



# **Simulação Numérica da Transferência de Calor Conjugada em Canais Corrugados**

Bianca de Pley Almeida Teixeira

## **Projeto de Final de Curso**

### **Orientadores:**

Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D. Sc.

Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

Março de 2014

# **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONJUGADA EM CANAIS CORRUGADOS**

*Bianca de Pley Almeida Teixeira*

Projeto de Final de Curso submetido ao Corpo Docente da Escola de Química, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Engenheira de Alimentos.

Aprovado por:

---

Tânia Suaiden Klein, Ph. D.

---

João Felipe Mitre de Araujo, D. Sc.

---

João Américo Aguirre Oliveira Jr., M. Sc.

Orientado por:

---

Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D. Sc.

---

Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

Rio de Janeiro, RJ – Brasil

Março de 2014

Teixeira, Bianca de Pley Almeida.

**Simulação numérica da transferência de calor conjugada em canais corrugados/**  
Bianca de Pley Almeida Teixeira. Rio de Janeiro: UFRJ/EQ, 2014.

xiv, 75p.; il.

(Monografia) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola de Química, 2014.

Orientadores: Paulo Laranjeira da Cunha Lage e Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva

1. Canais corrugados. 2. CFD. 3. escoamento turbulento. 4. Monografia. (Graduação – UFRJ/EQ). 5. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D. Sc. e Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc. I. Título.

“Bom mesmo é ir à luta com determinação, abraçar a vida com paixão,  
perder com classe e vencer com ousadia, porque o mundo pertence a  
quem se atreve e a vida é “muito” para ser insignificante”.

(Charlie Chaplin)

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, que sempre me deu forças para encarar e superar de frente os obstáculos que a vida me propôs.

Aos meus orientadores, Paulo Lage e Luiz Fernando, por todo o conhecimento transmitido e pela paciência e dedicação com a qual me orientaram ao longo deste último ano.

À minha família, apesar da distância, nunca deixou de me apoiar. Em especial agradeço a minha mãe, que mesmo sem entender nada do que eu faço me escutava quando o assunto era projeto final e todas as minhas aflições durante esta longa jornada de 5 anos de graduação. Eu não poderia deixar de agradecer à minha tia Isabel, pois foi ela que me recebeu aqui no Rio aos 15 anos de idade e me incentivou em tudo, principalmente nos estudos. Sem você eu dificilmente teria chegado aqui.

Ao meu amado Lucas da Paz, por estar ao meu lado nesses últimos 2 anos, me incentivando, compartilhando angústias, dúvida e me escutando, mesmo quando o assunto é CFD. Sem você eu nada teria conseguido.

À Fundação Osório, escola onde estudei durante o Ensino Médio por ter me feito chegar aqui.

Aos professores da Escola de Química, especialmente aos professores Ricardo Pires Peçanha e Eduardo Mach, que me fizeram perceber o meu lugar dentro da engenharia.

Aos colegas de trabalho da ESSS. Em especial: Clarissa Bergman pela oportunidade de estágio a mim concedida; Lucilla Almeida e João Aguirre por todo o conhecimento transmitido nesse período de estágio; Amanda Briggs, Daniel Ludwig, Raphael David, Rodrigo Peralta e Sara Costa pelo suporte constante, sempre gentis e solícitos, ajudando-me neste início de carreira.

Enfim, agradeço a todos aqueles que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo do Projeto de Final de Curso apresentado à Escola de Química como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Engenharia de Alimentos.

## **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR CONJUGADA EM CANAIS CORRUGADOS**

Bianca de Pley Almeida Teixeira

Março, 2014

Orientadores: Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D. Sc.

Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

A indústria de processos vem buscando cada vez mais incorporar técnicas de intensificação da transferência de calor em suas unidades. Observa-se uma maior demanda pelas indústrias por trocadores de calor mais eficientes e compactos. Nesse sentido, existem diferentes técnicas de intensificação, que podem ser denominadas como técnicas passivas ou ativas. As superfícies corrugadas se encaixam no grupo de técnicas passivas, pois as próprias corrugações agem como promotores de turbulência e com isso melhoram a transferência de calor. Devido a isso, canais corrugados têm sido amplamente usados em muitas aplicações industriais.

Este trabalho apresenta a aplicação da ferramenta de Fluidodinâmica Computacional (CFD) na avaliação de escoamento turbulento no interior de canais corrugados. O principal objetivo deste estudo foi obter uma metodologia numérica eficiente que forneça uma concordância adequada entre resultados numéricos e dados experimentais disponíveis na literatura. Três modelos de turbulência disponíveis no código ANSYS Fluent® 14.5.7 foram testados e seus resultados comparados com dados experimentais: *k-ε* Realizável, *SST* e *RSM* Linear. Foram analisadas duas configurações geométricas de canais corrugados. Nesta análise, as simulações foram bidimensionais e esta simplificação foi validada por meio de uma simulação tridimensional.

Em linhas gerais, os resultados se mostraram razoáveis em termos da previsão da transferência de calor. Os três modelos avaliados apresentaram resultados coerentes para as vazões mais altas, porém não mostraram bons resultados para vazões mais baixas, indicando que estas devem estar na faixa de transição à turbulência. O modelo *RSM* Linear, modelo a sete equações, mostrou-se bastante similar ao modelo *k-ε* Realizável, modelo a duas equações. Já o modelo *SST* é muito dependente da resolução da malha, com isso apresentou resultados satisfatórios apenas para a configuração geométrica 02, a qual foi possível obter uma boa malha. Concluiu-se que um modelo a duas equações que usa lei de parede, como é o caso do modelo *k-ε* Realizável, já é capaz de produzir resultados coerentes para a análise térmica em canais corrugados, com um custo computacional bastante reduzido.

Abstract of a Final Project presented to Escola de Química/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Food Engineer.

## **NUMERICAL SIMULATION OF CONJUGATE HEAT TRANSFER IN CORRUGATED CHANNELS**

Bianca de Pley Almeida Teixeira

March, 2014

Advisors: Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D. Sc.

Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D. Sc.

The process industry is increasingly trying to incorporate heat transfer intensification techniques in its units. There is a greater demand by industries for more efficient and compact heat exchangers. So, there are different intensification techniques that can be classified as passive or active. The corrugated surfaces are in the group of passive techniques, because the corrugations themselves act as turbulence promoters and, thereby, improve heat transfer. Because of this, corrugated channels have been widely used in many industrial applications.

This work presents the application of Computational Fluid Dynamics tools (CFD) in the evaluation of turbulent flow inside corrugated channels. The main objective of this study was to obtain an efficient numerical methodology that provides a satisfactory agreement between numerical results and experimental data available in the literature. Three turbulence models available in the code ANSYS Fluent® 14.5.7 have been tested and their results were compared against experimental data: Realizable  $k-\epsilon$ , SST and RSM Linear. Two geometric configurations of corrugated channels were analyzed. In this analysis, the simulations were two-dimensional and this simplification was validated by a three-dimensional simulation.

In general, the results were reasonably good in terms of heat transfer prediction. The three considered models showed consistent results for higher flow rates, but not for lower flow rates, indicating that these ones should be in the transition to turbulence flow regime. The RSM Linear model, a seven equation model, proved to give very similar results to those of  $k-\epsilon$  Realizable model, a two equation model. The SST model is very dependent on the mesh resolution; therefore it achieved satisfactory results only for the geometric configuration 02, for which was possible to obtain a good mesh. It was concluded that a model with two equations using the law of the wall, such as the  $k-\epsilon$  Realizable model is capable of producing consistent results for the thermal analysis in corrugated channels, with a very low computational cost.

## Sumário

Índice de Figuras .....	x
Índice de Tabelas.....	xii
NOMENCLATURA .....	xiii
Capítulo 1 – Introdução.....	1
1.1 Contexto e Motivação .....	1
1.2 Objetivos .....	1
1.3 Organização do texto.....	2
Capítulo 2 – Revisão da literatura .....	4
2.1 Técnicas de intensificação da transferência de calor.....	4
2.1.1 Técnicas passivas .....	5
2.1.2 Técnicas ativas .....	9
2.2 Canais corrugados .....	11
Capítulo 3 – Modelagem matemática.....	16
3.1 Equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia.....	16
3.2 Teoria de turbulência.....	17
3.2.1 Modelos de turbulência baseados nas equações médias de Navier-Stokes ( <i>Reynolds-averaged Navier-Stokes equations</i> – RANS) .....	19
3.2.2 Simulação dos grandes vórtices ( <i>Large Eddy Simulation</i> – LES).....	20
3.2.3 Simulação numérica direta ( <i>Direct Numerical Simulation</i> - DNS).....	21
3.3 Modelagem da turbulência .....	21
3.3.1 Modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta.....	21
3.3.2 Modelos baseados no transporte das componentes do tensor de Reynolds.....	29
3.3.3 Tratamento próximo à parede.....	36
Capítulo 4 – Fluidodinâmica Computacional.....	41
4.1 A estrutura de um código de <i>CFD</i> .....	41
4.1.1 Pré-processamento .....	41
4.1.2 Solução numérica .....	42
4.1.3 Pós-processamento .....	44
Capítulo 5 – Metodologia.....	45
5.1 Descrição dos casos estudados .....	45
5.2 Domínio geométrico.....	46
5.3 Malha computacional .....	47

5.4	Procedimento numérico.....	51
5.5	Pós-processamento .....	52
Capítulo 6 – Resultados e Discussão.....		55
6.1	Convergência em malha .....	55
6.2	Análise de modelos de turbulência e comparação com resultados experimentais .....	59
6.3	Análise de caso 3D.....	69
Capítulo 7 – Conclusões e Sugestões .....		71
7.1	Conclusões .....	71
7.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	72
Referências .....		73

## Índice de Figuras

Figura 2-1. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies tratadas.....	5
Figura 2-2. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies corrugadas – Placa de trocador de calor a placas. ....	6
Figura 2-3. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies estendidas – Esquema de trocadores de calor com tubos aletados. ....	7
Figura 2-4. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivos de intensificação por deslocamento – Trocador de calor compacto com dispositivo de intensificação por deslocamento no formato de asas retangulares. ....	7
Figura 2-5. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivo de escoamento com rotação induzida – Espira de fio expandido inserida em tubo.....	8
Figura 2-6. Exemplo de aplicação da técnica passiva de serpentinas. ....	8
Figura 2-7. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivos de tensão superficial – Forma das ranhuras. ....	9
Figura 3-1. Subdivisões da região próxima à parede. ....	38
Figura 4-1. A tarefa do método numérico: (a) Equação diferencial e (b) Sistema de equações algébricas.....	43
Figura 5-1. Características geométricas dos canais corrugados modelados. ....	46
Figura 5-2. Geometrias utilizadas nas simulações – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.....	47
Figura 5-3. Vetores usados para computar a qualidade ortogonal para cada célula.....	49
Figura 5-4. Malha 3 configuração geométrica 01 – (a) Domínio fluido, (b) Detalhes do vale formado pelas corrugações e (c) Domínio sólido.....	50
Figura 5-5. Malha 3 configuração geométrica 02 – (a) Domínio fluido, (b) Detalhes do vale formado pelas corrugações e (c) Domínio sólido.....	50
Figura 5-6. Condições de contorno empregadas nas simulações. ....	52
Figura 5-7. Curva de Nu ao longo do canal corrugado: caso 10, configuração 02, modelo $k-\varepsilon$ Realizável. ....	54
Figura 6-1. Convergência em malha em termos de Nu – (a) Caso 01, geometria 01, (b) Caso 01, geometria 02, (c) Caso 12, geometria 01 e (d) Caso 10, geometria 02. ....	58
Figura 6-2. Convergência em malha em termos de fator de atrito – (a) Caso 01, geometria 01, (b) Caso 01, geometria 02, (c) Caso 12, geometria 01 e (d) Caso 10, geometria 02.....	58
Figura 6-3. Comparação dos resultados numéricos, em termos de número de Nusselt para três modelos de turbulência com dados experimentais – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.....	61

Figura 6-4. Comparação dos resultados numéricos, em termos de fator de atrito para três modelos de turbulência – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.....	62
Figura 6-5. Perfil de temperatura na parede, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	63
Figura 6-6. Perfil de temperatura na parede, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	63
Figura 6-7. Perfil de temperatura do fluido, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	64
Figura 6-8. Perfil de temperatura do fluido, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	64
Figura 6-9. Perfil de pressão, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	65
Figura 6-10. Perfil de pressão, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	65
Figura 6-11. Vetores de velocidade, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	66
Figura 6-12. Vetores de velocidade, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	67
Figura 6-13. Viscosidade turbulenta, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	68
Figura 6-14. Viscosidade turbulenta, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$ Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.....	68
Figura 6-15. Perfil de temperatura do fluido, caso 3D: (a) Corte em z = 10 mm, (b) Corte em z = 20 mm, (c) Corte em z = 30 mm e (d) Corte em z = 40 mm. ....	69
Figura 6-16. Vetores de velocidade, caso 3D: (a) Corte em z = 10 mm, (b) Corte em z = 20 mm, (c) Corte em z = 30 mm e (d) Corte em z = 40 mm. ....	70

## Índice de Tabelas

Tabela 2-1. Regimes de escoamento em placas corrugadas. ....	12
Tabela 3-1. Valores das constantes do modelo $k-\varepsilon$ Realizável. ....	24
Tabela 3-2. Valores das constantes do modelo <i>SST</i> . ....	29
Tabela 3-3. Valores das constantes do modelo <i>RSM</i> Quadrático. ....	34
Tabela 3-4. Valores das constantes do modelo <i>RSM Stress-Omega</i> . ....	35
Tabela 3-5. Descrição das leis de parede. ....	39
Tabela 5-1. Casos analisados – Dados experimentais. ....	46
Tabela 5-2. Configurações geométricas dos canais corrugados. ....	47
Tabela 5-3. Número de elementos e qualidade ortogonal das malhas utilizadas na convergência em malha. ....	49
Tabela 5-4. Propriedades físicas do ar. ....	52
Tabela 6-1. Resultados de convergência em malha para a configuração geométrica 01. ....	56
Tabela 6-2. Resultados de convergência em malha para a configuração geométrica 02. ....	57
Tabela 6-3. Valores de $\max(y^+)$ obtidos nas simulações de convergência em malha para a configuração geométrica 01. ....	57
Tabela 6-4. Valores de $\max(y^+)$ obtidos nas simulações de convergência em malha para a configuração geométrica 02. ....	57
Tabela 6-5. Testes complementares para o caso 01, geometria 01. ....	61

# NOMENCLATURA

## Letras latinas

$a$	Altura das corrugações
$A_{\text{cycle}}$	Área por ciclo de corrugação
$b$	Altura total da placa corrugada
$C_p$	Capacidade calorífica a pressão constante
$D_h$	Diâmetro hidráulico
$E$	Energia total
$\mathbf{F}$	Vetor de forças externas por unidade de volume
$F_1$ e $F_2$	Funções de mistura
$f$	Fator de atrito
$H_{\text{min}}$	Altura mínima dos canais corrugados
$H_{\text{máx}}$	Altura máxima dos canais corrugados
$k$	Condutividade térmica do fluido
$\dot{m}$	Vazão mássica
$Nu$	Número de Nusselt
$P$	Pressão
$Pr$	Número de Prandtl molecular
$Pr_t$	Número de Prandtl turbulento
$Q_{\text{cycle}}$	Taxa de transferência de calor por ciclo de corrugação
$\dot{q}$	Fluxo de calor
$Re$	Número de Reynolds, $Re = \rho u D_h / \mu$
$S$	Largura de corrugação
$T_b$	Temperatura do fluido
$T_w$	Temperatura da parede
$T$	Tempo

$U$	Velocidade
$Y$	Distância normal à parede
$y^+$	Distância adimensional normal à parede
$y_T^+$	Espessura da camada térmica adimensional

### Letras gregas

$\rho$	Massa específica do fluido
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$K$	Energia cinética turbulenta
$\varepsilon$	Taxa de dissipação turbulenta
$\omega$	Frequência de turbulência
$\tau_o$	Tensão de cisalhamento na superfície
$\theta$	Ângulo de corrugação
$\epsilon$	Erro relativo
$\eta$	Fator de desempenho térmico, $(Nu/Nu_s)/(f/f_s)^{1/3}$

### Subscrito

$s$	Superfície lisa
$p$	Primeiro nó próximo à parede

# Capítulo 1 – Introdução

## 1.1 Contexto e Motivação

Nos últimos anos, com a crescente preocupação ambiental em relação ao problema energético global, a conservação de energia e a demanda por desenvolvimento sustentável vêm impulsionando a pesquisa no sentido de estudar equipamentos e processos com uma maior eficiência energética [1]. Nesse contexto, a principal motivação para este estudo foi a análise da convecção em canais corrugados, com o objetivo de intensificar a transferência de calor em sistemas térmicos.

Nesse cenário, podemos observar uma maior demanda pelas indústrias por trocadores de calor mais eficientes e compactos. Dessa forma, a indústria de processos vem buscando cada vez mais incorporar técnicas de intensificação de transferência de calor em suas unidades [2]. Nesse sentido, existem diferentes técnicas de intensificação. De acordo com a classificação apresentada por Bergles et al. [3] essas técnicas podem ser denominadas como técnicas passivas e técnicas ativas. A diferença de uma técnica para a outra consiste na necessidade ou não de gasto energético externo ao sistema de transferência de calor.

Sendo assim, superfícies corrugadas se encaixam no grupo de técnicas passivas, pois não demandam gasto energético externo para a intensificação térmica [1]. As corrugações agem como promotores de turbulência e, com isso, melhoram a transferência de calor por convecção e transferência de massa em equipamentos tais como trocadores de calor, coletores solares, reatores eletroquímicos e catalíticos e processos com membranas [4]. Devido a isso, canais corrugados têm sido amplamente usados em muitas aplicações nas indústrias alimentícias, de petróleo, química, papel, entre outras [5].

## 1.2 Objetivos

Conforme descrito na Seção 1.1, existem diversas aplicações atuais para o uso de canais corrugados como intensificadores da transferência de calor.

Dessa forma, este trabalho mostra um estudo de validação da modelagem de canais corrugados. Esta validação é feita a partir da comparação de resultados obtidos via Fluidodinâmica Computacional (CFD) com dados experimentais disponíveis na literatura [6].

O uso de CFD como ferramenta de projeto vem ganhando força com o aumento do poder computacional disponível e a eficiência dos códigos empregados. Com isso, a realização de simulações numéricas permite a redução dos custos experimentais na construção de protótipos e a realização de testes, assim como permite obter uma riqueza de detalhes da hidrodinâmica no interior dos dispositivos, a qual seria impossível de ser obtida por métodos experimentais.

Nesse sentido, o principal objetivo deste trabalho é obter uma metodologia numérica eficiente para modelagem do escoamento de ar no interior de canais corrugados que forneça uma concordância adequada entre resultados numéricos e experimentais.

Para isto, foram analisadas duas configurações geométricas de canais corrugados em escoamento turbulento com números de Reynolds entre 2000 e 7000. Para cada geometria foram comparados os resultados de simulações usando três modelos de turbulência.

### **1.3 Organização do texto**

No Capítulo 2 é apresentada uma breve revisão da literatura sobre assuntos relacionados a este trabalho. Inicialmente é feita uma revisão sobre as técnicas de intensificação da transferência de calor. Em seguida é apresentada uma revisão dos principais trabalhos publicados na área de transferência de calor em canais corrugados.

Os fundamentos teóricos da modelagem que embasaram a formulação e análise do problema de transferência de calor em canais corrugados são apresentados no Capítulo 3.

O Capítulo 4 apresenta detalhadamente a estrutura de um código de CFD.

A metodologia de solução do presente estudo é descrita em detalhes no Capítulo 5.

No Capítulo 6 são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir das formulações mostradas nos Capítulo 3, Capítulo 4 e Capítulo 5. Os resultados são comparados com dados obtidos da literatura.

Por fim, as conclusões do trabalho e as sugestões para trabalhos futuros são apresentadas no Capítulo 7.

## **Capítulo 2 – Revisão da literatura**

Este capítulo apresenta uma breve revisão da literatura sobre assuntos relacionados a este trabalho, com o objetivo de identificar as oportunidades de contribuição deste estudo.

Inicialmente são referenciados trabalhos sobre técnicas de intensificação da transferência de calor, objetivando demonstrar o interesse que atualmente se deposita nesta área de pesquisa. Em seguida são citados alguns trabalhos, experimentais e numéricos, que investigaram a transferência de calor em canais corrugados, discutindo diferentes configurações geométricas e condições operacionais.

### **2.1 Técnicas de intensificação da transferência de calor**

Como já mencionado anteriormente, o tema de intensificação da transferência de calor é um importante desafio para a sociedade em termos de economia de energia, desenvolvimento sustentável, controle térmico e desenvolvimento de equipamentos mais compactos. Com isso, este é um tema de grande interesse de muitos seguimentos da indústria.

As técnicas e estratégias para a intensificação da transferência de calor podem ser convenientemente divididas em duas classes: técnicas passivas, que não requerem a aplicação de energia externa ao sistema de transferência de calor e, técnicas ativas, que necessitam de uma alimentação externa de energia [7]. Cada uma dessas técnicas pode ser aplicada a um ou mais modos de transferência de calor e a eficácia da técnica aplicada é diretamente dependente do modo de transferência de calor, que pode variar, por exemplo, de escoamento monofásico em convecção natural até escoamento multifásico em convecção forçada. Além disso, a combinação dessas técnicas também pode ser praticada [8].

A seguir serão descritas algumas das principais técnicas de intensificação da transferência de calor por cada uma dessas classes.

## 2.1.1 Técnicas passivas

### 2.1.1.1 Superfícies tratadas

Esta técnica envolve alterações delgadas na superfície por meio do uso de revestimento ou acabamento superficial artificial nas superfícies onde ocorre a transferência de calor (contínuo ou descontínuo). Técnica muito utilizada em processos envolvendo evaporação e condensação, para promover a condensação de gotas ou para levar a pontos de nucleação de bolhas na evaporação, como pode ser visualizado na Figura 2-1. As alterações nas superfícies não são suficientes para influenciar a transferência de calor em escoamentos monofásicos, pois a altura da rugosidade é muito pequena [2, 8].

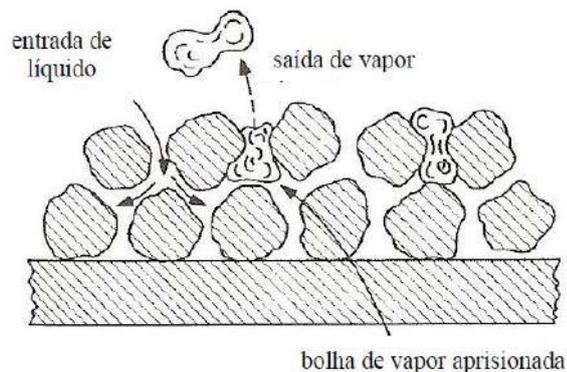


Figura 2-1. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies tratadas.

Fonte: Retirada de Castellões [2].

### 2.1.1.2 Superfícies rugosas

Superfícies rugosas podem ser produzidas em diversas configurações, variando de formas aleatórias de grãos de areia a protuberâncias discretas. A configuração é geralmente escolhida para promover turbulência e não necessariamente para aumentar a área de transferência de calor, porém as rugosidades acabam por promover um aumento da troca de calor na superfície. A aplicação de superfícies rugosas é direcionada principalmente para escoamentos monofásicos [7, 9].

