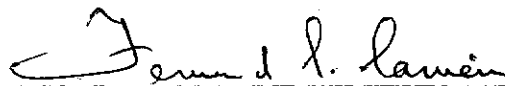


LAJES DE PONTES PELO MÉTODO DA RUPTURA

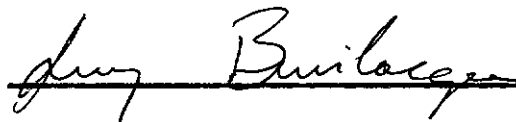
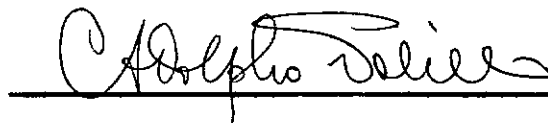
PAULO CESAR SICILIANO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE "MESTRE EM CIENCIA" (M.Sc.).

Aprovada por



(Presidente)



RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

MAIO DE 1972

A G R A D E C I M E N T O S

Ao professor Fernando Luiz Lobo B. Carneiro, pelo apoio e orientação dispensados na realização deste trabalho.

Ao professor Adolpho Polillo pelo estímulo e valiosa orientação dada a esta tese.

Ao professor Yosiaki Nagato pela colaboração efetiva nos ensaios realizados.

Aos amigos do Laboratório de Engenharia Civil da COPPE.

As colegas Maria Luiza Varela de Araujo e Maria - del Pilar Rodriguez Pazos a ajuda na documentação fotográfica.

Ao Conselho Nacional de Pesquisas pelo apoio concedido.

R E S U M O

Este trabalho trata da aplicação do método da ruptura ao dimensionamento de lajes de pontes.

Estudamos, apenas, o efeito do veículo pesado de seis rodas. Ensaíamos cinco modelos, sendo três de lajes isoladas simplesmente apoiadas nos quatro lados e duas lajes contínuas. Tais modelos foram previamente dimensionados atendendo aos esforços calculados pelas fórmulas obtidas pelo Prof. Polillo, imaginando configurações retilíneas de ruptura.

Comparamos os resultados do ensaio com os valores dos métodos elásticos clássicos e com os valores do método de ruptura e concluímos pela aplicação das configurações retilíneas de ruptura, que além da segurança comprovada em todos os ensaios - são bastante mais econômicos.

S U M M A R Y

This work refers to the application of rupture method on designing of bridge slabs.

We have studied only the effect of the heavy vehicle of six wheels. We have tested 5 models, being 3 separated and just supported by the 4 sides, and 2 continuous slabs that have been previously dimensioned, according to the calculated results by numbers obtained by Prof. Polillo, working with straight configurations of rupture.

We have compared the test results with that of elastic classic methods and with numbers of rupture method.

We have concluded, in all of our tests, by the use of the rupture method (straight configurations) that, besides its improved safety, it is the more economical.

I N D I C E

RESUMO	iii
NOTAÇÕES	viii
APRESENTAÇÃO E JUSTIFICATIVA	1
CAPÍTULO 1 - Bases da Teoria da Ruptura	5
1.1 - Generalidades	5
1.2 - Teorema do limite inferior ou teorema estático	5
1.3 - Teorema do limite superior ou teorema cinemático	6
1.4 - Teorema da unicidade	7
1.5 - Previsão das configurações	7
1.6 - Princípio da superposição dos efeitos	10
1.7 - Plastificação	10
CAPÍTULO 2 - Parte Experimental - Modelos	17
2.1 - Instalações complementares	17
2.2 - Escalas	17
2.3 - Materiais	19
2.4 - Aplicação da carga	20
2.5 - Medição dos deslocamentos	22
2.6 - Fotografias	24
2.7 - Condições de semelhança	24
2.8 - Influência do peso próprio	26
CAPÍTULO 3 - Dimensionamento	29
3.1 - Generalidades	29

3.2 - Laje simplesmente apoiada nas quatro bordas, com relação entre os lados igual a dois.....	29
3.3 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura	32
3.4 - Modelo	37
3.4.1 - Cálculo dos esforços	37
3.4.2 - Resumo dos esforços para o modelo pelo método da ruptura	39
3.4.3 - Influência do peso próprio	39
3.4.4 - Cálculo das armaduras	40
3.5 - Laje simplesmente apoiada nas quatro bordas, com relação entre os lados igual a um.....	44
3.5.1 - Protótipo	44
3.5.1.1 - Cálculo dos esforços pelo método elástico	44
3.5.1.2 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura	45
3.5.2 - Modelo	47
3.5.2.1 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura	47
3.6 - Lajes contínuas apoiadas no contorno com um apoio	
3.6.1 - Cálculo dos esforços pelo método elástico	52
3.6.2 - Dimensionamento pelo método elástico, usando as tabelas de Rusch, para o veículo pesado de 60 t	53
3.6.3 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura ...	55
3.6.3.1 - Dimensionamento do primeiro protótipo contínuo pelo método da ruptura	57
3.6.3.2 - Dimensionamento do segundo protótipo contínuo pelo método da ruptura	58

CAPÍTULO 4 - Análise dos Resultados	61
4.1 - Generalidades	61
4.2 - Materiais	62
4.2.1 - Areia	62
4.2.2 - Agregado graúdo	63
4.2.3 - Cimento	63
4.2.4 - Aço	63
4.2.5 - Concreto	64
4.3 - Modelos	85
4.3.1 - Laje isolada - número 1	85
4.3.2 - Laje isolada - número 2	89
4.3.3 - Laje isolada - número 3	104
4.3.4 - Laje contínua - número 1	113
4.3.5 - Laje contínua - número 2	124
4.3.6 - Quadro resumo final	141
CAPÍTULO 5 - Conclusões	145
APENDICE -	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	159

NOTAÇÕES

- a - Medida linear.
- ε - Deformação específica.
- f - Flecha.
- σ - Tensão.
- E - Módulo de elasticidade.
- E_d - Módulo de elasticidade dinâmico.
- P - Carga concentrada.
- q - Carga uniformemente distribuída.
- μ - Relação entre os módulos de elasticidade do protótipo e do modelo.
- mod - Modelo.
- prot- Protótipo.
- λ - Relação entre as escalas do protótipo e do modelo.
- ν - Coeficiente de Poisson.
- k - Coeficiente de ortotropia.
- ψ - Coeficiente de impacto.
- d - Espessura da laje.

γ - Peso específico.

ϕ - Diâmetro das barras da armadura.

σ_R - Tensão de ruptura à compressão do concreto.

σ_e - Tensão de escoamento à tração do aço.

σ'_e - Tensão de escoamento à compressão do aço.

x - Distância da L.N. à borda comprimida.

β - Relação entre o maior e o menor vão da laje.

M_{x_m} - Momento de serviço na direção x , no meio do vão.

M_{x_R} - Momento de ruptura na direção x .

M_{y_m} - Momento de serviço na direção y , no meio do vão.

M_{y_R} - Momento de ruptura na direção y .

Y - Momento de serviço no apoio, na direção y .

Y_R - Momento de ruptura no apoio, na direção y .

X_m - Parcela corretiva do momento positivo.

M_{y_0} - Momento de serviço, na direção y , para a laje simplesmente apoiada nos quatro lados.

M_{x_0} - Momento de serviço, na direção x , para a laje simplesmente apoiada nos quatro lados.

APRESENTAÇÃO E JUSTIFICATIVA

A N.B.-1 em seu artigo 14, item C; e a N.B.-2, no artigo 23, permitem o cálculo das lajes pelo método da ruptura.

No caso específico das lajes de pontes, não havendo en - saios registrados para as cargas móveis previstas na N.B.-6, pa receu-nos oportuna uma pesquisa experimental sobre o assunto.

Contando com a colaboração dos professores da COPPE e com recursos desse notável organismo, que mercê de sua Administra - ção modelar, não nos faltaram, pudemos, apesar das limitações - naturais a que tais programas estão sujeitos, realizar alguns - dos ensaios que imaginamos.

Esperamos que no futuro, possam os mesmos prosseguir, pois, ainda há muito a desbravar neste assunto.

De qualquer forma, dentro de nossas modestas possibilida - des, pudemos oferecer algumas conclusões significativas.

O veículo pesado, constituído de 6 rodas, mereceu particu - lar atenção, justamente, por não ter sido objeto de ensaios an - teriores, ou, pelo menos, que tenham sido divulgados.

Com o equipamento disponível, dois macacos com capacidade nominal de cargas de 20 t, e um pulsador Amsler, tivemos que re correr a um carregamento indireto para realizar as condições de um veículo de 6 rodas. Para tanto, usamos uma estrutura metáli - ca suficientemente rígida para ser capaz de resistir a carga do macaco e de transmitir através de 6 apoios o carregamento para a laje.

Tivemos a felicidade de constatar que as configurações de ruptura previstas foram através de experiências, confirmadas.

Tais configurações, baseadas na Teoria de Ruptura, de Johansen, foram encontradas no trabalho "Sugestão para o Cálculo, pelo Método de Ruptura, das lajes retangulares de pontes, apoiadas nos quatro lados", do Professor ADOLPHO POLILLO.

O autor a elas chegou, partindo de hipóteses feitas com a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, impondo a condição de momento de plastificação máximo, necessário para resistir a um dado carregamento.

Inicialmente foram efetuados ensaios em lajes simplesmente apoiadas, retangulares, com relação entre os vãos igual a 2.

Foram ensaiadas, ainda, lajes isoladas com relação (entre vãos) igual a 1.

Finalmente, fizeram-se ensaios em lajes contínuas.

Como se observará ao longo deste trabalho, os resultados experimentais confirmaram de forma inteiramente satisfatória as hipóteses teóricas.

Como num projeto devem ser satisfeitas as três condições:

- limitação das flechas
- limitação da fissuração
- segurança a ruptura,

tivemos o cuidado de proceder ao cálculo dessas mesmas lajes pelos processos elásticos para que pudessem ser feitas as verificações das duas primeiras condições, em serviço.

Concluimos ainda, que, para as verificações em serviço, não é necessário um cálculo, baseado no processo elástico, muito preciso, como veremos.

De fato, ao longo dos ensaios, com as leituras realizadas correspondentes a cada incremento de 1 t de carga, verifica-se pelos quadros anexos, a evolução das deformações. Vemos, por outro lado, que fotografias apresentadas neste trabalho atestam o desenvolvimento das aberturas de fissuras.

Deve-se ressaltar, porém, que nas estruturas contínuas sujeitas a cargas móveis não existe um carregamento único que possa realizar concomitantemente, os momentos máximos negativos e positivos das envoltórias do processo elástico.

Por outro lado se é exagerado atender-se a hipótese da existência concomitante destes momentos, de outra parte, é bas-tante simplista proceder-se como permite a atual N.B.-2 em seu artigo 24.

Também houve cuidado de evitar-se que o colapso por pun - cionamento pudesse mascarar os efeitos da flexão. Adotamos uma espessura que no protótipo corresponderia a um valor da ordem de 20 cm. Isto, longe de prejudicar qualquer observação, permitiu a utilização tranquila de peças subarmadas o que assegurou a longevidade do ensaio, permitindo uma análise circunstanciada, até - mesmo acurada de vários fenômenos. Outrossim, evitou-se um tipo de ruptura que pudesse ser causada por superarmação.

Se, no futuro, pudermos, como é nosso intento, prosseguir nesta pesquisa num âmbito maior, pretendemos levar a cabo um programa experimental de vulto mais amplo como está a exigir assunto de tal importância . Quer nos parecer, ainda, que o cálculo - de cargas nas vigas e longarinas no instante da ruptura deverá , também, ser verificado para hipóteses coerentes com as da ruptura da laje.

CAPÍTULO 1

1 - Bases da Teoria de Ruptura

1.1 - Generalidades

A teoria da plasticidade é regida por dois importantes teoremas: teorema do limite inferior ou teorema estático e o teorema do limite superior ou teorema cinemático.

Todas as aplicações práticas se resumem no emprego das conclusões tiradas de um ou de outro teorema.

Faremos uma breve exposição de cada um deles, mostrando, finalmente, a marcha seguida pelo Professor POLILLO no seu trabalho: "SUGESTÃO PARA O CÁLCULO, PELO MÉTODO DE RUPTURA, DAS LAJES RETANGULARES DE PONTES, APOIADAS NOS QUATRO LADOS".

1.2 - Teorema do limite inferior ou teorema estático

Atendendo-se a que uma distribuição de momentos é estaticamente admissível quando compatível com as cargas, vínculos e condições de equilíbrio e ainda às condições de plasticidade, formula-se o teorema estático.

Este teorema estabelece que "a carga calculada baseando-se em uma distribuição de momentos que atenda às condições acima será sempre menor ou igual à carga crítica de colapso".

Este teorema é intuitivo, pois, tendo que ser satisfeita, entre outras, a condição de plasticidade, isto é, que em nenhum ponto, o momento de plastificação deve ser superado, é fácil entender que a carga calculada de acordo com os esforços interiores resultará sempre, menor, ou, no máximo igual a carga de colapso, ocorrendo esta última quando os momentos de plastifica-

ção se verificam.

Suponhamos ter adotado uma dada distribuição de momentos, estaticamente admissível. A esta distribuição corresponderá uma carga, que será menor, ou, no máximo, igual à carga de ruptura. Assim sendo, este teorema nos permite fixar o extremo inferior do intervalo dentro do qual se encontrará a carga real de colapso. Alguns autores consideram a nomenclatura deste teorema errada dentro do conceito matemático de limite.

Acham que o correto seria "teorema do limite superior" , visto que a carga limite é a maior dentre todas as cargas correspondentes às diversas distribuições de momentos estaticamente - admissíveis.

1.3 - Teorema do limite superior ou teorema cinemático

No teorema do limite superior ou teorema cinemático estabelece-se que "a carga calculada baseando-se num mecanismo de - ruptura suposto, será sempre maior ou no mínimo igual à carga - do colapso".

Por este teorema, vemos que, se pudéssemos prever todas - as possíveis configurações de ruptura, com auxílio do Princípio dos Trabalhos Virtuais, para cada uma delas poderíamos determinar a carga crítica de colapso. A menor destas cargas seria a carga real de ruptura.

Da mesma forma que o teorema anterior, este deveria chamar-se teorema do limite inferior, pois, a carga limite é o menor valor dentre todos os que podem assumir as cargas correspondentes aos diversos mecanismos cinematicamente admissíveis.

Vemos, pelo exposto, que soluções que atendam ao teorema estático se situam à favor da segurança, pois que a ruína se - verificará para valor da carga superior ou, no mínimo, igual à adotada.

Já, o teorema cinemático fornece soluções contra a segurança da peça, pois nos conduzirá a uma carga superior ou no - mínimo igual a carga real de colapso.

1.4. - Teorema da Unicidade

"Quando for possível associar um mecanismo de ruptura cinematicamente compatível a uma distribuição de momentos estaticamente admissível, a carga que lhe corresponde é a carga limite exata".

Isto ocorrerá quando o limite superior se igualar ao limite inferior. A carga resultante será a real de colapso.

1.5 - Previsão das Configurações

A previsão das linhas de ruptura é função da forma da estrutura, da armadura, das condições de apoio e das cargas atuantes. A analogia com o estudo dos movimentos de figuras rígidas articuladas no espaço é de grande utilidade. Para tal, consideremos, após a ruptura, a placa dividida em chapas rígidas separadas pelas linhas de ruptura, que são eixos de rotação relativos (charneiras plásticas) e os bordos das lajes como eixos de rotação absolutos.

Aos polos das cadeias cinemáticas, no plano, correspondem os eixos polares no espaço:

polo absoluto $\Rightarrow$ eixo absoluto

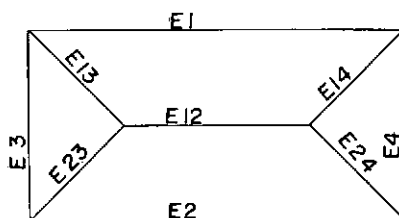
polo relativo $\Rightarrow$ eixo relativo

O número de chapas é igual ao número de polos absolutos. Nas placas o mesmo se verifica: - o número de chapas em que se divide, ao se transformar num mecanismo é igual ao de eixos absolutos.

Ao fato de estarem alinhados os polos correspondentes a duas chapas adjacentes, corresponde, nas placas a convergência dos três eixos ou seus prolongamentos.

No caso das placas retangulares simplesmente apoiadas - consideraremos como eixos absolutos os quatro lados. As placas apresentarão, pois, quatro chapas.

Fig 1.1



Os eixos E_1 , E_{14} e E_4 convergem num ponto. Os eixos E_1 , E_{12} e E_2 convergem para um ponto no infinito. Figura 1.1.

Nas placas que se apresentam sobre apoios pontuais, os eixos absolutos passam por esses apoios, mas com direção indeterminada. Nas lajes com bordos livres o eixo polar é desconhecido, a priori.

Prevista a configuração de ruptura, o que resta fazer é definir a posição das linhas de ruptura. Para tanto podemos lançar mão do teorema cinemático, que nos diz que para cada uma das várias posições das linhas de ruptura corresponderá uma carga de colapso, sendo que a menor, definirá o esquema correto de ruptura.

A aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais com a imposição de carga mínima nos permitirá precisar a configuração real de ruptura.

De outra forma, poderíamos, tendo um mecanismo cinematicamente compatível obter outro estaticamente admissível, desde que, aos momentos que se verificassem ao longo das linhas de ruptura, impuséssemos, com a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais, a condição de serem máximos, de acordo com o teorema estático.

O Professor Polillo, no seu trabalho, tendo previsto configurações de ruptura para diversas posições do veículo pesado da N.B.-6, chegou às expressões dos momentos de plastificação usando o Princípio dos Trabalhos Virtuais, com a posterior imposição de momento máximo, para um mesmo carregamento.

Para a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais, fazem-se hipóteses prévias das configurações de ruptura das placas.

Nestas cadeias hipotéticas, supondo aplicadas as cargas da laje e os esforços a serem determinados, se atribuirmos um deslocamento, atendida a compatibilidade de vinculação, o prin

cípio dos trabalhos virtuais estabelece que o trabalho virtual produzido pelas forças externas é igual ao trabalho de deformação produzido pelas forças internas, e permite que escolhendo-se um certo parâmetro ligado à linha de ruptura, aplicando as condições dos teoremas limites, chegar-se à configuração real.

1.6 - Princípio da superposição dos efeitos

A aplicação do princípio da superposição dos efeitos, no método da ruptura, nos leva a soluções a favor da segurança. - Senão vejamos :

Para um determinado carregamento P_1 , seja C_1 a configuração de ruptura que corresponde ao momento m_1 , máximo.

Para um outro carregamento P_2 , teremos C_2 , possivelmente diferente da configuração anterior, que corresponde ao momento máximo m_2 .

Para a ação conjunta de P_1 e P_2 teremos uma terceira configuração de ruptura que corresponderá ao momento máximo m_3 .

Se m_1 é máximo para C_1 , qualquer outra configuração de ruptura corresponderá a um momento de plastificação menor que m_1 . O mesmo ocorrerá para m_2 .

Dai,

$$m_1 + m_2 \gg m_3$$

A utilização deste princípio é de grande valia na resolução de placas solicitadas por vários carregamentos.

1.7 - Plastificação

A aplicação da teoria das linhas de ruptura nos leva a fazer algumas considerações sobre os materiais usados e sobre o

comportamento da estrutura, uma vez que o conceito moderno de - segurança está baseado na carga de ruína ou de colapso da estrutura.

Uma placa de concreto armado submetida à flexão apresenta deformações angulares que obedecem ao diagrama tri-linear apresentado abaixo, figura 1.2 , onde o primeiro trecho correspon- dente às deformações no estágio I do concreto armado, no qual a peça não apresenta fissuras; o segundo trecho, correspondente - ao estágio II, caracterizando-se por se achar a peça já fissurada.

O momento de fissuração marca o início deste trecho. O aço ainda está na fase elástica, a uma tensão inferior à tensão de escoamento; mas o concreto, já apresenta tensões de tração superiores a que poderia suportar, sem armadura . O terceiro trecho, que vai do início do escoamento da armadura até a ruptura por - compressão do concreto, é quase horizontal, devido ao fato de serem muito grandes as deformações relativas verificadas nesta ocasião, comparadas com as verificadas na fase elástica, e ao - fato do momento de plastificação, que é o momento fletor correspondente ao início do escoamento da armadura de tração, estar - muito próximo do momento da ruptura.

Assim sendo, como as deformações plásticas são muito maiores que as deformações elásticas, desprezam-se essas em face daquelas, e o diagrama anterior passa a ser substituído por outro ideal que corresponde ao do material rígido - plástico, figura-1.3 o que equivale em última análise, a não admitir as deforma-

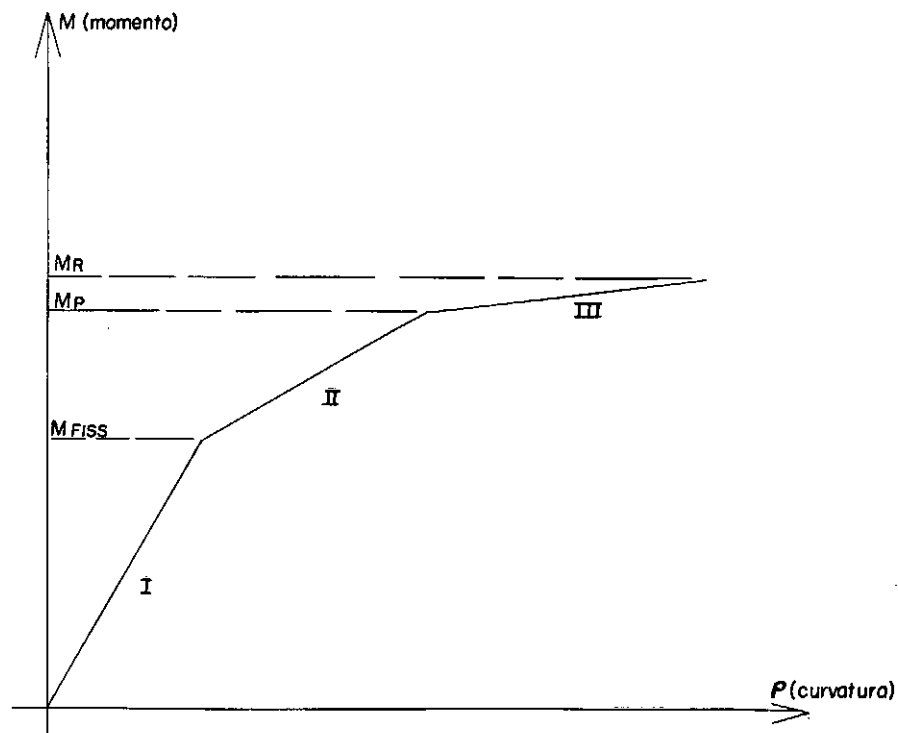
Fig. 1-2

Fig. 1.3

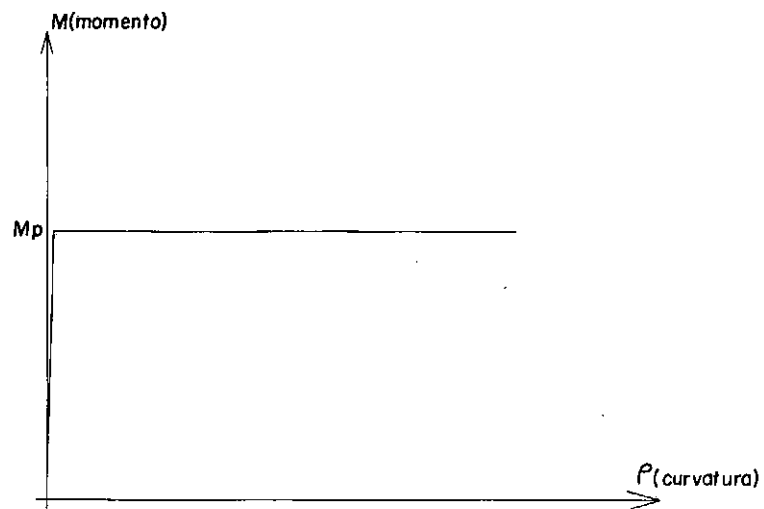
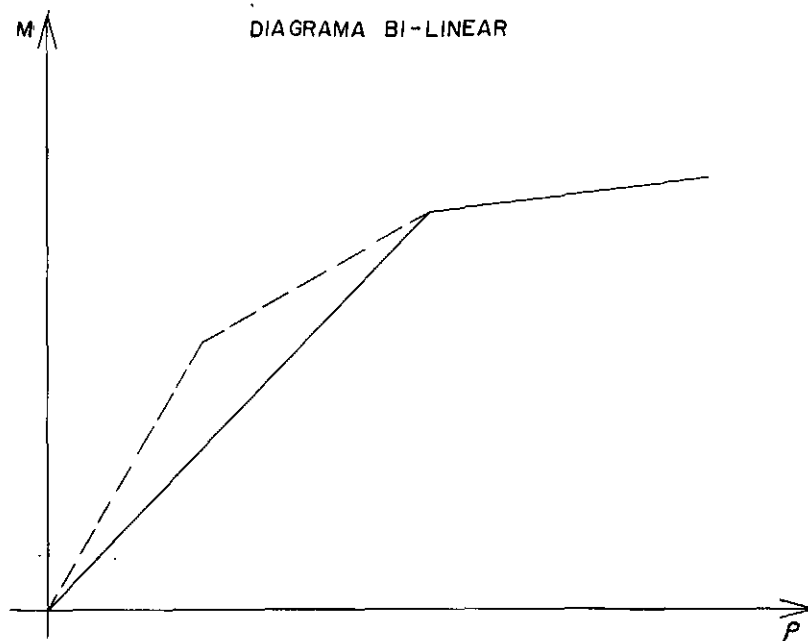


Fig. 1.4

DIAGRAMA BI-LINEAR



ções elásticas.

O diagrama bi-linear, figura 1.4 , poderia, também, ser adotado. Resultaria do diagrama tri-linear, considerando-se os trechos I e II como um único.

1.7.1 - Critérios de plastificação

Adotando-se a hipótese simplificadora ⁽¹⁾ de que o momento de plastificação em secções que fazem ângulos diferentes de 90° com a direção da armadura é igual ao momento de plastificação correspondente à secção normal, multiplicadas por $\cos^2 \alpha$, definimos :

- Placas Isótropas - são as que apresentam momentos resistentes iguais em todas as direções. Caso não sejam isótropas, as placas são anisótropas.

Do exposto concluímos que se tivermos uma laje isótropa armada em duas direções ortogonais, teremos :

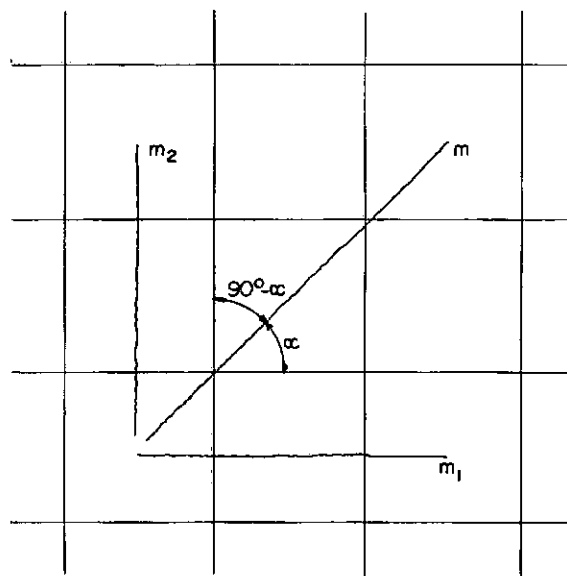


Fig 1-5

(1) - Vide Telêmaco van Langendonck - "Teoria Elementar das Charnearas Plásticas" -

$$m_1 = m_2$$

$$\begin{aligned} m &= m_1 \cos^2 \alpha + m_2 \cos^2 (90 - \alpha) = \\ &= m_1 \left[\cos^2 \alpha + \cos^2 (90 - \alpha) \right] = \\ &= m_1 \left[\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \right] = m_1 \end{aligned}$$

Donde $m = m_1 = m_2$

onde os momentos de plastificação são considerados por unidade de comprimento.

- Placas ortótropas - Se a armadura se distribuir em duas direções ortogonais de tal modo que os momentos de plastificação positivo e negativo forem respectivamente m e m' , em uma direção; e, na outra direção, $k.m$ e $k.m'$, as placas são consideradas ortótropas. A relação k é chamado coeficiente - de ortotropia.

CAPÍTULO 2

2. Parte experimental - Modelos

2.1 - Instalações Complementares

Ao nos depararmos com a parte experimental de nossa tese vimos-nos, inicialmente, na incumbência de dotarmos o laboratório de engenharia civil da COPPE, de uma estrutura onde pudéssemos realizar os ensaios de lajes. Esta estrutura deveria ter como característica básica permitir, durante a realização dos ensaios acompanhar o comportamento do modelo a ser ensaiado, quer visualmente, quer instrumentalmente. Idealizou-se, assim a estrutura metálica da figura 2.1, composta de 2 quadros fechados elevados, ligados por vigas, totalmente desmontáveis.

Tal estrutura passou a integrar as instalações do laboratório da COPPE.

2.2 - Escalas

A estrutura de ensaios que montamos permite que se tenha bastante liberdade na escolha da escala a adotar na construção dos modelos.

No nosso caso, como os nossos ensaios irão além da fase elástica e como estaremos interessados sobretudo na fissuração e em última análise, na configuração de ruptura, para garantirmos a semelhança de fissuração, deformações, tensões e ruptura seguimos as conclusões expostas pelo Professor MANUEL ROCHA, em publicação do Laboratório Nacional de Engenharia Civil, a página 31, da Memória nº 264 - "Structural Model Techniques Some -

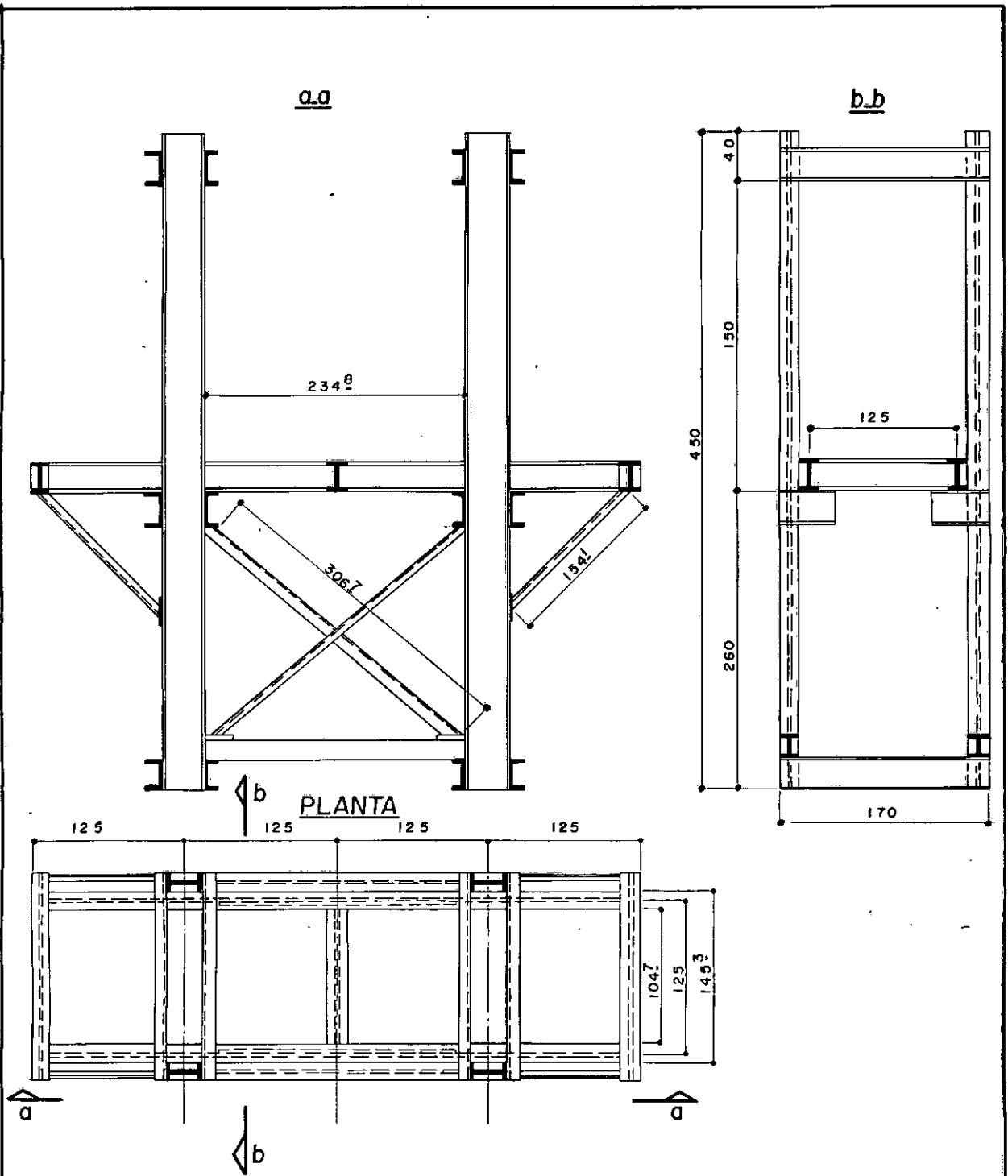


Fig. 2.1

Recent Developments" . Assim sendo, fixamos a escala do modelo

em
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4}$$

2.3 - Materiais

A escolha do material para confecção dos modelos não oferece, nos estudos além da fase elástica, muitas opções. O ideal é usar-se na construção do modelo os materiais dos protótipos , conforme recomendação encontrada na publicação 84 - "O estudo de estruturas sobre modelos em Portugal" - Manuel Rocha.

O grande inconveniente na prescrição do concreto como material do modelo é o agregado ter dimensões muito grandes.

Ainda aqui, atendendo-se às conclusões do LNEC especificamos um micro-concreto. Um concreto onde o diâmetro máximo do agregado é 9,5 mm - brita zero. Na confecção do micro-concreto, usamos areia de diâmetro máximo igual a 2,4 mm, cimento da marca MAUÁ e água.

O traço do concreto 1:1,25:1,5 , por nós adotado foi, anteriormente, usado pelo Professor Y. Nagato quando do preparo - da sua tese, tendo sido dosado de acordo com o método do I.N.T.

Todos os materiais foram medidos em peso e misturados mecanicamente numa betoneira com capacidade de 250 l, da marca - DYNA ; nº 1284 modelo BED 320 . Moldamos uma média de 3 corpos de prova por betonada, que foram rompidos, preferencialmente no mesmo dia do rompimento da laje correspondente. Para cada laje tivemos uma média de 3 betonadas.

2.4 - Aplicação da carga

O nosso objetivo é simularmos o veículo pesado de 6 rodas que compõe o trem tipo das pontes, com 3 eixos espaçados de - 1,50 m .

Para aplicarmos a carga nos utilizamos de dois macacos - com capacidade nominal de 20 t de carga estática e 10 t de carga dinâmica, números NR 986 e NR 983, cada um, controlados automaticamente por um pulsador Amsler, nº 987/23 que nos permite majorar gradativamente a carga, como também, mantê-la constante nos intervalos de leituras e observações.

