



## ANÁLISE ESTRUTURAL DE POÇOS SUBMARINOS: UMA AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO TOPO DE CIMENTO DO REVESTIMENTO DE SUPERFÍCIE

Charlton Okama de Souza

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador(es): Gilberto Bruno Ellwanger  
José Renato Mendes de Sousa

Rio de Janeiro  
Junho de 2020

ANÁLISE ESTRUTURAL DE POÇOS SUBMARINOS: UMA AVALIAÇÃO DA  
INFLUÊNCIA DO TOPO DE CIMENTO DO REVESTIMENTO DE SUPERFÍCIE

Charlton Okama de Souza

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Aprovada por: Prof. Gilberto Bruno Ellwanger

Prof. José Renato Mendes de Sousa

Prof. Marcio de Souza Soares de Almeida

Prof. Murilo Augusto Vaz

Prof. Anderson Pereira

Dr. Emílio César Cavalcante Melo da Silva

Dr. João Carlos Ribeiro Plácido

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2020

Souza, Charlton Okama de

Análise Estrutural de Poços Submarinos: Uma Avaliação da Influência do Topo de Cimento do Revestimento de Superfície / Charlton Okama de Souza. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020.

XXII, 214 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 179-185.

1. Poços Submarinos. 2. Carregamentos verticais em poços. 3. Movimentação de cabeça de poço. I. Ellwanger, Gilberto Bruno *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*Dedico este trabalho com  
todo meu amor aos meus  
Pais, Odete e Sebastião*

## Agradecimentos

Aos meus pais Odete Emiko Okama de Souza e Sebastião Miranda de Souza e aos meus irmãos Charles Okama de Souza e Charleston Okama de Souza, pelos incentivos constantes.

Aos meus orientadores Gilberto Bruno Ellwanger e José Renato Mendes de Sousa pela orientação ao longo destes cinco anos e pela confiança em mim depositada na realização deste trabalho.

À Petrobras pela oportunidade concedida, a qual possibilitou o aprimoramento de minhas competências na área de Poços Marítimos. Em especial aos Gerentes Setoriais que tive no período, Wlisses Menezes Afonso, Felipe de Azevedo Lima e Elaine Azevedo Nascimento de Almeida, pelo incentivo e compreensão de minha dedicação simultânea às atividades do trabalho e do doutorado em tempo parcial.

Ao Engenheiro Leonardo Ramalho Machado pela ajuda com as inúmeras dúvidas que tive nas análises numéricas com o *software* Abaqus®.

Aos Engenheiros Carlos Eduardo da Fonseca e Mateus Dias Magalhães pelas dicas valiosas das revisões de idioma do artigo associado a esta tese.

Aos colegas de trabalho da Petrobras pelos incentivos constantes, em especial aos especialistas em projetos de estruturas de poços marítimos.

A todos os professores que tive ao longo de minha formação acadêmica. Em especial ao professor Antônio Carlos de Matos da UFV, que me concedeu a oportunidade de me aprofundar nos estudos de Resistência dos Materiais como monitor, ao Professor Sergio Persival Baroncini Proença da USP, que me guiou nos meus primeiros passos nas pesquisas sobre o Método dos Elementos Finitos e aos meus orientadores de Doutorado, pelo suporte para obtenção desta importante conquista.

Às amigas que fiz durante este período, as quais tornaram esta etapa mais agradável, em especial a do grande amigo Roberto Barcellos.

Aos membros da banca do exame de qualificação, Emilio Cesar Cavalcante Melo da Silva, João Carlos Ribeiro Plácido e Luís Volnei Sudati Sagrilo, pelas sugestões realizadas.

Aos membros da banca da defesa da tese, pelas sugestões apresentadas, as quais, na medida do possível, foram incorporadas à versão final da tese.

A Deus, por tudo, fonte inesgotável de sabedoria e riqueza.

*“O que faz andar o barco não é a vela  
enfundada, mas o vento que não se vê...”*

*Platão*

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## ANÁLISE ESTRUTURAL DE POÇOS SUBMARINOS: UMA AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO TOPO DE CIMENTO DO REVESTIMENTO DE SUPERFÍCIE

Charlton Okama de Souza

Junho / 2020

Orientadores: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Programa: Engenharia Civil

Neste trabalho, desenvolveu-se uma metodologia de análise estrutural para carregamentos verticais de poços submarinos para situações particulares em que o revestimento de superfície pode ficar parcialmente cimentado. No modelo desenvolvido, o revestimento condutor é representado por uma mola não-linear com comportamento histerético obtida pelo Método dos Elementos Finitos. Neste contexto, o solo é modelado mediante um conjunto de curvas t-z, as quais foram desenvolvidas para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento. As demais colunas de revestimentos são representadas por molas elásticas. O modelo estrutural é analisado para cada etapa de construção e operação do poço mediante compatibilização de deslocamentos e esforços na cabeça de poço. O modelo ainda contempla a correção das variáveis de análise, em razão da possibilidade de flambagem do revestimento de superfície. Um estudo de caso relevante é apresentado com o intuito de exemplificar e verificar a metodologia desenvolvida. As análises revelaram que a extensão não cimentada do revestimento de superfície apresenta grande influência na análise de tensões e na movimentação do sistema de cabeça de poço submarina. Esta influência é mais acentuada em poços cuja capacidade de carga do condutor é ultrapassada. As comparações dos resultados do modelo proposto com simulações numéricas em elementos finitos, realizadas com o *software* Abaqus®, mostraram uma grande aderência.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

## WELLHEAD MOVEMENT IN SUBSEA WELLS WITH PARTIALLY CEMENTED SURFACE CASING

Charlton Okama de Souza

June / 2020

Advisors: Gilberto Bruno Ellwanger

José Renato Mendes de Sousa

Department: Civil Engineering

This work presents a development to analyze wellhead movement in subsea wells for cases where surface casing may not be fully cemented. The structural casing is represented by a non-linear spring with hysteretic behavior, obtained by the Finite Element Method. In this context, the soil is represented by a set of t-z non-linear curves. For loading, unloading and reloading paths, new t-z curves was developed . The other casings are represented by linear springs. The structural model is analysed for each step of well construction and production/injection loads through the displacement compatibility and balance of forces on the wellhead. Beside that, the model proposed takes into account the correction of results due to surface casing buckling. An analysis of a representative case is done to present the methodology and verify the model. The results revealed that the uncemented extension of the surface casing shows great influence in the overall analysis, leading to high surface casing stress and significative wellhead movement. This influence is more pronounced in scenarios which the load capacity of structural casing is reached. The comparison between the model and Finite Element Analysis, using the software Abaqus<sup>®</sup>, showed good agreement.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1	Considerações iniciais .....	1
1.2	Objetivos.....	10
1.3	Conteúdo do trabalho .....	11
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>13</b>
2.1	Considerações iniciais .....	13
2.2	Análise de carregamentos verticais em poços offshore.....	13
2.3	Modelagem do solo .....	21
2.3.1	Resposta para cargas cíclicas.....	21
2.3.2	Curva t-z e capacidade de carga vertical de solos .....	31
2.3.3	Fator de adesão .....	38
2.4	Flambagem de colunas .....	46
<b>3</b>	<b>Desenvolvimento de Curvas t-z .....</b>	<b>51</b>
3.1	Considerações iniciais .....	51
3.2	Curva t-z para o trecho de carregamento.....	51
3.3	Curva t-z para o trecho de inversão .....	53
3.4	Curva t-z para o trecho de recarregamento.....	55
3.5	Coefficiente de reação vertical máximo .....	56
3.6	Curvas t-z e coeficiente de reação vertical para casos práticos.....	57
3.7	Estimativas dos parâmetros presentes nas curvas t-z .....	58
3.7.1	Extração de $G_{\max}$ e $a_1$ a partir da curva t-z da API-RP-2GEO .....	58
3.7.2	Estimativa dos parâmetros $a_2$ e $a_3$ .....	61
3.8	Calibração das curvas teóricas t-z .....	62
3.8.1	Trecho de carregamento .....	62
3.8.2	Trecho de inversão.....	62
3.8.3	Trecho de recarregamento .....	63
3.9	Ajustes de funções inversas.....	63
3.10	Implementação computacional.....	65
<b>4</b>	<b>Análise de Condutores .....</b>	<b>68</b>
4.1	Considerações iniciais .....	68
4.2	Carregamento sobre o condutor.....	68
4.3	Formulação do problema pelo princípio dos trabalhos virtuais .....	69
4.4	Solução aproximada pelo Método dos Elementos Finitos.....	72
4.4.1	Determinação dos sistemas resolutivos .....	79
4.5	Comparação da metodologia desenvolvida com trabalhos anteriores .....	82
4.6	Resolução do sistema não-linear .....	83
4.7	Determinação da mola representativa do condutor .....	89
4.8	Determinação da rigidez do condutor para sequência de carregamentos do poço e estratégia para curvas cíclicas.....	91
<b>5</b>	<b>Modelo Estrutural Sem Considerar a Flambagem .....</b>	<b>95</b>
5.1	Considerações iniciais .....	95

5.2	Condição inicial de forças .....	95
5.3	Variação de comprimento por agentes externos.....	98
5.3.1	Aplicação de uma força externa .....	98
5.3.2	Aplicação do carregamento térmico .....	101
5.3.3	Aplicação de variações de pressão .....	103
5.3.3.1	Variação de comprimento por efeito balão .....	103
5.3.3.2	Variação de comprimento por efeito pistão.....	106
5.4	Modelo de análise global .....	107
5.4.1	Aplicação de uma força na cabeça do poço.....	108
5.4.2	Alteração da densidade do fluido de perfuração/completação .....	109
5.4.2.1	Efeito pistão sobre o suspensor/alojador de revestimento.....	110
5.4.2.2	Efeito balão e pistão sobre a coluna de revestimento.....	111
5.4.3	Carregamentos de produção/injeção e TFR.....	112
5.4.3.1	Efeito pistão na cabeça do poço decorrente de variações de pressão na produção/injeção ou TFR .....	113
5.4.3.2	Tendência de variação de comprimento das colunas em razão da temperatura, efeito balão e pistão na coluna durante produção/injeção ou TFR .....	114
5.4.4	Esforços normais resultantes e tensão equivalente de von Mises .....	116
<b>6</b>	<b>Modelo Estrutural Considerando a Flambagem .....</b>	<b>118</b>
6.1	Considerações iniciais .....	118
6.2	Força efetiva para uma sequência de carregamentos.....	119
6.2.1	Deslocamentos acumulados da cabeça de poço .....	121
6.3	Equacionamento .....	121
6.3.1	Correção dos deslocamentos e esforços nas colunas.....	121
6.3.2	Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície.....	129
<b>7</b>	<b>Estudos de Casos.....</b>	<b>131</b>
7.1	Considerações iniciais .....	131
7.2	Estudo de caso 1: Verificação da mola representativa do condutor .....	131
7.2.1	Descrição da análise .....	131
7.2.2	Resultados da análise.....	133
7.3	Estudo de caso 2: Análise de movimentação da cabeça de poço de um poço exploratório e verificação numérica do modelo .....	137
7.3.1	Descrição da análise .....	137
7.3.2	Dados do projeto.....	138
7.3.3	Resultados da análise sem flambagem .....	142
7.3.4	Verificação do modelo sem flambagem .....	150
7.3.5	Resultados da análise com flambagem.....	155
7.3.6	Verificação do modelo com flambagem.....	162
7.3.6.1	Análise de convergência de malha .....	163
7.3.6.2	Resultados da verificação do modelo .....	168
<b>8</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>175</b>
	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>179</b>
	<b>Apêndice A: Montagem das Matrizes e Vetores do MEF.....</b>	<b>186</b>
	<b>Apêndice B: Passo a Passo do Cálculo Sem Flambagem .....</b>	<b>205</b>
	<b>Apêndice C: Passo a Passo do Cálculo Com Flambagem .....</b>	<b>213</b>

## Índice de Figuras

Figura 1.1 – Ilustração de um poço submarino. ....	1
Figura 1.2 – Representação esquemática da posição do alojador de baixa pressão para instalação do MCV. ....	6
Figura 1.3 – Sequência operacional típica de construção de um poço com cinco colunas. ....	7
Figura 1.4 – Esquema do poço e do modelo estrutural. ....	8
Figura 1.5 – Etapas da metodologia que será empregada. ....	9
Figura 2.1 – Modelo de molas em paralelo para análise estrutural de um poço totalmente construído. ....	14
Figura 2.2 – Modelo em histerese proposto por MASING [16] aplicado a solo. ....	22
Figura 2.3 – Lei de evolução do modelo de solo proposto por CHIN & POULOS [14]. ....	24
Figura 2.4 – Influência do parâmetro de ajuste $a_1$ no carregamento. ....	25
Figura 2.5 – Influência do parâmetro de ajuste $a_2$ na inversão de carregamento. ....	26
Figura 2.6 – Influência do parâmetro de ajuste $a_3$ no recarregamento. ....	26
Figura 2.7 – Influência do parâmetro $a_3$ no incremento de deformação permanente para cargas cíclicas. ....	27
Figura 2.8 – Ilustração da degradação do fator de ajuste $a_3$ com o número de ciclos $N$ , considerando sucessivos ciclos de carregamento e descarregamento até o valor de pico. ....	29
Figura 2.9 – Idealização do solo por molas segundo WINKLER [37]. ....	32
Figura 2.10 – Idealização da interação condutor-solo por molas não-lineares t-z. ....	32
Figura 2.11 – Curva t-z segundo a API-RP-2GEO [2]. ....	34
Figura 2.12 – Adesão lateral para estimativa da capacidade de carga em diferentes tipos de condutores. ....	37
Figura 2.13 – Curva típica de fator de adesão com o tempo para condutores jateados do Golfo do México. ....	43
Figura 2.14 – Convenção de sistema adotado para a força efetiva a partir da linha neutra. ....	48
Figura 2.15 – Ilustração de uma coluna totalmente flambada. ....	50
Figura 3.1 – Esquema de esforços em uma porção cilíndrica de solo e deformação em um elemento infinitesimal. ....	52
Figura 3.2 – Inversão de carregamento para um elemento tomado a uma distância $r$ da origem. ....	54
Figura 3.3 – Recarregamento de um elemento tomado a uma distância $r$ da origem. .	55
Figura 3.4 – Traçado das curvas t-z. ....	58
Figura 3.5 – Ajuste do parâmetro $a_1$ a partir da curva t-z da API-RP-2GEO [2]. ....	60
Figura 3.6 – Influência do parâmetro $a_3$ na curva t-z para dez ciclos. ....	61
Figura 3.7 – Aproximação das curvas t-z por funções inversas. ....	65
Figura 3.8 – Atendimento do princípio de Masing para ciclos de carregamentos. ....	66
Figura 3.9 – Evolução das curvas t-z. ....	67
Figura 4.1 – Forças aplicadas sobre o condutor. ....	69
Figura 4.2 – Representação genérica de forças atuantes em um condutor. ....	70
Figura 4.3 – Aproximação do campo de deslocamentos pela técnica clássica de elementos finitos. ....	72
Figura 4.4 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de carregamento. ....	74
Figura 4.5 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de inversão. ....	75

Figura 4.6 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de recarregamento.....	76
Figura 4.7 – Aproximação do campo de forças de reação do solo pela técnica de elementos finitos.....	77
Figura 4.8 – Funções de forma e suas derivadas associadas a um elemento finito $i$ referente ao sistema local. ....	78
Figura 4.9 – Diferença na aproximação do campo de forças de reação do solo. ....	83
Figura 4.10 – Estimativa da matriz de rigidez do solo a partir dos coeficientes máximos de reação de cada nó para o trecho de carregamento. ....	85
Figura 4.11 – Estimativa da matriz de rigidez do solo a partir dos coeficientes máximos de reação de cada nó para o trecho de inversão.....	86
Figura 4.12 – Estimativa da matriz de rigidez do solo a partir dos coeficientes máximos de reação de cada nó para o trecho de recarregamento. ....	86
Figura 4.13 – Mola representativa do condutor sem consideração do peso próprio. ....	90
Figura 4.14 – Mola representativa do condutor com consideração do peso próprio.....	91
Figura 4.15 – Mola de rigidez variável para uma curva transladada.....	92
Figura 4.16 – Determinação da curva auxiliar. ....	93
Figura 4.17 – Translação de uma curva auxiliar para mais de um ciclo de carregamento. ....	93
Figura 4.18 – Translação de uma curva auxiliar a partir do patamar de carregamento. ....	94
Figura 5.1 – Determinação da força efetiva em um elemento tubular infinitesimal. ....	96
Figura 5.2 – Determinação da força real a partir da força efetiva. ....	98
Figura 5.3 – Variação de comprimento de um elemento tubular em virtude de uma força externa. ....	99
Figura 5.4 – Variação de comprimento em uma coluna combinada para uma força externa. ....	100
Figura 5.5 – Trecho de uma coluna de revestimento submetida a uma variação térmica. ....	101
Figura 5.6 – Discretização do domínio para cálculo de variação de comprimento por dilatação térmica.....	103
Figura 5.7 – Perfis de pressão ao longo de uma coluna de revestimento.....	104
Figura 5.8 – Efeito pistão atuando em uma transição de uma coluna combinada.....	106
Figura 5.9 – Modelo estrutural para análise de forças normais e movimentação da cabeça do poço.....	107
Figura 5.10 – Compatibilização de deslocamentos da estrutura para uma força aplicada na cabeça de poço. ....	108
Figura 5.11 – Efeito pistão sobre o suspensor de revestimento.....	110
Figura 5.12 – Sobreposição de efeitos para equacionamento de redistribuição de esforços em razão da alteração da densidade do fluido.....	111
Figura 5.13 – Força resultante sobre a cabeça de poço em virtude de APB. ....	113
Figura 5.14 – Sobreposição de efeitos para equacionamento da redistribuição de esforços em razão da produção/injeção ou teste de formação.....	115
Figura 5.15 – Esforços normais resultantes em uma coluna de revestimento.....	117
Figura 6.1 – Modelo estrutural considerando a possibilidade de flambagem do revestimento de superfície. ....	119
Figura 6.2 – Força efetiva na extremidade livre do revestimento de superfície.....	120
Figura 6.3 – Variação de deslocamento por flambagem. ....	121
Figura 6.4 – Deslocamentos na cabeça de poço quando da flambagem do revestimento de superfície para um carregamento descendente. ....	122
Figura 6.5 – Deslocamentos na cabeça de poço quando da flambagem do revestimento de superfície para um carregamento ascendente. ....	125

Figura 6.6 – Alteração de densidade de fluido no revestimento de superfície considerando um alongamento. ....	126
Figura 6.7 – Alteração de densidade de fluido no revestimento de superfície considerando um encurtamento. ....	126
Figura 6.8 – Alteração de densidade de fluido em uma dada coluna considerando um alongamento. ....	127
Figura 6.9 – Alteração de densidade de fluido de uma dada coluna considerando um alongamento. ....	127
Figura 6.10 – Compatibilidade de deslocamento, considerando uma variação de tração sobre o revestimento de superfície. ....	128
Figura 6.11 – Compatibilidade de deslocamento, considerando uma variação de compressão sobre o revestimento de superfície. ....	128
Figura 7.1 – Laçada para curva cíclica, Abaqus® [73]. ....	132
Figura 7.2 – Geometria do condutor. ....	132
Figura 7.3 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] com curva API versus presente trabalho. ....	134
Figura 7.4 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] com curva calibrada versus presente trabalho. ....	134
Figura 7.5 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para o trecho de inversão. ....	135
Figura 7.6 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho com descarregamento após o patamar de carregamento. ....	136
Figura 7.7 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para um ciclo completo de carregamento. ....	136
Figura 7.8 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para dois ciclos de carregamento. ....	137
Figura 7.9 – Cotas de assentamento de sapatas e topos de cimento. ....	139
Figura 7.10 – Perfis de temperatura nos revestimentos. ....	141
Figura 7.11 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ . ....	143
Figura 7.12 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ . ....	143
Figura 7.13 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ . ....	144
Figura 7.14 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para $\alpha=0,25$ . ....	144
Figura 7.15 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ . ....	145
Figura 7.16 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ . ....	146
Figura 7.17 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ . ....	146
Figura 7.18 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para $\alpha=0,50$ . ....	147
Figura 7.19 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ . ....	148
Figura 7.20 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ . ....	148
Figura 7.21 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ . ....	149
Figura 7.22 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para $\alpha=0,75$ . ....	149

Figura 7.23 – Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].	151
Figura 7.24 – Movimentação da cabeça de poço para $\alpha=0,5$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	152
Figura 7.25 – Força sobre o condutor para $\alpha=0,5$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	153
Figura 7.26 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície para $\alpha=0,5$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	153
Figura 7.27 – Movimentação da cabeça de poço para $\alpha=0,75$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	154
Figura 7.28 – Força sobre o condutor para $\alpha=0,75$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	154
Figura 7.29 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície para $\alpha=0,75$ com $x=100m$ e $x=500m$ (verificação)	155
Figura 7.30 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ .	156
Figura 7.31 – Força sobre o condutor considerando flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ .	156
Figura 7.32 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,25$ .	157
Figura 7.33 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ .	158
Figura 7.34 – Força sobre o condutor considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ .	158
Figura 7.35 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,50$ .	159
Figura 7.36 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ .	160
Figura 7.37 – Força sobre o condutor considerando a flambagem conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ .	160
Figura 7.38 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para $\alpha=0,75$ .	161
Figura 7.39 – Vista em perspectiva do revestimento de superfície e poço.	164
Figura 7.40 – Esquema do modelo estrutural para análise de convergência.	164
Figura 7.41 – Primeiro modo de flambagem da estrutura.	165
Figura 7.42 – Análise de convergência do modelo numérico com flambagem.	166
Figura 7.43 – Relação percentual entre energia dissipada de estabilização e energia interna para o problema de convergência da malha.	167
Figura 7.44 – Vista de topo do revestimento de superfície quando da convergência de malha.	167
Figura 7.45 – Detalhes da flambagem do revestimento de superfície.	168
Figura 7.46 – Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].	169
Figura 7.47 - Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].	170
Figura 7.48 – Deslocamento da cabeça de poço de poço para $\alpha=0,25$ considerando flambagem (verificação).	171
Figura 7.49 – Força descarregada no condutor para $\alpha=0,25$ considerando flambagem (verificação).	171

Figura 7.50 – Deslocamentos laterais do revestimento de superfície em conjunto com o intermediário.....	172
Figura 7.51 – Vista de topo do revestimento de superfície quando da verificação do modelo. ....	172
Figura 7.52 – Tensão de von Mises do revestimento de superfície em conjunto com o intermediário.....	173
Figura 7.53 – Relação entre energia dissipada de estabilização e energia interna quando da verificação do modelo.....	174

## Índice de Tabelas

Tabela 1.1 – Comparação entre as principais metodologias da literatura e o presente trabalho .....	5
Tabela 2.1 – Correlações entre módulo de cisalhamento máximo e resistência não drenada [28] .....	29
Tabela 2.2 – Definição dos pontos da curva t-z [2].....	33
Tabela 2.3 – Coeficientes de atrito para areias [2] .....	39
Tabela 2.4 – Escala de classificação de areias e siltes [2].....	39
Tabela 2.5 – Estimativa do fator de adesão a partir de dados levantados no Golfo do México .....	43
Tabela 2.6 – Resultados da comparação entre a metodologia API e o MEF, com o topo da estaca faceando a mud line [42].....	46
Tabela 2.7 – Resultados da comparação entre a metodologia API e MEF, com o topo da estaca a 16m abaixo da <i>mud line</i> [42].....	46
Tabela 6.1 – Resultados de interesse para a análise de alteração de densidade de fluidos no revestimento de superfície para tendência de variação de comprimento. ....	126
Tabela 6.2 – Resultados de interesse para a análise de alteração de densidade de fluidos nas demais colunas para tendência de variação de comprimento.....	127
Tabela 6.3 – Resultados de interesse para operação de produção/injeção ou TFR para tendência de variação de comprimentos .....	129
Tabela 7.1 – Dados t-z utilizados na comparação. ....	133
Tabela 7.2 – Dados das colunas de revestimento. ....	138
Tabela 7.3 – Peso específico de fluidos no interior e exterior das colunas. ....	139
Tabela 7.4 – Pesos aparentes das colunas.....	140
Tabela 7.5 – Valores de APB dos anulares com a produção surgente. Dados obtidos com Wellcat™ [74].....	140
Tabela 7.6 – Valores de dilatação térmica dos trechos livres de revestimento. ....	141
Tabela 7.7 – Características das malhas .....	152
Tabela 7.8 – Tolerâncias adotadas para a operação 10 (efeito pistão) .....	162
Tabela 7.9 – Malhas utilizadas na análise de convergência .....	165
Tabela 7.10 – Características das malhas do problema com flambagem .....	170
Tabela 7.11 – Comparação da tensão equivalente de von Mises .....	173

## **Lista de Siglas**

API – *American Petroleum Institute*;

APB – *Annular Pressure Buildup*;

ANM – Arvore de Natal Molhada;

BAP – Base Adaptadora de Produção;

BOP – *Blow Out Preventer*;

COP – Coluna de Produção;

CPT – *Cone Penetration Test*;

GOM – Golfo do México;

MCV – Módulo de Conexão Vertical;

MEF – Método dos Elementos Finitos;

SCPS – Sistema de Cabeça de Poço Submarina;

TFR – Teste de Formação a Poço Revestido;

TOC – Topo do Cimento;

TVD – *True Vertical Depth*;

LN – Linha Neutra.

# Lista de Símbolos Principais

## Letras em ordem alfabética

- $A$  – Área da seção transversal;
- $A_A$  – Área entre o diâmetro interno do revestimento de produção e diâmetro externo da coluna de produção (anular A);
- $A_B$  – Área entre o diâmetro interno do revestimento intermediário e diâmetro externo do revestimento de produção (anular B);
- $A_C$  – Área entre o diâmetro interno do revestimento de superfície e diâmetro externo do revestimento intermediário (anular C);
- $A_e$  – Área correspondente ao diâmetro externo;
- $A_i$  – Área correspondente ao diâmetro interno;
- $A_s$  – Área exposta do suspensor;
- $a_1, a_2$  e  $a_3$  – Parâmetros de ajuste para adequação dos resultados a dados de campo ou laboratório;
- $b_j$  – Coeficiente de ajuste do ciclo anterior;
- $c_s$  – Coesão do solo;
- $c$  – Coesão na interface lateral estrutura-solo;
- $D$  – Diâmetro externo do elemento estrutural de fundação;
- $D_e$  – Diâmetro externo;
- $D_i$  – Diâmetro interno;
- $E$  – Módulo de Young;
- $F_{ef}$  – Força efetiva;
- $F_{fl}$  – Força normal que produz na seção a mesma tensão que a produzida pela flambagem;
- $F_{ef\ ci}$  – Força efetiva na condição inicial no TOC;
- $F_{ef\ ec}$  – Força efetiva na extremidade da coluna;
- $F_1$  – Força concentrada aplicada no topo do condutor;
- $F_c$  – Carregamento;
- $F_{ck}$  – Passo de carregamento;
- $F_{in\ k}$  – Inversão de carregamento;
- $F_{rk}$  – Recarregamento;
- $G_{max}$  – Módulo de cisalhamento máximo do solo;
- $H$  – Comprimento enterrado do condutor;
- $h_{cabp}$  – Profundidade da cabeça do poço;
- $I$  – Momento de inércia;
- $K_0$  – Coeficiente de empuxo lateral;
- $\mathbf{K}_E$  – Matriz de rigidez da estrutura;
- $\mathbf{K}_I$  – Matriz auxiliar;
- $\mathbf{K}_S$  – Matriz de rigidez do solo;

$\mathbf{K}_{s0}$  – Matriz de rigidez do solo calculada a parti dos coeficientes  $k_{i\max}$  ;  
 $k$  – Rigidez;  
 $k_c$  – Rigidez do revestimento condutor,  $k_c = f(\delta_{Qaux_j})$ ;  
 $k_{\max}$  – Coeficiente de reação vertical máximo;  
 $k_{eq}$  – Rigidez equivalente da coluna;  
 $k_s$  – Rigidez do revestimento de superfície;  
 $k(z)$  – Coeficiente de reação para um certo nível de deslocamento  $z$  ;  
 $L_{fl}$  – Comprimento de revestimento de superfície flambado;  
 $N$  – Número de ciclos;  
 $N_0$  – Força real na condição inicial.  
 $n_1, n_2, n_3$  – Coeficientes de ajuste;  
 $p'_o$  – Pressão vertical efetiva;  
 $P_p$  – Poro pressão;  
 $P_e$  – Pressão externa;  
 $P_i$  – Pressão interna;  
 $p_1, p_2$  e  $p_3$  – Coeficientes de ajuste;  
 $\mathbf{q}$  – Vetor de forças nodais;  
 $\mathbf{q}_c$  – Vetor de forças nodais para o carregamento;  
 $\mathbf{q}_{in}$  – Vetor de forças nodais para inversão;  
 $\mathbf{q}_r$  – Vetor de forças nodais para o recarregamento;  
 $r$  – Raio;  
 $R_0$  – Capacidade de carga inicial;  
 $R_c$  – Capacidade de carga;  
 $R_l$  – Resistência lateral;  
 $R_p$  – Resistência de ponta;  
 $R_t$  – Capacidade de carga do condutor em um certo tempo;  
 $r_c$  – Distância de confinamento  
 $r_{cl}$  – Raio a partir do qual a deformação de cisalhamento pode ser desprezada;  
 $r_e$  – Raio externo;  
 $S_u$  – Resistência não drenada;  
 $S_u(H)$  – Resistência não drenada tomada na extremidade inferior do condutor;  
 $T_i$  – Temperatura inicial;  
 $T_f$  – Temperatura final;  
 $T_{im}$  – Temperatura média inicial;  
 $T_{fm}$  – Temperatura média final;  
 $t$  – Força de reação (adesão);  
 $t_A$  – Adesão no ponto A (ponto de início de inversão);  
 $\mathbf{t}_A$  – Vetor que coleta as forças de reação nodais  $t_{iA}$  ;  
 $\mathbf{t}_B$  – Vetor que coleta as forças de reação nodais  $t_{iB}$  ;

$t_B$  – Adesão no ponto B (ponto de início de recarregamento);  
 $t_c$  – Adesão para o trecho de carregamento (função inversa);  
 $t_{ca}$  – Amplitude de tensão do ciclo;  
 $t_{er}$  – Tempo de recuperação do solo;  
 $t_{in}$  – Adesão para o trecho de inversão (função inversa);  
 $t_m$  – Tensão cisalhante média (média entre pico e vale);  
 $t_{max}$  – Resistência máxima de atrito;  
 $tol$  – Tolerância para convergência do sistema não linear;  
 $t_r$  – Adesão para o trecho de recarregamento (função inversa);  
 $t_x$  – Tensão auxiliar;  
 $\tilde{t}$  – Campo de força de reação do solo (adesão) por unidade de área;  
 $u$  – Ordenada do sistema de eixo cartesiano;  
 $v$  – Abscissa do sistema de eixo cartesiano;  
 $Z_{LN}$  – Posição da linha neutra de flambagem a partir da extremidade da coluna;  
 $z$  – Deflexão;  
 $\mathbf{z}$  – Vetor que coleta os deslocamentos nodais incógnitos;  
 $\mathbf{z}_A$  – Vetor que coleta os deslocamentos nodais  $z_{iA}$  ;  
 $\mathbf{z}_B$  – Vetor que coleta os deslocamentos nodais  $z_{iB}$  ;  
 $z_c$  – Deflexão para o trecho de carregamento;  
 $z_i$  – Deflexão para o trecho de inversão de carregamento;  
 $z_{peak}$  – Deslocamento de pico;  
 $z_r$  – Deflexão para o trecho de recarregamento;  
 $\tilde{z}$  – Aproximação do campo de deslocamentos reais;  
 $W_{ext}$  – Trabalho virtual das forças externas;  
 $W_{int}$  – Trabalho virtual das forças internas;  
 $w$  – Peso linear do condutor;  
 $w_a$  – Peso aparente linear;  
 $w_e$  – Peso linear do fluido externo;  
 $w_i$  – Peso linear do fluido interno;  
 $w_r$  – Peso linear real.

## Letras gregas

$\alpha$  – Fator de adesão para argilas;  
 $\alpha_T$  – Coeficiente de dilatação térmica;  
 $\beta$  – Fator de adesão para areias;  
 $\gamma$  – Deformação de cisalhamento;  
 $\gamma_A$  – Deformação de cisalhamento no ponto A (ponto de início de inversão);  
 $\gamma_{Ar}$  – Deformação de cisalhamento em um ponto  $A_r$  (ponto de início de inversão em um raio  $r$ );  
 $\gamma_B$  – Deformação de cisalhamento no ponto B (ponto de início de recarregamento);

$\gamma_{Br}$  – Deformação de cisalhamento em um ponto  $B_r$  (ponto de início de recarregamento em um raio  $r$ );  
 $\gamma_r$  – Deformação de cisalhamento em um raio  $r$ ;  
 $\Delta F_{in}$  – Variação de força na inversão de carregamento;  
 $\Delta L$  – Variação de comprimento da barra;  
 $\Delta L_B$  – Variação de comprimento por efeito balão;  
 $\Delta L_{Bs}$  – Variação de comprimento no revestimento de superfície por efeito balão;  
 $\Delta L_{Bn}$  – Variação de comprimento por efeito balão da  $n$ -ésima coluna instalada no poço;  
 $\Delta L_F$  – Variação de comprimento para uma força  $F$  aplicada;  
 $\Delta L_{fl}$  – Variação de comprimento na vertical oriundo da flambagem;  
 $\Delta L_H$  – Variação de comprimento pela lei de Hooke;  
 $\Delta L_{Pn}$  – Variação de comprimento por efeito pistão da  $n$ -ésima coluna instalada no poço;  
 $\Delta L_{Ps}$  – Variação de comprimento no revestimento de superfície por efeito pistão;  
 $\Delta L_{Pn}$  – Variação de comprimento em uma coluna  $n$  por efeito pistão;  
 $\Delta L_{Tsi}$  – Variação de comprimento no revestimento de superfície por efeito térmico;  
 $\Delta L_{Ti}$  – Variação de comprimento em uma coluna  $i$  por efeito térmico;  
 $\Delta N_c$  – Reação no revestimento condutor;  
 $\Delta N_j$  – Variações de esforços provenientes da sequência de carregamento;  
 $\Delta N_s$  – Reação do revestimento de superfície;  
 $\Delta p_e$  – Variação de pressão externa;  
 $\Delta p_{em}$  – Variação de pressão externa média;  
 $\Delta p_i$  – Variação de pressão interna;  
 $\Delta p_{im}$  – Variação de pressão interna média;  
 $\Delta Q$  – Força aplicada na cabeça de poço;  
 $\Delta T$  – Variação de temperatura;  
 $\Delta T_m$  – Variação térmica média;  
 $\Delta \alpha_t$  – Variação do fator de adesão;  
 $\Delta \sigma_r$  – Variação de tensão radial;  
 $\Delta \sigma_\theta$  – Variação de tensão tangencial;  
 $\delta$  – Deslocamento virtual;  
 $\delta_1$  – Deslocamento virtual associado a força  $F_1$ ;  
 $\delta_n$  – Tendência de variação de comprimento da  $n$ -ésima coluna instalada no poço;  
 $\delta_{cabp}$  – Deslocamento da cabeça de poço;  
 $\delta_{corrj}$  – Deslocamento imposto na cabeça de poço (corrigido) considerando a flambagem do revestimento de superfície;  
 $\delta_{fla}$  – Deslocamento acumulado de flambagem;  
 $\delta_n$  – Variação de comprimento total em uma coluna  $n$ ;  
 $\delta_{pass}$  – Passo de deslocamento arbitrado;

$\delta_Q$  – Deslocamento na cabeça de poço a partir de uma força aplicada  $\Delta Q$ ;  
 $\delta_s$  – Variação de comprimento total no revestimento de superfície;  
 $\tilde{\delta}$  – Aproximação do campo de deslocamentos virtuais;  
 $\varepsilon$  – Campo de deformações reais;  
 $\varepsilon_v$  – Campo de deformações virtuais associadas ao deslocamento virtual  $\delta$ ;  
 $\varepsilon_z$  – Deformação específica de flambagem;  
 $\xi$  – Coordenada local ao elemento;  
 $\rho_{\text{água}}$  – Massa específica da água do mar;  
 $\rho_{\text{material}}$  – Massa específica do material de constituição do condutor;  
 $\rho_i$  – Peso específico do fluido interno;  
 $\rho_e$  – Peso específico do fluido externo;  
 $\sigma$  – Tensão;  
 $\sigma_{fl}$  – Tensão de flexão oriunda da flambagem;  
 $\sigma_n$  – Tensão normal na interface lateral estrutura-solo;  
 $\sigma_{ns}$  – Tensão normal em um plano de interesse;  
 $\sigma_{ns}'$  – Tensão efetiva  
 $\sigma_v$  – Tensão vertical total ou pressão de sobrecarga (*overburden*);  
 $\tau_A$  – Tensão de cisalhamento no ponto A (ponto de início de inversão);  
 $\tau_B$  – Tensão de cisalhamento no ponto B (ponto de início de recarregamento);  
 $\tau_r$  – Tensão de cisalhamento em um raio  $r$  ;  
 $\tau_{Ar}$  – Tensão de cisalhamento em um ponto  $A_r$  (ponto de início de inversão em um raio  $r$  );  
 $\tau_{Br}$  – Tensão de cisalhamento em um ponto  $B_r$  (ponto de início de recarregamento em um raio  $r$  );  
 $\tau_u$  – Tensão cisalhante máxima do solo;  
 $\phi$  – Ângulo de atrito interno do solo;  
 $\phi'$  – Ângulo de atrito em termos de tensões efetivas no plano de interesse  
 $\varphi$  – Ângulo de atrito na interface lateral estrutura-solo;  
 $\varphi'$  – Ângulo de atrito em termos de tensões efetivas;  
 $\psi$  – Inclinação em relação a vertical;  
 $\omega$  – Valor que deve ser ajustado em campo;

# 1 Introdução

## 1.1 Considerações iniciais

Um poço de petróleo é constituído por um conjunto de barreiras que tem por finalidade garantir um caminho seguro e controlado entre a zona produtora e as facilidades de produção. Basicamente, no tocante a poços submarinos, o sistema de barreiras é formado por um conjunto de subsistemas, dentre os quais destacam-se as colunas de revestimentos, o sistema de cabeça de poço submarina (SCPS), a coluna de produção, injeção ou de teste de formação a poço revestido (TFR), os elementos de vedação (*packers*) e as barreiras de anulares, geralmente cimentadas. A Figura 1.1 ilustra um esquema de poço típico com SCPS.

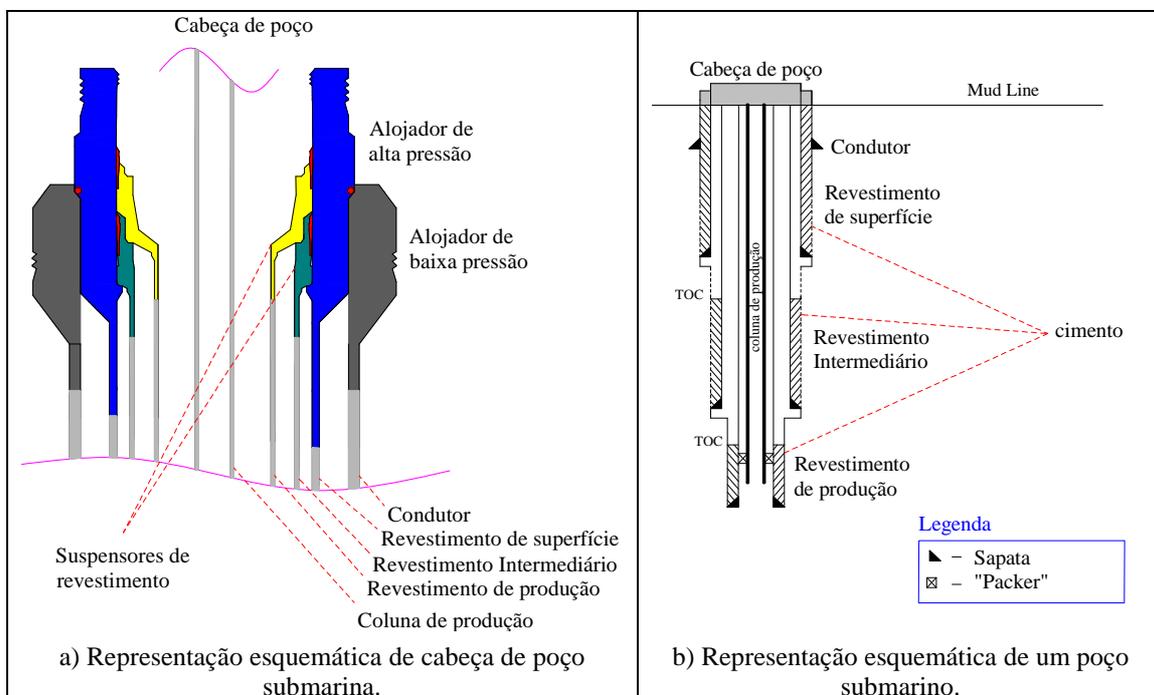


Figura 1.1 – Ilustração de um poço submarino.

No tocante às colunas de revestimento, existe uma subclassificação muito utilizada na indústria de petróleo, que advém da finalidade de cada tipo de coluna, a qual será utilizada ao longo deste trabalho, a saber:

- **Revestimento Condutor:** É o revestimento cuja finalidade é estrutural, ou seja, resistir às cargas de flexão, tração e compressão oriundos dos outros revestimentos e dos equipamentos submarinos. É a primeira coluna a ser instalada no poço e está conectada ao alojador de baixa pressão. Em algumas configurações de poço, é possível o uso de mais de um condutor, com o segundo apresentando uma extensão bem maior do que a do primeiro;
- **Revestimento de Superfície:** O revestimento de superfície é instalado sobre o revestimento condutor e uma de suas finalidades é auxiliar o condutor na resistência às cargas impostas. Está conectado ao alojador de alta pressão, no qual se instala o *blow out preventer* (BOP). Deve ser dimensionado também para as cargas de perfuração. Outro objetivo é garantir a estabilidade das paredes do poço para a perfuração da fase seguinte;
- **Revestimento Intermediário:** Tem a função de prover isolamento hidráulico entre zonas, garantir a estabilidade do poço e suportar as cargas de perfuração da fase seguinte;
- **Revestimento de Produção:** é o primeiro revestimento externo à coluna de produção/injeção ou TFR. Tem por finalidade garantir o isolamento da zona produtora e entre zonas. A depender da finalidade do poço, esse revestimento deve suportar tanto as cargas de perfuração quanto de produção.

Antes de apresentar a motivação deste trabalho, é importante apresentar o conceito de fundação de um poço *offshore*. Segundo a API-RP-96 [1], este conceito é definido como sendo o conjunto solidário formado pelas duas primeiras colunas de revestimento instaladas no poço, sendo que a segunda coluna é planejada para ser totalmente cimentada.

Em alguns sistemas, as duas primeiras colunas que formam a fundação do poço são revestimentos condutores. Na maioria dos poços da Petrobras, contudo, a fundação é formada pelo revestimento condutor em conjunto com o revestimento de superfície.

É importante salientar que a construção da fundação de um poço *offshore* se dá em etapas. Inicialmente, o revestimento condutor é instalado segundo alguma técnica construtiva como jateamento, base torpedo, cravação ou perfuração e cimentação. Em uma segunda etapa, a próxima coluna de revestimento é descida e cimentada. A

fundação, assim formada, deve suportar os esforços normais e de flexão durante a construção e vida útil do poço.

O cálculo da capacidade de carga de fundações de poços *offshore* segue os preceitos da literatura de estacas, sendo uma prática da indústria seguir a API-RP-2GEO [2]. A confiabilidade do método de cálculo da API para capacidade de carga de fundações é discutida por LACASSE *et al.* [3]. Nesse trabalho é proposta a calibração de fatores de segurança a serem usados em projeto para cobrir as incertezas dos parâmetros de solo da locação analisada. Por sua vez, LACASSE *et al.* [4] apresentam alguns resultados da literatura onde a capacidade de carga calculada pela metodologia API é comparada com testes experimentais. Segundo estes dados, a capacidade de carga calculada varia em torno de 73% a 110% do valor medido em campo. Além disso, é proposta uma metodologia para melhor quantificação de incertezas do solo no cálculo da média e do desvio padrão da capacidade de carga.

A partir do conceito de fundação definido pela API-RP-96 [1], nota-se uma forte dependência da cimentação efetiva de toda extensão da coluna de revestimento que completa a fundação do poço. A questão que se impõe é se esta é uma premissa robusta de construção. A resposta depende muito do tipo de configuração do poço. Poços construídos com dois condutores facilitam o retorno da cimentação para a *mud line*, mas podem aumentar significativamente o tempo de construção. Assim, na maioria dos poços submarinos, a segunda coluna de revestimento descida é, geralmente, o revestimento de superfície, o qual costuma ser projetado com grande extensão. Nestes cenários, o requisito de cimentação total torna-se um grande desafio e nem sempre é factível. Dentre os motivos que contribuem para o insucesso da operação de cimentação, destacam-se: o gradiente de fratura da formação inferior a densidade equivalente de circulação; o tempo elevado de bombeabilidade da pasta; e a insuficiência da infraestrutura de sonda para armazenamento de vultosas quantidades de cimento.

Em razão das limitações supracitadas, a própria API-RP-96 [1] aponta ações mitigatórias quando há incertezas no retorno da cimentação para a *mud line* do revestimento que completa a fundação do poço. Preconiza-se que seja realizado, nestes cenários, um teste de capacidade de carga com o peso do BOP antes da perfuração da fase seguinte. No entanto, a depender da configuração do poço, o teste de capacidade de carga pode não representar o carregamento total ao qual o poço ficará submetido quando da instalação das demais colunas e equipamentos submarinos.

Neste contexto, surge a motivação do presente trabalho. Pretende-se estudar a resposta de poços submarinos para carregamentos verticais nas configurações onde extensos revestimentos de superfície completam as fundações dos poços, cenários onde não há garantias de retorno de cimentação para a *mud line*.

Estudos relacionados à análise de carregamentos verticais em poços *offshore* e de movimentação de cabeça de poço vêm sendo apresentados em vários níveis de detalhes, porém a maioria se restringe a poços de plataformas fixas [5-12]. Nessas configurações, é comum definir a estrutura como sendo formada por molas elásticas representando as porções de revestimento livre. No caso do condutor, a porção de revestimento livre é considerada entre a plataforma e *mud line* e para as demais colunas entre plataforma e TOC.

Como exemplo de estudo para poços submarinos, cita-se o trabalho de HALAL *et al.* [13] que apresentaram uma análise de movimentação da cabeça de poço segundo uma análise *multistring*<sup>1</sup> durante a produção e análise por molas elásticas durante a construção do poço (equipamentos submarinos como a base adaptadora de produção (BAP) e BOP não são considerados na sequência de carregamentos). Nesse trabalho, porém, nenhuma modelagem do solo é realizada.

Na esteira dos trabalhos que estudam os efeitos dos carregamentos verticais em poços *offshore*, o presente trabalho pretende fornecer uma contribuição às análises de poços submarinos com fundação parcialmente cimentada. A Tabela 1.1 ilustra uma comparação entre as principais metodologias encontradas na literatura com o presente trabalho. Conforme pode ser observado, o tema de estudo é ainda pouco conhecido na indústria de óleo e gás, sobretudo no tocante a interação solo-condutor e flambagem do revestimento de superfície.

Como respostas de análise do modelo proposto, pretende-se conhecer o esforço normal no condutor, a movimentação da cabeça de poço e as tensões no revestimento de superfície.

O esforço normal no condutor é de extrema importância na análise de fundação do poço, sobretudo sua comparação com a capacidade de carga. Dependendo da magnitude do carregamento, pode haver superação desta capacidade e, neste cenário, espera-se que o revestimento de superfície seja o responsável principal por absorver a carga excedente.

---

<sup>1</sup> Análise que considera que o efeito balão, oriundo da pressão aplicada em um dado revestimento, influencia nas pressões dos demais anulares e que o efeito Poisson deve ser considerado na compatibilidade de deslocamentos axiais.

Tabela 1.1 – Comparação entre as principais metodologias da literatura e o presente trabalho

Autor	Aplicação	Avalia a interação solo-condutor?	Avalia a capacidade de carga do condutor?	Sequência de carregamentos	Considera APB <sup>2</sup> ?	Considera Flambagem?
MCCABE [5]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção	Não (anular ventilado)	Não
HALAL <i>et al.</i> [13]	Poço submarino	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção	Sim	Sim (durante a produção)
AASEN & AADNOY [6,7]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção	Não (anular ventilado)	Sim (da coluna que falhou, sem análise multistring)
LEWIS & MILLER [8]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção além de <i>liftoff analysis</i> e <i>pre-tensão</i>	Não (anular ventilado)	Não
LIANG [9]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Injeção (investigação de incidente)	Não (anular ventilado)	Não
XIUQUAN [10]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção	Sim	Não
SATHUVAL LI & SURYANAR AYANA [11]	Poço de plataforma fixa	Não	Sim (durante a produção)	Perfuração, completação e produção/injeção	Sim	Não
ZHANG <i>et al.</i> [12]	Poço de plataforma fixa	Não	Não	Perfuração, completação e produção/injeção	Sim	Não
PRESENTE TRABALHO	Poço submarino	Sim	Sim	Perfuração, completação e produção/injeção	Sim	Sim (do revestimento de superfície.)

Já a movimentação da cabeça de poço é de grande relevância na estimativa da posição final do SCPS. As linhas de produção da ANM devem ser posicionadas em um intervalo bem definido. Tomando-se como referência a distância entre o topo do alojador de baixa pressão e a *mud line*, o intervalo ótimo de instalação varia geralmente de 2,0 m a 3,0 m. Valores superiores a 3,0 m podem gerar esforços de flexão de grande magnitude no módulo de conexão vertical (MCV), em razão do aumento de linha de produção suspensa. Valores abaixo de 2,0 m podem aumentar demasiadamente a curvatura das linhas de produção e também aumentar os esforços de flexão no MCV. Desta forma, uma análise criteriosa deve ser realizada previamente para se estimar a

<sup>2</sup> *Annular pressure buildup (APB)* é a variação de pressão decorrente da variação térmica do fluido presente em um anular do poço, quando da contenção de expansão do fluido.

posição do SCPS antes da instalação das linhas de produção bem como após a produção/injeção do poço. A Figura 1.2 ilustra um croqui considerando o intervalo ideal de posicionamento do SCPS (intervalo ideal já considerando a movimentação da cabeça de poço).

Por sua vez, as tensões no revestimento de superfície são imprescindíveis na análise da fundação do poço, pois em um cenário de cimentação parcial espera-se que o revestimento de superfície absorva grande parte das cargas do poço, sobretudo quando houver superação da capacidade de carga do condutor. Neste contexto, é de extrema importância analisar a sua flambagem. Assim, a análise de tensões no revestimento de superfície deve levar em consideração não apenas as tensões radiais, tangenciais e normais como também as tensões associadas à flexão por flambagem.

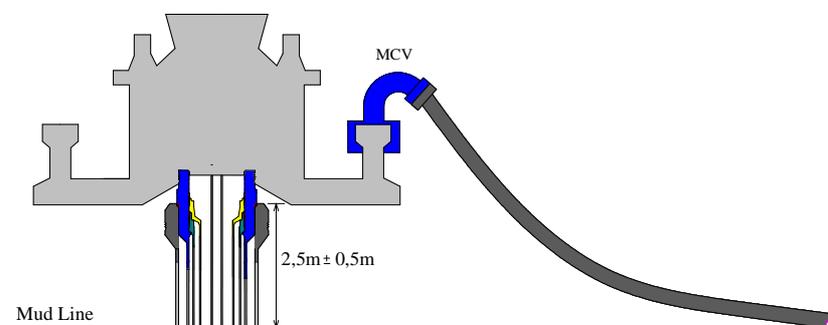


Figura 1.2 – Representação esquemática da posição do alojador de baixa pressão para instalação do MCV.

Como insumo para avaliação estrutural do modelo a ser desenvolvido, é importante determinar a sequência de carregamentos verticais à que o poço ficará submetido em toda sua vida útil, compreendendo as etapas de perfuração, completação e produção/injeção ou TFR. Carregamentos verticais cíclicos podem ocorrer, como por exemplo na retirada do BOP e nos carregamentos de produção/injeção.

A sequência de carregamentos verticais de um poço submarino pode ser diversa e depende da finalidade do poço: produção, injeção ou TFR. A Figura 1.3 ilustra uma sequência típica de construção de um poço produtor com cinco colunas. Na sequência ilustrada na Figura 1.3, as seguintes etapas são identificadas:

- 1) Instalação do revestimento condutor;
- 2) Instalação do revestimento de superfície;
- 3) Instalação do BOP;
- 4) Alteração da densidade do fluido de perfuração sobre o revestimento de superfície;
- 5) Instalação do revestimento intermediário;

- 6) Alteração na densidade do fluido de perfuração sobre o revestimento intermediário;
- 7) Instalação do revestimento de produção;
- 8) Alteração da densidade do fluido de perfuração sobre o revestimento de produção;
- 9) Retirada do BOP;
- 10) Instalação da BAP;
- 11) Reinstalação do BOP;
- 12) Instalação da coluna de produção (COP);
- 13) Retirada do BOP;
- 14) Instalação da árvore de natal molhada (ANM);
- 15) Produção.

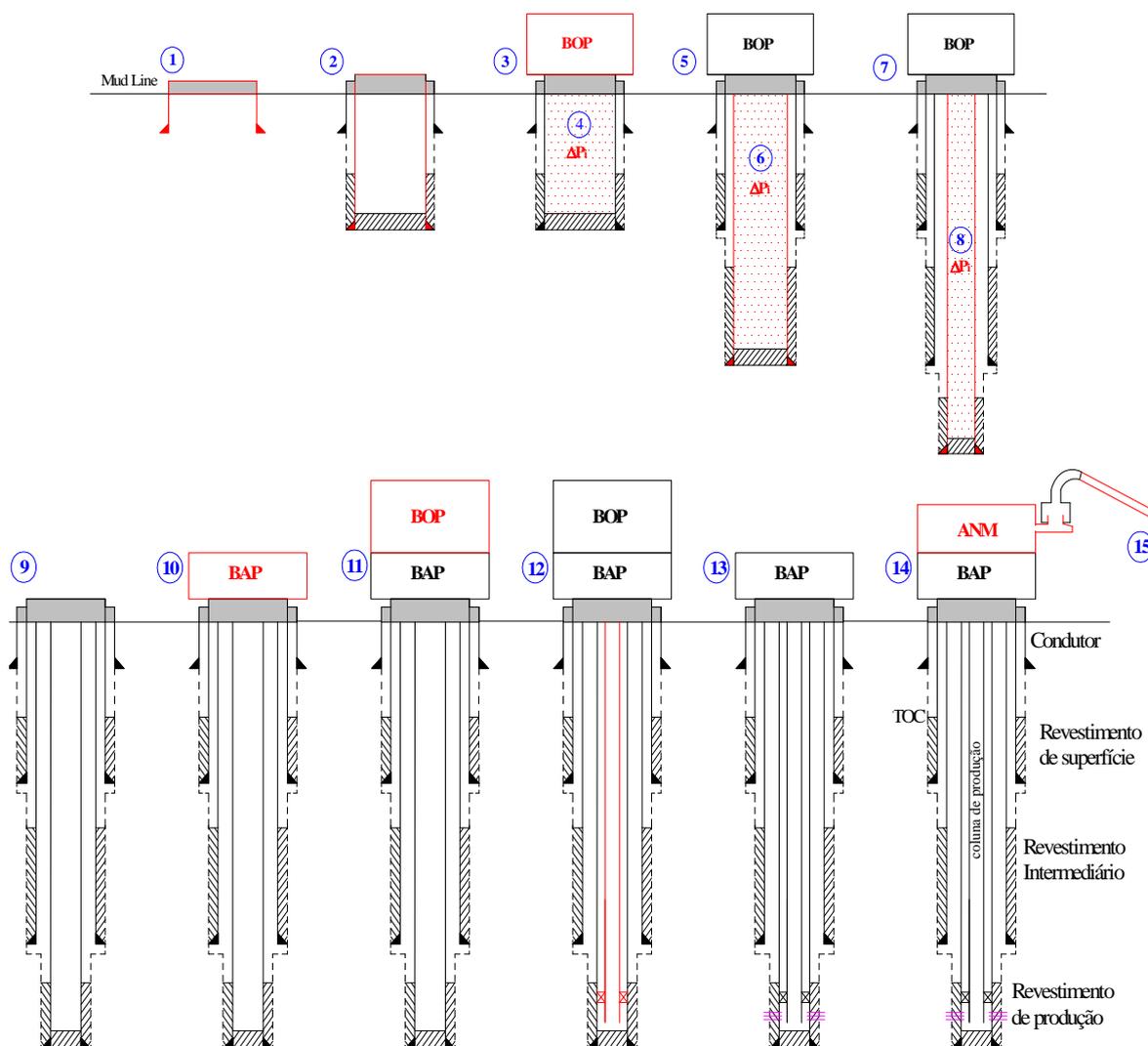


Figura 1.3 – Sequência operacional típica de construção de um poço com cinco colunas.

Dado o caráter cíclico das cargas (carregamento, inversão e recarregamento), o revestimento condutor será idealizado, na metodologia proposta neste trabalho, por uma mola de rigidez não-linear com comportamento histerético obtida pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Na obtenção da mola de rigidez não-linear pelo MEF, o solo será idealizado por um conjunto de curvas t-z distribuídas ao longo do condutor. A partir do modelo de solo proposto por CHIN & POULOS [14], o qual foi concebido considerando alterações propostas por ISHIRARA *et al.* [15] sobre o modelo de MASING [16], serão desenvolvidas curvas t-z capazes de considerar todas as etapas de carregamento. As curvas t-z serão calibradas à luz de dados obtidos por ensaios de campo apresentados na literatura pública.

Uma vez definida a mola representativa da interação condutor-solo, pode-se analisar a estrutura de forma desacoplada conforme ilustra a Figura 1.4, onde uma mola não-linear com histerese representa o condutor e molas elásticas lineares representam as porções não cimentadas das demais colunas de revestimento instaladas. Neste modelo estrutural, qualquer etapa de análise para carregamentos verticais pode ser realizada considerando-se a compatibilidade de deslocamentos na cabeça de poço e o correspondente equilíbrio de forças normais. Em uma segunda etapa do modelo proposto, os resultados de interesse (esforço normal sobre o condutor, movimentação da cabeça de poço e tensões no revestimento de superfície) podem ainda ser corrigidos em virtude da flambagem do revestimento de superfície. O diagrama da Figura 1.5 sintetiza as etapas da metodologia que serão empregadas neste trabalho.

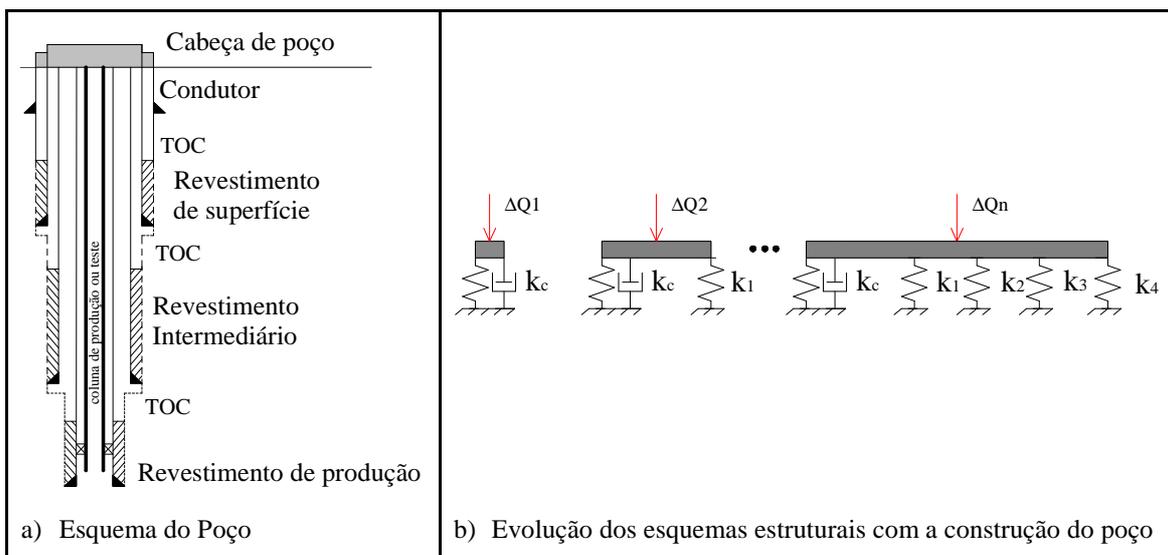


Figura 1.4 – Esquema do poço e do modelo estrutural.

<p><b>a) Modelo de solo:</b></p> <p>Será adotado o modelo de solo em histerese proposto por CHIN &amp; POULOS [14], o qual permite ajustes das expressões para dados experimentais obtidos em laboratório ou no campo.</p>	
<p><b>b) Desenvolvimento de curvas t-z:</b></p> <p>Baseando-se na proposta de ANAGNOSTOPOULOS [17] de cisalhamento simples do solo, serão desenvolvidas curvas t-z para os trechos da histerese. Estas curvas serão calibradas com dados da literatura pública.</p>	
<p><b>c) Curva F x <math>Z_{cabp}</math> do condutor:</b></p> <p>A curva F x <math>Z_{cabp}</math> (força aplicada sobre o condutor versus deslocamento da cabeça do poço) será obtida pelo MEF considerando a interação do condutor com o solo mediante as curvas t-z desenvolvidas no item b.</p>	
<p><b>d) Modelo estrutural sem flambagem:</b></p> <p>O modelo estrutural é desacoplado. Ele é composto de uma mola não-linear com comportamento histéretico (item c) e molas lineares representando as demais colunas. Condições de equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos são impostas para cada etapa de construção e vida útil do poço.</p>	
<p><b>e) Correção em razão da flambagem:</b></p> <p>Caso haja flambagem do revestimento de superfície as variáveis de interesse da análise (força sobre o condutor, movimentação da cabeça do poço e tensões no revestimento de superfície) são corrigidas valendo-se da teoria de LUBINSKI [18].</p>	

Figura 1.5 – Etapas da metodologia que será empregada.

Finalmente, para atestar a aderência da metodologia proposta, um estudo de caso será apresentado, onde os resultados do modelo desenvolvido serão comparados aos modelos de elementos finitos desenvolvidos no *software* Abaqus® [73].

## 1.2 Objetivos

Este trabalho pretende fornecer uma contribuição à análise de poços *offshore* submarinos considerando o revestimento de superfície parcialmente cimentado. Dentre os objetivos principais, destacam-se:

- **Análise da interação solo-condutor:** considerando-se um modelo de análise global desacoplado, pretende-se estudar a interação do condutor com o solo. Esta análise pode ser realizada por elementos finitos considerando o comportamento local de curvas t-z ao longo do comprimento do condutor. Vale destacar que as curvas t-z serão desenvolvidas com base na teoria de cisalhamento simples do solo proposta por ANAGNOSTOPOULOS [17] e serão calibradas à luz de dados da literatura. Como resultado da análise, pretende-se determinar uma mola não-linear de comportamento histerético que descreva os deslocamentos do topo do revestimento condutor em função da força aplicada;
- **Modelo estrutural sem consideração da flambagem do revestimento de superfície:** A partir da mola não-linear com comportamento histerético que descreve os deslocamentos da cabeça de poço e das demais molas lineares que representam as porções livres das colunas (trechos não cimentados), pretende-se desenvolver um modelo de distribuição de carregamentos verticais. Neste modelo, condições de equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos são impostas na cabeça de poço para cada etapa de construção e produção/injeção ou TFR do poço. O modelo permitirá determinar a força sobre o condutor, a movimentação da cabeça do poço e as tensões no revestimento de superfície
- **Correção do modelo estrutural em razão da flambagem do revestimento de superfície:** uma vez que o revestimento de superfície pode trabalhar em regime de forças efetivas negativas, a flambagem deve ser considerada para reestabelecimento de uma nova condição de equilíbrio e de deslocamentos na cabeça de poço. Nesse sentido, será apresentado um aperfeiçoamento do modelo considerando a teoria de LUBINSKI [18] na correção dos valores de

interesse calculados inicialmente sem consideração do fenômeno de flambagem. Cabe salientar que neste cenário a análise de tensões do revestimento de superfície deve levar em consideração não apenas as tensões radiais, tangenciais e normais, como também as tensões associadas à flexão por flambagem.

### **1.3 Conteúdo do trabalho**

O trabalho está dividido em oito capítulos descritos a seguir:

- O capítulo 1 apresenta a motivação, objetivo e conteúdo do trabalho.
- No capítulo 2, trata-se da revisão bibliográfica do trabalho.
- O capítulo 3 tem por objetivo apresentar o desenvolvimento das curvas t-z que serão empregadas na análise da interação condutor-solo, bem como suas calibrações com dados da literatura.
- No capítulo 4, apresenta-se o modelo de análise do condutor considerando as curvas t-z apresentadas no capítulo 3. O problema será formulado de forma unidimensional pelo MEF. O objetivo da análise é construir uma mola não-linear com comportamento histerético que represente os deslocamentos do topo do condutor para uma força aplicada.
- O capítulo 5 trata da análise estrutural do poço sem considerar a flambagem do revestimento de superfície. Será apresentado um modelo desacoplado de análise cuja distribuição de esforços é ditada pelas condições de equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos na cabeça do poço.
- No capítulo 6, apresenta-se um aperfeiçoamento do modelo estrutural, o qual permite a correção dos resultados de interesse (força sobre o condutor, movimentação da cabeça do poço e tensões no revestimento de superfície) quando da flambagem do revestimento de superfície.
- O capítulo 7 apresenta dois estudos de casos para verificação da metodologia desenvolvida. O primeiro trata da análise de condutores mediante a construção da mola não-linear com comportamento histerético obtida a partir da representação do solo por curvas t-z, as quais foram desenvolvidas a partir da hipótese de cisalhamento simples do solo proposta por ANAGNOSTOPOULOS [17]. A metodologia é verificada mediante uma comparação com um modelo de referência construído com o *software* Abaqus®

[73]. O segundo mostra uma análise completa de um poço *offshore* exploratório considerando a influência do topo de cimento do revestimento de superfície. São apresentadas as curvas de deslocamentos da cabeça de poço, força descarregada sobre o revestimento condutor e tensões de von Mises sobre o revestimento de superfície. Dentro do segundo estudo de caso, duas abordagens são apresentadas. Na primeira, desconsidera-se a flambagem do revestimento de superfície, enquanto, na segunda análise, o modelo é aperfeiçoado para corrigir as variáveis de interesse em razão da flambagem. As duas abordagens são verificadas mediante uma comparação com soluções de referência obtidas mediante modelos construídos no *software* Abaqus® [73].

- No capítulo 8, são apresentadas as conclusões deste trabalho e algumas sugestões para trabalhos futuros.

# 2

## Revisão Bibliográfica

---

### 2.1 Considerações iniciais

O objetivo deste capítulo é apresentar o estado da arte na análise de carregamentos verticais em poços *offshore* assim como descrever os temas que serão utilizados no desenvolvimento do modelo deste trabalho, quais sejam: modelagem do solo e flambagem.

### 2.2 Análise de carregamentos verticais em poços offshore

Problemas relacionados a análise de carregamentos verticais em poços *offshore* vêm sendo estudados em vários níveis de detalhes.

MCCABE [5], baseado em evidências de campo, identificou que as duas principais causas de movimentação de cabeça de poço eram as forças compressivas nas colunas de revestimento durante a perfuração e completação do poço e os efeitos de dilatação térmica durante a produção do poço. No sistema estudado, o revestimento condutor servia de fundação temporária com a finalidade de suportar o peso do revestimento de superfície. A partir daí o revestimento de superfície passava a compor a fundação principal do poço, a qual suportaria seu peso próprio, o peso das demais colunas e dos equipamentos (BOP e BAP). Para evitar a flambagem do revestimento de superfície na parte livre de cimento, eram utilizados centralizadores rígidos. Na avaliação dos deslocamentos da cabeça de poço e esforços nas colunas, utilizava-se um modelo estrutural composto por molas elásticas em paralelo para certo estágio da construção do poço, conforme ilustra a Figura 2.1 para o poço totalmente construído.

A rigidez das molas apresentadas na Figura 2.1 eram calculadas a partir da extensão livre de cimento, conforme indica a Equação (2.1).

$$k = \frac{EA}{L_v} \quad \dots \quad (2.1)$$

onde  $k$  é a rigidez da mola representativa de uma coluna,  $E$  é o módulo de Young,  $A$  a área da seção transversal e  $L_v$  o comprimento livre de cimento tomado na vertical.

Uma vez definida a estrutura, os deslocamentos da cabeça de poço e esforços eram determinados sem maiores dificuldades. Eram impostos, para cada passo de carregamento, o equilíbrio de forças e a compatibilidade de deslocamentos na cabeça de poço (mesmo deslocamento para todas as molas).

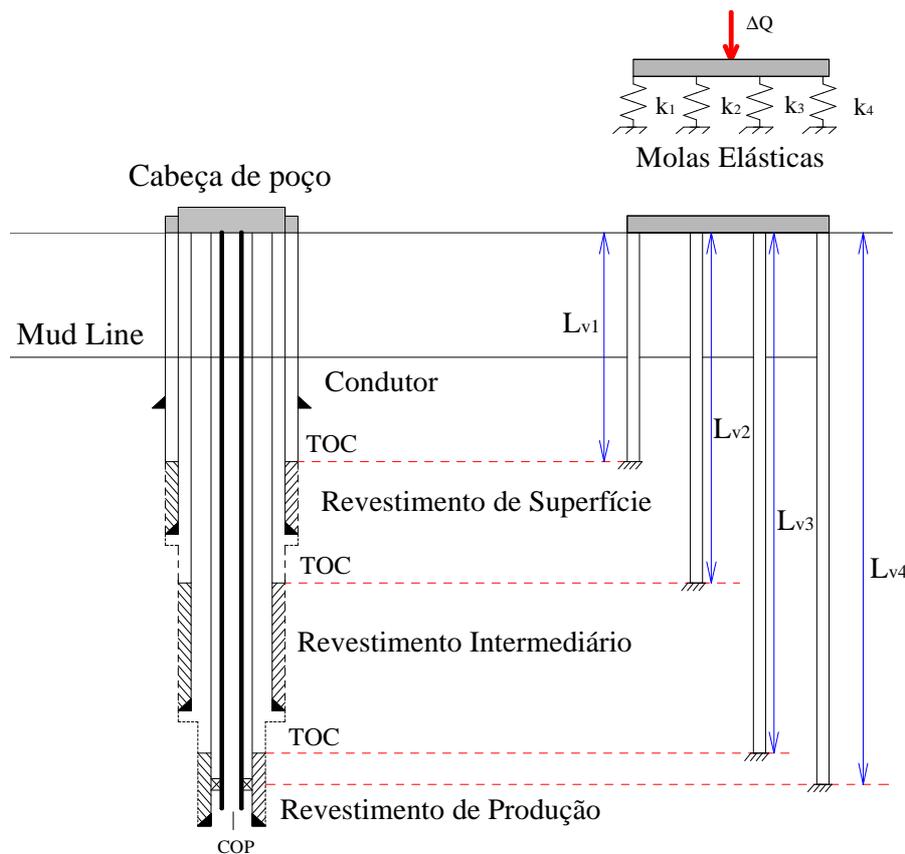


Figura 2.1 – Modelo de molas em paralelo para análise estrutural de um poço totalmente construído.

HALAL *et al.* [13] apresentaram uma análise de movimentação da cabeça de poço para poços submarinos segundo uma análise *multi-string*, considerando-se as interações das tensões tangenciais e normais das colunas durante a produção. Esta abordagem foi adotada pois, diferentemente de um poço de plataforma fixa, no qual se tem acesso aos anulares e é possível drenar qualquer incremento de pressão durante a produção, em um poço submarino, ocorre o fenômeno de *Annular Pressure Buildup* (APB) e, conseqüentemente, surgem tensões tangenciais em virtude de efeito balão. A compatibilização dos deslocamentos e esforços nas direções normal e tangencial foi

realizada valendo-se da lei de Poisson e Equações de Lamé. Adicionalmente, considerando molas elásticas, condições de equilíbrio e compatibilidade eram impostas na cabeça de poço para o peso das colunas durante as fases de perfuração e completação considerando (cargas de equipamentos como BOP e BAP não foram consideradas). Vale destacar ainda, que no referido trabalho, não há menção alguma sobre a modelagem do solo no entorno do condutor, de forma que deve ter sido utilizada a estratégia de fixar o condutor em sua base e tratá-lo como uma barra de rigidez linear.

AASEN & AADNOY [6,7] desenvolveram uma formulação considerando as seções não cimentadas entre o TOC e a cabeça de poço como molas elásticas. Eles utilizaram este modelo para investigar um rebaixamento súbito da cabeça de um poço em uma plataforma fixa. A metodologia desenvolvida por AASEN & AADNOY [6,7] é idêntica à de MCCABE [5], porém é dado um detalhamento maior sobre a sequência de carregamentos e são apresentadas as equações analíticas do problema. Os movimentos da cabeça de poço para instalação das colunas e instalação / desinstalação de equipamentos (BOP e BAP) podem ser determinados mediante a Equação (2.2), enquanto a força em cada coluna pode ser determinada mediante a Equação (2.3).

$$\delta_Q = \frac{\Delta Q}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad \dots \quad (2.2)$$

onde  $\delta_Q$  é o deslocamento da cabeça de poço,  $\Delta Q$  corresponde ao carregamento e  $k_i$  é a rigidez de uma mola  $i$  representativa de uma coluna  $i$ . O número de colunas dependerá da etapa de construção do poço.

$$\Delta N_i = k_i \delta_Q \quad \dots \quad (2.3)$$

onde  $\Delta N_i$  é a força de reação que surge na mola  $i$ .

As equações anteriores decorrem da condição de equilíbrio e compatibilidade de deslocamentos na cabeça de poço. Já para etapa de produção, partindo da dilatação térmica das colunas, estas mesmas condições aplicadas levam às Equações (2.4) e (2.5).

$$\delta_T = \alpha_T \frac{\sum_{i=1}^n A_i \Delta T_i}{\sum_{i=1}^n A_i / L_i} \quad \dots \quad (2.4)$$

onde  $\delta_T$  é o deslocamento da cabeça de poço em razão da produção (variação térmica),  $A_i$  a área da seção transversal de uma coluna  $i$ ,  $\Delta T_i$  a variação térmica da porção não cimentada de uma coluna  $i$ ,  $L_i$  é o comprimento medido não cimentado de uma coluna  $i$  e  $\alpha_T$  o coeficiente de dilatação térmica.

$$\Delta N_{T_i} = EA_i \left( \frac{\delta_T}{L_i} - \alpha_T \Delta T_i \right) \quad \dots \quad (2.5)$$

onde  $\Delta N_{T_i}$  é a força de reação que surge na coluna  $i$  e  $E$  o módulo de Young.

LEWIS & MILLER [8] apresentaram as equações para um modelo composto de molas elásticas conectados à cabeça de poço idêntico ao de AASEN & AADNOY [6,7], porém acrescentando efeitos como *lift-off* (análise de destravamento dos suspensores de revestimento) e pré-tensão (tração aplicada previamente ao revestimento para compensar os efeitos futuros de compressão) de revestimentos durante a construção de poços de plataforma fixa.

LIANG [9] usou noções de rigidez e compatibilidade de deslocamentos para investigar a falha de integridade da cabeça de poço durante uma injeção de gás quente de um poço de plataforma fixa. No sistema utilizado na época, o condutor era solidário ao revestimento de superfície por um anel-trava localizado na cabeça do poço na plataforma e as outras colunas eram travadas no revestimento de superfície por cunhas. Quando a injeção de gás quente do poço foi iniciada, a força ascendente na cabeça do poço, oriunda dos efeitos térmicos, foi suficiente para romper o anel-trava do condutor, ocasionando um grande movimento ascendente da cabeça de poço. A conclusão do

estudo foi que a força sobre o condutor era bem mais elevada do que a resistência do anel-trava, levando-o à ruptura. O modelo utilizado por LIANG [9] é muito semelhante ao utilizado por AASEN & AADNOY [6,7]. O condutor foi modelado sem considerar nenhuma interação com o solo. A rigidez de sua mola foi determinada a partir da extensão de lâmina d'água, como se estivesse fixo na *mud line*. Por se tratar de um poço injetor, também foi considerada a contração da coluna de injeção por efeito balão. Segundo esta nova modelagem, a expressão que permite determinar a movimentação da cabeça do poço é dada pela Equação (2.6), enquanto a força na coluna de injeção pode ser determinada pela Equação (2.7). A força nas demais colunas continuam sendo determinadas mediante a Equação (2.5).

$$\delta_T = \frac{E\alpha_T \sum_{i=1}^n A_i \Delta T_i + 2\nu(\Delta p_{em} A_e - \Delta p_{im} A_{int})}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad \dots \quad (2.6)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\Delta p_{em}$  é a variação de pressão externa da coluna de injeção,  $\Delta p_{im}$  é a variação de pressão interna da coluna de injeção,  $A_e$  é a área correspondente ao diâmetro externo da coluna de injeção e  $A_{int}$  é a área correspondente ao diâmetro interno da coluna de injeção.

$$\Delta N_{Tcoi} = EA_{coi} \left( \frac{\delta_T}{L_{coi}} - \alpha_T \Delta T_i \right) - 2\nu(\Delta p_{em} A_e - \Delta p_{im} A_{int}) \quad \dots \quad (2.7)$$

onde  $A_{coi}$  é a área da seção transversal da coluna de injeção e  $L_{coi}$  o comprimento livre da coluna de injeção.

