



ANÁLISE DA INTERAÇÃO ENTRE OS MODOS DE FLAMBAGEM LOCAL E  
DISTRORCIONAL EM PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO COM SEÇÃO RACK  
SOB COMPRESSÃO AXIAL

Raquel Gabriela Alves Campos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Rio de Janeiro  
Março de 2020

ANÁLISE DA INTERAÇÃO ENTRE OS MODOS DE FLAMBAGEM LOCAL E  
DISTORCIONAL EM PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO COM SEÇÃO RACK  
SOB COMPRESSÃO AXIAL

Raquel Gabriela Alves Campos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Aprovada por: Prof. Eduardo de Miranda Batista  
Prof. Juarez Moara Santos Franco  
Prof.<sup>a</sup> Eliane Maria Lopes Carvalho  
Prof.<sup>a</sup> Janine Domingos Vieira  
Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 2020

Campos, Raquel Gabriela Alves

Análise da Interação entre os Modos de Flambagem Local e Distorcional em Perfis de Aço Formados a Frio com Seção Rack sob Compressão Axial / Raquel Gabriela Alves Campos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020

XI, 108p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Juarez Moara Santos Franco

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 81-84.

1. Interação de flambagem local-distorcional. 2. Perfil de aço formado a frio. 3. Seção rack. 4. Método da resistência direta. I. Batista, Eduardo de Miranda *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

“Tudo é do Pai  
Toda honra e toda glória  
É Dele a vitória  
Alcançada em minha vida”

A Deus, pelo sopro da vida. Aos meus pais, por terem sido meus anjos  
aqui na terra.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus por me dar força, iluminar meus caminhos e me permitir chegar ao fim desta jornada.

Aos meus pais, Evoneida Alves e Ricardo Campos, meus anjos aqui na terra, meu porto seguro, pelo amor, cuidado, dedicação e confiança que sempre depositaram em mim.

Ao meu namorado e amigo Arthur Veiga, pelo carinho, apoio, troca de conhecimentos e, pela compreensão nos momentos mais difíceis.

Aos meus orientadores Eduardo de Miranda Batista e Juarez Moara Santos Franco pelos ensinamentos, aconselhamentos, dedicação e paciência ao longo de todo o processo. Tiveram grande contribuição para o meu crescimento e amadurecimento acadêmico. Eternamente grata por todo o apoio.

Aos meus amigos, tanto do laboratório de estruturas, quanto do laboratório de geotecnia, em especial: Ana Arai, Gustavo Matsubara, João Lazzari, Lucas Teotônio e Nádia Otta, por todos os momentos, de dificuldades ou de descontração, passados juntos, bem como pelo incentivo e conhecimento compartilhado.

Aos professores Bruno Jacovazzo, Carlos Magluta, Eliane Carvalho, Fernando Danziger, Francisco Lopes, Graziella Jannuzzi, Michele Pfeil, Ney Roitman, Ricardo Valeriano, Wendell Varella, e tantos outros, pela sabedoria e experiências compartilhadas.

Aos professores Albino Cunha, Armando Prestes, Bernadete Danziger, Glauco Rodrigues, José Mesquita, Luciano Rodrigues, Marcus Pacheco, Maria Fernanda, Regina Souza, Rodrigo Burgos, Rodolfo Suanno, Wilson Rebello, meus professores de graduação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, sem eles não teria sido possível chegar até aqui.

Aos professores Ana Paula Fonseca, José Maurício Cardoso, Maria Teresa Miceli e Patrícia Ferreira, do CEFET RJ, que pela dedicação e amor ao que fazem, despertaram meu interesse em seguir carreira na área da construção civil.

A Universidade Federal do Rio de Janeiro pela oportunidade de fazer mais um dos meus sonhos se tornar realidade e me tornar Mestre em Engenharia Civil.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DA INTERAÇÃO ENTRE OS MODOS DE FLAMBAGEM LOCAL E  
DISTORCIONAL EM PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO COM SEÇÃO RACK  
SOB COMPRESSÃO AXIAL

Raquel Gabriela Alves Campos

Março/2020

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Juarez Moara Santos Franco

Programa: Engenharia Civil

Na última década, diversas pesquisas foram desenvolvidas para investigar a interação local-distorcional de colunas em perfis de aço formados a frio com seção U enrijecido. Entretanto, estender as descobertas para colunas exibindo outras formas de seção transversal é essencial para avaliar a generalidade das soluções propostas, abrindo assim o caminho para o desenvolvimento de uma abordagem de projeto baseada no Método da Resistência Direta (MRD) para colunas afetadas pela interação local-distorcional. Deste modo, este trabalho de pesquisa tem como objetivo investigar o comportamento de interação entre os modos de flambagem local e distorcional em perfis de aço formados a frio com paredes finas de seção rack, sem furação nas paredes. O estudo será baseado (i) em resultados experimentais divulgados por pesquisadores anteriores, (ii) no desenvolvimento de um modelo numérico computacional tridimensional apropriado, com a utilização do programa de elementos finitos ANSYS e (iii) na adoção dos princípios do Método da Resistência Direta (MRD). A aplicação de formulação existente na literatura para a previsão da interação local-distorcional, conduziu a resultados adequados e eficientes.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

LOCAL-DISTORTIONAL BUCKLING MODE INTERACTION IN COLD-FORMED  
STEEL RACK SECTION IN AXIAL COMPRESSION

Raquel Gabriela Alves Campos

March/2020

Advisors: Eduardo de Miranda Batista  
Juarez Moara Santos Franco

Department: Civil Engineering

In the last decade, several researches were developed to investigate the local-distortional buckling interaction (LD) of thin-walled steel columns with lipped channel cold-formed section (CFS). However, extending the findings to columns displaying other cross-sectional shapes it is essential to assess the generality of the proposed solutions, thereby paving the way for the application of the Direct Strength Method (DSM) design approach for columns with other cross-section shapes affected by LD interaction. Therefore, this research aims to investigate the interaction behavior between local and distortional buckling modes of cold-formed steel columns with rack section, without holes. The study will be based on (i) the experimental results published by previous investigations, (ii) the development of an appropriate shell finite element numerical model using the computation program ANSYS and (iii) the adoption of the principles of the Direct Strength Method (DSM). It is expected that the combination of the cited structural analysis resources allows improving design procedures of CFS rack column members. The application of an existing formulation in the literature to predict local-distortional interaction has led to appropriate and accurate results.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	1
1.1	Considerações Gerais.....	1
1.2	Motivação e Objetivos .....	3
1.3	Organização da Dissertação .....	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1	Estabilidade Elástica .....	5
2.1.1	Modos de flambagem de estruturas de paredes finas sob compressão axial 8	
2.1.2	Métodos para análise de estabilidade elástica .....	10
2.2	Métodos de estimativa de resistência.....	12
2.3	Curva de assinatura.....	13
2.4	Interação local-distorcional (LD).....	15
2.5	Método da Resistência Direta .....	16
3	METODOLOGIA .....	24
3.1	Modelagem em elementos finitos .....	24
3.1.1	Definição do modelo em elementos finitos .....	24
3.1.2	Imperfeições .....	26
4	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.....	28
4.1	Modelo estrutural investigado.....	28
4.2	Resultados preliminares .....	31
4.2.1	Análise linear de estabilidade elástica .....	31
4.2.2	Análise não linear .....	36
5	ANÁLISE PARAMÉTRICA .....	43
5.1	Variação da espessura .....	44
5.1.1	Análise de estabilidade elástica .....	44

5.1.2	Análise não linear .....	46
5.2	Varição da relação geométrica $b_f/b_w$ .....	55
5.3	Varição do ângulo $\theta$ .....	66
5.4	Avaliação de procedimentos propostos para interação LD.....	72
5.4.1	Coeficiente de ponderação da resistência ( $\gamma$ ) .....	76
6	CONCLUSÕES.....	78
6.1.	Sugestões para trabalhos futuros .....	80
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	81
	APÊNDICES .....	85

# SÍMBOLOS E SIGLAS

## Letras latinas maiúsculas

A – Coeficiente da curva de Winter

B – Coeficiente da curva de Winter

$C_p$  – Fator de correção para o cálculo do coeficiente de ponderação da resistência

D – Flambagem distorcional

E – Módulo de elasticidade longitudinal do aço

L – Comprimento da coluna; flambagem local

LD – Flambagem com interação local-distorcional

NC – Coluna não atingiu a convergência numérica

$P_{crD}$  – Carga crítica de flambagem distorcional

$P_{crL}$  – Carga crítica de flambagem local

$P_{crG}$  – Carga crítica de flambagem global por flexão, torção ou flexo-torção

$P_n$  – Resistência nominal à compressão

$P_{nD}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem distorcional

$P_{nL}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem local

$P_{nLG}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem local-global

$P_{n(L-D)}$  – Mínimo valor entre  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$

$P_{n(L-D-LG)}$  – Mínimo valor entre  $P_{nL}$ ,  $P_{nD}$  e  $P_{nLG}$

$P_{nLD}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem com interação entre os modos local-distorcional

$P_{nLDG}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem com interação entre os modos local-distorcional-global

$P_{nG}$  – Carga axial de compressão resistente nominal para flambagem global por flexão, torção ou flexo-torção

$P_u$  – Carga última

$P_y$  – Carga de início de escoamento do aço

SD – Interação secundária distorcional

SL – Interação secundária local

V – Interação verdadeira

$X_f$  – Valor médio do fator fabricação

$X_m$  – Valor médio do fator material

$R_{\lambda_{DL}}$  – Relação  $\lambda_D / \lambda_L$

### **Letras latinas minúsculas**

$b_f$  – Largura da mesa da seção transversal

$b_l$  – Largura do enrijecedor intermediário da seção transversal do perfil

$b_s$  – Largura do enrijecedor de bordo da seção transversal do perfil

$b_w$  – Largura da alma da seção transversal do perfil

$f_y$  – Tensão de escoamento do aço

$m$  – Grau de liberdade

$n$  – Número de ensaios numéricos

$t$  – Espessura nominal da parede da seção transversal do perfil

### **Letras gregas minúsculas**

$\beta_0$  – Índice de confiabilidade-alvo

$\delta_f$  – Coeficiente de variação do fator fabricação

$\delta_m$  – Coeficiente de variação do fator material

$\delta_t$  – Coeficiente de variação obtido nos ensaios (relação entre o desvio padrão e o valor médio), tomando sempre maior ou igual a 6,5%

$\gamma$  – Coeficiente de ponderação da resistência

$\lambda_D$  – Índice de esbeltez referente à flambagem distorcional

$\lambda_G$  – Índice de esbeltez referente à flambagem global

$\lambda_L$  – Índice de esbeltez referente à flambagem local

$\lambda_{\max LD}$  – Índice de esbeltez máxima referente ao modo de flambagem local ou distorcional

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Considerações Gerais

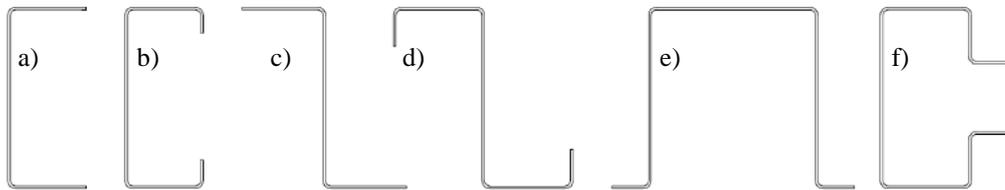
A viabilidade de construções com tempo de execução reduzido, utilizando-se materiais mais leves, com facilidade de fabricação, manuseio e transporte é uma consequência natural do avanço tecnológico. Para atender às necessidades geradas por esse processo, a utilização de perfis de aço formados a frio tem sido cada vez mais frequente, tendo início nos Estados Unidos e Grã-Bretanha por volta de 1850 (YU e LABOUBE, 2010), representando em muitos casos, uma solução economicamente vantajosa visto que por serem mais esbeltos que os perfis laminados a quente, os perfis de chapa dobrada conduzem a estruturas mais leves e mais econômicas.

Durante a década de 1930 nos Estados Unidos, a aceitação e o desenvolvimento de construções que utilizassem perfis de aço formados a frio enfrentaram algumas dificuldades devido à falta de uma especificação de projeto apropriada. Diversos manuais de construção não previam qualquer construção de aço formado a frio na época. Por conta disso, tornou-se importante o desenvolvimento de uma nova especificação de projeto que englobasse esses tipos de perfis de aço. Sendo assim, em 1939, o professor George Winter, da Universidade de Cornell, iniciou suas pesquisas com o apoio do *AISI American Iron and Steel Institute, Committee on Building Research and Technology* (YU e LABOUBE, 2010).

Atualmente no Brasil, a norma vigente para o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio é a NBR 14762 (ABNT, 2010), que foi desenvolvida como resultado de um longo esforço de pesquisa implementado em diversas Universidades. Antes disso, os projetos eram baseados em especificações estrangeiras.

Em muitas regiões do Brasil, distantes dos centros siderúrgicos de produção de laminados à quente, a fabricação de perfis por dobramento à frio de chapas bobinadas de aço representa uma solução ainda mais vantajosa, o que viabiliza a construção em estruturas metálicas. Embora o dobramento a frio permita a fabricação de uma larga gama de tipos de seções transversais, bastando para isso, utilizar-se de ferramentas de dobramento apropriadas, os tipos de seções frequentemente encontrados no mercado são

as seções do tipo U, U enrijecido, Z, Z enrijecido, cartola e rack. A Figura 1 a seguir mostra alguns desses tipos clássicos de seções de perfis estruturais.



**Figura 1-Seções clássicas a) U simples b) U enrijecido c) Z simples d) Z enrijecido e) Cartola f) Rack**

Como estrutura principal, o uso de perfis formados a frio dá-se em edificações de pequeno porte e galpões em geral. A Figura 2 apresenta o uso de colunas de seção rack em estruturas de estoque de material, que são muito utilizadas no setor de estocagem e logística.



**Figura 2 - Estruturas de armazenamento em galpões industriais (MECALUX, SA, 2019)**

## **1.2 Motivação e Objetivos**

Os perfis formados a frio merecem tratamento especializado, visto que são fabricados com paredes finas, característica que os torna suscetíveis a fenômenos de instabilidade chamados de flambagem local, distorcional e global. As seções comumente usadas podem exibir cargas últimas e mecanismos de falha que são afetados pela interação entre esses modos de flambagem, como por exemplo a interação local-distorcional (LD).

Este trabalho de pesquisa tem como objetivo investigar o comportamento de interação entre os modos de flambagem local e distorcional em perfis de aço formados a frio com paredes finas de seção rack sem furos de modo a determinar as variáveis relevantes no fenômeno da interação LD. O estudo será baseado em modelo numérico computacional tridimensional apropriado, com a utilização do programa de elementos finitos ANSYS (SAS, 2009), validado e calibrado a partir de resultados experimentais divulgados por DINIS *et al.* (2014) e VASQUEZ (1998), e na adoção dos princípios do Método da Resistência Direta (MRD) (SCHAFER e PEKÖZ, 1998).

## **1.3 Organização da Dissertação**

Segue-se a esta Introdução o capítulo dois, que apresenta uma revisão bibliográfica, apresentando a essência teórica necessária para o desenvolvimento desta pesquisa, incluindo conceitos importantes como modos de flambagem de estruturas de paredes finas sob compressão axial, curva de assinatura, interação dos modos de flambagem local e distorcional, métodos para análise de estabilidade elástica e métodos de estimativa de resistência.

No capítulo três é apresentada a metodologia que será adotada nessa pesquisa, com a definição do modelo em elementos finitos adotado para investigar o comportamento de perfis de aço formados a frio de seção rack, bem como as imperfeições geométricas iniciais que serão adotadas na etapa da análise não linear.

No capítulo quatro são descritos os modelos estruturais empregados em elementos finitos através do programa computacional ANSYS para a validação baseada em investigações experimentais; apresentando sua geometria, propriedades geométricas das peças e propriedades físicas dos materiais, bem como a definição da malha utilizada.

Além disso, são também apresentados os resultados preliminares oriundos dessa etapa de validação.

No capítulo cinco é contemplada a análise paramétrica na qual são obtidas relações entre os principais parâmetros e suas influências. Ainda neste capítulo é apresentada a comparação entre as abordagens existentes para o cálculo da força resistente, verificando a eficiência e qualidade dos resultados.

Finalmente, no capítulo seis são expostas as conclusões obtidas com o desenvolvimento da presente pesquisa, enquanto o capítulo sete apresenta algumas propostas para trabalhos futuros.

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo da interação entre modos de flambagem local e distorcional em perfis de aço formados a frio sob compressão axial apresentou avanços significativos devido ao grande desenvolvimento da tecnologia computacional, permitindo resolver problemas dessa natureza com análise numérica.

A análise da interação dos modos em estruturas de paredes esbeltas tem se tornado cada vez mais frequente nos dias atuais. Ao longo dos anos, pesquisadores têm abordado em seus trabalhos, a análise de flambagem em perfis de aço formados a frio e os assuntos relacionados a este tema levaram à existência de um acervo bibliográfico considerável, sendo parte deste apresentado a seguir.

## 2.1 Estabilidade Elástica

Na engenharia estrutural, três requisitos devem ser obedecidos: resistência, rigidez e estabilidade. O projeto de uma estrutura não pode se basear unicamente em conceitos de segurança relacionados com a resistência e deformabilidade dos seus elementos, especialmente no caso de estruturas esbeltas. É indispensável considerar também fenômenos que envolvam conceitos de estabilidade, seja dos próprios elementos, encarados isoladamente, seja de toda a estrutura, analisada em seu conjunto (CAMOTIM e REIS, 2001). Neste contexto, serão abordados aqui, aspectos relativos à estabilidade de peças solicitadas à compressão axial.

Estabilidade é a propriedade do sistema de manter o seu estado inicial de equilíbrio nas condições de aplicação de ações e pode ser facilmente visualizado através do problema clássico ilustrado na Figura 3. Trata-se de uma esfera rígida, submetida à ação do seu peso próprio e em repouso sobre (i) uma superfície côncava (equilíbrio estável) e (ii) uma superfície convexa (equilíbrio instável). Se um sistema sofre uma pequena perturbação e, depois de cessadas essas causas, o sistema retorna ao seu estado inicial de equilíbrio, pode-se considerar um equilíbrio estável. Se após cessadas as causas da perturbação, o sistema não retornar ao estado inicial, ele é considerado instável.

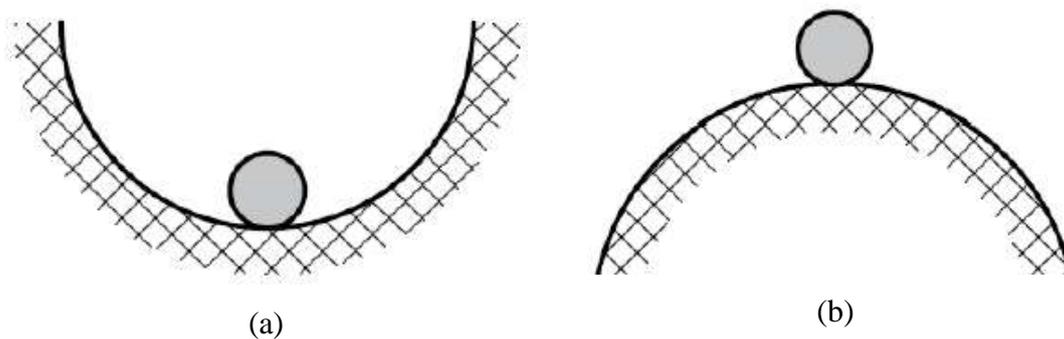


Figura 3 - Equilíbrio (a) estável (b) instável

Neste contexto, um exemplo clássico que elucida este fenômeno é o problema da coluna de Euler: um elemento prismático, simplesmente apoiado de comprimento  $L$ , sem imperfeições de fabricação, submetido a uma carga axial de compressão  $P$  aplicada perfeitamente em seu centro geométrico, conforme ilustrado na Figura 4. Inicialmente, a coluna está em um estado de equilíbrio estável e, para pequenos valores de incremento de carga, aumentados gradualmente, a coluna permanece em estado de equilíbrio estável. Durante este estágio, se a força  $P$  for retirada, a coluna retorna à sua condição inicial de equilíbrio. Entretanto, se a ação  $P$  for aumentada ainda mais, haverá uma passagem de um estado de equilíbrio para outro.

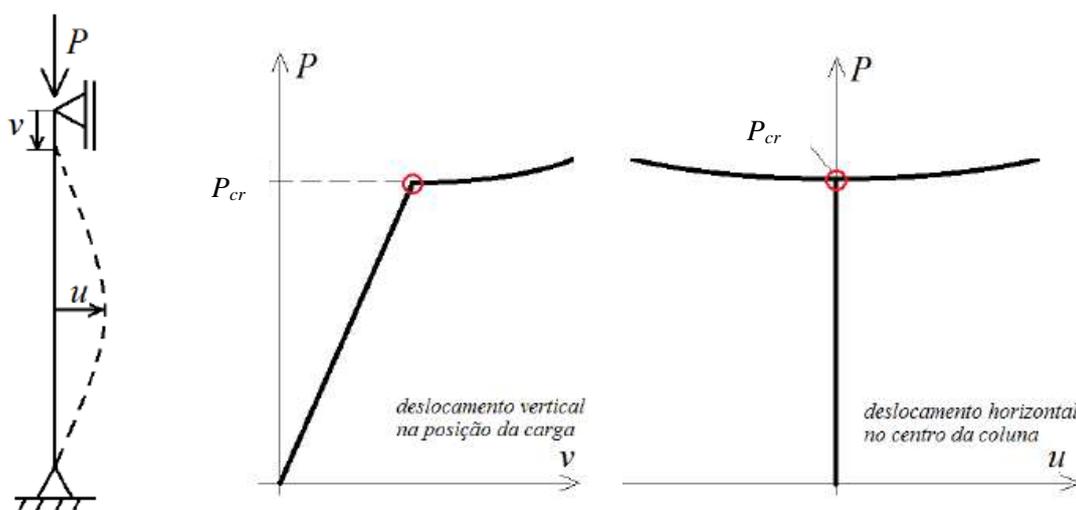
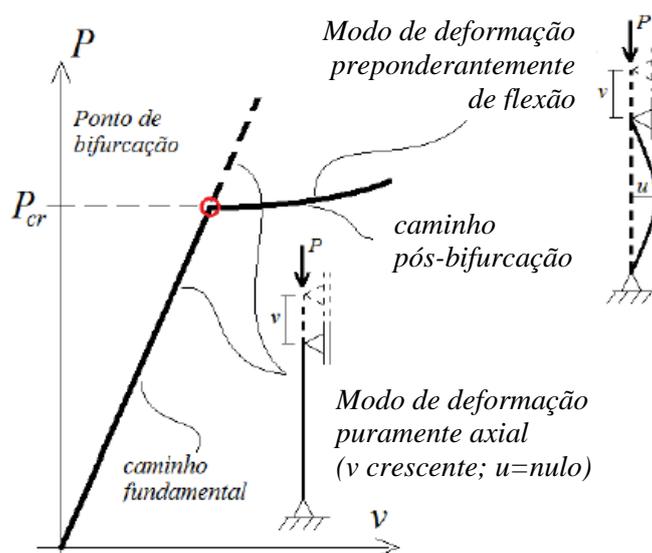


Figura 4 - (a) Coluna de Euler (b) Trajetórias de equilíbrio (ALVES, 2017)

Por definição, a carga crítica  $P_{cr}$  ou carga de flambagem é o valor da carga  $P$  que provoca o fenômeno de mudança do estado de equilíbrio estável para o instável. O trecho inicial do caminho de equilíbrio, a partir da origem, é denominado “caminho

fundamental” ou “caminho primário”. O caminho de equilíbrio após um ponto crítico é denominado “pós-crítico” ou “secundário” (CAMOTIM e REIS, 2001)

O caminho fundamental tende a ser linear em sistemas estruturais onde o carregamento desperta preponderantemente solicitações extensionais. Após atingir o carregamento crítico, a coluna passa a apresentar flexão, induzindo assim, uma resposta não linear do caminho de equilíbrio. O ponto crítico é denominado “bifurcação” e o caminho pós-crítico é usualmente denominado “caminho pós-bifurcação”, como pode ser observado na Figura 5.



**Figura 5 - Caminhos fundamental e pós-bifurcação (ALVES, 2017)**

Elementos estruturais de aço formado a frio são constituídos de seções abertas e de pequena espessura, características que acarretam em um comportamento estrutural que não obedece mais à hipótese da conservação das seções planas, teoria clássica de Euler Bernoulli. O fato das seções transversais não mais se manterem planas leva ao seu empenamento, que corresponde a deslocamentos que ocorrem fora de seu plano.

Quando submetidos a tensões de compressão, os perfis de seção aberta podem desenvolver modos de instabilidade estrutural de forma que a seção transversal perca sua forma inicial, causando perda significativa em sua capacidade de resistir aos esforços. Tais modos de instabilidade (local, distorcional, global, ou combinação entre eles) devem ser previstos pelas normas de projeto. Serão apresentados a seguir, os conceitos básicos concernentes a cada um dos modos, conforme definido por SCHAFFER e ÁDANY (2005).

## 2.1.1 Modos de flambagem de estruturas de paredes finas sob compressão axial

### (a) Modo de flambagem local

O modo local de uma coluna comprimida está associado à flambagem de placa isolada (THIMOSHENKO e GERE, 1985), uma vez que a coluna de aço formada a frio pode ser interpretada como uma associação de placas ligadas através dos bordos. Portanto, o modo apresenta deslocamentos de flexão fora do plano das paredes do perfil (mesa, alma ou enrijecedor) e mantém inalteradas as arestas de encontro, bem como os ângulos entre os elementos. A Figura 6 apresenta a ocorrência do modo local em um perfil rack. Observa-se que as paredes de bordo livre sofrem ligeira rotação de corpo rígido.

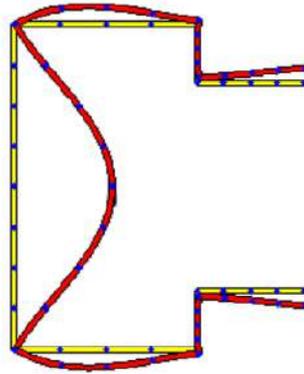
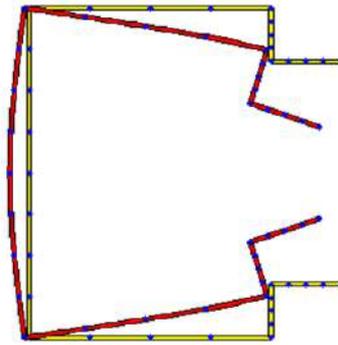


Figura 6 - Modo de flambagem local de perfil rack submetido a compressão axial

### (b) Modo de flambagem distorcional

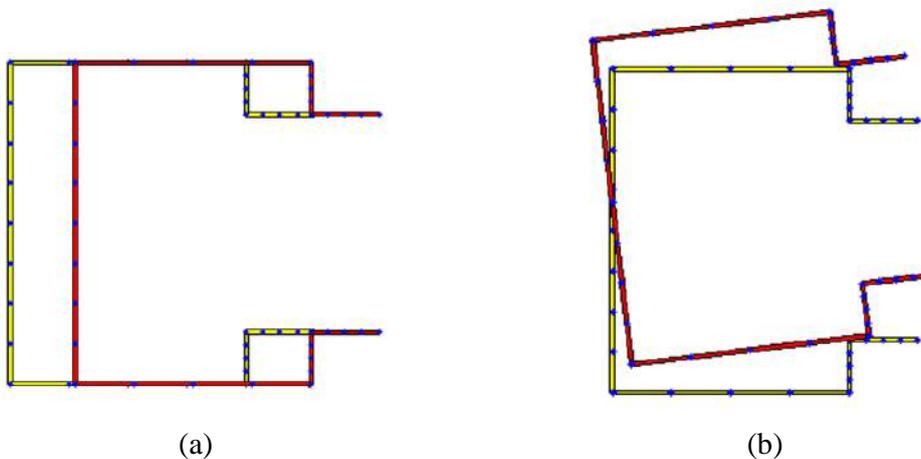
O modo de flambagem distorcional caracteriza-se pela variação da distância relativa entre os nós naturais (nós de origem da seção não deformada), ocorrendo flexão de uma ou mais paredes, acompanhada pelo deslocamento das arestas comuns a esses elementos e por deformações por empenamento. A Figura 7 apresenta a ocorrência do modo distorcional em um perfil rack. Observa-se o fechamento das mesas nesta figura, podendo ocorrer também a abertura das mesmas.



**Figura 7 - Modo de flambagem distorcional de perfil rack submetido a compressão axial**

**(c) Modo de flambagem global**

No modo de flambagem global não ocorrem deformações na seção transversal, mas o movimento da seção como um todo, o que é consistente com a teoria clássica de vigas (THIMOSHENKO e GERE, 1985). A instabilidade global, portanto, é ocasionada pelo fenômeno de flexão da peça em seu eixo de menor inércia ou uma combinação de flexão e torção, conhecida como flambagem lateral de vigas e, em barras sob compressão axial, denominada de flexo-torção. A Figura 8 ilustra dois tipos de flambagem global.



**Figura 8 - Modos de flambagem global (a) flexão na menor inércia (b) flexo-torção**

A ocorrência dos diferentes modos de flambagem depende, dentre outros fatores, das características geométricas do perfil, como forma da seção transversal e relação largura/espessura, bem como de imperfeições geométricas iniciais, propriedades do material, excentricidades de carregamento e condições de apoio da peça estrutural.

### 2.1.2 Métodos para análise de estabilidade elástica

A identificação dos modos de instabilidade requer análises baseadas na solução de problemas de autovetores e autovalores. Para tornar mais simples esse processo, pode-se aplicar fórmulas previamente obtidas da teoria de estabilidade elástica, ou pode-se fazer uso de programas computacionais que viabilizam a resolução desses problemas, relacionados à identificação da bifurcação do equilíbrio.

Tratando-se de análises lineares de estabilidade, citam-se as três ferramentas mais consagradas na literatura e no meio técnico para a determinação das cargas críticas dos perfis formados a frio: (i) MFF – Método das Faixas Finitas, (ii) MEF – Método dos Elementos Finitos e (iii) GBT – Teoria Generalizada de Vigas (*Generalized Beam Theory*). Associados a esses métodos, os programas computacionais mais comumente utilizados são (i) CUFSM (LI e SCHAFER, 2010), (ii) SAP2000, ABAQUS (HKS INC., 2010) e ANSYS (SAS, 2009) e (iii) GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010).

#### (i) MFF – Método das Faixas Finitas

Neste método a seção transversal do perfil é discretizada em finitos segmentos, onde cada segmento origina uma faixa cuja dimensão longitudinal é igual ao comprimento total do perfil (Figura 9).

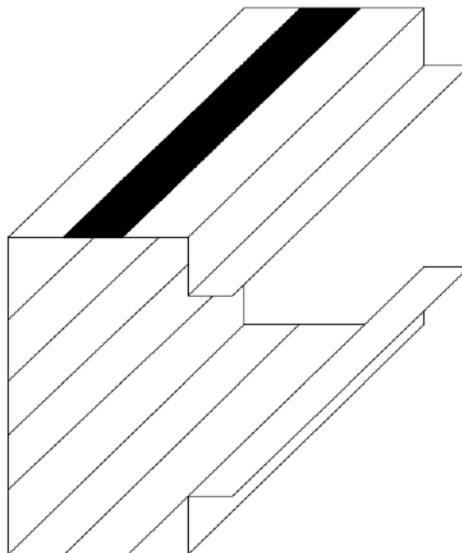
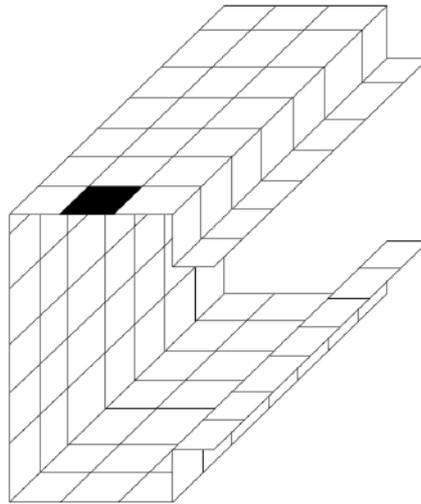


Figura 9 - Perfil rack discretizado pelo método das faixas finitas

(ii) MEF – Método dos Elementos Finitos

Neste método, tanto a seção transversal, quanto a seção longitudinal são discretizadas, de forma a gerar uma malha de elementos finitos (Figura 10). Os deslocamentos nodais nas direções transversais e longitudinais são obtidos através da interpolação de funções polinomiais.

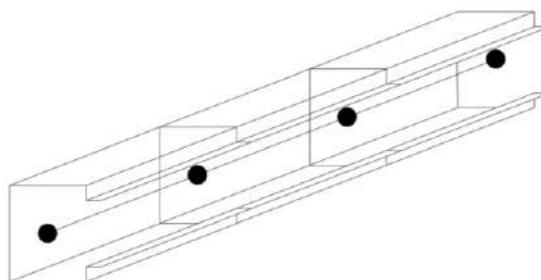


**Figura 10 – Perfil rack discretizado pelo método dos elementos finitos**

(iii) GBT – Teoria Generalizada de Vigas

De forma sucinta, pode-se dizer que a GBT desenvolve-se a partir da ideia de aproximar o campo de deslocamentos através de uma combinação linear de “modos de deformação” previamente identificados, fazendo com que os graus de liberdade do sistema sejam os fatores de participação de cada um desses modos na configuração deformada final da barra (CAMOTIM, SILVESTRE e BEBIANO, 2010).

Alguns autores como DINIS *et al.* (2006) descrevem a GBT como sendo uma teoria de barras (elementos unidimensionais representados na Figura 11) cuja formulação integra conceitos de teoria de placas (elementos bidimensionais), para a qual a deformação da seção transversal da barra é expressa como uma combinação linear de funções de forma (modos de deformação).



**Figura 11 – Perfil rack discretizado pela teoria generalizada de vigas**

## 2.2 Métodos de estimativa de resistência

O conhecimento a respeito das forças críticas de flambagem global elástica, bem como de flambagem local elástica, já está amplamente difundido e os procedimentos de cálculo para determinação dessas forças já estão incorporados nas normas internacionais, inclusive na norma brasileira, NBR 14762 (ABNT, 2010). Apesar de não estar incorporado na norma brasileira, já existem estudos com determinação de formulações para o cálculo das forças críticas de flambagem distorcional elástica, como por exemplo o de LAU e HANCOCK (1987), SCHAFER (1997), SILVESTRE e CAMOTIM (2010) e, mais recentemente, SALLES (2017).

Atualmente, na norma brasileira para o dimensionamento de perfis formados a frio (ABNT NBR 14762, 2010) há três procedimentos para a determinação de esforços resistentes: (i) MLE – Método das Larguras Efetivas, (ii) MRD – Método da Resistência Direta e (iii) MSE – Método da Seção Efetiva. Apesar de apresentados a seguir, o escopo deste trabalho restringir-se-á à utilização do Método da Resistência Direta e de ferramentas computacionais da Teoria Generalizada de Vigas (GBTUL) e do Método dos Elementos Finitos (ANSYS, 2009).

### (i) MLE - Método das Larguras Efetivas

A flambagem local é considerada por meio de propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal das barras, provenientes do cálculo das larguras efetivas dos elementos totalmente ou parcialmente comprimidos. O MLE não oferece procedimentos para o cálculo do modo distorcional, que deve ser obtido por outros métodos, conforme apresentado detalhadamente na NBR 14762 (2010) para barras submetidas à compressão ou à flexão. Apesar do MLE ainda constar na norma brasileira, ele é um método excessivamente trabalhoso quando comparado aos demais.

### (ii) MRD - Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta foi desenvolvido por SCHAFER e PEKÖZ (1998) com o objetivo de resolver as limitações encontradas pelo Método das Larguras Efetivas. No entanto, para prever os esforços resistentes, este método demanda as cargas críticas de flambagem (local, distorcional e global) que são determinadas com base em métodos numéricos ou analíticos para flambagem elástica, tais como: MEF, GBT e MFF. Análises computacionais empregando softwares como CUFSM (SCHAFER, 2010) ou

GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010) são muito frequentes para determinar as cargas críticas e utilizar os dados obtidos para abastecer o MRD. Determinadas as cargas críticas, a resistência do perfil é prevista com base em curvas de resistência calibradas experimentalmente. Tal método é abordado no anexo C da norma brasileira (NBR 14762, 2010).

(iii) MSE - Método das Seções Efetivas

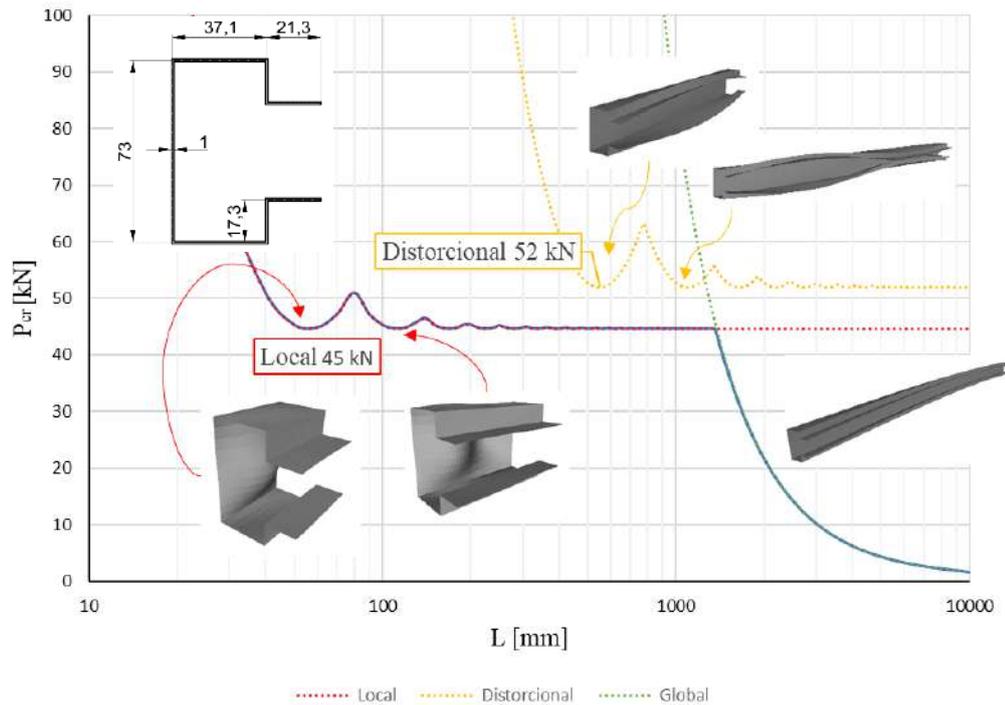
O Método das Seções Efetivas foi desenvolvido por BATISTA (2010) com base no Método da Resistência Direta (MRD) abordado na normatização norte-americana S100 (AISI, 2012) de modo a permitir o cálculo direto dos esforços resistentes de determinados tipos de seções transversais de barras submetidas à compressão e à flexão. As equações e especificações para o projeto baseado no MSE são retratadas na ABNT NBR 14762 (2010).

### 2.3 Curva de assinatura

A curva de assinatura (*signature curve*) é uma representação gráfica amplamente usada no projeto de estabilidade de perfis de aço formados a frio, pois fornece uma maneira simples de determinar cargas críticas para flambagem local, distorcional e global, considerando-se uma peça sujeita a carregamentos distribuídos ou duas cargas concentradas nas extremidades, iguais em magnitude mas opostas em direção e com determinadas condições de apoio nas extremidades. A curva de assinatura é criada pelo cálculo de cargas críticas para uma sequência pré-definida de comprimentos de barra, assumindo que a carga é uniforme ao longo do comprimento e o deslocamento transversal obedece uma única meia onda senoidal, para o caso do Método das Faixas Finitas.

Através de programas computacionais como o CUFISM (SCHAFER, 2010), baseado no MFF e o GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010), baseado em GBT, é possível a geração dessas curvas de assinatura.

A Figura 12 a seguir, ilustra um exemplo de curva de assinatura para uma coluna de perfil formado a frio seção rack 73x37,1x17,3x21,3x1 (mm), cujo módulo de elasticidade é igual a 212 GPa, coeficiente de Poisson equivalente a 0,3 e simplesmente apoiada nas extremidades.