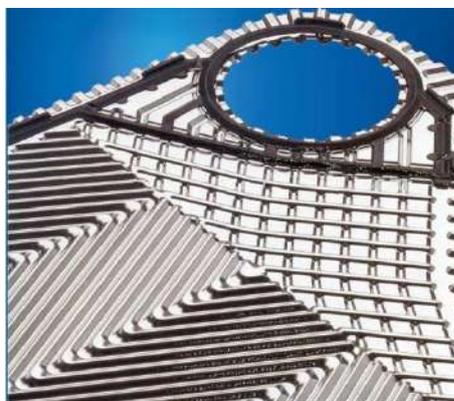
### 2.1.1.3 Superfícies corrugadas

Superfícies corrugadas promovem elevada turbulência em equipamentos que fazem uso das mesmas, mesmo para pequenos valores do número de Reynolds, o que contribui

para uma melhoria significativa dos coeficientes de transferência de calor em tais equipamentos.

Diante disso, superfícies corrugadas são largamente utilizadas em trocadores de calor compactos, tais como trocadores de calor a placas, pois as corrugações permitem que a área de transferência de calor seja aumentada e ao mesmo tempo o volume e o peso do equipamento se mantenha praticamente constante [10]. Um exemplo de aplicação de superfícies corrugadas em trocador de calor a placas pode ser visualizado na Figura 2-2.

Dado que esta técnica é o interesse deste trabalho a mesma será tratada em detalhes na Seção 2.2.

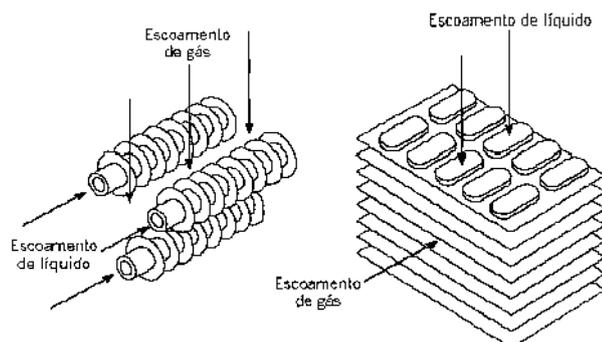


**Figura 2-2. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies corrugadas – Placa de trocador de calor a placas.**

Fonte: <http://alibaba.com> [11].

#### **2.1.1.4 Superfícies estendidas**

O termo superfície estendida é comumente usado para descrever um caso especial importante envolvendo a transferência de calor por condução no interior de um sólido e a transferência de calor por convecção (e/ou radiação) nas fronteiras de um sólido [12]. Superfícies estendidas, ou aletas, são comumente empregadas em muitos tipos de trocadores de calor para aumentar a área de troca térmica, especialmente do lado com maior resistência térmica [9]. Um exemplo de aplicação de aletas em trocadores de calor pode ser visualizado na Figura 2-3.



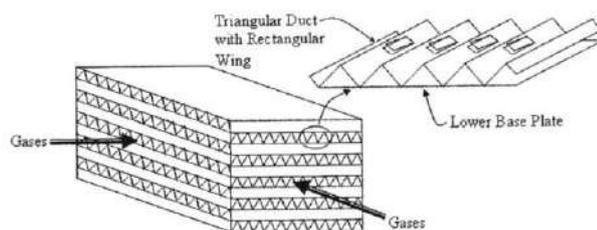
**Figura 2-3. Exemplo de aplicação da técnica passiva de superfícies estendidas – Esquema de trocadores de calor com tubos aletados.**

Fonte: Retirada de Incropera et al. [12].

### 2.1.1.5 Dispositivo de intensificação por deslocamento

Dispositivos de intensificação por deslocamento são introduzidos na corrente de escoamento de modo a melhorar indiretamente o transporte de energia da superfície aquecida. Tais dispositivos são normalmente utilizados em convecção forçada, mas na literatura também podem ser encontrados exemplos de aplicações em escoamentos com mudança de fase [8].

Um exemplo desta técnica pode ser visto no trabalho de Sachdeva et al. [13], no qual um dispositivo denominado de gerador de vórtices, no formato de asas retangulares, é acoplado nas paredes de um trocador de calor compacto de maneira a gerar vórtices a jusante do dispositivo, aumentando assim a transferência de calor. Tal dispositivo pode ser visto na Figura 2-4.

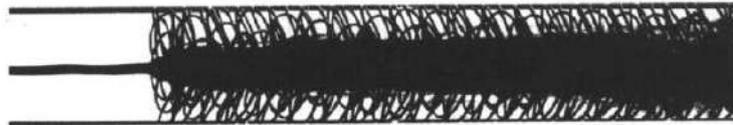


**Figura 2-4. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivos de intensificação por deslocamento – Trocador de calor compacto com dispositivo de intensificação por deslocamento no formato de asas retangulares.**

Fonte: Retirada de Sachdeva et al. [13].

### 2.1.1.6 Dispositivo de escoamento com rotação induzida

Estes dispositivos normalmente tomam a forma de inserções de tubos, que auxiliam a convecção forçada através da criação de escoamentos com rotação e/ou secundários (ou uma combinação de ambos), de forma a intensificar a mistura no escoamento interno ao tubo. Inserções de fitas torcidas e tubos em espiral localizados na entrada de tubos são formas comumente encontradas. Além disso, espiras de fio expandido também podem ser utilizadas, como mostra a Figura 2-5 [8].

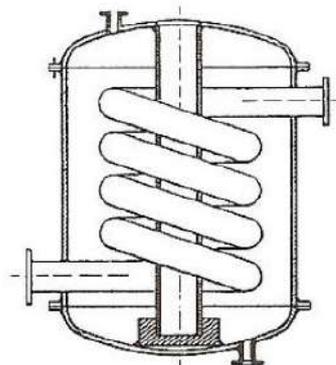


**Figura 2-5. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivo de escoamento com rotação induzida – Espira de fio expandido inserida em tubo.**

Fonte: Retirada de Reay [8].

### 2.1.1.7 Serpentinhas

Técnica que leva a trocadores de calor mais compactos e de alta eficiência. A presença do escoamento secundário leva a altos coeficientes de transferência de calor para escoamentos monofásicos, além de melhorar também a transferência de calor em processos em regime de mudança de fase [2, 9]. Um exemplo de serpentina pode ser visualizado na Figura 2-6.



**Figura 2-6. Exemplo de aplicação da técnica passiva de serpentinhas.**

Fonte: Retirada de Castellões [2].

### 2.1.1.8 Dispositivo de tensão superficial

Esta técnica encontra aplicação em superfícies com ranhuras para direcionar o escoamento dos líquidos em processos de evaporação ou condensação. A forma destas ranhuras pode ser visualizada na Figura 2-7 [2, 9].

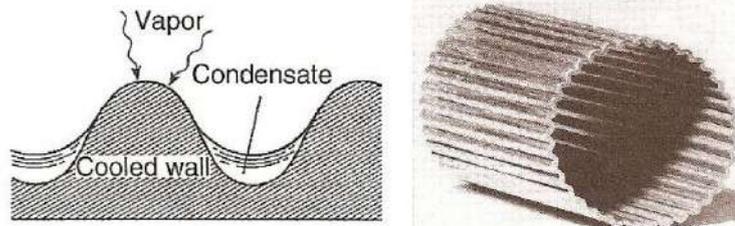


Figura 2-7. Exemplo de aplicação da técnica passiva de dispositivos de tensão superficial –  
Forma das ranhuras.

Fonte: Retirada de Castellões [2].

### 2.1.1.9 Uso de aditivo ao fluido de trabalho

Aditivos para líquidos incluem a dispersão de partículas sólidas ou de bolhas em escoamentos monofásicos, ou inserção de traços de líquidos em escoamentos com evaporação. Como exemplos desta técnica podem ser citadas as pesquisas em nanofluidos como fluidos térmicos. Nanofluidos são fluidos modificados pela dispersão de nanopartículas (1-100 nm) de natureza tipicamente metálica com o objetivo de aumentar as propriedades termofísicas do fluido original em relação à transferência de calor (condutividade térmica e difusividade térmica) [2, 9].

Os aditivos para gases são gotículas de líquido (spray) ou partículas sólidas, que podem ser em fase diluída (suspensões gás-sólido) ou em fase densa (leito fluidizado) [9].

## 2.1.2 Técnicas ativas

### 2.1.2.1 Agitação mecânica

Esta técnica envolve a agitação mecânica do fluido ou a rotação da superfície. Outra variação desta técnica é a superfície de “raspagem”, amplamente utilizada na indústria química para o processamento de fluidos viscosos, está sendo aplicada ao escoamento

de gases em dutos. Na prática comercial muitos equipamentos com tubos rotativos podem ser encontrados [7].

### **2.1.2.2 Vibração da superfície**

Esta técnica é essencialmente utilizada para aumentar a transferência de calor monofásica [7]. Esta técnica ativa consiste em induzir vibração na superfície envolvida na transferência de calor [2]. Porém, esta técnica envolve problemas de implementação dada a elevada massa que os trocadores de calor industriais usualmente têm, com isso em certos casos nos quais vibrações com amplitudes suficientes são utilizadas para afetar a transferência de calor também podem destruir o próprio trocador de calor em si [9].

### **2.1.2.3 Vibração do fluido**

É uma técnica de mais fácil implementação que a técnica anterior. A indução de vibração no fluido de trabalho também leva ao aumento do coeficiente de transferência de calor [2]. As vibrações variam de pulsações de cerca de 1Hz até a frequência de ultra-som. Esta técnica também é principalmente aplicada a transferência de calor em escoamentos monofásicos [7].

### **2.1.2.4 Campos eletrostáticos**

Campos eletrostáticos podem ser aplicados de muitas maneiras diferentes em fluidos com comportamento dielétrico. De um modo geral, os campos eletrostáticos podem promover maior mistura no fluido na vizinhança da superfície de transferência do calor, o que melhora a transferência de calor [7, 9].

### **2.1.2.5 Injeção**

A técnica de injeção é realizada pelo fornecimento de gás para uma corrente de líquido através de uma superfície de transferência de calor porosa ou pela injeção de fluido similar à montante da seção de transferência de calor. A superfície de desgaseificação de líquidos pode produzir efeitos semelhantes [7, 9].

### **2.1.2.6 Sucção**

A técnica de sucção envolve tipicamente a remoção de vapor formado em processos de ebulição nucleada ou em filme, através de uma superfície porosa aquecida, levando a maiores taxas de transferência de calor neste processo [2, 9].

### **2.1.2.7 Uso de jato incidente**

Nesta técnica o fluido de trabalho é encaminhado à superfície de troca térmica por meio de jatos incidentes, tipo de escoamento caracterizado por altos coeficientes de transferência de calor [2].

## **2.2 Canais corrugados**

O estudo da transferência de calor por convecção em canais corrugados, motivado pela utilização de técnicas de intensificação de troca térmica, pode ser visto com frequência ao longo dos anos na literatura, tanto em estudos experimentais quanto em estudos numéricos. A seguir será feita uma breve análise dos principais trabalhos publicados na literatura.

Em 1985, Sunden & Skoldheden [14] publicaram um dos primeiros trabalhos relevantes na área de canais corrugados, no qual foi realizada uma investigação experimental da transferência de calor e da queda de pressão a partir de um canal corrugado a ser aplicado a trocadores de calor rotativos. O estudo foi conduzido para números de Reynolds na faixa de  $800 < Re < 5000$  para um canal corrugado e um canal liso. Como resultado foi observado que a transferência de calor a partir do canal corrugado foi 3,5 vezes maior que no canal liso. Contudo, a queda de pressão aumentou bastante também (5-6 vezes o valor da mesma em um canal liso), com isso os autores do trabalho sugeriram que fossem investigados os efeitos da altura e comprimento da corrugação, a fim de equilibrar os aumentos na transferência de calor e na queda de pressão.

Em 1991, Sunden & Karlsson [15] efetuaram um conjunto de experimentos para quatro canais corrugados trapezoidais e um canal liso com condição de contorno de temperatura constante na parede. Uma bancada de testes foi construída e experimentos foram conduzidos para quatro configurações de corrugações e uma configuração de

parede lisa usando a transferência de calor óleo-ar em estado estacionário. A altura e o comprimento da corrugação foram variados. A investigação abrangeu um intervalo de número de Reynolds entre  $500 < Re < 5000$ . Como resultado foi obtido que o canal de maior altura e menor comprimento de corrugação forneceu a maior intensificação da transferência de calor (aproximadamente 100 % de aumento), porém a queda de pressão também foi muito grande (aumento de cerca de 270 %).

Em 1998, Sawyers et al. [16] estudaram, por meio de uma combinação de técnicas analíticas e numéricas, a influência de estruturas tridimensionais nas corrugações para um escoamento em regime laminar. Foram avaliados números de Reynolds na faixa de  $0 < Re < 250$ . Neste estudo foi identificada a intensificação da transferência de calor pela presença de zonas de recirculação nos vales formados pelas corrugações nas placas, quando comparado à mesma situação imposta a placas lisas.

Em 1999, Béreiziat et al. [17] determinaram os diferentes regimes de escoamento em placas corrugadas, utilizando o método polarográfico e um velocímetro a laser. Os diferentes regimes são apresentados na Tabela 2-1.

**Tabela 2-1. Regimes de escoamento em placas corrugadas.**

<b>Reynolds</b>	<b>Regime</b>	<b>Observações</b>
$Re < 20$	Laminar	
$20 < Re < 100$	Laminar	Recirculação estável
$100 < Re < 200$	Transição	Recirculação instável
$200 < Re < 2000$	Transição	Formação de vórtices
$2000 < Re$	Turbulento	

Fonte: Retirada de Gradeck et al. [18].

Em 2000, Fabbri [19] publicou um trabalho no qual a transferência de calor foi estudada em um canal de parede corrugada e um de parede lisa sob condições de fluxo laminar. Neste trabalho, as distribuições de velocidade e de temperatura foram determinadas por meio de um modelo de elementos finitos. O desempenho da transferência de calor no canal corrugado foi comparado com o mesmo para um canal de parede lisa. O modelo numérico foi utilizado em um algoritmo genérico para maximizar a transferência de

calor através da otimização do perfil da corrugação, para um dado volume de parede corrugada e queda de pressão no canal. O autor propõe que o modelo matemático apresentado pode ser utilizado em um algoritmo genético para otimizar a geometria de canais corrugados em fluxo laminar a fim de maximizar a transferência de calor através da parede, sem que a perda de carga aumente muito.

Em 2001, Niceno & Nobile [20] apresentaram um estudo numérico do problema de convecção em canais corrugados. Os autores estudaram geometrias bidimensionais senoidais nas paredes de canais corrugados para escoamento de ar. Faixas distintas de número de Reynolds, de 60 a 80 e de 175 a 200 foram estudadas. Seus resultados indicam que, para que haja acentuada intensificação de transferência de calor, é necessário associar a geometria corrugada com valores altos do número de Reynolds.

Em 2007, Naphon [21, 22] realizou um estudo numérico e experimental da transferência de calor por convecção forçada no interior de canais corrugados em forma de V, usando ar como fluido de trabalho. Os resultados mostraram o aparecimento de zonas de recirculação nos vales das corrugações, que promovem a mistura do fluido na camada limite. Além disso, foi observado que o ângulo da corrugação e altura do canal têm um efeito significativo na transferência de calor e perda de carga.

Em 2008, Naphon & Kornkumjayrit [23] estudaram numericamente, usando o pacote comercial NASTRAN/CFDsign, a transferência de calor em canais corrugados em forma de V (somente placa inferior). Neste estudo as simulações foram realizadas em condição de fluxo de calor constante, usando o modelo de turbulência k- $\epsilon$  Padrão. Os resultados mostraram que a quebra e desestabilização da camada limite térmica são promovidas no momento em que o fluido flui através das superfícies corrugadas.

Em 2008, Eiamsa-ard & Promvonge [24] conduziram uma investigação numérica, por meio de modelo de volumes finitos, da transferência de calor e comportamento de perda de carga em escoamentos turbulentos (Reynolds na faixa de  $6000 < Re < 18000$ ) ao longo de canal com corrugações quadradas na parte inferior. As simulações foram consideradas bidimensionais, realizadas em condição de fluxo de calor constante na parede inferior, enquanto que a parede superior recebeu condição de parede adiabática. Foram comparados quatro modelos de turbulência (k- $\omega$  SST, k- $\omega$  Padrão, k- $\epsilon$  Padrão e k- $\epsilon$  RNG). Os modelos k- $\epsilon$  Padrão e k- $\epsilon$  RNG mostraram-se os mais adequados para o

caso em questão. Além disso, os resultados mostraram que a superfície corrugada promoveu um aumento de 1,33 no fator de desempenho térmico em relação ao canal liso.

Em 2008, Kwon et al. [25] realizaram um estudo experimental e numérico em um duto corrugado retangular com vários ângulos de corrugação e número de Reynolds variando de 700 a 5000. Neste estudo as características de transferência de massa e calor foram investigadas. Foram utilizados métodos de visualização do fluxo e os coeficientes de transferência de massa e calor locais foram mensurados por meio de uma técnica de sublimação de naftaleno. Em relação à parte numérica, foi utilizado o pacote comercial FLUENT para a realização das simulações, as quais foram bidimensionais e usando o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  *Renormalized Group (RNG)*.

Em 2010, Elshafei et al. [26] conduziram estudos experimentais sobre as características da transferência de calor e perda de carga em canais corrugados com temperatura da parede uniforme e número Reynolds na faixa de  $3220 < Re < 9420$ . Os efeitos do espaçamento do canal e do deslocamento de fase foram avaliados. Os seus resultados mostraram que a variação do ângulo de fase não tem um efeito significativo sobre o coeficiente de atrito comparado com o efeito da variação do espaçamento, especialmente para números de Reynolds mais elevados.

Em 2010, Yang & Chen [27] realizaram uma investigação numérica das características de transferência de calor em um canal com placas superiores e inferiores corrugadas em formato V, ambas aquecidas (fluxo de calor constante). Neste estudo as simulações foram consideradas bidimensionais, utilizando o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  Padrão. Os autores compararam as leis de parede Padrão e Não-equilíbrio para o modelo de turbulência mencionado [28]. Foram avaliados números de Reynolds na faixa de  $2000 < Re < 5500$  e o ângulo de corrugação foi investigado. Os resultados mostraram que o ângulo das corrugações afeta significativamente o fluxo de fluido e a taxa de transferência de calor (aumentando-se o ângulo das corrugações a transferência de calor aumenta). Além disso, os resultados obtidos usando a lei de parede Não-equilíbrio mostraram uma acurácia melhor que os relativos à função Padrão.

Em 2013, Mohammed et al. [29] investigaram numericamente, usando o pacote comercial FLUENT, a transferência de calor em canais corrugados em forma de V,

usando água como fluido de trabalho. Neste estudo as simulações foram consideradas bidimensionais, realizadas em condição de fluxo de calor constante e simetria no meio do canal, utilizando os modelos de turbulência k- $\epsilon$  Padrão e k- $\epsilon$  *RNG*. Neste trabalho foi investigada a influência dos seguintes parâmetros: ângulo da corrugação, altura do canal e altura das corrugações. Foram avaliados números de Reynolds na faixa de  $8000 < Re < 20000$ . Os resultados mostraram que o ângulo da corrugação e a altura do canal têm um efeito significativo sobre a distribuição de temperatura e o desenvolvimento do escoamento. Os autores chegaram aos seguintes parâmetros ótimos para o aumento da transferência de calor: ângulo de corrugação de  $60^\circ$ , altura de corrugação de 2,5 mm e altura de canal de 17,5 mm.

Em 2013, Deylami et al. [30] avaliaram numericamente, usando o pacote comercial FLUENT, a transferência de calor em canais corrugados em formato de triângulo isósceles, usando ar como fluido de trabalho. As simulações foram consideradas bidimensionais, realizadas em condição de fluxo de calor constante na parede superior, enquanto que a parede inferior recebeu condição de parede adiabática. Foram comparados quatro modelos de turbulência (k- $\omega$  *SST*, k- $\epsilon$  Baixo *Reynolds*, k- $\epsilon$  Padrão e k- $\epsilon$  *RNG*). Neste trabalho foi investigada a influência da razão altura da corrugação-altura do canal ( $e/H$ ) sobre o desempenho da transferência de calor e queda de pressão. Foram avaliados números de Reynolds na faixa de  $5400 < Re < 23000$ . Os resultados obtidos revelam que o modelo de turbulência k- $\epsilon$  *RNG* proporcionou uma melhor concordância com os dados experimentais disponíveis na literatura do que os outros modelos de turbulência avaliados. Além disso, tais resultados confirmam o notável efeito da ( $e/H$ ) sobre a transferência de calor e queda de pressão, o aumento da razão ( $e/H$ ) tende a aumentar tanto a transferência de calor quanto a queda de pressão, porém este aumento não é linear, assim foi demonstrado um limite ótimo do *design* das corrugações.

## Capítulo 3 – Modelagem matemática

### 3.1 Equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia

As equações básicas do escoamento de fluidos são enunciados matemáticos das leis físicas de conservação (de massa, de quantidade de movimento e de energia). A hipótese do contínuo é considerada, ou seja, o fluido é considerado um meio contínuo e todas as propriedades do fluido são funções contínuas do espaço e do tempo.

A equação de conservação da massa é derivada através do balanço entre a taxa líquida de fluxo de massa para fora da superfície de controle e a taxa de variação de massa dentro do volume de controle. A equação de conservação da massa em coordenadas cartesianas retangulares, frequentemente chamada de equação da continuidade, é dada por:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

Numa notação vetorial mais compacta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Para um fluido incompressível, a massa específica é constante e a equação (2) se torna:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

onde  $\rho$  é massa específica do fluido e  $\mathbf{u}$  é o vetor velocidade.

A equação da conservação da quantidade de movimento é obtida por um balanço entre o fluxo de quantidade de movimento linear (também chamado de *momentum*), que entra e que sai de um volume de controle diferencial, e as forças externas (de corpo e de superfície) agindo sobre o volume de controle. Essa relação é uma forma da segunda lei de Newton, onde as forças são representadas pelas tensões sobre o volume de controle.

Os valores das tensões são obtidos a partir de relações constitutivas envolvendo as deformações sofridas pelo volume de controle e pelas propriedades do fluido.

Para um fluido Newtoniano, a relação entre as tensões e as deformações sofridas pelo volume de controle é linear. Expressando então as relações através das propriedades do fluido e dos gradientes de velocidade obtém-se a equação ( 4 ), também chamada de equação de Navier-Stokes, expressa em termos de variáveis primárias e na forma mais geral.

$$\frac{D\rho\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu[(\nabla\mathbf{u}) + (\nabla\mathbf{u})^T]] + \mathbf{F} \quad (4)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica ou cisalhante,  $p$  a pressão estática e  $\mathbf{F}$  o vetor de forças externas por unidade de volume.

Essas equações, exibidas na forma vetorial, são mais comumente utilizadas na área de análise numérica na forma indicial como mostradas na equação ( 5 ) e na equação ( 6 ).