XIUQUAN *et al.* [10] realizou uma comparação entre seu modelo analítico, composto por molas elásticas, com um modelo de elementos finitos desenvolvido no *software* Abaqus®.

A formulação analítica proposta por XIUQUAN *et al.* [10] é muito semelhante à de LIANG [9], porém considera que todos os anulares do poço podem sofrer pressurização com a produção (caso se opte por não os drenar). Adicionalmente,

considerou o efeito pistão decorrente da pressão dos anulares agindo na cabeça do poço. Nos sistemas estudados, o condutor não é acoplado às demais colunas, servindo apenas para impedir movimentos laterais.

Assim sendo, a expressão para se determinar a movimentação da cabeça de poço durante a fase de produção é semelhante à Equação (2.6), porém essa equação é estendida a todas as colunas e é acrescentado o efeito pistão na cabeça do poço, levando a:

$$\delta_T = \frac{E\alpha_T \sum_{i=1}^n A_i \Delta T_i + 2\nu \sum_{i=1}^n (\Delta p_{emi} A_{ei} - \Delta p_{imi} A_{inti}) + F_{pis}}{\sum_{i=1}^n k_i} \quad \dots \quad (2.8)$$

onde  $\Delta p_{emi}$  a variação de pressão externa da coluna  $i$ ,  $\Delta p_{imi}$  é a variação de pressão interna da coluna  $i$ ,  $A_{ei}$  é a área correspondente a diâmetro externo da coluna  $i$ ,  $A_{inti}$  é a área correspondente ao diâmetro interno da coluna  $i$  e  $F_{pis}$  é a força pistão na cabeça do poço que surge em razão das pressões agindo nos anulares, sendo dada pela Equação (2.9).

$$F_{pis} = P_{prod} A_{prod} + P_A A_A + P_B A_B + \dots + P_X A_X \quad \dots \quad (2.9)$$

onde  $P_{prod}$  é a pressão na cabeça do poço no interior da coluna de produção,  $A_{prod}$  é a área correspondente ao diâmetro interno da coluna de produção,  $P_A$  é a pressão na cabeça de poço no anular A (anular entre a coluna de produção e o revestimento mais externo),  $A_A$  é a área do anular A,  $P_B$  é a pressão na cabeça de poço no anular B (anular entre o revestimento de produção e coluna mais externa),  $A_B$  é a área do anular B,  $P_X$  é a pressão na cabeça de poço no anular X,  $A_X$  a área do anular X, sendo X o anular mais externo.

A partir do movimento da cabeça de poço para a produção  $\delta_T$ , a reação térmica para cada coluna será dada conforme indica a Equação (2.10).

$$\Delta N_{Ti} = EA_i \left( \frac{\delta_T}{L_i} - \alpha_T \Delta T_i \right) - 2\nu (\Delta p_{emi} A_{ei} - \Delta p_{imi} A_{inti}) \quad \dots \quad (2.10)$$

onde  $\Delta N_{Ti}$  é força que surge na coluna  $i$  do poço durante a produção.

Para as demais etapas de construção do poço (perfuração e completação), o movimento da cabeça do poço e os correspondentes esforços nas colunas podem ser determinados, respectivamente, pelas Equações (2.2) e (2.3). Por outro lado, no modelo em elementos finitos proposto por XIUQUAN *et al.* [10], considerou-se o contato entre as colunas no trecho direcional do poço, efeito desprezado na formulação analítica. Utilizou-se o *software* Abaqus® para as simulações, nas quais foram adotados os elementos de viga PIPE31 para as colunas e o elemento ITT31 para representar o contato entre as colunas e entre coluna com a parede do poço.

Os estudos de casos realizados mostraram que a formulação analítica e de elementos finitos se aproximaram muito entre si e dos dados medidos em campo (diferenças menores que 10%).

SATHUVALLI & SURYANARAYANA [11] desenvolveram um modelo que considera a capacidade de carga do condutor para carregamentos de produção em sistemas de plataforma fixa cujo condutor é acoplado às demais colunas. A idealização deste modelo partiu de observações de campo nas quais, durante a produção, a cabeça de poço se desloca para cima e não retorna a sua posição inicial com o resfriamento do poço após seu fechamento, o que indica a ocorrência de deformações plásticas. Este fato pode ser explicado pelo comportamento histerético do solo para cargas impostas pela estrutura.

Qualitativamente os autores descrevem o movimento da cabeça de poço em dois estágios:

- 1) No primeiro estágio os deslocamentos da cabeça de poço se encontram no regime elástico, condição que se dá para carregamento sobre o condutor inferiores à sua capacidade de carga;
- 2) O segundo estágio se dá após a carga sobre o condutor exceder sua capacidade de carga. Nesta condição, uma parcela de deformação plástica aparece no poço.

Os estágios anteriores podem ser descritos mediante a seguinte equação:

$$\delta_T = \begin{cases} \delta_{el}, N_C \leq R_C \\ \delta_{el} + \delta_p, N_C > R_C \end{cases} \quad \dots \quad (2.11)$$

onde  $\delta_{el}$  é a parcela de deformação elástica,  $\delta_p$  é a parcela de deformação plástica,  $N_C$  é a força que atua sobre a coluna de produção do poço e  $R_C$  a capacidade de carga da estrutura, a qual foi calculada considerando as curvas t-z da API-RP-2GEO [2]. Maiores detalhes sobre o cálculo da capacidade de carga serão apresentados no item 2.3.2.

SATHUVALLI & SURYANARAYANA [11] consideram que a capacidade de carga do condutor, em um poço de plataforma fixa cujo condutor é cravado até a nega, é suficiente para suportar as cargas de perfuração e completação. Desta forma, o cálculo de movimentação da cabeça de poço e esforços nas colunas seguem os preceitos das análises tradicionais já apresentadas, onde o condutor é fixado na *mud line* e as colunas são idealizadas como molas em paralelo [5,6,7,9,10,13]. Por outro lado, para a etapa de produção é avaliado se a força sobre o condutor é maior do que sua capacidade de carga. Caso seja inferior, o cálculo de movimentação de cabeça de poço e esforços nas colunas é feito da forma tradicional. Do contrário, deve ser imposto ao condutor um limite de força igual a sua capacidade de carga e o acréscimo de carga deve ser distribuído para as demais colunas do poço.

ZHANG *et al.* [12] elaboraram um modelo que vai ao encontro aos modelos de XIUQUAN *et al.* [10] e LIANG [9], porém introduz-se a quantificação das forças e deformações nos trechos de revestimentos cimentados e sua influência no movimento da cabeça do poço durante a produção. Como conclusões do estudo, citam-se:

- A altura do *mud line* e revestimento livre são fatores de grande influência na movimentação da cabeça do poço;
- Os efeitos térmicos decorrentes da produção muito afetam a magnitude do movimento de cabeça de poço;
- As propriedades do cimento, como expansividade térmica e módulo de elasticidade, embora apresentem menor influência, não podem ser ignoradas no cálculo da movimentação da cabeça de poço.

De acordo com os trabalhos supracitados, observa-se que a maior parte dos estudos ou problemas decorrentes de carregamentos verticais e movimentação de cabeça de poço ocorreram em poços de plataformas fixas. Nesses poços, naturalmente, o

revestimento de superfície apresenta pelo menos a extensão de lâmina d'água sem cimento, fazendo com que os movimentos de cabeça de poço na superfície sejam apreciáveis. Por outro lado, poços submarinos, por terem o revestimento de superfície geralmente cimentado, apresentam elevada rigidez, fazendo com que os movimentos de cabeça de poço na *mud line* possam ser negligenciados. Contudo, DAWSON & MURRAY [19] relataram problemas de movimentação de cabeça de poço em poços submarinos durante o início da fase de produção (foi observado um movimento ascendente da ANM). O problema foi investigado e sua causa estava relacionada a dilatações térmicas que ocorreram no revestimento intermediário (tratava-se de um *casing patch* cujo peso não compensava o efeito de dilatação térmica, o que levou à sua compressão com conseqüente destravamento do sistema de cabeça de poço).

Outra causa que poderia levar a movimentação de cabeça de poço seria a falta de cimentação do revestimento de superfície, objeto de estudo do presente trabalho. Neste cenário, o modelo estrutural muito se assemelha ao de um poço de plataforma fixa com condutor acoplado às outras colunas.

## **2.3 Modelagem do solo**

### **2.3.1 Resposta para cargas cíclicas**

Existem na literatura diferentes aplicações do modelo proposto por MASING [16] para cargas cíclicas. Citam-se, por exemplo, os trabalhos recentes de: KAYNIA *et al.* [20], que aplicaram o modelo de Masing na análise de *pipelines*; ODRISCOLL *et al.* [21] que o utilizaram em estacas rasas em formações carbonáticas; ERBRICH *et al.* [22] que aplicaram o modelo de Masing na análise de *risers*; DUBOIS *et al.* [23], que realizaram análise numéricas para estudo da interação solo-estrutura; SCHAUMANN & EICHSTÄDT [24], que aplicaram o modelo de Masing na análise de turbinas eólicas; e, por fim, ZAKERI *et al.* [25], que utilizaram o modelo de Masing na análise de condutores mediante as curvas p-y.

O modelo em histerese proposto por MASING [16] pode ser aplicado ao solo mediante a relação definida entre a tensão de cisalhamento  $\tau$  com a deformação de cisalhamento  $\gamma$ , conforme está ilustrado na Figura 2.2.

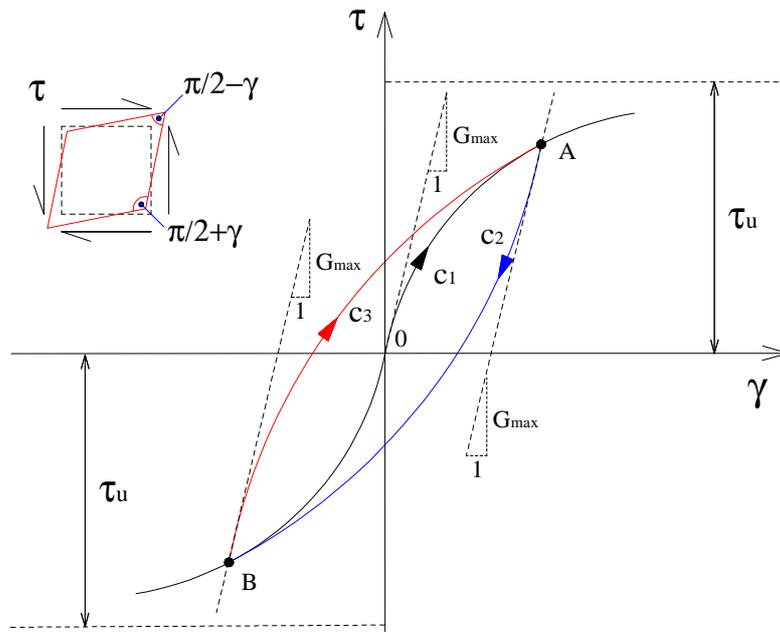


Figura 2.2 – Modelo em histerese proposto por MASING [16] aplicado a solo.

Conforme pode ser observado, o solo é carregado da origem até o ponto A, sofre uma inversão de carregamento até o ponto B e em seguida é recarregado até o ponto A. Tal modelo se baseia nas seguintes premissas:

- A curva de predição é hiperbólica sem amolecimento (*strain-softening*);
- Todos os trechos ( $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ ) apresentam a mesma inclinação inicial, a qual representa o módulo de cisalhamento máximo do solo,  $G_{\max}$ ;
- No trecho de carregamento, os tramos positivo e negativo são simétricos em relação à origem;
- O trecho de recarregamento ( $c_3$ ) segue a mesma forma do tramo positivo do trecho de carregamento original ( $c_1$ ), porém escalonado em duas vezes;
- O trecho de inversão ( $c_2$ ) segue a mesma forma do tramo negativo do trecho de carregamento, também escalonado em duas vezes;
- A curva  $c_3$  apresenta como limite a curva  $c_1$ , isto é, ao interceptar  $c_1$ , o caminho será ditado pela própria  $c_1$ .
- $\tau_u$  representa a tensão cisalhante máxima do solo, a qual pode ser obtida em laboratório (critério de Coulomb);

CHIN & POULOS [14] generalizaram o modelo proposto por MASING [16], introduzindo fatores de ajuste, em cada trecho da curva de histerese, para que fosse possível adequá-la a resultados experimentais. Esta estratégia adveio das observações de ISHIRARA *et al.* [15], os quais, a partir de ensaios de laboratório, observaram que o

trecho de descarregamento não seguia exatamente o caminho proposto por MASING [16].

Segundo CHIN & POULOS [14], os trechos  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  apresentam aspecto hiperbólico. Assim, o trecho  $c_1$ , já com a possibilidade de ajuste para dados empíricos, pode ser expresso por:

$$\tau = \frac{G_{\max} \gamma}{(1 + a_1 G_{\max} |\gamma / \tau_u|)} \quad \dots \quad (2.12)$$

onde  $a_1$  é um parâmetro de ajuste para dados de ensaios de laboratório.

Por sua vez, o trecho de inversão  $c_2$ , pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\tau - \tau_A = \frac{G_{\max} (\gamma - \gamma_A)}{[1 + (a_1 G_{\max} / 2a_2) |(\gamma - \gamma_A) / \tau_u|]} \quad \dots \quad (2.13)$$

onde  $\tau_A$  e  $\gamma_A$ , representam, respectivamente, a tensão e deformação de cisalhamento no ponto A (ponto de início de inversão) e  $a_2$  é o segundo fator de ajuste introduzido para adequação a resultados de laboratório.

Já o trecho de recarregamento ( $c_3$ ) pode ser apresentado sob a forma:

$$\tau - \tau_B = \frac{G_{\max} (\gamma - \gamma_B)}{[1 + (a_1 G_{\max} / 2a_2 a_3) |(\gamma - \gamma_B) / \tau_u|]} \quad \dots \quad (2.14)$$

onde  $\tau_B$  e  $\gamma_B$ , representam, respectivamente, a tensão e deformação de cisalhamento no ponto B (ponto de início de recarregamento). O parâmetro  $a_3$  é o terceiro fator de ajuste com a mesma finalidade dos outros.

A partir das relações constitutivas indicadas nas Equações (2.12), (2.13) e (2.14), observa-se que, uma vez definidos os parâmetros do solo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $G_{\max}$  e  $\tau_u$ , a tensão de cisalhamento fica como função das variáveis  $\gamma, \gamma_A, \tau_A, \gamma_B$  e  $\tau_B$ , isto é,  $\tau = \tau(\gamma, \gamma_A, \tau_A, \gamma_B, \tau_B)$ . Outro aspecto que deve ser destacado é a lei de evolução do modelo de solo proposto por CHIN & POULOS [14], a qual não permite que o trecho

de recarregamento viole (fique acima) do trecho de carregamento virgem, o mesmo ocorrendo com a parte negativa (o trecho de recarregamento não deve ficar abaixo do trecho de inversão). Este aspecto está ilustrado graficamente na Figura 2.3.

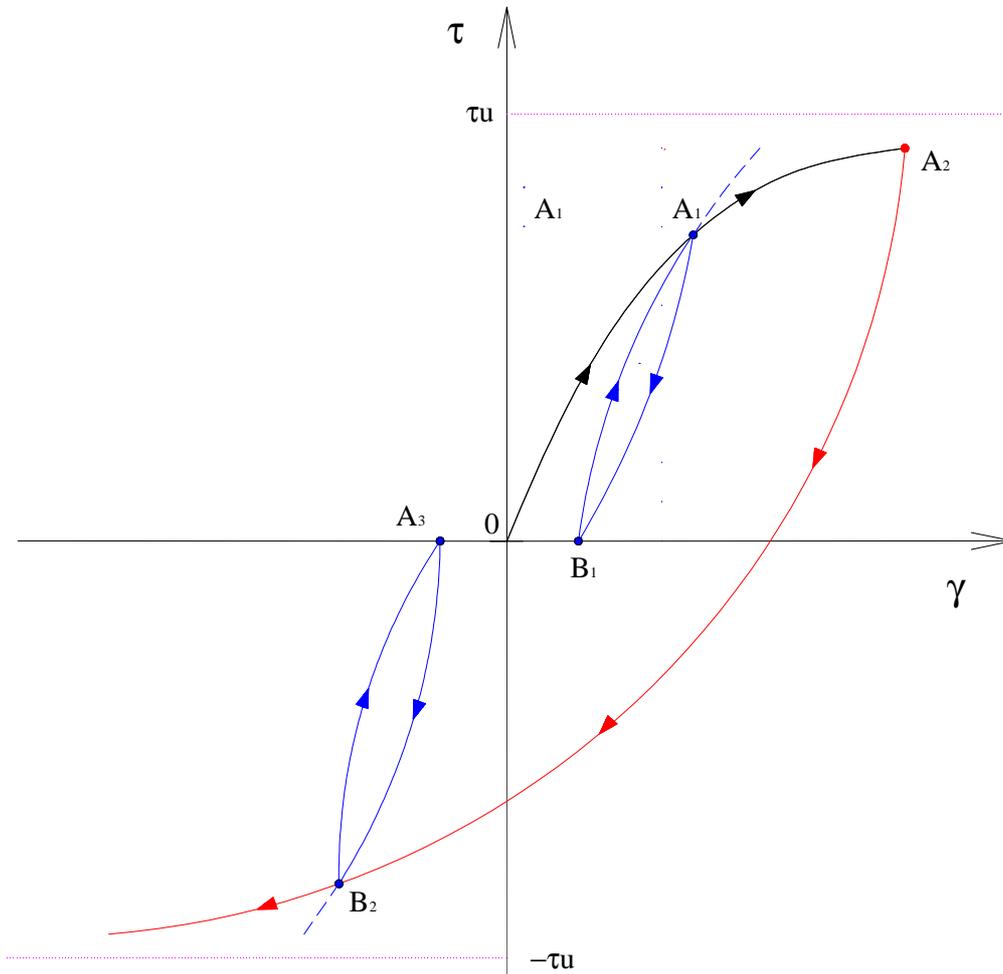


Figura 2.3 – Lei de evolução do modelo de solo proposto por CHIN & POULOS [14].

Segundo BARROS & HACHICH [26], os parâmetros do solo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $G_{\max}$  e  $\tau_u$  são de suma importância na caracterização do modelo de solo com histerese e podem ser determinados mediante ensaio de cisalhamento simples. Neste tipo de ensaio, as amostras são oriundas de uma investigação geotécnica na qual se utiliza o JPC (*Jumbo Piston Core*) [27].

Os parâmetros de ajuste  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  têm como finalidade adequar os modelos teóricos de solo às condições específicas de uma dada região ou dados consolidados representativos.

É importante destacar que ao tomar-se  $a_1 = a_2 = a_3 = 1$  nas Equações (2.12), (2.13) e (2.14) as curvas descrevem o comportamento clássico de histerese proposto por MASING [16], exatamente conforme indica a Figura 2.2.

A influência dos parâmetros de ajuste  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  está ilustrada, respectivamente, na Figura 2.4, Figura 2.5 e Figura 2.6. Para efeito de análise, adotou-se  $G_{\max} = 3MPa$  e  $\tau_u = 0,3MPa$ .

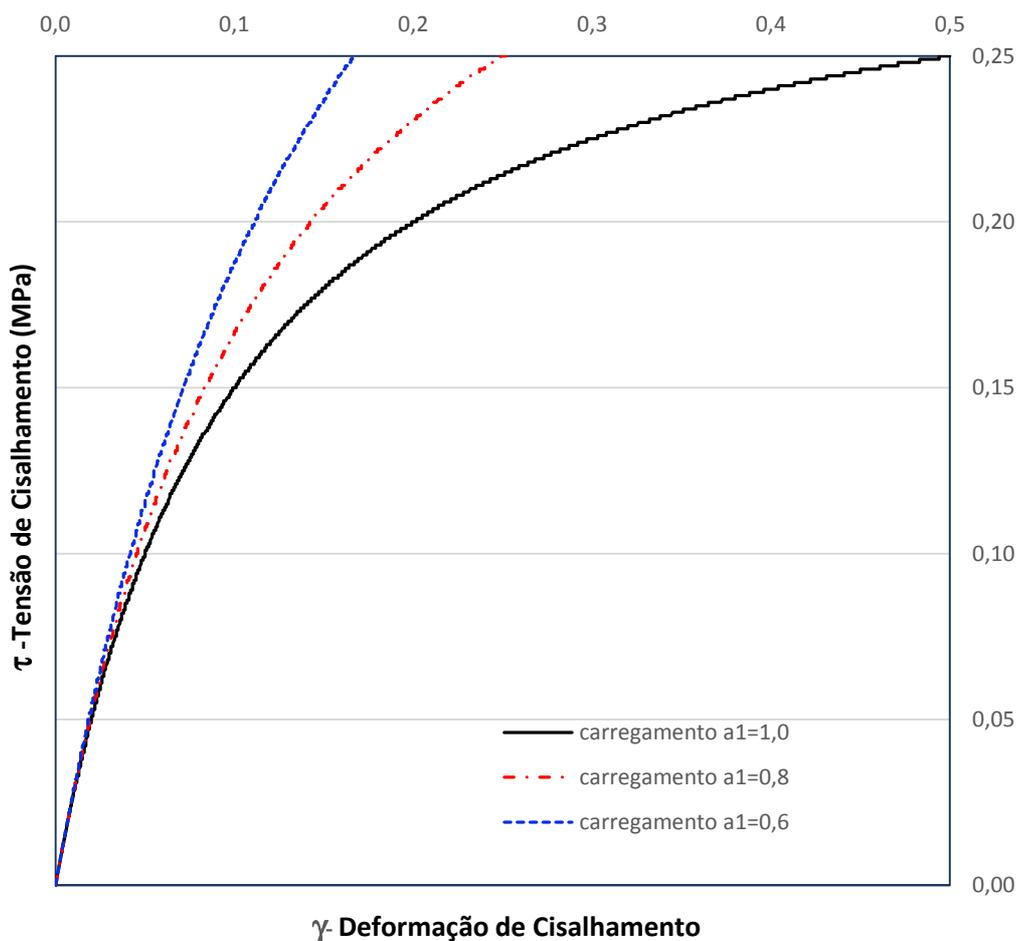


Figura 2.4 – Influência do parâmetro de ajuste  $a_1$  no carregamento.

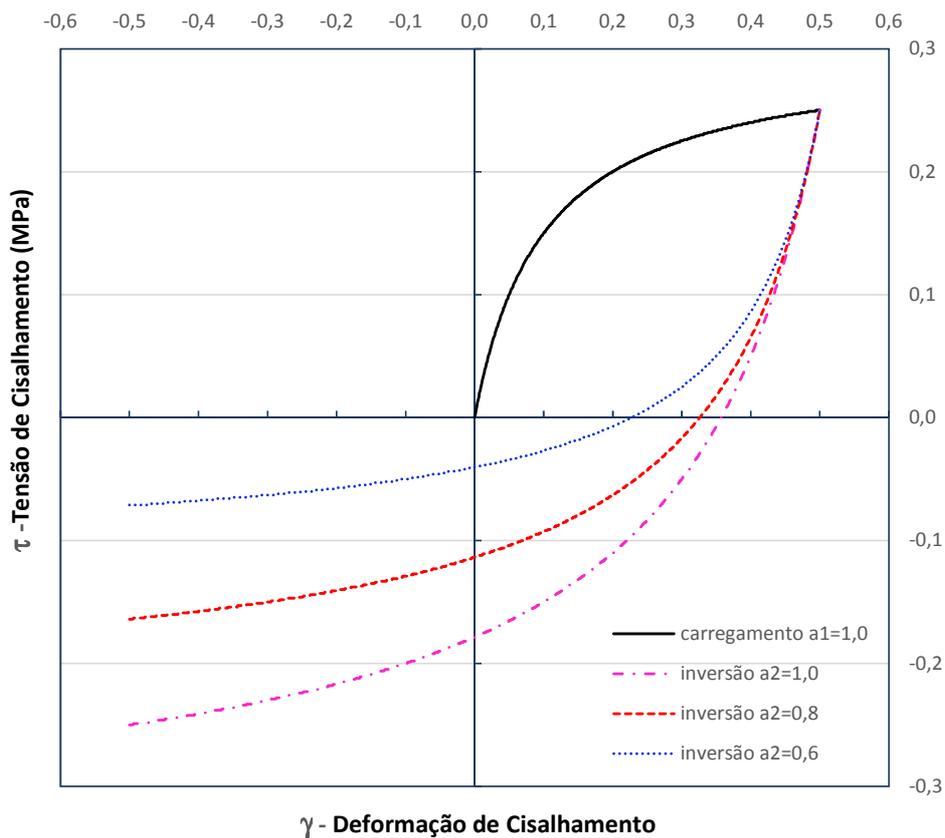


Figura 2.5 – Influência do parâmetro de ajuste  $a_2$  na inversão de carregamento.

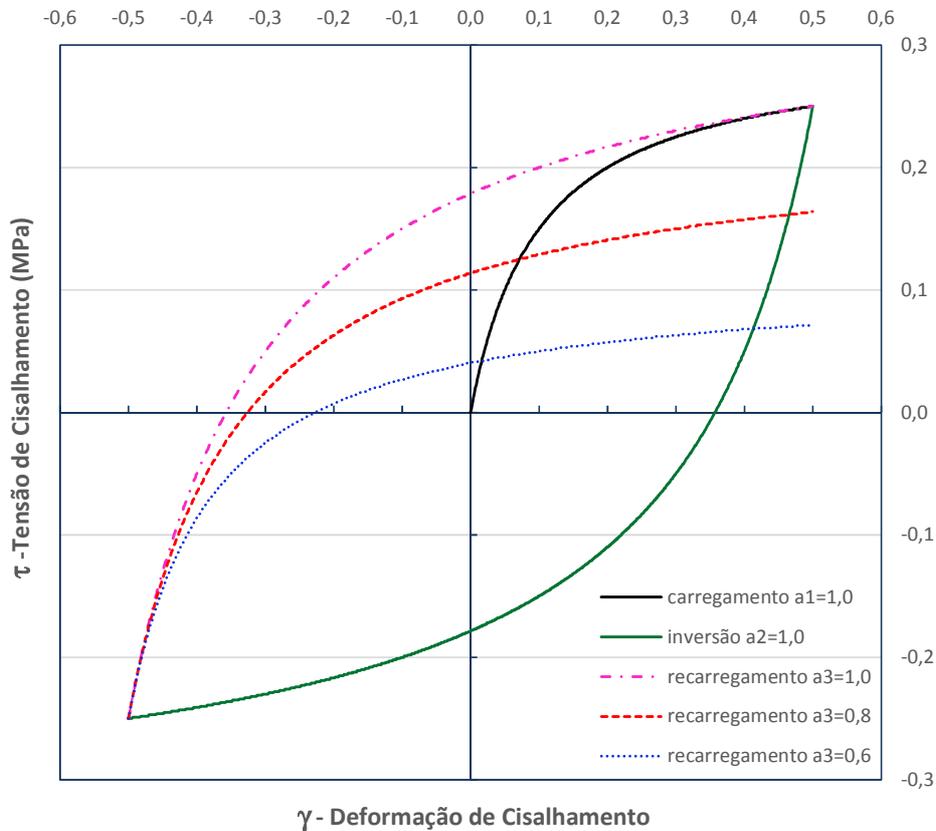


Figura 2.6 – Influência do parâmetro de ajuste  $a_3$  no recarregamento.

Observa-se, na Figura 2.5 e na Figura 2.6, que a diminuição dos parâmetros  $a_2$  e/ou  $a_3$  ocasionam um achatamento no comportamento em histerese do solo. Por outro lado, conforme se observa na Figura 2.4, a diminuição de  $a_1$  promove um aumento na resposta ao cisalhamento.

Outro aspecto interessante é o comportamento do solo a carregamentos cíclicos a depender do fator de ajuste  $a_3$ . A Figura 2.7-a ilustra o comportamento do solo quando o parâmetro de ajuste  $a_3$  é igual a 1,0, enquanto a Figura 2.7-b ilustra o comportamento quando  $a_3 = 0,6$ .

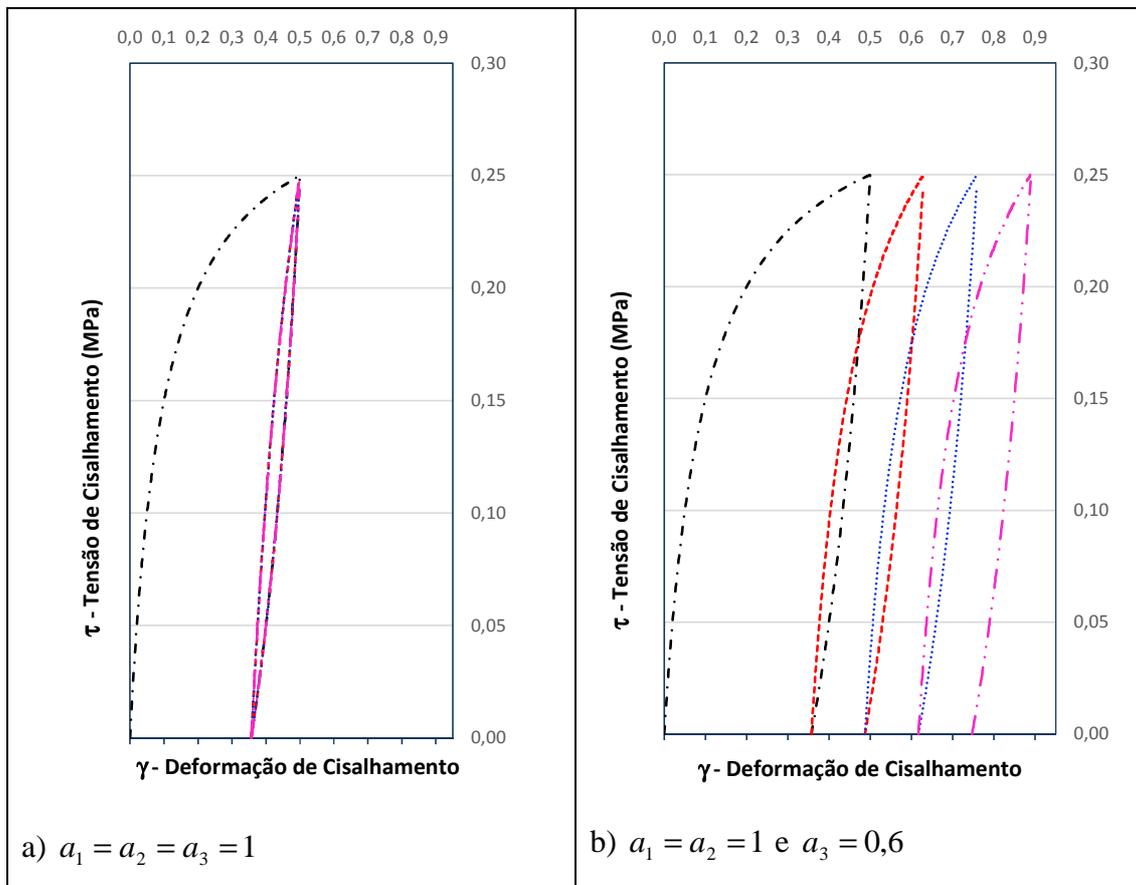


Figura 2.7 – Influência do parâmetro  $a_3$  no incremento de deformação permanente para cargas cíclicas.

Conforme se pode observar na Figura 2.7-b, um parâmetro de ajuste  $a_3$  menor do que 1,0 leva a um acúmulo progressivo de deformação permanente com o número de ciclos.

A partir de resultados de campo, CHIN & POULOS [14], na falta de dados mais precisos, sugerem os seguintes valores para os parâmetros de ajuste  $a_1$  e  $a_2$  :

$$\begin{cases} a_1 = 0,5 \\ a_2 = 1,0 \end{cases} \quad \dots \quad (2.15)$$

Para o parâmetro  $a_3$ , CHIN & POULOS [14] admitem uma fórmula de correlação, a qual depende do número de ciclos, estado de tensão, variação da tensão no ciclo e de um parâmetro de campo  $\omega$ , a saber:

$$a_3 = b_j - 0,5 \omega t_x (b_j)^{\left(\frac{1+\omega t_x}{\omega t_x}\right)} \quad , \text{para } j : 1, \dots, N \quad \dots \quad (2.16)$$

onde  $N$  é o número de ciclos;  $b_j$  é o coeficiente de ajuste do ciclo anterior (na falta de dados, adotar  $b_1 = 1$ );  $\omega$  é um valor que deve ser ajustado em campo (o valor de  $\omega = 0,02$  foi ajustado para calcários arenosos sedimentares); e a tensão  $t_x$  é dada por:

$$t_x = \frac{t_m + 2t_{ca}}{2t_{\max}} \quad \dots \quad (2.17)$$

onde  $t_m$  é a tensão cisalhante média (média entre pico e vale);  $t_{ca}$  é a amplitude de tensão do ciclo (metade da medida entre e pico e vale); e  $t_{\max}$  a adesão máxima.

A Figura 2.8 ilustra a degradação do parâmetro  $a_3$  com o número de ciclos  $N$  considerando um carregamento até o valor de pico  $t_{\max}$  seguido de descarregamento até

$$t = 0. \text{ Neste cenário, } t_x = \frac{0,5t_{\max} + 2 \cdot 0,5t_{\max}}{2t_{\max}} = 0,75.$$

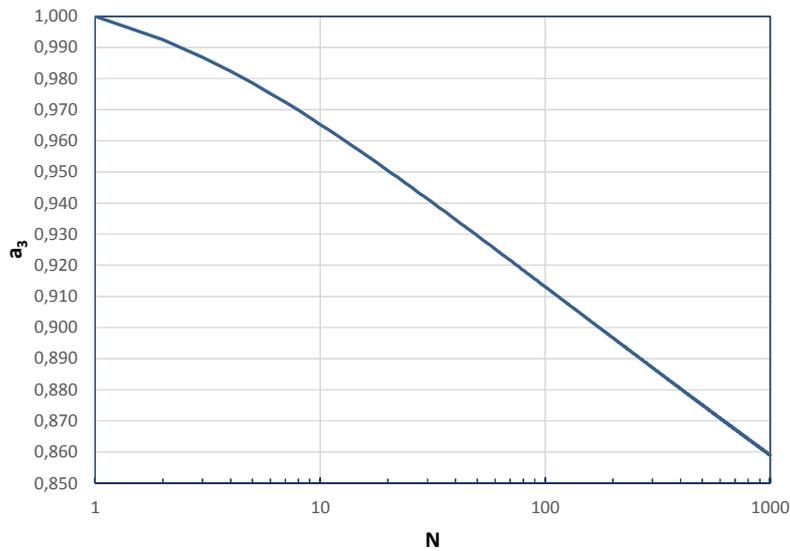


Figura 2.8 – Ilustração da degradação do fator de ajuste  $a_3$  com o número de ciclos  $N$ , considerando sucessivos ciclos de carregamento e descarregamento até o valor de pico.

No tocante ao módulo de cisalhamento máximo  $G_{\max}$ , BARROS & HACHICH [26] destacam que existe uma apreciável variação de correlações de laboratório ou *in situ*, obtidas a partir da resistência não drenada  $S_u$ . A Tabela 2.1, levantada por BARROS [28], ilustra esta grande variabilidade.

Tabela 2.1 – Correlações entre módulo de cisalhamento máximo e resistência não drenada [28]

Referência	Correlação	Ensaio para determinação de $S_u$
SEED & IDRIS [29]	$G_{\max} = 1000 \text{ a } 3000S_u$	Diversos tipos.
HARA <i>et al.</i> [30]	$G_{\max} = 488S_u^{1,012}$ , (kPa)	$S_u$ definida como máximo atrito lateral $t_{\max}$ em condições de cisalhamento simples, com coesão e ângulo de atrito determinados em ensaio triaxial UU*.
ARANGO <i>et al.</i> [31]	$G_{\max} = 1790S_u$	Compressão não confinada.
	$G_{\max} = 1163S_u$	Triaxial UU.
	$G_{\max} = 813S_u$	Triaxial CU**.
ANDERSON & WOODS [32]	$G_{\max} = 1200 \text{ a } 1800S_u$	Não disponível.
PAOLIANI <i>et al.</i> [33]	$G_{\max} = 500 \text{ a } 600S_u$	Triaxial UU e <i>vane test</i> de laboratório.
BOUCKOVALAS <i>et al.</i> [34]	$G_{\max} = 800S_u$	<i>Vane test</i> de campo.
	$G_{\max} = 1800S_u$	Triaxial UU.

\*Ensaio sem drenagem durante a aplicação da tensão confinante e incrementos de carga;

\*\* Ensaio com drenagem durante a aplicação da tensão confinante e sem drenagem durante os incrementos de carga.

Por outro lado, DUNNAVANT *et al.* [35], a partir de dados de campo em estacas *offshore* cravadas em argilas no Golfo do México (GOM), realizaram uma série de simulações para calibração do módulo de cisalhamento máximo e obtiveram a seguinte relação:

$$G_{\max} = 1000S_u \quad \dots \quad (2.18)$$

Por sua vez, a resistência de cisalhamento máxima do solo pode ser determinada pela teoria clássica de Coulomb conforme apresentado por POULOS & DAVIS [36], cuja envoltória é descrita por:

$$\tau_u = c_s + \sigma_{ns} \operatorname{tg} \phi \quad \dots \quad (2.19)$$

onde  $c_s$  é a coesão do solo,  $\sigma_{ns}$  é a tensão normal em um plano de interesse; e  $\phi$  é o ângulo de atrito interno do solo. Os parâmetros  $c_s$  e  $\phi$  podem ser obtidos em ensaios triaxiais de laboratório para diferentes condições de dissipação de poro-pressão.

É importante destacar que a Equação (2.19) pode ser aplicada a qualquer tipo de solo, desde que se conheçam os parâmetros  $c_s$  e  $\phi$ . Contudo, é possível simplificá-la para casos particulares, em especial argilas ou areias.

No tocante às argilas, o ângulo de atrito pode ser desprezado e, em razão das baixas condições de permeabilidade, a coesão passa a ser relacionada à própria resistência não drenada do solo  $S_u$  [36]. Desta forma, a Equação (2.19) pode ser reescrita como:

$$\tau_u = S_u \quad \dots \quad (2.20)$$

É importante destacar a praticidade de aplicação da Equação (2.20), pois é comum a determinação da resistência não drenada  $S_u$  em ensaios *in situ* de investigação geotécnica.

Por outro lado, em areias, observa-se que a coesão pode ser desprezada e, além disso, dadas as elevadas condições de permeabilidade e de dissipação de poro-pressão, deve-se analisar a resistência em termos de tensões efetivas [36]. Assim, a resistência máxima de atrito pode ser expressa por:

$$\tau_u = \sigma_{ns}' \operatorname{tg} \phi' \quad \dots \quad (2.21)$$

onde  $\sigma_{ns}'$  e  $\phi'$  representam, respectivamente, a tensão efetiva e o ângulo de atrito em termos de tensões efetivas no plano de interesse.

### 2.3.2 Curva t-z e capacidade de carga vertical de solos

A ideia de substituir o solo por molas se deve originalmente a WINKLER [37]. Em sua formulação original, o solo foi admitido como uma base elástica que respondia linearmente aos deslocamentos impostos a cada ponto da interface solo-fundação. A generalização do Método de Winkler para solos de comportamento não-linear ficou conhecido na literatura como Método de Winkler Modificado.

A Figura 2.9 ilustra a idealização de Winkler para uma viga apoiada no solo. Submetendo-se a viga a uma carga  $q$ , essa viga sofrerá deflexões verticais  $z$  ao longo de seu comprimento. Substituindo o solo por uma série de molas de rigidez  $k$ , haverá uma força de reação  $t$  diretamente proporcional a deflexão  $z$  em cada ponto do domínio, isto é:

$$t = kz \quad \dots \quad (2.22)$$

Na Equação (2.22), a rigidez da mola  $k$  é geralmente referida como coeficiente de recalque ou de reação, podendo ser determinada empiricamente por ensaios em placas de elevada rigidez. No trabalho de HETÉNYI [38], podem ser encontradas diversas aplicações, no campo da Engenharia Civil e Mecânica, do modelo supracitado.

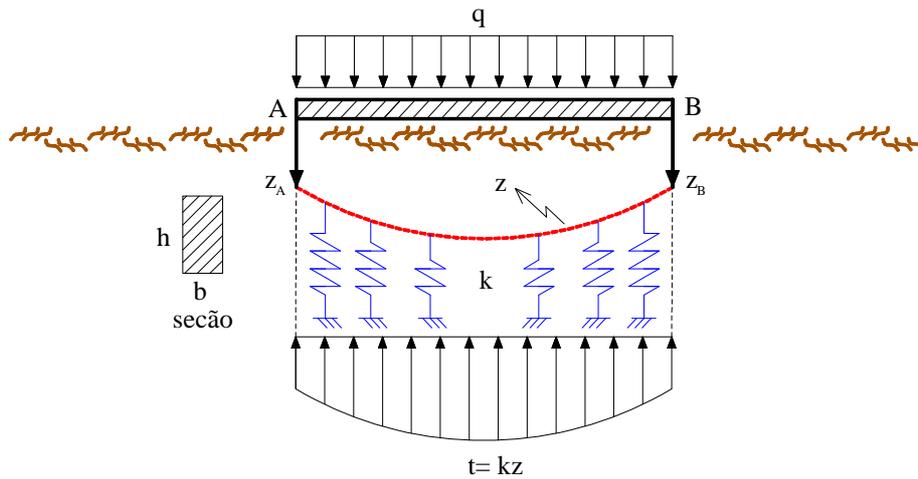


Figura 2.9 – Idealização do solo por molas segundo WINKLER [37].

Vale ressaltar, que no Método de Winkler Modificado, em razão da não-linearidade física do solo, a Equação (2.22) deve ser reescrita mediante um coeficiente de reação variável com a deflexão  $z$ , conforme a Equação seguinte:

$$t = k(z)z \quad \dots \quad (2.23)$$

As curvas  $t$ - $z$  também podem ser úteis para estruturas verticais como estacas, sendo também aplicáveis a condutores conforme ilustra a Figura 2.10.

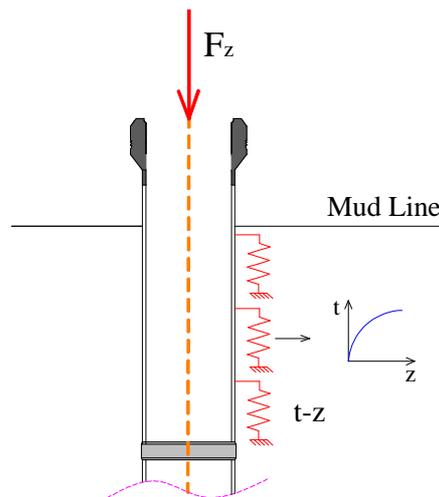


Figura 2.10 – Idealização da interação condutor-solo por molas não-lineares  $t$ - $z$ .

ANAGNOSTOPOULOS [17], considerando a relação proposta por MASING [16], idealiza um modelo de curva  $t$ - $z$  que é construído a partir de um estado de

cisalhamento puro, no qual o equilíbrio de forças na direção vertical se dá em um cilindro de solo de raio interno  $r_e$  e raio externo  $10r_e$ , onde  $r_e$  é o raio externo da estaca. Mediante esta condição, o cálculo da deformação de cisalhamento na interface solo-estrutura leva a seguinte expressão de curva t-z:

$$z = \frac{r_e}{G_{\max}} t \ln \left( \frac{t - 10\tau_u}{t - \tau_u} \right) \quad \dots \quad (2.24)$$

Por outro lado, baseando-se em considerações de curvas teóricas apresentadas por KRAFT *et al.* [39] e de observações empíricas feitas por COYLE & REESE [40] para argilas e COYLE & SULIAMAN [41] para areias, a API-RP-2GEO [2], recomenda, na ausência de dados empíricos ou modelos mais acurados, a utilização da curva t-z descrita pela Tabela 2.2. Esta formulação é válida para solos não carbonáticos e pode ser utilizada de forma geral em estacas de fundações *offshore* cravadas e, naturalmente, para condutores cravados. A Figura 2.11 ilustra o mesmo conjunto de pontos da Tabela 2.2 de forma gráfica.

Tabela 2.2 – Definição dos pontos da curva t-z [2].

$z / z_{peak}$	$t / t_{\max}$	
	<b>Argilas</b>	<b>Areias</b>
0,16	0,30	0,30
0,31	0,50	0,50
0,57	0,75	0,75
0,8	0,90	0,90
1,0	1,00	1,00
2,0	0,70 a 0,90	1,00
$\infty$	0,70 a 0,90	1,00

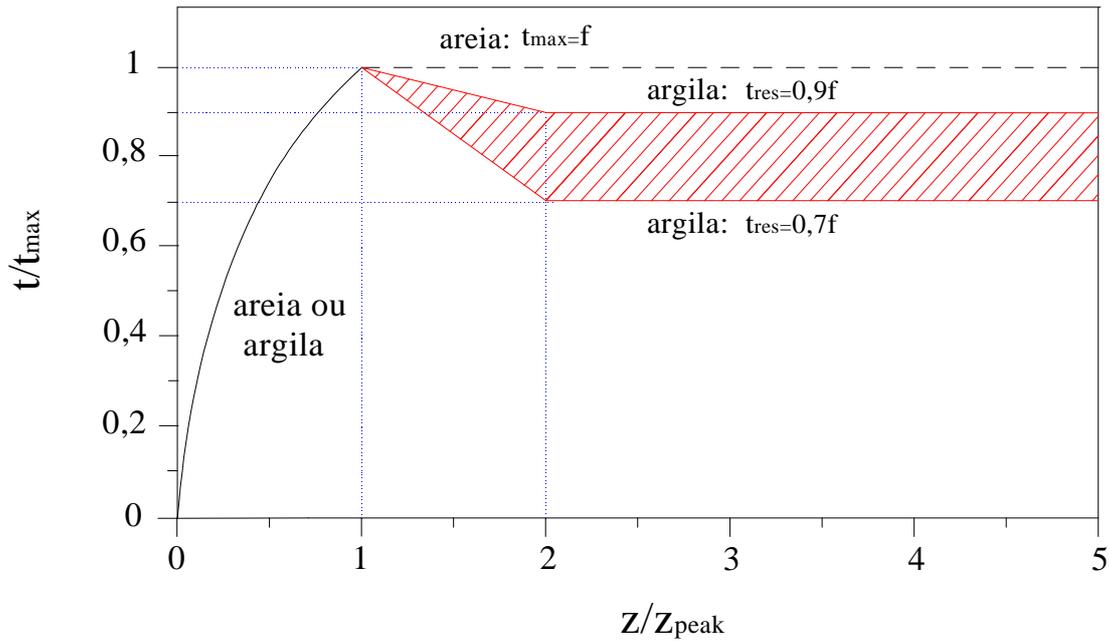


Figura 2.11– Curva t-z segundo a API-RP-2GEO [2].

Na Figura 2.11, as variáveis  $t$  e  $z$  estão em forma adimensional, tomando-se como referência, respectivamente, os valores  $t_{\max}$  e  $z_{peak}$ , os quais representam, respectivamente, a adesão máxima  $f$  e o correspondente deslocamento vertical em um ponto da interface fundação-solo.

Segundo a API-RP-2GEO [2], o valor de deslocamento para se obter a máxima adesão  $t_{\max}$  pode variar consideravelmente em uma faixa de 0,25% a 2% do diâmetro externo do elemento de fundação, sendo recomendado, na falta de dados mais precisos que se utilize a seguinte relação para projetos em geral:

$$z_{peak} = 0,01D \quad \dots \quad (2.25)$$

sendo  $D$  o diâmetro externo do elemento estrutural de fundação ( $D = 2r_e$ ).

Adicionalmente, observa-se que, em argilas, há prescrição de um amolecimento após se atingir um deslocamento máximo  $z_{peak}$  com valores de atrito residual  $t_{res}$  variando entre  $0,7f$  e  $0,9f$ . Já nas areias, admite-se um comportamento plástico sem

amolecimento, com adesão máxima  $f$  para valores de deslocamentos superiores a  $z_{peak}$ .

Por sua vez, na determinação da adesão máxima vale-se do mesmo princípio da envoltória de Coulomb, Equação (2.19), porém os parâmetros de coesão e ângulo de atrito devem ser medidos em relação à interface lateral estrutura-solo [36]. Desta forma, tem-se:

$$t_{\max} = c + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi \quad \dots \quad (2.26)$$

onde  $c$ ,  $\sigma_n$  e  $\varphi$  representam, nesta ordem, a coesão, a tensão normal e o ângulo de atrito na interface lateral estrutura-solo.

Considerando-se a questão da verticalidade dos condutores, pode-se ainda expressar a Equação (2.26) em termos de tensões verticais por:

$$t_{\max} = c + K_0 \operatorname{tg} \varphi \sigma_v \quad \dots \quad (2.27)$$

onde  $K_0$  é o coeficiente de empuxo lateral e  $\sigma_v$  a tensão vertical total ou pressão de sobrecarga (*overburden*).

Assim como a resistência de cisalhamento máxima do solo, a adesão máxima admite casos particulares para argilas e areias, onde se desprezam, respectivamente, o ângulo de atrito  $\varphi$  ou a coesão  $c$  na interface lateral estrutura-solo. Vários autores estudaram a correlação de  $t_{\max}$  com a resistência não drenada [36] e chegaram a seguinte correlação:

$$t_{\max} = \alpha S_u \quad \dots \quad (2.28)$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro empírico denominado de fator de adesão para argilas.

Já para areias, dadas as condições de elevada permeabilidade e dissipação de poro-pressões, é comum particularizar a Equação (2.27) em termos de tensões efetivas [36], conforme indica a Equação (2.29).

$$t_{\max} = \beta p'_o \quad \dots \quad (2.29)$$

onde o parâmetro  $\beta$  é o fator de adesão para areias dado por:

$$\beta = K_o tg \varphi' \quad \dots \quad (2.30)$$

sendo  $\varphi'$  o ângulo de atrito em termos de tensões efetivas. Já  $p'_o$  representa a pressão vertical efetiva, conforme determina a Equação (2.31).

$$p'_o = \sigma_v - P_p \quad \dots \quad (2.31)$$

onde  $P_p$  representa a poro-pressão.

É importante destacar que de posse dos valores de adesão máxima pode-se determinar a capacidade de carga dos condutores. A capacidade de carga de uma estaca pode ser determinada considerando-se a soma de sua resistência de ponta e de sua resistência lateral [36], conforme indica a Equação (2.32):

$$R_c = R_p + R_l \quad \dots \quad (2.32)$$

onde  $R_p$  é a resistência de ponta e  $R_l$  a resistência lateral.

Particularmente, na análise de um condutor, não se deve considerar a parcela de resistência de ponta na estimativa de sua capacidade de carga, pois durante a perfuração da fase seguinte à sua instalação, pode ocorrer erosão na região de ponta, em virtude da circulação do fluido inerente ao processo de perfuração. Mesmo no caso de condutores do tipo base torpedo, onde as bases das aletas poderiam exercer alguma resistência de ponta, é comum desprezar-se esta contribuição pela mesma razão. A Figura 2.12 ilustra os tipos de condutores empregados na construção de poços de petróleo *offshore* e a possível erosão na região da base.

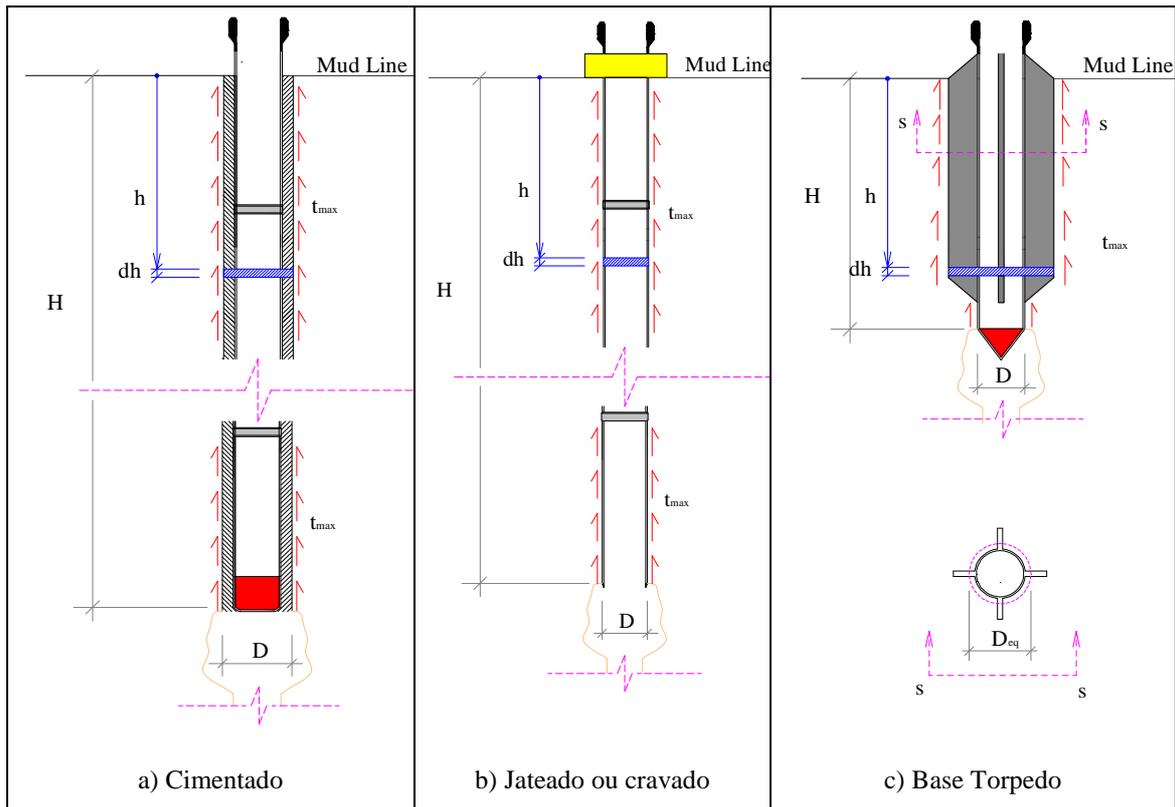


Figura 2.12 – Adesão lateral para estimativa da capacidade de carga em diferentes tipos de condutores.

Assim sendo, a capacidade de carga do condutor pode ser estimada computando-se a contribuição da adesão máxima ao longo de todo perímetro do condutor, isto é:

$$R_c = \pi \int_0^H D t_{\max} dh \quad \dots \quad (2.33)$$

onde  $H$  é o comprimento enterrado do condutor e  $D$  é o diâmetro externo do elemento estrutural em contato com o solo. No caso de base torpedo em razão de geometria não regular, existem diferentes metodologias que permitem estimar sua capacidade de carga. No cálculo analítico, deve-se considerar a influência das aletas mediante o perímetro da seção transversal ao longo da profundidade (determinação de um diâmetro equivalente  $D_{eq}$ , variável ao longo do comprimento, que leve ao mesmo perímetro por profundidade). Já modelos de elementos finitos consideram a interação solo-estrutura, onde a interface é modelada por meio de elementos de contato. AGUIAR [42], por exemplo, propõe um modelo em elementos finitos para cálculo da capacidade de carga de estacas após a total dissipação de poro-pressões do solo. Já SOUSA *et al.* [43] apresentam um modelo em elemento finitos para estimativa da capacidade de carga de

uma base torpedo logo após sua instalação e um modelo analítico para previsão da evolução da capacidade de carga com o tempo (*set-up*).

A Equação (2.33) pode ser aplicada para argilas e areias segundo a expressão adequada de  $t_{\max}$ . Para argilas, valendo-se da Equação (2.28), resulta:

$$R_c = \pi \int_0^H D \alpha S_u dh \quad \dots \quad (2.34)$$

Já para areias, considerando-se a Equação (2.29), tem-se:

$$R_c = \pi \int_0^H D \beta p'_o dh \quad \dots \quad (2.35)$$

Conforme se pode perceber, para uma caracterização adequada da curva t-z e do cálculo de capacidade de carga, é necessária uma estimativa adequada dos fatores de adesão  $\alpha$  e/ou  $\beta$ . Com este intuito, apresenta-se a seguir uma revisão bibliográfica destes parâmetros considerando-se os diferentes tipos de estacas: cravadas, perfuradas e cimentadas, condutores jateados e base torpedo.

### 2.3.3 Fator de adesão

A API-RP-2GEO [2] descreve uma metodologia de estimativa dos fatores de adesão  $\alpha$  e  $\beta$  para estacas cravadas, respectivamente, para argilas e algumas classes de areias. Vale destacar que os fatores de adesão  $\alpha$  e  $\beta$ , são valores máximos, obtidos após o *set-up* do solo.

Para argilas é indicada a correlação dada pela Equação (2.36), enquanto para areias é indicada a Tabela 2.3. A classificação das areias é dada conforme ilustra a Tabela 2.4.

$$\alpha = \begin{cases} 0.5\psi^{-0.50} & \text{se } \psi \leq 1 \\ 0.5\psi^{-0.25} & \text{se } \psi > 1 \end{cases} ; \text{ com } \alpha \leq 1 \quad \dots \quad (2.36)$$

onde  $\psi$ , é um fator inerente às partículas de solo, dependente do quociente entre a resistência não drenada e a pressão de sobrecarga efetiva na profundidade de interesse, isto é:

$$\psi = \frac{S_u}{p'_o} \quad \dots \quad (2.37)$$

Tabela 2.3 – Coeficientes de atrito para areias [2]

Densidade Relativa	Descrição do solo	$\beta$	Limite de $f(h)$ em kPa (kips/ft <sup>2</sup> )
Muito Fofa	Areia	Não Aplicavel	Não Aplicavel
Fofa	Areia		
Fofa	Areia e Silte		
Media	Silte		
Compacta	Silte		
Média	Areia e Silte	0,29	67 (1,4)
Média	Areia	0,37	81 (1,7)
Compacta	Areia e Silte	0,46	96 (2,0)
Compacta	Areia		
Muito Compacta	Areia e Silte		
Muito Compacta	Areia	0,56	115 (2,4)

Tabela 2.4 – Escala de classificação de areias e siltes [2]

Densidade Relativa	Escala
Muito Fofa	0-15
Fofa	15-35
Media	35-65
Compacta	65-85
Muito Compacta	85-100

Vale salientar que os valores de fator de adesão preconizados pela API-RP-2GEO [2] não se aplicam a condutores não cravados. Existem na literatura, porém, fatores de adesão médios  $\alpha$  e/ou  $\beta$  que foram obtidos em campo a partir de testes de capacidade de carga para estacas perfuradas e cimentadas e condutores jateados.

No tocante às estacas perfuradas e cimentadas, KRAFT & LYONS [44] citam alguns fatores que influenciam no desenvolvimento da adesão máxima na interface cimento-solo e que se aplicam perfeitamente à análise de condutores submetidos ao mesmo processo de instalação, a saber:

- Alívio de tensão em virtude da remoção do solo perfurado, inchamento das partículas de argila e tempo decorrido entre a perfuração e instalação da pasta de cimento;
- Perturbação mecânica decorrente da interação entre broca e solo, durante a etapa de perfuração do poço, e entre condutor e solo, durante a etapa de descida;
- Formação de um filme de materiais sólidos (reboco) na parede do poço em razão da penetração do filtrado do fluido de perfuração;
- Interferência do fluido de perfuração no desenvolvimento do atrito entre aço e cimento e entre cimento e solo;
- Migrações de solo, água e pasta de cimento em razão de diferentes gradientes químicos.

Como se pode perceber, a determinação do fator de adesão depende de uma série de fatores de difícil quantificação. Em razão desta dificuldade, vários autores procuraram determinar um único fator que englobasse os fenômenos supracitados mediante testes de campo.

KRAFT & LYONS [44], a partir dos resultados obtidos por [45-51] para argilas, sugerem os seguintes intervalos de fator de adesão a serem adotados em projeto após *set-up* do solo:

- $0,3 \leq \alpha \leq 0,5$ , para argilas sobreadensadas;
- $0,5 \leq \alpha \leq 1$ , para argilas normalmente adensadas.

Enquanto para areias, baseando-se no trabalho de TOUMA & REESE [52], KRAFT & LYONS [44] sugerem:

- $\beta = 0,5tg\varphi'$ , para compressão da estaca;
- $\beta = 0,7tg\varphi'$ , para tração da estaca.

Segundo KRAFT & LYONS [44], este ângulo pode ser estimado a partir do ângulo de atrito efetivo do solo por:

$$\phi' = \phi' - 5^\circ \quad \dots \quad (2.38)$$

É importante ressaltar que a utilização dos fatores  $\alpha$  e  $\beta$  pressupõe que a resistência da interface cimento-solo é inferior à da interface condutor-cimento. Apesar de ser uma tendência na maior parte dos cenários *offshore*, há evidências do contrário em estacas cimentadas sobre rocha [53].

No tocante a condutores jateados, existem vários fatores operacionais e de projeto que podem afetar sobremaneira a adesão, quais sejam:

- Vazão de jateamento;
- Reciprocção (manobra de subida e descida da coluna para vencer pontos de dificuldade de jateamento) e peso descarregado sobre a formação durante o processo de instalação do condutor;
- Uso ou não de colchões de fluido carreadores de cascalhos;
- Distância dos jatos da broca até a extremidade inferior do condutor;
- Ângulo de divergência dos jatos da broca;
- Características dos conectores dos tubos (com ou sem ressalto).

A influência de cada um dos fatores supracitados na adesão é de difícil mensuração. Além disso, alguns deles, como vazão de jateamento e frequência de reciprocção, são de difícil predição na fase de projeto.

Vale salientar que o processo de jateamento deve ser realizado em solos argilosos e evitado em solos arenosos, pois se trata de um processo de remoção de solo por circulação de fluido. Em solos arenosos, esta técnica pode se mostrar antieconômica ou mesmo inviável.

JEANJEAN [54] e ZHOU *et al.* [55] constataram, mediante medições de campo, que a adesão de um condutor jateado apresenta um comportamento logarítmico com o tempo, em razão da recuperação do solo (*set-up*). No Golfo do México (GOM), verificou-se que a resistência do condutor após dez dias era de pelo menos duas vezes e meia a resistência inicial, medida ao término do jateamento.

A capacidade de carga inicial do condutor  $R_0$ , medida ao término do jateamento, tem sido um parâmetro muito utilizado nos modelos de quantificação da adesão dos condutores jateados, pois retrata de uma forma global a influência de todos os parâmetros envolvidos (operacionais e de projeto). JEANJEAN [54], por exemplo,

sugere a seguinte formulação para se estipular a variação do fator de adesão  $\Delta\alpha_t$  com o tempo:

$$\Delta\alpha_t = \frac{R_t - R_0}{\pi D H S_u(H)} \quad \dots \quad (2.39)$$

onde  $R_t$  é a capacidade de carga do condutor em um certo tempo e  $S_u(H)$  é a resistência não drenada tomada na extremidade inferior do condutor (no caso de perfis obtidos por *cone penetration test* (CPT), deve-se valer do perfil médio de  $S_u$ ).

Baseando-se em dados de campo do GOM, a Equação (2.39) levou a seguinte correlação:

$$\Delta\alpha_t = 0,055(2 + \log t_{er}) \quad \dots \quad (2.40)$$

onde  $t_{er}$  é o tempo, em dias, de recuperação do solo, com  $t_{er} \leq 10$  dias.

SEGUNDO JEANJEAN [54], deve-se restringir a aplicação da fórmula anterior para poços do GOM em campos com condições similares ao do estudo. Além disso, o tempo não deve ser superior a 10 dias, em virtude de os dados obtidos serem inferiores a esta medida.

Combinando-se as Equações (2.39) e (2.40), é possível determinar a capacidade de carga em um tempo  $t_{er}$ , inferior a dez dias, conforme indica a Equação (2.41):

$$R_t = R_0 + 0,055(2 + \log t_{er}) \pi D H S_u(H) \quad \dots \quad (2.41)$$

Uma vez determinada a capacidade de carga em um dado tempo, o fator de adesão  $\alpha(t_r)$  pode ser estimado mediante a Equação (2.42).

$$\alpha(t_r) = \frac{R_t}{\pi \int_0^H D S_u dh} \quad \dots \quad (2.42)$$

A Tabela 2.5 ilustra os valores  $\alpha(t_{er})$  calculados a partir de dados de campo levantados no GOM, enquanto a Figura 2.13 mostra o mesmo resultado em forma gráfica.

Tabela 2.5 – Estimativa do fator de adesão a partir de dados levantados no Golfo do México

Dados (Jeanjean;2002)	$t_{er}$	$\Delta\alpha_t$	$R_t$		$\alpha(t_{er})$
	(dias)		( klbf )	( kN )	
$H = 175 \text{ ft } [53,34 \text{ m}];$ $D = 36 \text{ in } [91,44 \text{ cm}];$ $S_u(h) = 0,0191 \frac{\text{klbf}}{\text{ft}^2} + 0,0043 \frac{\text{klbf}}{\text{ft}^3} h$ $\left[ S_u(h) = 0,915 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + 0,675 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} h \right];$	0,01	0,000	130	578	0,199
	0,1	0,055	200	890	0,307
	0,2	0,072	221	983	0,339
	0,4	0,088	242	1077	0,371
	0,6	0,098	254	1132	0,390
	0,8	0,105	263	1171	0,404
	1	0,110	270	1201	0,414
	2	0,127	291	1295	0,446
	4	0,143	312	1388	0,479
	6	0,153	324	1443	0,498
8	0,160	333	1482	0,511	
10	0,165	340	1512	0,521	

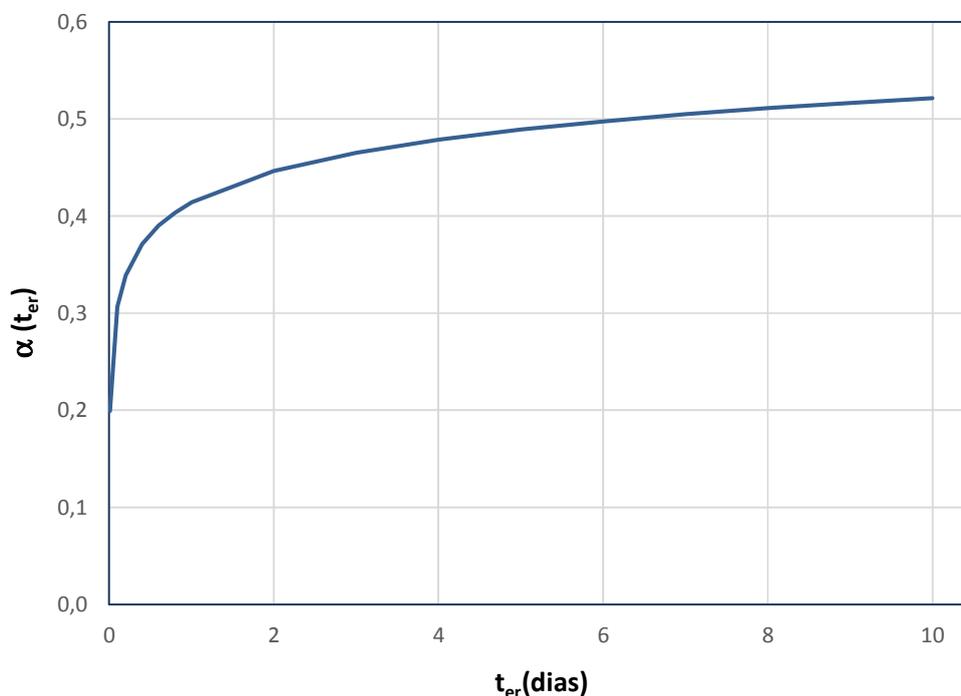


Figura 2.13 – Curva típica de fator de adesão com o tempo para condutores jateados do Golfo do México.

Conforme se pode perceber na Figura 2.13, a taxa de incremento do fator de adesão é, inicialmente, bastante elevada e decrescente com o tempo. Observa-se uma

tendência de estabilização, sem variações apreciáveis do fator de adesão a partir do sexto dia, podendo-se tomar para efeitos práticos de projeto daquela região  $\alpha \approx 0,5$  para um tempo superior a seis dias.

Vale destacar que a metodologia desenvolvida por JEANJEAN [54] pode ser facilmente estendida a qualquer campo que contenha um conjunto razoável de testes.

No tocante a estacas torpedo, AGUIAR [42] destaca que em razão da geometria da seção fugir da tradicional (presença de aletas), os métodos tradicionais de cálculo de capacidade de carga para condições mais gerais de carregamentos, na maioria das vezes, não fornecem uma resposta satisfatória. A exceção ocorre para uma estaca submetida a cargas verticais, cenário onde o uso das expressões propostas pela API-RP-2GEO [2] tem se mostrado adequado [56].

Um aspecto de suma importância que deve ser considerado na avaliação do fator de adesão de uma estaca torpedo é a perturbação do solo em decorrência de sua cravação. AGUIAR [42] destaca que o processo de cravação acarreta em um aumento das poro-pressões no entorno da estaca. À medida que o tempo passa, o excesso de poro-pressões vai sendo dissipado, promovendo o aumento gradativo da tensão efetiva do solo no entorno da estaca, fenômeno conhecido como *set-up* (ou adensamento). O *set-up* do solo ocasiona um aumento da adesão lateral da estaca.

Vale destacar que, embora o *set-up* tenda a reestabelecer a poro-pressão original, o estado inicial de tensões e deformações do solo não necessariamente retornará à condição inicial. O carregamento imposto pela cravação induz um aumento de tensões totais, não apenas pelo aumento de poro-pressão, mas pela própria movimentação do solo. RICHARDSON *et al.* [57], por exemplo, constataram que o fator de adesão pode atingir valores superiores a 1,0 ao final do *set-up*.

Com o intuito de se avaliar melhor o comportamento do *set-up* do solo em estacas torpedos, RICHARDSON *et al.* [57] realizaram uma série de estudos com protótipos cujos resultados indicaram que, a depender dos parâmetros adotados, 50% do valor do fator de adesão poderia ser atingido entre 35 a 350 dias após a instalação, enquanto que o tempo correspondente a 90% do fator de adesão poderia ocorrer entre 2,4 e 24 anos. Por outro lado, MIRZA [58] estima que o tempo para obtenção da adesão máxima em estacas torpedos esteja compreendido entre 1 e 2 anos.

Como se pode perceber, os estudos experimentais e teóricos e a constatação prática relacionados ao *set-up* do solo em estacas torpedos apresentam grande dispersão e divergência.

Segundo AGUIAR [42], no Brasil, as estacas torpedo são carregadas após 90 dias de sua instalação.

No tocante a bases torpedos com função de condutores em poços *offshore* da bacia de Campos, é uma prática recomendada aguardar pelo menos 10 dias a partir de sua instalação antes de qualquer carregamento.

Já na bacia de Santos, realizou-se um teste de campo na base torpedo pioneira do Pré-sal, instalada em 2015. Este teste indicou que após 30 dias de sua instalação o fator de adesão atingiu em torno de 54% do fornecido pela metodologia API.

Já SOUSA *et al.* [43], cuja metodologia foi aplicada a um cenário típico do Pré-Sal, estimou que após 1 mês de *set-up* do solo a capacidade de carga e consequentemente o fator de adesão atinge aproximadamente 62% de seu valor máximo.

Vale destacar que a metodologia API de cálculo analítico de estimativa da capacidade de carga para uma base torpedo, assim como as curvas t-z, podem ser aplicadas mediante certas ressalvas, a saber:

- Na estimativa da capacidade de carga, deve-se considerar o perímetro externo da seção transversal (vide Figura 2.12-c);
- Deve-se aguardar um tempo de *set-up* adequado do solo para que o fator de adesão  $\alpha$  alcance o máximo valor estimado;
- O fator de adesão é limitado à unidade;

AGUIAR [42], valendo-se das ressalvas supracitadas, comparou a capacidade de carga à tração de estacas torpedo, projetadas como âncoras de plataforma *offshore*, obtida pela metodologia preconizada pela API-RP-2GEO [2] e pelo seu modelo em elementos finitos. Observaram-se resultados próximos para solos de resistência relativamente comum ( $S_u = 1,5 \cdot h$  (kPa), com h em metros), corroborando a viabilidade de aplicação da metodologia API para uma gama de casos práticos. A Tabela 2.6 e a Tabela 2.7 sintetizam alguns dos resultados obtidos pelo referido autor.

Como se pode perceber na Tabela 2.6 e na Tabela 2.7, em solos de resistência relativamente comum, as diferenças encontradas nos resultados entre a metodologia API e pelo MEF foram menores que 2,5% e as aletas não influenciaram significativamente. Já para um solo de elevada resistência os resultados divergiram em até 16,3%. Vale destacar que na metodologia API utilizou-se o perímetro da seção ao longo da profundidade para cálculo da capacidade de carga.

Tabela 2.6 – Resultados da comparação entre a metodologia API e o MEF, com o topo da estaca faceando a mud line [42]

	Capacidade de carga (kN)					
	Sem aleta			Com aletas		
	MEF	API	Diferença (%)	MEF	API	Diferença (%)
<b>SOLO A</b> $S_u = 1,5 \left( \frac{kPa}{m} \right) \cdot h$	2674	2622	2,0	4860	4921	1,2
<b>SOLO B</b> $S_u = 6 \left( \frac{kPa}{m} \right) \cdot h$	4401	4395	0,2	10120	8992	12,5

Tabela 2.7 – Resultados da comparação entre a metodologia API e MEF, com o topo da estaca a 16m abaixo da mud line [42]

	Capacidade de carga (kN)					
	Sem aleta			Com aletas		
	MEF	API	Diferença (%)	MEF	API	Diferença (%)
<b>SOLO A</b> $S_u = 1,5 \left( \frac{kPa}{m} \right) \cdot h$	2979	2901	2,5	5176	5200	0,5
<b>SOLO B</b> $S_u = 6 \left( \frac{kPa}{m} \right) \cdot h$	5789	5253	10,2	11456	9850	16,3

É importante salientar que o cálculo do valor do fator de adesão pela metodologia API não fornece nenhuma informação sobre o *set-up* do solo e, portanto, não é adequado para efeitos práticos de projeto, aonde se necessita conhecer a capacidade de carga da base em diferentes etapas de construção do poço e durante sua vida útil. Esta estimativa, conforme já salientado, pode ser realizada mediante a metodologia desenvolvida por SOUSA *et al.* [43].

## 2.4 Flambagem de colunas

Na indústria do petróleo, o modelo de LUBINSKI [18] vem sendo tradicionalmente utilizado na análise de flambagem de colunas de revestimento, colunas de produção e colunas de perfuração. Trata-se de uma formulação aplicável a colunas verticais extensas, onde se admite que a flambagem é helicoidal. No equacionamento do problema, são levados em consideração os esforços normais e de flexão e desprezados os esforços de torção e o atrito lateral decorrente do contato da tubulação com os

elementos adjacentes (poço e colunas). Como a formulação de LUBINSKI [18] depende das forças efetivas ao longo da coluna, essa formulação apresenta como vantagem a possibilidade de avaliar carregamentos combinados de pressão interna, pressão externa, força normal e da própria flexão oriunda da flambagem.

De acordo com MITCHELL [59], a solução desenvolvida por LUBINSKI [18] é brilhante e de simples aplicação e vem sendo empregada constantemente nas análises básicas de flambagem dentro da indústria do petróleo. MACHADO [60] comparou a solução analítica de LUBINSKI [18] com um modelo em elementos finitos. Os resultados apresentaram uma grande aderência, indicando que a solução numérica converge para a solução analítica. É importante salientar que o modelo de Lubinski não se aplica a poços direcionais. Nestes cenários, ainda não foi desenvolvida uma solução analítica e os problemas vêm sendo resolvidos numericamente [61]. Um exemplo de solução desta natureza pode ser encontrado no trabalho de MITCHELL [62].

Dada a relevância da teoria apresentada por LUBINSKI [18], é importante a apresentação de seus fundamentos. Segundo LUBINSKI [18], para que ocorra flambagem em uma coluna vertical é necessário que a “Força Efetiva”  $F_{ef}$  seja negativa, isto é:

$$F_{ef} = F - p_i A_i + p_e A_e \leq 0 \quad \dots \quad (2.43)$$

onde  $F$  é a força real (tração ou compressão),  $p_i$  é a pressão interna na coluna,  $p_e$  é a pressão externa na coluna,  $A_i$  é a área correspondente ao diâmetro interno e  $A_e$  é a área correspondente ao diâmetro externo.

Uma vez identificado que a coluna vai flambar, pode-se determinar o seu encurtamento por flambagem. Valendo-se do teorema da mínima energia potencial total, LUBINSKI [18] demonstrou que a deformação específica correspondente a uma coluna flambada, parcialmente confinada, é expressa pela Equação (2.44).

$$\varepsilon_z = -\frac{r_c^2}{4EI} F_{ef} \quad \dots \quad (2.44)$$

onde  $r_c$  é a distância de confinamento e  $I$  o momento de inércia.

A Figura 2.14 ilustra a convenção do sistema adotado por Lubinski a partir da linha neutra.

