofólio e SWATH	4
Figura 5- SAR com proa Axe-bow	5
Figura 6 - Definição do ângulo de deadrise	7
Figura 7 - Plano de balizas da Série de Fridsma	13
Figura 8 - Demonstração da atuação das forças hidrodinâmicas de sustentação sobre o fundo de um casco de planeio	16
Figura 9 - Sistemas de ondas emitidas por um casco em movimento.....	17
Figura 10- Vista de cima para baixo de uma casco de planeio apresentando descolamento de spray junto a meia nau.....	18
Figura 11- Simulação numérica de um casco com espelho de popa seco	19
Figura 12- Demonstração da importância dos defletores de spray na diminuição da resistência ao avanço de embarcações de planeio.....	20
Figura 13- Interação de forças em um casco de planeio	20
Figura 14- Gráfico típico de resistência ao avanço de uma embarcação de planeio	21
Figura 15 – Embarcação de planeio decola parcialmente em ondas incidentes pela proa.	25
Figura 16 - Modelos de cascos ensaiados por Van Den Bosch,, com 12,5 e 25 graus de deadrise	27
Figura 17 - Gráfico comparativo de trim contra o número de Froude de modelos de VAN DEN BOSCH [30] com 12,5 graus de deadrise e modelo com 25 graus de deadrise	27
Figura 18 - Plano de balizas da série ensaiada por Clement e Blount	29
Figura 19 - Série de Clement e Blount e seus diferentes cascos com diferentes razões de aspecto.....	29
Figura 20- Movimento bidimensional de uma fatia transversal em Heave	31
Figura 21 - Graus de liberdade de um corpo flutuante	32
Figura 22 - Vista da popa de um modelo prismático ensaiado em reboque	38
Figura 23 - Comparação entre forma real e forma produzida pelos métodos de Lewis e Conformal mapping	39
Figura 24 - Notações e sistema de coordenadas utilizadas por Frank	40

Figura 25- Cilindro oscilatório com sistema de coordenadas utilizado por Ursel.....	41
Figura 26 - Perfil do casco de Fridsma modelado no software Maxsurf Motion para a condição de deslocamento.	51
Figura 27 - Vistas do casco ensaiado por Fridsma modelado no software ABB Octopus office para o calado na condição de deslocamento.....	51
Figura 28 - Vista lateral das obras mortas do modelo na condição 1	51
Figura 29 - Frequência de Onda (rad/s) contra Massa adicionada em Heave A33.....	53
Figura 30 - Frequência de Onda (rad/s) contra Restauração em Heave (C33)	53
Figura 31- Frequência de onda (rad/s) contra Inércia adicionada em Pitch (A55).....	54
Figura 32- Frequência de Onda (rad/s) contra Restauração em Pitch (C55)	54
Figura 33 - Frequência de onda (rad/s) contra Amortecimento em Heave (B33)	54
Figura 34 - Frequência de onda (rad/s) contra Amortecimento em Pitch (B55)	55
Figura 35 – Força de excitação de onda em Heave contra freq. de onda	55
Figura 36 - Força de excitação de onda em Pitch contra freq. de onda	56
Figura 37 - Gráfico de Freq. Natural desacoplada de Heave calculado com Software Octopus	58
Figura 38- Gráfico de Freq. Natural desacoplada de Heave calculada com software Motion.....	58
Figura 39- Gráfico de Freq. Natural desacoplada para Pitch calculada via software Motion.....	59
Figura 40 - Gráfico de Freq. Natural desacoplada para Pitch calculada via software Motion.....	59
Figura 41 - Gráfico de determinação de freq. naturais acopladas utilizando dados do software Octopus Office	61
Figura 42 - Disposição parcial dos resultados de Fridsma em forma de tabela.....	63
Figura 43 - Elevação do casco de deadrise 20 graus ensaiado por Fridsma para duas condições diferentes de LCG.....	64
Figura 44 - Operador de respostas experimentais às excitações de onda em Heave para a Condição C (Fr.0,35 ou VL = 2).....	67
Figura 45 - Operador de resposta experimentais às excitações de onda em Pitch para a Condição C (Fr.0,35 ou VL = 2)	68
Figura 46 - Comparação de resultados experimentais de respostas em Heave do modelo de Fridsma para condições de velocidade C(cinza) e A(azul claro).....	70
Figura 47- Comparação de resultados experimentais de respostas em Pitch do modelo de Fridsma para condições de velocidade C(cinza) e A(azul claro).....	70

Figura 48- Comparação de resultados experimentais de respostas em Heave do modelo de Fridsma para as três condições de velocidade C (laranja), A (azul claro) e B (cinza).	72
Figura 49 - Comparação de resultados experimentais de respostas em Pitch do modelo de Fridsma para as três condições de velocidade C (laranja), A (azul claro) e B (cinza).	72
Figura 50- RAO de Heave comparativo entre Maxsurf Motion e Octopus Office para métodos de Frank e Lewis vs. Experimental para Condição C ou Fr. 0,35.....	74
Figura 51 - RAO de Pitch comparativo entre: Maxsurf Motion vs. Experimental para condição C ou Fr. 0,35.....	76
Figura 52 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco com calado atualizado para Condição A ou Fr. 0,69.....	79
Figura 53- Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco sem atualização de obras vivas para Condição A ou Fr. 0,69. ...	80
Figura 54- RAO de Pitch comparativo entre experimental, Maxsurf Motion e Octopus Office com atualização de obras vivas para Condição A ou Fr.0,69.....	81
Figura 55- RAO de Pitch comparativo entre experimental, Maxsurf Motion e Octopus Office sem atualização de obras vivas para Condição A ou Fr.0,69.....	83
Figura 56 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco com calado atualizado para a Condição B ou Fr.1,05.....	85
Figura 57 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco sem atualização de obras vivas para a Condição B ou Fr.1,0585	
Figura 58 - RAO de Pitch comparativo entre experimental e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas contra atualização de obras vivas para Condição B ou Fr.1,05.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Características gerais do modelo destacado da série de Fridsma e aqui utilizado	11
Tabela 4 - Três condições analisadas e seus respectivos calados	50
Tabela 4 - Tabela de características físicas do modelo ensaiado	62
Tabela 5 - Tabela de identificação de ensaios	62
Tabela 6- Calado em equilíbrio para três condições ensaiadas.....	65
Tabela 7 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para Fr. 0.35.....	66
Tabela 8 - Dados experimentais do comportamento em Pitch do modelo em reboque para Fr. 0.35.....	66
Tabela 9- Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para Fr. 0.69	69
Tabela 10- Dados experimentais do comportamento em Pitch do modelo em reboque para Fr. 0.69.....	69
Tabela 12 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para Fr. 1.05	71
Tabela 13 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para Fr. 1.05	71
Tabela 13 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion.....	74
Tabela 14 - Indicação de aplicação de métodos utilizados pelo software Maxsurf Motion	75
Tabela 15 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion.....	77
Tabela 17- Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion com obras vivas atualizadas.	79
Tabela 18 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas ou diminuição de calado.	80
Tabela 18 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion com atualização de obras vivas / diminuição de calado.	82
Tabela 19 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas / diminuição de calado.	83

Tabela 20- Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas / diminuição de calado. 86

1. INTRODUÇÃO

A busca por altas velocidades no mar apesar de muito presente para uso no transporte de passageiros em curtas distâncias, uso militar, recreio e regatas, não é algo que data das últimas décadas ou séculos. Os primeiros registros de corridas de barcos vêm dos povos egípcios e sumérios em 4000 e 3000 A.C. Evidências históricas indicam que o uso de barcos como tecnologia de batalha data da idade da pedra, e o predicado de ser rápido no mar sempre se mostrou fundamental sob essas circunstâncias. Ademais, historicamente, para se vencer novas barreiras de velocidade na navegação enfrentou-se dois grandes desafios: uma tecnologia de propulsão que pudesse levar os cascos a navegarem mais rápidos e o desafio de vencer a força imposta pela água contra o casco a medida que se navega.

Sobre o primeiro desafio, para os povos pioneiros a força humana empregada em remos se mostrou um complicador para se vencer distâncias e principalmente barreiras de velocidade. Sob essa circunstância, a captura da força dos ventos para a navegação foi desenvolvida em diversas regiões do mundo concomitantemente. O uso da vela como tecnologia na navegação mostrou-se uma ótima solução para se estabelecer novas marcas de velocidade (naus e fragatas a vela eram capazes de alcançar até nove nós, uma marca considerável). Esta tecnologia reinou solitária desde as primeiras velas de papiro no Egito antigo até o advento e aplicação da máquina a vapor na Primeira Revolução Industrial.

A primeira embarcação a vapor a se mostrar viável para uso comercial foi a *North River Steam Boat*, construída somente em 1807. Sua propulsão era feita por rodas d'água posicionadas no costado e sua velocidade se equiparava a de embarcações a vela. Entretanto, desde este marco histórico, o uso de máquinas térmicas aplicadas à propulsão de embarcações permitiu a humanidade alcançar patamares ainda maiores de distância e principalmente velocidade, pois não dependia mais dos regimes de vento para a locomoção sob a água.

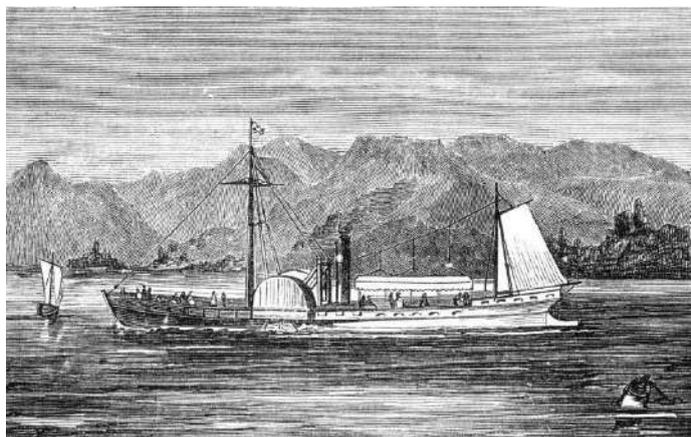


Figura 1- Ilustração da embarcação North River Steamboat, Robert Fulton, 1807.

Fonte 1.1- <https://sciencesource.com/archive/Fulton-s-North-River-Steamboat--1807-SS2747106.html>

Quanto à segunda barreira a ser vencida em busca de maiores velocidades, se estabeleceu um questionamento: como vencer a força imposta pela água contra o casco, se a maior quantidade de energia despendida para avançar mais rápido não se traduzia em velocidades finais maiores? Tentando solucionar essa questão, inúmeras formas de casco foram desenvolvidas para se percorrer maiores distâncias em menos tempo, e com menor gasto de energia. Apesar da clara melhoria e desenvolvimento de novas formas mais eficientes, a solução para se estabelecer um novo marco de velocidade veio somente em 1898 por *Ralph Middleton Munroe*.

Curiosamente, a solução para se alcançar maiores velocidades veio de um barco a vela, não das já difundidas embarcações à vapor. Em 1898, *Ralph Middleton Munroe*, um yacht designer inglês, desenvolveu um pequeno veleiro de competição, *Proa I*, que era capaz de erguer parte de seu casco sobre a água e esquiar sobre a superfície. Este pequeno *dinghy* era capaz de alcançar o dobro da velocidade alcançada pelos barcos concorrentes. Logo esta nova maneira de navegar se difundiu entre os demais competidores e extrapolou as barreiras das competições à vela, chegando às embarcações militares e embarcações de recreio.

Posteriormente esse modo de esquiar sobre a água recebeu o nome de planeio. Este fenômeno acontece quando um corpo se movendo rapidamente sobre a água tem seu peso não mais suportado pelas forças hidrostáticas somente, mas também passa a ser suportado por uma grande parcela de forças hidrodinâmicas de sustentação. Essas geradas pela reação da água sob o casco. A questão que se estabelece então é: O que é “rapidamente” sobre esse aspecto? Ou melhor, como se pode definir que uma embarcação é rápida para

planar? Bom, existem diferentes respostas dependendo da fonte consultada. Entretanto, a definição melhor aceita é que as parcelas de sustentação hidrodinâmica começam a se tornar mais relevantes a partir do valor do adimensional de Froude de 0,4. Entretanto, estas se tornam de importância superior à parcela hidrostática somente para números de Froude superiores a 1.0.



Figura 2- Escala de Froude e sua relação com a condição de deslocamento e planeio

Por décadas a combinação de propulsão por máquinas térmicas e cascos que fossem capazes de planar com eficiência se mostrou a melhor opção para embarcações em que o menor tempo de navegação entre dois locais fosse uma premissa de projeto. Com o comprovado sucesso destas embarcações, inúmeras melhorias nas formas de casco foram desenvolvidas visando à diminuição da resistência ao avanço em águas calmas, especialmente durante a Primeira e Segunda Guerra Mundial. Entretanto, neste período histórico pouco se tratou de melhorias nas formas de casco com o objetivo de um melhor comportamento sob o regime de ondas.



Figura 3- Embarcação de planeio PT Boat utilizado na II Guerra Mundial

Fonte 1.2- <https://www.treasuretracer.com/pt-boat-lost-gold/>

Apesar da clara aplicabilidade desta tecnologia, o uso de embarcações de planeio apresenta desvantagens justamente quando tratando de seu uso em mar aberto. As altas velocidades combinadas à regimes de onda resultam em grandes amplitudes de

movimento e grandes picos de aceleração causados pelo forte impacto do casco com as ondas (*slamming*). Como destacado por KEUNING [1], a presença de fortes impactos durante a navegação resulta em uma redução voluntária de velocidade feita pela tripulação, de maneira que estes fortes impactos não se repitam. Desta forma, a redução de velocidade da embarcação resulta no aumento de tempo de operação e consequente aumento de custos. Sendo assim, fica claro que a maior velocidade final em águas calmas não se traduz, necessariamente, em um menor tempo de travessia entre um local desejado e outro, em se tratando de operações em mar aberto. Assim sendo, o comportamento destas embarcações no mar e o consequente regime de operação, são pontos fundamentais a serem avaliados em um projeto.

De maneira a estabelecer um equilíbrio entre as vantagens de alcançar altas velocidades e um melhor comportamento no mar foram desenvolvidas novas embarcações e formas “avançadas” que fossem alternativas às embarcações de planeio. É o caso dos SWATH’s (*Small Water Plane Area Twin Hull*), Catamarãs e embarcações sustentadas por hidrofólios. A filosofia por trás desses projetos é a mesma: Alcançar altas velocidades via redução da resistência ao avanço (por diminuição das obras vivas ou redução da área molhada) e minimização das forças de excitação de onda, reduzindo a área de linha d’água, por exemplo. Apesar da aplicação dessas soluções para casos específicos, todas se mostram complexas e tendem a possuir custos de construção e operação maiores frente aos tradicionais monocascos de planeio.



Figura 4- Em seqüência: Catamarã, Embarcação sustentada por hidrofólio e SWATH

Fonte 1.3 - FALTINSEN [2]

Com esta percepção, nas últimas décadas novos esforços visando a melhoria do comportamento em ondas de mono-cascos de planeio foram feitos. Desde então novos conceitos de forma, especialmente da proa, foram apresentados: proa *Axe-bow*, de propriedade da DAMEN, proa *X-bow*, patente da Ulstein, embarcações VSV (*Very Slender Vessels*), proas *wave-piercing*, etc. Todos estes conceitos passam por cascos com

proas extremamente finas, com ângulos de entrada muito pequenos, com pouco ou quase nenhum *flare*, permitindo assim uma baixa excitação de ondas e maior amortecimento na reentrada do casco na água quando em movimento de arfagem (*pitch*). Todos esses novos conceitos se mostraram ótimas soluções para a questão da melhoria do comportamento em ondas de embarcações rápidas. Estes já vêm sendo aplicados em embarcações de busca e salvatagem (SAR) no Mar do Norte, embarcações rápidas de apoio offshore (FSV's - *Fast Supply Vessels*), ferrys e até mesmo aplicações náuticas para super-yachts.



Figura 5- Partindo do canto superior esquerdo, em sentido horário: Navio com proa X-bow, Embarcação SAR com proa Axe-bow, VSV da Marinha Estadunidense, embarcação com proa wave-piercing em construção.

Esses cascos voltaram novamente as atenções do meio comercial e científico para os monocascos. Estudos contemporâneos vêm sendo desenvolvidos nas últimas décadas visando a melhor forma de tratar o problema do comportamento de embarcações rápidas, especialmente o desafio de se identificar características de forma que minimizem as acelerações deste tipo de embarcação. Uma das dificuldades na identificação destas características passa pela estrutura necessária para realizar experimentos. São necessários tanques de reboque de longa extensão, que possam rebocar modelos a altas velocidades (devido ao fator de escala) e com geração de onda. Sendo assim, a abordagem numérica se mostra uma alternativa bastante atrativa.

Com isso em foco, alguns estudos foram desenvolvidos com o objetivo de criar modelos numéricos que pudessem prever corretamente o comportamento destas embarcações sob o regime de ondas. Uma das abordagens numéricas atualmente utilizadas é através da dinâmica computacional de fluídos, ou CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Entretanto

a realização de análises via este método requer, ainda que com a atual tecnologia, capacidade computacional elevada e por muitas vezes, a validação experimental dos resultados numéricos. Dessa forma, busca-se alternativas mais leves e rápidas à essa técnica. Alguns autores abordam o problema através da tradicional teoria linear, ainda que com suas limitações, que serão vistas mais adiante. Outros autores destacam a necessidade de códigos que prevejam respostas não lineares dos movimentos e acelerações do casco. Ainda que abordagens diferentes sejam feitas, a assertiva de que a fronteira científica tem muito o que avançar neste assunto é comum a todos os autores.

A seguir é apresentada a revisão bibliográfica dos trabalhos experimentais e numéricos que tratam do comportamento no mar de embarcações rápidas e que se mostram de grande influência sobre o trabalho a ser desenvolvido nesta dissertação.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como destacado no capítulo anterior, tanto a abordagem experimental quanto a numérica foram utilizadas ao longo dos anos para tratar do comportamento do mar de monocascos rápidos. Transpassando as dificuldades e limitações de cada método, alguns trabalhos se destacaram por contribuir significativamente com o avanço da fronteira científica. É o caso dos trabalhos pioneiros de FRIDSMA [3, 4] em 1969 e 1971. Em suas pesquisas Fridsma ensaiou modelos sistemáticos de monocascos de planeio alterando o ângulo de fundo (ou também denominado: ângulo de *deadrise*), razão comprimento-boca (L/B) da quina, trim dos modelos durante o reboque, posição longitudinal do centro de gravidade e fator de carregamento ($A_p/\nabla^{2/3}$), onde A_p é a área de linha d'água e ∇ é o volume deslocado. Todas estas condições foram ensaiadas sob o regime de ondas regulares em seu primeiro trabalho e ondas irregulares em seu trabalho complementar. Com a alteração sistemática de cada característica Fridsma foi capaz de analisar individualmente a influência de cada parâmetro sobre o *seakeeping* destes modelos. Os resultados dos ensaios foram apresentados em forma de “tabelas de projeto”. Com estas, yacht designers, projetistas e engenheiros poderiam comparar a característica de suas embarcações às características dos modelos ensaiados e obter uma previsão de comportamento no mar de seus projetos. Esta comparação direta para obtenção de previsão de comportamento se mostrou mais qualitativa que quantitativa. Ou seja, o projetista era capaz de afirmar se o comportamento no mar de seu casco era adequado, mas não era capaz de informar índices de acelerações ou previsões do movimento do casco. Apesar de ser uma abordagem um tanto limitada, essa se estabeleceu como uma das principais referências

sobre o comportamento no mar de embarcações rápidas. Fridsma foi um dos primeiros a acusar a observação de respostas não lineares quando para altos números de Froude ($Fr \geq 0,4$) a embarcação experimenta excitações de onda.

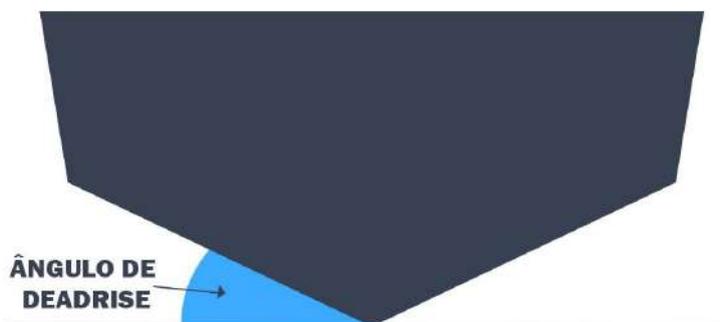


Figura 6 - Definição do ângulo de deadrise

Os resultados de FRIDSMA [3, 4] foram amplamente aplicados e seu estudo estendido por outros pesquisadores. É o casco de SAVITSKY & BROWN [5] que derivados do trabalho desenvolvido anteriormente, propuseram formulações baseadas em observações de experimentos para predição de movimentos e acelerações na proa a partir dos modelos ensaiados de Fridsma.

Após estes trabalhos pioneiros, muito se foi estudado sobre o *seakeeping* de monocascos rápidos utilizando séries sistemáticas de cascos. Em 1993 SAVITSKY & KOELBEL [6] apresentaram novos métodos de análise e considerações para o *seakeeping* de monocascos de planeio a partir de novas variações de casco. Nesta publicação puderam notar que as acelerações verticais seguem uma distribuição exponencial a medida que a frequência de encontro com ondas aumenta e expressões foram desenvolvidas para prever “acelerações significativas”(média do terço superior das acelerações medidas). Ou seja, acelerações que poderiam ser consideradas indesejáveis. Além dos seguidos trabalhos de Savitsky, ZARNICK & TURNER [7] estudaram movimentos para embarcações de alta razão L/B submetidas a ondas. BEGOVIC [8] apresentou os resultados de movimentos e acelerações de uma série de monocascos de planeio alterando sistematicamente o ângulo de *deadrise* (ângulo medido entre o fundo do casco e a linha de base) e inclinação longitudinal da quina. Neste trabalho Begovic reportou que maiores acelerações verticais são experimentadas por cascos de menores ângulos de *deadrise*. Visando a diminuição destas mesmas acelerações, KEUNING & PINKSTER [9] propuseram em 1995 o Conceito de Embarcação Alongada - ESC (*Enlarged Ship Concept*).

A proposta dos autores era que a partir do alongamento de um casco base (um monocasco

de semi-planeio) obter-se-ia uma embarcação com melhor comportamento sob o regime de ondas. Ou seja, este novo casco, com comprimento maior, experimentaria menores acelerações verticais para um mesmo regime de ondas oferecido ao casco original. De fato, esta suposição foi atestada em seu trabalho. No entanto, o grande valor do trabalho entregue por Keuning e Pinkster foi a demonstração de que o conseqüente aumento de custos de construção era compensado pelo aumento do tempo de operação. Desta forma, este novo modelo de casco, agora alongado, apesar de mais caro, possuía enorme vantagem operacional e econômica. Diferentemente dos autores citados anteriormente, Keuning e Pinkster se utilizaram da abordagem computacional para tratar do problema. Utilizando a tradicional teoria linear puderam dar início a uma série de trabalhos que utilizaram o ESC como base.

Em 1997 KEUNING & PINKSTER [10] demonstraram que o ganho de espaço na proa, conseqüente do alongamento da embarcação, poderia ser utilizado para a otimização da forma da proa e diminuição das acelerações verticais experimentadas pela embarcação. Nesta segunda publicação os autores lançaram mão da utilização de modelos físicos em escala reduzida para uma investigação mais profunda de seu comportamento em ondas. Ademais, se utilizaram da abordagem numérica através da teoria linear e do software *FASTSHIP* de predição de comportamentos de embarcações rápidas em ondas. Esta ferramenta computacional foi desenvolvida por KEUNING [11] em 1994 em sua tese de doutorado. Neste trabalho o autor expõe as principais combinações de características responsáveis pelas respostas não lineares durante a navegação rápida. Como forma de justificar a criação deste código computacional, KEUNING [11] destaca que a teoria linear apresenta limitações quanto a predição realista dos movimentos e acelerações de cascos de planeio, apesar de não definir qual o limite da aplicação da teoria linear.

Posteriormente, ainda impulsionados pelos bons resultados das pesquisas envolvendo o *ESC*, KEUNING, TOXOPEUS E PINKSTER [12] introduziram alterações ainda mais radicais à forma da proa do *ESC*, apresentando então o conceito da *Axe-bow*, já citada anteriormente aqui. Esta proa era capaz de reduzir em 50% os valores extremos de acelerações na proa. Nesta publicação, o software *FASTSHIP* foi novamente utilizado ainda que os resultados gerados ainda não estivessem totalmente confiáveis devido as particularidades e forma pouco comum deste novo casco. Segundo o autor, adaptações ao software foram necessárias, ainda que não especificadas. Novas publicações aprofundando o estudo no conceito da *Axe-bow* foram desenvolvidas por KEUNING [13,

14] e GELLING [15] nos anos posteriores. Todas estas publicações se utilizaram de métodos experimentais combinados a análises numéricas baseadas na teoria linear e ajudaram a refinar e validar os resultados do software *FASTSHIP*.

Assim como Keuning, outros autores se utilizaram da teoria linear para avaliação do comportamento de embarcações rápidas sob o regime de ondas. KUKNER & SARIÖZ [16] utilizaram um modelo computacional baseado na teoria das faixas. Como destacado pelos autores, seu modelo era capaz de indicar o melhor casco para o projeto preliminar, mas não deveria ser utilizado para otimização da forma devido às limitações da teoria linear. Assim como Keuning, Kukner e Sariöz não definiram até onde a utilização da teoria linear se mostra válida. Concluíram que o aumento da razão L/B e o aumento da razão B/T melhora o comportamento em ondas.

DAVIS & HOLLOWAY [17] fizeram a predição de movimentos e acelerações para altos números de Froude (0,6 a 0,9) utilizando teoria das faixas. Seu estudo foi aplicado à catamarãs, SWATHS, monocascos. Concluíram que o método apresentou “bons resultados” quando comparados aos dados experimentais.

Ainda seguindo autores que se utilizaram da teoria linear para predição do comportamento no mar de embarcações rápidas, BOULOUGOURIS & PAPANOKOLAOU [18] avaliaram o comportamento de uma embarcação com proa *Wave-piercing* utilizando o software *NEWDRIIFT*. O código é capaz de avaliar movimentos de primeira e “quase-segunda ordem”, segundo o autor, induzidos por ondas através do método dos painéis. Nenhuma consideração sobre a qualidade dos resultados foi feita.

Utilizando o mesmo método dos painéis SUN & FALTINSEN [19] analisaram os movimentos do casco e acelerações na proa de embarcações com alto número de Froude. Reportaram acelerações verticais de 2 a 7G (duas a 7 vezes o valor da aceleração da gravidade) quando a frequência de encontro está próxima a frequência natural de *Pitch*.

Como levantado, muitos autores se utilizaram de métodos numéricos de maneira a transpassar os altos custos e dificuldades técnicas de ensaios de reboque com modelos. Muitos deles lançando mão da tradicional teoria linear na avaliação das embarcações estudadas e afirmando bons resultados, resultados satisfatórios ou bons até determinado limite. Sob esta ótica, surge a questão de qual é esse limite ou que pode ser feito junto à

teoria linear para que melhores resultados sejam alcançados ainda com as vantagens do baixo tempo computacional despendido por este método. Nos dois próximos capítulos serão discutidas a metodologia a ser seguida de maneira a se solucionar esta questão e como este trabalho pode contribuir com o avanço da fronteira científica.

3. OBJETIVO

A partir do estudo de trabalhos já realizados e do entendimento de onde a fronteira científica pode avançar, é que se estabelece a motivação e objetivo desta tese. Como visto no capítulo anterior, a teoria linear se mostra uma ferramenta adequada para abordagem do comportamento no mar de embarcações rápidas até determinado limite. Desta afirmativa surge o questionamento que esta tese pretende responder: como é possível alcançar melhores resultados de predição do comportamento de embarcações rápidas em onda se utilizando dos benefícios da teoria linear, transpassando determinado limite que modelos básicos dessa teoria impõe?

Na tentativa de responder este questionamento pode-se formalizar o objetivo dessa dissertação como:

Desenvolvimento do estudo sobre a predição do comportamento dinâmico de embarcações rápidas monocasco submetidas a regimes de onda de proa ensaiando-se computacionalmente um modelo de casco, com resultados e comportamentos experimentais bem conhecidos, para três condições de velocidades equivalentes a: deslocamento, semi-planeio e planeio puro. A análise computacional para as três velocidades de avanço foi realizada utilizando a tradicional teoria linear das faixas.

Afim de se contornar limites de aplicabilidade dessa teoria, se fez necessário estabelecer primeiro para qual condições de velocidade a análise numérica consegue prever corretamente o comportamento observado experimentalmente. Os resultados numéricos foram então comparados aos resultados experimentais afim de verificar se o comportamento do corpo foi bem previsto para todas as condições de velocidade ou para alguma condição específica.

Com o objetivo de gerar resultados mais aderidos aos resultados experimentais, em um segundo momento, abandonar-se-á o estabelecimento de um valor de calado único para as três condições de velocidades. A partir da progressiva elevação do casco, também medida nos ensaios experimentais, posições médias de navegação são atualizadas para cada velocidade experimentada pela embarcação. Dessa forma, altera-se a geometria

submersa e novamente resultados numéricos de predição de comportamento para o enfrentamento das mesmas condições de enfrentamento de ondas de proa são gerados.

Esses resultados então são comparados aos resultados experimentais e aos resultados numéricos da primeira etapa. Neste sentido, verificar-se-á se esta nova abordagem de atualização de calado (e conseqüente atualização de obras vivas) gera resultados mais aderidos aos resultados experimentais.

Antes da fundamentação teórica sobre o método utilizado para predição dos movimentos da embarcação nesta dissertação ensaiada, é fundamental o entendimento da física do problema das embarcações de semi-planeio e planeio.

4. O EQUILÍBRIO DINÂMICO DE EMBARCAÇÕES DE PLANEIO

Antes de tratar do problema das embarcações de sustentação dinâmica é necessário uma rápida explanação sobre o equilíbrio e estabilidade estática de corpos flutuantes para que se destaque a diferença entre embarcações de deslocamento e embarcações de sustentação dinâmica.

Como já discutido anteriormente embarcações de deslocamento e embarcações de planeio quando estão em condição estática ou em navegação com baixas velocidades experimentam forças e momentos advindos majoritariamente da hidrostática que as equilibram.

A integração das pressões ao longo dos cascos resulta na chamada força de empuxo. O somatório das forças e momentos de empuxo e peso, determina a condição de fluabilidade e estabilidade do corpo. Como o centro de aplicação da força advinda da pressão hidrostática se altera à medida que há variação da porção submersa, há a conseqüente variação dos momentos das forças e da condição de estabilidade.

Assim, fica claro que o estudo da hidrostática está fortemente ligado ao estudo das formas do casco e de suas propriedades geométricas, bem como a posição de atuação de forças externas e momentos.

Entretanto, os conceitos de equilíbrio e estabilidade para embarcações de sustentação dinâmica transpassam os conceitos básicos de equilíbrio e estabilidade estática da condição de deslocamento a medida que há o aparecimento de forças hidrodinâmicas de sustentação que alteram tanto a porção das obras molhadas do casco quanto o comportamento dinâmico das embarcações.

O equilíbrio dinâmico de embarcações de planeio é uma função da interação entre a força peso, forças de propulsão, força de empuxo, forças verticais de sustentação hidrodinâmica e forças longitudinais de arrasto. Essas três últimas parcelas dependentes da velocidade e da elevação do casco.

No regime de planeio uma embarcação permanece em equilíbrio como qualquer outro corpo no espaço, estabelecendo-se equilíbrio de forças e momentos. Entretanto o grupo das embarcações de planeio lida com forças adicionais relevantes além da força de empuxo. São essas as forças hidrodinâmicas e até aerodinâmicas, dependendo da velocidade de avanço da embarcação.

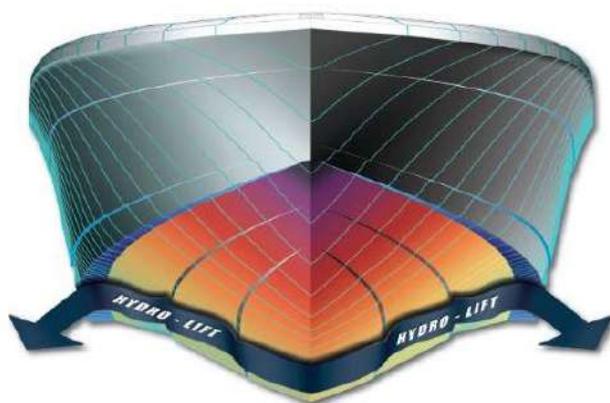


Figura 7 - Demonstração da atuação das forças hidrodinâmicas de sustentação sobre o fundo de um casco de planeio

Fonte 4.1 – site <https://www.robalo.com/Content.php?content=quality&country=500>

Como demonstrado por inúmeros autores, o comprimento da embarcação é a dimensão principal relacionada à definição da velocidade de serviço de uma embarcação em baixas velocidades. Isso porque a resistência ao avanço de um corpo flutuante é especialmente dependente da formação de ondas pelo casco, que é a barreira limitadora para o alcance de maiores velocidades.