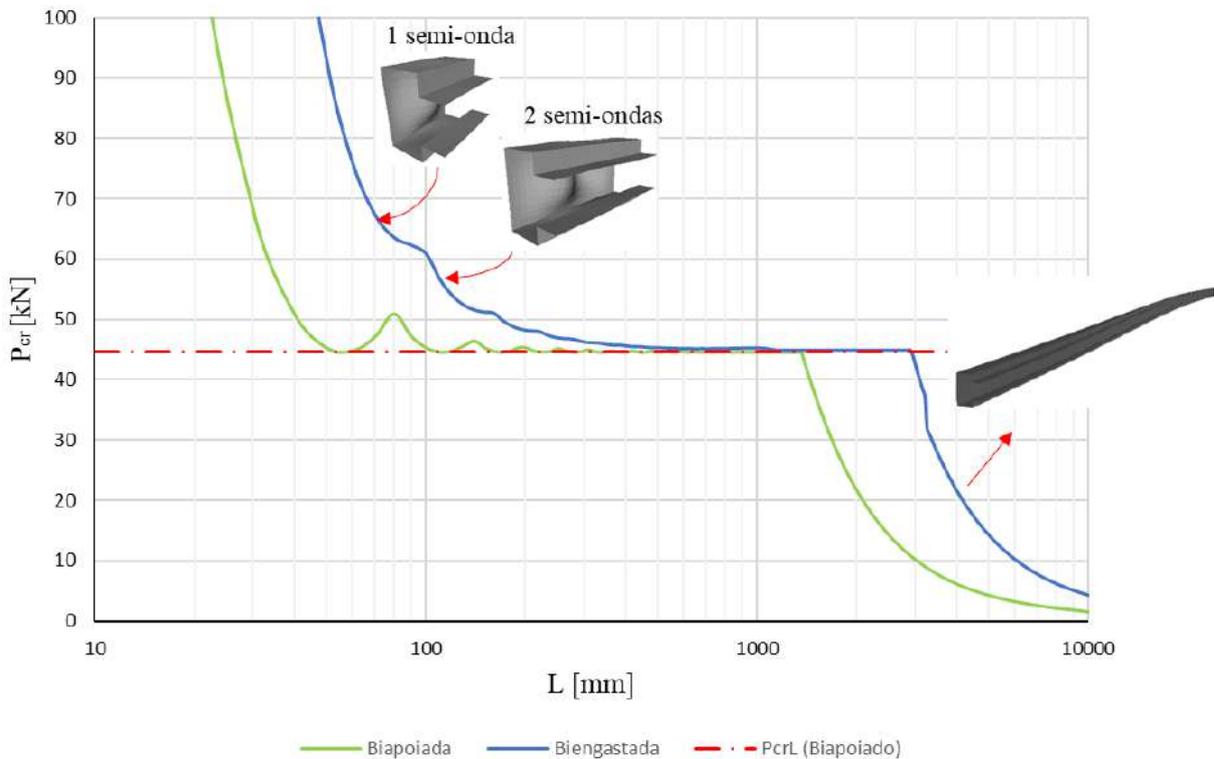


**Figura 12 - Curva de assinatura perfil rack 73x37,1x17,3x21,3x1 (mm) biapoiado**

Pode-se observar que neste caso, a curva representativa do modo de flambagem local apresenta valor mínimo de força crítica local (45 kN) para uma coluna cujo comprimento está em torno de 60 mm e, ao aumentar o comprimento, o número de semiondas locais também aumenta sem que haja alteração da carga crítica. O mesmo vale para o modo de flambagem distorcional, que apresenta valor mínimo de força crítica distorcional igual a 52 kN. A flambagem global passa a ser dominante a partir do comprimento aproximado de 1050 mm e, como consequência, ocorre a transição do modo de flambagem local para o global com valores de carga crítica conforme apresentado na curva azul em declínio (Figura 12).

Apesar do exemplo anterior apresentado ser na condição biapoiada, é comum que a investigação experimental seja com perfis biengastados, ou seja, com chapas soldadas nas extremidades impedindo translações nas duas direções da seção transversal, bem como as rotações, de modo que a coluna esteja livre para se deslocar axialmente. Neste caso, conforme aumenta o comprimento da coluna, a força crítica local diminui de modo a tender a igualar a força crítica local para a mesma coluna com extremidades biapoiadas. O mesmo vale dizer para a força crítica distorcional, que conforme se aumenta o comprimento, tende para o mínimo distorcional da coluna biapoiada. Isto significa que o

aumento do comprimento inibe gradualmente a influência dos efeitos de extremidade, podendo ser melhor interpretado pela Figura 13.



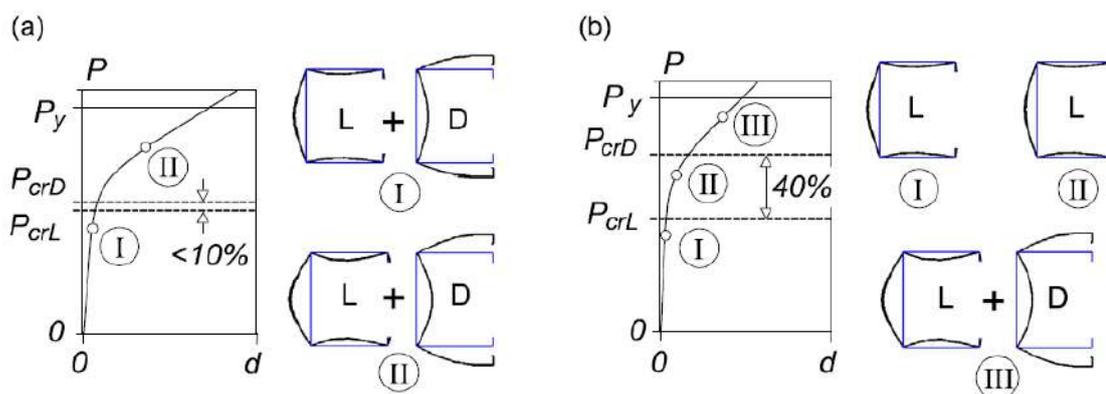
**Figura 13- Curva de assinatura da coluna biapoiada e coluna biengastada**

#### 2.4 Interação local-distorcional (LD)

A interação local-distorcional pode ocorrer em perfis que possuam geometrias de seção transversal associadas a (i) cargas críticas de flambagem local ( $P_{crL}$ ) e distorcional ( $P_{crD}$ ) próximas, (ii) carga crítica local menor do que a carga crítica distorcional ou (iii) carga crítica distorcional menor do que a carga crítica local, desde que em (ii) e (iii) a maior dentre as cargas não exceda a carga de escoamento ( $P_y$ ).

Segundo MARTINS *et al.* (2017), existem três tipos de interação local-distorcional que devem ser levados em conta: (i) interação verdadeira, que ocorre em colunas com cargas críticas local e distorcional próximas ( $0,8 \leq P_{crD}/P_{crL} \leq 1,3$ ), gerando fortes efeitos de interação, (ii) interação secundária local que ocorre em colunas com carga crítica local maior do que a carga crítica distorcional ( $P_{crD}/P_{crL} < 0,8$ ) e (iii) interação secundária distorcional, que ocorre em colunas com carga crítica distorcional maior do que a carga crítica local ( $P_{crD}/P_{crL} > 1,3$ ). Nos dois últimos casos, a maior carga crítica deve estar significativamente abaixo da carga de escoamento.

A interação LD secundária não se manifesta na análise de flambagem elástica, sendo identificadas, portanto, somente na análise de pós-flambagem. Tal fato pode ser observado na Figura 14 retirada do artigo de DINIS *et al.* (2014), que apresenta o caminho de equilíbrio de duas colunas U enrijecido com (i) cargas críticas muito próximas e (ii) carga crítica local inferior à carga crítica distorcional.



**Figura 14 - Caminhos de equilíbrio de duas colunas de perfis U enrijecido**  
**(a) Interação verdadeira (b) Interação secundária distorcional (DINIS, YOUNG e CAMOTIM, 2014)**

No primeiro caso (Figura 14a), a carga crítica local é apenas 10% inferior à carga crítica distorcional e pode ser observado que a interação começa nos primeiros estágios de carga (I) e evolui à medida que o carregamento progride (II). Desta forma, as deformações locais e distorcionais ocorrem ao longo de todo o caminho de equilíbrio.

No segundo caso (Figura 14b), a carga crítica local é 40% menor do que a carga crítica distorcional e a deformação é basicamente local (I e II) até a vizinhança do nível de carga de flambagem distorcional. Após atingir a carga crítica distorcional, a interação LD começa a se tornar perceptível (III).

## 2.5 Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta (MRD) foi proposto por SCHAFER e PEKÖZ (1998) com a intenção de contornar os problemas encontrados no Método da Largura Efetiva (MLE). Atualmente, o método aborda as curvas de projeto para colunas que apresentam falhas nos modos local, distorcional, global e de interação local-global, faltando ainda uma recomendação normativa para abordagens de projeto em relação às colunas que exibem falhas na interação LD, DG e LDG.

A resistência nominal ( $P_n$ ) de uma coluna é dada pelo mínimo valor entre as cargas nominais local (L), distorcional (D), global (G), local-global (LG) e local-distorcional (LD). As estimativas existentes para abordagens de projeto L, D, G e LG estão previstas na literatura. A interação LD tem sido largamente estudada e expressões para este dimensionamento já foram propostas por SCHAFFER (2002), SILVESTRE *et al.* (2012), MARTINS *et al.* (2017), MATSUBARA (2018), MATSUBARA *et al.* (2019) e BATISTA *et al.* (2019).

A seguir serão definidos alguns conceitos necessários à implementação do método e, mais adiante, serão apresentadas as propostas já existentes de dimensionamento para colunas que apresentam interação LD.

Como já apresentado anteriormente, os valores de carga crítica dão indícios de ocorrência de interação LD. Adicionalmente, ocorre, a influência do efeito de plasticidade representada pela carga de início de escoamento,  $P_y$ . Um parâmetro conveniente para lidar com a flambagem de colunas de perfis formados a frio é o índice de esbeltez reduzida, que relaciona cargas críticas e a carga de escoamento da coluna. O índice de esbeltez reduzida para os modos de flambagem local, distorcional e global é dado pelas seguintes equações:

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crL}}} \quad (1)$$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crD}}} \quad (2)$$

$$\lambda_G = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crG}}} \quad (3)$$

Neste trabalho, os valores de carga crítica foram obtidos através do programa GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010) e correspondem aos comprimentos reais das colunas analisadas. A nomenclatura adotada segue as convenções

de MATSUBARA (2018), que adota o conceito de  $R_{\lambda DL}$  como a relação entre os índices de esbeltez distorcional ( $\lambda_D$ ) e local ( $\lambda_L$ ), conforme equação (4).

$$R_{\lambda DL} = \frac{\lambda_D}{\lambda_L} = \sqrt{\frac{P_{crL}}{P_{crD}}} \quad (4)$$

Outro conceito utilizado por MATSUBARA (2018) e adotado neste trabalho é o conceito de índice de esbeltez relativo máximo  $\lambda_{\max LD}$ , que será o máximo valor entre os índices de esbeltez local ( $\lambda_L$ ) e distorcional ( $\lambda_D$ ). Como o objetivo deste trabalho é a interação local e distorcional, a intenção é que os valores de  $\lambda_G$  estejam sempre muito abaixo dos outros dois nas colunas analisadas, de forma a evitar a influência do modo global.

De forma a expressar o quão distante está o modo global dos modos local e distorcional, será utilizada a relação entre o índice de esbeltez relativo máximo ( $\lambda_{\max LD}$ ) e o índice de esbeltez global ( $\lambda_G$ ), conforme apresentado na equação a seguir. Esse parâmetro visa estabelecer uma medida de controle do modo global com o objetivo de manter esse modo suficientemente afastado dos demais.

$$R_{G-\max LD} = \frac{\lambda_G}{\lambda_{\max LD}} \quad (5)$$

O método da resistência direta proposto por SCHAFER e PEKÖZ (1998) é voltado para a previsão da resistência de colunas e vigas de perfis formados a frio através do ajuste de resultados experimentais e/ou numéricos, com base na equação de WINTER (1968). O formato dessa equação é dado pela equação (6):

$$P_u = \left(1 - \frac{A}{\lambda^B}\right) \frac{P_y}{\lambda^B} \quad (6)$$

Onde,

$P_u$  → carga última

A e B → coeficientes de ajuste obtidos experimentalmente e/ou numericamente

$P_y$  → carga de início de escoamento do aço

$P_{cr}$  → carga crítica de flambagem

$\lambda$  → índice de esbeltez, dado por

$$\lambda = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr}}} \quad (7)$$

O método possui fórmulas calibradas baseadas na curva de WINTER (1968) para os modos local, distorcional, global e local-global conforme apresentado nas equações (8) a (11), respectivamente a seguir. Entretanto, apesar de também constarem no apêndice C da NBR 14762 (ABNT,2010), essas equações não são capazes de prever cargas últimas quando sujeitas a interação entre o modo local e distorcional (LD).

$$P_{nL} = \begin{cases} P_y & \lambda_L \leq 0,776 \\ \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_L^{0,8}}\right) \frac{P_y}{\lambda_L^{0,8}} & \lambda_L > 0,776 \end{cases} \quad (8)$$

$$P_{nD} = \begin{cases} P_y & \lambda_D \leq 0,561 \\ \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_D^{1,2}}\right) \frac{P_y}{\lambda_D^{1,2}} & \lambda_D > 0,561 \end{cases} \quad (9)$$

$$P_{nG} = \begin{cases} (0,658\lambda_G^2) P_y & \lambda_G \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_G^2}\right) P_y & \lambda_G > 1,5 \end{cases} \quad (10)$$

$$P_{nLG} = \begin{cases} P_{nG} & \lambda_G \leq 0,776 \\ \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_{LG}^{0,8}}\right) \frac{P_{nG}}{\lambda_{LG}^{0,8}} & \lambda_{LG} > 0,776 \end{cases} \quad \lambda_{LG} = \sqrt{\frac{P_{nG}}{P_{crL}}} \quad (11)$$

Para lidar com a interação dos modos local e distorcional, alguns autores realizaram adaptações ao Método da Resistência Direta, e algumas das expressões propostas serão abordadas a seguir.

(i) Proposta de SCHAFER (2002)

$$P_{nLD} = \begin{cases} P_{nD} & \lambda_{LD} \leq 0,776 \\ \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_{LD}^{0,8}}\right) \frac{P_{nD}}{\lambda_{LD}^{0,8}} & \lambda_{LD} > 0,776 \end{cases} \quad (12)$$

$$P_{nDL} = \begin{cases} P_{nL} & \lambda_{DL} \leq 0,561 \\ \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{DL}^{1,2}}\right) \frac{P_{nL}}{\lambda_{DL}^{1,2}} & \lambda_{DL} > 0,561 \end{cases} \quad (13)$$

Onde,

$$\lambda_{LD} = \sqrt{\frac{P_{nD}}{P_{crL}}} \quad (14) \quad \text{e} \quad \lambda_{DL} = \sqrt{\frac{P_{nL}}{P_{crD}}} \quad (15)$$

As expressões acima, conhecidas como abordagens NLD e NDL, são obtidas através da substituição de  $P_y$  (equação (8)) por  $P_{nD}$ , originando a equação (12) e  $P_y$  (equação (9)) por  $P_{nL}$ , originando a equação (13).

(ii) Proposta de MARTINS *et al.* (2017)

A abordagem NDL recebeu modificação inicialmente por SILVESTRE *et al.* (2012) no contexto de colunas U, tornando-se conhecida como MNDL (“*generalised modified NDL approach*”). Posteriormente o método foi estendido para colunas cartola, Z e R (Figura 1(e), (c) e (f), respectivamente) por DINIS e CAMOTIM (2015) e também para colunas WSLC (“*web-stiffened lipped channel*”) e WFLC (“*web-flange-stiffened lipped channel*”) por MARTINS *et al.* (2017).

Portanto, para o caso de colunas U, cartola, Z e R, as equações propostas são as seguintes:

$$P_{MnDL} = \begin{cases} P_{nL}^* & \lambda_{DL}^* \leq 0,561 \\ \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{DL}^{*1,2}}\right) \frac{P_{nL}^*}{\lambda_{DL}^{*1,2}} & \lambda_{DL}^* > 0,561 \end{cases} \quad \text{Sendo,} \quad \lambda_{DL}^* = \sqrt{\frac{P_{nL}^*}{P_{crD}}} \quad (16)$$

$$P_{nL}^* = \begin{cases} P_y & L_{crD} / L_{crL} \leq 4 \\ P_y + \left(1 - 0,25 \frac{L_{crD}}{L_{crL}}\right) (P_y - P_{nL}) & 4 < L_{crD} / L_{crL} < 8 \\ P_{nL} & L_{crD} / L_{crL} \geq 8 \end{cases} \quad (17)$$

Esse método baseia-se na definição de uma força local modificada ( $P_{nL}^*$ ) dependente da relação entre os comprimentos críticos distorcional e local ( $L_{crD} / L_{crL}$ ) para uma meia-onda, que são obtidos através das curvas de assinatura para a condição simplesmente apoiada, bem como estima as cargas de falha da coluna substituindo  $P_{nL}$  por  $P_{nL}^*$  na equação (13), resultando na equação (16).

MARTINS *et al.* (2017) concluíram que o método  $P_{MnDL}$  apresenta ótimas previsões para resultados numéricos. Por outro lado, a carga última obtida experimentalmente apresenta valores inferiores aos encontrados utilizando-se o método MNDL. Portanto, segundo MARTINS *et al.* (2017), torna-se mais prudente o uso do método NDL para o caso de interação local-distorcional verdadeira (*true interaction*). As cargas de falha para colunas submetidas à interação secundária local podem ser adequadamente previstas através do Método da Resistência Direta baseado nas curvas de Winter para o modo distorcional, conforme apresentado anteriormente através da equação (9) (MARTINS, CAMOTIM e DINIS, 2017).

Para colunas passíveis de interação secundária distorcional, MARTINS *et al.* (2017) desenvolveram uma abordagem também baseada no Método da Resistência Direta, mais precisa do que a abordagem ND. Esse método, denominado NSDB, depende da relação  $P_{crD}/P_{crL}$  e de  $\lambda_L$ , tal como apresentado abaixo:

$$P_{nSDB} = \begin{cases} P_1 + \frac{P_{nL}}{\lambda_{L2} - \lambda_{L1}} (\lambda_L - \lambda_{L1}) & \lambda_L \leq \lambda_{L1} \\ P_1 + \frac{P_{nL}}{\lambda_{L2} - \lambda_{L1}} (\lambda_L - \lambda_{L1}) & \lambda_{L1} < \lambda_L < \lambda_{L2} \\ \frac{P_y}{\lambda_L^{1,2}} \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_L^{1,2}} \right) & \lambda_L \geq \lambda_{L2} \end{cases} \quad (18)$$

Sendo,

$$P_1 = \frac{P_{y1}}{\lambda_{L1}^{0,8}} \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_{L1}^{0,8}} \right) \quad (19)$$

$$P_2 = \frac{P_{y2}}{\lambda_{L2}^{1,2}} \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_{L2}^{1,2}} \right) \quad (20)$$

$$\lambda_{L1} = 0,85 \frac{P_{crD}}{P_{crL}} \quad (21)$$

$$\lambda_{L2} = \lambda_{L1} + 0,25 \quad (22)$$

$$P_{y1} = \lambda_{L1}^2 P_{crL} \quad (23)$$

$$P_{y2} = \lambda_{L2}^2 P_{crL} \quad (24)$$

(iii) Proposta de MATSUBARA e BATISTA (2018)

MATSUBARA e BATISTA (2018) propõem novas equações que descrevem o comportamento de interação local-distorcional, de modo que os graus das equações de A e B foram reduzidos com relação ao trabalho anterior (MATSUBARA, 2018). Para simplificar a nomenclatura da força resistente devido ao surgimento da interação do modo local-distorcional, esta foi denominada  $P_{nLD}$ \*

$$P_{nLD} = \left( 1 - \frac{A}{\lambda_{máxLD}^B} \right) \frac{P_y}{\lambda_{máxLD}^B} \quad \lambda_{máxLD} = \max\{\lambda_L, \lambda_D\} \quad (25)$$

$$A = 3,5R_{\lambda DL}^3 - 7,9R_{\lambda DL}^2 + 6,1R_{\lambda DL} - 1,43 \quad 0,62 \leq R_{\lambda DL} \leq 0,98 \quad (26)$$

$$B = -2,4R_{\lambda DL}^3 + 3,9R_{\lambda DL}^2 - 0,9R_{\lambda DL} + 0,8 \quad 0,27 \leq R_{\lambda DL} \leq 1,19 \quad (27)$$

(iv) Proposta de MATSUBARA *et al.* (2019)

MATSUBARA *et al.* (2019) desenvolveram uma abordagem de projeto com alcance maior para a variedade de perfis formados a frio, testada para colunas U enrijecido com  $0,4 \leq b_f/b_w \leq 1,0$  e  $0,2 \leq b_s/b_w \leq 0,3$ . A equação base continuou sendo a equação (25), sendo os coeficientes A e B representados pelas equações a seguir.

$$A = \begin{cases} 0,15 & R_{\lambda DL} < 0,90 \\ 20,64R_{\lambda DL}^3 - 57,75R_{\lambda DL}^2 + 54,33R_{\lambda DL} - 17,02 & 0,90 \leq R_{\lambda DL} \leq 1,05 \\ 0,25 & R_{\lambda DL} > 1,05 \end{cases} \quad (28)$$

$$B = \begin{cases} 0,80 & R_{\lambda DL} < 0,45 \\ 7,17R_{\lambda DL}^4 - 25,76R_{\lambda DL}^3 + 31,07R_{\lambda DL}^2 - 14,21R_{\lambda DL} + 2,97 & 0,45 \leq R_{\lambda DL} \leq 1,05 \\ 1,20 & R_{\lambda DL} > 1,05 \end{cases} \quad (29)$$

(v) Proposta BATISTA *et al.* (2019a)

Recentemente, BATISTA *et al.* (2019) propuseram novas equações para os coeficientes A e B, configurando uma nova proposta para o cálculo da resistência de colunas em perfis formados a frio de seção U enrijecido com  $\lambda_G/\lambda_L \leq 0,5$  e  $\lambda_G/\lambda_D \leq 0,5$ .

$$A = \begin{cases} 0,15 & R_{\lambda DL} < 0,80 \\ 0,4R_{\lambda DL} - 0,17 & 0,80 \leq R_{\lambda DL} \leq 1,05 \\ 0,25 & R_{\lambda DL} > 1,05 \end{cases} \quad (30)$$

$$B = \begin{cases} 0,80 & R_{\lambda DL} < 0,45 \\ -2,26R_{\lambda DL}^2 + 4,06R_{\lambda DL} - 0,57 & 0,45 \leq R_{\lambda DL} \leq 1,05 \\ 1,20 & R_{\lambda DL} > 1,05 \end{cases} \quad (31)$$

# 3 METODOLOGIA

## 3.1 Modelagem em elementos finitos

O presente estudo fundamenta-se na análise numérica por meio do emprego do programa ANSYS (SAS, 2009), que é um software de modelagem cujo procedimento de análise e cálculo baseia-se no Método dos Elementos Finitos para resolver grande variedade de problemas mecânicos, dentre eles a análise estrutural estática linear e não-linear

### 3.1.1 Definição do modelo em elementos finitos

A investigação fundamenta-se na modelagem numérica de colunas de aço de perfis formados a frio, via métodos dos elementos finitos, por meio do emprego do programa ANSYS (SAS, 2009). A solução numérica de estabilidade estrutural deu-se através do Método de Riks (RIKS, 1979), que apresenta bons resultados para o estudo de placas sujeitas a fenômenos de flambagem. Esse método mostrou-se eficiente em vários trabalhos de estabilidade estrutural presentes na literatura, como por exemplo, o de MATSUBARA (2018).

Os perfis de aço e as chapas de extremidade dos modelos investigados são simuladas por elementos finitos de casca SHELL181 que considera esforços de flexão, cisalhamento e efeito de membrana. Esse tipo de elemento de casca é comumente utilizado por diversos pesquisadores no estudo de perfis de parede fina, sendo a geometria, locação dos nós e sistema de coordenadas mostrados na Figura 15. O elemento é definido por quatro nós, sendo que cada nó possui seis graus de liberdade: translação e rotação em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

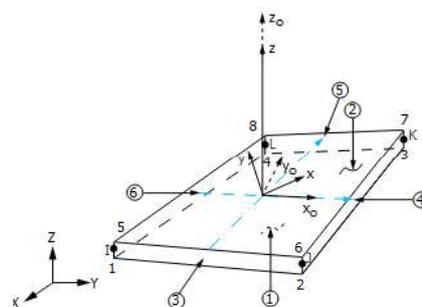
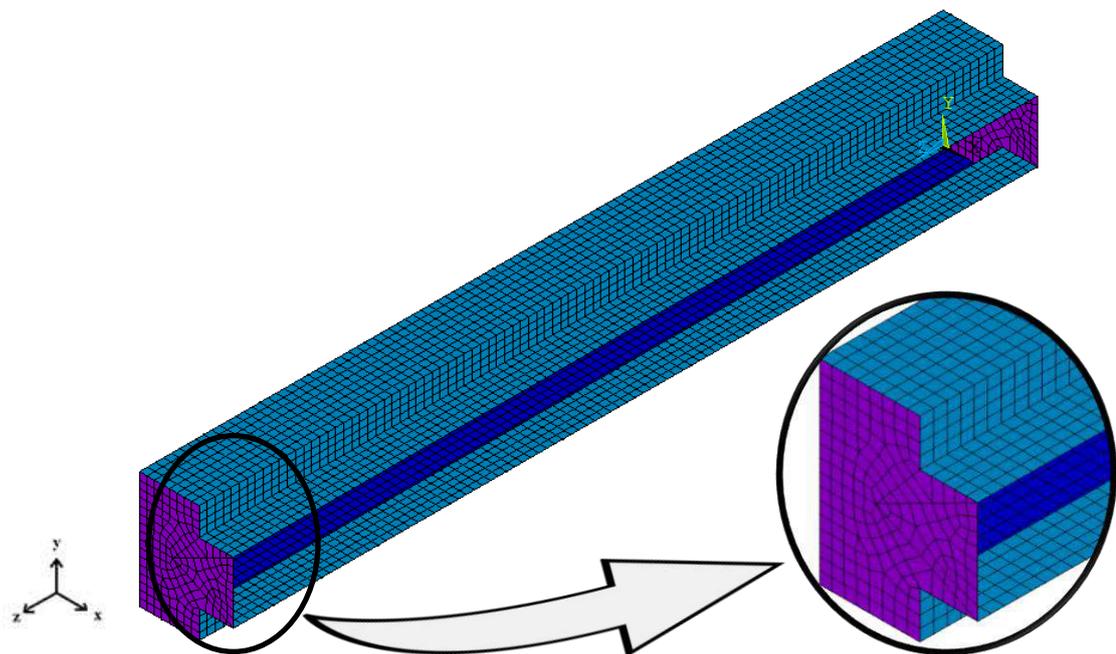


Figura 15 - Elemento finito SHELL181 (ANSYS, 2009)

A dimensão dos elementos foi definida como sendo 5 mm de lado, conforme recomendado em seus trabalhos por pesquisadores como FENA (2011), SILVESTRE *et al.* (2017) e MATSUBARA (2018). Desta forma, pode-se afirmar que o modelo em elementos finitos possui grau de refinamento adequado, permitindo uma boa representação do comportamento estático da estrutura analisada. A Figura 16 apresenta a malha de elementos finitos do modelo gerado no ANSYS (SAS, 2009).

As condições de contorno são consideradas de duas formas na etapa de validação do modelo numérico: (i) engastadas para a validação das colunas de DINIS *et al.* (2014) e (ii) apoiadas com empenamento impedido para a validação das colunas de VASQUEZ (1998). Posteriormente, na etapa da análise paramétrica, as colunas serão consideradas com os deslocamentos dos nós de extremidade restringidos nas direções da seção transversal e rotação impedida nos três eixos principais, configurando assim apoios engastados. O movimento de corpo rígido na direção longitudinal de todas as barras foi impedido em um único nó localizado no meio do comprimento da coluna e à meia altura da alma.



**Figura 16 - Perspectiva da malha em elementos finitos com as chapas de extremidade**

### 3.1.2 Imperfeições

A presença de imperfeições na estrutura tem grande importância para análises que envolvam modos de flambagem, visto que influenciam significativamente os fenômenos de instabilidade estrutural. O caso clássico da coluna de Euler é apenas aplicável a peças perfeitas, ou seja, com eixo perfeitamente reto, carga perfeitamente centrada, ausência de tensões residuais e material homogêneo. Entretanto, na realidade, todo elemento de barra em aço possui imperfeições tais que influenciam diretamente a carga última ( $P_u$ ), também conhecida como carga de colapso, carga de ruína ou resistência da coluna. Sendo assim, para o caso de perfis formados a frio, é importante a consideração das imperfeições iniciais de modo que o estudo de análise de instabilidade torne-se adequado.

As imperfeições que podem afetar os perfis possuem origens diversas, sendo algumas delas: (i) geométricas iniciais, (ii) devido a tensões residuais ou (iii) à variação das características mecânicas do aço.

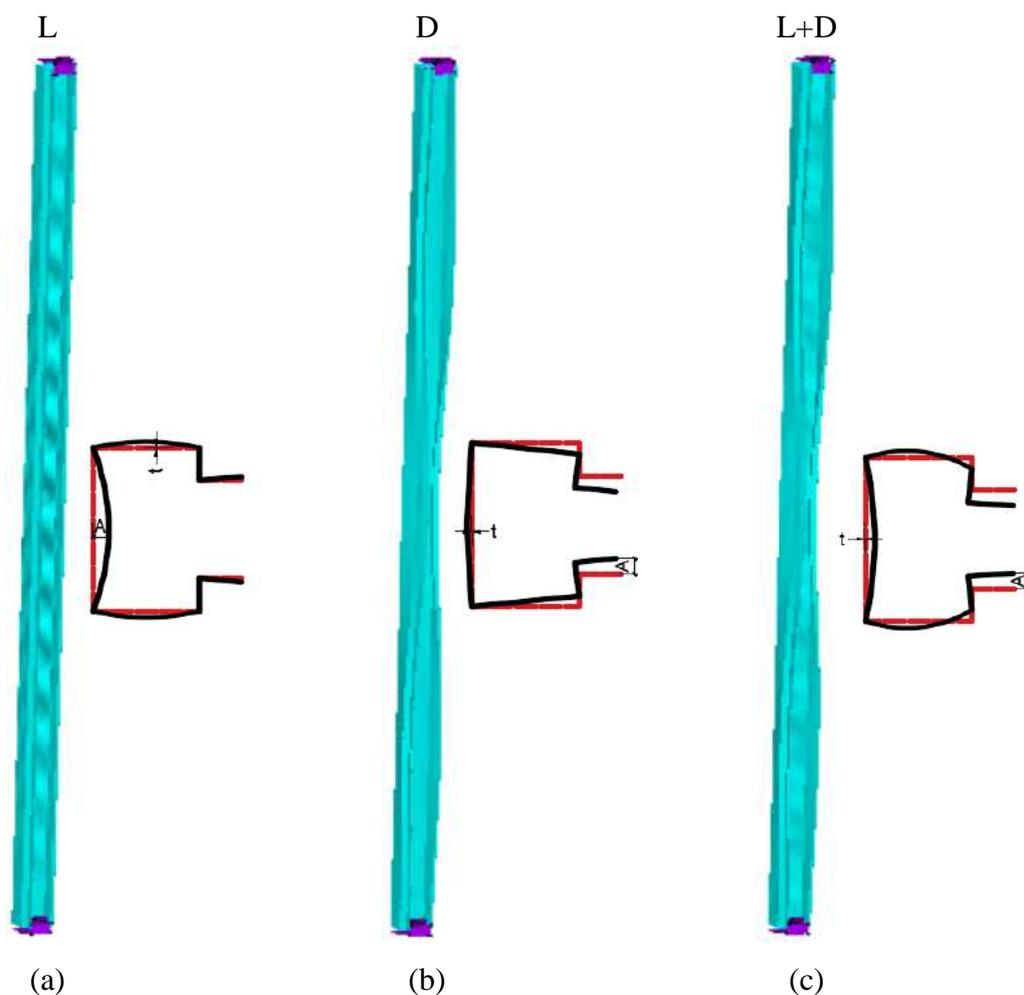
- (i) As imperfeições geométricas iniciais são adotadas geralmente na forma de modos de flambagem local, distorcional e/ou global;
- (ii) O processo de fabricação dos perfis formados a frio provocam o surgimento de imperfeições dado que a conformação em dobradeira ou a conformação com roletes induz o aparecimento de tensões residuais originadas por flexão que são máximas nos cantos arredondados;
- (iii) A imperfeição causada pela variação nas características mecânicas do aço tem origem no encruamento do aço devido ao trabalho de dobramento a frio que, com o tempo, ocasiona em uma elevação do limite elástico do material bem como de sua tensão última.

A partir do exposto acima, é possível notar que as imperfeições podem contribuir favoravelmente (iii) ou desfavoravelmente (i e ii) para o comportamento estrutural dos perfis formados a frio. Neste trabalho serão consideradas apenas as imperfeições geométricas iniciais dos perfis que ocorrem na seção transversal contribuindo desfavoravelmente para a segurança do elemento estrutural.

Embora existam diversos métodos para a caracterização das imperfeições geométricas iniciais, será adotado no presente trabalho o mesmo método que MARTINS *et al.* (2017) utilizando os modos puros local e distorcional ou a combinação dos mesmos, com amplitude ( $A$ ) equivalente a 10% da espessura da parede do perfil, conforme

ilustrado na Figura 17. Isto significa que será necessário realizar primeiramente, a análise de estabilidade elástica no programa de elementos finitos para a obtenção do modo crítico de flambagem da coluna que, posteriormente, será incorporado ao programa como imperfeição geométrica inicial de amplitude 0,10 t.

Segundo MARTINS *et al.* (2015), estudos anteriores de colunas que apresentam  $P_{crD}/P_{crL}$  próximos de 1 ( $0,9 < P_{crD}/P_{crL} < 1,1$ ) mostram que as imperfeições geométricas iniciais associadas ao modo puramente distorcional são as mais prejudiciais para os elementos estruturais quando comparadas com qualquer outra combinação de imperfeições locais e distorcionais compartilhando a mesma amplitude. Portanto, como as colunas que serão utilizadas para a validação do modelo estão na faixa de  $0,6 < P_{crD}/P_{crL} < 1,5$ , serão analisadas as colunas com imperfeições puramente distorcionais, puramente locais e combinando os modos local-distorcional de modo a verificar o caso mais prejudicial e o mais próximo da realidade do experimento.



**Figura 17 - Colunas em perfil rack com imperfeição geométrica inicial (a) puramente local, (b) puramente distorcional e (c) combinação dos modos local-distorcional**

# 4 VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

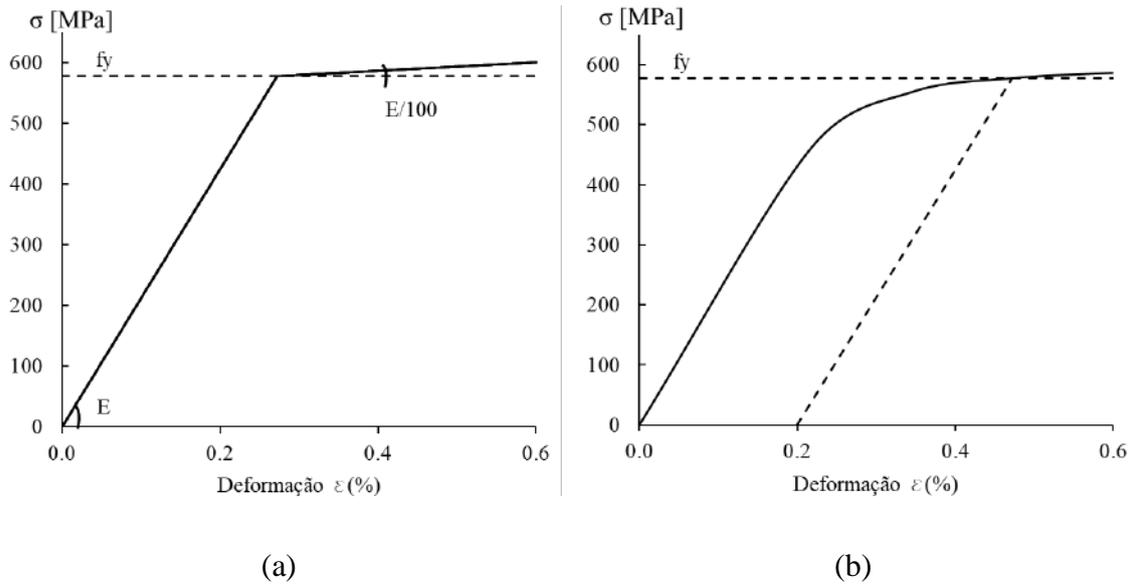
A validação de modelos numéricos é uma etapa importante em um projeto de pesquisa, pois a escolha correta de um modelo representativo influencia diretamente a qualidade dos resultados definidos em função dos objetivos que se deseja alcançar. Neste trabalho, a validação do modelo numérico em elementos finitos deu-se em duas etapas: validação numérica-numérica e validação numérica-experimental.

A validação numérica-numérica do modelo de elementos finitos foi realizada através da comparação dos resultados das cargas críticas locais e distorcionais determinadas através das curvas de assinatura geradas pelos programas computacionais CUFSM (LI e SCHAFER, 2010) e GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010) bem como a comparação com os resultados obtidos nos trabalhos de DINIS *et al.* (2014) e VASQUEZ (1998) para as colunas cujas características serão apresentadas no item 4.1.

A validação numérica-experimental do modelo foi fundamentada a partir de valores experimentais de carga última extraídos do artigo DINIS *et al.* (2014) e da dissertação de VASQUEZ (1998), que serão comparados aos resultados de carga última obtidos através do modelo em elementos finitos.

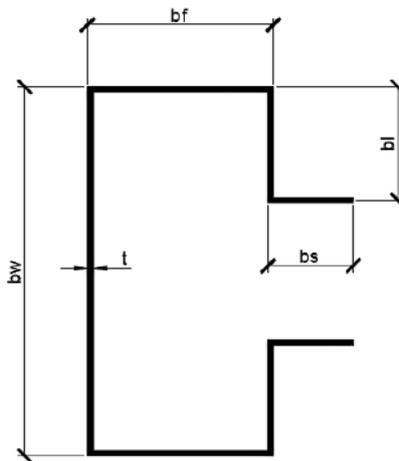
## 4.1 Modelo estrutural investigado

Os modelos estruturais representarão colunas de perfis de aço formados a frio de seção rack submetidos ao carregamento de compressão. O aço foi considerado material isotrópico, cujo coeficiente de Poisson adotado equivale a  $\nu = 0,3$  e módulo de elasticidade conforme apresentado nas Tabelas 1 e 2. A Figura 18 representa os modelos (i) bilinear e (ii) não-linear adotados na etapa de validação, onde a inclinação do patamar de escoamento da fase plástica por encruamento foi adotada conforme o recomendado pelo EUROCODE 3 Parte 1-5 (CEN, 2006) como sendo  $E/100$ . O modelo não-linear foi adotado com base no ensaio de tração do aço realizado por Dinis *et al.* (2014) e assumido como multilinear no modelo numérico.



**Figura 18 – Exemplo de modelo (a) Bilinear e (b) Não-linear para o aço  $f_y = 578$  MPa**

Nesta etapa de validação do modelo numérico, foi utilizado um grupo de colunas de perfis de aço formados a frio de seção rack estudadas por DINIS *et al.* (2014) e VASQUEZ (1998) cuja seção transversal é apresentada na Figura 19.



**Figura 19 - Seção rack utilizada para validação do modelo**

No estudo de DINIS *et al.* (2014), as propriedades do aço foram determinadas a partir de ensaios de tração de corpos de prova extraídos do centro da alma e de regiões dos flanges das colunas RS-1 e RS-5. Sabendo-se que todas as colunas foram fabricadas a partir de apenas dois lotes de aço, DINIS *et al.* (2014) assumiram então que as propriedades do material são as mesmas para colunas que apresentam a mesma espessura nominal. Nas Tabelas 1 e 2 são apresentadas as características geométricas e propriedades do aço adotados na etapa de validação.