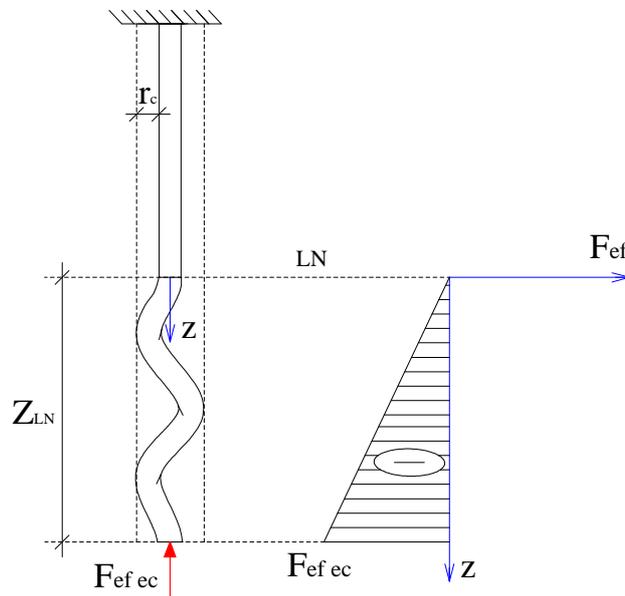


Figura 2.14 – Convenção de sistema adotado para a força efetiva a partir da linha neutra.

Segundo a convenção adotada, a posição da linha neutra de flambagem pode ser determinada pela Equação (2.45).

$$Z_{LN} = \frac{F_{ef\ ec}}{w_a} \quad \dots \quad (2.45)$$

sendo  $w_a$ , o peso linear aparente, dado pela Equação (2.46):

$$w_a = w_r + \rho_i A_i - \rho_e A_e \quad \dots \quad (2.46)$$

sendo  $\rho_i$  o peso específico do fluido interno,  $\rho_e$  o peso específico do fluido externo.

A força efetiva também pode ser expressa em termos da força efetiva na extremidade da coluna  $F_{ef\ ec}$  e da posição da linha neutra de flambagem  $Z_{LN}$ , conforme indica a Equação (2.51):

$$F_{ef} = \frac{F_{efec}}{Z_{LN}} z, \text{ para } 0 \leq z \leq Z_{LN} \quad \dots \quad (2.47)$$

A combinação das Equações (2.44) e (2.47) leva à Equação (2.48), que permite determinar o encurtamento por flambagem pela integração do trecho flambado.

$$\varepsilon_z = -\frac{r_c^2}{4EI} \cdot \frac{F_{efec}}{Z_{LN}} z \quad \dots \quad (2.48)$$

A integração até a posição da linha neutra para uma coluna parcialmente flambada de seção constante, leva ao seguinte deslocamento por flambagem, em valor absoluto:

$$\Delta L_{fl} = \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIW_a} \quad \dots \quad (2.49)$$

No caso de forças efetivas de elevada magnitude na extremidade da coluna, em razão de cargas que geram elevadas pressões internas e forças compressivas, é possível que a coluna esteja totalmente flambada, conforme ilustra a Figura 2.15. Neste cenário os limites de integração devem ser ajustados para todo o comprimento da coluna. Esta condição para uma coluna de seção constante leva, em valor absoluto, ao deslocamento dado pela Equação (2.50):

$$\Delta L_{fl} = \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIW_a} \left[ \frac{LW_a}{|F_{efec}|} \left( 2 - \frac{LW_a}{|F_{efec}|} \right) \right] \quad \dots \quad (2.50)$$

No caso de colunas combinadas, deve-se realizar a integração ao longo de todo comprimento flambado, considerando-se as variações das propriedades geométricas das seções. Esta estratégia leva, em valor absoluto, a:

$$\Delta L_{fl} = \sum \frac{r_{ci}^2}{4EI_i} \overline{F_{efi}} \Delta L_i \quad \dots \quad (2.51)$$

onde  $\overline{F_{efi}}$  é a força efetiva média e  $\Delta L_i$  o comprimento, em cada trecho  $i$  da coluna combinada.

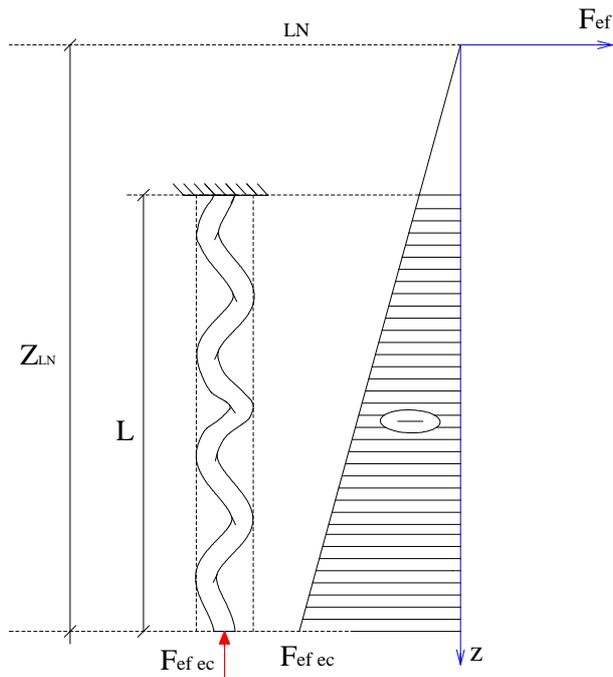


Figura 2.15 – Ilustração de uma coluna totalmente flambada.

# 3

## Desenvolvimento de Curvas t-z

### 3.1 Considerações iniciais

Este capítulo tem por objetivo apresentar as curvas t-z que serão desenvolvidas e empregadas na análise da interação condutor-solo no decorrer deste trabalho.

Na determinação das curvas t-z, será admitido que o modelo de solo segue o comportamento de histerese proposto por MASING [16], porém, com alterações propostas por ISHIRARA *et al.* [15], as quais permitem ajustes das expressões para dados experimentais ou de campo. Esta concepção, contemplando o caráter cíclico da curva tensão e deformação, está descrita no trabalho de CHIN & POULOS [14].

Baseando-se na proposta de ANAGNOSTOPOULOS [17] de cisalhamento simples do solo, serão desenvolvidas expressões de curva t-z para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento.

Por fim, com o intuito de apresentar uma aplicação mais prática, os modelos de curva t-z serão calibrados com dados consagrados da literatura. O trecho de carregamento será ajustado com base na clássica curva t-z proposta pela API-RP-2GEO [2], enquanto os demais trechos serão calibrados à luz de dados de campo obtidos no trabalho de CHIN & POULOS [14].

### 3.2 Curva t-z para o trecho de carregamento

Na determinação da curva t-z para o trecho de carregamento, considere-se a Figura 3.1, na qual se destaca um cilindro de altura  $\Delta h$  formado pelo solo no entorno do condutor. Adicionalmente, seja  $t$  a força por unidade de área atuante na interface condutor-solo e  $\tau_r$  a tensão de cisalhamento atuante na superfície externa do cilindro.

Admitindo-se um estado de cisalhamento puro e impondo-se a condição de equilíbrio de forças na direção vertical vem:

$$2\pi r_c t = 2\pi r \tau_r,$$

o que resulta em:

$$\tau_r = \frac{r_e}{r} t \quad \dots \quad (3.1)$$

É importante destacar que o máximo valor que a força  $t$  pode assumir representa a adesão máxima na interface  $t_{\max}$  (Equação (2.28)) , conforme foi apresentado no capítulo 2.

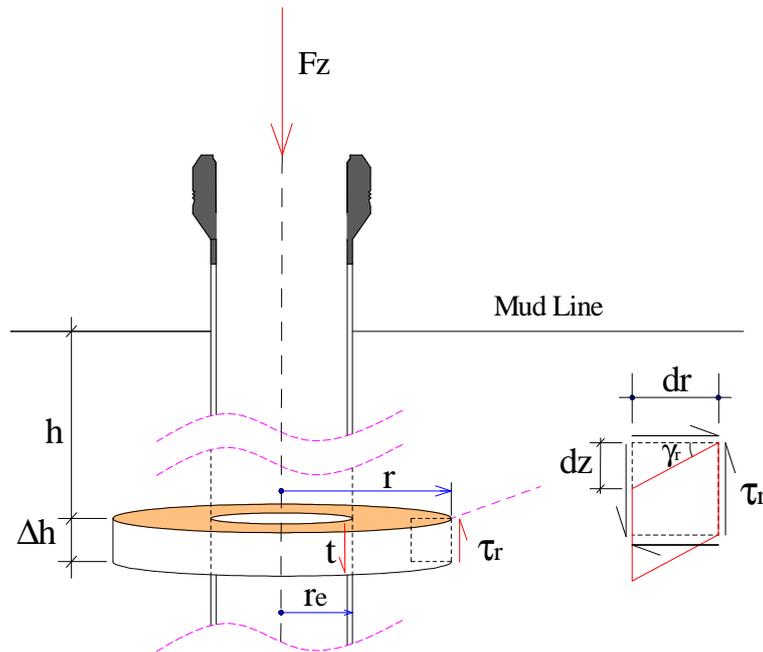


Figura 3.1 – Esquema de esforços em uma porção cilíndrica de solo e deformação em um elemento infinitesimal.

Por sua vez, considerando-se um elemento infinitesimal de comprimento  $dr$  sua deflexão vertical pode ser expressa por:

$$dz = \gamma_r dr .$$

Pode-se, desta forma, associar a deflexão total na interface condutor-solo por:

$$z = \int_{r_e}^{r_{cl}} \gamma_r dr \quad \dots \quad (3.2)$$

onde  $r_{cl}$  é um raio a partir do qual a deformação de cisalhamento pode ser desprezada.

Por sua vez, a deformação de cisalhamento  $\gamma_r$ , expressa na Equação (3.2), pode ser determinada mediante as Equações (2.12), (2.13) e (2.14), respectivamente, para o trecho de carregamento, inversão e recarregamento.

Assim sendo, para o trecho de carregamento, aplicando-se a Equação (2.12) a um elemento infinitesimal distante  $r$  do eixo longitudinal, onde  $\gamma = \gamma_r$  e  $\tau = \tau_r$  obtém-se:

$$\gamma_r = \frac{\tau_r \tau_u}{G_{\max} (-a_1 \tau_r + \tau_u)} \quad \dots \quad (3.3)$$

Finalmente, combinando-se as Equações (3.1) e (3.3), levando-se o resultado obtido para  $\gamma_r$  na Equação (3.2) e integrando-se, encontra-se:

$$z_c = \frac{r_e}{G_{\max}} t \ln \left( \frac{a_1 |t| - (r_{cl} / r_e) \tau_u}{a_1 |t| - \tau_u} \right) \quad \dots \quad (3.4)$$

Observando-se a Equação (3.4), nota-se que é similar a Equação (2.24), deduzida por ANAGNOSTOPOULOS [17]. A diferença se dá em relação a ausência do parâmetro de ajuste  $a_1$  e a adoção do raio  $r_{cl}$  como  $10r_e$  naquela Equação.

Os demais trechos da curva t-z serão obtidos a partir das relações expressas pelas Equações (2.13) e (2.14), as quais, representam, respectivamente o trecho de inversão e o trecho de recarregamento, conforme exposto no que se segue.

### 3.3 Curva t-z para o trecho de inversão

Para o trecho de inversão, deve-se observar que um elemento infinitesimal de solo, tomado a uma distância  $r$  do eixo do condutor, será descarregado a partir do ponto  $A_r$  (vide Figura 3.2).

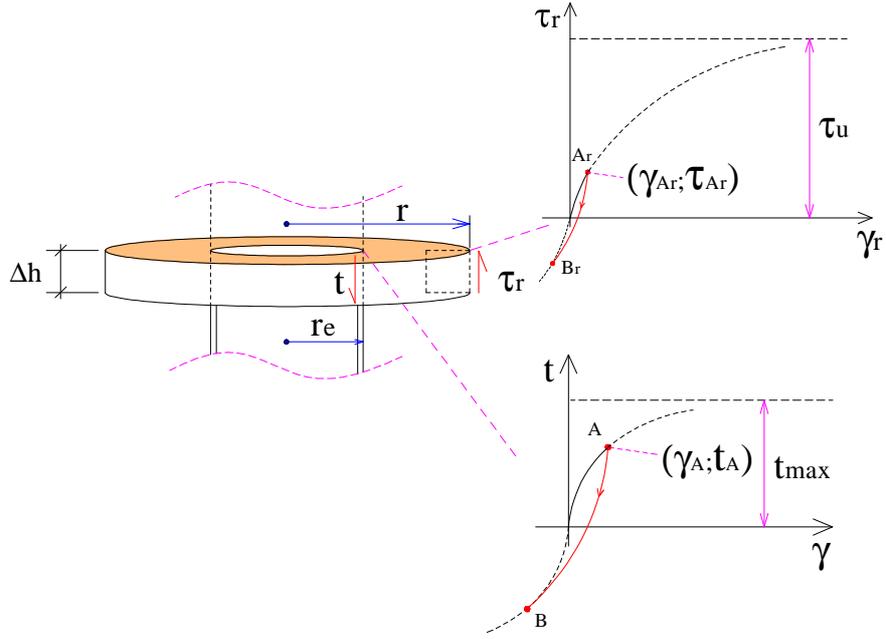


Figura 3.2 – Inversão de carregamento para um elemento tomado a uma distância  $r$  da origem.

As relações entre as variáveis de interesse, nesse caso, são dadas por:

$$\tau_{Ar} = \frac{r_e}{r} t_A \quad \dots \quad (3.5)$$

$$\gamma_{Ar} = \frac{\tau_{Ar} \tau_u}{G_{\max} (-a_1 \tau_{Ar} + \tau_u)} \quad \dots \quad (3.6)$$

$$\tau_r - \tau_{Ar} = \frac{G_{\max} (\gamma_r - \gamma_{Ar})}{[1 + (a_1 G_{\max} / 2a_2) (\gamma_{Ar} - \gamma_r) / \tau_u]} \quad \dots \quad (3.7)$$

Isolando-se a variável  $\gamma_r$ , a partir da Equação (3.7), obtém-se:

$$\gamma_r = \frac{a_1 G_{\max} \gamma_{Ar} (\tau_r - \tau_{Ar}) + 2a_2 \tau_u (\tau_r - \tau_{Ar}) + 2a_2 G_{\max} \tau_u \gamma_{Ar}}{G_{\max} [a_1 (\tau_r - \tau_{Ar}) + 2a_2 \tau_u]} \quad \dots \quad (3.8)$$

Então, substituindo-se as relações dadas pelas Equações (3.1), (3.5) e (3.6) na Equação (3.8), e levando-se o resultado para  $\gamma_r$  na Equação (3.2), mediante recursos de matemática simbólica do *software* Mathematica® [71], encontra-se:

$$z_i = \frac{r_e}{G_{\max}} \left[ t_A \ln \left( \frac{(a_1 t_A - (r_{cl}/r_e) \tau_u)(a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 \tau_u)}{(a_1 t_A - \tau_u)(a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 (r_{cl}/r_e) \tau_u)} \right) + t \ln \left( \frac{a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 (r_{cl}/r_e) \tau_u}{a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 \tau_u} \right) \right] \quad (3.9)$$

### 3.4 Curva t-z para o trecho de recarregamento

As relações de interesse para o trecho de recarregamento podem ser obtidas de forma análoga às efetuadas para o trecho de inversão. Com este propósito, considere-se a Figura 3.3, que ilustra o estado inicial de recarregamento a partir do ponto  $B$ , na interface condutor-solo, e o correspondente estado de tensão cisalhante carregado a partir do ponto  $B_r$  de um elemento infinitesimal de solo, tomado a uma distância  $r$  do eixo do condutor.

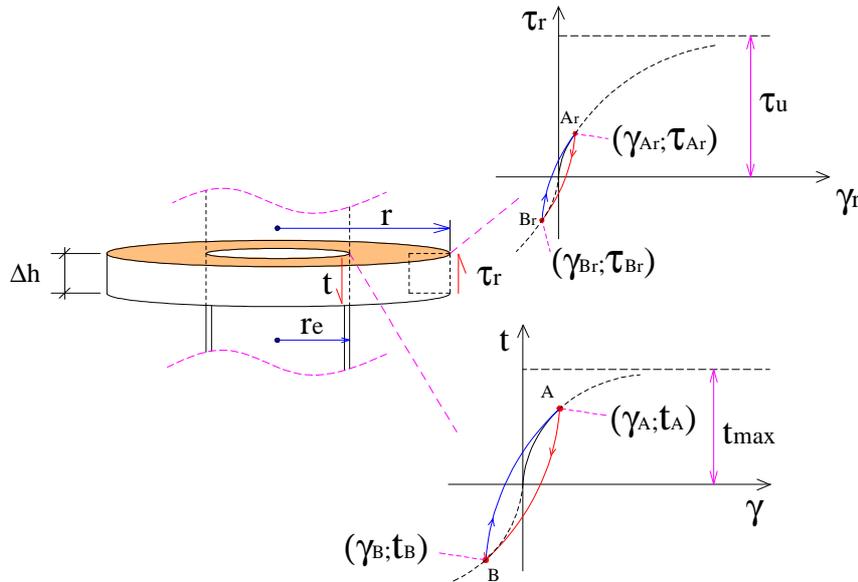


Figura 3.3 – Recarregamento de um elemento tomado a uma distância  $r$  da origem.

Neste cenário, as relações de interesse passam a ser expressas por:

$$\tau_{Br} = \frac{r_e}{r} t_B \quad \dots \quad (3.10)$$

$$\gamma_{Br} = \frac{a_1 G_{\max} \gamma_{Ar} (\tau_{Br} - \tau_{Ar}) + 2a_2 \tau_u (\tau_{Br} - \tau_{Ar}) + 2a_2 G_{\max} \tau_u \gamma_{Ar}}{G_{\max} [a_1 (\tau_{Br} - \tau_{Ar}) + 2a_2 \tau_u]} \quad \dots \quad (3.11)$$

$$\tau_r - \tau_{Br} = \frac{G_{\max}(\gamma_r - \gamma_{Br})}{\left[1 + (a_1 G_{\max} / 2a_2 a_3)(\gamma_r - \gamma_{Br}) / \tau_u\right]} \quad \dots \quad (3.12)$$

Isolando-se a variável  $\gamma_r$ , a partir da Equação (3.12), obtém-se:

$$\gamma_r = \frac{a_1 G_{\max} \gamma_{Br} (\tau_r - \tau_{Br}) - 2a_2 a_3 \tau_u (\tau_r - \tau_{Br}) - 2a_2 a_3 G_{\max} \tau_u \gamma_{Br}}{G_{\max} [a_1 (\tau_r - \tau_{Br}) + 2a_2 a_3 \tau_u]} \quad \dots \quad (3.13)$$

Na Equação (3.11),  $\tau_{Ar}$ ,  $\gamma_{Ar}$  são dadas, respectivamente, pela Equações (3.5) e (3.6).

Assim sendo, substituindo-se as relações dadas pelas Equações (3.1), (3.5), (3.6), (3.10) e (3.11) na Equação (3.13), e levando-se o resultado de  $\gamma_r$  na Equação (3.2), mediante recursos de matemática simbólica do *software* Mathematica<sup>®</sup> [71], encontra-se:

$$z_r = z_i(t_B) + \frac{r_e}{G_{\max}} \left[ t_B \ln \left[ \frac{(a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 \tau_u)}{(a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 (r_{cl} / r_e) \tau_u)} \right] + t \ln \left( \frac{a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 (r_{cl} / r_e) \tau_u}{a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 \tau_u} \right) \right] \quad (3.14)$$

onde  $z_i(t_B)$  é a Equação (3.9) aplicada em  $t_B$ .

### 3.5 Coeficiente de reação vertical máximo

Um ponto importante a ser destacado é que a inclinação na origem do trecho de carregamento, assim como a inclinação inicial nos trechos de inversão e recarregamento, são iguais e representam o coeficiente de reação vertical máximo  $k_{\max}$ . Seu valor pode ser obtido por derivação implícita de t em relação a z, a partir das Equações (3.4), (3.9) ou (3.14), resultando em:

$$k_{\max} = \frac{G_{\max}}{r_e \ln(r_{cl} / r_e)} \quad \dots \quad (3.15)$$

### 3.6 Curvas t-z e coeficiente de reação vertical para casos práticos

Conforme se pode observar, as curvas t-z e o coeficiente de reação vertical máximo são dependentes do raio do cilindro  $r_{cl}$ , delimitado para estudo do acoplamento solo-estrutura. Segundo AGUIAR [63], análises por elementos finitos indicaram que a partir de  $r_{cl} = 20r_e$  não há mais influência das condições de contorno na resposta deste tipo de problema. Esta hipótese será adotada doravante neste trabalho. Assim sendo, as Equações (3.4), (3.9), (3.14) e (3.15) tomam a forma:

$$z_c = \frac{r_e}{G_{\max}} t \ln \left( \frac{a_1 |t| - 20\tau_u}{a_1 |t| - \tau_u} \right) \quad \dots \quad (3.16)$$

para o trecho de carregamento;

$$z_{in} = \frac{r_e}{G_{\max}} \left[ t_A \ln \left( \frac{(a_1 t_A - 20\tau_u)(a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 \tau_u)}{(a_1 t_A - \tau_u)(a_1 t - a_1 t_A + 40a_2 \tau_u)} \right) + t \ln \left( \frac{a_1 t - a_1 t_A + 40a_2 \tau_u}{a_1 t - a_1 t_A + 2a_2 \tau_u} \right) \right] \quad (3.17)$$

para o trecho de inversão;

$$z_r = z_{in}(t_B) + \frac{r_e}{G_{\max}} \left[ t_B \ln \left[ \frac{(a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 \tau_u)}{(a_1 t - a_1 t_B - 40a_2 a_3 \tau_u)} \right] + t \ln \left( \frac{a_1 t - a_1 t_B - 40a_2 a_3 \tau_u}{a_1 t - a_1 t_B - 2a_2 a_3 \tau_u} \right) \right] \quad (3.18)$$

para o trecho de recarregamento, e:

$$k_{\max} = \frac{G_{\max}}{r_e \ln(20)} \cong \frac{G_{\max}}{3r_e} \quad \dots \quad (3.19)$$

para o coeficiente de reação vertical máximo. Na Equação (3.18),  $z_{in}(t_B)$  representa o valor da Equação (3.17) tomado em  $t_B$ .

A partir das relações t-z indicadas nas Equações (3.16), (3.17) e (3.18), observa-se que, uma vez definidos os parâmetros do solo  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $G_{\max}$  e  $\tau_u$ , a tensão de

cisalhamento fica como função das variáveis  $t, z_A, t_A, z_B$  e  $t_B$ , isto é,  $z = z(t, z_A, t_A, z_B, t_B)$ , conforme ilustra a Figura 3.4.

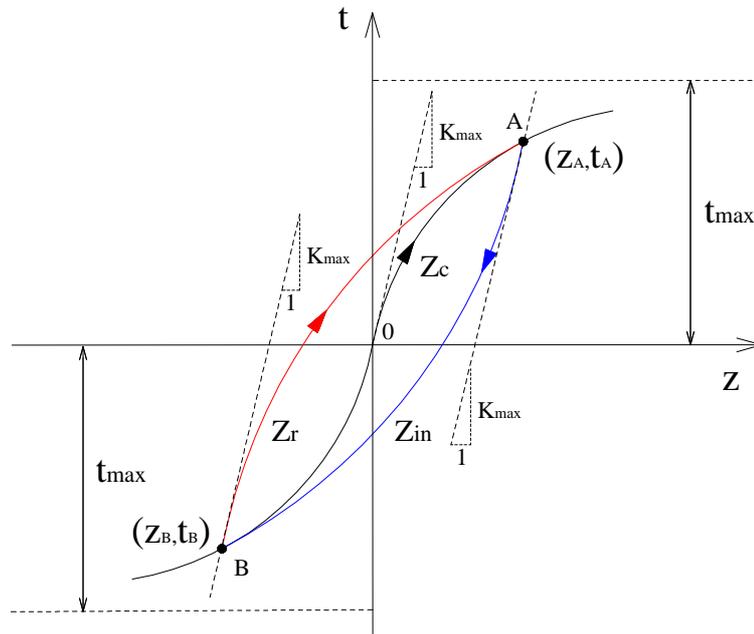


Figura 3.4 – Traçado das curvas t-z.

### 3.7 Estimativas dos parâmetros presentes nas curvas t-z

Para os objetivos deste trabalho, é de grande importância conhecer estimativas adequadas dos parâmetros presentes nas curvas t-z, quais sejam: o módulo de cisalhamento máximo ( $G_{\max}$ ) e parâmetros de ajuste ( $a_1, a_2$  e  $a_3$ ). Em razão das limitações de reprodução em ensaios de laboratório, frequentemente, estas variáveis são estimadas a partir de testes de campo.

Assim sendo, apresenta-se, neste item, uma estimativa destes parâmetros. O parâmetro  $a_1$  e o módulo  $G_{\max}$  serão obtidos a partir da curva t-z da API-RP-2GEO [2] mediante uma calibração de modelos, enquanto os demais parâmetros serão adotados com base nas observações de CHIN & POULOS [14], conforme apresentado no que se segue.

#### 3.7.1 Extração de $G_{\max}$ e $a_1$ a partir da curva t-z da API-RP-2GEO

Conforme apresentado no item 3.5, a tangente inicial do trecho de carregamento da curva t-z pode ser expressa em termos do módulo de cisalhamento máximo. Desta forma, isolando-se  $G_{\max}$  a partir da Equação (3.19) resulta:

$$G_{\max} = 3r_e k_{\max} \quad \dots \quad (3.20)$$

Assim sendo, admitindo-se linearidade da curva até o primeiro ponto da curva t-z, de acordo com a Tabela 2.2, pode-se escrever:

$$k_{\max} = \frac{0,3t_{\max}}{0,16z_{peak}} \quad \dots \quad (3.21)$$

Então, para argilas, valendo-se das relações de  $z_{peak}$  e  $t_{\max}$  ditas, respectivamente, pelas Equações (2.25) e (2.28), obtém-se:

$$k_{\max} = 93,75 \frac{\alpha S_u}{r_e} \quad \dots \quad (3.22)$$

Finalmente, levando-se o resultado de  $k_{\max}$  na Equação (3.20) resulta:

$$G_{\max} = 281\alpha S_u \quad \dots \quad (3.23)$$

Como já apresentado no Capítulo 2, o fator de adesão  $\alpha$  varia geralmente de 0,5 a 1. Assim, observa-se que a Equação (3.23) se distanciou bastante em relação às correlações apresentadas na Tabela 2.1. Contudo, dada a grande variabilidade no valor  $z_{peak}$ , como cita a própria API-RP-2GEO [2], caso se adotasse o valor inferior relatado ( $z_{peak} = 0,25\% D$ ), obter-se-iam valores de  $G_{\max}$  mais próximos das correlações supracitadas ( $G_{\max} = 1125\alpha S_u$ ).

Por sua vez, o mesmo desenvolvimento para areia leva a:

$$G_{\max} = 281\beta p_o' \quad \dots \quad (3.24)$$

Já o parâmetro  $a_1$  pode ser determinado para que a curva teórica t-z, ditada pela Equação (3.16), se ajuste de forma otimizada aos pontos da Tabela 2.2, conforme ilustra a Figura 3.5.

Em argilas, considerando-se que  $\tau_u = S_u$  e  $t_{\max} = \alpha S_u$ , o melhor ajuste da curva teórica em relação à API é obtido da seguinte correlação:

$$a_1 = \frac{0,931}{\alpha} \quad \dots \quad (3.25)$$

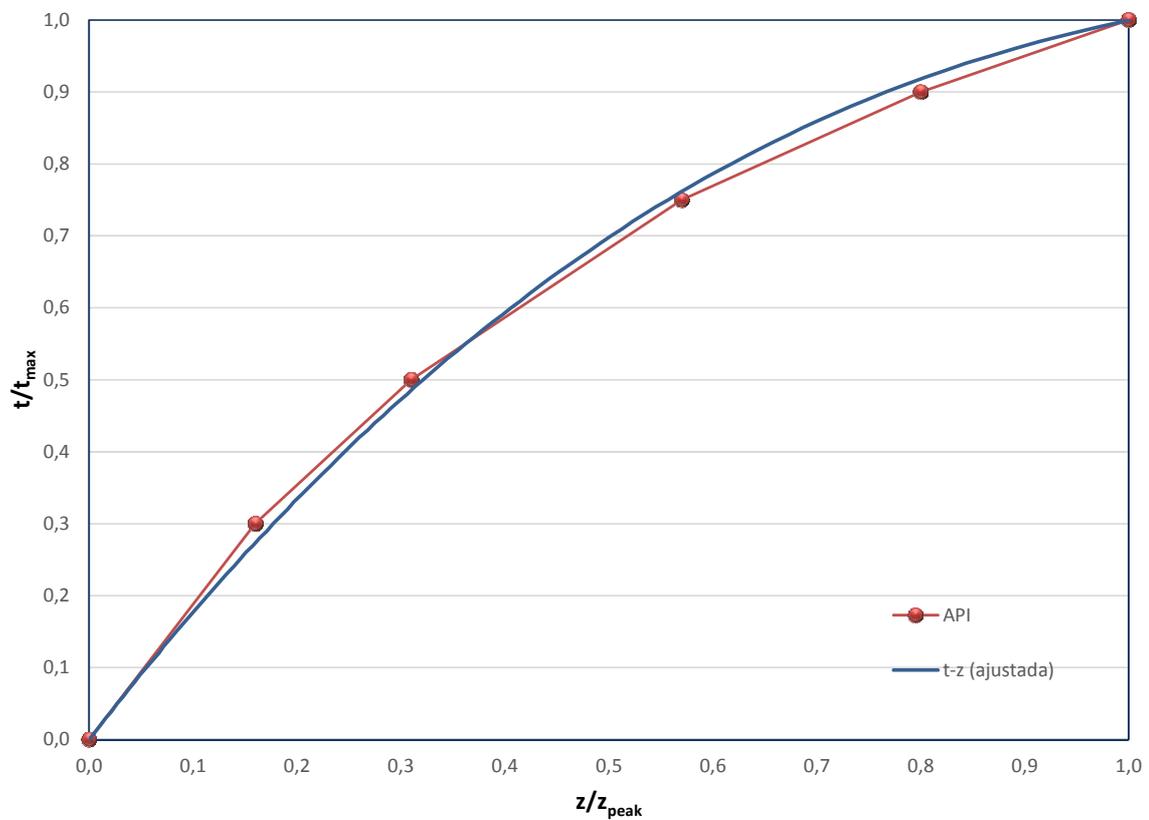


Figura 3.5 – Ajuste do parâmetro  $a_1$  a partir da curva t-z da API-RP-2GEO [2].

Por sua vez, para areias, considerando-se  $\tau_u = \sigma_{ns}' tg\phi' = K_0 tg\phi' p_o'$ ,  $t_{\max} = \beta p_o'$  e  $\beta = K_0 tg\phi'$ , o coeficiente de ajuste pode ser expresso genericamente por:

$$a_1 = \frac{0,931 k_0 tg\phi'}{\beta} \quad \dots \quad (3.26)$$

### 3.7.2 Estimativa dos parâmetros $a_2$ e $a_3$

Neste trabalho, será adotado  $a_2 = 1$ , em razão das observações de campo obtidas por CHIN & POULOS [14], conforme apresentado no Capítulo 2, e também por segurança de projeto, uma vez que este valor de  $a_2$  maximiza o deslocamento residual em um descarregamento (vide Figura 2.5).

Baseando-se na curva de degradação com o número de ciclos (Figura 2.8), o parâmetro  $a_3$  também será adotado como unitário, pois, neste trabalho, os ciclos estão associados basicamente à instalação e retirada do BOP e carregamentos de produção/injeção ou TFR, sendo portanto baixos. Não é escopo deste trabalho a análise de paradas repetidas de operações de produção/injeção ou TFR. A Figura 3.6 ilustra a pequena variação do parâmetro  $a_3$  para um total de dez ciclos de alta amplitude ( $0,97 < a_3 < 1$ ).

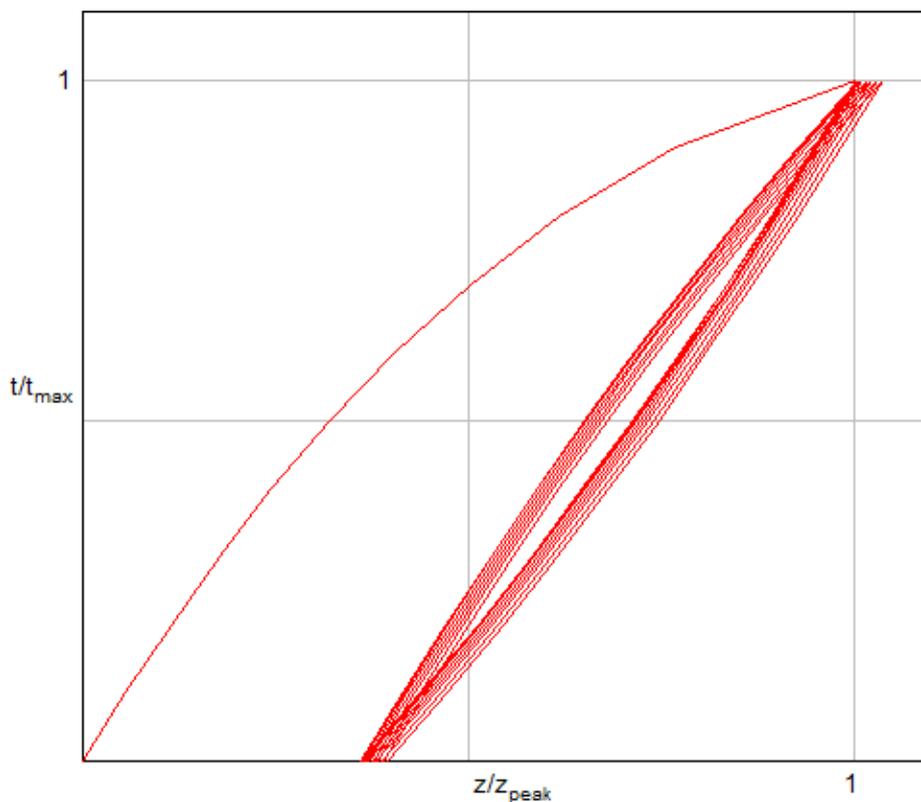


Figura 3.6 – Influência do parâmetro  $a_3$  na curva t-z para dez ciclos.

### 3.8 Calibração das curvas teóricas t-z

Neste item são apresentadas as equações da curvas t-z para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, já calibradas, a serem empregadas nas implementações futuras deste trabalho.

#### 3.8.1 Trecho de carregamento

Pode-se demonstrar que uma única equação pode ser ajustada tanto para argilas quanto para areias. Por exemplo, para argilas, considerando-se  $\tau_u = S_u$  e levando-se as correlações de  $G_{\max}$  e  $a_1$ , dadas, respectivamente pelas Equações (3.23) e (3.25) na Equação (3.16) resulta:

$$\frac{z_c}{z_{peak}} = 0,178 \left( \frac{t}{t_{\max}} \right) \ln \left[ \frac{0,931|t/t_{\max}| - 20}{0,931|t/t_{\max}| - 1} \right] \quad \dots \quad (3.27)$$

onde valeram-se das definições API:  $t_{\max} = \alpha S_u$  e  $z_{peak} = 0,01D$  com  $D = 2r_e$ .

Em areias, o mesmo resultado pode ser obtido levando-se  $\tau_u = K_0 t g \phi' p_o'$ ,  $t_{\max} = \beta p_o'$  e as correlações de  $G_{\max}$  e  $a_1$ , dadas, respectivamente, pelas Equações (3.24) e (3.26) na Equação (3.16).

#### 3.8.2 Trecho de inversão

De forma análoga a realizada para o trecho de carregamento, para argilas ou areias, substituindo-se os parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $G_{\max}$ ,  $\tau_u$  na Equação (3.17) e valendo-se das definições de  $z_{peak}$  e  $t_{\max}$  obtém-se:

$$\frac{z_{in}}{z_{peak}} = 0,178 \left\{ \left( \frac{t_A}{t_{\max}} \right) \ln \left\{ \frac{[0,931(t_A/t_{\max}) - 20][0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_A/t_{\max}) + 2]}{[0,931(t_A/t_{\max}) - 1][0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_A/t_{\max}) + 40]} \right\} + \left( \frac{t}{t_{\max}} \right) \ln \left[ \frac{0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_A/t_{\max}) + 40}{0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_A/t_{\max}) + 2} \right] \right\} \quad (3.28)$$

### 3.8.3 Trecho de recarregamento

De forma análoga a realizada para os trechos de carregamento e inversão, para argilas ou areias, substituindo-se os parâmetros  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $G_{\max}$  e  $\tau_u$  na Equação (3.18) e valendo-se das definições de  $z_{peak}$  e  $t_{\max}$  obtém-se:

$$\frac{z_r}{z_{peak}} = \frac{z_{in}}{z_{peak}}(t_B) + 0,178 \left\{ \left( \frac{t_B}{t_{\max}} \right) \ln \left\{ \frac{[0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_B/t_{\max}) - 2]}{[0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_B/t_{\max}) - 40]} \right\} + \left( \frac{t}{t_{\max}} \right) \ln \left[ \left( \frac{0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_B/t_{\max}) - 40}{0,931(t/t_{\max}) - 0,931(t_B/t_{\max}) - 2} \right) \right] \right\} \quad (3.29)$$

onde  $\frac{z_{in}}{z_{peak}}(t_B)$  representa a Equação (3.28) tomada em  $t_B$ .

### 3.9 Ajustes de funções inversas

Em razão da complexidade das equações de  $z_c$ ,  $z_{in}$  e  $z_r$ , não é possível isolar analiticamente a variável  $t$ . Uma opção seria determinar de forma numérica a solução de cada ponto de interesse  $(z, t)$  pelo algoritmo de Newton-Raphson. Outra opção, mais prática, e com precisão adequada, é utilizar funções exponenciais inversas para aproximar as curvas expressas pelas Equações (3.27), (3.28), e (3.29). No presente trabalho, as equações desenvolvidas, para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, podem ser expressas de forma genérica, respectivamente, pelas Equações (3.30), (3.31) e (3.32).

$$t_c = \frac{k_{\max} z}{1 + \frac{k_{\max}^{n_1}}{p_1} \cdot \left( \left| \frac{z}{t_{\max}} \right| \right)^{n_1}} \quad \dots \quad (3.30)$$

$$t_{in} = t_A \frac{k_{\max} (z - z_A)}{1 + \frac{k_{\max}^{n_2}}{p_2} \cdot \left( \left| \frac{z - z_A}{t_{\max}} \right| \right)^{n_2}} \quad \dots \quad (3.31)$$

$$t_r = t_B \frac{k_{\max}(z - z_B)}{1 + \frac{k_{\max}^{n_3}}{p_3} \cdot \left( \left| \frac{z - z_B}{t_{\max}} \right| \right)^{n_3}} \quad \dots \quad (3.32)$$

onde  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  e  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são coeficientes de ajuste e  $k_{\max}$  é a inclinação máxima da curva de carregamento conforme indicado na Equação (3.21). Então, valendo-se da definição de  $k_{\max}$  e rearranjando-se convenientemente os termos, as Equações (3.30), (3.31) e (3.32) tomam a forma:

$$\frac{t_c}{t_{\max}} = \frac{1,875(z/z_{\text{peak}})}{1 + 0,8741 \cdot \left( |z/z_{\text{peak}}| \right)^{1,4}} \quad \dots \quad (3.33)$$

$$\frac{t_{\text{in}}}{t_{\max}} = \frac{t_A}{t_{\max}} + \frac{1,875(z/z_{\text{peak}} - z_A/z_{\text{peak}})}{1 + 0,3482 \cdot \left( |z/z_{\text{peak}} - z_A/z_{\text{peak}}| \right)^{1,33}} \quad \dots \quad (3.34)$$

$$\frac{t_r}{t_{\max}} = \frac{t_B}{t_{\max}} + \frac{1,875(z/z_{\text{peak}} - z_B/z_{\text{peak}})}{1 + 0,3482 \cdot \left( |z/z_{\text{peak}} - z_B/z_{\text{peak}}| \right)^{1,33}} \quad \dots \quad (3.35)$$

Os parâmetros que ajustam as curvas anteriores foram obtidos a partir da minimização da norma euclidiana de um conjunto de pontos tomados na aproximação das Equações (3.27) a (3.29).

A Figura 3.7 ilustra as funções  $z_c/z_{\text{peak}}$ ,  $z_{\text{in}}/z_{\text{peak}}$  e  $z_r/z_{\text{peak}}$  e as respectivas funções inversas aproximadas  $t_c/t_{\max}$ ,  $t_{\text{in}}/t_{\max}$  e  $t_r/t_{\max}$ .

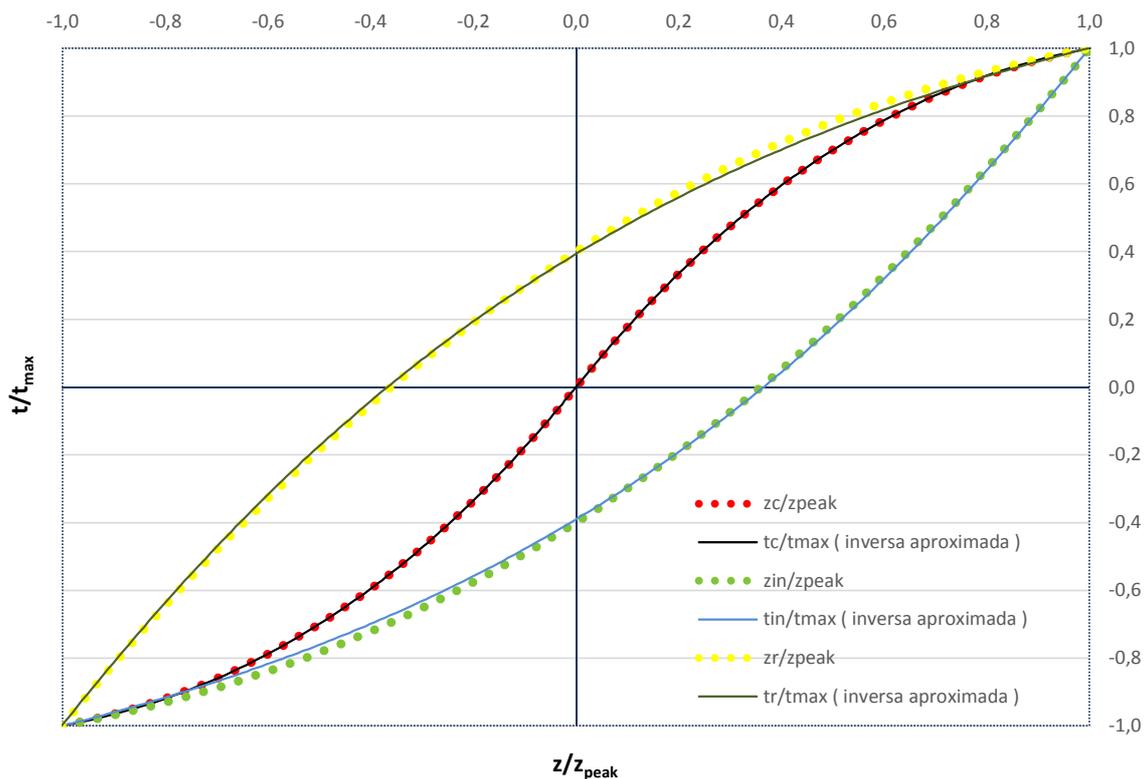


Figura 3.7 – Aproximação das curvas t-z por funções inversas.

### 3.10 Implementação computacional

Neste trabalho, será considerado que as curvas t-z apresentam um patamar de adesão máxima  $t_{\max}$  para valores de deslocamentos superiores ao valor de deslocamento de pico  $z_{\text{peak}}$ , ou seja, não há amolecimento. Adicionalmente, as funções de inversão e recarregamento devem ser implementadas levando-se em consideração a não violação do princípio de MASING [16].

Visando um melhor entendimento, considere-se a Figura 3.8 para uma composição de carregamentos partindo da origem até  $t/t_{\max} = -1$ . Para que o referido princípio seja atingido, devem ser atendidos os seguintes requisitos:

- a) O caminho de recarregamento não deve violar (ficar acima) do carregamento original para pontos à direita do ponto de início de descarregamento (ponto A1);
- b) O caminho de inversão não deve violar (ficar abaixo) do carregamento original para pontos à esquerda do ponto do recarregamento cíclico (ponto B2).

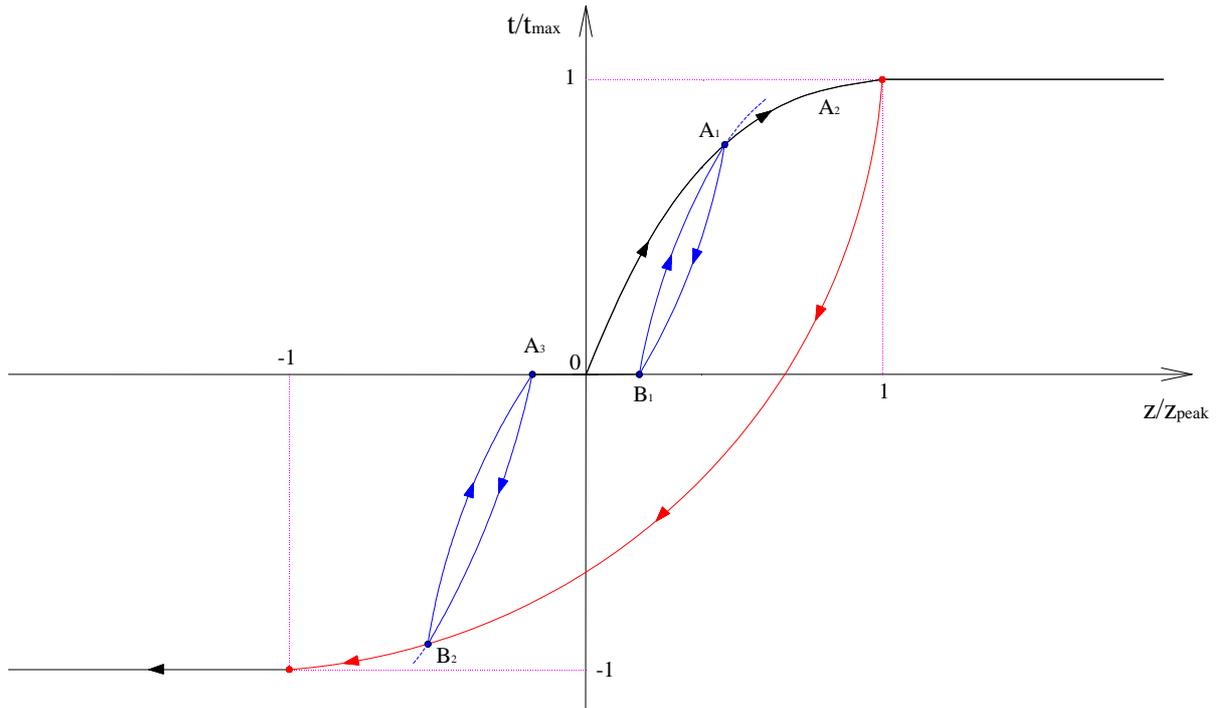


Figura 3.8 – Atendimento do princípio de Masing para ciclos de carregamentos.

Assim sendo, considerando-se a Equação (3.33), para o trecho de carregamento escreve-se:

$$\frac{t}{t_{\max}} = \begin{cases} \frac{t_c}{t_{\max}}, \text{ para } |z / z_{\text{peak}}| \leq 1; \\ 1, \text{ para } z / z_{\text{peak}} > 1; \\ -1, \text{ para } z / z_{\text{peak}} < -1. \end{cases} \quad \dots \quad (3.36)$$

Por sua vez, para o trecho de inversão, considerando-se as Equações (3.33) e (3.34), tem-se:

$$\frac{t}{t_{\max}} = \begin{cases} \frac{t_{\text{in}}(t_A, z_A)}{t_{\max}}, \text{ para } \frac{z_B}{z_{\text{peak}}} \leq \frac{z}{z_{\text{peak}}} \leq \frac{z_A}{z_{\text{peak}}} \\ \pm \min \left( \left| \frac{t_{\text{in}}(t_A, z_A)}{t_{\max}} \right|, \left| \frac{t_c}{t_{\max}} \right| \right), \text{ para } \frac{z}{z_{\text{peak}}} \leq \frac{z_B}{z_{\text{peak}}} \end{cases} \quad \dots \quad (3.37)$$

Finalmente, para o trecho de recarregamento, considerando-se as Equações (3.33) e (3.35), escreve-se:

$$\frac{t}{t_{\max}} = \begin{cases} \frac{t_r(t_B, z_B)}{t_{\max}}, \text{ para } \frac{z_B}{z_{\text{peak}}} \leq \frac{z}{z_{\text{peak}}} \leq \frac{z_A}{z_{\text{peak}}} \\ \pm \min \left( \left| \frac{t_r(t_B, z_B)}{t_{\max}} \right|, \left| \frac{t_c}{t_{\max}} \right| \right), \text{ para } \frac{z}{z_{\text{peak}}} \geq \frac{z_A}{z_{\text{peak}}} \end{cases} \quad \dots \quad (3.38)$$

A Figura 3.13 ajuda a visualizar melhor as ponderações anteriores.

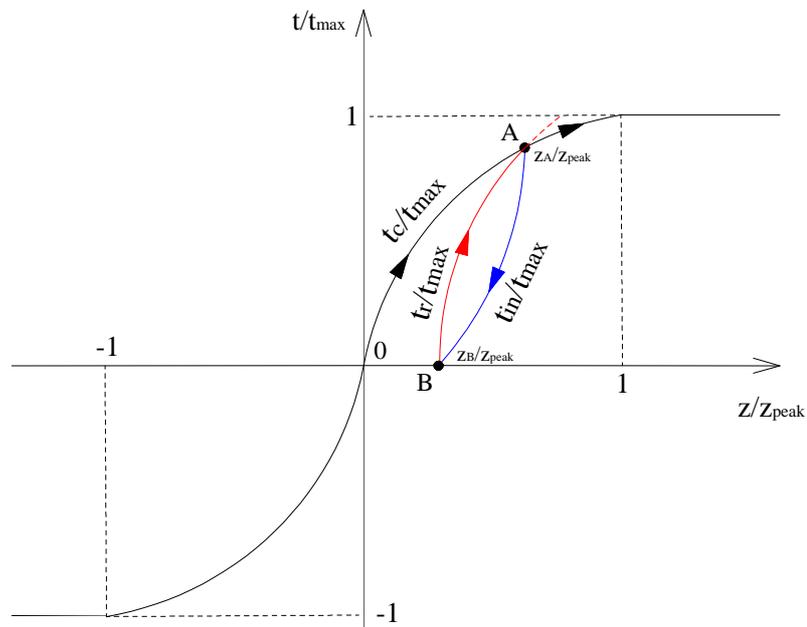


Figura 3.9 – Evolução das curvas t-z.

# 4

## Análise de Condutores

### 4.1 Considerações iniciais

No capítulo anterior, descreveu-se o comportamento local das molas representativas da interação condutor-solo (curvas t-z). No presente capítulo, será estudado como estas curvas são inseridas na análise de condutores para carregamentos na direção normal. Neste contexto, será desenvolvida uma metodologia na qual o problema será formulado de forma unidimensional pelo princípio dos trabalhos virtuais e a solução será aproximada pelo MEF.

Dentre os resultados da análise, é de interesse especial a determinação do deslocamento na direção normal da cabeça de poço para um ciclo completo de carregamento. Tal resultado permitirá substituir o condutor por uma mola não-linear com comportamento histerético e realizar uma análise estrutural desacoplada de um poço *offshore* para uma sequência de carregamentos na direção normal, conforme será apresentado no capítulo 5.

### 4.2 Carregamento sobre o condutor

É importante destacar que, na análise de um condutor, é necessário trabalhar com seu peso aparente ao invés de seu peso real, uma vez que as forças de pressão e peso próprio já produziram previamente um campo de deformações que não será mais transmitido ao solo.

Assim sendo, considerando-se as forças de pressão atuantes no topo e na base do condutor ( $F_{topo}$  e  $F_{base}$ ), o peso linear real do material  $w$  e a força aplicada  $F_1$ , deve-se trabalhar com o sistema estaticamente equivalente dado apenas pela força  $F_1$  e pelo peso linear aparente  $w_a$ , conforme indica a Figura 4.1.

Em condutores não cimentados, o peso linear aparente pode ser calculado mediante a Equação (4.1), a qual é uma particularização da Equação (2.46) ao se considerar  $\rho_i = \rho_e = \rho_{água}$ . Em condutores cimentados, deve-se considerar,

adicionalmente, o peso específico aparente do cilindro de cimento, pois é o conjunto solidário formado por cimento e tubulação que exercerá uma força resultante sobre o solo.

$$w_a = \left( 1 - \frac{\rho_{\text{água}}}{\rho_{\text{material}}} \right) w \quad \dots \quad (4.1)$$

onde  $\rho_{\text{água}}$  e  $\rho_{\text{material}}$ , representam, respectivamente, o peso específico da água do mar e do material de constituição do condutor.

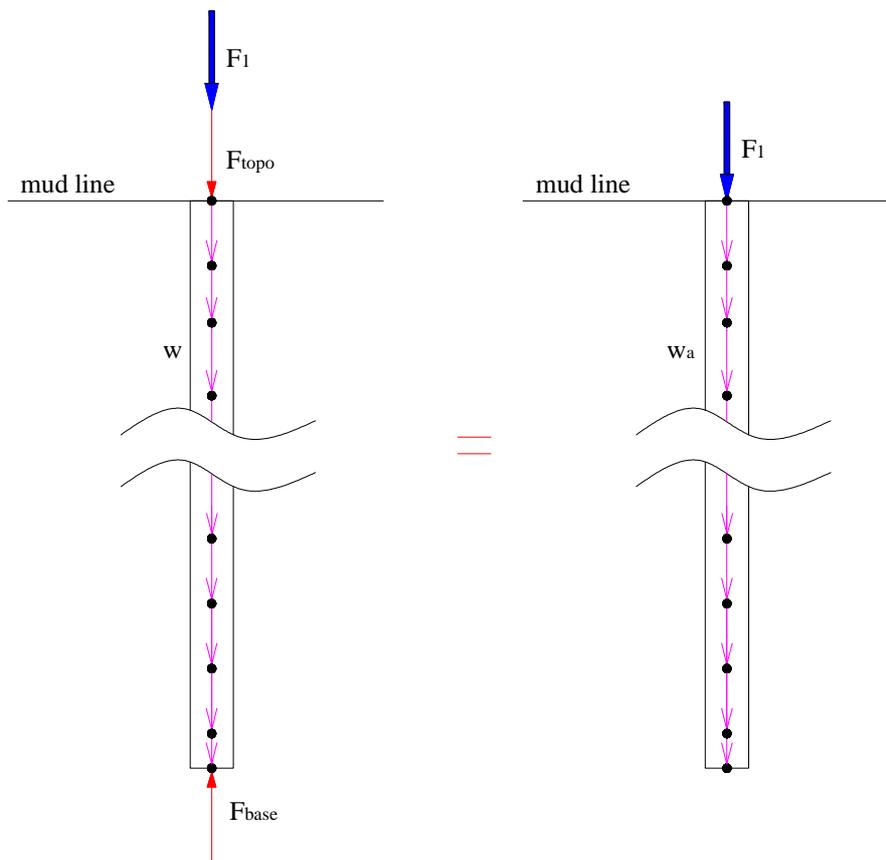


Figura 4.1 – Forças aplicadas sobre o condutor.

### 4.3 Formulação do problema pelo princípio dos trabalhos virtuais

Considere-se a Figura 4.2, a qual representa o diagrama de forças em um condutor. Nela,  $H$  representa a porção em contato com o solo e  $u$  e  $v$  são as ordenadas do sistema de eixos cartesianos (manteve-se a variável  $z$  para representar o deslocamento na vertical associada a uma coordenada  $u$ ). A força  $F_1$  representa uma força concentrada aplicada no topo do condutor, enquanto  $w_a$  e  $t$  representam,

respectivamente, o peso aparente do condutor por unidade de comprimento e a reação do solo por unidade de área.

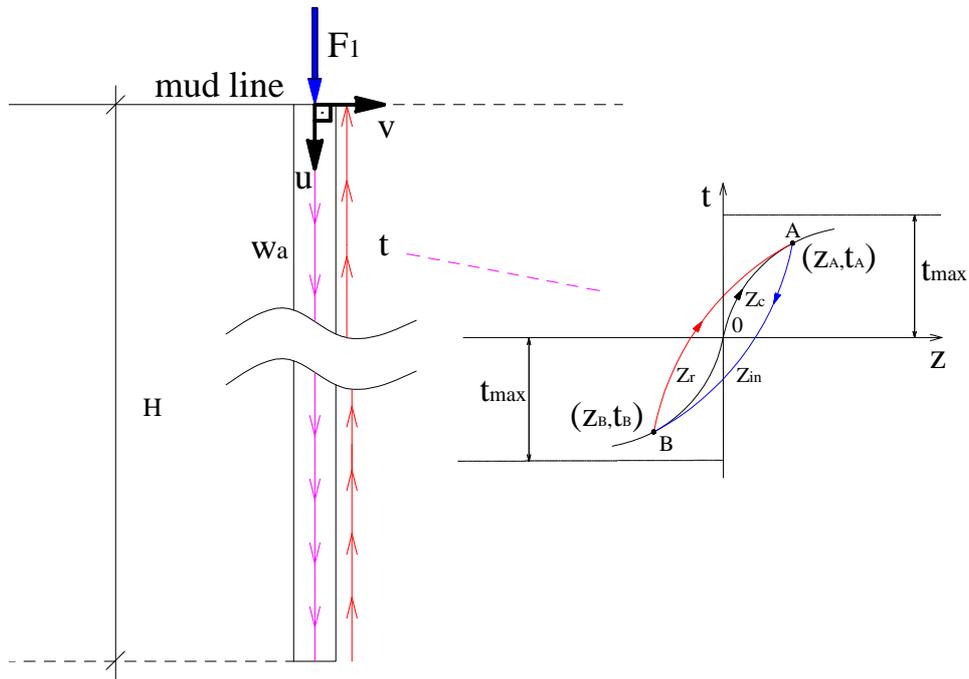


Figura 4.2 – Representação genérica de forças atuantes em um condutor.

Considerando-se que a estrutura esteja em equilíbrio e que seja imposto um campo contínuo arbitrário de deslocamentos virtuais  $\delta$  ao longo de  $u$ , pelo princípio dos trabalhos virtuais (PTV), escreve-se:

$$W_{ext} = W_{int} \quad \dots \quad (4.2)$$

onde  $W_{ext}$  é o trabalho virtual das forças externas e  $W_{int}$  o trabalho virtual das forças internas.

Considerando-se que à força  $F_1$  aplicada no topo esteja associado um deslocamento virtual  $\delta_1$ , o trabalho virtual das forças externas toma a forma:

$$W_{ext} = \int_0^H w_a \delta du - \int_0^H \pi D t \delta du + F_1 \delta_1 \quad \dots \quad (4.3)$$

onde  $D$  é o diâmetro externo do condutor ao longo do domínio. Cabe salientar que no caso de geometria não cilíndrica deve-se determinar um diâmetro equivalente que proporcione a mesma área de contato com o solo por unidade de comprimento, enquanto, para condutores cimentados, deve-se tomar o diâmetro em contato com o solo.

Por sua vez, o trabalho virtual das forças internas deve ser determinado por:

$$W_{\text{int}} = \int_0^H \sigma A \varepsilon_v du \quad \dots \quad (4.4)$$

onde  $\sigma$  é a tensão normal,  $A$  a área da seção transversal e  $\varepsilon_v$  representa o campo de deformações virtuais associadas ao deslocamento virtual  $\delta$ .

Então, valendo-se da relação entre deformação e deslocamento [64], tem-se:

$$\varepsilon_v = \frac{d\delta}{du} = \delta' \quad \dots \quad (4.5)$$

Analogamente, para o campo de deformações reais escreve-se:

$$\varepsilon = \frac{dz}{du} = z' \quad \dots \quad (4.6)$$

Considerando-se as Equações (4.5) e (4.6) e a lei de Hooke, a Equação (4.4) pode ser reescrita como:

$$W_{\text{int}} = \int_0^H EA z' \delta' du \quad \dots \quad (4.7)$$

Levando-se as Equações (4.7) e (4.3) na Equação (4.2) e rearranjando-se convenientemente os termos, o PTV toma a forma:

$$\int_0^H EA z' \delta' du + \int_0^H \pi D t \delta du = \int_0^H w_a \delta du + F_1 \delta_1 \quad \dots \quad (4.8)$$

#### 4.4 Solução aproximada pelo Método dos Elementos Finitos

A técnica clássica de elementos finitos consiste em aproximar a solução do campo de deslocamentos por uma combinação linear de funções de forma, considerando como coeficientes da aproximação um conjunto de deslocamentos incógnitos associados a pontos do domínio chamados nós. Neste sentido, a estratégia mais simples é utilizar funções de forma lineares do tipo tenda (valor unitário em um dado nó e valor nulo nos nós adjacentes), conforme ilustra a Figura 4.3.

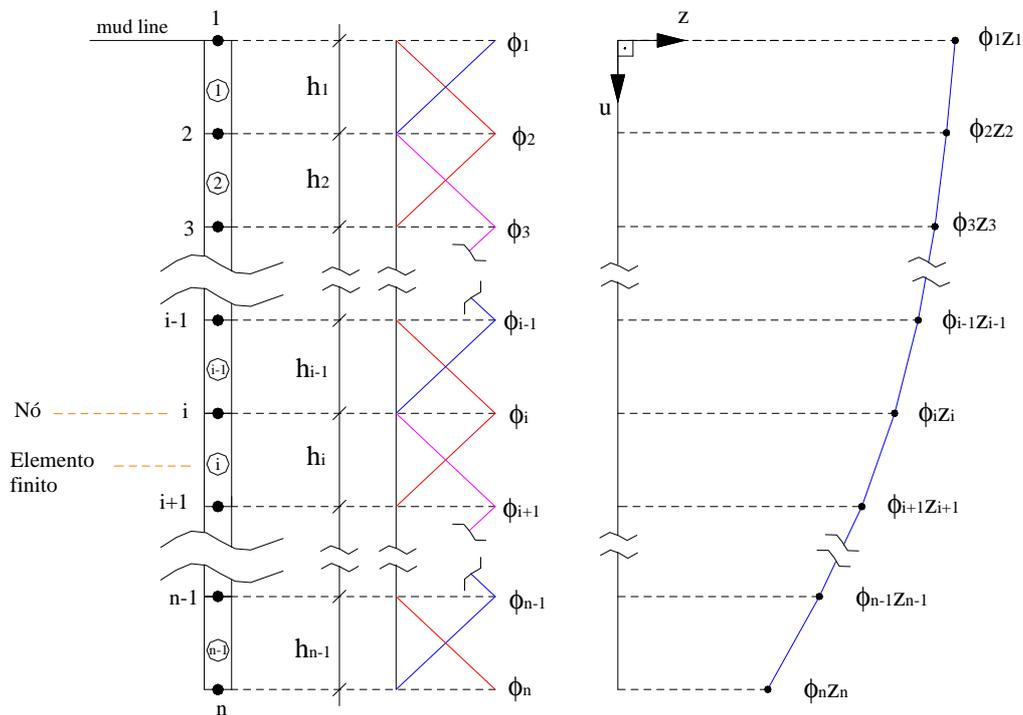


Figura 4.3 – Aproximação do campo de deslocamentos pela técnica clássica de elementos finitos.

É importante destacar que cada trecho do domínio onde há continuidade nas derivadas das funções de forma é chamado de elemento finito e o conjunto total de elementos, por sua vez, é chamado malha. No caso da aproximação linear, percebe-se que dois nós contíguos definem um elemento.

Assim sendo, considerando-se um conjunto de deslocamentos incógnitos definidos no domínio da aproximação representado por  $z_i$  e funções de forma lineares do tipo  $\phi_i$ , com  $i = 1, \dots, n$ , a aproximação do campo de deslocamentos reais  $\tilde{z}$  pode ser expressa por:

$$\tilde{z} = \sum_{i=1}^n z_i \phi_i \quad \dots \quad (4.9)$$

Uma vez que o campo de deslocamentos virtuais  $\tilde{\delta}$  é arbitrário, pode-se tomá-lo como sendo a própria aproximação do campo de deslocamentos reais, isto é:

$$\tilde{\delta} = \sum_{i=1}^n z_i \phi_i \quad \dots \quad (4.10)$$

Desta forma, as derivadas das aproximações dos campos de deslocamentos reais e virtuais podem ser expressas por:

$$\tilde{\delta}' = \tilde{z}' = \sum_{i=1}^n z_i \phi_i' \quad \dots \quad (4.11)$$

sendo  $\phi_i'$  as derivadas das funções de forma.

Por sua vez, conforme apresentado no Capítulo 2, a força de reação do solo  $t$  (adesão) pode ser expressa mediante o Método de Winkler modificado, isto é:

$$t = k(z)z \quad \dots \quad (4.12)$$

onde  $k(z)$  representa o coeficiente de reação para um certo nível de deslocamento  $z$ .

A Equação (4.12) pode ser estendida para os trechos de inversão e recarregamento, respectivamente, mediante as Equações (4.13) e (4.14).

$$t - t_A = k(z)(z - z_A) \quad \dots \quad (4.13)$$

$$t - t_B = k(z)(z - z_B) \quad \dots \quad (4.14)$$

Assim sendo, considerando a Equação (4.12) para um carregamento a partir da origem, conforme indica a Figura 4.4, pode-se associar a cada nó  $i$  da malha um coeficiente de reação  $k_i$ , dado por:

$$k_i = t_i / z_i \quad \dots \quad (4.15)$$

onde  $t_i$  e  $z_i$ , representam, respectivamente, a adesão e o deslocamento em um nó  $i$ , para certo nível de carregamento.

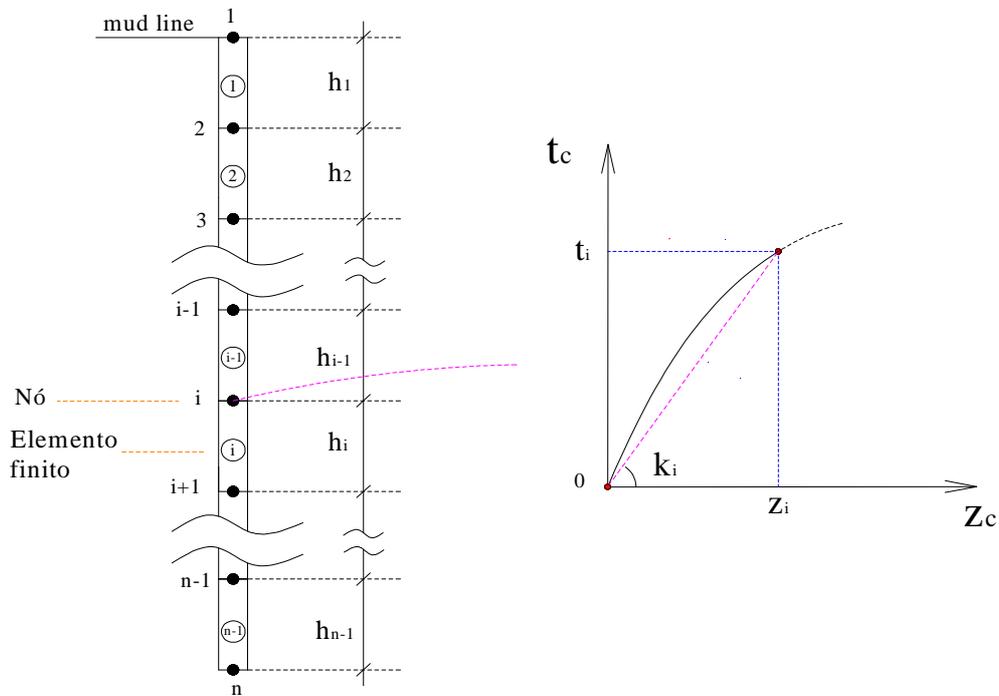


Figura 4.4 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de carregamento.

Por sua vez, para o trecho de inversão, conforme ilustra a Figura 4.5, a seguinte relação geométrica pode ser aplicada partindo-se do ponto A

$$k_i = \frac{t_{iA} - t_i}{z_{iA} - z_i} \quad \dots \quad (4.16)$$

onde  $t_{iA}$  e  $z_{iA}$ , representam, respectivamente, a adesão e o deslocamento em um nó  $i$  para um carregamento associado ao ponto A.

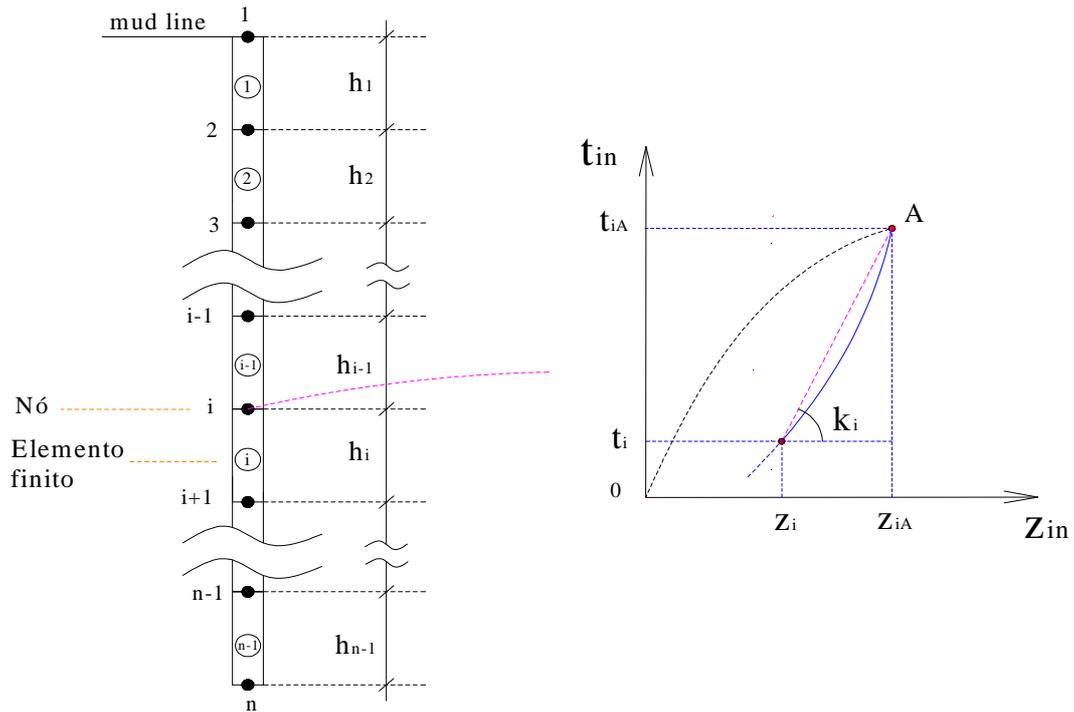


Figura 4.5 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de inversão.

De forma semelhante, para o trecho de recarregamento, conforme pode-se deduzir a partir da Figura 4.6, tem-se:

$$k_i = \frac{t_i - t_{iB}}{z_i - z_{iB}} \quad \dots \quad (4.17)$$

onde  $t_{Bi}$  e  $z_{Bi}$ , representam, respectivamente, a adesão e o deslocamento em um nó  $i$  para um carregamento associado ao ponto B.

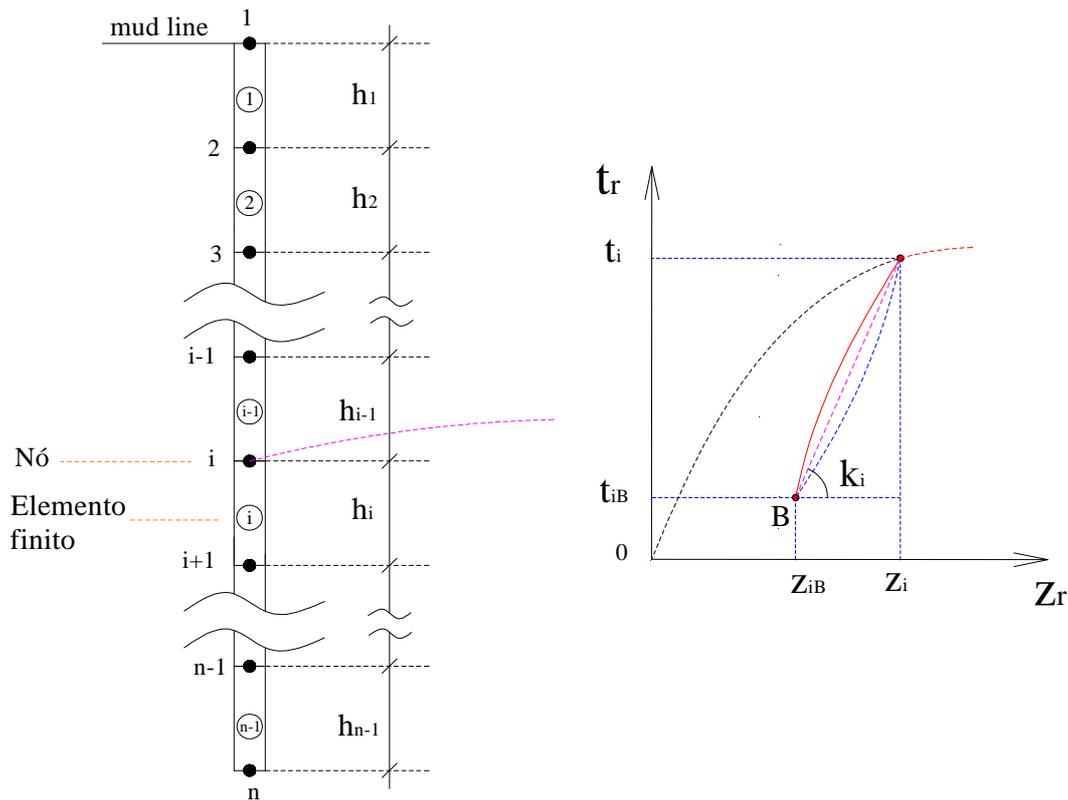


Figura 4.6 – Coeficiente de reação vertical para o trecho de recarregamento

De forma análoga ao campo de deslocamento, o campo de adesão do solo por unidade de área para o trecho de carregamento pode ser aproximado por:

$$\tilde{t} = \sum_{i=1}^n t_i \phi_i \quad \dots \quad (4.18)$$

Ou de forma equivalente:

$$\tilde{t} = \sum_{i=1}^n k_i z_i \phi_i \quad \dots \quad (4.19)$$

A Figura 4.7 ilustra o formato da aproximação. Analogamente, para os trechos de inversão e recarregamento as aproximações dos campos de reação podem ser obtidas valendo-se, respectivamente, das relações (4.13) e (4.14), levando-se, para o trecho de inversão, a:

$$\tilde{t} = \sum_{i=1}^n t_{Ai} \phi_i - \sum_{i=1}^n k_i z_{Ai} \phi_i + \sum_{i=1}^n k_i z_i \phi_i \quad \dots \quad (4.20)$$

e, para o trecho de recarregamento:

$$\tilde{t} = \sum_{i=1}^n t_{Bi} \phi_i - \sum_{i=1}^n k_i z_{Bi} \phi_i + \sum_{i=1}^n k_i z_i \phi_i \quad \dots \quad (4.21)$$

Na Equação (4.20),  $t_{Ai}$  e  $z_{Ai}$ , para  $i = 1, \dots, n$ , representam, respectivamente, o conjunto de valores de força de adesão e deslocamento associados ao ponto de início de inversão (ponto A). Na Equação (4.21),  $t_{Bi}$  e  $z_{Bi}$ , para  $i = 1, \dots, n$ , representam, respectivamente, o conjunto de valores de força de adesão e deslocamento associados ao ponto de início de recarregamento (ponto B).

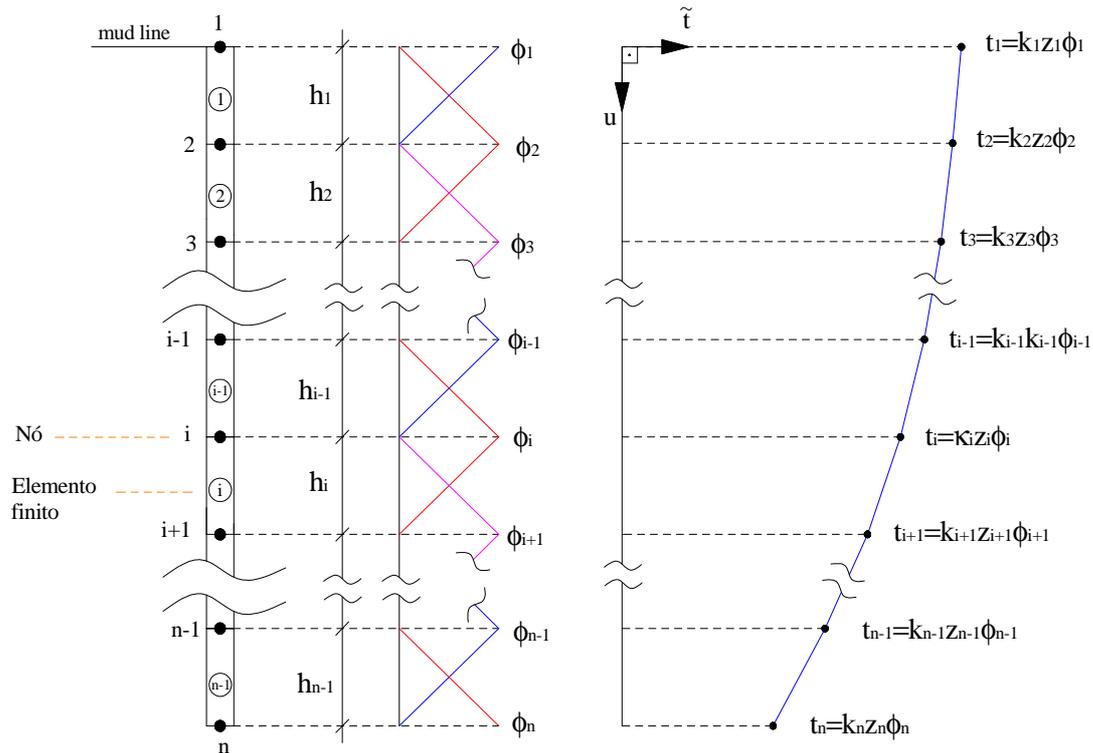


Figura 4.7 – Aproximação do campo de forças de reação do solo pela técnica de elementos finitos.