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \text{ sobre } \Omega, t \geq 0 \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho g_i \quad (6)$$

A equação de conservação de energia é dada pela seguinte relação:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla[\bar{u}(\rho E + p)] = \nabla[\kappa_{eff} \nabla T + \bar{u} \bar{\tau}_{eff}] \quad (7)$$

onde  $\kappa_{eff}$  é a condutividade térmica efetiva,  $E$  é a energia total,  $T$  é a temperatura e  $\bar{\tau}_{eff}$  é o tensor de tensores.

### 3.2 Teoria de turbulência

Os escoamentos turbulentos são caracterizados por flutuações instantâneas de velocidade, temperatura e outros escalares. Como consequência destas flutuações, o

estado turbulento em um fluido contribui significativamente para o transporte de *momentum*, calor e massa na maioria dos escoamentos de interesse prático.

A maioria dos escoamentos de interesse na engenharia está no regime turbulento. O escoamento do ar sobre a asa de um avião, da água em contato com o casco de um navio ou de derivados de petróleo através de uma linha de transmissão são exemplos de situações onde o regime turbulento é predominante.

O “*Glossary of Oceanographic Terms*” [31] apresenta a seguinte definição para escoamento turbulento: “É um estado de escoamento do fluido no qual as velocidades instantâneas exibem flutuações irregulares e aparentemente aleatórias tal que, na prática, apenas propriedades estatísticas podem ser reconhecidas e submetidas a uma análise”.

Escoamentos turbulentos são bastante complexos, mas podem ser caracterizados pelos seguintes pontos [32]:

- Irregularidade: a aleatoriedade das flutuações presentes no escoamento turbulento o torna imprevisível, obrigando o uso de ferramentas estatísticas para a análise;
- Difusividade aumentada: habilidade para misturar ou transportar propriedades a taxas muito mais elevadas (várias ordens de magnitude) do que aquelas alcançadas pela difusão molecular;
- Flutuações tridimensionais de vorticidade: intensas flutuações de vorticidade estão presentes nos escoamentos turbulentos, flutuações que não conseguem se manter em escoamentos bidimensionais, o que torna o escoamento turbulento tridimensional por definição;
- Alta dissipação de energia: o aumento nas taxas de cisalhamento interno do fluido, a constante produção de energia cinética turbulenta e a dissipação de energia nas menores escalas tornam o escoamento turbulento altamente dissipativo; por esse motivo, a turbulência necessita de uma fonte constante de energia para ser mantida;
- Fenômeno contínuo: embora as menores escalas do escoamento turbulento sejam, algumas vezes, muitas ordens de grandeza inferiores às maiores escalas,

elas continuam bem maiores que as escalas moleculares, assim o fenômeno pode ser tratado como um problema contínuo governado pelas equações da mecânica dos fluidos;

- Larga faixa de escalas de comprimento e tempo: um escoamento turbulento deve envolver vórtices de uma larga faixa de escalas de comprimento e tempo.

Como já mencionado anteriormente, a turbulência causa o aparecimento de vórtices com uma larga faixa de comprimentos e escalas de tempo que interagem de uma forma dinamicamente complexa. Devido à importância dos escoamentos turbulentos na engenharia, uma grande quantidade de trabalhos vem sendo desenvolvida na busca de modelos capazes de capturar seus efeitos. Os modelos podem ser agrupados nas três abordagens vistas a seguir.

### **3.2.1 Modelos de turbulência baseados nas equações médias de Navier-Stokes (*Reynolds-averaged Navier-Stokes equations* – RANS)**

Os modelos de turbulência baseados na decomposição de Reynolds são também conhecidos como modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Neste caso, o modelo foca no escoamento médio e nos efeitos da turbulência nas propriedades médias. As variáveis são decompostas utilizando a média temporal de Reynolds. Dessa forma, seus valores instantâneos são decompostos em valores médios e flutuações.

Para as componentes da velocidade, tem-se:

$$u_i = U_i + u_i' \quad (i = 1, 2, 3) \quad (8)$$

onde  $U_i$  e  $u_i'$  são as médias e flutuações, respectivamente, das componentes da velocidade.

Da mesma forma, para a pressão e outras grandezas escalares, tem-se:

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (9)$$

onde,  $\Phi$  representa um escalar tal como pressão, energia, etc.

Substituindo expressões dessa forma nas variáveis das equações de continuidade e *momentum* e realizando uma promediação no tempo, chega-se as seguintes equações:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i U_j) \\ = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\rho \overline{u_i' u_j'}) \end{aligned} \quad (11)$$

Estas equações têm a mesma forma geral das equações instantâneas de Navier-Stokes, porém agora dependem apenas de grandezas médias, exceto pelo termo  $-\rho \overline{u_i' u_j'}$ , conhecido como Tensor de Reynolds, que é o responsável por levar em conta os efeitos da turbulência no escoamento e este precisa ser modelado para resolver o problema de fechamento da equação ( 11 ).

Portanto, um modelo de turbulência é um conjunto de equações, expressões e coeficientes empíricos que permitem a determinação dos termos extras nas equações de Navier-Stokes de média de Reynolds, chamadas as tensões de Reynolds, e os fluxos térmicos turbulentos nas equações de energia de média de Reynolds. O modelo de turbulência é usado na solução numérica das equações de Navier-Stokes e de energia de média de Reynolds, permitindo a simulação de aspectos importantes de escoamentos turbulentos encontrados em engenharia. Como os recursos computacionais necessários para cálculos razoavelmente acurados são modestos, esta abordagem tem sido a mais utilizada nas últimas três décadas.

Esta é a abordagem com menor custo computacional para o cálculo de escoamentos turbulentos, dessa forma a maioria dos problemas de engenharia tem sido resolvido com a mesma. Neste trabalho apenas esta abordagem foi utilizada, dessa forma a seguir um maior detalhamento dos modelos RANS será apresentado.

### 3.2.2 Simulação dos grandes vórtices (*Large Eddy Simulation* – LES)

A Simulação das Grandes Escalas (SGE) ou Large Eddy Simulation (LES) é outra alternativa disponível para a simulação numérica de escoamentos turbulentos. O método

envolve filtragem espacial das equações de Navier-Stokes transientes antes dos cálculos, na qual ocorre a separação das grandes estruturas da turbulência, ou seja, os grandes vórtices que transportam energia e quantidade de movimento, das pequenas estruturas, representadas pelos pequenos vórtices. Os efeitos dos menores vórtices, que não são resolvidos, são incluídos através do chamado modelo de escala sub-malha. A modelagem necessária para as componentes sub-malha do escoamento é bastante simples, quando comparada à necessária em modelos tipo *RANS*. Como neste caso equações transientes devem ser resolvidas, a demanda de recursos computacionais em termos de armazenamento e volume de cálculos é grande. No entanto, esta técnica está começando a ser aplicada em alguns problemas de CFD [34].

### **3.2.3 Simulação Numérica Direta (*Direct Numerical Simulation* - DNS)**

Esta técnica de modelagem é conhecida na literatura inglesa por *Direct Numeric Simulation* (DNS), e consiste em resolver as equações instantâneas de Navier-Stokes para todos os pontos da malha e para todas as escalas temporais e espaciais do movimento. O problema é que o escoamento turbulento é sempre tridimensional e transiente, caracterizado pela presença de uma miríade de vórtices que ocupam uma larga faixa de escalas de comprimento e de tempo e, portanto, para a resolução de todas estas escalas é requerida uma discretização espacial e temporal extremamente refinada, o que demanda um elevado custo computacional, e por isso praticamente não é utilizado para cálculos industriais de escoamentos. Atualmente sua validade está na geração de dados que podem ser utilizados na validação de novos modelos propostos [34].

## **3.3 Modelagem da turbulência**

### **3.3.1 Modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta**

Modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta resolvem zero, uma ou duas equações diferenciais para quantidades turbulentas das quais a viscosidade turbulenta e a difusividade térmica turbulenta são determinadas. Eles são baseados na hipótese de que existe uma analogia entre as forças viscosas e as componentes do tensor de

Reynolds. Os modelos diferenciais de viscosidade turbulenta podem ser subdivididos em modelos de uma equação (modelo Spalart-Allmaras, por exemplo) e modelos de duas equações (modelos k- $\epsilon$  e k- $\omega$ , por exemplo), sendo que os modelos de duas equações são mais populares em cálculo de escoamentos em processos industriais.

A vantagem desta abordagem é o custo computacional relativamente baixo associado ao cálculo da viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ . No caso do modelo Spalart-Allmaras, apenas uma equação de transporte adicional é resolvida (representando a viscosidade turbulenta). No caso dos modelos k- $\epsilon$  e k- $\omega$ , duas equações de transporte adicionais são resolvidas (energia cinética turbulenta, k, e a taxa de dissipação turbulenta,  $\epsilon$  ou a frequência de turbulência,  $\omega$ ) e  $\mu_t$  é computada como uma função de k e  $\epsilon$  ou k e  $\omega$ .

A desvantagem dos modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta é que eles assumem que as componentes normais do tensor de Reynolds (em escoamentos cisalhantes) são isotrópicas, hipótese errônea, levando a predições incorretas do escoamento médio em alguns casos. No entanto, esta abordagem vem sendo largamente empregada em escoamentos de interesse industrial e tem mostrado uma boa acurácia.

### 3.3.1.1 Modelos k- $\epsilon$

Os modelos k- $\epsilon$  representam os modelos de duas equações mais amplamente difundidos, sendo atualmente os modelos de turbulência mais utilizados em simulações industriais. Estes modelos têm sido extensivamente validados para diversas aplicações, apresentando boa precisão e robustez.

Estes modelos envolvem a modelagem de duas equações diferenciais de transporte para a energia cinética turbulenta k, e para  $\epsilon$ , que representa a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta. No *software* FLUENT estão disponíveis três modelos k- $\epsilon$ : Padrão, *RNG (Renormalized Group)* e Realizável [28].

Um dos modelos utilizado neste trabalho foi o k- $\epsilon$  Realizável, com isso esta subseção do trabalho será focada na descrição deste modelo.

### Modelo k-ε Realizável:

O modelo k-ε Realizável foi proposto por Shih et al. [33] na intenção de corrigir algumas deficiências existentes no modelo k-ε Padrão. Nesse sentido o k-ε Realizável difere do k-ε Padrão em dois pontos importantes:

- Uma nova formulação para a viscosidade turbulenta, envolvendo a variável  $C_\mu$ , originalmente proposta por Reynolds;
- Uma equação de transporte modificada para  $\varepsilon$  baseada na equação dinâmica da média quadrática da flutuação da vorticidade.

### Equações de transporte

As equações de transporte para k e  $\varepsilon$  no modelo k-ε Realizável são as seguintes, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (12)$$

e,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{U \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_b + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (13)$$

onde,

$$C_1 = \max \left[ 0,43; \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (14)$$

u é a viscosidade cinemática, dada por  $\nu = \mu/\rho$ .

$G_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade, dada pela equação ( 15 ).

$$G_k = \rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (15)$$

$G_b$  é a geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo, dada pela equação ( 16 ).

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (16)$$

onde,  $g_i$  é a componente do vetor gravitacional na direção  $i$ .

$Y_M$  representa a contribuição da flutuação da dilatação em escoamentos turbulentos compressíveis, dada pela equação ( 17 ).

$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (17)$$

onde,  $M_t$  é o número de Mach turbulento, definido como:

$$M_t = \sqrt{\frac{\kappa}{a^2}} \quad (18)$$

onde,  $a \equiv \sqrt{\gamma RT}$  é a velocidade do som.

$C_2$  e  $C_{1\varepsilon}$  são constantes.  $\sigma_k$  e  $\sigma_\varepsilon$  são números de Prandtl turbulentos para  $k$  e  $\varepsilon$ , respectivamente.  $S_k$  e  $S_\varepsilon$  são termos fontes. As constantes do modelo são apresentadas na Tabela 3-1.

**Tabela 3-1. Valores das constantes do modelo k-ε Realizável.**

Variável	$C_2$	$C_{1\varepsilon}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$
Valor	1,9	1,44	1,0	1,2

### **Modelagem da viscosidade turbulenta:**

Assim como nos outros dois modelos k-ε, a viscosidade turbulenta é computada por:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (19)$$

A diferença entre o modelo k-ε Realizável e os outros modelos k-ε é que  $C_\mu$  não é uma constante, mas sim calculada por pela equação ( 20 ).

$$C_{\mu} = \frac{1}{A_0 + A_S \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (20)$$

onde,

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \quad (21)$$

$A_0$  e  $A_S$  são constantes dadas por:

$$A_0 = 4,04 \text{ e } A_S = \sqrt{6} \cos\phi$$

onde,

$$\Phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), W = S \frac{S_{ij}S_{ik}S_{ki}}{\xi^3}, \check{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ji}}, S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (22)$$

### 3.3.1.1 Modelos k- $\omega$

O modelo k- $\omega$  é o segundo modelo de duas equações mais utilizado, sendo aprimorado durante mais de 20 anos por Wilcox [34] e outros. O modelo k- $\omega$  é mais exato e mais robusto, pois não envolve as funções complexas não lineares de amortecimento, as quais são necessárias no modelo k- $\varepsilon$ . Este modelo, em alternativa à equação da taxa de dissipação turbulenta,  $\varepsilon$ , apresenta a equação da frequência de turbulência,  $\omega$ .

#### **Modelo SST (*Shear-Stress Transport*):**

O modelo SST combina as vantagens dos modelos k- $\varepsilon$  e k- $\omega$  através de uma formulação mista baseada em funções de ajuste que selecionam automaticamente as zonas onde k- $\varepsilon$  ou k- $\omega$  devem ser aplicados, sem a necessidade de intervenção do usuário. Nas regiões próximas à parede, o modelo k- $\omega$  é automaticamente selecionado e nas regiões longe da parede, o modelo k- $\varepsilon$  é selecionado. Este modelo foi proposto por Menter [35], que desta forma tentou combinar as melhores características dos dois

modelos anteriores. Além disso, propõe uma nova formulação para a viscosidade turbulenta.

### Equações de transporte

As equações de transporte para  $k$  e  $\omega$  no modelo  $k-\omega$  SST são equações ( 23 ) e ( 24 ), respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (23)$$

e,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (24)$$

Nestas equações,  $\tilde{G}_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade.  $G_\omega$  representa geração de  $\omega$ .  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam a difusividade efetiva de  $k$  e  $\omega$ , respectivamente.  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência.  $D_\omega$  representa o termo de difusão.  $S_k$  e  $S_\omega$  são termos fontes. Esses termos são definidos a seguir.

### Modelagem da produção de turbulência:

O termo  $\tilde{G}_k$  representa a produção de energia cinética turbulenta e é definida pela equação ( 25 ).

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\rho\beta^*k\omega) \quad (25)$$

onde  $G_k$  já foi definido na equação ( 15 ).

O termo  $G_\omega$  representa a produção de  $\omega$  e é definido da seguinte maneira:

$$G_\omega = \frac{\alpha}{v_t} \tilde{G}_k \quad (26)$$

onde,

$$\alpha = F_1 \alpha_{\infty,1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty,2} \quad (27)$$

onde,

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,1} \sqrt{\beta_{\infty}^*}} \quad (28)$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_{\infty}^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2} \sqrt{\beta_{\infty}^*}} \quad (29)$$

onde,  $\kappa$  é igual a 0,41.

### Modelagem da difusividade efetiva

A difusividade efetiva para o modelo  $k-\omega$  SST é dado pelas equações (30) e (31),  $k$  e  $\omega$ , respectivamente.

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (30)$$

$$\Gamma_{\omega} = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega}} \quad (31)$$

onde,  $\sigma_k$  e  $\sigma_{\omega}$  são números de Prandtl turbulentos para  $k$  e  $\omega$ , respectivamente. A viscosidade turbulenta é computada por

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (32)$$

onde  $S$  é a magnitude da taxa de deformação e,

$$\alpha^* = \alpha_{\infty}^* \left( \frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k} \right) \quad (33)$$

onde,

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad (34)$$

$$R_k = 6, \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} \text{ e } \beta_i = 0,072.$$

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1 - F_1)/\sigma_{k,2}} \quad (35)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1 - F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (36)$$

$F_1$  e  $F_2$  são funções de mistura e podem ser calculadas pelas equações ( 37 ) e ( 40 ).

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (37)$$

$$\Phi_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^2} \right] \quad (38)$$

$$D_\omega^+ = \max \left[ 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right] \quad (39)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (40)$$

$$\Phi_2 = \max \left[ 2 \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y}, \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega} \right] \quad (41)$$

onde,  $y$  é a distância até a superfície seguinte e  $D_\omega^+$  é a porção positiva do termo de difusão.

### Modelagem da dissipação turbulenta

O termo  $Y_k$  representa a dissipação de energia cinética turbulenta e é definida pela equação ( 42 ).

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \quad (42)$$

onde,

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \xi^* F(M_t)] \quad (43)$$

onde,

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left( \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} \right) \quad (44)$$

onde,

$$\xi^* = 1,5, R_\beta = 8 \text{ e } \beta_\infty^* = 0,09$$

e,  $Re_t$  já foi definido na equação ( 34 ).

O termo  $Y_\omega$  representa a dissipação de  $\omega$  e é definida pela equação ( 45 ).

$$Y_\omega = \rho \beta k \omega^2 \quad (45)$$

$$\text{Onde } \beta = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2}$$

$F_1$  é dado pela equação ( 37 ).

### Modelagem do termos de difusão

$D_\omega$  representa o termo de difusão e é definido pela equação ( 46 ).

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (46)$$

As constantes do modelo são apresentadas na Tabela 3-2.

**Tabela 3-2. Valores das constantes do modelo SST.**

Variável	$\sigma_{k,1}$	$\sigma_{\omega,1}$	$\sigma_{k,2}$	$\sigma_{\omega,2}$	$\sigma_1$	$\beta_{i,1}$	$\beta_{i,2}$
Valor	1,176	2,0	1,0	1,168	0,31	0,075	0,0828

### 3.3.2 Modelos baseados no transporte das componentes do tensor de Reynolds

Os modelos baseados na aproximação de viscosidade turbulenta são limitados pela hipótese de Boussinesq de relação linear entre o tensor de tensões de Reynolds e o tensor de deformação do escoamento médio. Portanto, eles não funcionam bem em

escoamentos complexos com forte anisotropia de turbulência como escoamentos com curvatura de linhas de corrente, zonas de separação, altas rotações, etc.

Os modelos de tensões de Reynolds (do inglês *Reynolds stress model*, *RSM*) não usam o conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq. Equações de transporte para as tensões turbulentas são modeladas diretamente, junto com uma equação de transporte para uma quantidade turbulenta que permita estimar uma escala de comprimento da turbulência. Em princípio, os modelos diferenciais de tensões de Reynolds devem se desempenhar melhor que os modelos lineares de viscosidade turbulenta em todos os aspectos por levarem em conta os efeitos de não equilíbrio local e de anisotropia de turbulência.

O termo de produção exato e a anisotropia inerente na modelagem dos tensores de Reynolds tornam os modelos de transporte do tensor de Reynolds mais adequados a escoamentos complexos, incluindo efeitos de curvatura, mudanças repentinas na taxa de cisalhamento, escoamentos secundários e empuxo.

No modelo diferencial dos tensores de Reynolds faz-se  $\overline{u'_i u'_j}$  satisfazer a uma equação de transporte. Uma equação separada deve ser resolvida para cada um dos seis componentes independentes do tensor de Reynolds.

As equações de transporte para as tensões de Reynolds em um escoamento incompressível, de um fluido newtoniano e com propriedades constantes podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \overline{u'_i u'_j}) = P_{ij} - \epsilon_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij}^T \quad (47)$$

Onde os termos do lado direito da equação (47) são os seguintes:

O termo de produção:

$$P_{ij} = - \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (48)$$

O termo de dissipação:

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (49)$$

O termo de pressão-deformação:

$$\Phi_{ij} = \overline{\frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (50)$$

O termo de difusão turbulenta:

$$D_{ij}^T = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \overline{\rho u'_i u'_j u'_k} + \overline{p' (\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)} \right] \quad (51)$$

Os três modelos *RSM* disponíveis no Fluent são: *Linear Pressure-Strain*, *Quadratic Pressure-Strain* e *Low-Re Stress-Omega*. Esses modelos diferem entre si principalmente na modelagem do termo de correlação pressão-deformação.

A seguir, será apresentada a modelagem de cada um dos termos das equações de transporte de tensões de Reynolds para detalhar os modelos.

### 3.3.2.1 Modelagem do termo de difusão turbulenta

$D_{ij}^T$  pode ser modelado através de um processo de transporte por gradiente, proposto por Daly & Halow [36]:

$$D_{ij}^T = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \frac{\overline{k u'_k u'_i}}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l} \right) \quad (52)$$

Entretanto, esta equação pode resultar em instabilidades numéricas, por isso no ANSYS Fluent a mesma foi simplificada de forma a usar uma difusividade turbulenta escalar, como a seguir:

$$D_{ij}^T = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad (53)$$

A viscosidade turbulenta,  $\mu_t$ , é computada pela equação (19).

Lien e Leschziner [37] derivaram o valor de  $\sigma_k = 0,82$  pela aplicação do processo de transporte por gradiente para o caso de fluxo de cisalhamento homogêneo planar. Vale ressaltar que este valor de  $\sigma_k$  é diferente do valor usado nos modelos k- $\epsilon$  Padrão e Realizável, nos quais tal constante é igual a 1,0.

### 3.3.2.2 Modelagem do termo de pressão-deformação

O termo de pressão-deformação,  $\Phi_{ij}$ , promove a isotropia da turbulência [38]. Portanto, este termo nas equações das tensões de Reynolds não produz ou destrói a energia cinética turbulenta, mas somente redistribui a energia entre as tensões normais.

#### Modelo *Linear Pressure-Strain (RSM Linear)*:

Por padrão o termo de pressão-deformação,  $\Phi_{ij}$ , é modelado de acordo com o proposto por Gibson & Launder [39], Fu et al. [40] e Launder [41].

A abordagem clássica para a modelagem de  $\Phi_{ij}$  utiliza a seguinte decomposição:

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w} \quad (54)$$

Onde,  $\Phi_{ij,1}$  é o termo de pressão-deformação lento,  $\Phi_{ij,2}$  é chamado de termo rápido e  $\Phi_{ij,w}$  é o termo de parede-reflexão.

O termo  $\Phi_{ij,1}$  é modelado como:

$$\Phi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\epsilon}{k} \left[ \overline{u_i' u_j'} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (55)$$

Com  $C_1 = 1,8$ .