**Tabela 1 - Propriedades geométricas e de material de colunas com seção rack - DINIS *et al.* (2014)**

Modelo	b <sub>w</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)	b <sub>s</sub> (mm)	b <sub>l</sub> (mm)	L (mm)	t (mm)	E (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)
RS-1	73,00	37,10	17,30	21,30	1300	1,002	215000	609
RS-2	78,40	47,40	17,20	21,00	1800	0,998	215000	609
RS-3	83,60	52,30	17,10	20,40	2100	0,982	215000	609
RS-4-1	88,60	57,20	17,20	21,30	2499	0,999	215000	609
RS-4-2	88,60	57,20	17,50	21,40	2500	0,981	215000	609
RS-5	83,50	52,50	17,30	21,60	1397	1,193	212000	578
RS-6	88,50	57,90	17,70	21,00	1599	1,186	212000	578
RS-7	93,70	67,30	17,40	20,80	1902	1,227	212000	578
RS-8-1	98,70	72,20	17,00	21,00	2501	1,201	214000	578
RS-8-2	98,80	72,20	17,20	20,80	2501	1,175	214000	578

Nota: Propriedades geométricas medidas experimentalmente

**Tabela 2 - Propriedades geométricas e de material de colunas com seção rack - VASQUEZ (1998)**

Modelo	b <sub>w</sub> (mm)	b <sub>f</sub> (mm)		b <sub>s</sub> (mm)		b <sub>l</sub> (mm)		L (mm)	t (mm)	E (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)
		sup.	inf.	sup.	inf.	sup.	inf.				
CL1-1	137,35	77,85	77,10	26,30	26,10	45,10	44,90	949	2,43	210000	293,40
CL1-2	136,35	77,40	77,50	26,00	26,30	44,90	44,80		2,34	210000	293,40
CL1-3	137,70	77,50	77,10	25,80	25,50	45,00	44,90		2,44	210000	293,55
CL1-4	137,80	77,50	77,70	26,30	26,70	44,10	44,70		2,47	210000	293,09
CL1-5	135,10	77,40	77,50	26,10	26,30	45,80	45,30		2,42	210000	293,58
CL1-6	135,70	77,60	77,40	26,20	26,50	45,50	45,20		2,44	210000	293,37
CL2-1	132,65	77,40	77,00	26,30	26,20	44,80	44,70	877	2,76	210000	313,94
CL2-2	129,95	78,10	77,55	28,80	28,30	45,20	44,80		2,83	210000	312,40
CL2-3	137,20	78,00	77,50	25,60	25,80	45,00	45,10		2,82	210000	313,94
CL2-4	131,30	77,90	77,10	27,20	28,00	44,90	44,90		2,76	210000	313,69
CL2-5	132,35	77,40	77,20	27,50	27,40	44,80	44,80		2,83	210000	314,36
CL2-6	130,50	77,90	78,00	28,50	28,30	44,90	45,00		2,82	210000	315,32
CL3-1	149,20	90,20	90,50	32,10	32,60	52,30	52,40	1086	2,76	210000	317,60
CL3-2	148,50	90,00	90,80	32,50	32,70	52,50	52,70		2,74	210000	318,12
CL3-3	149,50	90,00	90,60	32,60	32,70	52,50	52,50		2,83	210000	317,66
CL3-4	147,70	90,20	90,70	32,00	33,00	52,80	52,80		2,74	210000	317,60
CL3-5	149,40	90,10	90,80	32,30	32,10	52,60	52,40		2,75	210000	317,60
CL3-6	148,70	90,10	90,50	32,60	32,50	52,40	52,30		2,80	210000	317,04

Nota: <sup>1</sup> Propriedades geométricas medidas experimentalmente

<sup>2</sup> Módulo de elasticidade nominal

No estudo das colunas de VASQUEZ (1998), as dimensões b<sub>f</sub>, b<sub>s</sub> e b<sub>l</sub> foram adotadas como sendo a média dos valores das bordas superior e inferior para cada caso.

## 4.2 Resultados preliminares

### 4.2.1 Análise linear de estabilidade elástica

Nas análises lineares de estabilidade foram obtidas as cargas críticas e os modos de instabilidade. A Figura 20 ilustra os modos local e distorcional observados através do software GBTUL e ANSYS para a coluna RS-5. As regiões tracejadas serão apresentadas amplificadas na Figura 21 e Figura 22. A Figura 23 representa os modos local e distorcional obtidos através das duas ferramentas computacionais para a coluna CL1-5.

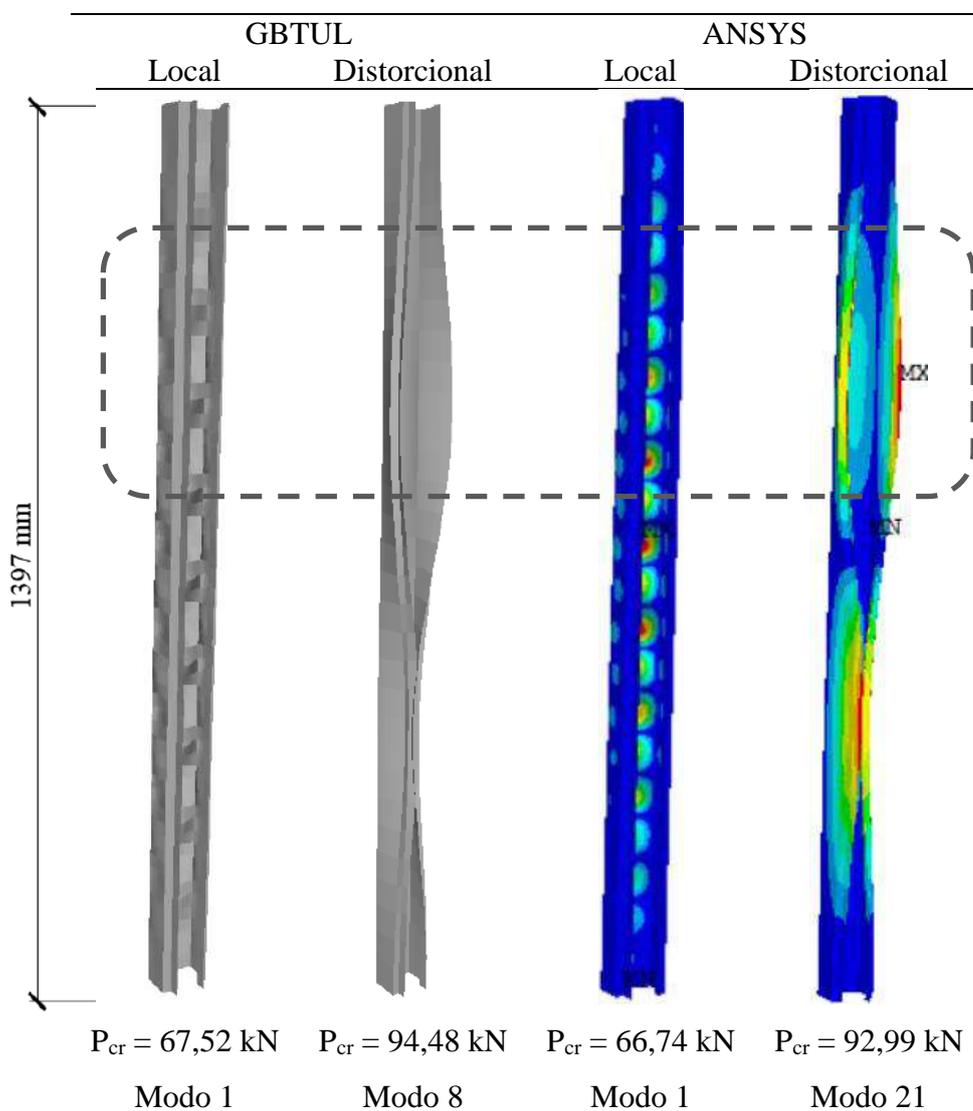


Figura 20 - Modos de instabilidade da coluna RS-5 através do GBTUL e ANSYS

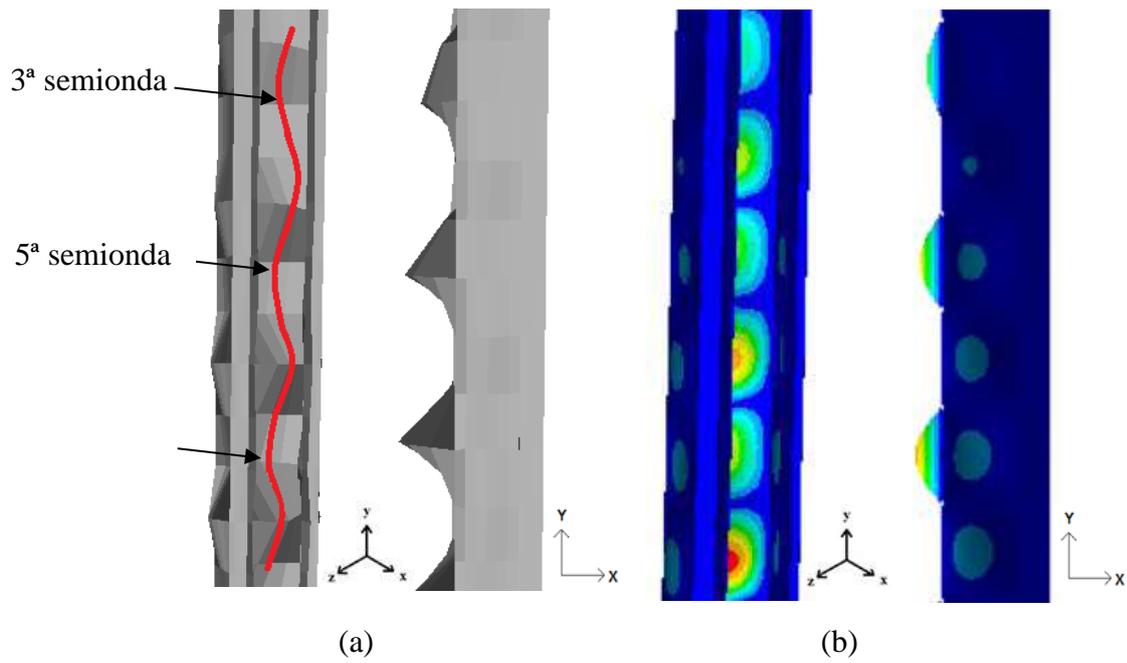


Figura 21 - Coluna RS-5: ampliação da região tracejada referente ao modo local nos programas (a) GBTUL (b) ANSYS

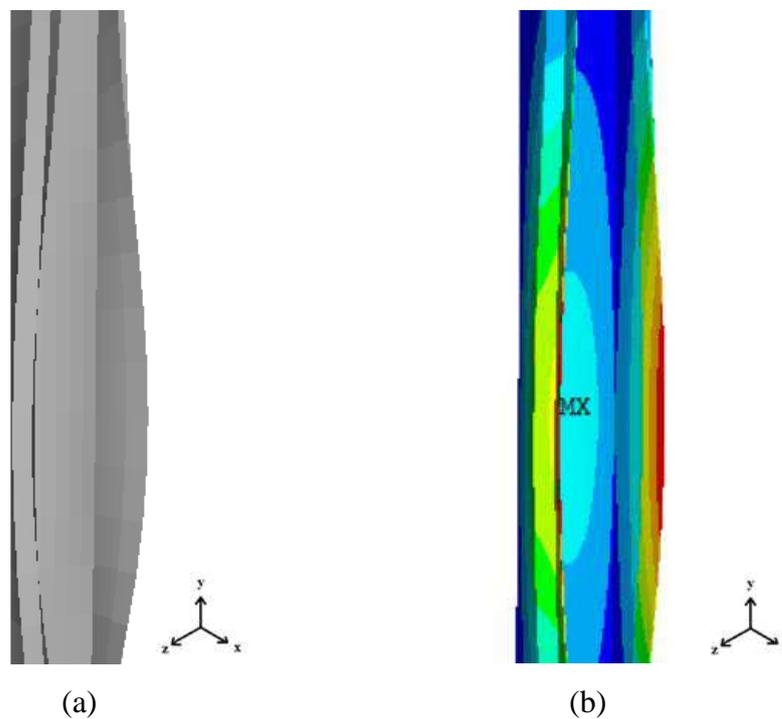
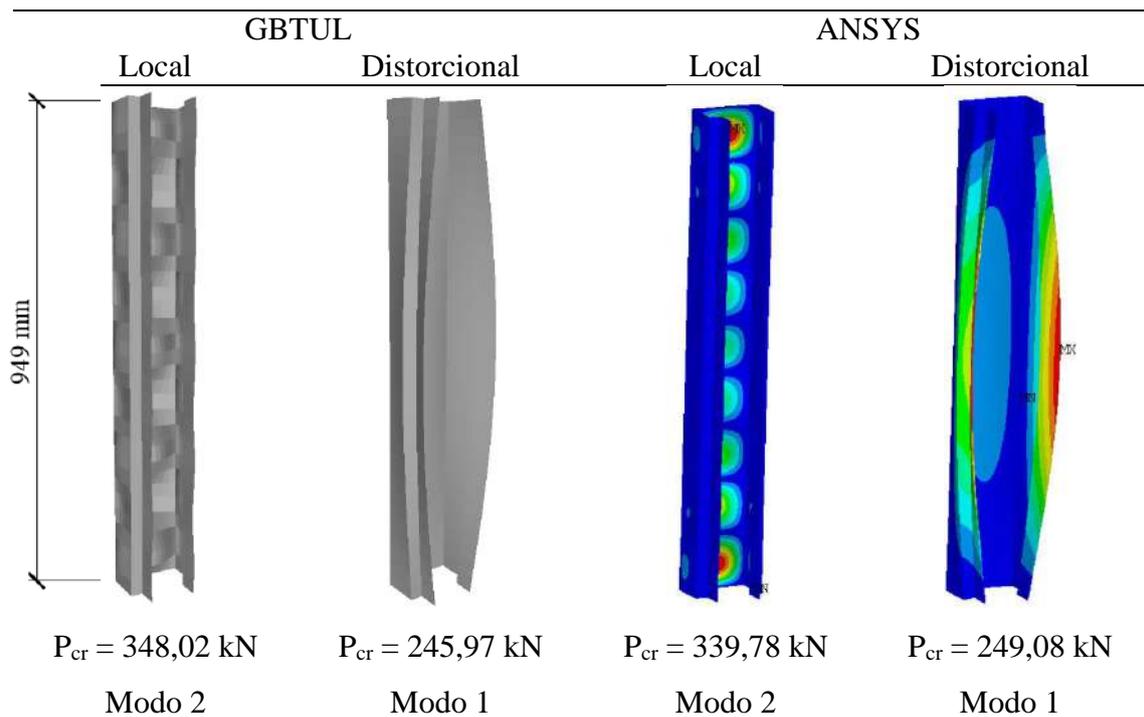


Figura 22 - Coluna RS-5: ampliação da região tracejada referente ao modo distorcional nos programas (a) GBTUL (b) ANSYS



**Figura 23 - Modos de instabilidade da coluna CL 1-5 através do GBTUL e ANSYS**

Comparando-se as cargas críticas destas colunas, observa-se diferença de aproximadamente 1,5% para RS-5 e 2,5% para CL1-5, o que apresenta coerência do modelo em elementos finitos utilizado para esta análise. Observa-se que os modos de instabilidade obtidos através dos dois softwares para esses comprimentos são compatíveis, apresentando no modo local 19 semiondas e no modo distorcional 2 semiondas na coluna RS-5. Na coluna CL1-5 observam-se 9 semiondas locais e 1 distorcional.

A partir da etapa de validação numérica-numérica foram geradas a Tabela 3 e a Tabela 4 que comparam os valores encontrados, apresentando resultados coerentes e semelhantes entre os programas numéricos tanto para as colunas de DINIS *et al.* (2014) como para as colunas de VASQUEZ (1998). A comparação com os programas GBTUL e CUFSM indica que o programa em elementos finitos está coerente e, portanto, o modelo em elementos finitos está funcionando adequadamente.

**Tabela 3 - Relação entre as cargas críticas obtidas através dos programas computacionais para as colunas de DINIS *et al* (2014)**

COLUNA	L [mm]	P <sub>cr</sub>	GBTUL	CUFSM	ANSYS	<u>CUFSM</u>	<u>ANSYS</u>	<u>ANSYS</u>	
			[kN]	[kN]	[kN]	GBTUL	GBTUL	CUFSM	
RS-1	1300	L	45,90	45,03	45,47	0,98	0,99	1,01	
		D	66,59	66,70	66,03	1,00	0,99	0,99	
RS-2	1800	L	42,94	42,19	42,42	0,98	0,99	1,01	
		D	60,91	60,83	60,48	1,00	0,99	0,99	
RS-3	2100	L	37,45	37,11	37,27	0,99	1,00	1,00	
		D	58,13	57,94	56,07	1,00	0,96	0,97	
RS-4-1	2499	L	37,24	36,84	37,00	0,99	0,99	1,00	
		D	55,76	55,65	57,53	1,00	1,03	1,03	
RS-4-2	2500	L	35,61	34,79	35,13	0,98	0,99	1,01	
		D	54,63	54,55	54,12	1,00	0,99	0,99	
RS-5	1397	L	67,52	66,53	66,74	0,99	0,99	1,00	
		D	94,48	94,21	92,99	1,00	0,98	0,99	
RS-6	1599	L	62,14	61,22	61,39	0,99	0,99	1,00	
		D	91,71	91,45	90,30	1,00	0,98	0,99	
RS-7	1902	L	65,34	64,36	64,48	0,98	0,99	1,00	
		D	95,01	90,50	89,55	0,95	0,94	0,99	
RS-8-1	2501	L	57,80	57,30	57,42	0,99	0,99	1,00	
		D	81,20	80,00	79,68	0,99	0,98	1,00	
RS-8-2	2501	L	54,01	53,84	53,78	1,00	1,00	1,00	
		D	76,77	76,84	76,19	1,00	0,99	0,99	
						Média	0,99	0,99	1,00
						D. Pad.	0,01	0,02	0,01
						C. Var.	0,01	0,02	0,01

**Tabela 4 - Relação entre as cargas críticas obtidas através dos programas computacionais para as colunas de VASQUEZ (VASQUEZ, 1998)**

COLUNA	L [mm]	P <sub>cr</sub>	GBTUL	CUFSM	ANSYS	CUFSM	ANSYS	ANSYS
			[kN]	[kN]	[kN]	GBTUL	GBTUL	CUFSM
CL1-1	949	L	345,20	340,76	334,33	0,99	0,97	0,98
		D	251,16	253,97	251,92	1,01	1,00	0,99
CL1-2	949	L	308,78	307,72	301,88	1,00	0,98	0,98
		D	230,00	229,21	231,54	1,00	1,01	1,01
CL1-3	949	L	343,60	342,39	335,99	1,00	0,98	0,98
		D	247,52	246,62	252,15	1,00	1,02	1,02
CL1-4	949	L	356,81	355,56	348,86	1,00	0,98	0,98
		D	260,66	259,62	264,05	1,00	1,01	1,02
CL1-5	949	L	348,02	346,77	339,78	1,00	0,98	0,98
		D	245,97	245,08	249,08	1,00	1,01	1,02
CL1-6	949	L	354,05	352,78	345,76	1,00	0,98	0,98
		D	251,53	250,59	254,72	1,00	1,01	1,02
CL2-1	877	L	528,50	526,32	516,63	1,00	0,98	0,98
		D	328,47	327,19	332,34	1,00	1,01	1,02
CL2-2	877	L	596,47	593,87	582,42	1,00	0,98	0,98
		D	365,79	364,05	365,39	1,00	1,00	1,00
CL2-3	877	L	534,75	532,16	523,90	1,00	0,98	0,98
		D	336,46	334,71	341,63	0,99	1,02	1,02
CL2-4	877	L	541,21	538,99	528,99	1,00	0,98	0,98
		D	339,41	337,86	339,97	1,00	1,00	1,01
CL2-5	877	L	575,28	572,82	562,00	1,00	0,98	0,98
		D	356,85	355,25	359,31	1,00	1,01	1,01
CL2-6	877	L	585,97	583,46	572,28	1,00	0,98	0,98
		D	361,62	359,90	361,17	1,00	1,00	1,00
CL3-1	1086	L	483,84	482,24	473,24	1,00	0,98	0,98
		D	335,87	334,79	334,91	1,00	1,00	1,00
CL3-2	1086	L	478,09	476,52	467,65	1,00	0,98	0,98
		D	331,91	330,83	330,64	1,00	1,00	1,00
CL3-3	1086	L	520,80	519,00	509,13	1,00	0,98	0,98
		D	355,99	354,63	355,33	1,00	1,00	1,00
CL3-4	1086	L	482,64	481,03	472,05	1,00	0,98	0,98
		D	330,90	329,85	329,72	1,00	1,00	1,00
CL3-5	1086	L	477,68	476,11	467,26	1,00	0,98	0,98
		D	331,75	330,69	330,79	1,00	1,00	1,00
CL3-6	1086	L	508,35	506,60	497,02	1,00	0,98	0,98
		D	347,93	346,67	347,12	1,00	1,00	1,00
					Média	1,00	0,99	0,99
					D. Pad.	0,01	0,02	0,01
					C. Var.	0,01	0,02	0,01

#### 4.2.2 Análise não linear

A fim de analisar o comportamento pós-flambagem e o esforço resistente da estrutura, foi realizada a análise não linear dos modelos, com a introdução das imperfeições geométricas iniciais e das propriedades elastoplásticas do aço.

No caso da validação numérica-experimental, as colunas foram processadas com imperfeição inicial correspondente ao primeiro (i) modo local puro, (ii) distorcional puro e (iii) combinação dos modos local e distorcional. Devido ao pequeno espaço amostral de perfis rack formados a frio sem furos testados experimentalmente que apresentassem interação entre os modos local e distorcional, foi feita uma análise adicional com as colunas de VASQUEZ (1998). Os resultados são apresentados na Tabela 5 com os respectivos resultados experimentais extraídos de DINIS *et al.* (2014) e na Tabela 6 com os resultados experimentais extraídos de VASQUEZ (1998).

Observa-se que ao aplicar os três tipos de imperfeição inicial (L, D e LD) com amplitude de 10% da espessura, todas as colunas de DINIS *et al.* (2014) apresentaram mecanismo de colapso numérico compatível com mecanismo de colapso observado no experimento.

**Tabela 5 - Relação entre as cargas últimas experimentais de DINIS *et al.* (2014) e cargas últimas numéricas com imperfeição inicial local, distorcional e local-distorcional**

	P <sub>uExp</sub> (kN)	Modo de Colapso Exp.	Imperfeição Local			Imperfeição Distorcional			Imperfeição LD		
			P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso	P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso	P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso
RS1	58,24	L+D	65,65	0,89	L+D	62,46	0,93	L+D	63,44	0,92	L+D
RS2	54,37	L+D	58,54	0,93	L+D	55,57	0,98	L+D	53,22	1,02	L+D
RS3	54,34	L+D	56,92	0,95	L+D	51,62	1,05	L+D	54,75	0,99	L+D
RS4-1	51,38	L+D	54,99	0,93	L+D	50,30	1,02	L+D	50,24	1,02	L+D
RS4-2	50,96	L+D	53,16	0,96	L+D	51,05	1,00	L+D	49,43	1,03	L+D
RS5	81,57	L+D	93,05	0,88	L+D	86,36	0,94	L+D	87,16	0,94	L+D
RS6	79,83	L+D	93,21	0,86	L+D	84,84	0,94	L+D	85,75	0,93	L+D
RS7	79,82	L+D	91,76	0,87	L+D	85,67	0,93	L+D	86,26	0,93	L+D
RS8-1	75,45	L+D	79,97	0,94	L+D	78,97	0,96	L+D	66,48	1,13	L+D
RS8-2	74,29	L+D	76,78	0,97	L+D	70,83	1,05	L+D	74,84	0,99	L+D
		Média		0,92			0,98			0,99	
		D. Padrão		0,04			0,05			0,07	
		Coef. de Var.		0,04			0,05			0,07	

**Tabela 6 - Relação entre as cargas últimas experimentais de VASQUEZ (1998) e cargas últimas numéricas com imperfeição inicial local, distorcional e local-distorcional**

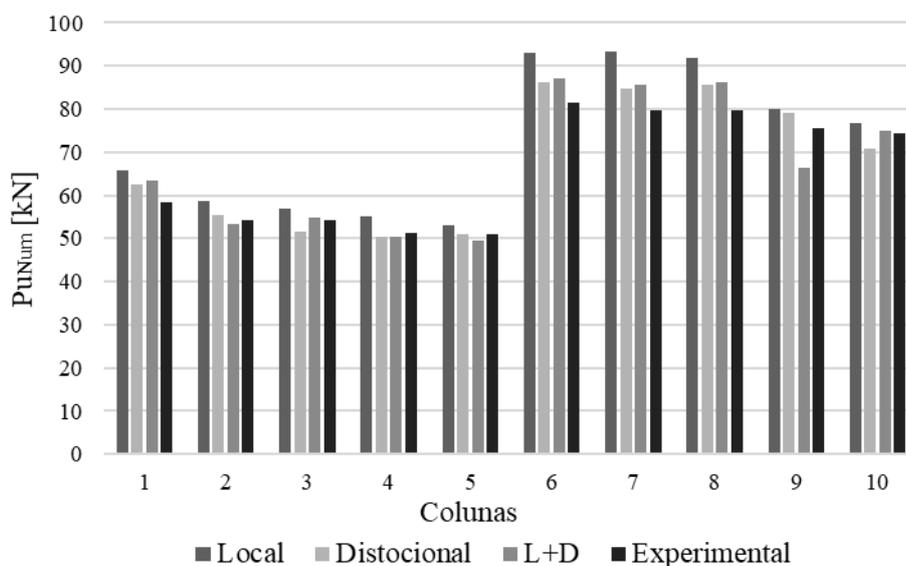
P <sub>uExp</sub> (kN)	Modo de Colapso Exp.	Imperfeição Local			Imperfeição Distorcional			Imperfeição LD			
		P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso	P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso	P <sub>uNum</sub> (kN)	$\frac{P_{uExp}}{P_{uNum}}$	Colapso	
CL1-1	315	D	250,20	1,26	L+D	238,04	1,32	D	250,70	1,26	L+D
CL1-2	-	-	231,65	-	L+D	220,25	-	D	231,16	-	L+D
CL1-3	284	D	250,70	1,13	L+D	238,28	1,19	D	247,88	1,15	L+D
CL1-4	267	D	259,64	1,03	L+D	248,11	1,08	D	261,45	1,02	L+D
CL1-5	267	D	248,03	1,08	L+D	235,48	1,13	D	245,52	1,09	L+D
CL1-6	286	D	252,85	1,13	L+D	239,67	1,19	D	249,69	1,15	L+D
CL2-1	-	-	322,30	-	L+D	305,24	-	D	322,27	-	L+D
CL2-2	350	D	342,79	1,02	L+D	326,44	1,07	D	343,35	1,02	L+D
CL2-3	293	D	332,86	0,88	L+D	311,16	0,94	D	331,49	0,88	L+D
CL2-4	347	D	327,33	1,06	L+D	310,32	1,12	D	320,49	1,08	L+D
CL2-5	340	D	340,84	1,00	L+D	319,48	1,06	D	335,56	1,01	L+D
CL2-6	322	D	342,39	0,94	L+D	325,35	0,99	D	343,75	0,94	L+D
CL3-1	-	-	335,20	-	L+D	318,82	-	D	334,95	-	L+D
CL3-2	383	D	331,15	1,16	L+D	315,47	1,21	D	330,47	1,16	L+D
CL3-3	377	D	354,73	1,06	L+D	336,35	1,12	D	348,71	1,08	L+D
CL3-4	347	D	330,34	1,05	L+D	314,63	1,10	D	330,09	1,05	L+D
CL3-5	355	D	331,50	1,07	L+D	315,76	1,12	D	331,40	1,07	L+D
CL3-6	367	D	346,73	1,06	L+D	329,04	1,12	D	346,58	1,06	L+D
		Média	1,06				1,12				1,07
		D. Padrão	0,09				0,09				0,09
		Coef. de Var.	0,08				0,08				0,08

A diferença entre os resultados pode ser explicada devido aos valores atribuídos às propriedades do aço (módulo de elasticidade e tensão de escoamento) ou à forma das imperfeições iniciais adotadas. Entretanto, apesar dos ensaios das colunas RS-5, RS-6 e RS-7 apresentarem um grande desvio, os modelos numéricos apresentaram de modo geral bons resultados para a aplicação de imperfeição local, com média das correlações  $P_{uExp}/P_{uNum}$  das dez colunas de DINIS *et al.*(2014) igual a 0,92 e desvio padrão de 0,04 no caso de aplicação de imperfeição inicial local. No caso de aplicação de imperfeição inicial distorcional, a média das correlações foi de 0,98 com desvio padrão de 0,05. Para imperfeição inicial LD, a média obtida foi igual a 0,99 com desvio padrão de 0,07.

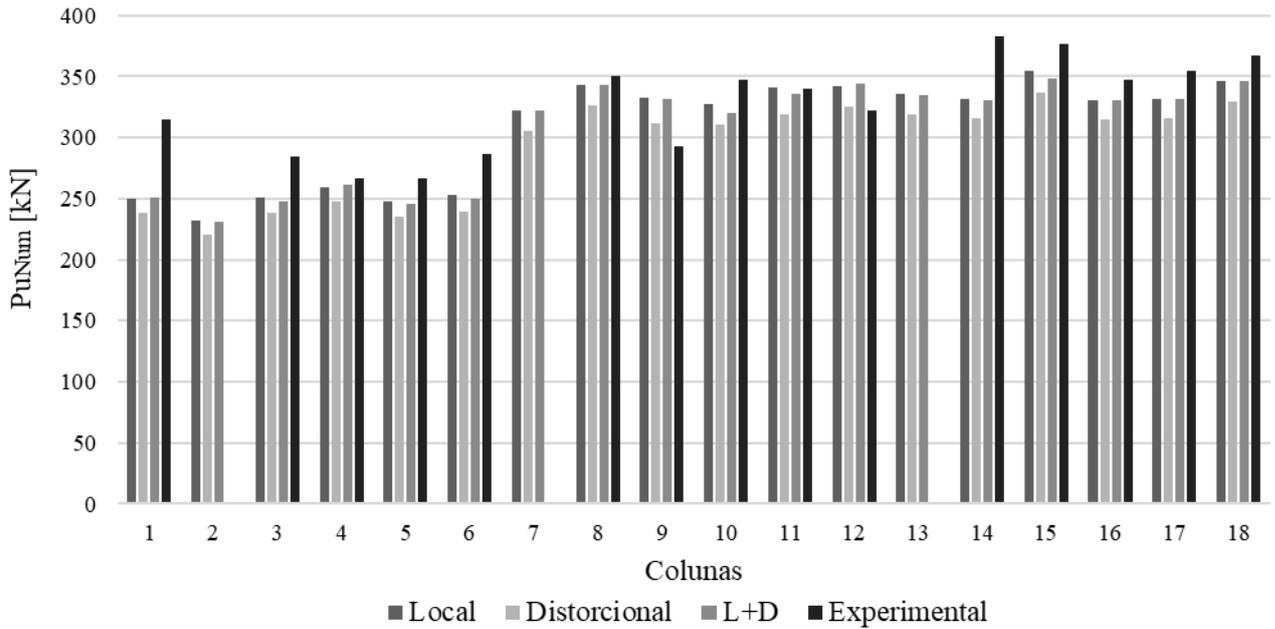
As colunas CL1-1 e CL3-2 apresentaram grandes desvios quando comparadas às demais colunas do ensaio de VASQUEZ (1998), o que elevou consideravelmente a média e o desvio padrão. Considerando a aplicação de imperfeição inicial local, a média e o desvio padrão equivalem respectivamente a 1,06 e 0,09; 1,12 e 0,09 para imperfeição

inicial distorcional e, 1,07 e 0,09 para LD. As colunas de VASQUEZ (1998) foram consideradas como biapoiadas conforme descrito em seu experimento, porém devido às dificuldades práticas de representar fielmente os apoios, estes podem ter apresentado certo tipo de engastamento que não foi considerado no modelo numérico desse conjunto de colunas e, portanto, as cargas últimas numéricas apresentaram valores menores do que as cargas últimas experimentais.

A Figura 24 e Figura 25 ilustram um estudo numérico realizado nesta pesquisa, onde os perfis investigados por DINIS *et al.* (2014) e VASQUEZ (1998) foram simulados em ANSYS com diferentes imperfeições iniciais. Observa-se que 70% das colunas de DINIS *et al.* (2014) e 100% das colunas de VASQUEZ (1998) apresentaram pior desempenho quando submetidas a imperfeições iniciais puramente distorcionais. Por outro lado, as colunas com imperfeições equivalentes ao primeiro modo de flambagem apresentaram resultados mais próximos à realidade evidenciada através dos experimentos.

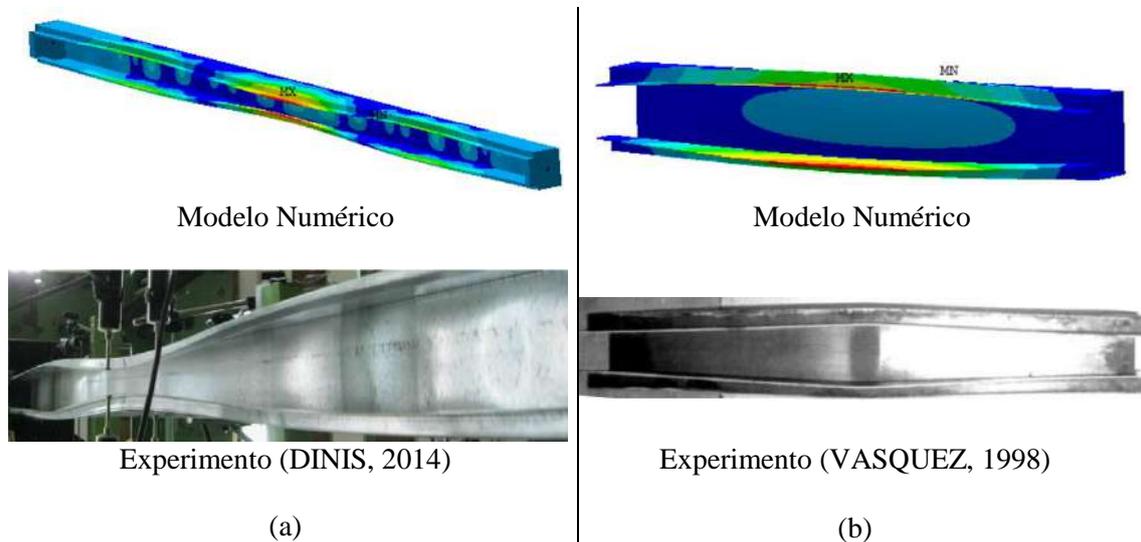


**Figura 24 – Gráfico das cargas últimas associadas à imperfeição inicial adotada para as colunas de DINIS *et al.* (2014)**



**Figura 25 - Gráfico das cargas últimas associadas à imperfeição inicial adotada para as colunas de VASQUEZ (1998)**

A Figura 26 representa o mecanismo de colapso obtido numericamente das colunas RS-8-2 e CL1-4 que coincidem com os apresentados pelos autores das pesquisas experimentais: (a) interação local-distorcional e (b) distorcional.



**Figura 26 - Mecanismo de colapso das colunas (a) RS-8-2 (L+D) e (b) CL1-2 (Distorcional), considerando imperfeições iniciais equivalentes ao primeiro modo de flambagem elástica**

Os resultados obtidos para cada tipo de imperfeição inicial são apresentados na Figura 27, Figura 28 e Figura 29 que correlacionam as cargas numéricas com as experimentais de modo que ambas são normalizadas pela carga de escoamento ( $P_y = Af_y$ ) – quanto mais próximos da reta tracejada, que representa  $P_{uNum} = P_{uExp}$ , maior a precisão da carga última numérica com relação ao resultado experimental. Com base na análise de dispersão dos resultados da correlação numérico-experimental, conclui-se que o modelo em elementos finitos de casca é confiável e pode ser considerado para análises paramétricas complementares que serão discutidas mais adiante.

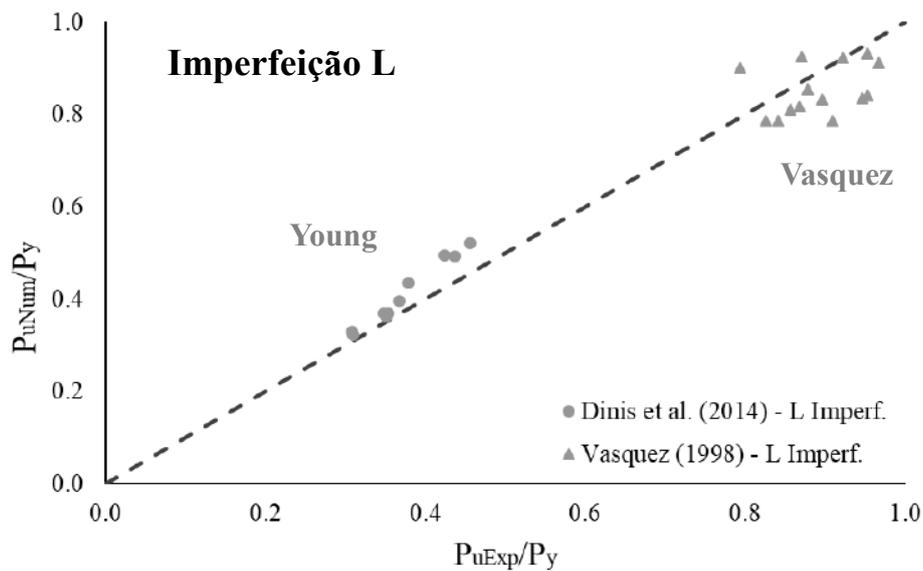


Figura 27 - Correlação entre as cargas últimas experimentais e numéricas com aplicação de imperfeições cuja forma corresponde ao modo local

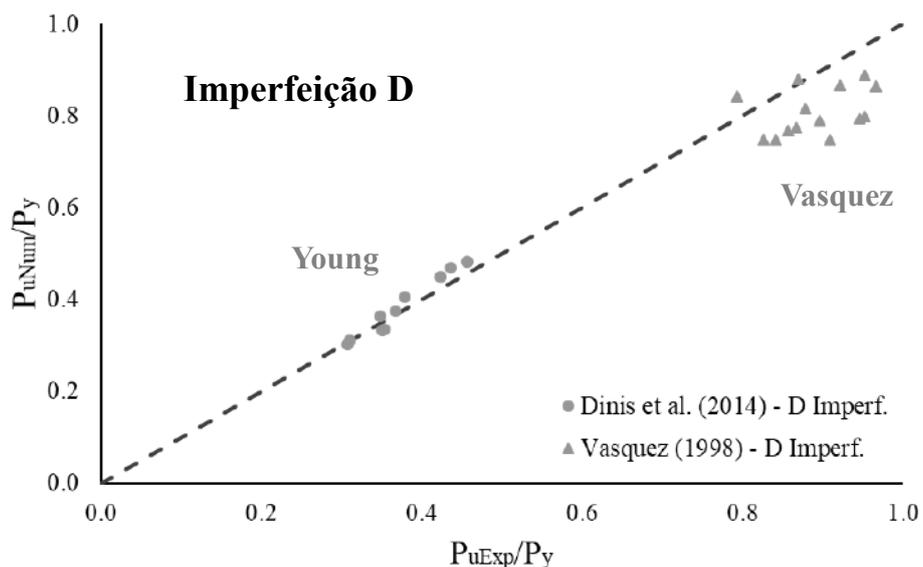
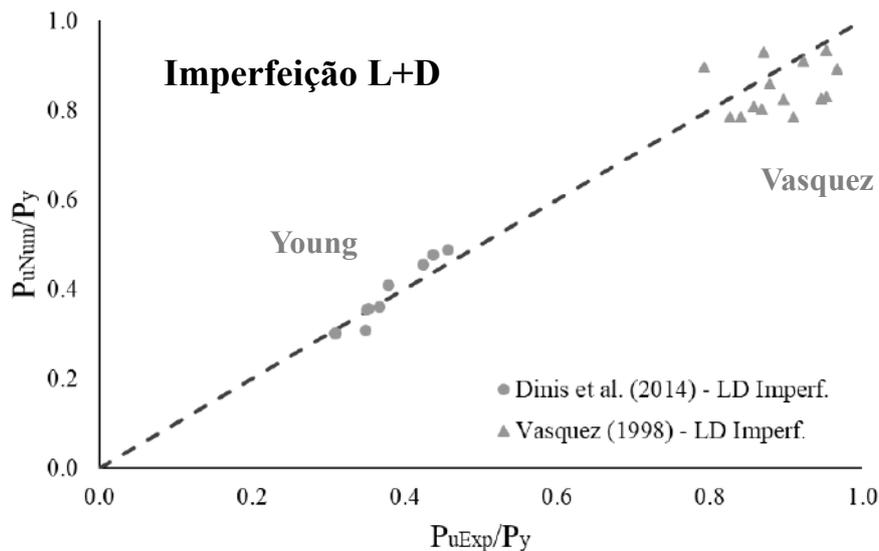


Figura 28 - Correlação entre as cargas últimas experimentais e numéricas com aplicação de imperfeições cuja forma corresponde ao modo distorcional

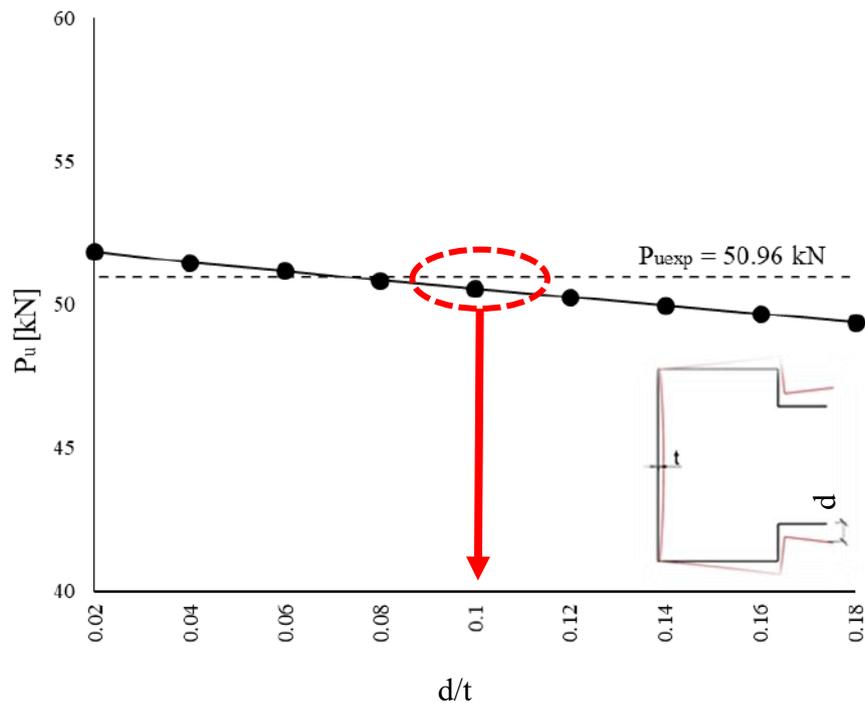


**Figura 29 - Correlação entre as cargas últimas experimentais e numéricas com aplicação de imperfeições cuja forma corresponde à combinação dos modos local-distorcional**

Um estudo adicional foi realizado, com o intuito de observar a sensibilidade do modelo numérico à imperfeição distorcional, visto que as colunas obtiveram o pior desempenho de resistência com esse modo de imperfeição inicial, como pode ser constatado na Figura 24 e Figura 25. Para isso, foram implementados nove valores distintos de amplitude ( $\Delta$ ) para a imperfeição inicial da coluna RS-4-2, conforme Tabela 7. A partir do gráfico representado na Figura 30 é possível observar que, para esta coluna, a magnitude da imperfeição distorcional não é sensível e, portanto, a amplitude de 10% utilizada neste trabalho é uma boa representação. Esse resultado indica, ao menos de forma parcial, que a imperfeição adotada por inúmeros pesquisadores, de 10% da espessura, é adequada.