Cascos de deslocamento são projetados para uma navegação com a menor irradiação de ondas possível. Por outro lado, qualquer casco de embarcação perturba o campo de pressões em sua vizinhança gerando ondas de maneira inevitável. Essa formação é responsável pelo surgimento da chamada resistência de ondas. Sendo a proa e a popa as duas principais regiões de formação no casco. A denominada resistência de ondas pode ser dividida em duas principais componentes: ‘formação de ondas’ (*wave making*) e ‘quebra de ondas’ (*wave breaking*). É justamente o crescimento dessas duas parcelas de

resistência, o grande entrave para um casco de deslocamento alcançar maiores velocidades.

Independente da velocidade estabelecida por determinada embarcação, haverá necessariamente a emissão de ondas pelo casco. Ondas essas que são emitidas obliquamente à bochecha de proa e ondas transversais ao casco. Esse padrão de ondas é denominado Ondas de Kelvin. Segundo LEWIS [27] o comprimento das ondas transversais formadas pelo casco, em função da velocidade da embarcação pode ser dado pela relação:

$$L_W = 2\pi \frac{V^2}{g}$$

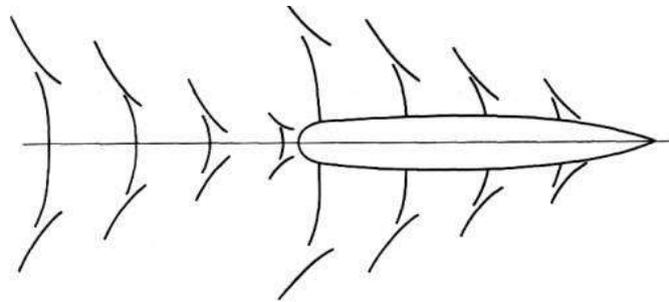


Figura 8 - Sistemas de ondas emitidas por um casco em movimento

Fonte 4.2-LEWIS [27]

Onde, L_W é o comprimento de onda, g é a aceleração da gravidade e V é a velocidade do navio e da onda. Essa igualdade de velocidade pode ser assumida pois ambos se deslocam como um grupo na mesma direção e com aproximadamente a mesma velocidade.

Desta maneira, para baixíssimas velocidades, diga-se $Fr \cong 0,1$, a equação pode ser reescrita em função do número de Froude como:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL_S}} = 0.1$$

$$V^2 = (0.1)^2 gL_S$$

$$L_W = 2\pi \times 10^{-2} L_S$$

$$L_W \cong 0.06L_S$$

Nessas condições, as ondas emitidas transversalmente pelo casco são de comprimento da ordem de 6% do comprimento da embarcação, a potência requerida é bastante baixa e a

parcela mais relevante da resistência é a friccional.

A medida que ocorre o incremento da velocidade da embarcação, a interferência da proa e da popa no campo de pressões se torna cada vez mais significativa e o comprimento de ondas emitidas pelo próprio casco também aumenta. Entretanto, esse incremento não se dá indefinidamente. A medida que a velocidade de avanço se torna cada vez maior e o aumento de potência se torna cada vez maior e maior rapidamente, a onda formada pela proa se revela gradualmente da ordem do comprimento da embarcação. Sob essa condição, o registro de maiores velocidades ainda dentro do regime de deslocamento se torna praticamente inviável.

Dando foco as demais particularidades do escoamento no entorno do casco, ao passo que a velocidade do escoamento do fluido na vizinhança do aumenta, em determinado instante este não consegue acompanhar mais a carena na região da popa. Deste fato, começa a ocorrer a separação da camada limite mais a ré, especialmente em transições mais abruptas do casco, implicando em uma queda significativa de pressão nesta região. Simultaneamente, a medida que maiores velocidades são alcançadas, há o aumento progressivo da pressão na região da proa da embarcação. Como combinação desses efeitos, há um gradiente de pressões que vai contra o avanço da embarcação. Esta é a parcela de resistência denominada de pressão-viscosa. Pode ser também observado a elevação da superfície livre na proa, na vizinhança do ponto de estagnação. Para embarcações leves e velocidades mais altas, ainda no regime de deslocamento, a combinação da elevação da superfície livre na proa e diminuição de pressão na popa pode levar ao aumentando do trim, da área molhada e da resistência friccional.

De modo a superar essa questão, é necessário a mudança da geometria da embarcação, deixando de lado as linhas arredondadas que procuravam evitar o descolamento da camada limite. É então necessária a adoção de formas vincadas e retas que ao passo que reforçam os efeitos enfrentados pelas embarcações de deslocamento, ao mesmo tempo induzem o descolamento do escoamento junto ao casco mais precocemente.

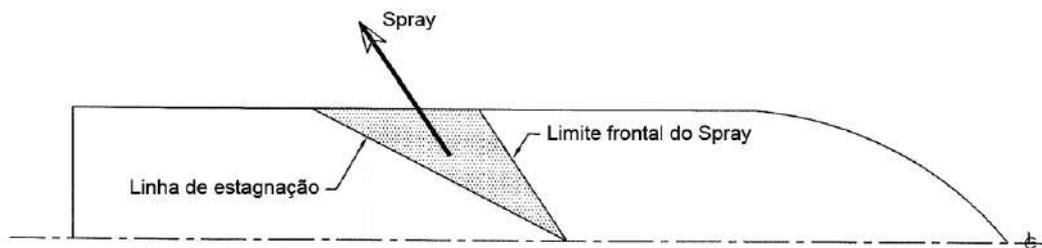


Figura 9- Vista de cima para baixo de uma casco de planeio apresentando descolamento de spray junto a meia nau

Esse efeito pode ser notado no espelho de popa típico de embarcações de planeio. A geometria reta e perpendicular ao fundo e costado compele o descolamento do escoamento criando uma região de baixa pressão, inferior à pressão atmosférica. É essa exata baixa pressão responsável por baixar o nível da superfície do fluido na popa e manter o espelho de popa seco.

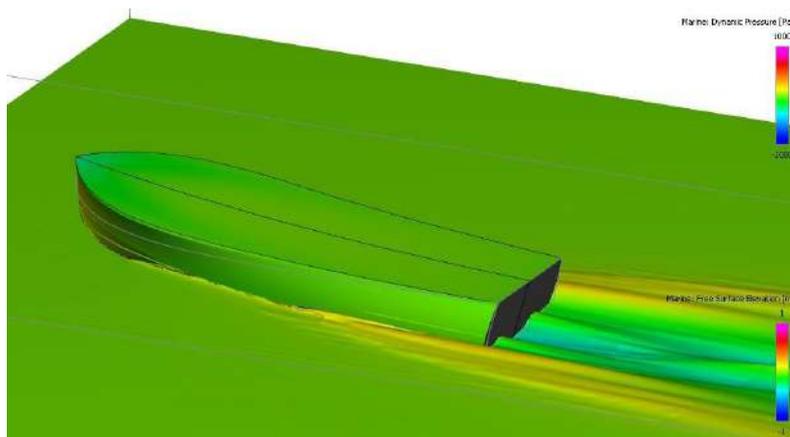


Figura 10- Simulação numérica de um casco com espelho de popa seco

Essa região de baixa pressão é essencial para a geração de interferências destrutivas no sistema de ondas gerado pela proa em condições de maiores números de Froude. É importante registrar que para números de Froude próximo de 1,0, onde o comprimento de onda formado pela proa é aproximadamente seis vezes o comprimento de linha d'água do casco, a interferência gerada pela popa sempre será destrutiva, minimizando progressivamente a resistência de formação de ondas.

A medida que a componente de resistência de formação de ondas se torna cada vez menos relevante para estas mais altas velocidades, a principal componente de resistência se torna a friccional, juntamente com a resistência de spray (*whisker spray drag resistance*). Essa segunda componente se torna relevante quando o casco se encontra sob o regime de

planeio “puro” e na região próxima à linha d’água na proa (linha de estagnação) é formado o *spray* que aumenta a área molhada do casco e se torna mais uma força adicional contra o movimento adiante da embarcação. Para diminuição dessa parcela de resistência, são adicionados defletores de *spray* (*spray rails*) que provocam o deslocamento precoce dessa fina camada de água do casco além de conferir o aumento progressivo da força de sustentação ao passo que a velocidade da embarcação aumenta.

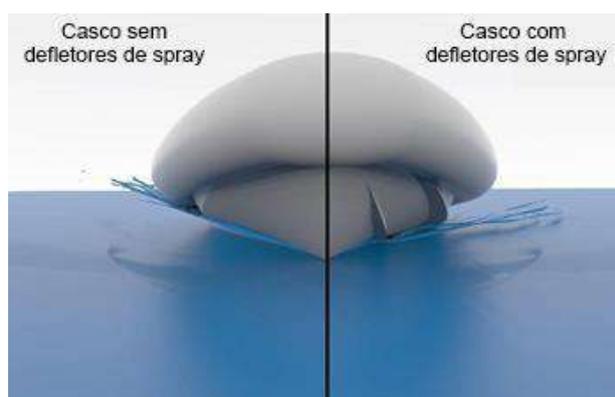


Figura 11- Demonstração da importância dos defletores de spray na diminuição da resistência ao avanço de embarcações de planeio.

Durante o avanço da embarcação, devido a interação natural da geometria da proa e do escoamento no entorno dessa região, ocorre a inclinação longitudinal positiva progressiva à medida que a velocidade de avanço aumenta. Essa inclinação longitudinal pode ser comparada a ângulos de ataque de uma asa submetida a um escoamento.

Devido a este ângulo de ataque surge perpendicularmente à parte submersa do casco forças de natureza reativa provocadas pelo conjunto da força propulsiva e da força feita pelo casco sobre a água ao avançar. Essa força perpendicular ao fundo possui duas componentes: uma componente horizontal, que age no sentido contrário da embarcação (resistência ao avanço), e uma componente vertical, responsável pela elevação progressiva do casco sobre a água. A medida que a velocidade aumenta, essas duas parcelas de força naturalmente também aumentam até determinado instante.

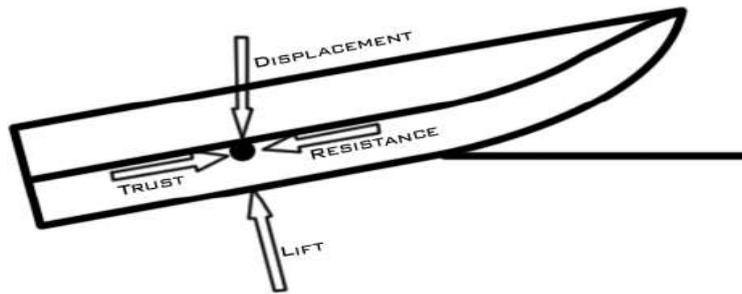


Figura 12- Interação de forças em um casco de planado

Com o aumento significativo da parcela vertical, percebe-se a elevação da embarcação sobre a superfície da água enquanto espera-se também o aumento significativo da resistência. De fato, há o aumento dessa resistência ao avanço, mas este não se dá de maneira progressiva e indiscriminada. A medida que a embarcação aumenta sua velocidade de avanço, a potência requerida para propulsão se torna cada vez maior até o ponto em que a elevação do casco é tão relevante que a diminuição drástica da porção molhada do casco causa o decréscimo do valor da resistência ao avanço. Por consequência a potência necessária para propelir a embarcação em velocidades acima deste marco de velocidade também é diminuída.

Nos gráficos de resistência, essa região é conhecida como “hump region” ou em tradução direta, região de corcunda. Isso porque graficamente é formada uma corcunda na curva de resistência.

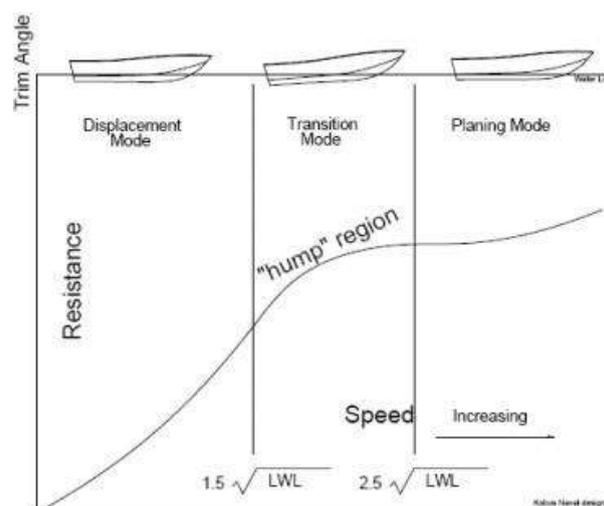


Figura 13- Gráfico típico de resistência ao avanço de uma embarcação de planado

Fonte 4.3- site <https://www.navaldesign.co.za/>

Tratando especificamente do equilíbrio, a elevação progressiva do casco e consequente alteração das obras vivas faz com que a parcela hidrostática de sustentação do casco se torne cada vez menor enquanto a parcela de sustentação hidrodinâmica passa a ser a de maior relevância.

A medida que o casco se eleva, a aplicação das forças de sustentação caminha progressivamente para a ré. Isso se dá pela porção da vante do casco estar gradualmente saindo d'água enquanto a parcela da popa ainda permanece molhada. Enquanto ocorre essa alteração das forças dinâmicas submersas, a posição longitudinal do centro de gravidade permanece inalterada e estática com relação a um referencial fixo no barco. Deste modo, para cada velocidade, uma nova condição de equilíbrio longitudinal se estabelece caracterizando uma nova posição de navegação. O trim que no início do processo de elevação do casco era grande, devido ao aumento de pressão na proa e queda de pressão na popa, agora diminui progressivamente a medida que a atuação da força de sustentação hidrodinâmica caminha para a popa.

Dessas condições dinâmicas de equilíbrio surgem também condições de estabilidade dinâmica, diferentes das condições dependentes da hidrostática. Embarcações que lidam com o planeio podem exibir instabilidades dependentes da velocidade. Essas instabilidades podem ser de natureza oscilatória e não-oscilatória. As não-oscilatórias, ocorrem geralmente em velocidades abaixo das velocidades responsáveis pelas instabilidades oscilatórias. Elas podem se dar pela perda momentânea da posição de trim ou geração progressiva de banda, mas não representam grande perigo pois são facilmente corrigidas pelo operador ou alcançam uma nova posição de equilíbrio na navegação. Já as de natureza oscilatória se dão em maiores velocidades e podem se dar de maneira longitudinal como o *porpoising* (golfinhada) ou transversal como a *chine-walking* (movimento progressivo de balanço em altas velocidades).

Esses efeitos podem ocorrer sem a necessidade de uma força de excitação externa e serem de difícil correção, podendo levar a danos no casco ou injúrias à tripulação. Muito pouco é sabido ainda sobre a causa primária dessas instabilidades e manuais de operação ou critérios de estabilidade dinâmica ainda não foram desenvolvidos.

Devido à complexidade da predição e modelação dessas instabilidades, neste trabalho serão desconsideradas instabilidades e será considerada uma posição de equilíbrio dinâmico fixo sem oscilações para cada condição testada (deslocamento, semi-planeio e

planeio puro). Ou seja, a abordagem aqui utilizada e sugerida é que a uma condição estática de ângulo de trim seja utilizada no qual pequenas variações possam estar no entorno. Assim, considera-se essa uma boa aproximação para a inclusão de ângulos de trim dinâmico no tradicional método de predição dos movimentos de embarcações. Os calados utilizados e ângulos de trim dinâmico se darão a partir dos resultados de equilíbrio observados e registrados nos experimentos realizados por FRIDSMA [3] para os modelos ensaiados.

5. CARACTERÍSTICAS QUE DETERMINAM O COMPORTAMENTO DINÂMICO DE EMBARCAÇÕES DE PLANEIO E SUAS INFLUÊNCIAS SOBRE A PREDIÇÃO DOS MOVIMENTOS DO CORPO

Após a explanação anterior e entendimento sobre a física do comportamento do equilíbrio dinâmico de embarcações de planeio, se faz necessário dar um passo adiante e compreender a interação de um casco em condição equilibrada de planeio com ondas. De maneira objetiva, neste capítulo dar-se-á foco a interação do casco planador com ondas de proa.

Assim como existe uma diferenciação do problema físico de embarcações que navegam sem a presença de ondas em deslocamento e embarcações que navegam em condição de planeio, o comportamento desses dois grupos sob o regime de ondas também se dá de maneira distinta. Dessa forma, espera-se também que os métodos de predição do comportamento dessas embarcações também possuam suas próprias particularidades a fim de entregar resultados bastante aderidos ao que é observado na prática experimental.

Como será visto mais adiante na apresentação da teoria das faixas linear utilizada no desenvolvimento deste trabalho, inúmeras simplificações são assumidas a fim de tornar o método numérico de mais fácil resolução, ou que fazem sentido dentro de um contexto geral do problema. Entretanto, à medida que determinadas particularidades se apresentam à esta questão, como: características geométricas específicas, características de ondas e velocidade de navegação maiores, o comportamento, que anteriormente poderia ser bem reproduzido por teorias lineares, passa a não mais responder linearmente às excitações de onda. Sendo assim, as simplificações assumidas durante o desenvolvimento do método de predição do movimento do corpo flutuante podem não mais serem adequadas para determinados casos.

A seguir neste capítulo são apresentados os principais causadores de respostas não-lineares, que são de fundamental compreensão para este trabalho, e limites de aplicação da teoria das faixas.

5.1. Efeito Da Velocidade E Características De Onda Sobre Respostas Não Lineares Do Movimento

Como explanado anteriormente, a diferença essencial entre embarcações de deslocamento e de planeio é a presença significativa de forças de sustentação hidrodinâmica neste segundo grupo. Agora será melhor explicado o aparecimento dessas forças e como elas podem afetar a linearidade dos movimentos.

FRIDSMA [3] analisou experimentalmente o efeito da velocidade sobre a linearidade das respostas dos movimentos induzidos por ondas de proa em determinado casco. Para isso, ele submeteu um mesmo casco de ângulo de *deadrise* constante a diferentes velocidades. Para o casco de 10 graus de *deadrise* e navegando sob a condição de número de Froude igual a 1,05 o autor observou a completa saída do casco da água quando submetido a ondas de comprimento da ordem do comprimento do casco. Observou-se o modelo decolar nas proximidades da crista de uma primeira onda incidente, “voar” sobre uma segunda crista e voltar a tocar a água somente na crista de uma terceira onda. Esse efeito então se repetiu periodicamente por inúmeros ciclos.

Foi concluído por Fridsma que a velocidade continua sendo o fator determinante para a definição dos limites de projeto e operação para embarcações que operam sob o regime de ondas.

Além dos experimentos desenvolvidos por Fridsma, esse comportamento foi analisado experimentalmente e confirmado por KATAYAMA [28]. A condição de navegação sob o número de Froude foi variada entre 0,35 a 0,875 e observou-se a grande influencia de efeitos não lineares tanto sobre a aceleração quanto sobre o movimento.

Em casos particulares o aparecimento de saltos ou decolagens do casco sobre a água podem se dar tanto em mares regulares quanto irregulares, significando uma total resposta não linear às amplitudes de ondas incidentes. KATAYAMA[28] investigou sistematicamente através de testes com modelos de embarcação em escala reduzida e verificou que à medida que há o aumento da velocidade, a altura limite de onda para o acontecimento desses saltos diminui. A seguir é apresentado um casco auto propelido que experimentou um salto parcial em um dos testes. Um casco pode ser submetido a

determinado salto desde que haja velocidade o suficiente na presença de ondas que permitam a decolagem do mesmo. Esses “voos” provocam impactos na reentrada do casco na água podendo danificar equipamentos internos ou provocar diminuição da velocidade de operação, por parte da própria tripulação como foi destacado por KEUNING [1].



Figura 14 – Embarcação de planeio decola parcialmente em ondas incidentes pela proa.

Fonte 5.1 – <https://www.soundingsonline.com/boats/how-different-hull-types-react-in-rough-water>

Desse fato origina-se a importância das características da onda sobre as respostas, lineares ou não, da embarcação.

FRIDSMA [3] também analisou a influência das características das ondas sobre o comportamento linear das embarcações. Foi atestado que para a navegação sob a condição de número de Froude 0,35(razão $V/\sqrt{L} = 2$) para todos os comprimentos de onda, o comportamento dos movimentos do modelo testado se mostraram lineares. No entanto, sob a condição de adimensional de Froude de 0,69(razão $V/\sqrt{L} = 4$) as respostas lineares à excitação de onda puderam ser observadas somente para ondas muito pequenas ou muito longas em seu comprimento. Para razões de velocidade ainda maiores, como já mencionado a não-linearidade é tão expressiva que pode chegar ao descolamento total do casco da superfície da água. Concluiu-se que quanto maior a declividade da onda e maior a frequência de encontro, maior é notada a presença de respostas não lineares.

Como destacado anteriormente, a maior facilidade em ser excitado por ondas incidentes é característica de embarcações que experimentam grande elevação do casco devido a forças hidrodinâmicas. Fato é que a elevação é tão dependente da geometria do casco quanto da velocidade de avanço do mesmo. Sendo assim, é natural que certas

características físicas da geometria induzam mais facilmente essa elevação. Dentre elas destaca-se o ângulo de *deadrise* do fundo casco, que tem influência direta sobre a maior capacidade de planar para uma velocidade específica e conseqüentemente ter um comportamento mais linear ou mais não-linear.

5.2. Efeito Do Ângulo De Fundo Sobre Respostas Não Lineares Do Movimento

Como demonstrado por inúmeros autores desde o início do estudo de cascos planadores, como LINDSAY LORD [29] e SAVITSKY [5], menores ângulos de *deadrise* provocam a elevação precoce do casco sobre a água. Assim, menor potência é necessária para iniciar o planeio. Esta seria então uma ótima característica de forma para todas as embarcações de planeio se não fosse o fato de que embarcações desse tipo não estão submetidas somente a águas calmas. Ocorre que com menores ângulos de fundo, maiores são as acelerações negativas devido ao impacto da reentrada do casco na água. Esse efeito pode ser facilmente entendido através de uma simples analogia com atletas de salto ornamental. Um dos determinantes para um salto de sucesso de um atleta é a sua entrada na água. Se este realiza a entrada de maneira vertical com seu corpo estendido, sua entrada será muito suave e espalhará pouca água. Entretanto se este mesmo atleta por algum motivo chegar à água com seu corpo na horizontal, este sofrerá grande impacto e pode sofrer até injúrias físicas por consequência deste salto. FRIDSMA [3] em 1969 analisou além da resistência ao avanço a influência do ângulo de fundo sobre o comportamento de embarcações rápidas sobre ondas. Três diferentes ângulos de *deadrise* (10, 20 e 30 graus) foram ensaiados para diferentes condições de velocidade, onda, razão L/B, etc.

O casco estudado apresentava uma angulação de fundo constante e seção transversal prismática de meia nau para ré. Essa forma é pouco usual já que cascos planadores comumente apresentam um aumento progressivo do ângulo de *deadrise* à medida que se percorre o casco na direção da proa. Entretanto, essa foi a maneira prática de se analisar individualmente a influência do ângulo de *deadrise* sobre o *seakeeping* de embarcações. Uma importante conclusão descrita por SAVITSKY [6] foi a maior presença de comportamentos não-lineares a partir da diminuição progressiva do ângulo de *deadrise*. Ou seja, embarcações com maiores ângulos de fundo tendem a se comportar mais como embarcações de deslocamento em seus movimentos.

Devido a geometria não usual dos modelos ensaiados por SAVITSKY [6] e FRIDSMA [3], VAN DEN BOSCH [30] realizou experimentos comparativos entre dois cascos

similares das séries de casco de CLEMENT AND BLOUNT [31] de 12,5 e 25 graus de *deadrise* e forma de proa mais realista. A seguir são apresentados os planos de linhas desses modelos.

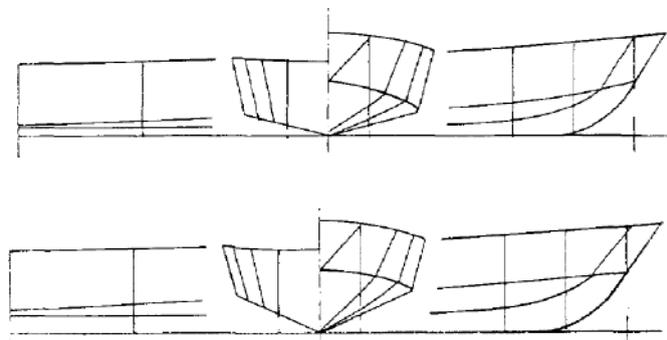


Figura 15 - Modelos de cascos ensaiados por Van Den Bosch., com 12,5 e 25 graus de *deadrise*

Fonte 5.2 – VAN DEN BOSCH [30]

O autor registrou em seu trabalho a observação de acelerações menores que as observadas por Fridsma em seus modelos. Essas se deram muito provavelmente pelo maior ângulo de *deadrise* e forma mais afilada da proa, como era de se esperar. Além disso o autor notou a menor capacidade de elevação do casco com maior *deadrise* e menor índice de acelerações indesejadas no modelo de V mais profundo. Uma das conclusões do autor foi que o modelo mais aprofundado permanece mais “assentado” e por consequência, em seu equilíbrio dinâmico, o trim apresentado pelo casco é menor.

Como concluído pelo autor, a menor angulação longitudinal gera menores movimentos longitudinais e menores acelerações. A influência do trim sobre a linearidade será vista no tópico a seguir.

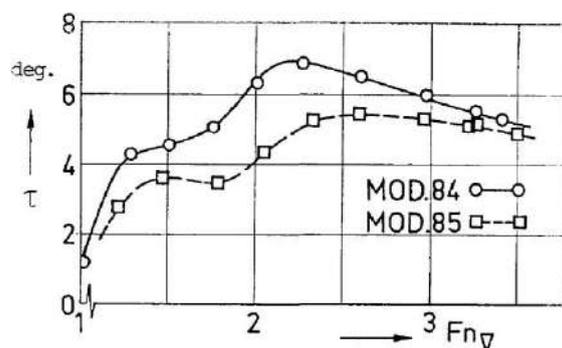


Figura 16 - Gráfico comparativo de trim contra o número de Froude de modelos de VAN DEN BOSCH [30] com 12,5 graus de *deadrise* e modelo com 25 graus de *deadrise*

Fonte 5.3 – VAN DEN BOSCH [30]

Tratando das não-linearidades, VAN DEN BOSCH [30] ensaiou os modelos em ondas regulares de duas alturas de ondas diferentes. Para esses testes os movimentos de *heave*

e *pitch* foram gravados e concluiu assim como Fridsma que as não linearidades na resposta dos movimentos tem forte relação com o ângulo de *deadrise* e com a declividade da onda. Sendo assim, a combinação de ângulos mais rasos de fundo e ondas com maior declividade é a receita perfeita para registro de decolagens de embarcações de planeio. Ou seja, o registro de comportamentos que fogem completamente a condição linear de resposta dos movimentos do corpo às excitações de onda.

Dessa afirmativa conclui-se que existe grande dificuldade na predição de movimentos através da teoria linear para embarcações que combinam pequeno ângulo de fundo (*deadrise*), altas velocidades e grande declividade de onda. Por outro lado, embarcações com ângulos de *deadrise* elevados, também conhecidas como “*deep-v*” e de semi-planeio poderiam ser enquadradas mais facilmente dentro da teoria linear. Esse segundo grupo de embarcações se mostra muito valoroso para estudo nesta dissertação pois se trata da maior fatia das embarcações rápidas de serviço e de maior interesse para a indústria.

Como destacado na introdução deste trabalho, a tendência das mais modernas embarcações monocasco que navegam em altas velocidades é buscar justamente maiores ângulos de *deadrise* e ângulos mais agudos de entrada da água, diminuindo assim o aparecimento de impactos e acelerações indesejadas. Sendo assim, é possível que a teoria linear seja uma ferramenta que garanta a predição correta desse grupo de embarcações.

Como já destacado anteriormente, o casco nessa dissertação destacado da série de FRIDSMA [3] possui angulação de fundo de 20 graus. Esse valor de *deadrise* é considerado alto e característico de embarcações “*deep-v*” ou semi planeio, justificando assim a abordagem aqui sugerida da utilização da teoria linear para predição de seus movimentos.

5.3. Efeito Da Elevação Do Casco E Trim Sobre Respostas Não Lineares E Cálculos Lineares.

Além da angulação do fundo do casco, outras características das formas do casco foram otimizadas ao longo dos anos de maneira a induzir mais precocemente o planeio. Dentre essas características pode-se destacar os cascos quinados (quinas simples ou quinas-reversas). Diferentemente de cascos arredondados ou bojados (*round-bottom*), os cascos quinados provocam o descolamento do *spray* mais facilmente do casco, diminuindo assim a área molhada e por consequência diminuindo a resistência friccional.

CLEMENT & BLOUNT [31] realizaram testes sistemáticos sobre uma série de cascos

com 12,5 graus de *deadrise* e corpo prismático a partir de meia-nau para ré. Em sua série sistemática eles variaram a razão de aspecto L/B, o carregamento (deslocamento relacionado à área de linha d'água) e a posição do centro de gravidade.

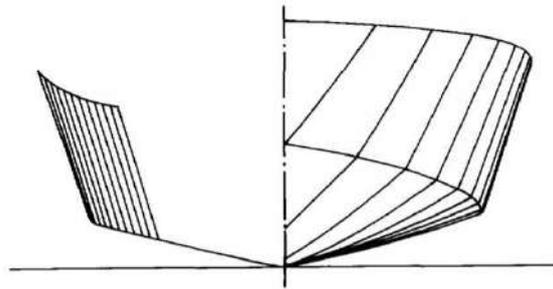


Figura 17 - Plano de balizas da série ensaiada por Clement e Blount

Fonte 5.4 - CLEMENT & BLOUNT [31]

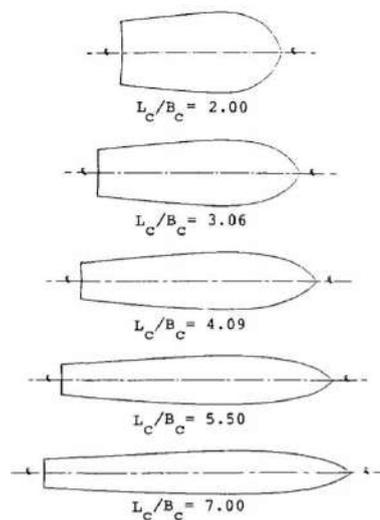


Figura 18 - Série de Clement e Blount e seus diferentes cascos com diferentes razões de aspecto

Fonte 5.5 - CLEMENT & BLOUNT [31]

A partir de seus experimentos os autores puderam demonstrar a grande relevância da velocidade sobre a elevação do casco sobre a água. Como resultado de seus testes observou-se que o efeito da elevação poderia diminuir o valor do calado em mais de 50% em relação a condição de deslocamento e o trim da embarcação podia variar de 2 a 6 graus. Isso claramente contribui de maneira crítica para a definição da parcela submersa da embarcação.

Do ponto de vista dos movimentos, a elevação significativa do casco sobre a água, advinda das forças hidrodinâmicas do planeio, pode trazer grandes respostas de movimento

combinando velocidade de avanço e características de onda. Já a elevação da angulação longitudinal resulta também em maiores movimentos e acelerações. Do ponto de vista da modelação numérica, os cálculos lineares sejam 2D ou 3D são dependentes de uma posição média do calado e considera pouca variação da região submersa do casco. Dessa maneira, fica evidente que as particularidades na navegação de embarcações de planeio podem, se não dados os corretos limites, gerar resultados incoerentes seguindo os tradicionais métodos de predição do comportamento no mar dessas embarcações. Por isso esse trabalho vem propor uma atualização da abordagem linear para embarcações que navegam em maiores velocidades através da atualização da parte submersa do casco a medida que a velocidade é alterada.

5.4. A TEORIA DAS FAIXAS

Como já citado nesta dissertação, a abordagem computacional para o problema do comportamento em ondas de embarcações se mostrou de extrema relevância frente aos custos elevados de experimentos em escala. Ainda que a aplicação do CFD se torne cada vez mais comum, ainda exige extrema capacidade e tempo computacional e por consequência custo ainda elevados.

