UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO CENTRO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DA NATUREZA INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS DEPARTAMENTO DE METEOROLOGIA

Victor Azevedo Godoi

Avaliação do Modelo *Princeton Ocean Model (POM*) para a Simulação de Ondas Superficiais de Gravidade

Monografia Submetida ao Corpo Docente da Coordenação do Programa de Graduação em Meteorologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como Parte dos Requisitos Necessários para Obtenção do Grau de Bacharel em Meteorologia

Orientadores:

Audálio Rebelo Torres Júnior, D.Sc. e Saulo Meirelles, B.Sc.

Rio de Janeiro, setembro de 2009

Ficha Catalográfica

Godoi, V. A.

AVALIAÇÃO DO MODELO *PRINCETON OCEAN MODEL (POM*) PARA A SIMULAÇÃO DE ONDAS SUPERFICIAIS DE GRAVIDADE

Rio de Janeiro, RJ, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza, Instituto de Geociências, Departamento de Meteorologia, 2009.

Monografia: Bacharelado em Meteorologia.

Palavras-chave: Ondas superficiais de gravidade, POM, REF/DIF 1 V2.5.

Avaliação do Modelo Princeton Ocean Model (POM) para a Simulação de Ondas Superficiais de Gravidade

VICTOR AZEVEDO GODOI

Monografia Submetida ao Corpo Docente da Coordenação do Programa de Graduação em Meteorologia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como Parte dos Requisitos Necessários para Obtenção do Grau de Bacharel em Meteorologia

Aprovada por:

Prof º. Audalio Rebelo Torres Junior, D.Sc.

Orientador/UFRJ/Rio de Janeiro

Saulo Meirelles, B.Sc.

Sauls meinelles

Orientador/Petrobrás/Rio de Janeiro

Leonardo Maturo Marques da Cruz, M.Sc.

Luiz Paulo de Freitas Assad, D.Sc.

Lagun

PROOCEANO/Rio de Janeiro

LAMMA/LAMCE/ Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Setembro de 2009

Agradecimentos

Devo, primeiramente, agradecer aos meus pais que me apoiaram na decisão do curso escolhido, além de me apoiarem da melhor forma durante a toda a graduação. Agradeço também a equipe do Laboratório de Modelagem de Processos Marinhos e Atmosféricos (LAMMA) e a equipe do Núcleo de Computação da Qualidade do Ar (NCQAr), as quais me ajudaram a crescer quanto profissionalmente. Agradeço tanto pessoalmente aos meus orientadores, Audálio Torres Jr. e Saulo Meirelles, que contribuíram na passagem de conhecimento para que esta pesquisa pudesse ser desenvolvida. É importante citar a relevância da presença de amigos e familiares, e de tudo que me serviu como válvula de escape para que eu pudesse suportar momentos difíceis e dividir momentos felizes durante toda a graduação.

" É melhor atirar-se à luta em busca de dias melhores, mesmo correndo o risco de perder tudo, do que permanecer estático, como os pobres de espírito, que não lutam, mas também não vencem, que não conhecem a dor da derrota, nem a glória de ressurgir dos escombros. Esses pobres de espírito, ao final da jornada na Terra, não agradecem a Deus por terem vivido, mas desculpam-se perante Ele por terem simplesmente passado pela vida."

Bob Marley

Abstract

The Princeton Ocean Model (POM) was used in this study in order to simulate gravity surface waves when representing the experiment performed by Berkhoff (1982). For this purpose, the Combined Refraction/Diffraction Model Version 2.5 – REF/DIF 1 v.2.5 was used as object of comparison, because this one succeeded in experiment simulation. Wave transformation phenomena as diffraction, refraction, caustic, shoaling and reflection were evaluated from three sceneries: a control case, with bathymetry with constant depth; a case in which the bathymetry reproduces that one of the experiment; and the anomaly analysis.

Therefore, we seek to highlight the contrast between simulated waves in two models which incorporate distinct governing equations, which make some processes more relevant than others.

The simulation of gravity waves through POM, if existent, it is not known, which brings new expectations about the model. It was realized, through reached results, that the chosen experiment was not the best option to simulate free surface elevation. However, characteristics that were not evidenced by REF/DIF 1 v.2.5 yet were enhanced, suggesting POM is able to estimate surface elevation in other events with some restriction.

Resumo

O Princeton Ocean Model (POM) foi utilizado neste estudo a fim de simular ondas superficiais de gravidade ao representar o experimento realizado por Berkhoff (1982). Para tal. utilizou-se Modelo Combinado 0 de Refração/Difração Versão 2.5 - REF/DIF 1 v.2.5 como objeto de comparação, sabendo-se que este último obteve sucesso ao simular o experimento. Fenômenos de transformação da onda como difração, refração, cáustica, empinamento e reflexão foram avaliados a partir de três cenários: um caso controle, com a batimetria com profundidade constante; um caso em que a batimetria reproduz aquela do experimento; e uma análise da anomalia.

Buscou-se então, ressaltar as diferenças ocorridas entre as ondas simuladas em dois modelos que incorporam equações governantes distintas, as quais tornam alguns processos mais relevantes que outros.