Na Figura 4.3 ou na Figura 4.7, as funções de forma  $\phi_i$ , com  $i = 1, \dots, n$ , ou suas derivadas, estão definidas no sistema global. Na solução do PTV pelo MEF torna-se necessário definir estas mesmas funções no sistema local de um dado elemento. Tal

estratégia permite determinar a solução do problema em razão das características geométricas e mecânicas dos elementos finitos da discretização adotada.

Assim sendo, considere-se um elemento finito  $i$ , com  $i=1,\dots,n-1$ , de comprimento  $h_i$ , com suas respectivas funções de forma  $\phi_i^i$  e  $\phi_{i+1}^i$  e suas derivadas associadas  $\phi_i^i$  e  $\phi_{i+1}^i$ , onde o índice superior refere-se ao elemento e o inferior ao nó, conforme ilustra a Figura 4.8.

Sendo  $\xi$  a coordenada do sistema local do elemento e sendo unitária as imagens nos nós  $i$  e  $i+1$ , escreve-se:

$$\begin{cases} \phi_i^i = 1 - \frac{1}{h_i} \xi \\ \phi_{i+1}^i = \frac{1}{h_i} \xi \end{cases} \quad \text{para } 0 \leq \xi \leq h_i \quad \dots \quad (4.22)$$

Desta forma, as derivadas são expressas por:

$$\begin{cases} \phi_i^i = -\frac{1}{h_i} \\ \phi_{i+1}^i = \frac{1}{h_i} \end{cases} \quad \text{para } 0 \leq \xi \leq h_i \quad \dots \quad (4.23)$$

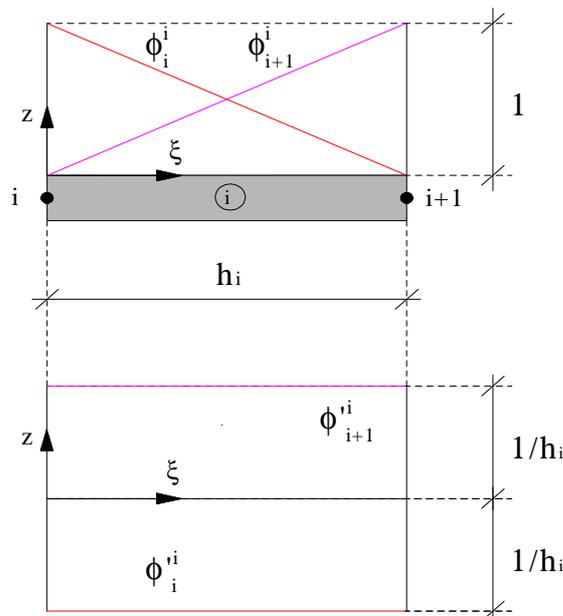


Figura 4.8 – Funções de forma e suas derivadas associadas a um elemento finito  $i$  referente ao sistema local.

De acordo com as expressões anteriores, as relações entre as funções de forma no sistema global atrelado ao nó e no sistema local associado ao elemento tomam a forma:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \begin{cases} \phi_1^1, & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada ao nó } 1 \\ \phi_i &= \begin{cases} \phi_i^{i-1}, & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_{i-1} \\ \phi_i^i, & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada a um nó } i, \text{ com } i = 2, \dots, n-1 \\ \phi_n &= \begin{cases} \phi_n^{n-1}, & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_n \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada ao nó } n \end{aligned} \quad (4.24)$$

De forma análoga, as derivadas da função de forma podem ser expressas por:

$$\begin{aligned} \phi'_1 &= \begin{cases} \phi_1^1, & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada ao nó } 1 \\ \phi'_i &= \begin{cases} \phi_i^{i-1} & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_{i-1} \\ \phi_i^i & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada a um nó } i, \text{ com } i = 2, \dots, n-1 \\ \phi'_n &= \begin{cases} \phi_n^{n-1} & \text{se } 0 \leq \xi \leq h_n \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \text{ atrelada ao nó } n \end{aligned} \quad (4.25)$$

#### 4.4.1 Determinação dos sistemas resolutivos

Os sistemas resolutivos podem ser obtidos levando-se as aproximações dos campos de deslocamentos reais  $\tilde{z}$  e virtuais  $\tilde{\delta}$ , suas derivadas  $\tilde{z}'$  e  $\tilde{\delta}'$ , e a aproximação do campo de forças  $\tilde{t}$ , na Equação do PTV, dada pela Equação (4.8), isto é:

$$\int_0^H EA \tilde{z}' \tilde{\delta}' du + \int_0^H \pi D \tilde{t} \tilde{\delta} du = \int_0^H w_a \tilde{\delta} du + F_1 \delta_1 \quad \dots \quad (4.26)$$

Então, valendo-se das aproximações ditadas pelas Equações (4.9) a (4.11), das definições das funções de forma nos sistemas locais e globais, Equações (4.22) a (4.25), e considerando-se as aproximações de  $\tilde{t}$ , dadas pelas Equações (4.19), (4.20) e (4.21), respectivamente, para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, é possível demonstrar (vide Apêndice A), que o sistemas resolutivos adquirem a forma:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S)\mathbf{z} = \mathbf{q}_c \quad \dots \quad (4.27)$$

para o trecho de carregamento;

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S)\mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A - \mathbf{K}_S^t \mathbf{z}_A = \mathbf{q}_{in} \quad \dots \quad (4.28)$$

para o trecho de inversão; e:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S)\mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B - \mathbf{K}_S^t \mathbf{z}_B = \mathbf{q}_r \quad \dots \quad (4.29)$$

para o trecho de recarregamento.

Nas Equações (4.27), (4.28) e (4.29)  $\mathbf{K}_E$  é a matriz de rigidez da estrutura,  $\mathbf{K}_S$  a matriz de rigidez do solo,  $\mathbf{z}$  é o vetor que coleta os deslocamentos nodais incógnitos,  $\mathbf{q}_c$  o vetor de forças nodais,  $\mathbf{K}_I$  é uma matriz em banda,  $\mathbf{t}_A$ ,  $\mathbf{z}_A$  são conhecidos e correspondem a solução do trecho de carregamento até o ponto A e  $\mathbf{q}_{in}$  representa o histórico de carregamentos até a inversão, considerando a variação de força  $\Delta F_{in}$  aplicada.  $\mathbf{t}_B$ ,  $\mathbf{z}_B$  e  $\mathbf{q}_r$ , coletam, respectivamente, as forças de reações nodais no ponto B, deslocamentos nodais no ponto B e o histórico de forças nodais até o recarregamento, considerando a variação de força  $\Delta F_r$  aplicada.

É importante salientar que as matrizes e vetores que compõem as Equações (4.27) a (4.29), são referenciadas ao sistema global. Para construção destas matrizes, alternativamente, pode-se valer de matrizes relativas ao sistema local seguida de sua alocação para o sistema global (vide Apêndice A). Esta estratégia facilita bastante a implementação computacional.

Segundo esta técnica, as matrizes de rigidez de um elemento  $i$ , em um sistema com  $n$  nós e  $n-1$  elementos, são dadas por:

$$\mathbf{k}_{ei} = \begin{pmatrix} \frac{E_i A_i}{h_i} & -\frac{E_i A_i}{h_i} \\ -\frac{E_i A_i}{h_i} & \frac{E_i A_i}{h_i} \end{pmatrix}; \text{ para a estrutura} \quad \dots \quad (4.30)$$

$$\mathbf{k}_{si} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_i k_i h_i & \frac{1}{6} \pi D_i k_i h_i \\ \frac{1}{6} \pi D_i k_{i+1} h_i & \frac{1}{3} \pi D_i k_{i+1} h_i \end{pmatrix}; \text{ para o solo} \quad \dots \quad (4.31)$$

$$\mathbf{k}_{ii} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_i h_i & \frac{1}{6} \pi D_i h_i \\ \frac{1}{6} \pi D_i h_i & \frac{1}{3} \pi D_i h_i \end{pmatrix}; \text{ para a matriz } \mathbf{K}_I \quad \dots \quad (4.32)$$

Enquanto os vetores de forças nodais para um elemento  $i$  é expresso por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q}_{ci} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \mathbf{q}_{ini} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c - \Delta F_{in} \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix} e \mathbf{q}_{ri} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c - \Delta F_{in} + \Delta F_r \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \text{ para } i=1 \\ \mathbf{q}_{ci} = \mathbf{q}_{ini} = \mathbf{q}_{ri} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \text{ para } i=2, \dots, n-1 \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Finalmente, as grandezas do sistema global podem ser obtidas alocando-se as matrizes de rigidez ou vetores de forças nodais dos elementos mediante a multiplicação de matrizes de posicionamento  $\mathbf{P}_i$  de tamanho  $2 \times n$ , e/ou suas transpostas  $\mathbf{P}_i^t$  conforme ilustram as seguintes equações:

$$\mathbf{K}_E = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{k}_{ei} \mathbf{P}_i \quad \dots \quad (4.34)$$

$$\mathbf{K}_S = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{k}_{si} \mathbf{P}_i \quad \dots \quad (4.35)$$

$$\mathbf{K}_I = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{k}_{ii} \mathbf{P}_i \quad \dots \quad (4.36)$$

$$\mathbf{q}_c = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ci}, \quad \mathbf{q}_{in} = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ini} \quad \text{e} \quad \mathbf{q}_r = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ri} \quad \dots \quad (4.37)$$

onde as entradas da matriz de posicionamento  $\mathbf{P}_i$  apresentam a seguinte lei de formação, para  $i = 1, \dots, n-1$ :

$$\begin{cases} p_{1,i} = p_{2,i+1} = 1 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (4.38)$$

ou seja:  $\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{P}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \dots, \mathbf{P}_{n-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

Por outro lado, os demais vetores representados no sistema global tomam a forma:

$$\mathbf{z}^t = \{z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_n\} \quad (4.39)$$

$$\mathbf{z}_A^t = \{z_{A1} \quad z_{A2} \quad \dots \quad z_{An}\}; \quad \mathbf{z}_B^t = \{z_{B1} \quad z_{B2} \quad \dots \quad z_{Bn}\} \quad (4.40)$$

$$\mathbf{t}_A^t = \{t_{A1} \quad t_{A2} \quad \dots \quad t_{An}\}; \quad \mathbf{t}_B^t = \{t_{B1} \quad t_{B2} \quad \dots \quad t_{Bn}\} \quad (4.41)$$

#### 4.5 Comparação da metodologia desenvolvida com trabalhos anteriores

No presente trabalho, o campo de forças de reação do solo foi aproximado utilizando-se a técnica de aproximação por elementos finitos, o que gerou a matriz de rigidez do solo indicada pela Equação (4.34). Observa-se que esta matriz apresenta um formato em banda e não é simétrica.

Em uma gama de trabalhos anteriores, cita-se por exemplo o trabalho de CUNHA [65], considerou-se que as molas do Método de Winkler Modificado, associadas a um dado nó, atuavam de forma constante entre as estações contíguas a esse nó. CUNHA [65] utiliza o termo estação ao invés de elemento finito, já que a

formulação matricial foi a empregada. Tal premissa leva a uma matriz de rigidez do solo em forma diagonal, conforme se pode observar na Equação (4.42). A obtenção desta matriz é detalhada no Apêndice A.

$$\begin{cases} k_{s1,1} = \frac{1}{2} \pi D_1 h_1 k_1 \\ k_{si,i} = \frac{1}{2} \pi (D_{i-1} h_{i-1} + D_i h_i) k_i \text{ para } i = 2, \dots, n-1 \\ k_{si,j} = 0, \text{ para } i \neq j \\ k_{sn,n} = \frac{1}{2} \pi D_n h_n k_n \end{cases} \quad (4.42)$$

A diferença entre a aproximação pela técnica de elementos finitos e de trabalhos que consideram a adesão do solo constante no entorno de um nó pode ser visualizada na Figura 4.9. Enquanto na primeira técnica o campo de forças de reação é aproximado linearmente e de forma contínua, na segunda há claramente uma perda de continuidade nos pontos médios dos elementos finitos.

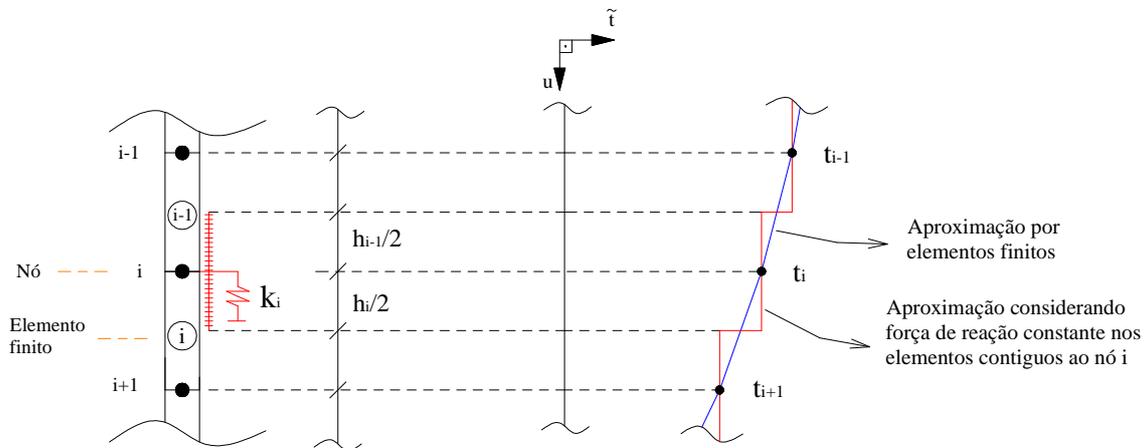


Figura 4.9 – Diferença na aproximação do campo de forças de reação do solo.

Na esteira dos estudos sobre fundações do tipo estaca, outra contribuição deste trabalho se deu na montagem dos sistemas de solução para os trechos de inversão e recarregamento, o que resultou nas Equações (4.28) e (4.29).

#### 4.6 Resolução do sistema não-linear

Em razão do Método de Winkler Modicado considerar a não-linearidade física do solo, a solução dos sistemas dado pelas Equações (4.27), (4.28) e (4.29) é essencialmente não-linear, pois a matriz de rigidez do solo depende do vetor de

deslocamentos nodais, que por sua vez é a incógnita do problema. Desta forma, a busca da solução torna-se um processo iterativo, no qual deve haver uma atualização sucessiva da matriz de rigidez do solo e dos deslocamentos nodais até se atingir uma convergência com precisão satisfatória.

A resolução do sistema não-linear para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento pode ser determinada mediante as seguintes etapas:

### 1) Determinação dos vetores de forças nodais:

Os vetores de forças nodais para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento podem ser determinados pela Equação (4.37), considerando-se a força concentrada atuante no topo do condutor, seu peso próprio aparente e as variações  $\Delta F_{in}$  e  $\Delta F_r$ . Assim, escreve-se:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_c^t = \left\{ \frac{w_a h_1}{2} + F_c & \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} & \dots & \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} & \frac{w_a h_{n-1}}{2} \right\} \\ \mathbf{q}_{in}^t = \left\{ \frac{w_a h_1}{2} + F_c - \Delta F_{in} & \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} & \dots & \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} & \frac{w_a h_{n-1}}{2} \right\} \\ \mathbf{q}_r^t = \left\{ \frac{w_a h_1}{2} + F_c - \Delta F_{in} + \Delta F_r & \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} & \dots & \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} & \frac{w_a h_{n-1}}{2} \right\} \end{cases} \quad (4.43)$$

É importante destacar que ao se adotar o carregamento conforme a Equação (4.43), estabelece-se que a origem do sistema corresponde a um sistema livre de qualquer aplicação de forças. Caso se necessite conhecer a deformação imposta apenas pelo peso próprio basta tomar  $F_c = 0$ .

Alternativamente, pode-se relacionar os vetores  $\mathbf{q}_c$ ,  $\mathbf{q}_{in}$  e  $\mathbf{q}_r$  mediante as Equações (4.44) e (4.45)

$$\mathbf{q}_{in} = \mathbf{q}_c + \Delta \mathbf{q}_{in} \quad \dots \quad (4.44)$$

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{q}_c + \Delta \mathbf{q}_{in} + \Delta \mathbf{q}_r \quad \dots \quad (4.45)$$

onde as variações  $\Delta \mathbf{q}_{in}$  e  $\Delta \mathbf{q}_r$ , são expressas, respectivamente, pelas Equações (4.46) e (4.47).

$$\Delta \mathbf{q}_{in}^t = (-\Delta F_{in} \quad 0 \quad \dots \quad 0) \quad \dots \quad (4.46)$$

$$\Delta \mathbf{q}_r^t = (\Delta F_r \quad 0 \quad \dots \quad 0) \quad \dots \quad (4.47)$$

**2) Estimativa inicial da solução (solução linear):**

A estimativa inicial da solução para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, pode ser obtida a partir dos sistemas indicados pelas Equações (4.27), (4.28) e (4.29) considerando-se uma matriz de rigidez do solo não nula. Para o início do processo iterativo, pode-se estabelecer, como padrão, a adoção de uma matriz  $\mathbf{K}_{s0}$ , cujas entradas indicadas na Equação (4.35) são construídas a partir dos valores máximos de reação  $k_{i\max}$  associados aos nós da malha de elementos finitos, calculados a partir da Equação (3.21). A Figura 4.10, Figura 4.11 e Figura 4.12 ilustram o valor de  $k_{i\max}$  associado a um dado nó  $i$  e a convergência esperada ao término do processo ( $k_{i\max} \rightarrow k_i$ ), respectivamente, para o trecho de carregamento, inversão e recarregamento.

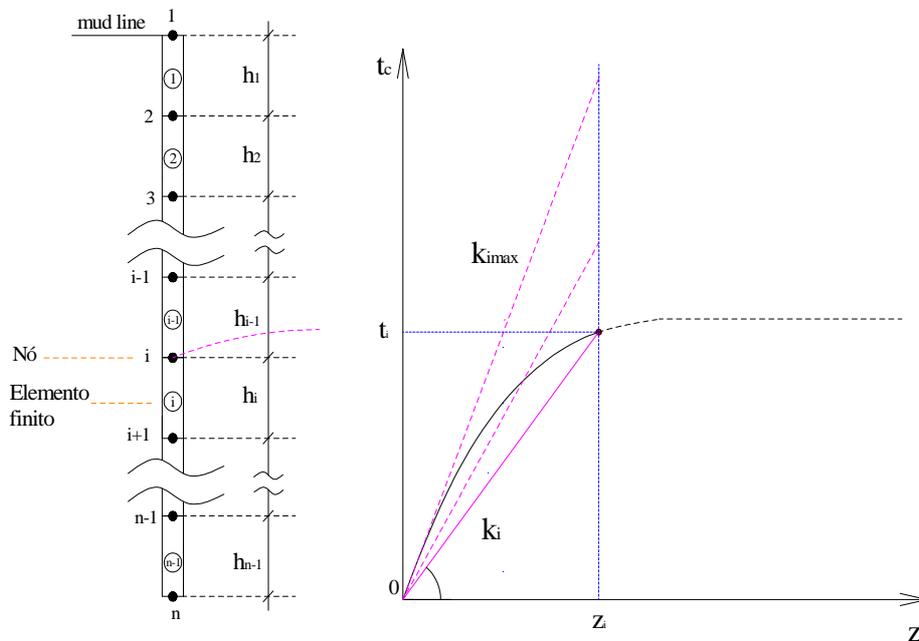


Figura 4.10 – Estimativa da matriz de rigidez do solo a partir dos coeficientes máximos de reação de cada nó para o trecho de carregamento.



$$\mathbf{z}_1 = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s0})^{-1} \mathbf{q}_c \quad \dots \quad (4.48)$$

$$\mathbf{z}_1 = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s0})^{-1} (\mathbf{q}_{in} - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A + \mathbf{K}_{s0}^t \mathbf{z}_A) \quad \dots \quad (4.49)$$

$$\mathbf{z}_1 = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s0})^{-1} (\mathbf{q}_r - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B + \mathbf{K}_{s0}^t \mathbf{z}_B) \quad \dots \quad (4.50)$$

### 3) Atualização da matriz de rigidez do solo:

A partir do vetor de deslocamento  $\mathbf{z}_1$ , atualiza-se a matriz de rigidez do solo, obtendo-se a matriz  $\mathbf{K}_{s1}$ . As entradas desta nova matriz podem ser obtidas a partir da curva t-z para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento. Neste sentido, pode-se valer das Equação (3.33) e (3.36) para o trecho de carregamento; Equações (3.34) e (3.37) para o trecho de inversão e Equações (3.35) e (3.38) para o trecho de recarregamento. Estas equações permitem determinar a corresponde adesão  $t$  a partir de um deslocamento nodal  $z$ . Finalmente, mediante o binômio  $(z, t)$  de cada nó, pode-se estimar os coeficientes de reação para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, respectivamente, pelas Equações (4.15), (4.16) e (4.17) e construir a respectiva matriz  $\mathbf{K}_{s1}$  conforme a Equação (4.35).

### 4) Determinação do resíduo de forças nodais e incremento de deslocamentos:

Uma vez que a matriz de rigidez do solo foi atualizada, haverá um resíduo de forças nodais para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, respectivamente, dado pelas Equações (4.51), (4.52) e (4.53).

$$\Delta \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_c - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s1}) \mathbf{z}_1 \quad \dots \quad (4.51)$$

$$\Delta \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_{in} - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A + \mathbf{K}_{s1}^t \mathbf{z}_A - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s1}) \mathbf{z}_1 \quad \dots \quad (4.52)$$

$$\Delta \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_r - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B + \mathbf{K}_{s1}^t \mathbf{z}_B - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{s1}) \mathbf{z}_1 \quad \dots \quad (4.53)$$

O incremento em termos de deslocamentos pode ser definido de forma proporcional ao resíduo de forças para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento por:

$$\Delta \mathbf{z}_1 = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{S1})^{-1} \Delta \mathbf{q}_1 \quad \dots \quad (4.54)$$

### 5) Atualização do vetor de deslocamentos:

O vetor atualizado  $\mathbf{z}_2$  deve ser obtido somando-se ao vetor  $\mathbf{z}_1$  o incremento  $\Delta \mathbf{z}_1$ , de forma a se obter vetores corrigidos cada vez mais próximos da solução, isto é:

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{z}_1 + \Delta \mathbf{z}_1 \quad \dots \quad (4.55)$$

Genericamente, para  $j:1,2,\dots,N$ , constrói-se a matriz  $\mathbf{K}_{Sj}$  e em seguida determinam-se as grandezas vectoriais a partir de  $\mathbf{z}_j$  para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento, respectivamente, conforme indica as Equações (4.56), (4.57) e (4.58).

$$\Delta \mathbf{q}_j = \mathbf{q}_c - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{Sj}) \mathbf{z}_j \quad \dots \quad (4.56)$$

$$\Delta \mathbf{q}_j = \mathbf{q}_{in} - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A + \mathbf{K}_{Sj}^t \mathbf{z}_A - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{Sj}) \mathbf{z}_j \quad \dots \quad (4.57)$$

$$\Delta \mathbf{q}_j = \mathbf{q}_r - \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B + \mathbf{K}_{Sj}^t \mathbf{z}_B - (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{Sj}) \mathbf{z}_j \quad \dots \quad (4.58)$$

De posse do vetor  $\Delta \mathbf{q}_j$  determina-se o incremento  $\Delta \mathbf{z}_j$  conforme a Equação (4.59) e o vetor  $\mathbf{z}_{j+1}$  conforme a Equação (4.60) e repete-se o processo.

$$\Delta \mathbf{z}_j = (\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_{Sj})^{-1} \Delta \mathbf{q}_j \quad \dots \quad (4.59)$$

$$\mathbf{z}_{j+1} = \mathbf{z}_j + \Delta \mathbf{z}_j \quad \dots \quad (4.60)$$

### 6) Solução não-linear:

A solução não-linear é obtida quando, para uma dada iteração  $j$ , a norma euclidiana do vetor  $\Delta\mathbf{q}_j$  é menor que uma tolerância previamente estipulada ( $tol$ ), isto é:

$$\|\Delta\mathbf{q}_j\| \leq tol \quad \dots \quad (4.61)$$

Neste trabalho adotar-se-á como *default*  $tol = 1 \times 10^{-3}$  lbf.

#### 4.7 Determinação da mola representativa do condutor

Nos itens anteriores, foi apresentada a formulação para análise do condutor para quaisquer condições de carregamento, inversão e recarregamento. Contudo, conforme já salientado, é de interesse particular a determinação da mola representativa do condutor para sua futura implementação na análise de distribuição de esforços do poço. Tal mola pode ser determinada considerando-se uma série de subdivisões do carregamento aplicado, cada qual correspondendo a uma análise, sendo possível determinar o deslocamento associado à cabeça do poço.

Neste trabalho, são utilizadas 20 subdivisões para cada trecho da histerese, sendo as forças discretizadas para o carregamento, inversão e recarregamento, respectivamente, representadas por  $F_{ck}$ ,  $F_{ink}$  e  $F_{rk}$ , conforme ilustra a Equação (4.62).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{ck} = \frac{F_c}{20} k \\ F_{ink} = F_c - \frac{\Delta F_{in}}{20} k \\ F_{rk} = F_c - \Delta F_{in} + \frac{\Delta F_r}{20} k \end{array} \right. , \text{ com } k = 1, \dots, 20 \quad \dots \quad (4.62)$$

onde  $F_c$  é a magnitude do carregamento,  $\Delta F_{in}$  a magnitude de variação da inversão e  $\Delta F_r$  a magnitude de variação do recarregamento.

A implementação computacional foi realizada mediante programação simbólica do software Mathcad® [72].

A Figura 4.13 e a Figura 4.14 ilustram o resultado das 60 análises para composição da mola representativa do condutor para um certo nível de carregamento, respectivamente, considerando ou não o peso próprio do condutor. Nestas análises, adotaram-se lâmina d'água (LDA) de 2000 m, o condutor apresenta um diâmetro externo de 36 in [0,914 m], espessura de 1,5 in [3,81 cm], peso linear de 554 lbf/ft [8,085 kN/m] e comprimento de 84 m. O fator de adesão do solo é estimado em 0,5. A resistência não drenada  $S_u$  varia conforme a Equação (4.63).

$$S_u = 1 \text{ kPa} + 1,3z \text{ kPa/m} [ 0,45 \text{ psi} + 0,189z \text{ psi/m} ] \quad (4.63)$$

onde  $z$  é a profundidade vertical tomada a partir da *mud line*.

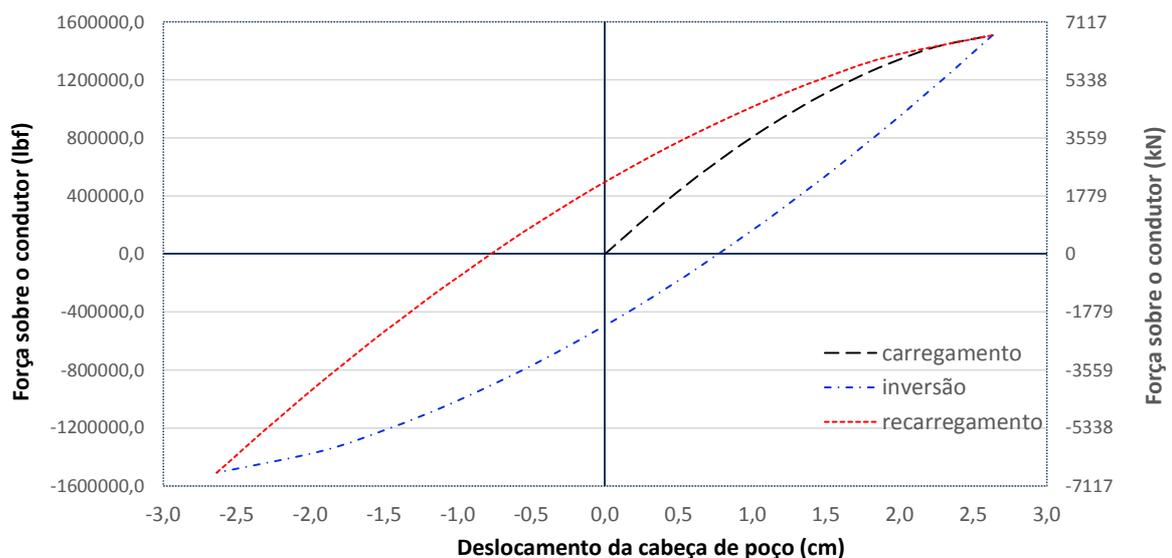


Figura 4.13 – Mola representativa do condutor sem consideração do peso próprio.

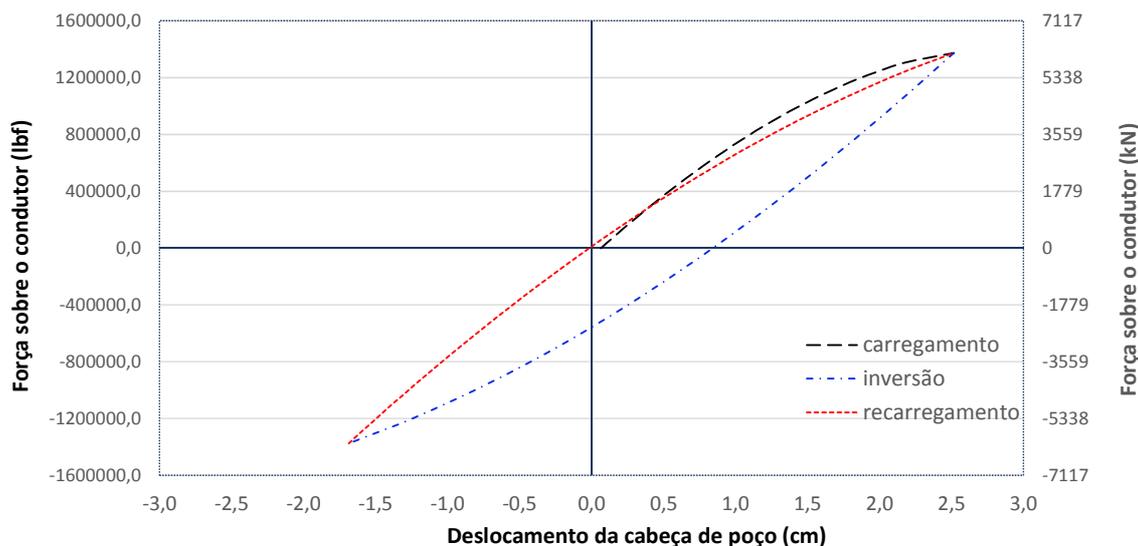


Figura 4.14 – Mola representativa do condutor com consideração do peso próprio.

Como se pode perceber nas Figuras anteriores, o comportamento da mola que representa o condutor é histerético.

#### 4.8 Determinação da rigidez do condutor para sequência de carregamentos do poço e estratégia para curvas cíclicas

Uma vez determinada a mola representativa do condutor, deve-se expressar a relação força-deslocamento por algum método de interpolação. Neste trabalho o ajuste foi realizado pelo uso conjunto das funções **[loess e interp]**<sup>3</sup> do *software* Mathcad® [72], a partir do conjunto de pontos gerado da solução via MEF apresentada neste capítulo.

Para contemplar os passos de carregamento, a partir de um nível de deslocamento arbitrário, deve-se definir uma segunda função que descreve a mola de forma transladada em relação à origem, conforme ilustra a Figura 4.15. Cabe destacar que o patamar da curva força-deslocamento corresponde à capacidade de carga do condutor. Assim sendo, escreve-se  $F(\delta_0 + \Delta\delta) = F_0 + \Delta F$  ou, de forma equivalente:

$$\Delta F = F(\delta_0 + \Delta\delta) - F_0 \quad \dots \quad (4.64)$$

<sup>3</sup> As funções **loess** e **interp** utilizam funções polinomiais de segunda ordem na definição de uma curva que melhor ajusta um conjunto de pontos.

onde  $\Delta F$  é a variação de força aplicada a partir da origem transladada  $(\delta_0, F_0)$ .

Por sua vez, a rigidez do condutor, para uma dada carga  $\Delta F$ , pode ser determinada por:

$$k_c = \frac{\Delta F}{\Delta \delta} = \frac{F(\delta_0 + \Delta \delta) - F_0}{\Delta \delta}$$

ou, de forma equivalente:

$$k_c = f(\Delta \delta) = \frac{F(\delta_0 + \Delta \delta) - F_0}{\Delta \delta} \quad \dots \quad (4.65)$$

onde  $f(\Delta \delta)$  denota que  $k_c$  é uma função de  $\Delta \delta$ .

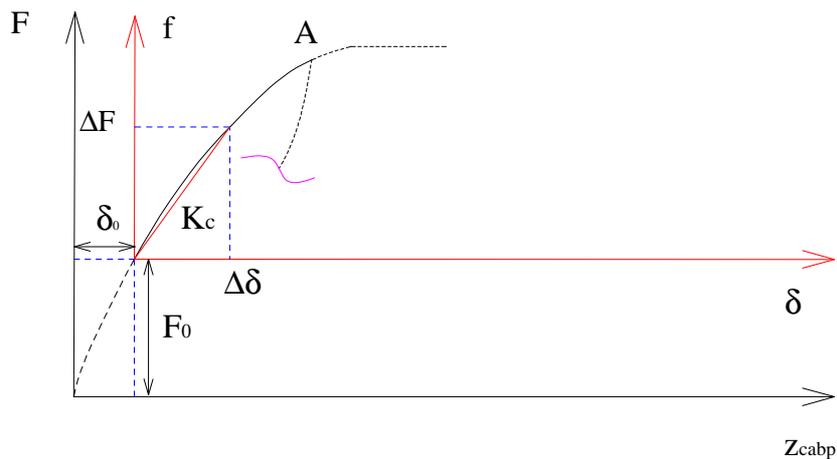


Figura 4.15 – Mola de rigidez variável para uma curva transladada.

De forma análoga à executada para o trecho de carregamento, pode-se expandir as transformações anteriores para os demais trechos de interesse: inversões e recarregamentos. Nestes casos, basta considerar variações de força e deslocamento no sentido dos eixos como positivas e negativas, caso contrário.

No caso de mais de um ciclo de carregamento, deve-se, inicialmente, determinar as curvas auxiliares do primeiro ciclo para um mesmo nível de força e transladá-las para o ponto de interesse. Cada translação pode ser realizada mediante três passos. Para um descarregamento do segundo ciclo, por exemplo, tem-se:

- 1) Determinar o valor do ponto de máximo  $A_2$ , a partir do qual será feito o descarregamento do segundo ciclo;
- 2) Construir a curva de descarregamento auxiliar como se fosse para o primeiro ciclo, conforme ilustra a Figura 4.16.

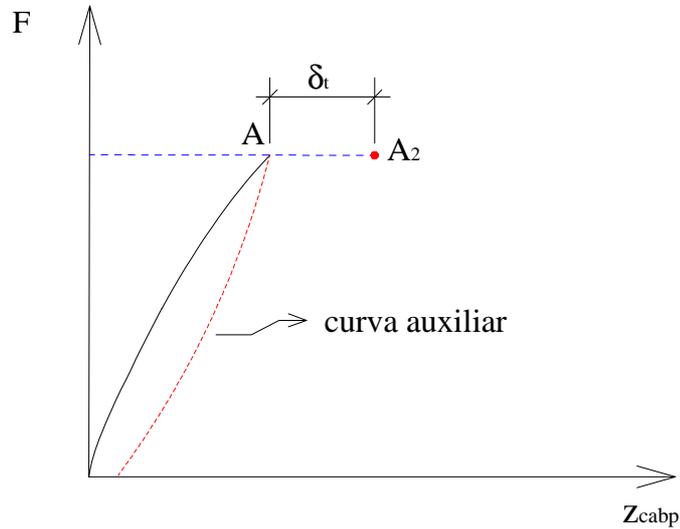


Figura 4.16 – Determinação da curva auxiliar.

- 3) Transladar a curva auxiliar gerada no item anterior de um valor  $\delta_t$ , correspondente a distância entre os pontos A e  $A_2$ , conforme ilustra a Figura 4.17.

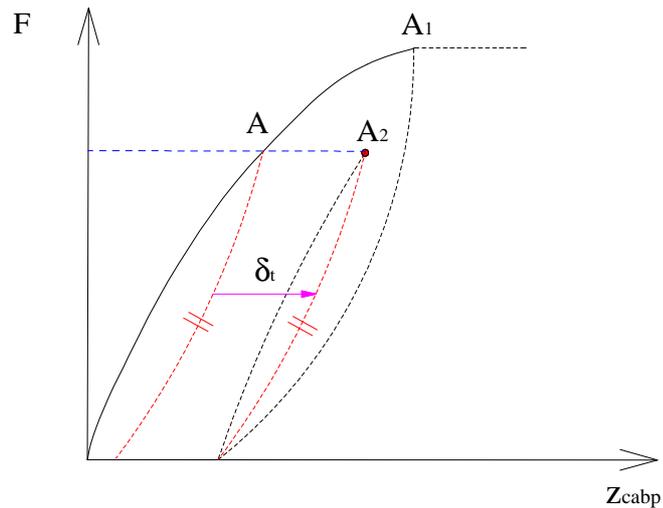


Figura 4.17 – Translação de uma curva auxiliar para mais de um ciclo de carregamento.

É importante salientar que, para pontos à direita do ponto de máximo carregamento, a curva de inversão também deve ser transladada de um valor  $\delta_t$  entre os pontos de interesse conforme ilustra a Figura 4.18.

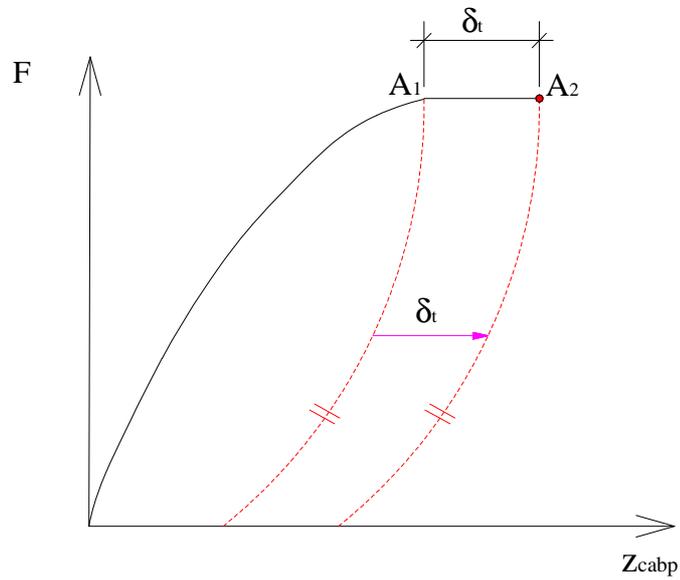


Figura 4.18 – Translação de uma curva auxiliar a partir do patamar de carregamento.

# 5

## Modelo Estrutural Sem Considerar a Flambagem

---

### 5.1 Considerações iniciais

Neste capítulo, apresentam-se os fundamentos do modelo de análise para determinação de esforços normais nas colunas de revestimento e movimentação da cabeça de poço sem consideração da flambagem do revestimento de superfície. Inicialmente, é apresentada uma estratégia para determinação da condição inicial de força real de uma dada coluna a partir do diagrama de força efetiva. Em seguida, são apresentadas as tendências de variação de comprimento das colunas por agentes externos, seja uma força aplicada no topo da coluna, seja o efeito térmico, seja uma variação de pressão, a qual causa os chamados efeitos balão e pistão. No modelo idealizado de análise, o condutor é substituído por uma mola não-linear com comportamento histerético, conforme apresentado no capítulo anterior. As demais colunas de revestimentos são representadas por molas elásticas, cujas rigidezes são determinadas pelas porções livres de revestimentos (trechos não cimentados). O modelo estrutural composto por estas molas é analisado para cada etapa de construção do poço mediante compatibilização de deslocamentos e esforços na cabeça de poço. São analisados três tipos de carregamento, os quais permitem definir qualquer sequência de construção de um poço de petróleo, quais sejam: uma força aplicada na cabeça de poço; uma alteração na densidade do fluido; e uma operação de produção/injeção ou TFR. Por fim, são apresentados os passos necessários para determinação dos esforços resultantes em uma coluna e determinação da tensão equivalente de von Mises.

### 5.2 Condição inicial de forças

Na análise de esforços normais em uma coluna de revestimento, é fundamental a determinação da condição inicial de forças. Neste trabalho, será admitido que o estado inicial de forças provém do conjunto de forças atuantes na coluna logo após sua cimentação com a pasta de cimento ainda fluida. Admite-se que a pega da pasta de

cimento não altera este estado. Tal premissa é utilizada frequentemente na indústria e está presente na maioria dos *softwares* comerciais de dimensionamento de revestimento.

O diagrama de forças normais na condição inicial pode ser obtido de duas maneiras, a saber:

- Calculando-se as forças resultantes das pressões atuantes em áreas expostas e determinando-se o equilíbrio destas forças, do peso próprio e da força interna de interesse em uma seção genérica;
- Calculando-se as forças reais a partir do diagrama de tração ou força efetiva.

Neste trabalho, optar-se-á, pela segunda maneira supracitada.

Assim sendo, considere-se o esquema de superposição de efeitos ilustrado na Figura 5.1. A partir dele, um sistema equivalente de forças, chamado de efetivo, pode ser obtido a partir do estado real de forças, somando-se e subtraindo-se, respectivamente, as pressões e forças atuantes internamente e externamente nos respectivos fluidos. Esta metodologia está descrita de forma rigorosa em SPARKS [66].

Segundo o esquema proposto na Figura 5.1 a seguinte relação pode ser obtida em termos de pesos:  $w_r \cos \psi dl + w_i \cos \psi dl - w_e \cos \psi dl = w_a \cos \psi dl$ ; ou de forma equivalente:

$$w_a = w_r + w_i - w_e \quad \dots \quad (5.1)$$

onde  $w_a$  é o peso linear aparente,  $w_r$  é o peso linear real da tubulação,  $w_i$  é o peso linear do fluido interno e  $w_e$  é o peso linear do fluido externo.

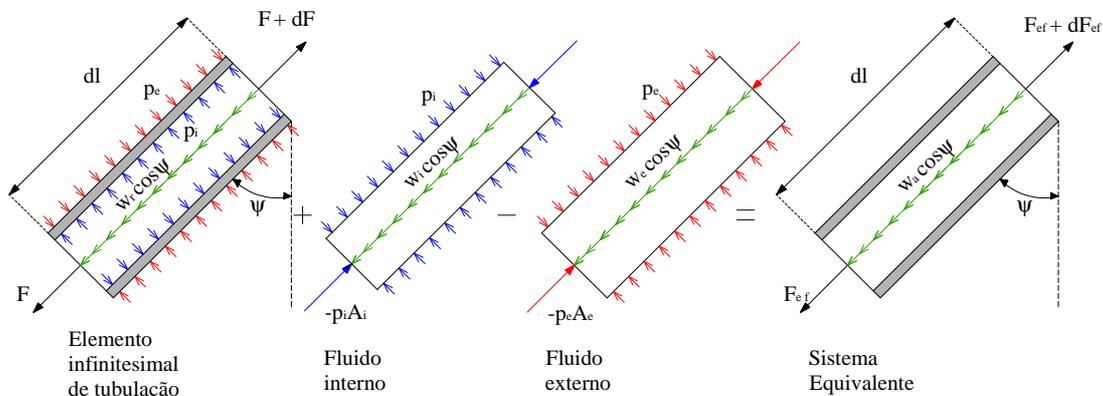


Figura 5.1 – Determinação da força efetiva em um elemento tubular infinitesimal.

A Equação (5.1), escrita em termos de peso específico de fluidos, recai na Equação (2.46), a qual é reescrita a seguir por conveniência:

$$w_a = w_r + \rho_i A_i - \rho_e A_e \quad \dots \quad (5.2)$$

Outra relação importante que pode ser obtida a partir da Figura 5.1 é da variação de força efetiva ao longo do eixo da tubulação. Considerando-se o equilíbrio de forças no sistema equivalente tem-se  $F_{ef} + w_a \cos \psi dl - (F_{ef} + dF_{ef}) = 0$ , o que resulta em:

$$\frac{dF_{ef}}{dl} = w_a \cos \psi \quad \dots \quad (5.3)$$

A terceira relação que pode ser obtida da Figura 5.1, permite obter uma relação entre força efetiva e força real, já definida no Capítulo 2 e reescrita a seguir por conveniência:

$$F_{ef} = F - p_i A_i + p_e A_e \quad \dots \quad (5.4)$$

Finalmente, a partir da combinação das Equações (5.3) e (5.4), é possível determinar a força real em qualquer ponto da coluna de revestimento, conforme indica a Equação (5.5).

$$F = F_{ef} + p_i A_i - p_e A_e = \int_0^l w_a \cos \psi dl + p_i A_i - p_e A_e \quad \dots \quad (5.5)$$

sendo  $l$  o comprimento total da coluna de revestimento.

A Figura 5.2 ilustra os diagramas típicos de força efetiva e real medidos em profundidade vertical (*true vertical depth* -TVD).

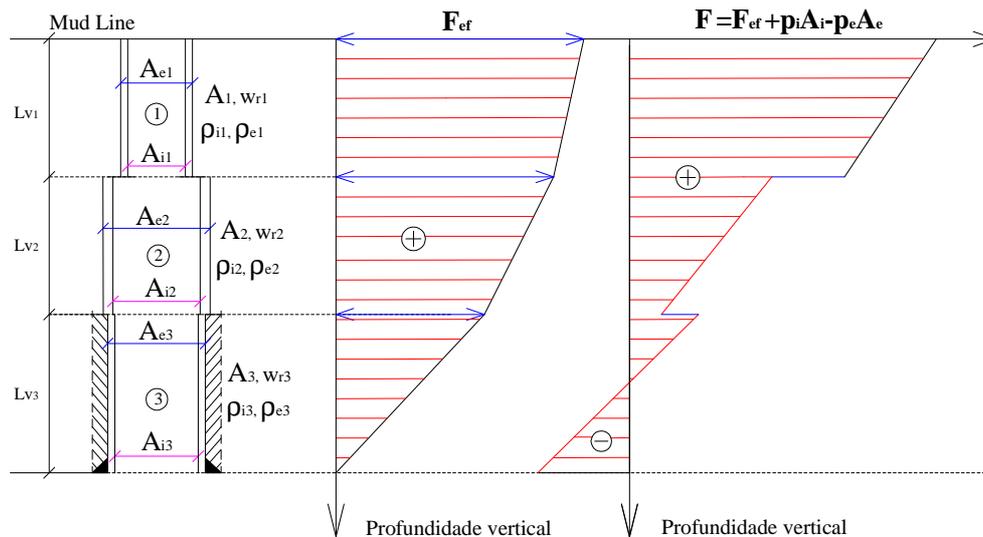


Figura 5.2 – Determinação da força real a partir da força efetiva.

### 5.3 Variação de comprimento por agentes externos

Uma coluna de revestimento pode ser solicitada por forças externas, variações de pressão e variações térmicas. Cada um destes agentes tende a provocar variações no comprimento original de uma determinada coluna. A quantificação das variações de comprimento será de suma importância para compatibilização de esforços e determinação do equilíbrio de forças para cada passo de carregamento de um poço de petróleo.

Assim sendo, a seguir, serão quantificadas as variações de comprimento para cada agente externo.

#### 5.3.1 Aplicação de uma força externa

A variação de comprimento de uma coluna de revestimento pela aplicação de uma força externa pode ser obtida valendo-se da lei de Hooke.

No equacionamento do problema, considere-se um elemento tubular impedido de se deslocar na direção perpendicular ao seu eixo, de forma que o deslocamento de sua extremidade se dê somente na direção normal, conforme ilustra a Figura 5.3. Esta hipótese é uma boa aproximação para os deslocamentos de uma coluna de revestimento em um poço de petróleo, uma vez que o contato entre a coluna e as paredes do poço ou entre trechos de revestimentos concêntricos, impedem deslocamentos laterais. Considerando-se uma inclinação  $\alpha$  com a vertical a coluna estará submetida ao seguinte esforço interno:

$$N = F \cos \alpha \quad \dots \quad (5.6)$$

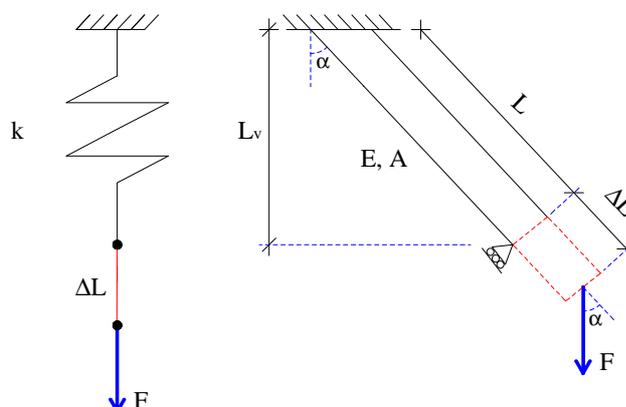


Figura 5.3 – Variação de comprimento de um elemento tubular em virtude de uma força externa.

Então, valendo-se da lei de Hooke e das definições de tensão e deformação específica de engenharia [67], escreve-se:  $\frac{FL_v}{AL} = E \frac{\Delta L}{L}$ . Esta relação permite idealizar a barra por uma mola linear, levando a:

$$F = k\Delta L \text{ ou } \Delta L = \frac{F}{k} \quad \dots \quad (5.7)$$

onde  $k$  é a rigidez da mola dada pela Equação (5.8).

$$k = \frac{EA}{L_v} \quad \dots \quad (5.8)$$

O resultado anterior pode ser facilmente expandido para uma coluna combinada de  $n$  trechos submetida a uma força externa. Neste sentido, considere-se a Figura 5.4, que retrata uma composição de trechos verticais ou inclinados e uma força compressiva. Admite-se que a coluna é engastada na sua base, à qual corresponde ao topo do cimento. A variação de comprimento total pode ser obtida somando-se as contribuições de cada mola linear.

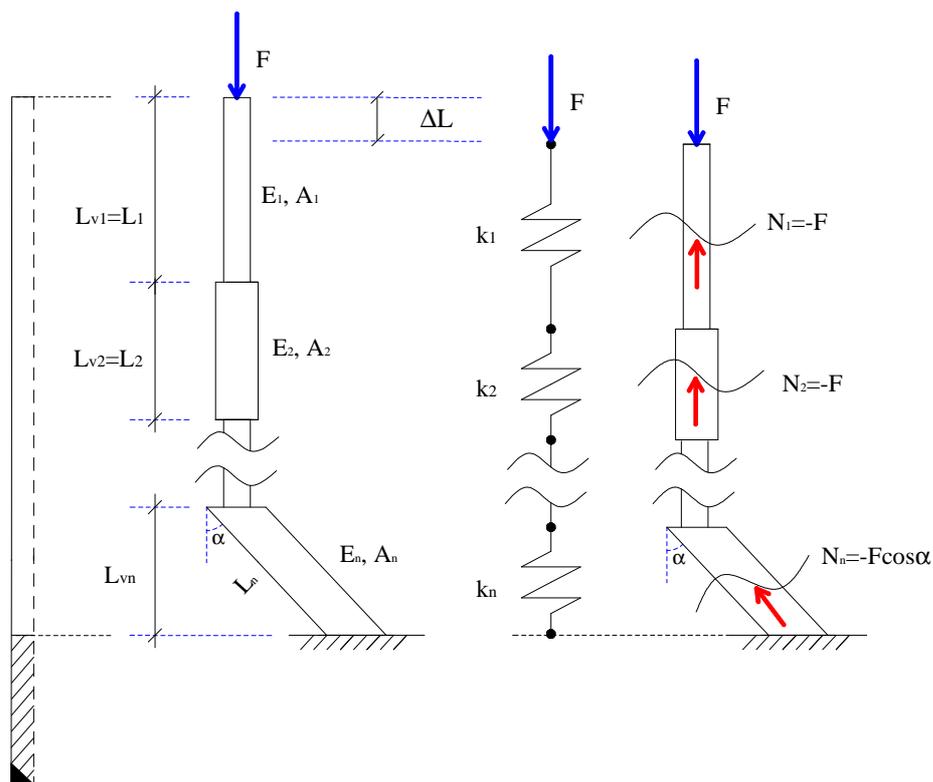


Figura 5.4 – Variação de comprimento em uma coluna combinada para uma força externa.

Assim sendo, valendo-se da Equação (5.8) tem-se:

$$\Delta L = \sum_{i=1}^n \frac{-F}{k_i} = -F \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i}$$

Ou, de forma equivalente:

$$\Delta L = -\frac{F}{k_{eq}} \quad \dots \quad (5.9)$$

onde  $k_{eq}$  é a rigidez equivalente do conjunto de molas lineares, a qual pode ser expressa pela Equação (5.10).

$$k_{eq} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \right)^{-1} \quad \dots \quad (5.10)$$

onde  $k_i = E_i A_i / L_{vi}$ , para  $i = 1, \dots, n$ , representa a rigidez de cada mola  $i$ , sendo  $n$  o total de molas.

Para que a Equação (5.9) seja generalizada para tração ou compressão, basta suprimir o sinal negativo e adotar a convenção de sinal positivo para tração e negativo para compressão. Desta forma tem-se:

$$\Delta L_F = \frac{F}{k_{eq}} \quad \dots \quad (5.11)$$

onde  $F \leq 0$  para compressão e  $F \geq 0$  para tração.

### 5.3.2 Aplicação do carregamento térmico

Na determinação da variação de comprimento por carregamento térmico, considere-se uma coluna de revestimento submetida a um perfil de temperatura inicial  $T_i$  e um perfil de temperatura final  $T_f$  advindo da produção/injeção ou TFR do poço, conforme indica a Figura 5.5. Não é objeto deste trabalho discorrer sobre as formas de determinação dos perfis de temperatura nas colunas de revestimento. Este é um tema já bastante consolidado na literatura que envolve modelos de escoamento multifásico e de transferência de calor e massa [68].

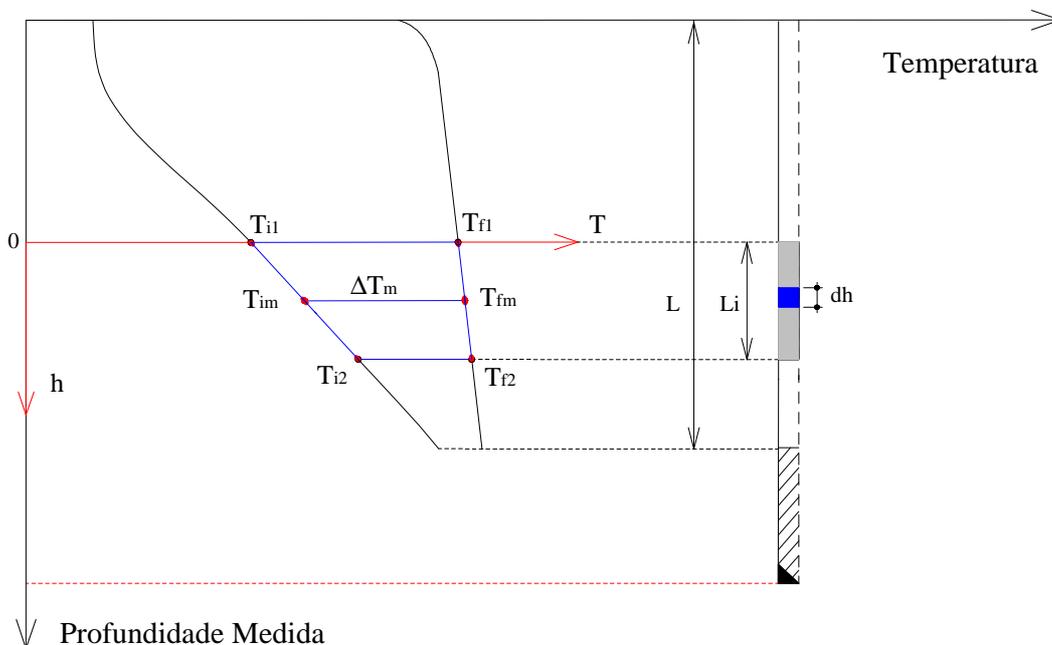


Figura 5.5 – Trecho de uma coluna de revestimento submetida a uma variação térmica.

A variação de comprimento para o trecho  $L_i$  pode ser determinada mediante a lei da dilatação térmica, mediante a seguinte integração:

$$\Delta L = \int_0^{L_i} \alpha_T (T_f - T_i) dh \quad \dots \quad (5.12)$$

sendo  $\alpha_T$  é o coeficiente de dilatação térmica.

Considerando-se que para um dado trecho de comprimento  $L_i$  os perfis de temperatura possam ser aproximados linearmente, escreve-se:

$$T_i = \left( \frac{T_{i2} - T_{i1}}{L_i} \right) h + T_{i1} \quad \dots \quad (5.13)$$

$$T_f = \left( \frac{T_{f2} - T_{f1}}{L_i} \right) h + T_{f1} \quad \dots \quad (5.14)$$

onde  $h$  é a profundidade medida.

Assim sendo, levando-se as Equações (5.13) e (5.14) na Equação (5.12), após algumas manipulações algébricas, obtém-se:

$$\Delta L = \alpha_T L_i \Delta T_m \quad \dots \quad (5.15)$$

onde  $\Delta T_m$  representa a variação térmica média, sendo dada pela Equação (5.16).

$$\Delta T_m = T_{fm} - T_{im} \quad \dots \quad (5.16)$$

sendo  $T_{fm}$  e  $T_{im}$ , respectivamente, as temperaturas médias, inicial e final, aonde  $T_{fm} = \frac{T_{f1} + T_{f2}}{2}$  e  $T_{im} = \frac{T_{i1} + T_{i2}}{2}$ .

A Equação (5.15) pode ser utilizada para o cálculo da variação de comprimento total em virtude da variação térmica mediante discretização do domínio em uma série de trechos lineares. Neste sentido, considere-se a Figura 5.6 que ilustra uma dada aproximação do domínio por trechos com perfis de temperatura lineares. Então, aplicando-se a Equação (5.15) sistematicamente, tem-se:

$$\Delta L_T = \sum_{i=1}^n \alpha_T L_i \Delta T_{mi} \quad \dots \quad (5.17)$$

Evidentemente, quanto maior o número de trechos tomados na aproximação anterior, melhor será a qualidade da resposta obtida.

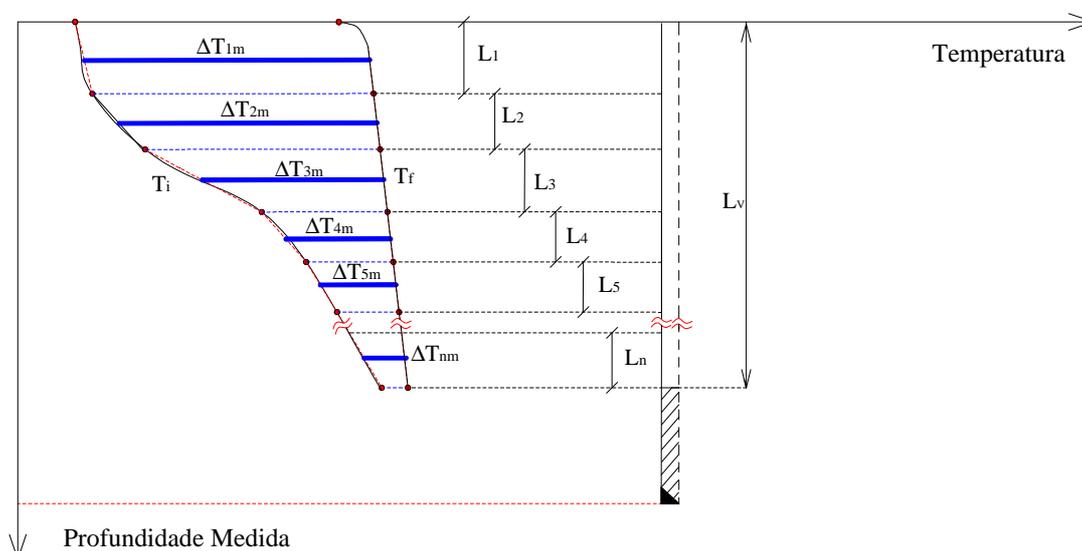


Figura 5.6 – Discretização do domínio para cálculo de variação de comprimento por dilatação térmica.

### 5.3.3 Aplicação de variações de pressão

A aplicação de variações de pressões causa dois efeitos distintos: efeito balão e efeito pistão. Cada um destes efeitos está detalhado a seguir.

#### 5.3.3.1 Variação de comprimento por efeito balão

O chamado efeito balão resulta de deformações na direção normal em virtude de variações de pressões externas e internas em uma coluna. Neste contexto, considere-se a Figura 5.7, a qual ilustra as variações dos perfis de pressão interno e externo.

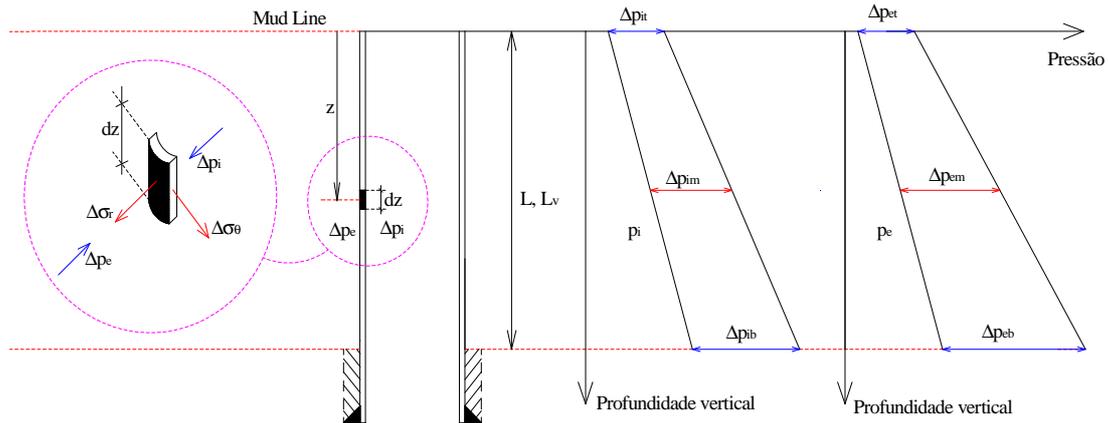


Figura 5.7 – Perfis de pressão ao longo de uma coluna de revestimento.

Considerando-se que os perfis de pressão sejam lineares, para as variações de pressão interna  $\Delta p_i$  e externa  $\Delta p_e$ , escreve-se:

$$\Delta p_i = \Delta p_{it} + (\Delta p_{ib} - \Delta p_{it}) \cdot \frac{z}{L_v} \quad \dots \quad (5.18)$$

$$\Delta p_e = \Delta p_{et} + (\Delta p_{eb} - \Delta p_{et}) \cdot \frac{z}{L_v} \quad \dots \quad (5.19)$$

onde  $z$  corresponde a profundidade vertical e  $L_v$  ao comprimento vertical da tubulação.

Nas Equações (5.18) e (5.19),  $\Delta p_{it}$  e  $\Delta p_{et}$ , representam, respectivamente, as variações de pressão interna e externa no topo da coluna enquanto  $\Delta p_{ib}$  e  $\Delta p_{eb}$ , representam, respectivamente, as variações de pressão interna e externa na base da coluna.

Por sua vez, levando-se em consideração, a distribuição de tensões em termos de variação de pressão, conforme as Equações de Lamé, têm-se:

$$\Delta \sigma_r = \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_e D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} - \frac{(\Delta p_i - \Delta p_e) D_i^2 D_e^2}{4r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad \dots \quad (5.20)$$

$$\Delta \sigma_\theta = \frac{\Delta p_i D_i^2 - \Delta p_e D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} + \frac{(\Delta p_i - \Delta p_e) D_i^2 D_e^2}{4r^2 (D_e^2 - D_i^2)} \quad \dots \quad (5.21)$$

onde,  $\Delta\sigma_r$  e  $\Delta\sigma_\theta$ , representam, respectivamente, as variações de tensão radial e tangencial,  $\Delta p_i$  e  $\Delta p_e$ , representam, respectivamente, as variações de pressão no interior e no exterior da tubulação e  $r$  é o raio da fibra em que se determinam as tensões de interesse.

Como se pretende obter a variação de comprimento na direção normal, basta aplicar a lei de Hooke generalizada [67]. Considerando-se as Equações (5.20) e (5.21), tem-se:

$$\varepsilon_l = -\frac{\nu}{E}(\Delta\sigma_r + \Delta\sigma_\theta) = \frac{2\nu}{E} \frac{\Delta p_e D_e^2 - \Delta p_i D_i^2}{D_e^2 - D_i^2} \quad \dots \quad (5.22)$$

A variação de comprimento para o trecho pode ser determinada mediante a integração da deformação específica ao longo do eixo longitudinal, levando a:

$$\Delta L = \int_0^L \varepsilon_l dz = \int_0^L \frac{2\nu}{E} \frac{\Delta p_e D_e^2 - \Delta p_i D_i^2}{D_e^2 - D_i^2} dz \quad \dots \quad (5.23)$$

Finalmente, levando-se as Equações (5.18) e (5.19) na Equação (5.23) e realizando algumas manipulações algébricas encontra-se:

$$\Delta L = \frac{2\nu L}{EA} (\Delta p_{em} A_e - \Delta p_{im} A_i) \quad \dots \quad (5.24)$$

onde  $\Delta p_{em}$  e  $\Delta p_{im}$  representam, respectivamente, as variações de pressão média externa e internamente. Estas grandezas podem ser calculadas por:  $\Delta p_{em} = \frac{\Delta p_{eb} + \Delta p_{et}}{2}$  e

$$\Delta p_{im} = \frac{\Delta p_{ib} + \Delta p_{it}}{2}.$$

A Equação (5.24) pode ser generalizada para colunas combinadas, levando-se a:

$$\Delta L_B = \sum_{j=1}^n \frac{2\mathcal{V}L_j}{EA_j} (\Delta p_{emj} \cdot A_{ej} - \Delta p_{imj} \cdot A_{ij}) \quad \dots \quad (5.25)$$

Na Equação (5.25), incrementos de pressões externos médios  $\Delta p_{emj}$  maiores que incrementos de pressões internos médios  $\Delta p_{imj}$  tendem a causar variações positivas de  $\Delta L_B$ .

### 5.3.3.2 Variação de comprimento por efeito pistão

Em colunas de revestimento combinadas, as áreas expostas das transições (ombros) estão sujeitas a variações de forças decorrentes de variações de pressões, conforme ilustra a Figura 5.8.

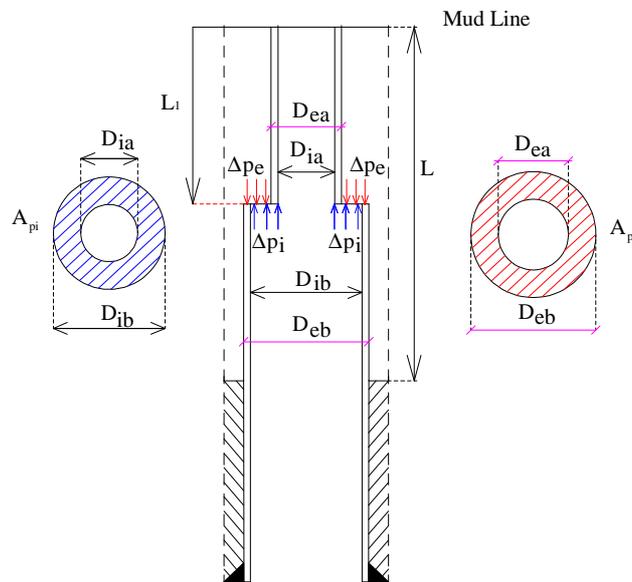


Figura 5.8 – Efeito pistão atuando em uma transição de uma coluna combinada.

Neste contexto, a variação de comprimento de uma coluna pode ser determinada, valendo-se da lei Hooke. Inicialmente, deve-se determinar a força pistão em cada ombro e em seguida determinar os esforços internos que surgem como reação das diversas forças concentradas. O cálculo da força pistão pode ser realizado mediante a Equação (5.26) enquanto o cálculo da variação de comprimento mediante a Equação (5.27).

$$F_p = \Delta p_e A_{pe} - \Delta p_i A_{pi} \quad \dots \quad (5.26)$$

sendo  $\Delta p_e$  a variação de pressão externa no ombro,  $A_{pe}$  a área externa do ombro,  $\Delta p_i$  a variação de pressão interna no ombro e  $A_{pi}$  a área interna do ombro (vide Figura 5.8).

$$\Delta L_p = \sum_i \frac{N_i}{k_i} \quad \dots \quad (5.27)$$

onde  $N_i$  é o esforço interno de cada trecho da coluna que equilibra as forças  $F_p$  do diagrama de corpo livre e  $k_i$  a rigidez de cada mola representativa de cada trecho da coluna.

Na Equação (5.27), considerando que  $N_i$  é negativo para forças de compressão a variação correspondente  $\Delta L_p$  também passa a ser negativa.

#### 5.4 Modelo de análise global

No modelo de análise global proposto, será admitido que o condutor seja representado por uma mola não-linear com comportamento histerético que leve em consideração a interação com o solo, conforme já apresentado no capítulo anterior. As demais colunas de revestimento são representadas por molas lineares, cujas rigidezes são determinadas a partir do comprimento livre das colunas (trechos não cimentados). Os topos das colunas, na altura da *mud line*, são livres para se mover de forma solidária, enquanto as bases são fixas. A Figura 5.9 indica os detalhes do modelo estrutural. Nesta primeira modelagem desprezam-se os efeitos de flambagem, os quais serão tratados no próximo capítulo deste trabalho.

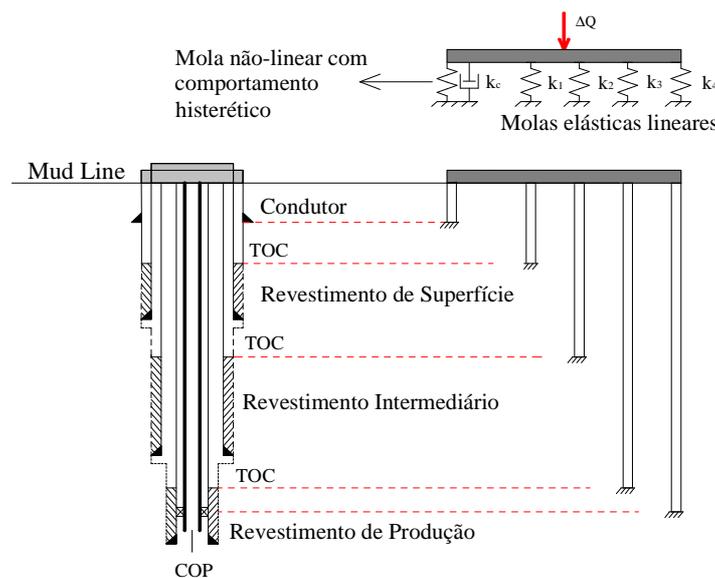


Figura 5.9 – Modelo estrutural para análise de forças normais e movimentação da cabeça do poço.

Uma vez definido o modelo estrutural deve-se determinar a sequência de carregamentos do processo de construção e vida útil de um poço *offshore*. Conforme visto no Capítulo 1, esta sequência pode variar bastante, mas basicamente compreende a composição de três cenários, a saber:

- Aplicação de uma força externa na cabeça do poço, fruto da instalação/desinstalação de equipamentos e colunas;
- Alteração na densidade do fluido de perfuração/completação;
- Produção/injeção ou TFR.

A modelagem de cada cenário supracitado está apresentada no que se segue.

#### 5.4.1 Aplicação de uma força na cabeça do poço

Na análise de aplicação de uma força  $\Delta Q$  na cabeça de poço, considere-se um esquema estrutural com  $n$  colunas já instaladas (representadas por molas lineares) e o revestimento condutor (mola em histerese), conforme ilustra a Figura 5.10. Neste contexto, a distribuição de carregamentos entre as molas pode ser determinada mediante o equilíbrio de forças internas e a força externa  $\Delta Q$  e a compatibilização de deslocamentos  $\delta_Q$  na cabeça de poço.

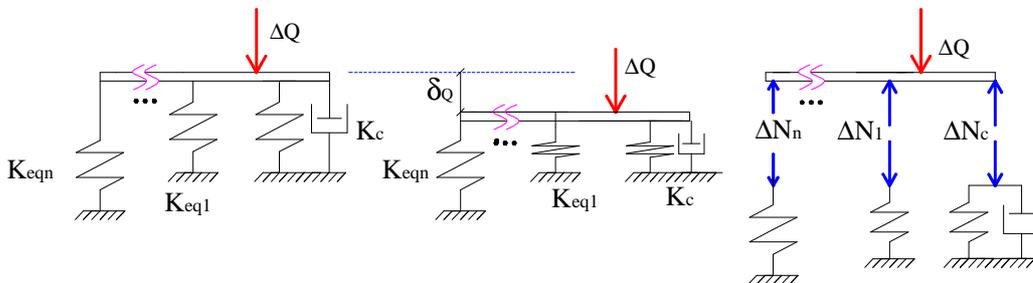


Figura 5.10 – Compatibilização de deslocamentos da estrutura para uma força aplicada na cabeça de poço.

A compatibilidade de deslocamentos na cabeça do poço implica na mesma variação de comprimento para o revestimento condutor e as demais colunas do poço. Assim sendo, a partir do diagrama de corpo livre, para a mola representativa do condutor escreve-se:

$$\Delta N_c = k_c \delta_Q \quad \dots \quad (5.28)$$

Para as demais molas lineares, a partir da Equação (5.11), obtém-se:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = k_{eq1} \delta_Q \\ \Delta N_2 = k_{eq2} \delta_Q \\ \vdots \\ \Delta N_n = k_{eqn} \delta_Q \end{cases} \quad \dots \quad (5.29)$$

Impondo-se o equilíbrio de forças sobre a barra rígida representativa da cabeça de poço vêem:

$$\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_n + \Delta N_c = \Delta Q \quad \dots \quad (5.30)$$

Finalmente, levando-se as Equações (5.28) e (5.29) na Equação (5.30), resulta:  $k_{eq1} \delta_Q + k_{eq2} \delta_Q + \dots + k_{eqn} \delta_Q + k_c \delta_Q = \Delta Q$ , ou de forma equivalente:

$$\left( \sum_{i=1}^n k_{eq_i} + k_c \right) \delta_Q = \Delta Q \quad \dots \quad (5.31)$$

onde  $k_{eq_i}$  é a rigidez equivalente de uma mola  $i$ ,  $k_c = f(\delta_Q)$  é a rigidez da mola representativa do condutor para certo deslocamento  $\delta_Q$  (pode ser obtida mediante Equação (4.65)) e  $\Delta Q$  uma variação de força aplicada.

A Equação (5.31) é uma Equação iterativa, a qual pode ser resolvida numericamente pelo método de Newton-Raphson.

#### 5.4.2 Alteração da densidade do fluido de perfuração/completação

A alteração da densidade do fluido de perfuração/completação tende a causar três efeitos distintos sobre o revestimento em contato direto com o fluido: efeito pistão sobre o suspensor/alojador de revestimento, efeito balão e efeito pistão na coluna de revestimento. Como deve haver compatibilidade de deslocamentos da cabeça de poço, haverá uma redistribuição de esforços em todas as colunas.

Para efeitos de modelagem, o efeito pistão sobre o suspensor/alojador pode ser tratado separadamente do efeito balão e pistão sobre a coluna de revestimento, conforme exposto no que se segue:

### 5.4.2.1 Efeito pistão sobre o suspensor/alojador de revestimento

O efeito pistão sobre o suspensor/alojador de revestimento pode ser idealizado como uma força sobre a cabeça de poço. Desta forma, a metodologia apresentada no item 5.4.1 pode ser aplicada após o cálculo da força  $\Delta Q$ , cuja magnitude pode ser determinada pelo produto da variação de pressão do fluido pela área exposta do suspensor/alojador, conforme indica a Equação (5.32).

$$\Delta Q = \Delta p A_S = (\rho_f - \rho_i) h_{cabp} A_S \quad \dots \quad (5.32)$$

sendo  $\rho_i$  o peso específico inicial do fluido,  $\rho_f$  o peso específico final,  $h_{cabp}$  a profundidade da cabeça do poço e  $A_S$  a área exposta do suspensor/alojador.

A Figura 5.11 ilustra a área de atuação da variação de pressão  $\Delta p$  sobre o suspensor de revestimento e a variação de força correspondente  $\Delta Q$ .