Sendo assim, abordagens computacionais tradicionais são extremamente válidas e de comum aplicação. Dentre estas, o famoso método da “teoria das faixas”, que ao longo dos anos gerou resultados bastante aderidos aos estabelecidos em experimentos em escala. Na realidade, a teoria das faixas não é única, mas sim um método para solução de problemas hidrodinâmicos que ao longo dos anos experimentou desenvolvimentos e melhoramentos por inúmeros autores. A seguir será apresentada a fundamentação histórica deste método.

5.5. A História Da Teoria Das Faixas

Curiosamente a chamada teoria das faixas não teve grande aceitação mesmo quando KORVIN-KROUKOVSKY & JACOBS [20] apresentaram os primeiros resultados com devida acurácia para movimentos de *heave* e *pitch* em uma embarcação submetida a mares de proa. Ainda que muito promissora, esta proposta despertava certa reticência nos acadêmicos mais conservadores já que sua origem se deu mais por um *insight* físico que matemático-analítico. Isso por que a teoria das faixas se originou na ideia de que o comportamento do corpo flutuante pode ser compreendido como a soma dos comportamentos individuais de cada fatia transversal (faixas), ao longo do comprimento

de linha d'água.

Hoje, após inúmeros estudos derivados ou influenciados pelos estudos pioneiros, fica a percepção de que os primeiros trabalhos não ganharam o devido reconhecimento à época.

As considerações físicas são inicialmente de fácil compreensão. Primeiramente deve ser assumido que o perfil do casco é esbelto. Ou seja, o calado é muito menor que o comprimento, e a área seccional deve variar de maneira gradual ao longo do comprimento.

Restringindo a discussão ao caso de velocidade de avanço zero e enfrentamento de ondas de alta frequência, nota-se que a velocidade das partículas fluidas se dá muito mais na direção transversal que na direção longitudinal. Conseqüentemente, o escoamento em qualquer fatia transversal pode ser aproximado por um escoamento bidimensional.

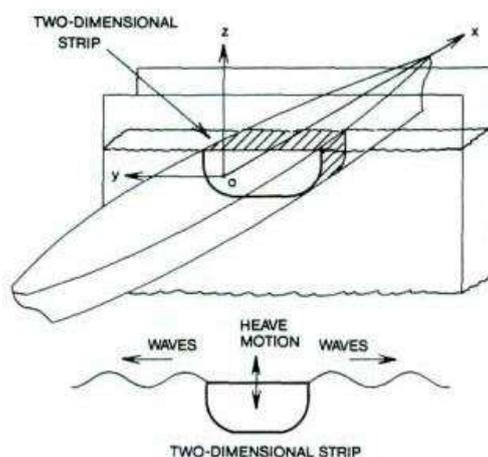


Figura 19- Movimento bidimensional de uma fatia transversal em Heave.

Fonte 6.1- SALVESEN [21]

Para obter-se o comportamento geral do corpo flutuante se faz necessário integrar ao longo do comprimento o comportamento individual de cada faixa ou seção transversal.

A lógica essencial por trás da teoria das faixas é reduzir um problema complexo tridimensional em uma série de problemas bidimensionais de mais fácil resolução.

Mesmo a teoria das faixas desenvolvida por KORVIN-KROUKOVSKY & JACOBS [20] mencionada anteriormente que garantia resultados bastante razoáveis com relação aos resultados experimentais, não era totalmente satisfatória. No geral, seus resultados eram válidos somente para mares de proa e o mais importante a se destacar: os coeficientes das equações de movimento, relacionados a velocidade de avanço, não satisfaziam a relação

de simetria de TIMMAN & NEWMAN [25]. Essa relação estabelecia que, na teoria linear de embarcações, termos cruzados deveriam seguir certa simetria com relação a diagonal principal na matriz de coeficientes de movimento. Sendo assim, ainda havia campos a serem explorados e problemas a serem superados dentro do desenvolvimento de uma teoria das faixas mais adequada.

Ao longo dos anos posteriores ao trabalho de Korvin-Kroukovsky e Jacobs, inúmeros trabalhos neste campo foram desenvolvidos com métodos bastante similares. Entretanto, a abordagem de SALVESEN et al.[21] parece ter sido a teoria que recebeu mais atenção e aceitação. Sendo assim, nos próximos parágrafos que se darão esta teoria será apresentada e destrinchada.

6. METODOLOGIA

Primeiramente, fez-se necessário o entendimento completo da teoria das faixas utilizada nas ferramentas computacionais aqui utilizadas e, portanto, o estudo de trabalhos pioneiros como os de KORVIN-KROUKOVSKY & JACOBS [20] e SALVESEN [21] foi fundamental. A fundamentação teórica desta teoria e distinção entre trabalhos pioneiros desenvolvidos se dará mais adiante.

A partir desta base teórica estabelecida, um dos cascos da série de FRIDSMA [3] foi destacado e modelado computacionalmente para dar-se início ao desenvolvimento desta dissertação. Esta série de cascos é a mesma série ensaiada por KEUNING [10], BEGOVIC [8, 22] e inúmeros outros autores, provendo assim uma base de dados experimentais bem sólida.

O modelo selecionado da série de Fridsma foi ensaiado em ondas regulares de proa para número de Froude: 0,35; 0,69 e 1,05 ou, equivalentemente, razões velocidade-comprimento (V/\sqrt{L}) 2, 4 e 6 $kn/ft^{1/2}$. Suas características são apresentadas a seguir em forma de tabela:

Tabela 1- Características gerais do modelo destacado da série de Fridsma e aqui utilizado

L	1,14 m	45''
b	0,23 m	9''
L/b	5	5
D	0,143 m	5 5/8''
β	20°	20°
τ	4°	4°
$LCG(\%L)$	61,5	61,5
$k(\%L)$	25	25

Onde,

L é o comprimento do modelo (m).

b é a boca do modelo (m).

L/b é a razão de aspecto adimensional.

D é o pontal do modelo (m).

β é o ângulo de *deadrise* em unidade de graus.

τ é o trim do modelo durante o reboque em unidade de graus.

$LCG(\%L)$ é a posição percentual longitudinal do centro de gravidade em relação ao extremo de ré.

$k(\%L)$ é o raio de giração para movimento angular em torno do eixo y (*Pitch*) em porcentagem do comprimento, em relação ao extremo de ré.

A apresentação das simbologias acima e suas respectivas unidades pode causar estranheza por estarem também no sistema americano de unidades, mas assim foi apresentado para fidelização às medidas apresentadas por FRIDSMA [3] e criação de paralelismo ao trabalho original do autor. Entretanto, ao longo do desenvolvimento teórico e numérico os resultados serão apresentados dentro do padrão do Sistema Internacional de Unidades.

O plano de balizas dos cascos da série de Fridsma com os ângulos de *deadrise* de 10

graus, 20 graus e 30 graus é apresentado na Figura 6 a seguir.

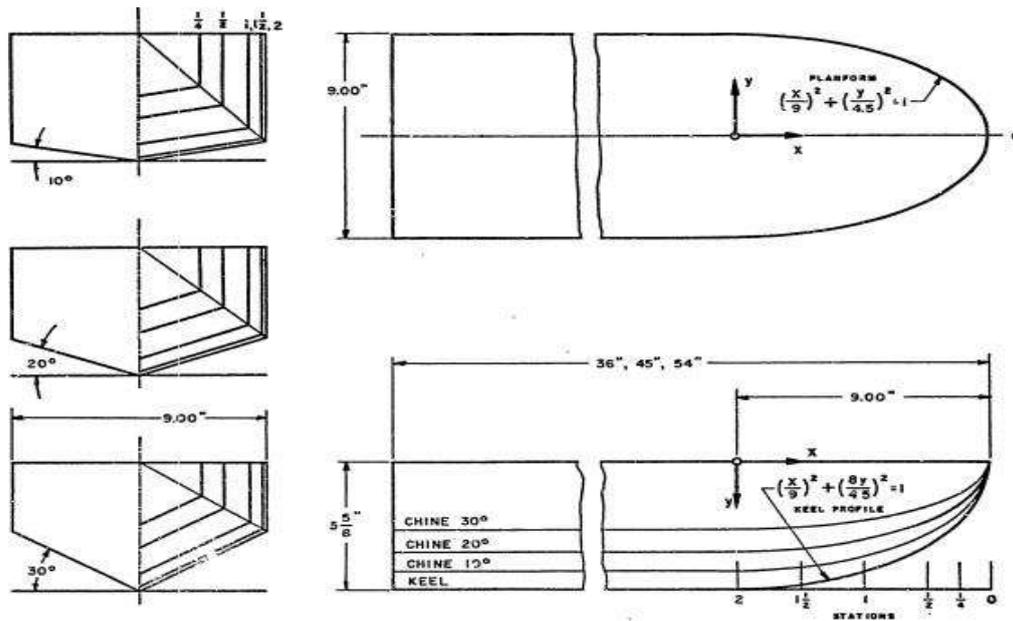


Figura 20 - Plano de balizas da Série de Fridsma

Fonte 7.1 - FRIDSMA [3]

Por se tratar do estudo de uma embarcação de planeio, é natural que para maiores velocidades e conseqüente maiores números de Froud, o casco experimente forças hidrodinâmicas que provoquem a elevação do casco sobre a água. Essa conseqüente elevação gera naturalmente a alteração da geometria das obras vivas e volume submerso do casco. Dos ensaios de FRIDSMA [3] obteve-se os valores da elevação percentual do casco para os respectivos números de Froude, ou razões V/\sqrt{L} , e serão apresentados mais adiante nessa dissertação.

Para modelação e desenvolvimento das análises foram utilizadas as ferramentas computacionais OCTOPUS Office e Maxsurf Motion. Estas ferramentas são softwares de análise hidrodinâmica para cálculo das características de *seakeeping* de navios ou estruturas oceânicas e se mostram adequadas para este estudo tendo em vista que ambos os softwares consideram em seus cálculos a velocidade de avanço. Estes softwares se utilizam da teoria das faixas apresentadas por TASAI [23] e por inúmeros outros autores de maneira semelhante como SÖDING [24].

Todas estas teorias compartilham da mesma base teórica, com termos que englobam cascos com velocidade de avanço e também resolvem problemas anteriores do desenvolvimento destas teorias, como o não atendimento da relação de simetria de

TIMMAN & NEWMAN [25].

De maneira prática, a forma da embarcação modelada em ambos os softwares está em escala 10 para 1 com relação ao modelo original de FRIDSMA [3]. Isso se deu simplesmente pela incapacidade de os softwares realizarem cálculos de *seakeeping* para modelos pequenos como o original. Análises iniciais dessa dissertação que procuraram seguir relação 1 para 1 entre modelo ensaiado experimentalmente e computacionalmente, esbarraram em mensagens de inviabilidade de realização de análise numérica. Afim de superar essa dificuldade inicial, a opção pelo uso do modelo em escala foi feita. A relação de escala foi também aplicada a todas as demais características que envolvem o problema como: características inerciais e de mar.

Como dito no capítulo anterior, o casco será ensaiado para a condição de deslocamento e duas condições progressivas de velocidade as quais pode se identificar o início do planeio e planeio completo. Com isso, pretende-se realizar a comparação dos resultados do comportamento do modelo enfrentando ondas de proa obtidos para as três mesmas condições: com o casco sem quaisquer alterações do calado (excluindo qualquer tipo de elevação) e com alteração progressiva do corpo submerso, utilizando como referência dados experimentais de elevação compartilhados diretamente por FRIDSMA [3] em seu trabalho original.

Vale destacar que o modelo ensaiado computacionalmente é submetido a condições de onda idênticas às condições experimentadas pelo modelo de Fridsma. Adicionalmente, as propriedades inerciais do modelo de Fridsma são compartilhadas pelo modelo ensaiado computacionalmente. Somente dessa maneira, a partir das igualdades geométricas, de propriedades inerciais e de condições ensaiadas, que é possível estabelecer uma comparação válida entre os resultados experimentais e numéricos.

7. OS SOFTWARES

O ABB Octopus Office, antigo SEAWAY, foi criado por Johan Journée e Leon Adegeest e é um software de abordagem dos movimentos do navio baseado na teoria linear das faixas para cálculo das cargas hidromecânicas, cargas de onda, movimentos, acelerações, resistência adicional em ondas e características inerciais de navios, barcas, yachts e embarcações em geral para seis graus de liberdade. Já o Maxsurf Motion Advanced é um software de *seakeeping* que compõe o pacote de softwares Maxsurf. Ele utiliza geometrias modeladas no próprio pacote Maxsurf para calcular características inerciais e respostas

de determinado casco para uma determinada característica de mar. Para tanto esse pode se utilizar de dois métodos: Teoria linear das Faixas e Método dos painéis.

Ainda de maneira a se estabelecer uma comparação coerente, dessa vez entre os dois softwares, as simulações foram realizadas utilizando-se o método compartilhado entre os dois softwares, a teoria linear das faixas.

A teoria linear das faixas e seus alicerces será abordada e explicada mais adiante nessa dissertação.

8. APRESENTAÇÃO PRÁTICA DA CONSTRUÇÃO DA ANÁLISE DE COMPORTAMENTO NO MAR.

O *seakeeping* ou comportamento no mar é um dos principais assuntos que constituem a engenharia naval. A física da movimentação em seis graus de liberdade de um corpo flutuante submetido a ondas é a base fundamental do chamado comportamento no mar de uma embarcação. Essa resposta em ondas do corpo é critério fundamental para o design de embarcações rápidas de resgate, transporte de passageiros, etc.

Na representação linear do comportamento no mar de determinado corpo flutuante, uma ferramenta fundamental para auxílio no projeto dessas estruturas marítimas é o chamado RAO, ou *Response Amplitude Operator*. O RAO trata-se de uma função que está relacionada a cada grau de liberdade de movimento de cada embarcação e um sistema de ondas a qual ela está submetida, com todas suas características próprias como frequências e ângulos de incidência. Este operador é usado como dado de entrada para definição de amplitudes de movimento em qualquer ponto desejado de determinada embarcação, assim como velocidade e aceleração para qualquer localização de interesse.

Para este trabalho acadêmico, a representação do operador é de fundamental importância visto que este será o elemento comparativo entre os dados gerados por FRIDSMA [2] e aqui reproduzidos de maneira computacional a fim de atestar a validade da metodologia proposta por essa dissertação.

De maneira a estabelecer um entendimento mais profundo sobre este operador, está apresentado em anexo a essa dissertação o desenvolvimento do RAO para um cilindro oscilando em *Heave*. Assim como a geração de um RAO para um cilindro, um operador de resposta é dependente das condições geométricas do corpo flutuante, condições inerciais e características das ondas regulares que excitam o casco.

Sendo assim, a seguir são apresentadas as condições deste trabalho que cercam a geração de resultados sobre o comportamento do casco aqui estudado.

8.1. Modelação Do Casco

A partir do entendimento teórico do problema no capítulo 8, partiu-se ao desenvolvimento técnico deste trabalho com auxílio da ferramenta Octopus Office e Maxsurf Motion, como explicado anteriormente no objetivo dessa dissertação. Como já mencionado anteriormente, foram cinco o número de condições simuladas em cada software: três condições de velocidade de avanço progressiva enfrentando ondas de proa sem qualquer atualização do calado e outras duas condições adicionais, relativas aos números de Froude 0,69 e 1,05, com atualização do calado.

Para tanto, se fez necessária a modelação de um único casco no software Maxsurf Motion, que cobre tanto as condições ensaiadas sem quaisquer alterações da porção submersa, quanto as simulações com atualização das obras vivas atualizando somente o valor do calado dentro do próprio software. Entretanto, para o software ABB Octopus Office foram necessárias as modelações de três diferentes porções submersas que cobrem as condições de deslocamento, semi-deslocamento/semi-planeio e planeio completo/puro.

A primeira condição se estabelece com o valor de calado igual à 0,086 m, para o avanço do casco sob a condição de número de Froude (Fr) de 0,35. Sendo assim, nessa condição o casco se encontra no regime de deslocamento e as forças hidrodinâmicas de sustentação não tem relevância e o valor do calado se dá somente devido ao peso próprio da embarcação e a interação do casco com o campo de pressões hidrostáticas. Vale destacar que esta primeira referência de calado, e consequente porção submersa, foi utilizada para as primeiras três simulações de cada software em que não se considerou qualquer atualização das obras vivas apesar das velocidades maiores.

A segunda condição se dá para Fr igual a 0,69. Nesse regime de velocidade, as forças hidrodinâmicas de sustentação têm maior importância e causam, na prática, certa elevação do casco sobre a água. Para as simulações em que foram consideradas atualizações da parte molhada do casco, o calado considerado foi de 0,072 m.

Já a terceira condição pode ser identificada como planeio “puro”, em que as forças de sustentação hidrodinâmica são de muito maior relevância que as forças hidrostáticas para a sustentação do casco como apresentado na introdução desta dissertação. Para esta condição o número de Froude é igual a 1,05. Nessa condição número três, o calado

utilizado foi do valor de 0,061 m.

Os calados nas condições 2 e 3 foram encontrados subtraindo-se do valor do calado da condição de deslocamento, o valor da elevação do casco medida por Fridsma. Esse valor de elevação se tornou relevante somente na segunda e na terceira condição. A curva de elevação do casco será apresentada mais adiante nesta dissertação no capítulo sobre a realização das simulações.

De maneira direta é apresentada a seguir a relação entre as razões de velocidade, números de Froude e o calado para as três condições de velocidade.

Tabela 2 - Três condições analisadas por FRIDSMA [3] e seus respectivos calados

	Condição 1	Condição 2	Condição 3
Denominação cond. de Fridsma	C	A	B
Fr	0,35	0,69	1,05
$\frac{V}{\sqrt{L}}$ (ft/knot ^{1/2})	2	4	6
T (m)	0,086	0,072	0,061

A seguir são apresentadas imagens do casco modelado nos dois diferentes softwares para uma mesma condição (condição de deslocamento).

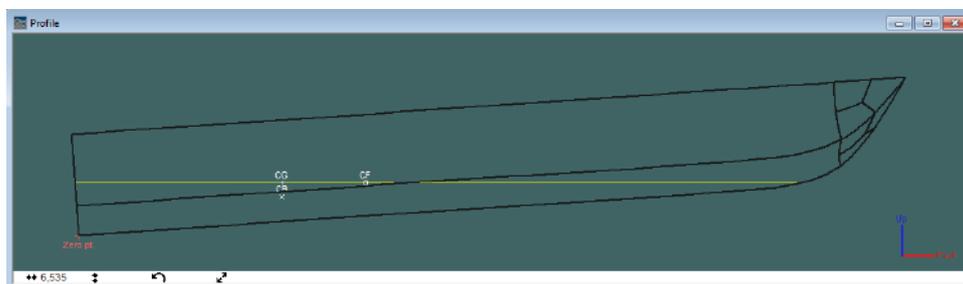


Figura 21 - Perfil do casco de Fridsma modelado no software Maxsurf Motion para a condição de deslocamento.

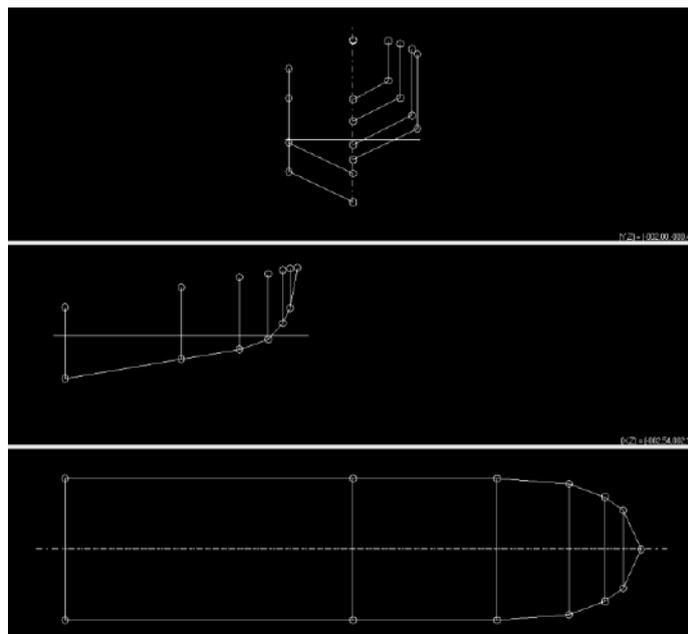


Figura 22 - Vistas do casco ensaiado por Fridsma modelado no software ABB Octopus office para o calado na condição de deslocamento.



Figura 28 - Vista lateral das obras mortas do modelo na condição 1

Esta preocupação em realizar a atualização da posição média da embarcação para determinada velocidade de avanço é base fundamental dessa dissertação e incorpora as características que formalizam a diferença entre o equilíbrio de uma embarcação de deslocamento e planeio. Justamente procura-se incorporar essa elevação ao método das faixas, para os cálculos do comportamento no mar, a fim de investigar se esta leva a uma maior aderência dos resultados numéricos aos resultados experimentais. Sendo assim, é possível sugerir a validade da aplicação deste método para essas embarcações rápidas e quais são seus limites.

8.2. Coeficientes Hidrodinâmicos

Com o casco modelado nas duas diferentes ferramentas e de maneira a verificar primariamente a validade dos dados gerados pelos softwares, comparou-se os valores dos coeficientes hidrodinâmicos e forças de excitação gerados pelos dois diferentes softwares. Vale ressaltar novamente que a ferramenta Maxsurf Motion se utiliza do cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos utilizando somente o método de *Lewis*, enquanto o programa Octopus Office oferece, além do método de *Lewis*, o método *Frank Close-Fit*. Para o segundo software, foi selecionado o método *Frank Close-Fit* por julgar que este

descreveria melhor a forma da embarcação e possivelmente traria melhores resultados. Da diferença de método utilizado para predição dos movimentos pelos dois softwares é então esperado que os resultados não sejam idênticos. Entretanto, buscou-se uma comparação qualitativa em termos de ordem de grandeza nesta validação inicial.

- **Condição de velocidade de avanço igual a zero**

Primeiramente analisou-se o casco para velocidade de avanço zero e os coeficientes hidrodinâmicos foram comparados entre os dois softwares para atestar a validade da modelação. Os coeficientes de maior atenção foram a massa adicionada, amortecimento e rigidez em afundamento (*heave*) e arfagem (*pitch*), os movimentos de maior interesse para o comportamento no mar de embarcações rápidas.

Esses coeficientes foram tomados e dispostos em forma de gráfico em função da frequência de onda e podem ser observados a seguir. Apesar de diferentes métodos de cálculo entre os dois softwares, é possível notar uma aderência bem significativa entre as curvas para todos os coeficientes.

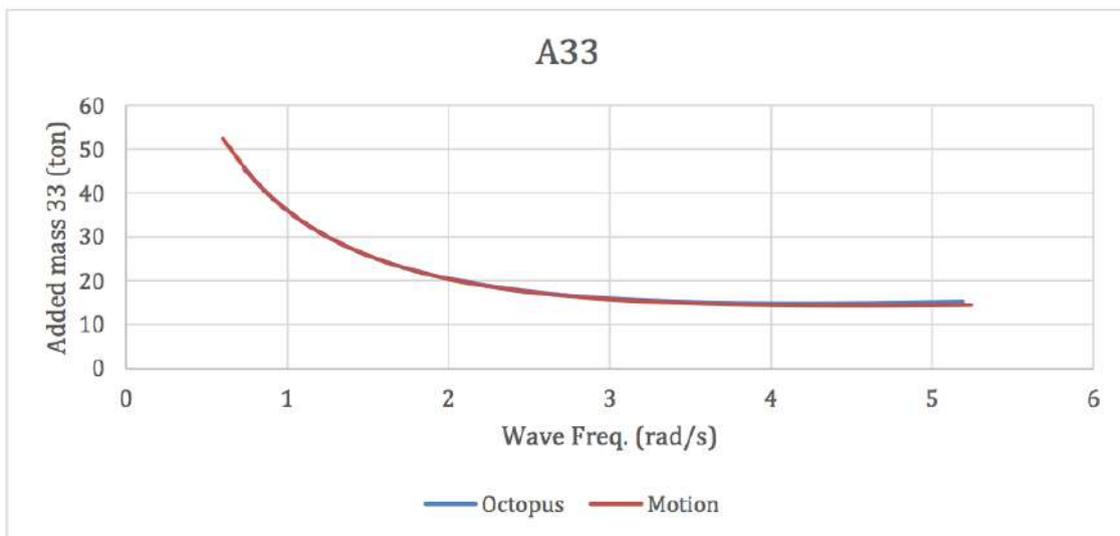


Figura 23 - Frequência de Onda (rad/s) contra Massa adicionada em Heave A33

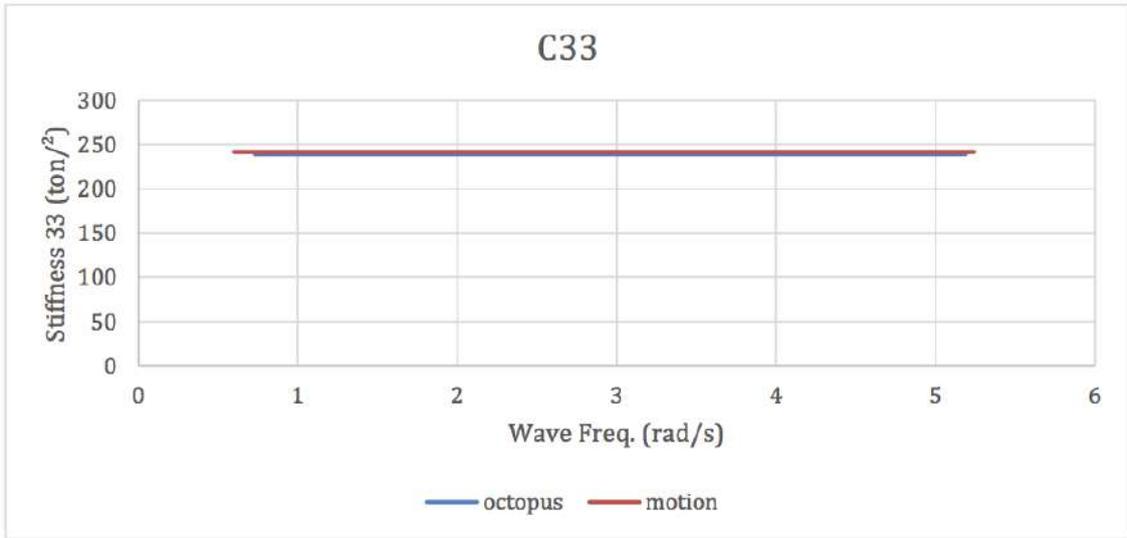


Figura 24 - Frequência de Onda (rad/s) contra Restauração em Heave (C33)

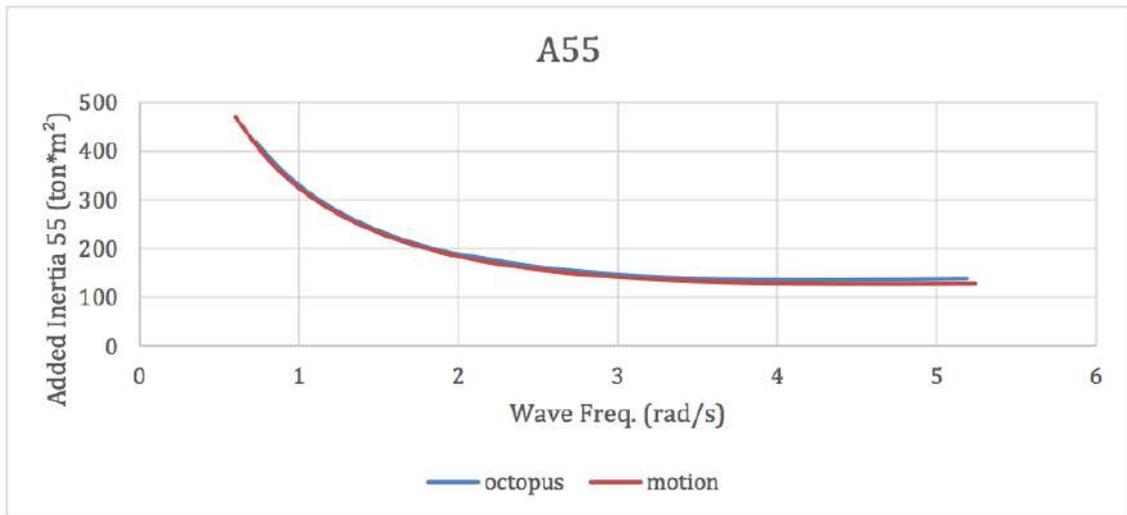


Figura 25- Frequência de onda (rad/s) contra Inércia adicionada em Pitch (A55)

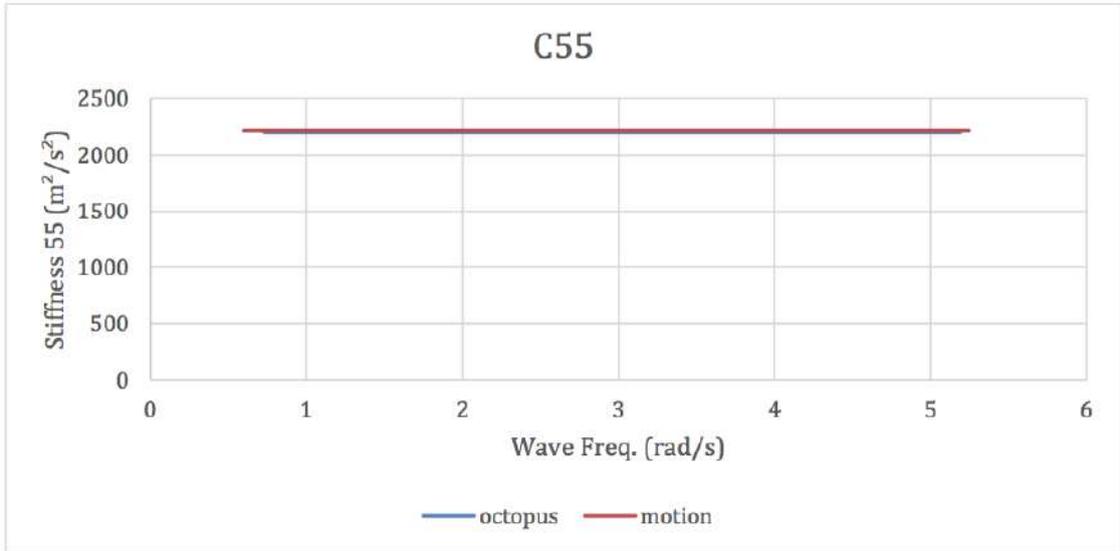


Figura 26- Frequência de Onda (rad/s) contra Restauração em Pitch (C55)

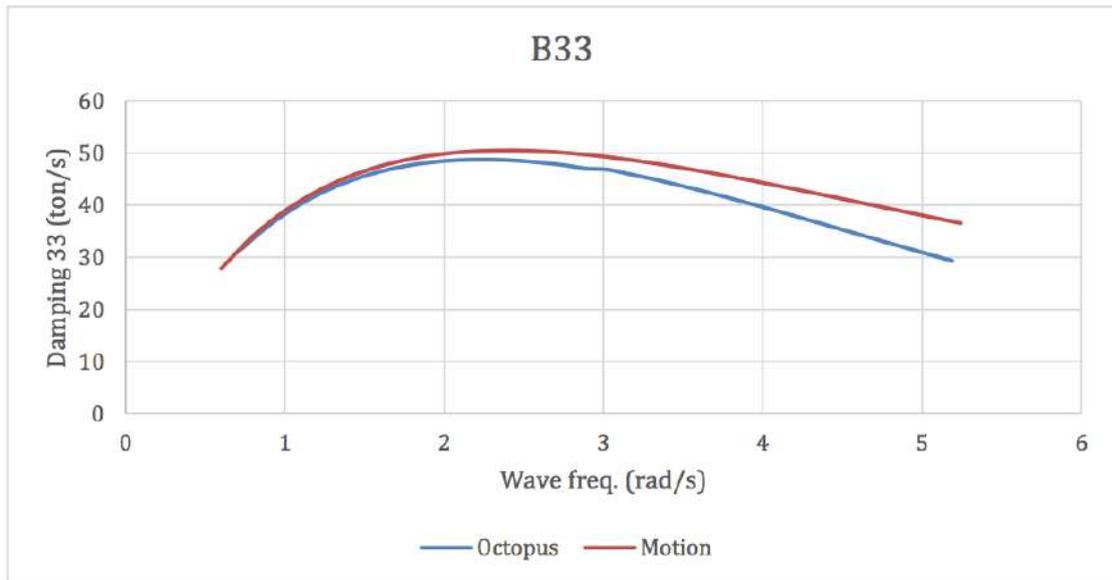


Figura 27 - Frequência de onda (rad/s) contra Amortecimento em Heave (B33)

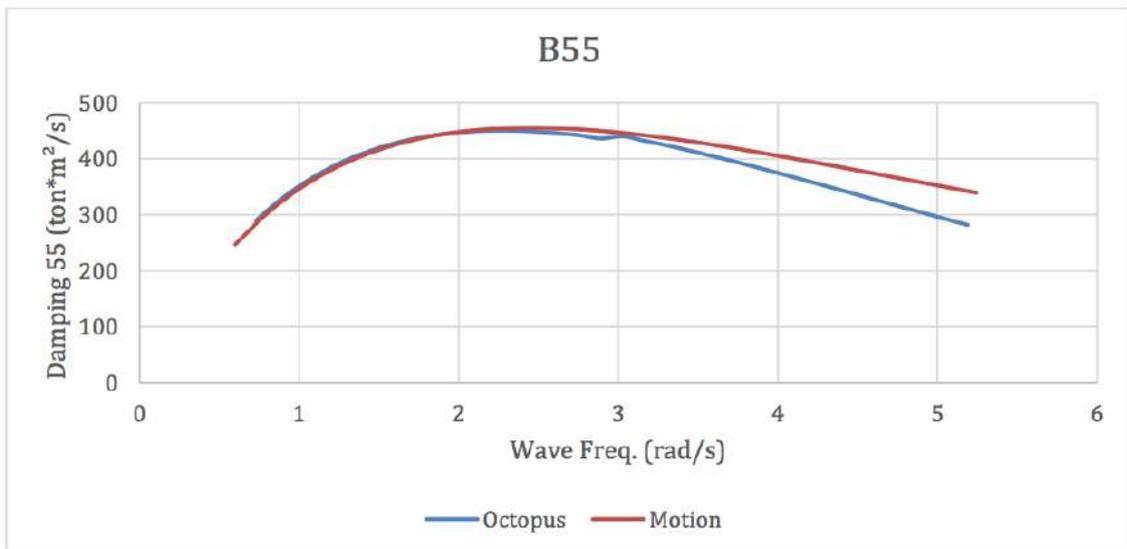


Figura 28 - Frequência de onda (rad/s) contra Amortecimento em Pitch (B55)

A seguir são apresentadas comparações entre os resultados obtidos para as forças de excitação para os dois diferentes softwares com a embarcação sem qualquer velocidade de avanço.