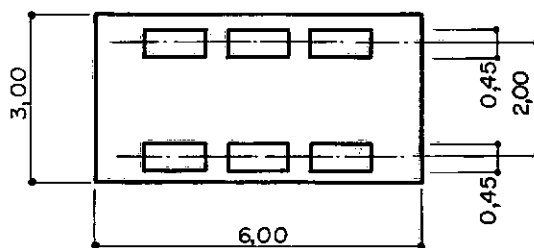
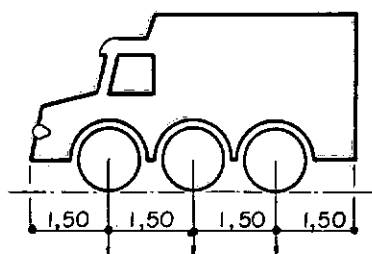
A carga é transmitida à laje de modo indireto. Uma composição de perfis suficientemente rígida permite distribuí-la em 6 pontos, com igual intensidade. A ligação dos perfis entre si é feita por roletes - barras $\varnothing 3/4"$ de aço. O contacto com a superfície da laje foi obtido através de placas metálicas de distribuição que simulavam o contacto da roda do veículo.

Como é do conhecimento geral, o veículo da N.B.-6 obedece as indicações da figura 2.2 , a largura de contacto de cada roda é de 0,45^m e o comprimento de contacto de cada roda igual a 0,20 m . Cada roda pesa 6 t.

Para conseguirmos a aplicação da carga como indicado acima, lançamos mão da seguinte composição, que representaremos , aqui, esquematicamente, e que passaremos a chamar, daqui para diante, simplesmente de "trem-tipo"

Conservamos, logicamente, a escala 1:4 na fabricação do

Fig. 2·2



nosso "trem-tipo".

Usamos perfis metálicos, I de quatro polegadas, primeira alma, e que, a partir do quarto ensaio foram enrigecidos com placas nas extremidades melhorando, consideravelmente, as suas condições de estabilidade.

A carga corretiva devido à diferença existente entre os pesos do protótipo e do modelo, nas lajes isoladas foi obtida através das 6 cargas concentradas do veículo. Já, no caso das lajes contínuas, a correção foi feita com carga uniformemente distribuída, obtida com o emprego de uma caixa com areia, inteiramente apoiada sobre a laje vizinha da que recebeu o "trem-tipo". Nesta, a carga corretiva foi aplicada com 6 cargas concentradas.

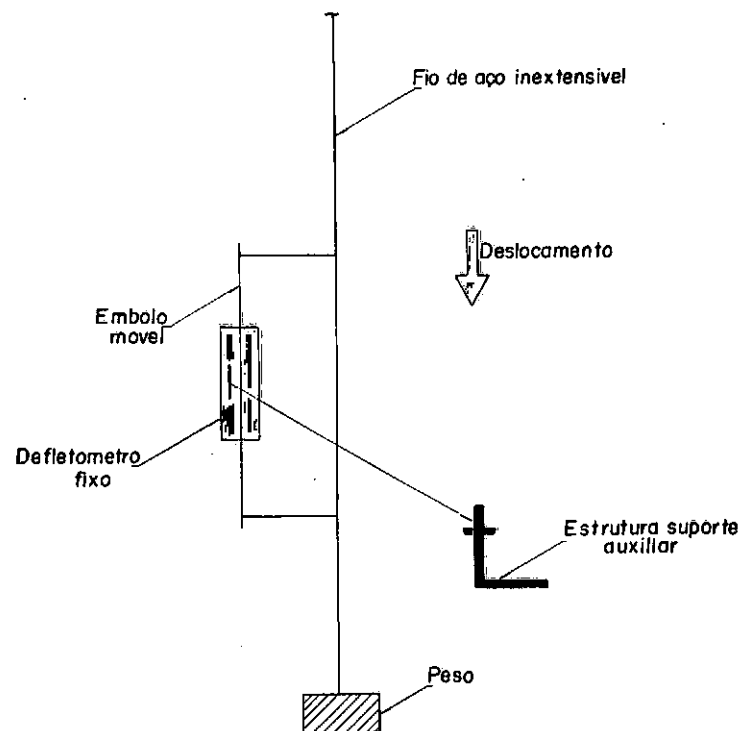
2.5 - Medição dos deslocamentos

A medição dos deslocamentos dos modelos foi feita com 4 ou 5 defletômetros com sensibilidades de 5/100 e 1/100 mm, das marcas Huggenberger e Esslingen que foram instalados na parte central inferior da laje a ser ensaiada, montados sobre uma estrutura suporte auxiliar, de modo a permitir fácil leitura.

Os defletômetros, nesta montagem, trabalharam invertidos, isto é, com o êmbolo voltado para cima. Graças a pesos que foram instalados nas extremidades dos fios inextensíveis que pendiam dos 4 ou 5 pontos escolhidos, para medidas, conseguiu-se captar os deslocamentos desses pontos, que eram registrados pelos defletômetros.

A figura 2.3 ilustra a montagem.

Fig. 2-3



A colocação dos deflectômetros deve ser muito bem cuidada. A verticalidade dos pontos a serem medidos com a do embolo deve ser verificada.

2.6 - Fotografias

A documentação fotográfica obviamente é de primordial importância nestes ensaios. O acompanhamento fotográfico de todas as fases, em especial os estágios intermediários de leitura e observação, quando fazíamos o levantamento das fissuras que ocorriam a cada estágio de carga, bem como para fixar a configuração final da ruptura é fundamental para o objetivo a que nos propomos.

Utilizamos-nos de máquinas fotográficas das marcas YASHICA e OLIMPOS, que foram carregadas com filmes TRI-X Pan e - EKTACHROME-X da KODAK.

Dezenas de fotografias foram batidas, das quais selecionamos as que ilustram o presente trabalho.

Durante a realização do ensaio vale aqui ressaltar a preparação que antecedia, a tomada das fotografias.

A cada estágio de carga se seguia um estágio de observação da laje, no qual anotávamos as flexas^{chas} verificadas e marcávamos a fissuração que ia aparecendo. Estas fissuras eram ressaltadas, por um traço paralelo, com canetas hidrocor. Tal prática é que tornou possível fixar fotograficamente o ensaio.

2.7 - Condições de semelhança

As condições de semelhança são as relações que devem existir entre o modelo e o protótipo, para que do comportamento

do primeiro possamos deduzir o do segundo.

Assim, teremos :

- os deslocamentos devendo satisfazer a

$$\frac{a_{\text{mod}}}{a_{\text{prot}}} = \frac{1}{\lambda}$$

donde

$$a_{\text{mod}} = \frac{1}{\lambda} a_{\text{prot}} \quad a_{\text{mod}} = \frac{1}{\lambda} a_{\text{prot}}$$

onde $\underline{a}$ representa uma medida linear

- as deformações :

$$\varepsilon_{\text{mod}} = \varepsilon_{\text{prot}}$$

- as tensões :

$$\frac{\sigma_{\text{mod}}}{\sigma_{\text{prot}}} = \frac{E_{\text{mod}}}{E_{\text{prot}}} = \frac{1}{\mu}$$

A relação entre os módulos de elasticidade do modelo e do protótipo dão a escala das tensões.

Como o modelo e o protótipo são do mesmo material teremos

$$E_{\text{mod}} = E_{\text{prot}} \text{ o que acarreta :}$$

$$\mu = 1$$

Donde :

$$\sigma_{\text{mod}} = \sigma_{\text{prot}}$$

- Cargas concentradas :

$$\frac{P_{\text{mod}}}{P_{\text{prot}}} = \frac{1}{\lambda^2 \cdot \mu}$$

como $\mu = 1$, teremos :

$$\frac{P_{\text{mod}}}{P_{\text{prot}}} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Donde :

$$P_{\text{mod}} = \frac{1}{\lambda^2} P_{\text{prot}}$$

No nosso caso particular, como $\lambda = 4$, teremos que as cargas concentradas no modelo serão dezesseis vezes menores que as do protótipo .

- cargas distribuídas :

$$\frac{q_{\text{mod}}}{q_{\text{prot}}} = \frac{1}{\mu}$$

Donde :

$$q_{\text{mod}} = q_{\text{prot}}$$

2.8 - Influência do peso próprio

Chamaremos de γ o peso específico do material de que é feito o protótipo que é o mesmo material do modelo. O peso do protótipo será igual ao produto do volume do protótipo pelo peso específico do material de que é feito.

$$P_{\text{prot}} = \gamma \times \text{volume}_{\text{prot}} = \gamma \times a_{\text{prot}}^3$$

mas como

$$a_{\text{prot}} = a_{\text{mod}} \times \lambda, \text{ teremos :}$$

$$P_{\text{prot}} = \gamma \times a_{\text{mod}}^3 \times \lambda^3$$

por outro lado :

$$\frac{P_{\text{mod}}}{P_{\text{prot}}} = \frac{1}{\lambda^2}, \text{ teremos então :}$$

$$P_{\text{prot}} = \lambda^2 P_{\text{mod}} \quad \text{ou}$$

$$P_{\text{mod}} = \frac{1}{\lambda^2} \quad P_{\text{prot}} = \frac{1}{\lambda^2} \quad a_{\text{mod}}^3 \gamma \lambda^3 = \gamma a_{\text{mod}}^3 \lambda =$$

geralmente

$$= \gamma a_{\text{mod}}^3 + (\lambda - 1) \gamma a_{\text{mod}}^3$$

Conclusão:

Para levamos em conta a influência devida à diferença - existente entre o peso próprio do protótipo e do modelo devere mos aumentar o peso do modelo de $(\lambda - 1)$ vezes.

CAPÍTULO 3

3. Dimensionamento

3.1 - Generalidades

Apresentamos, neste capítulo, o cálculo e o dimensionamento das lajes, por nós ensaiadas, pelos métodos elástico e da ruptura. Calculamos os protótipos pelos métodos acima, e os modelos, somente, pelo método da ruptura. Vale ressaltar que, para melhor análise dos resultados, só levamos em conta, no cálculo dos esforços, pelo método elástico, o efeito do veículo pesado, isto é, das seis cargas concentradas, além do peso próprio. A determinação dos esforços no regime elástico foi feita, para as lajes isoladas com a utilização das tabelas de Rusch ; e, para as contínuas, além do Rusch, com as superfícies de influência - de Hoeland. O dimensionamento das armaduras foi feito coerente com as hipóteses do estágio III do concreto armado.

3.2 - Laje simplesmente apoiada nas quatro bordas, com relação entre os lados igual a dois.

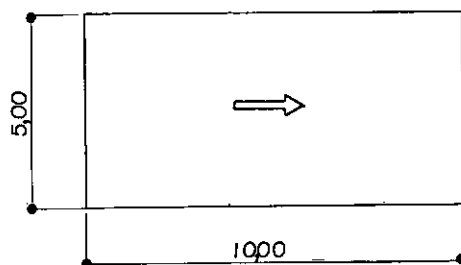
3.2.1. - Cálculo dos esforços pelo método elástico:

Protótipo.

O tráfego foi considerado na direção da maior dimensão da laje - Figura 3.1

Adotamos para espessura da laje

$d = 20 \text{ cm.}$

Fig. 3.1Carga permanente

Consideramos, apenas o peso próprio. O peso específico do concreto armado tomado igual a $2,4 \text{ t/m}^3$.

Dai, a carga uniformemente distribuída :

$$0,20 \times 2,400 = 0,48 \text{ t/m}^2$$

As tabelas do Rusch permitem calcular o momento devido a carga uniformemente distribuída pela expressão :

$M = K g l_x^2$ onde K é o coeficiente tirado da tabela; g, a carga uniformemente distribuída e l_x o vão na direção x .

Os momentos nas direções x e y, no meio do vão, onde são máximos, são :

$$M_{x_0} = 0,10 \times 0,48 \times 5^2 = 1,2 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,033 \times 0,48 \times 5^2 = 0,396 \text{ tm/m}$$

Carga móvel

Para a determinação dos momentos devidos às cargas móveis precisamos calcular argumentos de entrada nas tabelas.

$$t = 0,30 + 2 \left(e + \frac{d}{2} \right) \text{ onde}$$

$\underline{e}$ é a espessura da camada de revestimento, que no nosso cálculo não foi considerada; e, $\underline{d}$ a espessura da laje.

$$t = 0,30 + 2 \left(0,00 + \frac{0,20}{2} \right) = 0,50 \text{ m}$$

As relações $\frac{t}{a}$ e $\frac{l_x}{a}$, onde $\underline{a}$ é a distância entre as rodas de um mesmo eixo do veículo pesado, igual a 2,00 m :

$$a = 2,00 \text{ m}$$

$$\frac{t}{a} = \frac{0,50}{2,00} = 0,25$$

$$\frac{l_x}{a} = \frac{5,00}{2,00} = 2,5$$

Com esses dois argumentos, entrando na tabela correspondente ao caso de laje em estudo, tiramos os coeficientes ... M_L , M_p , $M_{p'}$, que permitem determinar o momento devido às cargas móveis, pela expressão :

$$M = \psi P M_L + \psi_p M_p + p' M_{p'}, \text{ onde } \psi \text{ é o coeficiente de impacto.}$$

Como só estamos estudando o efeito do veículo pesado, as parcelas devidas às cargas de multidão p e p' serão ignoradas.

Adotaremos para coeficiente de impacto o dado pela expressão :

$$\psi = 1,4 - 0,007 \times 10 = 0,33$$

Momento na direção x . O coeficiente M_L é 0,59. Assim,

$$M_{x_0} = 1,33 \times 6 \times 0,59 = 4,71 \text{ tm/m}$$

Momento na direção y . O coeficiente M_L é 0,338. Temos,

$$\therefore M_{y_0} = 1,33 \times 0,338 \times 6 = 2,70 \text{ tm/m}$$

3.2.2 - Resumo dos esforços obtidos pelo método elástico

carga	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)
permanente (g)	1,20	0,40
móvel (p)	4,71	2,70
1,65 x g	1,98	0,65
2,00 x p *	9,42	5,40
M_R	11,40	6,05

* Já multiplicado pelo ψ .

3.3 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura

Tráfego na direção da maior dimensão da laje.

Avaliação das cargas :

Carga permanente - São válidas as considerações feitas no dimensionamento pelo método elástico.

Carga móvel - Abordaremos o veículo tipo 36, que ocupando uma área de 3m x 6m se compõe de 3 eixos espaçados de 1,5m, com duas rodas em cada um, distantes de 2m, transmitindo, cada uma, carga de 6 t. Situaremos o veículo pesado na pior situação para o momento positivo colocando-o no centro da laje, como ilustra fig. 32

No cálculo dos esforços consideraremos o coeficiente de impacto $\psi = 1,33$

Cálculo dos esforços:

Momentos devidos à carga permanente.

Usamos a expressão

$$m = \frac{q l_x^2}{24} \times \frac{3l_y - l_x}{l_y + k l_x} \quad (3.1)$$

onde l_y e l_x são, respectivamente, o maior e o menor vão da laje; q a carga uniformemente distribuída e k o coeficiente de ortotropia.

Para melhor comparação dos resultados a que se chega, faremos o coeficiente de ortotropia igual a relação entre as duas armaduras obtidas no dimensionamento pelo método elástico.

$$k = \frac{8,87}{15,22} = 0,58$$

Substituindo na expressão (3.1) os valores numéricos conhecidos, teremos :

- momento na direção x :

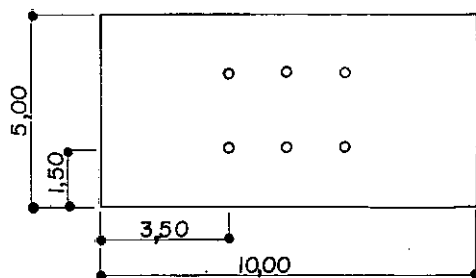
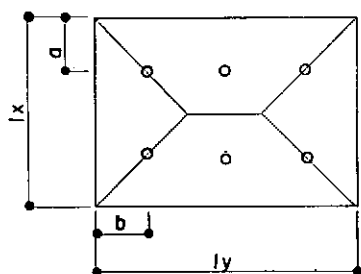
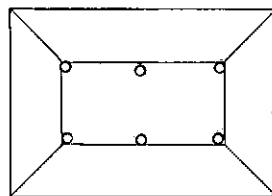
$$m = \frac{0,480 \times 5^2}{24} \times \frac{3 \times 10 - 5}{10 + 0,58 \times 5} = 0,97 \text{ tm/m}$$

- momento na direção y :

$$m_y = 0,58 \times 0,97 = 0,562 \text{ tm/m}$$

Momento devido à carga móvel

Empregamos as expressões a que chegou o Prof. Polillo, considerando a configuração mostrada na figura 3.3 que coincidem com as da figura 3.4.

Fig. 3-2Fig. 3.3Fig. 3.4

A fórmula é a seguinte :

$$m = \frac{3 P a b}{b.l_y + a.k.l_x} \quad (3.2)$$

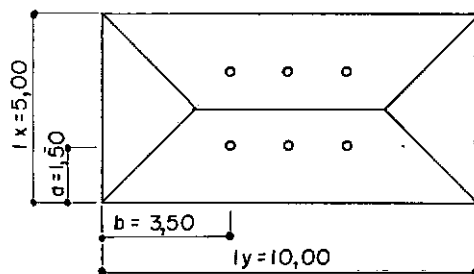
onde P é a carga de uma roda do veículo considerado; a e b distâncias que situam o veículo na laje, como mostra a figura 3.4.

Do desenvolvimento teórico apresentado resulta como condição de aplicabilidade da expressão (3.2) que

$$\frac{ka}{2b} \leq \frac{l_y}{l_x} \quad (3.3)$$

No caso específico da laje que estudamos na figura 3.5, - temos :

Fig. 3.5



- a condição 3.3 sendo satisfeita :

$$\frac{0,58 \times 1,5}{2 \times 3,5} < \frac{10}{5}$$

O momento na direção x será : (3.2)

$$m = \frac{3 \times 6 \times 1,5 \times 3,5}{3,5 \times 10 + 1,5 \times 0,58 \times 5} = 2,40 \text{ tm/m}$$

- Momento na direção y :

$$m_y = 0,58 \times 2,40 = 1,39 \text{ tm/m}$$

3.3.1 - Resumo dos esforços obtidos pelo método da ruptura

carga	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)
g	0,970	0,562
p	2,400	1,390
1,65 g	1,60	0,93
2 x ψ x p	6,38	3,71
M_R	7,98	4,64

Quadro comparativo dos esforços a que chegamos no dimensionamento do protótipo pelos dois métodos, já multiplicados pelos coeficientes de segurança da Norma Brasileira: 1,65 para as cargas permanentes e 2 para as cargas móveis :

Quadro nº 1 - Comparação dos esforços para o protótipo

Elástico (Rusch)			Ruptura	
Carga	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)
permanente	1,98	0,65	1,60	0,93
móvel	9,42	5,40	6,38	3,71
total	11,40	6,05	7,98	4,64

3.4 - Modelo

3.4.1 - Cálculo dos esforços

O modelo construído na escala 1:4 apresenta as dimensões: 1,25m x 2,50m, com uma espessura $d = 5\text{cm}$.

Os momentos poderão ser deduzidos diretamente das expressões 3.1 e 3.2 .

Assim procedendo, chegamos às seguintes conclusões :

- o momento no modelo, devido às cargas uniformemente distribuídas de peso próprio :

$$m_{\text{mod.}} = \frac{1}{\lambda^3} m_{\text{prot.}} \quad (3.4)$$

- o momento no modelo, devido às cargas concentradas

$$m_{\text{mod.}} = \frac{1}{\lambda^2} m_{\text{prot.}} \quad (3.5)$$

Encontramos para valores dos momentos do modelo, os seguintes :

- Carga distribuída uniformemente : (3.4)

$$\text{direção x :} \quad m = \frac{1}{64} \times 970 = 15,6 \text{ kgm/m}$$

$$\text{direção y :} \quad km = 9,06 \text{ kgm/m}$$

- Cargas concentradas (3.5)

direção x :

$$m = \frac{1}{16} \times 2.400 = 151 \text{ kgm/m}$$

direção y :

$$km = \frac{1}{16} \times 1390 = 87 \text{ kgm/m}$$

3.4.2 - Resumo dos esforços para o modelo pelo método da ruptura

carga	M_{x_0} (kgm/m)	M_{y_0} (kgm/m)
permanente (g)	15,60	9,06
móvel (p)	151,00	87,00
$1,65 \times g$	25,70	14,95
$2 \times \psi \times p$	417,00	241,00
M_R	442,70	255,95

O coeficiente de impacto, para o modelo, foi tomado igual a

$$\psi = 1,4 - 0,007 \times 2,5 \approx 1,38$$

3.4.3 - Influência do peso próprio

Concluimos do estudo de modelos que, para levarmos em conta a influência do peso próprio devemos aumentar o peso do modelo de $(\lambda - 1)$ vezes.

Isto deveria ser feito utilizando-se um material para a confecção do modelo com peso específico λ vezes superior ao do material do protótipo ou criar um campo de forças centrífugas - de intensidade λ vezes maior do que a intensidade da gravidade, graças a uma rotação que se aplicaria ao modelo.

Devido a difícil realização do que acabamos de expor pro-

curamos simular o aumento do peso próprio do modelo através das cargas concentradas. Assim, buscamos qual a carga concentrada que corresponde ao momento de carga uniformemente distribuída devido à multiplicação do peso próprio por $(\lambda - 1)$. Os momentos devidos ao peso próprio são :

- na direção x : 15,6 kgm/m

- na direção y : 9,06 kgm/m

Devido à diferença de pesos entre o protótipo e o modelo , teríamos acréscimos de momentos nas duas direções de :

- na direção x : $15,6 \times 3 = 46,8$ kgm/m

- na direção y : $9,06 \times 3 = 27,18$ kgm/m

A expressão (3.2) nos permite encontrar a carga P que daria esses acréscimos. Donde, substituindo os valores numéricos , teríamos :

$$46,8 = \frac{3 \times P \times 0,375 \times 0,875}{0,875 \times 2,5 + 0,375 \times 0,58 \times 1,25}$$

e, então

$P = 117$ kgf ; em cada roda.

Como são 6 rodas, isto é, 6 cargas concentradas, no total, teríamos $117 \times 6 = 702$ kgf

3.4.4 - Cálculo das armaduras

Dimensionaremos as armaduras para os momentos de ruptura (estádio III) seguintes :

- na direção x : $M_{xR} = 442,7 + 1,65 \times 46,80 \approx 520$ kgm/m

- na direção y : $M_{yR} = 255,95 + 1,65 \times 27,18 \approx 300$ kgm/m

Armadura na direção x :

Tomamos para altura útil $h_x = 4,5$ cm. Considerando um concreto com $\sigma_R = 200 \text{ kg/cm}^2$ e aço CA-50-A, encontramos para seção de ferros

$$S_f = 8 \text{ } \phi \frac{1}{4} \text{ " c. } 12,5 \text{ cm}$$

A sequência do cálculo apresentamos a seguir :

$$r_x = \frac{4,5}{\sqrt{520}} = 0,197 \quad \text{o que nos dá } \alpha_x = 46,65$$

$$S_f = \frac{520}{46,65 \times 4,5} = 2,48 \text{ cm}^2/\text{m} =$$

$$= 8 \text{ } \phi \frac{1}{4} \text{ " c. } 12,8 \text{ cm , tendo sido usado}$$

$$8 \text{ } \phi \frac{1}{4} \text{ " c. } 12,5 \text{ cm}$$

Armadura na direção y :

Altura útil $h_y = 3,865$ cm

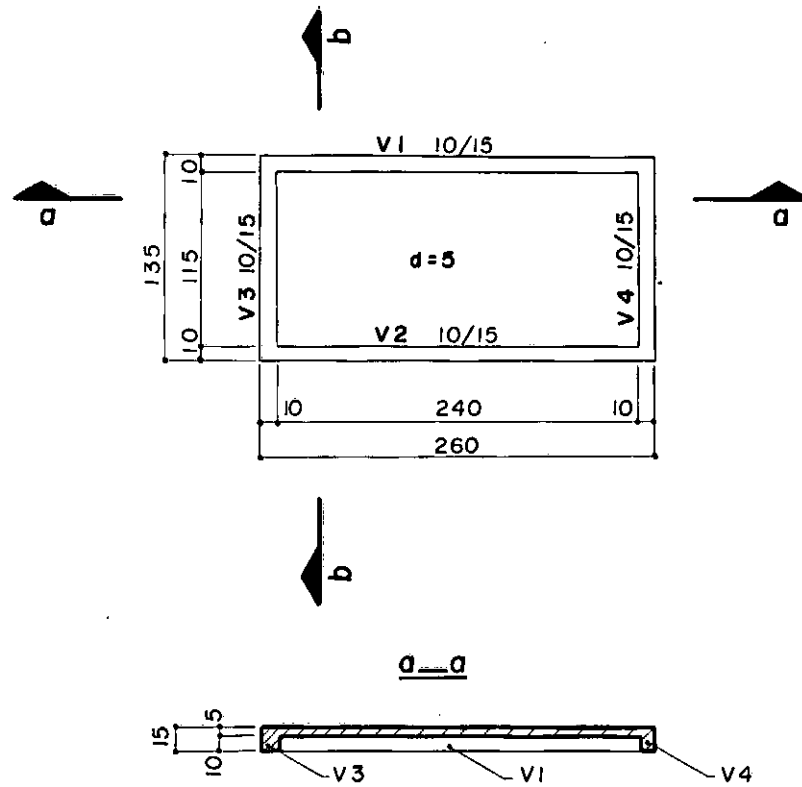
$$r_x = \frac{3,865}{\sqrt{300}} = 0,223 \quad \text{a que corresponde } \alpha_x = 47,32$$

$$\text{Donde: } S_f = \frac{300}{47,32 \times 3,865} = 1,64 \text{ cm}^2/\text{m} = 8 \text{ } \phi \frac{1}{4} \text{ " c. } 19,5$$

Os cantos superiores das lajes isoladas foram protegidos - com uma armadura disposta em malha de $8 \text{ } \phi \frac{1}{4} \text{ "}$ cada 10 cm , numa superfície de 50 cm x 50 cm , para combater os momentos volventes que os tendem a levantar.

As vigas de apoio foram dimensionadas de tal maneira a não influírem na flexão das lajes.

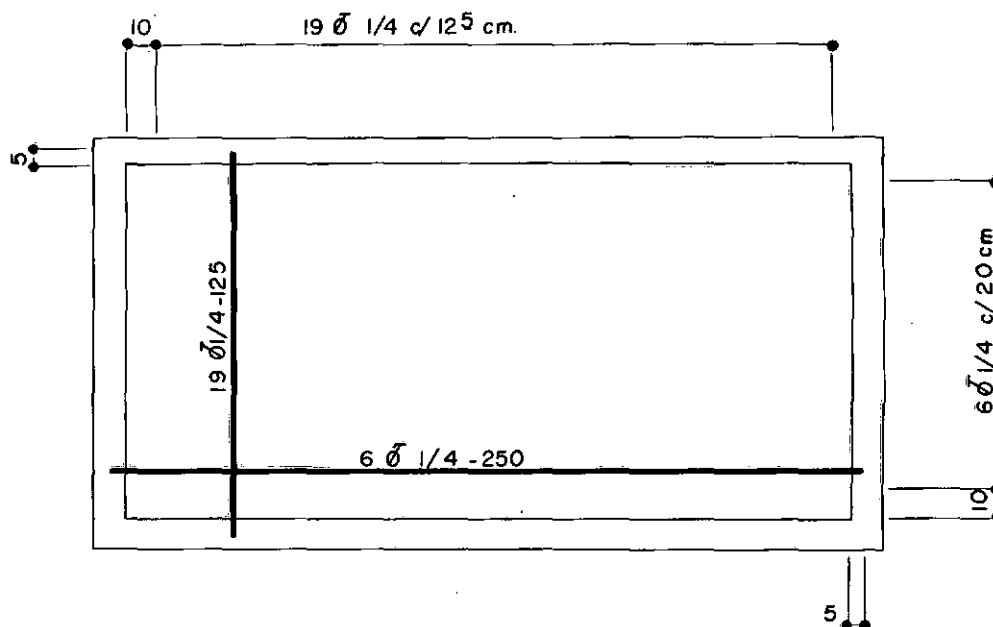
PLANTA



OBS:

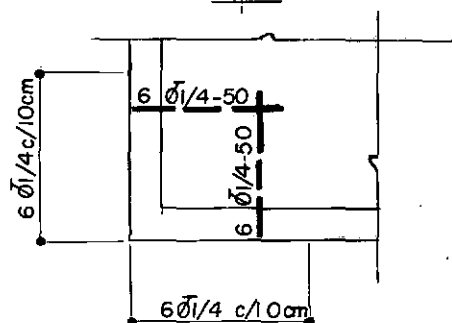
- 1-COTAS EM CENTÍMETROS.
- 2-ESCALA 1:50.

Armação positiva



Detalhe da armação negativa nos cantos da laje

(4x)



OBS:

1-COTAS EM CENTIMETROS.

2-ESCALA 1:25

3-AÇO CA. 50A

3.5 - Laje simplesmente apoiada nas quatro bordas, com relação entre os lados igual a um

3.5.1 - Protótipo

3.5.1.1 - Cálculo dos esforços pelo método elástico :

Tráfego considerado na direção y. Figura 3.6.

Tabela número 79 do Rusch é a que empregaremos.

Adotamos espessura $d = 20$ cm

Carga permanente :

$$g = 480 \text{ kg/m}^2$$

O momento devido à carga permanente é :

$$M_{x_0} = M_{y_0} = 0,043 \times 0,48 \times 5^2 = 0,516 \text{ tm}$$

Carga móvel :

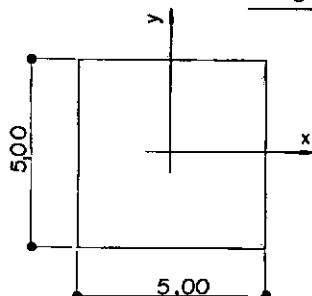
As relações :

$$\frac{t}{a} = \frac{0,50}{2,00} = 0,25$$

$$\frac{lx}{a} = \frac{5,00}{2,00} = 2,5$$

permitem tirar da tabela 79 os coeficientes $M_L = 0,384$, para a direção x e $M_L = 0,345$, para a direção y, que permitem calcular os momentos devidos a carga móvel (considerando apenas, o veículo pesado) :

Fig. 3.6



$$M_{x_0} = 0,384 \times 6 \times \psi = 3,14 \text{ tm/m}$$

e

$$M_{y_0} = 0,346 \times 6 \times \psi = 2,83 \text{ tm/m} , \text{ tendo sido tomado } \psi = 1,365$$

3.5.1.1 - Resumo dos esforços pelo método elástico

carga	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)
permanente (g)	0,516	0,516
móvel (p)	3,140	2,830
$1,65 \times g$	0,852	0,852
$2,00 \times p^*$	6,280	5,660
M_R	7,132	6,512

* Já multiplicado pelo ψ .

3.5.1.2 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura

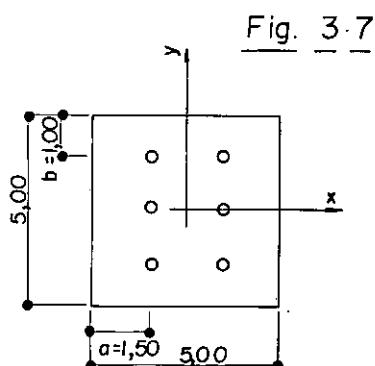
Momentos devidos à carga permanente :

Usando a expressão (3.1) e fazendo $k = 1$, temos :

$$M_{x_0} = M_{y_0} = m = \frac{0,480 \times 5^2}{24} \times \frac{2 \times 5,00}{5,00 + 1 \times 5,00} = 0,499 \text{ tm/m}$$

Momentos devidos à carga móvel :

Situação mais desfavorável do veículo pesado indicado na figura 3.7



A condição (3.3) é satisfeita : $\frac{1 \times 1,5}{2 \times 1} < 1$

Empregando a expressão (3.2) calculamos os momentos devidos a carga móvel.

$$M_{x_0} = M_{y_0} = \frac{3 \times 6 \times 1,5 \times 1,0}{1,0 \times 5,0 + 1,5 \times 1 \times 5} = 2,16 \text{ tm/m}$$

3.5.1.2 - Resumo dos esforços pelo método da ruptura :

carga	M_{x_0} (tm/m)	M_{y_0} (tm/m)
permanente (g)	0,499	0,499
móvel (p)	2,160	2,160
1,65 g	0,824	0,824
$2\psi p$	5,900	5,900
M_R	6,724	6,724

Quadro nº 2 - Quadro comparativo dos esforços pelos dois métodos

Método elástico			Método ruptura	
carga	$M_{x_0} (tm/m)$	$M_{y_0} (tm/m)$	$M_{x_0} (tm/m)$	$M_{y_0} (tm/m)$
1,65 x g	0,852	0,852	0,824	0,824
2 ψ p	6,280	5,660	5,900	5,900
M_R	7,132	6,512	6,724	6,724

3.5.2 - Modelo3.5.2.1 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura

- momentos devidos à carga permanente de acordo com (3.4) será :

$$M_{x_0} = M_{y_0} = \frac{1}{64} \times 499 = 7,81 \text{ kgm/m}$$

e, devidos à carga móvel, de acordo com (3.5) será :

$$M_{x_0} = M_{y_0} = \frac{1}{16} \times 2160 = 135 \text{ kgm/m}$$

- Influência do peso próprio :

Acréscimos de momentos nas duas direções :

$$7,81 \times 3 = 23,43 \text{ kgm/m}$$

a expressão (3.2) permite calcular a carga P equivalente a esses esforços :

$$23,43 = \frac{3 \times P \times 0,375 \times 0,25}{0,25 \times 1,25 + 0,375 \times 1 \times 1,25}$$

$$\therefore P = \frac{18,275}{0,281} = 65 \text{ kgf}$$

A carga total será : $65 \times 6 = 390 \text{ kgf}$

Quadro nº 3 - Resumo dos esforços para o modelo, pelo método da ruptura

carga	$M_{x_0} \text{ (kgm/m)}$	$M_{y_0} \text{ (kgm/m)}$
g^*	7,81	7,81
3 g	23,43	23,43
$2 \times \psi \times p$	375,00	375,00
M_R	406,24	406,24

* Obs.: Como não foi possível simularmos a carga uniformemente distribuída, passamos a partir deste modelo a considerar o coeficiente de segurança igual a 1.

- Cálculo das armaduras

Para um concreto com $\sigma_R = 200 \text{ kg/cm}^2$ e aço CA:50-A .