O termo  $\Phi_{ij,2}$  é modelado como:

$$\Phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[ (P_{ij} + F_{ij} + 5/6 G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + 5/6 G - C) \right] \quad (56)$$

onde,

$$C_2 = 0,60, P = \frac{1}{2} P_{\kappa\kappa}, G = \frac{1}{2} G_{\kappa\kappa}, C = \frac{1}{2} C_{\kappa\kappa}$$

$$P_{ij} = -\rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (57)$$

$$F_{ij} = -2\rho\Omega_k (\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm}) \quad (58)$$

$$G_{ij} = -\rho\beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta}) \quad (59)$$

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho U_k \overline{u'_i u'_j}) \quad (60)$$

O termo  $\Phi_{ij,w}$  é responsável pela redistribuição de tensões normais perto da parede. Ele tende a amortecer a tensão normal perpendicular à parede, enquanto aumenta as tensões paralelas à parede. Este termo é modelado como:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij,w} \equiv C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k} n_j n_k - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k} n_i n_k \right) \frac{C_l k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon d} \\ + C'_2 \left( \Phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{C_l k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon d} \end{aligned} \quad (61)$$

onde  $C'_1 = 0,5$ ,  $C'_2 = 0,3$ ,  $n_k$  é a normal à parede,  $d$  é a distância normal à parede e  $C_l = C_\mu^{3/4} / \kappa$ .

sendo  $C_\mu = 0,09$  e  $\kappa$  é a constante de Von Kármán (=0,4187).

### **Modelo *Quadratic Pressure-Strain* (RSM Quadrático):**

Outro modelo de pressão-deformação alternativo foi proposto por Speziale, Sarkar e Gatski [42].

O termo de pressão-deformação é modelado da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\Phi_{ij} = & -(C_1\rho\varepsilon + C_1^*P)b_{ij} + C_2\rho\varepsilon \left( b_{ik}b_{kj} - \frac{1}{3}b_{mn}b_{mn}\delta_{ij} \right) \\
& + \left( C_3 - C_3^*\sqrt{b_{ij}b_{ij}} \right) \rho k S_{ij} \\
& + C_4\rho k \left( b_{ik}S_{jk} + b_{jk}S_{ik} - \frac{2}{3}b_{mn}S_{mn}\delta_{ij} \right) \\
& + C_5\rho k (b_{ik}\Omega_{jk} + b_{jk}\Omega_{ik})
\end{aligned} \tag{62}$$

Onde  $b_{ij}$  é a anisotropia do tensor de Reynolds, definida pela equação ( 63 ).

$$b_{ij} = - \left( \frac{-\rho\overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}}{2\rho k} \right) \tag{63}$$

A taxa de deformação média,  $S_{ij}$ , é definida pela equação ( 64 ).

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \tag{64}$$

A taxa de rotação média,  $\Omega_{ij}$ , é definida pela equação ( 65 ).

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \tag{65}$$

As constantes do modelo são apresentadas na Tabela 3-3.

**Tabela 3-3. Valores das constantes do modelo *RSM* Quadrático.**

Variável	$C_1$	$C_1^*$	$C_2$	$C_3$	$C_3^*$	$C_4$	$C_5$
Valor	3,4	1,8	4,2	0,8	1,3	1,25	0,4

### **Modelo *Low-Re Stress-Omega* (*RSM Stress-Omega*):**

O modelo *Low-Re Stress-Omega* é baseado nas equações de ômega e no modelo LRR. Este modelo é ótimo para modelar escoamentos sobre superfícies curvas e fluxos com altas rotações. Esta modelagem não necessita de tratamentos de reflexão das paredes.

Os coeficientes de fechamento deste modelo são idênticos aos do modelo  $k-\omega$ . Entretanto, existem coeficientes de fechamento adicionais,  $C_1$  e  $C_2$ .

A equação ( 54 ) pode ser rescrita para este caso de tal forma que o termo de parede-reflexão seja desconsiderado:

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} \quad (66)$$

Sendo o termo  $\Phi_{ij}$  dado por:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & -C_1 \rho \beta_{RSM}^* \omega [\overline{u'_i u'_j} - 2/3 \delta_{ij} k] - \hat{\alpha}_0 [P_{ij} - 1/3 P_{kk} \delta_{ij}] \\ & - \hat{\beta}_0 [D_{ij} - 1/3 P_{kk} \delta_{ij}] - k \hat{\gamma}_0 [S_{ij} - 1/3 S_{kk} \delta_{ij}] \end{aligned} \quad (67)$$

Onde  $D_{ij}$  é definido como:

$$D_{ij} = -\rho \left[ \overline{u'_i u'_m} \frac{\partial U_m}{\partial x_j} + \overline{u'_j u'_m} \frac{\partial U_m}{\partial x_i} \right] \quad (68)$$

A taxa de deformação média,  $S_{ij}$ , é definida como na equação ( 64 ) e  $\beta_{RSM}^*$  é definido por:

$$\beta_{RSM}^* = \beta^* f_\beta^* \quad (69)$$

onde,

$$f_\beta^* = \begin{cases} 1, & \chi_\kappa \leq 0 \\ \frac{1 + 640 \chi_\kappa^2}{1 + 400 \chi_\kappa^2}, & \chi_\kappa > 0 \end{cases} \quad (70)$$

onde,

$$\chi_\kappa \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (71)$$

As constantes do modelo são apresentadas na Tabela 3-4.

**Tabela 3-4. Valores das constantes do modelo *RSM Stress-Omega*.**

Variável	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\gamma}_0$	$C_1$
Valor	$\frac{8 + C_2}{11}$	$\frac{8C_2 - 2}{11}$	$\frac{60C_2 - 4}{55}$	1,8

### 3.3.3 Tratamento próximo à parede

Escoamentos turbulentos são fortemente afetados pela presença de paredes. O campo médio de velocidade é afetado pela condição de não deslizamento que deve ser satisfeita na parede. Além disso, a turbulência também é alterada pela presença de paredes: muito perto da parede, o amortecimento viscoso reduz as flutuações tangenciais de velocidade, enquanto a cinemática reduz as flutuações normais; na parte mais externa da região próxima à parede, a turbulência aumenta rapidamente pela produção de energia cinética turbulenta devido aos elevados gradientes de velocidade média.

Dessa forma, a correta modelagem do escoamento próximo à parede é crucial, uma vez que a parede é a principal fonte de turbulência e vorticidade. Além disso, nesta região tem-se elevados gradientes, ou seja, o transporte de *momentum* e outros escalares ocorrem numa taxa mais elevada.

Muitos experimentos já demonstraram que a região próxima à parede pode ser subdividida em três camadas. Na camada mais interna, chamada de subcamada viscosa, o escoamento é praticamente molecular e o transporte de momentum, massa e energia é dominado pela viscosidade laminar. Na camada mais externa, chamada de camada turbulenta, os efeitos turbulentos dominam. Ademais, existe uma região de transição entre a subcamada viscosa e a camada turbulenta onde os efeitos viscosos e turbulentos são igualmente importantes, esta região é chamada de camada logarítmica. A Figura 3-1 ilustra essas subdivisões, plotadas em coordenadas semi-log.

#### **Subcamada viscosa:**

Como consequência da condição de nenhum deslizamento, o fluido é estacionário junto à parede sólida. De acordo com a Lei da Viscosidade de Newton, a tensão de cisalhamento na superfície,  $\tau_o$ , é expressa pela equação ( 72 ).

$$\tau_o = \rho\nu \frac{dU}{dy} \quad (72)$$

Uma vez que esta camada é muito fina supõe-se que a tensão de cisalhamento permaneça constante ao longo de toda a sua espessura. Assim, integrando ( 72 ) ao longo desta espessura resulta numa equação que governa o perfil de velocidade  $u$  na subcamada viscosa, dado por:

$$u = \frac{\tau_o}{\rho\nu} y \quad (73)$$

Na obtenção desta equação linear foi considerado que a velocidade  $u$  é nula em  $y = 0$  (condição de não deslizamento).

Outra relação importante no estudo de camada limite é a chamada velocidade de atrito, que é expressa pela equação ( 74 ).

$$u_* = \sqrt{\tau_o/\rho} \quad (74)$$

Dividindo-se ( 73 ) por  $u_*$  obtém-se uma relação adimensional para a velocidade e para a distância normal à parede, da seguinte forma:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{\sqrt{\tau_o/\rho}}{\nu} y \quad (75)$$

Onde  $u/u_* \equiv u^+$  e  $(\sqrt{\tau_o/\rho}/\nu)y \equiv y^+$  definem, respectivamente, a velocidade e a distância em termos adimensionais. Da equação ( 75 ) conclui-se que  $u^+ = y^+$ , mostrando a relação linear que existe entre os adimensionais. A subcamada viscosa é muito fina e se estende da superfície até  $y^+ = 5$ .

### **Camada turbulenta:**

Para  $y^+ > 30$  tem-se a camada turbulenta. Nesta região, a tensão de cisalhamento,  $\tau$ , varia suavemente com a distância à parede, fazendo com que a forma do perfil de velocidade mude em relação àquele da subcamada viscosa. Esse perfil é descrito pela equação ( 76 ).

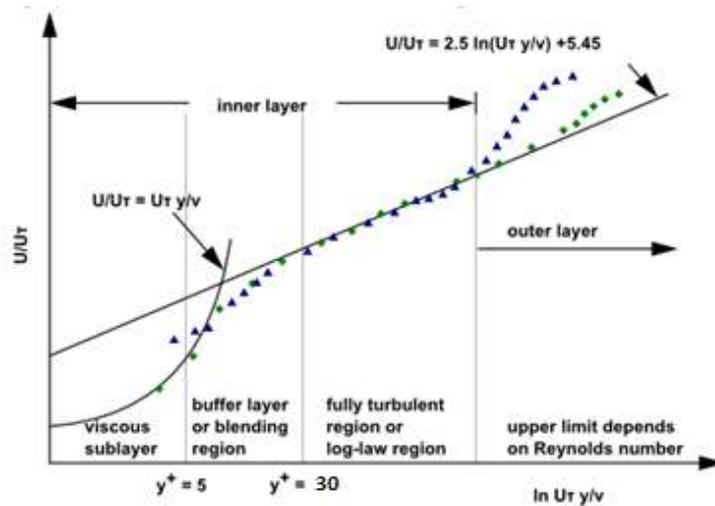
$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (76)$$

Onde  $\kappa = 0,4$  e  $C = 5$ , são constantes. Com esses valores a equação ( 76 ) se transforma em:

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \left( \frac{u_* y}{\nu} \right) + 5 \quad (77)$$

As equações ( 75 ) e ( 77 ) descrevem os dois perfis de velocidade nas regiões viscosa e turbulenta, respectivamente. Vale ressaltar que para  $5 < y^+ < 30$  existe uma região

onde tanto o efeito viscoso como o turbulento são importantes (região de ajuste dos dois perfis).



**Figura 3-1. Subdivisões da região próxima à parede.**

Fonte: Retirado de ANSYS Fluent Theory Guide [28].

Existem duas abordagens para lidar com a modelagem da região próxima à parede. Em uma abordagem a região mais interna, afetada pela viscosidade não é resolvida. Em vez disso, funções semi-empíricas, chamadas de “leis de parede”, são utilizadas. Tem a vantagem de malhas relativamente grosseiras poderem ser utilizadas. Os modelos  $k-\epsilon$  Realizável e RSM Linear fazem parte desta abordagem. Em outra abordagem, os modelos de turbulência são modificados para permitir que a região seja resolvida até a parede, incluindo a subcamada viscosa. Porém, neste caso, malhas bastante refinadas são requeridas. Os modelos *SST* e *RSM Stress-Omega* são exemplos deste tipo de tratamento.

### **Leis de parede:**

Leis de parede são funções semi-empíricas que fazem a “ponte” entre a solução próxima a parede e seu valor na parede. Têm-se leis de parede para a velocidade e temperatura média (e demais escalares) e fórmulas para as quantidades turbulentas.

No *software* Fluent existem quatro “leis de parede” disponíveis. Uma breve descrição de cada uma delas pode ser visualizada na Tabela 3-5.

**Tabela 3-5. Descrição das leis de parede.**

<b>Lei de parede</b>	<b>Descrição</b>
Standard	Hipótese de equilíbrio local; gera resultado ruim conforme a malha é refinada na direção normal à parede ( $y^+ < 11$ ), gerando erros nos cálculos das tensões e transferência de calor.
Scalable	Evitam a deterioração das funções de parede standard quando a malha tem $y^+ < 11$ e produzem resultados consistentes mesmo quando a malha é refinada demais. Para $y^+ > 11$ , são idênticas às funções <i>standard</i> .
Non-equilibrium	Leva em conta efeitos de não-equilíbrio que são desprezados nas funções <i>Standard</i> ; gradientes de pressão são considerados na distorção dos perfis de velocidade; recomendada para escoamentos complexos envolvendo separação e recolamento de camada limite.
Enhanced Wall Treatment	Combina o modelo de duas camadas e as <i>enhanced wall functions</i> . Acurácia da abordagem de duas camadas para malhas refinadas próximo à parede, sem redução de acurácia para malhas que “pedem” funções de parede.

Fonte: ANSYS Fluent Theory Guide [28].

Neste trabalho foram analisados dois modelos de turbulência que usam a abordagem de lei de parede para o tratamento da região próxima à parede:  $k-\varepsilon$  Realizável e *RSM Linear*. Para tais análises optou-se pela lei de parede *Scalable* em ambos os modelos. A escolha foi feita devido à vantagem desta função apresentar resultados consistentes mesmo quando a malha é muito refinada. Fato desejado, pois neste trabalho comparou-se modelos que usam lei de parede e modelos que resolvem a camada limite e, portanto exigem malhas mais refinadas. Como havia o intuito de usar a mesma malha para a comparação, então a função *Scalable* foi a melhor opção como lei de parede para tais modelos. Já no caso dos modelos que resolvem a camada limite, o tratamento próximo à parede é feito por meio da formulação *Enhanced wall treatment*.

### **Leis de parede térmicas:**

A analogia de Reynolds entre *momentum* e energia nos fornece uma lei logarítmica semelhante para a temperatura média. Assim como as leis de parede para velocidade média, a lei de parede para a temperatura empregada no FLUENT compreende as seguintes duas leis:

- Lei linear para a subcamada de condução térmica, ou subcamada viscosa térmica, onde a condução é importante;
- Lei logarítmica para a região turbulenta, onde os efeitos da turbulência dominam a condução.

A espessura da camada térmica é, em geral, diferente da espessura da subcamada viscosa de velocidade. Além disso, essa espessura térmica muda de fluido para fluido, dependendo do número de Prandtl, como pode ser visto na equação ( 78 ).

$$\frac{\delta}{\delta_T} \approx \sqrt{Pr} \quad (78)$$

A lei de parede térmica implementada no FLUENT tem a seguinte forma:

$$T^* \equiv \frac{(T_w - T_p)\rho C_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\dot{q}} = \begin{cases} Pr y^+, & y^+ < y_T^+ \\ Pr_t \left[ \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) + P \right], & y^+ > y_T^+ \end{cases} \quad (79)$$

onde, P é computado usando a formula proposta por Jayatileke [43]:

$$P = 9,24 \left[ \left( \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[ 1 + 0,28 e^{-0,007 Pr / Pr_t} \right] \quad (80)$$

e,

$y_T^+$  é a espessura da camada térmica adimensional,  $k_p$  é a energia cinética turbulenta no primeiro nó próximo à parede;  $\dot{q}$  é o fluxo de calor;  $T_p$  é a temperatura no primeiro nó próximo à parede;  $T_w$  é a temperatura na parede;  $C_p$  é a capacidade calorífica do fluido a pressão constante, Pr é o número de Prandtl molecular;  $Pr_t$  é o número de Prandtl turbulento, usualmente aproximado por 0,85.

## Capítulo 4 – Fluidodinâmica Computacional

A Fluidodinâmica Computacional (do inglês, *Computational Fluid Dynamics – CFD*) é a análise de sistemas envolvendo escoamento de fluidos, transferência de calor e fenômenos associados, tais como reações químicas, através de simulações computacionais [45].

O CFD procura simular um componente ou um sistema em sua fase de projeto inicial ou mesmo um sistema real existente para analisar seu comportamento. O objetivo é avaliar o desempenho deste componente e sempre que possível avaliar o comportamento da implementação de modificações no projeto original ou nas condições operacionais do sistema.

A técnica é extremamente poderosa e cobre uma vasta área de aplicações industriais e não-industriais. Alguns exemplos são: aerodinâmica de aeronaves e veículos, hidrodinâmica de navios, processos químicos (mistura e separação), resfriamento e aquecimento de equipamentos, distribuição de poluentes e efluentes e até mesmo aplicações em áreas biomédicas, tais como escoamento sanguíneo através de artérias e veias.

### 4.1 A estrutura de um código de *CFD*

Todos os códigos de *CFD* contêm três elementos principais: um pré-processamento, uma solução numérica e um pós-processamento. A seguir examinaremos rapidamente a função de cada um desses elementos no contexto de um código de *CFD*.

#### 4.1.1 Pré-processamento

O pré-processamento consiste da entrada de um problema de escoamento em um programa de *CFD* através de uma interface amigável e uma transformação subsequente desta entrada em uma forma adequada de ser usada pelo *solver*. As atividades do usuário em um estágio de pré-processamento envolvem:

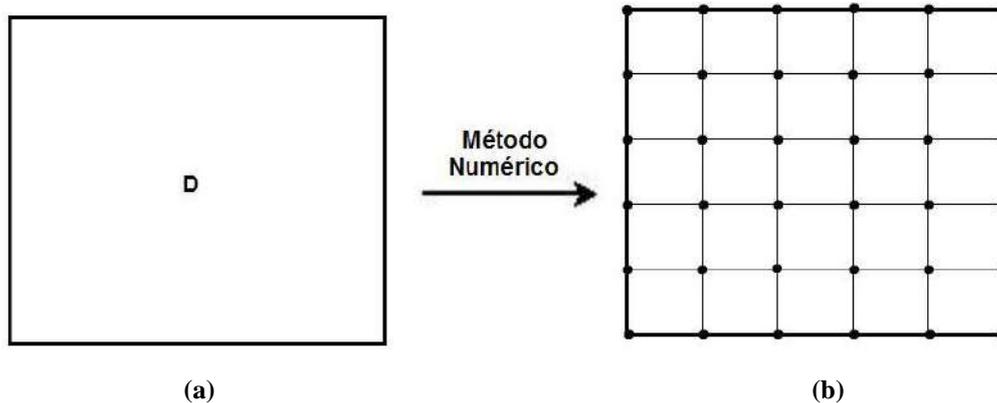
- Definição da geometria da região de interesse (domínio computacional);

- Geração da malha (subdivisão do domínio em um número de subdomínios menores);
- Seleção dos fenômenos físicos e químicos que precisam ser modelados, adotando as simplificações possíveis;
- Definição das propriedades dos fluidos;
- Especificação das condições de contorno apropriadas.

#### **4.1.2 Solução numérica**

A tarefa de um método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Quando não é possível a solução analítica, podemos fazer uma aproximação numérica da equação diferencial, para um número discreto de pontos, com um determinado erro. Mais perto da solução exata será a solução numérica quanto maior o número de pontos [44].

A Figura 4-1 exemplifica a tarefa do método numérico, que é transformar uma equação diferencial, definida num domínio  $D$ , em um sistema de equações algébricas. Para isso, derivadas de variáveis existentes na equação diferencial devem ser substituídas pelos valores discretos dessas variáveis. Transformar as derivadas em termos que contêm a variável significa integrar a equação diferencial, e as diversas maneiras de fazê-lo são o que caracteriza o tipo do método numérico. Existem vários métodos: diferenças finitas, elementos finitos, volumes finitos e métodos espectrais.



**Figura 4-1. A tarefa do método numérico: (a) Equação diferencial e (b) Sistema de equações algébricas.**

Fonte: Adaptada de Maliska [45].

Estamos neste trabalho interessados no método dos volumes finitos, que é comum aos códigos de CFD bem estabelecidos: CFX®, Fluent®, Phoenix® e Star-CD®.

De uma forma resumida, os algoritmos numéricos consistem das seguintes etapas:

- Integração das equações governantes do escoamento do fluido sobre todos os volumes de controle do domínio;
- Discretização – conversão das equações integrais resultantes em um sistema de equações algébricas;
- Solução das equações algébricas por um método iterativo.

O primeiro passo, a integração do volume de controle, distingue o método dos volumes finitos de todas as outras técnicas de *CFD*. As declarações resultantes expressam a (exata) conservação das propriedades relevantes para cada célula de tamanho finito. Esta relação clara entre o método numérico e os princípios da conservação física é uma das principais atrações do método dos volumes finitos e torna seu conceito muito mais simples de se entender por engenheiros do que os métodos de elementos finitos ou métodos espectrais.

A conservação de uma variável qualquer  $\phi$  do escoamento, por exemplo, uma componente da velocidade ou entalpia, através de um volume de controle pode ser

expressa como um balanço entre vários processos que a levam a aumentar ou diminuir.

Em outras palavras, temos:

$$\left( \begin{array}{c} \text{Taxa de} \\ \text{mudança de} \\ \varnothing \text{ no volume} \\ \text{de controle} \\ \text{com respeito} \\ \text{ao tempo} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} \text{Taxa líquida} \\ \text{de aumento} \\ \text{de } \varnothing \text{ devido} \\ \text{à convecção} \\ \text{no volume} \\ \text{de controle} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Taxa líquida} \\ \text{de aumento} \\ \text{de } \varnothing \text{ devido} \\ \text{à difusão no} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Taxa líquida} \\ \text{de geração} \\ \text{de } \varnothing \text{ dentro} \\ \text{do volume} \\ \text{de controle} \end{array} \right)$$

Códigos de *CFD* contêm técnicas de discretização adequadas ao tratamento de problemas de transporte, convecção e difusão, assim como para termos fontes (associados à criação ou destruição de  $\varnothing$ ) e para a taxa de mudança em relação ao tempo. Os fenômenos físicos que estão por trás são complexos e não-lineares, logo uma abordagem iterativa para solução é necessária.

### 4.1.3 Pós-processamento

Assim como no pré-processamento, uma grande quantidade de trabalho no desenvolvimento dos pós-processadores vem sendo realizada. Devido ao aumento da popularidade das estações de trabalho de engenharia, muitas das quais com marcante capacidade de processamento gráfico, os pacotes de *CFD* estão agora equipados com ferramentas versáteis de visualização de dados, como por exemplo, a visualização do domínio geométrico e malha, vetores, contornos e superfícies 2D e 3D, trajetória de partículas, etc. Também é possível a visualização dinâmica dos resultados através de animações. Essas ferramentas fornecem ao engenheiro uma capacidade de análise completa do fenômeno sendo modelado.

## Capítulo 5 – Metodologia

### 5.1 Descrição dos casos estudados

A fim de validar a metodologia numérica de modelagem de canais corrugados desenvolvida, os resultados obtidos via CFD foram comparados com dados experimentais de Pehlivan [6].

O trabalho de Pehlivan teve como objetivo investigar as características da transferência de calor no escoamento de ar em canais corrugados. Os experimentos foram realizados em canais corrugados fabricados a partir de placas de cobre (10 mm de espessura, 50 mm de largura e 278 mm de comprimento). Para medir a temperatura do fluido foram utilizados dois termopares do tipo K posicionados na entrada do duto. Além disso, para medir a distribuição da temperatura de cada uma das paredes corrugadas, sete termopares tipo K foram usados. Foram avaliadas 4 geometrias de canais corrugados, sendo 2 triangulares e 2 senoidais. Para cada uma dessas geometrias foram avaliados números de Reynolds dentro da faixa de 2000 a 7000.