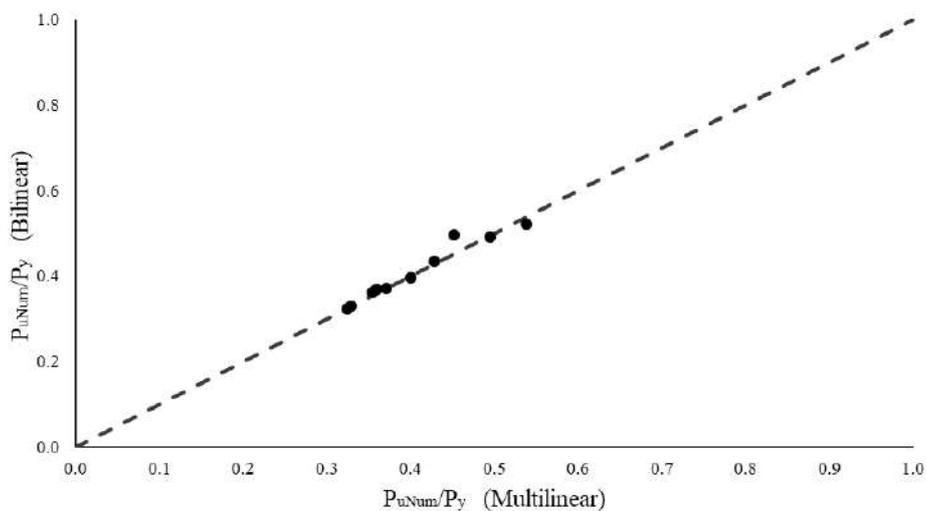
**Tabela 7 – Influência do aumento da amplitude da imperfeição inicial distorcional na carga última numérica da coluna RS-4-2**

	$\Delta=0,02t$	$\Delta=0,04t$	$\Delta=0,06t$	$\Delta=0,08t$	$\Delta=0,10t$	$\Delta=0,12t$	$\Delta=0,14t$	$\Delta=0,16t$	$\Delta=0,18t$
$P_u$ [kN]	52,32	51,97	51,66	51,35	51,05	50,75	50,46	50,16	49,86



**Figura 30 - Sensibilidade à amplitude da imperfeição inicial geométrica correspondente ao modo distorcional da coluna RS-4-2**

A fim de analisar a influência do modelo bilinear e multilinear do aço na resistência das colunas, o gráfico da Figura 31 foi gerado com base nos resultados obtidos através da análise não linear com aplicação de imperfeição inicial equivalente ao primeiro modo de flambagem para as colunas de DINIS *et al.* (2014). Observa-se que os resultados obtidos pelos dois modelos são análogos, visto que estão próximos da reta tracejada, que representa  $P_{uNum(Bilinear)} = P_{uNum(Multilinear)}$ .



**Figura 31 - Correlação entre as cargas últimas numéricas obtidas através do modelo bilinear e multilinear do aço**

## 5 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Foram realizadas simulações numéricas com 240 modelos, com seções transversais que se enquadrem dentro de padrões de geometria fabricáveis e usuais, tendo como objetivo, a compreensão da influência da combinação de parâmetros geométricos sobre a resistência dos perfis quando sujeitos à interação local-distorcional. Desse conjunto de colunas, 30 não atingiram a convergência numérica e serão representadas pela sigla NC nas tabelas de resultados apresentadas nos Apêndices. A Figura 32 apresenta a seção do tipo Rack que foi utilizada como objeto de estudo dessa pesquisa.

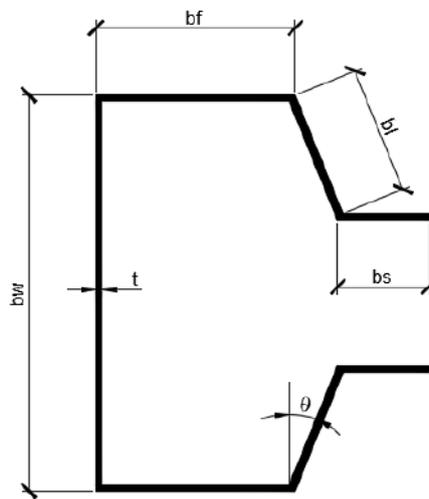


Figura 32 - Seção rack objeto de estudo

A análise foi dividida em três etapas: (i) variação da espessura, sendo analisados 46 modelos com  $t$  variando dentro do intervalo  $[0,3; 2,5]$ ; (ii) variação de  $b_f/b_w$  dentro do intervalo  $[0,50;0,95]$ , com análise de 80 modelos e (iii) variação do ângulo  $\theta$  de  $0^\circ$  a  $45^\circ$ , com análise de 134 modelos.

Segundo MATSUBARA (2018), o valor de  $R_{\lambda DL}$  tem a função de medir o grau de interação local-distorcional da coluna e o parâmetro  $\lambda_{\max LD}$  é o responsável pela medição da capacidade de desenvolver os modos de flambagem no regime elástico. Por este motivo, para cada tipologia de coluna a ser analisada, foram geradas 4 colunas com tensões de escoamento distintas de modo que  $\lambda_{\max LD} = \{1,0; 1,5; 2,0 \text{ e } 2,5\}$ , visto que quanto maior for a tensão de escoamento, mais acentuado será o desenvolvimento da pós-flambagem elástica, favorecendo o desenvolvimento do fenômeno de interação secundária.

## 5.1 Variação da espessura

Para o início do estudo da análise paramétrica foi selecionada uma coluna cujas relações  $b_f/b_w$ ,  $b_l/b_w$  e  $b_s/b_w$  fossem respectivamente 0,65, 0,20 e 0,25, valores médios dessas relações para as colunas de DINIS *et al.* (2014) e  $\theta = 0^\circ$ . A partir dessa geometria de seção transversal foram feitas alterações na espessura e esse estudo foi dividido em duas etapas: (i) análise de estabilidade elástica de 16 colunas com mesmo comprimento e (ii) análise não linear de um conjunto de 40 colunas cujo comprimento fosse equivalente ao comprimento de três semiondas distorcionais, de modo que, à meia altura, a coluna apresente influência muito reduzida das condições de apoio nas extremidades. Além disso foram testadas também 6 colunas de mesmo comprimento com variação da espessura.

### 5.1.1 Análise de estabilidade elástica

O aumento da espessura ocasiona restrição no desenvolvimento do modo local, aspecto que pode ser observado na Figura 33 que ilustra os primeiros modos de flambagem da análise de flambagem elástica obtidos através do ANSYS (SAS, 2009) para uma mesma coluna com variação apenas da espessura.

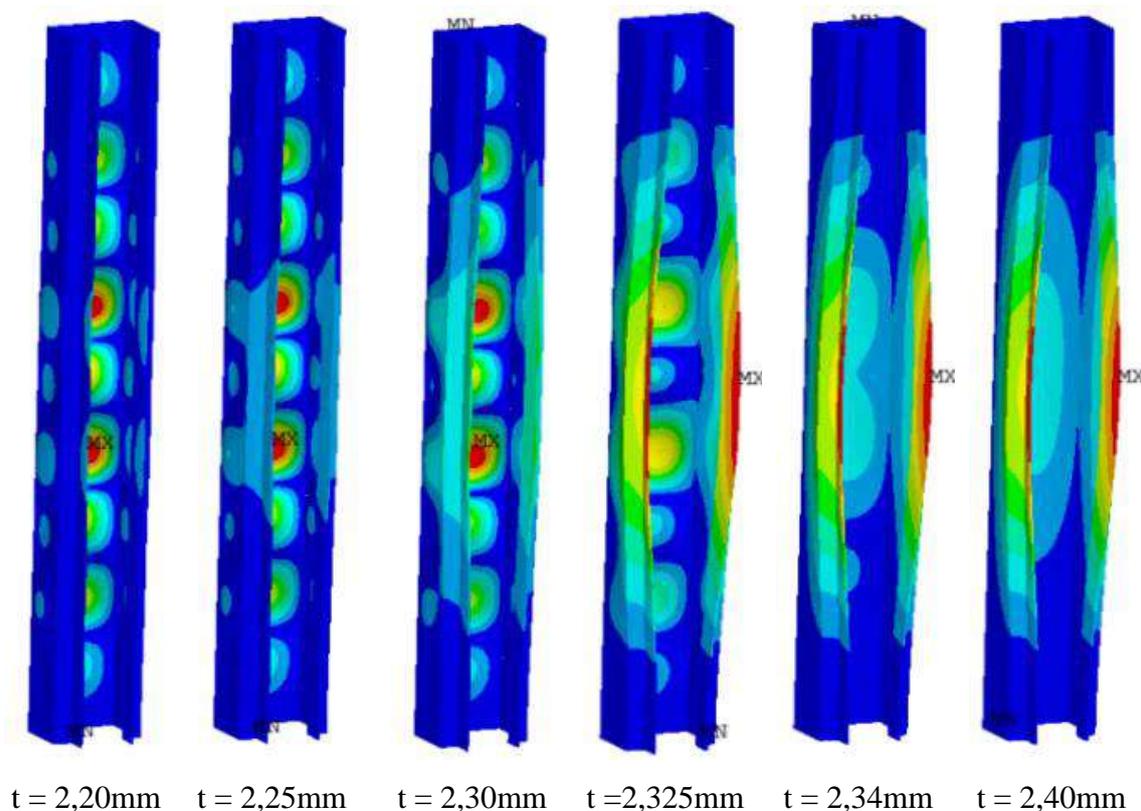


Figura 33 - Variação dos modos em função do aumento da espessura do perfil rack 90x58,5x18x22,5xt mm

Tal fato pode ser justificado devido a uma redução considerável na esbelteza local quando comparada às demais esbeltezas (distorcional e global), conforme pode ser verificado a partir do gráfico apresentado na Figura 34.

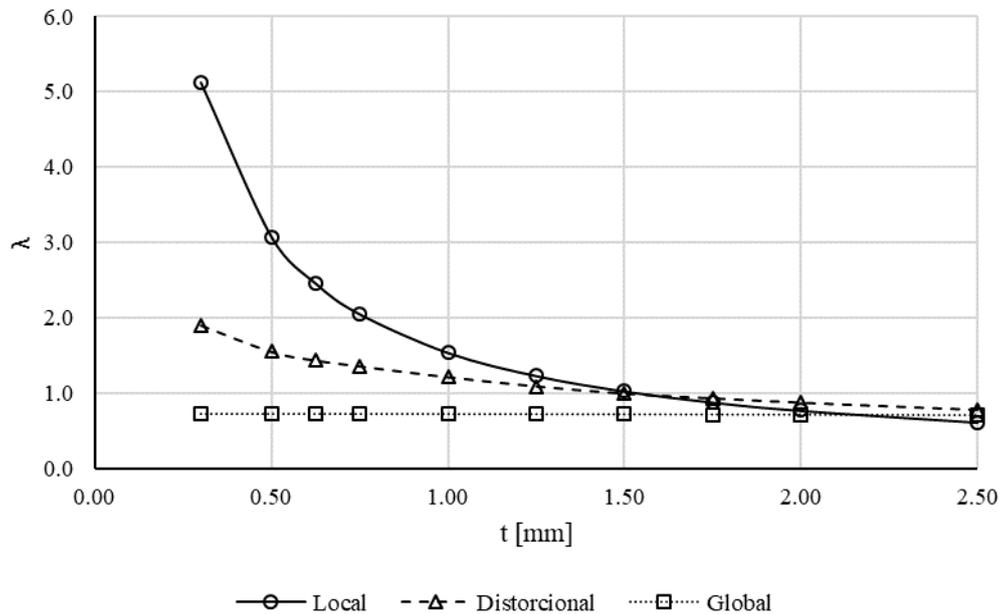


Figura 34 - Comportamento das esbeltezas ( $\lambda$ ) local, distorcional e global em função da variação da espessura ( $t$ )

Nas curvas de assinatura calculadas com o GBTUL (BEBIANO, SILVESTRE e CAMOTIM, 2010), que podem ser observadas na Figura 35, são destacados três pontos, nos quais o comprimento da peça é equivalente a três semiondas distorcionais. Com isso, é possível notar que o incremento da espessura das paredes reduz o comprimento de semiondas do modo distorcional nas colunas deste exemplo.

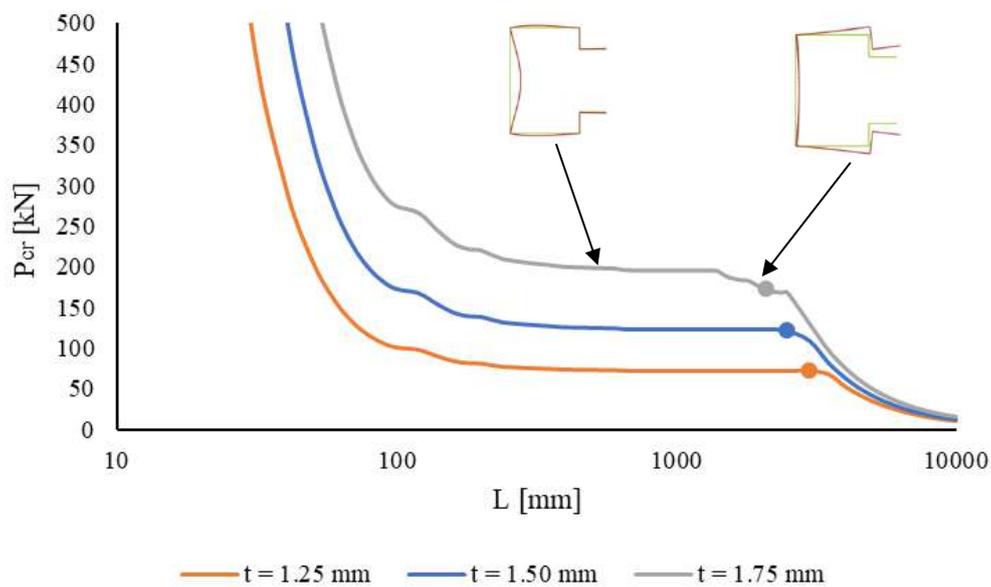


Figura 35 - Curvas de assinatura do perfil rack 90x58,5x18x22,5xt

### 5.1.2 Análise não linear

O estudo paramétrico revela que à medida que a espessura das paredes do perfil é alterada, a relação  $R_{\lambda DL}$  também se modifica. Sendo assim, ainda com as relações  $b_f/b_w$ ,  $b_l/b_w$  e  $b_s/b_w$  fixadas em  $\{0,65; 0,20 \text{ e } 0,25\}$ , respectivamente, foram variadas as espessuras a partir de 0,3mm até 2,5mm. Deste modo, as relações  $R_{\lambda DL}$  ficaram compreendidas no intervalo  $\{0,45 \text{ a } 1,19\}$ , sendo possível captar interações local-distorcional fracas e fortes. Nesse caso foram utilizadas 10 variações  $R_{\lambda DL}$  (em função da variação da espessura das paredes,  $t$ ), sendo que para cada valor de  $R_{\lambda DL}$ , foram gerados 4 modelos com  $\lambda_{\max LD} = \{1,0; 1,5; 2,0; 2,5\}$ , em função da variação de tensão de escoamento,  $f_y$ , totalizando 40 colunas para análise, conforme esquema ilustrativo apresentado na Figura 36.

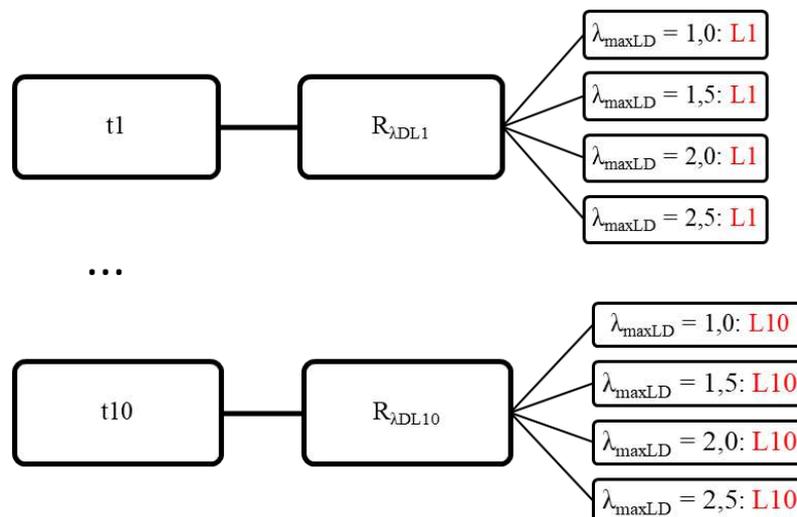


Figura 36 - Esquema ilustrativo do arranjo de modelos para cada espessura  $t$

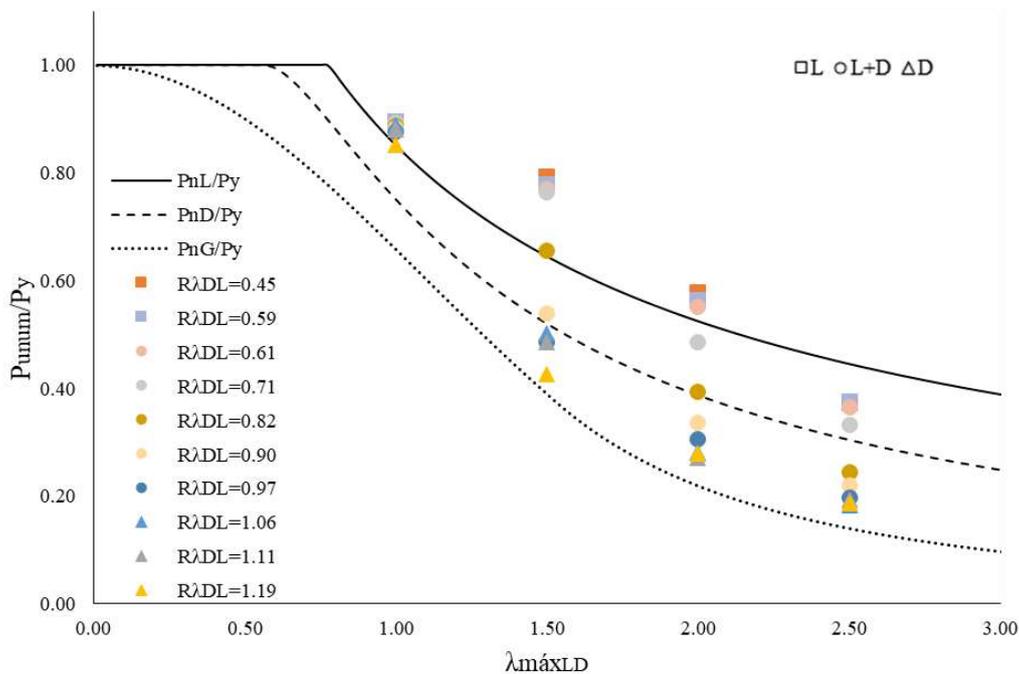
Para tal estudo, o comprimento das colunas foi escolhido com base em um comprimento equivalente a três semiondas distorcionais, de modo que na parte central da coluna, os efeitos não fossem influenciados pelas condições de apoio engastadas. Tal premissa fez com que algumas colunas ficassem com comprimentos elevados, aproximando o modo global dos demais modos e influenciando significativamente os valores de resistência. Não foi desenvolvido nenhum artifício para conter o modo global, visto que até então, sua influência nos resultados era desconhecida.

A dispersão dos resultados é prevista, uma vez que existem muitas variáveis que podem interferir e, portanto, não se espera que os resultados se agrupem muito próximos,

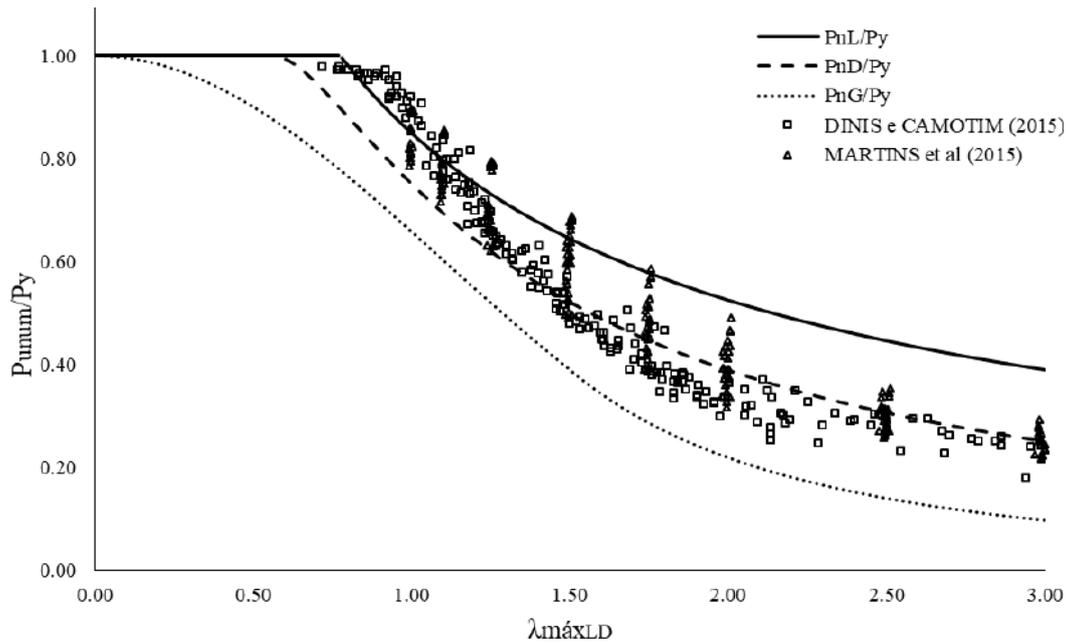
mas sim com algum espalhamento. A Figura 37 apresenta, respectivamente, em linha cheia, tracejada e pontilhada, as curvas de resistência de uma coluna afetada pela flambagem local  $P_{nL}$ , distorcional  $P_{nD}$  e global  $P_{nG}$ , parametrizadas pela carga de escoamento  $P_y$ . Nesse gráfico, foram plotados os resultados de resistência obtidos com o auxílio dos 40 modelos de colunas.

É possível notar que, para algumas colunas da Figura 37, foram encontrados valores de resistência superiores ao previsto pelo MRD (acima da curva  $P_{nL}/P_y$ ). Com o intuito de observar se o mesmo ocorre para outros tipos de colunas com seção rack, foi gerado o gráfico da Figura 38, a partir do conjunto de colunas testadas numericamente por MARTINS *et al.* (2015) e DINIS e CAMOTIM (2015).

Semelhantemente ao que ocorre com um grupo de colunas da Figura 37, algumas das colunas da Figura 38 também apresentaram resistência superior à prevista equação (8) ( $P_{nL}$ ). As características em comum dos resultados divergentes das curvas de resistência são resumidas na Tabela 8, de onde se observa que para as forças resistentes, cerca de 7% maiores do que  $P_{nL}$ , a relação  $b_f/b_w$  está entre 0,52 e 0,80. De forma a investigar esse comportamento foi realizado um estudo paramétrico da relação  $b_f/b_w$ , tema que será abordado no tópico 5.2.



**Figura 37 – Resultado das cargas últimas numéricas e curvas de resistência segundo o MRD para os modos de flambagem L, D e G, respectivamente  $P_{nL}$ ,  $P_{nD}$  e  $P_{nG}$**



**Figura 38 - Cargas últimas numéricas de DINIS e CAMOTIM (2015) e MARTINS (2015) e curvas de resistência segundo o MRD para os modos de flambagem L, D e G, respectivamente  $P_{nL}$ ,  $P_{nD}$  e  $P_{nG}$**

**Tabela 8 - Características dos resultados acima da curva  $P_{nL}$  do conjunto de colunas testadas numericamente por MARTINS *et al.* (2015) e DINIS e CAMOTIM (2015)**

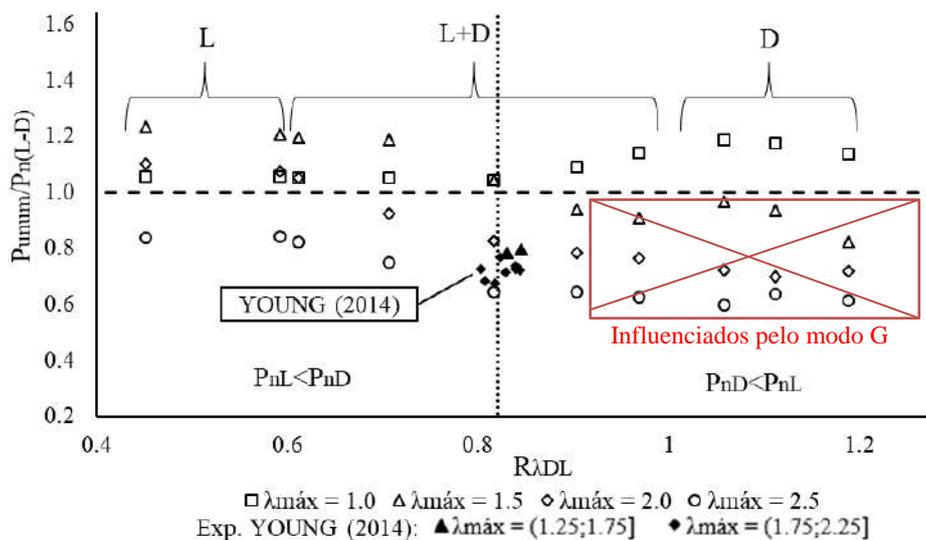
$P_{unum}/P_{nL}$	$b_f/b_w$	$b_l/b_w$	$b_s/b_w$
$1,00 < P_{unum}/P_{nL} \leq 1,03$	$0,71 \leq b_f/b_w \leq 1,00$	$0,08 \leq b_l/b_w \leq 0,33$	$0,08 \leq b_s/b_w \leq 0,21$
$1,03 < P_{unum}/P_{nL} \leq 1,06$	$0,67 \leq b_f/b_w \leq 0,88$	$0,12 \leq b_l/b_w \leq 0,33$	$0,12 \leq b_s/b_w \leq 0,23$
$1,06 < P_{unum}/P_{nL} \leq 1,09$	$0,52 \leq b_f/b_w \leq 0,80$	$0,12 \leq b_l/b_w \leq 0,31$	$0,12 \leq b_s/b_w \leq 0,23$

Os resultados abaixo da curva  $P_{nD}$  na Figura 37 representam colunas que têm sua resistência afetada pela interação LD e proximidade com o modo global. A Tabela 9 apresenta tais colunas em função da relação  $\lambda_G/\lambda_{maxLD}$ , sendo adotada a sigla NC para colunas que não atingiram a convergência numérica. Pode-se observar que para relações de  $\lambda_G/\lambda_{maxLD}$  menores que 0,61, o modo global está suficientemente afastado e, portanto, para as análises que se sucedem, esse parâmetro será mantido menor do que 0,60.

De modo a observar a influência da variação de  $R_{\lambda DL}$  na resistência da coluna é apresentada na Figura 39, a relação entre a carga última numérica ( $P_{unum}$ ) e resistência da coluna com base no MRD ( $P_{n(L-D)}$ ) desse primeiro conjunto de dados, de modo que  $P_n$  seja o mínimo valor entre  $P_{nL}$  (Equação (8)) e  $P_{nD}$  (Equação (9)). Cabe ressaltar que a partir da relação  $R_{\lambda DL} = 0,90$  os resultados estão influenciados com a proximidade do modo global, reduzindo a resistência da coluna e portanto serão descartados nesse estudo.

Observa-se uma linha de tendência decrescente praticamente contínua, o que significa uma suave queda da relação  $P_{unum}/P_{n(L-D)}$  com o aumento da relação entre esbeltezas ( $\lambda_D/\lambda_L$ ), com exceção das colunas que possuem a menor esbeltez máxima ( $\lambda_{maxLD} = 1,0$ ). Essas colunas, por possuírem maior preponderância do modo local, aproximam-se mais do critério estabelecido na norma NBR 14762 até a região onde  $R_{\lambda DL}$  é aproximadamente igual a 0,82. A partir deste ponto,  $P_{nL}$  passa a ser maior do que  $P_{nD}$ , havendo, portanto, uma transição da curva local para a curva distorcional.

É possível notar que há uma perda de resistência de até 40% devido à interação local-distorcional, que não está prevista pelas equações convencionais  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$  do MRD. O mesmo pode ser observado a partir dos resultados experimentais de YOUNG (2014), que apresentam  $\lambda_{maxLD}$  variando no intervalo de [1,65;2,17], e que também apresentaram perda de resistência de cerca de 35%.



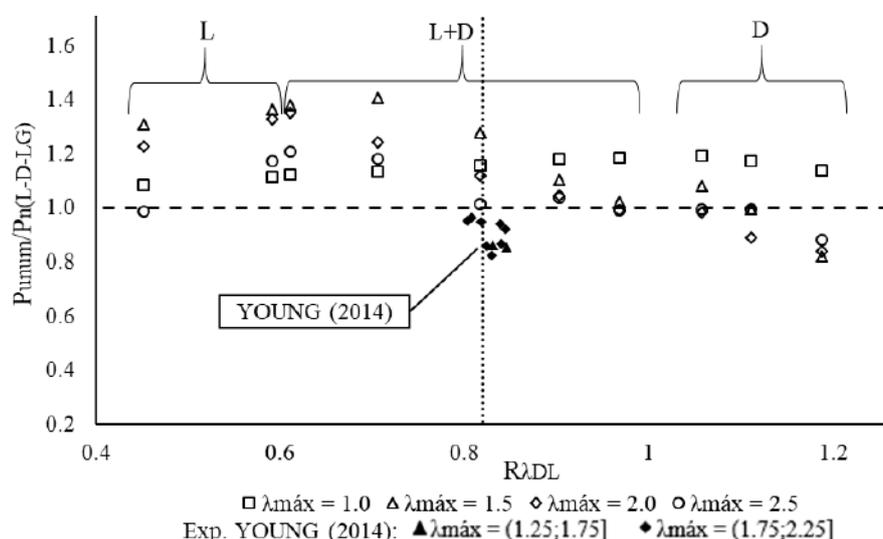
**Figura 39 - Variação da relação  $P_{unum}/P_{n(L-D)}$  em função da variação de  $R_{\lambda DL}$ .**

**Tabela 9 - Influência do modo global nas colunas analisadas**

$R_{\lambda DL} = \lambda_D / \lambda_L$	$\lambda_{\max LD}$	$P_{\text{unum}} / P_y$	$\lambda_L$	$\lambda_D$	$\lambda_G$	$\lambda_G / \lambda_{\max LD}$	Influência do modo global
0,45	1,00	0,90	1,00	0,45	0,32	0,32	Não
0,45	1,50	0,79	1,50	0,68	0,48	0,32	Não
0,45	2,00	0,58	2,00	0,90	0,63	0,32	Não
0,45	2,50	NC	2,50	1,13	0,79	0,32	-
0,59	1,00	0,90	1,00	0,59	0,45	0,45	Não
0,59	1,50	0,78	1,50	0,89	0,67	0,45	Não
0,59	2,00	0,56	2,00	1,18	0,89	0,45	Não
0,59	2,50	0,38	2,50	1,48	1,11	0,45	Não
0,61	1,00	0,89	1,00	0,61	0,48	0,48	Não
0,61	1,50	0,77	1,50	0,92	0,72	0,48	Não
0,61	2,00	0,55	2,00	1,22	0,97	0,48	Não
0,61	2,50	0,37	2,50	1,53	1,21	0,48	Não
0,71	1,00	0,89	1,00	0,71	0,53	0,53	Não
0,71	1,50	0,77	1,50	1,06	0,79	0,53	Não
0,71	2,00	0,48	2,00	1,41	1,05	0,53	Não
0,71	2,50	0,33	2,50	1,77	1,32	0,53	Não
0,82	1,00	0,89	1,00	0,82	0,61	0,61	Não
0,82	1,50	0,66	1,50	1,22	0,91	0,61	Não
0,82	2,00	0,39	2,00	1,63	1,22	0,61	Não
0,82	2,50	0,24	2,50	2,04	1,52	0,61	Sim
0,90	1,00	0,88	1,00	0,90	0,67	0,67	Não
0,90	1,50	0,54	1,50	1,35	1,01	0,67	Não
0,90	2,00	0,34	2,00	1,81	1,34	0,67	Sim
0,90	2,50	0,22	2,50	2,26	1,68	0,67	Sim
0,97	1,00	0,88	1,00	0,97	0,70	0,70	Não
0,97	1,50	0,49	1,50	1,45	1,05	0,70	Sim
0,97	2,00	0,31	2,00	1,94	1,40	0,70	Sim
0,97	2,50	0,20	2,50	2,42	1,75	0,70	Sim
1,06	1,00	0,89	0,95	1,00	0,77	0,77	Não
1,06	1,50	0,50	1,42	1,50	1,16	0,77	Sim
1,06	2,00	0,28	1,89	2,00	1,54	0,77	Sim
1,06	2,50	0,18	2,36	2,50	1,93	0,77	Sim
1,11	1,00	0,88	0,90	1,00	0,75	0,75	Não
1,11	1,50	0,49	1,35	1,50	1,13	0,75	Sim
1,11	2,00	0,27	1,80	2,00	1,51	0,75	Sim
1,11	2,50	0,19	2,25	2,50	1,89	0,75	Sim
1,19	1,00	0,85	0,84	1,00	0,73	0,73	Não
1,19	1,50	0,43	1,26	1,50	1,10	0,73	Sim
1,19	2,00	0,28	1,68	2,00	1,46	0,73	Sim
1,19	2,50	0,19	2,10	2,50	1,83	0,73	Sim

A Figura 40 representa o mesmo universo de resultados, levando em consideração a carga nominal devido à interação entre os modos local e global, de modo que seja obtida a relação entre a carga última numérica e a resistência da coluna  $P_{n(L-D-LG)}$ , essa última com base no mínimo valor entre  $P_{nL}$ ,  $P_{nD}$  e  $P_{nL-G}$ , respectivamente equações (8), (9) e (11).

Ao incorporar a consideração de  $P_{nL-G}$ , nota-se uma movimentação para cima dos resultados da Figura 40 em relação aos resultados da Figura 39, visto que  $P_{nL-G}$  é menor do que  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$  em quase todos os casos. Para a maioria dos casos das colunas testadas numericamente, as prescrições da norma brasileira, com base no MRD, conduzem a previsão satisfatória da resistência da coluna. Entretanto, no caso das colunas testadas experimentalmente por YOUNG (2014) identificam-se resultados até 20% inferiores, conforme se observa na Figura 40.



**Figura 40 - Variação da relação  $P_{\text{unum}}/P_{n(L-D-LG)}$  em função da variação de  $R_{\lambda DL}$ .**

As Tabelas 10 a 13 apresentam para cada valor adotado de  $\lambda_{\text{maxLD}}$ , o modo de estabilidade elástica, o mecanismo de colapso identificado na carga última, bem como os resultados de carga última numérica relacionados às formulações segundo o MRD na norma brasileira NBR 14672 (ABNT, 2010) em função da variação de  $R_{\lambda DL}$ .

Para o conjunto de colunas testadas numericamente, a interação LD ocorreu para a relação  $0,61 \leq R_{\lambda DL} \leq 0,97$ . A identificação dessa interação nem sempre significou perda de resistência, como foi o caso das colunas de menor esbeltez máxima, cujo modo predominante é o modo local e portanto, aproxima-se do critério já estabelecido pela norma NBR 14762.

**Tabela 10 - Modos de flambagem e relações entre a carga última numérica e formulações da NBR 14762 para  $\lambda_{\max LD} = 1,0$**

$\lambda_{\max LD} = 1,0$					
$R_{\lambda DL}$	Modo (Estabilidade elástica)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$P_{\text{unum}}/P_{n(L-D)}$	$P_{\text{unum}}/$ $P_{n(L-D-LG)}$
0,45	L	L	0,32	1,05	1,08
0,59	L	L	0,45	1,05	1,11
0,61	L	L+D	0,48	1,05	1,12
0,71	L	L+D	0,53	1,05	1,14
0,82	L	L+D	0,61	1,04	1,16
0,90	L	L+D	0,67	1,09	1,18
0,97	L	L+D	0,70	1,14	1,18
1,06	D	D	0,77	1,18	1,19
1,11	D	D	0,75	1,17	1,17
1,19	D	D	0,73	1,14	1,14

**Tabela 11 - Modos de flambagem e relações entre a carga última numérica e formulações da NBR 14762 para  $\lambda_{\max LD} = 1,5$**

$\lambda_{\max LD} = 1,5$					
$R_{\lambda DL}$	Modo (Estabilidade elástica)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$P_{\text{unum}}/P_{n(L-D)}$	$P_{\text{unum}}/$ $P_{n(L-D-LG)}$
0,45	L	L	0,48	1,23	1,31
0,59	L	L	0,67	1,21	1,36
0,61	L	L+D	0,72	1,20	1,38
0,71	L	L+D	0,79	1,19	1,41
0,82	L	L+D	0,91	1,04	1,28
0,90	L	L+D	1,01	0,94	1,10
0,97	L	L+D	1,05	0,91	1,02
1,06	D	D	1,16	0,96	1,08
1,11	D	D	1,13	0,93	1,00
1,19	D	D	1,10	0,82	0,82

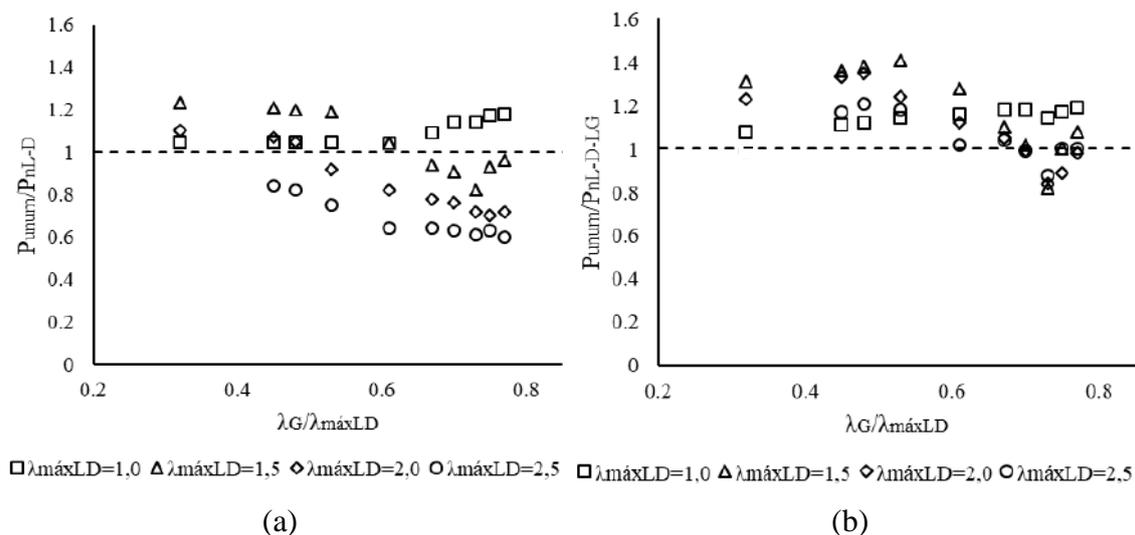
**Tabela 12 - Modos de flambagem e relações entre a carga última numérica e formulações da NBR 14762 para  $\lambda_{\max LD} = 2,0$**

$\lambda_{\max LD} = 2,0$					
$R_{\lambda DL}$	Modo (Estabilidade elástica)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$P_{\text{unum}}/P_{n(L-D)}$	$P_{\text{unum}}/$ $P_{n(L-D-LG)}$
0,45	L	L	0,63	1,10	1,23
0,59	L	L	0,89	1,07	1,33
0,61	L	L+D	0,97	1,05	1,35
0,71	L	L+D	1,05	0,92	1,24
0,82	L	L+D	1,22	0,82	1,12
0,90	L	L+D	1,34	0,78	1,05
0,97	L	L+D	1,40	0,76	0,99
1,06	D	D	1,54	0,72	0,98
1,11	D	D	1,51	0,70	0,89
1,19	D	D	1,46	0,72	0,84

**Tabela 13 - Modos de flambagem e relações entre a carga última numérica e formulações da NBR 14762 para  $\lambda_{\max LD} = 2,5$**

$\lambda_{\max LD} = 2,5$					
$R_{\lambda DL}$	Modo (Estabilidade elástica)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$
0,45	L	-	0,79	NC	NC
0,59	L	L	1,11	0,84	1,17
0,61	L	L+D	1,21	0,82	1,21
0,71	L	L+D	1,32	0,75	1,18
0,82	L	L+D	1,52	0,67	1,02
0,90	L	L+D	1,68	0,64	1,04
0,97	L	L+D	1,75	0,63	0,99
1,06	D	D	1,93	0,60	1,00
1,11	D	D	1,89	0,63	1,00
1,19	D	D	1,83	0,61	0,88

Com base nos gráficos da Figura 41, pode-se afirmar que no caso (a), onde a carga última numérica é comparada com o mínimo valor de  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$ , quanto maior for a relação  $\lambda_G/\lambda_{\max LD}$ , aparentemente, haveria influência do modo global, apesar deste não ter sido identificado no comportamento pós-flambagem e no mecanismo de colapso, conforme apresentado nas tabelas 10 a 13 (notar que as equações  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$  não incluem o modo global). Entretanto, ao adotar o mínimo entre  $P_{nL}$ ,  $P_{nD}$  e  $P_{nLG}$ , caso da figura (b), a comparação com os resultados numéricos indicam melhores resultados.