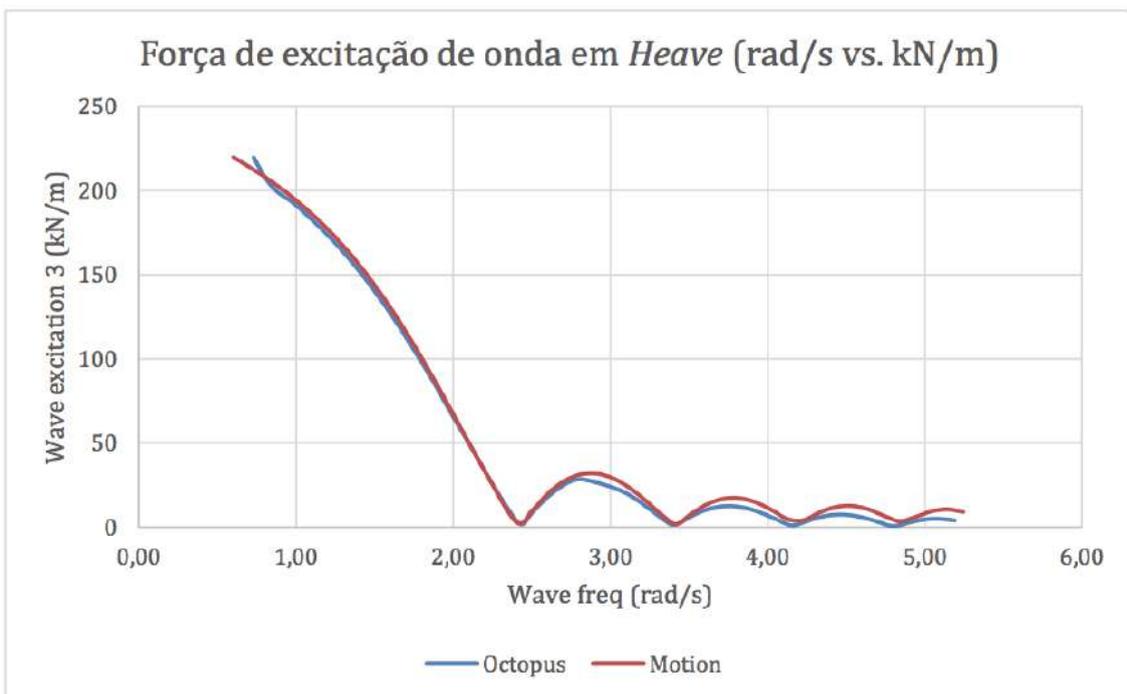


Figura 29 – Força de excitação de onda em Heave contra freq. de onda

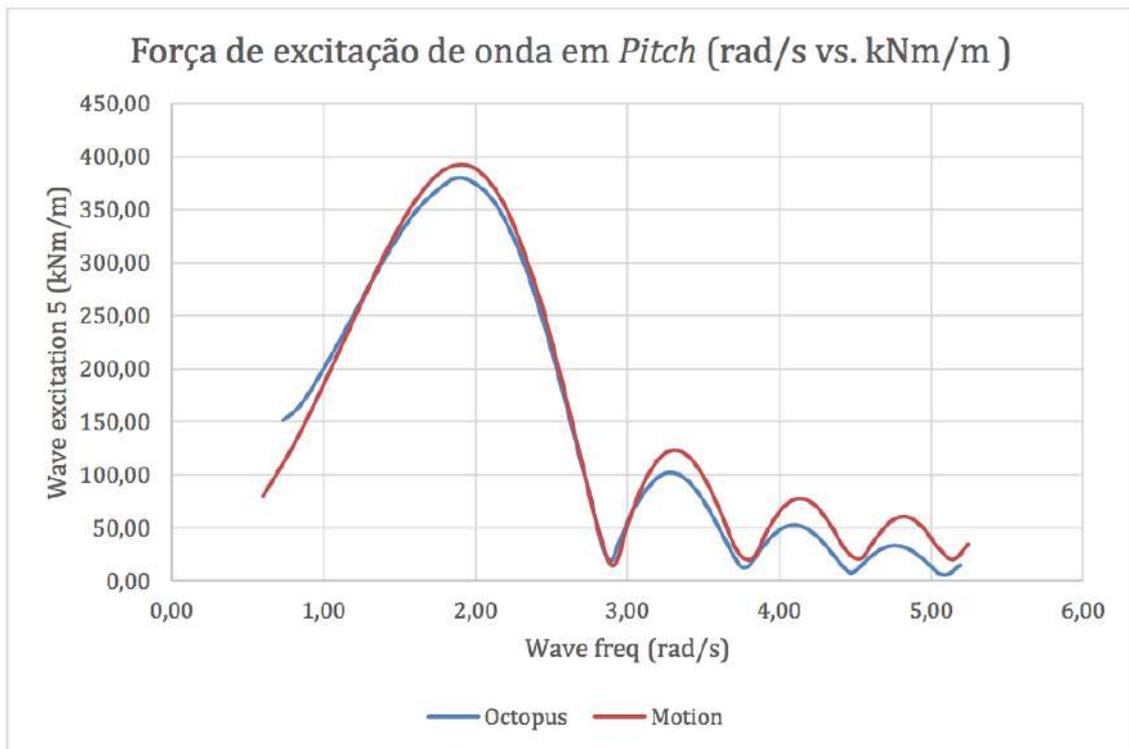


Figura 30 - Força de excitação de onda em Pitch contra freq. de onda

A partir dos gráficos dispostos imediatamente acima, concluiu-se que apesar das diferenças entre curvas, essas apresentavam um mesmo comportamento geral e o resultado posterior de geração de RAO's também deveria seguir bem aderido entre os dois softwares.

Adicionalmente, de maneira a se estabelecer maior segurança para as análises posteriores de RAO, buscou-se encontrar os valores de frequência natural em *Heave* e *Pitch*. Esse se deu de duas maneiras: desacoplada e acoplada. Ou seja, no primeiro caso, os movimentos nos graus de liberdade de *Heave* e *Pitch* não tem qualquer interferência um sobre o outro, enquanto o segundo método considera a interação entre os movimentos nesses dois diferentes graus de liberdade.

Para o cálculo das frequências naturais, considerou-se o navio como um sistema massa-mola. A frequência natural de um sistema massa-mola é a frequência que esse sistema oscila sem a presença de nenhuma excitação. O amortecimento foi desconsiderado pois todos os efeitos viscosos foram desconsiderados e o amortecimento não viscoso tem pouca influência sobre a frequência natural de *Heave* e *Pitch*.

$$\omega_{n_3} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\Delta + A_{33}}}$$

$$\Delta + A_{33} = \frac{C_{33}}{\omega^2}$$

$$\omega_{n_5} = \sqrt{\frac{C_{55}}{I_{55} + A_{55}}}$$

$$I_{55} + A_{55} = \frac{C_{55}}{\omega^2}$$

Onde,

ω_{n_3} é a frequência natural desacoplada de *Heave*.

Δ é o deslocamento da embarcação.

A_{33} é o coeficiente de massa adicionada em *Heave*

C_{33} é o coeficiente de restauração em *Heave*.

ω é a frequência de onda.

A_{55} é o coeficiente de Inércia adicionada em *Pitch*.

C_{55} é o coeficiente de restauração em *Pitch*.

I_{55} é a inércia da área de linha d'água em torno do eixo y.

Para o movimento de *Heave*, para cada frequência traçou-se as curvas $\Delta + A_{33}$ e de $\frac{C_{33}}{\omega^2}$.

Na intersecção dessas curvas, o valor da frequência encontrada será a da frequência natural desacoplada. A frequência natural de Heave foi encontrada utilizando valores dos coeficientes hidrodinâmicos encontrados via o software Octopus assim como via Maxsurf Motion.

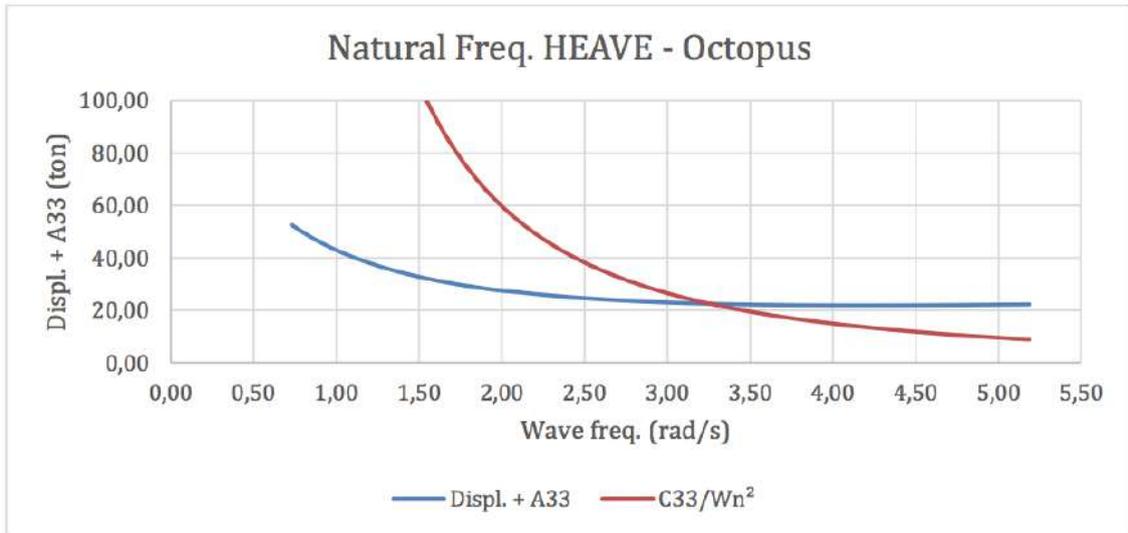


Figura 31 - Gráfico de Freq. Natural desacoplada de Heave calculado com Software Octopus

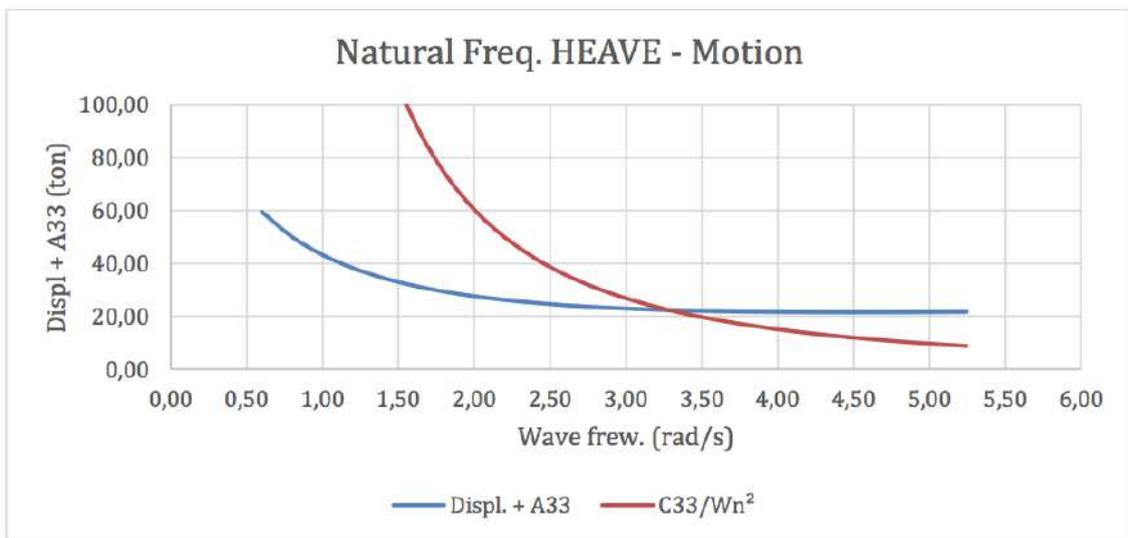


Figura 32- Gráfico de Freq. Natural desacoplada de Heave calculada com software Motion

Nota-se que os resultados obtidos se utilizando os coeficientes calculados por ambos os softwares estão muito próximos. Aproximadamente 3,25 rad/s.

Já para o movimento de pitch as curvas traçadas foram as de $I_{55} + A_{55}$ e de $\frac{C_{55}}{\omega^2}$ para cada frequência analisada. Assim como a frequência natural de *Heave*, as frequências naturais de *Pitch* calculadas via os dois softwares também se mostram muito próximas. Por volta de 3,35 rad/s.

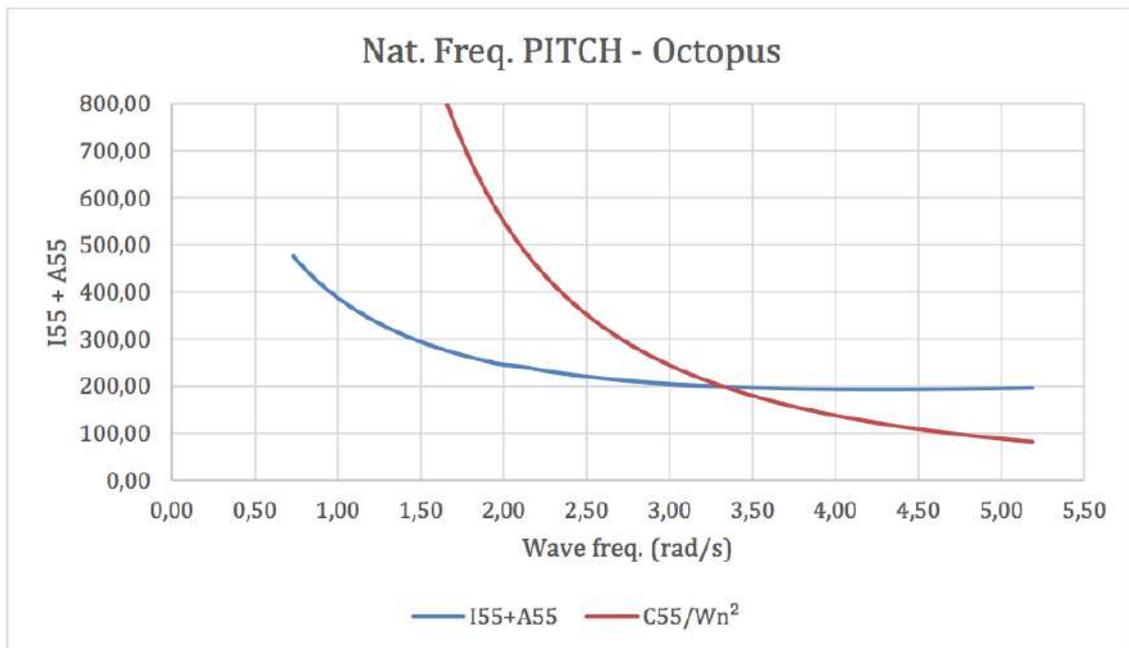


Figura 33- Gráfico de Freq. Natural desacoplada para Pitch calculada via software Octopus

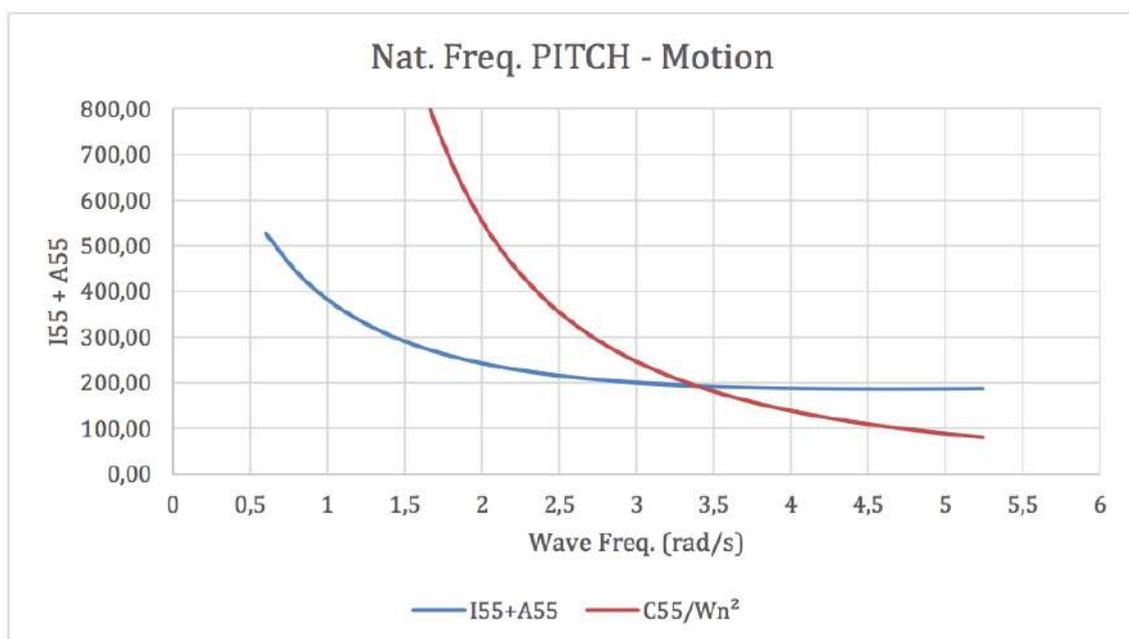


Figura 34 - Gráfico de Freq. Natural desacoplada para Pitch calculada via software MaxsurfMotion

Já o segundo método, através da frequência natural acoplada, foi um refinamento e confirmador dos valores das frequências naturais dos dois movimentos (Afundamento e Arfagem). Desde que se trabalhe com um sistema acoplado, não se pode calcular a frequência de um grau de liberdade individualmente, mas sim de um movimento totalmente acoplado.

A equação de movimento totalmente acoplado, não excitado e não-amortecido em forma de matriz pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} -\omega^2(\Delta + A_{33}) + C_{33} & -\omega^2 A_{35} + C_{35} \\ -\omega^2 A_{53} + C_{53} & -\omega^2(I_{55} + A_{55}) + C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\eta}_3 \\ \bar{\eta}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Calculando o determinante da matriz A, chega-se à equação:

$$det = a\omega^4 + b\omega^2 + c = 0$$

A equação anterior também pode ser vista como uma equação do segundo grau desde que $\omega^2 = u$. Assim a equação se torna:

$$au^2 + bu + c = 0$$

Onde,

$$a = (\Delta + A_{33})(I_{55} + A_{55}) - A_{35}A_{53}$$

$$b = -(\Delta + A_{33})C_{55} - (I_{55} + A_{55})C_{33} + A_{35}C_{53} + A_{53}C_{35}$$

$$c = C_{33}C_{55} - C_{35}C_{53}$$

Para quando o determinante é nulo, os valores da frequência serão as frequências naturais de *Heave* e *Pitch*. Para tanto, plotou-se o gráfico da equação do determinante. Os dois pontos em que a curva cruza o eixo das abscissas, são referentes aos valores de frequências naturais acopladas de *Heave* e *Pitch*.

A seguir é apresentada a curva do determinante da matriz acoplada contra as frequências em rad/s.

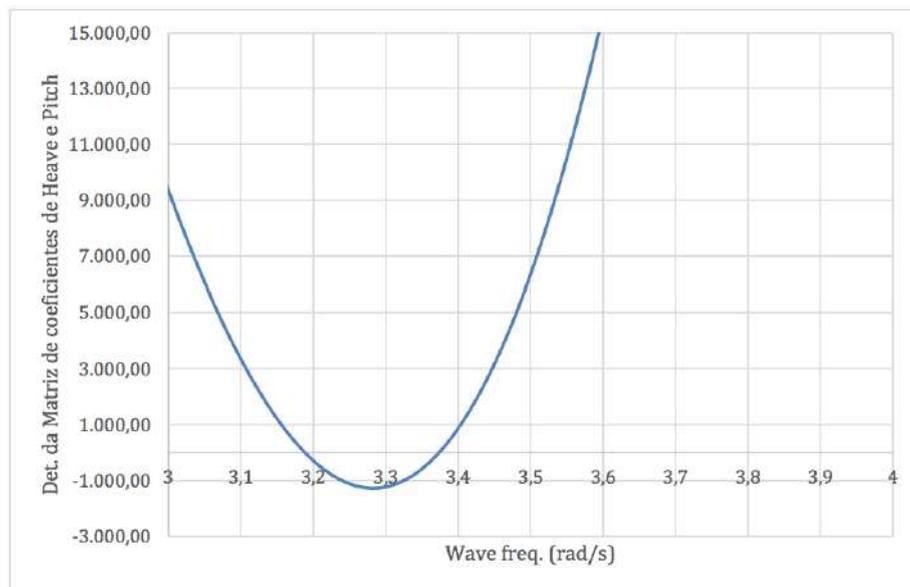


Figura 35 - Gráfico de determinação de freq. naturais acopladas utilizando dados do software Octopus Office

As frequências naturais de *Heave* e *Pitch* calculadas de maneira desacoplada e acoplada indicam valores bastante próximos. Aproximadamente de 3,18 rad/s para *Pitch* e 3,37 rad/s para *Heave*.

- **Condição de velocidade de avanço para Fr 0,35**

Visto que os RAO's serão analisados para condição de velocidade de avanço, se faz importante também ter a mão os valores de frequências naturais dos movimentos de interesse (*heave* e *pitch*) para a embarcação com velocidade de avanço.

Pelos cálculos da frequência natural desacoplada é possível afirmar que o único coeficiente hidrodinâmico de interesse para condição de velocidade de avanço é a massa adicionada em *pitch* (*A55*). Isso se dá pela desconsideração dos termos cruzados, que também sofrem influência da velocidade de avanço mas nesse caso são desconsiderados por conta da análise desacoplada. Além disso, não se faz necessário apresentar novamente as rigidezes, que são relacionadas somente as propriedades hidrostáticas, e coeficientes hidrodinâmicos relacionados ao *heave* (ex.: *A33*, *B33*), que também não possuem qualquer influência de termos dependentes da velocidade.

Sendo assim, a seguir são apresentados os coeficientes hidrodinâmicos para a condição de velocidade de avanço correspondente ao número de Froude 0,35. Para esta condição de velocidade também foram gerados os coeficientes hidrodinâmicos via método das Formas de Lewis e método de Distribuição de Fontes de Frank.

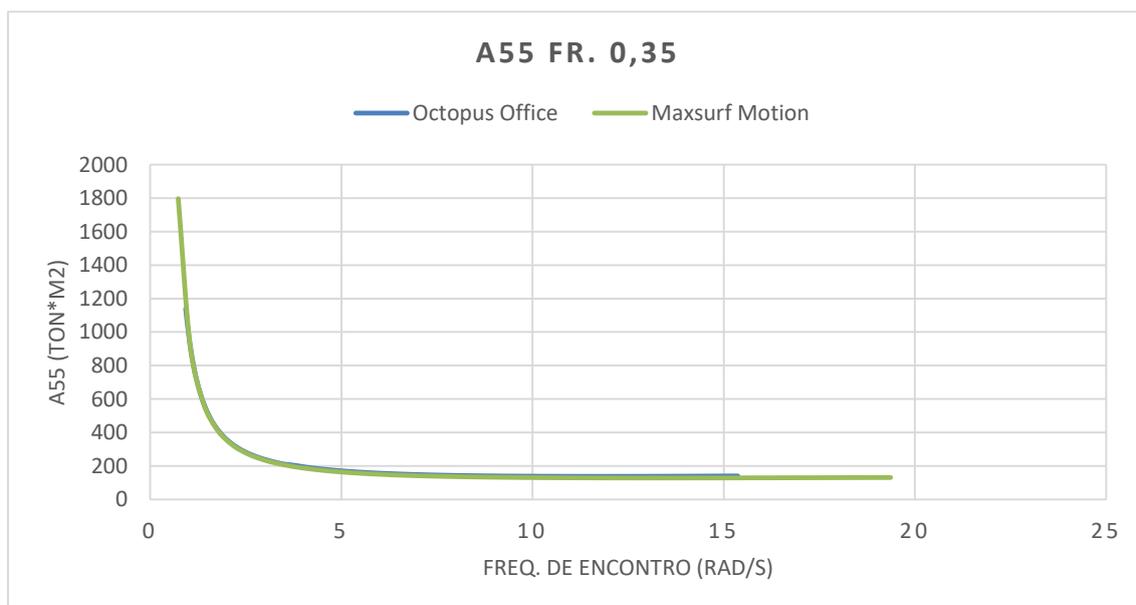


Figura 36- Massa adicionada em pitch para condição de velocidade de Froude 0,35

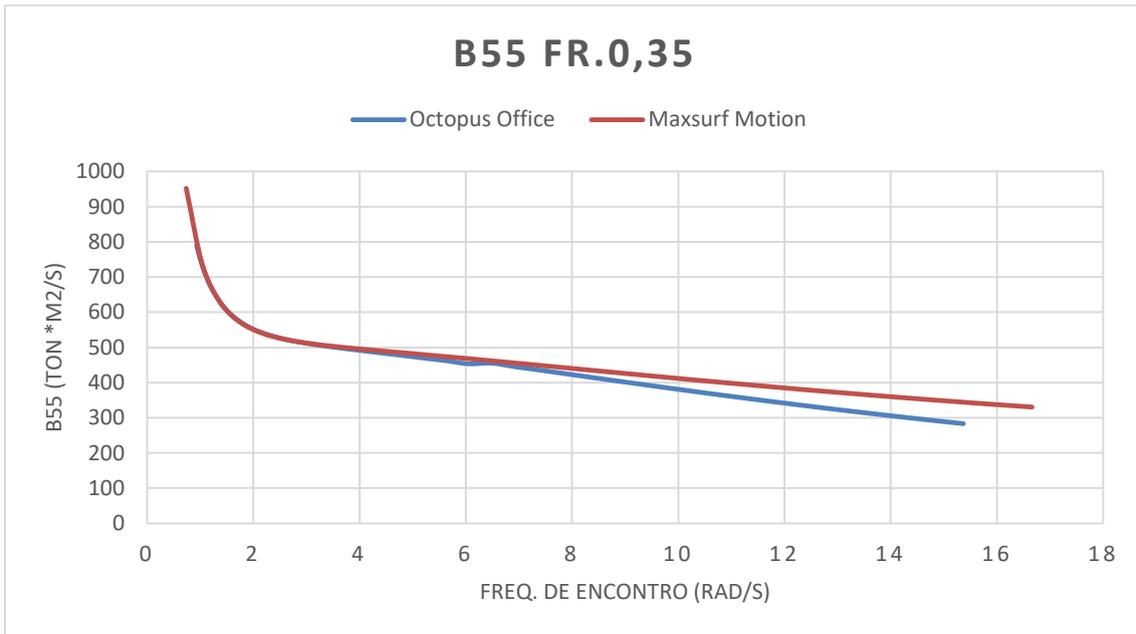


Figura 37 - Amortecimento em pitch para condição de velocidade de número de Froude 0,35

A seguir é apresentado o resultado da frequência natural em *pitch* para velocidade de avanço em Froude 0,35. É possível notar que para esta condição de velocidade a frequência natural, tem valor de aproximadamente 2,6 rad/s.

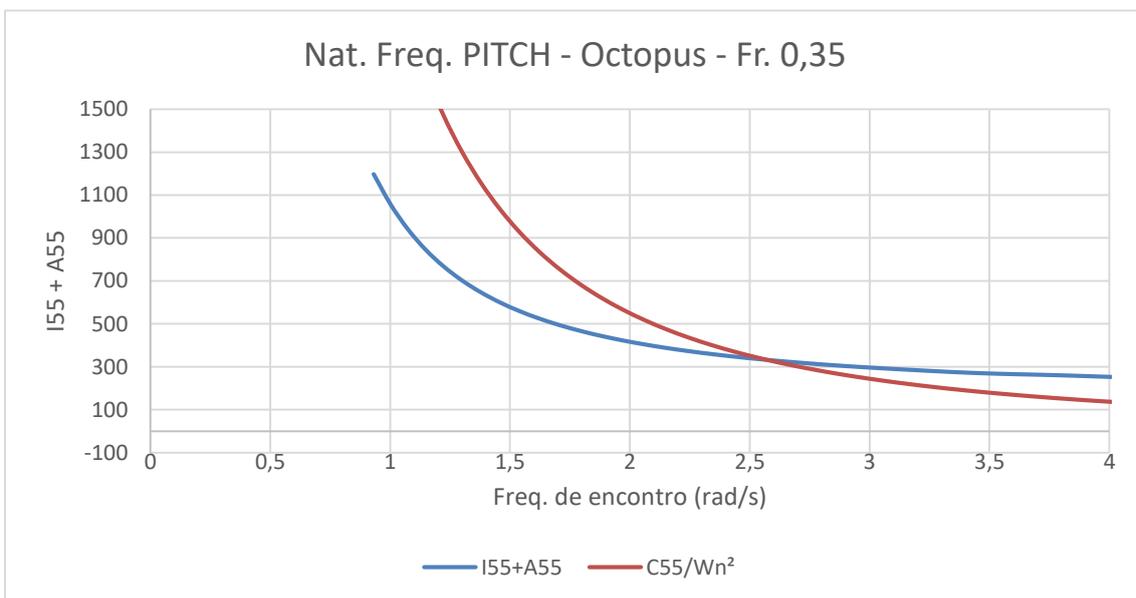


Figura 38 –Resultado de frequência natural de pitch para condição de Fr. 0,35 utilizando resultados do software Octopus Office

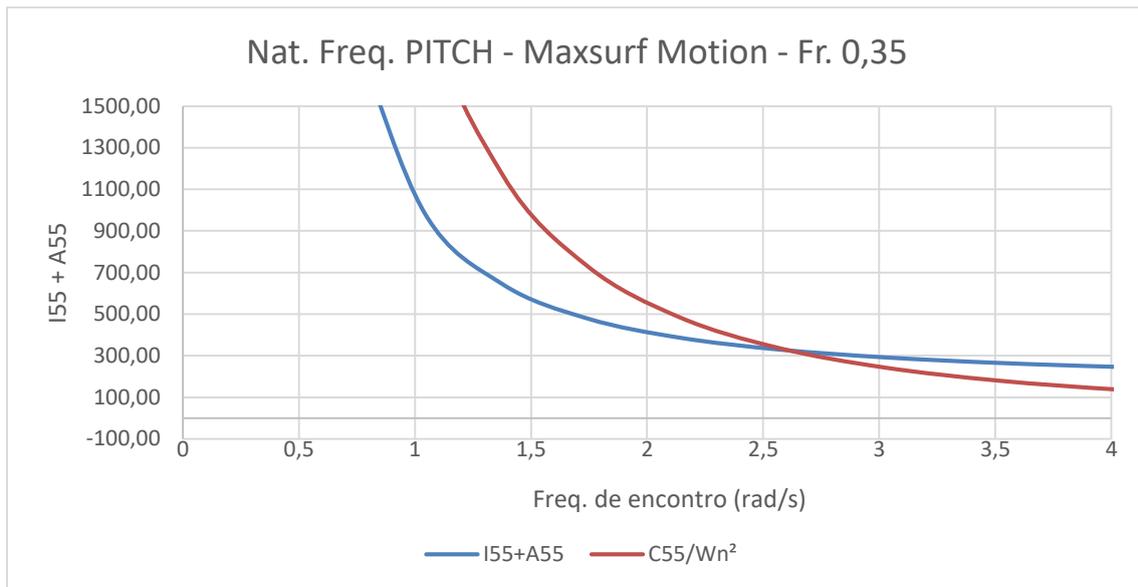


Figura 39 - Resultado de frequência natural de pitch para condição de Fr. 0,35 utilizando resultados do software Octopus Office

Portando os dados das frequências naturais da embarcação nos movimentos de interesse, tem-se maior embasamento para realização das análises do RAO que serão apresentados no próximo tópico.

9. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS

Primeiramente, é importante destacar que os resultados de Fridsma não foram apresentados exatamente na forma de gráficos de RAO's, mas sim em forma de duas tabelas que cruzam diferentes condições ensaiadas. As condições de interesse para este trabalho foram apresentadas no capítulo sobre a metodologia do trabalho.

Este mesmo modelo foi ensaiado para três condições de velocidade com razão V/\sqrt{L} de 2, 4 e 6 *knots/ft^{1/2}* ou Fr. 0,35, 0,69 e 1,05, e identificados como ensaios C, A e B, respectivamente.

Tabela 3 - Tabela de identificação de ensaios

SÍMBOLO	V/vL	L/b	β (graus)	τ (graus)	k(%)	C_{Δ}
A	4	5	20	4	25	0,608
B	6	5	20	4	25	0,608
C	2	5	20	4	25	0,608

Onde,

k é o raio de giração em torno do eixo y em % do comprimento a partir do extremo de ré.

C_{Δ} é o coeficiente de carregamento descrito como: $C_{\Delta} = \frac{\Delta}{wb^3}$

Δ é o deslocamento

w é a massa específica da água

b é a boca do casco.

L é o comprimento do casco.

β é o ângulo de deadrise.

τ é o trim do casco durante o reboque.

As respostas às excitações de onda de proa em *heave* e *pitch* foram dispostas nas tabelas por FRIDSMA [3, 4] em função do comprimento de onda adimensionalizado, λ/L . De maneira prática, essa disposição de resultados se mostra pouco efetiva para este trabalho. Isso porque buscou-se comparar os resultados experimentais obtidos por Fridsma com resultados numéricos desenvolvidos utilizando as ferramentas Octopus Office e Maxsurf Motion, as quais dispõe as respostas dos movimentos em função da frequência de onda (ω) ou frequência de encontro (ω_e). Sendo assim, para efeito de comparação de resultados, as respostas dos modelos de Fridsma que antes eram dispostas em função de valores crescentes de λ/L , foram dispostas então em função da frequência de onda (ω), como nos dois softwares utilizados.

A seguir é apresentada de maneira exemplificada a disposição original do autor:

Configuration	H/b	λ/L	R_w/Δ	n/H	$\frac{\epsilon_p}{2\pi H/\lambda}$	η_{cg} (g)	η_{bow} (g)	R_{aw}/Δ	φ_n (deg)	φ_p (deg)
A	0.111 0.167 0.222	1	0.182	0.18	0.11	0.25	1.05	0.024	11	46
			0.195	0.17	0.10	0.45	1.95	0.037	24	17
			0.208	0.17	0.09	0.75	2.90	0.050	5	67
	0.056 0.111 0.167 0.167 0.222 0.334	2	0.169	0.93	0.85	0.15	0.35	0.011	-	49
			0.184	0.84	0.79	0.25	0.90	0.026	55	9
			0.209	0.81	0.75	0.40	1.80	0.051	47	21
			0.207	0.74	0.73	0.40	1.90	0.049	46	28
			0.232	0.73	0.68	0.85	3.15	0.074	49	33
			0.276	0.59	0.57	1.75	5.25	0.118	54	39
	0.111 0.222 0.334	3	0.173	1.18	1.29	0.20	0.45	0.015	36	42
			0.201	1.13	1.24	0.40	1.45	0.043	26	47
			0.238	1.05	1.16	0.60	2.65	0.078	26	44
	0.111 0.222 0.334	4	0.169	1.23	1.21	0.15	0.25	0.011	9	65
			0.175	1.11	1.21	0.25	0.40	0.017	9	65
			0.190	1.07	1.21	0.40	0.90	0.032	15	63
0.111 0.334	6	0.161	1.04	1.13	0.10	0.15	0.003	-3	68	
		0.169	0.97	1.23	0.25	0.45	0.011	6	83	
B	0.111 0.111 0.111	1.5	0.225	0.16	0.06	0.50	1.45	0.019	-	-
			0.225	0.37	0.21	0.70	2.00	0.019	-	-
			0.231	0.64	0.54	0.80	2.55	0.025	-	-
	0.222 0.334	2	0.256	0.50	0.36	2.70	5.90	0.050	67	-21
			0.281	0.45	0.26	3.75	7.45	0.075	71	-30
	0.111 0.111	3	0.242	1.45	1.68	0.90	2.85	0.036	-	-
			0.224	1.75	2.39	0.35	1.25	0.018	0	48
	0.222 0.334	4	0.270	1.63	2.05	1.65	5.05	0.064	33	42
			0.282	1.47	1.50	4.25	9.65	0.076	47	18
	0.111	6	0.211	1.08	1.51	0.15	0.25	0.005	-7	95

Figura 40 - Disposição parcial dos resultados de Fridsma em forma de tabela

Para as condições de interesse, foram dispostos então os resultados em função das frequências de onda, para seus respectivos valores de λ/L , calculadas a partir da relação de dispersão para águas profundas:

$$\omega^2 = kg \tanh(kh)$$

$$h \rightarrow \infty, \quad \tanh(kh) \rightarrow 1$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}$$

Se faz importante lembrar que para as três diferentes condições de velocidades ensaiadas (Fr. 0,35, 0,69 e 1,05) a condição “média” de equilíbrio se altera devido ao aparecimento de forças relevantes hidrodinâmicas de sustentação. Como já citado anteriormente no capítulo sobre o equilíbrio dinâmico de embarcações de planeio, a medida que a embarcação avança em uma determinada velocidade e se eleva sobre a água, a posição de equilíbrio muda, alterando em especial o calado e trim. No trabalho original de FRIDSMA[3] no entanto, o autor ensaiou as condições A, B e C sem qualquer alteração de trim, visto que o autor tinha o interesse em medir a influência individual deste parâmetro sobre o comportamento de embarcações de planeio no enfrentamento de ondas de proa. A alteração desse parâmetro se deu para outras condições ensaiadas por Fridsma que não são de interesse dessa dissertação.

Neste trabalho as obras vivas para as condições A e B, que registraram elevação do casco, foram remodeladas a fim de representar a nova condição de equilíbrio dinâmico, com novo calado por condição, mas com mesmo trim no valor de 4 graus.

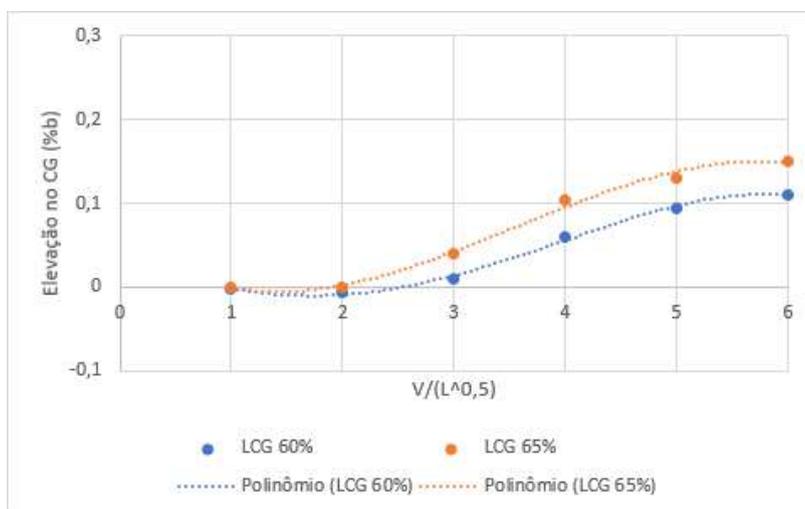


Figura 41 - Elevação do casco de deadrise 20 graus ensaiado por Fridsma para duas condições diferentes de LCG.

As elevações do casco para diferentes velocidades foram medidas por Fridsma através de ensaios de reboque em condição de águas calmas para diferentes posições longitudinais do centro de gravidade.

Infelizmente o autor não realizou medições de elevação para as exatas mesmas condições dos ensaios de enfrentamento de ondas de proa. É o caso da condição aqui selecionada e reproduzida numericamente. Neste ensaio a posição longitudinal do centro de gravidade está a 61.5% do comprimento a partir do espelho de popa, enquanto Fridsma realizou medições de elevação de centro de gravidade para modelos com LCG a 60% e LCG a 65%. Para continuidade do trabalho, julgou-se coerente utilizar valores de elevação interpolados entre os valores dos modelos de LCG a 60% e LCG a 65%. Resultando então nos valores de calado do modelo de LCG 61.5% para as três condições de velocidade, apresentados na tabela a seguir.

Tabela 4- Calado médio e trim em equilíbrio para três condições ensaiadas

	C	A	B
Fr.	0,35	0,69	1,05
T (m)	0,086	0,072	0,061
τ (°)	4	4	4

A partir dos destaques anteriores é possível então apresentar os resultados experimentais obtidos por Fridsma dispostos em função das frequências de onda. A seguir são apresentados as respostas em *Heave* e *Pitch*, identificadas por h/H e $\theta\lambda/2\pi H$, para as condições de ensaio C, A e B, em ordem crescente de velocidade ensaiada. Estas identificações são as mesmas utilizadas no trabalho original de Fridsma.

9.1. Condição C: $Fr. 0,35$ ou $\frac{V}{\sqrt{L}} = 2 \text{ knots}/ft^{1/2}$

Nesta condição o modelo ensaiado pelo autor possui número de Froude 0,35. Como destacado nos capítulos anteriores, nesta condição o modelo experimenta majoritariamente forças e momentos que o equilibram advindos da hidrostática. Sendo assim, a velocidade de avanço ainda é considerada baixa e é esperado que movimentos que fogem ao regime linear de resposta não fossem registrados.

Tabela 5 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para a Condição C (Fr.0,35)

CONDIÇÃO C (Fr. 0,35 ou $V/\sqrt{L} = 2$)				
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Heave	λ/L	λ (m)	ω (rad/s)	h/H
	6,00	68,58	0,95	0,91
	4,00	45,72	1,16	0,99
	3,00	34,29	1,34	1,00
	2,00	22,86	1,64	0,88
	1,50	17,15	1,90	0,49
	1,00	11,43	2,32	0,07

Tabela 6 - Dados experimentais do comportamento em Pitch do modelo em reboque para a Condição C (Fr.0,35).

CONDIÇÃO C (Fr. 0,35 ou $V/\sqrt{L} = 2$)				
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Pitch	λ/L	λ (m)	ω (rad/s)	$\theta\lambda/2\pi H$
	6	68,58	0,95	1,19
	4	45,72	1,16	1,21
	3	34,29	1,34	1,21
	2	22,86	1,64	0,99
	1,5	17,15	1,9	0,58
	1	11,43	2,32	0,13

Os dados tomados por Fridsma, organizados aqui de maneira a descrever um RAO, são na realidade a coleção de respostas a mares regulares de proa com sistemas de onda com suas respectivas frequências e altura fixa. O valor de resposta para cada frequência é único, apresentado por FRIDSMA [2], mas que se origina na média em torno do valor de resposta a 10 picos de ondas consecutivas. FRIDSMA [2] em seu trabalho também realizou ensaios para diferentes alturas de onda ou declividades de onda para analisar sua influência sobre o *seakeeping*. Esta relação já foi descrita no capítulo sobre a importância da geometria da onda sobre as respostas lineares da embarcação.

Em seu trabalho, Fridsma também realizou ensaios para diferentes condições de declividade de onda. Sendo assim, para este trabalho, se fez importante selecionar uma altura fixa das ensaiadas originalmente. Essa escolha se deu com base na série de ensaios para uma mesma declividade de onda que possuísse o maior número informações disponibilizadas pelo autor. Assim sendo, os dados de ensaios experimentais tomados e comparados com resultados numéricos foram realizados todos para uma mesma condição de altura de onda ao enfrenta-las pela proa. Esta altura aqui escolhida foi apresentada por Fridsma de maneira adimensionalizada como $b/H = 0,111$. Onde H é a altura de onda e b é a boca do modelo. Ou de maneira direta, 0,025 m.

A seguir são apresentadas as curvas de respostas experimentais em *Heave* e *Pitch* à excitação de ondas de proa para a razão de velocidade-comprimento (V/\sqrt{L}) igual a 2.

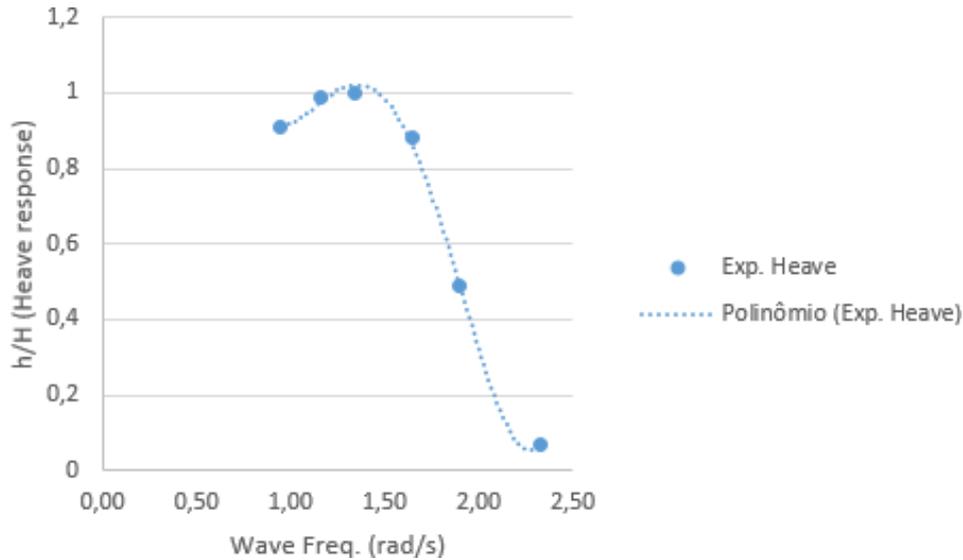


Figura 42 - Operador de respostas experimentais às excitações de onda em Heave para a Condição C (Fr.0,35)

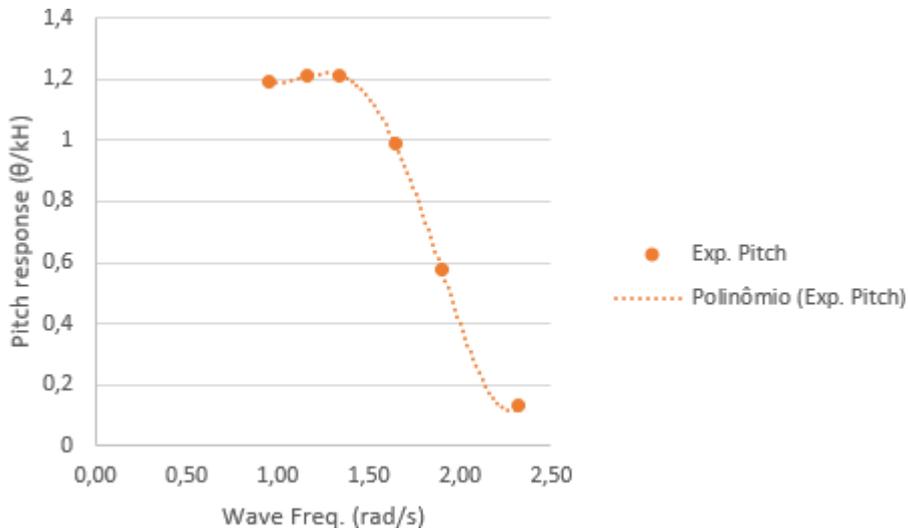


Figura 43 - Operador de resposta experimentais às excitações de onda em Pitch para a Condição C (Fr.0,35)

9.2. Condição A: Fr. 0,69 ou $\frac{V}{\sqrt{L}} = 4 \text{ knots}/ft^{1/2}$

Já a segunda condição ensaiada por Fridsma resulta em número de Froude 0,69. Para esta velocidade a interação entre casco e forças de sustentação hidrodinâmica já se mostra bastante relevante e provoca a saída parcial do casco da água. A elevação do centro de gravidade se deu da ordem de 9% da boca do modelo.

Como era de se esperar, resultado da maior velocidade no enfrentamento das ondas de proa, e menor área molhada, as respostas registradas foram de maior valor e seguem organizadas em forma de tabela e gráfico para os movimentos de Heave e Pitch. Vale destacar que a altura de onda segue sendo fixa para todas as frequências e igual à utilizada nos ensaios para razão velocidade-comprimento igual a $2 \text{ knots}/ft^{1/2}$.

No mesmo gráfico são apresentadas as curvas referentes a condição anterior de velocidade para efeito de comparação de resultados.

Tabela 7- Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para a condição A(Fr. 0,69)

		CONDIÇÃO A(Fr. 0,69 ou $V/\sqrt{L}=4$)			
		λ/L	λ	ω (rad/s)	h/H
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Heave	6	68,58	0,948	1,04	
	4	45,72	1,161	1,23	
	3	34,29	1,341	1,18	
	2	22,86	1,642	0,84	
	1	11,43	2,32	0,18	

Tabela 8- Dados experimentais do comportamento em Pitch do modelo em reboque para a condição A(Fr. 0,69)

		CONDIÇÃO A(Fr. 0,69 ou $V/\sqrt{L}=4$)			
		λ/L	λ	ω (rad/s)	$\theta\lambda/2\pi H$
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Pitch	6	68,58	0,948	1,13	
	4	45,72	1,161	1,21	
	3	34,29	1,341	1,29	
	2	22,86	1,642	0,79	
	1	11,43	2,32	0,11	

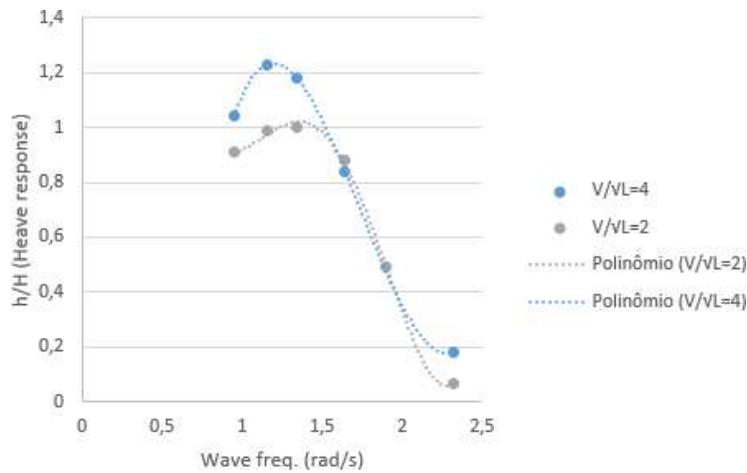


Figura 44 - Comparação de resultados experimentais de respostas em Heave do modelo de Fridsma para

condições de velocidade C(cinza) e A(azul claro).

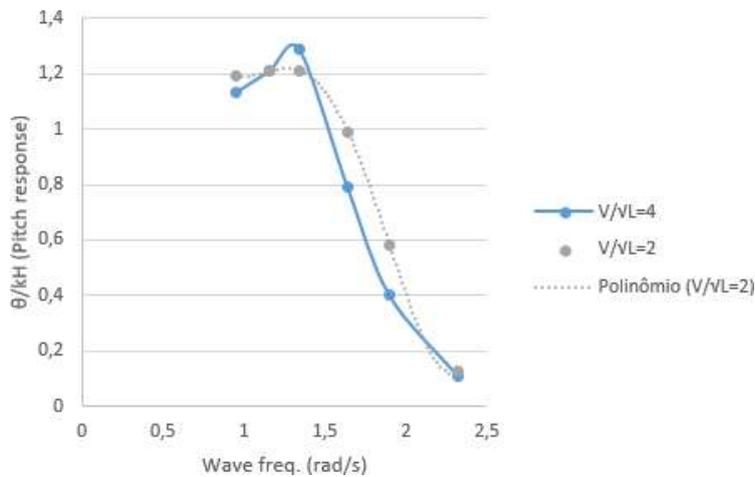


Figura 45- Comparação de resultados experimentais de respostas em Pitch do modelo de Fridsma para condições de velocidade C(cinza) e A(azul claro).

9.3. Condição B: Fr. 1,05 ou $\frac{V}{\sqrt{L}} = 6 \frac{knots}{ft^{\frac{1}{2}}}$

A terceira condição aqui apresentada é equivalente ao adimensional de Froude de 1,05. Ou seja, como já visto nos capítulos anteriores, caracterizado como condição de planeio “puro”. Em poucas palavras, as forças de sustentação hidrodinâmica são muito mais relevantes que as forças hidrostáticas, praticamente desconsideradas. De maneira prática, as forças de sustentação hidrodinâmica são de tamanha importância que para esta velocidade ensaiada o casco apresenta a maior valor de elevação e conseqüente diminuição significativa do calado e das obras vivas.

Como nas duas condições anteriores, os resultados experimentais tomados por Fridsma são dispostos em forma de tabela e posteriormente dispostos em forma de curva de resposta juntamente com as duas condições anteriormente apresentadas.

Tabela 9 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para a condição B(Fr. 1,05)

		CONDIÇÃO B (Fr. 1,05 ou V/VL=6)			
		λ/L	λ	ω (rad/s)	h/H
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Heave	6	68,58	0,948	1,08	
	4	45,72	1,161	1,75	
	3	34,29	1,341	1,45	
	2	22,86	1,642	0,64	

	1,5	17,15	1,9	0,37
	1	11,43	2,32	0,16

Tabela 10 - Dados experimentais do comportamento em Heave do modelo em reboque para a condição B(Fr. 1,05)

CONDIÇÃO B (Fr. 1,05 ou $V/\sqrt{L}=6$)				
DADOS EXPERIMENTAIS Resposta em Pitch	λ/L	λ	ω (rad/s)	$\theta\lambda/2\pi H$
	6	68,58	0,948	1,51
	4	45,72	1,161	2,39
	3	34,29	1,341	1,68
	2	22,86	1,642	0,54
	1,5	17,15	1,9	0,21
	1	11,43	2,32	0,06

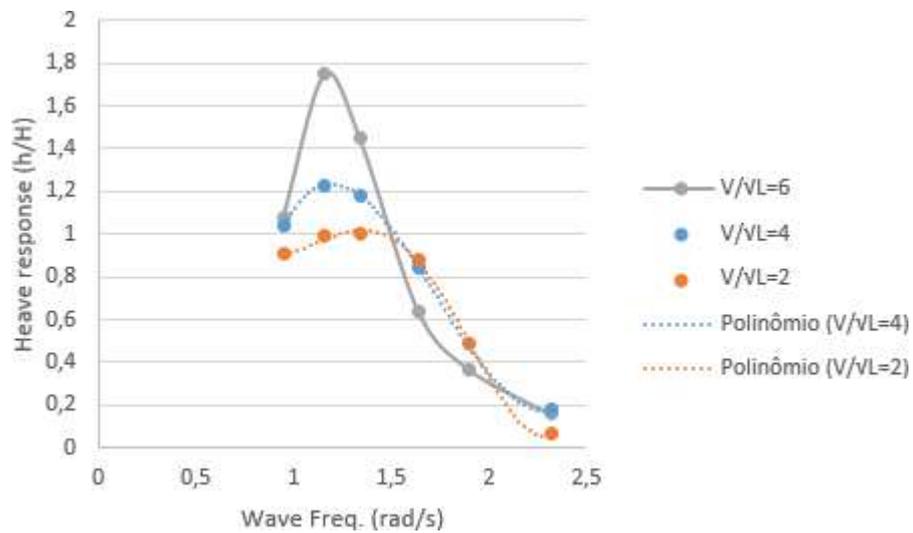


Figura 46- Comparação de resultados experimentais de respostas em Heave do modelo de Fridsma para as três condições de velocidade C (laranja), A (azul claro) e B (cinza).

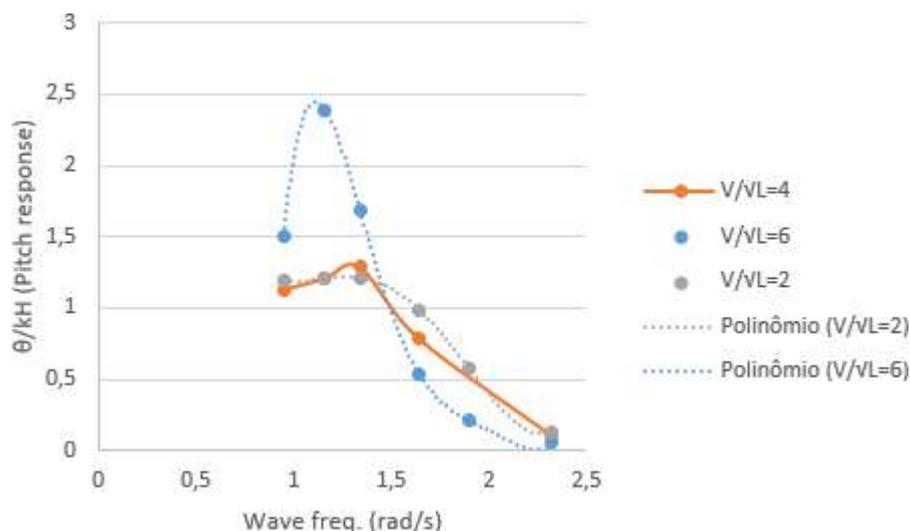


Figura 47 - Comparação de resultados experimentais de respostas em Pitch do modelo de Fridsma para as três condições de velocidade C (laranja), A (azul claro) e B (cinza).

Como pode ser observado ao comparar-se as curvas de resposta para os movimentos de *Heave* e *Pitch*, a medida que há o aumento de velocidade no encontro de ondas de proa, há o aumento da amplitude de resposta. A seguir são apresentados os resultados numéricos desenvolvidos utilizando a ferramenta Octopuss Office e Maxsurf Motion e estes são comparados aos resultados experimentais e ao final, é avaliada a validade da aplicação da metodologia aqui proposta e software que apresentou melhores resultados.

10. PREDIÇÕES NUMÉRICAS DOS MOVIMENTOS

A fim de estabelecer uma base comparativa ainda maior, disponibilizou-se resultados numéricos calculados não somente utilizando o método de Frank para predição das amplitudes características como também utilizando o método de Lewis. Apesar de julgar-se o método de Frank mais adequado, pelo que já foi explanado nos capítulos anteriores, a comparação dos resultados experimentais também com o método de Lewis traria a oportunidade de verificar a melhor adequação de método numérico para predição dos movimentos. Entretanto, ao longo do desenvolvimento desta dissertação os resultados gerados pelo software Maxsurf Motion se apresentaram com maior aderência aos resultados experimentais para as três condições C, A e B, especialmente para o movimento de *Pitch*.

Assim sendo, de maneira a garantir a apresentação clara de resultados de predição de movimento do corpo, a seguir são apresentadas as curvas de RAO de *Heave* e *Pitch*, seguindo ordem crescente de velocidade ensaiada (condição C, A e B) geradas pelo software Maxsurf Motion. Adicionalmente, são apresentadas as curvas de *Heave* geradas

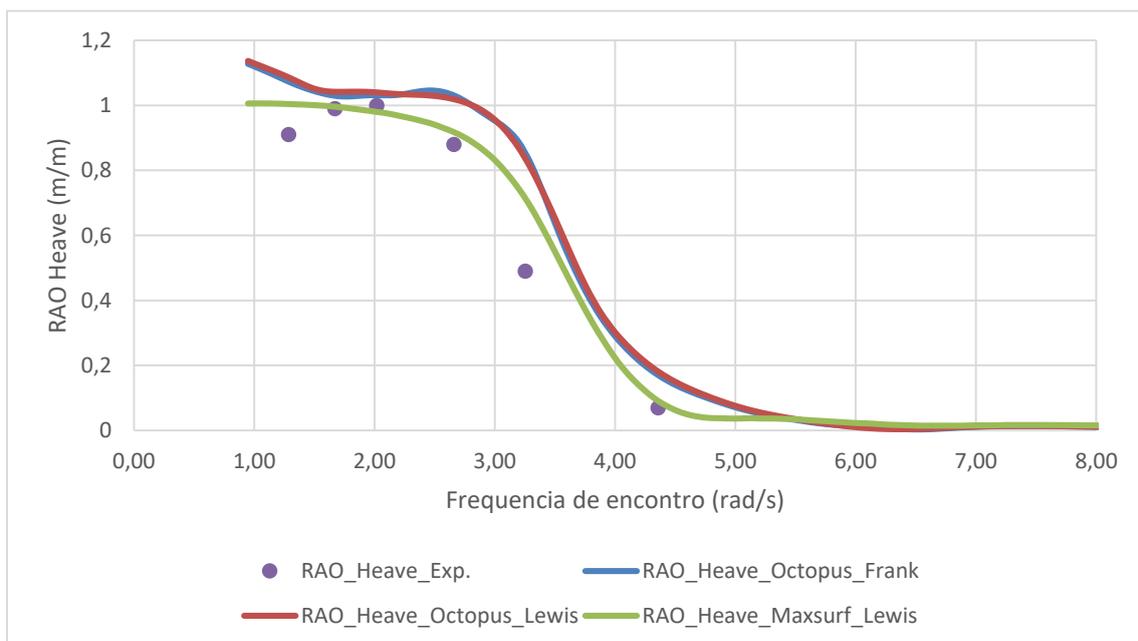
pelo software *Octopus Office*. Os resultados de RAO de *Pitch* gerados por esse software foram subtraídos dessa dissertação por não apresentarem tanta qualidade como o do primeiro software. A seguir, são apresentadas também diferenças percentuais da curva gerada através dos softwares e dos resultados experimentais.

10.1. Condição C: Fr. 0,35 ou $\frac{V}{\sqrt{L}} = 2 \text{ knots}/ft^{1/2}$

Nesta condição espera-se a maior concordância entre os resultados numéricos e experimentais. O modelo se encontra em regime de deslocamento, não havendo grandes variações de calado entorno do calado médio durante as experimentações e o método numérico de predição de movimentos se mostraria adequado para esta aplicação baseado em literaturas predecessoras.

Primeiramente é apresentada a curva de amplitude significativa (RAO) para o movimento de *Heave*. A curva azul clara é resultado da análise utilizando o software ABB Octopus Office através do método de Frank. Em lilás é a curva resultado da predição do mesmo software para as mesmas condições, utilizando o método de Lewis. A curva encarnada é saída do software Maxsurf Motion utilizando o método de Lewis.

Os pontos em verde, acompanhados pela curva polinomial, já foram apresentados anteriormente e são resultado dos ensaios experimentais de Fridsma. De maneira a criar uma referência, eles foram numerados em ordem crescente de 1 a 6, da menor frequência para a maior frequência.