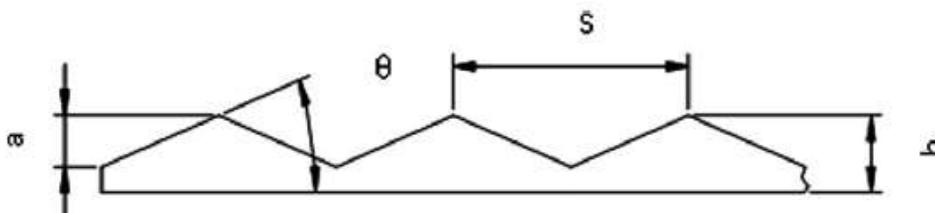
No presente trabalho foram simuladas apenas as duas configurações geométricas triangulares, que diferem entre si apenas pelo ângulo da corrugação. O detalhamento de cada geometria será mostrado na Seção 5.2. Para cada geometria foram analisadas diferentes condições operacionais (velocidades de entrada do fluido). A Tabela 5-1 resume as condições experimentais avaliadas para cada uma das configurações e os respectivos números de Nusselt obtidos experimentalmente, parâmetro que foi utilizado para comparação com os resultados numéricos.

**Tabela 5-1. Casos analisados – Dados experimentais.**

Caso	Configuração geométrica 01			Configuração geométrica 02		
	V [m s <sup>-1</sup> ]	Re [ ]	Nu [ ]	V [m s <sup>-1</sup> ]	Re [ ]	Nu [ ]
1	1,2005	1643,65	57,64	1,5225	2084,63	53,69
2	1,7129	2345,21	58,60	2,1521	2946,55	54,32
3	2,1081	2886,41	61,21	2,6352	3608,02	57,25
4	2,4302	3327,39	62,83	3,0305	4149,22	63,13
5	2,7230	3728,29	65,11	3,3965	4650,33	63,11
6	2,9865	4089,09	67,39	3,7185	5091,31	66,37
7	3,2208	4409,80	70,00	3,9967	5472,16	69,64
8	3,4550	4730,51	72,94	4,3041	5893,10	71,92
9	3,6453	4991,09	76,54	4,5384	6213,81	74,20
10	3,8649	5291,76	78,17	4,7433	6494,43	75,17
11	4,0406	5532,29	80,13	-	-	-
12	4,2163	5772,83	80,44	-	-	-

## 5.2 Domínio geométrico

Como já mencionado na Seção 5.1 foram simuladas duas configurações geométricas de canais corrugados, apresentadas no trabalho de Pehlivan [6]. As dimensões e características das geometrias simuladas estão descritas na Figura 5-1 e Tabela 5-2, conforme o descrito no artigo citado.



**Figura 5-1. Características geométricas dos canais corrugados modelados.**

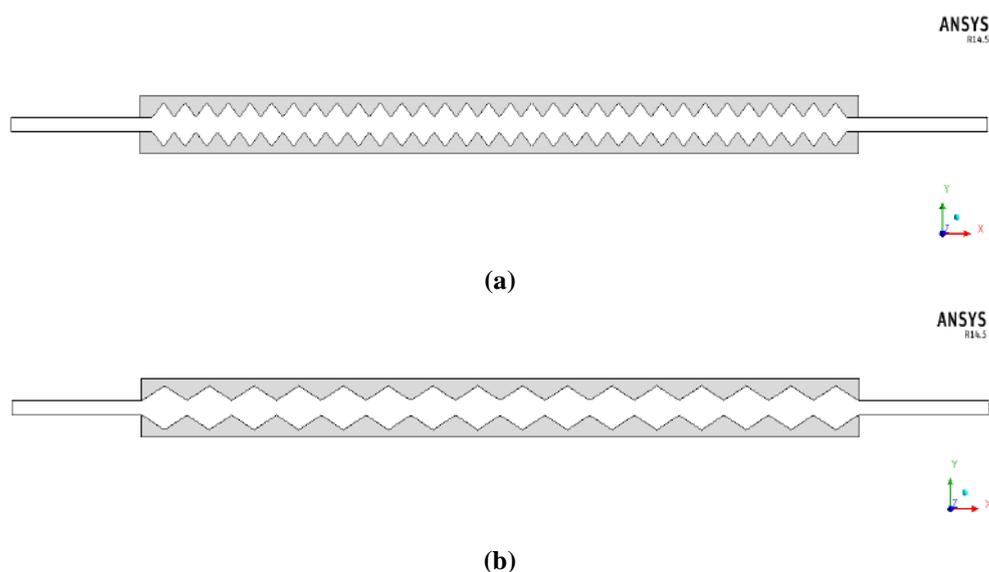
Fonte: Retirada de Pehlivan [6].

**Tabela 5-2. Configurações geométricas dos canais corrugados.**

Configuração geométrica	$\theta$ [° C]	S [mm]	a [mm]	b [mm]
01	50	8,39	5,00	7,50
02	30	17,32	5,00	7,50

Com base nas dimensões fornecidas na Tabela 5-2, foram geradas as geometrias utilizadas nas simulações. Para a geração destas geometrias foi utilizado o software ANSYS DesingModeler® 14.5.7.

A Figura 5-2 apresenta os domínios de cálculo simulados. As simulações foram consideradas bidimensionais. A altura do canal é igual a 5 mm para as duas geometrias. Esse domínio foi estendido em 50 vezes a altura do canal à montante e à jusante das corrugações, para garantir o desenvolvimento do escoamento, visto que nos experimentos existem outros aparatos à montante e à jusante da seção de teste.



**Figura 5-2. Geometrias utilizadas nas simulações – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.**

### 5.3 Malha computacional

Numericamente, as formas encontradas de se calcular um escoamento dependem de uma discretização do espaço em pequenos domínios, que podem ser volumes ou pontos (nós). Dependendo do método de solução empregado, o domínio computacional pode ser discretizado em pontos, elementos finitos ou volumes finitos.

A maioria dos códigos comerciais de CFD utiliza o método dos volumes finitos e, portanto, resolvem as equações em sua forma integral para inúmeros volumes de

controle que compõe o domínio computacional. Estes volumes de controle são chamados de elementos e o seu conjunto é chamado de malha computacional.

Nesse sentido, a malha computacional, gerada utilizando o software ICEM CFD 14.5.7, foi construída a partir apenas de elementos hexaédricos. Optou-se por uma malha hexaédrica devido às vantagens atreladas a este tipo de malha, tais como possuir as faces dos elementos alinhadas com as direções do escoamento, o que diminui erros numéricos. Além disso, o uso de malhas hexaédricas também diminui o número total de elementos para um mesmo tamanho característico de malha em comparação à malha tetraédrica.

Foi realizado um estudo de convergência em malha, no qual foram comparadas malhas de diferentes tamanhos, como apresentado na Tabela 5-3. Essas malhas foram refinadas próximo às paredes devido aos elevados gradientes que se estabelecem nestas regiões devido à camada limite. Nesse sentido, houve uma grande preocupação quanto à distância do primeiro elemento até à parede.

Alguns detalhes das malhas utilizadas nas simulações podem ser visualizados nas Figura 5-4 e Figura 5-5. Vale ressaltar que uma malha computacional de boa qualidade é extremamente importante para uma simulação de CFD, uma vez que se trabalha com um método numérico de solução e objetiva-se obter um resultado final que seja independente da malha adotada. Nesse sentido, na Tabela 5-3 também podemos observar a qualidade ortogonal de cada malha utilizada. A qualidade ortogonal é um critério de qualidade que varia de 0 a 1 e quanto mais próximo de 0 menor é a qualidade da malha. A qualidade ortogonal para uma célula é calculado como o mínimo entre as seguintes quantidades (equações ( 81 ) e ( 82 )) calculadas para cada uma das faces  $i$ :

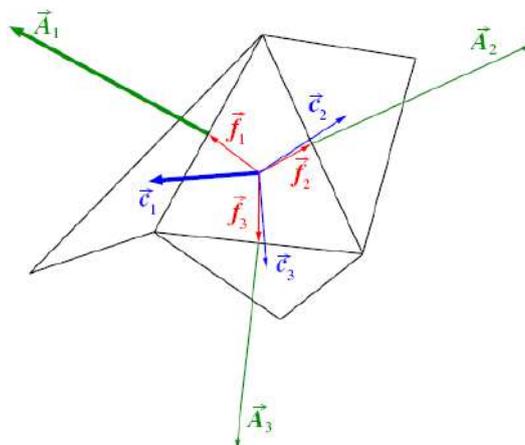
$$\frac{\vec{A}_i \vec{f}_i}{|\vec{A}_i| |\vec{f}_i|} \quad (81)$$

onde  $\vec{A}_i$  é o vetor normal à face e  $\vec{f}_i$  é o vetor que parte do centroide da célula para o centroide da face.

$$\frac{\vec{A}_i \vec{c}_i}{|\vec{A}_i| |\vec{c}_i|} \quad (82)$$

onde  $c_i$  é o vetor que parte do centroide da célula para o centroide da célula adjacente, que compartilha a mesma face.

A Figura 5-3 ilustra os vetores usados para determinar a qualidade ortogonal de cada célula.



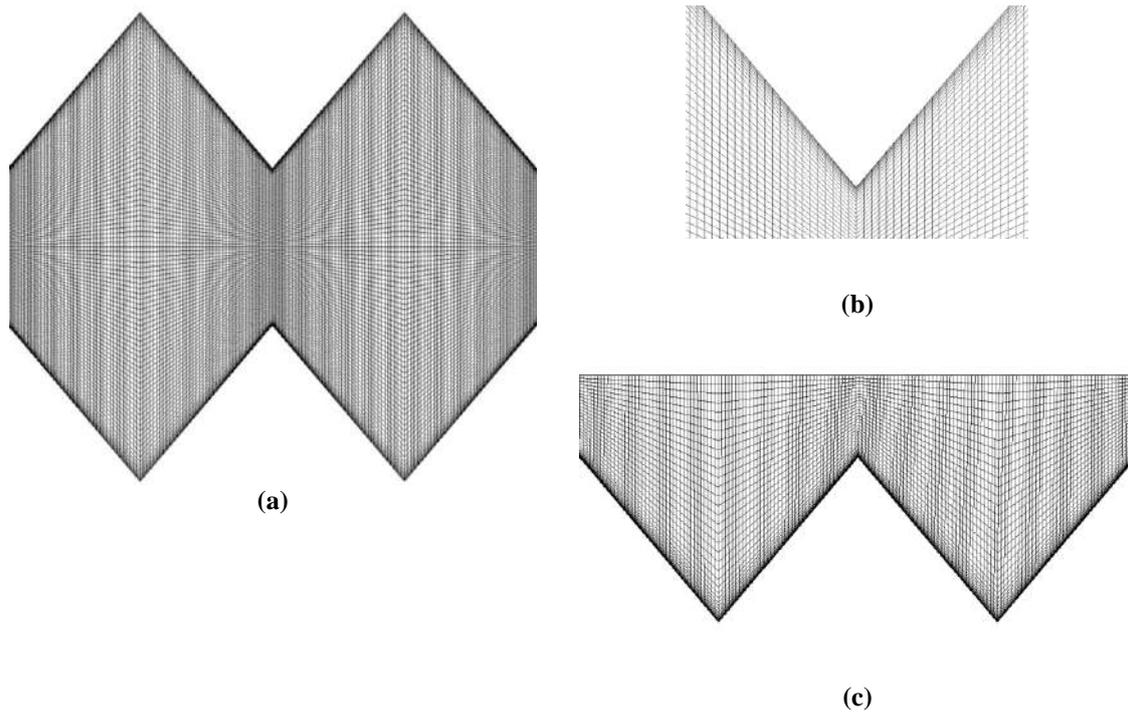
**Figura 5-3. Vetores usados para computar a qualidade ortogonal para cada célula.**

Fonte: Retirado de ANSYS Fluent Theory Guide [28].

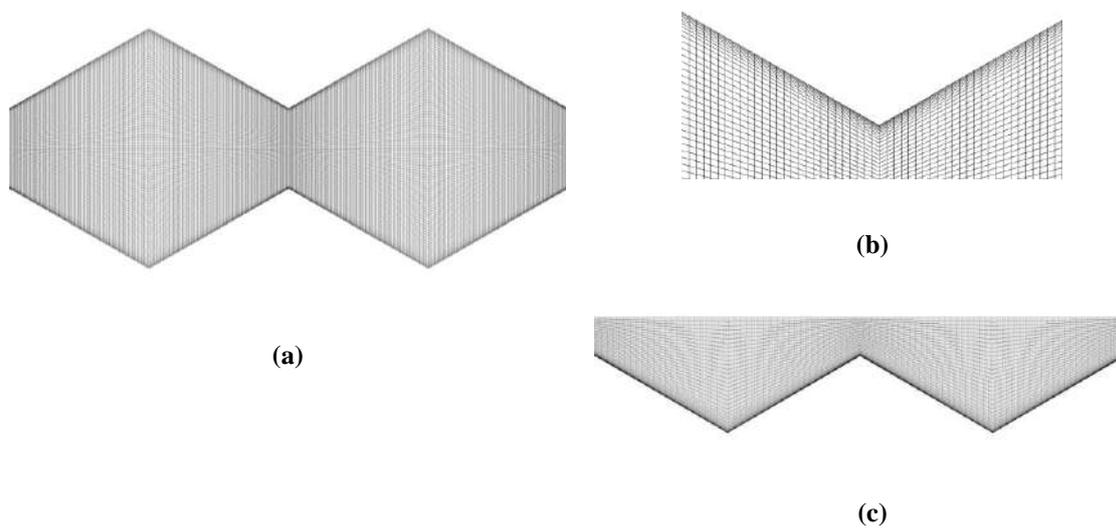
Observa-se que a qualidade ortogonal da geometria 02 ficou em torno de 0,80, enquanto que para a geometria 01 este critério ficou abaixo de 0,50, mostrando assim que as malhas para esta geometria ficaram com uma qualidade inferior, fato que possivelmente ocorreu devido aos ângulos das corrugações, que no caso da geometria 01 proporcionam uma grande inclinação da parede do canal.

**Tabela 5-3. Número de elementos e qualidade ortogonal das malhas utilizadas na convergência em malha.**

Malha	Configuração geométrica 01		Configuração geométrica 02	
	Nº de elementos (x 10 <sup>3</sup> )	Qualidade ortogonal	Nº de elementos (x 10 <sup>3</sup> )	Qualidade ortogonal
1	200	0,26	188	0,80
2	340	0,39	331	0,80
3	535	0,47	533	0,78
4	867	0,43	830	0,81
5	1288	0,23	1205	0,57



**Figura 5-4. Malha 3 configuração geométrica 01 – (a) Domínio fluido, (b) Detalhes do vale formado pelas corrugações e (c) Domínio sólido.**



**Figura 5-5. Malha 3 configuração geométrica 02 – (a) Domínio fluido, (b) Detalhes do vale formado pelas corrugações e (c) Domínio sólido.**

## 5.4 Procedimento numérico

Para a solução numérica das equações de transporte foi utilizado o software de simulação ANSYS Fluent® 14.5.7, o qual resolve as equações de transporte (conservação de massa, quantidade de movimento, espécies, etc) através do método de volumes finitos [28].

Nesse método de resolução numérica, a pressão e a velocidade são armazenadas nos centros das células. Assim, é preciso um esquema de interpolação para o cálculo dos valores dessas variáveis nas faces dos volumes de controle a fim de se calcular os termos convectivos. Esquemas de discretização espacial de segunda ordem (*Second Order Upwind*) foram selecionados para os termos convectivos das equações de *momentum*, energia, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação turbulenta de energia. O esquema escolhido para o acoplamento pressão-velocidade foi o algoritmo *Coupled*, que resolve as equações de *momentum* e continuidade de forma acoplada. Para a avaliação dos gradientes foi utilizado o método *Least Squares Cell Based*, que é o padrão na interface do Fluent. Os fatores de relaxação foram todos mantidos com os valores padrões. Foi utilizada uma inicialização padrão, computada a partir da entrada do domínio.

As simulações foram realizadas considerando regime estacionário e com dupla precisão. As propriedades físicas do ar foram mantidas constantes e são apresentadas na Tabela 5-4. O critério de convergência adotado nas simulações foi de resíduo máximo inferior a  $10^{-8}$ .

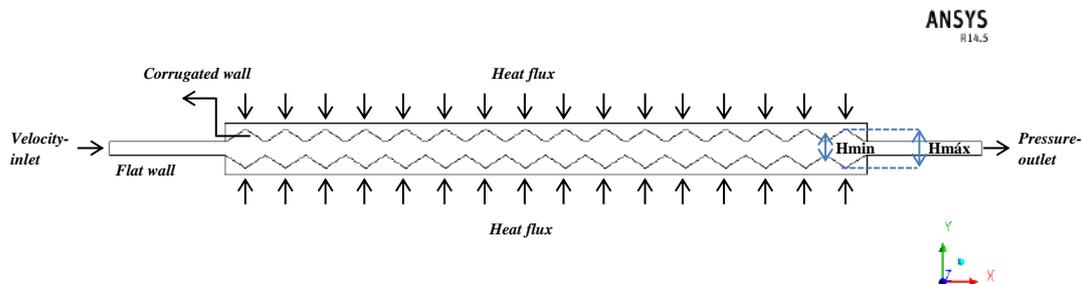
Foi considerada a transferência de calor conjugada, ou seja, a região sólida também foi modelada e as condições de contorno prescritas estão descritas a seguir, de acordo com a Figura 5-6:

- *Velocity-inlet*: Velocidade prescrita na entrada, de acordo com o número de Reynolds referente ao caso de estudo (Seção 5.1), temperatura de entrada igual a 20 °C e intensidade turbulenta de 5 %;
- *Pressure-outlet*: Pressão relativa igual a zero prescrita na saída do domínio e intensidade turbulenta de 5 %;
- *Heat flux*: Condição de contorno do tipo parede com fluxo de calor constante e igual a 616 [w m<sup>-2</sup>];

- *Flat wall*: Parede com condição de não-deslizamento e adiabática;
- *Corrugated wall*: Parede sólido-fluido com condição de não-deslizamento e fluxo de calor acoplado. Para as simulações que modelaram a camada limite utilizou-se a lei de parede do tipo *Scalable* e para as simulações que resolveram a camada limite utilizou-se *Enhanced wall treatment*.

**Tabela 5-4. Propriedades físicas do ar.**

Propriedade	Dimensão	Unidade
Massa específica	1,225	[kg m <sup>-3</sup> ]
Viscosidade dinâmica	1,7894x10 <sup>-5</sup>	[kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> ]
Capacidade calorífica a pressão constante	1006,43	[J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]
Condutividade térmica	0,0242	[W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ]



**Figura 5-6. Condições de contorno empregadas nas simulações.**

## 5.5 Pós-processamento

Foram traçados planos z-y (computados apenas dentro do domínio fluido) ao longo do eixo x, passando por todos os ciclos de corrugações. Nestes planos foi calculada a temperatura do fluido ( $T_b$ ) por meio da seguinte função:

$$T_{b,i} = \text{massFlowAve(Temperature)@Plane } i; i = 0, 1 \dots n; \quad (83)$$

Onde  $n$  = número de ciclos de corrugações

Além disso, foram plotados pontos nas paredes corrugadas (computados apenas dentro do domínio sólido) ao longo do eixo  $x$ , passando por todos os ciclos de corrugações. Nestes planos foi calculada a temperatura da parede ( $T_w$ ) por meio da seguinte função:

$$T_{w,i} = \text{probe(Temperature)@Point } i; i = 0, 1 \dots n; \quad (84)$$

Onde  $n$  = número de ciclos de corrugações

Em seguida o número de Nusselt local ( $Nu$ ) foi computado para cada ciclo de corrugação pelas seguintes relações:

$$\frac{dT}{dX} = \frac{Q_{\text{cycle}}}{S\dot{m}C_p} \quad (85)$$

$$T_b(X) = T_b + \frac{Q_{\text{cycle}}}{S\dot{m}C_p} \quad (86)$$

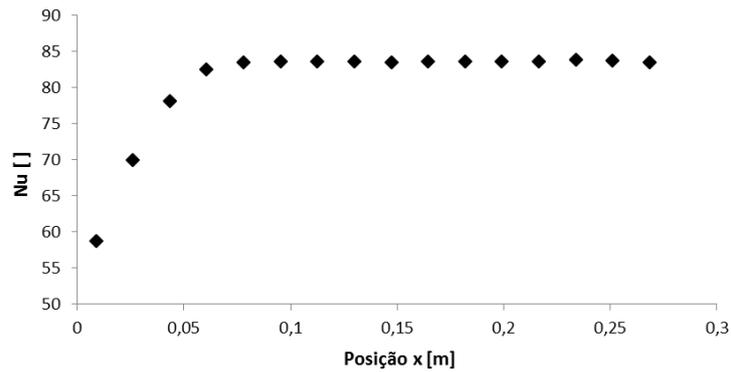
$$h = \frac{Q_{\text{cycle}}}{(T_w - T_b)_{fd}A_{\text{cycle}}} \quad (87)$$

$$Nu = \frac{hD_h}{k} \quad (88)$$

$$D_h = H_{\text{min}} + H_{\text{máx}} \quad (89)$$

Onde  $Q_{\text{cycle}}$  é a taxa de transferência de calor por ciclo de corrugação,  $S$  é a largura da corrugação (Figura 5-1 e Tabela 5-2),  $\dot{m}$  é a vazão mássica,  $C_p$  é o calor específico à pressão constante,  $A_{\text{cycle}}$  é a área do ciclo de corrugação,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor e  $k$  é a condutividade térmica do fluido,  $H_{\text{min}}$  e  $H_{\text{máx}}$  são as alturas mínima e máxima dos canais, respectivamente, descritas na Figura 5-6.

Em seguida foi plotado um gráfico de  $Nu$  vs posição, um exemplo pode ser visualizado na Figura 5-7.



**Figura 5-7. Curva de Nu ao longo do canal corrugado: caso 10, configuração 02, modelo k-ε Realizável.**

Como podemos observar pela Figura 5-7 a partir de uma determinada posição ao longo do canal o valor de Nu se estabiliza. Os valores de Nu foram considerados estáveis a partir de 14 e 5 ciclos de corrugações, de um total de 32 e 16 ciclos, geometrias 01 e 02, respectivamente. A partir disso, tomou-se uma média desses valores estáveis de Nu e passou-se a ter o Nu médio. Em seguida esse Nu médio foi comparado com o valor experimental e o erro relativo foi calculado por ( 90 ).

$$\epsilon[\%] = \frac{|\text{valor experimental} - \text{valor numérico}|}{\text{valor experimental}} * 100 \quad (90)$$

Além disso, foram avaliados os fatores de atrito, obtidos pela seguinte equação:

$$f = \frac{-\frac{dP}{dX} D_h}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (91)$$

## Capítulo 6 – Resultados e Discussão

Neste Capítulo, apresenta-se a análise dos resultados obtidos numericamente para o escoamento de ar no interior de canais corrugados. O Capítulo foi dividido em três subseções. Na Seção 6.1 é feita uma análise de convergência em malha para duas condições operacionais (vazão mínima e vazão máxima nos experimentos), nas duas geometrias. Na Seção 6.2 são apresentados os resultados obtidos nas simulações comparativamente com dados experimentais e é feita uma comparação de modelos de turbulência. Na Seção 6.3 é realizada uma análise 3D do caso que apresentou pior resultado nas simulações, com o intuito de validar a simplificação 2D.