**Figura 41 – Comparação entre resultados numéricos e segundo o MRD prescrito pela norma brasileira NBR 14762, em função da relação  $\lambda_G/\lambda_{\max LD}$ : (a)  $P_{unum}/P_{n(L-D)}$  e (b)  $P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$**

Um exemplo de coluna sujeita a interação LD está exibido na Figura 42, onde a figura (a) apresenta o modo de colapso e (b) apresenta a distribuição da tensão de von Mises, obtidas por análise não linear, de modo que as regiões em vermelho representam as regiões plastificadas.

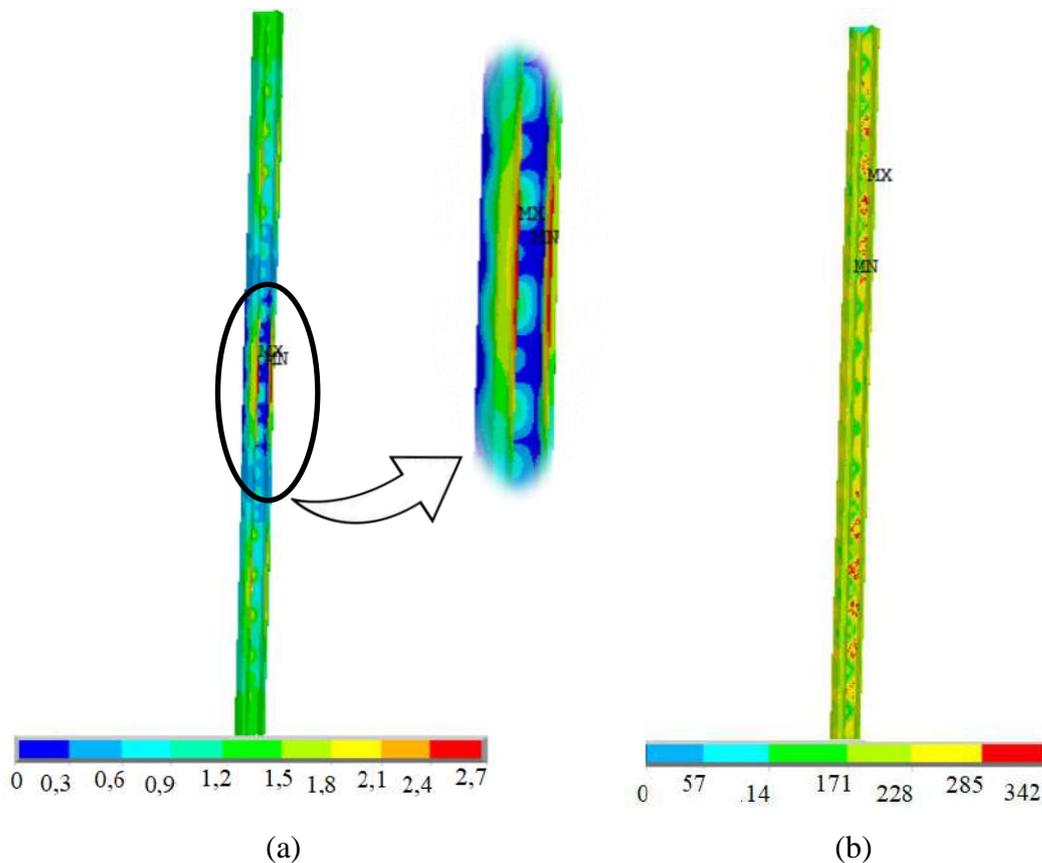


Figura 42 - Exemplo de coluna com  $\lambda_{\max} = 1,50$ ,  $R_{\lambda DL} = 0,82$  e  $f_y = 285$  MPa sujeita à interação LD  
(a) modo de colapso (b) tensão de von Mises

Analisando na Figura 43, o comportamento de uma dessas colunas, para  $\lambda_{\max LD} = 1,50$  e  $R_{\lambda DL} = 0,90$ , observa-se o deslocamento no bordo livre da mesa (grau de liberdade correspondente ao modo distorcional), medido no meio do comprimento da coluna. Neste exemplo foram selecionados quatro trechos de observação:

0-I: desenvolvimento da flambagem local elástica;

I-II: desenvolvimento da interação de flambagem elástica entre os modos local e distorcional;

II-III: desenvolvimento da interação LD com regiões de deformação plástica, até atingir a carga última em III;

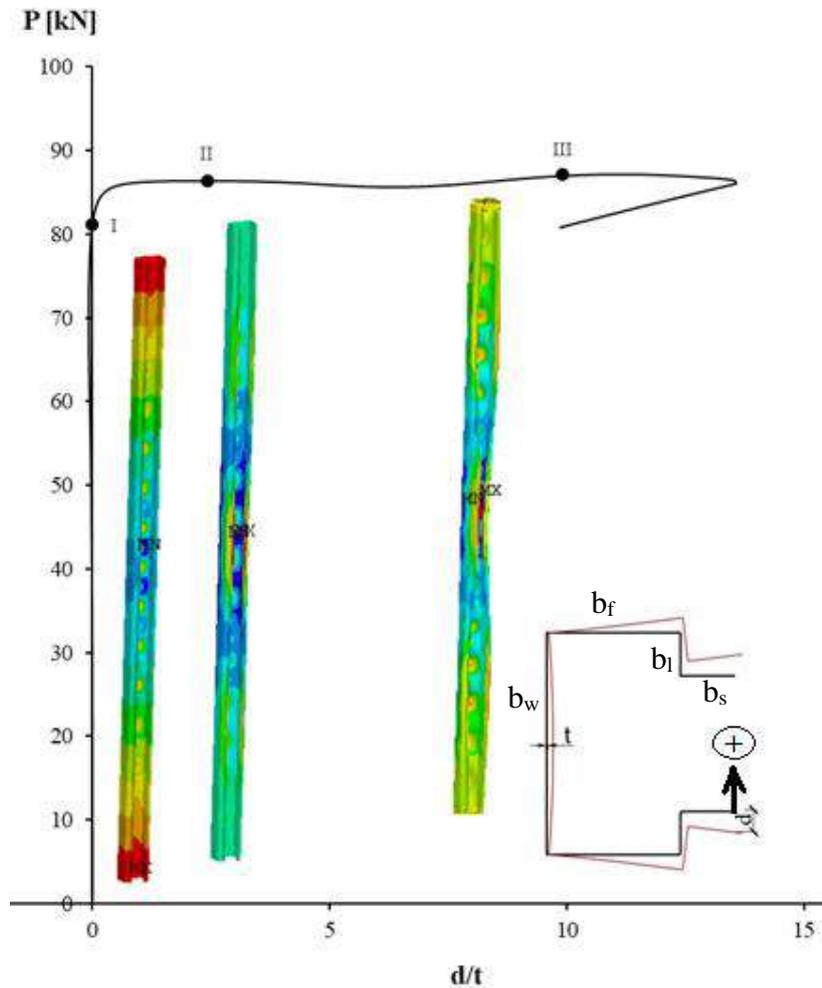
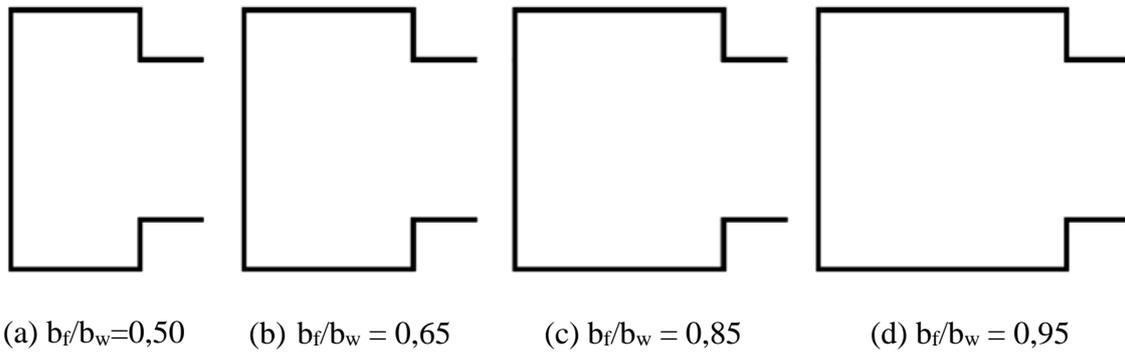


Figura 43 – Resultado numérico da coluna com  $\lambda_{\max LD} = 1,50$  e  $R_{ADL} = 0,90$ : carga  $P$  vs. deslocamento paramétrico no bordo livre da mesa,  $d/t$

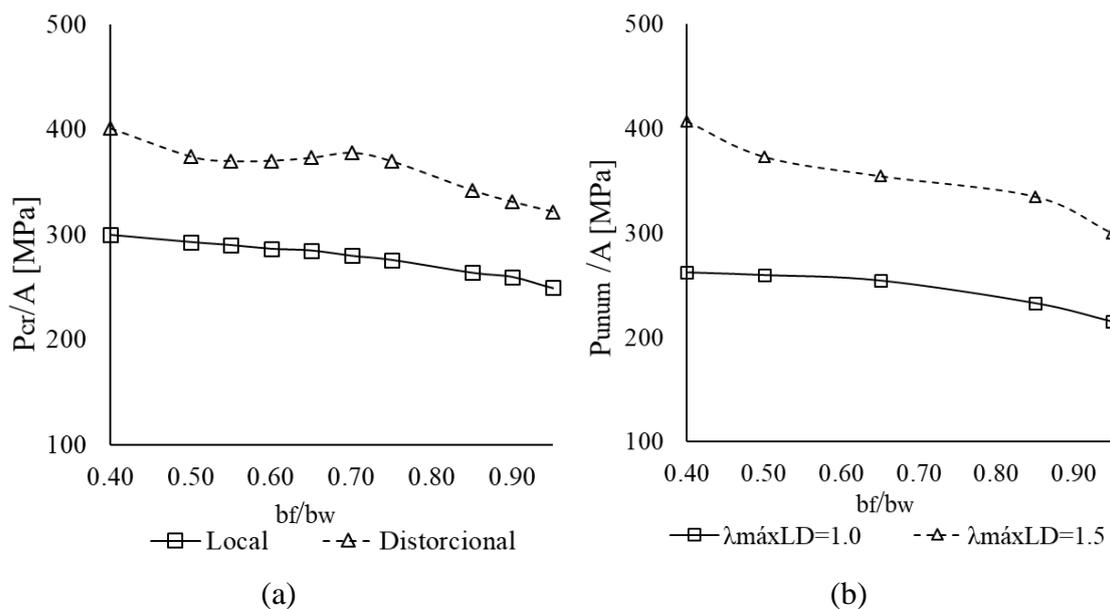
## 5.2 Variação da relação geométrica $b_f/b_w$

O estudo paramétrico adotou quatro valores para esta relação, de modo que  $b_f/b_w = \{0,50; 0,65; 0,85; 0,95\}$ , conforme ilustrado na Figura 44, mantendo os demais parâmetros geométricos fixados em  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$ . Uma vez que o aumento da relação geométrica  $b_f/b_w$  gera o aumento da área da seção transversal do perfil, a fim de comparar situações equivalentes, a carga crítica e a resistência serão parametrizadas pela área.



**Figura 44 - Variação da relação  $b_f/b_w$  com demais parâmetros fixos**

A Figura 45 apresenta resultados para colunas em perfil rack com  $R_{\lambda DL} = 0,88$ . Pode-se observar a influência da variação de  $b_f/b_w$  em relação (a) à carga crítica e (b) à carga última obtida numericamente através do modelo utilizando MEF, de onde se conclui que o aumento de  $b_f/b_w$  afeta tanto o modo local quanto o modo distorcional e contribui diretamente na redução da tensão resistente da coluna.



**Figura 45 - Influência da variação  $b_f/b_w$  na (a) carga crítica e (b) resistência de coluna perfil rack segundo o MRD da NBR 14762, para  $R_{\lambda DL} = 0,88$**

O gráfico apresentado na Figura 46 ilustra o caminho dos deslocamentos da extremidade do flange de bordo livre, com destaque para as etapas de carga I, II e III, das colunas apresentadas na Figura 45 incluindo a variação da relação  $b_f/b_w$ , para índice de esbeltez  $\lambda_{\max LD}=1,5$ . A partir destes resultados é possível notar que, quanto maior a relação  $b_f/b_w$  menor é a relação entre a carga última resistente e a área da seção. A diminuição da tensão resistente das colunas pode ser explicada pela acentuação do modo distorcional com o aumento da relação  $b_f/b_w$ .

A Figura 47 apresenta as deformadas das colunas contidas na Figura 46, referidas às etapas de carga I, II e III. Observa-se que com o aumento de  $b_f/b_w$ , ocorre amplificação das semiondas locais na mesa (estágio I) e, com a progressão do carregamento, todas essas colunas desenvolveram interação LD (estágio II) até atingirem o modo de colapso (estágio III).

A distribuição da tensão de von Mises é apresentada na Figura 48, na qual as regiões em vermelho representam plastificação. Como consequência do aumento da relação  $b_f/b_w$ , as tensões passam da alma do perfil (Figura 48(a) e (b)) para a mesa (Figura 48(c) e (d)). Esse comportamento justifica-se pela tendência da plastificação progredir com maior ênfase nos elementos de placa com maior relação largura-espessura,  $b/t$ .

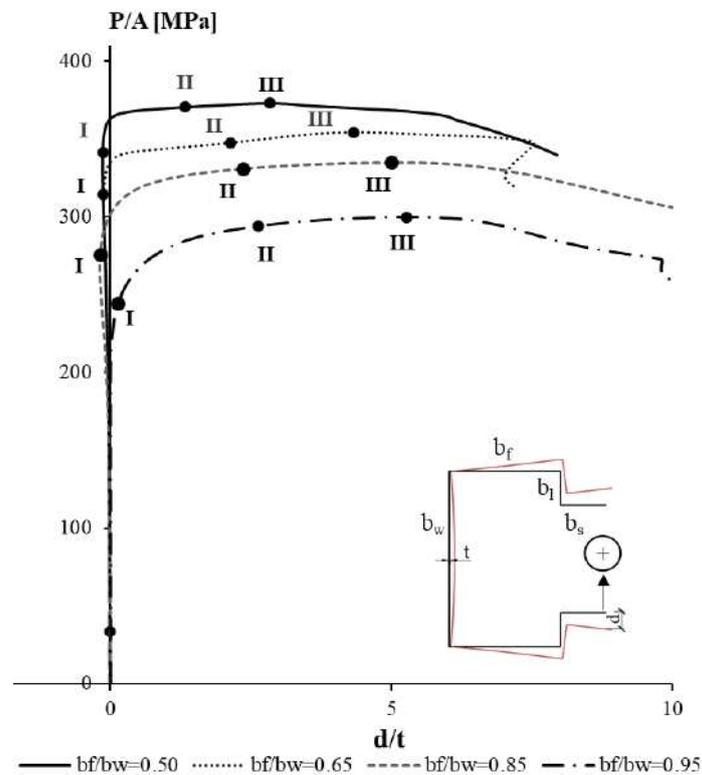
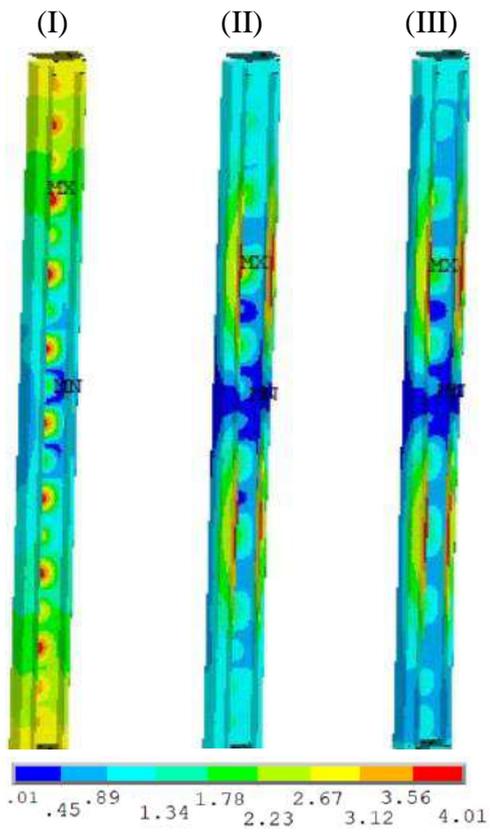
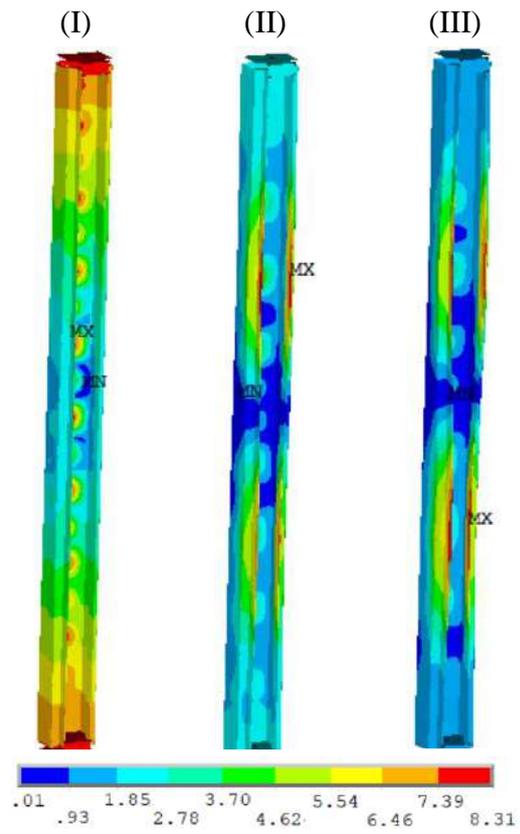


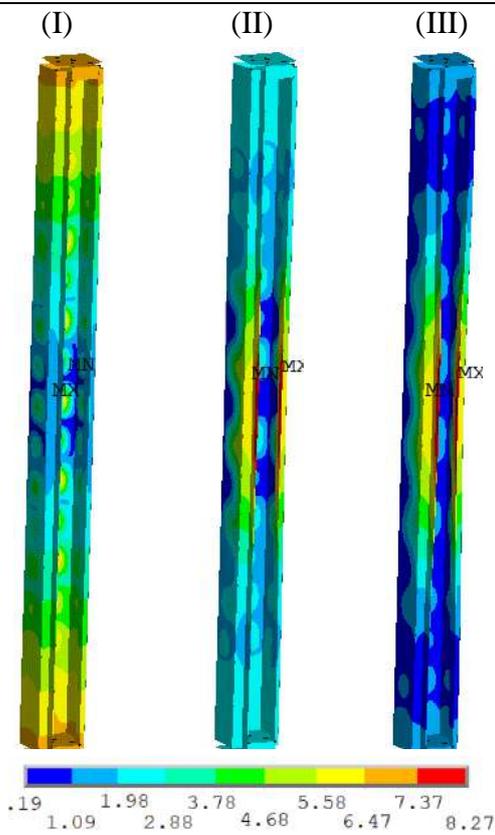
Figura 46 - Gráfico de carregamento aplicado  $P/A$  versus deslocamento do flange de bordo livre, parametrizado pela espessura,  $d/t$



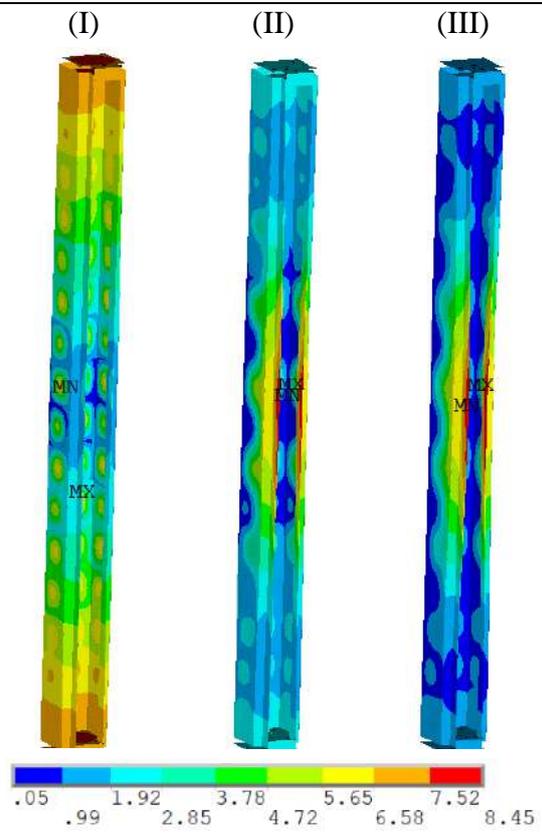
(a)  $b_f/b_w = 0,50$



(b)  $b_f/b_w = 0,65$

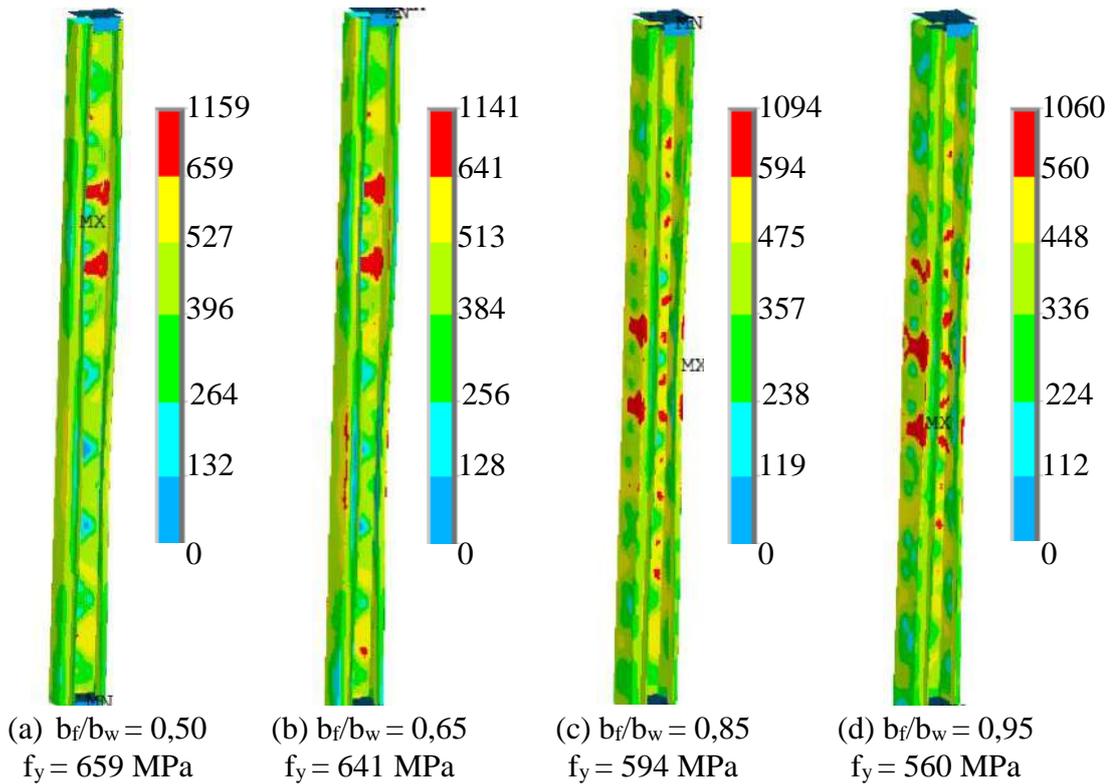


(c)  $b_f/b_w = 0,85$



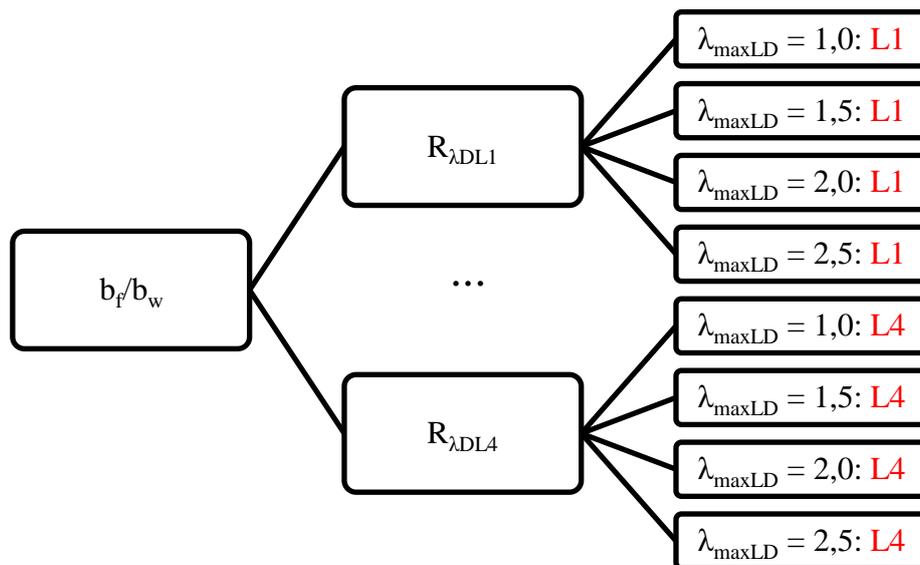
(d)  $b_f/b_w = 0,95$

Figura 47 - Deformadas das colunas com relações (a)  $b_f/b_w = 0,50$ , (b)  $b_f/b_w = 0,65$ , (c)  $b_f/b_w = 0,85$  e (d)  $b_f/b_w = 0,95$  em três etapas de carregamento



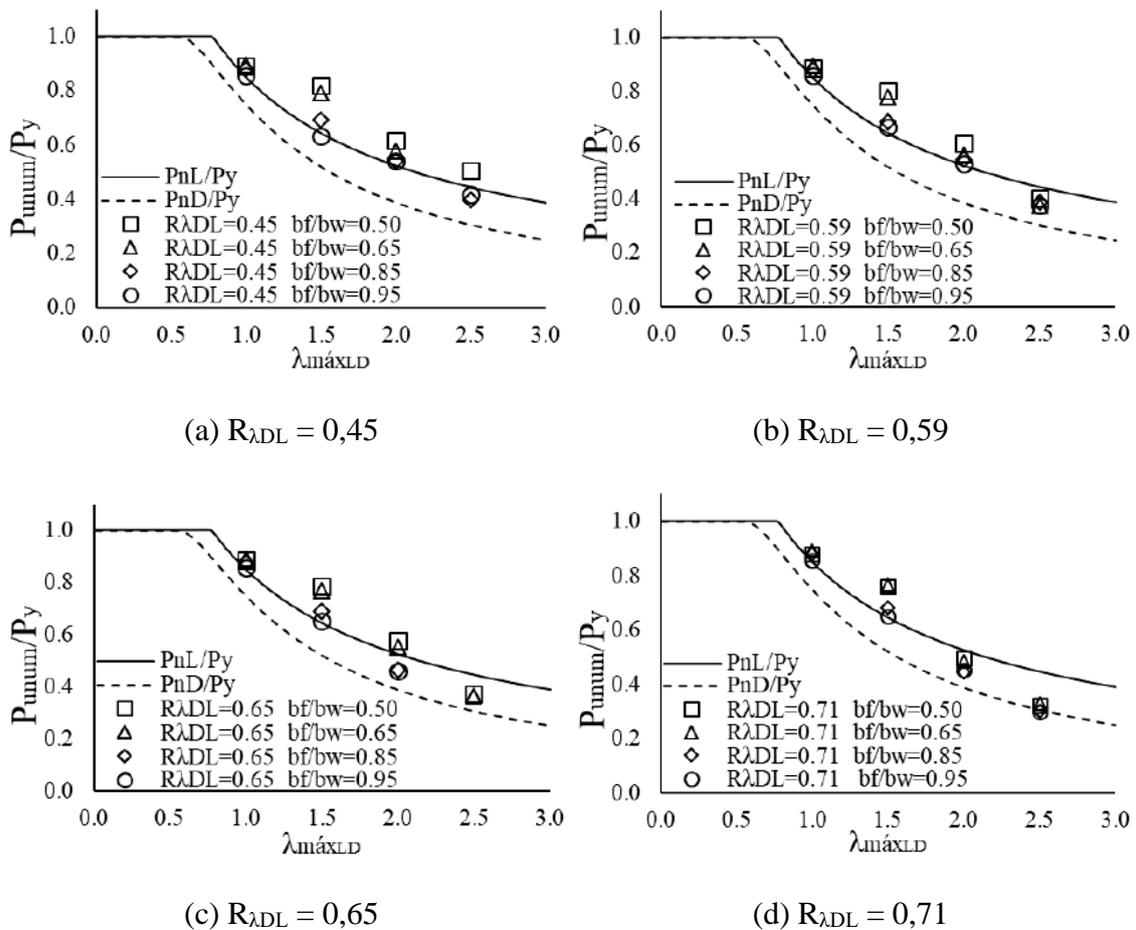
**Figura 48 - Influência da variação de  $b_f/b_w$  na tensão de von Mises**

Para investigar os resultados divergentes das curvas de resistência da Figura 37, foi selecionado um conjunto de colunas de forma que (i) para cada relação  $b_f/b_w$  tenha-se colunas com  $R_{\lambda DL} = \{0,45; 0,59; 0,65$  e  $0,71\}$  e (ii) para cada valor de  $R_{\lambda DL}$  tenha-se  $\lambda_{\max LD} = \{1,0; 1,5; 2,0$  e  $2,5\}$ . Esse conjunto totaliza, portanto, um grupo de 64 colunas para análise, sempre considerando  $\theta = 0^\circ$ , conforme esquema apresentado na Figura 49.



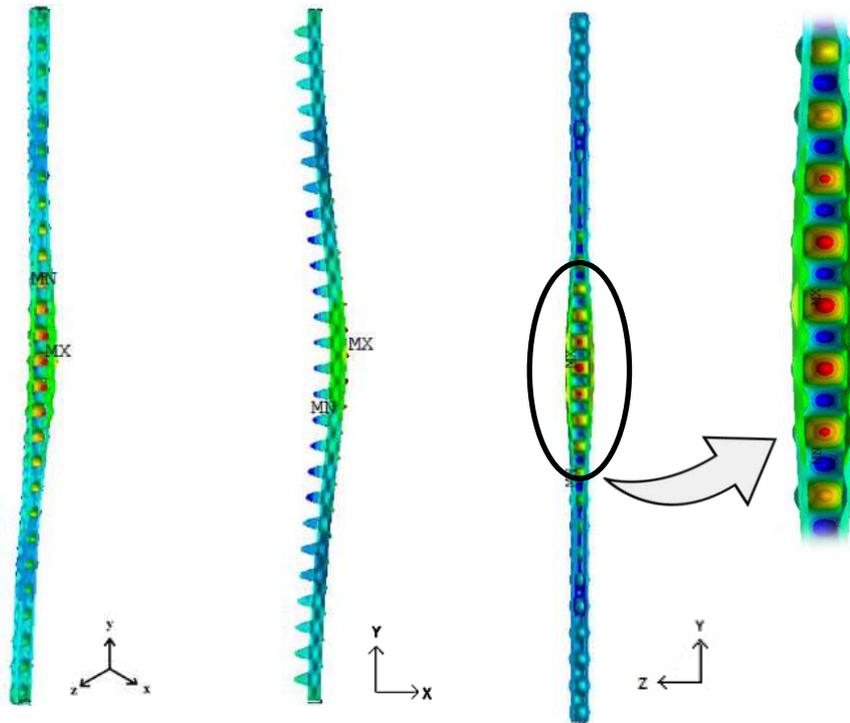
**Figura 49 – Esquema ilustrativo do arranjo de modelos para cada relação geométrica  $b_f/b_w$**

A partir dos resultados gerados através da análise não linear de 64 modelos, foram gerados 4 gráficos (Figura 50), um para cada relação entre esbeltezas distorcional-local. De acordo com os gráficos é possível notar que, com o aumento de  $b_f/b_w$ , há redução da resistência, aproximando os resultados das curvas  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$  para  $\lambda_{maxLD} > 1,50$ . Nesses gráficos também fica evidenciada a tendência das cargas últimas numéricas migrarem da curva da resistência local para a curva da resistência distorcional com o aumento de  $R_{\lambda DL}$ , sendo essa migração mais efetiva para esbeltezas maiores.



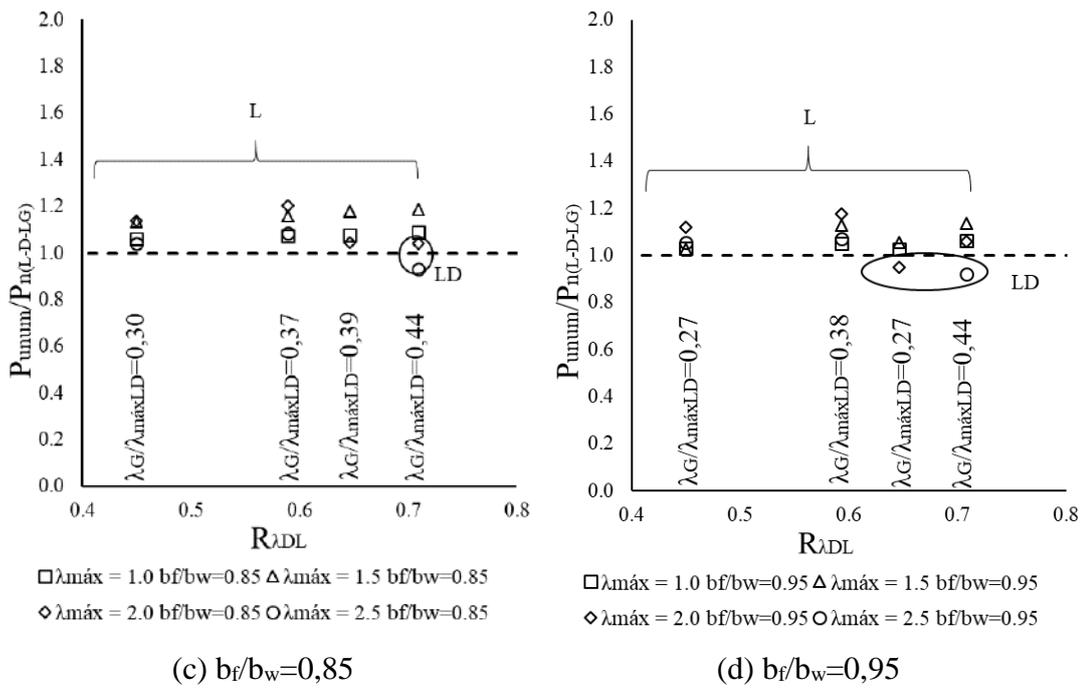
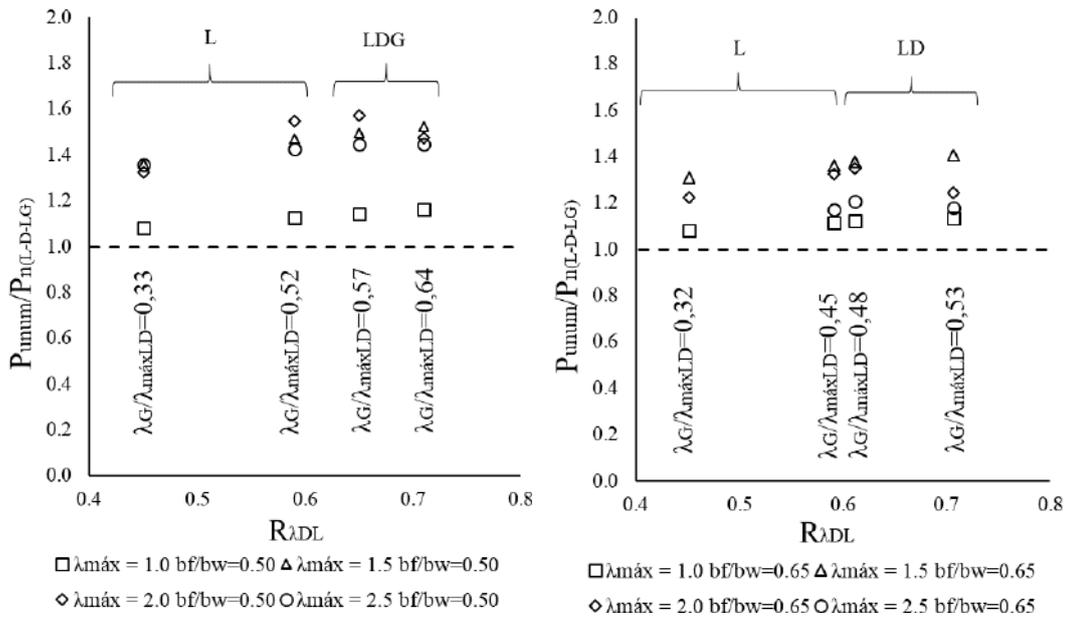
**Figura 50 - Resultados de carga últimas numéricas comparados com a resistência segundo o MRD da NBR 14762, para os modos de flambagem local e distorcional, para (a)  $R_{\lambda DL} = 0,45$ ; (b)  $R_{\lambda DL} = 0,59$ ; (c)  $R_{\lambda DL} = 0,65$  e (d)  $R_{\lambda DL} = 0,71$**

A partir desse conjunto de resultados, foi possível observar que, para  $b_f/b_w = 0,50$  e  $R_{\lambda DL} = \{0,65 \text{ e } 0,71\}$ , existem colunas com relação  $\lambda_G/\lambda_{\max LD} = \{0,57 \text{ e } 0,64\}$ , o que indicaria influência do modo global. Verificando os modos de flambagem dessas colunas, é possível notar que há o desenvolvimento da interação LDG no colapso, conforme ilustrado na Figura 51, sendo o modo G de flexão.



**Figura 51 - Modo de flambagem no colapso apresentando interação LDG de coluna com  $b_f/b_w = 0,50$  ;  $R_{\lambda DL} = 0,65$  e  $\lambda_{\max LD} = 1,50$**

Com o objetivo de analisar a influência da variação de  $R_{\lambda DL}$  na resistência da coluna, quando comparada à resistência prevista em norma NBR 14672 ( $P_{n(L-D-LG)}$ ), são apresentadas na Figura 52, os resultados de  $P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$  para cada  $b_f/b_w = \{0,50; 0,65; 0,85; 0,95\}$ . Observa-se que a resistência prevista em norma atendeu à maioria dos casos, com exceção de algumas colunas que desenvolveram interação LD anotadas nos gráficos (c) e (d). A média da relação  $P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$  encontrada foi de 1,19 com desvio padrão de 0,16 e coeficiente de variação igual a 0,14, máximo e mínimo iguais a 1,57 e 0,92, respectivamente.



**Figura 52 – Resultados da relação  $P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$  em função da variação de  $R_{\lambda DL}$  para colunas Rack com relação geométrica  $b_f/b_w$  igual a (a) 0,50, (b) 0,65, (c) 0,85 e (d) 0,95**

As Tabelas 14 a 17, para  $R_{\lambda DL} = \{0,45; 0,59; 0,65 \text{ e } 0,71\}$ , respectivamente, apresentam os resultados da relação  $P_{unum}/P_n$ , onde  $P_n$  corresponde à resistência segundo a NBR 14672 (MRD) para o mínimo entre o modo local e distorcional ( $P_{n(L-D)}$ ) ou o mínimo entre o modo local, distorcional e local-global ( $P_{n(L-D-LG)}$ ), considerando ainda, cada valor adotado de  $b_f/b_w = \{0,50; 0,65; 0,85; 0,95\}$ .