Direção x

- adotando uma altura útil $h_x = 4,5 \text{ cm}$, temos

$$r_R = \frac{4,5}{406,24} = 0,223, \text{ a que corresponde a } \alpha_R = 47,3$$

$$\text{Encontrando : } S_f \equiv \frac{406,24}{47,3 \times 4,5} = 1,91 \text{ cm}^2/\text{m} =$$

$$= \phi \frac{1}{4} \text{ c. } 16,7 \text{ cm}$$

Especificamos $\emptyset \frac{1}{4}"$ c.16,5 cm = 1,94 cm²/m

Direção y :

- altura útil $h_y = 3,865$ cm, temos

$$r_R = \frac{3,865}{406,24} = 0,1925 \text{ que corresponde a } \alpha_R = 46,35$$

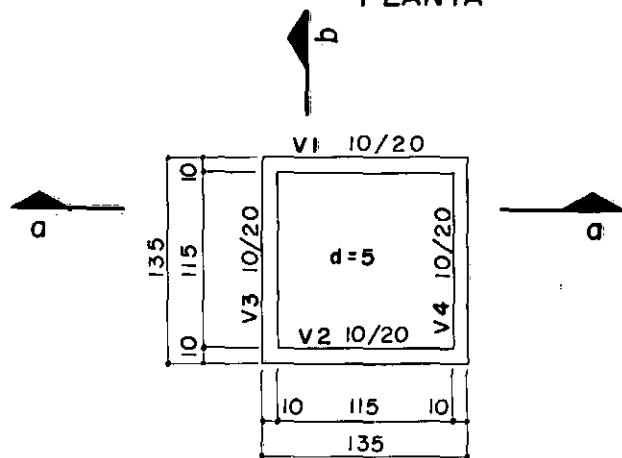
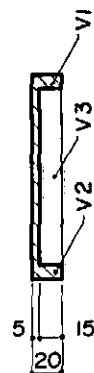
$$\text{dando } S_f = \frac{406,24}{46,35 \times 3,865} = 2,27 \text{ cm}^2/\text{m} = \emptyset \frac{1}{4}" \text{ c.13,9 cm}$$

Especificamos : $\emptyset \frac{1}{4}"$ c.13,5 cm = 2,37 cm²/m

Os cantos superiores da laje foram igualmente protegidos com uma malha $\emptyset \frac{1}{4}"$ c.10 cm

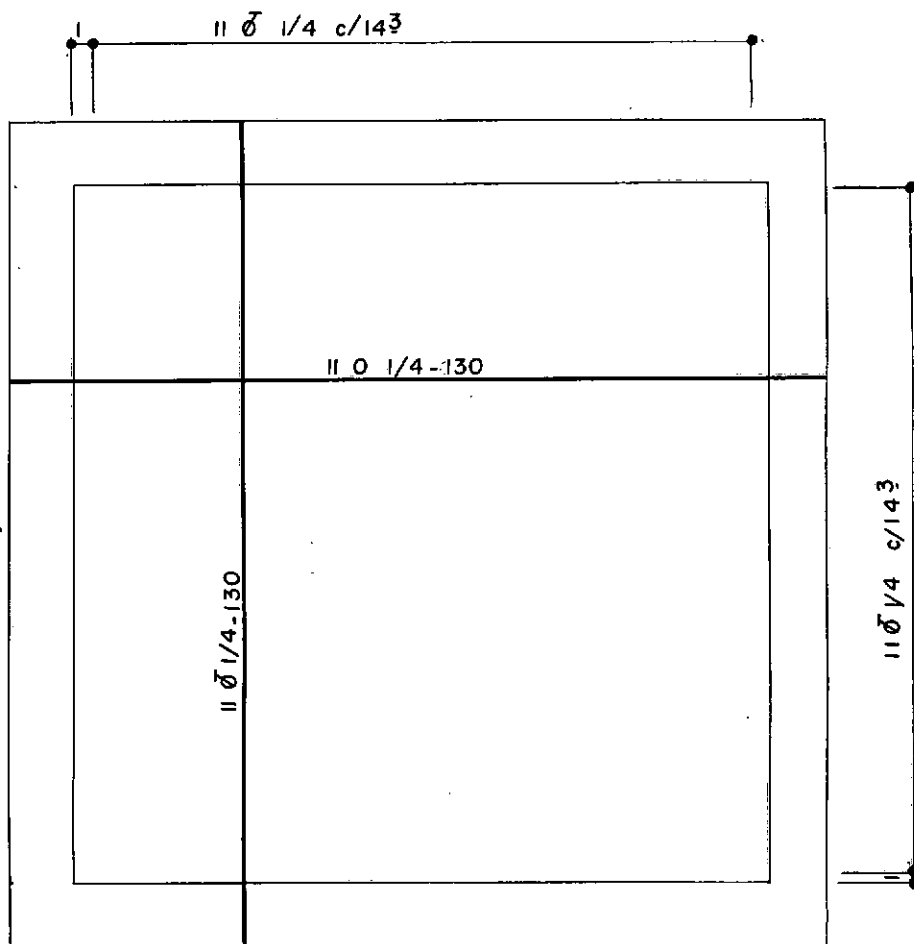
- Forma e detalhes da laje

PLANTA

 $b-b$  $a-a$ OBS:

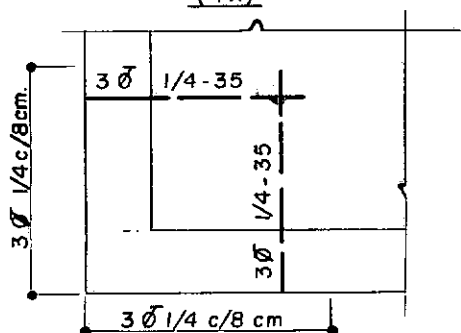
- 1-COTAS EM CENTÍMETROS.
- 2-ESCALA 1:50.

Armação positiva



Detalhe da armação negativa nos cantos da laje

(4x)



OBS:

1 - COTAS EM CENTIMETROS.

2 - ESCALA 1:25

3 - AÇO CA. 50 A

3.6 - Lajes contínuas apoiadas no contorno com um apoio interme diário

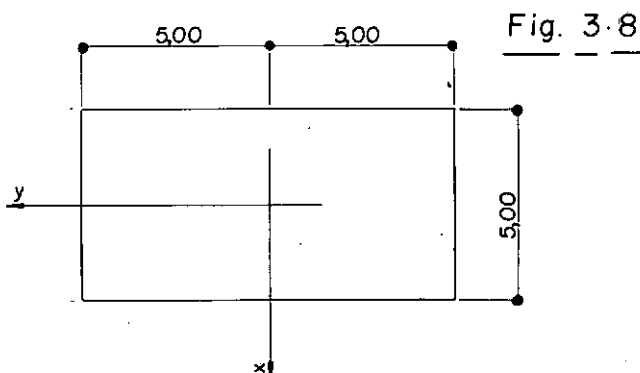
3.6.1 - Cálculo dos esforços pelo método elástico

Protótipo

O cálculo dos esforços foi feito usando-se as tabelas Rusch e as superfícies de influência de Gunter Hoeland.

As superfícies de influência nos dão, apenas, o momento ne gativo na continuidade.

As lajes contínuas que estudamos, figura 3.8, apresentam relações entre os vãos iguais a um.



A tabela de Hoeland utilizada foi a de número 15.

Os momentos negativos são calculados pela expressão

$$m = \frac{P \times W_m}{8 \pi}$$
 onde P é a carga concentrada, 8π um fator; e W_m ordenadas tiradas das tabelas.

O momento no apoio onde há continuidade, devido à carga de peso próprio, uniformemente distribuída, é dado por $K q l^2$ onde K , no nosso caso, vale - 0,042.

Faremos o cálculo da carga móvel para o veículo pesado de 60 t.

Cargas atuantes :

- Peso próprio.

O protótipo apresenta espessura $d = 20$ cm, donde $q = 0,48 \text{ t/m}^2$

- Carga móvel.

Aqui, também, consideramos apenas o efeito do caminhão.

O veículo pesado foi situado sobre as superfícies de influência em situação idêntica à do ensaio realizado, isto é, no centro da laje.

Encontramos os seguintes valores para os momentos :

- devido ao peso próprio

$$Y = 0,042 \times 0,48 \times 5^2 = 0,505 \text{ tm/m}$$

- devido à carga móvel

$$Y = \frac{10}{8\pi} (0,8 + 1,8 + 1,6) \times 2 = 3,34 \text{ tm/m}$$

Momento negativo total, para a posição considerada

$$Y_R = 1,65 \times 0,505 + 2,73 \times 3,34 = 0,832 + 9,12 = 9,952 \text{ tm/m}$$

3.6.2 - Dimensionamento pelo método elástico, usando as tabelas de Rusch, para o veículo pesado de 60 t.

Para melhor compararmos os resultados aqui obtidos, com os do método da ruptura só consideraremos o efeito do veículo pesado, no estudo da carga móvel.

A tabela que usamos foi a de número 85, que corresponde às

condições de apoio do nosso protótipo.

O tráfego foi considerado na direção y.

Carga permanente :

$$- \text{ peso próprio : } 0,20 \times 2,4 = 0,48 \text{ t/m}^2$$

Coefficientes dados na tabela :

$$\text{para } M_{x_m} \quad K = 0,030$$

$$\text{para } M_{y_m} \quad K = 0,036$$

$$\text{para } Y \quad K = -0,084$$

Donde :

$$M_{x_m} = 0,030 \times 0,48 \times 5^2 = 0,36$$

$$M_{y_m} = 0,036 \times 0,48 \times 5^2 = 0,43$$

$$Y = - 0,084 \times 0,48 \times 5^2 = - 1,01$$

Carga móvel :

- veículo de 6 rodas, de 60 toneladas :

Parâmetros de entrada na tabela :

$$l_x = \frac{5,00}{2,00} = 2,50 \quad \text{e} \quad \frac{t}{a} = \frac{0,50}{2,00} = 0,25$$

Da tabela tiramos :

$$\text{Para } M_{x_m} \quad M_L = 0,323$$

$$\text{Para } M_{y_m} \quad M_L = 0,281$$

$$\text{Para } Y \quad M_L = - 0,76$$

Donde :

$$M_{x_m} = 1,365 \times 10 \times 0,323 = 4,42 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 1,365 \times 10 \times 0,281 = 3,83 \text{ tm/m}$$

$$Y = 1,365 \times 10 \times (-0,76) = - 10,4 \text{ tm/m}$$

Momentos finais :

$$M_{x_m} = 1,65 (0,36 + 1,2 \times 4,42) = 9,35 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 1,65 (0,43 + 1,2 \times 3,83) = 8,37 \text{ tm/m}$$

$$Y = - 1,65 (1,01 + 1,2 \times 10,4) = - 22,47 \text{ tm/m}$$

3.6.3 - Cálculo dos esforços pelo método da ruptura

A sequência seguida para o dimensionamento das lajes contínuas, foi partindo dos esforços máximos para a laje simplesmente apoiada, arbitramos² o momento negativo na continuidade, e corrigimos os momentos positivos da influência dos momentos negativos.

Momentos positivos

Os momentos positivos serão os da laje simplesmente apoiada, corrigidos da influência dos momentos negativos.

A correção será feita para cada parcela do carregamento - considerado. Para tanto utilizaremos as expressões a seguir .

(2) - Vide bibliografia número 1.

- para a carga uniformemente distribuída:

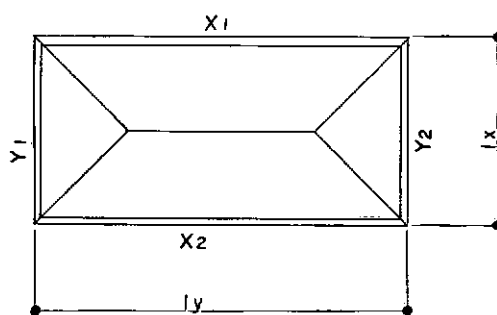
$$\frac{(X_1 + X_2) l_y + (Y_1 + Y_2) l_x}{2(l_y + k l_x)} \quad (3.7)$$

- para as seis cargas concentradas (considerando-se o tráfego na direção y) :

$$\frac{(X_1 + X_2) l_y b + (Y_1 + Y_2) l_x a}{2(l_y b + a k l_x)} \quad (3.8)$$

Onde X_1 e X_2 são os momentos negativos nos apoios arbitrados, perpendiculares à direção x e Y_1 e Y_2 os momentos nos apoios, perpendiculares à direção y, como mostra a figura 3.9.

Fig. 3.9



Como o nosso caso em estudo não apresenta continuidade na direção x, os momentos negativos X_1 e X_2 serão nulos. Na direção y, só teremos o momento Y onde houver continuidade.

O momento positivo final será obtido subtraindo-se em cada direção do momento da laje simplesmente apoiada, a parcela corretiva acima.

3.6.3.1 - Dimensionamento do primeiro protótipo contínuo pelo método da ruptura

Momentos para a laje simplesmente apoiada :

Carga permanente : - Espessura do protótipo : $d = 20$ cm.

Usando a expressão (3.1), fazendo-se $k = 0,81$ temos :

$$M_{x_0} = \frac{0,48 \times 5^2}{24} \times \frac{2 \times 5}{5,0 + 0,81 \times 5} = 0,552 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,81 \times 0,552 = 0,447 \text{ tm/m}$$

Arbitrando a parcela do momento negativo devido à carga permanente, temos :

$$Y = 0,58 \times 0,447 = 0,259 \text{ tm/m}$$

Correção das parcelas do momento positivo, devido ao momento negativo arbitrado :

Usando a expressão (3.7), temos :

$$\frac{0,259 \times 5}{2(5 + 0,81 \times 5)} = 0,072 \text{ tm/m}$$

Parcela de momento positivo final para protótipo :

$$M_{x_m} = 0,552 - 0,072 = 0,480 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 0,81 \times 0,480 = 0,389 \text{ tm/m}$$

Carga móvel

Consideraremos, apenas, o efeito do veículo pesado de 60t.

Momentos para a laje simplesmente apoiada.

Usando a expressão (3.2), temos :

$$M_{x_0} = \frac{3 \times 10 \times 1,5 \times 1}{5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,81} = 4,063 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,81 \times 4,063 = 3,29 \text{ tm/m}$$

Arbitrando o momento negativo, temos :

$$Y = 0,58 \times 3,29 = 1,908 \text{ tm/m}$$

Correção das parcelas do momento positivo .

Com auxílio da expressão (3.8), temos :

$$X_m = \frac{1,908 \times 5 \times 1,5}{2(5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,81)} = 0,646 \text{ tm/m}$$

Momentos positivos finais, devidos à carga móvel :

$$M_{x_m} = 4,063 - 0,646 = 3,417 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 0,81 \times 3,417 = 2,768 \text{ tm/m}$$

Momentos finais para o protótipo :

$$M_{x_R} = 1,65 \times 0,480 + 2 \times 1,365 \times 3,417 = 10,120 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_R} = 1,65 \times 0,389 + 2 \times 1,365 \times 2,768 = 8,066 \text{ tm/m}$$

$$Y_R = 1,65 \times 0,259 + 2 \times 1,365 \times 1,908 = 5,636 \text{ tm/m}$$

3.6.3.2 - Dimensionamento do segundo protótipo contínuo pelo método da ruptura

Momentos para a laje simplesmente apoiada :

Carga permanente :

Protótipo com espessura $d = 16$ cm

Usando a expressão (3.1), fazendo $k = 0,754$ vem :

$$M_{x_0} = \frac{0,384 \times 5^2}{24} \times \frac{2 \times 5}{5,0 + 0,754 \times 5} = 0,456 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,754 \times 0,456 = 0,344 \text{ tm/m}$$

Arbitrando a parcela de momento negativo, temos :

$$Y = 0,7995 \times 0,344 = 0,275 \text{ tm/m}$$

Correção do momento positivo :

$$\frac{0,275 \times 5}{2(5 + 0,754 \times 5)} = 0,078 \text{ tm/m}$$

Parcela de momento positivo final para o protótipo :

$$M_{x_m} = 0,456 - 0,078 = 0,378 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 0,754 \times 0,378 = 0,285 \text{ tm/m}$$

Carga móvel :

Considerando, apenas, o veículo pesado de 60 t, temos :

- momentos para a laje simplesmente apoiada :

$$M_{x_0} = \frac{3 \times 10 \times 1,5 \times 1}{5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,754} = 4,220 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,754 \times 4,220 = 3,186 \text{ tm/m}$$

Arbitramento do momento negativo :

$$Y = 0,7995 \times 3,186 = 2,547 \text{ tm/m}$$

Correção dos momentos positivos :

$$X_m = \frac{2,547 \times 5 \times 1,5}{2(5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,754)} = 0,896 \text{ tm/m}$$

Momentos positivos corrigidos :

$$M_{x_m} = 4,220 - 0,896 = 3,324 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 0,754 \times 3,324 = 2,510 \text{ tm/m}$$

Momentos finais para o protótipo :

$$M_{x_R} = 1,65 \times 0,378 + 2,73 \times 3,324 = 9,698 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_R} = 1,65 \times 0,285 + 2,73 \times 2,510 = 7,323 \text{ tm/m}$$

$$Y_R = 1,65 \times 0,275 + 2,73 \times 2,547 = 7,407 \text{ tm/m}$$

Quadro nº 4 - Quadro comparativo dos esforços, para o protótipo, obtidos pelos três métodos empregados :

	Rusch	Hoeland	Ruptura	
			(d=20cm)	(d=16cm)
M_{x_R}	9,35	-	10,120	9,698
M_{y_R}	8,37	-	8,066	7,323
Y_R	-22,47	-9,952	-5,636	-7,407

Os esforços acima já se acham multiplicados pelos coeficientes de segurança na Norma Brasileira.

CAPÍTULO 4

4. Análise dos resultados

4.1 - Generalidades

Estudamos, neste capítulo, os resultados encontrados nos ensaios realizados. Anotamos os fatores que pudessem intervir - na análise dos resultados a que chegamos, tais como : a espessura real do modelo ensaiado, as tensões de ruptura à compressão do concreto e de escoamento do aço.

Fazemos uma análise de cada ensaio, em separado, ilustrando com fotografias as configurações de ruptura a que chegamos , traçando para cada laje, um diagrama carga-flecha, que nos mostra o comportamento da peça até a ruptura.

Finalmente, para melhor compararmos os resultados a que - chegamos, apresentamos o dimensionamento dos modelos, pelos métodos elástico e das linhas de ruptura, para as cargas de ruptura pesquisadas. Os resultados encontrados constam do quadro resumo final.

4.2 - Materiais

Resultados dos ensaios realizados com os materiais utilizados na confecção dos modelos, e que servirão de base à análise dos resultados das lajes levadas à ruptura.

4.2.1 - Areia

No preparo do micro-concreto usamos uma areia média, lavada e peneirada que apresentou os seguintes resultados :

Granulometria

- módulo de finura $MF = 2,69$

- diâmetro máximo $D_{max} = 2,4 \text{ mm}$

Peso específico real $\gamma_{real} = 2,63 \text{ kg/dm}^3$

Peso específico aparente $\gamma_{ap} = 1,60 \text{ kg/dm}^3$

4.2.2 - Agregado graúdo

Empregamos como agregado graúdo a brita zero peneirada que ensaiada nos deu :

Granulometria

- módulo de finura MF = 5,44

- diâmetro máximo $D_{\max} = 9,5 \text{ mm}$

Peso específico real $\gamma_{\text{real}} = 2,60 \text{ kg/dm}^3$

Peso específico aparente $\gamma_{\text{ap}} = 1,30 \text{ kg/dm}^3$

4.2.3 - Cimento :

O cimento utilizado foi o Mauá, tipo Portland.

4.2.4 - Aço

As armações das lajes foram executadas com aço CA-50 A , tendo sido especificada, apenas, a bitola de $\varnothing = \frac{1}{4}''$.

Efetuamos ensaio de tração, que nos forneceram os resultados constantes dos gráficos números 4.2.I a 4.2.VI .

Devido ao fato das barras de aço serem corrugadas foi necessário definir a secção efetiva das mesmas, bem como o diâmetro. Para tanto admitimos o peso específico do aço igual a $7,85 \text{ g/cm}^3$ e, obtivemos as expressões :

$$S_{f_{\text{ef}}} = \frac{\xi_u}{7,85}$$

e

$$\varnothing_{\text{ef}} = 0,403 \sqrt{\xi_u}$$

onde ξ_u é o peso unitário da barra, expresso em gramas por centímetros.

4.2.5 - Concreto

O tipo de concreto especificado foi o que apresentasse di mensões pequenas dos agregados devido ao fato de termos lajes - com quatro centímetros de espessura . A este concreto chamamos de micro-concreto.

O traço adotado, 1:1,25 :1,5 , foi anteriormente utilizado pelo Professor Y. Nagato quando do preparo da sua tese de Mestrado.

Reduzimos o fator água/cimento para 0,55.

Resistência à compressão :

Os resultados apresentados foram obtidos de ensaios de corpos de prova cilíndricos de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura moldados por ocasião da concretagem das lajes.

A tabela 4.2.1 apresenta as resistências à compressão dos corpos de prova, de acôrdo com a idade da ruptura.

Tabela 4.2.1

<u>Idade e resistência à compressão dos C.P. de concreto</u>		
C.P. (nº)	idade (dias)	σ_R (kgf/cm ²)
190	36	485
192	36	427
193 *	73	456
194 *	73	498
195	36	388
197	36	399
198	36	373
199	36	391
200	36	408
201	140	433
202 *	140	438
203	140	478
204	36	429
205	140	462
206	36	447
305	30	423
306	30	475
307	30	414
308	56	462
309	30	378

C.P. (nº)	idade (dias)	$\bar{\sigma}_R$ (kgf/cm ²)
310	30	358
311 *	56	436
312	30	395
313 *	56	461
314 *	69	414
315	40	444
316	40	454
317	40	401
318	40	377
319	40	327
320	40	367
321 *	69	388

- Módulo de elasticidade

Os corpos de prova assinalados com asteriscos (*) foram submetidos a leituras com o "tensotast", com base de 100 mm. Os resultados foram plotados em gráficos "tensão-deformação", números 4.2.VII a 4.2.XIII, que se seguem, que nos permitiram chegar ao valor médio do módulo de elasticidade, igual a 250000 kgf/cm².

- Coefficiente de Poisson

Com auxílio de "strain-gages" fizemos a determinação do coeficiente de Poisson. Os valores lidos foram transformados em gráficos de números 4.2.XII a 4.2.XIII, encontrando o valor médio igual a

$$\nu = 0,217$$

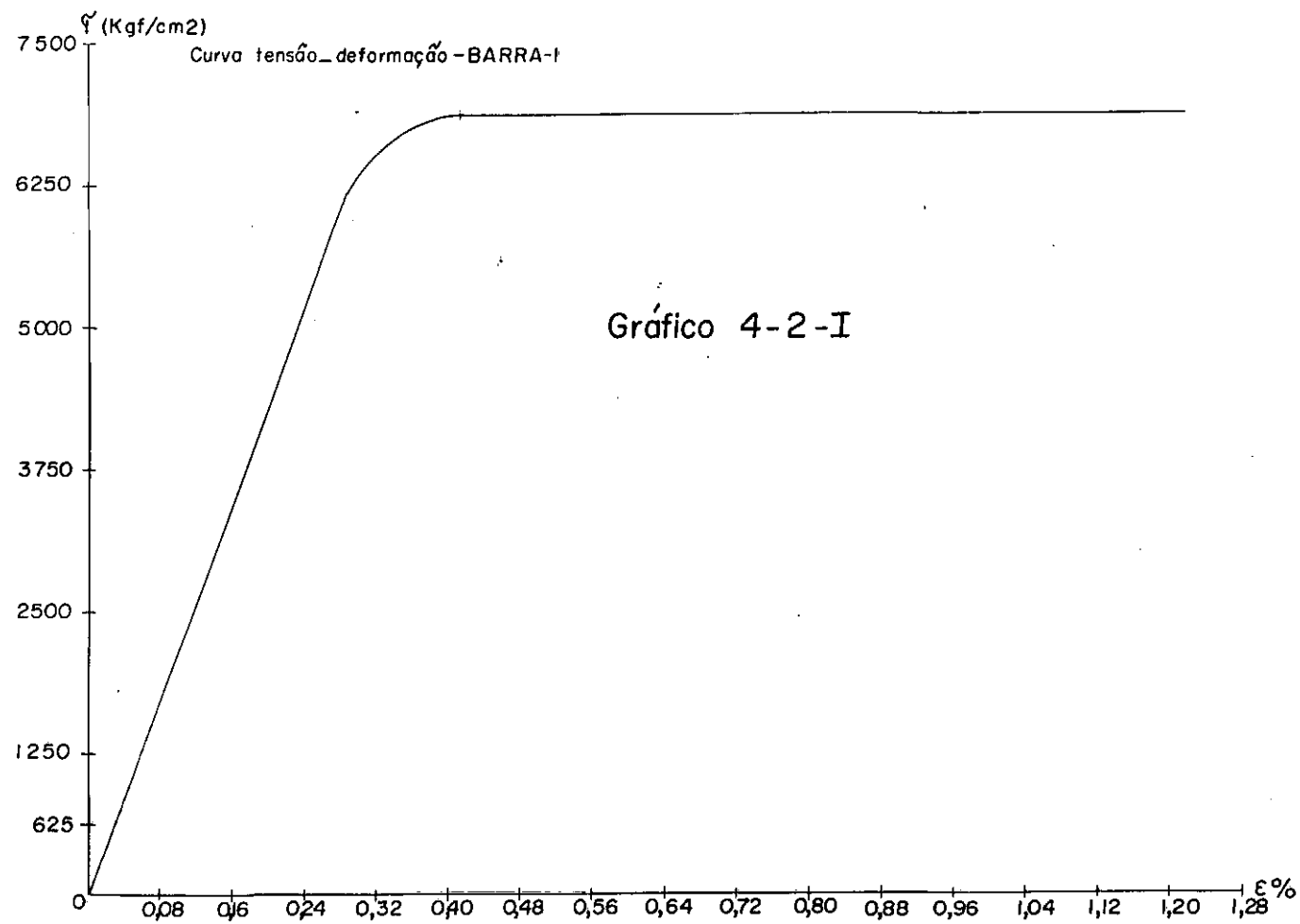
- Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico

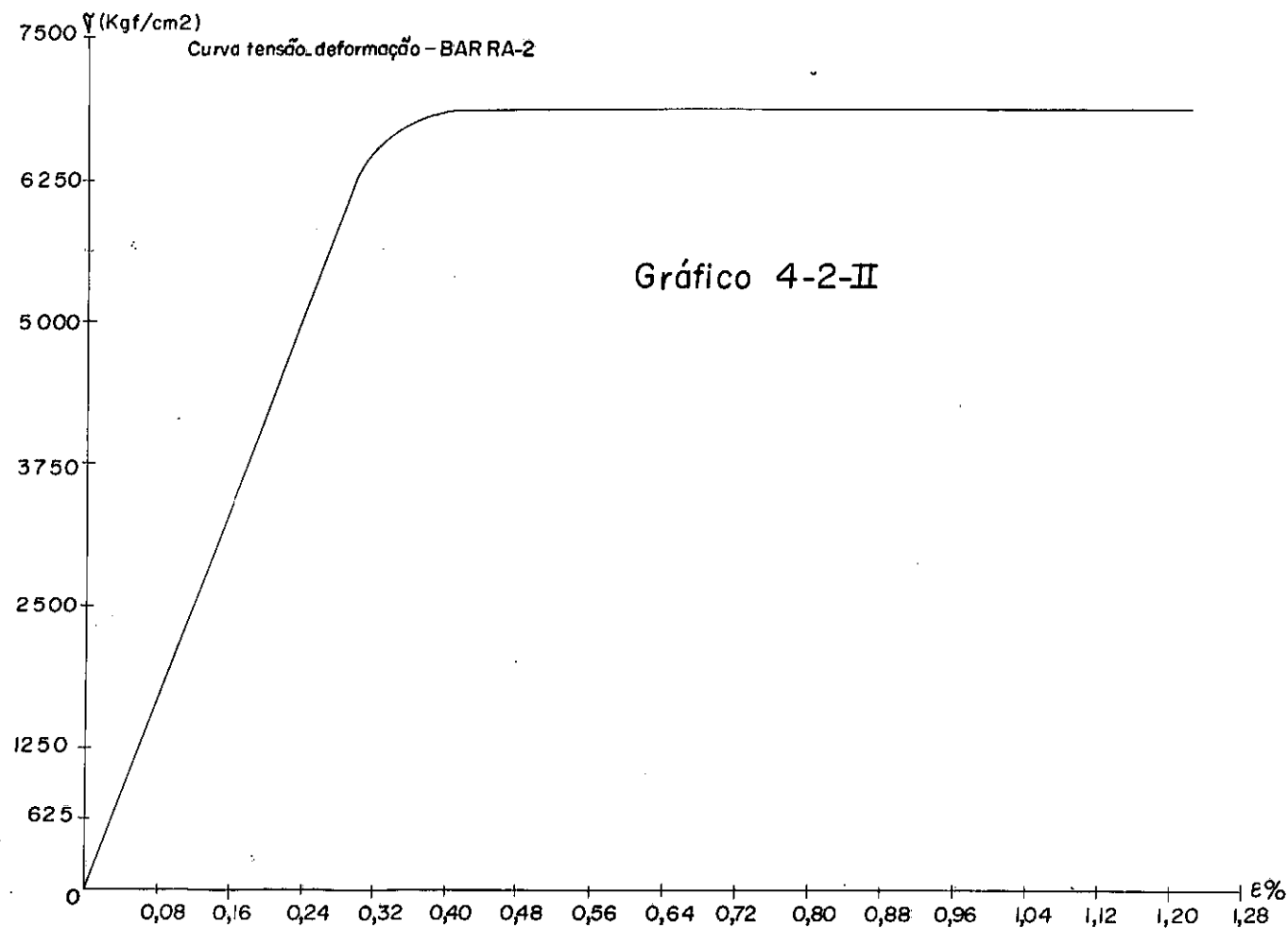
Foi determinado o módulo de elasticidade dinâmico por meio da fórmula :

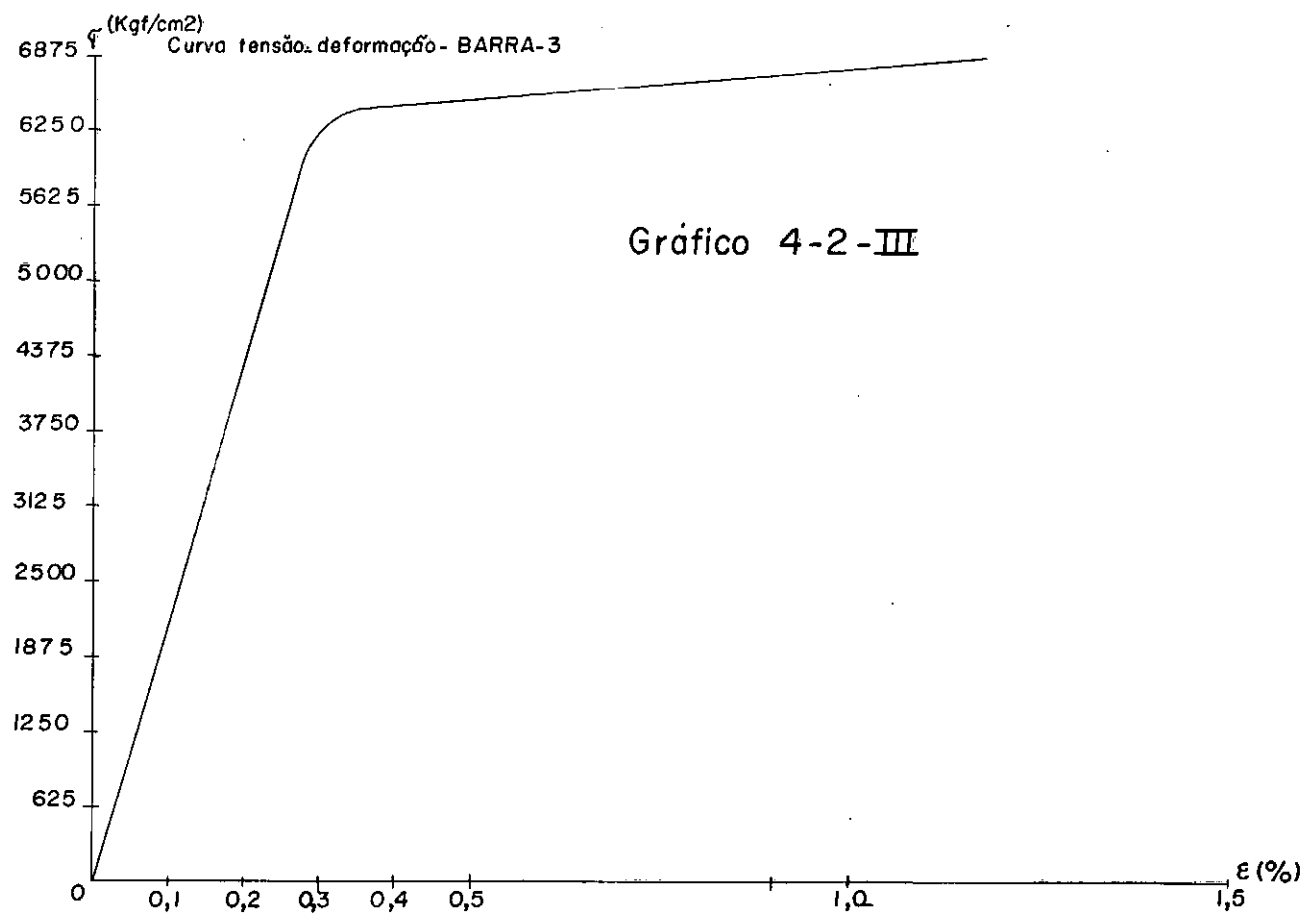
$$E_d = (2 L f)^2 \frac{\gamma}{g}$$

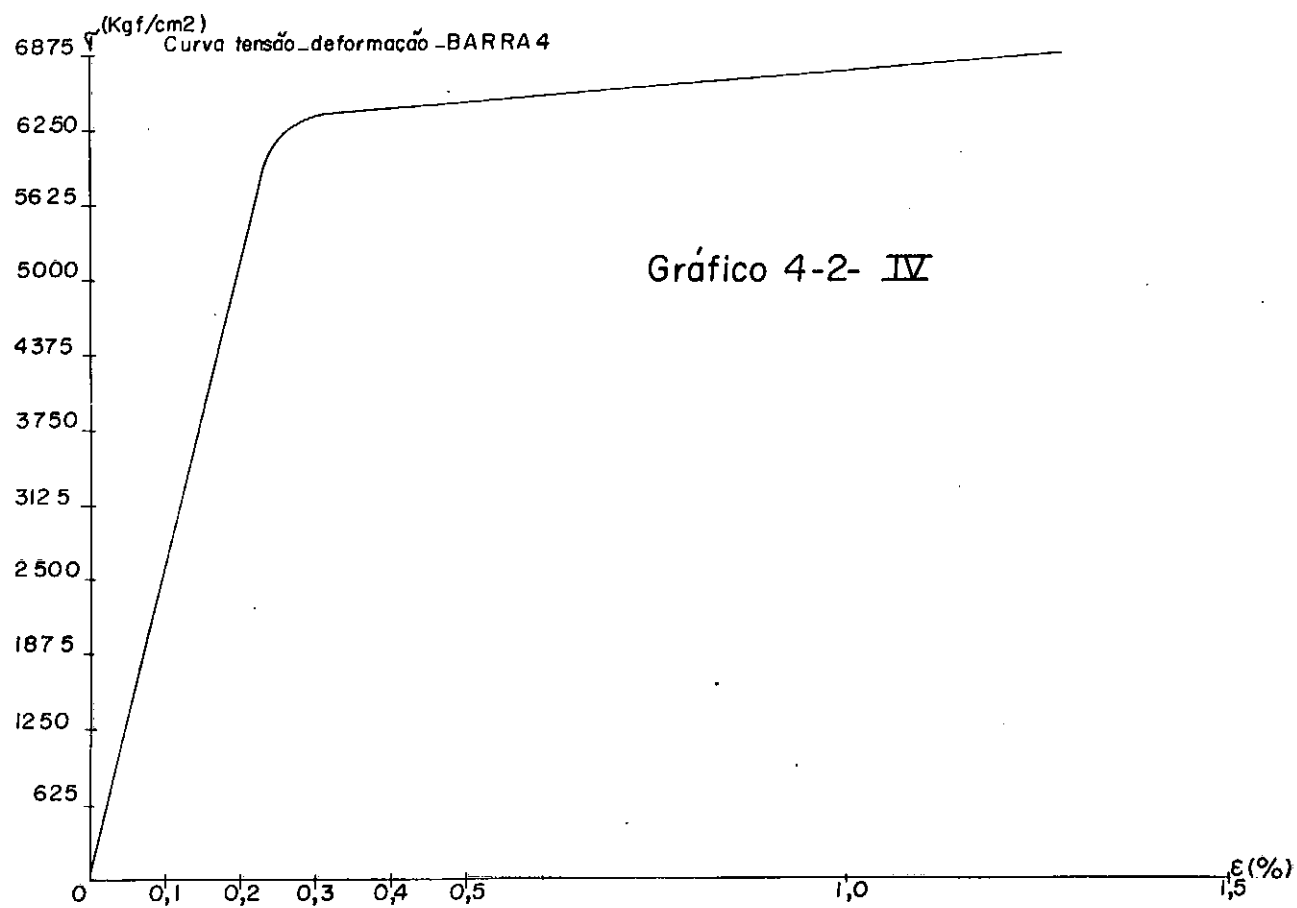
onde :