### 6.1 Convergência em malha

Para se garantir que os resultados obtidos nas simulações sejam independentes da malha numérica utilizada, foram realizadas variações nos números de elementos das malhas até que se encontrasse a distribuição adequada para as simulações sem aumento excessivo de tempo computacional.

As Tabela 6-1 e Tabela 6-2 apresentam os resultados de convergência em malha para as duas configurações geométricas, em duas condições operacionais diferentes (vazão mínima e vazão máxima), para os quatro modelos de turbulência analisados. A Figura 6-1 apresenta estes resultados em forma de gráficos de  $Nu$  vs  $n^\circ$  de elementos. Já a Figura 6-2 apresenta gráficos de convergência em malha em termos de fator de atrito,  $f$ .

Já nas Tabela 6-3 e Tabela 6-4 podemos visualizar os valores de  $\max(y^+)$  obtidos em tais simulações. Nota-se que para os casos dos modelos que usam lei de parede ( $k-\epsilon$  Realizável e *RSM Linear*) todos os  $\max(y^+)$  ficaram em torno de 18 e para os modelos que não usam lei de parede (*SST* e *RSM Stress-Omega*) os  $\max(y^+)$  ficaram menores que 1, adequado aos modelos de turbulência. No caso dos modelos que usam lei de parede, como a função usada foi a *Scalable*, então independentemente do refino da malha os valores de  $y^+$  ficaram limitados em torno de 18.

Em termos de número de Nusselt pode-se dizer que os casos estão praticamente independentes de malha, apresentando resultados semelhantes em todas as malhas

analisadas. Para os casos das vazões mais baixas (casos 01), estes resultados estão longe do valor experimental, sendo que para a configuração 01 esta discrepância foi maior. Já os casos das vazões mais altas (caso 12 e caso 10, geometria 01 e 02, respectivamente) apenas para o modelo *RSM Stress-Omega* foi possível observar certa convergência, pois ao passar da malha 1 para a malha 3 observa-se uma queda de aproximadamente 5 % no erro relativo, porém ainda assim estes erros são bem altos, mostrando a necessidade de uma malha extremamente refinada para o uso deste modelo. Contudo, ao contrário dos casos 01, os casos 12 e 10 apresentaram uma maior concordância com os dados experimentais, com exceção do modelo *RSM Stress-Omega*, como pode ser claramente visualizado na Figura 6-1.

Em termos de fator de atrito, como não havia dados experimentais para que a comparação fosse feita, optou-se por apresentar gráficos de  $f$  vs  $n^\circ$  de elementos como uma análise complementar que mostra que os resultados estão convergidos em malha, dentro de cada modelo analisado. Embora neste caso seja possível notar uma diferença razoável entre os resultados apresentados por modelos que usam lei de parede e modelos que não usam. Como pode ser visto na Figura 6-2 os valores dos fatores de atrito obtidos pelos modelos que usam lei de parede são superiores aos apresentados por modelos que resolvem a camada limite.

**Tabela 6-1. Resultados de convergência em malha para a configuração geométrica 01.**

Caso	Malha	<i>k-ε</i> Realizável		<i>SST</i>		<i>RSM Linear</i>		<i>RSM Stress-Omega</i>	
		Nu [ ]	ε [%]	Nu [ ]	ε [%]	Nu [ ]	ε [%]	Nu [ ]	ε [%]
01	1	31,90	44,66	-	-	32,45	43,71	14,08	75,57
01	2	32,69	43,28	-	-	32,16	44,21	13,92	75,85
01	3	32,88	42,96	14,13	75,70	31,22	44,78	13,91	75,87
01	4	-	-	14,10	75,53	-	-	-	-
01	5	-	-	13,71	75,53	-	-	-	-
12	1	69,57	13,31	-	-	80,80	0,44	20,38	74,66
12	2	71,42	11,22	-	-	81,25	1,01	22,95	71,47
12	3	72,14	10,32	60,57	24,70	80,62	0,22	24,79	69,18
12	4	-	-	60,70	24,54	-	-	29,04	67,63
12	5	-	-	60,97	24,21	-	-	-	-

**Tabela 6-2. Resultados de convergência em malha para a configuração geométrica 02.**

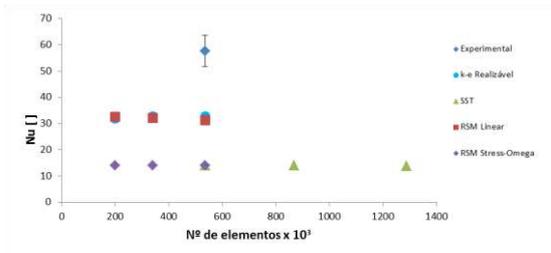
Caso	Malha	k- $\epsilon$ Realizável		SST		RSM Linear		RSM Stress-Omega	
		Nu [ ]	$\epsilon$ [%]	Nu [ ]	$\epsilon$ [%]	Nu [ ]	$\epsilon$ [%]	Nu [ ]	$\epsilon$ [%]
01	1	39,16	27,07	-	-	35,47	33,94	17,88	66,71
01	2	38,72	27,89	-	-	35,48	33,94	17,84	66,77
01	3	38,36	28,55	43,08	19,77	35,45	33,98	17,84	66,77
01	4	-	-	43,14	19,65	-	-	-	-
01	5	-	-	43,53	18,92	-	-	-	-
10	1	84,32	12,17	-	0,85	82,83	10,19	35,91	52,23
10	2	84,15	11,95	-	-	84,06	11,83	38,30	49,06
10	3	83,71	11,36	81,02	7,78	83,63	11,24	40,11	46,64
10	4	-	-	81,06	7,83	83,05	10,48	-	-
10	5	-	-	82,13	9,25	-	-	-	-

**Tabela 6-3. Valores de max(y+) obtidos nas simulações de convergência em malha para a configuração geométrica 01.**

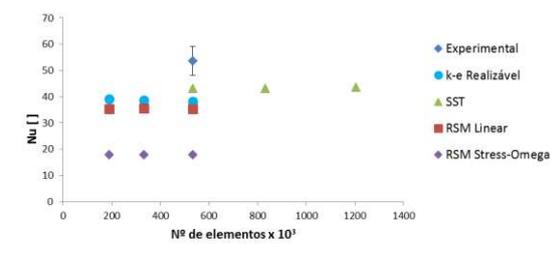
Malha	k- $\epsilon$ Realizável	Caso 01 - max(y+)			Caso 12 - max(y+)			
		SST	RSM Linear	RSM Stress-Omega	k- $\epsilon$ Realizável	SST	RSM Linear	RSM Stress-Omega
1	18,24	-	18,20	0,92	18,15	-	18,15	2,10
2	18,26	-	18,14	0,42	18,19	-	18,10	0,98
3	18,27	0,23	18,10	0,23	18,22	0,54	18,02	0,54
4	-	0,14	-	-	-	0,32	-	0,32
5	-	0,03	-	-	-	0,07	-	-

**Tabela 6-4. Valores de max(y+) obtidos nas simulações de convergência em malha para a configuração geométrica 02.**

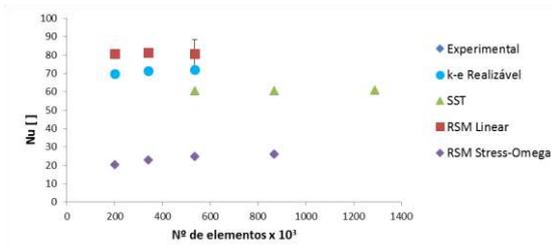
Malha	k- $\epsilon$ Realizável	Caso 01 - max(y+)			Caso 10 - max(y+)			
		SST	RSM Linear	RSM Stress-Omega	k- $\epsilon$ Realizável	SST	RSM Linear	RSM Stress-Omega
1	18,25	-	18,22	0,98	18,18	-	18,19	2,05
2	18,26	-	18,20	0,56	18,21	-	18,17	1,19
3	18,27	0,31	18,16	0,31	18,23	0,66	18,13	0,66
4	-	0,33	-	-	-	0,70	18,17	-
5	-	0,04	-	-	-	0,08	-	-



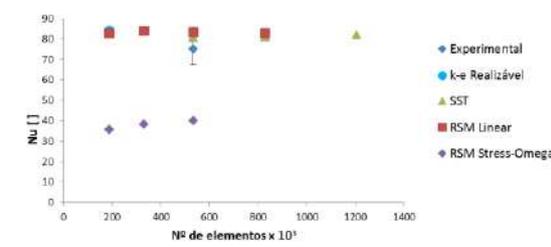
(a)



(b)

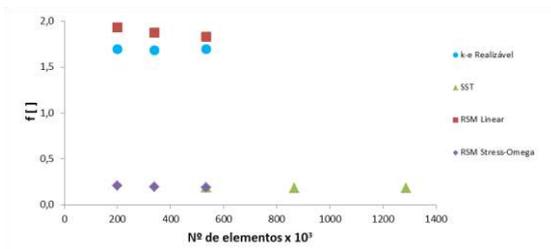


(c)

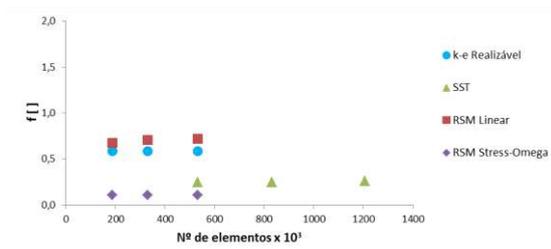


(d)

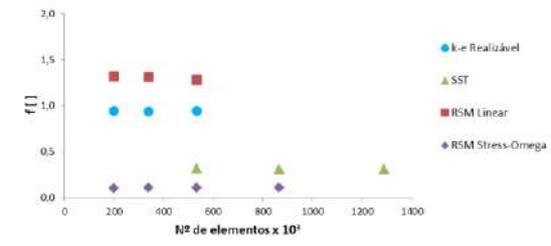
**Figura 6-1. Convergência em malha em termos de Nu – (a) Caso 01, geometria 01, (b) Caso 01, geometria 02, (c) Caso 12, geometria 01 e (d) Caso 10, geometria 02.**



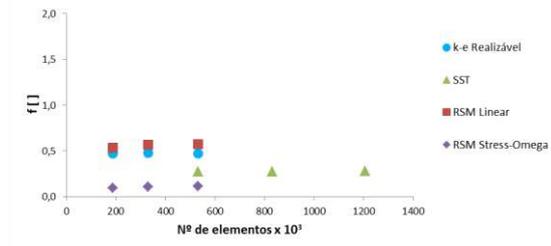
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 6-2. Convergência em malha em termos de fator de atrito – (a) Caso 01, geometria 01, (b) Caso 01, geometria 02, (c) Caso 12, geometria 01 e (d) Caso 10, geometria 02.**

A partir dos resultados apresentados para a análise de convergência em malha, este trabalho utilizou as malhas de número 3, que apresentam em torno de 530 mil elementos, nas simulações das duas configurações geométricas, para as vazões

intermediárias. Foram escolhidas estas malhas de tamanho intermediário, pois embora sejam malhas extremamente refinadas para modelos que usam lei de parede (pela análise de convergência foi mostrado que as malhas mais grosseiras já seriam suficientes), modelos que resolvem a camada limite exigem malhas mais refinadas. Nesse contexto, como objetiva-se comparar modelos de turbulência, optou-se por utilizar a mesma malha (uma malha de tamanho intermediário) para que esta análise fosse possível.

Além disso, como o modelo *RSM* Stress-Omega ainda está convergindo em malha, seria necessária uma malha extremamente refinada para a completa convergência e os resultados apresentam erros altíssimos (aproximadamente 66 % e 46 % de erro, geometria 01 e 02, respectivamente), optou-se por não seguir com este modelo na análise comparativa da Seção 6.2 para toda a faixa de números de Reynolds avaliada.

## **6.2 Análise de modelos de turbulência e comparação com resultados experimentais**

O objetivo desta seção é analisar a concordância entre os números de Nusselt obtidos numericamente e dados experimentais da literatura para o escoamento de ar no interior de canais corrugados, como forma de verificar a consistência entre os três modelos de turbulência comparados (*k-ε* Realizável, *SST* e *RSM* Linear) e fornecer validação às metodologias numéricas.

A Figura 6-3 apresenta uma comparação entre os números de Nusselt numéricos e dados experimentais, para as duas configurações geométricas estudadas e toda a faixa de números de Reynolds avaliada. As barras verticais sobre os dados experimentais indicam as incertezas de medição sobre cada ponto, que é de  $\pm 10,22\%$  (valor reportado em [6]).

Observa-se que para a geometria 01 apenas o modelo *RSM* Linear concorda com os dados experimentais, dentro da margem de erro, para  $Re > 3500$ . O modelo *k-ε* Realizável também apresenta resultados razoáveis, porém estes estão ligeiramente fora da margem de erro. Ao passo que para a geometria 02 os três modelos de turbulência obtiveram boa concordância com os dados experimentais, para  $Re > 3000$ . Dessa forma,

houve uma discrepância entre dados experimentais e resultados numéricos para as vazões mais baixas e tal diferença foi mais crítica no caso da geometria 01.

Além disso, o modelo *SST* não apresentou bons resultados para a configuração 01, enquanto que para a configuração 02 este modelo apresentou resultados satisfatórios. Para a vazão mais baixa analisada, os erros relativos do *SST* caíram praticamente 4 vezes em termos percentuais quanto passamos da geometria 01 para a geometria 02 (de 75 % para 19 %). O modelo *SST* depende fortemente da resolução da malha e no caso da geometria 01, como pode ser visto na Tabela 5-3, a qualidade ortogonal da malha ficou inferior a 0,50, ao passo que para a geometria 02 este parâmetro ficou em torno de 0,80. Diante disso, pode-se observar um forte efeito de malha neste caso.

Além disso, existe a hipótese da geometria 01 ter se transformado em um problema de cavidade, com certo grau de anisotropia de turbulência, com isso os modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta podem ter falhado neste caso, o que pode ser inferido pelo fato de apenas o modelo *RSM* linear ter concordado com os experimentos dentro da faixa de erro, para esta configuração geométrica.

Para as vazões mais altas, os modelos que usam lei de parede (*k-ε* Realizável e *RSM* Linear), que não dependem da resolução da malha, apresentam resultados satisfatórios para as duas configurações. Porém, eles não mostram bons resultados para vazões mais baixas, indicando que estas devem estar na faixa de transição à turbulência. Segundo Béreziat et al. (17) (Tabela 2-1) a faixa de transição à turbulência para geometrias de canais corrugados é  $100 < Re < 2000$ . Dessa forma, pelo menos o caso 01 da geometria 01 estaria nessa zona de transição, pois apresenta  $Re = 1644$ . Todos os outros casos, inclusive o caso 01 da geometria 02 ( $Re = 2084$ ), em princípio já estariam em regime completamente turbulento.

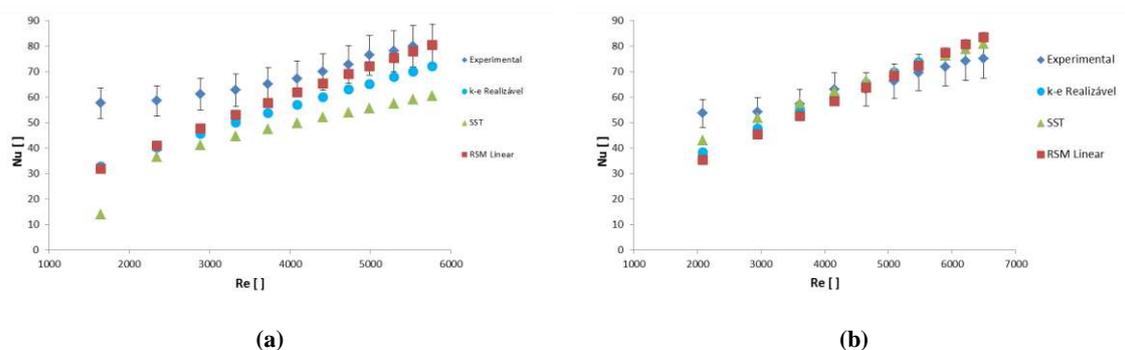
Diante disso, no sentido de investigar possíveis causas para os resultados inconsistentes das vazões mais baixas, foram realizados alguns testes complementares para o caso 01, geometria 01. Os testes realizados são detalhados na Tabela 6-5.

Nos testes 01 e 02 objetivou-se avaliar os modelos de transição laminar-turbulento disponíveis na interface do FLUENT. Contudo, estes modelos apresentaram erros tão altos quanto os erros do modelo *SST* (aproximadamente 75 %), mostrando assim que realmente há uma forte influência da malha, dado que estes modelos também são

dependentes da resolução da malha. Porém, não temos como descartar a possibilidade das vazões mais baixas se encontrarem na zona de transição laminar-turbulento.

No teste 03 avaliou-se a influência da variação das propriedades físicas. Os resultados deste teste mostraram que não houve influência alguma da variação das propriedades, pois o resultado para o modelo *RSM* Linear, sem variação de propriedades apresentou aproximadamente 45 % de erro, assim como o resultado com variação das mesmas.

No teste 04 investigou-se a influência do empuxo nos resultados. Este teste mostra que não houve influência alguma do empuxo, pois ambos os resultados, com e sem a gravidade ligada, apresentaram aproximadamente 43 % de erro relativo.



**Figura 6-3. Comparação dos resultados numéricos, em termos de número de Nusselt para três modelos de turbulência com dados experimentais – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.**

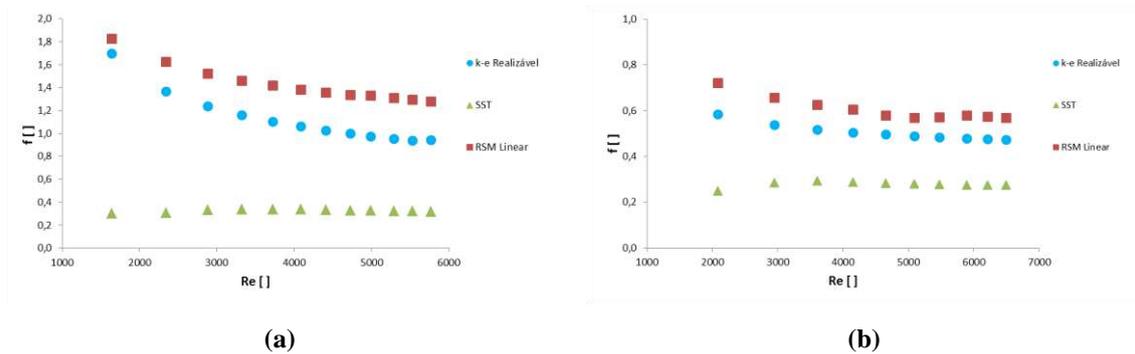
**Tabela 6-5. Testes complementares para o caso 01, geometria 01.**

Teste	Descrição	Nu [ ]	$\epsilon$ [%]
01	Modelo <i>SST</i> Transicional	22,32	61,27
02	Modelo k- $\kappa$ - $\omega$ Transicional	13,90	75,88
03	Modelo <i>RSM</i> Linear com propriedades físicas variando	31,65	45,09
04	Modelo k- $\epsilon$ Realizável com gravidade ligada	32,88	42,96

Além disso, foi realizada uma análise de fatores de atrito para as duas geometrias, comparativamente nos três modelos de turbulência, como pode ser visualizado na Figura 6-4. É possível notar uma diferença razoável entre os resultados apresentados pelo modelo *SST* e modelos que usam lei de parede (k- $\epsilon$  Realizável e *RSM* Linear).

Como pode ser visto os valores dos fatores de atrito obtidos pelos modelos que usam lei de parede são superiores aos apresentados por modelos que resolvem a camada limite, tais como *SST*.

Observa-se que os fatores de atrito  $f_0$ , e, portanto a perda de carga é mais elevada para a geometria 01, em concordância com o trabalho de Mohammed et al. [29], que demonstrou que ângulos de corrugações mais elevados promovem uma maior perda de carga.



**Figura 6-4. Comparação dos resultados numéricos, em termos de fator de atrito para três modelos de turbulência – (a) Configuração geométrica 01 e (b) Configuração geométrica 02.**

A seguir serão apresentados perfis de temperatura, pressão, velocidade e viscosidade turbulenta (Figura 6-5 a Figura 6-14), comparativamente nos três modelos de turbulência analisados. Todas as análises foram feitas nos casos de menor e maior vazão nas duas configurações geométricas estudadas.

As Figura 6-5 e Figura 6-6 mostram os perfis de temperatura nas paredes dos canais corrugados (geometria 01 à esquerda e geometria 02 à direita), para os casos de menor e maior vazão, respectivamente. Pode-se observar que para o caso da geometria 01 o modelo *SST* está prevendo temperaturas bem mais elevadas que os modelos *k- $\epsilon$  Realizável* e *RSM Linear*, o que ocorre de forma mais acentuada no caso de menor vazão, para o qual o perfil de temperatura nas paredes ficou fora da faixa de análise dos outros modelos, com isso a Figura 6-5 (b) mostra que as paredes estão com todas as temperaturas acima de 347 K. No caso da geometria 02, nota-se uma maior concordância entre os modelos, porém *SST* continua prevendo temperaturas mais elevadas.

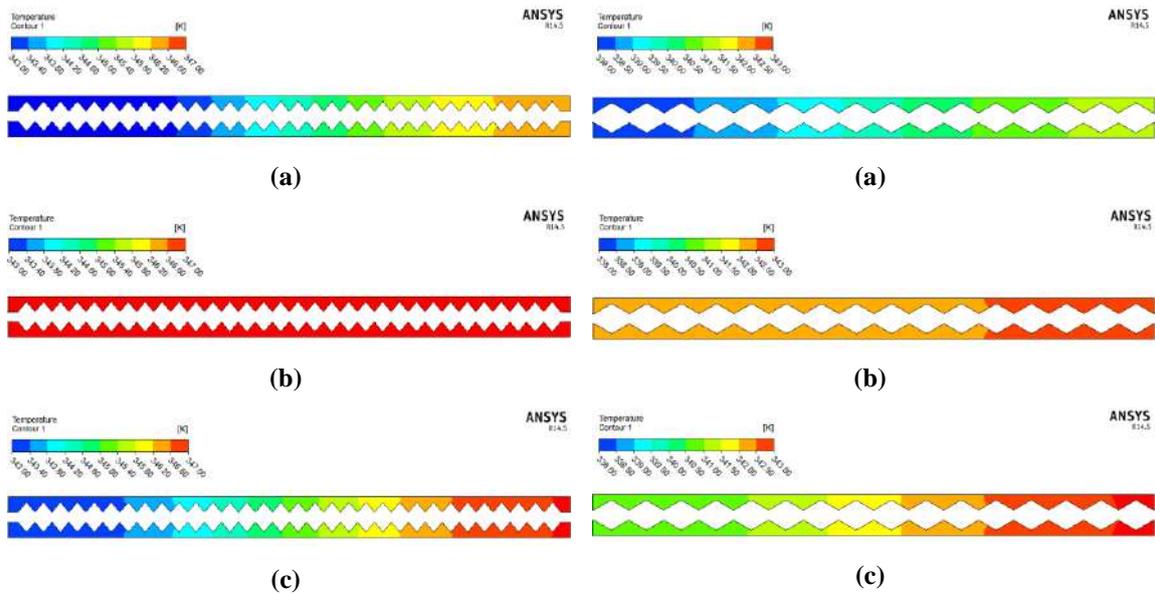


Figura 6-5. Perfil de temperatura na parede, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a)  $k-\varepsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.