Uma vez definida a força  $\Delta Q$ , o deslocamento na cabeça de poço pode ser obtido mediante a Equação (5.31), enquanto os esforços em cada uma das molas podem ser obtidos mediante as Equações (5.28) e (5.29). No caso alteração de densidade de fluido de perfuração sobre o revestimento de superfície, não haverá área do suspensor exposto. Neste cenário, deve-se considerar a área exposta do alojador que é adotada como sendo igual a seção do revestimento de superfície.

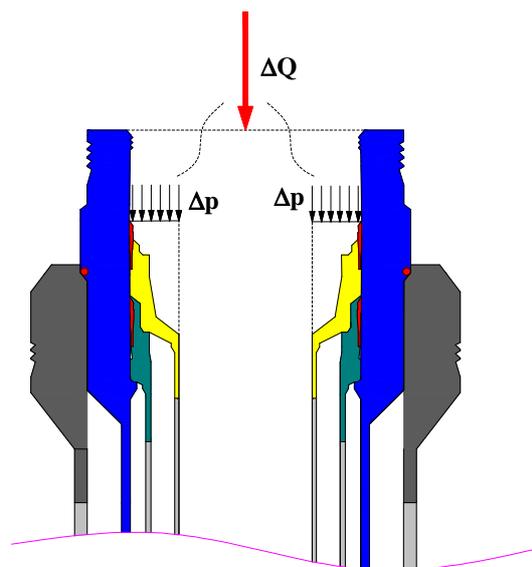


Figura 5.11 – Efeito pistão sobre o suspensor de revestimento.

### 5.4.2.2 Efeito balão e pistão sobre a coluna de revestimento

Os efeitos balão e pistão sobre a coluna de revestimento podem ser contabilizados conjuntamente mediante a tendência de variação de comprimento resultante causada por estes fenômenos. A tendência de variação de comprimento resultante da  $n$ -ésima coluna (mola linear) instalada no poço pode ser calculada mediante a sobreposição das Equações (5.25) e (5.27). Considerando-se que encurtamentos são positivos, deve-se ter:

$$\delta_n = -\Delta L_{Bn} - \Delta L_{Pn} \quad \dots \quad (5.33)$$

Como deve haver compatibilização de deslocamentos na cabeça de poço, já que todas as colunas (representadas por molas) são solidárias, a tendência de variação de comprimento de uma dada mola ocasiona uma redistribuição de esforços em todo conjunto de molas previamente instalado. Em termos de equacionamento, pode-se aplicar o princípio de sobreposição dos efeitos de forma que os deslocamentos resultantes das molas sejam idênticas à da cabeça de poço. A Figura 5.12 ilustra a situação para um encurtamento da  $n$ -ésima mola linear.

Assim sendo, a partir do diagrama de corpo livre, para a mola representativa do condutor escreve-se:

$$\Delta N_c = k_c \delta_{cp} \quad \dots \quad (5.34)$$

onde  $\delta_{cp}$  é o deslocamento da cabeça de poço.

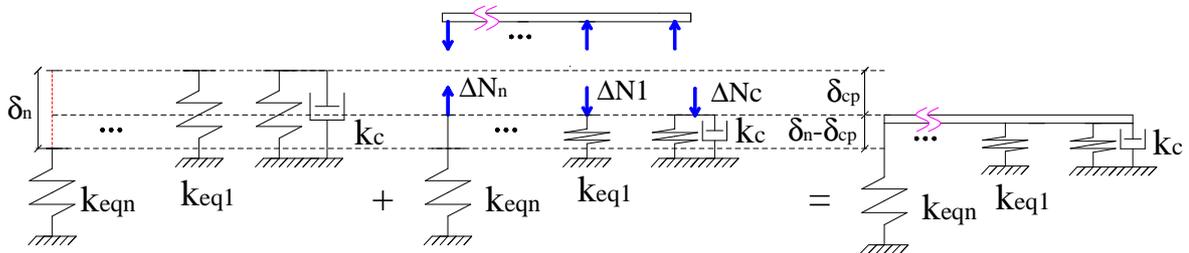


Figura 5.12 – Sobreposição de efeitos para equacionamento de redistribuição de esforços em razão da alteração da densidade do fluido.

Para a  $n$ -ésima mola linear, valendo-se da Equação (5.11) e do deslocamento diferencial observado, escreve-se:

$$\Delta N_n = k_{eqn} (\delta_n - \delta_{cp}) \quad \dots \quad (5.35)$$

Já para as demais molas lineares, o deslocamento é idêntico a da cabeça do poço. Assim, aplicando-se sistematicamente a Equação (5.11), vem:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = k_{eq1} \delta_{cp} \\ \Delta N_2 = k_{eq2} \delta_{cp} \\ \vdots \\ \Delta N_{n-1} = k_{eqn-1} \delta_{cp} \end{cases} \quad \dots \quad (5.36)$$

Impondo-se o equilíbrio de forças sobre a barra rígida representativa da cabeça de poço chega-se a:

$$\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_{n-1} - \Delta N_n + \Delta N_c = 0 \quad \dots \quad (5.37)$$

Finalmente, levando-se as Equações (5.35) e (5.36) na Equação (5.37), resulta  $k_{eq1} \delta_{cp} + k_{eq2} \delta_{cp} + \dots + k_{eqn-1} \delta_{cp} - k_{eqn} (\delta_n - \delta_{cp}) + k_c \delta_{cp} = 0$ , ou de forma equivalente:

$$\left( \sum_{i=1}^n k_{eq_i} + k_c \right) \delta_{cp} = k_{eqn} \delta_n \quad \dots \quad (5.38)$$

onde  $k_c = f(\delta_{cp})$  é a rigidez da mola representativa do condutor para certo deslocamento  $\delta_{cp}$  (pode ser obtida mediante Equação (4.65)).

A Equação (5.38) pode ser resolvida numericamente pelo método de Newton-Raphson.

### 5.4.3 Carregamentos de produção/injeção e TFR

Nas análises para carregamentos de produção/injeção e teste de formação, alguns efeitos podem ser tratados separadamente: efeito pistão na cabeça do poço decorrente de variações de pressão e tendência de variação de comprimento das colunas em razão da temperatura, efeito balão e pistão nas colunas.

### 5.4.3.1 Efeito pistão na cabeça do poço decorrente de variações de pressão na produção/injeção ou TFR

O efeito pistão na cabeça de poço decorre das variações de pressão em razão do incremento de pressão dos anulares confinados com o aquecimento/resfriamento do poço (APB). Não é objeto deste trabalho discorrer sobre as formas de determinação do APB. Este é um tema já bastante explorado, que envolve modelos composicionais de fluido e de transferência de calor e massa [68].

Assim sendo, considere-se a Figura 5.13 que ilustra os incrementos de pressão nos diversos anulares do poço. Vale destacar que em um poço submarino não há APB no anular D, pois existe comunicação de pressão com o fundo do mar.

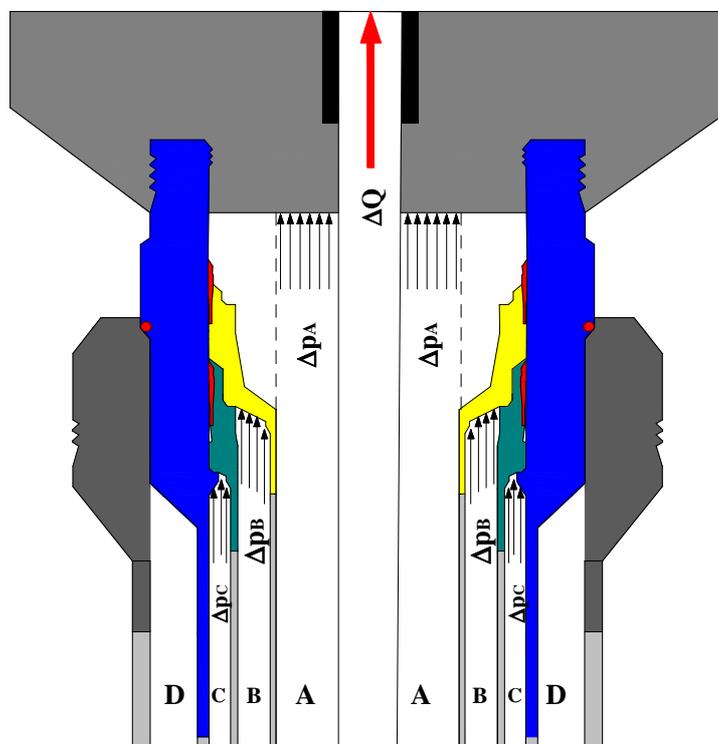


Figura 5.13 – Força resultante sobre a cabeça de poço em virtude de APB.

Pode-se determinar uma força resultante  $\Delta Q$  sobre a cabeça de poço, dada pelo produto das pressões pelas áreas de contato expostas e proceder conforme já apresentado no item 5.4.1.

Conforme pode-se observar na Figura 5.13, as áreas de esforços não equilibrados ocorrem entre o diâmetro interno da coluna mais externa e o diâmetro externo da coluna mais interna. Considerando-se os anulares A, B e C a força sobre a cabeça de poço pode ser determinada por:

$$\Delta Q = -(\Delta p_A A_A + \Delta p_B A_B + \Delta p_C A_C) \quad \dots \quad (5.39)$$

onde  $A_A$  é a área entre o diâmetro interno do revestimento de produção e diâmetro externo da coluna de produção;  $A_B$  é a área entre o diâmetro interno do revestimento intermediário e diâmetro externo do revestimento de produção; e  $A_C$  é a área entre o diâmetro interno do revestimento de superfície e diâmetro externo do revestimento intermediário.

Uma vez definida a força  $\Delta Q$  o deslocamento na cabeça de poço pode ser obtido mediante a Equação (5.31), enquanto os esforços em cada mola mediante as Equações (5.28) e (5.29).

#### 5.4.3.2 Tendência de variação de comprimento das colunas em razão da temperatura, efeito balão e pistão na coluna durante produção/injeção ou TFR

Ao submeter-se um poço à produção/injeção ou a um TFR, o conjunto de colunas instalado apresentará tendência de variação de comprimento, oriunda das variações térmicas e variações de pressão por APB. Conforme já salientado, as variações de pressão tendem a causar variações de comprimento nas colunas por efeito balão e pistão. Desta forma, à exceção do condutor, já que não há APB no anular D, para cada coluna instalada no poço, as quais serão representadas por molas lineares, existe uma tendência de variação de comprimento dada pela sobreposição das Equações, (5.17), (5.25) e (5.27). Considerando-se que encurtamentos são positivos, escreve-se:

$$\delta_i = -\Delta L_{Ti} - \Delta L_{Bi} - \Delta L_{Pi}, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad \dots \quad (5.40)$$

Pode-se aplicar o princípio de sobreposição dos efeitos de forma que os deslocamentos resultantes nos topos das molas sejam idênticos à da cabeça de poço. A Figura 5.14 ilustra a situação de variações de comprimento do conjunto de molas.

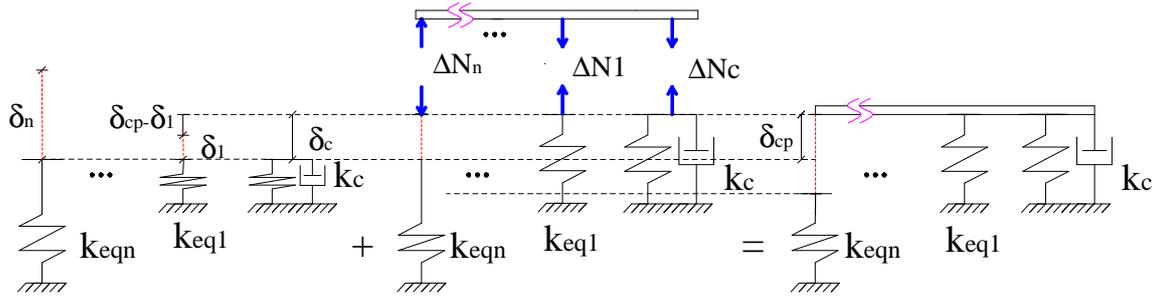


Figura 5.14 – Sobreposição de efeitos para equacionamento da redistribuição de esforços em razão da produção/injeção ou teste de formação.

Assim sendo, a partir do diagrama de corpo livre, para a mola representativa do condutor tem-se:

$$\Delta N_c = k_c \delta_{cp} \quad \dots \quad (5.41)$$

onde  $\delta_{cp}$  é o deslocamento da cabeça de poço.

Para as molas lineares, valendo-se do uso sistemático da Equação (5.11) e do deslocamento diferencial observado, escreve-se:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = k_{eq1} (\delta_{cp} - \delta_1) \\ \Delta N_2 = k_{eq2} (\delta_{cp} - \delta_2) \\ \vdots \\ \Delta N_{n-1} = k_{eqn-1} (\delta_{cp} - \delta_{n-1}) \\ \Delta N_n = k_{eqn} (\delta_n - \delta_{cp}) \end{cases} \quad \dots \quad (5.42)$$

Impondo-se o equilíbrio de forças sobre a barra rígida representativa da cabeça de poço vêm:

$$\Delta N_1 + \Delta N_2 + \dots + \Delta N_{n-1} - \Delta N_n + \Delta N_c = 0 \quad \dots \quad (5.43)$$

Finalmente, levando-se as Equações (5.41) e (5.42) na Equação (5.43), resulta  $k_{eq1} (\delta_{cp} - \delta_1) + k_{eq2} (\delta_{cp} - \delta_2) + \dots + k_{eqn-1} (\delta_{cp} - \delta_{n-1}) - k_{eqn} (\delta_n - \delta_{cp}) + k_c \delta_{cp} = 0$ , ou de forma equivalente:

$$\left( \sum_{i=1}^n k_{eq_i} + k_c \right) \delta_{cp} = \sum_{i=1}^n k_{eq_i} \delta_i \quad \dots \quad (5.44)$$

onde  $k_c = f(\delta_{cp})$  é a rigidez da mola representativa do condutor para certo nível de deslocamento da cabeça de poço  $\delta_{cp}$  (pode ser obtida mediante Equação (4.65)).

A Equação (5.44) pode ser resolvida numericamente pelo método de Newton-Raphson.

#### 5.4.4 Esforços normais resultantes e tensão equivalente de von Mises

Os esforços resultantes em cada mola representativa das colunas de revestimento podem ser determinados sobrepondo-se a condição inicial de força real oriunda da operação de cimentação (item 5.2) com a variação de esforço normal acumulado oriundo de uma dada sequência de carregamentos, que pode compreender forças aplicadas na cabeça de poço, alteração de densidade de fluido e produção/injeção ou TFR (itens 5.4.1, 5.4.2 e 5.4.3).

Assim sendo, considerando-se uma sequência de  $m$  operações, a variação total de esforço normal em uma mola (coluna  $i$ ) pode ser determinada por:

$$\Delta N_i = \sum_{j=1}^m \Delta N_j \quad \dots \quad (5.45)$$

Enquanto o esforço resultante pode ser obtido por sobreposição, isto é:

$$F = N_0 + \Delta N_i \quad \dots \quad (5.46)$$

onde  $N_0$  representa a condição inicial de força real e  $\Delta N_i$  a variação de esforço normal de uma dada mola (coluna  $i$ ) para uma certa sequência de carregamentos.

A Figura 5.15 ilustra um diagrama típico do esforço normal resultante obtido por sobreposição de efeitos.

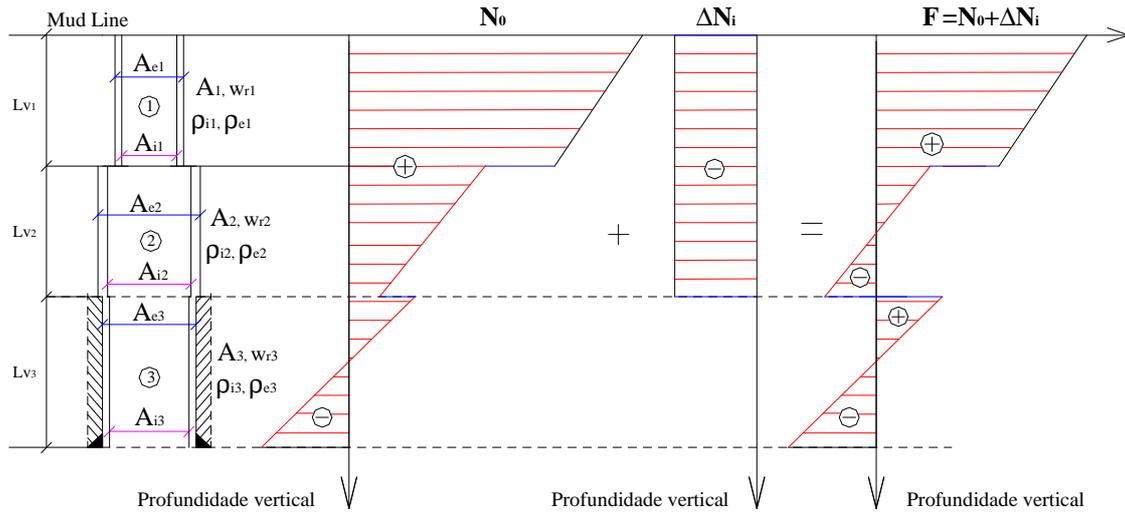


Figura 5.15 – Esforços normais resultantes em uma coluna de revestimento.

Finalmente, a partir dos esforços normais resultantes e das variações de pressão interna e externa, pode-se determinar a tensão equivalente de von Mises [69], a qual valendo-se das Equações de Lamé, adquire a forma:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{F - p_i A_i + p_e A_e}{A}\right)^2 + 3(p_i - p_e)^2 \left(\frac{A_e}{A}\right)^2} \quad \dots \quad (5.47)$$

onde,  $A_i$  é a área correspondente ao diâmetro interno,  $A_e$  é a área correspondente ao diâmetro externo,  $A$  é a área da seção transversal e  $F$  é a força normal equivalente na coluna. Estas grandezas podem ser expressas por:

$$A_e = \pi \frac{D_e^2}{4} ; \quad A_i = \pi \frac{D_i^2}{4} \quad \text{e} \quad A = A_e - A_i \quad \dots \quad (5.48)$$

$$F = \sigma_z A ; \quad \dots \quad (5.49)$$

onde,  $\sigma_z$  é composta da parcela normal e de flexão, calculada na parede interna do tubo.

# 6

## Modelo Estrutural Considerando a Flambagem

---

### 6.1 Considerações iniciais

No capítulo anterior, pontuou-se sobre a análise de distribuição de esforços nas colunas e sobre a movimentação do SCPS. Naquela abordagem, a flambagem das colunas não foi considerada. Contudo, a depender da magnitude da sequência de carregamentos na direção normal sobre as colunas de revestimento, uma ou mais colunas podem atingir um estado de força efetiva negativo. Neste cenário, de acordo com LUBINSKI [18], as colunas podem flambar.

Particularmente, neste trabalho, deseja-se compreender melhor a influência da flambagem do revestimento de superfície na análise estrutural do poço. A Figura 6.1 ilustra o modelo estrutural que deve ser implementado, considerando a possibilidade de flambagem do revestimento de superfície. Vale destacar que, conjuntamente com o revestimento condutor, o revestimento de superfície será o responsável por suportar a maior parcela dos carregamentos na direção normal do poço.

Assim sendo, pretende-se neste capítulo considerar a influência da flambagem do revestimento de superfície na análise de distribuição de esforços nas colunas e na movimentação do SCPS. A partir da condição de flambagem do revestimento de superfície, o modelo apresentado no capítulo anterior será aperfeiçoado mediante a implementação de uma estratégia de correção de esforços normais e de deslocamento do SCPS.

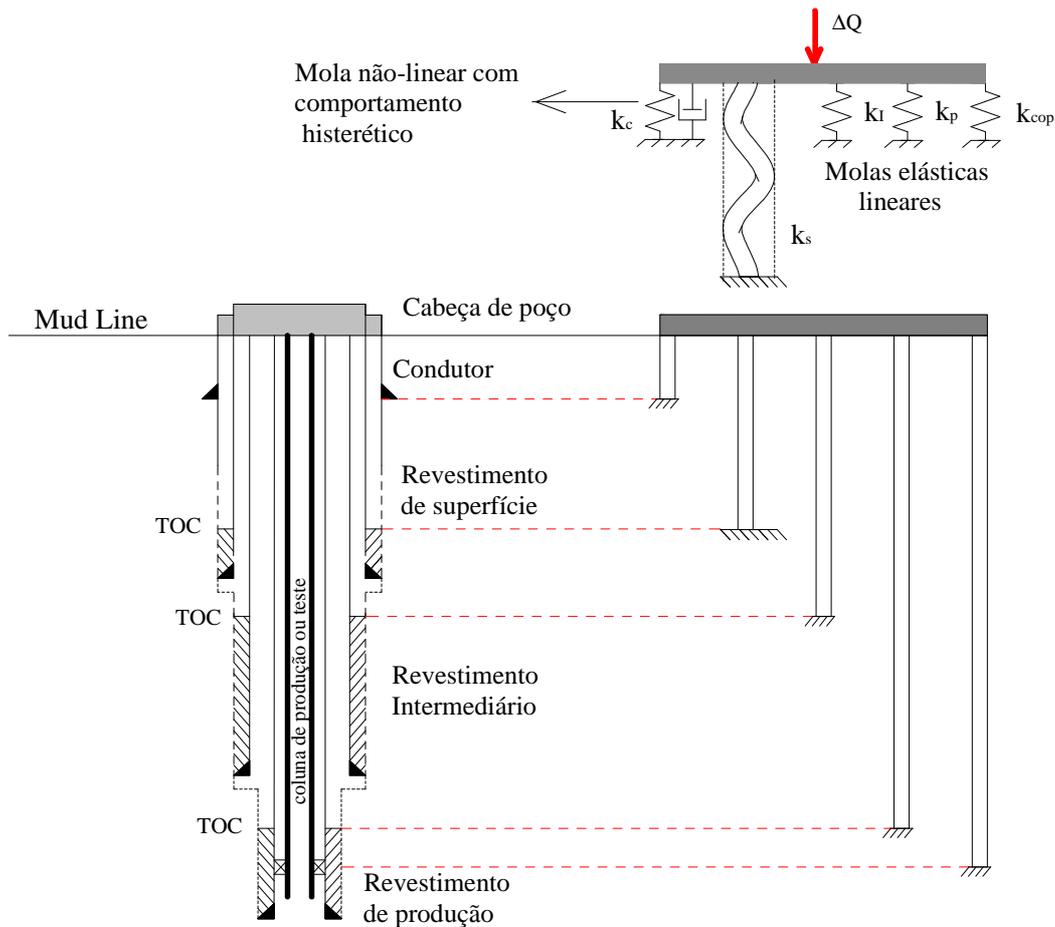


Figura 6.1 – Modelo estrutural considerando a possibilidade de flambagem do revestimento de superfície.

## 6.2 Força efetiva para uma sequência de carregamentos

Segundo LUBINSKI [18], a condição necessária para a flambagem do revestimento de superfície é um estado de força efetiva negativo. A Figura 6.2 ilustra os diagramas necessários para obtenção da força efetiva após a aplicação de um determinado carregamento. O estado final depende da condição inicial, oriunda do estado de tensão obtido logo após a cimentação do revestimento de superfície, do histórico prévio de variações de forças e pressões e do acréscimo de esforço em virtude de um determinado carregamento.

Para aplicação da teoria de LUBINSKI [18], é necessário conhecer a força efetiva na extremidade livre do revestimento de superfície (TOC) após aplicação de um determinado carregamento. Esta condição pode ser expressa por:

$$F_{efec} = F_{efci} + \sum_{k=1}^{n-1} [\Delta N_k - (\Delta p_i A_i)_k + (\Delta p_e A_e)_k] + \Delta N_s \quad \dots \quad (6.1)$$

onde  $F_{efci}$  é a força efetiva na condição inicial no TOC,  $\Delta N_k$  é a  $k$ -ésima variação de esforço (tração ou compressão),  $(\Delta p_i A_i)_k$  é o  $k$ -ésimo produto da variação de pressão interna pela área correspondente ao diâmetro interno,  $(\Delta p_e A_e)_k$  é o  $k$ -ésimo produto da variação de pressão externa pela área correspondente ao diâmetro externo e  $\Delta N_s$  o esforço oriundo de um determinado carregamento (tração ou compressão).

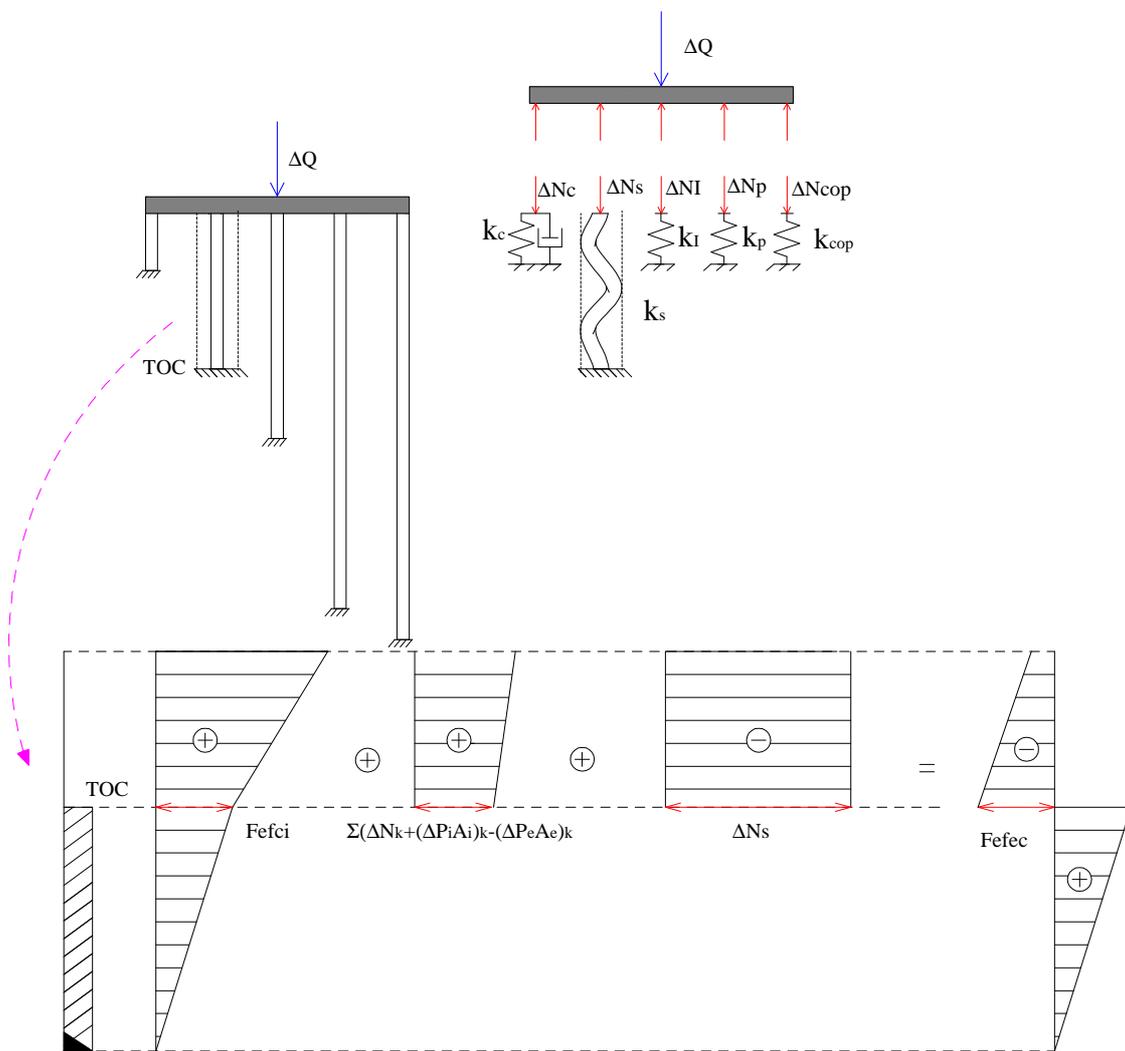


Figura 6.2 – Força efetiva na extremidade livre do revestimento de superfície.

Caso a aplicação de um determinado esforço normal  $\Delta N_s$  sobre o revestimento de superfície, leve a uma condição de força efetiva negativa no TOC, os esforços nas colunas e deslocamentos do SCPS devem ser corrigidos.

### 6.2.1 Deslocamentos acumulados da cabeça de poço

Analisando-se as Equações (2.49) e (2.50), observa-se que a relação entre força efetiva e deslocamento é não-linear. Diferentemente do condutor, o revestimento de superfície não pode ser tratado como uma mola não-linear, pois os deslocamentos não são função exclusiva da força real, e sim da força efetiva que depende da pressão e força real.

Desta forma, a correção de esforços será realizada numericamente, mediante acréscimos de deslocamentos até obtenção de uma condição de equilíbrio com certa tolerância pré-estipulada. Neste sentido, dada a relação não-linear entre força efetiva e deslocamentos, a variação do deslocamento por flambagem  $\Delta L_{fl}$  deve ser determinada pela diferença entre os deslocamentos acumulados associados a força efetiva inicial  $F_{efi}$  e final  $F_{efec}$ , respectivamente, denotados por  $\delta_{fla}$  e  $\delta_{flf}$ , conforme ilustra a Figura 6.3.

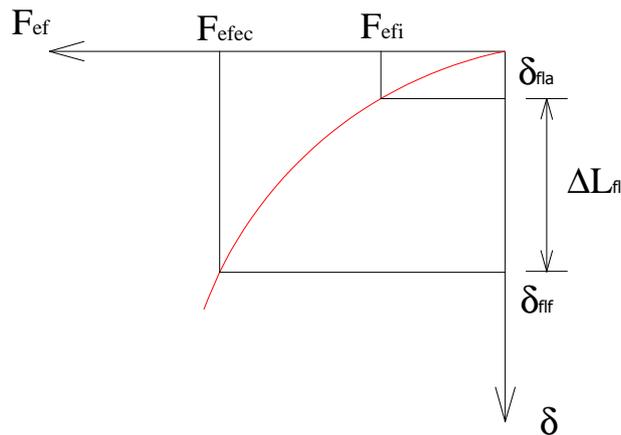


Figura 6.3 – Variação de deslocamento por flambagem.

## 6.3 Equacionamento

### 6.3.1 Correção dos deslocamentos e esforços nas colunas

O equacionamento considerando a flambagem do revestimento de superfície, pode ser feito para qualquer sequência operacional mediante a correção de deslocamentos na cabeça de poço e esforços nas colunas a partir de três cenários, a saber:

- Correção para aplicação de uma força;
- Correção para uma alteração de densidade de fluido;
- Correção para uma operação de produção/injeção ou TFR;

A correção para uma aplicação de uma força  $\Delta Q$  pode ser realizada de forma iterativa, a partir de um deslocamento de correção imposto na cabeça do poço  $\delta_{corr\ j}$ . Em razão da flambagem causar sempre um encurtamento, observa-se que  $\delta_{corr\ j}$  é superior ao deslocamento  $\delta_Q$  calculado pela formulação que despreza a flambagem do revestimento de superfície (Capítulo 5), conforme ilustra a Figura 6.4.

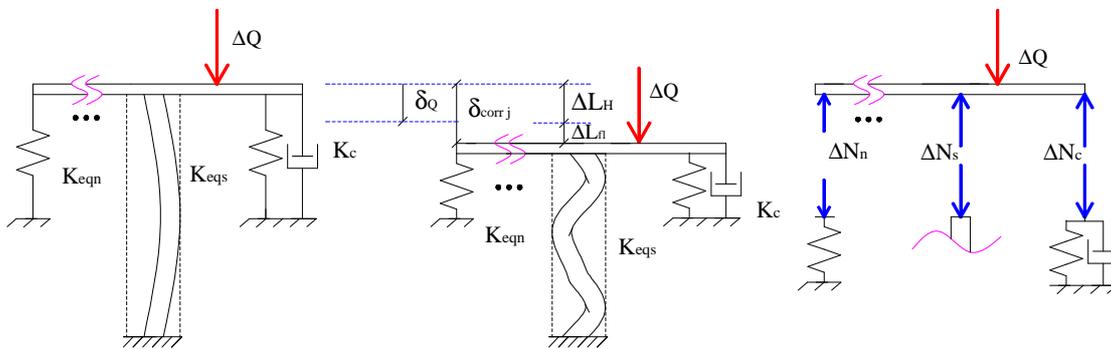


Figura 6.4 – Deslocamentos na cabeça de poço quando da flambagem do revestimento de superfície para um carregamento descendente.

De forma iterativa pode-se escrever:

$$\delta_{corr\ j} = \delta_Q + \delta_{pass} \cdot j \quad , \text{ para } \quad j = 1, \dots, m \quad \dots \quad (6.2)$$

onde  $\delta_Q$  é o deslocamento calculado pela formulação que despreza a flambagem do revestimento de superfície para o carregamento analisado,  $\delta_{pass}$  é um passo de deslocamento arbitrado e  $j$  é a iteração considerada.

Para cada iteração pode-se determinar as reações em cada coluna de revestimento. Para o condutor, tem-se:

$$\Delta N_c = k_c \delta_{corr\ j} \quad \dots \quad (6.3)$$

Já para o revestimento de superfície, deve-se considerar a sua flambagem. Neste contexto, a força de reação deve ser determinada levando-se em consideração a lei de Hooke e a teoria de LUBINSKI [18], isto é:

$$\Delta L_H + \Delta L_{fl} = \delta_{corr j} \quad \dots \quad (6.4)$$

Então, valendo-se das Equações (5.7) e (2.44), do deslocamento acumulado por flambagem  $\delta_{fla}$  (vide Figura 6.3) e inserindo-se o operador modular para que a variação de deslocamento por flambagem seja sempre positiva, a compatibilização de deslocamentos conduz a:

$$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left| \int_{L_{fl}} \frac{r_c^2}{4EI} |F_{ef}| dz - \delta_{fla} \right| = \delta_{corr j} \quad \dots \quad (6.5)$$

onde  $L_{fl}$  é o comprimento de revestimento de superfície flambado.

Para colunas com seção transversal constante, a integral da Equação (6.5) admite solução analítica e dependerá se a linha neutra de flambagem estará na coluna ou acima dela. Para o caso de linha neutra na coluna, valendo-se da Equação (2.49), a Equação anterior toma a forma:

$$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left| \frac{r_c^2 F_{ef ec}^2}{8EIW_a} - \delta_{fla} \right| = \delta_{corr j} \quad \dots \quad (6.6)$$

onde  $F_{ef ec}$  é dada pela Equação (6.1), a qual leva em consideração a condição inicial e o histórico de carregamento.

A Equação (6.6) recai em uma expressão quadrática, sendo a determinação  $\Delta N_s$  de fácil solução.

Já para o caso da linha neutra de flambagem fora da coluna, valendo-se da Equação (2.50), a Equação (6.5) resulta em:

$$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left| \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIW_a} \left[ \frac{LW_a}{|F_{efec}|} \left( 2 - \frac{LW_a}{|F_{efec}|} \right) \right] - \delta_{fla} \right| = \delta_{corrj} \quad \dots \quad (6.7)$$

A Equação (6.7) deve ser resolvida numericamente para determinação de  $\Delta N_s$ , utilizando-se, por exemplo, o Método de Newton Raphson.

Uma vez determinadas as forças nos revestimentos condutores e de superfície, resta ainda, determinar as demais reações nas outras colunas. Como está se desprezando a possibilidade de flambagem das demais colunas, as reações podem ser calculadas diretamente pela Lei de Hooke (Equação (5.7)). Assim, escreve-se:

$$\Delta N_i = k_{eqi} \delta_{corrj} \quad , \text{ para } \quad i = 1, \dots, n \quad \dots \quad (6.8)$$

onde o índice  $i$  denota as demais colunas instaladas no momento da aplicação do carregamento.

De posse das forças calculadas para uma determinada iteração  $j$ , deve-se avaliar o equilíbrio da estrutura, considerando-se uma certa tolerância pré-definida  $tol$ . Assim, impondo-se a condição de equilíbrio tem-se:

$$k_c \delta_{corrj} + \Delta N_s + \sum_{i=1}^n k_{eqi} \delta_{corrj} - \Delta Q \leq tol \quad \dots \quad (6.9)$$

O número de iterações  $j$  necessário dependerá da tolerância admitida e do passo de deslocamento  $\delta_{pass}$ . Uma vez atingida a iteração  $m$  que satisfaz a tolerância, obtém-se o deslocamento corrigido da cabeça de poço. É importante salientar que  $k_c$  é uma função do deslocamento  $\delta_{corrj}$ , isto é,  $k_c = f(\delta_{corrj})$ .

Caso a força aplicada no poço tenha sentido oposto ao ilustrado na Figura 6.4, a análise é idêntica. A única diferença é que o deslocamento de flambagem acumulado  $\delta_{fla}$  é superior ao deslocamento de flambagem final, já que a força de tração causa uma diminuição da força efetiva final  $F_{efec}$ . Contudo não há alteração das equações de compatibilidade, em razão do operador modular aplicado sobre a variação de deslocamento por flambagem. A Figura 6.5 ilustra este cenário.

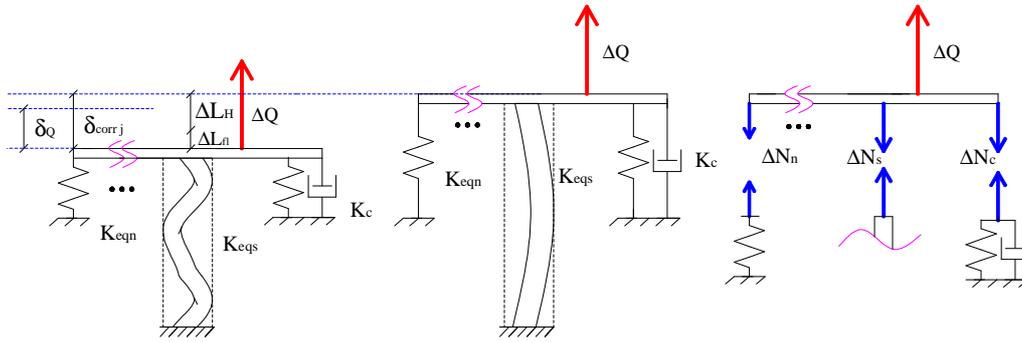


Figura 6.5 – Deslocamentos na cabeça de poço quando da flambagem do revestimento de superfície para um carregamento ascendente.

Nos demais cenários (alteração de densidade de fluido e operação de produção/injeção ou TFR), o equacionamento de correção de deslocamentos da cabeça de poço e esforços nas colunas é similar. Porém, duas parcelas devem ser consideradas separadamente: efeito pistão na cabeça do poço e tendência de variações de comprimento das colunas em razão dos efeitos balão, pistão e térmico, quando aplicável.

Na correção para o efeito pistão na cabeça do poço, basta considerar, conforme pontuado anteriormente, a força aplicada, dada pela Equação (5.32) ou (5.39), respectivamente, para a alteração de densidade de fluido e operação de produção/injeção ou TFR.

Por sua vez, a correção da tendência de variação de comprimento para alteração de densidade do fluido depende se ela ocorre no revestimento de superfície ou nas demais colunas de revestimento. O deslocamento livre pode ser calculado mediante a Equação (5.33), porém em valor absoluto conforme indica a Equação (6.10), e dependerá se ocorre no revestimento de superfície  $\delta_s$  ou em uma coluna subsequente  $\delta_n$ .

$$\delta_s = |-\Delta L_{Bs} - \Delta L_{Ps}| \quad \text{ou} \quad \delta_n = |-\Delta L_{Bn} - \Delta L_{Pn}| \quad \dots \quad (6.10)$$

A situação de alteração de densidade de fluido no revestimento de superfície é ilustrada para um alongamento e encurtamento, respectivamente, pela Figura 6.6 e Figura 6.7. Os resultados de interesse são apresentados na Tabela 6.1.

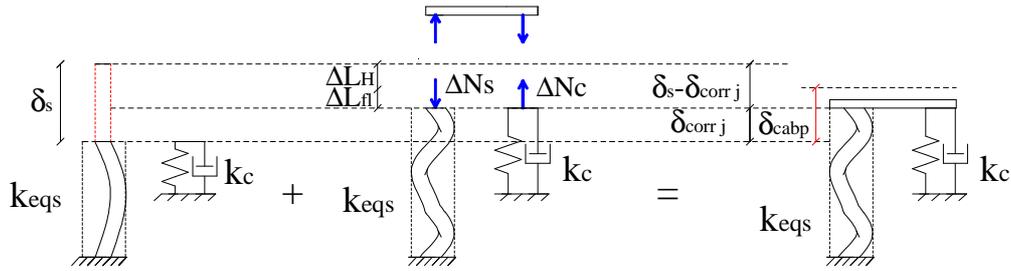


Figura 6.6 – Alteração de densidade de fluido no revestimento de superfície considerando um alongamento.

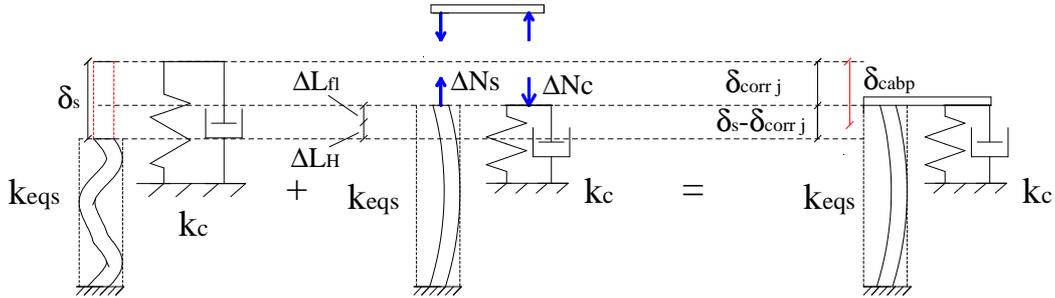


Figura 6.7 – Alteração de densidade de fluido no revestimento de superfície considerando um encurtamento.

Tabela 6.1 – Resultados de interesse para a análise de alteração de densidade de fluidos no revestimento de superfície para tendência de variação de comprimento.

Descrição	Equação
Deslocamento corrigido	$\delta_{corr j} = \delta_{cabp} - \delta_{pass} \cdot j$ , para $j = 1, \dots, m$
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra na coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIW_a} - \delta_{fla} \right  = \delta_s - \delta_{corr j}$
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra fora da coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIW_a} \left[ \frac{LW_a}{ F_{efec} } \left( 2 - \frac{LW_a}{ F_{efec} } \right) \right] - \delta_{fla} \right  = \delta_s - \delta_{corr j}$
Equação de equilíbrio	$k_c \delta_{corr j} - \Delta N_s \leq tol$

Já a correção da tendência de variação de comprimento para a alteração de densidade de fluido nas demais colunas de revestimento é ilustrada para um alongamento e encurtamento, respectivamente, pela Figura 6.8 e Figura 6.9. Os resultados de interesse são apresentados na Tabela 6.2.

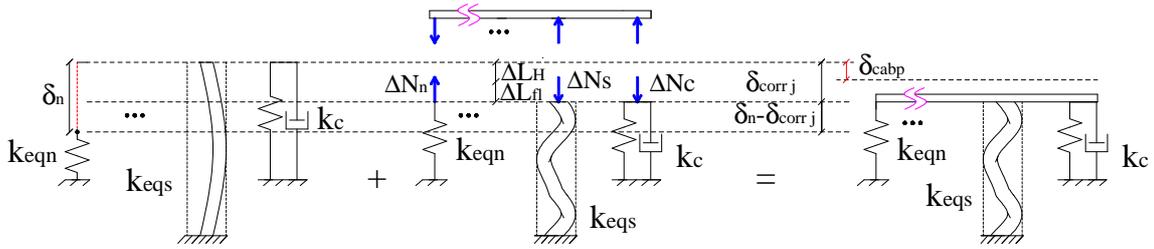


Figura 6.8 – Alteração de densidade de fluido em uma dada coluna considerando um alongamento.

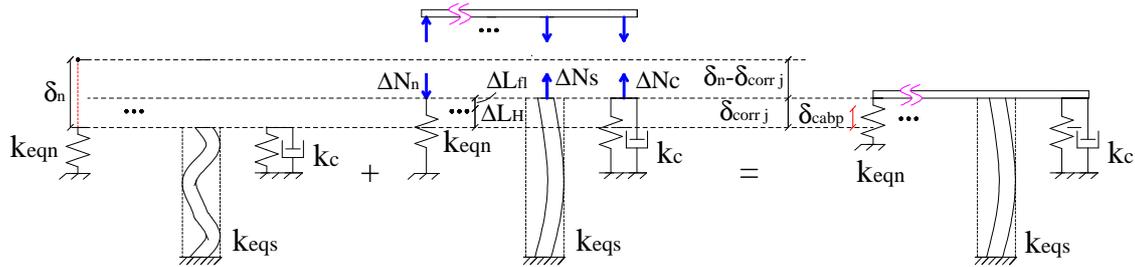


Figura 6.9 – Alteração de densidade de fluido de uma dada coluna considerando um alongamento.

Tabela 6.2 – Resultados de interesse para a análise de alteração de densidade de fluidos nas demais colunas para tendência de variação de comprimento

Descrição	Equação
Deslocamento corrigido	$\delta_{corr j} = \delta_{cabp} + \delta_{pass} \cdot j$ para $j = 1, \dots, m$
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra na coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIw_a} - \delta_{fla} \right  = \delta_{corr j}$
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra fora da coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \frac{r_c^2 F_{efec}^2}{8EIw_a} \left[ \frac{Lw_a}{ F_{efec} } \left( 2 - \frac{Lw_a}{ F_{efec} } \right) \right] - \delta_{fla} \right  = \delta_{corr j}$
Esforços nas colunas instaladas após o revestimento de superfície e antes da última coluna	$\Delta N_i = k_{eqi} \delta_{corr j}$ , para $i = 1, \dots, n - 1$
Esforço na última coluna instalada	$\Delta N_n = k_{eqn} (\delta_n - \delta_{corr j})$
Equação de equilíbrio	$k_c \delta_{corr j} + \Delta N_s + \sum_{i=1}^{n-1} k_{eqi} \delta_{corr j} - k_{eqn} (\delta_n - \delta_{corr j}) \leq tol$

Finalmente, na correção da tendência de variação de comprimento para a operação de produção/injeção ou TFR, os deslocamentos livres podem ser calculados mediante a Equação (5.40), porém em valor absoluto conforme indica a Equação (6.11), e ocorrerão no revestimento de superfície  $\delta_s$  ou em uma coluna subsequente  $\delta_i$ .

$$\delta_s = |-\Delta L_{Tsi} - \Delta L_{Bsi} - \Delta L_{Psi}| \text{ e } \delta_i = |-\Delta L_{Ti} - \Delta L_{Bi} - \Delta L_{Pi}|, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (6.11)$$

A operação de produção/injeção ou TFR é ilustrada para uma condição de revestimento de superfície tracionado ou comprimido, respectivamente, pela Figura 6.10 e Figura 6.11. Os resultados de interesse são apresentados na Tabela 6.3.

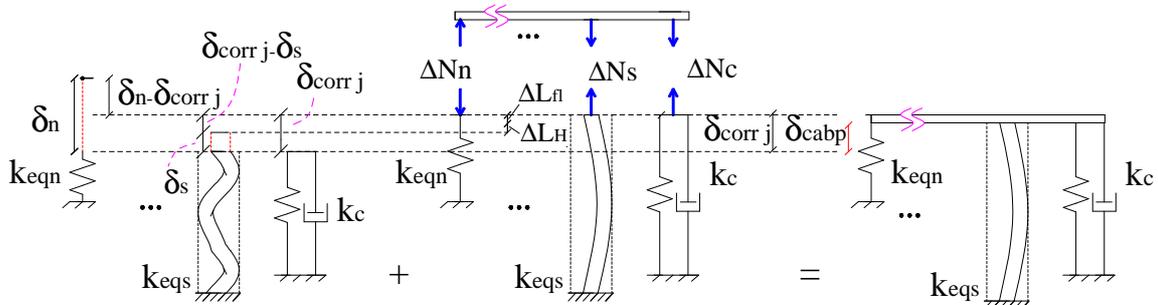


Figura 6.10 – Compatibilidade de deslocamento, considerando uma variação de tração sobre o revestimento de superfície.

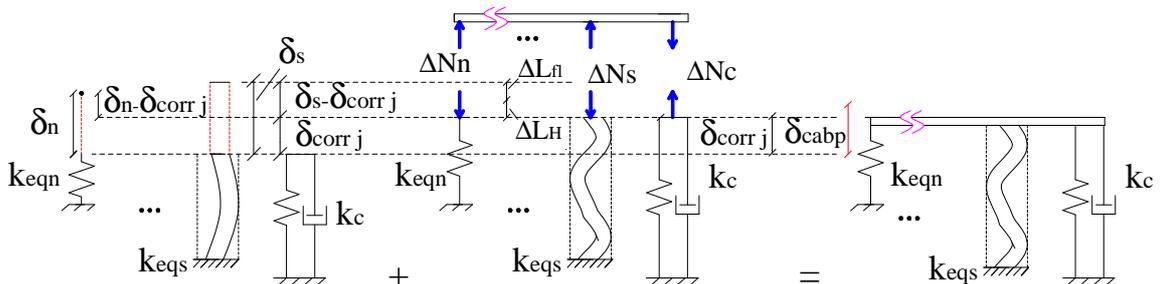


Figura 6.11 – Compatibilidade de deslocamento, considerando uma variação de compressão sobre o revestimento de superfície.

Tabela 6.3 – Resultados de interesse para operação de produção/injeção ou TFR para tendência de variação de comprimentos

Descrição	Equação
Deslocamento corrigido	$\delta_{corr j} = \delta_{cabp} + \kappa \cdot \delta_{pass} \cdot j$ para $j = 1, \dots, m$
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra na coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \delta_{fla} - \frac{r_c^2 F_{ef ec}^2}{8EIW_a} \right  =  \delta_{corr j} - \delta_s $
Compatibilidade de deslocamentos para linha neutra fora da coluna	$\frac{\Delta N_s}{k_{eqs}} + \left  \delta_{fla} - \frac{r_c^2 F_{ef ec}^2}{8EIW_a} \left[ \frac{LW_a}{ F_{ef ec} } \left( 2 - \frac{LW_a}{ F_{ef ec} } \right) \right] \right  =  \delta_{corr j} - \delta_s $
Esforços nas colunas instaladas após o revestimento de superfície	$\Delta N_i = k_{eqi} (\delta_i - \delta_{corr j})$ para $i = 1, \dots, n$
Equação de equilíbrio	$k_c \delta_{corr j} + \kappa \cdot \Delta N_s - \sum_{i=1}^n k_{eqi} (\delta_i - \delta_{corr j}) \leq tol$

Na Tabela 6.3, o valor da variável  $\kappa$ , depende se o revestimento de superfície está tracionado ( $\kappa = 1$ ) ou comprimido ( $\kappa = -1$ ).

### 6.3.2 Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície

No capítulo anterior (item 5.4.4), pontuou-se sobre os esforços normais resultantes para determinação da tensão equivalente de von Mises. As forças normais resultantes eram uma composição da condição inicial, obtida após a operação de cimentação, e das forças advindas da sequência de carregamentos impostas ao poço. Contudo, é importante salientar que a flambagem incrementa um esforço binário em virtude do momento fletor que surge na seção. Assim, as tensões resultantes sofrem acréscimos em virtude da flambagem do revestimento de superfície. As tensões de flexão por flambagem podem ser determinadas segundo LUBINSKI [18] mediante a Eq. (6.12):

$$\sigma_{fl} = \frac{D_e r_c}{4I} F_{ef} \dots \quad (6.12)$$

onde  $D_e$  é o diâmetro externo,  $r_c$  é a distância de confinamento,  $I$  é o momento de inércia da seção e  $F_{ef}$  é a força efetiva no ponto considerado.

Na Equação (6.12), a força efetiva deve considerar a condição inicial e o histórico de carregamento e ser determinada no ponto da coluna de interesse.

Uma vez determinada a tensão de flexão por flambagem, pode-se determinar a força normal que produziria a mesma tensão normal que a flexão, isto é:

$$F_{fl} = \pm \sigma_{fl} A \quad \dots \quad (6.13)$$

onde  $A$  é área da seção transversal.

Por sua vez, a força resultante para cálculo da tensão equivalente de von Mises pode ser determinada conforme a seguinte Equação:

$$F = N_0 + \sum_{j=1}^n \Delta N_j \pm F_{fl} \quad \dots \quad (6.14)$$

onde  $N_0$  é a força proveniente da operação de cimentação,  $\Delta N_j$  as variações de esforços provenientes da sequência de carregamento e  $F_{fl}$  a força que produziria a mesma tensão normal que a flexão por flambagem.

De posse da força resultante dada pela Equação (6.14) e da pressão interna e externa, a tensão equivalente de von Mises pode ser determinada mediante a Equação (5.47).

# 7

## Estudos de Casos

---

### 7.1 Considerações iniciais

Neste capítulo, dois estudos de casos são apresentados com verificação numérica. O primeiro trata da análise de condutores mediante a construção da mola não-linear em histerese. A metodologia é verificada por meio de uma comparação com um modelo de referência construído com o *software* Abaqus® [73]. O segundo mostra uma análise completa de um poço *offshore* exploratório considerando a influência do topo de cimento do revestimento de superfície. São apresentadas as curvas de deslocamentos da cabeça de poço, força descarregada sobre o revestimento condutor e tensões de von Mises sobre o revestimento de superfície. Dentro do segundo estudo de caso, duas abordagens são apresentadas. Na primeira, desconsidera-se a flambagem do revestimento de superfície, enquanto na segunda análise o modelo é aperfeiçoado para corrigir as variáveis de interesse em razão da flambagem. As duas abordagens são verificadas comparando-as a soluções de referência obtidas mediante modelos construídos no *software* Abaqus® [73].

### 7.2 Estudo de caso 1: Verificação da mola representativa do condutor

#### 7.2.1 Descrição da análise

O intuito deste estudo de caso é verificar a metodologia desenvolvida neste trabalho para a mola representativa do condutor, comparando-a com uma solução desenvolvida com o *software* Abaqus® [73]. O tipo de elemento utilizado no *software* Abaqus® [73] será o PSI24, um elemento específico de interação com solo para análises não-lineares em *pipeline*.

O elemento PSI24 utiliza curvas semelhantes às curvas t-z como entrada de dados. Enquanto nas curvas t-z expressa-se o deslocamento nodal por tensão cisalhante (adesão), nas curvas do PSI24 expressa-se deslocamento nodal por força linear. A

segunda curva pode ser facilmente obtida da primeira, multiplicando-se os valores de adesão  $t$  pelo perímetro do condutor, isto é  $t_l = \pi D t$ . A utilização de um elemento de interação do tipo do PSI24 é útil na aplicação de cargas cíclicas. Para um elemento prescrito com curva bi linear, com limites elásticos  $z_n \leq z \leq z_p$  a laçada da Figura 7.1 é obtida. Para elementos com mais de dois trechos o resultado cíclico se baseia no princípio de MASING [16] por interpolação de alguns pontos.

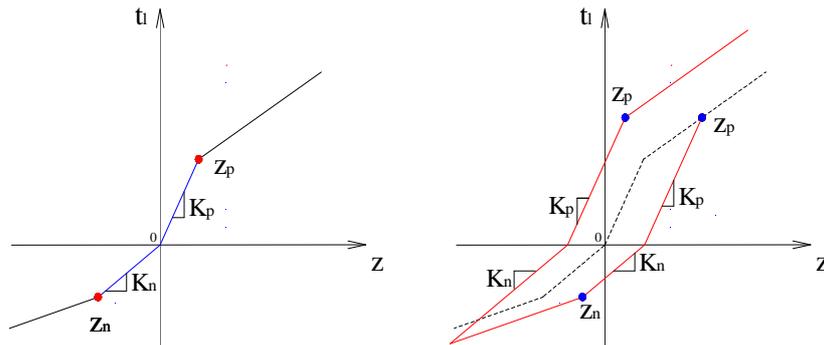


Figura 7.1 – Laçada para curva cíclica, Abaqus® [73].

Assim sendo, considere-se um condutor de 84 m cimentado onde o diâmetro em contato com o solo é  $D = 36$  in [0,914 m]. Tanto na análise da formulação proposta neste trabalho quanto na análise com o uso do *software* Abaqus® [73], adotaram-se malhas compostas de 84 elementos finitos. A Figura 7.2 ilustra os dados de interesse.

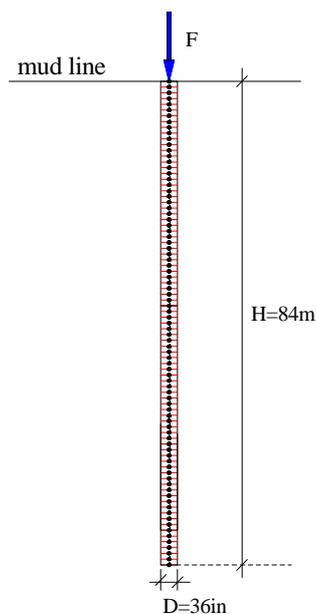


Figura 7.2 – Geometria do condutor.

Para efeito de comparação, será considerada uma única camada de solo, com uma resistência não drenada média  $S_u = 4,351$  psi [30 kPa] e coeficiente de adesão médio  $\alpha = 1$ , resultando em  $t_{max} = 4,351$  psi [30 kPa]. Duas curvas t-z serão analisadas neste estudo de caso: a curva com dados API adaptados sem considerar o amolecimento após  $z_{peak}$  e a curva calibrada a partir dos dados da primeira, conforme Equação (3.33). Essas curvas são indicadas na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Dados t-z utilizados na comparação.

$z / z_{peak}$	$t / t_{max}$	
	API	Curva Calibrada $\frac{t}{t_{max}} = \frac{1,875(z / z_{peak})}{1 + 0,8741 \times (z / z_{peak})^{1,4}}$
0,16	0,30	0,281
0,31	0,50	0,497
0,57	0,75	0,765
0,8	0,90	0,915
1,0	1,00	1,000
$\infty$	1,00	1,000

O valor de  $z_{peak}$  será adotado como padrão API, isto é,  $z_{peak} = 0,01D = 9,144 \times 10^{-3}$  m. Já para o condutor consideram-se módulo de Young  $E$  igual a  $30 \times 10^6$  psi [ $2,068 \times 10^5$  MPa] e coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,29.

### 7.2.2 Resultados da análise

A Figura 7.3 ilustra a comparação do presente trabalho com o resultado gerado pelo elemento PSI24 do *software* Abaqus® [73], quando do uso dos dados API sem amolecimento. Observa-se que os resultados foram praticamente idênticos. Vale lembrar que o presente trabalho utiliza dados t-z provenientes da calibração (terceira coluna da Tabela 7.1). Utilizando-se no *software* Abaqus® [73] também os dados t-z da curva calibrada, obtêm-se os resultados ilustrados na Figura 7.4. Como é possível verificar, novamente, os resultados foram praticamente idênticos, sem diferenças significativas no tocante a comparação anterior. Tal resultado é de grande valia pois identifica uma aderência da calibração proposta das curvas t-z do presente trabalho.

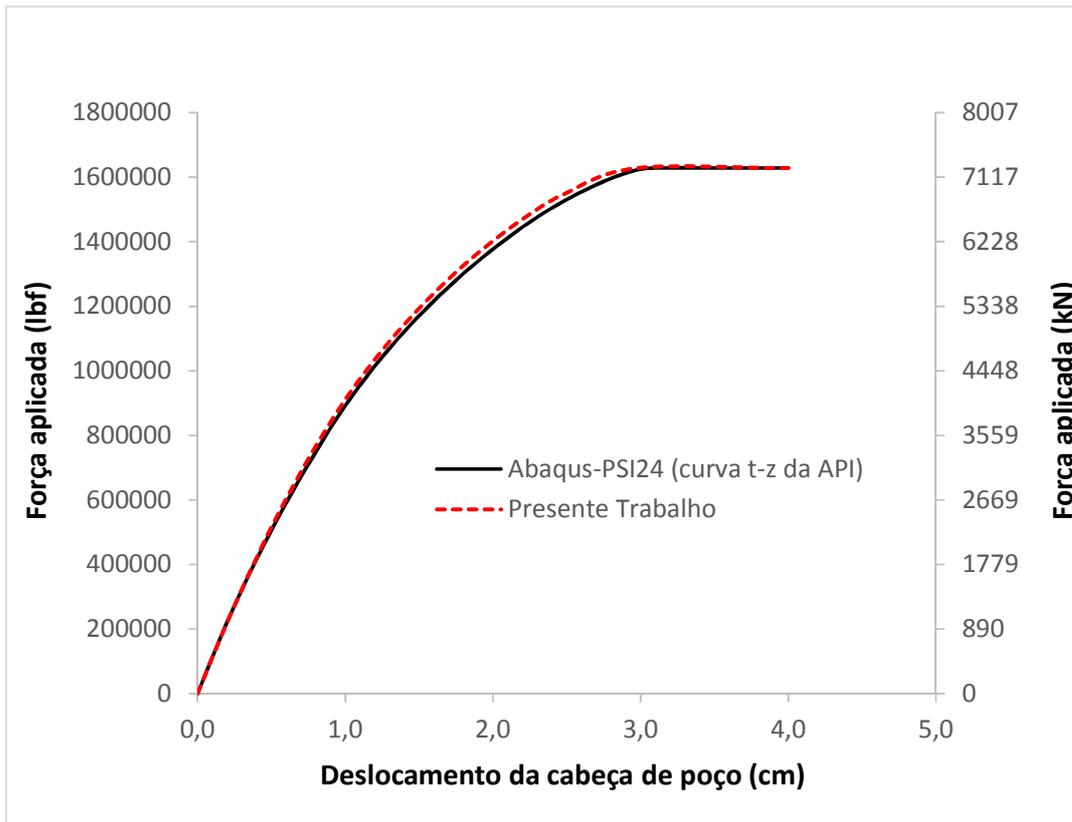


Figura 7.3 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] com curva API versus presente trabalho.

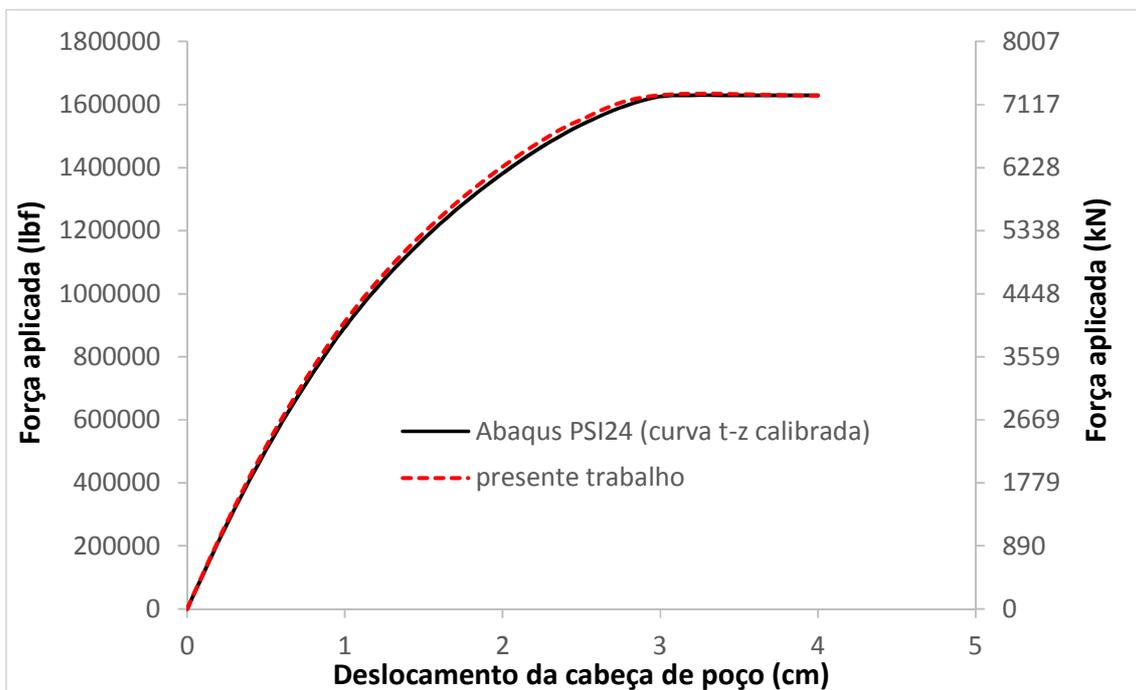


Figura 7.4 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] com curva calibrada versus presente trabalho.

Por sua vez, para o trecho de inversão de carregamento (Figura 7.5) nota-se uma ligeira diferença na porção inferior dos gráficos. A diferença máxima encontrada em termos de deslocamento é da ordem de 8,7%.

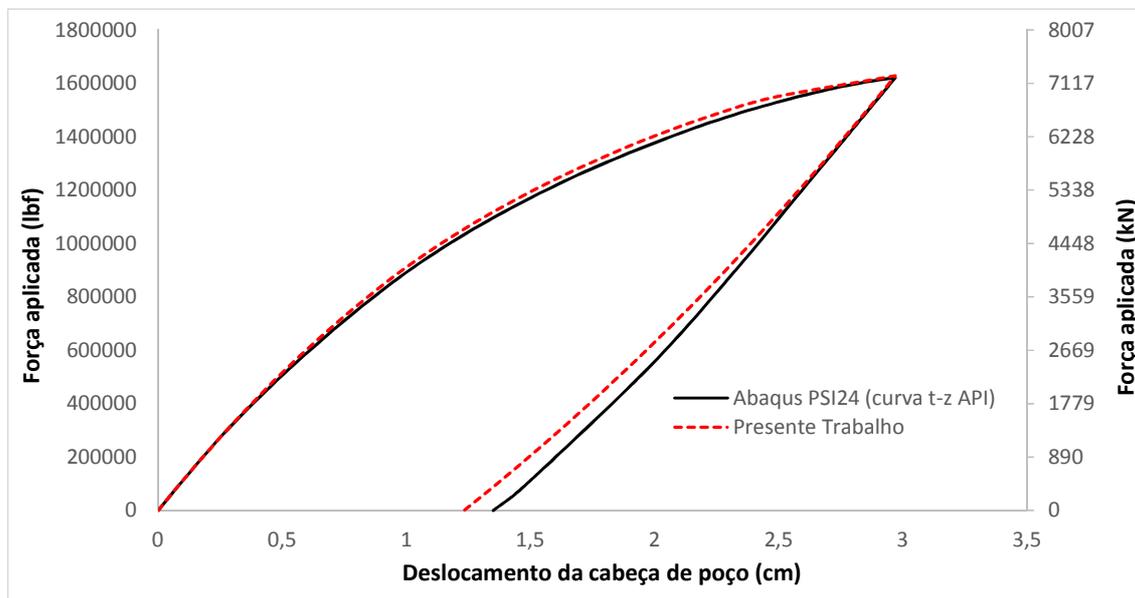


Figura 7.5 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para o trecho de inversão.

Com o intuito de se comparar o resultado para uma inversão de carregamento a partir do patamar de carga, considere-se a Figura 7.6. Nela, observa-se que os resultados divergiram um pouco, sobretudo na região próxima ao patamar de carregamento. Isto se deve ao número de pontos tomados na interpolação das curvas de cada solução (a solução do Abaqus® [73] não gerou um conjunto de pontos suficiente para captar com precisão a região próxima ao patamar de carregamento). Novamente, nota-se uma ligeira diferença para o trecho de inversão de carregamento.

Apresenta-se na Figura 7.7 uma visão geral para um ciclo completo de histerese. Como se pode perceber ambas as formulações seguem o princípio de MASING [16]. Além disso, observa-se que os resultados encontrados foram, de forma geral, muito próximos. Nota-se que as curvas do presente trabalho se mostraram mais suaves.

Por sua vez, a Figura 7.8 apresenta os resultados para dois ciclos de histerese. Observa-se que os resultados se distanciaram um pouco, mas apresentam o mesmo padrão de comportamento. Novamente, as curvas do presente trabalho se mostraram mais suaves.

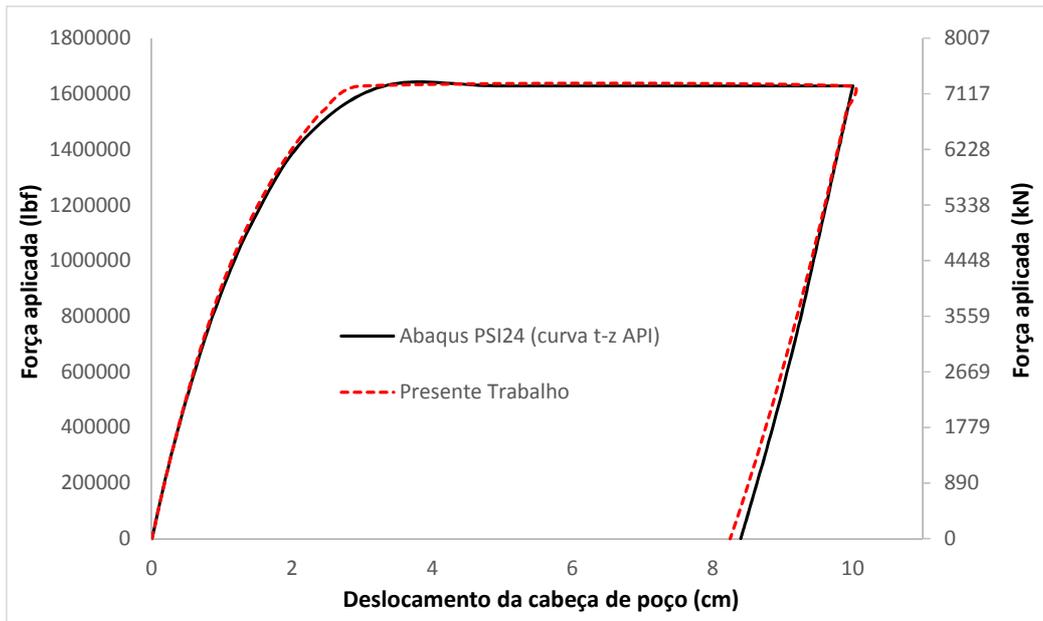


Figura 7.6 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho com descarregamento após o patamar de carregamento.

Apesar dos resultados encontrados terem sido muito similares, é importante salientar que a metodologia apresentada neste trabalho é mais abrangente que a utilizada no *software* Abaqus® [73]. Conforme foi apresentado no Capítulo 2, a utilização dos fatores de ajuste  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  fornece uma ampla liberdade para calibração das curvas t-z para diferentes dados empíricos, que, não necessariamente, seguem o princípio de MASING [16].

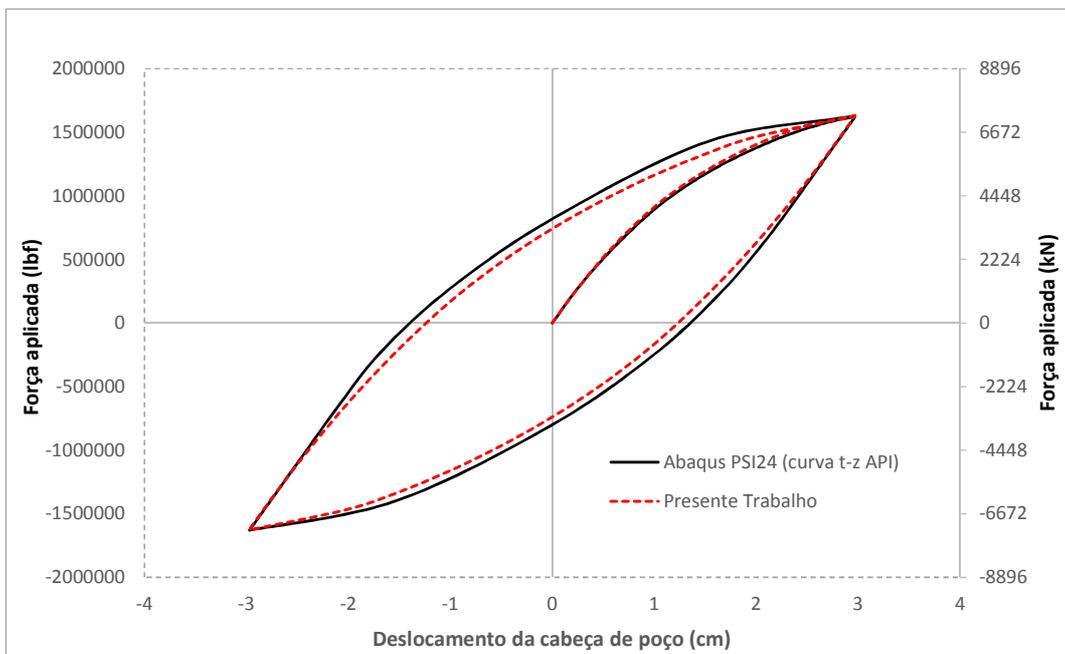


Figura 7.7 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para um ciclo completo de carregamento.

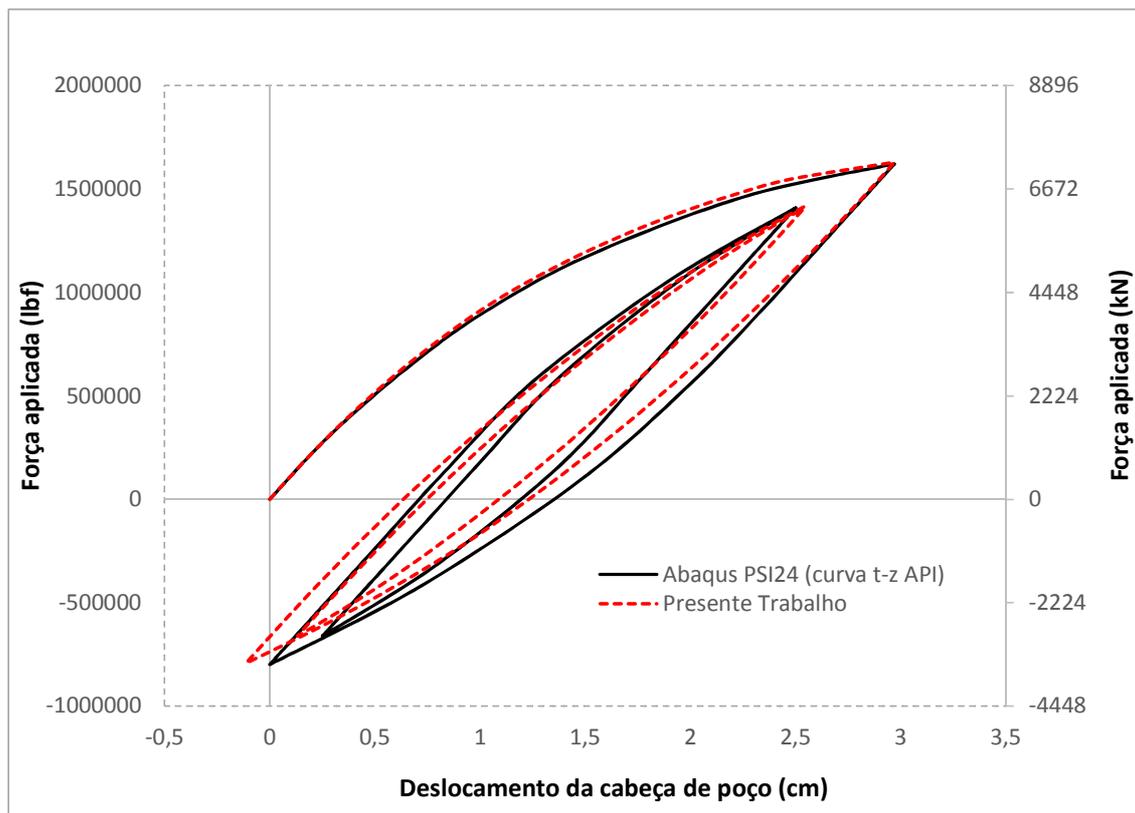


Figura 7.8 – Comparação de resultados do Abaqus® [73] versus presente trabalho para dois ciclos de carregamento.

### 7.3 Estudo de caso 2: Análise de movimentação da cabeça de poço de um poço exploratório e verificação numérica do modelo

#### 7.3.1 Descrição da análise

O objetivo deste estudo de caso é apresentar uma análise completa de esforços normais e de movimentação do SCPS para um poço exploratório de quatro fases. A implementação computacional foi realizada mediante programação simbólica do *software* Mathcad® [72].

Considerando-se que a finalidade do poço seja a realização de um teste de formação a poço revestido (TFR), a seguinte sequência de carregamentos é esperada:

- 1) Instalação do revestimento do condutor;
- 2) Instalação do revestimento de superfície;
- 3) Instalação do BOP;
- 4) Incremento da densidade do fluido de perfuração sobre o revestimento de superfície;

- 5) Instalação do revestimento intermediário;
- 6) Incremento da densidade do fluido de perfuração sobre o revestimento intermediário;
- 7) Instalação do revestimento de produção;
- 8) Incremento da densidade do fluido de completação sobre o revestimento de produção;
- 9) Instalação da coluna de teste;
- 10) TFR.

O projeto do poço prevê retorno de cimentação do revestimento de superfície para a *mud line*. Contudo, em razão da possibilidade de insucesso desta operação, será realizada uma análise de sensibilidade do topo do cimento, com trechos livres de revestimento variando de 100 m a 500 m em intervalos de 100 m. Pretende-se com esta análise de sensibilidade avaliar especificamente os seguintes aspectos:

- a) Movimentação do SCPS;
- b) Força descarregada sobre o revestimento condutor;
- c) Nível de tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície.