A simulação de ondas de gravidade através do *POM*, se existente, não é conhecida, trazendo a tona novas expectativas sobre o modelo. Foi percebido, através dos resultados alcançados, que o experimento escolhido não foi a melhor opção para simular a elevação da superfície livre. Entretanto, características ainda não evidenciadas pelo *REF/DIF 1 v.2.5* foram enaltecidas, sugerindo que o *POM* seja capaz de estimar a elevação da superfície para outros eventos com certa restrição.

vii

Sumário

Lista de Figurasix
Lista de Tabelasxi
Lista de Símbolosxii
1. Introdução 1
2. Motivação e Objetivo
3. Visão Geral da Teoria Linear de Ondas 4
4. Equação da Declividade Suave 13
5. Descrição do Experimento Realizado por Berkhoff et al. (1982) 15
5.1 Descrição das medidas 16
5.2 Comparação entre os modelos 19
5.3 Comparação Qualitativa entre os Resultados dos Modelos
6. Descrição dos Modelos Utilizados 20
6.1 Princeton Ocean Model (POM)
6.2 Modelo Combinado de Refração/Difração Versão 2.5 - REF/DIF 1 V2.5 22
7. Metodologia 24
8. Resultados e Discussão 28
8.1 Caso Controle
8.2 Caso 1
8.3 Análise da Anomalia 42
9. Conclusões e Considerações Finais 46
10. Trabalhos Futuros
11. Referências Bibliográficas 48

Lista de Figuras

Figura 1: Resumo da formulação da Teoria Linear de Ondas com as condições de contorno cinemáticas, dinâmicas e laterais. Adaptado de Dean e Dalrymple (1984)
Figura 2: Superfície do mar dada a partir da superposição de ondas senoidais. Fonte: WMO (1998)
Figura 3: Tipos de refração: (a) Refração devido a uma crista submarina, (b) Refração devido a um canyon submarino, (c) Refração ao longo de uma linha de costa irregular. Fonte: WMO (1998)
Figura 4: Difração da onda: (a) ilustrando a transferência lateral de energia para a zona de sombra. (b) no quebra-mar do porto de Channel Islands, Califórnia. Fonte: WMO (1998)
Figura 5: Dimensões do tanque de simulação de ondas. Adaptada de Berkhoff (1982)
Figura 6: Área de coleta de medidas. Adaptada de Berkhoff (1982) 17
Figura 7: Sistema de coordenada sigma. Fonte: Mellor, 2003 21
Figura 8: Domínio computacional24
Figura 9: Perfil vertical da batimetria do tanque: (a) na borda sul; (b) no centro; (c) na borda norte
Figura 10: Energia Cinética do processo de propagação da onda ao longo do tanque para o POM
Figura 11: Propagação da onda ao longo do tanque, no Caso Controle, para cada passo de tempo de integração do modelo POM: (a) na borda sul; (b) no centro; (c) na borda norte
Figura 12: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda, no centro do tanque, para o POM (linha azul) e o REF/DIF1 V2.5 (linha vermelha) no Caso Controle
Figure 40. Flaveaña de aurorítica livre are 0. Dise lavea de direction de services

Figura 13: Elevação da superfície livre em 2-D ao longo da direção de propagação da onda para o REF/DIF1 V2.5 e o POM, respectivamente, no Caso Controle... 33

Figura 14: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda para o POM, no Caso Controle, nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul): (a) na borda sul, (b) no centro e (c) na borda norte. 34

Lista de Tabelas

Tabela 1: Modelo de testes. Adaptada de Berkhoff (1982)	18
Tabela 2: Valores máximos de amplitude para cada modelo no Caso Controle	32
Tabela 3: Valores máximos de amplitude para cada modelo no Caso 1	38

Lista de Símbolos

- a amplitude da onda (m)
- *C* velocidade de fase da onda (m/s)
- C_{g} velocidade de grupo da onda (m/s)
- d profundidade local (m)
- dte passo de tempo externo do modelo POM

float função do programa Fortran

- g aceleração gravitacional (m/s^2)
- H altura de onda (m)
- *i* número complexo
- *i* int passo de tempo interno do modelo POM
- *isplit* divisão entre o passo de tempo interno e externo do modelo *POM*
- k número de onda (rad / m)
- L comprimento de onda (m)
- mare1 função de elevação da superfície livre do modelo POM
- p pressão $\left(N/m^2\right)$
- pi termo de valor constante Pi
- ramp variável lógica para a rampa inercial do modelo POM
- t tempo (s)
- T período de onda (s)
- w componente vertical da velocidade (m/s)
- *x* coordenada horizontal
- y coordenada horizontal
- z coordenada vertical
- ϕ potencial de velocidade
- η elevação da superfície livre (m)
- ρ densidade da água (kg/m^3)
- σ coordenada sigma do modelo *POM*

 ω freqüência angular (rad / s)

1. Introdução

O estudo de ondas superficiais é de grande interesse para muitos tipos de aplicações. Como exemplos, destacam-se o papel fundamental na dinâmica de ambientes costeiros e a influência direta em estruturas *offshore*.

Segundo Candella (1997), o monitoramento de ondas superficiais se faz necessário devido à importância da segurança para navegação comercial, pesqueira e recreativa, nas aplicações militares e nas engenharias naval e costeira.