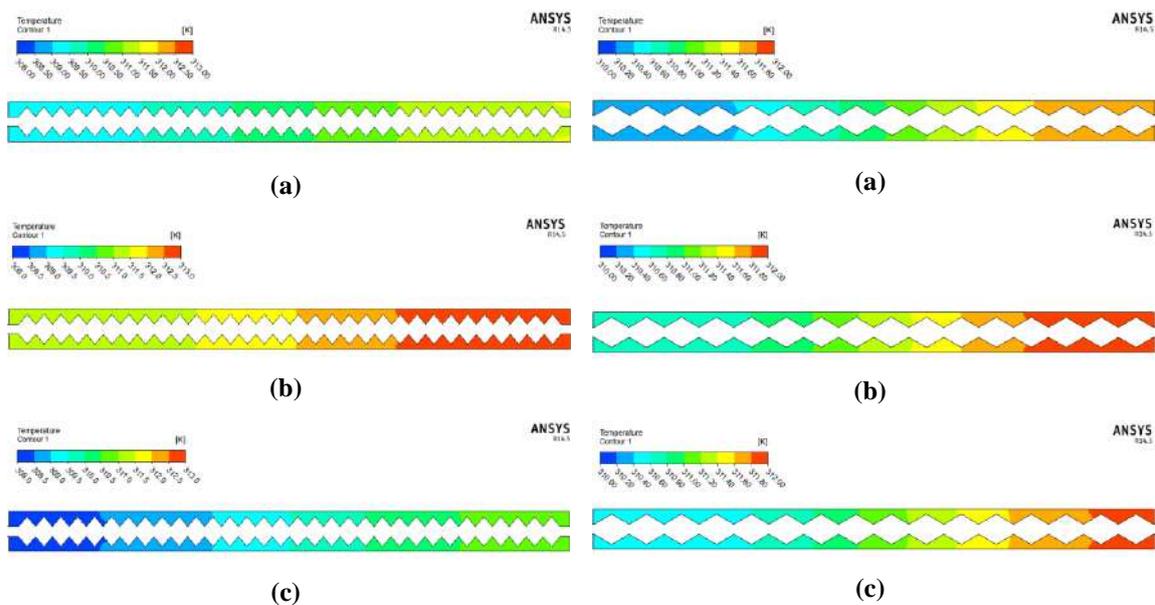
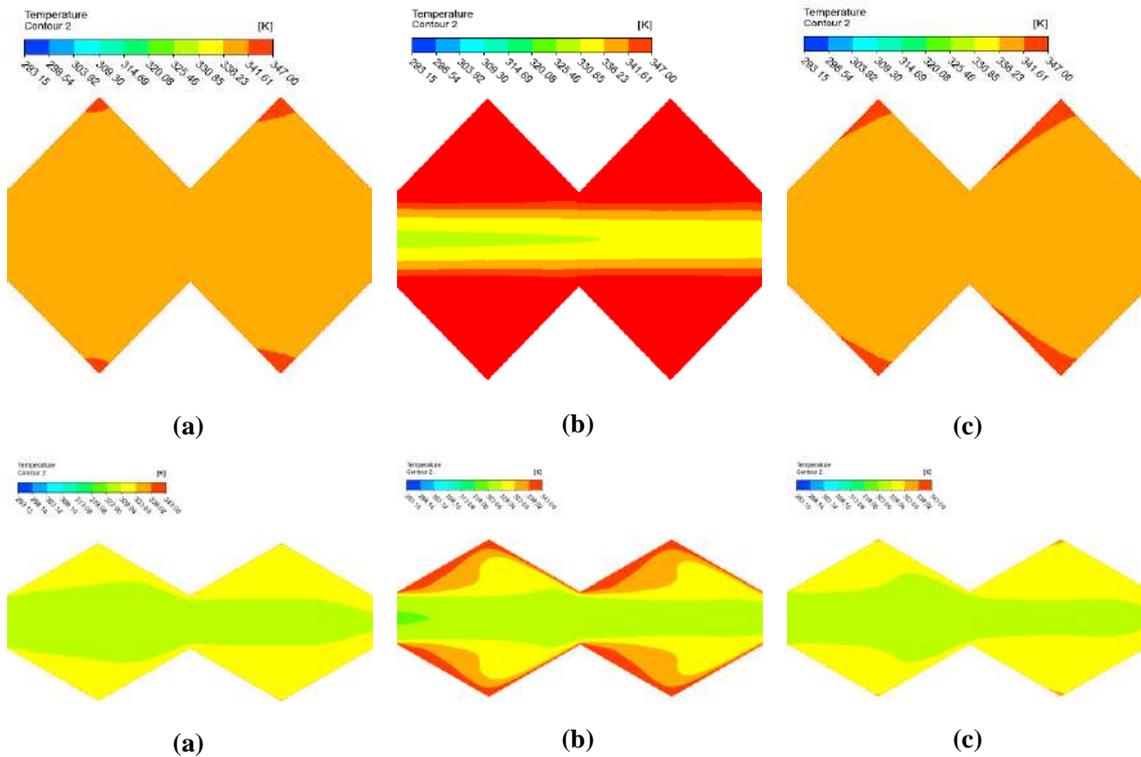
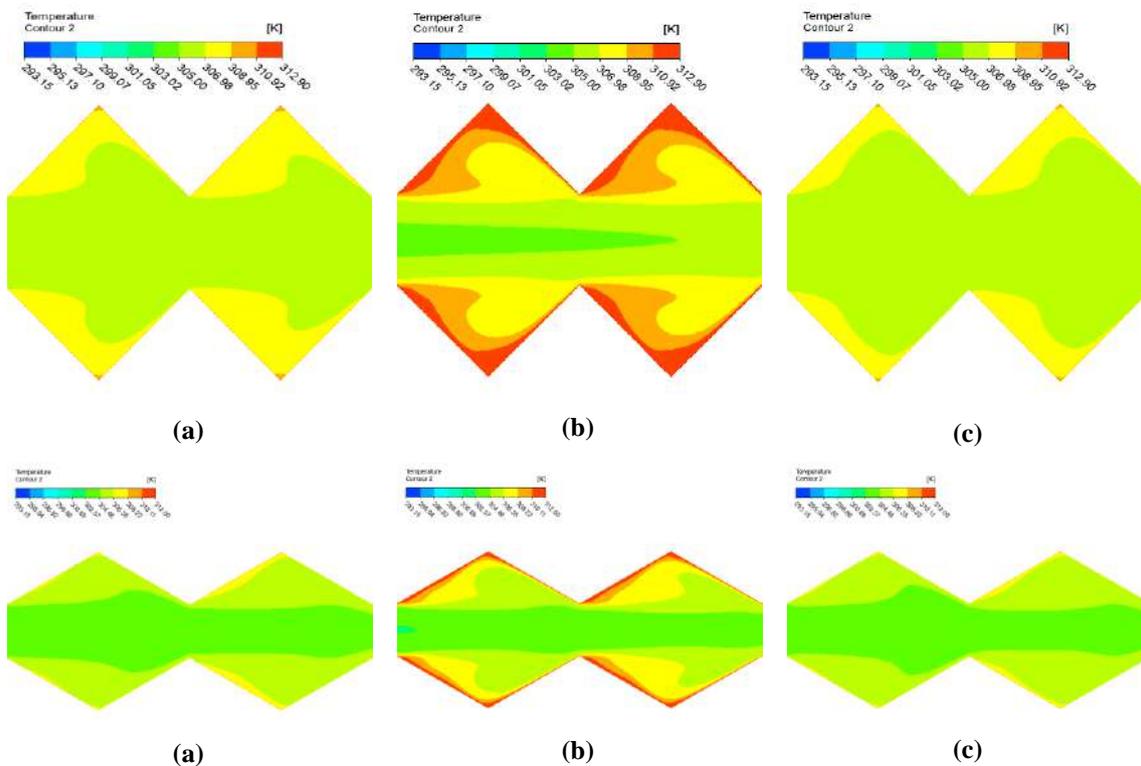


Figura 6-6. Perfil de temperatura na parede, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a)  $k-\varepsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.

As Figura 6-7 e Figura 6-8 mostram os perfis de temperatura do fluido no interior dos canais corrugados (geometria 01 na linha superior e geometria 02 na linha inferior), para os casos de menor e maior vazão, respectivamente. Nota-se uma clara diferença entre os perfis de temperatura de modelos que resolvem a camada limite (como é o caso do SST) e modelos que usam lei de parede (como é o caso do  $k-\varepsilon$  Realizável e RSM Linear). Tal diferença é nítida nas proximidades das paredes.

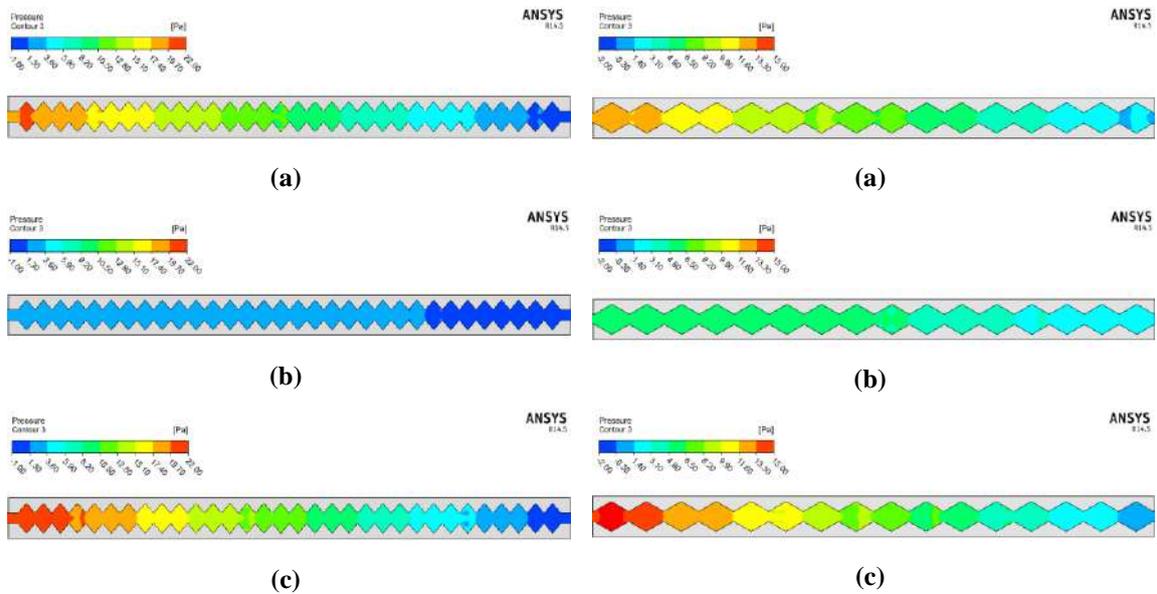


**Figura 6-7. Perfil de temperatura do fluido, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a)  $k-\epsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**

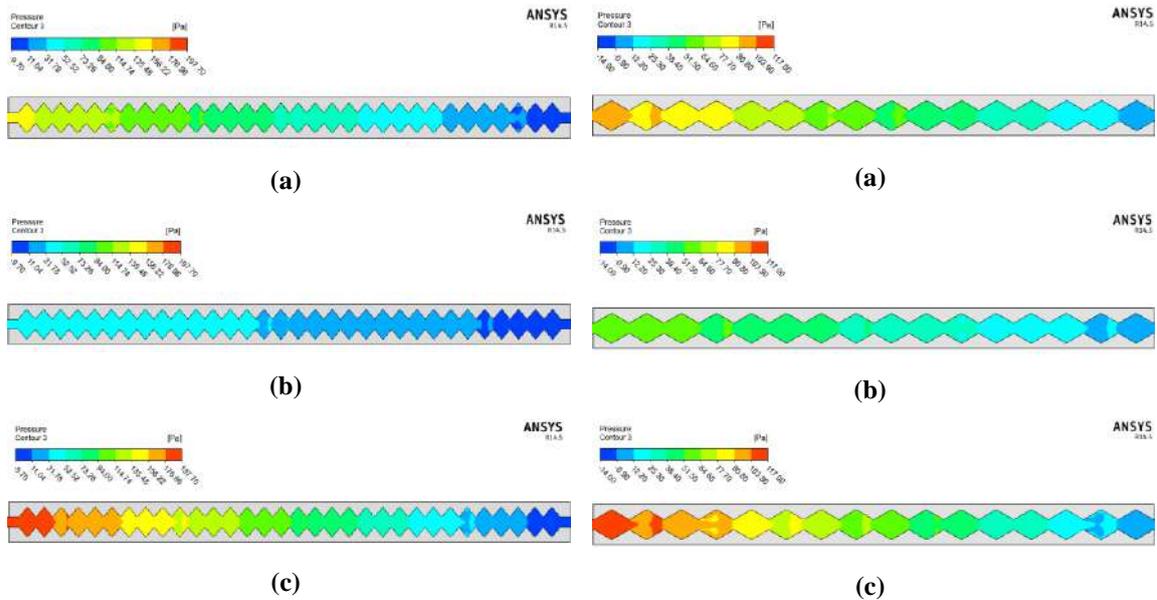


**Figura 6-8. Perfil de temperatura do fluido, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a)  $k-\epsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**

As Figura 6-9 e Figura 6-10 mostram os perfis de pressão no interior dos canais corrugados (geometria 01 à esquerda e geometria 02 à direita), para os casos de menor e maior vazão, respectivamente. Observa-se uma discrepância entre a faixa de pressão prevista por modelos que resolvem a camada limite e modelos que usam lei de parede. A perda de carga predita pelo modelo *SST* é significativamente inferior à predita por modelos que usam lei de parede (*k-ε* Realizável e *RSM* Linear).

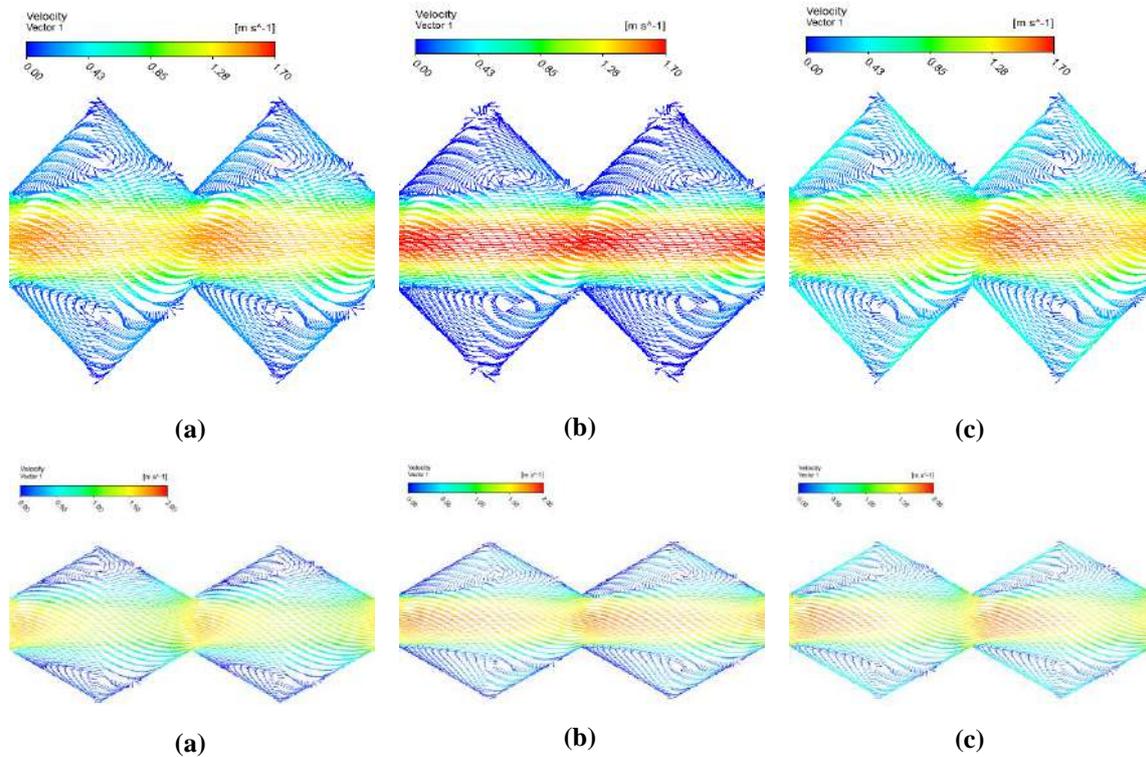


**Figura 6-9. Perfil de pressão, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) *k-ε* Realizável, (b) *SST* e (c) *RSM* Linear.**

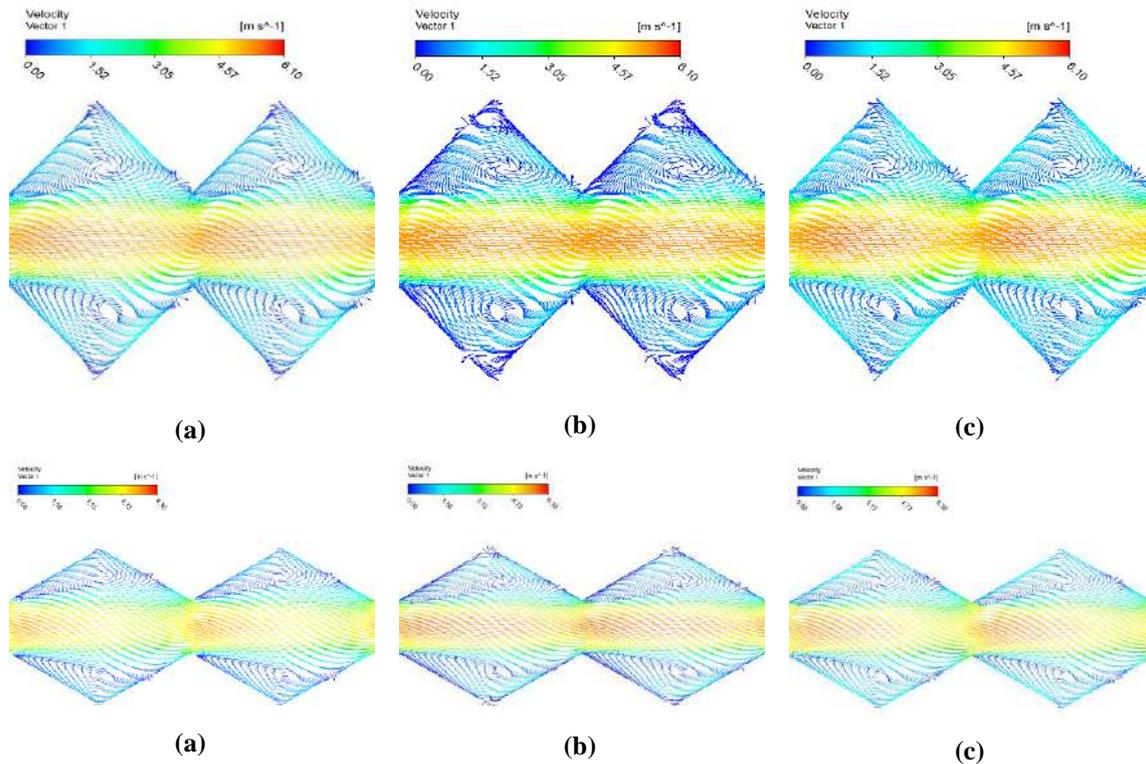


**Figura 6-10. Perfil de pressão, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (esquerda) e configuração geométrica 02 (direita): (a) *k-ε* Realizável, (b) *SST* e (c) *RSM* Linear.**

As Figura 6-11 e Figura 6-12 mostram vetores de velocidade (geometria 01 na linha superior e geometria 02 na linha inferior), para os casos de menor e maior vazão, respectivamente. Observa-se a presença de zonas de recirculações nos vales formados pelas corrugações, o que promove a mistura do fluido na camada limite e intensifica a transferência de calor.