**Tabela 14 – Resultados da relação da resistência das colunas  $P_{unum}/P_n$ , para  $R_{ADL} = 0,45$ , variando a relação geométrica  $b_f/b_w$**

$R_{ADL} = 0,45$							
$\lambda_{maxLD}$	$b_f/b_w$	Modo (Estab. Elást.)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$\frac{\lambda_G}{\lambda_{maxLD}}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$
1,0	0,50	L	L	0,33	0,33	1,05	1,08
1,5	0,50	L	L	0,50	0,33	1,27	1,36
2,0	0,50	L	L	0,66	0,33	1,18	1,32
2,5	0,50	L	L	0,83	0,33	1,13	1,36
1,0	0,65	L	L	0,32	0,32	1,05	1,08
1,5	0,65	L	L	0,48	0,32	1,23	1,31
2,0	0,65	L	L	0,63	0,32	1,10	1,23
2,5	0,65	L	L	0,79	0,32	NC	NC
1,0	0,85	L	L	0,30	0,30	1,04	1,06
1,5	0,85	L	L	0,45	0,30	1,07	1,13
2,0	0,85	L	L	0,60	0,30	1,03	1,14
2,5	0,85	L	L	0,75	0,30	0,90	1,04
1,0	0,95	L	L	0,27	0,27	1,01	1,03
1,5	0,95	L	L	0,41	0,27	0,98	1,03
2,0	0,95	L	L	0,55	0,27	1,03	1,12
2,5	0,95	L	L	0,68	0,27	0,93	1,06

**Tabela 15 - Resultados da relação da resistência das colunas  $P_{unum}/P_n$ , para  $R_{ADL} = 0,59$ , variando a relação geométrica  $b_f/b_w$**

$R_{ADL} = 0,59$							
$\lambda_{maxLD}$	$b_f/b_w$	Modo (Estab. Elást.)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$\frac{\lambda_G}{\lambda_{maxLD}}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$
1,0	0,50	L	L	0,52	0,52	1,04	1,13
1,5	0,50	L	L	0,78	0,52	1,24	1,47
2,0	0,50	L	L	1,04	0,52	1,16	1,55
2,5	0,50	L	L	1,30	0,52	0,91	1,43
1,0	0,65	L	L	0,45	0,45	1,05	1,11
1,5	0,65	L	L	0,67	0,45	1,21	1,36
2,0	0,65	L	L	0,89	0,45	1,07	1,33
2,5	0,65	L	L	1,11	0,45	0,84	1,17
1,0	0,85	L	L	0,37	0,37	1,04	1,08
1,5	0,85	L	L	0,55	0,37	1,07	1,16
2,0	0,85	L	L	0,74	0,37	1,04	1,21
2,5	0,85	L	L	0,92	0,37	0,87	1,09
1,0	0,95	L	L	0,38	0,38	1,01	1,05
1,5	0,95	L	L	0,57	0,38	1,03	1,13
2,0	0,95	L	L	0,76	0,38	1,01	1,18
2,5	0,95	L	L	0,95	0,38	0,85	1,07

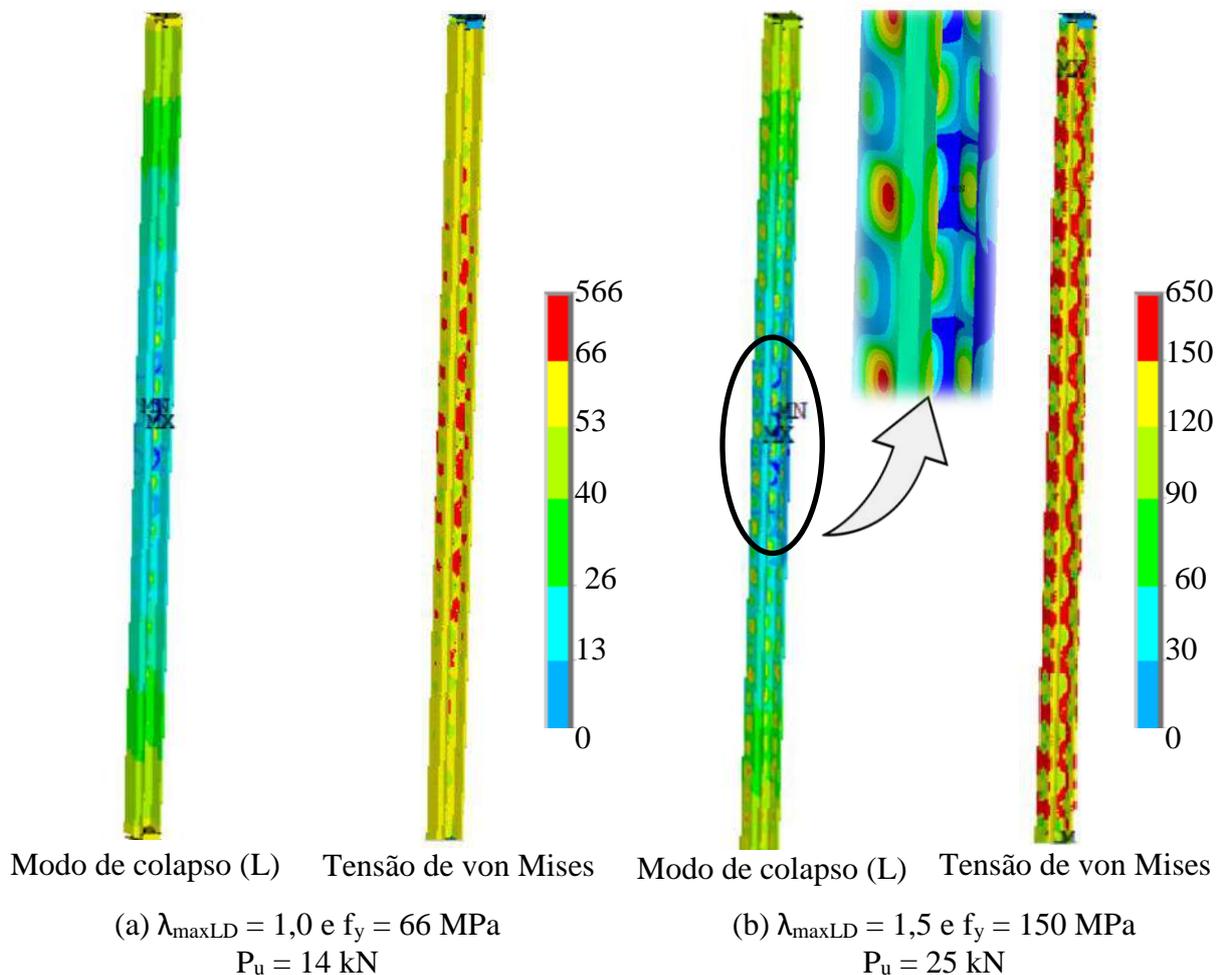
**Tabela 16 - Resultados da relação da resistência das colunas  $P_{unum}/P_n$ , para  $R_{ADL} = 0,65$ , variando a relação geométrica  $b_f/b_w$**

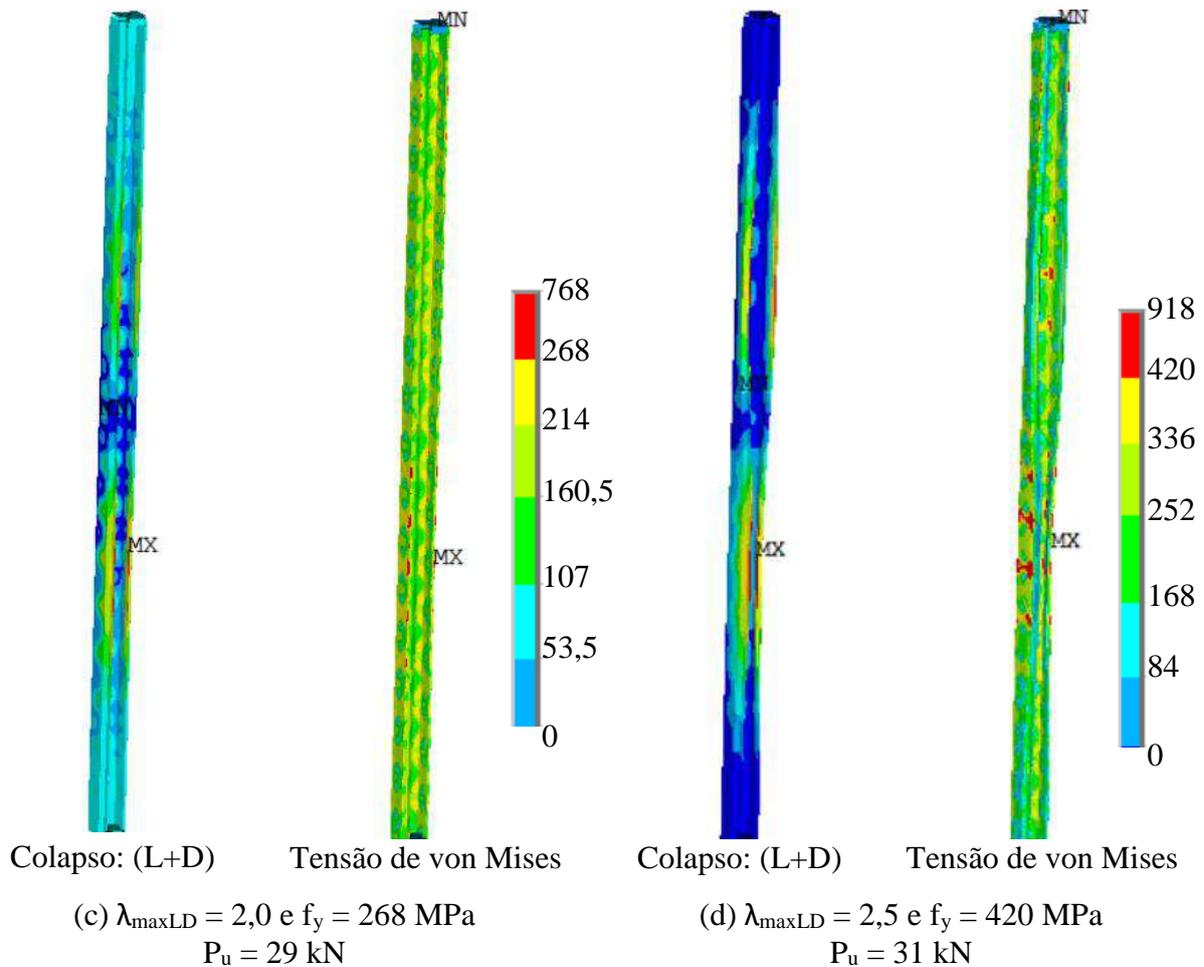
$R_{ADL} = 0,65$							
$\lambda_{maxLD}$	$b_f/b_w$	Modo (Estab. Elást.)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$\frac{\lambda_G}{\lambda_{maxLD}}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$
1,0	0,50	L	L+D+G	0,57	0,57	1,04	1,14
1,5	0,50	L	L+D+G	0,86	0,57	1,22	1,50
2,0	0,50	L	L+D+G	1,15	0,57	1,10	1,57
2,5	0,50	L	L+D+G	1,44	0,57	0,84	1,45
1,0	0,65	L	L+D	0,48	0,48	1,05	1,12
1,5	0,65	L	L+D	0,72	0,48	1,20	1,38
2,0	0,65	L	L+D	0,97	0,48	1,05	1,35
2,5	0,65	L	L+D	1,21	0,48	0,82	1,21
1,0	0,85	L	L	0,39	0,39	1,03	1,08
1,5	0,85	L	L	0,59	0,39	1,07	1,18
2,0	0,85	L	L	0,78	0,39	0,89	1,05
2,5	0,85	L	-	0,98	0,39	NC	NC
1,0	0,95	L	L	0,27	0,27	1,01	1,03
1,5	0,95	L	L+D	0,40	0,27	1,01	1,06
2,0	0,95	L	L+D	0,54	0,27	0,88	0,95
2,5	0,95	L	-	0,67	0,27	NC	NC

**Tabela 17 - Resultados da relação da resistência das colunas  $P_{unum}/P_n$ , para  $R_{ADL} = 0,71$ , variando a relação geométrica  $b_f/b_w$**

$R_{ADL} = 0,71$							
$\lambda_{maxLD}$	$b_f/b_w$	Modo (Estab. Elást.)	Mecanismo de colapso	$\lambda_G$	$\frac{\lambda_G}{\lambda_{maxLD}}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$
1,0	0,50	L	L+D+G	0,64	0,64	1,04	1,16
1,5	0,50	L	L+D+G	0,96	0,64	1,18	1,52
2,0	0,50	L	L+D+G	1,28	0,64	0,95	1,48
2,5	0,50	L	L+D+G	1,61	0,64	0,74	1,44
1,0	0,65	L	L+D	0,53	0,53	1,05	1,14
1,5	0,65	L	L+D	0,79	0,53	1,19	1,41
2,0	0,65	L	L+D	1,05	0,53	0,92	1,24
2,5	0,65	L	L+D	1,32	0,53	0,75	1,18
1,0	0,85	L	L	0,44	0,44	1,03	1,09
1,5	0,85	L	L	0,65	0,44	1,06	1,19
2,0	0,85	L	L+D	0,87	0,44	0,85	1,04
2,5	0,85	L	L+D	1,09	0,44	0,69	0,93
1,0	0,95	L	L	0,44	0,44	1,01	1,06
1,5	0,95	L	L+D	0,66	0,44	1,01	1,14
2,0	0,95	L	L+D	0,88	0,44	0,86	1,06
2,5	0,95	L	L+D	1,09	0,44	0,68	0,92

Para uma mesma coluna, foram gerados 4 modelos com tensões de escoamento distintas, visto que quanto maior for a tensão de escoamento, mais acentuado será o desenvolvimento da pós- flambagem elástica, favorecendo a evolução do fenômeno de interação secundária. Nesse contexto, vale destacar como exemplo, a coluna com  $b_f/b_w = 0,85$  e  $R_{\lambda DL} = 0,71$ , onde a partir de  $\lambda_{\max LD} = 2,0$  ocorre a interação entre os modos local e distorcional. Tal fato pode ser observado na Figura 53, que apresenta quatro colunas com a mesma geometria, com variação dos valores de tensão de escoamento ( $f_y$ ), cuja carga crítica de flambagem local ( $P_{crL}$ ) é igual a 14 kN e distorcional ( $P_{crD}$ ) igual a 32 kN. Os valores de  $f_y$ , neste caso, não representam as propriedades de aços comercialmente disponíveis para fabricação de PFF e devem ser compreendidos como um artifício matemático para a investigação da influência da esbeltez ( $\lambda_{\max LD} = \max\{\lambda_{\max L}, \lambda_{\max D}\}$ ) no comportamento da coluna. As regiões plastificadas são identificadas pela cor vermelha nas ilustrações da tensão de von Mises. Observa-se que quando  $\lambda_{\max LD} = 1,5$  ocorre flambagem local dos enrijecedores de bordo, entretanto, este fenômeno não ocasionou perda significativa de resistência, o que pode ser observado na Tabela 17.





**Figura 53 – Resultados da deformada e da tensão de von Mises na carga última de uma coluna sem variação da geometria, com variação da esbelteza  $\lambda_{\max LD}$  (alterando apenas a tensão de escoamento  $f_y$ )**

### 5.3 Variação do ângulo $\theta$

Outro parâmetro a ser analisado é a influência da variação do ângulo  $\theta$  na resistência das colunas. Para tal estudo, o ângulo foi variado da seguinte maneira  $\theta = \{0^\circ; 15^\circ; 30^\circ \text{ e } 45^\circ\}$ , conforme ilustrado na Figura 54, mantendo os demais parâmetros geométricos fixados em  $b_f/b_w = 0,65$ ,  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$ . Em 16 colunas ( $4 \times \theta = \{0^\circ; 15^\circ; 30^\circ \text{ e } 45^\circ\}$ ) o comprimento foi fixado em 1300 m. As demais colunas tiveram seus comprimentos variados, de forma que para cada ângulo, cada  $R_{\lambda DL}$ , tivesse 4 colunas de mesmo comprimento ( $\lambda_{\max LD} = \{1,0; 1,5; 2,0; 2,5\}$ ), conforme esquema ilustrativo representado na Figura 55. Um novo grupo de colunas com  $\theta = 0^\circ$  foi gerado, com o intuito de tentar garantir a relação  $\lambda_G/\lambda_{\max LD} < 0,6$  de forma a evitar significativa interferência da flambagem global.

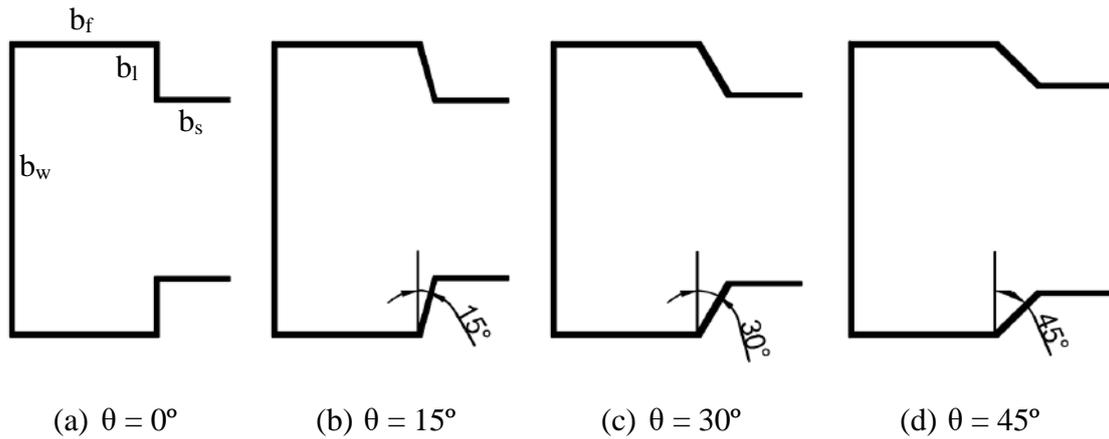


Figura 54 - Variação do ângulo  $\theta$  com demais parâmetros fixos

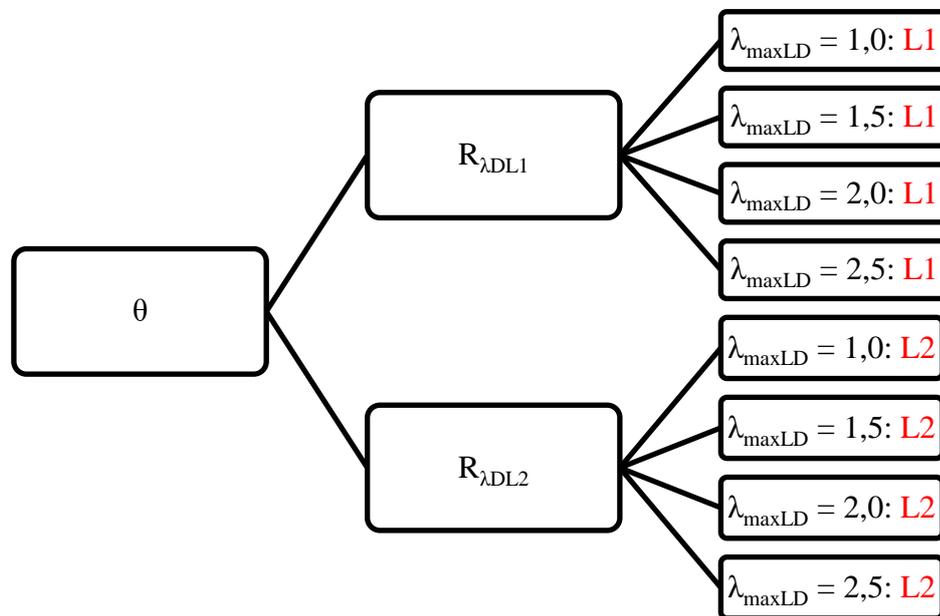


Figura 55 – Esquema ilustrativo do arranjo de comprimentos para cada ângulo  $\theta$

As curvas de assinatura apresentadas na Figura 56 foram calculadas com auxílio do programa GBTUL e mostram que, quanto maior o ângulo  $\theta$ , o efeito da flambagem distorcional é mais acentuado, com redução do valor de  $P_{crD}$ . Este resultado reflete-se diretamente na resistência da coluna, como pode ser verificado na Figura 57, indicando que a resistência da coluna reduz com o aumento do ângulo  $\theta$ . Notar ainda, nesta figura, que o aumento da esbeltez foi obtido com o aumento da tensão de escoamento do aço, conduzindo ao aumento da resistência das colunas com maior esbeltez. O gráfico apresentado na Figura 58 ilustra o comportamento pós-flambagem das colunas testadas com  $\lambda_{maxLD}=1,5$ .

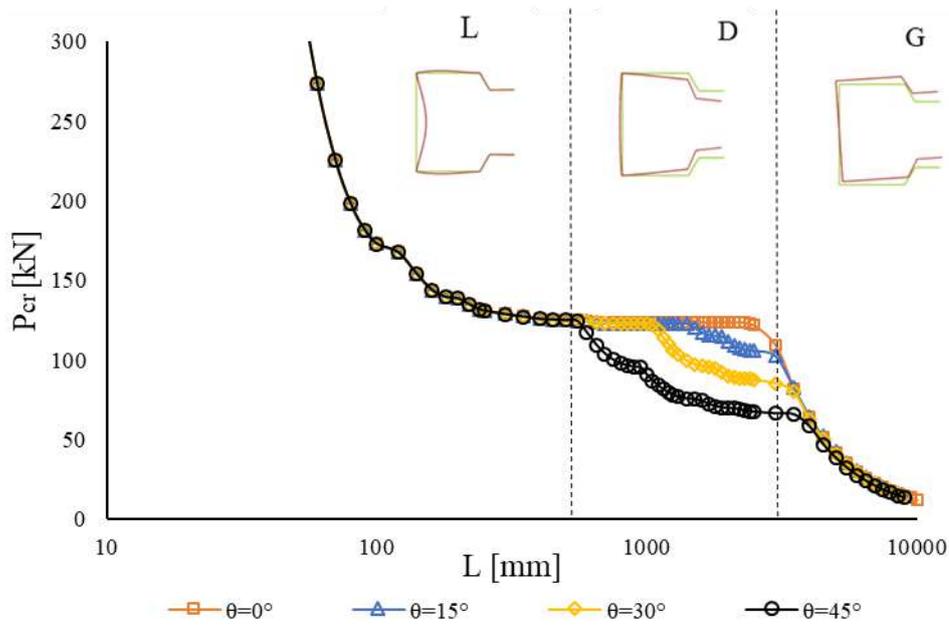


Figura 56 - Curvas de assinatura em função da variação do ângulo  $\theta$

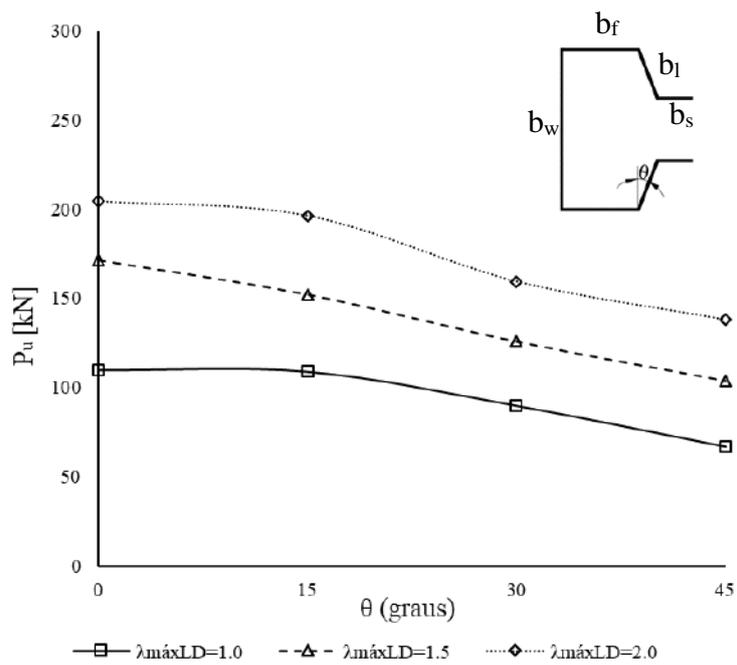
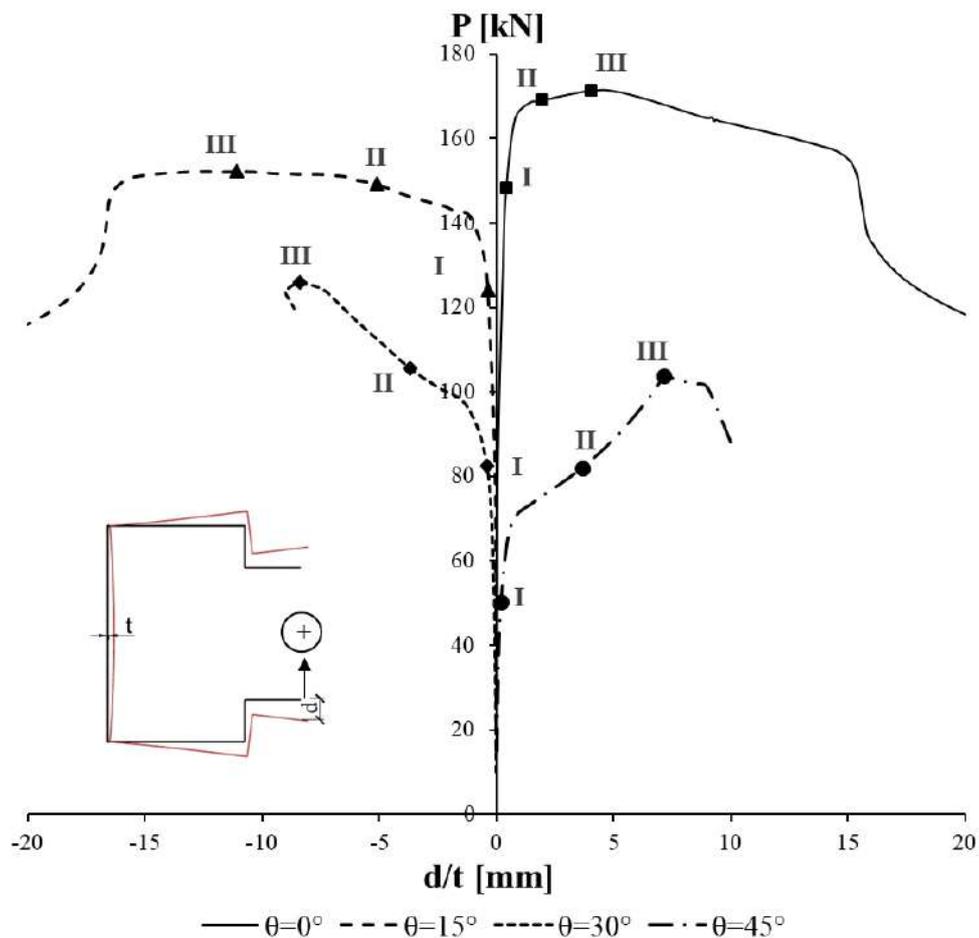
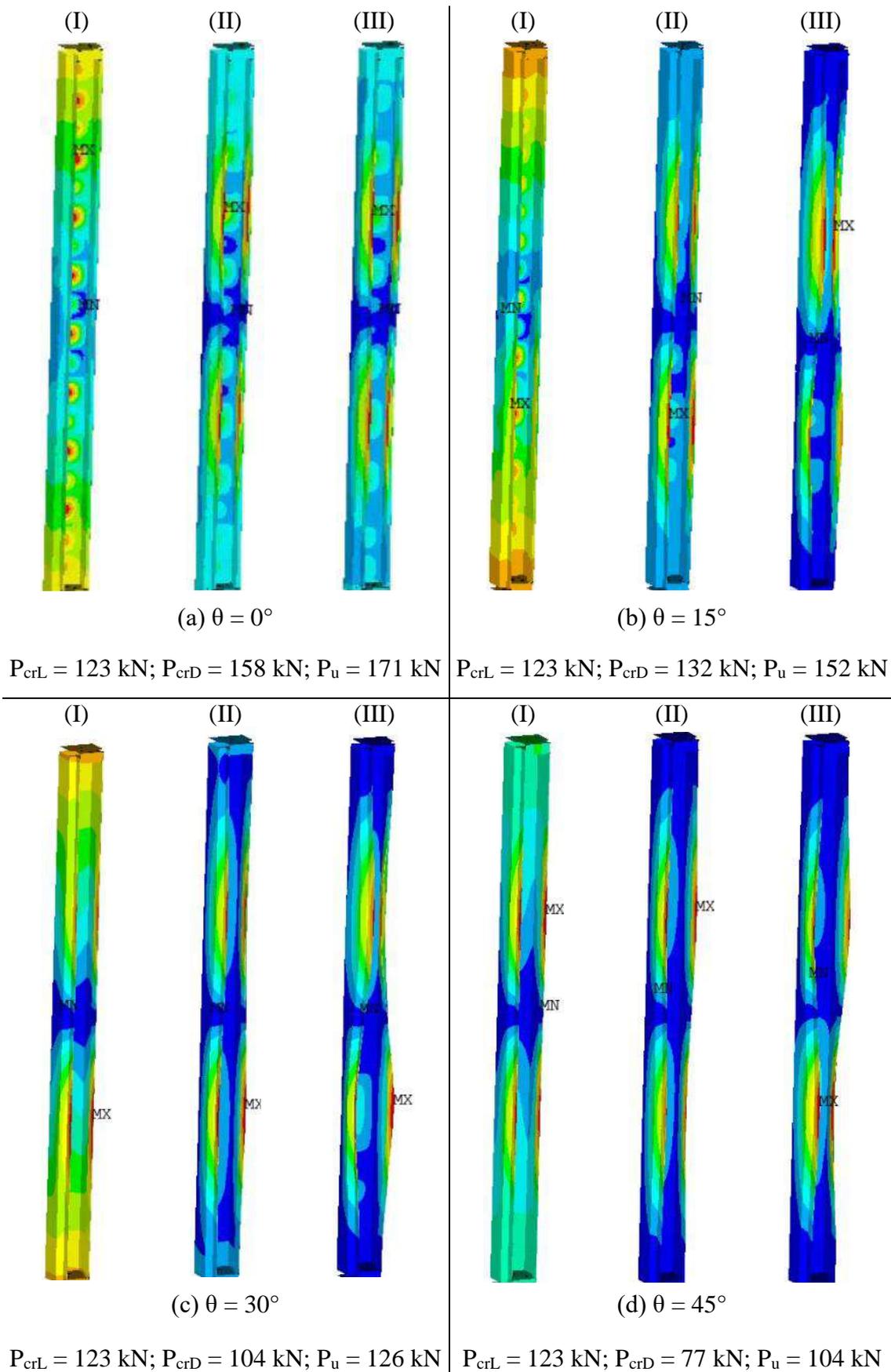


Figura 57 - Influência da variação do ângulo  $\theta$  na resistência da coluna Rack



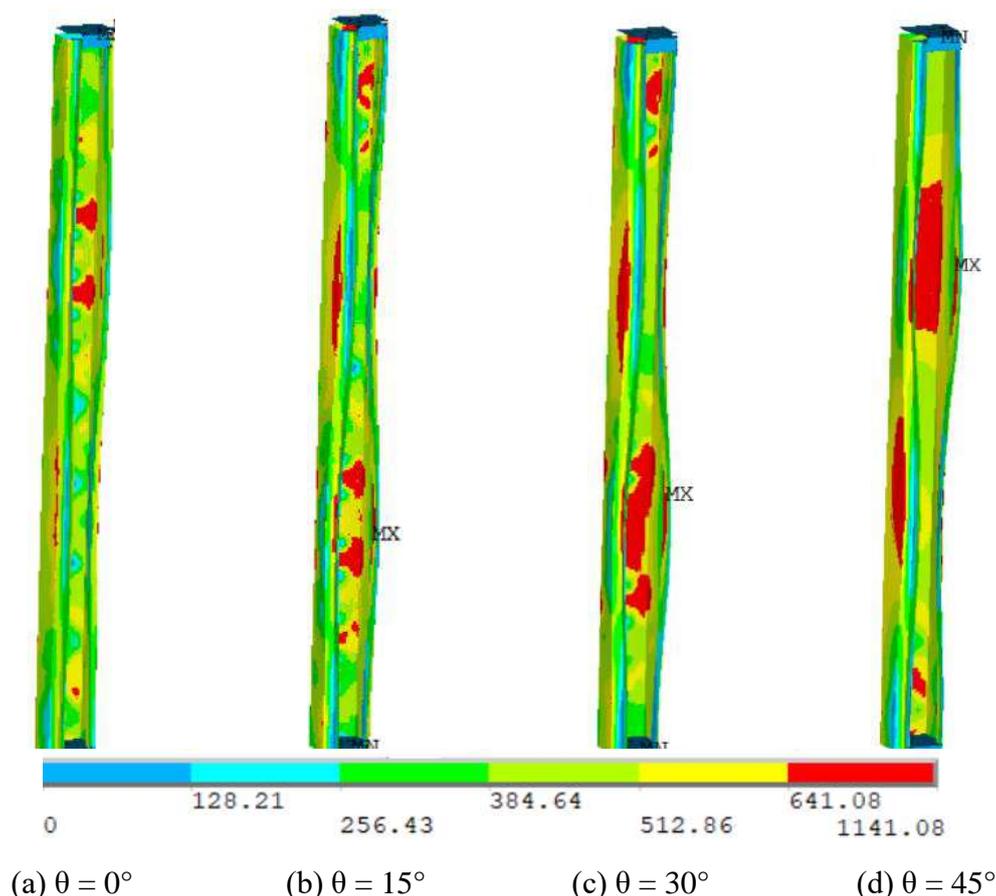
**Figura 58 - Influência da variação do ângulo  $\theta$  no comportamento pós-flambagem referente ao modo distorcional  $d/t$**

A Figura 59 apresenta as deformadas registradas nos níveis de carga I, II e III indicados na Figura 58, de quatro colunas selecionadas com  $\lambda_{\max LD} = 1,5$ . Observa-se que as colunas com  $\theta = 0^\circ$  e  $15^\circ$  indicam o desenvolvimento da interação LD, já as colunas  $\theta = 30^\circ$  e  $\theta = 45^\circ$  desenvolveram apenas o modo distorcional. Verificou-se, portanto, com a abertura do enrijecedor interno devido ao aumento do ângulo  $\theta$ , a tendência da predominância do modo distorcional, com redução na carga resistente.



**Figura 59 - Deformadas das colunas Rack nos níveis de carregamento I, II e III (ver Fig. 59) com relações geométricas  $b_f/b_w = 0,65$ ,  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$ , esbelteza  $\lambda_{maxLD} = 1,5$  e variação do ângulo: (a)  $\theta = 0^\circ$ , (b)  $\theta = 15^\circ$ , (c)  $\theta = 30^\circ$  e (d)  $\theta = 45^\circ$**

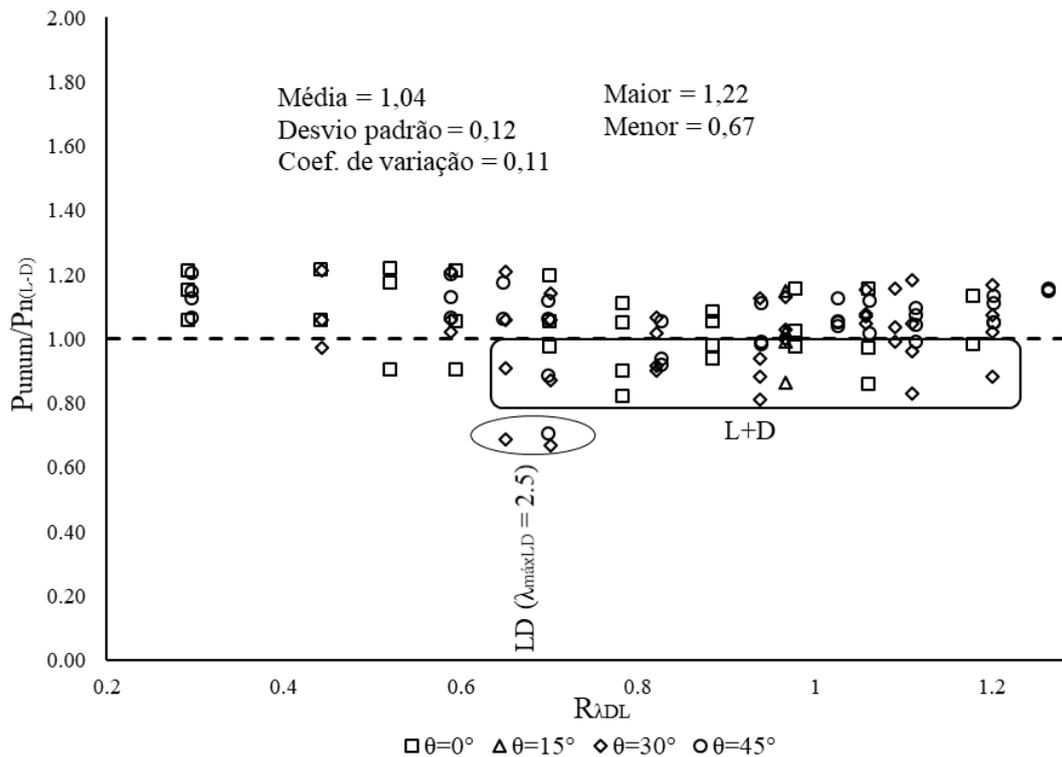
A Figura 60 ilustra claramente a ocorrência do mecanismo de colapso com plastificação da alma em regiões de abertura do modo distorcional das quatro colunas da Figura 58. O mecanismo de colapso é formado a partir do modo de flambagem desenvolvido na zona elástica com a plastificação de regiões que são apresentadas em vermelho.



**Figura 60 - Tensão de von Mises das colunas Rack com relações geométricas  $b_f/b_w = 0,65$ ,  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$ , esbeltez  $\lambda_{\max LD} = 1,5$  e variação do ângulo: (a)  $\theta = 0^\circ$ , (b)  $\theta = 15^\circ$ , (c)  $\theta = 30^\circ$  e (d)  $\theta = 45^\circ$**

Os resultados da variação do ângulo podem ser observados na Tabela A 6, incluída no Apêndice, sendo que foi adotada a sigla NC (“não convergiu”) para as colunas que não atingiram convergência numérica. O valor de  $R_{\lambda DL}$  encontra-se dentro do intervalo  $[0,29; 1,26]$ , sendo que para cada  $R_{\lambda DL}$  tem-se quatro valores de  $\lambda_{\max DL} = \{1,0; 1,5; 2,0 \text{ e } 2,5\}$ . Para melhor visualização destes resultados, foi plotado apenas o gráfico que compara a carga última resistente com o mínimo entre  $P_{nL}$  e  $P_{nD}$  uma vez que a flambagem global foi mantida afastada e não interferiu nos resultados. Este gráfico está apresentado na Figura 61.

Nota-se que a média dos resultados é de 1,04, sendo possível verificar que as cargas últimas obtidas numericamente não apresentam variações muito significativas quando comparadas com as cargas obtidas através da formulação já existente na NBR 14762 (ABNT, 2010), uma vez que o desvio padrão é de 0,12 com coeficiente de variação de 0,11. Percebe-se que, todas as colunas com resistência inferior à prevista pela norma brasileira desenvolveram interação LD, com exceção de apenas duas, ambas com  $\theta = 0^\circ$ .