Ondas superficiais são definidas como perturbações oscilantes que se propagam com periodicidade na superfície livre de um fluido, sendo classificadas de acordo com os seus comprimentos de onda e seus respectivos períodos, devido ao fato de estarem sob a influência de diversas forças de restauração.

Para que sejam formadas, as ondas superficiais de gravidade precisam de uma pista, região através da qual o vento atuará, e de um vento que escoe de uma mesma direção durante certo intervalo de tempo com uma intensidade mínima.

As ondas podem se dividir em vagas e marulhos. As primeiras são aquelas localizadas ainda na zona de geração e que são capazes de receber energia do vento. Quando saem da zona de geração, as ondas passam a não mais receber esta energia e são mais bem organizadas, passando então a serem chamadas de marulho (Candella, 1997).

Ao se aproximar da costa, a onda passa a sofrer efeitos como difração, refração e empinamento. A Lei de Snell propiciou a formação do método clássico de cálculo de refração de ondas. No entanto, este método apresenta alguns problemas, principalmente em regiões nas quais a batimetria é complexa, podendo ocasionar as chamadas cáusticas. Estas últimas são originadas pela forte focalização de energia, a partir do cruzamento de raios de trens de ondas, tornando infinita e obviamente irreal a altura da onda.

Efeitos importantes, como os não-lineares e a difração, não são considerados neste método clássico, por isto é importante a utilização de métodos que incorporem estes processos para que as transformações sofridas pelas ondas sejam bem representadas.

Uma forma de se prever os processos de geração, propagação e dissipação de ondas é através da utilização de modelos numéricos, que para ondas superficiais, tem como principal condição de contorno o vento. Este último gera, primeiramente, ondas capilares, que por definição têm comprimentos de onda menores que 1,7 cm, curto período e tem a tensão superficial como força de restauração. Após ceder energia suficiente para a onda crescer além do comprimento supracitado, a força de restauração passa a ser a força gravitacional, que dá o nome às ondas superficiais de gravidade, as quais por sua vez, apresentam maior período e altura que a onda capilar.

Os modelos de propagação de onda têm sofrido uma grande evolução à medida que se aumenta a necessidade de informações costeiras e *offshore*, como por exemplo, informações sobre a altura significativa, a direção e o período de pico e a energia das ondas.

Segundo Barletta (2006) muitos modelos numéricos têm sido propostos para a determinação das transformações sofridas pelas ondas ao se propagarem de águas profundas para águas rasas, transformações estas que podem estar atreladas a processos conservativos e não-conservativos. O primeiro grupo abrange os processos que não alteram o conteúdo de energia da onda, são eles: o empinamento, a refração, a difração, a reflexão e os efeitos não-lineares. Já o segundo é composto por processos relacionados à perda ou ganho de energia, que são: a transferência de energia do ar para o mar devido ao vento, a arrebentação, os efeitos de fricção com o fundo e outros.

A refração atua como principal processo da interação das ondas com a plataforma continental. Já a difração, os efeitos não-lineares, a dissipação no fundo e a arrebentação são mais relevantes em águas mais rasas.

Na próxima seção são apresentados a motivação e os objetivos deste

estudo.

Na seção 3, a Teoria Linear de Ondas é descrita resumidamente, de forma a mostrar as formulações e os processos de transformação da onda em águas rasas.

A Equação da Declividade Suave, que é a equação governante de um dos modelos aqui utilizados, é exposta juntamente com as suas limitações e vantagens de uso na seção 4.

Na seção 5, é descrito o experimento que serviu como base para esta pesquisa. Posteriormente, na seção 6, são expostas sucintamente as características mais relevantes dos modelos computacionais confrontados neste estudo.

A metodologia aqui utilizada é explanada minuciosamente na seção 7. Na seção 8, encontram-se os resultados referentes aos casos pesquisados.

Na seção 9, são apresentadas as conclusões do estudo e finalmente na seção 10 são sugeridos os trabalhos futuros.

2. Motivação e Objetivo

Existem diversos modelos computacionais que se propõem a calcular parâmetros de onda, alguns são mais específicos para águas rasas e outros para águas profundas. Outros modelos são responsáveis por determinar a circulação hidrodinâmica de certas regiões, dentre elas estão lagoas, rios, oceanos, estuários e etc.

A motivação deste trabalho surgiu em investigar como um modelo de circulação oceânica, baseado nas equações primitivas, simularia ondas superficiais de gravidade. Para tanto, utilizou-se como base o experimento realizado por Berkhoff et al em 1982, um experimento amplamente utilizado pela comunidade científica para avaliar o desempenho de modelos de propagação de ondas.

Assim, este estudo tem como objetivos específicos:

- Avaliar o modelo Princeton Ocean Model (POM) em relação à propagação de ondas superficiais de gravidade, através da comparação com o modelo REF/DIF1 V2.5, ao simular o experimento realizado por Berkhoff (1982).
- Comparar o *POM* com o *REF/DIF1 V2.5* em um experimento controlado ao simular a propagação de ondas superficiais.
- Compreender como o POM trata as transformações da onda em águas rasas.

3. Visão Geral da Teoria Linear de Ondas

A Teoria Linear de Ondas (TLO), também chamada de Teoria de onda de pequena amplitude, ou ainda de Teoria de Ondas de Airy, trata a descrição espectral das ondas oceânicas perfeitamente, uma vez que a descrição espectral é baseada na consideração de que os componentes da onda (amplitude, freqüência e direção) são harmônicos e independentes, em outras palavras, o comportamento da onda é linear e harmônico.