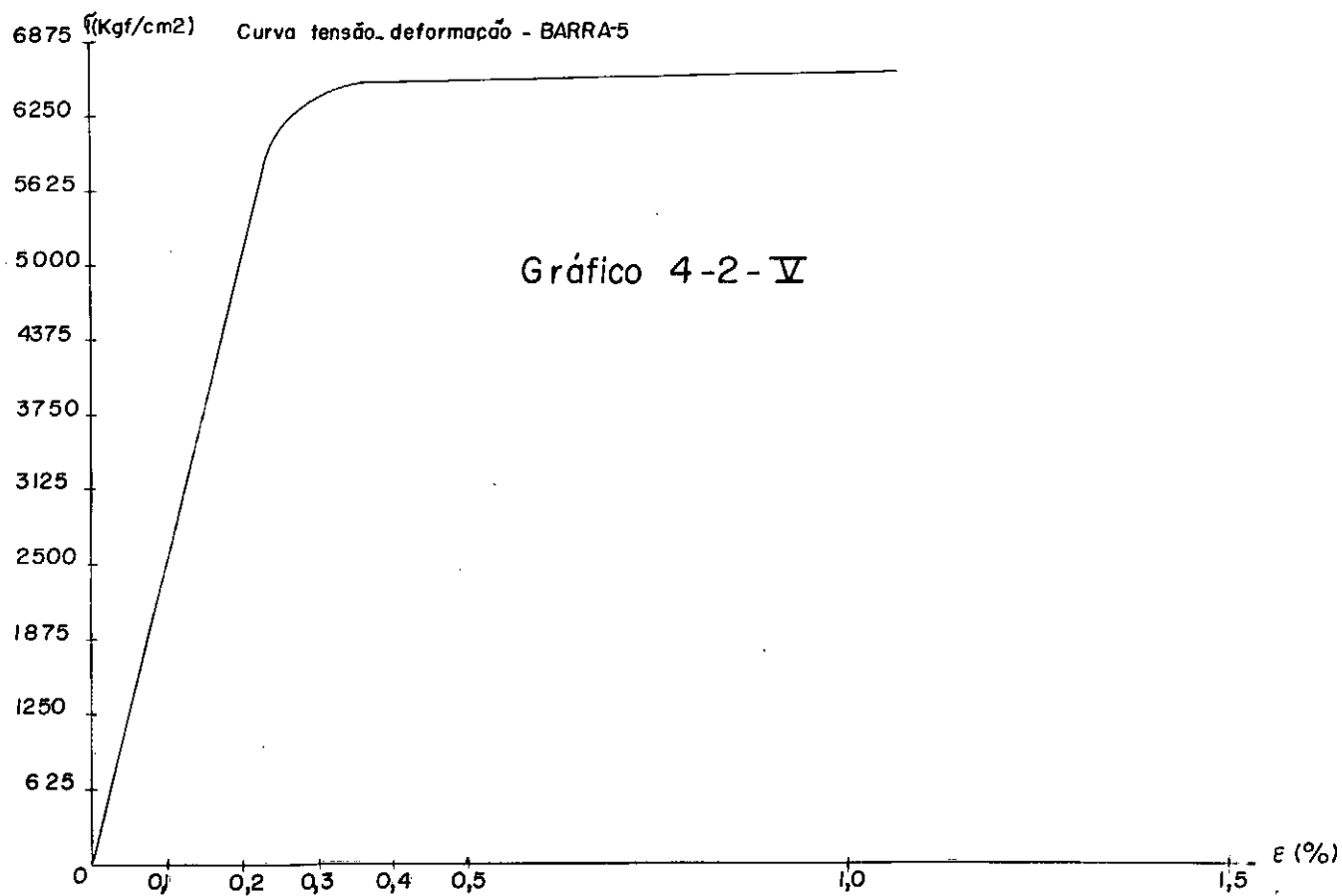
- L é o comprimento do corpo de prova ;
- f é a frequência natural de vibração;
- γ é o peso específico do concreto ;
- g é a aceleração da gravidade (g = 981 cm/seg²)

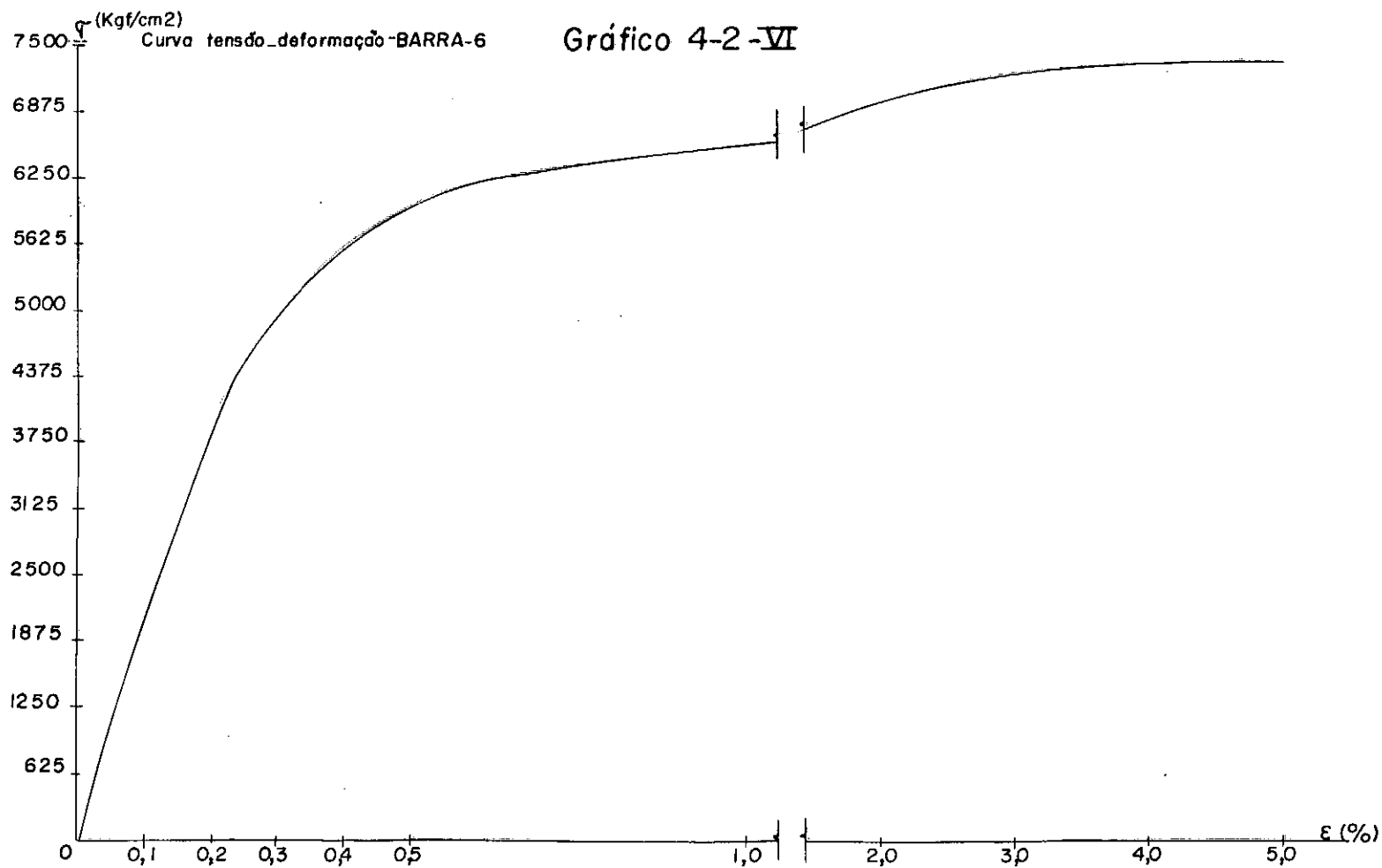


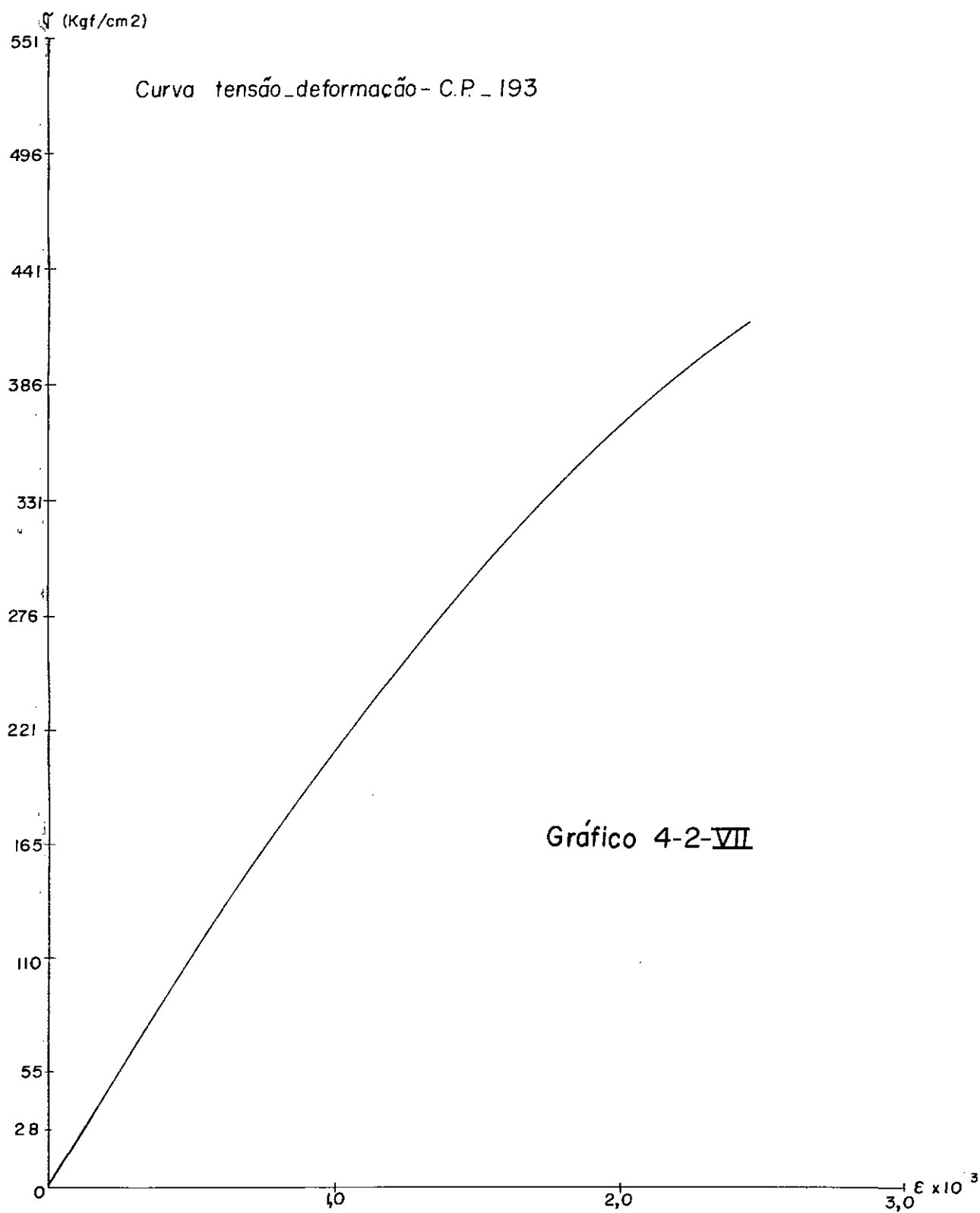


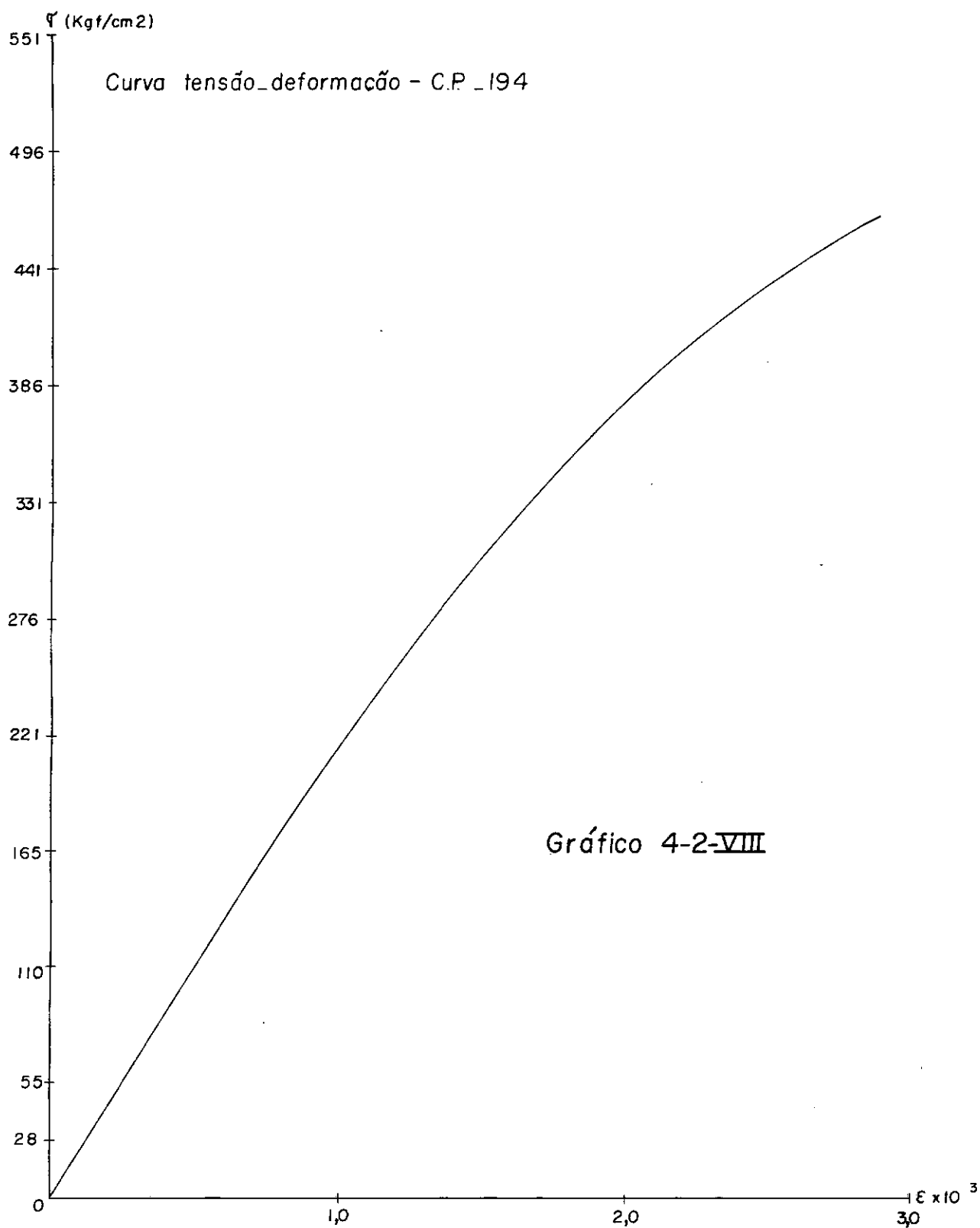


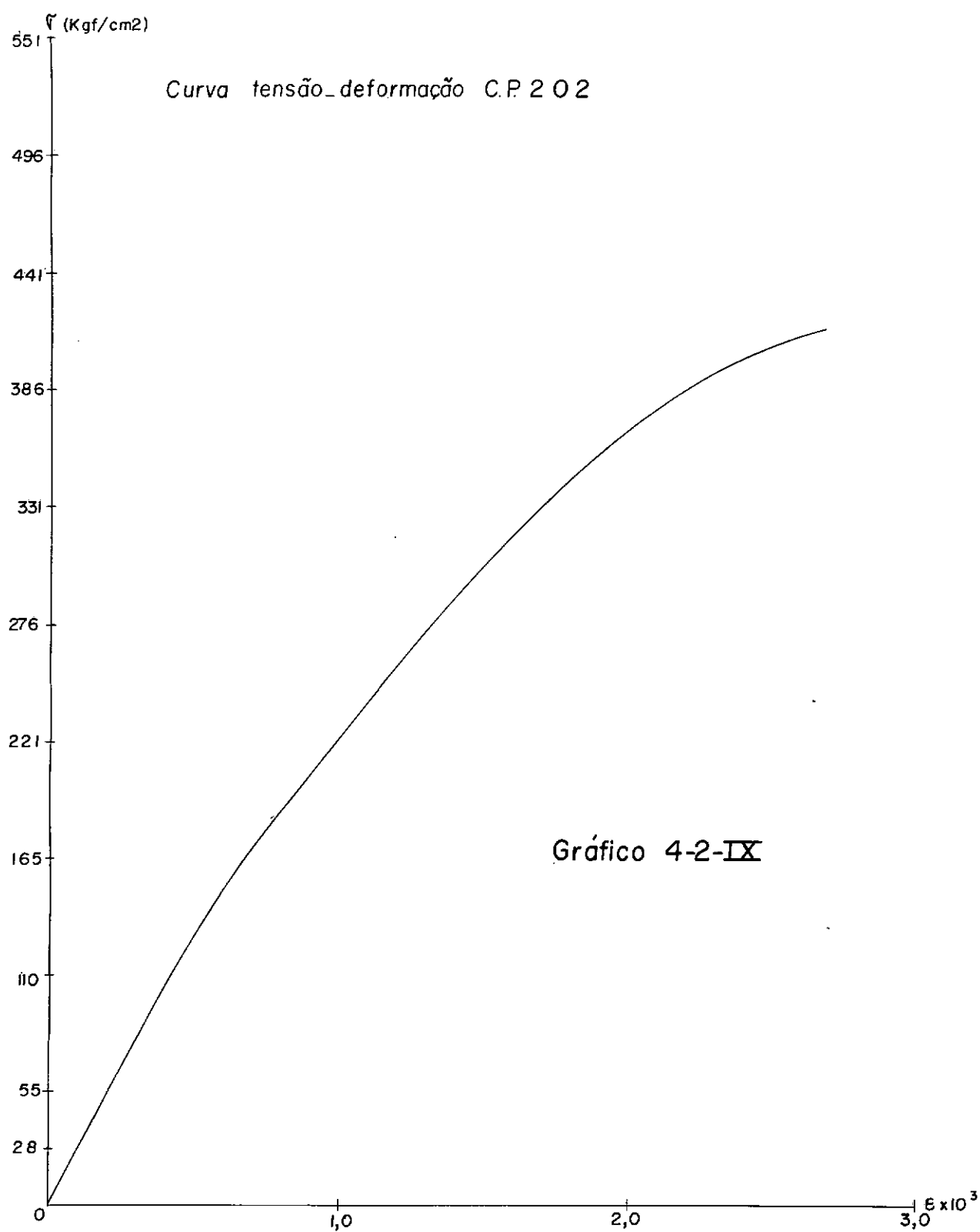


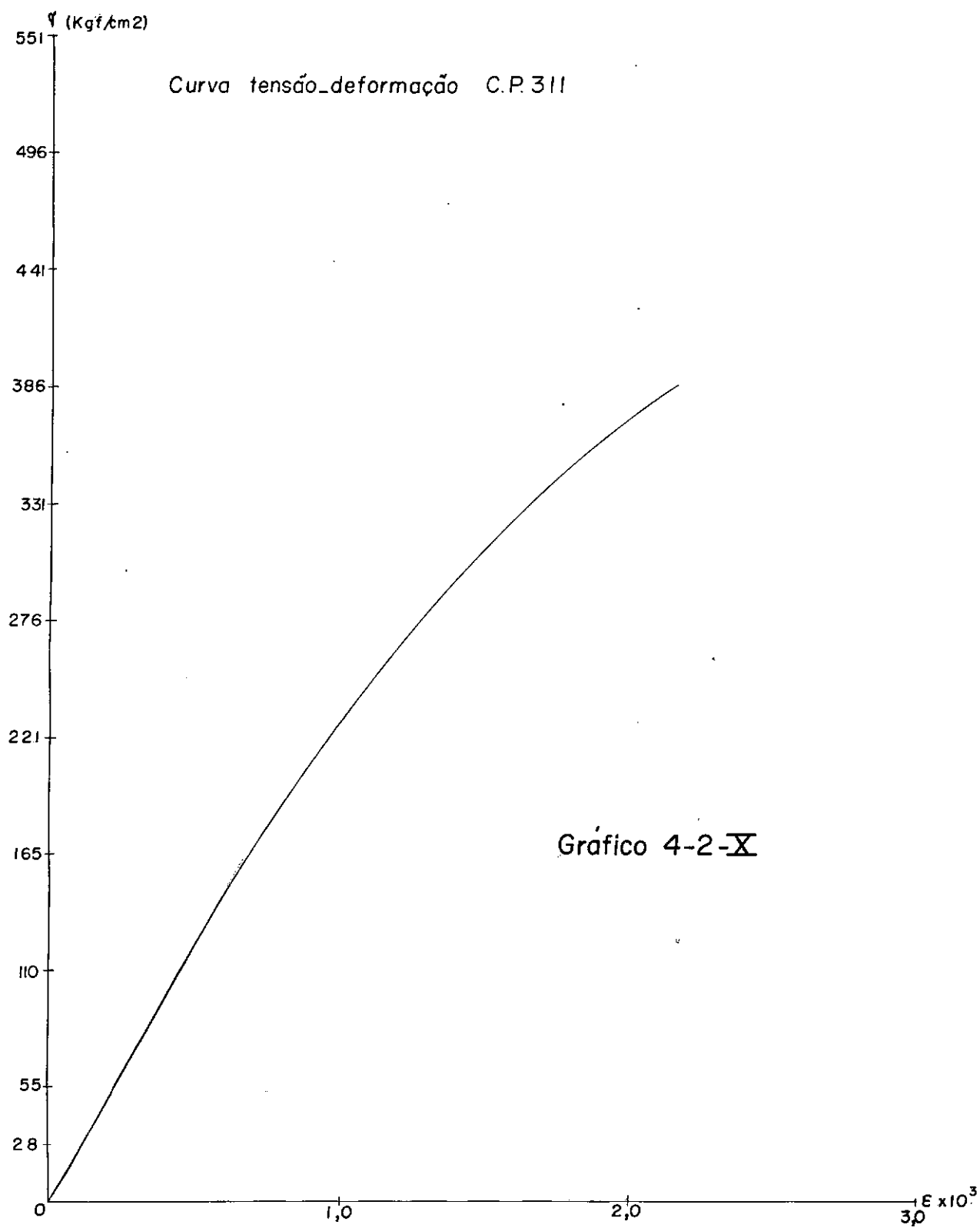












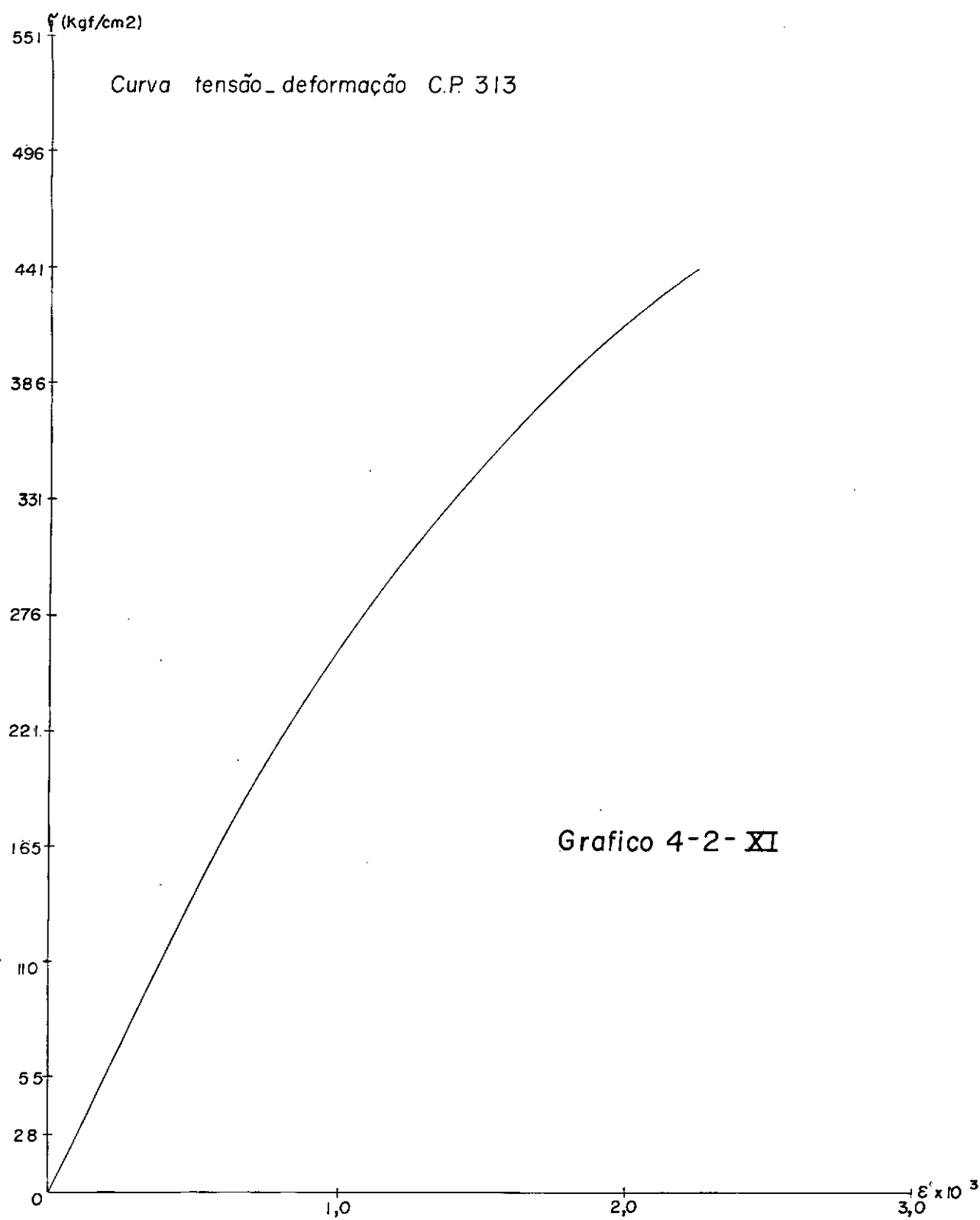


Gráfico 4-2-XII

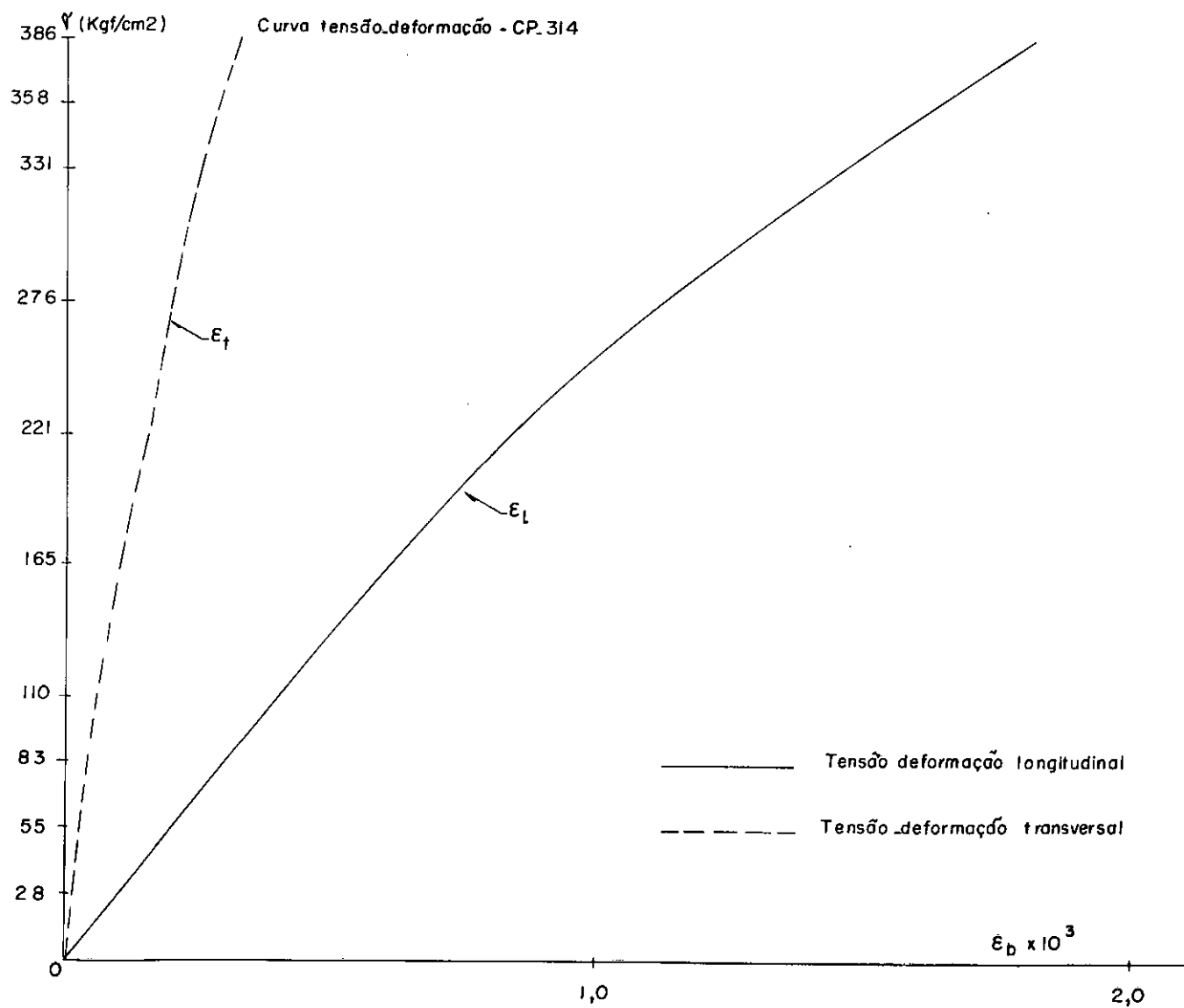


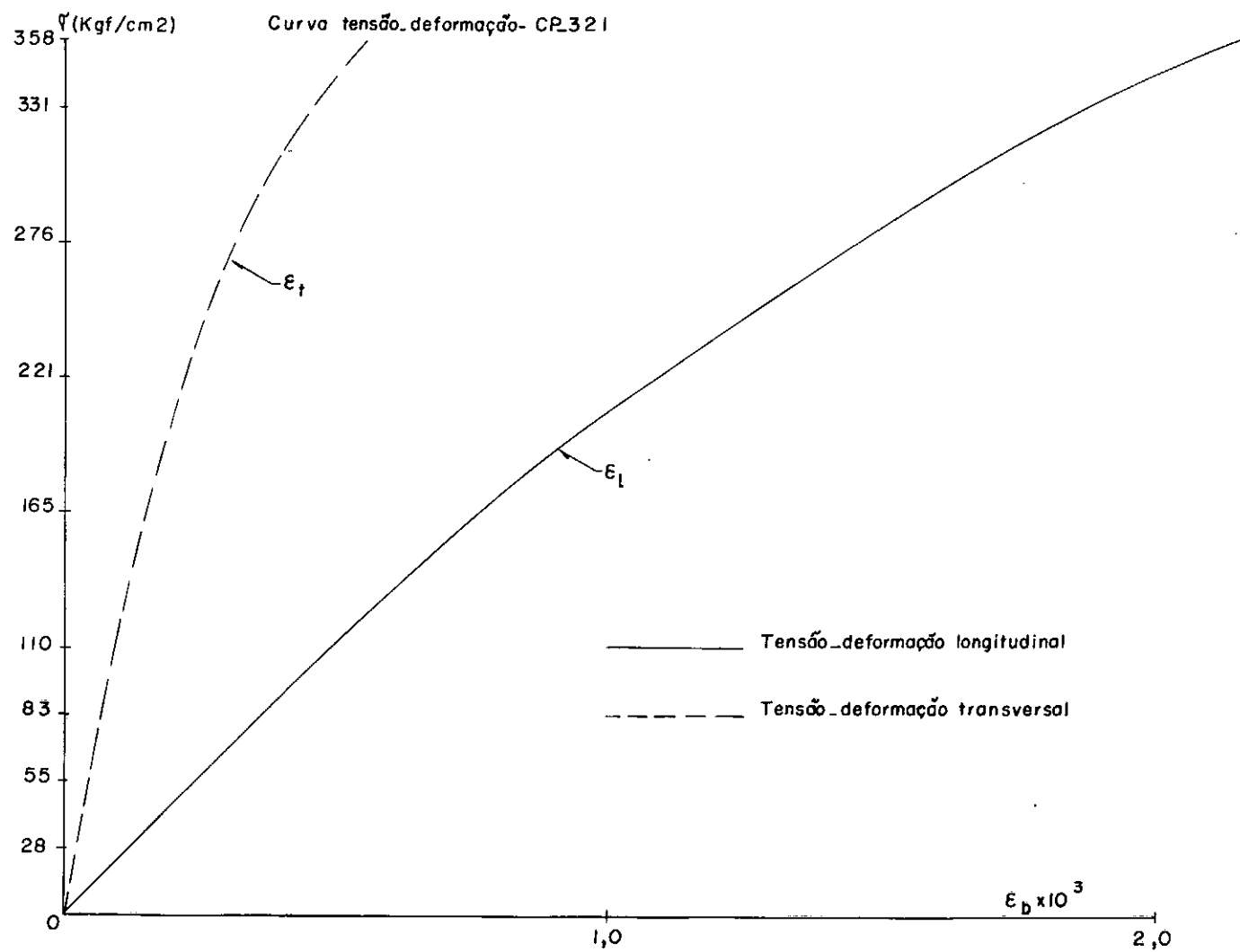
Gráfico 4 -2-XIII



foto 1

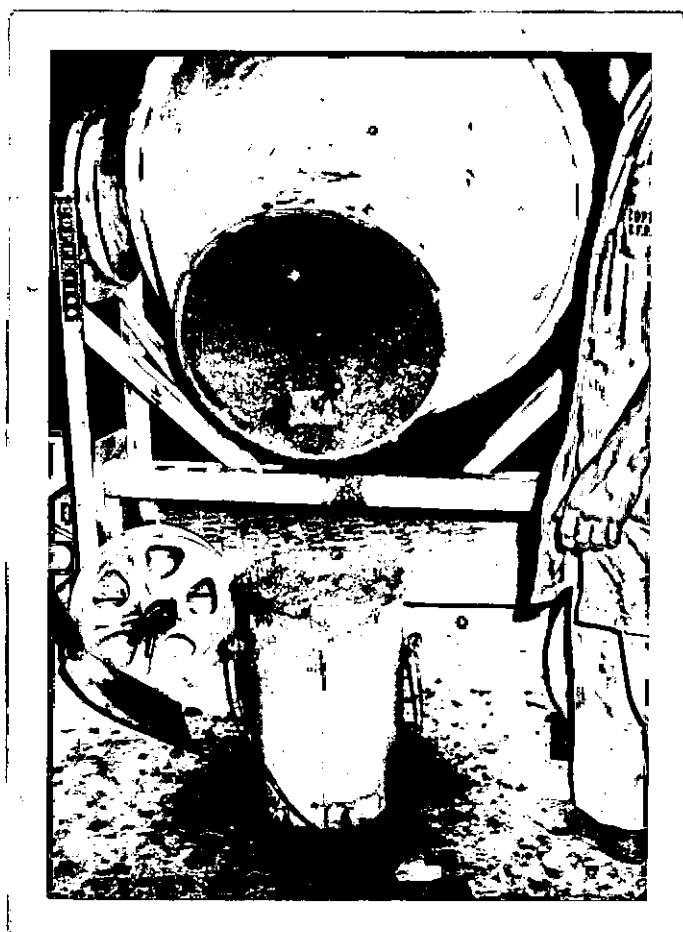


foto 2



foto 3

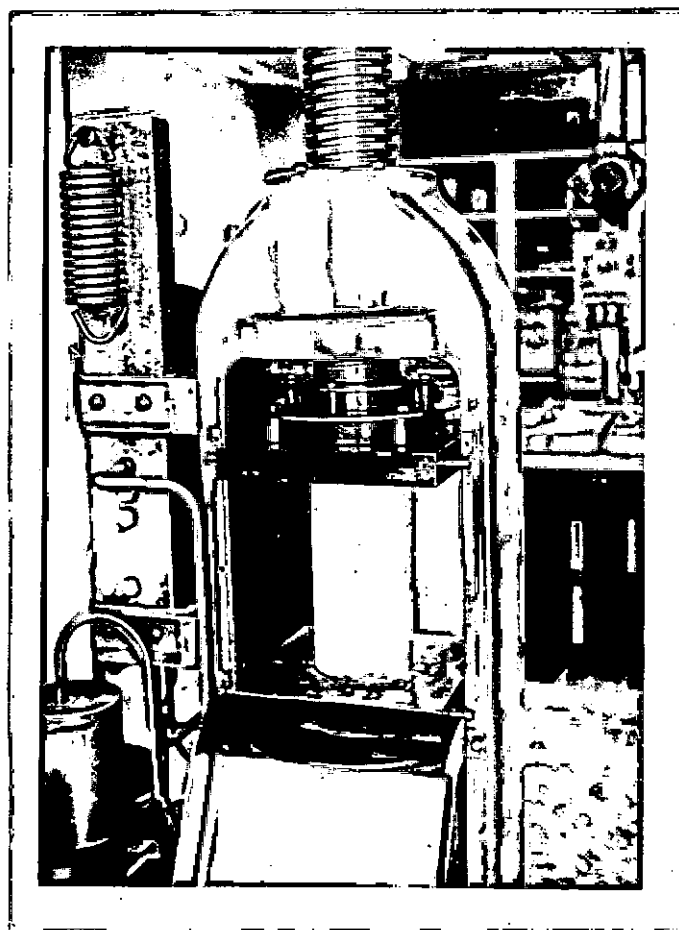


foto 4

O valor médio dos resultados encontrados foi :