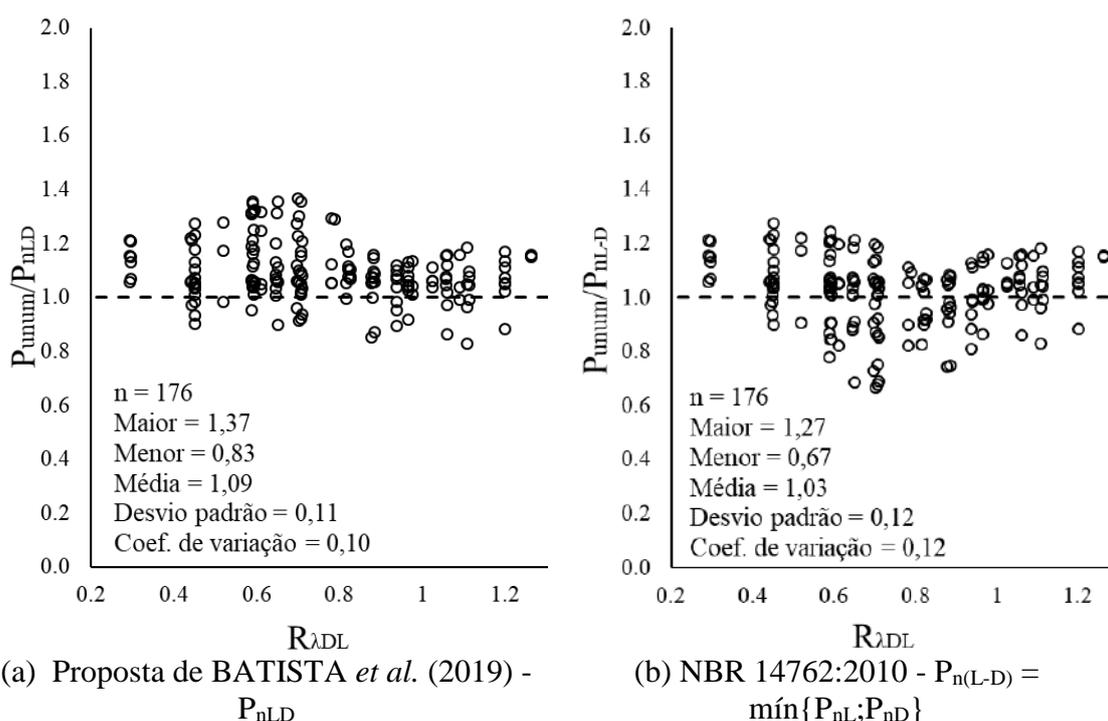
**Figura 61 - Relação entre a carga última numérica ( $P_{unum}$ ) e a resistência  $P_{n(L-D)}$  em função de  $R_{\lambda DL}$  e da variação do ângulo  $\theta$**

#### 5.4 Avaliação de procedimentos propostos para interação LD

Conforme foi apresentado no capítulo 1 desta dissertação, existem diversas propostas adaptadas do MRD para lidar com a interação entre os modos local e distorcional. Com o objetivo de verificar a validade das equações (30) e (31), desenvolvidas para seções de U enrijecido, propostas por BATISTA *et al.* (2019) para colunas de perfis formados a frio com seção rack foi gerado o gráfico da Figura 62(a) que relaciona a carga resistente obtida numericamente com a carga resistente proposta. Foram plotados os resultados de todas as colunas testadas numericamente, com exceção das colunas com  $\lambda_G/\lambda_{maxLD} > 0,60$ , sendo plotados portanto apenas colunas que desenvolveram modos de flambagem L, D ou LD.

De modo a comparar esses resultados com o método já existente na NBR 14762 (ABNT, 2010) foi plotado o gráfico (b) também na Figura 62. Dessa forma é possível verificar que os pontos do gráfico (a) sofreram um leve deslocamento para cima quando comparados aos resultados do gráfico (b).

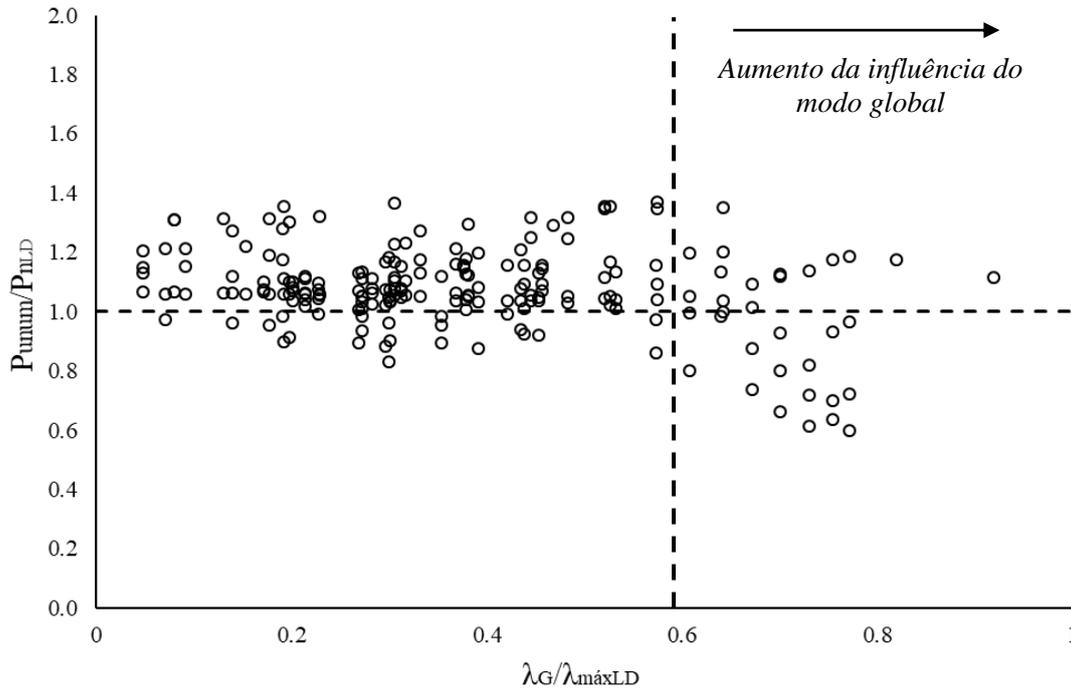
Os resultados obtidos através das equações propostas por BATISTA *et al.* (2019) tiveram média, desvio padrão e coeficiente de variação iguais a {1,09; 0,11 e 0,10}, respectivamente. Apesar da média ser superior à média do método da norma, os dados indicam resultados satisfatórios e eficientes, uma vez que a quantidade de dados abaixo da reta tracejada é menor do que no gráfico (b). Quanto mais próximos da reta tracejada estiverem os resultados, mais eficiente é o método, uma vez que a resistência calculada através do método se aproxima da resistência encontrada numericamente através de modelagem computacional.



**Figura 62 - Variação da relação  $P_{unum}/P_n$  em função de  $R_{\lambda DL}$  obtida através de (a) Método proposto por BATISTA *et al.* (2019) -  $P_{nLD}$  e (b) Método presente na NBR 14762:2010 desconsiderando modo global**

Embora a abordagem  $P_{nLD}$  tenha sido criada para lidar com colunas cuja relação  $\lambda_G/\lambda_{maxLD}$  seja inferior a 0,25, na Figura 63 é possível observar que para os resultados numéricos analisados, essa abordagem ainda é eficaz para valores de  $\lambda_G/\lambda_{maxLD}$  até

aproximadamente 0,60. A partir de então, pode-se verificar que ocorre uma queda abrupta da resistência devido ao aumento da influência do modo global.



**Figura 63 - Variação da relação  $P_{unum}/P_{nLD}$  em função de  $\lambda_G/\lambda_{máxLD}$**

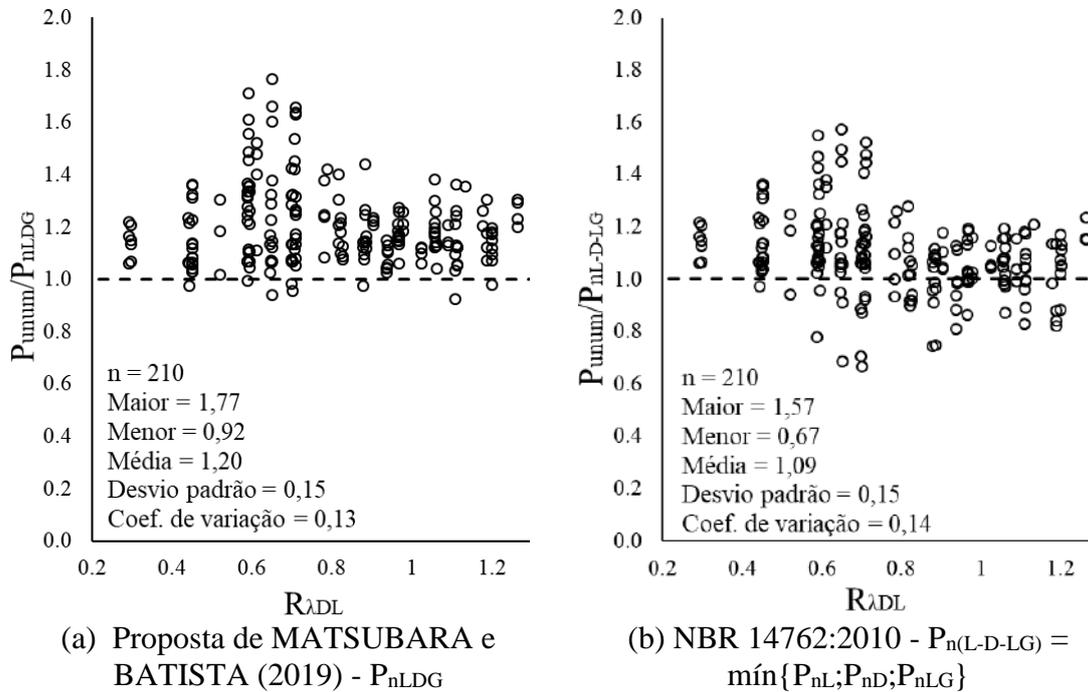
Na sequência das pesquisas registradas por BATISTA *et al.* (2019), MATSUBARA e BATISTA (2019) desenvolveram recentemente uma proposta para incluir a influência do modo global. Sendo assim, para criarem a abordagem  $P_{nLDG}$  na equação (6), a força de início de escoamento ( $P_y$ ) foi substituída por  $P_{nG}$  e  $\lambda$  por  $\lambda_{LDG}$ , enquanto os coeficientes A e B foram mantidos os mesmos da proposta  $P_{nLD}$ , segundo as equações (30) e (31). O formato dessa abordagem é apresentado nas equações (32) e (33).

$$P_{nLDG} = \left(1 - \frac{A}{\lambda_{LDG}^B}\right) \frac{P_{nG}}{\lambda_{LDG}^B} \quad \text{Onde,} \quad \lambda_{LDG} = \sqrt{\frac{P_{nG}}{P_{crminLD}}} \quad (32)$$

$$P_{nG} = \begin{cases} \left(0,658 \lambda_G^2\right) P_y & \lambda_G \leq 1,5 \\ \left(\frac{0,877}{\lambda_G^2}\right) P_y & \lambda_G > 1,5 \end{cases} \quad \lambda_G = \sqrt{\frac{P_y}{P_{crG}}} \quad (33)$$

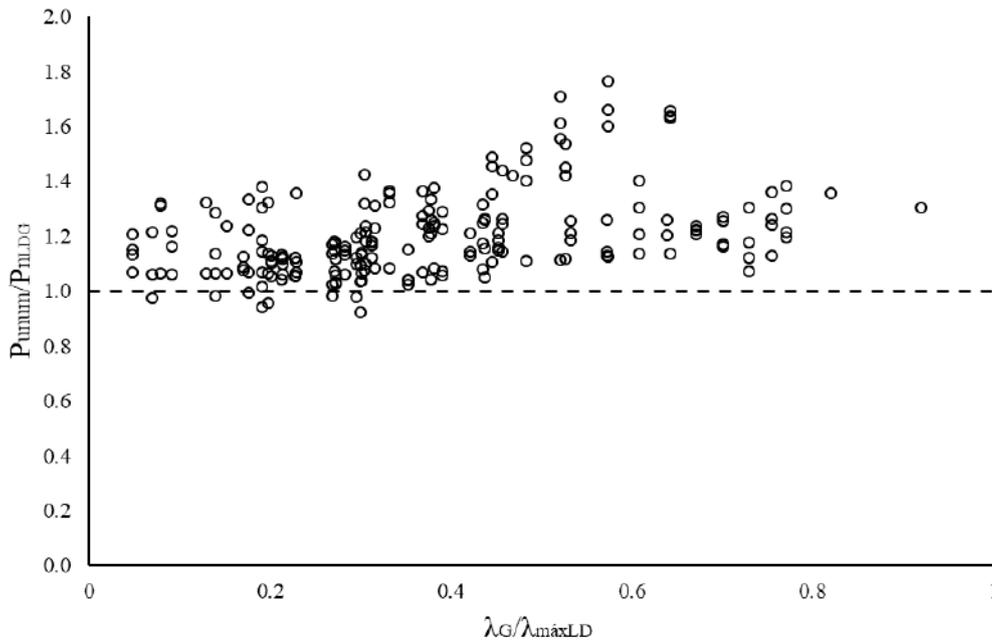
Com a finalidade de verificar a validade de tal proposta, 34 colunas que apresentaram influência do modo global foram incluídas na amostra das 176 colunas analisadas na proposta  $P_{nLD}$ , totalizando uma amostra com 210 dados. Os resultados obtidos através da formulação  $P_{nLDG}$  foram plotados no gráfico (a) da Figura 64,

contrastados com os resultados obtidos através das formulações presentes na NBR 14762:2010 ilustrados no gráfico (b) desta mesma figura, onde, mais uma vez,  $P_{n(L-D-LG)} = \min\{P_{nL}; P_{nD}; P_{nLG}\}$  (NBR 14762:2010).



**Figura 64 - Variação da relação  $P_{unum}/P_n$  em função de  $R_{\lambda DL}$  obtida por: (a) Método proposto por MATSUBARA e BATISTA (2019) para  $P_{nLDG}$  e (b) Método presente na NBR 14762:2010 considerando os modos local, distorcional e global**

A partir da Figura 64 constata-se que a formulação  $P_{nLDG}$  implicou também em um leve deslocamento vertical dos dados casuado pelo aumento da relação  $P_{unum}/P_{nLDG}$ . Os resultados obtidos através dessa proposta tiveram média, desvio padrão e coeficiente de variação iguais a  $\{1,20; 0,15 \text{ e } 0,13\}$  respectivamente, mostrando um método mais conservador que os demais principalmente no trecho em que  $0,50 < \lambda_G/\lambda_{maxLD} < 0,70$ , como pode ser observado na Figura 65.



**Figura 65 - Variação da relação  $P_{unum}/P_{nLDG}$ , segundo o método proposto por MATSUBARA e BATISTA (2019) em função de  $\lambda_G/\lambda_{maxLD}$**

#### 5.4.1 Coeficiente de ponderação da resistência ( $\gamma$ )

Segundo recomendação da NBR14762:2010 (ABNT 2010), o esforço resistente de cálculo ( $P_d$ ) deve ser calculado pela relação entre o valor nominal do esforço resistente ( $P_n$ ) e o coeficiente de ponderação da resistência ( $\gamma$ ), conforme indicado na equação (34).

$$\gamma = \frac{1}{1,52(X_m X_f) e^{-\beta \sqrt{\delta_m^2 + \delta_f^2} + C_p \delta_f^2 + 0,044}} \leq 1,2 \quad (34)$$

Onde,

$X_m$  = valor médio do fator material (= 1,1 segundo tabela 17 da NBR14762:2010)

$X_f$  = valor médio do fator de fabricação (= 1,0 segundo tabela 17 da NBR14762:2010)

$e$  = base do logaritmo natural (=2,718)

$\beta_0$  = índice de confiabilidade-alvo (= 2,0 para barras submetidas a compressão)

$\delta_m$  = coeficiente de variação do fator material (0,10 segundo tabela 17 da NBR14762:2010)

$\delta_f$  = coeficiente de variação do fator fabricação (=0,05 segundo tabela 17 da NBR14762:2010)

$C_p$  = fator de correção, dado por

$$C_p = 5,7 \text{ para } n = 3$$

$$C_p = m(1+1/n)/(m-2) \text{ para } n \geq 3$$

Onde,

$n = n^\circ$  de amostras

$m =$  grau de liberdade ( $= n - 1$ )

$\delta_t =$  coeficiente de variação (desvio padrão/média)  $\geq 0,065$

Desta forma, o coeficiente de ponderação da resistência foi calculado para as duas propostas:  $P_{nLD}$  e  $P_{nLDG}$  de BATISTA *et al.* (2019) e MATSUBARA e BATISTA (2019) respectivamente, segundo as equações (25) e (32) cujos coeficientes A e B são descritos pelas equações (28) e (29) para ambos os casos, confirmando desempenho adequado para ambas as propostas, com  $\gamma_{LD} = 1,14$  e  $\gamma_{LDG} = 1,17$ . Portanto, pode-se afirmar que as duas propostas apresentam boa concordância com o valor recomendado pelo código brasileiro ( $\gamma = 1,20$ ) (NBR 14672:2010). Esses resultados podem ser observados na Tabela 18.

**Tabela 18 - Valores utilizados para o cálculo do coeficiente de ponderação da resistência**

	$\gamma$	Média	Desv. Pad.	Coef. Var.	Nº de colunas
$P_{nLD}$	1,14	1,09	0,11	0,10	176
$P_{nLDG}$	1,17	1,20	0,15	0,13	210

## 6 CONCLUSÕES

O objetivo desse trabalho de pesquisa foi estudar o comportamento de interação entre os modos de flambagem local e distorcional em perfis de aço formados a frio de seção rack sem furos. A partir da investigação de 210 colunas com diferentes variações de geometria foi comprovado numericamente a existência da interação LD em 107 delas, onde essa interação ocorre tanto durante o regime elástico como, também, no mecanismo de colapso.

Constatou-se que a forma da imperfeição geométrica inicial não influenciou significativamente o comportamento de pós-flambagem das colunas estudadas, e não interferiu expressivamente em sua resistência, exceto quando a imperfeição inicial distorcional foi adotada com “abertura” da seção na região média (a meio comprimento). Foi verificado que quando se trata da aplicação de imperfeição com “abertura”, a resistência da coluna resulta em valor maior do que com a aplicação do “fechamento”, apresentando coerência com resultados já confirmados por SILVESTRE e CAMOTIM (2004). Portanto, todas as colunas com imperfeição geométrica inicial distorcional foram tratadas com aplicação de “fechamento”. Sendo assim, a aplicação do modo local, distorcional com “fechamento” ou global, ou, ainda, a combinação entre estes modos como imperfeição geométrica inicial nas colunas Rack consideradas não alterou o modo de colapso observado ao final da análise não linear.

Observou-se que a interação LD pode ocorrer sem perda significativa de resistência da coluna, sendo, portanto, necessário analisar a geometria da mesma para verificar o grau de interação através do parâmetro  $R_{\lambda DL}$ . Colunas Rack com mesma geometria indicam maior possibilidade de desenvolver a interação local-distorcional conforme cresce a esbeltez máxima ( $\lambda_{max}$ ), pois desenvolvem pós-flambagem elástica mais extensa, conduzindo a cargas últimas maiores. Lembrar, no entanto, que o aumento da esbeltez da coluna se dá, nesse caso, com o aumento da tensão de escoamento do aço  $f_y$ .

O cálculo da resistência de colunas sujeitas à interação LD requer um procedimento adequado para lidar com esse fenômeno. Sendo assim, a proposta  $P_{nLD}$  de BATISTA *et al.* (2019) foi testada com base nos resultados numéricos obtidos através da

análise não linear de um conjunto diversificado de colunas com seção rack, verificando-se que a formulação conduziu a resultados adequados e eficientes.

Aproveitando-se alguns dados de colunas que desenvolveram interação LDG, ou que apresentaram indícios de proximidade com o modo global, mensurados a partir da relação  $\lambda_G/\lambda_{\max LD}$ , foi testada a proposta de MATSUBARA e BATISTA (2019) que leva em consideração essa tripla interação entre os modos L, D e G:  $P_{nLDG}$ . Tal proposta se mostrou mais conservadora do que a anteriormente considerada.

Com relação à análise do coeficiente de ponderação da resistência, a proposta BATISTA *et al.* (2019)  $P_{nLD}$  apresentou  $\gamma = 1,14$ , estando em concordância com o valor sugerido pela NBR 14762 (ABNT, 2010) para colunas de perfis formados a frio,  $\gamma = 1,20$ . Sendo assim, pode-se afirmar que os resultados encontrados confirmam o desempenho adequado da abordagem  $P_{nLD}$ , descrevendo o comportamento de interação local-distorcional em perfis formados a frio de seção rack sob compressão axial de maneira eficiente. A abordagem  $P_{nLDG}$  também apresentou resultados satisfatórios ( $\gamma = 1,17$ ), sendo eficaz para estimar o esforço resistente de projeto de colunas sujeitas à interação LD e LDG de colunas de seção rack.

A partir dos resultados obtidos através da análise paramétrica, pode-se concluir finalmente, que tanto a relação  $b_f/b_w$  como o ângulo  $\theta$  do enrijecedor de bordo tem influência significativa na carga última das colunas. No entanto, dentro do universo de dados gerados na presente pesquisa, as formulações propostas por BATISTA *et al.* (2019) englobam estas variações de maneira eficiente.

A incidência de furos tem uma variedade muito grande, devido à padronização de cada fabricante e sua influência em colunas de perfis de aço formadas a frio é considerada com base em estudos experimentais, que permitem caracterizar a resistência das colunas incluindo o efeito dos furos.

## 6.1. Sugestões para trabalhos futuros

No presente item são abordadas algumas sugestões para pesquisas futuras de modo a complementar as análises feitas durante esse trabalho.

- (i) Realização de estudo de convergência da malha de elementos finitos;
- (ii) Realização de experimentos de perfis formados a frio de seção rack com e sem furos submetidos a compressão;
- (iii) Realização de estudos numéricos de seções rack com padrões variados de furação;
- (iv) Verificação da influência dos outros parâmetros:  $b_s/b_w$  e  $b_l/b_w$ ;
- (v) Realização de análise paramétrica de um conjunto de colunas com interação LDG, de modo a verificar a validade da proposta  $P_{nLDG}$ .

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT, ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14762 – Dimensionamento de Estruturas de Aço Constituídas por Perfis Formados a Frio**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2010.

ALVES, R. V. **Notas de Aula de Estabilidade das Estruturas**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2017.

BATISTA, E. M. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local-global buckling interaction. **Thin Walled Structures**, v. 48, p. 345–356, 2010.

BATISTA, E. M.; MATSUBARA, G. Y.; FRANCO, J. M. S. Local-distortional buckling interaction of cold-formed steel columns design approach. **Stability and Ductility of Steel Structures**, Praga, v. Único, p. 164-171, 2019.

BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. GBT theoretical background, 2010. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/>>. Acesso em: 12 Janeiro 2019.

BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. GBTUL. **GBT theoretical background**, 2010. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt/>>. Acesso em: 12 Janeiro 2019.

CAMOTIM, D.; REIS, A. **Estabilidade Estrutural**. Lisboa: McGraw-Hill, 2001.

CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N.; BEBIANO, R. **GBT Theoretical Background**. Lisboa, Portugal: Technical University of Lisbon, 2010.

DINIS, P. B. et al. On the relevance of local–distortional interaction effects in the behaviour and design of cold-formed steel columns. **Computers and Structures**, n. 160, p. 57-89, Agosto 2015.

DINIS, P. B.; CAMOTIM, D. Cold-formed steel columns undergoing local–distortional coupling: Behaviour and direct strength prediction against interactive failure. **Computers and Structures**, n. 147, p. 181-208, Outubro 2015.

DINIS, P. B.; CAMOTIM, D.; SILVESTRE, N. GBT formulation to analyse the buckling behaviour of thin-walled members with arbitrarily “branched” open cross-sections. **Thin-Walled Structures**, Lisboa, v. 44, p. 20-38, 2006.

DINIS, P. B.; YOUNG, B.; CAMOTIM, D. Local–distortional interaction in cold-formed steel rack-section columns. **Thin-Walled Structures**, 2014. 185-194.

EUROCODE 3. **Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements**. October 2006. ed. [S.l.]: CEN, European Committee for Standardisation, 1993.

HANCOCK, G. J. Design for distortional buckling of flexural members. **Thin Walled Structures**, v. 27, p. 3-12, 1997.

HKS INC. **ABAQUS**. Providence, Rhode Island, USA: SIMULIA - Dassault Systemes, 2010.

LAU S.C.W., H. G. J. . Distortional Buckling Formulas for Channel Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 113, n. 5, p. 1063-1078, May 1987.

LI, Z.; SCHAFER, B. W. . **Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: Conventional and constrained finite strip**. [S.l.]: [s.n.], 2010.

MARTINS, A. D.; CAMOTIM, D.; DINIS, P. B. On the direct strength design of cold-formed steel columns failing in local-distortional interactive modes. **Thin-Walled Structures**, v. 120, n. March, p. 432–445, 2017.

MATSUBARA, G. Y. **Análise da interação entre modos de flambagem local e distorcional em perfis de aço formados a frio com seção U enrijecido sob compressão axial**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado, COPPE/ UFRJ, 2018.

MATSUBARA, G. Y.; BATISTA, E. M. **Cold-formed steel columns under local-distortional buckling mode interaction**. Eighth International Conference on Thin-Walled Structures. Lisboa, Portugal: [s.n.]. 2018.

MATSUBARA, G. Y.; BATISTA, E. M. Cold-formed steel channel columns under local-distortional-global buckling mode interaction. **XL CILAMCE Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**, Natal, November 2019.

MATSUBARA, G. Y.; BATISTA, E. M. Perfis de aço formados a frio sob compressão axial sujeitos a Interação LD entre os modos de flambagem local e distorcional. **Contribuição tecnocientífica ao Construmetal – 8º Congresso Latino-americano da Construção Metálica**, São Paulo, v. 2, p. 415-433, Agosto 2019.

MATSUBARA, G. Y.; BATISTA, E. M.; SALLES, G. C. Lipped channel cold-formed steel columns under local-distortional buckling mode interaction. **Thin-Walled Structures**, 2019. 251-270.

MECALUX, SA, 2019. Disponível em: <<https://www.mecalux.cz/kovove-regaly/spadovy-regal-zbozi>>. Acesso em: 29 Janeiro 2019.

MESACASA, E. C. J. **Aplicação da Teoria Generalizada de Vigas à Análise de Pórticos Metálicos Planos com Ligações Semirrígidas**. Tese de D.Sc.: Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, SP, Brasil, 2016.

RIKS, E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. **Internacional Journal of solids and structures**, v. 15, p. 529–551, 1979.

SALLES, G. **Investigação analítica, numérica e experimental do modo de flambagem distorcional em perfis formados a frio**. Rio de Janeiro: Dissertação de Mestrado, COPPE/ UFRJ, 2017.

SCHAFFER, B. W. **Cold-Formed Steel Behaviour and Design: Analytical and Numerical Modeling of Elements and Members with Longitudinal Stiffeners**. PhD Thesis. New York: Cornell University, 1997.

SCHAFFER, B. W. Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, p. 289–299, 2002.

SCHAFFER, B. W. CUFSM 4.05. **Finite Strip Elastic Buckling Analysis Application**, 2010. Disponível em: <<http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/>>. Acesso em: 20 Setembro 2019.

SCHAFFER, B. W.; ÁDÁNY, S. Understanding and classifying local, distortional and global buckling in open thin-walled members. **Structural Stability Research Council**, Montreal, Canada, 2005.

SCHAFFER, B. W.; PEKÖZ, T. Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions. **Fourteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures**, 1998.

SILVESTRE, N. et al. DSM design of lipped channel columns undergoing local/distortional/global mode interaction, Rio de Janeiro, v. vol. 2, p. 1061-1068, 2010.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. Local-plate and distortional post-buckling behaviour of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners. **Proceedings of Seventeen International Speciality Conference of Cold-Formed Steel Structures**, Orlando, Florida, USA, 4-5 November 2004.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D. On the mechanics of distortion in thin-walled open sections. **Thin-Walled Structures**, v. 48, p. 469-481, 2010.

SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D.; DINIS, P. B. Post-buckling behaviour and direct strength design of lipped channel columns experiencing local/distortional interaction. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 73, p. 12-30, 2012.

SWANSON ANALYSIS SYSTEMS, INC. ANSYS, 2009.

THIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. 17th. ed. Singapoure: McGraw-Hill, 1985.

VASQUEZ, E. G. **Estabilidade e resistência de perfis de chapa dobrada afetados pelo modo distorcional. Dissertação de Mestrado**. Rio de Janeiro: COPPE/ UFRJ, 1998.

WINTER, G. Thin-Walled Structures-Theoretical Solutions and Test Results. **Preliminary Publications of the Eight Congress (IABSE)**, 1968.

YU, W. W.; LABOUBE, R. A. **Cold-Formed Steel Design**. 4th. ed. Rolla, Missouri: John Wiley & Sons, Inc., 2010.

# APÊNDICES

**Tabela A 1 - Características geométricas das colunas utilizadas na análise da variação da espessura:  $b_f/b_w = 0,65$ ;  $b_l/b_w = 0,20$ ;  $b_s/b_w = 0,25$  e  $\theta = 0^\circ$**

$R_{\lambda_{DL}} = \lambda_D / \lambda_L$	t [mm]	$b_w/t$	$\lambda_L$	$\lambda_D$	$\lambda_G$	$\lambda_G / \lambda_{\max LD}$
0,37	0,30	300,00	5,13	1,91	0,72	0,14
0,50	0,50	180,00	3,08	1,55	0,72	0,23
0,79	1,00	90,00	1,54	1,21	0,72	0,47
0,97	1,50	60,00	1,03	0,99	0,72	0,70
1,13	2,00	45,00	0,77	0,87	0,72	0,82
1,26	2,50	36,00	0,61	0,77	0,71	0,92
0,45	0,30	300,00	1,00	0,45	0,32	0,32
0,45	0,30	300,00	1,50	0,68	0,48	0,32
0,45	0,30	300,00	2,00	0,90	0,63	0,32
0,45	0,30	300,00	2,50	1,13	0,79	0,32
0,59	0,50	180,00	1,00	0,59	0,45	0,45
0,59	0,50	180,00	1,50	0,89	0,67	0,45
0,59	0,50	180,00	2,00	1,18	0,89	0,45
0,59	0,50	180,00	2,50	1,48	1,11	0,45
0,61	0,63	144,00	1,00	0,61	0,48	0,48
0,61	0,63	144,00	1,50	0,92	0,72	0,48
0,61	0,63	144,00	2,00	1,22	0,97	0,48
0,61	0,63	144,00	2,50	1,53	1,21	0,48
0,71	0,75	120,00	1,00	0,71	0,53	0,53
0,71	0,75	120,00	1,50	1,06	0,79	0,53
0,71	0,75	120,00	2,00	1,41	1,05	0,53
0,71	0,75	120,00	2,50	1,77	1,32	0,53
0,82	1,00	90,00	1,00	0,82	0,61	0,61
0,82	1,00	90,00	1,50	1,22	0,91	0,61
0,82	1,00	90,00	2,00	1,63	1,22	0,61
0,82	1,00	90,00	2,50	2,04	1,52	0,61
0,90	1,25	72,00	1,00	0,90	0,67	0,67
0,90	1,25	72,00	1,50	1,35	1,01	0,67
0,90	1,25	72,00	2,00	1,81	1,34	0,67
0,90	1,25	72,00	2,50	2,26	1,68	0,67
0,97	1,50	60,00	1,00	0,97	0,70	0,70
0,97	1,50	60,00	1,50	1,45	1,05	0,70
0,97	1,50	60,00	2,00	1,94	1,40	0,70
0,97	1,50	60,00	2,50	2,42	1,75	0,70
1,06	1,75	51,43	0,95	1,00	0,77	0,77
1,06	1,75	51,43	1,42	1,50	1,16	0,77

Continua na próxima página

1,06	1,75	51,43	1,89	2,00	1,54	0,77
1,06	1,75	51,43	2,36	2,50	1,93	0,77
1,11	2,00	45,00	0,90	1,00	0,75	0,75
1,11	2,00	45,00	1,35	1,50	1,13	0,75
1,11	2,00	45,00	1,80	2,00	1,51	0,75
1,11	2,00	45,00	2,25	2,50	1,89	0,75
1,19	2,50	36,00	0,84	1,00	0,73	0,73
1,19	2,50	36,00	1,26	1,50	1,10	0,73
1,19	2,50	36,00	1,68	2,00	1,46	0,73
1,19	2,50	36,00	2,10	2,50	1,83	0,73

**Tabela A 2 – Resultados da relação  $P_{unum}/P_n$  obtidos com (i) o MRD prescrito pela norma brasileira NBR 14762: 2010 ( $P_{nL-D}$  e  $P_{nL-D-LG}$ ), (ii) proposta de BATISTA *et al.* (2019) ( $P_{nLD}$ ) e (iii) proposta de MATSUBARA e BATISTA(2019)( $P_{nLDG}$ ) das colunas utilizadas na análise da variação da espessura com  $b_f/b_w=0,65$ ;  $b_l/b_w = 0,20$ ;  $b_s/b_w = 0,25$  e  $\theta=0^\circ$**

$R_{\lambda DL}$	$\lambda_{maxLD}$	$P_{el}$	$P_u$	Tipo de interação	$\lambda_G/\lambda_{maxLD}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$	$P_{unum}/P_{nLD}$	$P_{unum}/P_{nLDG}$
0,37	5,13	L	-	-	0,14	NC	NC	NC	NC
0,50	3,08	L	-	-	0,23	NC	NC	NC	NC
0,79	1,54	L	L+D	SD	0,47	1,09	1,26	1,29	1,42
0,97	1,03	D	L+D	V	0,70	1,14	1,19	1,13	1,27
1,13	0,87	D	D	-	0,82	1,17	1,21	1,17	1,36
1,26	0,77	D	D	-	0,92	1,11	1,24	1,11	1,30
0,45	1,00	L	L	-	0,32	1,05	1,08	1,05	1,08
0,45	1,50	L	L	-	0,32	1,23	1,31	1,23	1,31
0,45	2,00	L	L	-	0,32	1,10	1,23	1,10	1,23
0,45	2,50	L	-	-	0,32	NC	NC	NC	NC
0,59	1,00	L	L	-	0,45	1,05	1,11	1,05	1,10
0,59	1,50	L	L	-	0,45	1,21	1,36	1,32	1,46
0,59	2,00	L	L	-	0,45	1,07	1,33	1,25	1,49
0,59	2,50	L	L	-	0,45	0,84	1,17	1,04	1,35
0,61	1,00	L	L+D	SD	0,48	1,05	1,12	1,05	1,11
0,61	1,50	L	L+D	SD	0,48	1,20	1,38	1,32	1,48
0,61	2,00	L	L+D	SD	0,48	1,05	1,35	1,25	1,52
0,61	2,50	L	L+D	SD	0,48	0,82	1,21	1,03	1,40
0,71	1,00	L	L+D	SD	0,53	1,05	1,14	1,05	1,12
0,71	1,50	L	L+D	SD	0,53	1,19	1,41	1,36	1,54
0,71	2,00	L	L+D	SD	0,53	0,92	1,24	1,17	1,45
0,71	2,50	L	L+D	SD	0,53	0,75	1,18	1,02	1,42
0,82	1,00	L	L+D	SD	0,61	1,04	1,16	1,05	1,14
0,82	1,50	L	L+D	SD	0,61	1,04	1,28	1,20	1,40
0,82	2,00	L	L+D	S D	0,61	0,82	1,12	1,00	1,30
0,82	2,50	L	L+D	S D	0,61	0,67	1,02	0,80	1,21
0,90	1,00	L	L+D	V	0,67	1,09	1,18	1,09	1,21
0,90	1,50	L	L+D	V	0,67	0,94	1,10	1,01	1,24
0,90	2,00	L	L+D	V	0,67	0,78	1,05	0,87	1,22
0,90	2,50	L	L+D	V	0,67	0,64	1,04	0,74	1,22
0,97	1,00	L	L+D	V	0,70	1,14	1,18	1,12	1,26
0,97	1,50	L	L+D	V	0,70	0,91	1,02	0,93	1,16
0,97	2,00	L	L+D	V	0,70	0,76	0,99	0,80	1,17
0,97	2,50	L	L+D	V	0,70	0,63	0,99	0,66	1,17
1,06	1,00	L	D	-	0,77	1,18	1,19	1,18	1,38
1,06	1,50	D	D	-	0,77	0,96	1,08	0,96	1,30

Continua na próxima página

1,06	2,00	D	D	-	0,77	0,72	0,98	0,72	1,20
1,06	2,50	D	D	-	0,77	0,60	1,00	0,60	1,22
1,11	1,00	D	D	-	0,75	1,17	1,17	1,17	1,36
1,11	1,50	D	D	-	0,75	0,93	1,00	0,93	1,24
1,11	2,00	D	D	-	0,75	0,70	0,89	0,70	1,13
1,11	2,50	D	D	-	0,75	0,63	1,00	0,63	1,26
1,19	1,00	D	D	-	0,73	1,14	1,14	1,14	1,31
1,19	1,50	D	D	-	0,73	0,82	0,82	0,82	1,07
1,19	2,00	D	D	-	0,73	0,72	0,84	0,72	1,12
1,19	2,50	D	D	-	0,73	0,61	0,88	0,61	1,18

**Tabela A 3 - Características geométricas das colunas utilizadas na análise da variação de  $b_f/b_w$  com  $b_l/b_w = 0,20$ ;  $b_s/b_w = 0,25$  e  $\theta = 0^\circ$**

$R_{\lambda DL}$	$\lambda_{\max LD}$	t [mm]	$b_f/b_w$	$b_w/t$	$\lambda_L$	$\lambda_D$	$\lambda_G$	$\lambda_G/\lambda_{\max LD}$
0,45	1,00	0,60	0,50	300,00	1,00	0,45	0,33	0,33
0,45	1,50	0,60	0,50	300,00	1,50	0,68	0,50	0,33
0,45	2,00	0,60	0,50	300,00	2,00	0,90	0,66	0,33
0,45	2,50	0,60	0,50	300,00	2,50	1,13	0,83	0,33
0,59	1,00	1,00	0,50	180,00	1,00	0,59	0,52	0,52
0,59	1,50	1,00	0,50	180,00	1,50	0,89	0,78	0,52
0,59	2,00	1,00	0,50	180,00	2,00	1,18	1,04	0,52
0,59	2,50	1,00	0,50	180,00	2,50	1,48	1,30	0,52
0,65	1,00	1,25	0,50	144,00	1,00	0,65	0,57	0,57
0,65	1,50	1,25	0,50	144,00	1,50	0,98	0,86	0,57
0,65	2,00	1,25	0,50	144,00	2,00	1,30	1,15	0,57
0,65	2,50	1,25	0,50	144,00	2,50	1,63	1,44	0,57
0,71	1,00	1,50	0,50	120,00	1,00	0,71	0,64	0,64
0,71	1,50	1,50	0,50	120,00	1,50	1,07	0,96	0,64
0,71	2,00	1,50	0,50	120,00	2,00	1,42	1,28	0,64
0,71	2,50	1,50	0,50	120,00	2,50	1,78	1,61	0,64
0,88	1,00	1,50	0,50	60,00	1,00	0,88	0,48	0,48
0,88	1,50	1,50	0,50	60,00	1,50	1,33	0,71	0,48
0,88	2,00	1,50	0,50	60,00	2,00	1,77	0,95	0,48
0,88	2,50	1,50	0,50	60,00	2,50	2,21	1,19	0,48
0,45	1,00	0,30	0,65	300,00	1,00	0,45	0,32	0,32
0,45	1,50	0,30	0,65	300,00	1,50	0,68	0,48	0,32
0,45	2,00	0,30	0,65	300,00	2,00	0,90	0,63	0,32
0,45	2,50	0,30	0,65	300,00	2,50	1,13	0,79	0,32
0,59	1,00	0,50	0,65	180,00	1,00	0,59	0,45	0,45
0,59	1,50	0,50	0,65	180,00	1,50	0,89	0,67	0,45
0,59	2,00	0,50	0,65	180,00	2,00	1,18	0,89	0,45
0,59	2,50	0,50	0,65	180,00	2,50	1,48	1,11	0,45
0,61	1,00	0,63	0,65	144,00	1,00	0,61	0,48	0,48
0,61	1,50	0,63	0,65	144,00	1,50	0,92	0,72	0,48
0,61	2,00	0,63	0,65	144,00	2,00	1,22	0,97	0,48
0,61	2,50	0,63	0,65	144,00	2,50	1,53	1,21	0,48
0,71	1,00	0,75	0,65	120,00	1,00	0,71	0,53	0,53
0,71	1,50	0,75	0,65	120,00	1,50	1,06	0,79	0,53
0,71	2,00	0,75	0,65	120,00	2,00	1,41	1,05	0,53
0,71	2,50	0,75	0,65	120,00	2,50	1,77	1,32	0,53
0,82	1,00	1,00	0,65	90,00	1,00	0,82	0,61	0,61
0,82	1,50	1,00	0,65	90,00	1,50	1,22	0,91	0,61