Segundo Holthuijsen (2007), a TLO é baseada fundamentalmente em duas equações, a do balanço de massa e a do balanço da quantidade de movimento. Ambas podem ser expressas a partir da função potencial de velocidade (ϕ), o que resulta nas equações de Laplace e Bernoulli. São consideradas também algumas condições de contorno que descrevem aspectos cinemáticos e dinâmicos das ondas, as quais serão apresentadas em detalhes adiante, assim como as equações de Laplace e Bernoulli. As ondas harmônicas passam a ser solução para as equações citadas acima, após a

linearização.

O caráter linear da teoria define que as ondas não afetam umas as outras enquanto deslocam-se pela superfície do fluido. O principal ponto desta teoria é a consideração da *aproximação de pequena amplitude*, que determina que a amplitude da onda seja pequena quando comparada ao comprimento de onda e à profundidade da água.

Quando as ondas são esbeltas ou a água é muito rasa, a TLO não é mais válida e o espectro não mais dá uma descrição estatística e física completa das ondas. A partir de então, as formulações passam a considerar os efeitos não-lineares. Para tal, outras teorias como a de Onda de Stokes, de Onda Cnoidal e de função corrente são utilizadas (Holthuijsen, 2007).

Airy, em 1845, considerou a propagação do campo de ondas na ausência de forçantes, estabelecendo as seguintes características para a Teoria linear:

- A água é assumida ser um fluido ideal (sem viscosidade) e incompressível (com densidade constante no tempo e no espaço).

- Com relação às partículas da água, elas não podem deixar a superfície (a velocidade da partícula normal à superfície é igual à velocidade da superfície naquela direção) e nem penetrar no fundo do local sobre o qual se desloca.

- A gravitacional deve ser a única força externa, isso implica no comprimento de onda ser maior que alguns centímetros e menor que poucos quilômetros, eliminando assim a tensão superficial e a força de Coriolis, respectivamente.

- A pressão atmosférica é considerada constante e nula na superfície.

 Excluí-se a fricção com o fundo para que não seja preciso considerar a dissipação de energia.

- A amplitude das ondas deve ser suficientemente pequena em relação ao seu comprimento e a profundidade da água.

- A função potencial de velocidade (ϕ) é utilizada. Para tal, é necessário que o fluido seja irrotacional.

- A onda tem fase constante e se propaga em uma direção no plano xz, mantendo a sua forma constante, sendo assim chamada de onda plana.

Então, a partir das condições definidas anteriormente, a formulação da TLO

é desenvolvida, resumidamente, a partir da equação (1):

$$\overrightarrow{\nabla^2}\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$$
(1)

Esta representa a equação da continuidade escrita em função do potencial de velocidade, também chamada de equação de Laplace, na qual ϕ (*x*,*z*) representa a função potencial de velocidade, *x* é a coordenada horizontal e *z* a coordenada vertical.

Como a pressão na superfície livre do fluido foi considerada constante e nula, tem-se como condição de contorno dinâmica a equação de Bernoulli na forma linearizada, também expressa em termos do potencial de velocidade:

$$-\frac{\partial\phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{para} \quad z = 0 \tag{2}$$

Nesta equação, g representa a aceleração gravitacional, η é a elevação da superfície livre e t o tempo.

Não havendo transporte de fluido através do fundo e da superfície livre, a condição de contorno cinemática pode ser escrita na forma:

$$-\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\partial\eta}{\partial t} \quad \text{em} \quad z = 0$$
(3)

onde

$$w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$$
 em $z = -d$ (4)

O que implica dizer que a velocidade vertical w é nula na interface do fluido com o fundo e a velocidade da superfície livre pode ser considerada como sendo igual à velocidade do próprio fluido. Na equação (4), d representa a profundidade. Sabendo-se que a solução se repete no tempo e no espaço, ou seja, baseado na periodicidade espacial e temporal e na propagação da onda ao longo do eixo x, escreve-se como condições de contorno laterais:

$$\phi(x,t) = \phi(x+L,t) \tag{5}$$

$$\phi(x,t) = \phi(x,t+T) \tag{6}$$

onde *L* e *T* são o comprimento de onda e o período da onda, respectivamente.

Na Figura 1 são resumidos os princípios da teoria linear com as suas condições de contorno cinemática, dinâmica e lateral e suas respectivas formulações.



Figura 1: Resumo da formulação da Teoria Linear de Ondas com as condições de contorno cinemáticas, dinâmicas e laterais. Adaptado de Dean e Dalrymple (1984).

Na equação de Bernoulli aparecem os termos $p \in \rho$, onde o primeiro

representa a pressão e o segundo a densidade da água.

O potencial de velocidade pode ser obtido a partir das formulações anteriores e é escrito como:

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh[k(d+z)]}{\cosh(kd)} \cos(kx - \omega t)$$
(7)

Na qual: ω é a freqüência angular, que pode ser escrita a partir do período como $\omega = 2\pi/T$, k é o número de onda, que pode ser escrito em função do comprimento da onda como $k = 2\pi/L$, e por fim, a representa a amplitude, que é considerada metade da altura da onda.