### 7.3.2 Dados do projeto

As cotas de assentamento de sapatas e topos de cimento estão referenciadas em relação à mesa rotativa (MR) da sonda, conforme indica a Figura 7.9. Os dados das colunas de revestimentos e da coluna de teste estão ilustrados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Dados das colunas de revestimento.

Colunas	Peso linear (lbf/ft) [kN/m]	Diâmetro externo (in) [m]	Diâmetro interno (in) [m]	Grau
Condutor	(457) [6,669]	(30) [0,762]	(27) [0,686]	X60
Superfície	(133) [1,941]	(20) [0,508]	(18,75) [0,476]	X56
Intermediário	(72) [1,051]	(13 3/8) [0,34]	(12,347) [0,314]	P110
Produção	(53,5) [0,781]	(9 5/8) [0,244]	(8,535) [0,217]	C110
Coluna de teste	(29,8) [0,435]	(5 ½) [0,14]	(4,778) [0,121]	L80

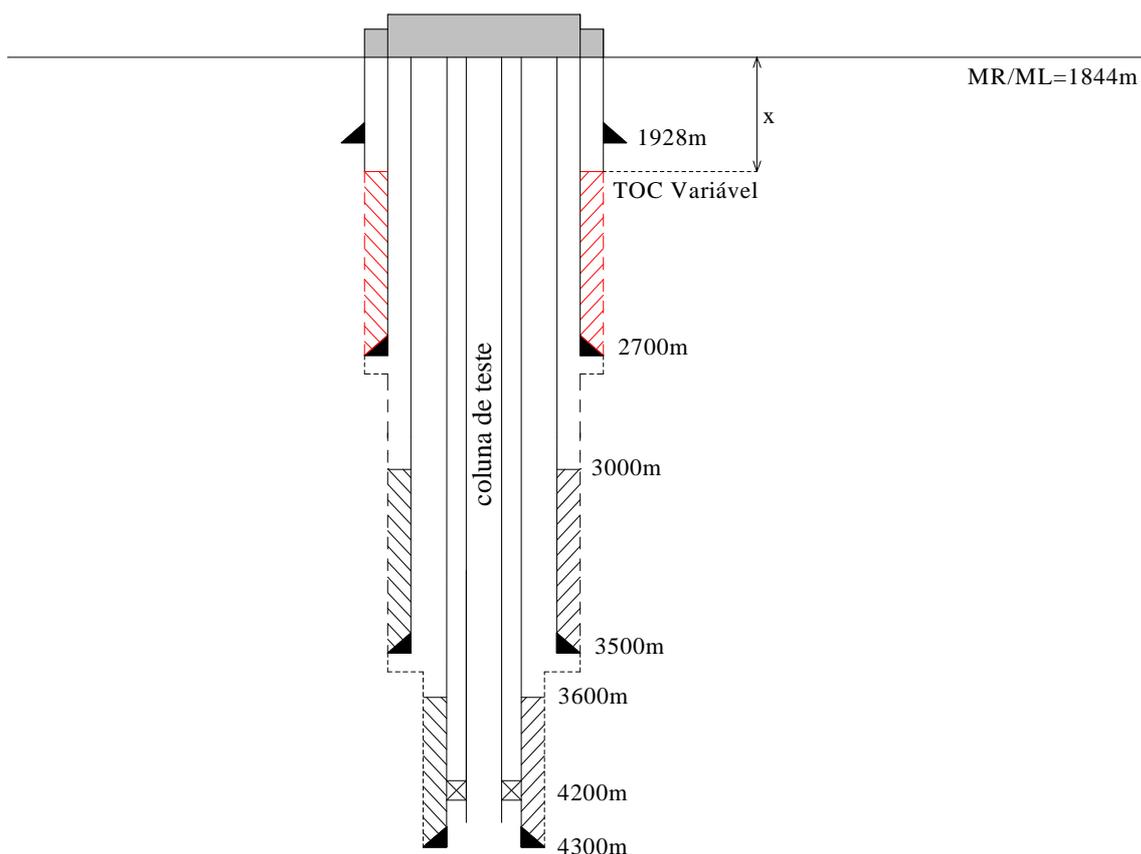


Figura 7.9 – Cotas de assentamento de sapatas e topos de cimento.

O peso específico dos fluidos no interior e exterior de cada revestimento e da pasta de cimento, quando aplicável, está indicado na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 – Peso específico de fluidos no interior e exterior das colunas.

Colunas	Fluido interno (lbf/gal) [kN/m <sup>3</sup> ]	Fluido externo (lbf/gal) [kN/m <sup>3</sup> ]	Pasta de cimento (lbf/gal) [kN/m <sup>3</sup> ]
Condutor	(8,5) [9,998]	(8,5) [9,998]	-
Superfície	(8,5) [9,998]	(8,5) [9,998]	(12,2) [14,336]
Intermediário	(10,4) [12,221]	(10,4) [12,221]	(16,2) [19,037]
Produção	(11,9) [13,984]	(11,9) [13,984]	(16,2) [19,037]
Coluna de teste	(12,0) [14,101]	(12,0) [14,101]	-

Considerando-se a Tabela 7.3, pode-se determinar os pesos aparentes de cada coluna. No revestimento de superfície, devem ser levadas em consideração as diferentes possibilidades quanto ao topo da pasta de cimento. Os resultados dos pesos aparentes estão ilustrados na Tabela 7.4.

Tabela 7.4 – Pesos aparentes das colunas

Colunas	Comprimento livre (m)	Comprimento cimentado (m)	Peso aparente (klbf) [kN]
condutor	-	-	(109,6 0 [487,5]
Superfície	100	756	(176,6) [785,6]
Superfície	200	656	(196,4) [873,6]
Superfície	300	556	(216,2) [943,9]
Superfície	400	456	(236,0) [1049,8]
Superfície	500	356	(255,8) [1137,9]
Intermediário	1156	500	(260,8) [1160,1]
Produção	1756	700	(316,3) [1407]
Coluna de teste	2356	-	(170,4) [758]

Neste projeto, o condutor possui 81,5 m e é jateado em solo argiloso com:

- Curva de resistência não drenada  $S_u = 0,189 \frac{\text{psi}}{\text{m}} h = 1,3 \frac{\text{kPa}}{\text{m}} h$ , sendo  $h$  a distância tomada a partir da *mud line*;
- Três diferentes valores para o fator de adesão:  $\alpha = 0,25$ ,  $\alpha = 0,5$  e  $\alpha = 0,75$ ;
- Curvas t-z com histerese, considerando  $z_{peak} = 0,01D$  e  $t_{max} = \alpha S_u$ .

Em se tratando de um teste de formação, o único equipamento submarino utilizado será o BOP, o qual possui peso aparente na água do mar igual a:  $W_{BOP} = 400 \text{ klbf} = 1779,3 \text{ kN}$ .

No levantamento do APB nos anulares e das dilatações térmicas das colunas, utilizou-se o *software* Wellcat™ [74]. O TFR foi realizado em regime de vazões constantes de 10000 bbl/dia de óleo em um total de 100 horas.

Os valores encontrados de APB nas simulações térmicas estão indicados na Tabela 7.5. Os perfis de temperatura dos revestimentos estão indicados na Figura 7.10. As dilatações térmicas das colunas estão indicadas na Tabela 7.6.

Tabela 7.5 – Valores de APB dos anulares com a produção surgente. Dados obtidos com Wellcat™ [74]

Anular	APB (psi) [Mpa]	Condição de contorno
A	(6965) [48]	Anular não ventilado
B	(432) [3]	Fratura da sapata do 13 3/8" (10,84 lbf/gal) [12,7 kN/m <sup>3</sup> ]
C	(199) [1,4]	Fratura da sapata do 20" (9,3 lbf/gal) [10,9 kN/m <sup>3</sup> ]

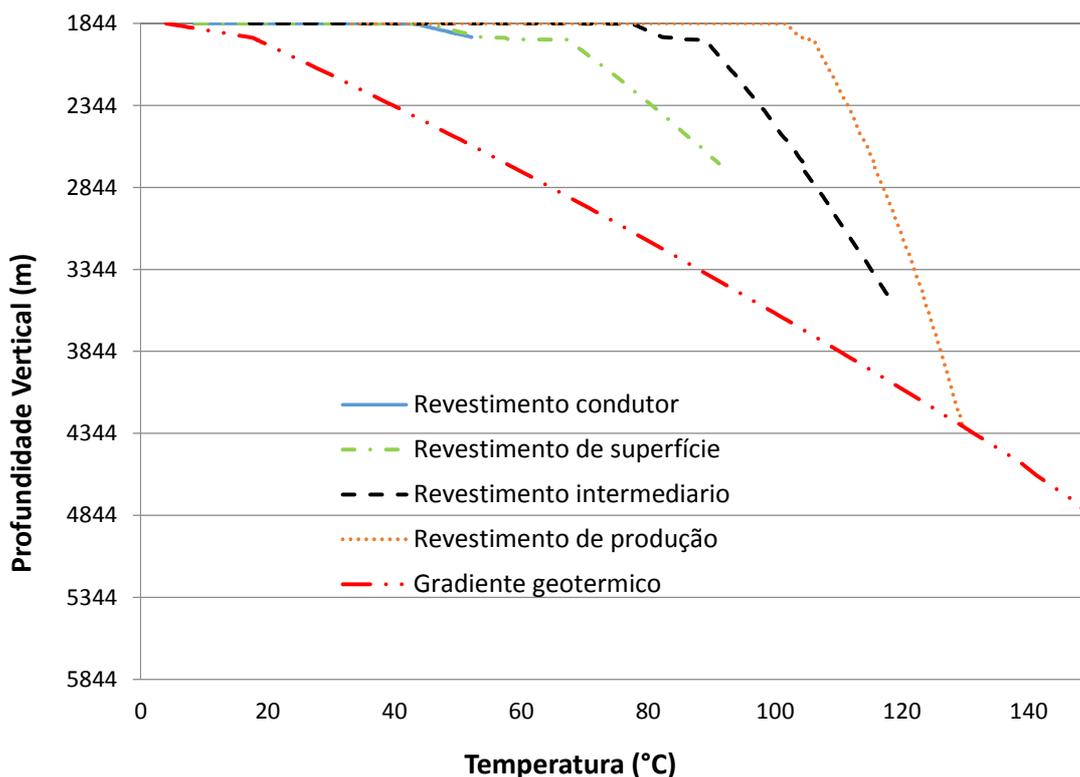


Figura 7.10 – Perfis de temperatura nos revestimentos.

Tabela 7.6 – Valores de dilatação térmica dos trechos livres de revestimento.

Coluna	Comprimento livre (m)	Dilatação térmica (m)	Condição de contorno
Superfície	100	0,048	Extremidade livre
Superfície	200	0,096	Extremidade livre
Superfície	300	0,142	Extremidade livre
Superfície	400	0,186	Extremidade livre
Superfície	500	0,227	Extremidade livre
Intermediário	1156	0,791	Extremidade livre
Produção	1756	1,254	Extremidade livre

Na obtenção da Tabela 7.6, realizaram-se várias simulações para o revestimento de superfície, à medida que se variou seu comprimento livre. Para o condutor consideram-se módulo de Young  $E$  igual a  $30 \times 10^6$  psi [ $2,068 \times 10^5$  MPa] e coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0,29.

Outra informação importante do projeto se refere à vinculação entre o *packer* e a coluna de teste. Neste projeto, a coluna não é fixada pelo *packer*, o que permite sua

movimentação sem distribuição de esforços com as demais colunas do poço. A seguir apresentam-se os resultados da análise. No Apêndice B, encontra-se um passo a passo da sequência de cálculo sem flambagem.

### 7.3.3 Resultados da análise sem flambagem

Inicialmente serão apresentados os resultados das análises desconsiderando a flambagem do revestimento de superfície, mas assumindo-se três fatores de adesão distintos:  $\alpha = 0,25$ ,  $\alpha = 0,50$  e  $\alpha = 0,75$ . Para cada fator de adesão, serão apresentados gráficos dos deslocamentos da cabeça de poço, força sobre o condutor e tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície, conforme o número de operações. Adicionalmente, ilustra-se o caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado. No item 7.3.4, os resultados serão corrigidos considerando a flambagem do revestimento de superfície.

Com o intuito de se avaliar a influência do topo do cimento do revestimento de superfície nas análises, será realizada uma variação da porção livre de cimento. Esta porção será denotada por  $x$  (vide Figura 7.9), com  $x$  variando de 100 m a 500 m, em intervalos regulares de 100 m.

Por fim, a convenção adotada será de valores de deslocamentos da cabeça de poço e força sobre o condutor descendentes como sendo positivos.

Da Figura 7.11 à Figura 7.14 apresentam-se, respectivamente, o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor, a tensão equivalente de von Mises e a relação força versus deslocamento na cabeça de poço nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,25$ .

Para um fator de adesão de 0,25, os resultados obtidos pela Figura 7.11 indicam deslocamentos descendentes elevados que variam de 10cm a 46cm, a depender da extensão livre de cimento. Isto se deve a baixa capacidade de carga do condutor, a qual é ultrapassada rapidamente (atinge-se o patamar de carregamento máximo), conforme ilustra a Figura 7.14.

No tocante à força sobre o condutor, observa-se, na Figura 7.12, uma inversão de sentido com a operação de teste de formação, indicando inversão de movimentação. Este fato também pode ser observado na Figura 7.11, que indica uma mudança no sentido da inclinação para a operação 10.

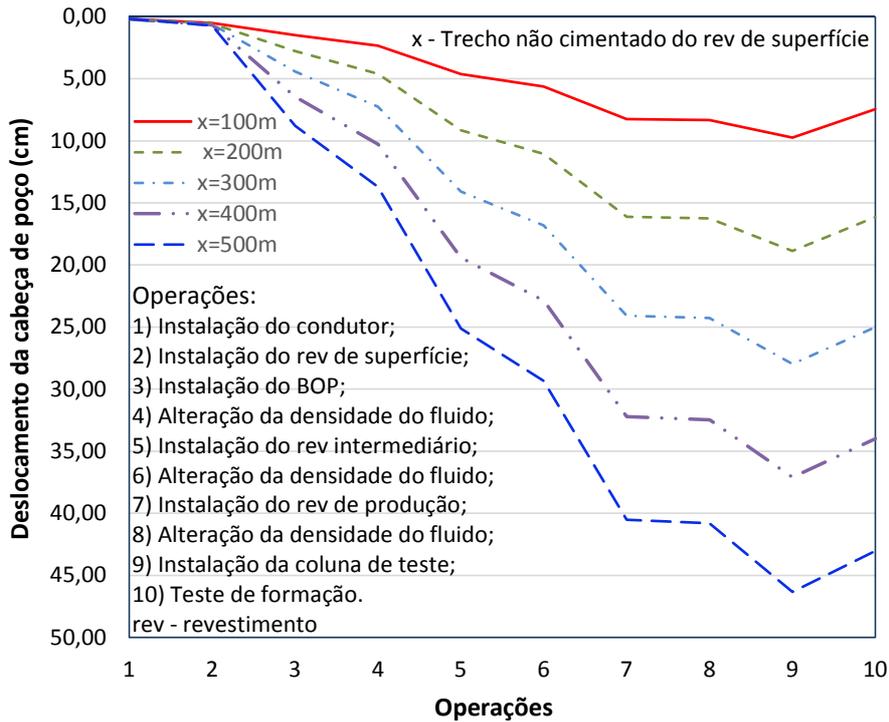


Figura 7.11 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

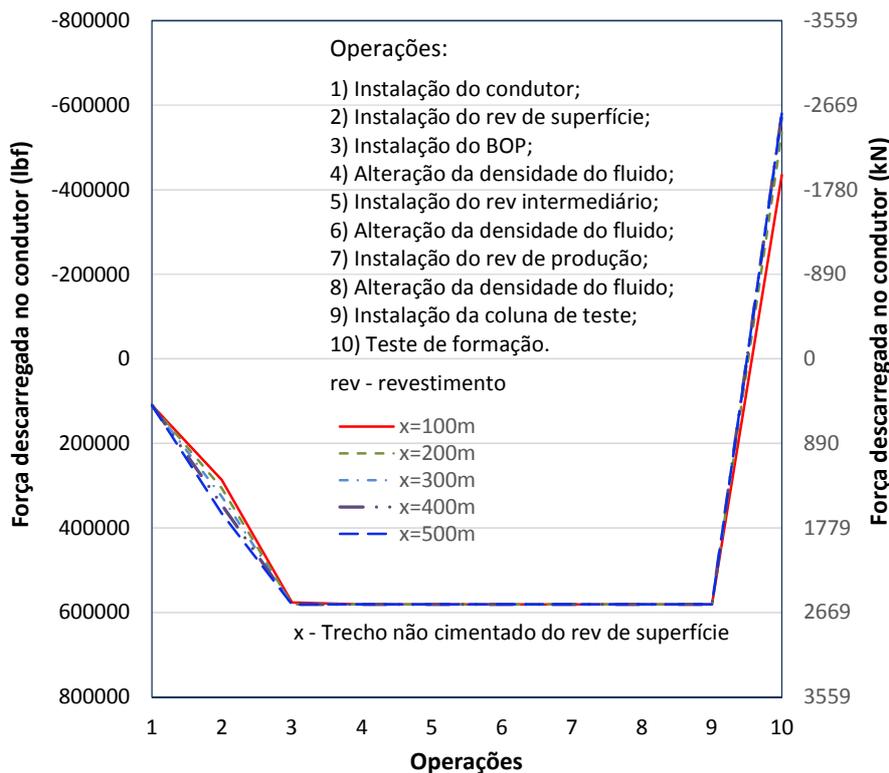


Figura 7.12 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

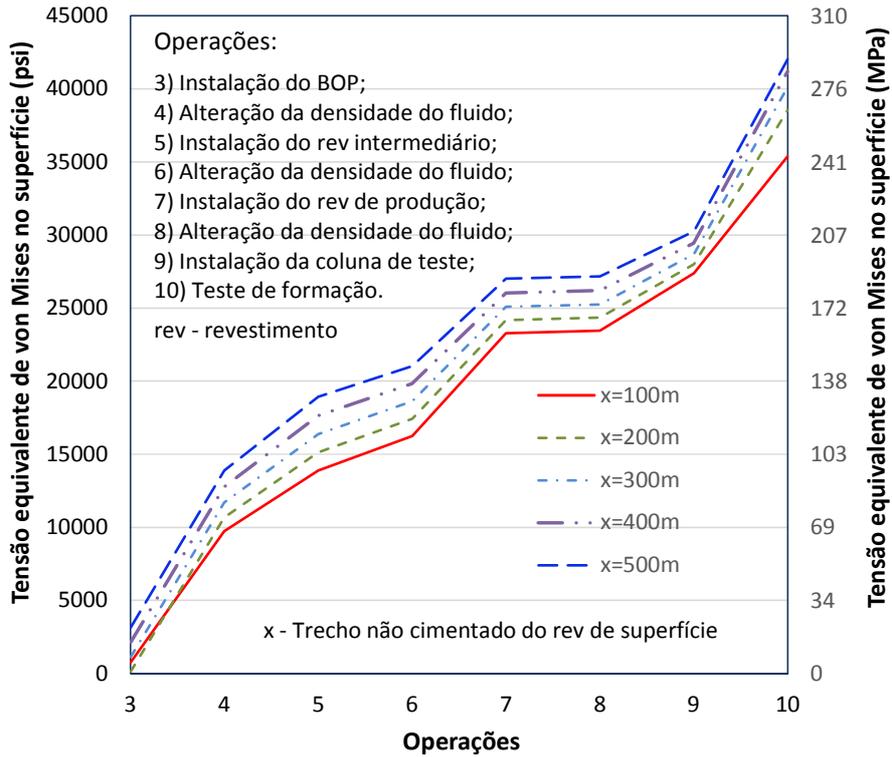


Figura 7.13 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

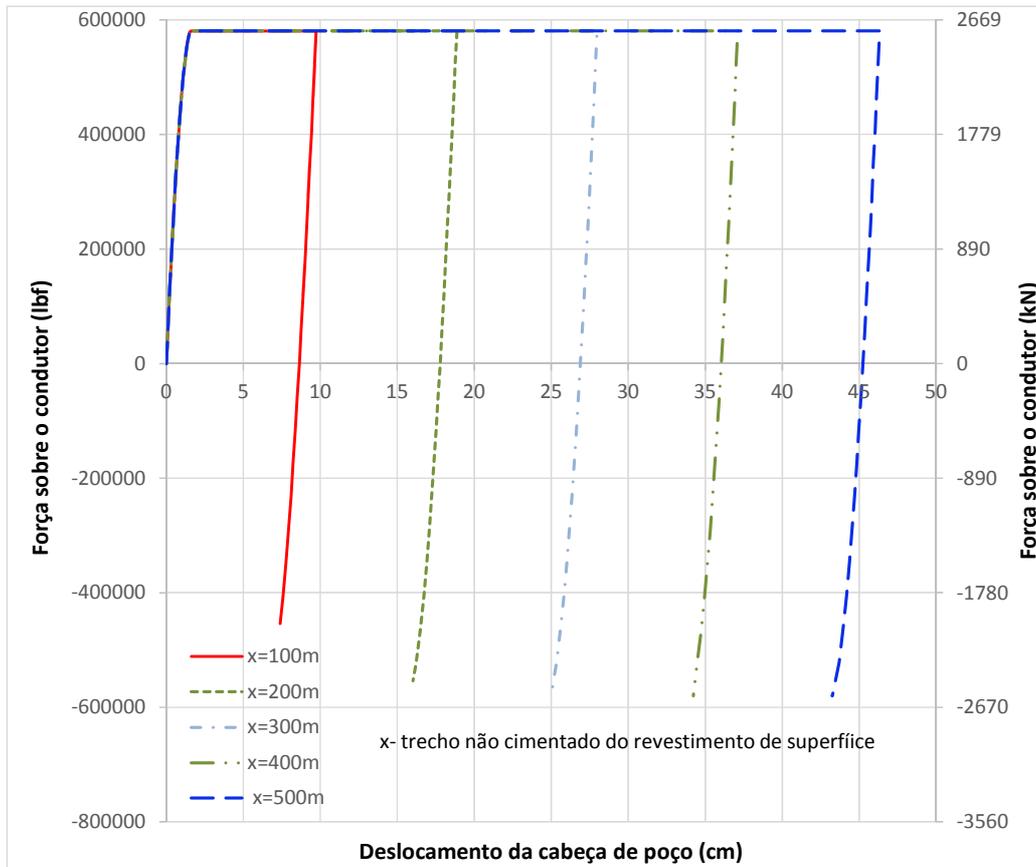


Figura 7.14 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para  $\alpha=0,25$ .

Por sua vez, a tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície indica um comportamento crescente com o número de operações e uma grande variabilidade na tensão máxima obtida. Apesar disso, a máxima tensão, em torno de 42000 psi [290 MPa] para  $x = 500$  m ficou abaixo do limite de escoamento do aço empregado, qual seja, de 56000 psi [386 MPa]. Isto equivale a um fator de segurança, pelo método das tensões admissíveis, equivalente a 1,33. Na Petrobras, por exemplo, o valor mínimo de fator de segurança é de 1,25.

Da Figura 7.15 à Figura 7.18 apresentam-se, respectivamente, o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor, a tensão equivalente de von Mises e a relação força versus deslocamento na cabeça de poço nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,50$ .

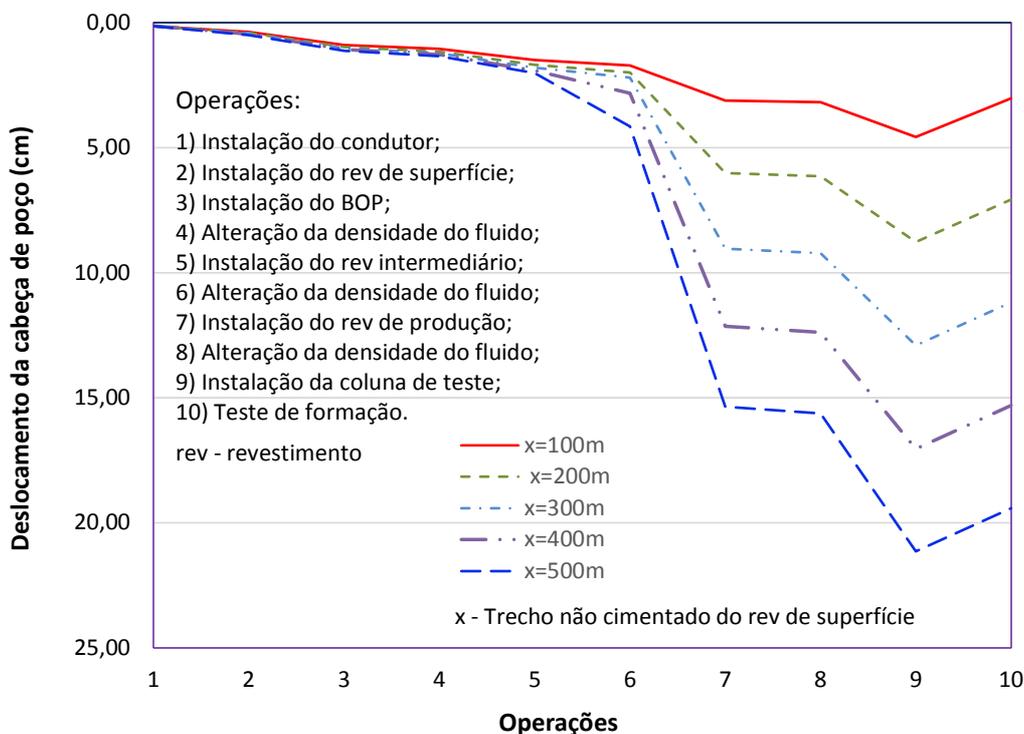


Figura 7.15 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

Para um fator de adesão de 0,50, os resultados obtidos pela Figura 7.15 indicam deslocamentos descendentes moderados que variam de 5cm a 22cm a depender da extensão livre de cimento. Observa-se, mediante a Figura 7.18, que a capacidade de carga do condutor é ultrapassada (atinge-se o patamar de carregamento máximo).

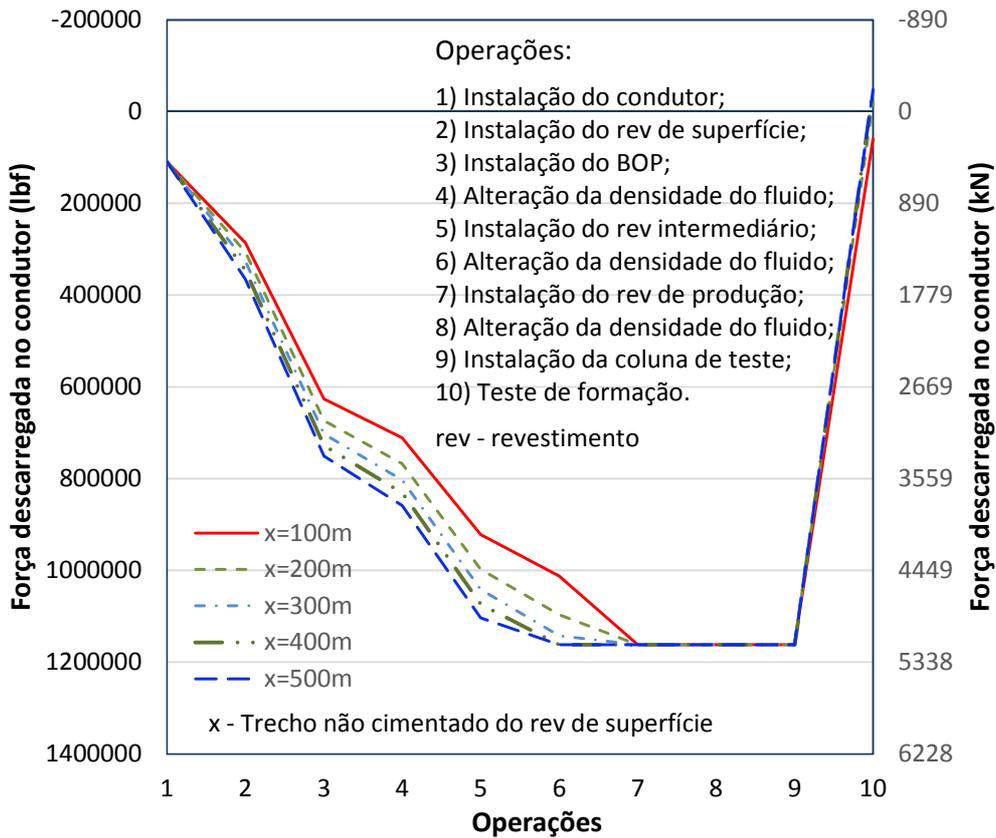


Figura 7.16 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

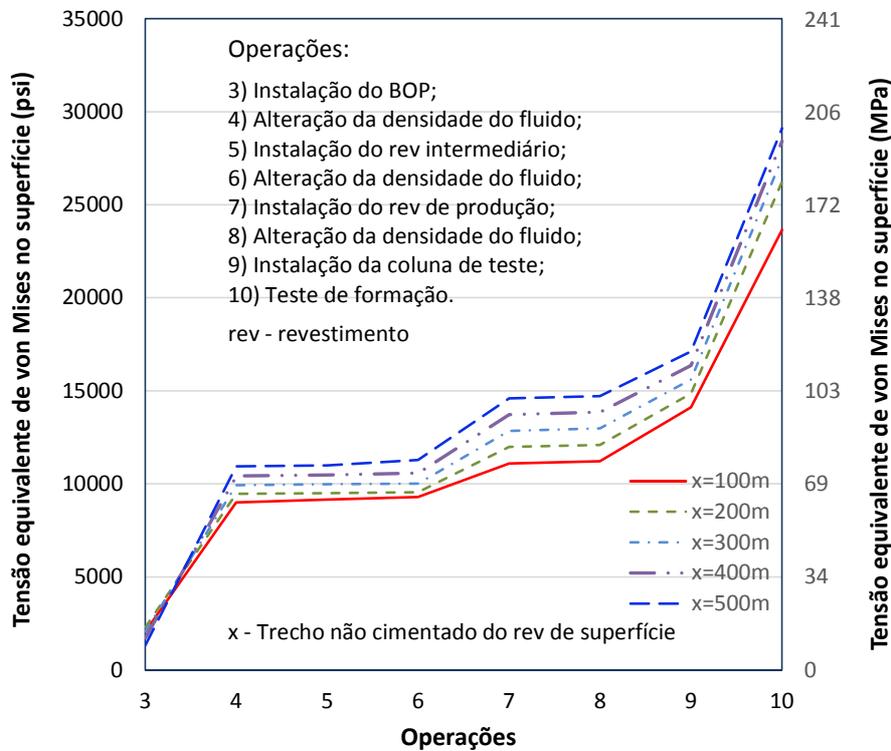


Figura 7.17 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

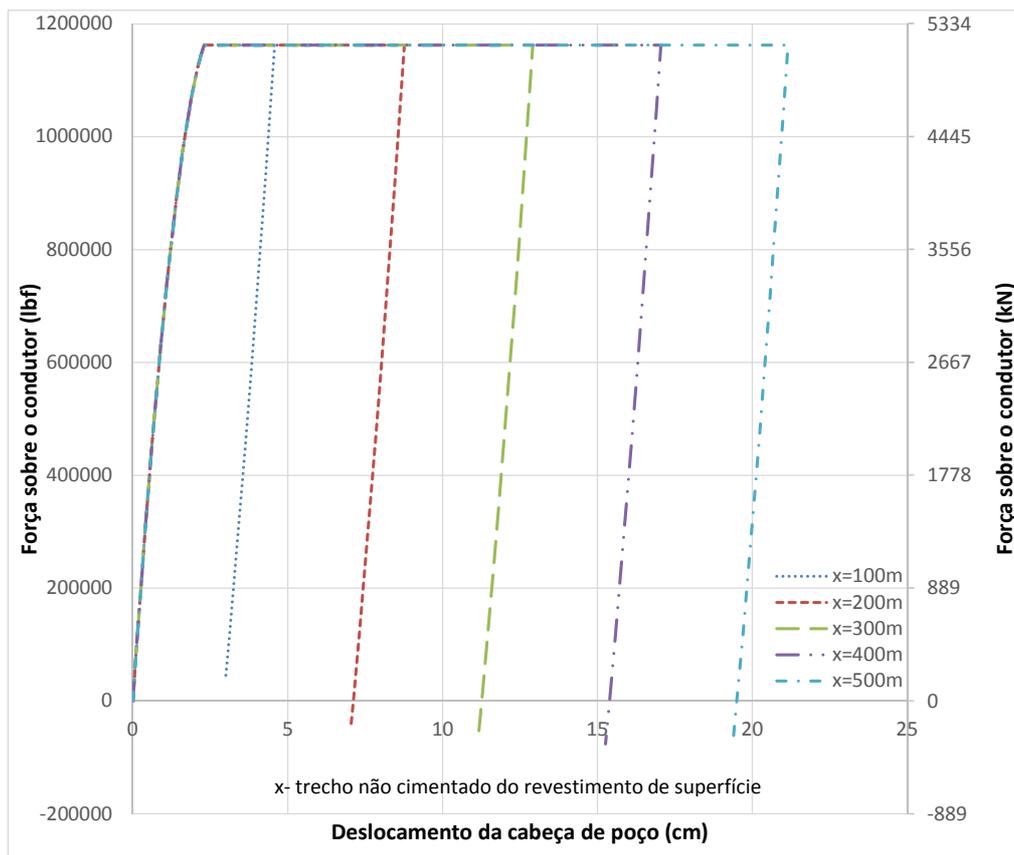


Figura 7.18 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para  $\alpha=0,50$ .

No tocante à força sobre o condutor, um alívio de carga para a operação de teste de formação é observado na Figura 7.16. Este fato também pode ser observado na Figura 7.15, que indica uma mudança no sentido da inclinação para a operação 10.

Por sua vez, a tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície indica um comportamento crescente com o número de operações e uma grande variabilidade na tensão máxima obtida. Apesar disso, a máxima tensão, em torno de 30000 psi [206 MPa] para  $x=500$  m ficou bem abaixo do limite de escoamento do aço empregado, qual seja, de 56000 psi [386 MPa]. Isto equivale a um fator de segurança pelo método das tensões admissíveis equivalente a 1,88. Como era esperado, o aumento do fator de adesão promoveu uma redução no nível de deslocamentos e tensões.

Da Figura 7.19 à Figura 7.22 apresentam-se, respectivamente, o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor, a tensão equivalente de von Mises e a relação força versus deslocamento na cabeça de poço nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,75$ .

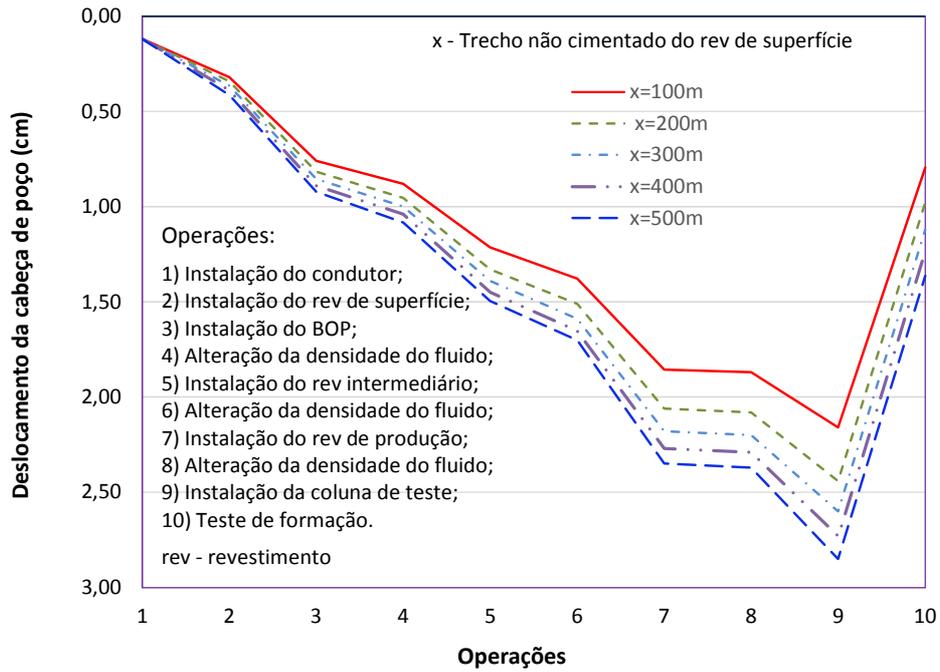


Figura 7.19 – Deslocamento da cabeça de poço conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

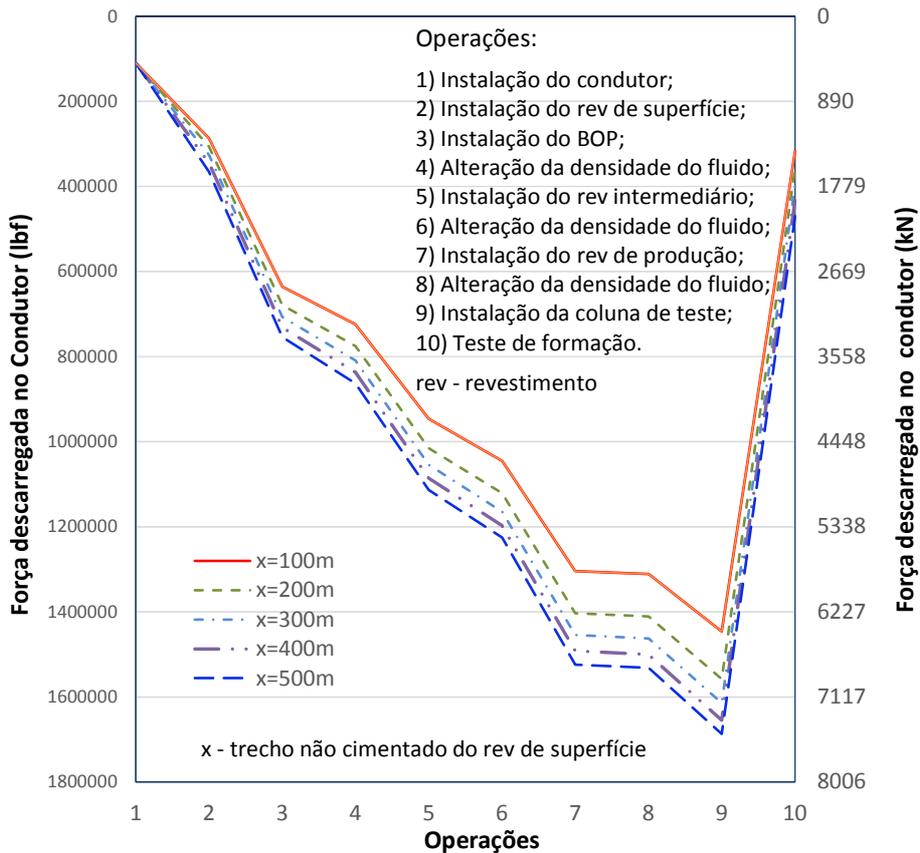


Figura 7.20 – Força sobre o condutor conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

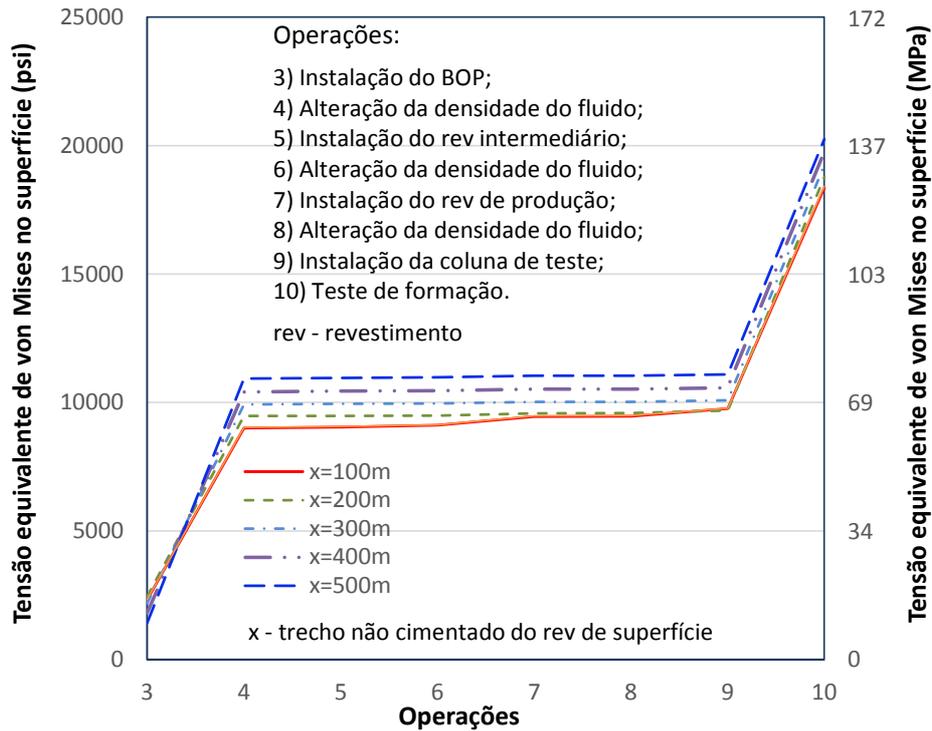


Figura 7.21 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

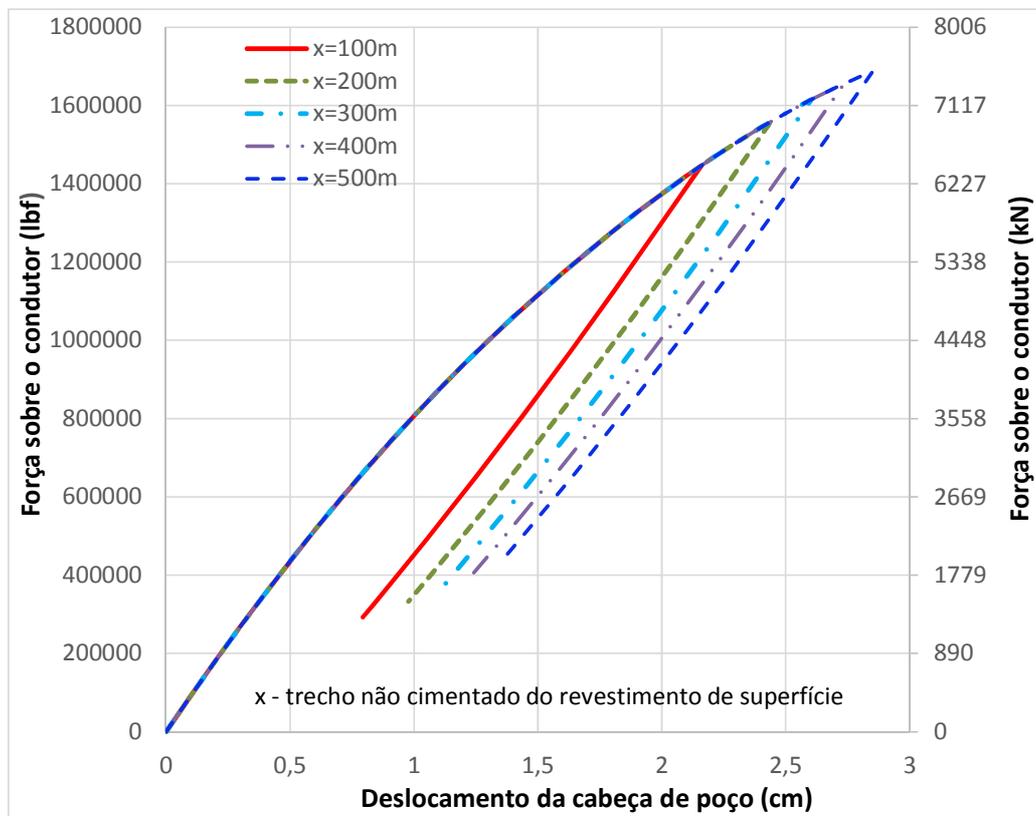


Figura 7.22 – Caminho do carregamento sobre o condutor conforme o deslocamento calculado para  $\alpha=0,75$ .

Para um fator de adesão de 0,75, os resultados obtidos pela Figura 7.19 indicam deslocamentos descendentes pequenos que variam de 2,2cm a 2,9cm a depender da extensão livre de cimento. Observa-se na Figura 7.22 que a capacidade de carga do condutor não é ultrapassada (não se atinge o patamar de carregamento máximo).

No tocante à força sobre o condutor, a Figura 7.16 indica um alívio de carga para a operação de teste de formação, porém não acompanhado de uma inversão de sentido.

Por sua vez, a tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície indica um comportamento inicialmente crescente na operação 4, seguido de um patamar constante e novamente crescente com a operação de teste. As variações nas tensões se devem as variações de pressões e/ou dilatação térmica (troca de fluido na operação 4 e APB e dilatação térmica na operação 10). A máxima tensão ficou em torno de 20770 psi [143,2 MPa] para  $x=500$  m, ficando bem abaixo do limite de escoamento do aço empregado, qual seja, de 56000 psi [386,1 MPa]. Isto equivale a um fator de segurança pelo método das tensões admissíveis equivalente a 2,7.

Como era esperado, o aumento do fator de adesão promoveu uma redução no nível de deslocamentos e tensões. Neste cenário, reitera-se, que em razão de não se atingir o patamar máximo de carregamento sobre o condutor os deslocamentos da cabeça de poço foram muito pequenos, inferiores a três centímetros.

#### 7.3.4 Verificação do modelo sem flambagem

Com o intuito de verificar o modelo sem flambagem, uma análise comparativa é realizada. Dois valores de fator de adesão são analisados: 0,5 e 0,75, os quais representam, respectivamente, o atingimento e não atingimento do patamar de capacidade de carga do condutor. Não é analisado o fator de adesão de 0,25, por ser muito similar ao de 0,5. Para cada um dos fatores de adesão analisados, são avaliados dois cenários de revestimento de superfície livre de cimento,  $x=100$  m e  $x=500$  m e duas soluções são comparadas, a saber:

- a) Solução desenvolvida neste trabalho;
- b) Solução proveniente de um modelo em elementos finitos desenvolvido com o *software* Abaqus® [73].

A solução desenvolvida neste trabalho consiste da análise de forças axiais nas colunas e da movimentação da cabeça de poço. O modelo estrutural é composto de uma mola com rigidez não-linear, que representa o condutor, e por um conjunto de barras

com rigidezes lineares, as quais representam os comprimentos não cimentados das demais colunas.

Por sua vez, a solução por elementos finitos desenvolvido com o *software* Abaqus® [73] utiliza elementos de interação com o solo (PSI24) e elementos Pipe21 para as demais colunas. O elemento Pipe21 possui dois nós (três graus de liberdade por nó, duas translações e uma rotação) e funções de interpolação linear. O elemento PSI24 já foi descrito anteriormente, no item 7.2.1. A escolha do elemento Pipe21 surge em função da aplicação de pressão no corpo do tubo em virtude das alterações de densidade de fluidos e do APB durante o TFR. No modelo elaborado de elementos finitos, as colunas (exceto o condutor) são engastadas no TOC e todas as colunas são acopladas na cabeça do poço, isto é, possuem mesmo deslocamento de topo. A Figura 7.23 ilustra a composição de elementos utilizada no modelo estrutural.

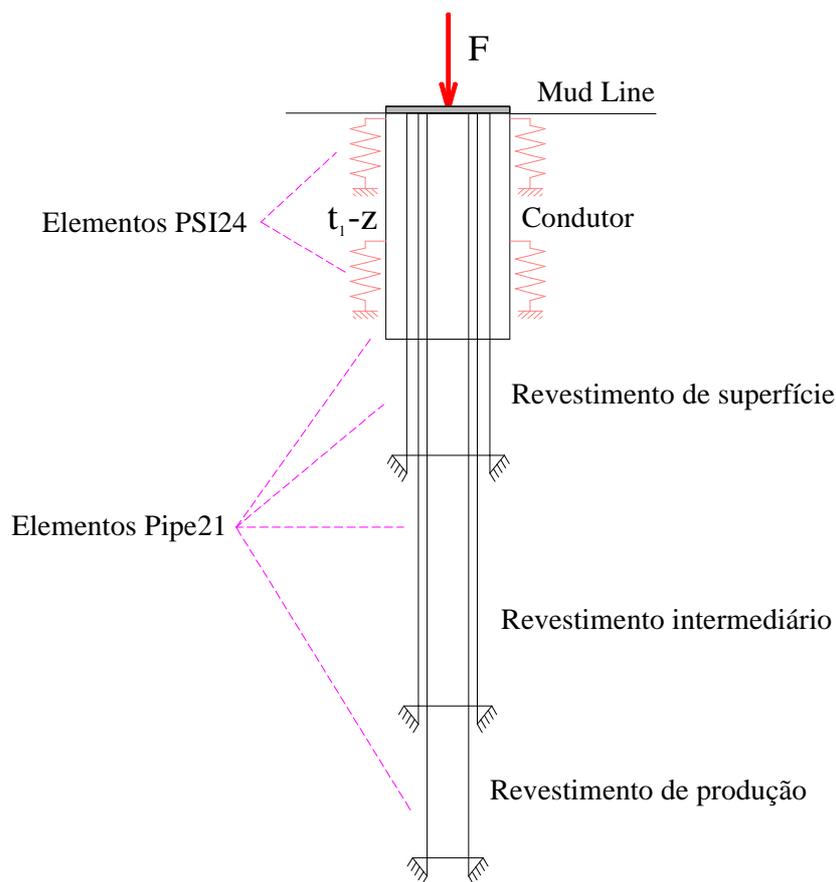


Figura 7.23 – Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].

A Tabela 7.7 ilustra as características das malhas adotadas na análise.

Tabela 7.7 – Características das malhas

Componente	Elemento	Número de elementos	Número de nós
Solo	PSI24	84	85
Condutor	Pipe21	84	85
Superfície	Pipe21	100	101
Intermediário	Pipe21	116	117
Produção	Pipe21	176	177

Da Figura 7.24 à Figura 7.29 ilustram-se os resultados de cada solução para o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor e a tensão equivalente de von Mises nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,50$  e  $\alpha = 0,75$ .

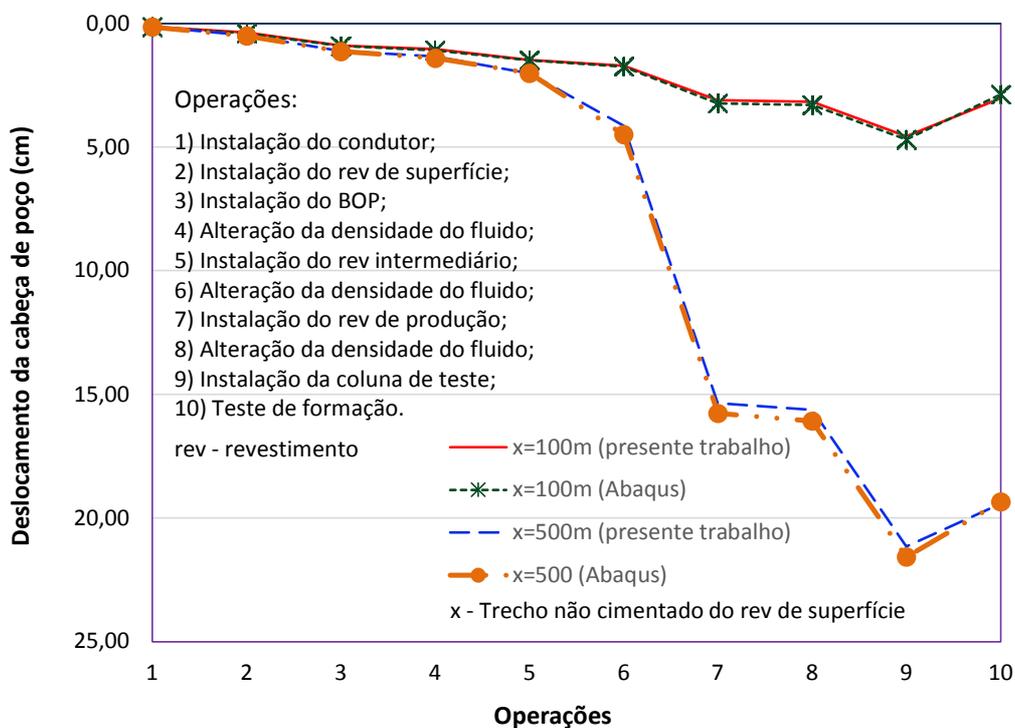


Figura 7.24 – Movimentação da cabeça de poço para  $\alpha=0,5$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação).

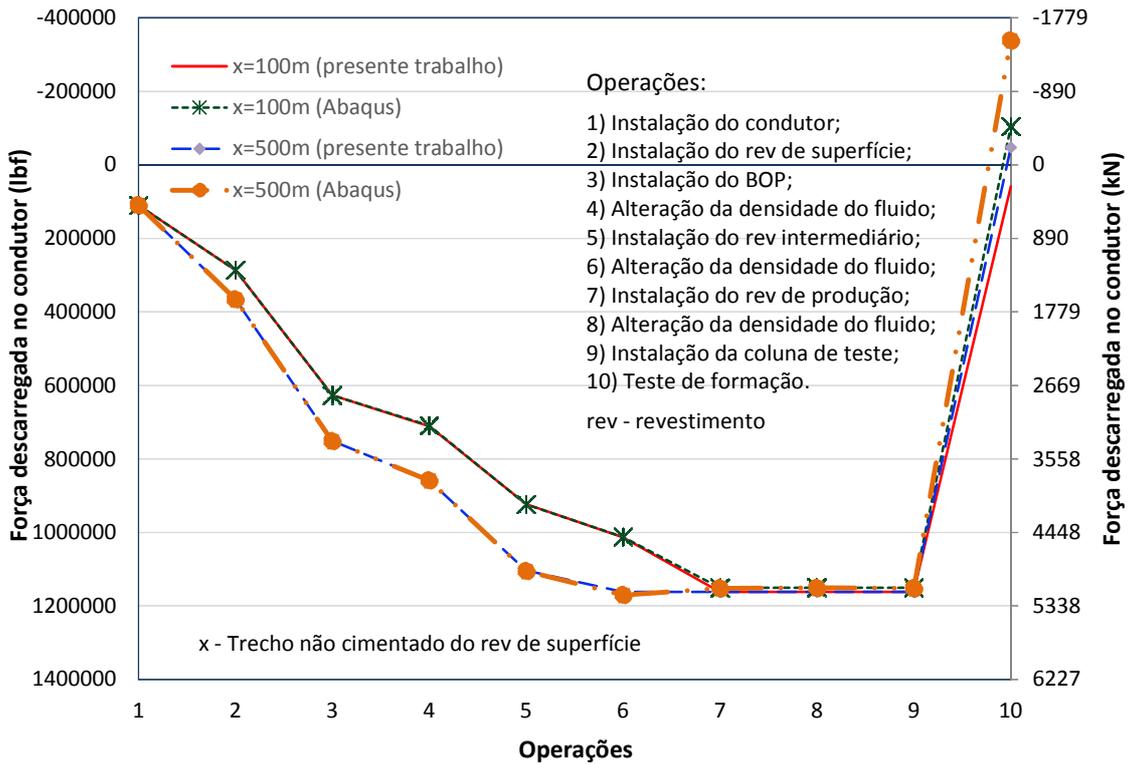


Figura 7.25 – Força sobre o condutor para  $\alpha=0,5$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação) .

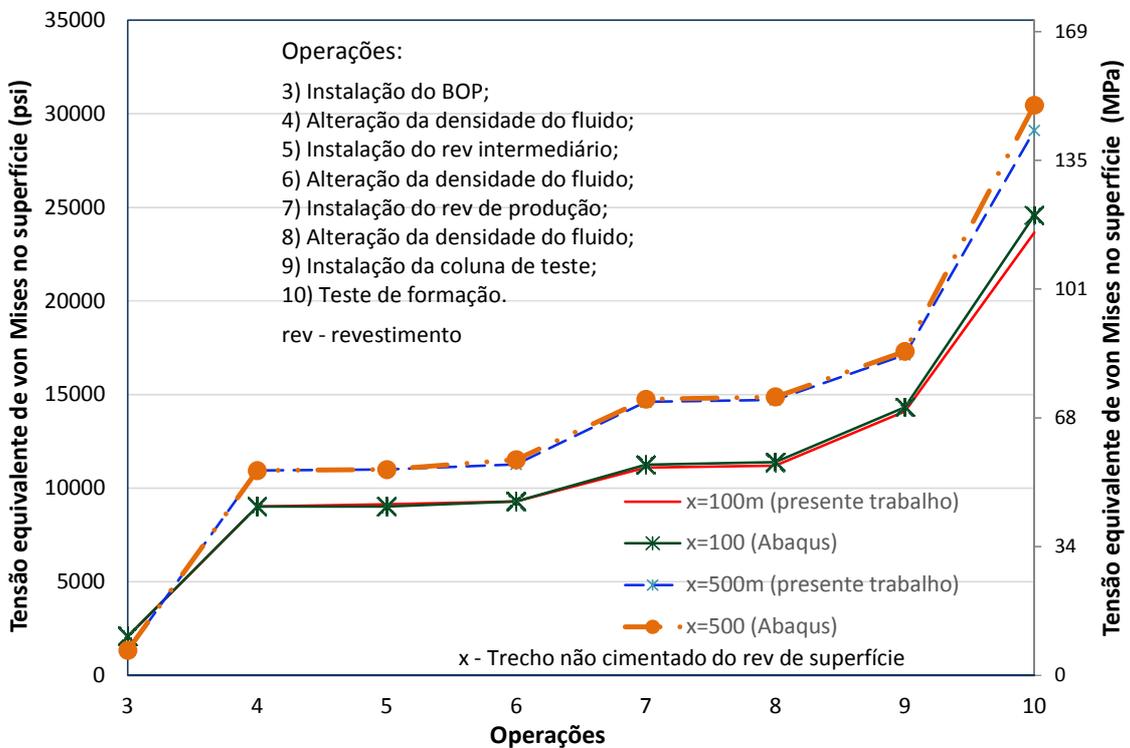


Figura 7.26 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície para  $\alpha=0,5$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação) .

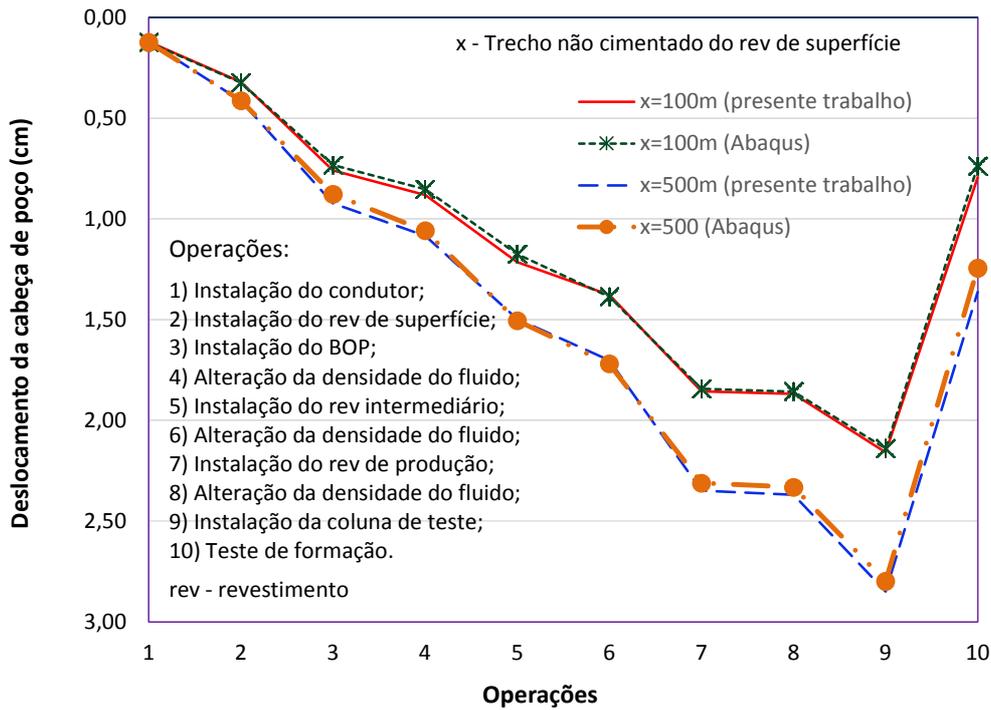


Figura 7.27 – Movimentação da cabeça de poço para  $\alpha=0,75$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação).

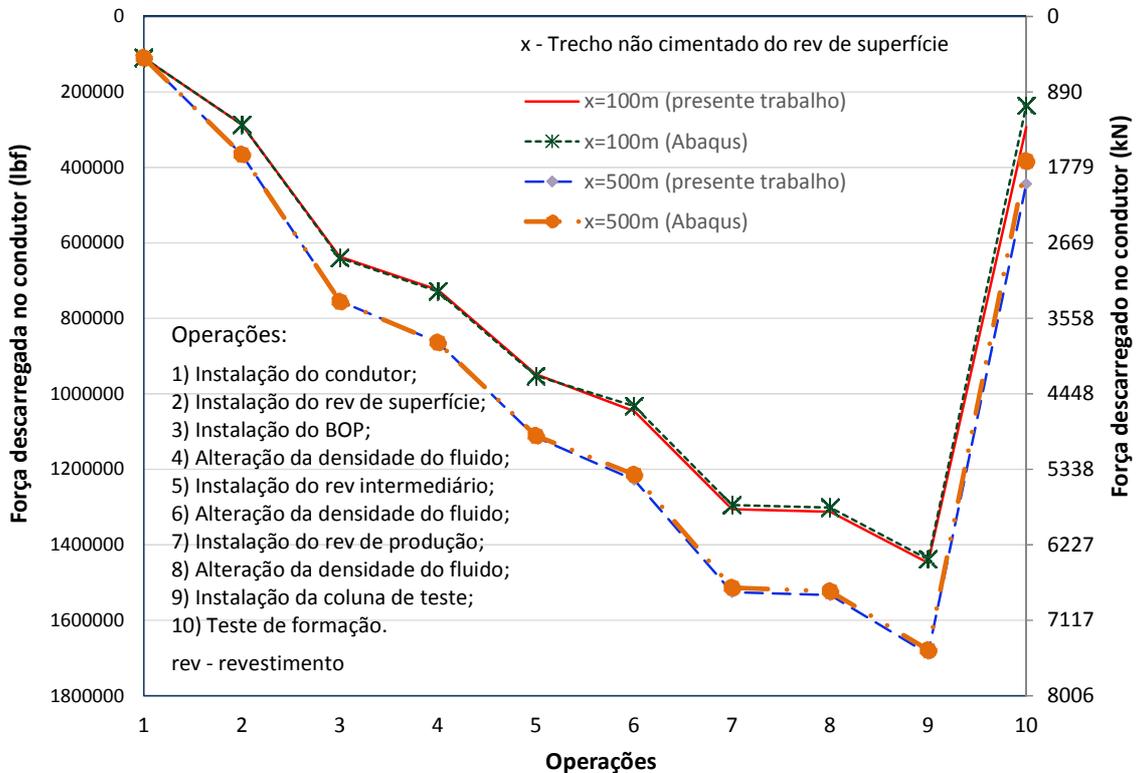


Figura 7.28 – Força sobre o condutor para  $\alpha=0,75$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação).

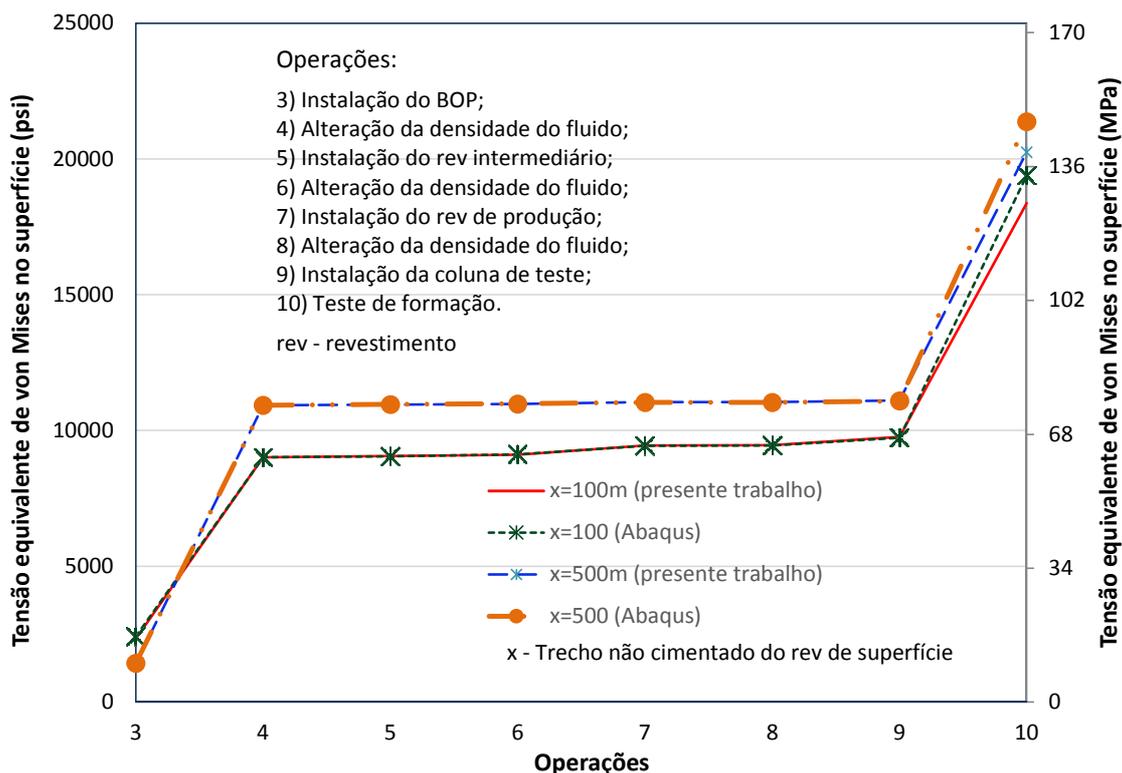


Figura 7.29 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície para  $\alpha=0,75$  com  $x=100m$  e  $x=500m$  (verificação).

De acordo com os resultados, observa-se boa correlação entre as soluções comparadas. Os resultados foram praticamente os mesmos.

A seguir apresentam-se os resultados da análise considerando a flambagem do revestimento de superfície. Um passo a passo desta abordagem se encontra no Apêndice C.

### 7.3.5 Resultados da análise com flambagem

Neste item, os resultados apresentados no item 7.3.3 serão corrigidos considerando a flambagem do revestimento de superfície. Novamente, serão considerados três fatores de adesão distintos:  $\alpha = 0,25$ ,  $\alpha = 0,50$  e  $\alpha = 0,75$  e será realizada uma análise de sensibilidade da extensão não cimentada do revestimento de superfície ( $x$ ), com  $x$  variando de 100 m a 500 m, em intervalos regulares de 100m. Serão apresentados no mesmo gráfico os resultados com e sem flambagem para visualizar a influência do fenômeno.

Da Figura 7.30 à Figura 7.32 ilustram-se, respectivamente, os resultados de cada solução para o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor e a tensão equivalente de von Mises nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,25$ .

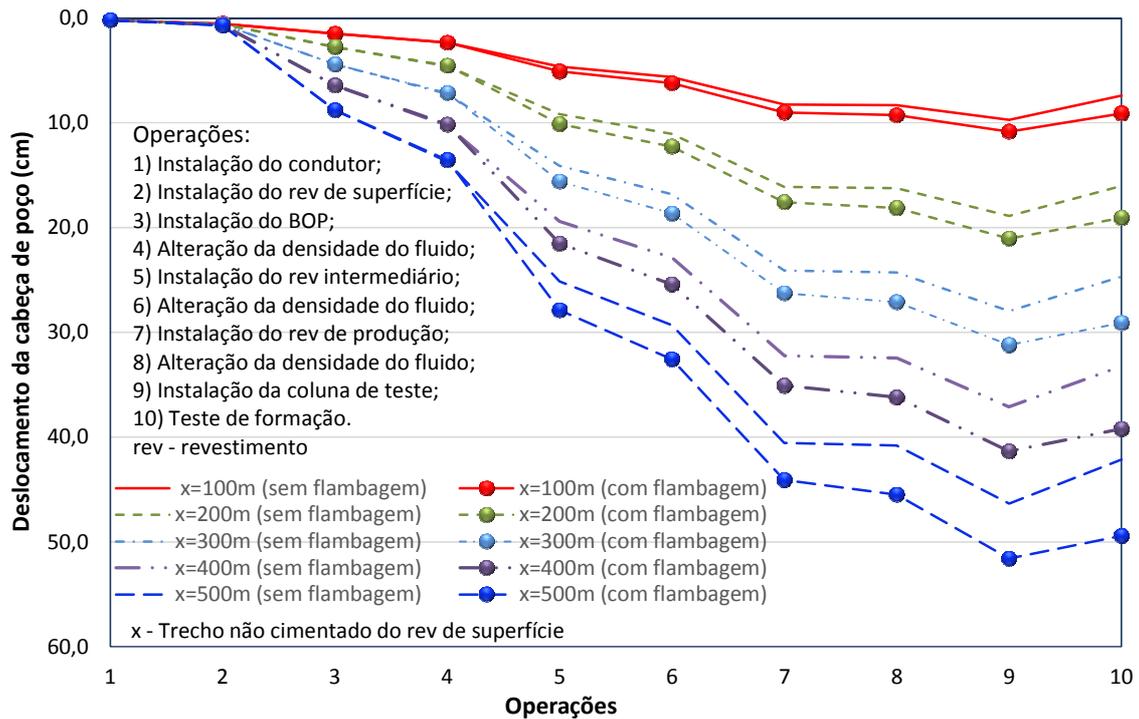


Figura 7.30 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

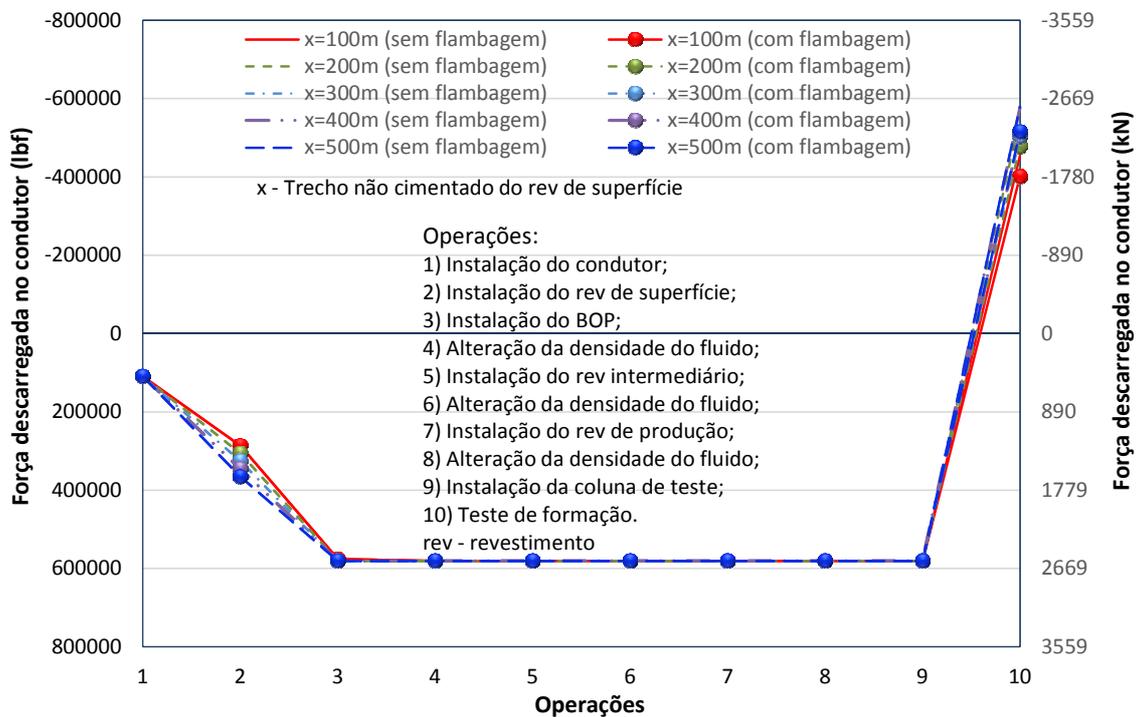


Figura 7.31 – Força sobre o condutor considerando flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

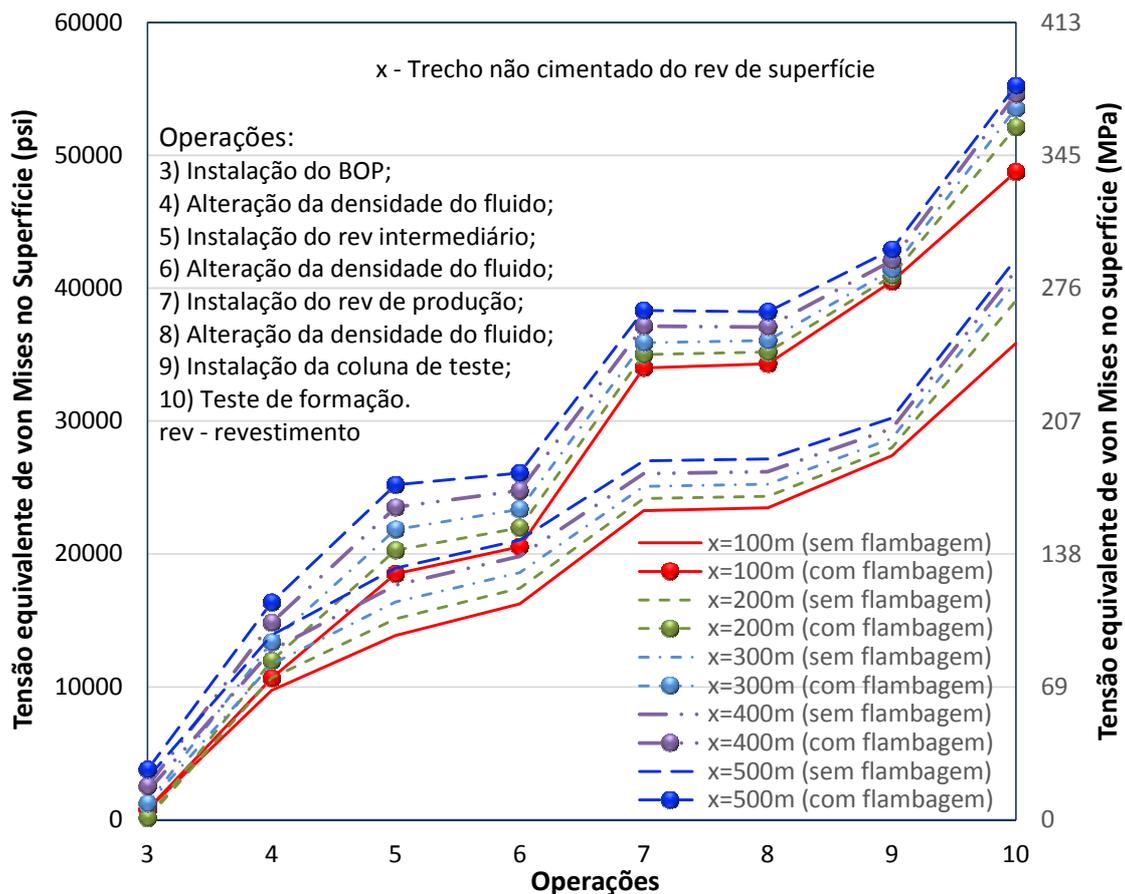


Figura 7.32 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,25$ .

Para um fator de adesão de 0,25, os resultados obtidos pela Figura 7.30, considerando a flambagem, indicam deslocamentos descendentes elevados que variam de 11 cm a 51 cm, a depender da extensão livre de cimento. Como se pode perceber a correção de deslocamentos por flambagem levou a deslocamentos maiores.

No tocante à força sobre o condutor, observa-se que não houve diferenças apreciáveis entre as formulações avaliadas, sem e com flambagem.

Por sua vez a tensão equivalente de von Mises mostra um aumento expressivo na formulação que considera a flambagem. A máxima tensão, que era em torno de 42000 psi [289,6 MPa] para  $x=500$  m passou para 55230 psi [380,8 MPa], levando a um fator de segurança pelo método das tensões admissíveis equivalente a 1,01. Este aumento nas tensões se deve aos esforços oriundos da flexão ocasionados pela flambagem (força efetiva negativa).

Da Figura 7.33 à Figura 7.35 ilustram-se, respectivamente, os resultados de cada solução para o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor e a tensão equivalente de von Mises nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,50$ .