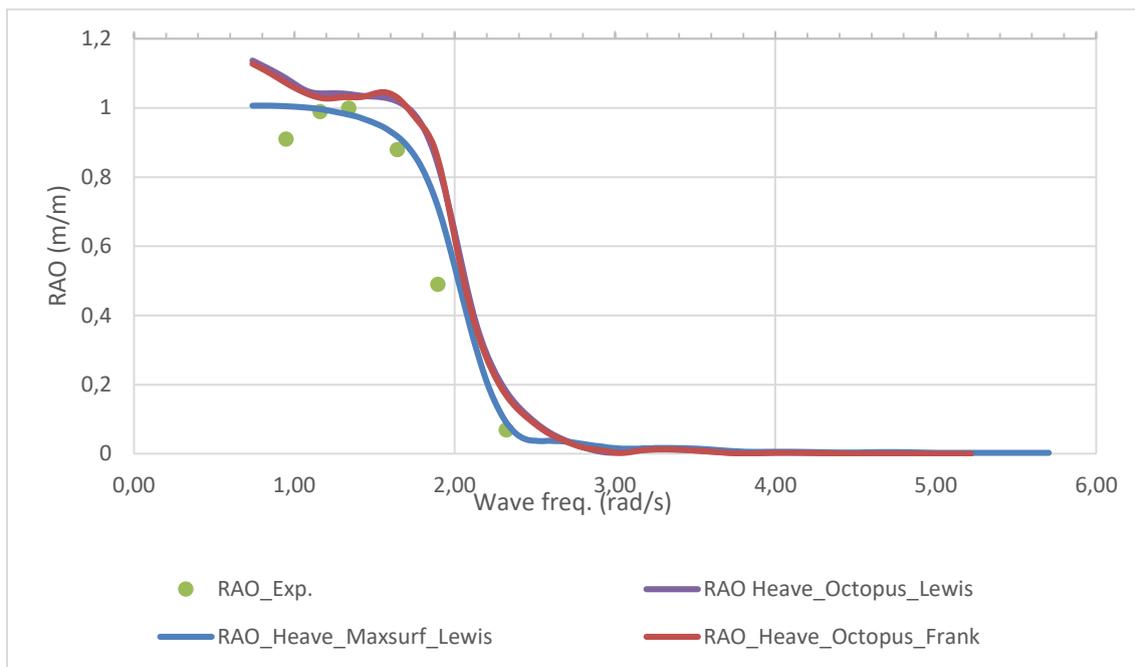


Figura 48- RAO de Heave comparativo entre Maxsurf Motion e Octopus Office para métodos de Frank e Lewis vs. Experimental para Condição C ou Fr. 0,35.

Tabela 11 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion para a Condição C ou Fr. 0,35.

	Diferença em Heave (CONDIÇÃO C, Fr. 0,35)			
	ω (rad/s)	h/H Exp. Vs. Maxsurf	h/H Exp. Vs. Octopus (Frank)	h/H Exp. Vs. Octopus (Lewis)
ponto 1	0,95	10,33%	17,31%	18,70%
ponto 2	1,16	0,61%	4,12%	5,25%
ponto 3	1,34	-2,10%	3,14%	4,02%
ponto 4	1,64	4,32%	16,94%	15,68%
ponto 5	1,9	6,98%	8,82%	9,34%
ponto 6	2,32	1,20%	9,81%	9,90%

Dos resultados obtidos das simulações dos movimentos de *Heave* para as diferentes frequências de encontro de proa, é possível fazer algumas afirmações e suposições. Primeiramente, da avaliação visual e de variações percentuais é possível notar que análise realizada utilizando o Maxsurf Motion foi a que entregou resultados mais aderidos aos

resultados experimentais.

As análises utilizando o Maxsurf Motion também foram desenvolvidas através do método das faixas de SALVESEN [21]. Ao contrário da ferramenta ABB Octopus Office, o software da Bentley permite a realização do cálculo das propriedades hidrodinâmicas utilizando somente o método *Conformal Mapping* pelas curvas de Lewis.

Como visto nos capítulos anteriores, assumiu-se que o método de Frank seria o mais adequado para cálculo de propriedades hidrodinâmicas devido sua própria natureza de distribuição de fontes. Entretanto, para esta primeira apresentação de resultados, fica claro que os resultados do software concorrente se mostram mais adequados.

De maneira a investigar a razão pelo melhor desempenho do software da Bentley, buscou-se em seu manual teórico tal embasamento que fundamentasse o melhor desempenho de seus resultados.

Chegou-se então à indicação do fornecedor de que a aplicação da teoria das faixas, desenvolvida no interior da ferramenta, seria adequada para números de Froude de até 0,7.

Tabela 12 - Indicação de aplicação de métodos utilizados pelo software Maxsurf Motion

<i>Method</i>	<i>Speed range (Fr.)</i>	<i>Motion analysed</i>	<i>Applicable vessels</i>
<i>Strip Theory</i>	<i>0.0 ~ 0.7</i>	<i>Heave, Roll, Pitch</i>	<i>"Slender"</i>
<i>Panel Method</i>	<i>0.0 ~ 0.1</i>	<i>Surge, Sway, Heave, Roll, Pitch, Yaw</i>	<i>All</i>

Fonte – Bentley Maxsurf Motion User Manual

Ainda assim, os resultados apresentados pelo Octopus Office não são descartáveis e também tiveram considerável aderência a curva dos resultados experimentais. Os resultados obtidos com auxílio da ferramenta da ABB, tanto utilizando o método de Frank quanto o método de Lewis para cálculo de propriedades hidrodinâmicas, obtiveram resultados muito próximos com vantagem para o método de distribuição de fontes de Frank.

Como destacado anteriormente, para o movimento de *Pitch* será apresentado a seguir a comparação entre resultados analíticos e experimental somente para o software Maxsurf Motion. Entretanto, imediatamente após a apresentação do gráfico que segue, na *Tabela 14* de comparação percentual de resultados são apresentadas algumas diferenças percentuais para o software Octopus Office. As células não preenchidas com porcentagens assim estão, pois seus resultados se mostraram bastante distantes do resultado experimental.

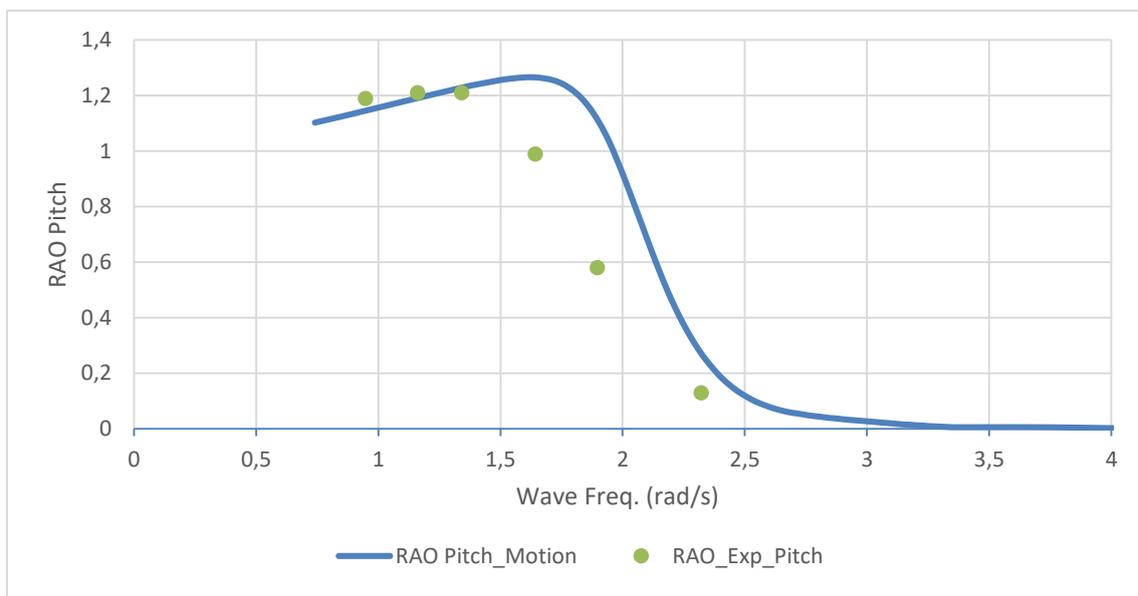
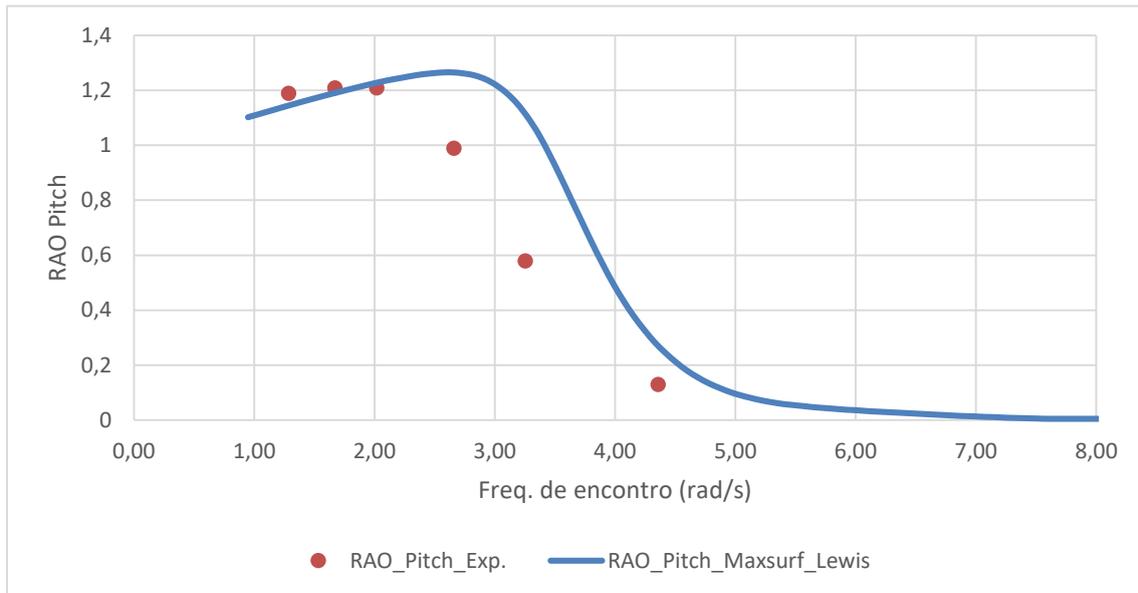


Figura 49 - RAO de Pitch comparativo entre: Maxsurf Motion vs. Experimental para condição C ou Fr. 0,35.

Tabela 13 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion para a condição de Fr. 0,35.

	Diferença em Pitch (CONDIÇÃO C, Fr. 0,35)			
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)	Exp. Vs. Octopus (Lewis)
ponto 1	0,95	-3,53%	-	-
ponto 2	1,16	-1,57%	-	-
ponto 3	1,34	1,65%	-	-
ponto 4	1,64	18,75%	16,72%	16,81%
ponto 5	1,9	13,11%	10,63%	11,28%
ponto 6	2,32	6,36%	5,92%	6,01%

Assim como a análise feita para o movimento de *heave*, a reprodução analítica dos experimentos para o movimento de *pitch*, apresenta resultado mais acurado através da ferramenta Maxsurf Motion. Por algum motivo, que não ficou claro durante a geração de resultados, as análises de *RAO* de *pitch* geradas pelo software Octopus Office apresentaram resultados bastante discrepantes até frequências de onda aproximadamente 1,7 rad/s. Após este valor de frequência, a curva gerada pelo software da ABB segue a forma geral da curva experimental com diferenças percentuais apresentadas acima.

Para esta condição de velocidade ensaiada, é possível notar que não houve menção a condição de atualização de calado ou alteração da parte submersa do casco. Isso se dá, como já mencionado anteriormente nesta dissertação, porque para esta condição de velocidade não há ação relevante de forças hidrodinâmicas de sustentação. Sendo assim, a comparação entre resultados numéricos e experimentais deu foco especial ao método e software que reproduziu melhores os resultados experimentais.

10.2. Condição A: Fr. 0,69 ou $\frac{V}{\sqrt{L}} = 4 \text{ knots}/ft^{1/2}$

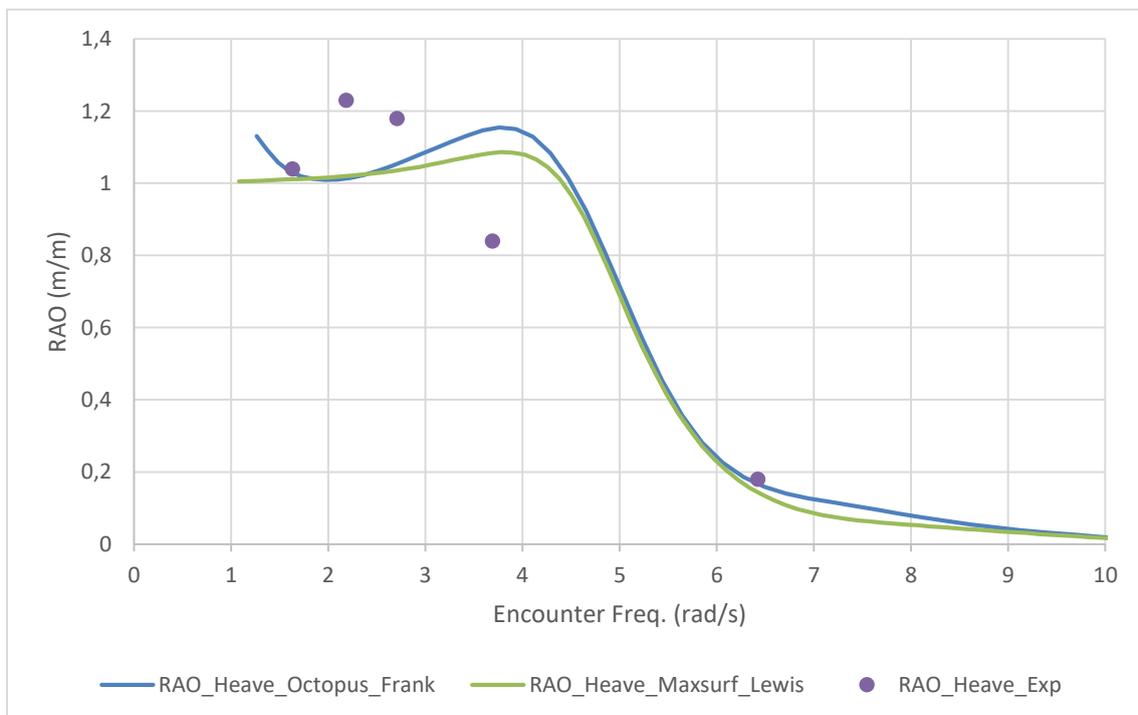
Como destacado anteriormente, assim como ocorre a modificação real da parcela submersa do casco pela elevação natural do corpo flutuante devido a experimentação de forças hidrodinâmicas de sustentação, o casco modelado digitalmente também teve sua

parte submersa atualizada de maneira a emular essa condição de elevação e verificar se os resultados são mais aderidos aos resultados experimentais, ou não. Entretanto, como destacado especialmente nos capítulos de objetivo e metodologia do trabalho, esta atualização se deu em um segundo instante após a análise tradicional sem qualquer alteração da porção submersa.

De maneira a apresentar objetivamente os resultados obtidos através dessa nova metodologia proposta, estes serão dispostos a seguir da seguinte maneira: serão apresentados em primeira posição e imediatamente após, são dispostos os resultados pela metodologia tradicional, sem qualquer atualização da parte submersa do casco, e então discutidos seus resultados. Assim se dará para os movimentos de *heave* e *pitch*, assim como para a próxima condição de velocidade de avanço.

A seguir então são dispostos os resultados das análises utilizando os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion, com atualização de calado, e são comparados com os resultados experimentais, já apresentados, para esta condição de semi-planeio.

Em azul é a curva referente aos resultados gerados com o software Octopus Office pelo método de Frank, em verde é a curva de resposta utilizando o software Maxsurf Motion e em vermelho são os resultados experimentais.



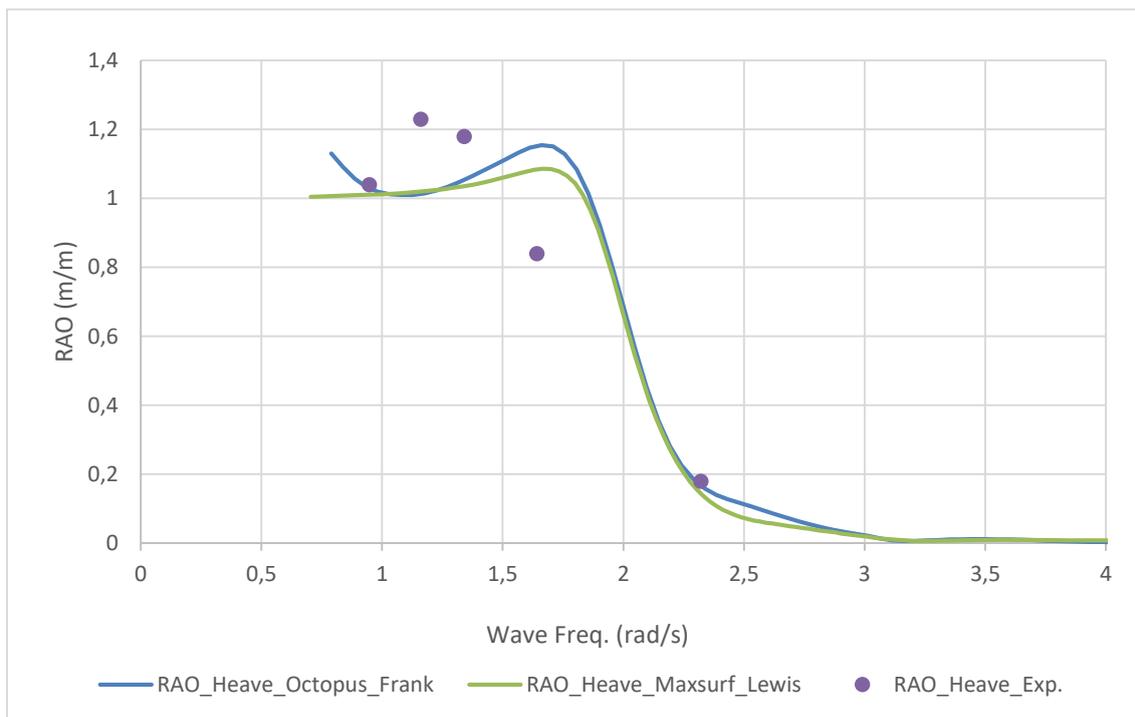


Figura 50 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco com calado atualizado para Condição A ou Fr. 0,69.

Tabela 14- Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion com obras vivas atualizadas para Condição A ou Fr.0,69.

Diferença em Heave para calado atualizado (CONDIÇÃO A ou Fr. 0,69)			
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)
ponto 1	0,95	2,77%	1,17%
ponto 2	1,16	20,71%	21,42%
ponto 3	1,34	14,12%	11,85%
ponto 4	1,64	17,35%	17,72%
ponto 5	2,32	1,99%	1,85%

Como é possível perceber pela comparação gráfica e valores percentuais dos RAO's de Heave, a análise realizada utilizando as ferramentas computacionais ofereceram resultados consideravelmente descolados dos resultados experimentais. Apesar do ligeiro melhor desempenho do software da ABB não é possível afirmar que este trouxe resultados

acurados. Além da defasagem horizontal entre os resultados experimentais e as curvas de RAO de *heave*, houve a diferença percentual de 6,5% no valor do pico da resposta.

Da obtenção destes resultados, se faz necessária a comparação com dados gerados pelos mesmos softwares para a mesma velocidade de avanço e casco sem atualização de calado/ obras vivas. Segue então a apresentação desses resultados gráficos e comparações percentuais.

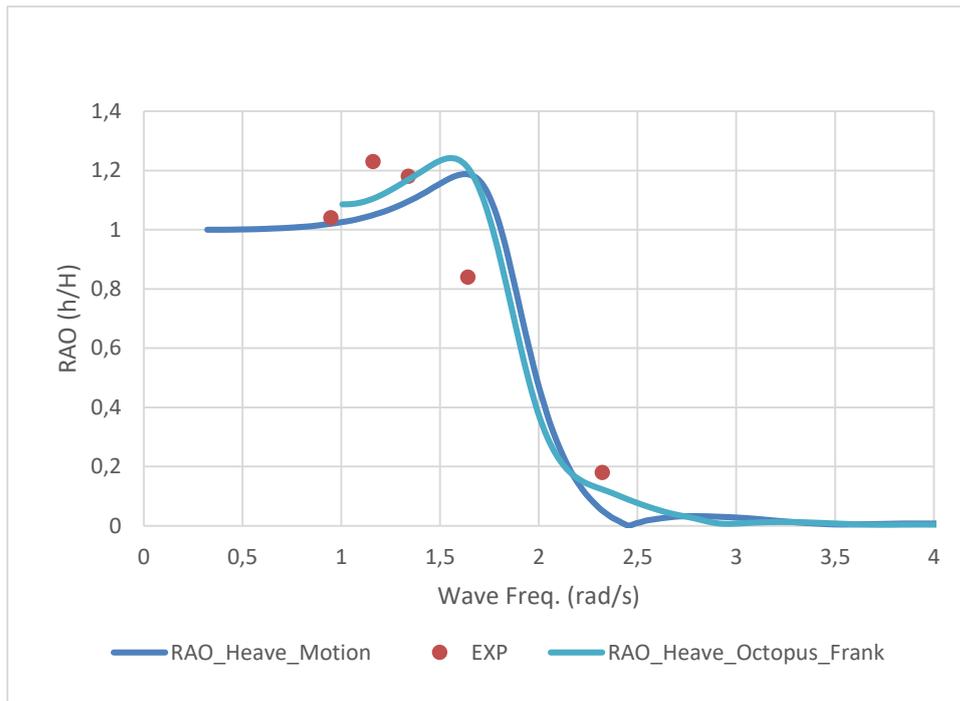


Figura 51- Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco sem atualização de obras vivas para Condição A ou Fr. 0,69.

Tabela 15 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas ou diminuição de calado para Condição A ou Fr. 0,69.

	Diferença em Heave (CONDIÇÃO A ou Fr. 0,69)		
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)
ponto 1	0,95	1,76%	4,37%
ponto 2	1,16	17,03%	11,31%
ponto 3	1,34	7,57%	0,85%
ponto 4	1,64	13,88%	12,06%

ponto 5	2,32	7,01%	8,01%
---------	------	-------	-------

Da análise apresentada acima, para o movimento de *heave*, para a razão de velocidade (V/\sqrt{L}) igual a 4 (ou Fr. 0,69) e sem atualização das obras vivas ou diminuição de calado, é possível realizar algumas afirmativas. Certamente esta análise trouxe resultados mais aderidos aos resultados experimentais para ambos os softwares. Tanto as curvas estiveram mais próximas da curva de resultados de maneira geral, como a diferença percentual entre o valor de pico da curva experimental para o valor de pico da curva do software Octopus caiu para 0,91%. Assim como na análise das respostas de movimento em *heave* com atualização de calado, a ferramenta Octopus office apresentou melhores resultados.

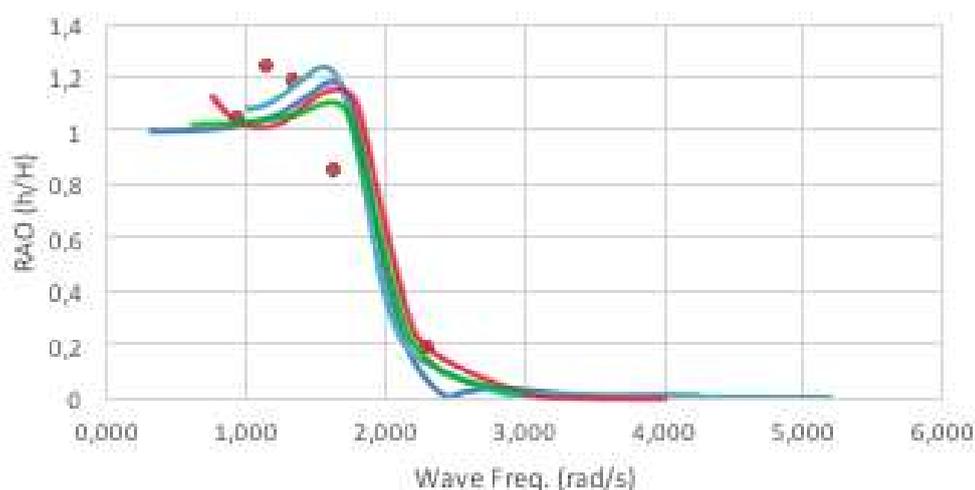


Figura 52 - Comparação de resultados sem atualização de calado e com atualização de calado para heave. Em vermelho e verde as curvas com atualização de calado contra curvas em azul representando resultado sem atualização de calado.

A seguir é apresentado o mesmo procedimento analíticos para o movimento de *pitch* para as mesmas condições ensaiadas. Assim como o resultado de *pitch* apresentado para a condição C, Fr. 0,35, a apresentação de resultados estabelecerá comparação somente entre resultados experimentais e numérico gerado pelo software Maxsurf Motion. Assim como na condição de velocidade mais baixa, os resultados de *pitch* gerados pelo Maxsurf Motion se mostraram mais relevantes para essa dissertação por serem mais aderidos aos resultados experimentais.

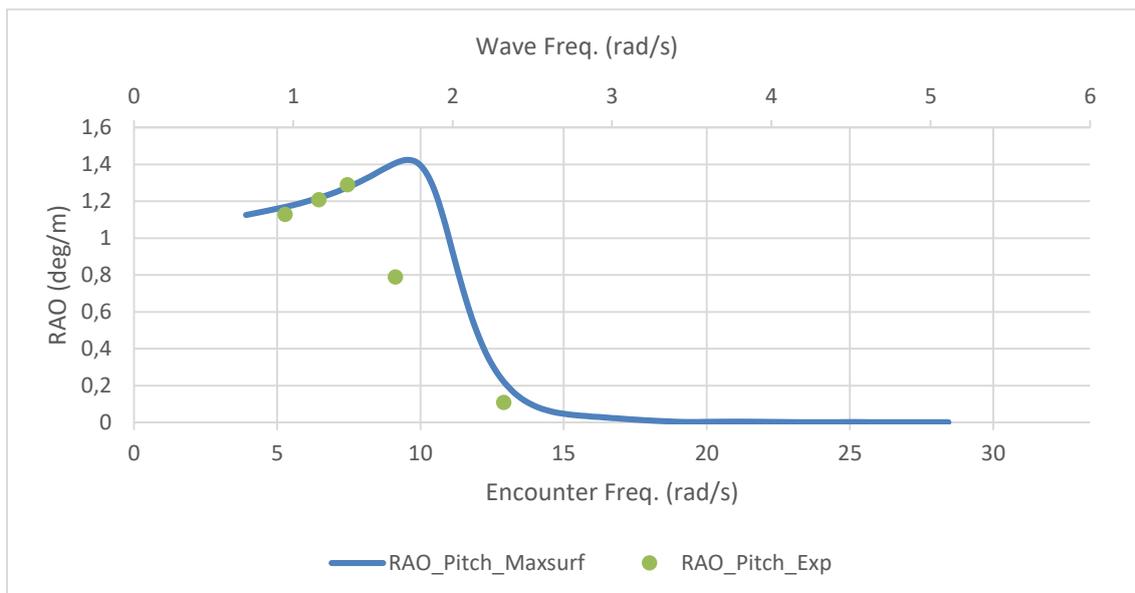


Figura 53- RAO de Pitch comparativo entre experimental, Maxsurf Motion e Octopus Office com atualização de obras vivas para Condição A ou Fr.0,69.

Tabela 16 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion com atualização de obras vivas / diminuição de calado para Condição A ou Fr. 0,69.

Diferença em Pitch (CONDIÇÃO A ou Fr. 0,69)			
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)
ponto 1	0,95	3,54%	-
ponto 2	1,16	0,83%	-
ponto 3	1,34	1,18%	-
ponto 4	1,64	24,72%	23,63%
ponto 5	2,32	6,11%	3,35%

Do apresentado imediatamente acima, é possível notar que parte da curva gerada pelo software Octopus Office foi desconsiderada na comparação visto seu descolamento dos resultados experimentais. Lembrando que o mesmo comportamento se apresentou para nível de velocidade mais baixo. Já o resultado oferecido pelo software Maxsurf Motion teve excelente aderência aos resultados experimentais para frequências de ondas mais baixas. Entretanto, para a região de caimento da curva, há certa defasagem em comparação aos resultados experimentais. A análise de predição de valor de pico das

curvas não parece ser conclusiva visto que o pico dos ensaios experimentais parece estar entre os pontos 3 e 4.

Assim como foi feito para o movimento de *heave*, será avaliado a seguir os resultados numéricos se não houvesse qualquer modificação na parte submersa do casco e fossem desconsideradas qualquer elevação de casco.

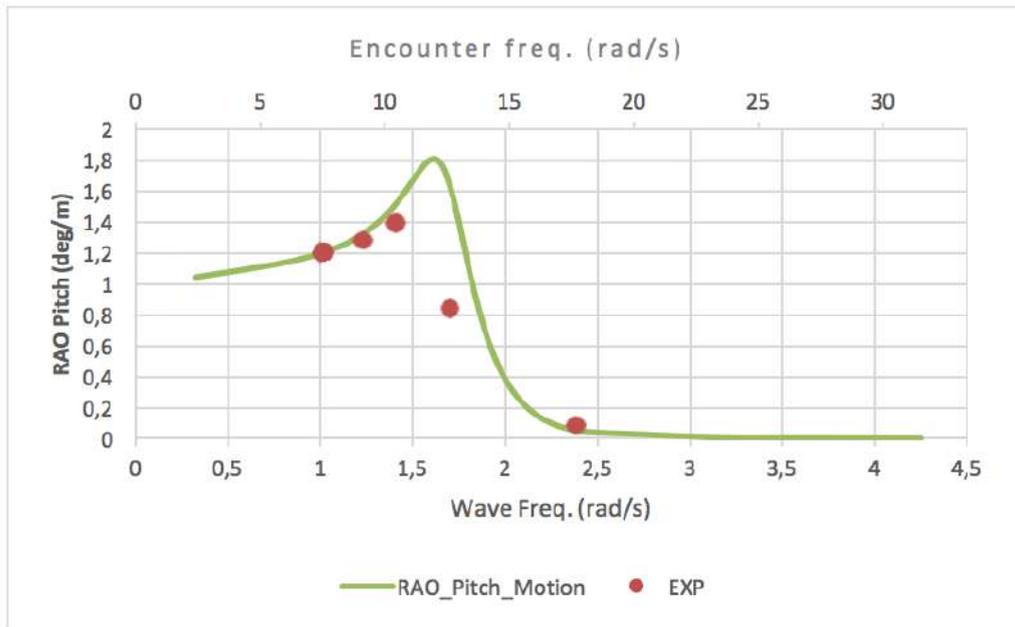


Figura 54- RAO de Pitch comparativo entre experimental, Maxsurf Motion e Octopus Office sem atualização de obras vivas para Condição A ou Fr.0,69.

Tabela 17 - Comparação de resultados experimentais e analíticos de Pitch para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas / diminuição de calado para Condição A ou Fr. 0,69.

	Diferença em Pitch (CONDIÇÃO A ou Fr. 0,69)		
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)
ponto 1	0,95	4,96%	-
ponto 2	1,16	6,03%	6,92%
ponto 3	1,34	12,09%	7,78%
ponto 4	1,64	13,58%	10,37%
ponto 5	2,32	4,18%	7,76%

Com a geração de resultados para a condição de número de Froude 0,69, sem alterar o volume submerso, é possível concluir novamente que, assim como as respostas em *heave*, as respostas para *pitch* são mais pronunciadas.

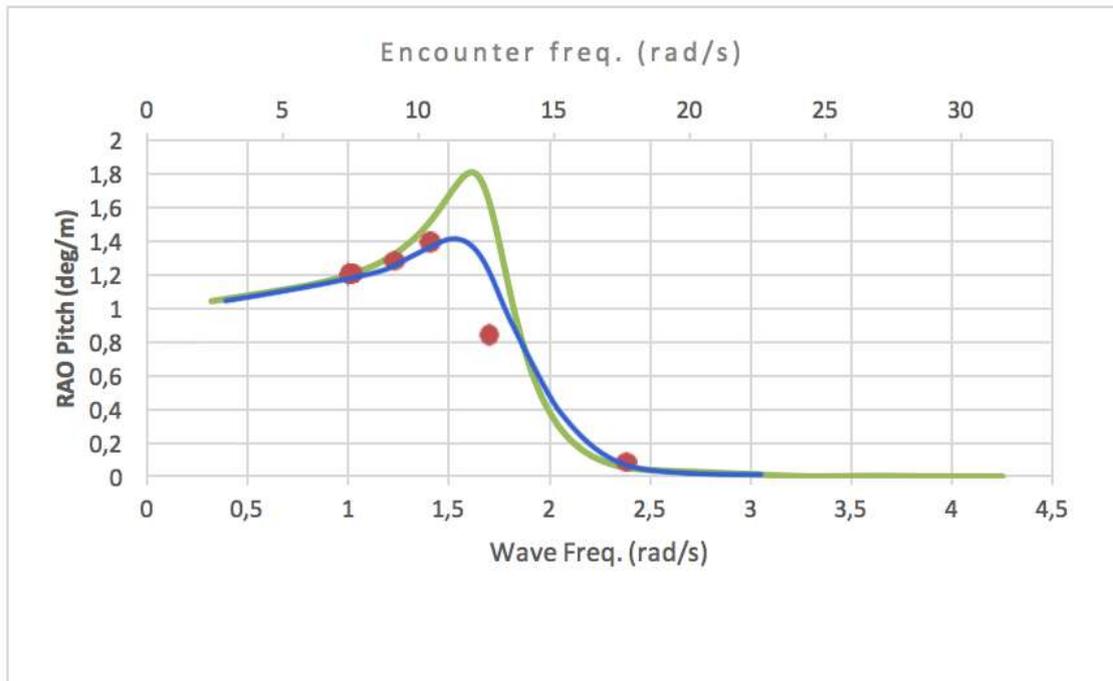


Figura 55- Comparação entre resultados de respostas em pitch com atualização da porção submersa e não atualização da porção submersa. Em verde claro a resposta em pitch sem atualização do calado e em azul a resposta em pitch com atualização de calado.