Continua na próxima página

0,82	2,00	1,00	0,65	90,00	2,00	1,63	1,22	0,61
0,82	2,50	1,00	0,65	90,00	2,50	2,04	1,52	0,61
0,88	1,00	1,50	0,65	60,00	1,00	0,87	0,46	0,46
0,88	1,50	1,50	0,65	60,00	1,50	1,31	0,68	0,46
0,88	2,00	1,50	0,65	60,00	2,00	1,75	0,91	0,46
0,88	2,50	1,50	0,65	60,00	2,50	2,19	1,14	0,46
0,45	1,00	0,30	0,85	300,00	1,00	0,45	0,30	0,30
0,45	1,50	0,30	0,85	300,00	1,50	0,68	0,45	0,30
0,45	2,00	0,30	0,85	300,00	2,00	0,90	0,60	0,30
0,45	2,50	0,30	0,85	300,00	2,50	1,13	0,75	0,30
0,59	1,00	0,50	0,85	180,00	1,00	0,59	0,37	0,37
0,59	1,50	0,50	0,85	180,00	1,50	0,88	0,55	0,37
0,59	2,00	0,50	0,85	180,00	2,00	1,18	0,74	0,37
0,59	2,50	0,50	0,85	180,00	2,50	1,47	0,92	0,37
0,65	1,00	0,63	0,85	144,00	1,00	0,65	0,39	0,39
0,65	1,50	0,63	0,85	144,00	1,50	0,97	0,59	0,39
0,65	2,00	0,63	0,85	144,00	2,00	1,29	0,78	0,39
0,65	2,50	0,63	0,85	144,00	2,50	1,62	0,98	0,39
0,71	1,00	0,75	0,85	120,00	1,00	0,71	0,44	0,44
0,71	1,50	0,75	0,85	120,00	1,50	1,06	0,65	0,44
0,71	2,00	0,75	0,85	120,00	2,00	1,42	0,87	0,44
0,71	2,50	0,75	0,85	120,00	2,50	1,77	1,09	0,44
0,88	1,00	1,50	0,85	60,00	1,00	0,88	0,43	0,43
0,88	1,50	1,50	0,85	60,00	1,50	1,32	0,65	0,43
0,88	2,00	1,50	0,85	60,00	2,00	1,76	0,86	0,43
0,88	2,50	1,50	0,85	60,00	2,50	2,20	1,08	0,43
0,45	1,00	0,30	0,95	300,00	1,00	0,45	0,27	0,27
0,45	1,50	0,30	0,95	300,00	1,50	0,67	0,41	0,27
0,45	2,00	0,30	0,95	300,00	2,00	0,90	0,55	0,27
0,45	2,50	0,30	0,95	300,00	2,50	1,12	0,68	0,27
0,59	1,00	0,50	0,95	180,00	1,00	0,59	0,38	0,38
0,59	1,50	0,50	0,95	180,00	1,50	0,89	0,57	0,38
0,59	2,00	0,50	0,95	180,00	2,00	1,18	0,76	0,38
0,59	2,50	0,50	0,95	180,00	2,50	1,48	0,95	0,38
0,65	1,00	0,63	0,95	144,00	1,00	0,65	0,27	0,27
0,65	1,50	0,63	0,95	144,00	1,50	0,97	0,40	0,27
0,65	2,00	0,63	0,95	144,00	2,00	1,29	0,54	0,27
0,65	2,50	0,63	0,95	144,00	2,50	1,61	0,67	0,27
0,71	1,00	0,75	0,95	120,00	1,00	0,71	0,44	0,44
0,71	1,50	0,75	0,95	120,00	1,50	1,06	0,66	0,44
0,71	2,00	0,75	0,95	120,00	2,00	1,42	0,88	0,44

Continua na próxima página

0,71	2,50	0,75	0,95	120,00	2,50	1,77	1,09	0,44
0,88	1,00	1,50	0,95	60,00	1,00	0,88	0,42	0,42
0,88	1,50	1,50	0,95	60,00	1,50	1,32	0,63	0,42
0,88	2,00	1,50	0,95	60,00	2,00	1,76	0,84	0,42
0,88	2,50	1,50	0,95	60,00	2,50	2,20	1,05	0,42

**Tabela A 4 – Resultados da relação  $P_{unum}/P_n$  obtidos com (i) o MRD prescrito pela norma brasileira NBR 14762: 2010 ( $P_{nL-D}$  e  $P_{nL-D-LG}$ ), (ii) proposta de BATISTA *et al.* (2019) ( $P_{nLD}$ ) e (iii) proposta de MATSUBARA e BATISTA(2019)( $P_{nLDG}$ ) das colunas utilizadas na análise da variação de  $b_f/b_w$  com  $b_f/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$  e  $\theta = 0^\circ$**

$R_{\lambda DL}$	$\lambda_{maxLD}$	$P_{el.}$	$P_u$	Tipo de interação	$\lambda_G/\lambda_{maxLD}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$	$P_{unum}/P_{nLD}$	$P_{unum}/P_{nLDG}$
0,45	1,00	L	L	-	0,33	1,05	1,08	1,05	1,08
0,45	1,50	L	L	-	0,33	1,27	1,36	1,27	1,36
0,45	2,00	L	L	-	0,33	1,18	1,32	1,18	1,32
0,45	2,50	L	L	-	0,33	1,13	1,36	1,13	1,36
0,59	1,00	L	L	-	0,52	1,04	1,13	1,04	1,11
0,59	1,50	L	L	-	0,52	1,24	1,47	1,36	1,56
0,59	2,00	L	L	-	0,52	1,16	1,55	1,35	1,71
0,59	2,50	L	L	-	0,52	0,91	1,43	1,11	1,61
0,65	1,00	L	L+D+G	SD	0,57	1,04	1,14	1,04	1,12
0,65	1,50	L	L+D+G	SD	0,57	1,22	1,50	1,37	1,60
0,65	2,00	L	L+D+G	SD	0,57	1,10	1,57	1,35	1,77
0,65	2,50	L	L+D+G	SD	0,57	0,84	1,45	1,09	1,66
0,71	1,00	L	L+D+G	SD	0,64	1,04	1,16	1,04	1,13
0,71	1,50	L	L+D+G	SD	0,64	1,18	1,52	1,35	1,63
0,71	2,00	L	L+D+G	SD	0,64	0,95	1,48	1,20	1,66
0,71	2,50	L	L+D+G	SD	0,64	0,74	1,44	1,00	1,64
0,88	1,00	L	L+D	V	0,48	1,08	1,08	1,09	1,14
0,88	1,50	L	L+D	V	0,48	0,97	0,97	1,06	1,17
0,88	2,00	L	-	-	0,48	-	NC	NC	NC
0,88	2,50	L	L+D	V	0,48	0,75	0,75	0,87	1,12
0,45	1,00	L	L	-	0,32	1,05	1,08	1,05	1,08
0,45	1,50	L	L	-	0,32	1,23	1,31	1,23	1,31
0,45	2,00	L	L	-	0,32	1,10	1,23	1,10	1,23
0,45	2,50	L	-	-	0,32	-	NC	NC	NC
0,59	1,00	L	L	-	0,45	1,05	1,11	1,05	1,10
0,59	1,50	L	L	-	0,45	1,21	1,36	1,32	1,46
0,59	2,00	L	L	-	0,45	1,07	1,33	1,25	1,49
0,59	2,50	L	L	-	0,45	0,84	1,17	1,04	1,35
0,61	1,00	L	L+D	SD	0,48	1,05	1,12	1,05	1,11
0,61	1,50	L	L+D	SD	0,48	1,20	1,38	1,32	1,48
0,61	2,00	L	L+D	SD	0,48	1,05	1,35	1,25	1,52
0,61	2,50	L	L+D	SD	0,48	0,82	1,21	1,03	1,40
0,71	1,00	L	L+D	SD	0,53	1,05	1,14	1,05	1,12
0,71	1,50	L	L+D	SD	0,53	1,19	1,41	1,36	1,54
0,71	2,00	L	L+D	SD	0,53	0,92	1,24	1,17	1,45
0,71	2,50	L	L+D	SD	0,53	0,75	1,18	1,02	1,42

Continua na próxima página

0,82	1,00	L	L+D	SD	0,61	1,04	1,16	1,05	1,14
0,82	1,50	L	L+D	SD	0,61	1,04	1,28	1,20	1,40
0,82	2,00	L	L+D	SD	0,61	0,82	1,12	1,00	1,30
0,82	2,50	L	L+D	SD	0,61	0,67	1,02	0,80	1,21
0,88	1,00	L	L+D	SD	0,46	1,08	1,08	1,09	1,14
0,88	1,50	L	L+D	SD	0,46	0,93	0,93	1,03	1,13
0,88	2,00	L	L+D	SD	0,46	0,93	0,93	1,07	1,24
0,88	2,50	L	L+D	SD	0,46	0,97	0,97	1,14	1,44
0,45	1,00	L	L	-	0,30	1,04	1,06	1,04	1,06
0,45	1,50	L	L	-	0,30	1,07	1,13	1,07	1,13
0,45	2,00	L	L	-	0,30	1,03	1,14	1,03	1,14
0,45	2,50	L	L	-	0,30	0,90	1,04	0,90	1,04
0,59	1,00	L	L	-	0,37	1,04	1,08	1,04	1,07
0,59	1,50	L	L	-	0,37	1,07	1,16	1,16	1,24
0,59	2,00	L	L	-	0,37	1,04	1,21	1,21	1,36
0,59	2,50	L	L	-	0,37	0,87	1,09	1,06	1,28
0,65	1,00	L	L	-	0,39	1,03	1,08	1,03	1,07
0,65	1,50	L	L	-	0,39	1,07	1,18	1,20	1,29
0,65	2,00	L	L	-	0,39	0,89	1,05	1,08	1,23
0,65	2,50	L	-	-	0,39	-	NC	NC	NC
0,71	1,00	L	L	-	0,44	1,03	1,09	1,03	1,08
0,71	1,50	L	L	-	0,44	1,06	1,19	1,21	1,32
0,71	2,00	L	L+D	SD	0,44	0,85	1,04	1,08	1,25
0,71	2,50	L	L+D	SD	0,44	0,69	0,93	0,94	1,17
0,88	1,00	L	L+D	V	0,43	1,07	1,07	1,08	1,12
0,88	1,50	L	L+D	V	0,43	0,96	0,96	1,05	1,14
0,88	2,00	L	L+D	V	0,43	0,74	0,74	0,85	0,97
0,88	2,50	L	-	-	0,43	-	NC	NC	NC
0,45	1,00	L	L	-	0,27	1,01	1,03	1,01	1,03
0,45	1,50	L	L	-	0,27	0,98	1,03	0,98	1,03
0,45	2,00	L	L	-	0,27	1,03	1,12	1,03	1,12
0,45	2,50	L	L	-	0,27	0,93	1,06	0,93	1,06
0,59	1,00	L	L	-	0,38	1,01	1,05	1,01	1,04
0,59	1,50	L	L	-	0,38	1,03	1,13	1,13	1,21
0,59	2,00	L	L	-	0,38	1,01	1,18	1,18	1,34
0,59	2,50	L	L	-	0,38	0,85	1,07	1,04	1,26
0,65	1,00	L	L	-	0,27	1,01	1,03	1,01	1,02
0,65	1,50	L	L	-	0,27	1,01	1,06	1,13	1,17
0,65	2,00	L	L+D	SD	0,27	0,88	0,95	1,07	1,13
0,65	2,50	L	-	-	0,27	-	NC	NC	NC
0,71	1,00	L	L	-	0,44	1,01	1,06	1,01	1,05

Continua na próxima página

0,71	1,50	L	L+D	SD	0,44	1,01	1,14	1,15	1,26
0,71	2,00	L	L+D	SD	0,44	0,86	1,06	1,09	1,26
0,71	2,50	L	L+D	SD	0,44	0,68	0,92	0,92	1,16
0,88	1,00	L	L	-	0,42	1,04	1,04	1,05	1,10
0,88	1,50		L+D	V	0,42	0,91	0,91	1,00	1,08
0,88	2,00		-	-	0,42	-	NC	NC	NC
0,88	2,50		-	-	0,42	-	NC	NC	NC

**Tabela A 5 - Características geométricas das colunas utilizadas na análise da variação de  $\theta$ :  
 $b_f/b_w=0,65$ ;  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$**

$R_{\lambda DL}=\lambda_D/\lambda_L$	$\lambda_{maxLD}$	$\theta$ (°)	$\lambda_L$	$\lambda_D$	$\lambda_G$	$\lambda_G/\lambda_{maxLD}$
0,29	1,00	0	1,00	0,29	0,09	0,09
0,29	1,50	0	1,50	0,44	0,14	0,09
0,29	2,00	0	2,00	0,58	0,18	0,09
0,29	2,20	0	2,20	0,64	0,20	0,09
0,44	1,00	0	1,00	0,44	0,15	0,15
0,44	1,50	0	1,50	0,66	0,23	0,15
0,44	2,00	0	2,00	0,88	0,31	0,15
0,44	2,50	0	2,50	1,10	0,38	0,15
0,52	1,00	0	1,00	0,52	0,19	0,19
0,52	1,50	0	1,50	0,78	0,29	0,19
0,52	2,00	0	2,00	1,04	0,38	0,19
0,52	2,50	0	2,50	1,30	0,48	0,19
0,59	1,00	0	1,00	0,59	0,23	0,23
0,59	1,50	0	1,50	0,89	0,34	0,23
0,59	2,00	0	2,00	1,19	0,46	0,23
0,59	2,50	0	2,50	1,48	0,57	0,23
0,70	1,00	0	1,00	0,70	0,30	0,30
0,70	1,50	0	1,50	1,05	0,46	0,30
0,70	2,00	0	2,00	1,40	0,61	0,30
0,70	2,20	0	2,20	1,54	0,67	0,30
0,78	1,00	0	1,00	0,78	0,38	0,38
0,78	1,50	0	1,50	1,17	0,57	0,38
0,78	2,00	0	2,00	1,56	0,76	0,38
0,78	2,50	0	2,50	1,95	0,95	0,38
0,88	1,00	0	1,00	0,88	0,46	0,46
0,88	1,50	0	1,50	1,33	0,68	0,46
0,88	2,00	0	2,00	1,77	0,91	0,46
0,88	2,50	0	2,50	2,21	1,14	0,46
0,98	1,00	0	1,00	0,98	0,53	0,53
0,98	1,50	0	1,50	1,47	0,80	0,53
0,98	2,00	0	2,00	1,96	1,06	0,53
0,98	2,50	0	2,50	2,44	1,33	0,53
1,06	1,00	0	0,94	1,00	0,57	0,57
1,06	1,50	0	1,42	1,50	0,86	0,57
1,06	2,00	0	1,89	2,00	1,15	0,57
1,06	2,50	0	2,36	2,50	1,43	0,57

Continua na próxima página

1,18	1,00	0	0,85	1,00	0,64	0,64
1,18	1,50	0	1,27	1,50	0,96	0,64
1,18	2,00	0	1,70	2,00	1,28	0,64
1,18	2,50	0	2,12	2,50	1,60	0,64
0,97	1,00	15	1,00	0,97	0,45	0,45
0,97	1,50	15	1,50	1,45	0,68	0,45
0,97	2,00	15	2,00	1,93	0,91	0,45
0,97	2,50	15	2,50	2,42	1,13	0,45
0,44	1,00	30	1,00	0,44	0,07	0,07
0,44	1,50	30	1,50	0,66	0,11	0,07
0,44	2,00	30	2,00	0,89	0,14	0,07
0,44	2,50	30	2,50	1,11	0,18	0,07
0,59	1,00	30	1,00	0,59	0,18	0,18
0,59	1,50	30	1,50	0,88	0,27	0,18
0,59	2,00	30	2,00	1,18	0,35	0,18
0,59	2,50	30	2,50	1,47	0,44	0,18
0,65	1,00	30	1,00	0,65	0,19	0,19
0,65	1,50	30	1,50	0,98	0,29	0,19
0,65	2,00	30	2,00	1,30	0,38	0,19
0,65	2,50	30	2,50	1,63	0,48	0,19
0,70	1,00	30	1,00	0,70	0,20	0,20
0,70	1,50	30	1,50	1,05	0,30	0,20
0,70	2,00	30	2,00	1,40	0,40	0,20
0,70	2,50	30	2,50	1,75	0,50	0,20
0,82	1,00	30	1,00	0,82	0,31	0,31
0,82	1,50	30	1,50	1,23	0,46	0,31
0,82	2,00	30	2,00	1,64	0,61	0,31
0,82	2,50	30	2,50	2,05	0,76	0,31
0,94	1,00	30	1,00	0,94	0,35	0,35
0,94	1,50	30	1,50	1,41	0,53	0,35
0,94	2,00	30	2,00	1,88	0,71	0,35
0,94	2,50	30	2,50	2,34	0,88	0,35
0,97	1,00	30	1,00	0,97	0,28	0,28
0,97	1,50	30	1,50	1,45	0,42	0,28
0,97	2,00	30	2,00	1,93	0,57	0,28
0,97	2,50	30	2,50	2,42	0,71	0,28
1,06	1,00	30	0,95	1,00	0,31	0,31
1,06	1,50	30	1,42	1,50	0,47	0,31
1,06	2,00	30	1,89	2,00	0,63	0,31
1,06	2,50	30	2,37	2,50	0,78	0,31

Continua na próxima página

1,09	1,00	30	0,92	1,00	0,42	0,42
1,09	1,50	30	1,38	1,50	0,63	0,42
1,09	2,00	30	1,84	2,00	0,84	0,42
1,09	2,50	30	2,29	2,50	1,05	0,42
1,11	1,00	30	0,90	1,00	0,30	0,30
1,11	1,50	30	1,35	1,50	0,45	0,30
1,11	2,00	30	1,80	2,00	0,60	0,30
1,11	2,50	30	2,26	2,50	0,75	0,30
1,20	1,00	30	0,83	1,00	0,30	0,30
1,20	1,50	30	1,25	1,50	0,44	0,30
1,20	2,00	30	1,67	2,00	0,59	0,30
1,20	2,50	30	2,08	2,50	0,74	0,30
0,30	1,00	45	1,00	0,30	0,05	0,05
0,30	1,50	45	1,50	0,44	0,07	0,05
0,30	2,00	45	2,00	0,59	0,10	0,05
0,30	2,50	45	2,50	0,74	0,12	0,05
0,59	1,00	45	1,00	0,59	0,08	0,08
0,59	1,50	45	1,50	0,88	0,12	0,08
0,59	2,00	45	2,00	1,18	0,16	0,08
0,59	2,50	45	2,50	1,47	0,20	0,08
0,65	1,00	45	1,00	0,65	0,13	0,13
0,65	1,50	45	1,50	0,97	0,19	0,13
0,65	2,00	45	2,00	1,30	0,26	0,13
0,65	2,50	45	2,50	1,62	0,32	0,13
0,70	1,00	45	1,00	0,70	0,14	0,14
0,70	1,50	45	1,50	1,05	0,21	0,14
0,70	2,00	45	2,00	1,40	0,28	0,14
0,70	2,50	45	2,50	1,75	0,35	0,14
0,83	1,00	45	1,00	0,83	0,17	0,17
0,83	1,50	45	1,50	1,24	0,26	0,17
0,83	2,00	45	2,00	1,65	0,34	0,17
0,83	2,50	45	2,50	2,07	0,43	0,17
0,94	1,00	45	1,00	0,94	0,20	0,20
0,94	1,50	45	1,50	1,41	0,30	0,20
0,94	2,00	45	2,00	1,88	0,40	0,20
0,94	2,50	45	2,50	2,35	0,50	0,20
1,02	1,00	45	0,98	1,00	0,21	0,21
1,02	1,50	45	1,46	1,50	0,32	0,21
1,02	2,00	45	1,95	2,00	0,43	0,21
1,02	2,50	45	2,44	2,50	0,54	0,21

Continua na próxima página

1,06	1,00	45	0,94	1,00	0,21	0,21
1,06	1,50	45	1,41	1,50	0,32	0,21
1,06	2,00	45	1,88	2,00	0,43	0,21
1,06	2,50	45	2,36	2,50	0,53	0,21
1,11	1,00	45	0,90	1,00	0,23	0,23
1,11	1,50	45	1,35	1,50	0,34	0,23
1,11	2,00	45	1,80	2,00	0,46	0,23
1,11	2,50	45	2,25	2,50	0,57	0,23
1,20	1,00	45	0,83	1,00	0,27	0,27
1,20	1,50	45	1,25	1,50	0,41	0,27
1,20	2,00	45	1,67	2,00	0,54	0,27
1,20	2,50	45	2,08	2,50	0,68	0,27
1,26	1,00	45	0,79	1,00	0,38	0,38
1,26	1,50	45	1,19	1,50	0,56	0,38
1,26	2,00	45	1,58	2,00	0,75	0,38
1,26	2,50	45	1,98	2,50	0,94	0,38

**Tabela A 6 - Resultados da relação  $P_{unum}/P_n$  obtidos com (i) o MRD prescrito pela norma brasileira NBR 14762: 2010 ( $P_{nL-D}$  e  $P_{nL-D-LG}$ ), (ii) proposta de BATISTA *et al.* (2019) ( $P_{nLD}$ ) e (iii) proposta de MATSUBARA e BATISTA(2019)( $P_{nLDG}$ ) das colunas utilizadas na análise da variação de  $\theta$  com  $b_f/b_w=0,65$ ;  $b_l/b_w = 0,20$  e  $b_s/b_w = 0,25$**

$R_{\lambda DL}$	$\lambda_{maxLD}$	$\theta(^{\circ})$	$P_{el}$	$P_u$	Tipo de interação	$\lambda_G/\lambda_{maxLD}$	$P_{unum}/P_{n(L-D)}$	$P_{unum}/P_{n(L-D-LG)}$	$P_{unum}/P_{unLD}$	$P_{unum}/P_{unLDG}$
0,29	1,00	0	L	L	-	0,09	1,06	1,06	1,06	1,06
0,29	1,50	0	L	L	-	0,09	1,21	1,22	1,21	1,22
0,29	2,00	0	L	L	-	0,09	1,15	1,16	1,15	1,16
0,29	2,20	0	L	-	-	0,09	NC	NC	NC	NC
0,44	1,00	0	L	L	-	0,15	1,06	1,07	1,06	1,07
0,44	1,50	0	L	L	-	0,15	1,22	1,24	1,22	1,24
0,44	2,00	0	L	-	-	0,15	NC	NC	NC	NC
0,44	2,50	0	L	-	-	0,15	NC	NC	NC	NC
0,52	1,00	0	L	L	-	0,19	1,17	1,19	1,17	1,19
0,52	1,50	0	L	L	-	0,19	1,22	1,25	1,28	1,31
0,52	2,00	0	L	L	-	0,19	0,91	0,94	0,98	1,02
0,52	2,50	0	L	-	-	0,19	NC	NC	NC	NC
0,59	1,00	0	L	L	-	0,23	1,05	1,07	1,05	1,07
0,59	1,50	0	L	L	-	0,23	1,21	1,25	1,32	1,36
0,59	2,00	0	L	L	-	0,23	0,91	0,96	1,06	1,11
0,59	2,50	0	L	-	-	0,23	NC	NC	NC	NC
0,70	1,00	0	L	L+D	SD	0,30	1,06	1,08	1,06	1,08
0,70	1,50	0	L	L+D	SD	0,30	1,20	1,27	1,37	1,42
0,70	2,00	0	L	L+D	SD	0,30	0,97	1,08	1,23	1,32
0,70	2,20	0	L	-	-	0,30	NC	NC	NC	NC
0,78	1,00	0	L	L+D	SD	0,38	1,05	1,10	1,05	1,08
0,78	1,50	0	L	L+D	SD	0,38	1,11	1,21	1,29	1,38
0,78	2,00	0	L	L+D	SD	0,38	0,90	1,00	1,12	1,25
0,78	2,50	0	L	L+D	SD	0,38	0,82	0,93	1,05	1,24
0,88	1,00	0	L	L+D	V	0,46	1,08	1,11	1,09	1,14
0,88	1,50	0	L	L+D	V	0,46	1,06	1,09	1,16	1,26
0,88	2,00	0	L	L+D	V	0,46	0,94	0,99	1,07	1,25
0,88	2,50	0	L	L+D	V	0,46	0,98	1,08	1,14	1,44
0,98	1,00	0	L	L+D	V	0,53	1,16	1,16	1,13	1,21
0,98	1,50	0	D	L+D	V	0,53	1,03	1,03	1,04	1,19
0,98	2,00	0	D	L+D	V	0,53	0,98	1,00	1,01	1,26
0,98	2,50	0	D	-	-	0,53	NC	NC	NC	NC
1,06	1,00	0	D	D	-	0,57	1,16	1,16	1,16	1,26
1,06	1,50	0	D	L+D	V	0,57	0,97	0,97	0,97	1,14
1,06	2,00	0	D	L+D	V	0,57	0,86	0,87	0,86	1,13
1,06	2,50	0	D	-	-	0,57	NC	NC	NC	NC

Continua na próxima página

1,18	1,00	0	D	D	-	0,64	1,13	1,13	1,13	1,26
1,18	1,50	0	D	D	-	0,64	0,98	0,98	0,98	1,21
1,18	2,00	0	D	-	-	0,64	NC	NC	NC	NC
1,18	2,50	0	D	-	-	0,64	NC	NC	NC	NC
0,97	1,00	15	L	L+D	V	0,45	1,15	1,15	1,13	1,19
0,97	1,50	15	L	L+D	V	0,45	1,02	1,02	1,05	1,15
0,97	2,00	15	L	L+D	V	0,45	0,99	0,99	1,04	1,21
0,97	2,50	15	L	L+D	V	0,45	0,86	0,86	0,92	1,16
0,44	1,00	30	L	L	-	0,07	1,06	1,06	1,06	1,06
0,44	1,50	30	L	L	-	0,07	1,21	1,21	1,21	1,22
0,44	2,00	30	L	L	-	0,07	0,97	0,97	0,97	0,98
0,44	2,50	30	L	-	-	0,07	NC	NC	NC	NC
0,59	1,00	30	L	L	-	0,18	1,06	1,06	1,06	1,07
0,59	1,50	30	L	L	-	0,18	1,21	1,21	1,31	1,34
0,59	2,00	30	L	L	-	0,18	1,02	1,02	1,19	1,22
0,59	2,50	30	L	L	-	0,18	0,78	0,78	0,95	0,99
0,65	1,00	30	L	L+D	SD	0,19	1,06	1,06	1,06	1,07
0,65	1,50	30	L	L+D	SD	0,19	1,21	1,21	1,36	1,38
0,65	2,00	30	L	L+D	SD	0,19	0,91	0,91	1,11	1,14
0,65	2,50	30	L	L+D	SD	0,19	0,69	0,69	0,90	0,94
0,70	1,00	30	L	L+D	SD	0,20	1,06	1,06	1,06	1,07
0,70	1,50	30	L	L+D	SD	0,20	1,14	1,14	1,30	1,32
0,70	2,00	30	L	L+D	SD	0,20	0,87	0,87	1,10	1,13
0,70	2,50	30	L	L+D	SD	0,20	0,67	0,67	0,91	0,95
0,82	1,00	30	L	L+D	SD	0,31	1,07	1,07	1,08	1,10
0,82	1,50	30	L	L+D	SD	0,31	1,02	1,02	1,17	1,22
0,82	2,00	30	L	L+D	SD	0,31	0,92	0,92	1,10	1,18
0,82	2,50	30	L	L+D	SD	0,31	0,90	0,90	1,12	1,24
0,94	1,00	30	L	L+D	V	0,35	1,13	1,13	1,12	1,15
0,94	1,50	30	L	L+D	V	0,35	0,94	0,94	0,98	1,04
0,94	2,00	30	L	L+D	V	0,35	0,88	0,88	0,95	1,04
0,94	2,50	30	L	L+D	V	0,35	0,81	0,81	0,89	1,03
0,97	1,00	30	L	L+D	V	0,28	1,13	1,13	1,11	1,13
0,97	1,50	30	L	L+D	V	0,28	1,00	1,00	1,02	1,06
0,97	2,00	30	L	L+D	V	0,28	1,03	1,03	1,08	1,15
0,97	2,50	30	L	L+D	V	0,28	1,00	1,00	1,06	1,16
1,06	1,00	30	D	D	-	0,31	1,15	1,15	1,15	1,18
1,06	1,50	30	D	L+D	V	0,31	1,07	1,07	1,07	1,12
1,06	2,00	30	D	L+D	V	0,31	1,08	1,08	1,08	1,16
1,06	2,50	30	D	L+D	V	0,31	1,05	1,05	1,05	1,18

Continua na próxima página

1,09	1,00	30	D	D	-	0,42	1,16	1,16	1,16	1,21
1,09	1,50	30	D	D	-	0,42	1,04	1,04	1,04	1,13
1,09	2,00	30	D	L+D	V	0,42	0,99	0,99	0,99	1,14
1,09	2,50	30	D	-	-	0,42	NC	NC	NC	NC
1,11	1,00	30	D	D	-	0,30	1,18	1,18	1,18	1,21
1,11	1,50	30	D	L+D	V	0,30	1,05	1,05	1,05	1,09
1,11	2,00	30	D	L+D	V	0,30	0,96	0,96	0,96	1,03
1,11	2,50	30	D	L+D	V	0,30	0,83	0,83	0,83	0,92
1,20	1,00	30	D	D	-	0,30	1,17	1,17	1,17	1,19
1,20	1,50	30	D	D	-	0,30	1,07	1,07	1,07	1,12
1,20	2,00	30	D	D	-	0,30	1,02	1,02	1,02	1,10
1,20	2,50	30	D	D	-	0,30	0,88	0,88	0,88	0,98
0,30	1,00	45	L	L	-	0,05	1,07	1,07	1,07	1,07
0,30	1,50	45	L	L	-	0,05	1,21	1,21	1,21	1,21
0,30	2,00	45	L	L	-	0,05	1,15	1,15	1,15	1,15
0,30	2,50	45	L	L	-	0,05	1,13	1,13	1,13	1,13
0,59	1,00	45	L	L	-	0,08	1,07	1,07	1,07	1,07
0,59	1,50	45	L	L	-	0,08	1,21	1,20	1,31	1,31
0,59	2,00	45	L	L	-	0,08	1,14	1,13	1,31	1,32
0,59	2,50	45	L	-	-	0,08	NC	NC	NC	NC
0,65	1,00	45	L	L+D	SD	0,13	1,07	1,06	1,06	1,06
0,65	1,50	45	L	L+D	SD	0,13	1,19	1,17	1,31	1,32
0,65	2,00	45	L	-	-	0,13	NC	NC	NC	NC
0,65	2,50	45	L	-	-	0,13	NC	NC	NC	NC
0,70	1,00	45	L	L+D	SD	0,14	1,07	1,06	1,06	1,07
0,70	1,50	45	L	L+D	SD	0,14	1,13	1,12	1,27	1,28
0,70	2,00	45	L	L+D	SD	0,14	0,91	0,89	1,12	1,13
0,70	2,50	45	L	L+D	SD	0,14	0,73	0,70	0,96	0,98
0,83	1,00	45	L	L+D	SD	0,17	1,06	1,06	1,07	1,07
0,83	1,50	45	L	L+D	SD	0,17	0,94	0,94	1,07	1,09
0,83	2,00	45	L	L+D	SD	0,17	0,92	0,92	1,10	1,12
0,83	2,50	45	L	-	-	0,17	NC	NC	NC	NC
0,94	1,00	45	L	L+D	V	0,20	1,11	1,11	1,10	1,11
0,94	1,50	45	L	L+D	V	0,20	0,99	0,99	1,04	1,05
0,94	2,00	45	L	L+D	V	0,20	0,99	0,99	1,07	1,10
0,94	2,50	45	L	L+D	V	0,20	0,98	0,98	1,08	1,13
1,02	1,00	45	D	D	-	0,21	1,13	1,13	1,11	1,12
1,02	1,50	45	D	L+D	V	0,21	1,04	1,04	1,04	1,06
1,02	2,00	45	D	L+D	V	0,21	1,05	1,05	1,06	1,10
1,02	2,50	45	D	L+D	V	0,21	1,05	1,05	1,06	1,12

Continua na próxima página

1,06	1,00	45	D	D	-	0,21	1,12	1,12	1,12	1,13
1,06	1,50	45	D	L+D	V	0,21	1,02	1,02	1,02	1,04
1,06	2,00	45	D	-	-	0,21	NC	NC	NC	NC
1,06	2,50	45	D	-	-	0,21	NC	NC	NC	NC
1,11	1,00	45	D	D	-	0,23	1,04	1,04	1,04	1,06
1,11	1,50	45	D	L+D	V	0,23	1,09	1,09	1,09	1,12
1,11	2,00	45	D	L+D	V	0,23	1,08	1,08	1,08	1,12
1,11	2,50	45	D	L+D	V	0,23	0,99	0,99	0,99	1,05
1,20	1,00	45	D	D	-	0,27	1,05	1,05	1,05	1,07
1,20	1,50	45	D	L+D	SL	0,27	1,13	1,13	1,13	1,17
1,20	2,00	45	D	L+D	SL	0,27	1,11	1,11	1,11	1,18
1,20	2,50	45	D	L+D	SL	0,27	1,05	1,05	1,05	1,15
1,26	1,00	45	D	D	-	0,38	1,16	1,16	1,16	1,20
1,26	1,50	45	D	L+D	SL	0,38	1,15	1,15	1,15	1,23
1,26	2,00	45	D	L+D	SL	0,38	1,15	1,15	1,15	1,29
1,26	2,50	45	D	-	-	0,38	NC	NC	NC	NC

**Tabela A 7 - Propriedades geométricas e de material das colunas analisadas**

$b_w$ [mm]	$b_f$ [mm]	$b_l$ [mm]	$b_s$ [mm]	$t$ [mm]	$\theta$ (°)	$L$ [mm]	$f_y$ [MPa]
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	2000	300,00
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	2000	300,00
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	2000	300,00
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	2000	300,00
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	2000	300,00
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	2000	300,00
180,00	90,00	36,00	45,00	0,60	0	9000	11,82
180,00	90,00	36,00	45,00	0,60	0	9000	26,59
180,00	90,00	36,00	45,00	0,60	0	9000	47,27
180,00	90,00	36,00	45,00	0,60	0	9000	73,85
180,00	90,00	36,00	45,00	1,00	0	8500	32,81
180,00	90,00	36,00	45,00	1,00	0	8500	73,83
180,00	90,00	36,00	45,00	1,00	0	8500	131,25
180,00	90,00	36,00	45,00	1,00	0	8500	205,08
180,00	90,00	36,00	45,00	1,25	0	7500	51,27
180,00	90,00	36,00	45,00	1,25	0	7500	115,35
180,00	90,00	36,00	45,00	1,25	0	7500	205,07
180,00	90,00	36,00	45,00	1,25	0	7500	320,42
180,00	90,00	36,00	45,00	1,50	0	7000	73,82
180,00	90,00	36,00	45,00	1,50	0	7000	166,09
180,00	90,00	36,00	45,00	1,50	0	7000	295,27
180,00	90,00	36,00	45,00	1,50	0	7000	461,37
90,00	45,00	18,00	22,50	1,50	0	1300	293,09
90,00	45,00	18,00	22,50	1,50	0	1300	659,44
90,00	45,00	18,00	22,50	1,50	0	1300	1172,34
90,00	45,00	18,00	22,50	1,50	0	1300	1831,79
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	4500	11,41
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	4500	25,68
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	4500	45,65
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	4500	71,33
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	3800	31,70
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	3800	71,32
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	3800	126,80
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	3800	198,12
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	3300	49,53
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	3300	111,44
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	3300	198,11
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	3300	309,55

Continua na próxima página

90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	3000	71,31
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	3000	160,46
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	3000	285,25
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	3000	445,71
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	2600	126,75
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	2600	285,20
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	2600	507,02
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	2600	792,21
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	2300	198,00
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	2300	445,51
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	2300	792,01
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	2300	1237,52
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	2000	285,03
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	2000	641,33
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	2000	1140,14
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	2000	1781,46
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	2000	346,83
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	2000	780,36
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	2000	1387,30
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	2000	2167,66
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1800	410,05
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1800	922,62
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1800	1640,21
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1800	2562,84
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1500	553,77
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1500	1245,97
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1500	2215,06
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1500	3461,04
90,00	76,50	18,00	22,50	0,30	0	4000	10,72
90,00	76,50	18,00	22,50	0,30	0	4000	24,11
90,00	76,50	18,00	22,50	0,30	0	4000	42,86
90,00	76,50	18,00	22,50	0,30	0	4000	66,97
90,00	76,50	18,00	22,50	0,50	0	3300	29,76
90,00	76,50	18,00	22,50	0,50	0	3300	66,97
90,00	76,50	18,00	22,50	0,50	0	3300	119,06
90,00	76,50	18,00	22,50	0,50	0	3300	186,03
90,00	76,50	18,00	22,50	0,63	0	2800	46,50
90,00	76,50	18,00	22,50	0,63	0	2800	104,63
90,00	76,50	18,00	22,50	0,63	0	2800	186,01
90,00	76,50	18,00	22,50	0,63	0	2800	290,65

Continua na próxima página

90,00	76,50	18,00	22,50	0,75	0	2600	66,95
90,00	76,50	18,00	22,50	0,75	0	2600	150,65
90,00	76,50	18,00	22,50	0,75	0	2600	267,82
90,00	76,50	18,00	22,50	0,75	0	2600	418,47
90,00	76,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	263,88
90,00	76,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	593,73
90,00	76,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	1055,52
90,00	76,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	1649,26
90,00	85,50	18,00	22,50	0,30	0	4200	10,12
90,00	85,50	18,00	22,50	0,30	0	4200	22,76
90,00	85,50	18,00	22,50	0,30	0	4200	40,47
90,00	85,50	18,00	22,50	0,30	0	4200	63,23
90,00	85,50	18,00	22,50	0,50	0	3500	28,10
90,00	85,50	18,00	22,50	0,50	0	3500	63,23
90,00	85,50	18,00	22,50	0,50	0	3500	112,41
90,00	85,50	18,00	22,50	0,50	0	3500	175,64
90,00	85,50	18,00	22,50	0,63	0	3700	43,91
90,00	85,50	18,00	22,50	0,63	0	3700	98,79
90,00	85,50	18,00	22,50	0,63	0	3700	175,63
90,00	85,50	18,00	22,50	0,63	0	3700	274,42
90,00	85,50	18,00	22,50	0,75	0	2700	63,20
90,00	85,50	18,00	22,50	0,75	0	2700	142,19
90,00	85,50	18,00	22,50	0,75	0	2700	252,79
90,00	85,50	18,00	22,50	0,75	0	2700	394,98
90,00	85,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	249,27
90,00	85,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	560,86
90,00	85,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	997,09
90,00	85,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	1557,95
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	1300	11,41
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	1300	25,68
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	1300	45,65
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	0	1300	55,23
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	1300	31,70
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	1300	71,32
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	1300	126,80
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	0	1300	198,12
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	1300	49,53
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	1300	111,44
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	1300	198,11
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	0	1300	309,55

Continua na próxima página

90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	1300	71,31
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	1300	160,46
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	1300	285,25
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	0	1300	445,71
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	1300	126,75
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	1300	285,20
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	1300	507,02
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	0	1300	613,49
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	1300	198,00
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	1300	445,51
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	1300	792,01
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	0	1300	1237,52
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	285,03
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	641,33
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	1140,14
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	0	1300	1781,46
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	1300	387,82
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	1300	872,59
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	1300	1551,27
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	0	1300	2423,86
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1300	450,69
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1300	1014,05
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1300	1802,76
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	0	1300	2816,81
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1300	563,31
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1300	1267,45
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1300	2253,24
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	0	1300	3520,69
110,00	71,50	22,00	27,50	3,06	0	1550	2239,22
110,00	71,50	22,00	27,50	3,06	0	1550	3498,78
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	15	1300	284,92
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	15	1300	641,08
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	15	1300	1139,70
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	15	1300	1780,78
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	30	1800	11,44
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	30	1800	25,73
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	30	1800	45,74
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	30	1800	71,47
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	30	1500	31,70
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	30	1500	71,32
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	30	1500	126,79
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	30	1500	198,11

Continua na próxima página

90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	30	1300	49,52
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	30	1300	111,43
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	30	1300	198,10
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	30	1300	309,52
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	30	1500	71,31
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	30	1500	160,44
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	30	1500	285,23
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	30	1500	445,67
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	30	1300	126,14
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	30	1300	283,82
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	30	1300	504,57
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	30	1300	788,39
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	30	1200	197,95
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	30	1200	445,39
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	30	1200	791,80
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	30	1200	1237,19
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	800	284,92
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	800	641,08
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	800	1139,70
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	800	1780,78
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	30	800	348,58
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	30	800	784,30
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	30	800	1394,31
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	30	800	2178,61
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	1300	239,99
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	1300	539,99
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	1300	959,98
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	30	1300	1499,96
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	30	700	418,40
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	30	700	941,41
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	30	700	1673,61
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	30	700	2615,02
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	30	600	555,40
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	30	600	1249,65
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	30	600	2221,60
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	30	600	3471,25
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	45	650	11,41
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	45	650	25,68
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	45	650	45,65
90,00	58,50	18,00	22,50	0,30	45	650	71,33

Continua na próxima página

90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	45	650	31,53
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	45	650	70,94
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	45	650	126,11
90,00	58,50	18,00	22,50	0,50	45	650	197,05
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	45	850	49,54
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	45	850	111,46
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	45	850	198,14
90,00	58,50	18,00	22,50	0,63	45	850	309,60
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	45	760	71,34
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	45	760	160,52
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	45	760	285,37
90,00	58,50	18,00	22,50	0,75	45	760	445,89
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	45	700	126,81
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	45	700	285,33
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	45	700	507,25
90,00	58,50	18,00	22,50	1,00	45	700	792,57
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	45	660	198,14
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	45	660	445,81
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	45	660	792,56
90,00	58,50	18,00	22,50	1,25	45	660	1238,37
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	600	271,25
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	600	610,31
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	600	1085,00
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	600	1695,31
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	45	530	344,74
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	45	530	775,67
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	45	530	1378,97
90,00	58,50	18,00	22,50	1,75	45	530	2154,64
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	45	520	407,79
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	45	520	917,54
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	45	520	1631,17
90,00	58,50	18,00	22,50	2,00	45	520	2548,71
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	45	430	542,23
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	45	430	1220,03
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	45	430	2168,94
90,00	58,50	18,00	22,50	2,50	45	430	3388,97
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	1300	178,56
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	1300	401,75
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	1300	714,23
90,00	58,50	18,00	22,50	1,50	45	1300	1115,98