Uma relação entre $k \in \omega$, chamada relação de dispersão, pode ser expressa para uma profundidade arbitrária da seguinte maneira:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \tag{8}$$

Após definir o potencial de velocidade, é possível escrever uma equação senoidal para a elevação da superfície livre, que é dada por:

$$\eta = a\sin(kx - \omega t) \tag{9}$$

Dispondo das formulações citadas anteriormente torna-se viável escrever a velocidade de fase da onda como:

$$C = \frac{L}{T} = \frac{\omega}{k} \tag{10}$$

ou ainda como:

$$C^{2} = \frac{g}{k} \tanh(kd) \tag{11}$$

A velocidade de fase é considerada como sendo a velocidade de cada onda dentro de um pacote de ondas que se desloca com uma velocidade de grupo. Esta última pode ser definida como a velocidade com que a energia da onda é propagada, e é dada por:

$$C_{g} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] C$$
(12)

Ondas dispersivas apresentam velocidade de fase diferente da velocidade de grupo e propagam-se independentemente umas das outras. Isto é visto em águas profundas, pois ondas com comprimentos maiores se propagam mais rapidamente que aquelas com comprimentos menores. Já em águas rasas, as ondas são não dispersivas, ou seja, a velocidade de fase da onda é igual a sua velocidade de grupo e todas as ondas dentro do pacote apresentam a mesma velocidade. Isto pode ser analisado quando se nota que para águas rasas o termo tanh(kd) é aproximado por kd.

A Figura 2 é a caracterização de um exemplo clássico da superposição de um grande número de ondas senoidais, com diferentes direções e comprimentos de onda, gerando o mar como ele é visto por um observador.



Figura 2: Superfície do mar dada a partir da superposição de ondas senoidais. Fonte: WMO (1998).

Ao chegarem a águas intermediárias as ondas sofrem transformações devido à maior interação com o fundo, com as correntes, com pedras, recifes, ilhas e outros obstáculos. Essas transformações são processos denominados refração, difração e empinamento e freqüentemente têm influência mais expressiva que o vento local em condições de água rasa. As ondas passam a sofrer as transformações quando atingem uma profundidade equivalente a um quarto do seu comprimento de onda (WMO, 1998). Dependendo da literatura, é possível encontrar que os efeitos de refração e difração são sentidos pela onda quando estas atingem uma profundidade de metade do seu comprimento.

Sucintamente, é possível descrever os processos de refração, difração e empinamento como se segue:

Refração: O fenômeno da refração é dito ser a mudança da velocidade da onda devido às alterações no meio de propagação desta, que são dadas principalmente pela influência do fundo e de correntes, podendo ocasionar também mudança na direção de propagação. A altura da onda pode sofrer influência deste fenômeno através da concentração ou dispersão do fluxo de energia em resposta às alterações citadas, o que poderia formar as chamadas cáusticas. Na Figura 3 são ilustrados alguns tipos de refração devido à influência do fundo. É possível observar que as ondas quebram de diferentes formas em função de se ter uma crista submarina ou um *canyon* submarino, pois a onda tende a quebrar na região em que as linhas isobatimétricas são mais concentradas.



Figura 3: Tipos de refração: (a) Refração devido a uma crista submarina, (b) Refração devido a um *canyon* submarino, (c) Refração ao longo de uma linha de costa irregular. Fonte: WMO (1998).

 Difração: Este processo é representado pela distribuição lateral de energia através de uma mesma crista. A energia da onda se desloca perpendicularmente à direção de propagação dominante. O efeito da difração é geralmente ignorado em mar aberto e ocorre quando ilhas, portos ou outros tipos de obstáculos estão presentes. Geralmente, os efeitos de refração e difração ocorrem ao mesmo tempo, e num modo mais simples de se tratar este caso, assume-se que quando um efeito é relevante o outro é desprezado, assim como é abordado em modelos de refração e difração combinados. Na Figura 4 apresenta-se exemplos do efeito de difração.





(b)

Figura 4: Difração da onda: (a) ilustrando a transferência lateral de energia para a zona de sombra. (b) no quebra-mar do porto de *Channel Islands*, Califórnia. Fonte: WMO (1998).

Empinamento: Ocorre quando um trem de ondas se aproxima de regiões com profundidades mais rasas em relação àquela que vinha se propagando, o que faz com que a velocidade da energia de propagação deste trem seja alterada, primeiramente aumentando para depois diminuir. Este fato acarreta no encurtamento do comprimento de onda, o que lida diretamente com um pequeno aumento na altura desta, sem alterar a sua direção devido à concentração de energia em algumas regiões. O empinamento pode ser considerado como um efeito particular da refração, já que a velocidade da onda é alterada quando existe alteração no comprimento de onda. Este efeito é mais bem visto

quando as cristas das ondas são paralelas ao contorno do fundo (batimetria).

4. Equação da Declividade Suave

A Equação da Declividade Suave (EDS) ou *Mild Slope Equation* é a equação que governa a propagação de ondas superficiais de gravidade de pequena amplitude sobre um fundo com inclinação suave, incluindo efeitos de empinamento, reflexão, refração e difração. Uma pequena discussão será feita a seguir a respeito desta equação, pois ela representa a equação governante do modelo *REF/DIF 1 v.2.5* utilizado neste estudo.