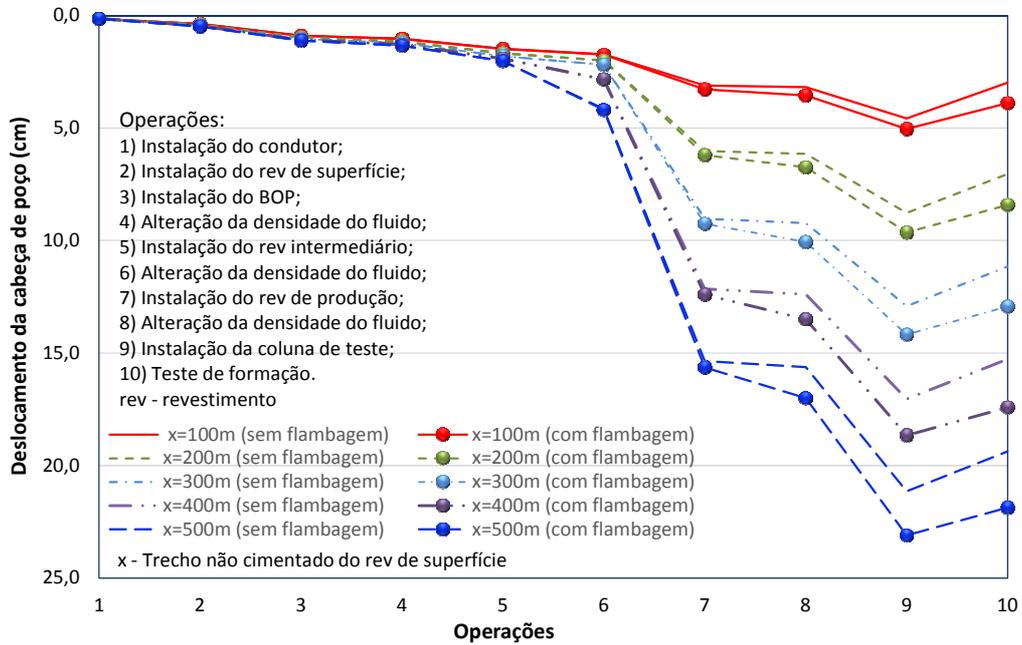


Figura 7.33 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

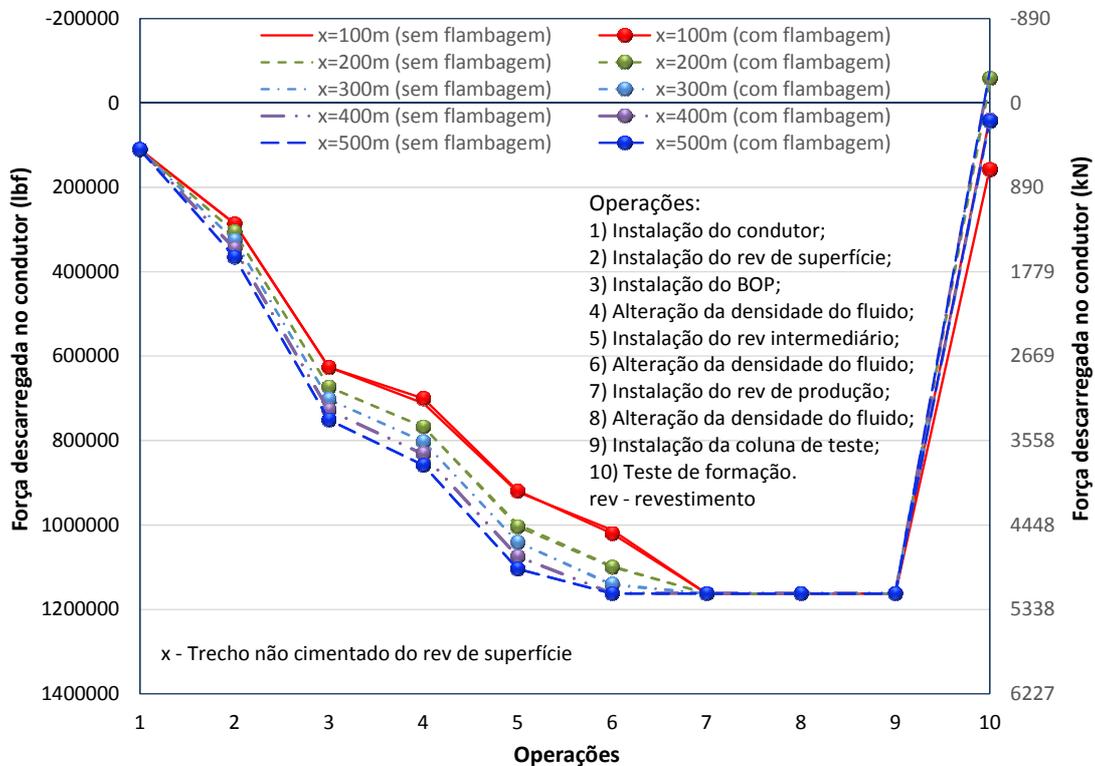


Figura 7.34 – Força sobre o condutor considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

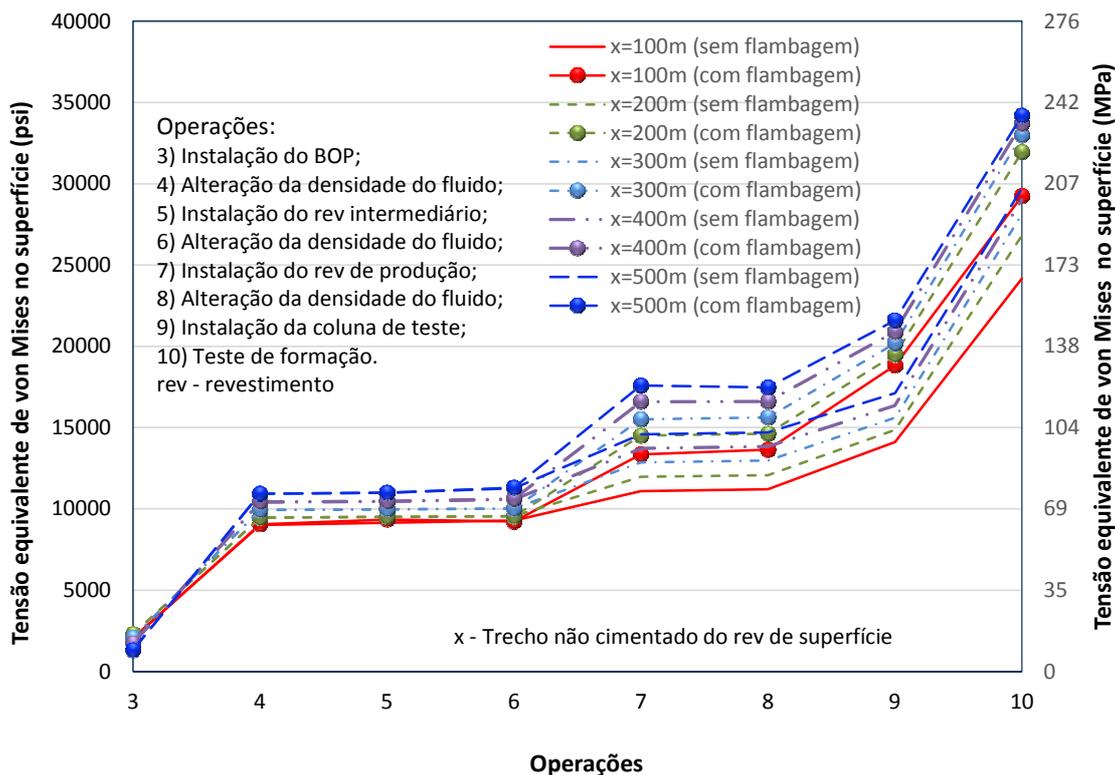


Figura 7.35 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,50$ .

Para um fator de adesão de 0,50 os resultados obtidos pela Figura 7.33, considerando a flambagem, indicam deslocamentos descendentes moderados que variam de 5cm a 23cm, a depender da extensão livre de cimento. Como se pode perceber a correção de deslocamentos por flambagem levou novamente a deslocamentos maiores. No tocante à força sobre o condutor, observa-se que não houve diferenças apreciáveis entre as formulações avaliadas, sem e com flambagem.

Por sua vez, a tensão equivalente de von Mises, como no caso com fator de adesão igual a 0,25, mostra um aumento expressivo na tensão equivalente de von Mises na formulação que considera a flambagem. A máxima tensão, que era em torno de 30000 psi [206,9 MPa] para  $x=500$  m passou para 34190 psi [235,7 MPa], levando a um fator de segurança pelo método das tensões admissíveis equivalente a 1,64. Este aumento nas tensões se deve aos esforços oriundos da flexão ocasionados pela flambagem (força efetiva negativa).

Da Figura 7.36 à Figura 7.38 ilustram-se, respectivamente, os resultados de cada solução para o deslocamento da cabeça de poço, a força sobre o condutor e a tensão equivalente de von Mises nas diferentes operações realizadas para  $\alpha = 0,75$ .

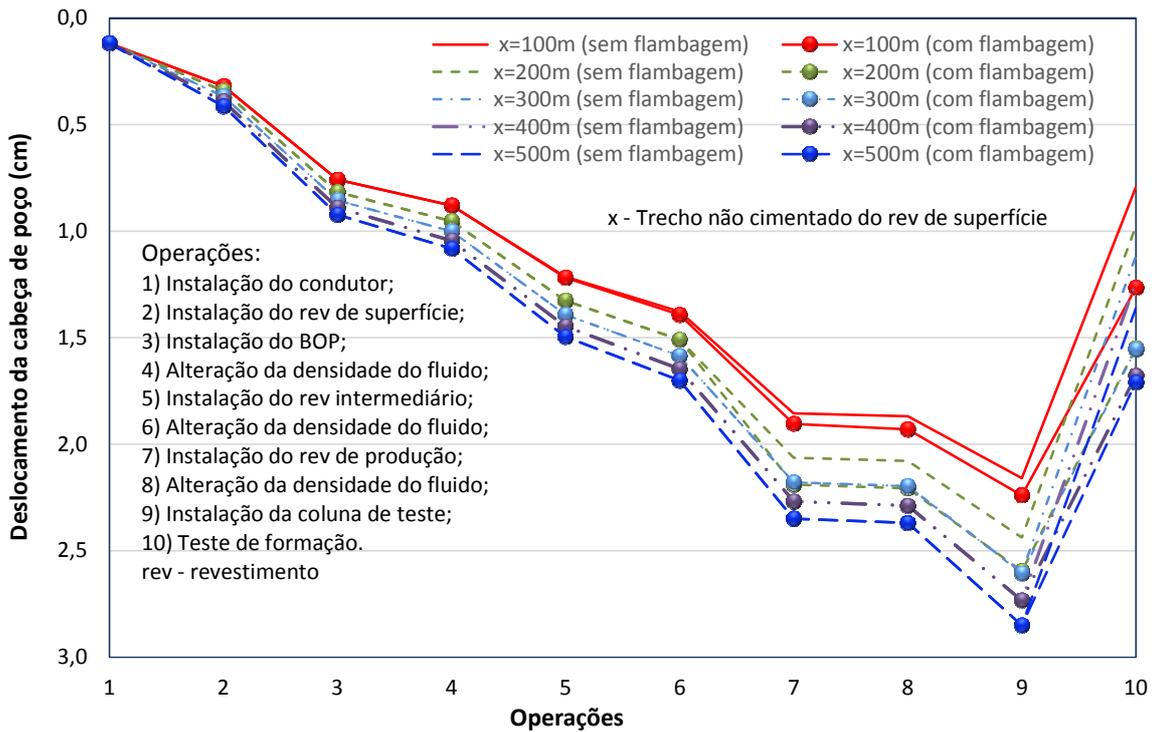


Figura 7.36 – Deslocamento da cabeça de poço considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

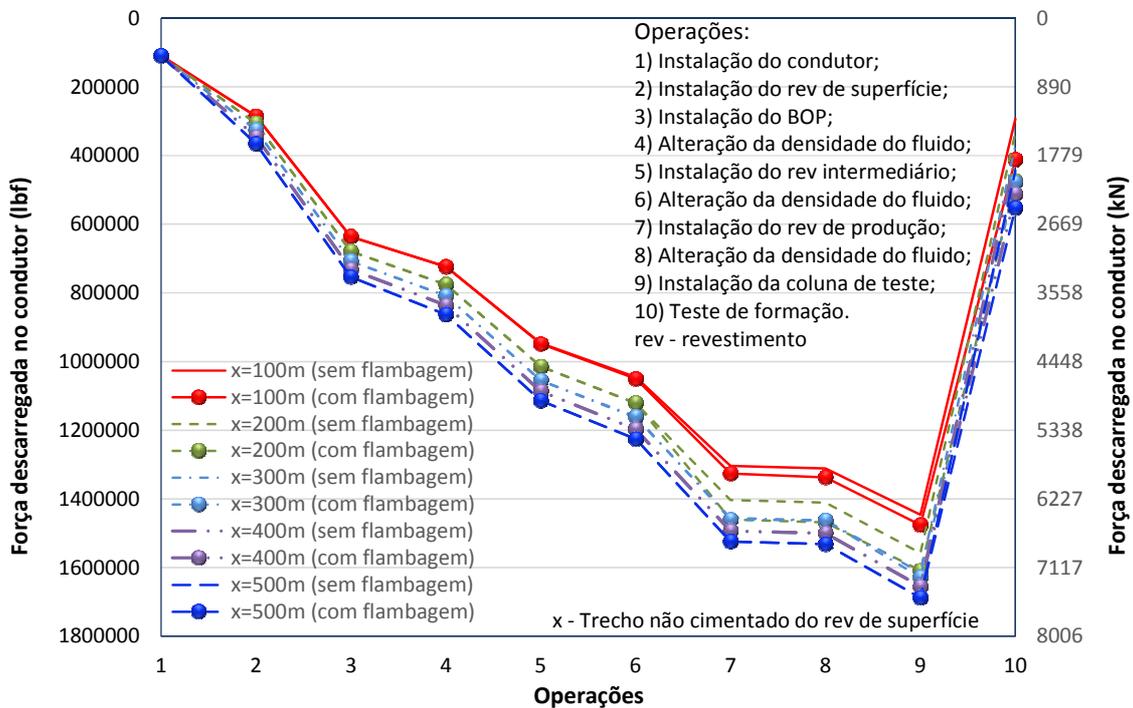


Figura 7.37 – Força sobre o condutor considerando a flambagem conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

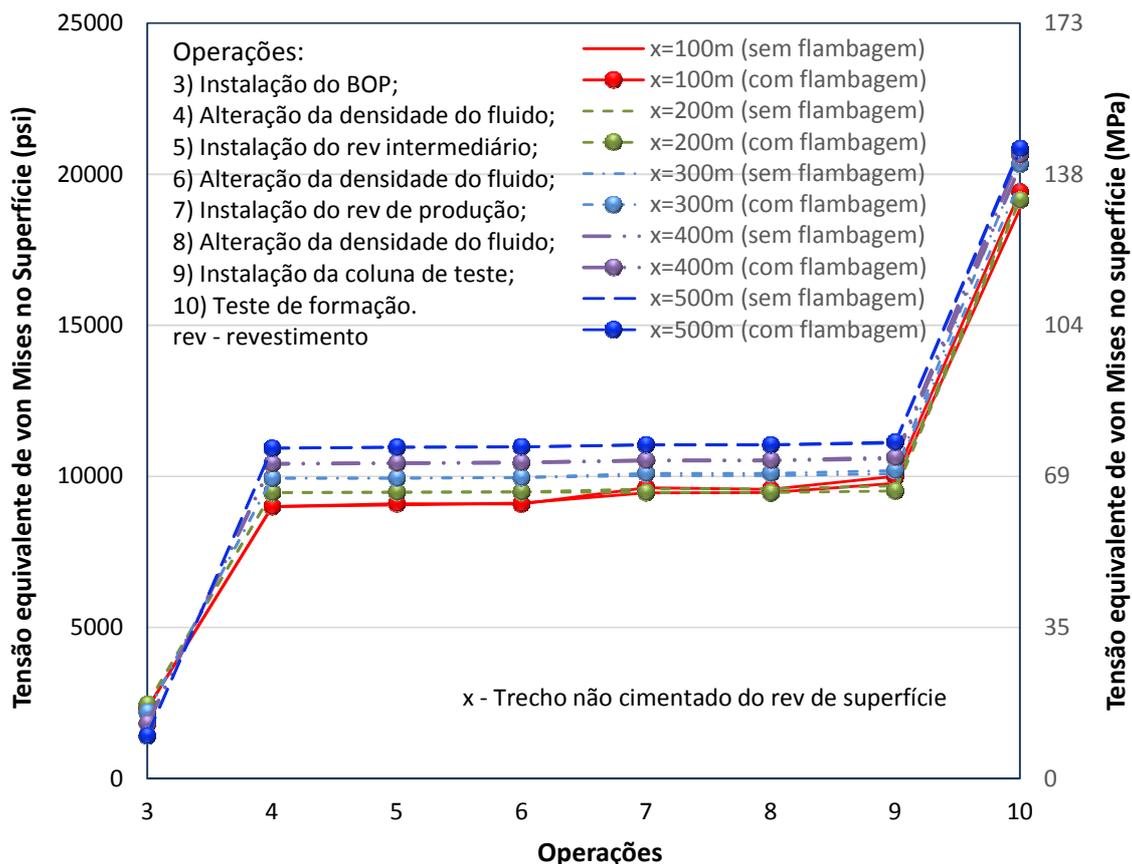


Figura 7.38 – Tensão equivalente de von Mises no revestimento de superfície conforme o número da operação para  $\alpha=0,75$ .

Para um fator de adesão de 0,75, os resultados obtidos pela Figura 7.36, considerando a flambagem, indicam deslocamentos descendentes pequenos que variam de 2,4cm a 2,8cm, a depender da extensão livre de cimento. Como se pode perceber a correção de deslocamentos por flambagem levou a deslocamentos ligeiramente maiores.

No tocante à força sobre o condutor, observa-se que não houve diferenças apreciáveis entre as formulações avaliadas, sem e com flambagem.

A Figura 7.38 mostra que não houve diferenças significativas no cálculo de tensão equivalente de von Mises entre as formulações com e sem flambagem. A máxima tensão, que era em torno de 20770 psi [143,2 MPa] para x=500 m passou para 20850 psi [143,8 MPa], variação quase desprezível. O fator de segurança pelo método das tensões admissíveis foi equivalente a 2,69.

Nas análises anteriores, adotou-se como padrão uma tolerância de 10 lbf [44,5 N] para as equações de equilíbrio correspondente a cada passo de carregamento. Contudo, para o carregamento de efeito pistão na cabeça do poço (280300 lbf) [1246,8 kN], referente a operação 10, houve problemas de resolução numérica. Observou-se que

a tolerância pré-estipulada foi insuficiente para assegurar a convergência em alguns cenários de combinação de fator de adesão ( $\alpha$ ) e comprimento livre de cimento do revestimento de superfície (x), independente do passo de deslocamento adotado. Desta forma, houve necessidade de aumentar a tolerância para cada cenário conforme indica a Tabela 7.8.

Tabela 7.8 – Tolerâncias adotadas para a operação 10 (efeito pistão)

Cenário referente a operação 10	Tolerância (lbf) [kN]	% do carregamento
$\alpha = 0,25$ e $x=300$	(1000) [4,45]	0,36
$\alpha = 0,25$ e $x=400$	(2100) [9,34]	0,75
$\alpha = 0,25$ e $x=500$	(2900) [12,9]	1,03
$\alpha = 0,5$ e $x=300$	(1400) [6,23]	0,50
$\alpha = 0,5$ e $x=400$	(2500) [11,12]	0,89
$\alpha = 0,5$ e $x=500$	(3300) [14,68]	1,18
$\alpha = 0,75$ e $x=300$	(1000) [4,45]	0,36
$\alpha = 0,75$ e $x=400$	(2100) [9,34]	0,75
$\alpha = 0,75$ e $x=500$	(500) [2,22]	0,018

Conforme se pode perceber na Tabela 7.8, o maior desvio observado ficou em torno de 1,2%, o que não interfere significativamente na resposta física do problema. Atribui-se esta diferença a precisão da solução numérica para equação de compatibilidade de deslocamentos. Utilizou-se a função **root** do *software* Mathcad® [72], a qual pode não representar bem a solução para um carregamento ascendente. Desta forma, caso a precisão da resposta não seja satisfatória para algum outro caso de análise, motivam-se novos estudos para maior entendimento do problema.

### 7.3.6 Verificação do modelo com flambagem

Com o intuito de verificar o modelo com flambagem, tentou-se simular o mesmo cenário apresentado no item anterior mediante uma análise de elementos finitos tridimensional com o *software* Abaqus® [73], contudo o problema não convergiu dada a complexidade da análise, que envolve tanto a não-linearidade física das curvas t-z, não-linearidade geométrica dos revestimentos sob flambagem e não-linearidade oriunda do contato entre os elementos tubulares. Desta forma, considerou-se uma simplificação dos carregamentos para efeito de verificação do modelo. Admitiu-se que não haveria

alteração na densidade dos fluidos durante a construção do poço e foram considerados apenas cinco passos de carregamento, a saber:

- Instalação do revestimento do condutor;
- Instalação do revestimento de superfície;
- Instalação do BOP;
- Instalação do revestimento intermediário;
- Aplicação de uma carga de 500.000 lbf [2224 kN].

Visando-se um cenário mais crítico em termos de flambagem, a verificação foi feita apenas para o fator de adesão correspondente a 0,25 e 500 m livres de revestimento de superfície, com tensões no aço dentro do regime elástico.

Na modelagem do problema, adotou-se apenas o contato na direção normal, com as propriedades *default* do software Abaqus® [73] (“*Hard*” *contact*). A interação foi do tipo geral (*general contact, all with self, type edge to edge, radial direction*). Para o processamento dos cálculos considerou-se a estabilização automática de energia com parâmetros *default*.

#### 7.3.6.1 Análise de convergência de malha

Com o propósito de se averiguar o comprimento adequado dos elementos da malha, realizou-se uma análise de convergência de um modelo tridimensional bem mais simplificado: apenas com dois tubos concêntricos, conforme ilustra Figura 7.39, onde o tubo mais interno representa o revestimento de superfície de 20 polegadas [0,508 m] com peso linear de (133 lbf/ft) [1,941 kN/m] e o externo representa a fase de 30 polegadas [0,762 m] do poço.

Para efeito de análise, considera-se que o revestimento de superfície está engastado em sua base e que apenas o deslocamento vertical não é restringido em seu topo. Na análise adotam-se, para ambos os tubos, malhas compostas do elemento PIPE31. Este elemento espacial possui dois nós (seis graus de liberdade por nó, sendo três translações e três rotações), apresenta funções de interpolação linear e permite a aplicação de pressão e carregamento térmico. Uma força de 1.000.000 lbf [4448 kN] é aplicada no topo do revestimento de superfície. A Figura 7.40 ilustra um esquema do modelo.

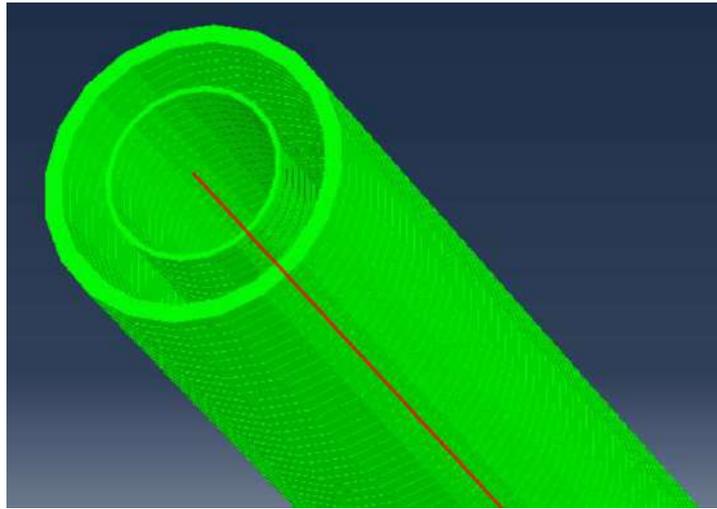


Figura 7.39 – Vista em perspectiva do revestimento de superfície e poço.

Na análise numérica de flambagem, é necessário inserir uma imperfeição no revestimento de superfície, do contrário a estrutura não perde sua estabilidade e não há deslocamentos fora do eixo vertical. Neste contexto, deve-se realizar uma análise prévia com o intuito de se obterem os modos de flambagem da estrutura. A Figura 7.41 ilustra a deformada correspondente ao primeiro modo de flambagem do revestimento de superfície oriundo desta análise prévia.

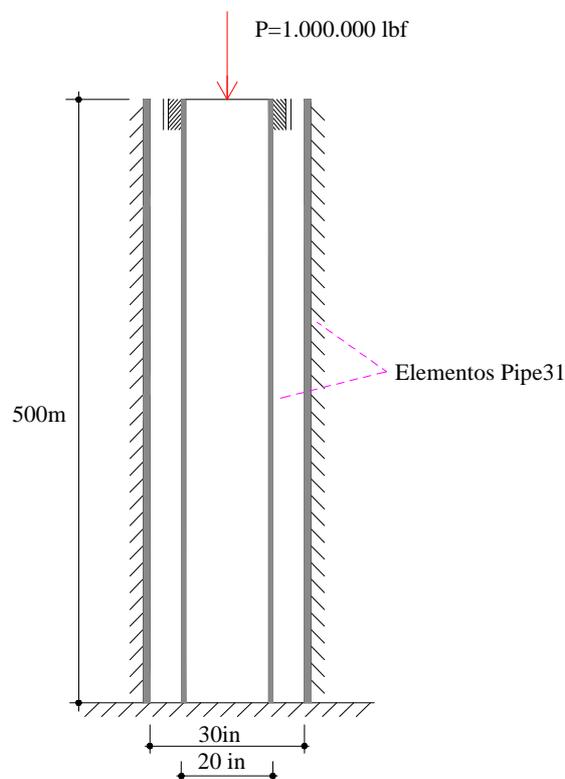


Figura 7.40 – Esquema do modelo estrutural para análise de convergência.



Figura 7.41 – Primeiro modo de flambagem da estrutura.

No problema em estudo, o fator de escala sobre a deformada do primeiro modo de flambagem foi adotada como 20% da distância entre o revestimento de superfície e o poço, o que corresponde a um deslocamento máximo de 2,5 cm.

A Tabela 7.9 ilustra as malhas utilizadas na análise enquanto a Figura 7.42 ilustra o resultado da convergência para o deslocamento do topo da estrutura. A solução de referência para a análise foi a de LUBINSKI [18].

Tabela 7.9 – Malhas utilizadas na análise de convergência

<b>Malha</b>	<b>Comprimento do elemento (m)</b>	<b>Número de elementos</b>
1	10	50
2	8	63
3	6	83
4	4	125
5	2	250
6	1,5	333

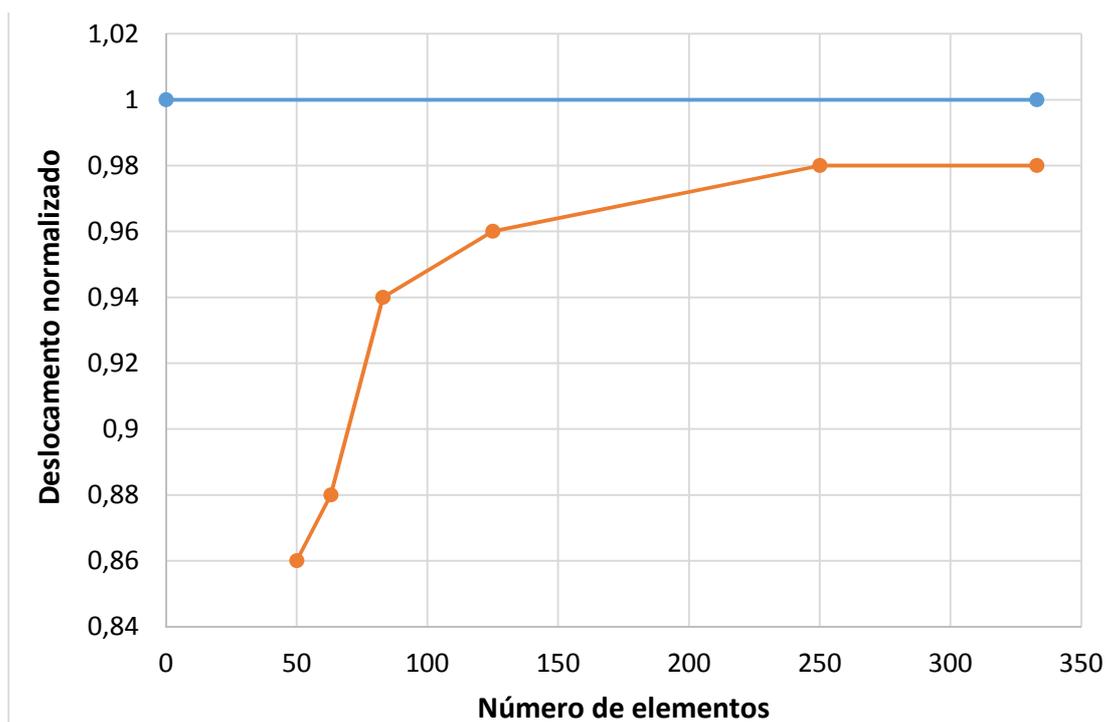


Figura 7.42 – Análise de convergência do modelo numérico com flambagem.

Conforme se pode perceber, uma malha de 250 elementos já apresenta uma resposta satisfatória, sendo a diferença obtida de 2% para o modelo teórico.

A Figura 7.43 ilustra o resultado da relação percentual entre a energia dissipada na estabilização (ALLSD) e a energia interna da estrutura (ALLIE). Como se pode perceber a ALLSD representa menos de 6% da ALLIE, indicando que não há um comprometimento da resposta física do problema.

Já a Figura 7.44 ilustra a vista de topo do revestimento de superfície com o respectivo deslocamento lateral (0,127 m), que é justamente a distância entre sua parede externa e a parede do poço, a qual está representada pelo tubo de maior diâmetro.

A Figura 7.45 mostra o comportamento da deformada do revestimento de superfície para uma malha com elementos de 2m. Ressalta-se que o resultado numérico do problema analisado (convergência com a solução de LUBINSKI [18]) foi muito similar ao obtido no trabalho de Machado [60]. Em seu trabalho foi utilizado um elemento de contato específico para problemas de tubo concêntrico, o ITT.

Conforme pode-se perceber na Figura 7.45 (a), há uma inversão do passo da helicóide. Este comportamento, embora contra intuitivo, foi observado em experimentos por SALIÉS<sup>4</sup>[70] (apud MACHADO [60]).

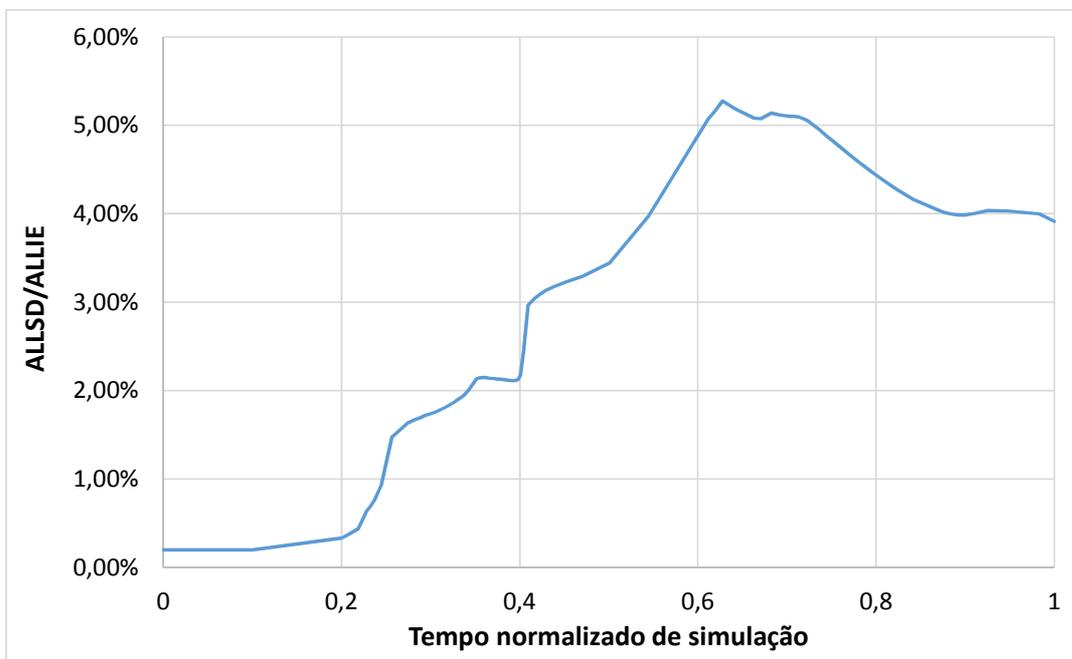


Figura 7.43 – Relação percentual entre energia dissipada de estabilização e energia interna para o problema de convergência da malha.

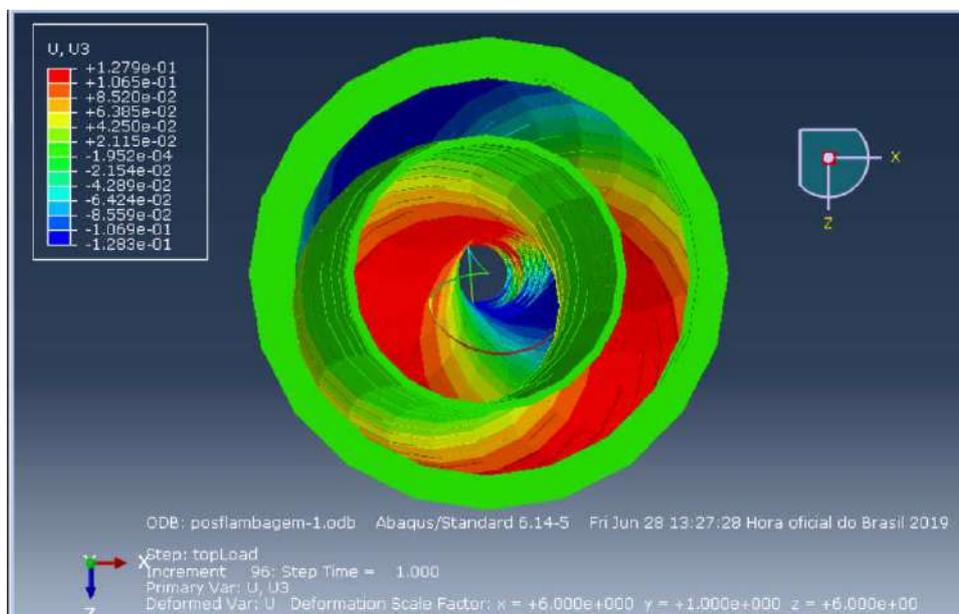


Figura 7.44 – Vista de topo do revestimento de superfície quando da convergência de malha.

<sup>4</sup> SALIÉS, J., 1994, *Experimental study and Mathematical modeling of helical buckling of tubulars in inclined wellbores*, s.l.: University of Tulsa.

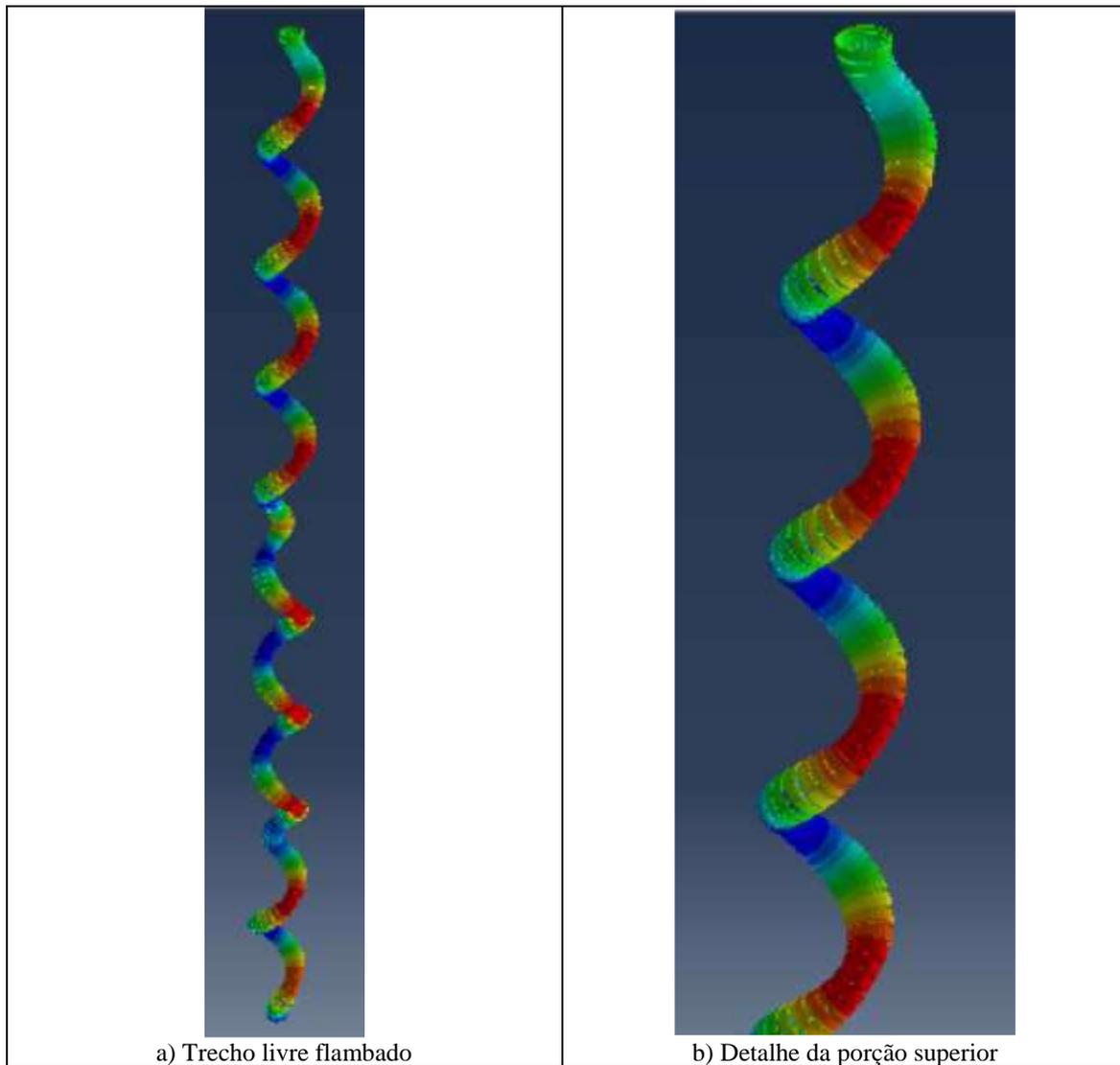


Figura 7.45 – Detalhes da flambagem do revestimento de superfície.

### 7.3.6.2 Resultados da verificação do modelo

Neste item, será avaliada a resposta do problema levantado inicialmente, qual seja, de aplicação de uma carga de 500.000 lbf [2224 kN] sobre um poço de três colunas de revestimento com BOP instalado. Serão comparadas duas soluções, a saber:

- a) Solução desenvolvida neste trabalho;
- b) Solução proveniente de um modelo tridimensional em elementos finitos desenvolvido com o *software* Abaqus® [73];

A solução desenvolvida neste trabalho consiste da análise de forças normais nas colunas e da movimentação da cabeça de poço. O modelo estrutural é composto de uma mola com rigidez não-linear que representa o condutor e por um conjunto de barras

com rigidezes lineares, as quais representam os comprimentos não cimentados das demais colunas. Para levar em consideração a flambagem, os esforços e deslocamentos são corrigidos para qualquer condição de força efetiva negativa.

Por sua vez, a solução por elementos finitos desenvolvida com o *software* Abaqus® [73] utiliza elementos de interação com o solo (PSI24) e elementos Pipe31 para as demais colunas. Os elementos PSI24 e Pipe31 já foram descritos anteriormente. No modelo elaborado de elementos finitos, as colunas (exceto o condutor) são engastadas no TOC e todas as colunas são acopladas na cabeça do poço, isto é, possuem mesmo deslocamento de topo. Conforme já salientado, adotou-se apenas o contato na direção normal entre os elementos tubulares, com as propriedades *default* do *software* Abaqus® [73] (“*Hard*” *contact*). A interação foi do tipo geral (*general contact, all with self, type edge to edge, radial direction*). A Figura 7.46 ilustra uma vista em perspectiva das colunas do poço (condutor, superfície e intermediário) e tubo de 30 polegadas representativo da fase (parede) do poço, enquanto a Figura 7.47 mostra o esquema do modelo estrutural adotado. Já a Tabela 7.10 apresenta a malha utilizada para cada coluna de revestimento.

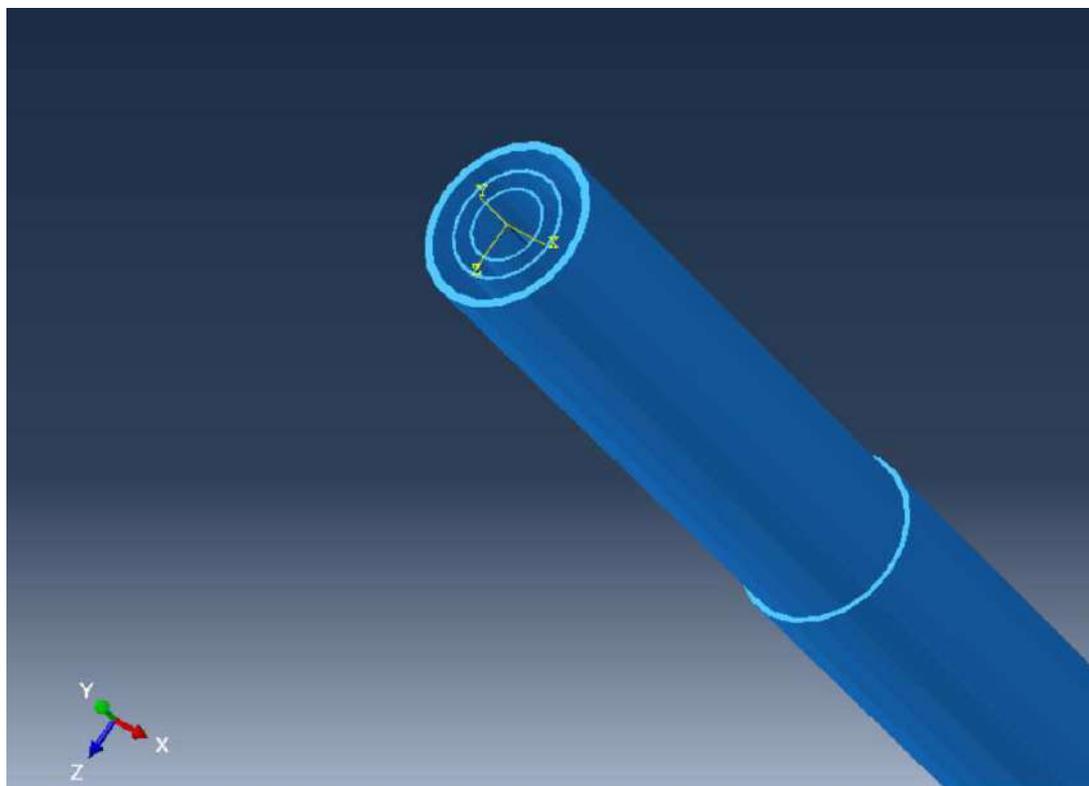


Figura 7.46 – Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].

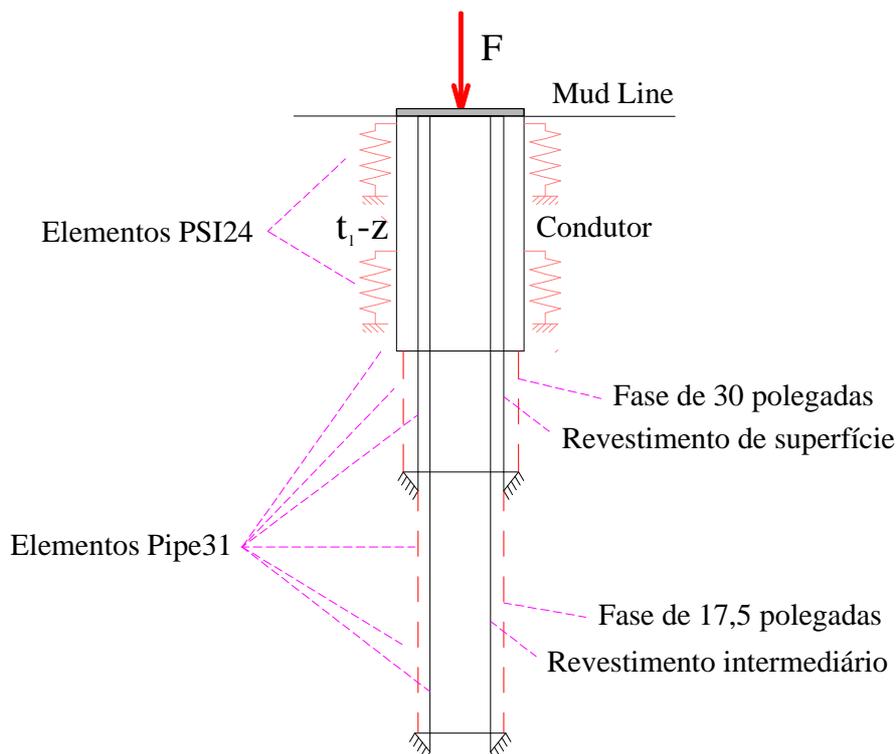


Figura 7.47 - Modelo estrutural utilizado na análise de elementos finitos com o Abaqus® [73].

Tabela 7.10 – Características das malhas do problema com flambagem

Componente	Elemento	Número de elementos	Número de nós
Solo	PSI24	84	85
Condutor	Pipe31	84	85
Superfície	Pipe31	250	251
Intermediário	Pipe31	578	579

A Figura 7.48 e a Figura 7.49 ilustram, respectivamente, o resultado para o deslocamento da cabeça de poço e força descarregada no condutor, de cada solução, para  $\alpha = 0,25$ .

Conforme se pode perceber na Figura 7.48 e na Figura 7.49, os resultados encontrados pela formulação proposta neste trabalho e a solução do modelo desenvolvido em elementos finitos pelo *software* Abaqus® [73] foram praticamente idênticos.

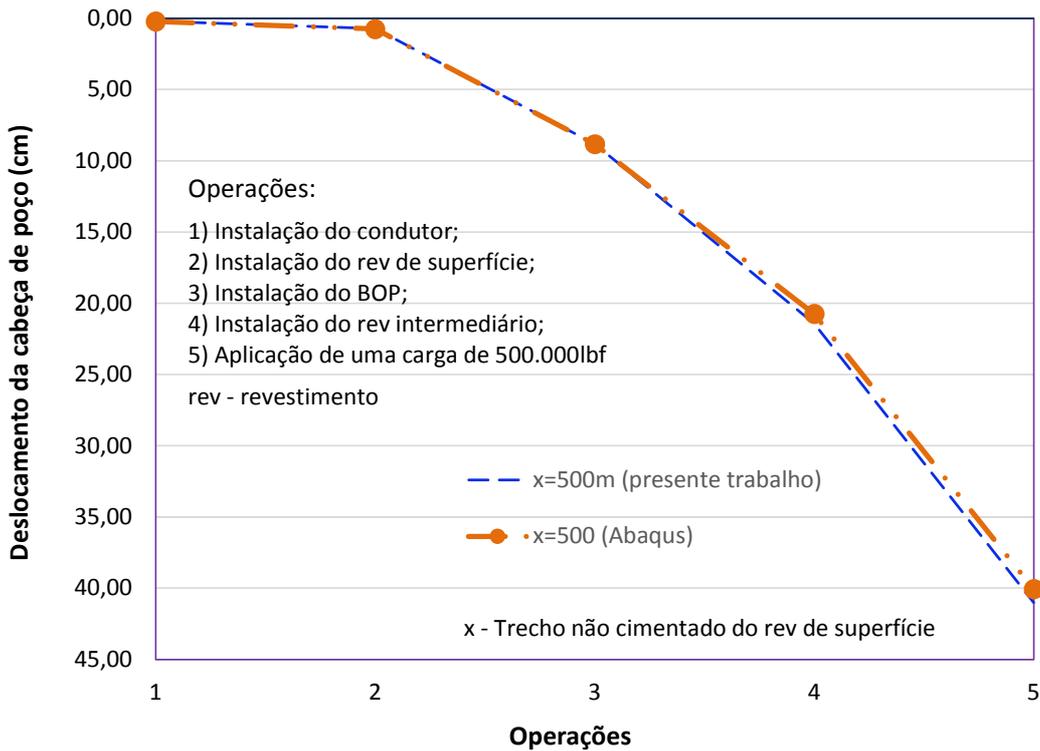


Figura 7.48 – Deslocamento da cabeça de poço de poço para  $\alpha=0,25$  considerando flambagem (verificação).

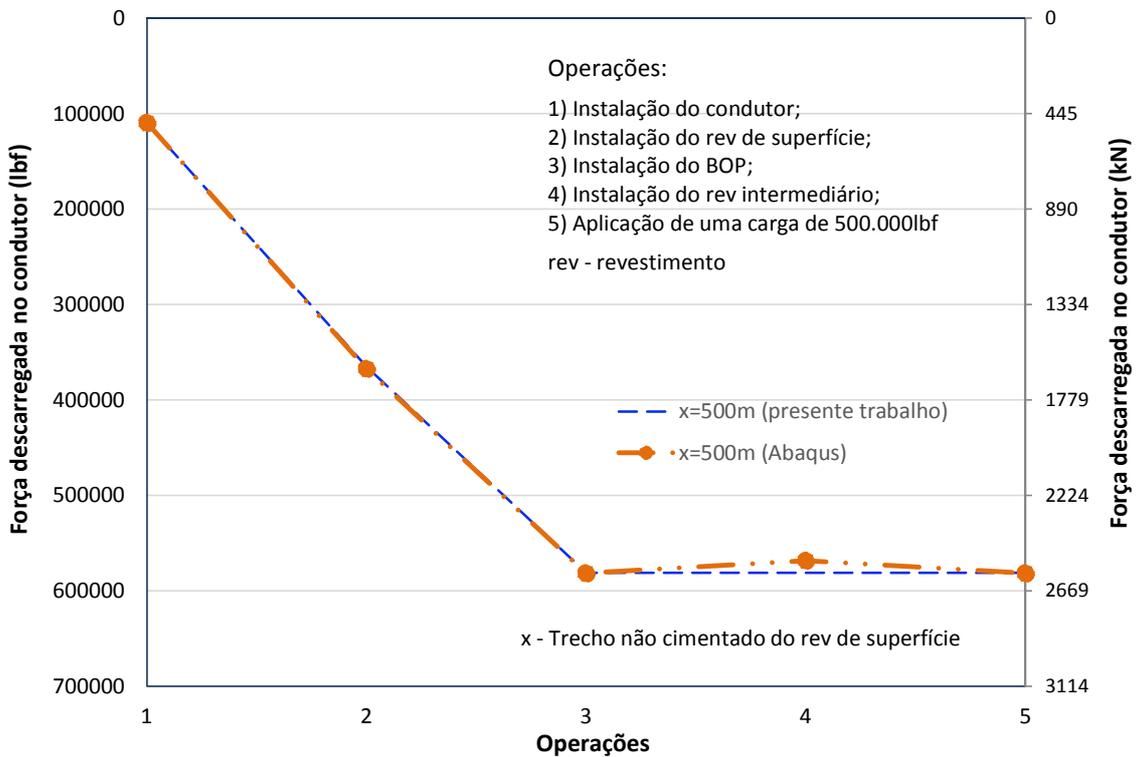


Figura 7.49 – Força descarregada no condutor para  $\alpha=0,25$  considerando flambagem (verificação).

A Figura 7.50 e a Figura 7.51 ilustram o comportamento da deformada conjunta dos revestimentos de superfície e intermediário, indicando um deslocamento máximo

lateral de 0,127m (distância entre a parede externa do revestimento de superfície e a parede do poço). Assim, confirma-se a hipótese adotada neste trabalho, qual seja, de que a helicoide de flambagem depende da distância entre a parede externa do revestimento de superfície e a parede do poço. Já a Figura 7.52 apresenta o resultado da tensão equivalente de von Mises e deformadas conjuntas dos revestimentos. Conforme se pode perceber, a flambagem do revestimento de superfície induz a flambagem do revestimento intermediário (interflambagem).

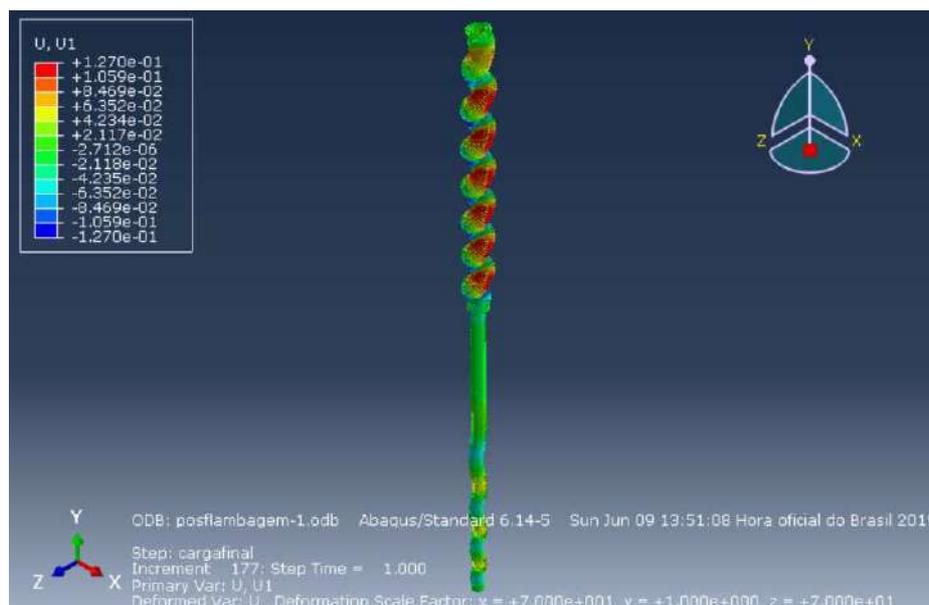


Figura 7.50 – Deslocamentos laterais do revestimento de superfície em conjunto com o intermediário.

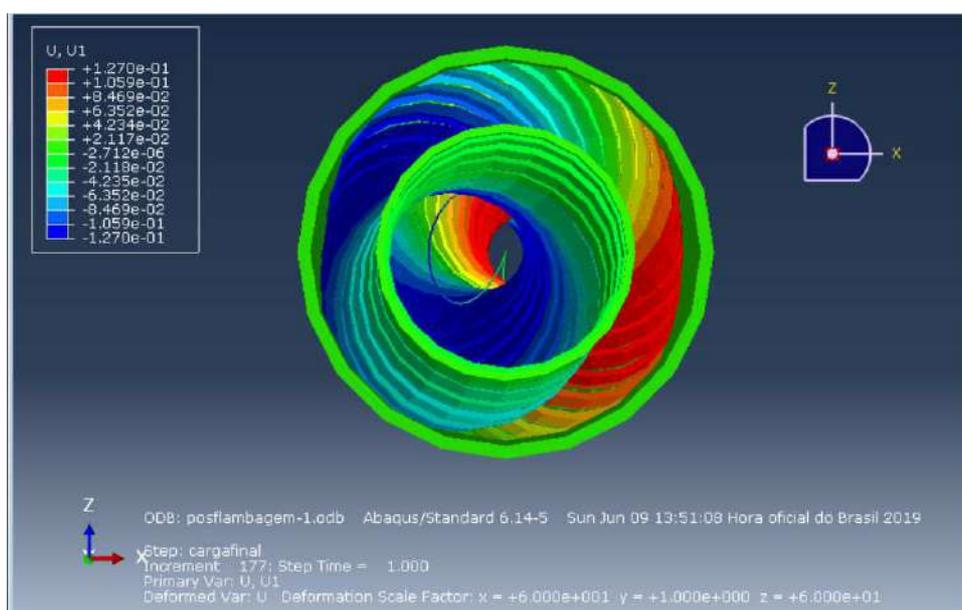


Figura 7.51 – Vista de topo do revestimento de superfície quando da verificação do modelo.

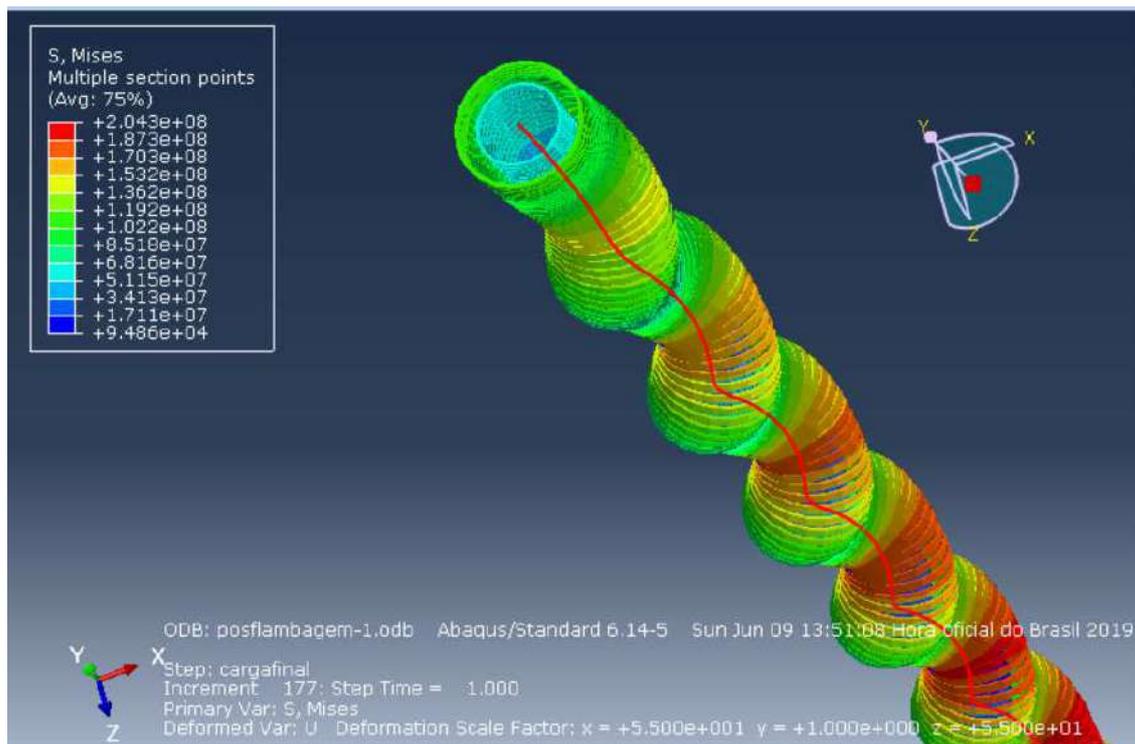


Figura 7.52 – Tensão de von Mises do revestimento de superfície em conjunto com o intermediário.

A Tabela 7.11 apresenta a comparação da máxima tensão de von Mises no revestimento de superfície (região próxima ao TOC).

Tabela 7.11 – Comparação da tensão equivalente de von Mises

	<b>Presente Trabalho</b> (psi) [MPa]	Abaqus® [73] (psi) [Mpa]	<b>Diferença (%)</b>
Tensão de von Mises	(28310) [195,2]	(29630) [204,3]	3,7

De uma forma geral, os resultados mostraram uma boa aderência entre as duas abordagens comparadas. As diferenças encontradas foram muito pequenas.

Por fim, a Figura 7.53 ilustra a relação percentual entre a energia dissipada na estabilização (ALLSD) e a energia interna da estrutura (ALLIE). Como se pode perceber a ALLSD apresentou um valor menor 1,2% em relação a ALLIE, indicando que não há um comprometimento da resposta física do problema.

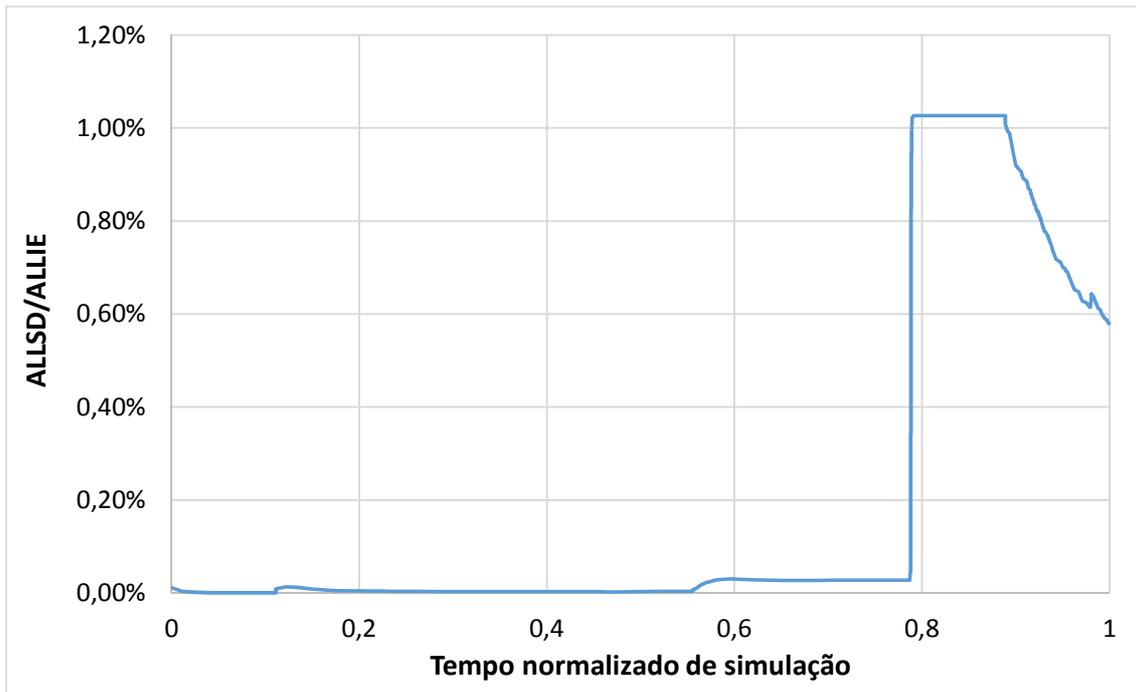


Figura 7.53 – Relação entre energia dissipada de estabilização e energia interna quando da verificação do modelo.

# 8

## Conclusões

---

Este trabalho pretendeu fornecer uma contribuição na análise de carregamentos verticais em poços submarinos, considerando a influência do TOC do revestimento de superfície.

Com o intuito de modelar mais realisticamente o problema, a interação do condutor com o solo foi considerada. O objetivo foi desenvolver uma metodologia que permitisse representar o condutor por uma mola não-linear com comportamento histerético para aplicação de carregamentos cíclicos. Neste contexto, valeu-se do Método dos Elementos Finitos considerando-se o solo modelado por curvas t-z. Estas curvas foram desenvolvidas para os trechos de carregamento, inversão e recarregamento a partir do modelo de solo proposto por CHIN & POULOS [14] e foram calibradas com dados da API-RP-2GEO [2] e dados experimentais da literatura. Vale destacar que as curvas t-z desenvolvidas neste trabalho podem ser utilizadas de uma forma bem abrangente, já que permitem a calibração de certos parâmetros com dados de campo e de laboratório.

A partir da mola representativa do condutor e de molas lineares representando os trechos livres das outras colunas de revestimento (trechos não cimentados), o modelo estrutural foi concebido. Em uma primeira abordagem, desprezou-se a possibilidade de flambagem do revestimento de superfície. O princípio básico do modelo foi garantir, para cada etapa de construção do poço e operação (produção/injeção ou TFR), as condições de compatibilidade de deslocamentos e equilíbrio de forças na cabeça do poço. Como variáveis de análise, foram determinadas o deslocamento da cabeça de poço, força sobre o condutor e tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície. Em uma segunda etapa, o modelo foi aperfeiçoado para levar em consideração a flambagem do revestimento de superfície. Nesse sentido, foi implementada uma estratégia de correção das variáveis de interesse para condição de força efetiva negativa.

Acerca dos estudos de casos com verificação numérica, apresentados no capítulo 7, obtiveram-se as seguintes conclusões de significativa relevância:

- Observou-se que, no primeiro estudo de caso, a mola representativa do condutor apresentou um comportamento não-linear histerético. De uma forma geral, a verificação do modelo foi satisfatória, não sendo observadas diferenças significativas na comparação com os resultados numéricos obtidos com o *software* Abaqus® [73];
- Na abordagem sem flambagem do segundo estudo de caso, observou-se a influência significativa do fator de adesão do solo e seu impacto direto na capacidade de carga do condutor. Ficou patente, que nos casos em que o carregamento superou a capacidade de carga do condutor (fatores de adesão 0,25 e 0,50) os deslocamentos da cabeça do poço e os esforços sobre o revestimento de superfície aumentaram significativamente. O topo do cimento também foi uma variável muito importante nas análises. Uma relação proporcional entre o trecho livre de revestimento de superfície e o deslocamento da cabeça de poço foi observada. Por exemplo, para um fator de adesão de 0,25, o deslocamento máximo da cabeça de poço para 100 m de revestimento livre foi de 10 cm, enquanto para 500m livres foi de 46cm. A verificação da abordagem sem flambagem mostrou uma grande aderência com a solução numérica obtida com o *software* Abaqus® [73].
- Na abordagem com flambagem do segundo estudo de caso, observou-se que os acréscimos de deslocamentos na cabeça do poço em razão da flambagem não foram tão significativos. Em geral, os resultados indicaram deslocamentos da cabeça de poço maiores, com no máximo 10% de diferença no cenário em que houve superação da capacidade de carga do revestimento condutor. Diferenças significativas foram observadas na tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície, em razão dos esforços de flexão decorrentes da flambagem. Observou-se que para o carregamento de efeito pistão na cabeça do poço referente a operação 10, houve problemas de resolução numérica para a equação de equilíbrio. A tolerância pré-estipulada de 10 lbf foi insuficiente para assegurar a convergência em alguns cenários de combinação de fator de adesão ( $\alpha$ ) e comprimento livre de cimento do revestimento de superfície ( $x$ ), independente do passo de deslocamento adotado. Assim, foi necessário aumentar a tolerância, porém a maior diferença observada na equação de

equilíbrio ficou em torno de 1,2%, o que não interfere significativamente na resposta física do problema.

- A verificação da abordagem com flambagem também mostrou uma grande aderência com a solução numérica obtida com o *software* Abaqus® [73]. Vale destacar que a verificação foi feita para uma sequência de carregamentos mais simplificada (avaliação de cinco operações) dado que o modelo para o caso geral elaborado com o *software* Abaqus® [73] não convergiu. Importantes conclusões foram obtidas das simulações numéricas. Inicialmente, observou-se que os resultados foram muito aderentes à formulação de LUBINSKI [18], conforme se constatou na análise de convergência de malha. Verificou-se, também, que a flambagem do revestimento de superfície é capaz de induzir também a flambagem do revestimento intermediário. Por fim, constatou-se que a simulação resultou em uma flambagem do revestimento de superfície de forma helicoidal contida pela parede do poço. Esta é a premissa adotada no modelo deste trabalho, quando da aplicação da distância de confinamento no cálculo de deslocamento por flambagem.

Vale destacar que a metodologia apresentada neste trabalho, a qual considerou a flambagem do revestimento de superfície, foi de fácil implementação e exigiu poucos recursos computacionais. Contudo, conforme apresentado, a resposta do problema estudado foi praticamente a mesma obtida pelas complexas simulações numéricas realizadas em elementos finitos com o uso do *software* Abaqus® [73].

Apesar da avaliação positiva deste trabalho algumas sugestões para o seu aperfeiçoamento ou para desenvolvimentos futuros podem ser fornecidas, quais sejam:

- Dada a grande influência dos parâmetros de solo (fator de adesão e resistência não-drenada), trabalhos que explorem a distribuição destas variáveis em termos estatísticos poderiam ser realizados. Neste sentido, poderiam ser determinadas as respostas das variáveis de interesse (força no condutor, deslocamento da cabeça de poço e tensão equivalente de von Mises sobre o revestimento de superfície) como distribuições de probabilidade. De forma complementar, também poderiam ser definidos critérios de projetos a fim de calcular probabilidades de falha;
- No campo das simulações numéricas via MEF, poderiam ser feitos estudos sobre o momento torsor despertado pela flambagem helicoidal. Esta variável é de sua importância para se avaliar se existe a possibilidade de desenrosque dos

conectores do revestimento de superfície o que poderia levar ao *jumpout* da coluna. Neste contexto, poderiam ser revistos critérios de projeto, como o uso de conectores com torque adequado ou que possuam mecanismos anti-rotacionais. Nessas simulações, é muito importante estimar os parâmetros de contato na direção normal e tangencial despertado entre poço e tubo. Assim, uma pesquisa bibliográfica deveria ser realizada para definir os parâmetros mais adequados para serem usados na simulação. De posse destes parâmetros, simulações via MEF poderiam ser realizadas para carregamentos combinados de força e pressão interna.

- Outro estudo que poderia ser realizado no campo de simulações numéricas via MEF, seria a influência do uso de centralizadores no revestimento de superfície. Neste contexto, seria oportuno analisar a influência da flambagem e do momento torsor despertado na coluna de revestimento e da força lateral atuante nos centralizadores.
- Estudos mais abrangentes envolvendo a não-linearidade física do aço também poderiam ser explorados com o intuito de determinar estados limites últimos do fenômeno de flambagem.
- Por fim, formulações globais do problema com a técnica de elementos finitos unidimensional poderiam ser realizadas. Neste sentido, um sistema global contendo as matrizes de rigidez do solo, condutor e das outras colunas deveria ser determinado. O desafio seria implementar um elemento finito capaz de considerar o fenômeno de flambagem para uma condição de força efetiva negativa.

## Referências Bibliográficas

---

- [1] API-RP-96, 2013, *Recommended Practice for Deepwater Well Design and Construction*. American Petroleum institute, first edition.
- [2] API-RP-2GEO, 2011, *Recommended Practice for Geotechnical and Foundation design Considerations*, American Petroleum Institute, first edition.
- [3] LACASSE, S.; NADIM, F.; ANDERSEN, K. H. et al., 2013, “Reliability of API, NGI, ICP and Fugro Axial Pile Capacity Calculation Methods”. *Presented at the Offshore Technology Conference*, Houston. OTC-24063-MS. <http://dx.doi.org/10.4043/24063-MS>.
- [4] LACASSE, S.; NADIM, F.; LANGFORD, T. et al., 2013, “Model Uncertainty in Axial Pile Capacity Design Methods”. *Presented at the Offshore Technology Conference, Houston*. OTC-24066-MS. <http://dx.doi.org/10.4043/24066-MS>.
- [5] MCCABE, A. C., 1989, “Well Vertical Movement on Platform Wells”. *Presented at Offshore Europe, Aberdeen*. SPE-19241-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/SPE-19241-MS>.
- [6] AASEN J. A.; AADNOY, B. S., 2004, “Multistring Analysis of Well Growth”. *Presented at the IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology Conference and Exhibition*, Kuala Lumpur. SPE-88024-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/88024-MS>.
- [7] AASEN, J. A.; AADNOY, B.S., 2009, “Multistring Analysis of Wellhead Movement”. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v66 , 111-116.
- [8] LEWIS, D.; MILLER, R. A. , 2009, “Casing Design”. In *Advanced Drilling and Well Technology*, ed. B. Aadnoy, I. Cooper, S. Miska et al., Chap. 2, 17–52. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
- [9] LIANG, Q. J., 2012, “Casing Thermal Stress and Wellhead Growth Behavior Analysis”. *Presented at the SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition*, Perth, Australia,. SPE-157977-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/157977-MS>.

- [10] XIUQUAN,L.; GUOMING,C.;YUANJIANG, C.; LEI, Z. ; WEIGUO, Z. and HUA, X., 2014, “Multistring analysis of wellhead movement and uncemented casing strength in offshore oil and gas wells”, *Petroleum Science*, v11, 131-138. DOI:10.107/s12182-014-0324-7.
- [11] SATHUVALLI, U. B. and SURYANARAYANA, P. V. (Suri), 2016, “Structural-Casing/Soil Interaction Effects on Wellhead Motion”. Society of Petroleum Engineers. doi:10.2118/180437-PA.
- [12] ZHANG, Z. et al., 2017, “Study of a model of wellhead growth in offshore oil and gas wells”. *Journal of Petroleum Science and Engineering*.
- [13] HALAL, A. S.; MITCHELL, R. F. and WAGNER, R. R., 1997, “Multi-String Casing Design with Wellhead Movement”. *Presented at the SPE Production Operations Symposium, Oklahoma City, Oklahoma,.* SPE-37443-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/37443-MS>.
- [14] CHIN, J. T.; POULOS, H. G., 1991, “A “T-Z” approach for cyclic axial loading analysis of single piles”. *Computers and Geotechnics*, 12, 289-320.
- [15] ISHIHARA, K.; YOSHIDA, N.; TSUJINO, S., 1985, “Modelling of stress- strain relations for soils in cyclic loading”. *Proc. 5th. Int. Conf. On Num. Mtds. In geomechs.*, Nagoya, 1, 373-380.
- [16] MASING, G., 1926, “Eigenspannungen und verfestigung beim messing”. *Proc. 2<sup>nd</sup>. In: International Congress On Applied Mechanics*, 2, Zurich, 332-335.
- [17] ANAGNOSTOPOULOS, S. A., 1983, “Pile foundation modeling for inelastic earthquake analyses of large structures”. *Eng. Struct*, 5 , pp. 215-222.
- [18] LUBINSKI, A., 1962, “Helical Buckling of Tubing Sealed in Packers”. SPE 178 – June, Pg 655 a 670.
- [19] DAWSON, A. P.; MURRAY, M. V., 1987, “Magnus Subsea Wells: Design, Installation, and Early Operational Experience”. *SPE Res Eng* 2 (4): 305–312. SPE-12973-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/12973-PA>.

- [20] KAYNIA, A. M.; DIMMOCK, P.; SENDERS, M., 2014, “Earthquake Response of Pipelines on Submarine Slopes”. *Offshore Technology Conference*. doi:10.4043/25186-MS .
- [21] O’DRISCOLL, D.; YAMAMOTO, N.; AMODIO, A.; BRANSBY, M. F.; ERBRICH, C. T.; WESTGATE, Z. J., 2016, “Seismic Assessments for Offshore Shallow Foundations in Carbonate Sediments”. *Offshore Technology Conference*. doi:10.4043/27271-MS.
- [22] ERBRICH, C.; WALLBRIDGE, P. & YAMAMOTO, N., 2016, “Numerical Modelling of Seismically Induced Settlement for Ichthys Riser Support Structure”. *Offshore Technology Conference*. doi:10.4043/26778-MS.
- [23] DUBOIS, J.; THIEKEN, K.; TERCEROS, M.; SCHAUMANN, P. & ACHMUS, M., 2016, “Advanced Incorporation of Soil-Structure Interaction into Integrated Load Simulation”. *International Society of Offshore and Polar Engineers*.
- [24] SCHAUMANN, P.; EICHSTÄDT, R., 2015, “Fatigue Assessment of High-Strength Bolts with Very Large Diameters in Substructures for Offshore Wind Turbines”. *International Society of Offshore and Polar Engineers*.
- [25] ZAKERI, A.; CLUKEY, E.; KEBADZE, B.; JEANJEAN, P.; WALKER, D.; PIERCEY, G.; AUBENY, C., 2015, “Recent Advances in Soil Response Modeling for Well Conductor Fatigue Analysis and Development of New Approaches”. *Offshore Technology Conference*. doi:10.4043/25795-MS
- [26] BARROS, J. M. C e HACHICH, W., 1998, *Fundações Teoria e prática*, Capítulo 10: *Fundações sujeitas a esforços dinâmicos*. 2ª edição, PINI ABMS/ABEF, pg 409-442.
- [27] HENRIQUES JR, P. R. D.; FOPPA, D.; PORTO, E. C.; MEDEIROS JR, C. J., 2010, “A New Torpedo Pile Conception for High Mooring Loads and Application in a Floating Production Unity in the pre-Salt Area”. *Proceedings of the Rio Oil & Gas Expo and Conference*, IBP 3355\_10, Rio de Janeiro, RJ.
- [28] BARROS, J. M. C., 1997, *Módulo de cisalhamento dinâmico de solos tropicais*, Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 437 p.

- [29] SEED, H. B. AND IDRIS, I.M., 1970, "Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses". Report No. EERC 70-10, Earthquake Engineering Research Center, University of California.
- [30] HARA, A.; OHTA, T.; NIWA, M.; TANAKA, S.; BANNO, T., 1974, "Shear modulus and shear strength of cohesive soils". *Soils and Foundations*, JSSMFE, v.14, no.3, p. 1-24.
- [31] ARANGO, I.; MORIWAKI, Y.; BROWN, F., 1978, "In situ and laboratory shear velocity and modulus". In: *Geotechnical Division Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Pasadena, California. Proc, ASCE, p. 198-212.
- [32] ANDERSON, D. G.; WOODS, R. D., 1978, "Time-dependent increase in shear modulus of clay". *Journal of Geotechnical Testing*, Denver, ASTM, STP 654, p. 66-90.
- [33] PAOLIANI, P.; DI PASQUALI, G. ; LUCARELLI, V.; SANO, T., 1989, "Experimental assessment of static and dynamic properties of a clay deposit". In: *International Conference on Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 4, Mexico City. Proc., p. 61-70.
- [34] BOUCKOVALAS, G.; KALTEZIOTIS, N.; SABATAKAKIS, N.; ZERVOGIANNIS, C., 1989, "Shear wave velocity in a very soft clay, measurement and correlations". In: *International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 12, Rio de Janeiro, proc., ISSMFE, v.1, p. 191-194.
- [35] DUNNAVANT, E. C.; CLUKEY, E. C. and MURFF, J. D., 1990, "Effects of cyclic loading and pile flexibility", OTC 6378, Houston, Texas.
- [36] POULOS, H. G; DAVIS, E. H., 1980, *Pile Foundation Analysis and Design*. John Wiley and Sons, New York, 397p.
- [37] WINKLER, E., 1867, *Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit*, p. 182.
- [38] HETÉNYI, M., 1946, *Theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering*. University of Michigan.