Os resultados gerados com a ferramenta Maxsurf Motion mantiveram nível de aderência similar ao ensaio numérico anterior, mas o valor de pico de resposta se mostrou mais relevante. Já a análise desenvolvida utilizando o software Octopus Office continuou por apresentar resultados não aderentes para frequências mais baixas de onda. Entretanto, ao contrário da análise feita com atualização da parte submersa, maior parte dos resultados gráficos se mostrou mais aderida aos resultados de ensaios experimentais.

10.3. Condição B: Fr. 1,05 ou $\frac{v}{\sqrt{L}} = 6 \text{ knots}/ft^{1/2}$

Para a terceira e última condição de velocidade aqui ensaiada, vale fazer certas observações. O autor dispôs seus resultados experimentais de maneira gráfica traduzindo-os como operadores de respostas para diferentes frequências de onda de proa, como já foi visto anteriormente. Adicionalmente, como também já destacado, os valores de resposta disponibilizados por FRIDSMA [2] para cada frequência é único, mas que se originam na média em torno do valor de resposta a 10 picos de ondas consecutivas. Entretanto, não foi disponibilizado por Fridsma dados como o desvio padrão e(ou) variância.

Nesta etapa deste trabalho essa observação se faz importante visto que o comportamento de cascos para este nível de velocidade costuma não ser exatamente periódico e pode gerar resultados de respostas bastante diversos. Sendo assim, a disposição dos resultados de Fridsma pode conter determinado nível de erro. Isso se daria justamente por que cada ponto da curva que descreve o RAO do modelo ensaiado por Fridsma ser resultado da média de respostas a 10 picos de ondas consecutivas.

São apresentadas então as curvas de amplitudes significativas de *heave* que procuram emular os resultados experimentais, onde: a curva vermelha representa os resultados gerados pelo software Maxsurf Motion, a curva verde-clara representa os resultados gerados pela ferramenta Octopus Office e a curva pontilhada é um polinômio de quarto-grau que melhor descreveu os resultados experimentais.

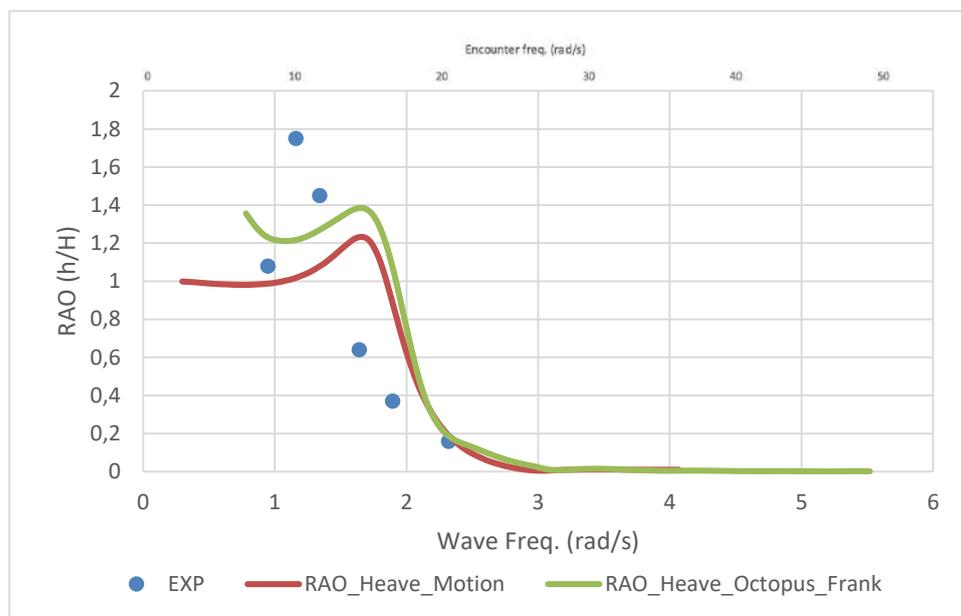


Figura 56 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco com calado atualizado para a Condição B ou Fr.1,05.

Para esta representação gráfica não se faz necessária a comparação percentual de resultados visto a grande discrepância de valores entre as análises numéricas e resultados de testes físicos com modelo. A razão pela qual há a discordância desses resultados se dará no próximo capítulo de análise de resultados e conclusão.

Seguindo a investigação também realizada para as duas condições de velocidades anteriores, o casco modelado computacionalmente foi ensaiado sem alteração da parte

submersa para a condição de número de Froude 1,05.

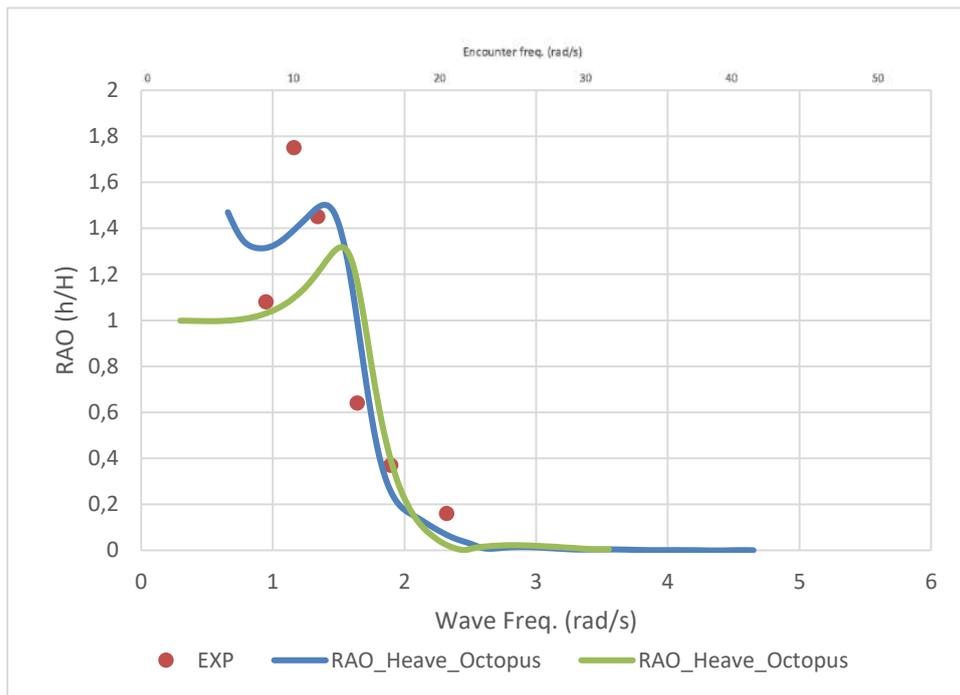


Figura 57 - Curvas de resposta em Heave comparativas entre resultados experimentais e numéricos para casco sem atualização de obras vivas para a Condição B ou Fr.1,05.

Assim como percebido para as condições anteriores de ensaio, os resultados gráficos para a condição de número de Froude 1.05 apontam para uma melhor adesão aos resultados experimentais para a simulação sem a atualização da parte submersa do casco. É possível notar pelo gráfico imediatamente acima que os valores de pico de resposta calculados pelos dois softwares, mesmo que ainda distantes, diminuíram sua discrepância em relação ao valor experimental.

De maneira prática, é possível notar essa melhor adesão também por valores percentuais, que apesar de ainda bastante altos, justificam tal medição. Especialmente na região de decaimento da curva e maiores frequências de onda.

Tabela 18- Comparação de resultados experimentais e analíticos de Heave para os softwares Octopus Office e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas / diminuição de calado para a Condição B ou Fr. 1,05.

Diferença em Pitch (CONDIÇÃO B ou Fr. 1,05)			
	ω (rad/s)	Exp. Vs. Maxsurf	Exp. Vs. Octopus (Frank)
ponto 1	0,95	4,35%	21,63%
ponto 2	1,16	58,51%	24,64%
ponto 3	1,34	19,05%	2,82%
ponto 4	1,64	9,32%	3,93%
ponto 5	1,90	0,90%	3,74%
ponto 6	2,32	12,95%	14,33%

Apresentando-se então as análises para *pitch*, destaca-se o fato de que as respostas para Fr. 1,05 geradas pela ferramenta Octopus Office geraram resultados ainda mais descolados dos resultados experimentais que os dados das condições de velocidades anteriores. Sendo assim, julgou-se mais adequado a apresentação dos dados gerados somente pelo software Maxsurf Motion. Ao contrário das apresentações de resultados de respostas em *pitch* para as condições de velocidade anteriores, com atualização e sem atualização de calado, aqui as duas condições médias do casco serão apresentadas em um único gráfico. Assim é feito de maneira a melhorar a experiência comparativa de resultados entre as duas condições de calado.

Em vermelho é a resposta para condição com calado não atualizado, em azul é a condição com calado atualizado e em verde-claro pontilhado são os dados experimentais.

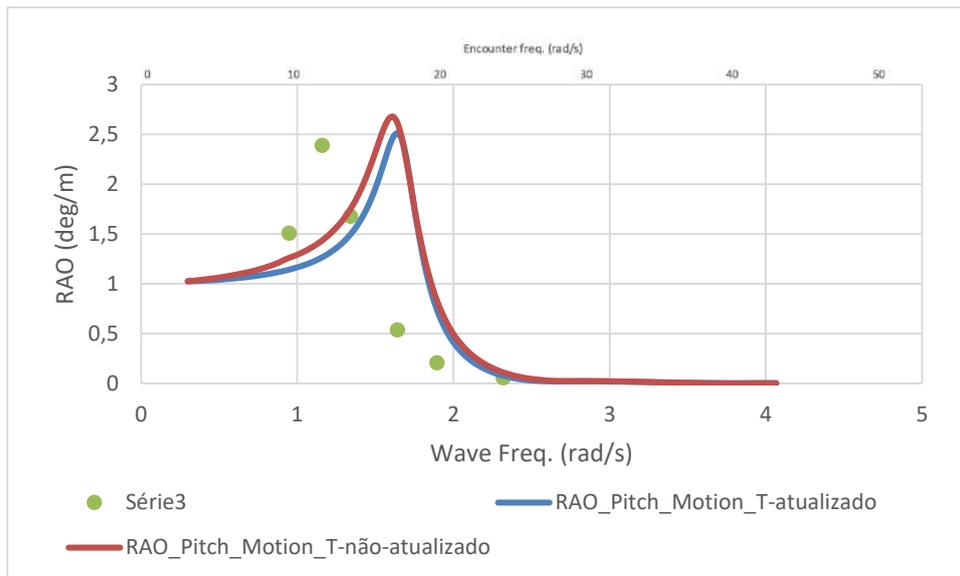


Figura 58 - RAO de Pitch comparativo entre experimental e Maxsurf Motion sem atualização de obras vivas contra atualização de obras vivas para Condição B ou Fr.1,05.

Da apresentação de resultados imediatamente acima, fica clara a visual discrepância de resultados numéricos e experimentais. Também como nas análises anteriores, o modelo de casco com menor parte submersa obteve respostas menos significativas. Entretanto, ao contrário dos demais ensaios, nesta condição o menor valor de respostas se mostrou mais próximo do resultado experimental.

A seguir é apresentada a análise final de resultados dispondo de conclusões sobre a validade da aplicação da teoria das faixas para o modelo de Fridsma e a possibilidade de melhoramento de resultados a partir da atualização da posição estática média da embarcação durante o planeio.

11. ANÁLISE DE DADOS E CONCLUSÕES

Retornando ao objetivo desse estudo, aqui procurou-se analisar a viabilidade da aplicação da teoria das faixas de SALVESEN [21] de maneira a emular os resultados experimentais obtidos por Fridsma para um modelo de características prismáticas enfrentando ondas de proa para três diferentes condições de velocidade. Este modelo representa de uma maneira geral características típicas de embarcações de planeio e semi-planeio.

Ao longo deste trabalho buscou-se expressar a importância de tais características geométricas para uma navegação eficiente em planeio e como essas características, ao passo que induzem uma maior elevação do casco, dificultam a previsão de respostas de movimentos à excitação de ondas. Este desafio para previsão dos movimentos destas

embarcações ficou claro também com o desenvolvimento teórico e levantamento de premissas de métodos de predição de movimento a serem consideradas nas análises numéricas de embarcações.

De maneira a contornar uma das principais discordâncias entre um modelo ensaiado experimentalmente para mais altas velocidades em ondas e simulado numericamente, buscou-se atualizar sua posição estática média ao planar. Isso se fez justificar pela interação natural das forças hidrodinâmicas de sustentação com o casco, que proporciona a elevação do mesmo. Esta proposição de atualização foi feita de maneira a buscar-se melhores resultados numéricos a partir da comparação com resultados de ensaios numéricos sem atualização de obras vivas, para o mesmo casco, sob as mesmas condições de carregamento, onda e velocidade.

De maneira a caracterizar o comportamento no mar ou *seakeeping*, analisou-se e comparou-se os resultados para movimentos de *heave* (afundamento) e *pitch* (arfagem).

Para a primeira análise, para condição de velocidade de V/\sqrt{L} igual a $2 \text{ knots}/ft^{1/2}$ ou Fr. 0,35, a interação de forças hidrodinâmicas de sustentação é mínima e a elevação do casco foi registrada nula nos ensaios experimentais. Assim sendo, para as análises numéricas também não foi realizada nenhuma atualização da parte submersa do casco. Esperava-se que essa fosse a condição em que as simulações numéricas melhor repetissem os resultados experimentais e de fato isso aconteceu. Especialmente para o movimento de *heave*, os dois softwares apresentaram bons resultados, enquanto para *pitch* o software Octopus Office entregou resultados bastante discordantes do esperado. Curiosamente esperava-se que este software entregasse melhores resultados visto que o método de predição de propriedades hidrodinâmicas utilizado por esta ferramenta, Método de distribuição de fontes de Frank, parecia mais adequado à geometria da embarcação. Entretanto, o software da distribuidora Bentley, Maxsurf Motion, apesar de se utilizar do método de mapeamento das formas de Lewis entregou resultados mais aderidos aos resultados experimentais.

Já para a segunda condição de velocidade ensaiada, V/\sqrt{L} igual a $4 \text{ knots}/ft^{1/2}$ ou Fr. 0,65, a elevação do casco observada nos experimentos justificava a diminuição do calado e conseqüente diminuição das obras vivas na modelação computacional. Entretanto, primeiro ensaiou-se a condição sem qualquer alteração de posição média e atestou que esta análise trouxe resultados numéricos menos próximos aos resultados experimentais

que para a condição de velocidade mais baixa. No entanto, as respostas previstas pelos softwares não são descartáveis e trouxeram resultados bastante aderidos aos experimentais para três dos cinco pontos medidos em *heave*. Além disso, registrou-se uma diferença de apenas 0,91% entre o valor de pico do espectro e pico da curva experimental. Para o movimento de afundamento a ferramenta Octopus Office garantiu resultados ligeiramente melhores, enquanto para *pitch* esse software apresentou resultados bastante distanciados dos resultados experimentais. Por outro lado, a ferramenta Maxsurf Motion obteve resultados ligeiramente mais distantes dos resultados experimentais para *heave* enquanto para o movimento de arfagem trouxe resultados extraordinários para predição, com exceção de um único ponto.

Apesar dos resultados bastante satisfatórios para a análise sem atualização das obras vivas, em especial as desenvolvidas com auxílio do software Maxsurf, realizou-se esta atualização em busca de melhores resultados. Ao findar, tal atualização da parte submersa do casco entregou resultados numéricos com menor aderência aos resultados experimentais. Para o movimento de *heave*, tal atualização proporcionou resultados que previram respostas menos significativas. Como visto em capítulos anteriores que trataram do comportamento físico de embarcações de planeio, essa resposta computacional vai no sentido contrário do que é observado na natureza do problema. A combinação de altas velocidades, menor contato do casco com a água e o enfrentamento de ondas de proa é uma combinação que naturalmente traz maiores respostas às excitações. Já para o movimento de *pitch*, os resultados oferecidos pelo software Maxsurf Motion também foram no sentido de diminuição de movimentos, o que é sabidamente equivocado. Já as respostas de saída do software Octopus Office foram ainda piores que as respostas do mesmo software sem ser feita a atualização de calado.

Para a condição mais crítica de velocidade com Fr. 1,05 ou razão de velocidade V/\sqrt{L} igual a $6 \text{ knots}/ft^{1/2}$, destacou-se, antes mesmo de apresentar os resultados numéricos, determinadas características dos resultados experimentais que poderiam trazer grande nível de incertezas. Esses resultados foram dispostos em forma de curvas de RAO para *heave* e para *pitch* constituídas por poucos pontos de resposta. Esses pontos se originam na média em torno do valor de resposta a 10 picos de ondas consecutivas. No entanto, como já destacado, não foi disponibilizado por FRIDSMA [3] dados como desvio padrão e variância. Estas informações são relevantes já que para este nível de velocidade a resposta do casco costuma não periodicamente como a excitação de onda e pode gerar

resultados bastante diversos.

Com estes esclarecimentos feitos seguiu-se adiante nas análises em busca de resultados que pudessem indicar a validade da aplicação da teoria das faixas para este nível de velocidade. No entanto, como já visto, observou-se resultados totalmente díspares dos resultados experimentais. Para o movimento de *heave*, o valor de pico de resposta está bastante aquém do valor de pico medido em experimento enquanto para a análise de *pitch* o valo de pico se mostrou próximo, mas a forma da curva de resposta se mostra totalmente diferente da descrita pelos experimentos. Assim como feito para a condição de velocidade anterior, realizou-se a atualização da parte submersa na tentativa de buscar resultados mais próximos dos observados em experimentos. Contudo, ao realizar tal análise utilizando as duas ferramentas computacionais o que se observou foi novamente a diminuição das amplitudes de resposta previstas pelos dois softwares para o movimento de *heave*. Já para o movimento de *pitch*, as respostas previstas pelo software Maxsurf Motion se mostraram novamente melhores em prever o comportamento geral da curva experimental, no entanto obedeceram ao mesmo padrão antes observado: diminuição das amplitudes de resposta quando atualizada a parcela submersa do casco.

De maneira conclusiva, pode-se realizar algumas afirmativas a respeito do desenvolvido neste estudo. Como era de se esperar, de fato a condição de velocidade mais baixa foi a que teve melhores resultados previstos por ambos os softwares, especialmente em *heave*. Para o movimento de *pitch* o software Octopus Office teve resultados bem aquém do software Maxsurf Motion, tendo parte de resultados descartados por oferecer resultados distanciados da curva experimental para todas as condições de velocidade. Importante destacar novamente que se julgava que este software traria melhores resultados haja vista o julgamento de que o método de Frank para predição de propriedades hidrodinâmicas seria o mais adequado. A segunda condição de velocidade ensaiada é a condição que despertava maior curiosidade sobre seus resultados por dois motivos. Primeiramente, nesta condição o número de Froude é 0,65, estando no limite de enquadramento de aplicação do software Maxsurf Motion (Fr. Máx.: 0,7 – indicação da distribuidora do software). Adicionalmente, nesta análise realizou-se a primeira atualização de condição estática de planeio na tentativa de gerar resultados de previsão de movimento mais aderidos ao resultado experimental.

O que se concluiu desta segunda condição é que os resultados aqui apresentados indicam a possibilidade de se utilizar a teoria das faixas para predição dos movimentos para esta

condição sob certa cautela. Os resultados gerados sem atualização de calado são mais aderidos aos experimentais mas entregam certo nível de disparidade. Sendo assim, indica-se a utilização da metodologia aqui percorrida como maneira de primeira análise de níveis de amplitudes de resposta. Trabalhos futuros podem ser desenvolvidos no sentido de buscar padrões geométricos de casco ou onda que garantam melhores resultados na aplicação deste método. Sobre a atualização da condição média de planeio, conclusões se mostram mais embasadas após a discussão imediata da terceira e última condição de velocidade.

Para os ensaios numéricos de maior velocidade, o nível de incertezas carregadas pelos dados compartilhados por FRIDSMA[3] devido ao não compartilhamento de dados como variância ou desvio padrão não permitem uma assertividade sobre a inviabilidade da aplicação do método das faixas para números de Froude maiores que 1,0. Essa afirmação se justifica pelo que já foi apontado anteriormente como previsão equivocada de níveis de resposta e forma geral da curva de RAO de *heave* e *pitch*.

Da proposição de atualização da condição equilibrada média de planeio, com progressiva diminuição de calado, na tentativa de gerar melhores resultados, pode-se fazer algumas conclusões interessantes. Primeiro se faz destacar que sua aplicação não traz resultados mais aderidos aos resultados experimentais. Pelo contrário. Como já comentado, as amplitudes de resposta previstas com esta proposição são menos significativas, indo no sentido inverso do que se observa na natureza da navegação.

Julgou-se que esse comportamento inverso se deu por algumas razões práticas. Ao que o estudo indicou o menor volume deslocado, para a condição de onda enfrentada, garantia necessariamente menor valor de resposta para todas as condições de velocidade. Naturalmente o software não é capaz de prever a interação das forças hidrodinâmicas de sustentação com os movimentos do casco e ao não as prever compreendeu tal forma como apenas uma embarcação de menor deslocamento. A adição dessa parcela de força de sustentação se mostra fundamental para provocar respostas mais relevantes quando se considera uma parte submersa menor. Do contrário, ao não conseguir adicioná-las a este problema, a manutenção do calado e deslocamento original parece garantir melhores resultados de maneira geral. Ainda sobre problemas advindos desta atualização, durante o processo de desenvolvimento deste trabalho percebeu-se também uma questão que pode levar a resultados diferente do esperado. Ao considerar o menor calado e conseqüente menor volume deslocado o software compreende que a massa da embarcação que provoca

esse deslocamento é menor. Ou seja, a embarcação é mais leve. Essa afirmação implica na alteração das características inerciais do modelo ensaiado. Sendo assim, a alteração da parte submersa do casco não só altera especialmente as condições de propriedades hidrodinâmicas como altera involuntariamente as condições inerciais do modelo. Apesar dessa percepção desenvolvida ao longo do desenvolvimento do trabalho, buscou-se a continuação no sentido de confirmar que tais atualizações findavam de fato por não trazer melhores resultados nos moldes como são as atuais teorias de predições de movimentos e softwares.

12. PROPOSIÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No sentido de avançar com a fronteira científica no conhecimento sobre o comportamento no mar de embarcações de semi-planeio e planeio, sugere-se alguns assuntos a serem abordados em trabalhos futuros. A investigação de características de forma e mudanças sistemáticas destas que melhor se adequem às atuais teorias de predição de movimentos. Dessa maneira norteará engenheiros a aplicar corretamente a teoria das faixas para condições de mais extremas de velocidade (Fr.: 0,7 por exemplo) e garantir ainda assim melhores resultados. Adicionalmente sugere-se a evolução das atuais teorias de predição do movimento com a adição de parcelas de forças dinâmicas de sustentação advindas de resultados experimentais ou mais profundos estudos numéricos.

13. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] KEUNING, J.A., PINKSTER, J., WALREE, F. Van, 2002, "Further Investigation into the Hydrodynamic Performance of the AXE Bow Concept". Symposium on High Speed Marine Vehicles, Naples, Italy.
- [2] FALTINSEN, ODD. M., *Hydrodynamics of High-speed Marine Vehicles*, 1st ed. New York, Cambridge University, 2005.
- [3] FRIDSMA, G., 1969. *A systematic study of the rough water performance of planing boats*. Technical report, Stevens Institute of Technology, New Jersey, USA.
- [4] FRIDSMA, G., 1971, *A systematic study of the rough water performance of planing boats - Part 2 irregular waves*. Technical report, Stevens Institute of Technology, New Jersey, USA.
- [5] SAVITSKY, D., BROWN, P. W., 1976 , *Procedures for Hydrodynamic Evaluation of Planing Hulls in Smooth and Rough Water*. In: Marine Technology, Vol. 13, No. 4.
- [6] SAVITSKY, D., KOEBEL, J. G., 1993. *Seakeeping of Hard Chine Planning Hulls*, Technical Research Bulletin no, R-42, SNAME.
- [7] ZARNICK, E.E., TURNER, C. R., 1981, *Rough Water Performance of High Length to Beam Ratio Planing Boats*, Report DTNSRDC/SPD-0973-01.
- [8] BEGOVIC, E., BERTORELLO, C., PENNINO, S., 2014. *Experimental seakeeping assessment of a warped planing hull model series*. Ocean. Eng. 83, 1e15.
- [9] KEUNING, J.A., PINKSTER, JAKOB, "Optimization of the seakeeping behavior of a fast monohull". Fast'95 conference, October 1995.
- [10] KEUNING, J.A., PINKSTER, JAKOB, "Further design and seakeeping investigations into the "Enlarged Ship Concept". Fast'97 conference, July 1997.
- [11] KEUNING, J.A., "The Non linear behavior of fast monohulls in head waves". Doctor's thesis TU Delft, 1994.
- [12] KEUNING, J.A., TOXOPEUS, S, PINKSTER, JAKOB, "The effect of bow shape on the seakeeping performance of a fast monohull". Fast 2001 conference, September 2001.
- [13] GELLING, J. L., KEUNING, J. A., 2010. "Recent Developments in the Design of Fast Ships".
- [14] KEUNING, J.A., WALREE, F. Van, 2006, "The comparison of the hydrodynamic behaviour of three fast patrol boats with special hull geometries". In: High Performance Marine Vehicles.
- [15] GELLING, J. L., 2006. "The Axe Bow: The Shape of Ships to Come". 19 International HISWA Symposium on Yacht Design and Yacht Construction.
- [16] KUKNER, A., SARIÖZ, K. 1995, "High Speed form optimization for Seakeeping"
- [17] DAVIS, M. R. AND HOLLOWAY, D.S., The influence of hull form on the motion of high speed vessels in head seas, Ocean Engineering, 30, 2003, 2091-2155.
- [18] BOULOUGOURIS, E., PAPANIKOLAOU, A., 2006. "Hull form optimization of a

high-speed wave piercing monohull” Conference: Proc. 9th Int. Marine Design Conference-IMDC06, Ann Arbor-Michigan, At Ann Arbor-Michigan.

- [19] SUN, H., FALTINSEN, M., 2011. “Dynamic motions of planing vessels in head seas”. *Journal of Marine Science and Technology*. June 2011, Volume 16, Issue 2, pp 168–180
- [20] KORVIN-KROUKOVSKY, B.V., JACOBS, W.R., 1957, “Pitching and Heaving Motion of a Ship in Regular Waves”, *Trans, SNAME*, 65, pp. 590-632.
- [21] SALVESEN, N., TUCK, E. O., FALTINSEN, O., 1970, “Ship Motion and Sea Loads”.
- [22] BEGOVIC, E., BERTORELLO, C., PENNINO, S., 2014. “Experimental seakeeping assessment of a warped planing hull model series”. in *Ocean Engineering* DOI: 10.1016/j.oceaneng.2014.03.012
- [23] TASAI, F., TAKAKI, M., 1969, “Theory and calculation of ship response in regular waves”, *Symposium on Seaworthiness of Ships*, Japan Society of Naval Architecture.
- [24] SÖDING, H., 1969, “Eine Modifikation der Streifen-methode”, *Schiffstechnik* Bd. 16, Heft 80.
- [25] TIMMAN, R., NEWMAN, J. N., 1962, “The Coupled Dumping Coefficients of Symmetric Ships”, *Journal of Ship Research*, vol. 5, n.:4.
- [26] JOURNÉE, J.M.J., PINKSTER, J., 2002, “Introduction in Ship Hydromechanics”, Draft Edition, pp.33-40.
- [27] LEWIS, E. V., *Principles of Naval Architecture Vol. II*, 2nd ed., Jersey City – NJ, 1988.
- [28] KATAYAMA, T., FUJIMOTO, M., IKEDA, Y., 2007, “A study on transverse stability loss of planing crafts at super high forward speed”. *Int. Shipbuilding. Prog.*
- [29] LORD. L., *Naval Architecture of planing hulls*, 1st ed., Cambridge, Mariland, 1954.
- [30] BOSCH, J. J. VAN DEN, “Tests with Two Planing Boats in Waves”, TU-Delft, Shiphidromechanics Laboratory, Report 266, Feb. 1970.
- [31] CLEMENT, E. P., BLOUNT, D.L., “Resistance Tests of a Systematic Series of Planing Hull Forms”, *Transactions SNAME*, 1963.
- [32] JOURNÉE, J. M. J., MASSIE, W.W., Jan. 2001, “Offshore Hydromechanics”, 1st ed., Delft University of Technology.
- [33] URSEL, F., 1949, “On the Heaving Motion of a Circular Cylinder on the Surface of a Fluid”, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, II.
- [34] WEHAUSEN, J. V., LATOINE, E. V., 1960, “Handbuch der Physik”, Springer Verlag, Berlin.
- [35] FRANK, W., 1967, “Oscillation of Cylinders in or below the Free Surface of Deep Fluid”, Technical report 2375, Naval Ship Research and Development Centre, Washington DC, USA.

ANEXO 1

A Teoria Das Faixas De Salvesen

Aqui é assumido que os movimentos do corpo flutuante são periódicos e lineares em torno do referencial com origem no centro de gravidade da embarcação com o eixo x apontando para vante da embarcação, y para bombordo e z na direção azimutal.

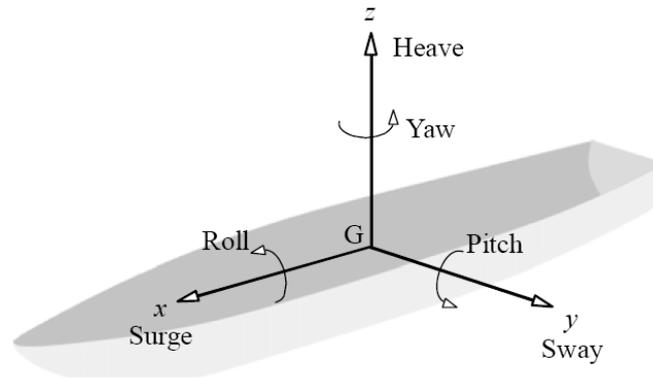


Figura 59 - Graus de liberdade de um corpo flutuante

Fonte 1- site: https://www.researchgate.net/figure/Six-degrees-of-freedom-for-ship-motion_fig1_327901742

A equação do movimento harmônico nos seis graus de liberdade pode ser descrita de maneira geral como:

$$\sum_{k=1}^6 [(M_{jk} + A_{jk})\ddot{\eta}_k + B_{jk}\dot{\eta}_k + C_{jk}\eta_k] = F_j e^{i\omega t}, j = 1 \dots 6$$

Onde,

M_{jk} é elemento da matriz de massa generalizada.

A_{jk} é a massa-adicionada.

B_{jk} é o amortecimento.

C_{jk} é a rigidez hidrostática ou restauração hidrostática.

F_j é a amplitude da força de excitação.

Assumindo que o corpo flutuante tem distribuição de massa simétrica em relação a sua linha de centro, a matriz de massa se torna simétrica em relação a diagonal principal. Esta matriz é fundamentalmente a representação da distribuição de massas na embarcação e

juntamente com a representação da forma e condições do mar são a tríade necessária para resolução de questões de *seakeeping*.

$$M_{jk} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & M_{Zc} & 0 \\ 0 & M & 0 & -M_{Zc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -M_{Zc} & 0 & I_4 & 0 & -I_{46} \\ M_{Zc} & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{46} & 0 & I_6 \end{bmatrix}$$

Onde,

M é a massa da embarcação.

I é a inércia com índice subscrito referente ao grau de liberdade e influência de determinado grau de liberdade em um outro grau.