A EDS foi obtida por Berkhoff em 1972 e baseia-se na hipótese da declividade suave, que considera as variações de profundidade muito pequenas se comparadas ao comprimento de onda (Romeu, 2000). Esta equação trouxe grandes benefícios para a modelagem de ondas. Ela é escrita em termos do deslocamento da superfície livre, $\eta(x, y)$, e pode ser dada em termos do operador gradiente horizontal por:

$$\nabla_{h} \cdot \left(CC_{g} \nabla_{h} \eta \right) + \omega^{2} \frac{C_{g}}{C} \eta = 0$$
(13)

Até a década de 90, a demanda computacional para resolver esta equação era bastante alta em termos de capacidade, e uma aproximação baseada na equação completa da declividade suave era de uso prático somente para áreas pequenas com dimensões de poucos comprimentos de onda (Booij et al., 1992). A EDS definida por Berkhoff em 1972 é uma equação diferencial parcial elíptica cuja solução é dada em cada ponto do domínio computacional, necessitando de condições de contorno específicas para as fronteiras do domínio. A EDS leva em conta os efeitos de reflexão da onda, no entanto, estes efeitos podem ser negligenciados quando as ondas se aproximam de uma costa com inclinação suave, geralmente implicando que somente as variações na altura ao longo da crista e direção da onda são relevantes, difração e refração, respectivamente. Esta consideração gera uma opção computacional para a EDS (a aproximação parabólica, cuja solução foi obtida por Radder, 1979), na qual a solução é obtida simultaneamente para todos os pontos ao longo de uma linha aproximadamente alinhada com as cristas da onda. A solução então, é dada através da sucessão de tais linhas, o que poupa consideravelmente o custo computacional e pode ser aplicada para áreas um pouco maiores que a equação completa da declividade suave. Esta nova solução tem sido implementada em modelos numéricos, nos quais os efeitos das correntes, ventos e dissipação de energia devido à fricção com o fundo e fundo que induz a quebra também tem sido incluídos (Vogel et al., 1988).

A forma parabólica da EDS pode ser descrita como se segue:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} - \left[ik - \frac{1}{2kCC_g} \frac{\partial}{\partial x} \left(kCC_g\right)\right] \phi - \frac{i}{2kCC_g} \frac{\partial}{\partial y} \left(CC_g \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) = 0$$
(14)

Na equação (14), *i* representa o número complexo, e os outros termos têm o mesmo significado da seção anterior. Esta equação requer uma direção predominante de propagação da onda, o que faz com que somente ângulos de até 45º de desvio, pela solução de Radder (1979), e 60º, pela solução obtida por Booij (1981), em relação a esta direção predominante sejam considerados confiáveis para a aproximação parabólica.

Os modelos que são desenvolvidos na forma parabólica não prevêem ondas que são refletidas exatamente na direção que vieram. Deste modo, o efeito de reflexão da onda não é expresso.

5. Descrição do Experimento Realizado por Berkhoff et al. (1982)

O experimento desenvolvido por Berkhoff em 1982 foi realizado no *Waterloopkundig Laboratorium Delft Hydraulics Laboratory*, na Holanda, tendo como propósito obter métodos computacionais que pudessem analisar e prever a propagação de ondas sobre uma área com batimetria não uniforme (Berkhoff, 1982).

Este experimento consistiu num estudo de refração e difração de ondas aquáticas de pequena amplitude, envolvendo também a deformação da onda pelo fenômeno de empinamento.

No experimento, três métodos computacionais foram descritos sucintamente e discussões sobre suas aplicabilidades na prática também foram feitas. Estes métodos eram baseados na aproximação da declividade suave, e são apresentados como: o modelo de refração, que negligencia todos os efeitos de difração e reflexão, o método da aproximação parabólica de refração-difração, desenvolvido por Radder (1979), e o método combinado de refração-difração, desenvolvido por Berkhoff (1972).

Até então, os modelos computacionais desenvolvidos eram baseados na teoria linear de ondas harmônicas simples, ou seja, não levavam em conta os efeitos não-lineares, tais como a dissipação de energia pela fricção com o fundo ou pela quebra da onda (Berkhoff, 1982).

No experimento também foi apresentada uma comparação entre os resultados computacionais e medidas obtidas a partir de um modelo de escala hidráulica, no qual as condições físicas poderiam ser controladas de tal maneira que existisse uma ótima concordância com os pontos de partida das formulações matemáticas.

O experimento foi formulado a partir de um domínio tri-dimensional, com a direção vertical limitada de um lado por um fundo não-uniforme e do outro por uma superfície livre móvel.

As formulações matemáticas utilizadas nos modelos lineares descritos no

experimento podem ser encontradas na seção 3 deste documento.

5.1 Descrição das medidas

São representadas na Figura 5 as dimensões do tanque com o gerador de ondas onde houve a coleta de medidas.



Figura 5: Dimensões do tanque de simulação de ondas. Adaptada de Berkhoff (1982)

O modelo de escala hidráulica consistiu de um fundo com inclinação de 1:50, com uma ou duas calotas elípticas. Ondas, regulares ou irregulares, foram geradas em frente à rampa inclinada, com ângulos de incidência de até 70°. Na outra ponta da rampa, as ondas foram absorvidas por uma praia de cascalho com o intuito de evitar o efeito indesejado da reflexão. A dimensão do tanque era de 20 x 20 m, na qual medidas detalhadas foram possíveis numa grade com até 0.25 x 0.25 m. Dependendo da variação espacial das características do campo de ondas, a grade podia aumentar para 0.5 x 0.5 m.