- [39] KRAFT, L. M.; FOCHT, J. A.; AMARASINGHE, S. F., 1981, “Friction capacity of piles driven into clay”, *ASCE J. Geotechnical Engineering Division*, 107, No. GT11, pp. 1521-1541.
- [40] COYLE, H. M.; REESE, L.C., 1966, “Load Transfer for axially loaded piles in clay”, *ASCE J. Soil Mechanics and Foundations Division*, 92, No. SM2 , pp. 1-26.
- [41] COYLE, H. M.; SULIAMAN, I.H.,1967, “Skin Friction for steel piles in sand”, *ASCE J. Soil Mechanics and Foundations Division*, 93, No. SM6, pp. 261-278.
- [42] AGUIAR, C. S., 2011, *Análise da interação solo-estrutura de âncoras do tipo torpedo para plataformas offshore*. Tese de doutorado, COPPE, UFRJ.
- [43] SOUSA, J. R. M.; ELLWANGER, G. B.; PORTO, E. C.; BORGES, A. T.; NOGUEIRA, E. F.; GENZANI, R. G. B. C., 2017, “On the axial holding capacity of torpedo bases in clay”. *Proceedings of the ASME 2017 36<sup>th</sup> international conference on ocean, offshore and arctic engineering*. OMAE2017-62517, Trondheim, Norway.
- [44] KRAFT, L.M.; LYONS, C. G., 1974, “State of the art: Ultimate axial capacity of grouted piles”. OTC 2081, Dalas, Texas.
- [45] GOLDRER, H. Q.; LEONARD, M. W., 1954, “Some tests on bored piles in London clay”. *Geotechnique*, London, V.4, 32-41.
- [46] SKEMPTON, A. W., 1959, “Cast in-situ bored piles in London Clay”, London, V.9, N.4, 153-173.
- [47] MOHAN, D.; CHANDRA S., 1961, “Frictional resistance of bored piles in expansive clays”. *Geotechnique*, London, V.11, N.4, 294-301.
- [48] FLEMING, W. G. K. and SALTER, T. H., 1962, “Reports on loading tests on a large diameter underreamed bored pile”. *Civil Engineering and public works review*, London, 1280-1281.
- [49] WHITAKER, T.; COOKE, R. W.,1965, “Bored piles with enlarged bases in London Clay”, *Proceedings, Sixth Inter. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Montreal, V.2, 342-346.

- [50] O'NEILL, M., 1970, "Behavior of axially loaded drilled shafts in Beaumont Clay". Thesis presented to the University of Texas at Austin, Texas, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- [51] MATICH, M. A. J.; KOZICKI, P., 1967, "Some load tests on drilled cast-in-place concrete caissons". *Canadian Geotechnical Journal*, Ottawa, V.4, N.4, 367-375.
- [52] TOUMA, F. T.; REESE, L. C., 1972, "The behavior of axially loaded drilled shafts in sand". Research reported 176-1, Parts 1 and 2, center for Highway Research, December, the University of Texas at Austin.
- [53] EVANS, G. W.; CARTER, L.G., 1962, "Bonding studies of cementing compositions to pipe and formations". *API drilling and production practice*, 72-79.
- [54] JEANJEAN, P., 2002, "Innovative design method for deepwater surface casings", SPE 77357.
- [55] ZHOU, B. et al., 2014, "Experimental research on structural casing soaking time in deepwater drilling", SPE-170317 –MS.
- [56] SOUSA, J. R. M.; AGUIAR, C. S.; ELLWANGER, G. B.; PORTO, E. C., FOPPA, D.; MEDEIROS JR., C.J., 2010, "Undrained Load Capacity of Torpedo Anchors Embedded in Cohesive Soils", *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 133 (2).
- [57] RICHARDSON, M. D.; O'LOUGHLIN, C. D.; RANDOLPH, M. F.; GAUDIN, C., 2009, "Setup following installation of Dynamic anchors in normally consolidated clay". *Geotech. Geoenviron. Eng.*, 135(4), pp. 487-496.
- [58] MIRZA, U. A. A., 1999, "Pile short-term capacity in clays". *Proceedings of the Ninth International Offshore and Polar Conference*, Brest, France, Vol I. pp. 693-699.
- [59] MITCHELL, R. F., 2008, "Tubing Buckling- The State of the Art". *SPE Drill & Completion* 361–370. SPE-104267.
- [60] MACHADO, L. R., 2016, *Flambagem Helicoidal em Poços Verticais nos trechos de revestimentos de superfície livre*. Dissertação de mestrado, 2016, PUC-RIO.

- [61] AASEN J.; AADNOY, B. S., 2002, “Buckling Models Revisited”. Presented at the IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology held in Jakarta. SPE-77245.
- [62] MITCHELL, R. F., 1999, “Buckling Analysis in Deviated Wells: A Practical Method”, *SPE Drill & Completion* 14, 11–20. SPE-36761.
- [63] AGUIAR, C. S., 2005, *Interação solo-estrutura de fundações offshore do tipo estaca*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [64] TIMOSHENKO, S. P; GOODIER, J. N., 1970, *Teoria da Elasticidade*. Guanabara dois.
- [65] CUNHA, J. S., 1998, *Análise do efeito de grupo de estacas em estruturas offshore*. Dissertação de mestrado, 1998, UFRJ.
- [66] SPARKS, C.P., 2007, *Fundamentals of Marine Riser Mechanics: Basic Principles and Simplified Analysis*. Penn Well Corporation.
- [67] BEER, P. F.; JOHNSTON JUNIOR, E. R., 1996, *Resistência dos materiais*. São Paulo: Pearson, 3<sup>a</sup> ed.
- [68] ALCOFRA, E. L.M., 2014, *Aumento de pressão de fluido confinado no anular de poços de petróleo*. Dissertação de mestrado, 2014, PUC RJ.
- [69] VALLIAPPAN, S., 1981, *Continuum mechanics: fundamentals*, Rotterdam: Balkema.
- [70] SALIÉS, J., 1994, *Experimental study and Mathematical modeling of helical buckling of tubulars in inclined wellbores*. University of Tulsa.
- [71] Mathematica<sup>®</sup>, v.8, *Manual for mathematica 8*, [www.wolfram.com](http://www.wolfram.com).
- [72] Mathcad<sup>®</sup>, v.15, *Mathcad users guide.book*, [www.ptc.com](http://www.ptc.com).
- [73] Abaqus<sup>®</sup>, Dassault, v. 6.14-5, *Abaqus 6.14 Documentation*, [www.3ds.com](http://www.3ds.com).
- [74] Wellcat<sup>™</sup>, Landmark, v.13.1, *Wellcat casing and tubing design software*, [www.landmark.solutions](http://www.landmark.solutions).

## Apêndice A: Montagem das Matrizes e Vetores do MEF

### Montagem do sistema resolutivo para o trecho de carregamento

Conforme foi demonstrado, a equação do PTV pode ser expressa pela Equação (A 1):

$$\int_0^H EA\tilde{z}'\tilde{\delta}'du + \int_0^H \pi D\tilde{t}'\tilde{\delta}'du = \int_0^H w_a\tilde{\delta}'du + F_1\delta_1 \quad \dots \quad (A 1)$$

Cada termo da expressão anterior pode ser trabalhado em razão das aproximações dos campos de interesse e/ou suas derivadas, isto é,  $\tilde{z}'$ ,  $\tilde{\delta}'$ ,  $\tilde{t}'$  e  $\tilde{\delta}'$ . Para a primeira integral vem:

$$\begin{aligned} \int_0^H EA\tilde{z}'\tilde{\delta}'du &= \int_0^H EA(z_1\phi_1'+\dots+z_i\phi_i'+\dots+z_n\phi_n') \cdot (z_1\phi_1'+\dots+z_i\phi_i'+\dots+z_n\phi_n')du \\ &= \int_0^H EA \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_i & \dots & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1' \\ \vdots \\ \phi_i' \\ \vdots \\ \phi_n' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1' & \dots & \phi_i' & \dots & \phi_n' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} du \\ &= \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_i & \dots & z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H EA\phi_1'\phi_1'du & \dots & \int_0^H EA\phi_1'\phi_i'du & \dots & \int_0^H EA\phi_1'\phi_n'du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H EA\phi_i'\phi_1'du & \dots & \int_0^H EA\phi_i'\phi_i'du & \dots & \int_0^H EA\phi_i'\phi_n'du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H EA\phi_n'\phi_1'du & \dots & \int_0^H EA\phi_n'\phi_i'du & \dots & \int_0^H EA\phi_n'\phi_n'du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Portanto, a primeira integral toma o seguinte formato matricial:

$$\int_0^H EA\tilde{z}' \tilde{\delta}' du = \mathbf{z}^t \mathbf{K}_E \mathbf{z} \quad \dots \quad (\text{A } 2)$$

onde  $\mathbf{z}$  é o vetor que coleta os deslocamentos nodais  $z_i$ , com  $i = 1, \dots, n$  e  $\mathbf{K}_E$  a matriz

de rigidez da estrutura, onde suas entradas são dadas por  $k_{E(i,j)} = \int_0^H EA\phi'_i \phi'_j du$ , com

$i, j = 1, \dots, n$ .

Já para a segunda integral, tem-se:

$$\begin{aligned} \int_0^H \pi D \tilde{t} \tilde{\delta} du &= \int_0^H \pi D (k_1 z_1 \phi_1 + \dots + k_i z_i \phi_i + \dots + k_n z_n \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_i \phi_i + \dots + z_n \phi_n) du \\ &= \int_0^H \pi D \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_i & \dots & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \phi_1 \\ \vdots \\ k_i \phi_i \\ \vdots \\ k_n \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_i & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} du \\ &= \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_i & \dots & z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_i du & \dots & \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D k_i \phi_i \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_i \phi_i \phi_i du & \dots & \int_0^H \pi D k_i \phi_i \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_i du & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Logo, a aproximação da segunda integral apresenta o seguinte formato matricial:

$$\int_0^H \pi D \tilde{t} \tilde{\delta} du = \mathbf{z}^t \mathbf{K}_S \mathbf{z} \quad \dots \quad (\text{A } 3)$$

sendo  $\mathbf{K}_S$  a matriz de rigidez do solo, onde suas entradas são dadas por:

$$k_{S(i,j)} = \int_0^H \pi D k_i \phi_i \phi_j du, \text{ com } i, j = 1, \dots, n \quad \dots \quad (\text{A } 4)$$

Tomando-se  $F_1 = F_c$ , para fazer menção ao carregamento, para os dois últimos termos escreve-se:

$$\begin{aligned} \int_0^H w_a \tilde{\delta} du + F_c \delta_1 &= \int_0^H w_a (z_1 \phi_1 + \dots + z_i \phi_i + \dots + z_n \phi_n) du + (F_c z_1 + \dots + 0z_i + \dots + 0z_n) \\ &= \int_0^H [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} w_a \phi_1 \\ \vdots \\ w_a \phi_i \\ \vdots \\ w_a \phi_n \end{bmatrix} du + [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} F_c \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \cdot \left( \int_0^H \begin{bmatrix} w_a \phi_1 \\ \vdots \\ w_a \phi_i \\ \vdots \\ w_a \phi_n \end{bmatrix} du + \begin{bmatrix} F_c \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \right) \end{aligned}$$

Desta forma, os termos da direita da igualdade na Equação (A 1) tomam a forma aproximada:

$$\int_0^H w_a \tilde{\delta} du + F_c \delta_1 = \mathbf{z}^t \mathbf{q}_c \quad \dots \quad (\text{A } 5)$$

sendo  $\mathbf{q}_c$  o vetor de forças nodais equivalentes, onde suas entradas são dadas por:

$$q_1 = \int_0^H w_a \phi_1 du + F_c, \text{ e}$$

$$q_i = \int_0^H w_a \phi_i du, \text{ com } i = 2, \dots, n.$$

Finalmente, substituindo-se as expressões em formato matricial dadas pelas Equações (A 2), (A 3) e (A 5) na Equação (A 1), vêm:

$$\mathbf{z}^t (\mathbf{K}_E \mathbf{z} + \mathbf{K}_S \mathbf{z} - \mathbf{q}_c) = \mathbf{0} \quad (\text{A } 6)$$

Como se busca uma solução  $\mathbf{z}$  não trivial, deve-se resolver o seguinte sistema não-linear de Equações:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S)\mathbf{z} = \mathbf{q}_c \quad \dots \quad (\text{A } 7)$$

### Montagem do sistema resolutivo para o trecho de inversão

A montagem do sistema resolutivo do trecho de inversão pode ser obtida a partir da Equação (A 1), alterando-se o segundo termo da mesma.

Considerando-se a Equação (4.20), o termo de interesse admite a forma:

$$\begin{aligned} \int_0^H \pi D \tilde{\delta} \tilde{\delta} du &= \int_0^H \pi D (t_{A1} \phi_1 + \dots + t_{Ak} \phi_k + \dots + t_{An} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du + \\ &\quad - \int_0^H \pi D (k_1 z_{A1} \phi_1 + \dots + k_k z_{Ak} \phi_k + \dots + k_n z_{An} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du + \\ &\quad + \int_0^H \pi D (k_1 z_1 \phi_1 + \dots + k_k z_k \phi_k + \dots + k_n z_n \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \end{aligned} \quad (\text{A } 8)$$

Para a primeira parcela do lado direito da Equação (A 8), tem-se:

$$\begin{aligned} &\int_0^H \pi D (t_{A1} \phi_1 + \dots + t_{Ak} \phi_k + \dots + t_{An} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \\ &= \int_0^H \pi D \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_k & \dots & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_k & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{A1} \\ \vdots \\ t_{Ak} \\ \vdots \\ t_{An} \end{bmatrix} du \\ &= \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_k & \dots & z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_{A1} \\ \vdots \\ t_{Ak} \\ \vdots \\ t_{An} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Da segunda parcela do lado direito da Equação (A 8), vem:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^H \pi \mathcal{D} (k_1 z_{A1} \phi_1 + \dots + k_k z_{Ak} \phi_k + \dots + k_n z_{An} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \\
 &= \int_0^H \pi \mathcal{D} \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_k & \dots & z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \phi_1 & \dots & k_k \phi_k & \dots & k_n \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{A1} \\ \vdots \\ z_{Ak} \\ \vdots \\ z_{An} \end{bmatrix} du \\
 &= \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_k & \dots & z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{A1} \\ \vdots \\ z_{Ak} \\ \vdots \\ z_{An} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Por sua vez, a terceira parcela já foi desenvolvida anteriormente, sendo dada por:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^H \pi \mathcal{D} (k_1 z_1 \phi_1 + \dots + k_k z_k \phi_k + \dots + k_n z_n \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \\
 &= \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_k & \dots & z_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Assim sendo, em termos matriciais, a Equação (A 8), toma a forma:

$$\int_0^H \pi \mathcal{D} \tilde{\mathbf{t}} \tilde{\boldsymbol{\delta}} du = \mathbf{z}^t \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A - \mathbf{z}^t \mathbf{K}_S^t \mathbf{z}_A + \mathbf{z}^t \mathbf{K}_S \mathbf{z} \quad \dots \quad (\text{A } 9)$$

onde introduziu-se a matriz  $\mathbf{K}_I$ , cujas entradas são dadas por:

$$k_{I(i,j)} = \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_i \phi_j du, \text{ com } i, j = 1, \dots, n \quad \dots \quad (\text{A } 10)$$

Finalmente, levando-se as Equações (A 2), (A 5) e (A 9) na Equação (A 1), e considerando-se que o vetor de força nodais deve ser modificado para  $\mathbf{q}_{in}$  para contemplar o histórico de carregamentos até a inversão, vem:

$$\mathbf{z}^t(\mathbf{K}_E \mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A - \mathbf{K}_S^t \mathbf{z}_A + \mathbf{K}_S \mathbf{z} - \mathbf{q}_{in}) = \mathbf{0} \quad (\text{A } 11)$$

Como se busca uma solução  $\mathbf{z}$ , não trivial, deve-se resolver o seguinte sistema não-linear de equações:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S) \mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_A - \mathbf{K}_S^t \mathbf{z}_A = \mathbf{q}_{in} \quad \dots \quad (\text{A } 12)$$

### Montagem do sistema resolutivo para o trecho de recarregamento

O sistema resolutivo para o trecho de recarregamento pode ser determinado de maneira similar ao do trecho de inversão, isto é, a partir da Equação (A 1), alterando-se o segundo termo da mesma.

Assim sendo, considerando-se a Equação (4.21), o termo de interesse admite a forma:

$$\begin{aligned} \int_0^H \pi D \tilde{t} \tilde{\delta} du &= \int_0^H \pi D (t_{B1} \phi_1 + \dots + t_{Bk} \phi_k + \dots + t_{Bn} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du + \\ &- \int_0^H \pi D (k_1 z_{B1} \phi_1 + \dots + k_k z_{Bk} \phi_k + \dots + k_n z_{Bn} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du + \\ &+ \int_0^H \pi D (k_1 z_1 \phi_1 + \dots + k_k z_k \phi_k + \dots + k_n z_n \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \end{aligned} \quad (\text{A } 13)$$

Para a primeira parcela do lado direito da integral da Equação (A 13), tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^H \pi \mathcal{D} (t_{B1} \phi_1 + \dots + t_{Bk} \phi_k + \dots + t_{Bn} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \\
 &= \int_0^H \pi \mathcal{D} [z_1 \quad \dots \quad z_k \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_k & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{B1} \\ \vdots \\ t_{Bk} \\ \vdots \\ t_{BAn} \end{bmatrix} du \\
 &= [z_1 \quad \dots \quad z_k \quad \dots \quad z_n] \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_{B1} \\ \vdots \\ t_{Bk} \\ \vdots \\ t_{Bn} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Para a segunda parcela vem:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^H \pi \mathcal{D} (k_1 z_{B1} \phi_1 + \dots + k_k z_{Bk} \phi_k + \dots + k_n z_{Bn} \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du \\
 &= \int_0^H \pi \mathcal{D} [z_1 \quad \dots \quad z_k \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_k \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \phi_1 & \dots & k_k \phi_k & \dots & k_n \phi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{B1} \\ \vdots \\ z_{Bk} \\ \vdots \\ z_{Bn} \end{bmatrix} du \\
 &= [z_1 \quad \dots \quad z_k \quad \dots \quad z_n] \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi \mathcal{D} k_1 \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_k \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi \mathcal{D} k_n \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_{B1} \\ \vdots \\ z_{Bk} \\ \vdots \\ z_{Bn} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Por sua vez, a terceira parcela já foi desenvolvida anteriormente, é dada por:

$$\int_0^H \pi D (k_1 z_1 \phi_1 + \dots + k_k z_k \phi_k + \dots + k_n z_n \phi_n) (z_1 \phi_1 + \dots + z_k \phi_k + \dots + z_n \phi_n) du$$

$$= [z_1 \quad \dots \quad z_k \quad \dots \quad z_n] \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D k_k \phi_k \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_k \phi_k \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D k_k \phi_k \phi_n du \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_1 du & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_k du & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_k \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

Assim sendo, em termos matriciais, a Equação (A 13), toma a forma:

$$\int_0^H \pi D \tilde{\tau} \tilde{\delta} du = \mathbf{z}^t \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B - \mathbf{z}^t \mathbf{K}_S \mathbf{z}_B + \mathbf{z}^t \mathbf{K}_S \mathbf{z} \quad \dots \quad (\text{A } 14)$$

onde introduziu-se os vetores  $\mathbf{t}_B$  e  $\mathbf{z}_B$ , os quais, respectivamente, coletam as forças nodais e deslocamentos nodais no início do recarregamento (ponto B das curvas t-z).

Finalmente, levando-se as Equações (A 2), (A 5) e (A 14) na Equação (A 1), e considerando-se que o vetor de forças nodais deve ser modificado para  $\mathbf{q}_r$  para contemplar o histórico de carregamentos até o recarregamento vem:

$$\mathbf{z}^t (\mathbf{K}_E \mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B - \mathbf{K}_S \mathbf{z}_B + \mathbf{K}_S \mathbf{z} - \mathbf{q}_r) = \mathbf{0} \quad \dots \quad (\text{A } 15)$$

Como se busca uma solução  $\mathbf{z}$  não trivial, deve-se resolver o seguinte sistema não-linear de Equações:

$$(\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_S) \mathbf{z} + \mathbf{K}_I \mathbf{t}_B - \mathbf{K}_S \mathbf{z}_B = \mathbf{q}_r \quad \dots \quad (\text{A } 16)$$

A seguir serão apresentadas, segundo uma determinada discretização, o formato das matrizes de rigidez  $\mathbf{K}_E$  e  $\mathbf{K}_S$ , da matriz  $\mathbf{K}_I$  e do vetores de forças nodais  $\mathbf{q}_c$ ,  $\mathbf{q}_{in}$  e  $\mathbf{q}_r$ .

## Montagem das matrizes de rigidez, vetor de forças nodais e matriz KI

Nos subitens anteriores as matrizes de rigidez  $\mathbf{K}_E$  e  $\mathbf{K}_S$ , os vetores de forças nodais  $\mathbf{q}_c$ ,  $\mathbf{q}_{in}$  e  $\mathbf{q}_r$  e a matriz  $\mathbf{K}_I$  foram expressas genericamente em termos de integrais das funções de forma ou suas derivadas, definidas no sistema global. Relacionando-se o sistema global com o sistema local, mediante as Equações (4.25), (4.24), (4.23) e (4.22) definidas no capítulo 4, as integrais de interesse podem ser calculadas sem maiores dificuldades.

Assim sendo, considerando-se que um elemento finito  $i$ , com  $i=1, \dots, n-1$ , apresente um módulo de Young  $E_i$ , área de seção transversal  $A_i$ , comprimento  $h_i$  e diâmetro externo  $D_i$  e que, além disso, a um nó  $i$ , com  $i=1, \dots, n$ , esteja associada um coeficiente de reação  $k_i$ , tem-se:

- **Matriz de rigidez da estrutura  $\mathbf{K}_E$ :**  $k_{E(i,j)} = \int_0^H EA \phi'_i \phi'_j du$ , com  $i, j=1, \dots, n$

Para a linha 1:

$$k_{E(1,1)} = \int_0^H EA \phi'_1 \phi'_1 du = \int_0^{h_1} E_1 A_1 \phi_1^{n1} \phi_1^{n1} d\xi = E_1 A_1 \int_0^{h_1} \left(-\frac{1}{h_1}\right)^2 d\xi = \frac{E_1 A_1}{h_1}$$

$$k_{E(1,2)} = \int_0^H EA \phi'_1 \phi'_2 du = \int_0^{h_1} E_1 A_1 \phi_1^{n1} \phi_2^{n1} d\xi = \int_0^{h_1} E_1 A_1 \left(-\frac{1}{h_1}\right) \left(\frac{1}{h_1}\right) d\xi = -\frac{E_1 A_1}{h_1}$$

$$k_{E(1,j)} = \int_0^H EA \phi'_1 \phi'_j du = 0 \quad \text{para } j=3, \dots, n, \text{ já que } \phi'_j=0 \text{ ou } \phi'_1=0 \text{ em cada}$$

elemento.

Para a linha 2:

$$k_{E(2,1)} = \int_0^H EA \phi'_2 \phi'_1 du = \int_0^{h_1} E_1 A_1 \phi_2^{n1} \phi_1^{n1} d\xi = E_1 A_1 \int_0^{h_1} \left(\frac{1}{h_1}\right) \left(-\frac{1}{h_1}\right) d\xi = -\frac{E_1 A_1}{h_1}$$

$$k_{E(2,2)} = \int_0^H EA \phi'_2 \phi'_2 du = \int_0^{h_1} E_1 A_1 \phi_2^{n1} \phi_2^{n1} d\xi + \int_0^{h_2} E_2 A_2 \phi_2^{n2} \phi_2^{n2} d\xi = \frac{E_1 A_1}{h_1} + \frac{E_2 A_2}{h_2}$$

$$k_{E(2,3)} = \int_0^H EA \phi'_2 \phi'_3 du = \int_0^{h_2} E_1 A_1 \phi_2^{n1} \phi_3^{n2} d\xi = -\frac{E_2 A_2}{h_2}$$

$$k_{E(2,j)} = \int_0^H EA \phi'_2 \phi'_j du = 0 \text{ para } j=4,\dots,n, \text{ já que } \phi'_j=0 \text{ ou } \phi'_2=0 \text{ em cada}$$

elemento.

Repetindo-se este procedimento até a enésima linha, obtém-se a matriz de rigidez da estrutura, conforme ilustra a Equação (A 17):

$$\mathbf{K}_E = \begin{pmatrix} \frac{E_1 A_1}{h_1} & \frac{E_1 A_1}{h_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{E_1 A_1}{h_1} & \frac{E_1 A_1 + E_2 A_2}{h_1 + h_2} & \frac{E_2 A_2}{h_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E_2 A_2}{h_2} & \frac{E_2 A_2 + E_3 A_3}{h_2 + h_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \frac{E_{n-2} A_{n-2}}{h_{n-2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E_{n-2} A_{n-2}}{h_{n-2}} & \frac{E_{n-2} A_{n-2} + E_{n-1} A_{n-1}}{h_{n-2} + h_{n-1}} & \frac{E_{n-1} A_{n-1}}{h_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_{n-1} A_{n-1}}{h_{n-1}} & \frac{E_{n-1} A_{n-1}}{h_{n-1}} \end{pmatrix} \quad (\text{A 17})$$

- **Matriz de rigidez do solo  $\mathbf{K}_S$ :**  $k_{S(i,j)} = \int_0^H \pi D k_i \phi_i \phi_j du$ , com  $i, j=1,\dots,n$

Para a linha 1:

$$k_{S(1,1)} = \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_1 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_1 \phi_1^1 \phi_1^1 d\xi = \pi D_1 k_1 \int_0^{h_1} \left(1 - \frac{1}{h_1} \xi\right)^2 d\xi = \frac{1}{3} \pi D_1 k_1 h_1$$

$$k_{S(1,2)} = \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_2 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_1 \phi_1^1 \phi_2^1 d\xi = \pi D_1 k_1 \int_0^{h_1} \left(1 - \frac{1}{h_1} \xi\right) \frac{1}{h_1} \xi d\xi = \frac{1}{6} \pi D_1 k_1 h_1$$

$$k_{S(1,j)} = \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 \phi_j du = 0, \text{ para } j=3,\dots,n, \text{ já que } \phi_j=0 \text{ ou } \phi_1=0 \text{ em cada}$$

elemento.

Para a linha 2:

$$k_{S(2,1)} = \int_0^H \pi D k_2 \phi_2 \phi_1 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_2 \phi_2^1 \phi_1^1 d\xi = \pi D_1 k_2 \int_0^{h_1} \left(\frac{1}{h_1} \xi\right) \left(1 - \frac{1}{h_1} \xi\right) d\xi = \frac{1}{6} \pi D_1 k_2 h_1$$

$$k_{S(2,2)} = \int_0^H \pi D k_2 \phi_2 \phi_2 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_2 \phi_2^1 \phi_2^1 d\xi + \int_0^{h_2} \pi D_2 k_2 \phi_2^2 \phi_2^2 d\xi = \frac{1}{3} (\pi D_1 k_2 h_1 + \pi D_2 k_2 h_2)$$

$$k_{S(2,3)} = \int_0^H \pi D k_2 \phi_2 \phi_3 du = \int_0^{h_2} \pi D_2 k_2 \phi_2^2 \phi_3^2 d\xi = \frac{1}{6} \pi D_2 k_2 h_2$$

$$k_{S(2,j)} = \int_0^H \pi D k_2 \phi_2 \phi_j du = 0 \quad , \quad \text{para } j=4, \dots, n, \quad \text{já que } \phi_j = 0 \text{ ou } \phi_2 = 0 \text{ em cada}$$

elemento.

Repetindo-se este procedimento até a enésima linha, obtém-se a matriz de rigidez do solo, conforme ilustra a Equação (A 18):

$$\mathbf{K}_s = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_1 k_1 h_1 & \frac{1}{6} \pi D_1 k_1 h_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} \pi D_1 k_1 h_1 & \frac{1}{3} \pi k_2 (D_1 h_1 + D_2 h_2) & \frac{1}{6} \pi D_2 k_2 h_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} \pi D_2 k_2 h_2 & \frac{1}{3} \pi k_3 (D_2 h_2 + D_3 h_3) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \frac{1}{6} \pi D_{n-2} k_{n-2} h_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \pi D_{n-2} k_{n-1} h_{n-2} & \frac{1}{3} \pi k_{n-1} (D_{n-2} h_{n-2} + D_{n-1} h_{n-1}) & \frac{1}{6} \pi D_{n-1} k_{n-1} h_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \pi D_{n-1} k_n h_{n-1} & \frac{1}{3} \pi D_{n-1} k_n h_{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A 18})$$

• **Vetor de forças nodais  $\mathbf{q}_c$ ,  $\mathbf{q}_m$ ,  $\mathbf{q}_r$**

Para o vetor  $\mathbf{q}_c$ , tomando-se  $F_1 = F_c$ :  $q_1 = \int_0^H w_a \phi_1 du + F_c$  e  $q_i = \int_0^H w_a \phi_i du$ , com

$i = 2, \dots, n$

Para a entrada 1:

$$q_1 = \int_0^H w_a \phi_1 du + F_c = \int_0^{h_1} w_a \phi_1^1 d\xi + F_c = \int_0^{h_1} w_a \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right) d\xi + F_c = \frac{w_a h_1}{2} + F_c$$

Para a entrada 2:

$$q_2 = \int_0^H w_a \phi_2 du = \int_0^{h_1} w_a \phi_2^1 d\xi + \int_0^{h_2} w_a \phi_2^2 d\xi = \int_0^{h_1} w_a \frac{\xi}{h_1} d\xi + \int_0^{h_2} w_a \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right) d\xi = \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2}$$

Repetindo-se o procedimento anterior para as demais entradas e para os demais vetores, encontra-se:

$$\mathbf{q}_c = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_1}{2} + F_c \\ \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} \\ \frac{w_a h_2}{2} + \frac{w_a h_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} \\ \frac{w_a h_{n-1}}{2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_{in} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_1}{2} + F_c - \Delta F_{in} \\ \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} \\ \frac{w_a h_2}{2} + \frac{w_a h_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} \\ \frac{w_a h_{n-1}}{2} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_r = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_1}{2} + F_c - \Delta F_{in} + \Delta F_r \\ \frac{w_a h_1}{2} + \frac{w_a h_2}{2} \\ \frac{w_a h_2}{2} + \frac{w_a h_3}{2} \\ \vdots \\ \frac{w_a h_{n-2}}{2} + \frac{w_a h_{n-1}}{2} \\ \frac{w_a h_{n-1}}{2} \end{Bmatrix} \quad (A 19)$$

- **Matriz  $\mathbf{K}_I$ :**  $k_{I(i,j)} = \int_0^H \pi D \phi_i \phi_j du$ , com  $i, j = 1, \dots, n$

Para a linha 1:

$$k_{I(1,1)} = \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_1 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 \phi_1^1 \phi_1^1 d\xi = \pi D_1 \int_0^{h_1} \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right)^2 d\xi = \frac{1}{3} \pi D_1 h_1$$

$$k_{I(1,2)} = \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_2 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 \phi_1^1 \phi_2^1 d\xi = \pi D_1 \int_0^{h_1} \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right) \frac{1}{h_1} \xi d\xi = \frac{1}{6} \pi D_1 h_1$$

$$k_{I(1,j)} = \int_0^H \pi D \phi_1 \phi_j du = 0, \text{ para } j = 3, \dots, n, \text{ já que } \phi_j = 0 \text{ ou } \phi_1 = 0 \text{ em cada elemento.}$$

Para a linha 2:

$$k_{I(2,1)} = \int_0^H \pi D \phi_2 \phi_1 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 \phi_2^1 \phi_1^1 d\xi = \pi D_1 \int_0^{h_1} \left(\frac{1}{h_1} \xi\right) \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right) d\xi = \frac{1}{6} \pi D_1 h_1$$

$$k_{I(2,2)} = \int_0^H \pi D \phi_2 \phi_2 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 \phi_2^1 \phi_2^1 d\xi + \int_0^{h_2} \pi D_2 \phi_2^2 \phi_2^2 d\xi = \frac{1}{3} \pi (D_1 h_1 + D_2 h_2)$$

$$k_{I(2,3)} = \int_0^H \pi D \phi_2 \phi_3 du = \int_0^{h_2} \pi D_2 \phi_2^2 \phi_3^2 d\xi = \frac{1}{6} \pi D_2 h_2$$

$$k_{1(2,j)} = \int_0^H \pi D \phi_2 \phi_j du = 0 \quad , \quad \text{para } j = 4, \dots, n, \quad \text{já que } \phi_j = 0 \quad \text{ou } \phi_2 = 0 \quad \text{em cada}$$

elemento.

Repetindo-se este procedimento até a enésima linha, obtém-se a matriz de interesse, conforme ilustra a Equação seguinte:

$$\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_1 h_1 & \frac{1}{6} \pi D_1 h_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} \pi D_1 h_1 & \frac{1}{3} \pi (D_1 h_1 + D_2 h_2) & \frac{1}{6} \pi D_2 h_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6} \pi D_2 h_2 & \frac{1}{3} \pi (D_2 h_2 + D_3 h_3) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \frac{1}{6} \pi D_{n-2} h_{n-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \pi D_{n-2} h_{n-2} & \frac{1}{3} \pi (D_{n-2} h_{n-2} + D_{n-1} h_{n-1}) & \frac{1}{6} \pi D_{n-1} h_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} \pi D_{n-1} h_{n-1} & \frac{1}{3} \pi D_{n-1} h_{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A 20})$$

### Obtenção das matrizes de rigidez e vetor de forças nodais a partir do elemento finito

Nota-se que a matriz de rigidez da estrutura ou do solo é formada por um conjunto de submatrizes, as quais podem ser associadas aos elementos finitos. O mesmo ocorre com o vetor de forças nodais, o qual pode ser associado a um conjunto de subvetores.

Assim, para um elemento  $i$ , com  $i = 1, \dots, n - 1$ , observa-se que a matriz de rigidez do elemento, referente à estrutura, apresenta a forma:

$$\mathbf{k}_{ei} = \begin{pmatrix} \frac{E_i A_i}{h_i} & -\frac{E_i A_i}{h_i} \\ -\frac{E_i A_i}{h_i} & \frac{E_i A_i}{h_i} \end{pmatrix} \quad \dots \quad (\text{A 21})$$

Demonstra-se, facilmente, que as entradas da matriz ilustrada, anteriormente, são resultado da integração da expressão ditada pela Equação (A 22). Esta estratégia facilita a implementação computacional mediante a técnica de alocação de matrizes que será apresentada logo a seguir.

$$k_{ei(j,k)} = \int_0^{h_i} E_i A_i \phi_j^i \phi_k^i d\xi \quad , \text{ com } j, k = 1, \dots, 2 \quad \dots \quad (\text{A } 22)$$

sendo as derivadas das funções de forma dadas por:  $\phi_1^i = -1/h_i$  e  $\phi_2^i = 1/h_i$  .

Por sua vez, para a matriz de rigidez do elemento, referente ao solo, tem a forma:

$$\mathbf{k}_{si} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_i k_i h_i & \frac{1}{6} \pi D_i k_i h_i \\ \frac{1}{6} \pi D_i k_{i+1} h_i & \frac{1}{3} \pi D_i k_{i+1} h_i \end{pmatrix} \quad \dots \quad (\text{A } 23)$$

cujas entradas provêm da seguinte integração no domínio do elemento:

$$k_{si(j,k)} = \begin{cases} \int_0^{h_i} \pi D_i k_i \phi_j^i \phi_k^i d\xi, \text{ se } j = 1 \\ \int_0^{h_i} \pi D_i k_{i+1} \phi_j^i \phi_k^i d\xi, \text{ se } j = 2 \end{cases} \quad , \text{ com } k = 1, \dots, 2 \quad \dots \quad (\text{A } 24)$$

onde, as funções de forma são dadas por:  $\phi_1^i = 1 - \xi/h_i$  e  $\phi_2^i = \xi/h_i$  .

Já a matriz do elemento associada a matriz  $\mathbf{K}_I$  apresenta a forma:

$$\mathbf{k}_{ii} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \pi D_i h_i & \frac{1}{6} \pi D_i h_i \\ \frac{1}{6} \pi D_i h_i & \frac{1}{3} \pi D_i h_i \end{pmatrix} \quad \dots \quad (\text{A } 25)$$

cujas entradas provêm da seguinte integração no domínio do elemento:

$$k_{si(j,k)} = \begin{cases} \int_0^{h_i} \pi D_i \phi_j^i \phi_k^i d\xi, \text{ se } j = 1 \\ \int_0^{h_i} \pi D_i \phi_j^i \phi_k^i d\xi, \text{ se } j = 2 \end{cases}, \text{ com } k = 1, \dots, 2 \quad \dots \quad (\text{A } 26)$$

onde, as funções de forma são dadas por:  $\phi_1^i = 1 - \xi / h_i$  e  $\phi_2^i = \xi / h_i$ .

Finalmente, o vetor de forças nodais do elemento apresenta o aspecto:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{q}_{ci} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \mathbf{q}_{ini} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c - \Delta F_{in} \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix} \text{ e } \mathbf{q}_{ri} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} + F_c - \Delta F_{in} + \Delta F_r \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \text{ para } i = 1 \\ \mathbf{q}_{ci} = \mathbf{q}_{ini} = \mathbf{q}_{ri} = \begin{Bmatrix} \frac{w_a h_i}{2} \\ \frac{w_a h_i}{2} \end{Bmatrix}, \text{ para } i = 2, \dots, n-1 \end{array} \right. \quad (\text{A } 27)$$

cujas entradas vem da integração no domínio do elemento, Equações (A 28) e (A 29):

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{c(1,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_1^i d\xi + F_c, \\ q_{in(1,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_1^i d\xi + F_c - \Delta F_{in}, \\ q_{r(1,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_1^i d\xi + F_c - \Delta F_{in} + \Delta F_r \text{ e:} \\ q_{c(2,i)} = q_{in(2,i)} = q_{r(2,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_2^i d\xi, \text{ para } i = 1 \end{array} \right. \quad (\text{A } 28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{c(1,i)} = q_{in(1,i)} = q_{r(1,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_1^i d\xi, \text{ e:} \\ q_{c(2,i)} = q_{in(2,i)} = q_{r(2,i)} = \int_0^{h_i} w_a \phi_2^i d\xi, \text{ para } i = 2, \dots, n-1 \end{array} \right. \quad (\text{A } 29)$$

onde as funções de forma são dadas por:  $\phi_1^i = 1 - \xi / h_i$  e  $\phi_2^i = \xi / h_i$ .

Observa-se que as matrizes de rigidez  $\mathbf{K}_E$  e  $\mathbf{K}_S$ , assim como os vetores de forças nodais  $\mathbf{q}_e$ ,  $\mathbf{q}_{in}$  e  $\mathbf{q}_r$ , definidos no sistema global, podem ser obtidos pela alocação das matrizes e vetores no sistema local, pelo uso de matrizes de posicionamento. Considerando-se, um conjunto de  $n-1$  elementos e  $n$  nós, as matrizes de posicionamento  $\mathbf{P}_i$ , de tamanho  $2 \times n$ , podem ser expressas por:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{P}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \dots, \mathbf{P}_{n-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A } 30)$$

onde, para um elemento  $i$ , com  $i = 1, \dots, n$ , as entradas de  $\mathbf{P}_i$  podem ser expressas por:

$$\begin{cases} p_{1,i} = p_{2,i+1} = 1 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A } 31)$$

Assim sendo, alternativamente, a matriz de rigidez da estrutura pode ser construída alocando-se as matrizes de rigidez dos elementos, referente à estrutura, por:

$$\mathbf{K}_E = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{k}_{ei} \mathbf{P}_i \quad \dots \quad (\text{A } 32)$$

Enquanto a matriz de rigidez do solo pode ser construída alocando-se as matrizes de rigidez dos elementos, referente ao solo, por:

$$\mathbf{K}_S = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{k}_{si} \mathbf{P}_i \quad \dots \quad (\text{A } 33)$$

Por sua vez a matriz de rigidez  $\mathbf{K}_I$ , pode ser construída alocando-se as matrizes de rigidez dos elementos, ou seja:

$$\mathbf{K}_I = \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{P}_k^t \mathbf{k}_{I,k} \mathbf{P}_k \quad \dots \quad (\text{A } 34)$$

Finalmente, o vetor de força nodais pode ser determinado alocando-se o vetor de força nodais dos elementos por:

$$\mathbf{q}_c = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ci} \quad , \quad \mathbf{q}_{in} = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ini} \quad \text{e} \quad \mathbf{q}_r = \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}_i^t \mathbf{q}_{ri} \quad \dots \quad (\text{A } 35)$$

### Matriz de rigidez do solo em formato diagonal

Com o intuito de demonstrar o formato em diagonal da matriz de rigidez do solo, utilizada com muita frequência em trabalhos de estacas, o termo correspondente ao PTV da força de reação do solo (adesão) presente na Equação (A 1) será reescrito, considerando-se que  $t$  é constante ao longo de elemento(s) finito(s) contíguo(s) a um nó  $i$ , com  $i = 1, \dots, n$ . Assim, sendo  $\tilde{t} = k_i z_i$  uma constante em elementos contíguos, vêm:

$$\begin{aligned} \int_0^H \pi D \tilde{t} \tilde{\delta} du &= \int_0^H \pi D \tilde{t} (z_1 \phi_1 + \dots + z_i \phi_i + \dots + z_n \phi_n) du \\ &= [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D \tilde{t} \phi_1 du \\ \vdots \\ \int_0^H \pi D \tilde{t} \phi_i du \\ \vdots \\ \int_0^H \pi D \tilde{t} \phi_n du \end{bmatrix} \\ &= [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D k_1 z_1 \phi_1 du \\ \vdots \\ \int_0^H \pi D k_i z_i \phi_i du \\ \vdots \\ \int_0^H \pi D k_n z_n \phi_n du \end{bmatrix} \\ &= [z_1 \quad \dots \quad z_i \quad \dots \quad z_n] \cdot \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 du & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \int_0^H \pi D k_i \phi_i du & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n du \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_i \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ou de forma equivalente, em formato matricial, escreve-se:

$$\int_0^H \pi D \tilde{\mathbf{t}} \tilde{\boldsymbol{\delta}} du = \mathbf{z} \mathbf{K}_S \mathbf{z} \quad \dots \quad (\text{A } 36)$$

sendo agora a matriz de rigidez  $\mathbf{K}_S$ , dada por:

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} \int_0^H \pi D k_1 \phi_1 du & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \int_0^H \pi D k_i \phi_i du & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \int_0^H \pi D k_n \phi_n du \end{bmatrix} \quad \dots \quad (\text{A } 37)$$

Ou ainda se resolvendo cada uma das integrais, tem-se:

Para o primeiro elemento da diagonal:

$$\int_0^H \pi D k_1 \phi_1 du = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_1 \phi_1 d\xi = \int_0^{h_1} \pi D_1 k_1 \left(1 - \frac{\xi}{h_1}\right) d\xi = \frac{1}{2} \pi D_1 k_1 h_1$$

Para um elemento  $i$  da diagonal, com  $i = 2, \dots, n-1$ :

$$\begin{aligned} \int_0^H \pi D k_i \phi_i du &= \int_0^{h_{i-1}} \pi D_{i-1} k_i \phi_i^{i-1} d\xi + \int_0^{h_i} \pi D_i k_i \phi_i^i d\xi \dots \\ &= \int_0^{h_{i-1}} \pi D_{i-1} k_i \left(1 - \frac{\xi}{h_{i-1}}\right) d\xi + \int_0^{h_i} \pi D_i k_i \frac{\xi}{h_i} d\xi = \frac{1}{2} \pi (D_{i-1} h_{i-1} + D_i h_i) k_i \end{aligned}$$

Para o último elemento:

$$\int_0^H \pi D k_n \phi_n du = \int_0^{h_n} \pi D_n k_n \phi_n^{n-1} d\xi = \int_0^{h_{n-1}} \pi D_n k_n \frac{\xi}{h_n} d\xi = \frac{1}{2} \pi D_n h_n k_n$$

E desta forma, a matriz de rigidez do solo toma a forma:

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \pi D_1 h_1 k_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \pi (D_1 h_1 + D_2 h_2) k_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \pi (D_{n-2} h_{n-2} + D_{n-1} h_{n-1}) k_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \pi D_n h_n k_n \end{bmatrix} \quad (\text{A 38})$$

## Apêndice B: Passo a Passo do Cálculo Sem Flambagem

O objetivo deste apêndice é explicar as etapas necessárias para determinação dos resultados da sequência de cálculo sem flambagem (passo a passo) para o estudo de caso 2, conforme ilustra a Figura B 1.

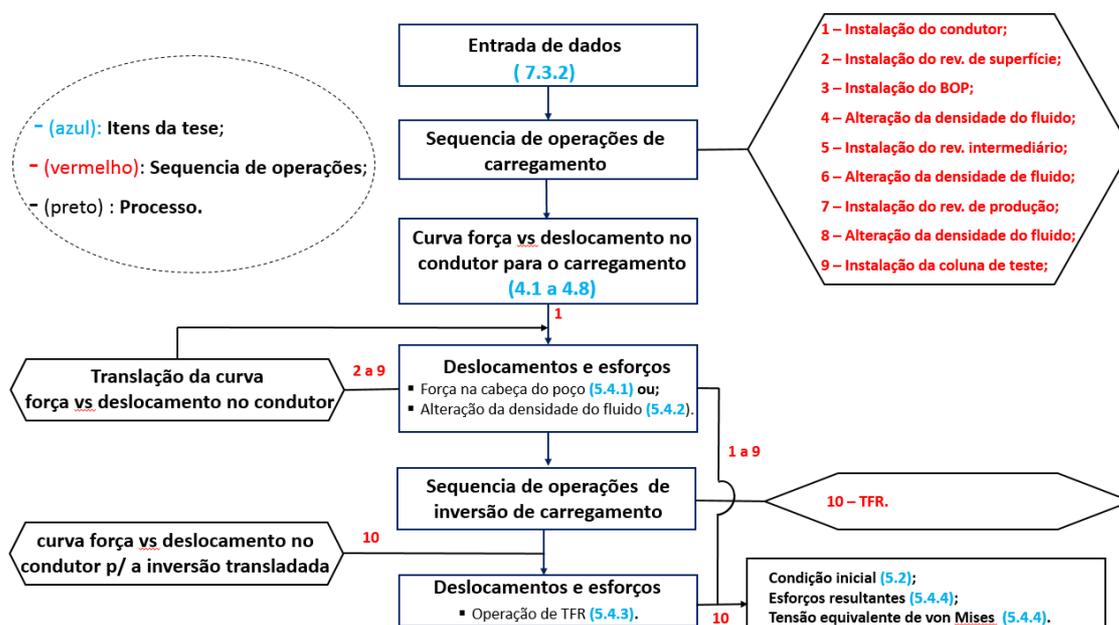


Figura B 1 – Fluxograma do passo a passo para o cálculo sem flambagem.

Basicamente, o fluxograma consiste na etapa de entrada de dados, definição da sequência de operações para carregamento e inversão, determinação de deslocamentos e esforços e determinação da tensão equivalente de von Mises.

Na entrada de dados são determinadas as características do poço, propriedade dos materiais e efeitos térmicos.

A sequência de operações de carregamentos deve ser definida para se ajustar uma curva força versus deslocamento no condutor, conforme ilustra a Figura B 2. Neste trabalho o ajuste foi realizado pelo uso conjunto das funções **loess** e **interp** do *software* Mathcad® [72], a partir do conjunto de pontos gerado da solução via MEF (capítulo 4). Na determinação dos deslocamentos, para cada operação de carregamento, utiliza-se a função **root** do *software* Mathcad® [72].

Valendo-se da curva força versus deslocamento do condutor, define-se o deslocamento na cabeça do poço  $\delta_{cabp}$  para a operação 1 (instalação do revestimento condutor) a partir do peso aparente do condutor  $W_c$ , conforme ilustra a Figura B 3. Para cada uma das operações de 2 a 9, é necessário determinar uma nova curva força versus deslocamento no condutor, mediante a translação da curva do passo anterior.

A partir da curva transladada para a operação 2 (instalação do revestimento de superfície), de forma análoga à operação 1, determina-se o deslocamento adicional em razão do peso aparente do revestimento de superfície.

Para as operações de 3 a 9, a partir das respectivas curvas transladadas, pode-se determinar a rigidez do condutor mediante a Equação (4.65).

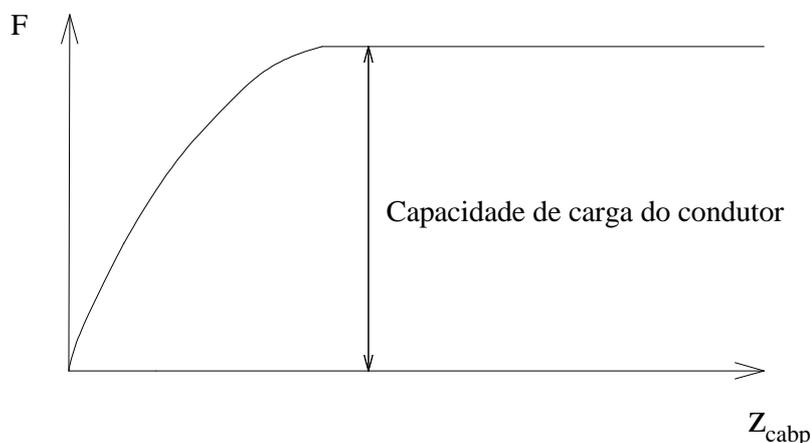


Figura B 2 – Curva força x deslocamento no condutor para o trecho de carregamento.

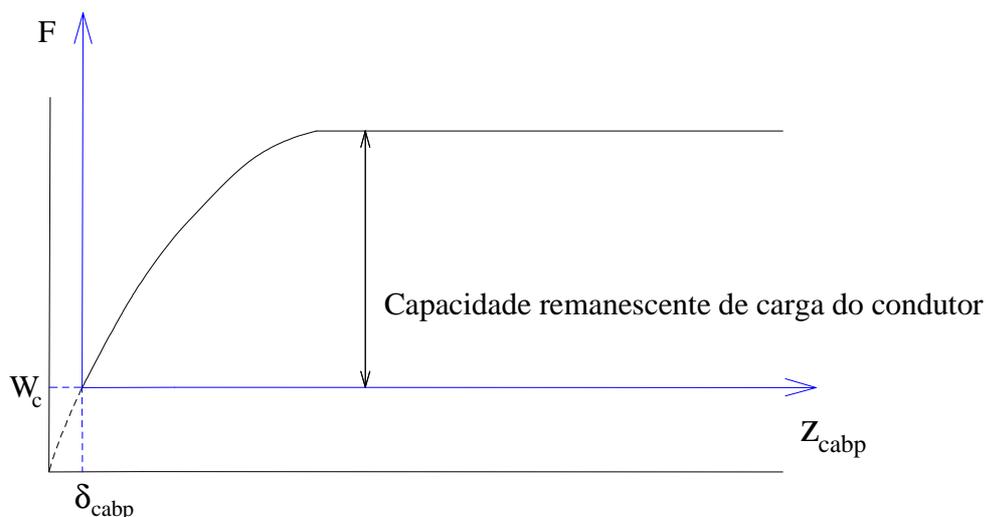


Figura B 3 – Translação de curva após a instalação do condutor.

Nas operações 3, 4 e 5 (instalação do BOP, alteração da densidade do fluido sobre o revestimento de superfície e instalação do revestimento intermediário) a estrutura é formada por duas colunas, conforme ilustra a Figura B 4. A Tabela B 1 ilustra os resultados de interesse para as operações 3 ou 5. Já a Tabela B 2 ilustra os resultados de interesse para a operação 4.

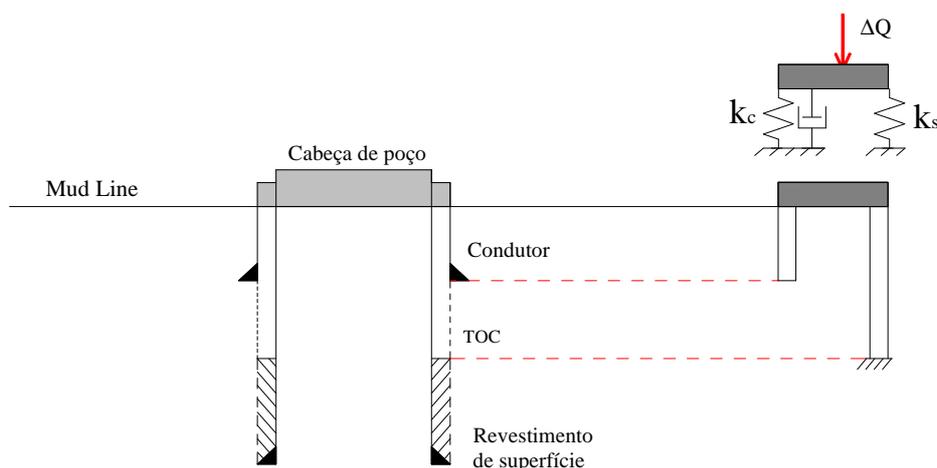


Figura B 4 – Esquema estrutural avaliado para as operações 3 a 5.

Tabela B 1 – Resultados de interesse para as operações 3 ou 5 (instalação do BOP ou instalação do revestimento intermediário)

Descrição	Equação
Deslocamento na cabeça de poço ( $\delta_Q$ )	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$
Esforço no condutor ( $\Delta N_c$ )	$\Delta N_c = k_c \delta_Q$

Na Tabela B 1,  $k_s$  é a rigidez da mola representativa do revestimento de superfície,  $k_c = f(\delta_Q)$  é a rigidez não-linear da mola representativa do condutor para certo deslocamento  $\delta_Q$  (pode ser obtida mediante Equação (4.65)) e  $\Delta Q$  é a força aplicada na cabeça do poço (peso aparente do BOP na operação 3 ou peso aparente do revestimento intermediário na operação 5).

Na Tabela B 2,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $L_s$  é o comprimento livre do revestimento de superfície,  $E$  é o módulo de Young,  $A_s$  é a área exposta do suspensor/alojador,  $\Delta p_{ims}$  é a variação de pressão interna média e  $A_{is}$  é a área correspondente ao diâmetro interno do revestimento de superfície.

Tabela B 2 – Resultados de interesse para a operação 4 (alteração da densidade do fluido)

Descrição	Equação
Força aplicada da cabeça do poço decorrente do efeito pistão ( $\Delta Q$ )	$\Delta Q = \Delta p A_s = (\rho_f - \rho_i) h_{cabp} A_s$
Deslocamento na cabeça de poço ( $\delta_Q$ ) por efeito pistão	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$
Esforço no condutor ( $\Delta N_c$ ) por efeito pistão	$\Delta N_c = k_c \delta_Q$
Deslocamento na cabeça de poço ( $\delta_{cp}$ ) por efeito balão	$(k_s + k_c) \delta_{cp} = k_s \delta_s$
Deslocamento no revestimento de superfície por efeito balão ( $\delta_s$ )	$\delta_s = \frac{2\nu L_s}{EA_s} (\Delta p_{ims} \cdot A_{is})$
Esforço no condutor ( $\Delta N_{cb}$ ) por efeito balão	$\Delta N_{cb} = k_c \delta_{cp}$
Deslocamento resultante na cabeça do poço ( $\delta_r$ )	$\delta_r = \delta_Q + \delta_{cp}$
Esforço resultante no condutor ( $\Delta N_r$ )	$\Delta N_r = \Delta N_c + \Delta N_{cb}$

As operações 6 a 9, são similares as operações 3 a 5, bastando considerar as rigidezes correspondentes das colunas já instaladas. Nas operações 6 e 7, deve-se considerar a estrutura indicada na Figura B 5, enquanto para as operações 8 e 9 deve-se considerar a Figura B 6. A Tabela B 3 ilustra as modificações necessárias. Nela,  $L_l$  e  $L_p$  representam os comprimentos livres, respectivamente, nos revestimentos intermediário e de produção;  $A_l$  e  $A_p$  são as áreas das seções transversais, respectivamente, nos revestimentos intermediário e de produção;  $\Delta p_{iml}$  e  $\Delta p_{imp}$  representam as variações de pressões internas médias, respectivamente, nos

revestimentos intermediário e de produção;  $A_{il}$  e  $A_{ip}$  são as áreas correspondentes aos diâmetros internos, respectivamente, dos revestimentos intermediário e de produção.

Tabela B 3 – Alteração das equações para as operações 6 a 9

Operação	Modificação da Tabela B 1 e Tabela B 2
6 (alteração da densidade do fluido)	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ por $(k_l + k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ (efeito pistão) $(k_s + k_c) \delta_{cp} = k_s \delta_s$ por $(k_l + k_s + k_c) \delta_{cp} = k_l \delta_l$ (efeito balão), onde $\delta_l = \frac{2\nu L_l}{EA_l} (\Delta p_{iml} \cdot A_{il})$ , é o deslocamento do rev. intermediário
7 (instalação do revestimento de produção)	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ por $(k_l + k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$
8 (alteração da densidade do fluido)	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ por $(k_p + k_l + k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ (efeito pistão) $(k_s + k_c) \delta_{cp} = k_s \delta_s$ por $(k_p + k_l + k_s + k_c) \delta_{cp} = k_p \delta_p$ (efeito balão), onde $\delta_p = \frac{2\nu L_p}{EA_p} (\Delta p_{imp} \cdot A_{ip})$ , é o deslocamento do rev. de produção
9 (instalação da coluna de teste)	$(k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$ por $(k_l + k_s + k_c + k_p) \delta_Q = \Delta Q$

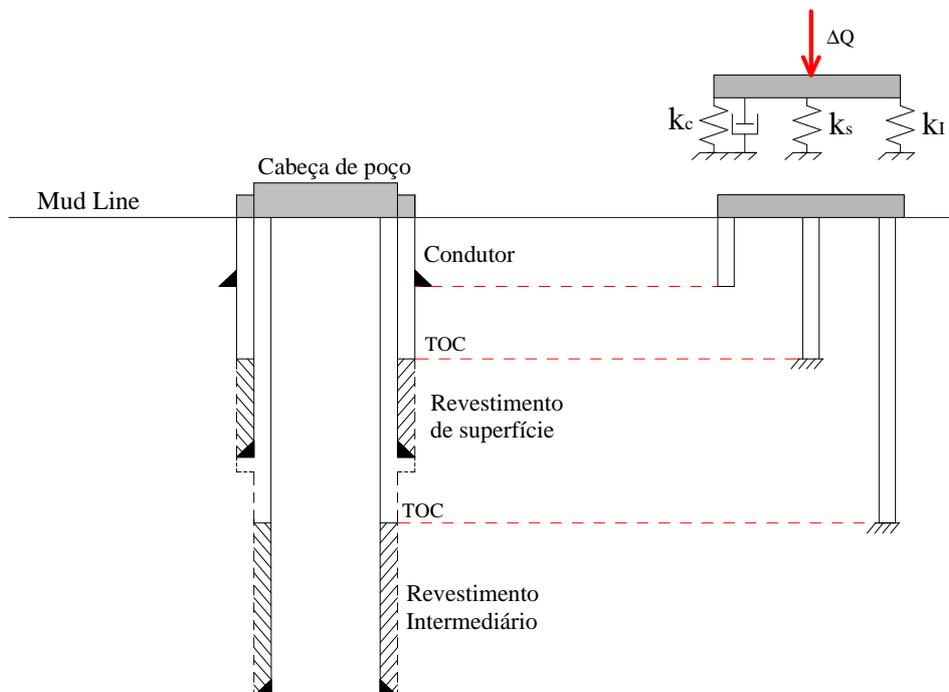


Figura B 5 – Esquema estrutural avaliado para as operações 6 e 7.

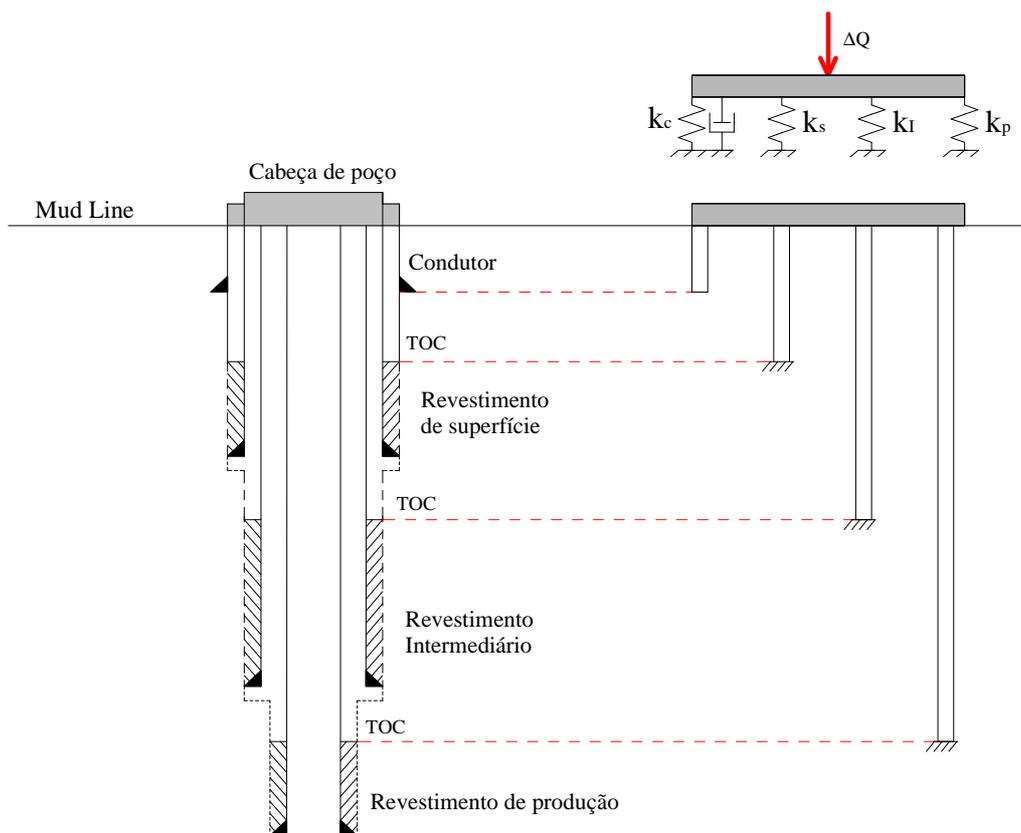


Figura B 6 – Esquema estrutural avaliado para as operações 8 e 9.

Na operação 10 (TFR), a curva força versus deslocamento no condutor deve ser determinada a partir do ponto correspondente ao carregamento final da operação anterior (ponto A), obtida por uma translação de eixos, conforme ilustra a Figura B 7. Assim como para o trecho de carregamento, o ajuste para o trecho de inversão foi realizado pelo uso conjunto das funções **loess** e **interp** do *software* Mathcad® [72], a partir do conjunto de pontos gerado da solução via MEF (capítulo 4). Na determinação dos deslocamentos, para esta operação, utiliza-se, novamente, a função **root** do *software* Mathcad® [72].

O TFR atua sobre uma estrutura formada por cinco colunas: condutor, revestimento de superfície, revestimento intermediário, revestimento de produção e coluna de teste. Contudo, como está se admitindo-se uma coluna de teste não engastada, o esquema estrutural continua sendo formado por quatro colunas. A única diferença é o sentido da carga, conforme ilustra a Figura B 8.

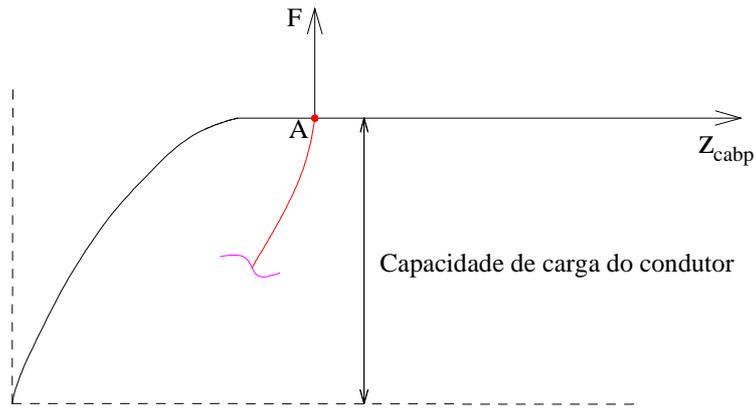


Figura B 7 – Curva força x deslocamento no condutor para o trecho de inversão de carregamento.

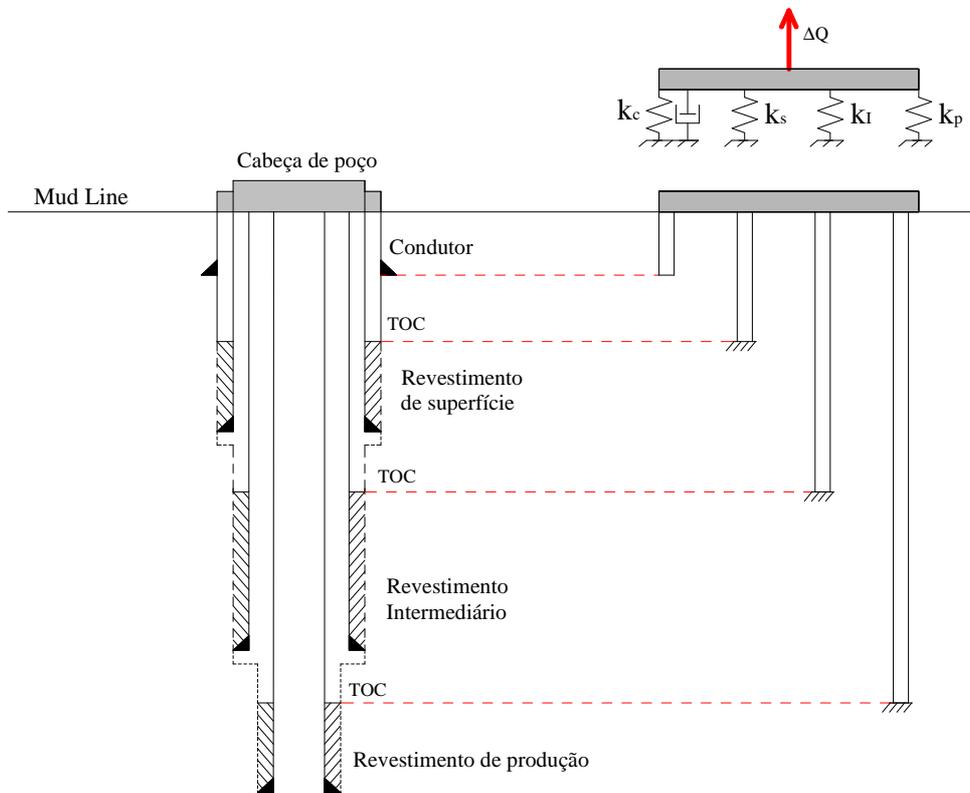


Figura B 8 – Esquema estrutural avaliado na operação 10 (TFR).

Os resultados de interesse são apresentados na Tabela B 4. Nela,  $\Delta p_A$ ,  $\Delta p_B$  e  $\Delta p_C$  são os APBs, respectivamente, nos anulares A, B e C, cujas áreas são dadas respectivamente por  $A_A$ ,  $A_B$  e  $A_C$ ;  $\Delta p_{ems}$ ,  $\Delta p_{emI}$  e  $\Delta p_{emp}$  representam as variações de pressões externas médias, respectivamente, nos revestimentos de superfície, intermediário e de produção;  $A_{es}$ ,  $A_{eI}$  e  $A_{ep}$ , são as áreas correspondentes aos diâmetros

externos, respectivamente, nos revestimentos de superfície, intermediário e de produção;  $L_{ms}$ ,  $L_{ml}$  e  $L_{mp}$  representam os comprimentos medidos livres, respectivamente, nos revestimentos de superfície, intermediário e produção;  $\Delta T_{ms}$ ,  $\Delta T_{ml}$  e  $\Delta T_{mp}$  são a variações de temperaturas médias, respectivamente, nos revestimentos de superfície, intermediário e de produção;  $\alpha_T$  é o coeficiente de dilatação térmico.

Tabela B 4 – Resultados de interesse para a operação 10 (TFR)

Descrição	Equação
Força aplicada da cabeça do poço decorrente do efeito pistão ( $\Delta Q$ )	$\Delta Q = -(\Delta p_A A_A + \Delta p_B A_B + \Delta p_C A_C)$
Deslocamento na cabeça de poço ( $\delta_Q$ ) por efeito pistão	$(k_p + k_l + k_s + k_c) \delta_Q = \Delta Q$
Esforço no condutor ( $\Delta N_c$ ) por efeito pistão	$\Delta N_c = k_c \delta_Q$
Deslocamento na cabeça de poço ( $\delta_{cp}$ ) por efeito balão e térmico	$(k_p + k_l + k_s + k_c) \delta_{cp} = k_p \delta_p + k_l \delta_l + k_s \delta_s$
Deslocamento no revestimento de superfície por efeito balão e térmico ( $\delta_s$ )	$\delta_s = -\frac{2\nu L_s}{EA_s} (\Delta p_{ims} \cdot A_{is} - \Delta p_{ems} \cdot A_{es}) + \alpha_T L_{ms} \Delta T_{ms}$
Deslocamento no revestimento intermediário por efeito balão e térmico ( $\delta_l$ )	$\delta_l = -\frac{2\nu L_l}{EA_l} (\Delta p_{iml} \cdot A_{il} - \Delta p_{eml} \cdot A_{el}) + \alpha_T L_{ml} \Delta T_{ml}$
Deslocamento no revestimento de produção por efeito balão e térmico ( $\delta_p$ )	$\delta_p = -\frac{2\nu L_p}{EA_p} (\Delta p_{imp} \cdot A_{ip} - \Delta p_{emp} \cdot A_{ep}) + \alpha_T L_{mp} \Delta T_{mp}$
Esforço no condutor ( $\Delta N_{cbt}$ ) por efeito balão e térmico	$\Delta N_{cbt} = k_c \delta_{cp}$
Deslocamento resultante na cabeça do poço ( $\delta_r$ )	$\delta_r = \delta_Q + \delta_{cp}$
Esforço resultante no condutor ( $\Delta N_r$ )	$\Delta N_r = \Delta N_c + \Delta N_{cbt}$

Finalmente, em cada uma das operações, determina-se a condição final de esforços, sobrepondo-se a condição inicial e os incrementos acumulados em cada etapa. Em seguida, determina-se a tensão equivalente de von Mises, conforme apresentado no item 6.3.

## Apêndice C: Passo a Passo do Cálculo Com Flambagem

O objetivo deste apêndice é explicar as etapas necessárias para determinação dos resultados da sequência de cálculo com flambagem (passo a passo) para o estudo de caso 2. A Figura C 1 ilustra as etapas adicionais (correção de deslocamentos e esforços) sobre o processo de cálculo sem flambagem apresentado no apêndice B.

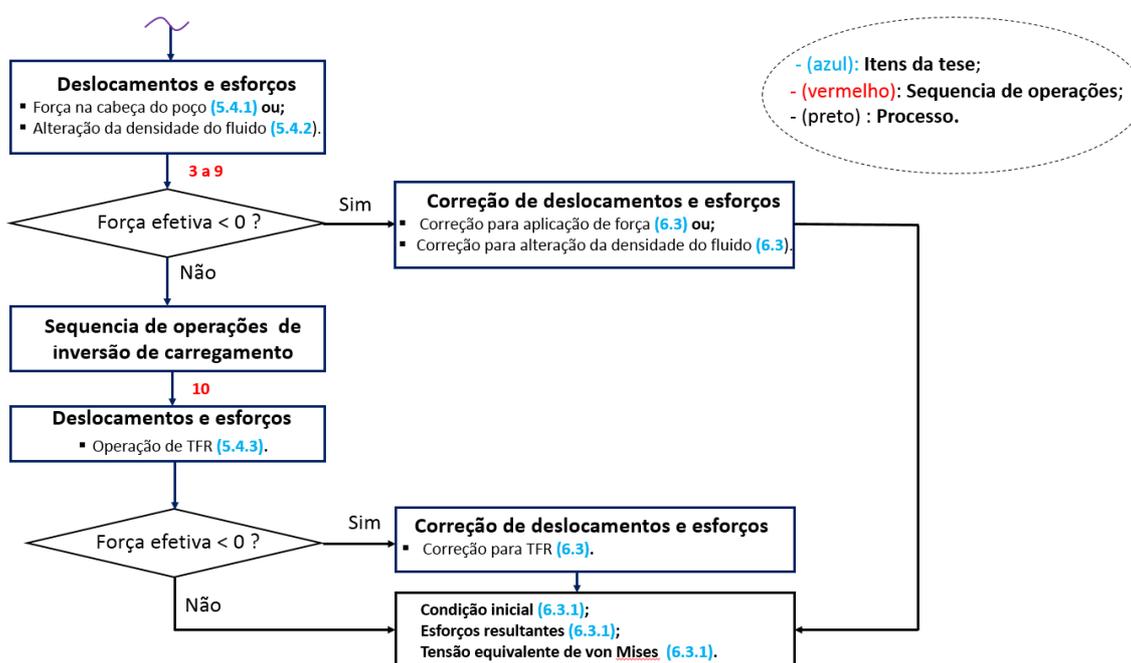


Figura C 1 – Fluxograma do passo a passo para o cálculo com flambagem.

O fluxograma da Figura C 1 ilustra que caso a força efetiva no TOC do revestimento de superfície seja negativa, deve-se corrigir o deslocamento da cabeça do poço e os esforços nas colunas da estrutura analisada. Vale destacar que no cálculo da força efetiva, deve-se levar em consideração a condição inicial de forças e todo histórico de carregamentos. Esta correção pode ocorrer para três cenários, a saber:

- Correção para aplicação de uma força na cabeça de poço;
- Correção para alteração da densidade do fluido de perfuração/completação;
- Teste de formação.

Para a correção de aplicação de uma força na cabeça de poço o fluxograma de correção é apresentado na Figura C 2.

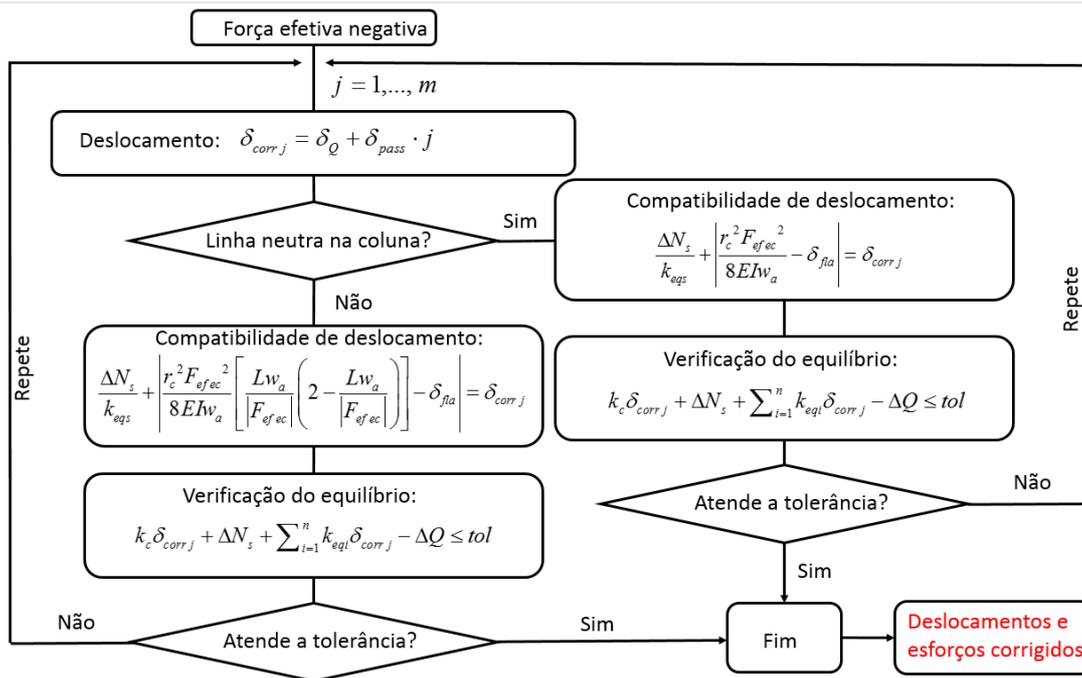


Figura C 2 – Fluxograma para correção de uma força aplicada na cabeça do poço.

Na Figura C 2 as equações de compatibilidade de deslocamento são resolvidas mediante a função **root** do *software* Mathcad [72].

Para os demais cenários os fluxogramas são similares, bastando adequar as equações de interesse para correção do efeito pistão na cabeça do poço (força dada pela Equação (5.32) ou (5.39)) e correção da tendência de variação de comprimento conforme a Tabela 6.1 para alteração da densidade do fluido sobre o revestimento de superfície; Tabela 6.2 para alteração da densidade do fluido nas demais colunas e Tabela 6.3 para TFR.