$$E_d = 330000 \text{ kgf/cm}^2$$

4.3 - Modelos

4.3.1 - Laje isolada - número 1

Laje retangular simplesmente apoiada nas quatro bordas, com relação entre os lados igual a dois.

O modelo apresentou as primeiras fissuras para uma carga - total entre 4 e 5 toneladas. Estas fissuras foram notadas para a carga de 5 toneladas, tendo sido ressaltadas por um traço contínuo vermelho, ao lado. A fissuração prosseguiu até próximo a ruptura, quando foram marcadas em tracejado preto, as últimas.

A carga de ruptura registrada foi de 11,6tf, tendo sido verificada uma flecha média de 2,5 cm no ponto central da laje.

O gráfico número 4.3.I mostra a sequência do ensaio no qual se sobressai a fase elástica da placa - de zero a quatro toneladas, aproximadamente.

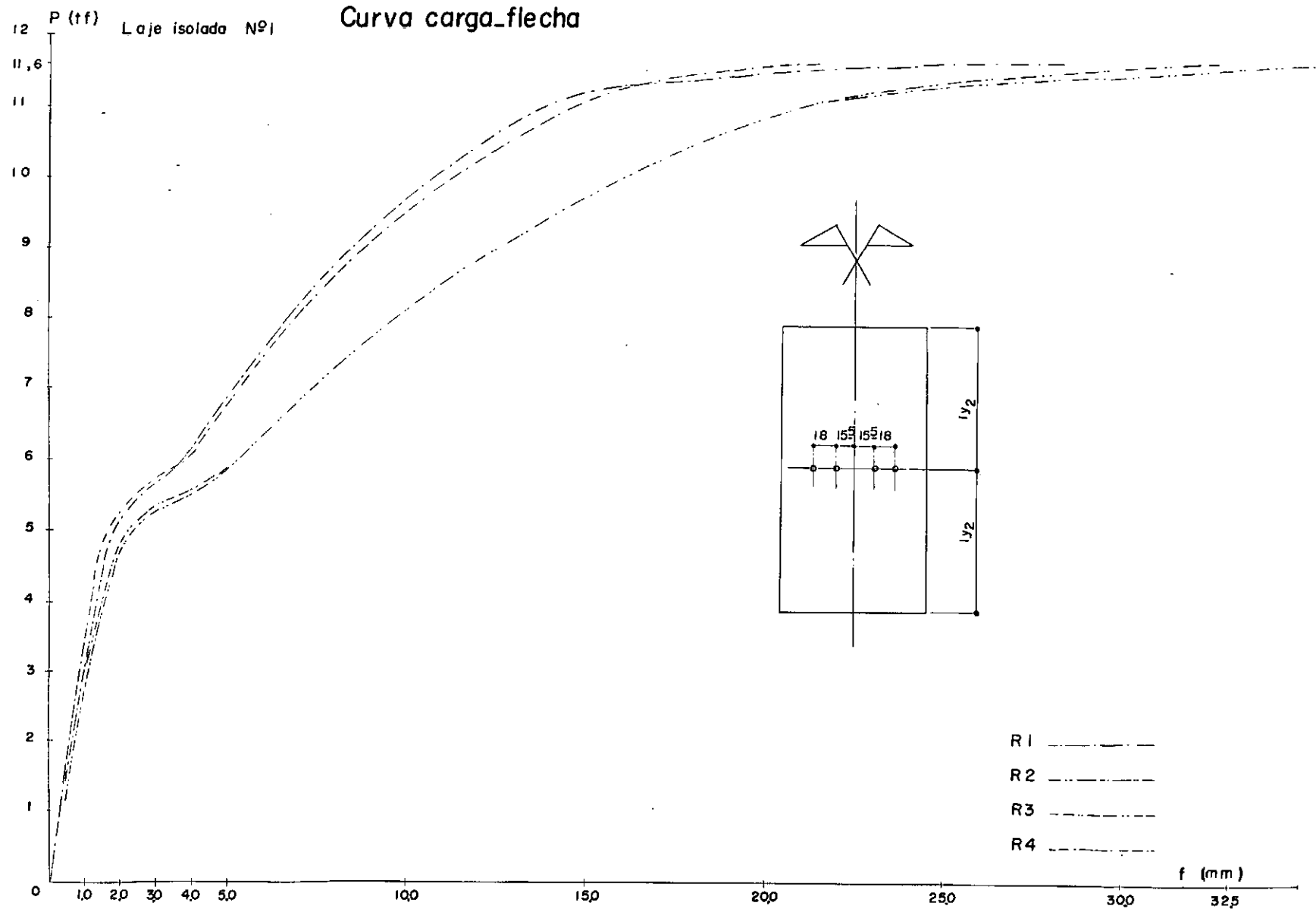
Momento de ruptura real

Pesquisa do momento de ruptura da laje, levando-se em conta as resistências do concreto e do aço, tendo por base os resultados dos ensaios levados a efeito.

A tensão média de ruptura do concreto, à compressão σ_R , por ocasião do rompimento da laje, isto é, aos 36 dias de idade foi de 414 kgf/cm^2 .

A tensão de escoamento média do aço CA-50 A, bitola $\phi = \frac{1}{4}$

Gráfico 4-3-I
Curva carga_flecha



foi

$$\sigma_e = \frac{2000}{0,32} = 6250 \text{ kgf/cm}^2$$

A espessura média desta laje foi de 5,9 cm.

Assim, teremos :

Momento na direção x :

- a distância da linha neutra , no estágio III, será :

$$x = \frac{2,56 \times 6250}{100 \times 414} = 0,386 \text{ cm}$$

A altura útil h_x , medida, é

$$h_x = 5,4 \text{ cm}$$

O momento de ruptura é :

$$\begin{aligned} M_{xR} &= 100 \times 0,386 \times 414 (5,4 - 0,193) = \\ &= 83209,9 \text{ kg cm} \approx 832,1 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Momento na direção y :

Altura útil na direção y :

$$h_y = 5,4 - 0,625 = 4,775 \text{ cm}$$

A distância da linha neutra é :

$$x = \frac{1,64 \times 6250}{100 \times 414} = 0,247 \text{ cm}$$

O momento de ruptura é :

$$\begin{aligned} M_{yR} &= 100 \times 0,247 \times 414 (4,775 - 0,123^5) = \\ &= 47560 \text{ kg cm} \approx 476 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Coeficiente de ortotropia :

$$k = \frac{475,60}{832,1} = 0,571$$

Considerando o momento M_{x_R} , descontando a parcela mobili-
zada pelo peso próprio, teremos :

$$M_{x_R} = 832 - 17,8 = 814,2 \text{ kg m}$$

A carga de ruptura calculada pela expressão (3.2) é :

$$P = \frac{814,2 (0,875 \times 2,5 + 0,375 \times 0,572 \times 1,25)}{3 \times 0,375 \times 0,875} =$$

$$= 2030,5 \text{ kgf/roda}$$

No total, teremos :

$$2030,5 \times 6 = 12183 \text{ kgf} = 12,183 \text{ t}$$

Resultado fotográfico

As fotografias, desde a fase inicial da montagem, mostran-
do o sistema de aplicação de cargas, a situação dos aparelhos -
de medida, os defletômetros, e os aparelhos de aplicação da car-
ga ; o surgimento das primeiras fissuras, e estágios intermedi-
ários, até a ruptura, em especial estas últimas que comprovam -
as hipóteses em que nos baseamos, vão apresentadas a seguir.

4.3.2 - Laje isolada - número 2

Laje retangular simplesmente apoiada nas quatro bordas, - com relação entre os lados igual a dois.

Esta laje, idêntica a anterior, em dimensões e armaduras, apresentou as primeiras fissuras para carga entre 2 e 3 toneladas, e carga de ruptura igual a 10,1 toneladas.

A flecha média, no centro do modelo foi de 2,9 cm.

Gráfico

O gráfico 4.3.II dá o desenvolvimento do ensaio.

Momento de ruptura real

A série de corpos de prova de concreto moldados vai do número 199 ao 206. A tensão de ruptura à compressão média desse - concreto, por ocasião do ensaio da laje foi de $\sigma_R = 409 \text{ kgf/cm}^2$.

A tensão de escoamento do aço, igual a

$$\sigma_e = 6250 \text{ kgf/cm}^2$$

A espessura média deste modelo é de 5,2 cm.

Momento na direção x

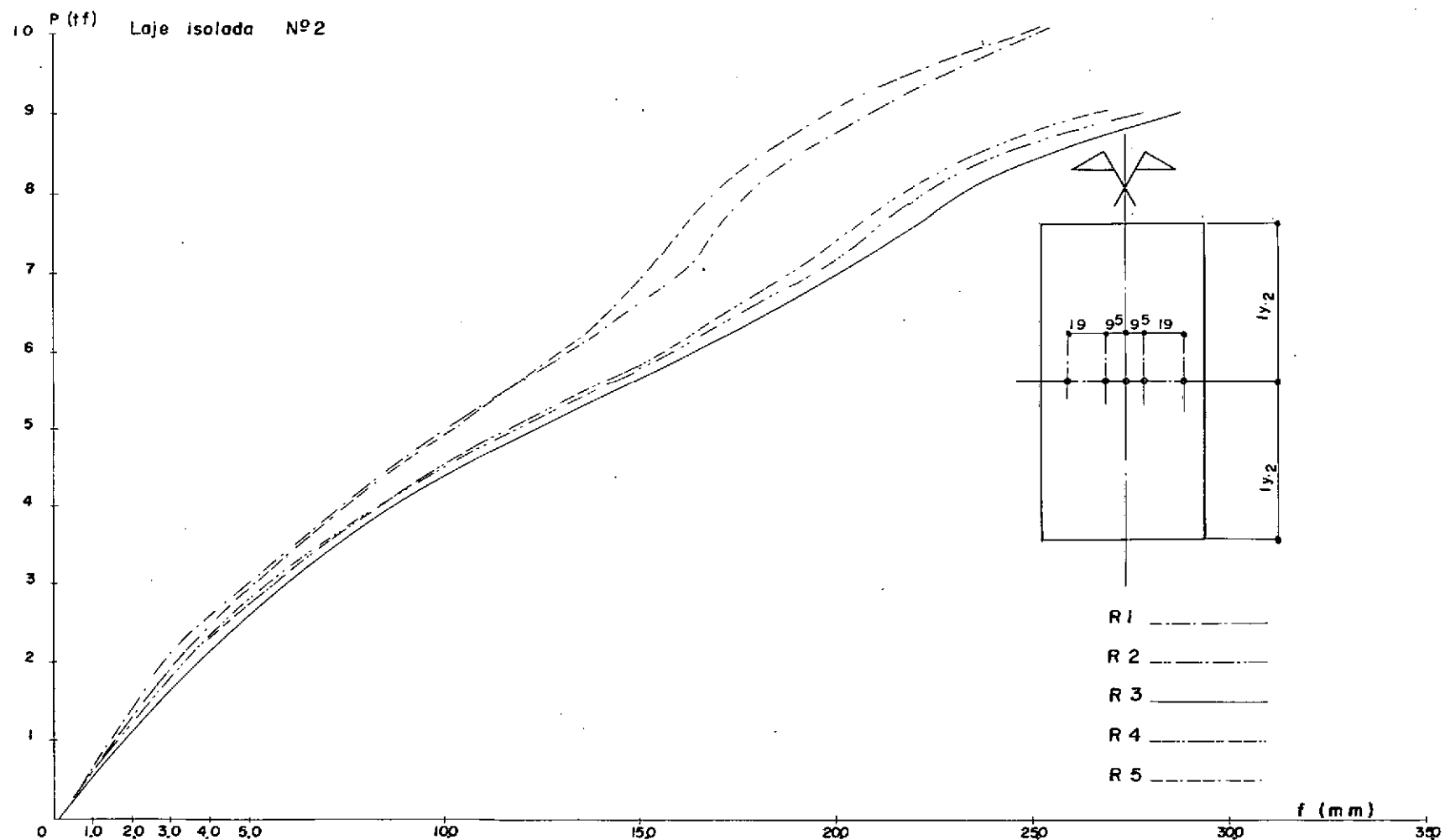
A distância da linha neutra é :

$$x = \frac{2,56 \times 6250}{100 \times 409} = 0,391 \text{ cm}$$

A altura útil h_x igual a :

$$h_x = 4,7 \text{ cm}$$

Gráfico 4-3-II Curva carga_flecha



O momento de ruptura é :

$$\begin{aligned} M_{x_R} &= 100 \times 0,391 \times 409 (4,7 - 0,195) = \\ &= 72043 \text{ kg cm} = 720,43 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Momento na direção y

Altura útil na direção y :

$$h_y = 4,7 - 0,625 = 4,075 \text{ cm}$$

A distância da linha neutra é :

$$x = \frac{1,64 \times 6250}{100 \times 409} = 0,250 \text{ cm}$$

O momento de ruptura é :

$$\begin{aligned} M_{y_R} &= 100 \times 0,250 \times 409 (4,075 - 0,125) = \\ &= 40388 \text{ kg cm} = 403,88 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Coeficiente de ortotropia:

$$k = \frac{403,88}{720,43} = 0,56$$

Descontando a parcela devida ao peso próprio :

$$M_{x_R} = 720,43 - 15,8 = 704,63 \text{ kgm}$$

A carga de ruptura é :

$$\begin{aligned} P &= \frac{704,63 (0,875 \times 2,5 + 0,375 \times 0,56 \times 1,25)}{3 \times 0,375 \times 0,875} = \\ &= 1753,69 \text{ kgf/roda} \end{aligned}$$

No total, teremos :

$$1753,7 \times 6 = 10522 \text{ kgf} = 10,52 \text{ t.}$$

Resultado fotográfico

Como podemos observar, tivemos a confirmação da configuração de ruptura.

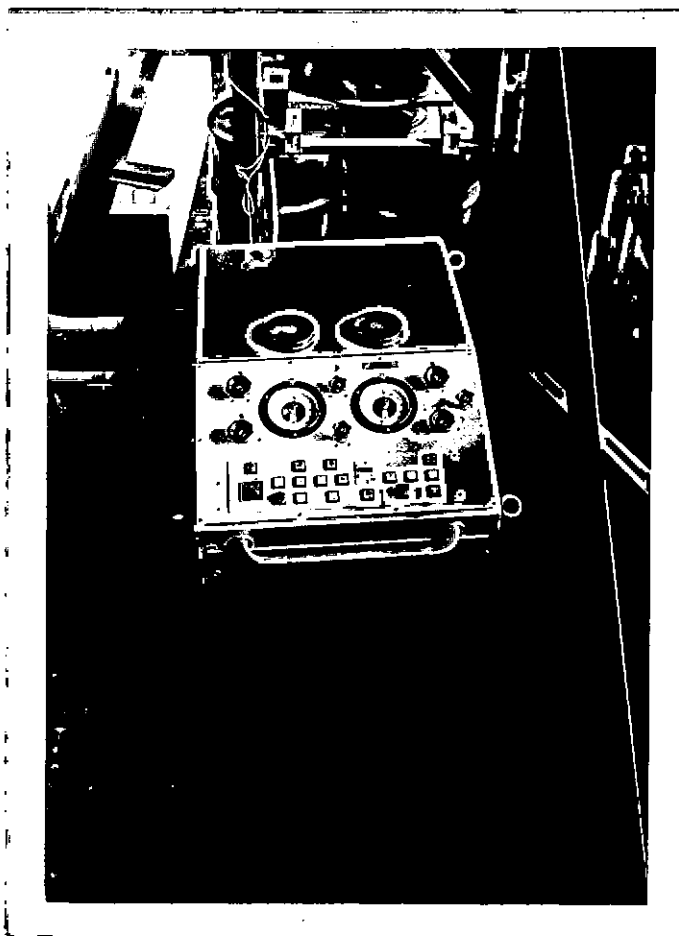


foto 5

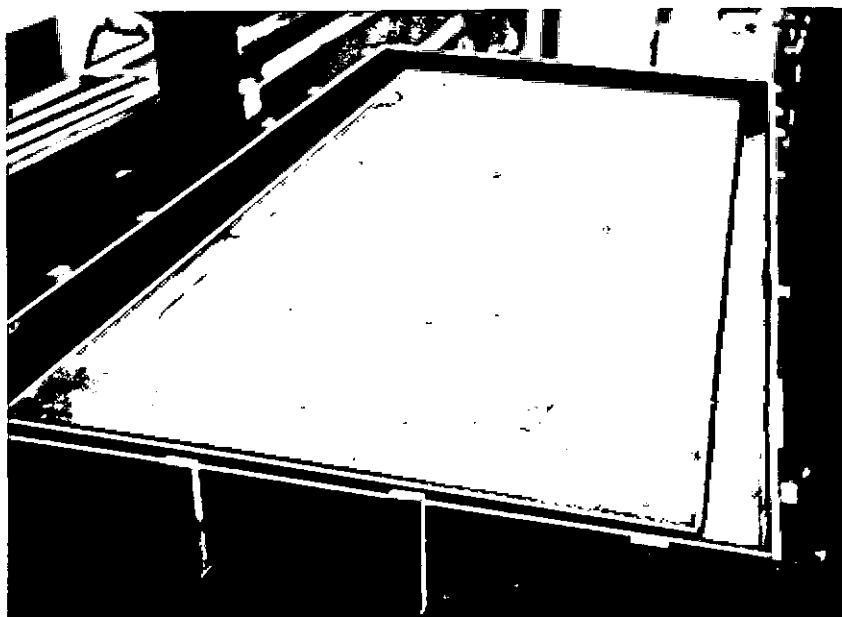


foto 6

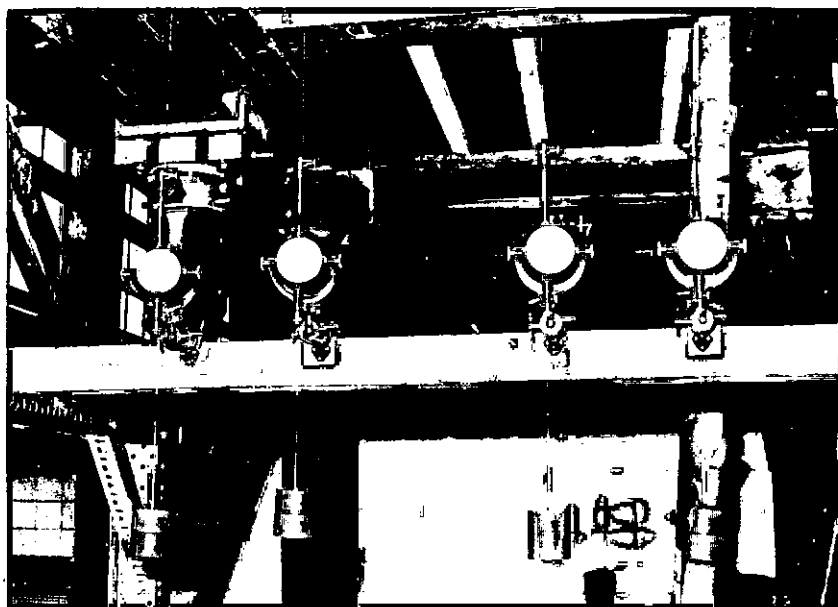


foto 7



foto 8

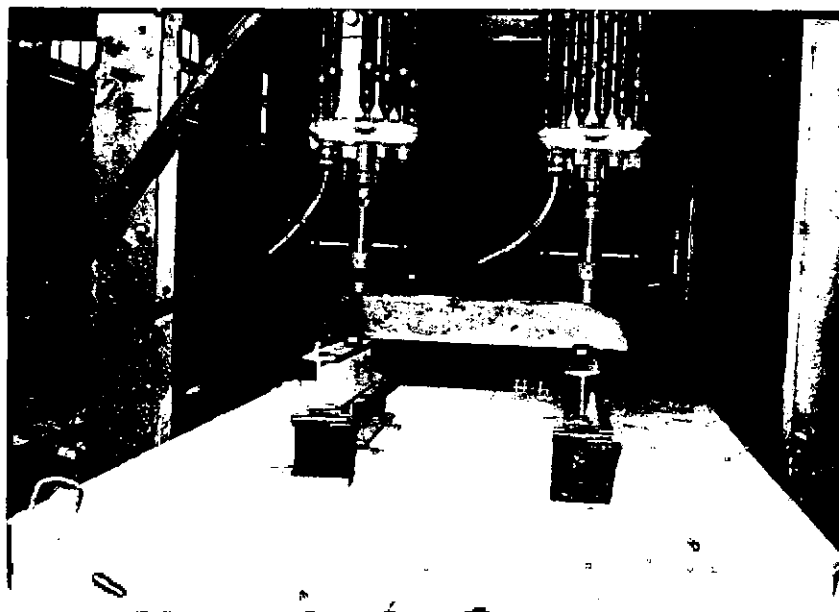


foto 9

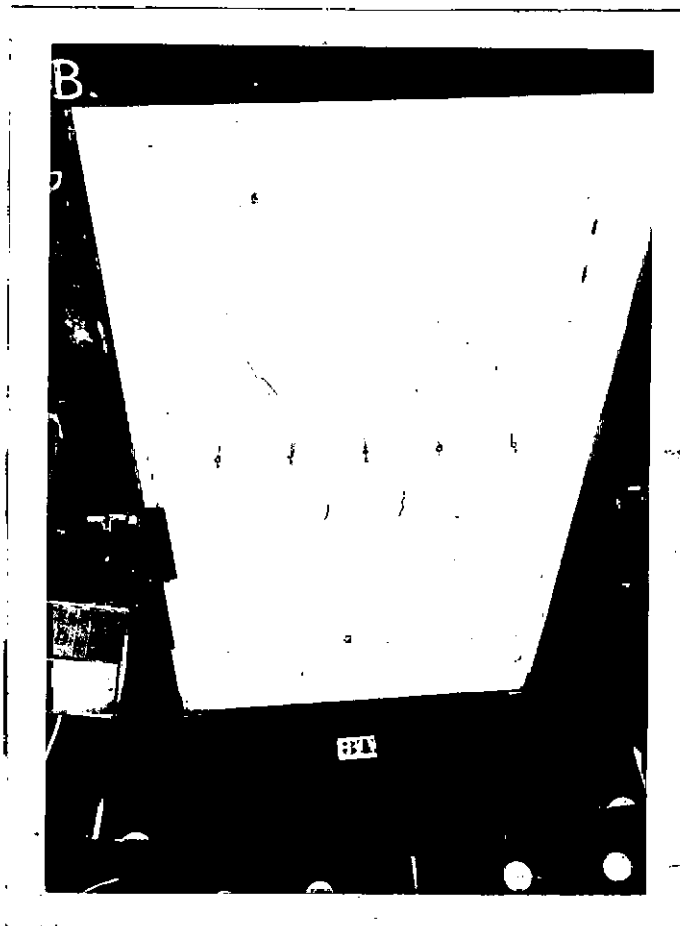


foto 10



foto 11

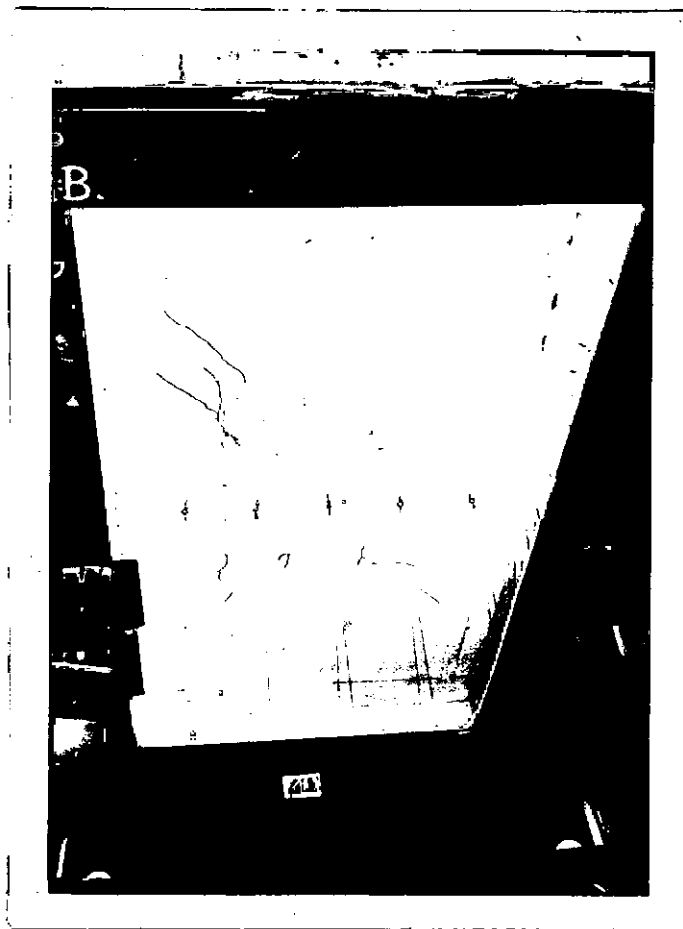


foto 12



foto 13



foto 14

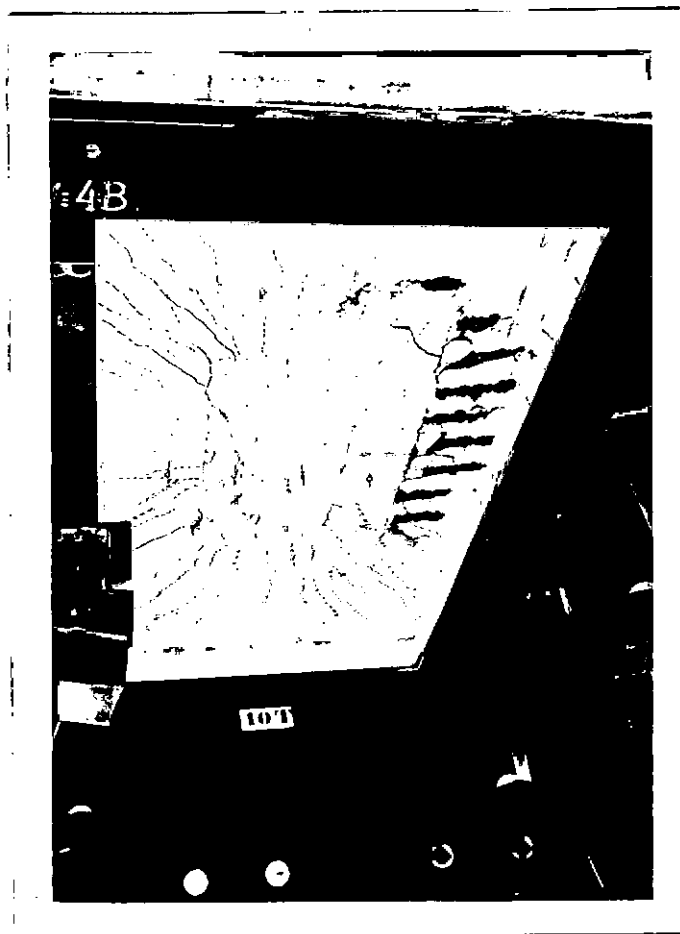


foto 15

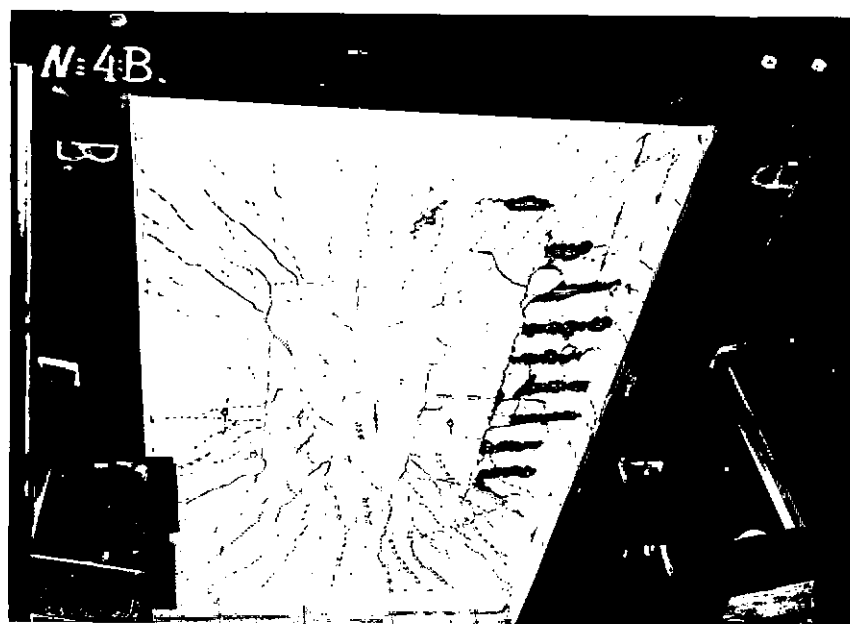


foto 16

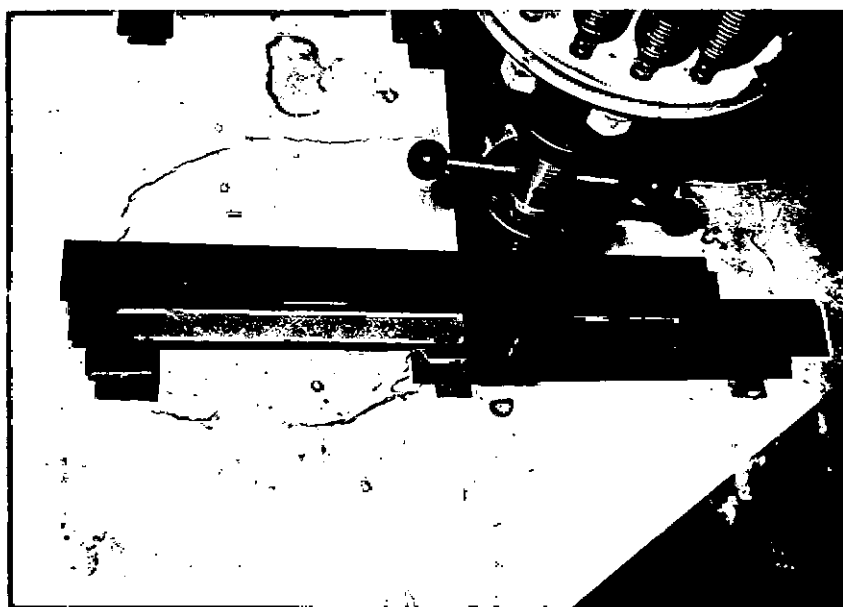


foto 17

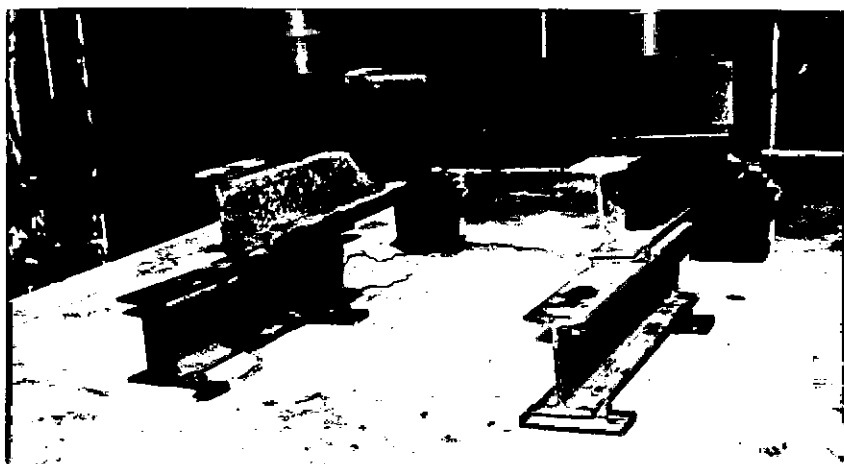


foto 18

4.3.3 - Laje isolada - número 3

Laje quadrada simplesmente apoiada nas quatro bordas.