O sistema de medições consistiu de uma fileira móvel com dez instrumentos capazes de medir a altura da onda, os quais registravam o movimento da superfície livre juntamente com o movimento do gerador de ondas ao longo das seções de 1 a 8. As características da área de coleta de medidas com uma calota no fundo podem ser observadas na Figura 6.



Figura 6: Área de coleta de medidas. Adaptada de Berkhoff (1982)

Ressaltam-se algumas características em relação à Figura 6:

- A seção 1 apresentou somente efeitos iniciais ligados ao ressalto hidráulico.
- As seções 2 e 3 foram regiões de concentração de energia.
- A seção 3 apresentou as maiores amplitudes de onda.
- No local onde o efeito de difração foi mais importante, têm-se a região com menor influência da calota, seções 4 e 5.

 Na seção 6 foi possível observar um rápido decaimento na altura da onda, por ter sido uma região próxima a um ponto no qual não se teve diferença entre a crista e o cavado da onda, provavelmente devido à pequena reflexão na área.

 - A seção 7 mostrou-se como região de focalização de energia, passando pelo centro da calota. Nesta seção, ocorreu também uma súbita elevação da onda nas regiões próximas ao ressalto hidráulico e a diminuição gradativa na direção de menores profundidades.

Ressalto hidráulico pode ser dito como sendo a descontinuidade do escoamento numa distância pequena, tipo degrau.

Um resumo dos testes feitos no tanque pode ser encontrado na Tabela 1:

TESTES	CONFIGURAÇÃO DO MODELO	ONDAS	PROFUNDIDADE DA ÁGUA NA PARTE MAIS PROFUNDA DO TANQUE	ALTURA DA ONDA NA PARTE MAIS PROFUNDA DO TANQUE	PERÍODO OU PERÍDO DE PICO DA ONDA
T1	SOMENTE INCLINADO	REGULAR	0.45 m 0.0474 m		1.00 s
Τ2	SOMENTE INCLINADO	IRREGULAR	0.45 m 0.0698 m		1.00 s
Т3	INCLINADO COM UMA CALOTA	IRREGULAR	0.45 m 0.0462 m		1.00 s
T4	INCLINADO COM UMA CALOTA	REGULAR	0.45 m 0.0464 m		1.00 s
Т5	INCLINADO COM DUAS CALOTAS	REGULAR	0.45 m	0.0485 m	1.00 s
T6	INCLINADO COM DUAS CALOTAS	IRREGULAR	0.45 m	0.0464 m	1.00 s

Tabela 1: Modelo	de testes. Ad	aptada de l	Berkhoff ((1982)

Os testes realizados sem a calota presente na rampa tiveram como objetivo mostrar informações sobre o puro fenômeno de refração.

A freqüência de pico e a largura do espectro da densidade de energia desempenham um papel importante com respeito à deformação do campo de onda irregular. Por este motivo, o período de pico foi considerado como sendo igual a um segundo, o mesmo período das ondas regulares.

Cita-se que a altura das ondas foi medida com menor acurácia em relação à direção, devido ao banco de cascalho ter originado cerca de 5 % de reflexão por não conseguir absorver toda a energia das ondas, e também por efeito do erro de medição, cerca de 1 % (Berkhoff, 1982).

5.2 Comparação entre os modelos

Foi possível mostrar, em termos de custo computacional, que o modelo de refração é o mais simples entre os três apresentados. Todavia, os resultados podem ser irreais devido à existência de cáusticas, o que pode ser solucionado em algum grau pelo procedimento de média espacial, um procedimento que interpreta diagramas de refração, criado por Battjes e Bouws (1981) com o custo de se calcular um grande número de raios de onda (*wave rays*).

Já o método de aproximação parabólica de refração-difração e o método combinado de refração-difração levam em conta os termos da difração, prevenindo a ocorrência de cáusticas.

O modelo combinado de refração-difração considera todos os efeitos de difração e é o modelo mais completo entre os três apresentados. Por outro lado, o custo computacional para se obter uma solução para este modelo é muito alto.

O que se propôs foi determinar o tipo de modelo a ser usado de acordo com o propósito do estudo, a acurácia dos resultados relacionada à confiabilidade das condições de contorno e temporais e a disponibilidade de máquinas capazes de obter as soluções.

5.3 Comparação Qualitativa entre os Resultados dos Modelos

Foi mostrado que o desvio entre as alturas de ondas calculadas e as alturas de ondas medidas se torna maior quanto mais longe se está atrás da calota, devido aos efeitos de difração sobre uma região mais ampla. Isso mostra que o método de cálculo do modelo de refração não apresenta informações sobre o padrão da fase da onda atrás da calota.

O esquema computacional de aproximação parabólica de refração-difração demonstrou ter a propriedade de suavizar mais a solução em relação ao modelo de refração. Este esquema também apresentou resultados inexatos na vizinhança das cáusticas devido a imprecisões numéricas. Neste método, foram mostrados melhores resultados no cálculo da altura das ondas ao longo das seções de 1 a 5 em relação ao método de refração. Foi visto também uma boa concordância quando se comparou os resultados computacionais com os medidos, de alturas de onda, mesmo quando se trataram de maiores distâncias atrás da calota.