O único elemento de inércia fora da diagonal principal é o de índice 46 referente ao produto *roll-yaw* devido a simetria em relação a linha de centro da embarcação. Entretanto para este trabalho não temos interesse nesses movimentos, sendo assim, para efeito prático, as inércias referentes a esse produto foram desconsideradas. Como assumiu-se que o referencial está posicionado em cima do centro de gravidade, demais elementos fora da diagonal principal da matriz de massa também são zerados com exceção dos elementos de massa subscritos Z_c . Isso é bastante oportuno para este trabalho e agiliza os cálculos computacionais. Entretanto, de maneira genérica não é uma regra a se seguir. Para estudos específicos pode ser mais conveniente se utilizar o referencial na altura da linha d'água ou em outra posição e esses elementos da matriz não se tornariam nulos.

Referente a geometria da embarcação, e parâmetro de comparação entre os softwares utilizados nesta tese, é fundamental para a análise do comportamento no mar as matrizes de massa-adicionada, amortecimento e restauração. Para embarcações com simetria geométrica em relação e linha de centro, seguem as matrizes:

$$A_{ij} \text{ ou } B_{ij} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & A_{13} & 0 & A_{15} & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\ A_{31} & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & A_{62} & 0 & A_{64} & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$$

Os coeficientes de restauração hidrostática diferentes de zero são:

$$C_{33}, C_{44}, C_{55} \text{ e } C_{35} \text{ (ou } C_{53})$$

Tomando a matriz de massa, massas adicionadas, amortecimento e restauração, apresentadas imediatamente acima, e aplicando-as à equação do movimento em seis graus de liberdade, descrita anteriormente, chegaremos a 6 equações que podem ser separadas em dois grupos especificamente.

O primeiro grupo com três equações que acoplam os movimentos de *surge*, *heave* e *pitch*. Enquanto o segundo grupo, composto por também três equações, acopla os movimentos de *sway*, *roll* e *yaw*. Como já assumido aqui, o corpo submerso é esbelto e há simetria em relação ao plano diametral do casco. Sendo assim, é possível demonstrar que as forças referentes ao movimento de *surge* são muito inferiores aos outros 5 movimentos. Desta maneira é coerente que os coeficientes referentes ao *surge* sejam desconsiderados.

Desta forma, das três equações do primeiro grupo que acoplam *surge*, *heave* e *pitch*, finda-se somente com duas equações acopladas: entre *heave* e *pitch*, que são os movimentos de interesse desta dissertação.

Para os movimentos de *heave* e *pitch*, da equação do movimento, temos então:

$$(M + A_{33})\ddot{\eta}_3 + B_{33}\dot{\eta}_3 + C_{33}\eta_3 + A_{35}\ddot{\eta}_5 + B_{35}\dot{\eta}_5 + C_{35}\eta_5 = F_3 e^{i\omega t}$$

$$A_{53}\ddot{\eta}_3 + B_{53}\dot{\eta}_3 + C_{53}\eta_3 + (I_5 + A_{55})\ddot{\eta}_5 + B_{55}\dot{\eta}_5 + C_{55}\eta_5 = F_5 e^{i\omega t}$$

Para solução dessas equações, primeiramente todos os efeitos viscosos são desconsiderados e o único amortecimento considerado é o relativo à irradiação de ondas pelo próprio corpo. Isso faz sentido porque o amortecimento viscoso é muito pequeno para movimentos como *heave* e *pitch* e sendo assim, também pode ser desconsiderado. Ademais, o potencial de onda referente à resistência de onda é considerado pequeno e suas derivações e termos de ordens superiores podem ser desconsiderados de maneira a

linearizar o problema. Tratando-se do aspecto físico é como se as ondas geradas pelo casco ao avançar com determinada velocidade, não tivesse influência sobre os movimentos do navio. O que é uma hipótese bastante razoável.

Finalmente, de maneira a simplificar o problema tridimensional em um problema bidimensional das seções do casco, se faz importante a hipótese de que as ondas geradas pelos movimentos oscilatórios do casco sejam de alta-frequência, com comprimento da ordem da boca da embarcação, ou menor. O que pode ser assumido como também uma hipótese razoável.

Destas simplificações, os coeficientes de massa adicionada e amortecimento podem ser descritos pelas formulações:

$$\begin{aligned}
 A_{33} &= \int a_{33} d\xi - \frac{U}{\omega^2} b_{33}^A \\
 B_{33} &= \int b_{33} d\xi - U a_{33}^A \\
 A_{35} &= - \int \xi a_{33} d\xi - \frac{U}{\omega^2} B_{33}^0 + \frac{U}{\omega^2} x_A b_{33}^A - \frac{U^2}{\omega^2} a_{33}^A \\
 B_{35} &= - \int \xi b_{33} d\xi + U A_{33}^0 - U x_A a_{33}^A - \frac{U^2}{\omega^2} b_{33}^A \\
 A_{53} &= - \int \xi a_{33} d\xi + \frac{U}{\omega^2} B_{33}^0 + \frac{U}{\omega^2} x_A b_{33}^A \\
 B_{53} &= - \int \xi b_{33} d\xi - U A_{33}^0 - U x_A a_{33}^A \\
 A_{55} &= - \int \xi^2 a_{33} d\xi + \frac{U^2}{\omega^2} A_{33}^0 - \frac{U}{\omega^2} x_A b_{33}^A + \frac{U^2}{\omega^2} x_A a_{33}^A \\
 B_{55} &= - \int \xi^2 b_{33} d\xi + \frac{U^2}{\omega^2} B_{33}^0 + U x_A b_{33}^A + \frac{U^2}{\omega^2} x_A b_{33}^A
 \end{aligned}$$

Todas as integrais se dão ao longo do comprimento molhado da embarcação e a_{33} e b_{33} são os coeficientes bidimensionais de massa-adicionada e amortecimento em *heave*, respectivamente. U é a velocidade de avanço do casco e A_{33}^0 e B_{33}^0 são as parcelas independentes da velocidade de A_{33} e B_{33} , que são respectivamente a massa-adicionada e o amortecimento do casco completo. x_A , a_{33}^A , b_{33}^A referem-se à coordenada, massa-adicionada e amortecimento das faixas localizadas próximas ao extremo de ré. A presença

desses termos será melhor explicada adiante.

Os coeficientes de rigidez ou restauração hidrostática são independentes da frequência e originam-se diretamente da hidrostática do casco.

$$C_{33} = \rho g \int b d\xi = \rho g A_{wp}$$

$$C_{35} = C_{53} = -\rho g \int \xi b d\xi = -\rho g M_{wp}$$

$$C_{55} = \rho g \int \xi^2 b d\xi = \rho g I_{wp}$$

b é a dimensão da boca da seção transversal, ρ é a massa específica da água, g é a aceleração da gravidade. A_{wp} , M_{wp} , I_{wp} é a área do plano de linha d'água, o primeiro momento estático de área e inércia da área de linha d'água, respectivamente.

Completando a equação não-homogênea dos movimentos do corpo flutuante de arfagem e afundamento, se faz necessário expressar as forças de excitação, que se dão por:

$$F_3 = \rho \alpha \int (f_3 + h_3) d\xi + \rho \alpha \frac{U}{i\omega} h_3^A$$

$$F_5 = -\rho \alpha \int \left[\xi (f_3 + h_3) + \frac{U}{i\omega} h_3 \right] d\xi - \rho \alpha \frac{U}{i\omega} x_A h_3^A$$

Sendo a parcela da força de *Froude-Krylov* e difração definidas respectivamente por:

$$f_3(x) = g e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_x} N_3 e^{iky \sin \beta} e^{kz} dl$$

$$h_3(x) = \omega_0 e^{-ikx \cos \beta} \int_{C_x} (iN_3 - N_2 \times \sin \beta) e^{iky \sin \beta} e^{kz} \psi_3 dl$$

Onde α é a amplitude da onda, k é o número de onda, β é o ângulo de aproamento com relação a onda, dl é um elemento infinitesimal de arco da seção transversal, ω_0 é a frequência de onda, h_3^A é correlato ao termo de difração h_3 mas nas seções mais a ré, N_2 e N_3 são as componentes nas direção y e z do vetor posição no plano y - z , e ψ_3 é o potencial de velocidade para um cilindro com a mesma forma da seção oscilando verticalmente.

Tanto as equações de forças de excitação e momentos quanto equações dos coeficientes de massa adicionada e amortecimento, são compostas, além das parcelas integrais, por

termos já nomeados anteriormente: a_{33}^A , b_{33}^A , h_3^A . Esses termos referem-se à massa adicionada, amortecimento e difração relativos, respectivamente, relacionados à influência da geometria da popa sobre o comportamento do casco sob o regime de ondas. Esses termos são usualmente chamados de termos transômicos, fazendo referência à área transômica de popa, ou *end-terms*. Nas simulações numéricas de *seakeeping*, essa pode ser uma parcela da força de excitação a ser calculada ou não a depender da forma do casco. Esses termos são adequadamente utilizáveis para cascos com popa larga ou espelho de popa molhado, o que é o caso da geometria dos cascos de planeio estudados nesta tese e também estudados por FRIDSMA [3].

De maneira rasa poderia se afirmar que há um equívoco ao aplicar a teoria das faixas às embarcações que possuem essa geometria peculiarmente poligonal, pois estas violariam a hipótese de que não deve haver grandes variações geométricas no sentido longitudinal do casco. Entretanto, para as mais altas velocidades, como já descrito no tópico de equilíbrio dinâmico, há um descolamento do escoamento no espelho de popa sem criar qualquer variação abrupta no escoamento. Sendo assim, mesmo para embarcações com geometrias com espelho de popa molhado, pode ser considerada que há pouca variação geométrica na direção longitudinal.



Figura 60 - Vista da popa de um modelo prismático ensaiado em reboque

Fonte 2 – <http://www.inm.cnr.it/labs/umberto-pugliese-towing-tank/>

A razão pela adição das parcelas dependentes desses termos transômicos se dá pela validação experimental das simulações numéricas de *seakeeping*. Desta comparação de resultados numéricos e experimentais, notou-se que a adição dos *end-terms* às simulações computacionais se mostrou bastante adequada para embarcações com geometria prismática. Isso porque a adição destes termos levou a maior adesão aos resultados

experimentais dessas mesmas formas de casco. Sendo assim, a adição dessas parcelas dependentes desses termos se dá em grande parte pela conveniência de garantir resultados numéricos aderidos a resultados experimentais.

A partir da apresentação das expressões integrais anteriores e clarificação dos significados individuais dos termos que as compõe, percebe-se de fato a importância do conhecimento dos termos bidimensionais para o cálculo dos coeficientes gerais dos movimentos, forças de excitação e momentos.

O cálculo numérico dos coeficientes hidrodinâmicos bidimensionais de cada faixa implica na maior parcela de gasto de tempo computacional deste método. Para se ter certa acurácia é necessária a divisão do casco ao longo do comprimento de linha d'água de inúmeras fatias, pelo menos 20 a depender da forma das obras vivas. Individualmente cada fatia ou faixa possui seus coeficientes que são dependentes da frequência e devem ser calculados para 20 ou 30 frequências diferentes.

Para o cálculo destes coeficientes, três são os principais métodos mais consolidados e utilizados: O Método das Formas de Lewis (*Lewis-Forms Method*), o Método de Mapeamento de Formas de Tasai-Porter (*Tasai-Porter Close-fit Mapping Method*) e o Método de Distribuição de Fontes das Formas de Frank (*Frank Close-fit Source-distribution Method*). Este último, utilizado no cálculo dos coeficientes desta tese. A explicação pela opção de adoção deste método se dá nos próximos parágrafos.

Para os três métodos, é considerada a teoria linear de onda e todos os efeitos viscosos são desconsiderados. O que difere essencialmente os três métodos é o modo como a condição de impenetrabilidade na parede de cada faixa é satisfeita. O problema consiste em calcular o potencial de velocidade de um cilindro oscilando em *sway*, *heave* e *roll* em uma superfície livre não perturbada. Do cálculo do potencial de velocidade, a massa adicionada, o amortecimento e a força de excitação podem ser obtidos pela integração da pressão dada pela equação de Bernoulli.

No primeiro método citado, a geometria redesenhada de cada faixa se dá matematicamente pelas Formas de Lewis que possuem mesma área seccional, mesma boca e calado na posição longitudinal da faixa, mas não possui necessariamente a mesma forma exatamente. Apesar do baixo tempo computacional tomado por esse método e da válida aplicação à cascos de geometria mais comum, das particularidades geométricas dos cascos de planeio, em geral, e igualmente do casco aqui estudado, este método não

se mostra o mais adequado para este estudo.

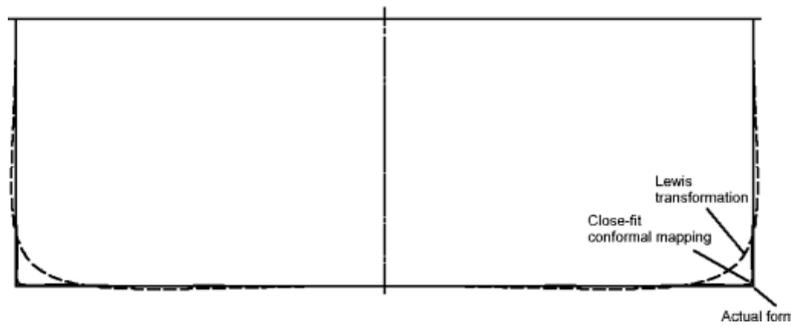


Figura 61 - Comparação entre forma real e forma produzida pelos métodos de Lewis e Conformal mapping

Fonte 3 – JOURNÉE [32]

Já no método de Tasai-Porter cada faixa é remapeada segundo sua seção transversal dentro de um círculo através da transformação de Theodorsen por uma função de mapeamento até que a forma da seção seja delineada de maneira adequada.

No terceiro e último método apresentado, e de interesse, conhecido como *Frank Close-fit Method*, em cada seção são distribuídas inúmeras fontes espaçadas ao longo de cada faixa ligadas por linhas retas que em seu conjunto formam a seção transversal do casco. Avaliando geometricamente este método, de início ele já se mostra bastante adequado por conseguir descrever perfeitamente a forma bastante poligonal do casco aqui estudado e incomum, se comparada a embarcações de deslocamento. Este método consiste em calcular o potencial de velocidades através da distribuição dessas fontes e sumidouros como explicado a seguir.

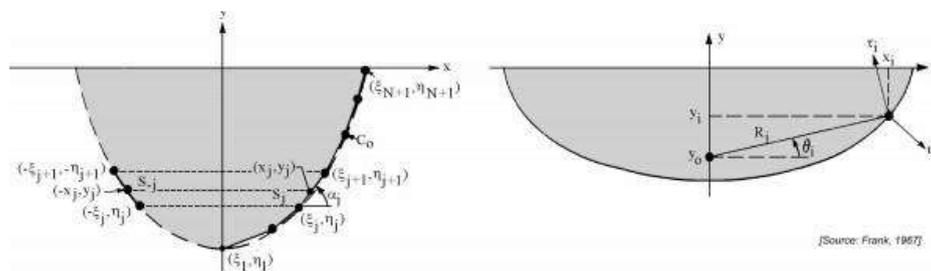


Figura 62 - Notações e sistema de coordenadas utilizadas por Frank

Fonte 4 – JOURNÉE [32]

Vale destacar ainda que os dois últimos métodos apresentados consomem tempo computacional pouco superior ao método de Lewis. Entretanto, muito abaixo do tempo computacional consumido por métodos menos tradicionais como o CFD. Dentre outras razões já apresentadas, que a investigação mais a fundo da aplicação deste método, com evoluções, se justifica.

No método de Frank, assim como nos outros dois anteriores, é assumido que o fluido é incompressível, irrotacional e não-viscoso. Em adição, os movimentos são de pequena amplitude e a velocidade desses movimentos também é pequena. Destas enunciações decorre que todos os termos que não sejam lineares, relativos à condição de superfície livre e condição de impenetrabilidade do casco, podem ser desconsiderados.

Sendo assim, aqui dar-se-á foco a explanação destas condições de contorno e seus termos não negligenciáveis.

Tratando da condição de contorno para o método de Frank, o potencial de velocidade pode ser descrito, satisfazendo as seguintes seis condições:

$$\phi^{(m)}(x, y, t) = \text{Re}\{\phi^{(m)}(x, y)e^{-i\omega t}\}$$

- **Equação de Laplace.**

$$\nabla^2 \phi^{(m)} = \frac{\partial^2 \phi^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^{(m)}}{\partial y^2} = 0$$

- **Condição de impenetrabilidade do fundo.**

Considerando a condição em águas profundas a condição de impenetrabilidade do fundo pode ser escrita como:

$$\text{Quando, } h \rightarrow \infty; \frac{\partial \phi^{(m)}}{\partial y} \rightarrow 0$$

- **Condição de superfície livre.**

Novamente, considerando águas profundas e linearizando a condição de superfície livre, esta pode ser expressa por:

$$\frac{\partial^2 \phi^{(m)}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi^{(m)}}{\partial y} = 0 \quad \text{para } y = 0$$

Onde, g é a aceleração da gravidade.

- **Condição de contorno cinemática na superfície do corpo.**

Para os movimentos que possuem restauração (*Heave* e *Roll*), a condição de contorno deriva da definição do potencial de velocidade na superfície S do cilindro.

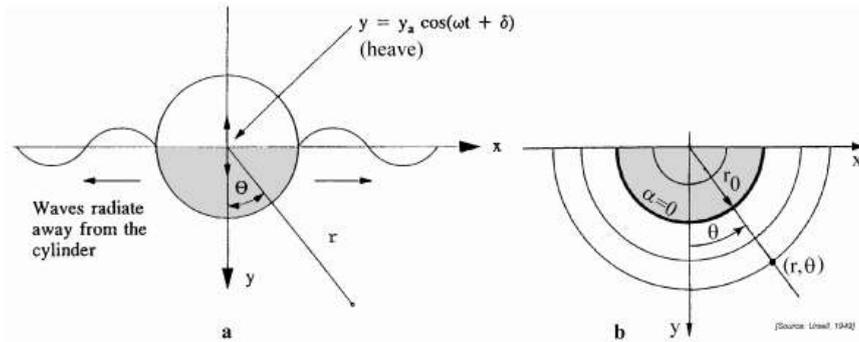


Figura 63- Cilindro oscilatório com sistema de coordenadas utilizado por Ursel

Fonte 5 – Offshore Hydromechanics [32]

Utilizando como exemplo um cilindro de raio r_0 , como o de URSEL [33], referenciado em coordenadas polares, para $\alpha = 0$ tem-se que a componente normal da velocidade do fluido na superfície do cilindro deve ser igual a velocidade normal da própria parede do cilindro na mesma posição. Assim sendo, a condição de contorno cinemática na superfície do corpo deve ser satisfeita por:

$$\text{Sway: } \frac{\partial \phi_0(\theta)}{\partial n} = \dot{x} \frac{\partial x_0}{\partial n}$$

$$\text{Heave: } \frac{\partial \phi_0(\theta)}{\partial n} = \dot{y} \frac{\partial y_0}{\partial n}$$

$$\text{Roll: } \frac{\partial \phi_0(\theta)}{\partial n} = r_0 \dot{\beta} \frac{\partial r_0}{\partial s}$$

Onde n é o vetor normal, que aponta para fora, na superfície do cilindro S .

Ou de maneira geral pelo método de Frank por:

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla} \phi^{(m)} = v_n$$

- **Condição de radiação**

Durante a oscilação do cilindro, e irradiação natural de ondas, se feita a observação dessas ondas a uma distância bastante grande do corpo oscilatório, estas tomam formas de ondas gravitacionais regulares. A consequência disso é que a medida que α tende a uma distância muito grande do cilindro ($\alpha \rightarrow \infty$) outros possíveis sistemas de onda tendem a zero e são negligenciáveis.

- **Condição de simetria/antissimetria**

Considerando-se os movimentos de *sway* e *roll*, e o comportamento antissimétrico do fluido para esses movimentos, e o comportamento simétrico para o movimento de *heave*, as expressões das velocidades potenciais obedecem às seguintes relações:

$$\text{Sway: } \phi^{(2)}(-x, y) = -\phi^{(2)}(x, y) \quad \text{ou} \quad \phi^{(2)}(r, -\theta) = -\phi^{(2)}(r, \theta)$$

$$\text{Sway: } \phi^{(3)}(-x, y) = \phi^{(3)}(x, y) \quad \text{ou} \quad \phi^{(3)}(r, -\theta) = \phi^{(3)}(r, \theta)$$

$$\text{Roll: } \phi^{(4)}(-x, y) = -\phi^{(4)}(x, y) \quad \text{ou} \quad \phi^{(4)}(r, -\theta) = -\phi^{(4)}(r, \theta)$$

1.1. O Potencial De Velocidade

Baseado em trabalhos anteriores de WEHAUSEN & LAITONE [34] e satisfazendo as seis condições de contorno acima expressas, FRANK [35] desenvolveu uma equação complexa para o potencial de uma fonte pulsante, de intensidade unitária, posicionada em um ponto qualquer ζ como:

$$G^*(z, \zeta, t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln(z - \zeta) - \ln(z - \hat{\zeta}) + 2PV \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z-\hat{\zeta})}}{v-k} dk \right\} \cdot \cos\omega t \\ - \left\{ e^{-iv(z-\hat{\zeta})} \right\} \cdot \sin\omega t$$

Onde,

$$z = x + iy$$

$$\zeta = \xi + i\eta$$

$$\hat{\zeta} = \xi + i\eta$$

ζ é definido na parte inferior submersa enquanto $\hat{\zeta}$ é definido na parte superior do plano, $v = \omega^2/g$ é o número de onda para águas profundas e $PV \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z-\hat{\zeta})}}{v-k} dk$ é o valor integral em função de k , como definido por Frank[35].

Com isso, a parcela real do potencial dessa fonte pode ser representada como:

$$H(x, y, \xi, \eta; t) = \text{Re}\{G^*(z; \zeta; t)\}$$

Pode se reescrever o termo $G^*(z; \zeta; t)$, que é dependente do tempo e espaço, como uma multiplicação entre uma parcela somente dependente do espaço ($G(z; \zeta)$) por $e^{-i\omega t}$, cuja

resposta é composta por razões trigonométricas de senos e(ou) cossenos responsáveis por descrever o movimento oscilatório do corpo no tempo.

$$G^*(z; \zeta; t) = G(z; \zeta) \cdot e^{-i\omega t}$$

Onde,

$$G(z; \zeta) = \frac{1}{2\pi} \cdot Re \left\{ \ln(z - \zeta) - \ln(z - \hat{\zeta}) + 2 \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z-\hat{\zeta})}}{v-k} dk \right\} - i \cdot Re \{ e^{-iv(z-\hat{\zeta})} \}$$

Satisfazendo todas as seis condições de contorno apresentadas anteriormente é possível chegar a duas soluções que descrevem o potencial desta fonte pontual:

$$H(x, y, \xi, \eta; t) = Re \{ G(z, \zeta) \cdot e^{-i\omega t} \}$$

$$H \left(x, y, \xi, \eta; t - \frac{\pi}{2\omega} \right) = Re \{ i \cdot G(z, \zeta) \cdot e^{-i\omega t} \}$$

Haja vista a propriedade da superposição de um sistema linear, a superposição dessas duas soluções resulta na seguinte equação para o potencial desta fonte pulsante pontual:

$$\phi^{(m)}(x, y, t) = Re \left\{ \int_{C_0} Q(s) \cdot G(z, \zeta) \cdot e^{-i\omega t} \cdot ds \right\}$$

Onde, C_0 é o contorno da fatia cilíndrica abaixo da linha d'água, $Q(s)$ é a intensidade da fonte pontual em função da posição ao longo do contorno C_0 .

Aplicando a condição de contorno cinemática, tem-se:

$$Re \left\{ (\vec{n} \cdot \vec{\nabla}) \int_{C_0} Q(s) \cdot G(z, \zeta) \cdot ds \right\} = 0$$

$$Im \left\{ (\vec{n} \cdot \vec{\nabla}) \int_{C_0} Q(s) \cdot G(z, \zeta) \cdot ds \right\} = A^{(m)} \cdot \omega \cdot n^{(m)}$$

Onde, $A^{(m)}$ é a amplitude do movimento oscilatório, $n^{(m)}$ é a direção, resultado da projeção, cosseno da velocidade normal do cilindro, na posição z .

1.2. Solução

Tomando como exemplo a figura 32 apresentada ainda neste capítulo e retomando a breve explicação sobre o método de Frank, uma forma pode ser descrita a partir de $N+1$ pontos, posicionados sobre o contorno C_0 da fatia transversal, ligados subsequentemente por N

retas. Esses pontos tem coordenadas (ξ_i, η_i) , como apresentado por Frank, e posicionados a partir do quarto quadrante e refletidos no terceiro quadrante, descrevendo assim a forma da fatia submersa por completo.

As coordenadas, comprimento e ângulo são todos associados a determinado segmento são identificado pela subscrição j , e com sua contraparte do terceiro quadrante identificado pela subscrição $-j$. Assim sendo, por simetria temos que:

$$\xi_{-j} = -\xi_j$$

$$\eta_{-j} = -\eta_j$$

$$\text{para } 1 \leq j \leq N + 1$$

Para a avaliação dos potenciais e pressões, os cálculos são realizados utilizando-se os pontos médios dos segmentos, que tem suas coordenadas descritas por:

$$x_i = \frac{\xi_i + \xi_{i+1}}{2}$$

$$y_i = \frac{\eta_i + \eta_{i+1}}{2}$$

$$\text{para } 1 \leq i \leq N$$

Já o comprimento desse segmento é descrito pelo módulo entre os dois pontos que o caracterizam:

$$|s_i| = \sqrt{(\xi_{i+1} - \xi_i)^2 + (\eta_{i+1} - \eta_i)^2}$$

O ângulo formado entre o segmento e o eixo x (positivo) é:

$$\alpha_i = \arctg \left\{ \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} \right\}$$

O vetor positivo normal ao segmento, posicionado no ponto médio deste segmento, é:

$$\vec{n}_i = \vec{i} \text{sen} \alpha_i - \vec{j} \text{cos} \alpha_i$$

Onde \vec{i} e \vec{j} são os vetores unitários nas direções x e y , respectivamente.

O deslocamento nos 3 movimentos, *sway*, *heave* e *roll*, pode ser descrito de maneira geral como um descolamento $A^{(m)}$ multiplicado por uma razão trigonométrica de valor máximo

1, descrevendo assim um movimento harmônico:

$$S^{(m)} = A^{(m)} \cdot \cos \omega t$$

Onde, o índice m é referente aos movimentos de *sway* ($m = 2$), *heave* ($m = 3$) e *roll* ($m = 4$). Já as velocidades para os 2 primeiros movimentos se dão através da derivada do deslocamento, sendo:

$$\text{Sway: } \vec{v}^{(2)} = -\vec{i} \cdot A^{(2)} \cdot \text{sen} \omega t$$

$$\text{Heave: } \vec{v}^{(3)} = -\vec{j} \cdot A^{(3)} \cdot \text{sen} \omega t$$

Já para a velocidade do movimento de roll podem ser descrita através da análise de um ponto (x_i, y_i) na superfície da curva C_0 :

$$\vec{v}^{(4)} = R_i S^{(4)} \vec{\tau}_i$$

Onde,

R_i é o módulo do vetor posição do ponto (x_i, y_i) e $\vec{\tau}_i$ é o vetor unitário na direção θ_i , ângulo formado entre o vetor posição de (x_i, y_i) e o eixo x positivo.

$$R_i = \sqrt{x_i^2 + (y_i - y_0)^2}$$

$$\theta_i = \arctg \left\{ \frac{y_i - y_0}{x_i} \right\} = \arcsen \left\{ \frac{y_i - y_0}{R_i} \right\} = \arccos \left\{ \frac{x_i}{R_i} \right\}$$

$$\vec{\tau}_i = -\vec{i} \text{sen} \theta_i + \vec{j} \text{cos} \theta_i$$

Assim sendo,

$$\vec{v}^{(4)} = R_i S^{(4)} \vec{\tau}_i = \omega A^{(4)} \{ (y_i - y_0) \vec{i} - x_i \vec{j} \} \text{sen} \omega t$$

Do desenvolvimento então das velocidades para os três movimentos, temos as componentes da velocidade posição média do segmento é:

$$v_i^{(m)} = \vec{n}_i \cdot \vec{v}^{(m)}$$

$$v_i^{(2)} = -\omega A^{(2)} \text{sen} \alpha_i \text{sen} \omega t$$

$$v_i^{(3)} = \omega A^{(3)} \text{cos} \alpha_i \text{sen} \omega t$$

$$v_i^{(4)} = \omega A^{(4)} \{ (y_i - y_0) \text{sen} \alpha_i + x_i \text{cos} \alpha_i \} \text{sen} \omega t$$

Da definição dos vetores posição e velocidade, se faz necessário por último a definição do vetor normal, que aponta para fora, posicionado para cada ponto sobre a curva C_0 .

$$n_i^{(m)} = \frac{x_i^{(m)}}{A^{(m)}\omega \text{sen}\omega t}$$

$$\text{Sway: } n_i^{(2)} = \text{sen}\alpha_i$$

$$\text{Heave: } n_i^{(3)} = -\text{cos}\alpha_i$$

$$\text{Roll: } n_i^{(4)} = (y_i - y_0)\text{sen}\alpha_i + x_i\text{cos}\alpha_i$$

Como dito anteriormente, os movimentos de *sway* e *roll* apresentam comportamento assimétrico enquanto o movimento de *heave* tem modo simétrico. Assim sendo, as contrapartes do terceiro quadrante referentes as normais descritas para o quarto quadrante do plano transversal podem ser descritas como:

$$\text{Sway: } n_{-i}^{(2)} = -n_i^{(2)}$$

$$\text{Heave: } n_{-i}^{(3)} = n_i^{(3)}$$

$$\text{Roll: } n_{-i}^{(4)} = -n_i^{(4)}$$

Agora, as equações integrais das parcelas reais ($Re\{Q(s)\}$) e imaginárias ($Im\{Q(s)\}$) da intensidade da fonte pontual ($Q(s)$) são aplicadas ao ponto médio dos N segmentos que descrevem a curva C_0 . É assumido que a intensidade dessa fonte permanece constante ao longo do tempo, apesar de poder assumir diferentes valores desejáveis para diferentes segmentos. Do par de equações integrais citadas, resulta-se em um grupo de duas vezes o número de segmentos (N) de equações algébricas lineares:

$$Re\{Q^{(m)} \cdot (s_j)\} = Q_j^{(m)}$$

$$Im\{Q^{(m)} \cdot (s_j)\} = Q_{N+j}^{(m)}$$

Sendo i o número de segmentos que descrevem a fatia submersa, podendo assumir valores de 1 a N , temos:

$$\sum_{j=1}^N \{Q_j^{(m)} \cdot I_{ij}^{(m)}\} + \sum_{j=1}^N \{Q_{N+j}^{(m)} \cdot J_{ij}^{(m)}\} = 0$$

$$-\sum_{j=1}^N \{Q_j^{(m)} \cdot J_{ij}^{(m)}\} + \sum_{j=1}^N \{Q_{N+j}^{(m)} \cdot I_{ij}^{(m)}\} = \omega \cdot A^{(m)} \cdot n_i^{(m)}$$

A relevância dos coeficientes I_{ij} , J_{ij} e o $\Phi(x_i, y_i, t)$ foram avaliados por Frank e a velocidade potencial foi apresentada como função de termos com relação direta com o deslocamento e termos com relação direta com a velocidade.

Do cálculo da velocidade potencial encontrada por Frank é possível calcular a pressão no ponto (x_i, y_i) através da linearização da equação de Bernoulli:

$$p^{(m)}(x_i, y_i; \omega; t) = -\rho \cdot \frac{\partial \Phi^{(m)}}{\partial t}(x_i, y_i, \omega; t)$$

Para:

$$p^{(m)}(x_i, y_i; \omega; t) = p_a^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \cdot \cos \omega t + p_v^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \cdot \sin \omega t$$

Onde $p_a^{(m)}$ e $p_v^{(m)}$ são as pressões relacionadas ao deslocamento e a velocidade respectivamente. Já a força hidrodinâmica é naturalmente a integral das pressões, sendo assim pode ser descrita como a integral, ao longo do comprimento da curva C_0 , de $p^{(m)} \cdot n^{(m)}$. Essa integração pode ser expressa na forma de somatórios como:

$$M^{(m)}(\omega) = 2 \sum_{i=1}^N p_a^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \cdot n_i^{(m)} \cdot |S_i|$$

$$N^{(m)}(\omega) = 2 \sum_{i=1}^N p_v^{(m)}(x_i, y_i; \omega) \cdot n_i^{(m)} \cdot |S_i|$$