A carga de colapso desta laje foi de 16,5 t , tendo apresentado uma flecha, no meio, igual a 2,6 cm. O gráfico número - 4.3.III mostra a evolução das flechas nos pontos indicados.

Esta laje foi levada à destruição total, com ruptura da armadura, o que nos fará considerar nesta análise a tensão de ruptura do aço, e não a de escoamento, que apresentaram, respectivamente, os valores 8800 kgf/cm^2 e 6650 kgf/cm^2 .

A tensão média de ruptura à compressão dos corpos de prova de concreto foi de $R = 437 \text{ kgf/cm}^2$. A espessura média deste modelo foi de 5,7 cm.

Momento na direção x :

Altura útil h_x é

$$h_x = 5,2 \text{ cm}$$

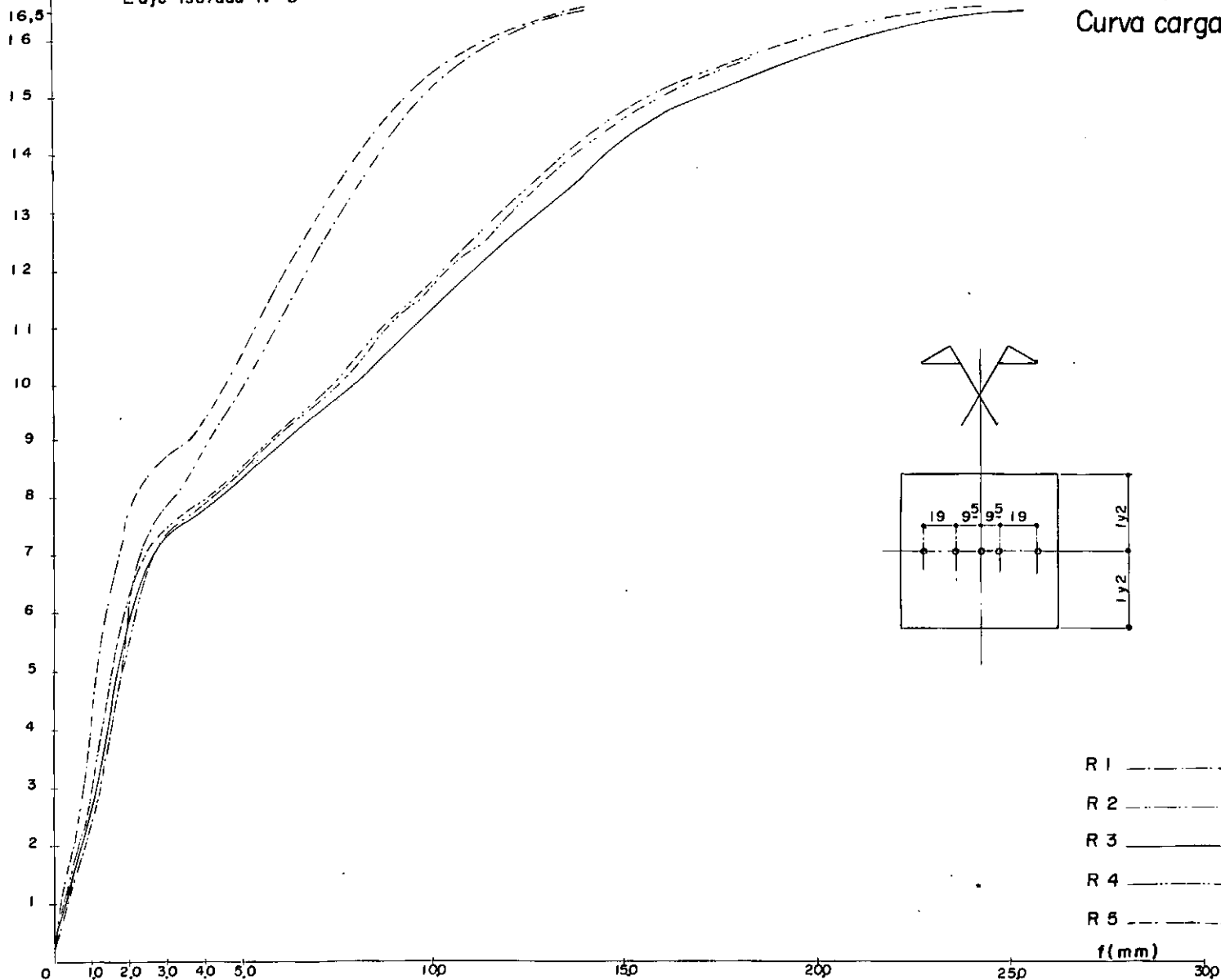
A distância da linha neutra :

$$x = \frac{1,94 \times 8800}{100 \times 437} = 0,391 \text{ cm}$$

P (tf)

Laje isolada Nº 3

Gráfico 4-3-III
Curva carga-flecha



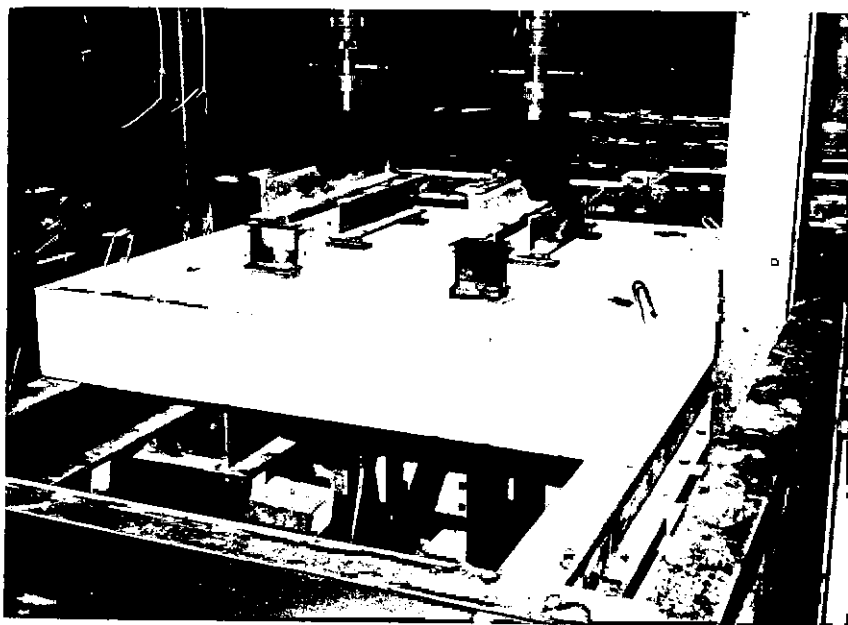


foto 19

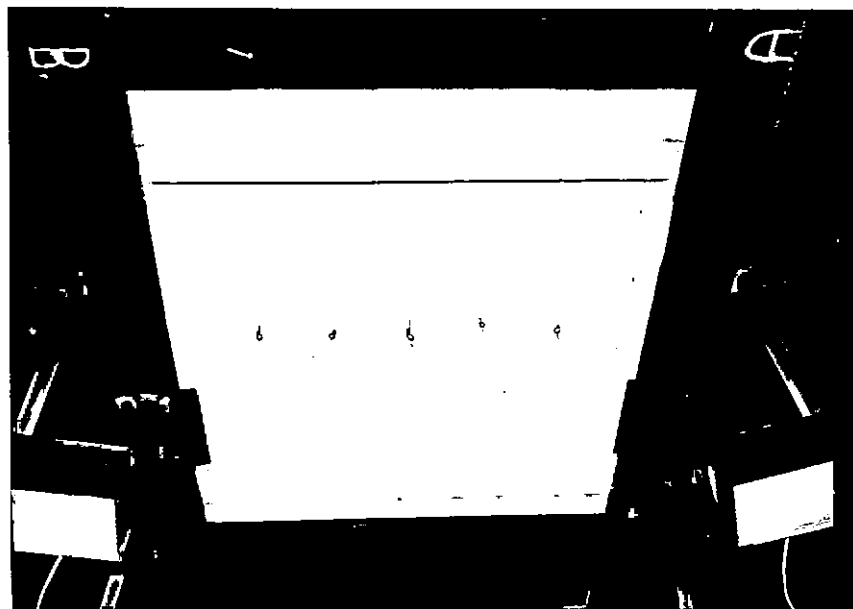


foto 20

O momento de ruptura :

$$M_{x_R} = 100 \times 0,391 \times 437 (5,2 - 0,195) = 85501 \text{ kg cm} = 855 \text{ kg m}$$

Momento na direção y

Altura útil na direção y :

$$h_y = 5,2 - 0,625 = 4,575 \text{ cm}$$

A distância da linha neutra :

$$x = \frac{2,37 \times 8800}{100 \times 437} = 0,477 \text{ cm}$$

O momento de ruptura será :

$$M_{y_R} = 100 \times 0,477 \times 437 (4,575 - 0,239) = 90383 \text{ kg cm} \approx 903,8 \text{ kgm}$$

Coeficiente de ortotropia :

$$k = \frac{903,8}{855} = 1,06$$

Descontando a parcela mobilizada pelo peso próprio,teremos:

$$M_{x_R} = 855 - 8,7 = 846,3 \text{ kgm}$$

A carga de ruptura é :

$$P = \frac{846,3 (0,25 \times 1,25 + 0,375 \times 1,06 \times 1,25)}{3 \times 0,375 \times 0,25} =$$

$$= 2437,6 \text{ kg/roda}$$

No total :

$$2437,6 \times 6 = 14625 \text{ kg} = 14,625 \text{ t}$$

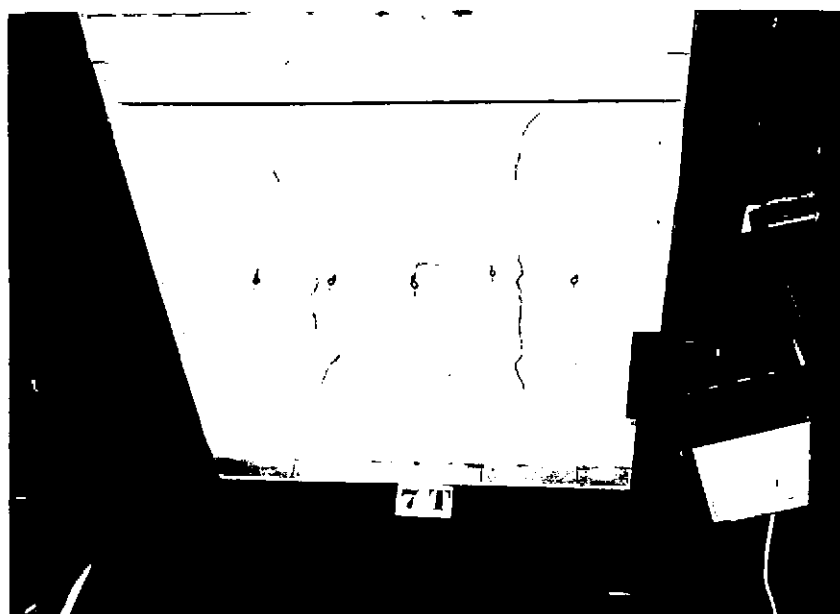


foto 21

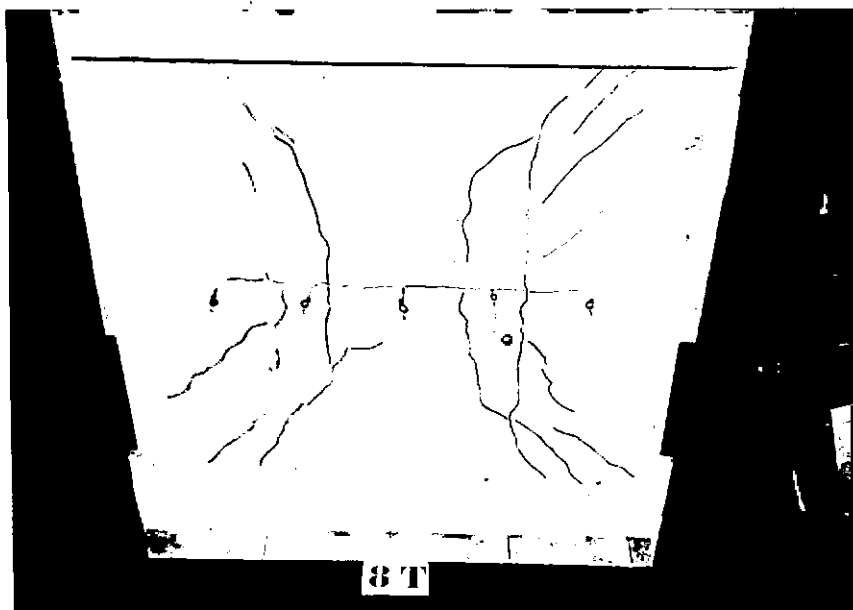


foto 22

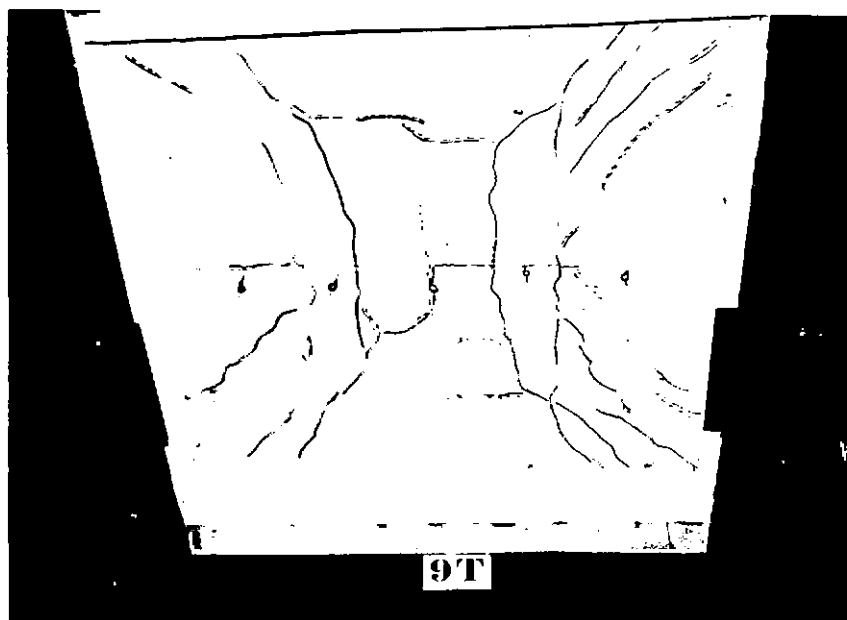


foto 23

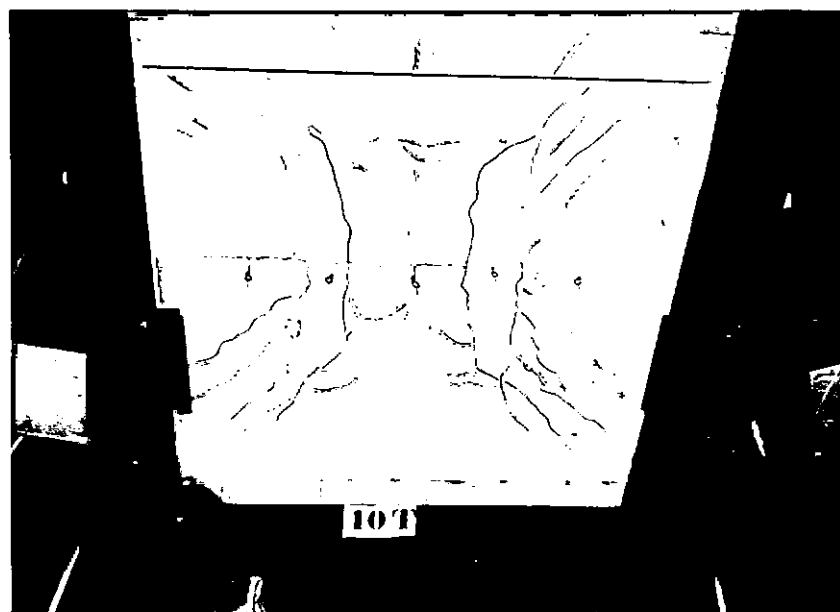


foto 24

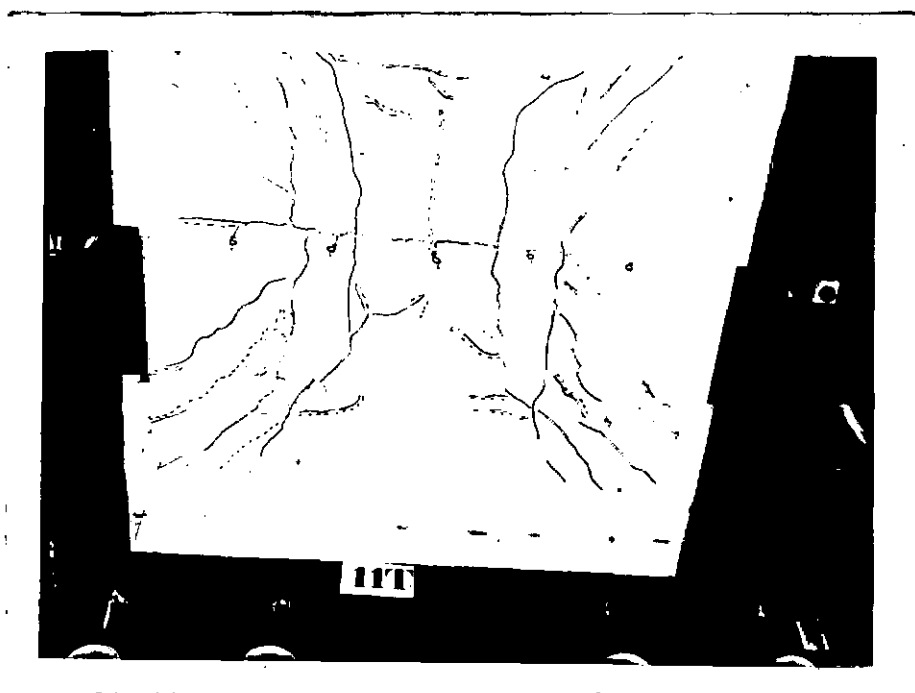


foto 25



foto 26

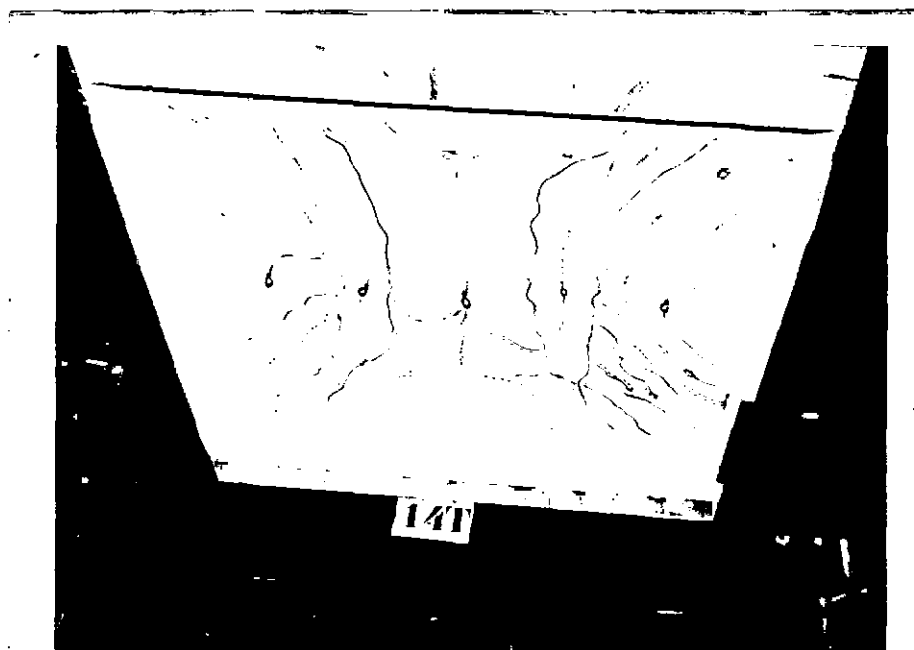


foto 27

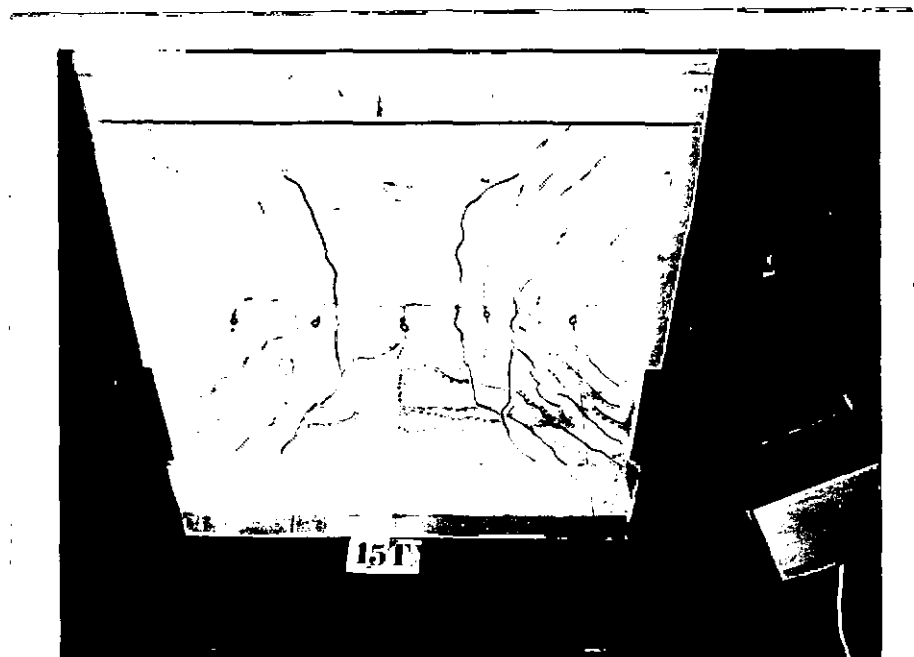


foto 28



foto 29

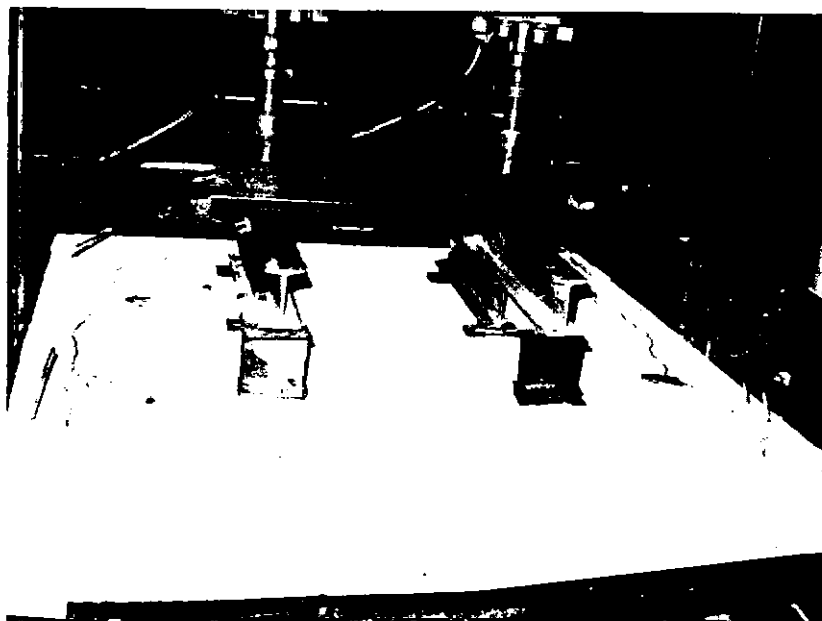


foto 30

4.3.4 - Laje contínua - número 1

Faremos a análise dos resultados partindo da determinação dos esforços reais na continuidade e no meio da laje, nas duas direções.

A tensão de ruptura do concreto utilizado, por ocasião do ensaio foi, $\sigma_R = 377 \text{ kgf/cm}^2$. A tensão de escoamento à tração do aço igual a $\sigma_e = 6650 \text{ kgf/cm}^2$; e, a tensão de escoamento à compressão foi tomada a correspondente a um encurtamento médio de ruptura do concreto de 2,15 mm/m, igual a $\sigma'_e = 4400 \text{ kgf/cm}^2$.

A espessura média da laje é de 5,6 cm.

1. Verificação da estabilidade das secções :

Momento negativo na continuidade

A distância da linha neutra :

$$x = \frac{1,14 \times 6650 - 0,96 \times 4400}{100 \times 377} = 0,089 \text{ cm}$$

Altura útil considerada :

$$h = 5,1 \text{ cm}$$

Distância entre as armaduras comprimida e tracionada :

$$c = 4,6 \text{ cm}$$

Momento negativo :

$$\begin{aligned} Y_R &= 100 \times 0,089 \times 377 \times (5,1 - 0,0445) + 0,96 \times 4400 \times 4,6 = \\ &= 36393 \text{ kg cm} = 363,93 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Momento positivo na direção y

Distância da linha neutra :

$$x = \frac{1,60 \times 6650}{100 \times 377} = 0,282 \text{ cm}$$

Altura útil : $h_y = 5,1 \text{ cm}$ Momento M_{y_R} :

$$M_{y_R} = 100 \times 0,282 \times 377 (5,1 - 0,141) = 52762 \text{ kg cm} = 527,62 \text{ kgm}$$

Momento positivo na direção x

Distância da linha neutra :

$$x = \frac{2,29 \times 6650}{100 \times 377} = 0,404 \text{ cm}$$

Altura útil considerada :

$$h_x = 5,1 - 0,625 = 4,475 \text{ cm}$$

Momento M_{x_R} :

$$M_{x_R} = 100 \times 0,404 \times 377 (4,475 - 0,202) = 65081 \text{ kg cm} = \\ = 650,81 \text{ kg m}$$

2. Pesquisa da carga de ruptura

Descontando do momento negativo a parcela correspondente à carga permanente, temos :

$$Y_R = 363,93 - 4,63 = 359,30 \text{ kg m/m}$$

$$M_{y_0} = 0,8107 \times 4,397 = 3,564 \text{ tm}$$

adotando um momento $Y = \alpha \times M_{y_0} = 0,58 \times 3,564 = 2,067 \text{ tm}$

Teremos para :

$$X_m = \frac{Y \cdot l_x \cdot a}{2 (l_y \cdot b + a \cdot k \cdot l_x)} = \frac{2,067 \times 5 \times 1,5}{2(1 \times 5 + 1,5 \times 0,8107 \times 5)} = 0,699 \text{ tm/m}$$

Momentos positivos finais, devidos à carga concentrada :

$$M_x = M_{x_0} - X_m = 4,397 - 0,699 = 3,697 \text{ tm/m}$$

$$M_y = 3,697 \times 0,8107 = 2,997 \text{ tm/m}$$

Considerando que não haveria possibilidade de se aumentar o peso próprio, foi levado em conta para este carregamento o coeficiente de segurança 1.

Teremos para momentos de ruptura no protótipo :

$$Y_R = 1 \times 0,296 + 2,73 \times 2,067 = 5,939 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_R} = 1 \times 0,444 + 2,73 \times 2,997 = 8,626 \text{ tm/m}$$

$$M_{x_R} = 1 \times 0,584 + 2,73 \times 3,697 = 10,677 \text{ tm/m}$$

No modelo :

$$Y_R = \frac{1,00 \times 0,296}{64} + \frac{2,78 \times 2,067}{16} = 363,663 \text{ kgm/m}$$

que corresponderá, no protótipo, ao momento :

$$Y_R = 359,22 \times 16 \times \frac{2,73}{2,78} = 5,645 \text{ tm/m}$$

A este momento corresponderá o momento positivo M_{y_0} :

$$M_{y_0} = \frac{5,645}{0,58 \times 2,73} = 3,564 \text{ tm/m}$$

e

$$M_{x_0} = \frac{3,565}{0,8107} = 4,398 \text{ tm/m}$$

A carga P corresponderá a :

$$P = \frac{4,398 \times (5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,8107)}{3 \times 1,5 \times 1,0} = 10,826 \text{ t}$$

que corresponde a um veículo pesado de :

$$10,826 \times 6 = 64,956 \text{ t}$$

3. Verificação :

Seja calcular os esforços para um veículo de 6 rodas com um peso de 64,956 t com os eixos dispostos da mesma forma que o veículo da classe I da N.B.-6.

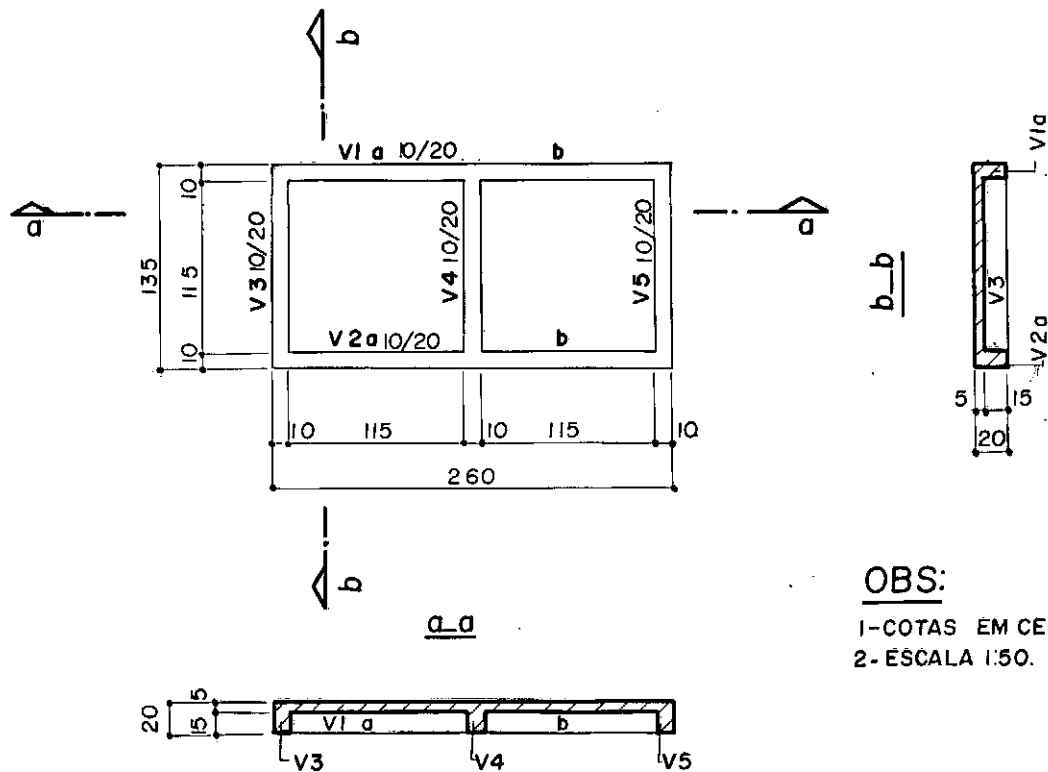
Os momentos na laje simplesmente apoiada, de $5 \times 5 \text{ m}^2$ seriam
coeficiente de ortotropia $k = 0,8107$

$$M_{x_0} = \frac{3 P a b}{b l_y + a k l_x} = \frac{3 \times \frac{64,956}{6} \times 1,5 \times 1}{1 \times 5 + 1,5 \times 0,8107 \times 5} =$$

$$= 4,397 \text{ tm}$$

e

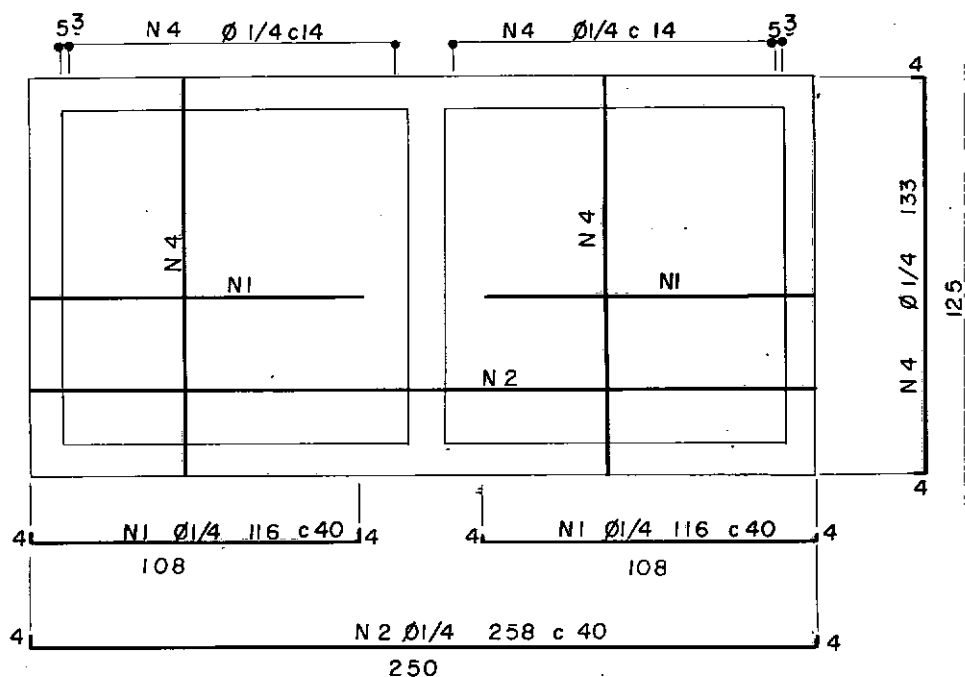
PLANTA



OBS:

- 1-COTAS EM CENTIMETROS.
- 2- ESCALA 1:50.