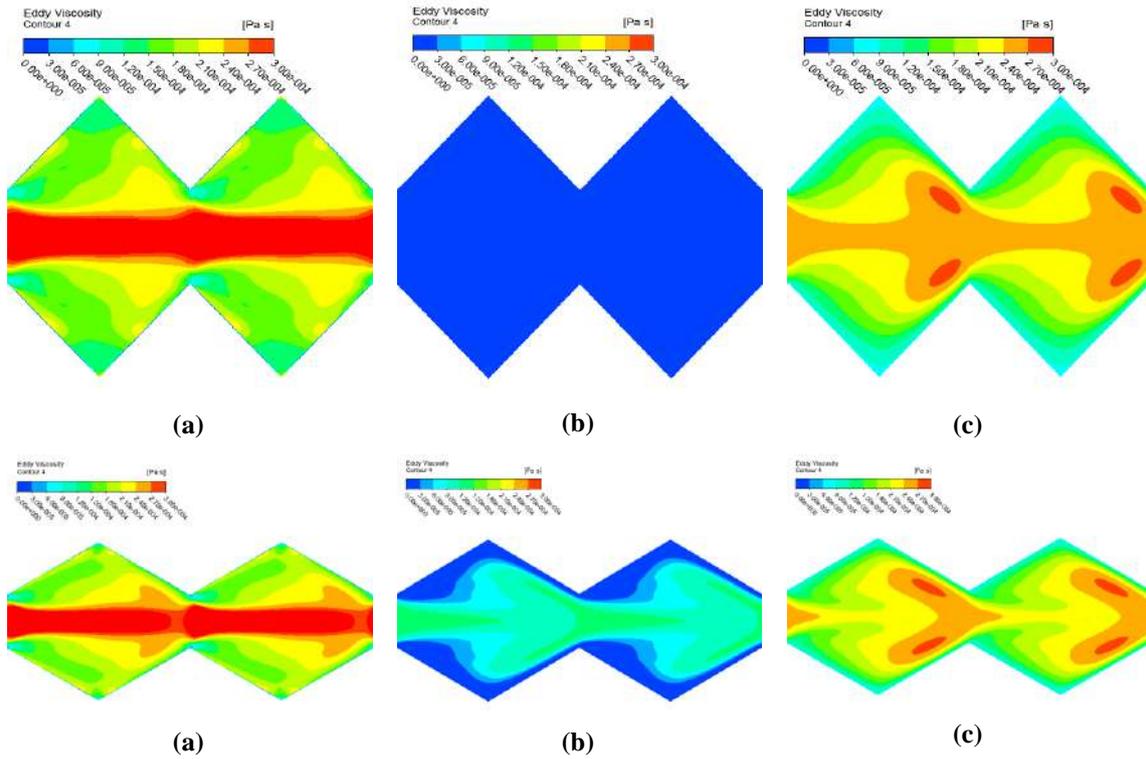


**Figura 6-11. Vetores de velocidade, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**

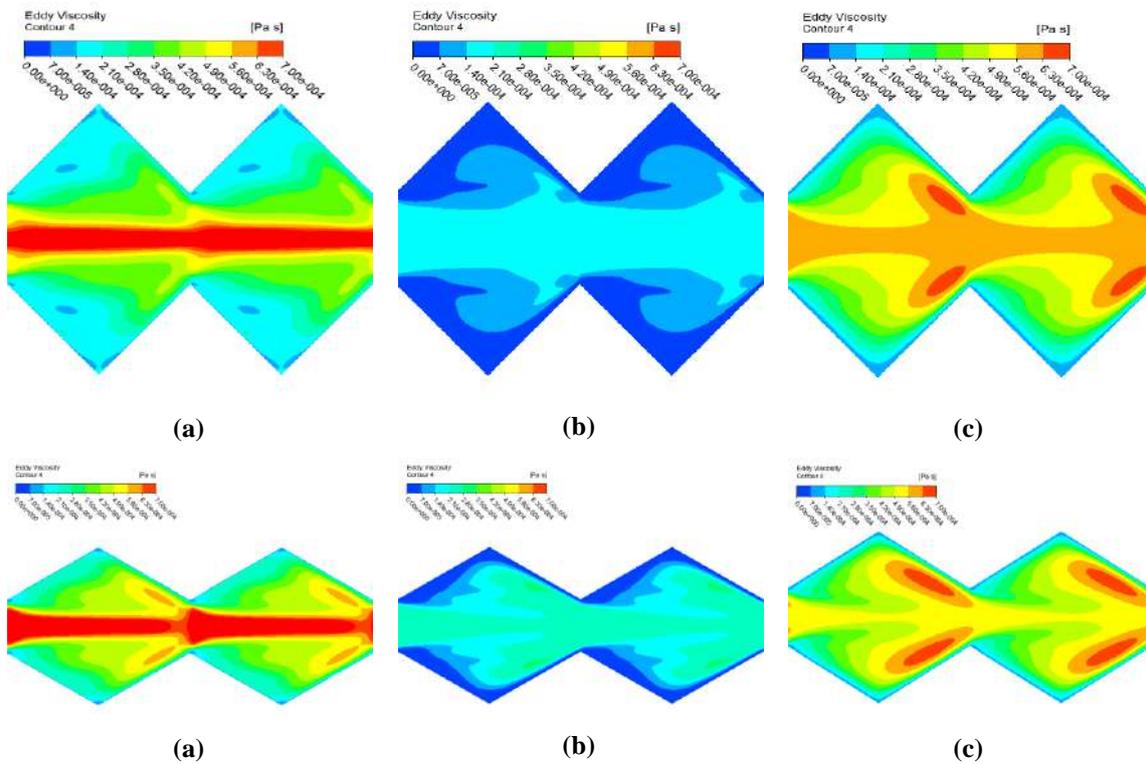


**Figura 6-12. Vetores de velocidade, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k-ε Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**

As Figura 6-13 e Figura 6-14 mostram os perfis de viscosidade turbulenta no interior dos canais corrugados (geometria 01 na linha superior e geometria 02 na linha inferior), para os casos de menor e maior vazão, respectivamente. É claramente notável perfis de viscosidade turbulenta mais intensos nos modelos que usam lei de parede. Além disso, apesar dos modelos k-ε Realizável e *RSM* Linear estarem com viscosidades turbulentas na mesma ordem de grandeza, é possível notar certas diferenças em relação às distribuições das mesmas. No caso do k-ε Realizável os valores mais altos se concentram no meio do canal, ao passo que para o *RSM* Linear pode-se observar picos de turbulência próximos aos vales das corrugações. No caso do modelo SST, a viscosidade turbulenta encontra-se muito baixa, principalmente no caso de menor vazão da geometria 01, no qual esta grandeza é praticamente zero.



**Figura 6-13. Viscosidade turbulenta, casos de menor vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**



**Figura 6-14. Viscosidade turbulenta, casos de maior vazão – Configuração geométrica 01 (linha superior) e configuração geométrica 02 (linha inferior): (a) k- $\epsilon$  Realizável, (b) SST e (c) RSM Linear.**

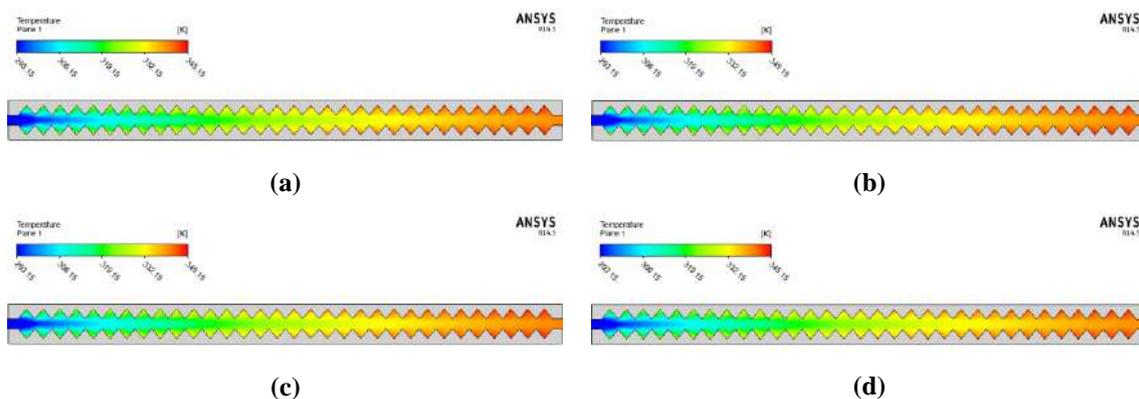
### 6.3 Análise de caso 3D

A fim de validar a hipótese bidimensional foi realizada uma simulação tridimensional do caso que apresentou pior resultado na análise 2D, que foi o caso 01, geometria 01.

Esta simulação foi realizada utilizando o modelo k- $\epsilon$  Realizável, pois é um modelo que apresentou resultados satisfatórios e não requer um custo computacional muito elevado. Como este modelo não necessita de malhas muito refinadas utilizou-se como base uma malha mais grosseira que a malha 1, com aproximadamente 100 mil elementos, que foram extrusados em 50 mm (largura do canal) na direção normal. As paredes laterais receberam condição de não-deslizamento e adiabáticas. Todas as outras condições de contorno permaneceram iguais as já citadas na Seção 4.1.2 para os casos 2D.

Como resultado, em termos de número de Nusselt, obteve-se o valor de 29,86 [ ], sendo que o resultado 2D para este caso foi 29,96 [ ], muito similar ao caso tridimensional e ambos apresentando aproximadamente 48 % de erro relativo aos experimentos.

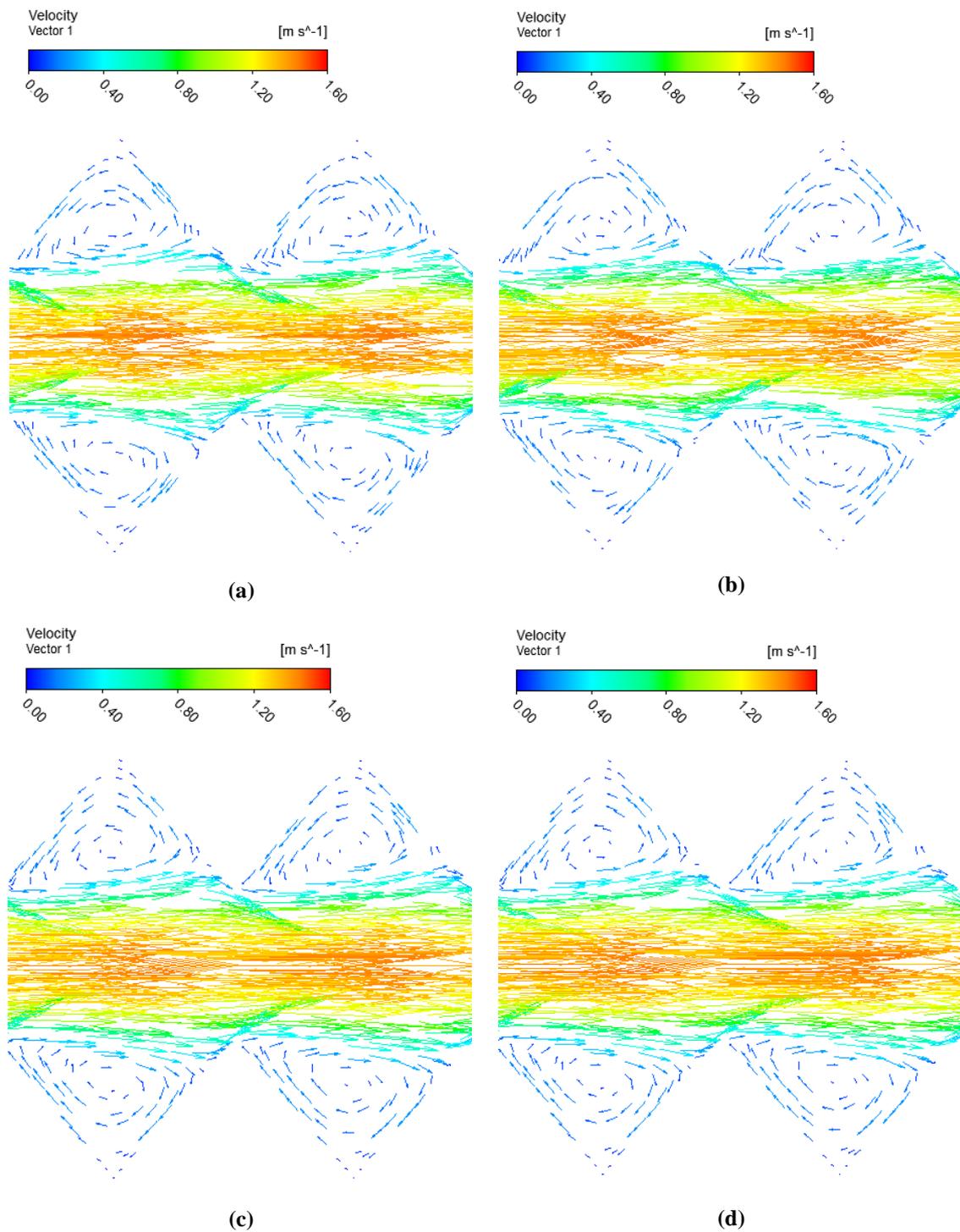
A Figura 6-15 mostra o perfil de temperatura do fluido no interior do canal corrugado em planos que cortam posições ao longo da terceira dimensão (eixo z). Pode-se observar que tais cortes apresentam perfis bem semelhantes, mostrando assim que a tridimensionalidade não está afetando muito o perfil térmico médio.



**Figura 6-15. Perfil de temperatura do fluido, caso 3D: (a) Corte em  $z = 10$  mm, (b) Corte em  $z = 20$  mm, (c) Corte em  $z = 30$  mm e (d) Corte em  $z = 40$  mm.**

A Figura 6-16 mostra vetores de velocidade no interior do canal corrugado em planos que cortam posições ao longo da terceira dimensão (eixo z). Pode-se observar que tais cortes apresentam perfis de recirculação nos vales das corrugações bem semelhantes,

mostrando assim que a tridimensionalidade não está afetando muito o escoamento principal.



**Figura 6-16. Vetores de velocidade, caso 3D: (a) Corte em  $z = 10\text{ mm}$ , (b) Corte em  $z = 20\text{ mm}$ , (c) Corte em  $z = 30\text{ mm}$  e (d) Corte em  $z = 40\text{ mm}$ .**

Diante dos resultados expostos pode-se dizer que a simplificação bidimensional foi validada por meio desta simulação tridimensional.

## Capítulo 7 – Conclusões e Sugestões

### 7.1 Conclusões

Foram realizadas investigações numéricas de forma a avaliar o escoamento turbulento de ar e as características da transferência de calor e perda de carga em canais corrugados 2D. As equações de conservação foram resolvidas utilizando o método de volumes finitos. As geometrias examinadas foram submetidas a condições de escoamento com número de Reynolds variando de 2000 a 7000. Três modelos de turbulência foram avaliados e comparados:  $k$ - $\epsilon$  Realizável, *SST* e *RSM* Linear. Os resultados obtidos foram confrontados com dados da literatura, em termos de número de Nusselt médio. A partir do presente estudo, as seguintes conclusões podem ser feitas:

- Os modelos matemáticos revelaram de uma forma geral uma melhor capacidade de simulação e concordância com os dados da literatura para valores de Reynolds mais elevados;
- Os três modelos avaliados apresentaram resultados coerentes entre si, em termos de Nu. O modelo *RSM* Linear, modelo a sete equações, mostrou-se bastante similar ao modelo  $k$ - $\epsilon$  Realizável, modelo a duas equações. Já o modelo *SST* é muito dependente da resolução da malha, com isso apresentou resultados satisfatórios apenas para a configuração geométrica 02, a qual foi possível obter uma boa malha;
- No que tange à previsão da perda de carga, foi possível notar uma diferença razoável entre os resultados apresentados pelo modelo *SST* e modelos que usam lei de parede ( $k$ - $\epsilon$  Realizável e *RSM* Linear), sendo que estes apresentaram valores superiores de fatores de atrito;
- Foi possível constatar que um modelo a duas equações que usa a abordagem de lei de parede para lidar com a região próxima à parede, como é o caso do modelo  $k$ - $\epsilon$  Realizável, já é capaz de produzir resultados coerentes para a análise térmica em canais corrugados, com um custo computacional bastante reduzido;
- A simplificação bidimensional adotada neste trabalho foi validada por meio de uma simulação tridimensional para o caso que apresentou pior resultado dentre os avaliados;

- Em termos qualitativos, observou-se a presença de zonas de recirculações nos vales formados pelas corrugações, o que promove a mistura do fluido na camada limite e intensifica a transferência de calor, em concordância com trabalhos disponíveis na literatura;
- De uma forma geral, os resultados mostram-se bastante razoáveis em termos da previsão da transferência de calor;
- Em suma temos: Para a geometria 01 apenas o modelo *RSM* Linear concorda com os dados experimentais, dentro da margem de erro, para  $Re > 3500$ . O modelo *k-ε* Realizável também apresenta resultados razoáveis, porém estes estão ligeiramente fora da margem de erro. Para a geometria 02 os três modelos de turbulência obtiveram boa concordância com os dados experimentais, para  $Re > 3000$ .

## 7.2 Sugestões para trabalhos futuros

Para estudos futuros, sugere-se a melhoria das malhas e o uso de modelos para a faixa de transição para avaliar o escoamento para os valores de Reynolds mais baixos, para os quais não foi possível obter resultados satisfatórios com a modelagem empregada neste trabalho.

Além disso, seria interessante avaliar a perda de carga em canais corrugados e confrontar com dados experimentais, pois neste estudo examinaram-se fatores de atrito, porém o autor do artigo experimental não reportou este tipo de resultado para as geometrias analisadas para que a comparação fosse realizada. Dessa forma, seria possível avaliar o melhor modelo para a previsão da perda de carga, uma vez que os modelos analisados apresentaram comportamentos distintos. Modelos que usam lei de parede predisseram uma queda de pressão significativamente maior que a prevista por modelos que resolvem a camada limite. Com isso, seria necessária uma validação dos modelos para o comportamento em termos de perda de carga.

## Referências

1. **Castellões, F. V., Quaresma, J. N. N., Cotta, R.M.** Convective heat transfer enhancement in low Reynolds number flows with wavy walls. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2010, Vol. 53, p 2022–2034.
2. **Castellões, F. V.** Análise da intensificação Térmica em Canais Corrugados a Baixos Números de Reynolds. *Tese de Doutorado, COPPE, UFRJ*. Rio de Janeiro : s.n., 2010.
3. **Bergles, A. E.** *Handbook of Heat Transfer*. New York, USA : McGraw-Hill, 1998. 3 rd edition.
4. **Hassan, I., Nirdosh, I. and Free, G. S.** Convective Mass Transfer at Corrugated Surfaces in Relation to Catalytic and Electrochemical Reactor Design. *Chemical Engineering and Processing*. 2009, Vol. 48, p. 1341–1345.
5. **Gherasim, I., et al., et al.** Heat Transfer and Fluid Flow in a Plate Heat Exchanger Part I. Experimental Investigation. *Int. J. Therm. Sci.* 2011, Vol. 50, p. 1492–1498.
6. **Pehlivan, H.** Experimental Investigation of Convection Heat Transfer in Converging–diverging Wall Channels. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2013, Vol. 66, p. 128-138.
7. **Bergles, A. E., Webb, R. L. and Junkan, G. H.** Energy Conservation via Heat Transfer Enhancement. *Energy*. 1978, Vol. 4, p. 193-200.
8. **Reay, D. A.** Heat Transfer Enhancement - A Review of Techniques and their Possible Impact on Energy efficiency in the U. K. *Heat Recovery Systems*. 1991, Vol. 11, p. 1-40.
9. **Bergles, A. E.** Recent developments in enhanced heat transfer. *Heat Mass Transfer*. 2011, Vol. 47, p. 1001-1008.
10. **Fabbri, G.** Heat transfer optimization in corrugated wall channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2000, Vol. 43, p. 4299-4310.
11. *Fabricantes e fornecedores*. [Online] [Cited: Janeiro 03, 2014.] <http://alibaba.com>.
12. **Incropera, F. P., et al., et al.** *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. Los Angeles : LTC, 2007. 6th Edition.
13. **Sachdeva, G., Kasana, K. S. and Vasudevan, R.** Heat transfer enhancement by using a rectangular wing vortex generator on the triangular shaped fins of a plate-fin heat exchanger. *Heat Trans Asian Res*. 2010, Vol. 39, p. 151–165.
14. **Skoldheden, B., Sunden, T.** Heat Transfer and Pressure Drop in a New Type of Corrugated Channels. *Int. Comm. Heat and Mass Transfer*. 5, 1985, Vol. 12, p. 559 - 566.
15. **Sunden, B., Karlsson, I.** Enhancement of Heat Transfer in Rotary Heat Exchangers by Streamwise Corrugated Flow Channels. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 3, 1991, Vol. 4, p. 305-316.
16. **Sawyers, D. R., Sen, M., Chang, H. C.** Heat Transfer Enhancement in Three-dimensional Corrugated Channel Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 22, 1998, Vol. 41, p. 3559 - 3573.
17. **Béreiziat, D. and Devienne, R.** Experimental characterization of Newtonian and non-Newtonian fluid flows in corrugated channels. *International Journal of Engineering Science*. 1999, Vol. 37, p. 1461-1479.
18. **Gradeck, M., Hoareau, B., Lebouché, M.** Local analysis of heat transfer inside corrugated channel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2005, Vol. 48, p. 1909–1915.
19. **Fabbri, G.** Heat Transfer Optimization in Corrugated Wall Channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2000, Vol. 43, p. 4299 - 4310.
20. **Niceno, B. and Nobile, E.** Numerical Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer in Periodic Wavy Channels. *International Journal Of Heat And Fluid Flow*. 2, 2001, Vol. 22, p. 156 - 167.
21. **Naphon, P.** Laminar convective heat transfer and pressure drop in the corrugated channels. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2007, Vol. 34, p. 62–71.

22. —. Heat transfer characteristics and pressure drop in channel with V corrugated upper and lower plates. *Energy Conversion and Management*. 2007, Vol. 48, p. 1516–1524.
23. **Naphon, P., Kornkumjayrit, K.** Numerical analysis on the fluid flow and heat transfer in the channel with V-shaped wavy lower plate. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2008, Vol. 35, p. 839–843.
24. **Eiamsa-ard, S., Promvongse, P.** Numerical study on heat transfer of turbulent channel flow over periodic grooves. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2008, Vol. 35, p. 844–852.
25. **Kwon, H. G., Hwang, S. D., Cho, H. H.** Flow and heat/mass transfer in a wavy duct with various corrugation angles in two dimensional flow regimes. *Heat Mass Transfer*. 2008, Vol. 45, p. 157–165.
26. **Elshafei, E. A. M., Awad, M. M., El-Negiry, E., Ali, A. G.** Heat transfer and pressure drop in corrugated channels. *Energy*. 2010, Vol. 35, p. 101–110.
27. **Yang, Y., Chen, P.** Numerical simulation of fluid flow and heat transfer characteristics in channel with V corrugated plates. *Heat Mass Transfer*. 2010, Vol. 46, 437–445.
28. **ANSYS-FLUENT.** Theory Guide. Release 14.5.7 : s.n., 2013. ANSYS Inc.
29. **Mohammed, H. A., Abed, A. M., Wahid, M. A.** The effects of geometrical parameters of a corrugated channel with in out-of-phase arrangement. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2013, Vol. 40, p. 47 – 57.
30. **Deylami, H. M., Amanifard, N., Sanaei, M., Kouhikamali, R.** Numerical Investigation of Heat Transfer and Pressure Drop in a Corrugated Channel. *International Journal of Engineering*. 2013, Vol. 26, p. 771–780.
31. **Schwind, J. J.** *Geophysical Fluid Dynamics for Oceanographers*. s.l. : Prentice-Hall, 1980. p. 307.
32. **Tennekes, H. & Lumley, J. L.** *A first course in turbulence*. Londres : The MIT Press, 1970.
33. **Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A. Yang, Z. Zhu, J.** A New k- $\epsilon$  Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation. *Computers Fluids*. 1995, Vol. 24, p. 227–238.
34. **Wilcox, D. C.** Turbulence Model for CFD. *DCW Industries, Inc.* La Canada, CA : s.n., 1993.
35. **Menter, F. R.** Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. 1994, Vol. 32, p. 1598–1605.
36. **Daly, B. J. & Harlow, F. H.** Transport Equations in Turbulence. *Phys. Fluids*. 1970, Vol. 13, p. 2634–2649.
37. **Lien, F. S. & Leschziner, M. A.** Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure. *Computers and Fluids*. 1994, Vol. 23, p. 983–1004.
38. **Silva Freire, Á., Menut, P., & Su, J.** Anais da 1ª Escola de Primavera em Transição e Turbulência. *Coleção Cadernos de Turbulência*. Rio de Janeiro: ABCM : s.n., 1998.
39. **Gibson, M. M. & Launder, B. E.** Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer. *J. Fluid Mech.* 1978, Vol. 86, p. 491–511.
40. **Fu, S., Launder, B. E., Leschziner, M. A.** Modeling Strongly Swirling Recirculating Jet Flow with Reynolds-Stress Transport Closures. *In Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows*. Toulouse, France : s.n., 1987.
41. **Launder, B. E.** Second-Moment Closure and Its Use in Modeling Turbulent Industrial Flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. 1989, Vol. 9, p. 963–985.
42. **Speziale, C. G., Sarkar, S., Gatski, T. B.** Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: An Invariant Dynamical Systems Approach. *J. Fluid Mech.* 1991, Vol. 227, p. 245–272.
43. **Jayatillaka, C.** The Influence of Prandtl Number and Surface Roughness on the Resistance of the Laminar Sublayer to Momentum and Heat Transfer. *Prog. Heat Mass Transfer*. 1969, Vol. 1, p. 193–321.

44. **Versteeg, H. K., & Malalasekera, W.** *An introduction to Computational Fluid Dynamics - The finite volume method*. Inglaterra: Longman : Scientific & Technical, 1995.

45. **Maliska, C.** *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Florianópolis : Ltc, 2004. v. 2.