Armação positiva



OBS:

1 - COTAS EM CM.

2 - ESC. 1:50

Armação negativa

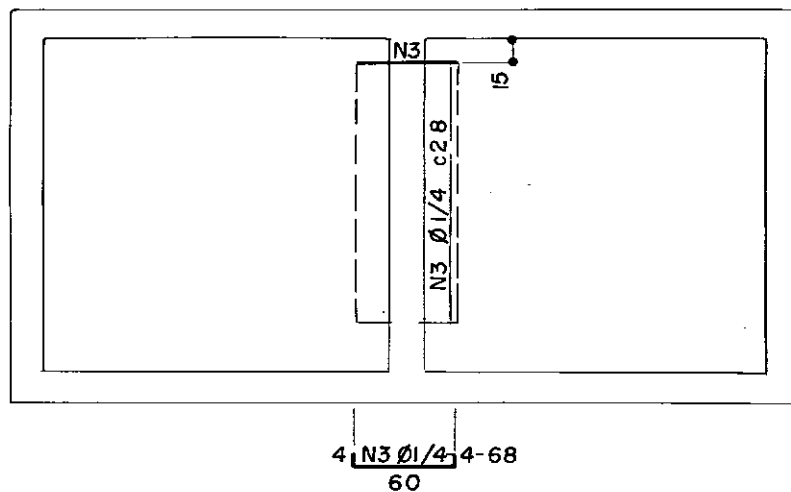
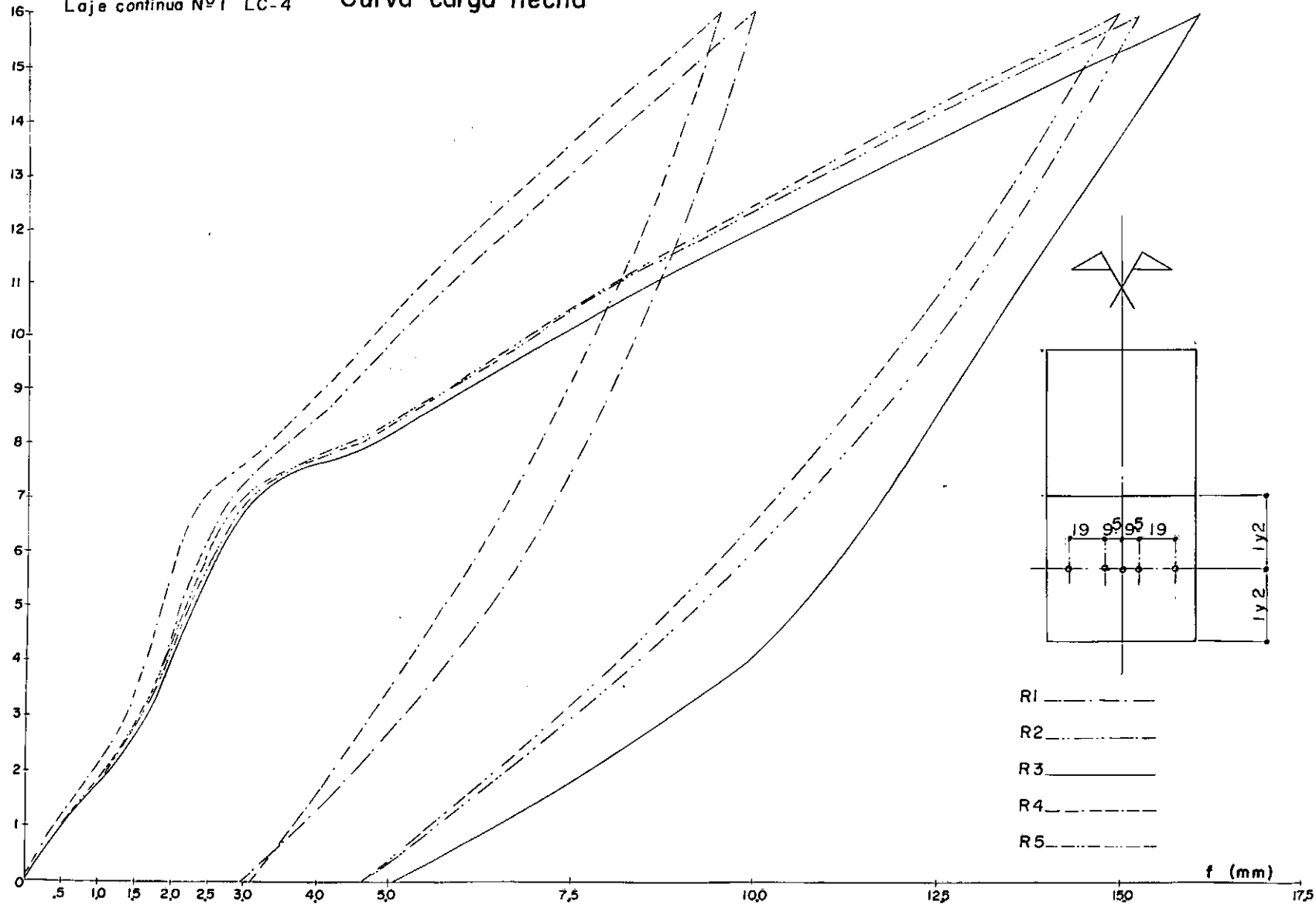


Gráfico 4-3-IV
Curva carga-flecha

P (tf)
Laje continua Nº 1 LC-4



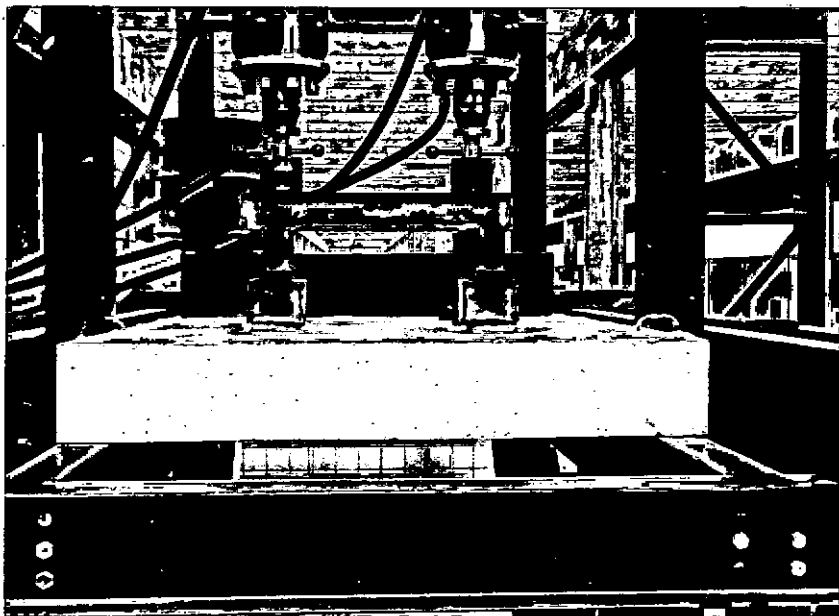


foto 31

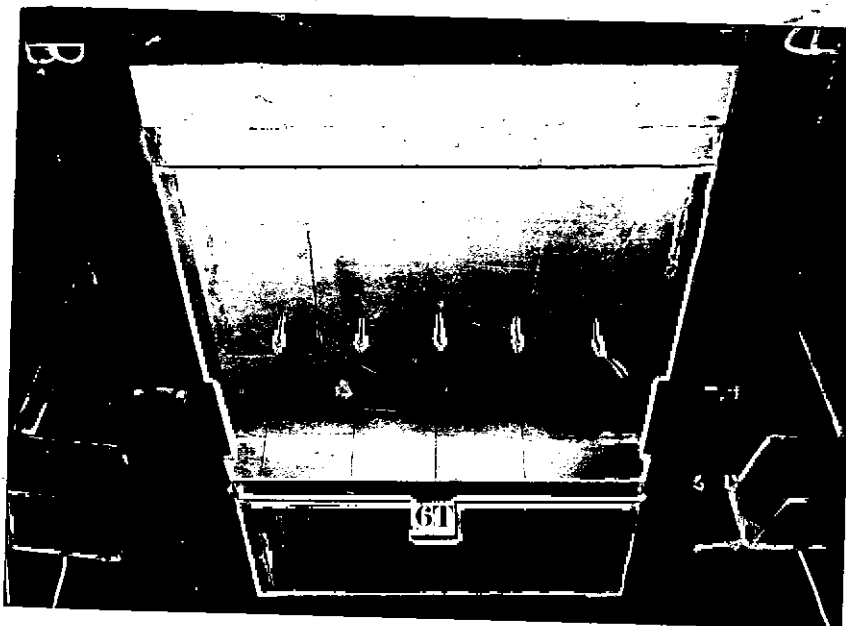


foto 32

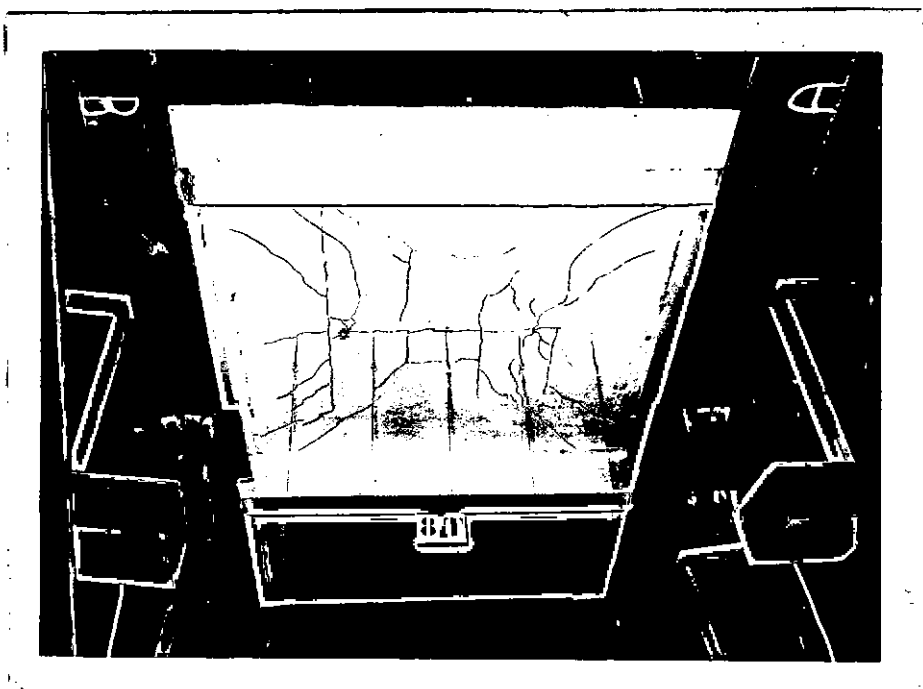


foto 33

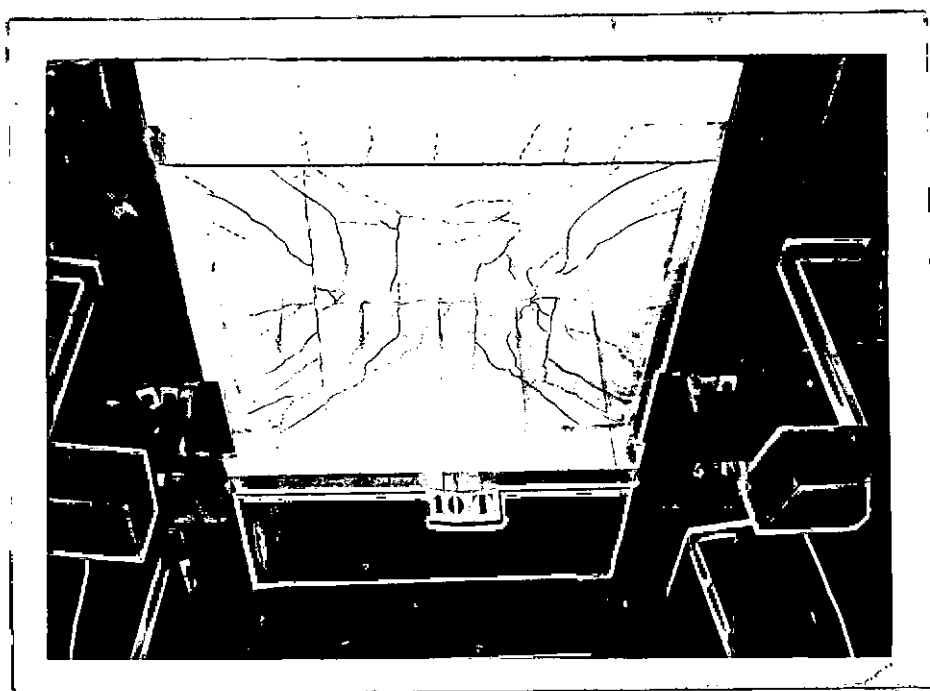


foto 34.

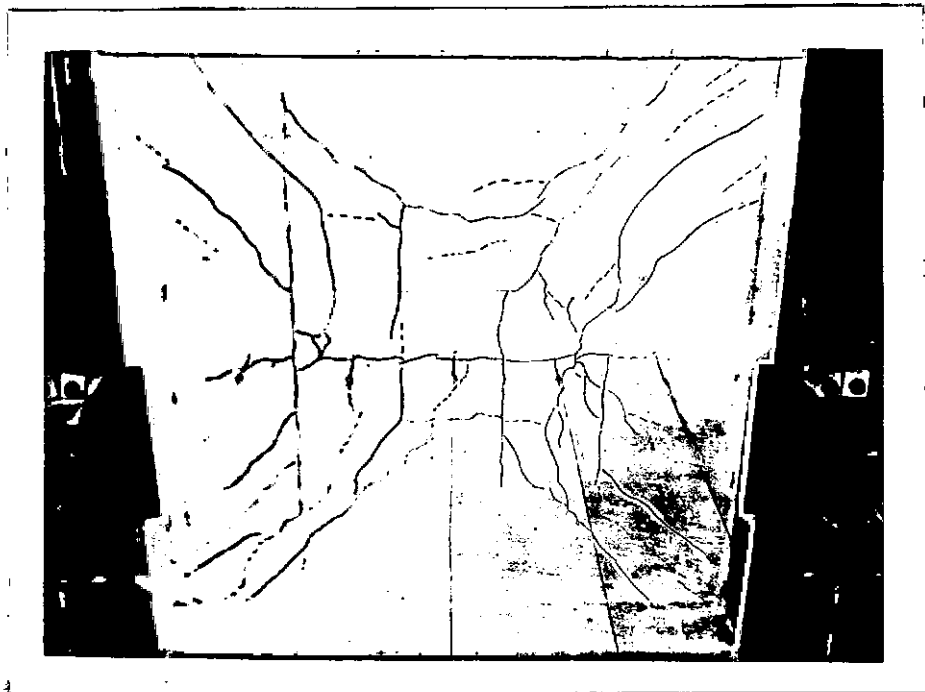


foto 35

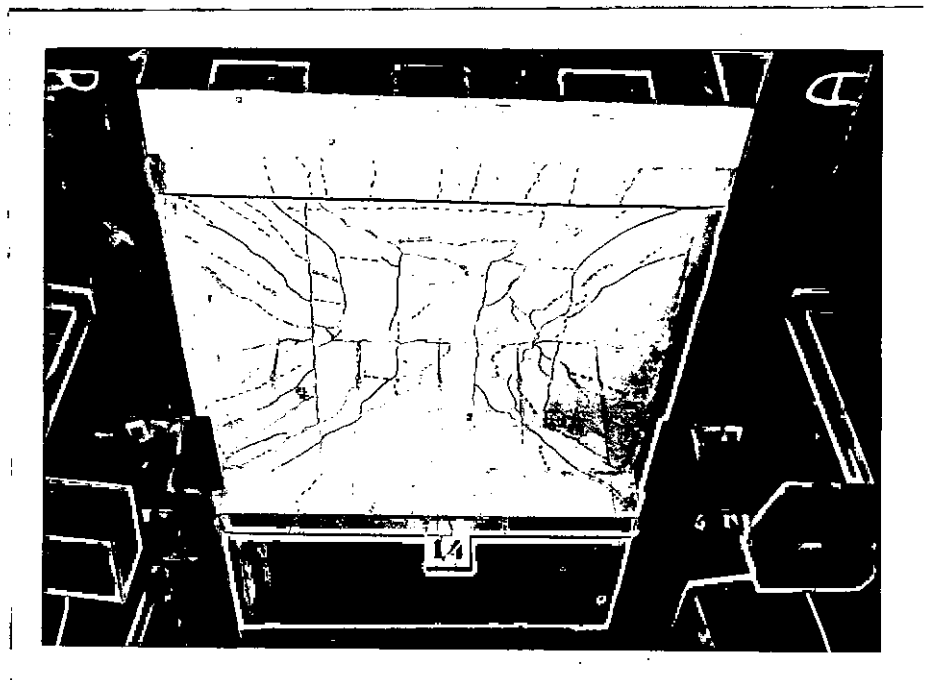


foto 36

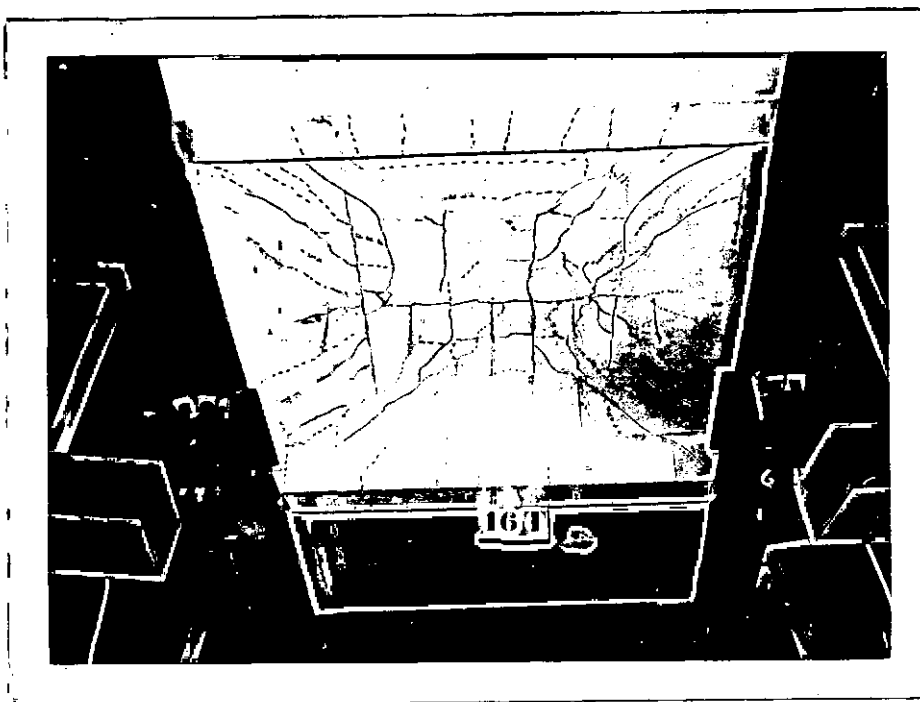


foto 37

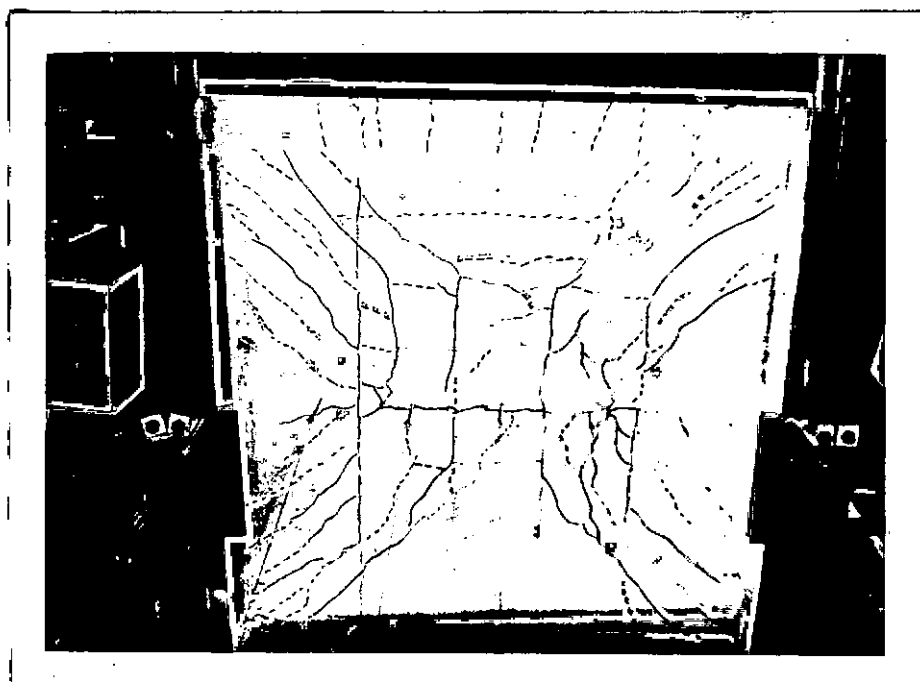


foto 38

$$M_{yR} = \frac{1,00 \times 0,444}{64} + \frac{2,78 \times 2,997}{16} = 527,516 \text{ kgm/m}$$

$$M_{xR} = \frac{1,00 \times 0,584}{64} + \frac{2,78 \times 3,697}{16} = 651,294 \text{ kgm/m}$$

Carga de ruptura prevista para ser aplicada no modelo :

$$\frac{64,956}{16} \times 2,78 = 11,3 \text{ t}$$

A carga de ruptura foi, na realidade, 16 t, apresentando uma flecha média de 1,6 cm.

4.3.5 - Laje contínua - número 2

1. Verificação da estabilidade das secções :

A tensão média de ruptura à compressão do concreto é de $\sigma_R = 395 \text{ kgf/cm}^2$. A tensão de escoamento do aço à tração é $\sigma_e = 6650 \text{ kgf/cm}^2$ e à compressão, igual a $\sigma'_e = 4400 \text{ kgf/cm}^2$. A espessura média deste modelo é 4,0 cm.

Momento negativo na continuidade

armadura de tração $-S_f = 1,88 \text{ cm}^2/\text{m}$

armadura de compressão : $-S_f = 0,79 \text{ cm}^2/\text{m}$

distância da linha neutra :

$$x = \frac{1,88 \times 6650 - 0,79 \times 4400}{100 \times 368} = 0,245 \text{ cm}$$

Altura útil :

$$h = 3,5 \text{ cm}$$

Momento de ruptura :

$$\begin{aligned} Y_R &= 100 \times 0,245 \times 395 (3,5 - 0,122^5) + 0,79 \times 4400 \times 2,88 = \\ &= 32727 + 10010 = 42738 \text{ kg cm} = 427,38 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Momento positivo na direção x

armadura de tração : $S_f = 2,56 \text{ cm}^2/\text{m}$

distância da linha neutra :

$$x = \frac{2,56 \times 6650}{100 \times 395} = 0,431 \text{ cm}$$

altura útil : $h_x = 3,5 \text{ cm}$

Momento de ruptura :

$$\begin{aligned} M_{xR} &= 100 \times 0,431 \times 395 (3,5 - 0,215^5) = 55906 \text{ kg cm} = \\ &= 559,06 \text{ kg m} \end{aligned}$$

Momento positivo na direção y

armadura de tração : $S_f = 2,37 \text{ cm}^2/\text{m}$

distância da linha neutra :

$$x = \frac{2,37 \times 6650}{100 \times 395} = 0,399 \text{ cm}$$

Altura útil : $h_y = 2,875 \text{ cm}$

Momento de ruptura :

$$\begin{aligned} M_{y_R} &= 100 \times 0,399 \times 395 (2,875 - 0,199^5) = 42175 \text{ kg cm} \\ &= 421,75 \text{ kg m} \end{aligned}$$

2. Pesquisa da carga de ruptura

Momento negativo, descontada a parcela mobilizada pelo peso próprio :

$$427,38 - 4,30 = 423,08 \text{ kgm/m}$$

No protótipo corresponderá a :

$$Y_R = 423,08 \times 16 \times \frac{2,73}{2,78} = 6647,53 \text{ kgm/m} = 6,648 \text{ tm/m}$$

Momento positivo correspondente :

$$M_{y_0} = \frac{6,648}{0,7995 \times 2,73} = 3,046 \text{ tm/m}$$

$$M_{x_0} = \frac{3,046}{0,754} = 4,039$$

A carga P correspondente será :

$$P = \frac{4,039 (5 \times 1 + 5 \times 1,5 \times 0,754)}{3 \times 1,5 \times 1,0} = 9,564 \text{ t}$$

que corresponde a um veículo pesado de

$$9,564 \times 6 = 57,385 \text{ t}$$

3. Verificação

Seja calcular os esforços para um veículo de 6 rodas com um peso de 57,385 t com os eixos dispostos da mesma forma que o veículo da classe I da N.B.-6.

Momentos na laje como simplesmente apoiada :

$$M_{x_0} = \frac{3 P a b}{b l_y + a k l_x} = \frac{3 \times \frac{57,385}{6} \times 1,5 \times 1,0}{1 \times 5 + 1,5 \times 0,754 \times 5} =$$

$$= 4,039 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_0} = 0,754 \times 4,039 = 3,046 \text{ tm/m}$$

Momento negativo adotado :

$$Y = \alpha \cdot M_{y_0} = 0,7995 \times 3,046 = 2,435 \text{ tm/m}$$

Parcela corretiva do momento positivo :

$$X_m = \frac{2,435 \times 5 \times 1,5}{2(1 \times 5 + 1,5 \times 0,754 \times 5,0)} = 0,857 \text{ tm/m}$$

Momentos positivos finais para a carga concentrada :

$$M_{x_m} = M_{x_0} - X_m = 4,039 - 0,857 = 3,182 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_m} = 0,754 \times 3,182 = 2,399 \text{ tm/m}$$

Dimensionamento

Feitas as mesmas considerações que no protótipo anterior, temos :

- Momentos de ruptura no protótipo :

$$Y_R = 1,0 \times 0,275 + 2,73 \times 2,435 = 6,923 \text{ tm/m}$$

$$M_{y_R} = 1,0 \times 0,285 + 2,73 \times 2,399 = 6,834 \text{ tm/m}$$

$$M_{x_R} = 1,0 \times 0,378 + 2,73 \times 3,182 = 9,065 \text{ tm/m}$$

No modelo :

$$Y_R = \frac{1,0 \times 0,275}{64} + \frac{2,78 \times 2,435}{16} = 4,30 + 423,08 = 427,38 \text{ kgm/m}$$

$$M_{y_R} = \frac{1,0 \times 0,285}{64} + \frac{2,78 \times 2,399}{16} = 4,46 + 416,83 = 421,29 \text{ kgm/m}$$

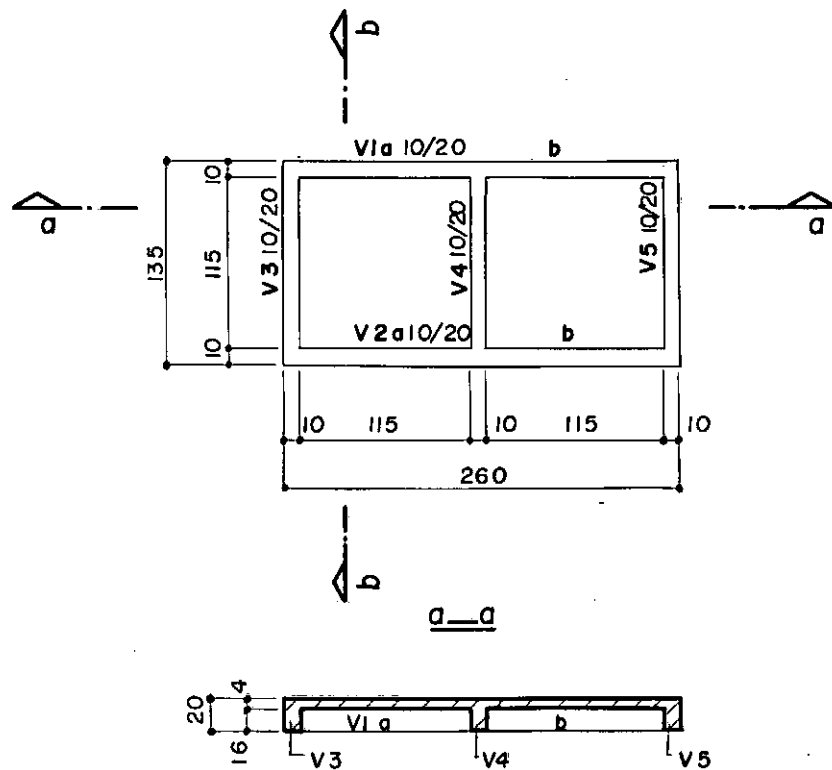
$$M_{x_R} = \frac{1,0 \times 0,378}{64} + \frac{2,78 \times 3,182}{16} = 5,91 + 552,87 =$$

$$= 558,78 \text{ kgm/m}$$

Carga de ruptura prevista para ser aplicada no modelo :

$$\frac{57,385}{16} \times 2,78 = 9,97 \text{ t}$$

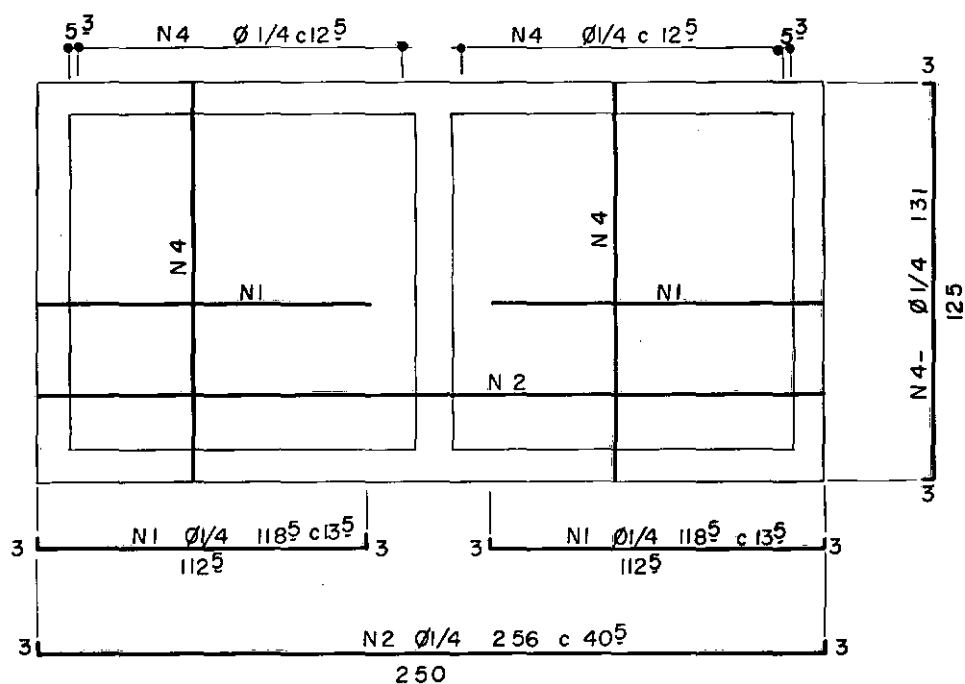
A carga de ruptura foi, na realidade, 10,5 t, sendo a flecha no centro da laje igual a 2,5 cm.



OBS:

- 1-COTAS EM CENTIMETROS.
- 2-ESCALA 1:50

Armação positiva

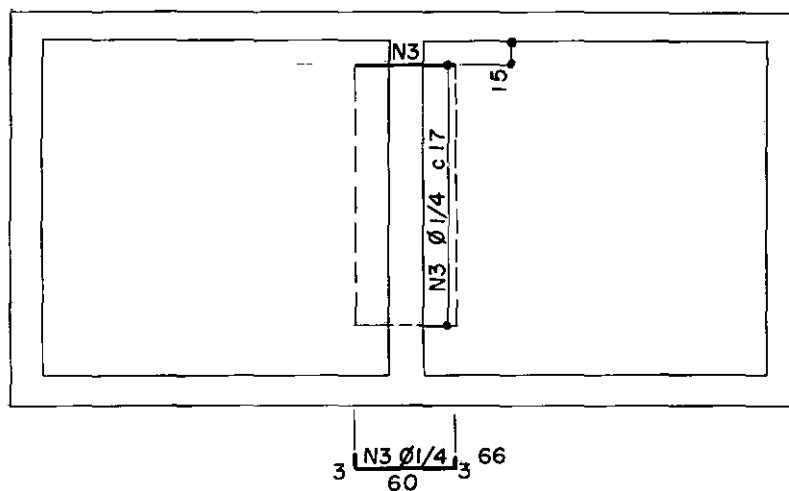


OBS:

1 - COTAS EM CM.

2 - ESC. 1:50

Armação negativa



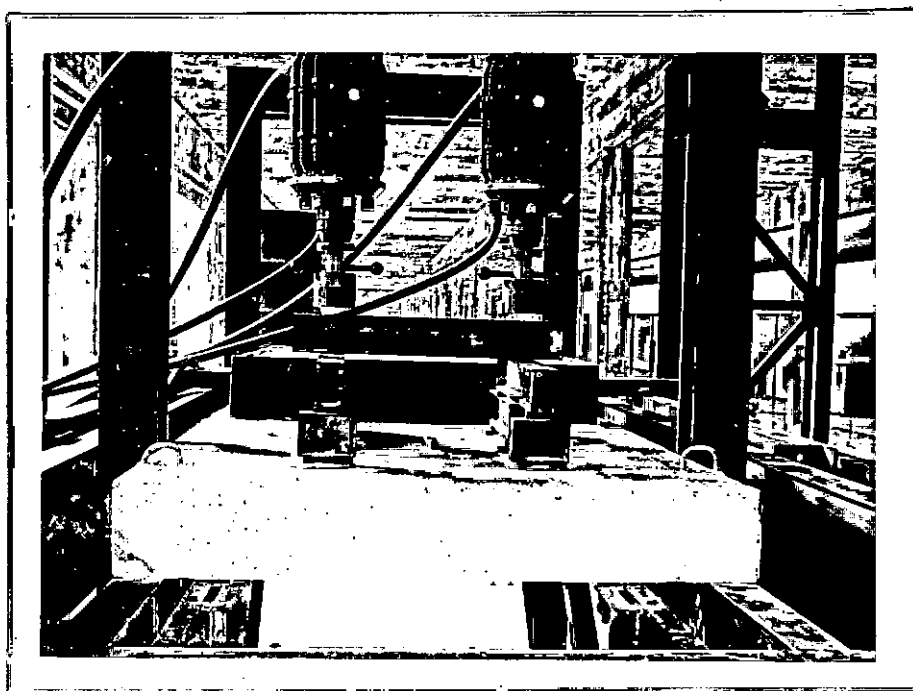


foto 39

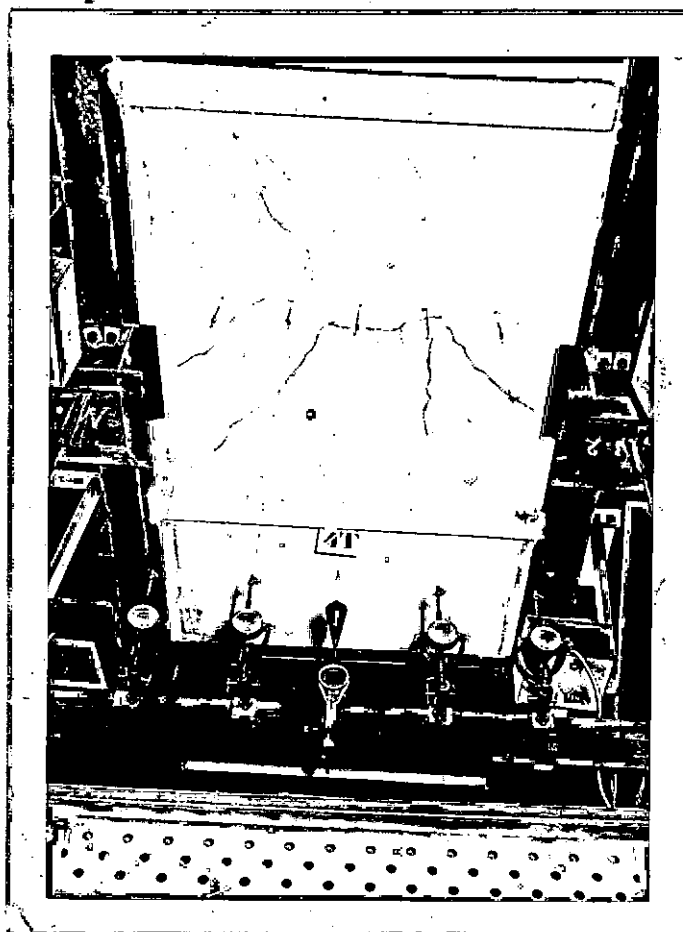


foto 40

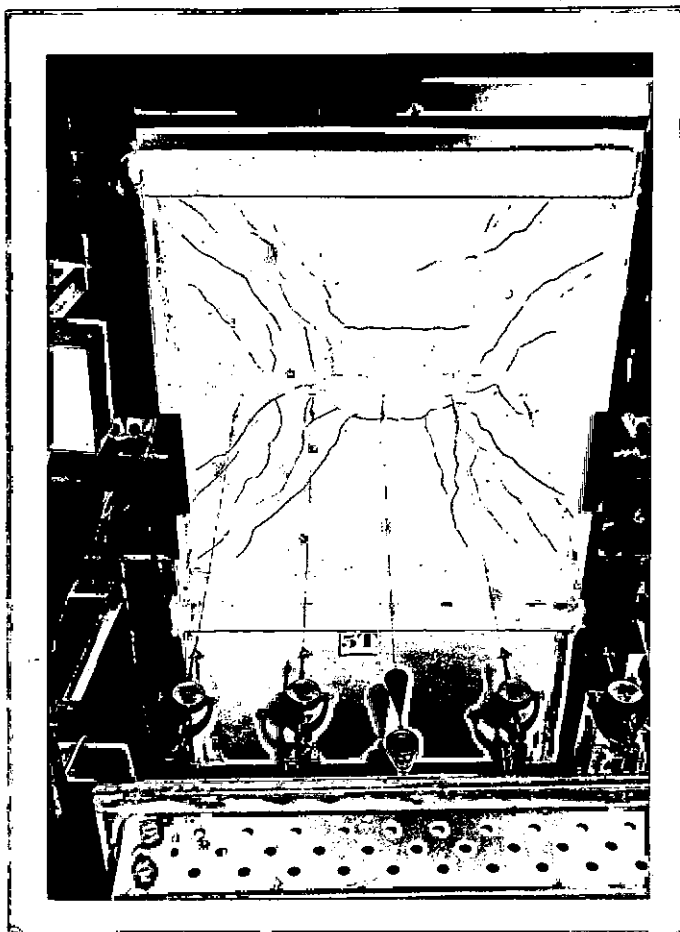


foto 41

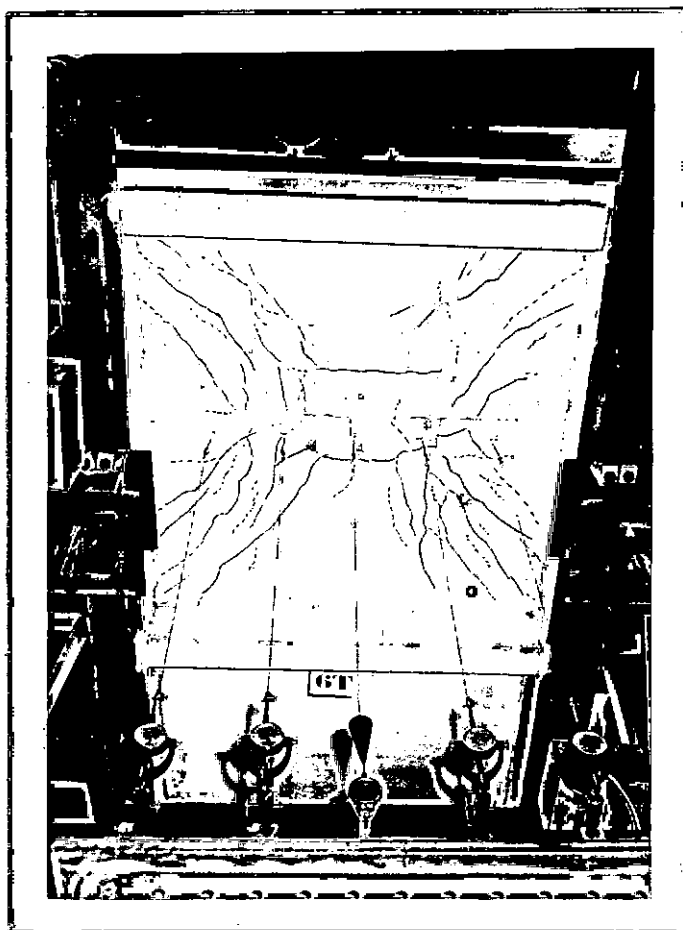


foto 42

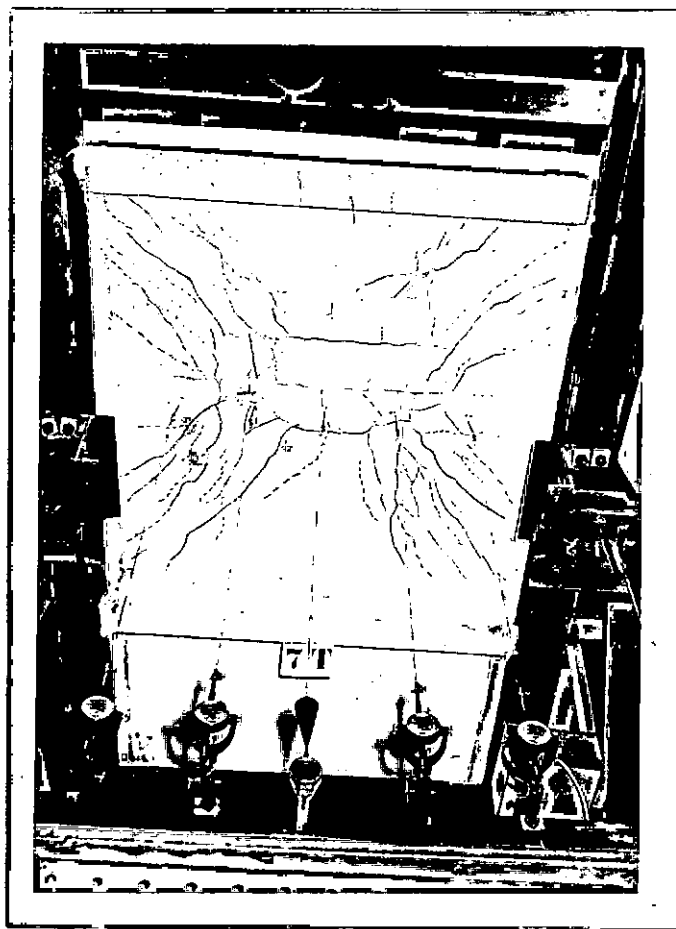


foto 43

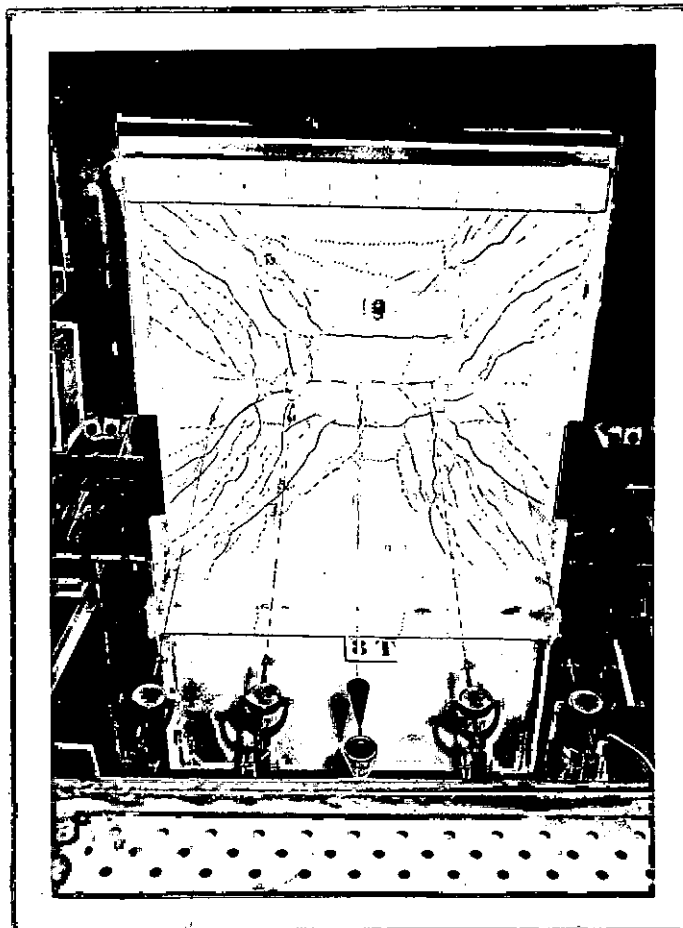


foto 44

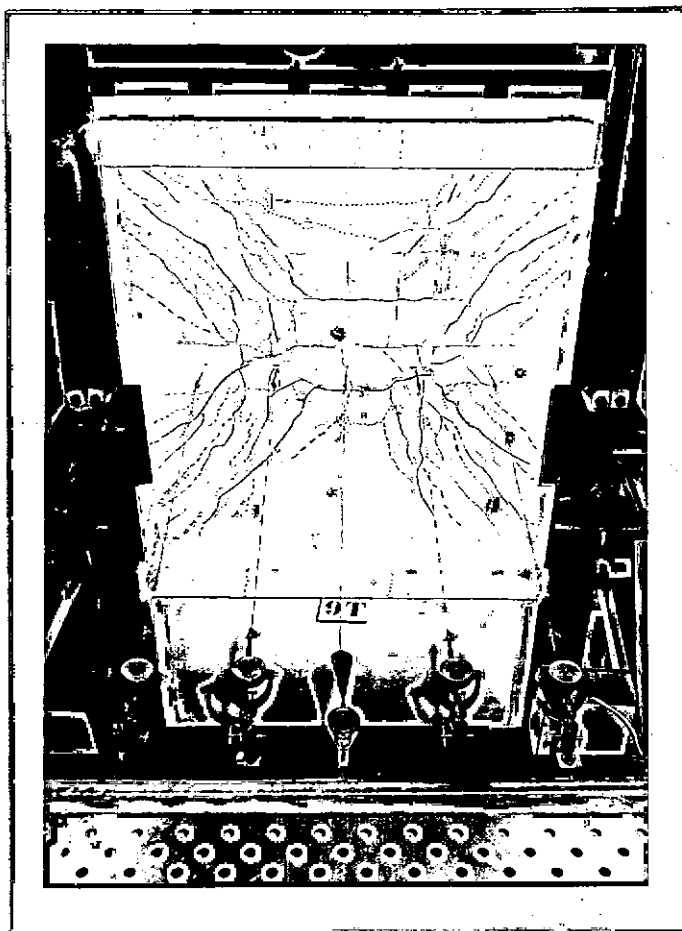


foto 45

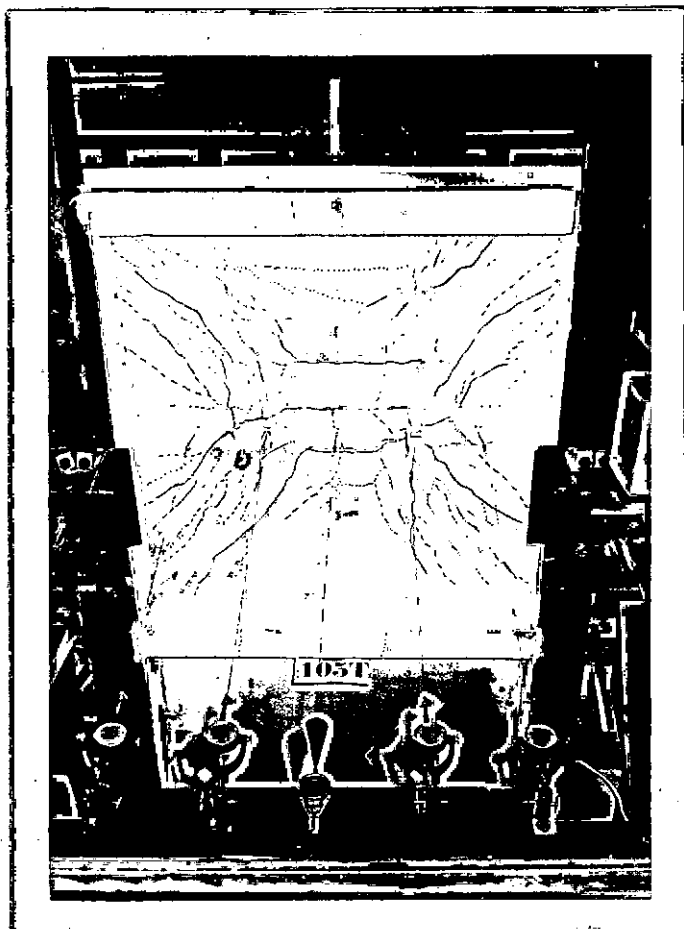


foto 46

4.3.6 - Quadro resumo final

Partindo dos momentos resistentes obtidos da verificação da estabilidade das secções no meio dos vãos, nas duas direcções; e, nos apoios, no caso das lajes contínuas, considerando-se tensões médias para o aço e o concreto, chegamos à carga de colapso prevista pelo método da ruptura.

Em seguida, com esta carga, procedemos ao cálculo dos esforços para o modelo, pelos métodos elástico e da ruptura.

Os resultados a que chegamos permitem uma análise comparativa dos três métodos empregados.

Na última coluna do quadro resumo apresentamos a carga de ruptura observada, isto é, a que realmente ocorreu.

Observa-se que, em alguns casos, a carga calculada e a observada são, praticamente, iguais; diferindo, em outros, à favor da segurança.

L A J E				
T I P O	D I M E N S Õ E S (cm)			Nº
	Larg.	Compr.	Espes.	
Isolada $\rho = 2$	125,0	250,0	5,9	1
Isolada $\rho = 2$	125,0	250,0	5,2	2
Isolada $\rho = 1$	125,0	125,0	5,7	3
Contínua $\rho = 1$	125,0	125,0	5,6	4
Contínua $\rho = 1$	125,0	125,0	4,0	5

E S F O R Ç O S D E R U P T U R A						
Laje nº	Calculados a partir de:			Momentos do dimen sionamen to (kgm/m)	Carga de Ruptura prevista (tf)	Carga de Ruptura observa- da (tf)
	Hoeland	Rusch	Polillo			
	Momentos (kgm/m)	Momentos (kgm/m)	Momentos (kgm/m)			
1	—	1220	832	832	12,2	11,6
	—	694	475	476		
2	—	1054	720	720	10,5	10,1
	—	599	403	404		
3	—	945	855	855	14,6	16,5
	—	852	905	905		
4	—	613	651	651	11,3	16,0
	—	536	528	528		
	637	1446	364	364		
5	—	541	559	559	10,0	10,5
	—	472	421	422		
	561	1274	427	427		

Obs.: Os momentos estão apresentados na ordem M_{x_R} , M_{y_R} ,
para as lajes isoladas e M_{x_R} , M_{y_R} , Y_R , para as contínuas.

CAPÍTULO 5

Conclusões

A análise pormenorizada dos ensaios realizados, quer por intermédio das fotografias quer pelos resultados numéricos, levam-nos às seguintes conclusões :

1. Confirmaram-se as configurações retilíneas de ruptura em que baseamos os nossos cálculos ;
2. É evidente a economia verificada no cálculo e dimensionamento das lajes de pontes pelo método da ruptura, em espe - cial, no caso das lajes contínuas ;
3. Ficou constatada a certeza da segurança do método.

A P Ê N D I C E

TRANSCRITO DA BIBLIOGRAFIA NUMERO I

1. A laje retangular sujeita a uma carga uniformemente distribuída

1.1 - Laje isolada simplesmente apoiada

Consideremos uma laje retangular com armadura uniforme em cada direção. Chamemos de m o momento de plastificação, por unidade de comprimento, na direção x , isto é, o momento a que resiste a laje, nesta direção, por ocasião da ruptura. Este momento pode ser considerado proporcional à quantidade de armadura na direção x .

Chamemos de k_m o momento a que resiste a laje na direção y , sendo k um coeficiente denominado de coeficiente de ortotropia, praticamente igual à relação entre as armaduras nas duas direções.

A configuração de ruptura da laje sob a ação de carga uniformemente distribuída, tem o aspecto indicado na figura 10. Ao longo da linha de ruptura central, normal à direção x , o momento de ruptura é igual a m . Nas linhas inclinadas, o momento de ruptura pode ser substituído por um vetor m , na direção y , atuando em cada comprimento unitário na direção x e por um vetor k_m , na direção x , atuando em cada comprimento unitário na direção y .

Para a determinação do momento de ruptura, aplicaremos o processo geral. Começamos pela configuração de ruptura que, como vimos, tem o aspecto reproduzido na figura 10. Isto é, a laje estará dividida em 4 chapas. A incerteza, que susiste, é -

quanto ao tamanho das chapas. Em outros termos, é ignorada a ex ten s ã o da linha de ruptura central e, por conseguinte, a in cl i n h a ç ã o das linhas de ruptura que passam pelos vértices.

A aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, com a - pos ter i o r i m p o s i ç ã o da condição de momento máximo, permitirá - pre c i s a r a configuração real de ruptura.

Se atribuirmos um deslocamento virtual unitário à linha - de rup t u r a ce n t r a l, a rotação de cada chapa será obtida divi d i d i n d o o deslocamento de um ponto da linha de ruptura pela sua dis t â n c i a à o eixo de rotação absoluto.

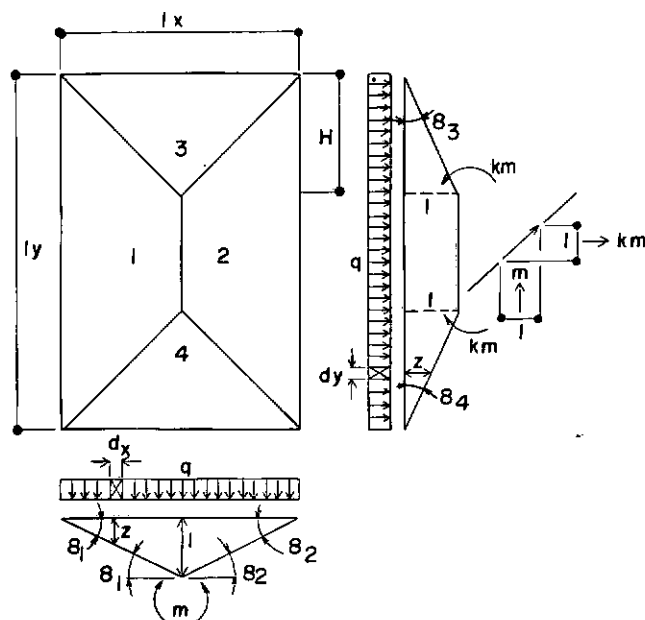


Fig.10

As rotações são, portanto :

Chapas 1 e 2

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{l_x/2} = \frac{2}{l_x}$$

Chapas 3 e 4

$$\theta_3 = \theta_4 = \frac{1}{H}$$

Os momentos resultantes nas chapas são :

Chapas 1 e 2

$$M = m(l_y - 2H) + 2mH = ml_y$$

Chapas 3 e 4

$$M' = km l_x$$

O trabalho dos momentos de ruptura para toda laje será igual à soma dos trabalhos dos momentos das chapas, isto é :

$$T = 2m \frac{l_y}{l_x} + 2m \frac{l_y}{l_x} + km l_x \frac{1}{H} + km l_x \frac{1}{H}$$

ou seja :

$$T = 4m \left(\frac{l_y}{l_x} + \frac{kl_x}{2H} \right) \quad (9)$$

Por outro lado, o trabalho das cargas aplicadas será igual à $\int q \, dx \, dy \, z.$, onde q é o valor da carga uniformemente distribuída.

Esta integral é igual ao volume do poliedro cinemático multiplicado pelo valor da carga q .

O volume do poliedro é igual a de um prisma, de altura l e de base triangular, menos o volume de duas pirâmides, de mesma base e de altura H .

Teremos, portanto :

$$V = \frac{1}{2} l_x l_y - \frac{1}{3} l_x H \quad (10)$$

Para que as cargas aplicadas e os momentos estejam em equilíbrio, é preciso que a soma dos trabalhos virtuais seja nula.

Ou seja :

$$q \left(\frac{1}{2} l_x l_y - \frac{1}{3} l_x H \right) - 4m \left(\frac{l_y}{l_x} + \frac{k l_x}{2 H} \right) = 0$$

Donde :

$$m = \frac{q l_x^2}{24} \times \frac{3 l_y - 2 H}{l_y + \frac{k l_x^2}{2 H}} \quad (11)$$

O valor do parâmetro H é aquele que corresponde ao máximo valor de m .

Para obtenção do máximo, vamos anular a derivada, em relação à H, da expressão 11, que também pode ser escrita como -

$$m = \frac{q l_x^2}{24} \times \frac{6 H l_y - 4 H^2}{2 H l_y + k l_x^2} \quad (12)$$

Teremos :

$$\frac{dm}{dH} = \frac{q l_x^2}{24} \frac{(6 l_y - 8 H) (2 H l_y + k l_x^2) - (6 H l_y - 4 H^2) \times 2 l_y}{4 H^2 l_y^2 + k^2 l_x^4 + 4 H k l_y l_x^2}$$

Esta derivada será nula, se fizermos

$$(6 l_y - 8 H) (2 H l_y + k l_x^2) - (6 H l_y - 4 H^2) \times 2 l_y = 0$$

ou

$$6 l_y k l_x^2 - 8 H^2 l_y - 8 H k l_x^2 = 0$$

fazendo $l_y = \lambda l_x$ virá :

$$H^2 + \frac{H \cdot k l_x}{\lambda} - \frac{3}{4} k l_x^2 = 0$$

Resolvendo, encontramos :

$$H = \frac{l_x}{2} \left(\sqrt{\frac{k^2}{\lambda^2} + 3k} - \frac{k}{\lambda} \right) \quad (13)$$

Alguns autores adotam $H = \frac{l_x}{2}$, o que equivale a um ângulo de inclinação das linhas de ruptura igual a 45° .

Neste caso, a expressão 11 se transforma na seguinte :

$$m = \frac{q l_x^2}{24} \times \frac{3 l_y - l_x}{l_y + k l_x} \quad (14)$$

Isto equivale a fazer na expressão 13

$$\sqrt{\frac{k^2}{\lambda^2} + 3k} - \frac{k}{\lambda} = 1 \quad (15)$$

o que se dá, somente, para $\lambda = 1$ e $k = 1$, isto é, quando as lajes são quadradas.

Johansen, no entanto, aplicando as expressões 11 e 14, para uma mesma laje, encontrou diferenças da ordem de 2% apenas.

2 - Laje retangular apoiada nos quatro bordos sujeita à carga de veículo das classes I e II da norma brasileira

2.1 - Pesquisa da configuração de ruptura

2.1.1 - Veículo transitando na direção y

1ª hipótese - 6 rodas nas chapas da charneira central.

Imaginemos a configuração de ruptura da figura 15, com as 6 rodas nas chapas da charneira central.

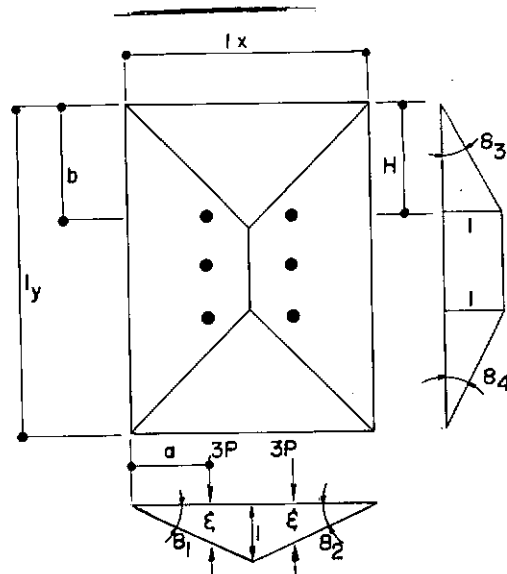


Fig. 15

Atribuindo um deslocamento unitário à linha de ruptura central, temos :

$$\theta_1 = \frac{2}{l_x} = \theta_2 \quad \text{e} \quad \theta_3 = \theta_4 = \frac{1}{H}$$

Chamando de ξ o deslocamento do ponto de aplicação da carga concentrada, cuja distância ao eixo de rotação é a , teremos:

$$\frac{1}{\frac{l_x}{2}} = \frac{\xi}{a} \quad \xi = \frac{2a}{l_x}$$

Aplicando o princípio dos trabalhos virtuais, teremos sucessivamente :

$$6 P \xi = 4m l_y \frac{1}{l_x} + 2 k m l_x \frac{1}{H}$$

$$6 P \frac{2a}{l_x} = 4 m l_y \frac{1}{l_x} + 2 k m l_x \frac{1}{H}$$

$$3 P a = m l_y + k m l_x \frac{l_x}{2 H}$$

Finalmente

$$m = \frac{3 P a}{l_y + k l_x \frac{l_x}{2 H}}$$

ou

$$m = \frac{6 P a H}{2 H l_y + k l_x^2} \quad (26 A)$$

Para determinação do parâmetro H, vamos derivar a expressão 26 A em relação a H.

$$\frac{dm}{dH} = \frac{6 P a (2 H l_y + k l_x^2) - 2 l_y 6 P a H}{(2 H l_y + k l_x^2)^2}$$

$$\frac{dm}{dH} = \frac{6 P a k l_x^2}{(2 H l_y + k l_x^2)^2}$$

Esta derivada se anularia somente para $H = \infty$.

Porém a fórmula 26 A só é válida até o limite dado pela igualdade

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{l_x}{2}}{H} \quad \text{isto é,} \quad H = \frac{b l_x}{2 a}$$

Como $\frac{dm}{dH} > 0$, a função é crescente e o maior valor de m corresponde ao limite de H.

Têremos, portanto :

$$m = \frac{3 P a b}{b l_y + a k l_x}$$

Esta posição, como mostra a figura 16, corresponde às linhas de ruptura inclinadas passando pelas rodas dianteiras e trazeiras.

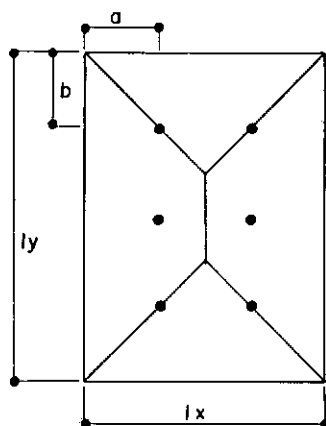


Fig. 16

A título de curiosidade⁽¹⁾ vamos formular mais uma 6ª hipótese que corresponde a da figura 25 a, isto é, configuração de ruptura com uma chapa central.

Têremos então :

$$e_1 = \frac{1}{V} = e_2 \quad e_3 = e_4 = \frac{1}{H}$$

A aplicação do princípio dos trabalhos virtuais conduz

$$6 P = 2 m l_y \times \frac{1}{V} + 2 k m l_x \frac{1}{H}$$

(1) Esta hipótese é inviável, pois a placa está dividida em 5 chapas.

O valor de m será :

$$m = \frac{3 P V H}{H l_y + k l_x V}$$

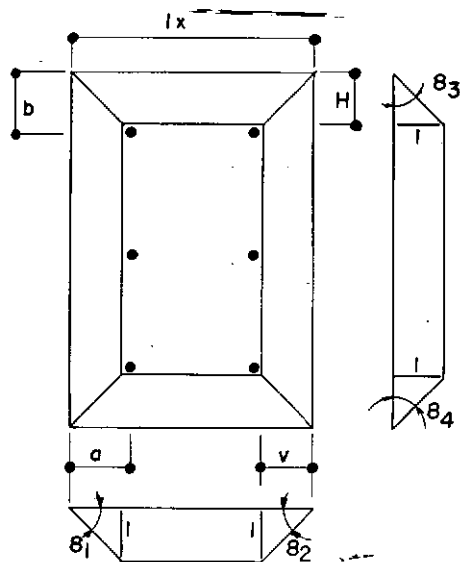


Fig. 25

Esta fórmula tem para máximo

$$m = \frac{3 P a b}{b l_y + a k l_x}$$

que coincide com a expressão 27.

3 - Caso das lajes contínuas sujeitas a cargas de veículos da NB-6

3.1 - Estudo da continuidade para o veículo de 6 rodas com o tráfego na direção y.

A exemplo do que fizemos para as lajes sujeitas a cargas uniformemente distribuídas, vamos agora deduzir as fórmulas para o caso de lajes contínuas sujeitas a cargas concentradas de veículos. Para isso, vamos supor aplicados nos bordos onde há continuidade os momentos nos apoios. Consideraremos as configurações

de ruptura a que chegamos para lajes isoladas e, em primeiro lugar, vamos considerar o tráfego na direção do maior vão.

Seja a configuração da figura 46.

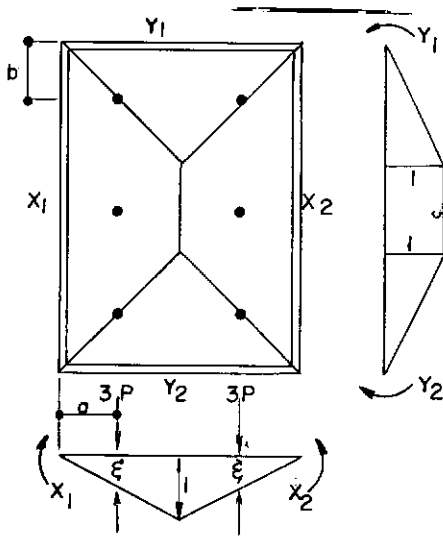


Fig. 46

Teremos

$$H = \frac{b l_x}{2 a} \quad \theta_1 = \theta_2 = \frac{2}{l_x} \quad \theta_3 = \theta_4 = \frac{1}{H} = \frac{2a}{b l_x}$$

$$M = \frac{2a}{l_x}$$

Pelo princípio dos trabalhos virtuais, podemos escrever

$$6 P a = 2 m l_y + 2 k m l_x \cdot \frac{a}{b} + (X_1 + X_2) l_y + (Y_1 + Y_2) l_x \cdot \frac{a}{b}$$

O valor de m será

$$m = \frac{3 P a b}{l_y b + k l_x a} - \frac{(X_1 + X_2) l_y b + (Y_1 + Y_2) l_x a}{2 (l_y b + k l_x a)} \quad (50)$$

Observe-se que o primeiro termo do 2º membro, que chamaremos m_0 , coincide com o da laje simplesmente apoiada.

Teremos então :

$$m = m_0 - \frac{(X_1 + X_2) l_y b + (Y_1 + Y_2) l_x a}{2 (l_y b + a k l_x)} \quad (51)$$

Desta maneira, se forem arbitrados os valores dos momentos negativos, como foi feito para o caso das cargas uniformemente distribuídas, resultam conhecidos os valores dos momentos positivos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - POLILLO, A. - "Sugestão para o cálculo, pelo método de ruptura, das lajes retangulares de pontes, apoiadas nos quatro lados" - Escola Nacional de Engenharia - GB - 1964.
- 2 - LANGENDONCK, T. - "Teoria elementar das charneiras plásticas" - A.B.C.P. - S.P. - 1970.
- 3 - LANGENDONCK, T. - "Charneiras plásticas em lajes retangulares" - A.B.C.P. - S.P. - 1965.
- 4 - JOHANSEN, K.W. - "Linhas de Ruptura" - Ao Livro Técnico S.A. - GB - 1962.
- 5 - CAMPORA, G.F.- "Cálculo Plástico" - Buenos Aires - 1967.
- 6 - CHAMECKI, S. - "Cálculo das lajes no regime de ruptura" - Enciclopédia Técnica Universal - 6ª vol - Livraria Globo.
- 7 - CARNEIRO, F.L.L.B. - "Sugestão para uma norma de cálculo de estruturas hiperestáticas de concreto armado" - revista Estrutura nº 38.
- 8 - ROCHA, A.M. - "Cálculo das lajes contínuas no regime de ruptura" - revista Estrutura nºs 19 e 51.
- 9 - WOLF, I. - "Dimensionamento das lajes contínuas no regime de ruptura" - revista Estrutura nº 30.
- 10 - Normas Brasileiras - NB-1, NB-2 e NB-6.

- 11 - HOELAND, G. - "Stutzmomenten - Einflußfelder durchlaufender Platten", Spring - Verlag - 1957
Berlin - Gottingen - Heideberg.
- 12 - RUSCH, H. - "Fahrbahnplatten von Straßenbrücken
Deutscher Ausschuss Für Stahlbeton" - Berlin - 1957.
- 13 - C.E.B. - Bulletin d'Information, nºs. 35, 50, 53, 56, 58,
64 e 67.
- 14 - ROCHA, Manuel - "Structural Model Techniques Some Recent
Developments" , memória nº 264 - LNEC , Lisboa.
- 15 - ROCHA, Manuel - "O estudo de estruturas sobre modelos em
Portugal" , publicação nº 84 - LNEC , Lisboa.
- 16 - ROCHA, Manuel - "Dimensionamento experimental das estrutu-
ras" , publicação nº 21 - LNEC , Lisboa.- 1952 .
- 17 - BORGES, J.F. - "A utilização de modelos no dimensionamento
das estruturas; aplicações diversas" - Memória nº 92 -
LNEC , Lisboa - 1956.
- 18 - CARNEIRO, F.L.L.B. - "Galileo, fundador de la resistencia
de materiales" - Caracas - 1966 .