Foi percebido através da comparação entre os três modelos que, geralmente, a concordância foi maior quanto mais bem descrito são os efeitos de refração pelo modelo matemático. Entretanto, este fato gera um custo computacional maior.

De maneira geral, o experimento mostrou que a aplicação de cada modelo depende do tamanho da área de simulação.

Melhores explanações sobre o experimento podem ser encontradas em "Report on Mathematical Investigation, Delft Hydraulics Laboratory, Report W 154 part VIII, March 1982."

6. Descrição dos Modelos Utilizados

Dois modelos computacionais foram utilizados nesta monografia a fim de analisar o parâmetro de elevação da superfície livre. Uma breve descrição sobre cada um deles é feita a seguir.

6.1 Princeton Ocean Model (POM)

O *Princeton Ocean Model (POM*), desenvolvido em 1975 por George L. Mellor, é um modelo oceânico muito utilizado pela comunidade científica capaz de simular diversos tipos de problemas, principalmente aqueles relacionados à circulação aquática, tais como: circulação e mistura em rios, estuários, mares e oceanos.

Numa descrição sucinta, pode ser dito que o POM é um modelo

tridimensional, de coordenadas sigma (Figura 7), com superfície livre, passo de tempo separado em modo externo e interno e que se baseia na solução das equações primitivas (Guerra et al., 2004).



Figura 7: Sistema de coordenada sigma. Fonte: Mellor, 2003

Segundo Blumberg e Mellor (1987), as variáveis prognosticadas pelo modelo são as três componentes do campo de velocidade, temperatura, salinidade e duas quantidades que caracterizam a turbulência, a energia cinética turbulenta e a turbulência de macroescala. Nos pontos de grade do modelo as equações governantes juntamente com suas condições de contorno são resolvidas pela técnica de diferenças finitas. O modelo numérico incorpora linha de costa realística e a topografia do fundo.

Blumberg e Mellor (1987) destacam que duas aproximações, para efeitos de simplificação, são adotadas no modelo: hidrostática e de Boussinesq. A primeira define que a pressão em qualquer profundidade é considerada como sendo a pressão hidrostática (pressão resultante do peso da água circundante atuando sobre a unidade de área). E a aproximação de Boussinesq assume que o efeito das variações de densidade sobre a massa do fluido é desprezível se estas forem muito pequenas, a menos que multiplicadas pela gravidade. Entende-se então, que as variações nas acelerações horizontais devido às diferenças de massa podem ser desprezadas, no entanto, estas devem ser consideradas no cálculo do campo de pressão. A aproximação do plano Beta,

que calcula o parâmetro de *Coriolis* através de uma latitude de referência, também é considerada no modelo.

Com relação aos parâmetros de onda, tem-se que as equações integradas verticalmente governam a dinâmica da circulação da costa. Estas equações contêm ondas de gravidade externa e gravidade interna. É desejável, em termos de custo computacional, separar as equações integradas verticalmente (modo externo) das equações de estrutura vertical (modo interno). Essa técnica, conhecida como *mode splitting* (Simons, 1974; Madala e Piacsek, 1977), permite que o cálculo da elevação da superfície livre seja feito com um pequeno sacrifício em tempo computacional, pois resolve o transporte de velocidade separadamente do cálculo tri-dimensional da velocidade e do cálculo das propriedades termodinâmicas (Mellor, 2004).

Quando se trata da interação entre os modos externo e interno, tem-se que o cálculo do modo externo resulta em atualizações da elevação da superfície e das velocidades médias verticais. Já o cálculo do modo interno resulta em atualizações para velocidade zonal e meridional, temperatura potencial, salinidade e quantidades turbulentas. O modo externo, primeiramente, dá a elevação da superfície ao modo interno, enquanto o modo interno dá as integrais da advecção da quantidade de movimento, densidade e fricção com o fundo ao modo externo (Mellor, 2004).

Ultimamente, o modelo vem sendo atualizado a fim de melhor representar os processos físicos e incluir maior robustez numérica aos modos externo e interno (Silva et al., 2004).

Uma descrição mais detalhada do modelo pode ser encontrada em Blumberg e Mellor (1987).

6.2 Modelo Combinado de Refração/Difração Versão 2.5 - REF/DIF 1 V2.5

O *REF/DIF 1 V2.5*, desenvolvido por Kirby e Dalrymple em 1983, é um modelo de propagação de ondas fracamente não linear, o qual incorpora os efeitos de

refração e difração. Este foi desenvolvido no *Center for Applied Coastal Research* da Universidade de *Delaware*, e baseia-se na expansão de Stokes conservando as informações sobre a fase da onda (*phase resolving model*) (Kirby e Dalrymple, 1994). O modelo não incorpora os processos de geração e interações não-lineares.

O *REF/DIF 1 V2.5* é um modelo de diferenças finitas escrito em coordenadas Cartesianas, baseado na integração vertical, nas equações de balanço de massa e da quantidade de movimento, calculando a amplitude e a fase das ondas de forma individual.

No modelo, a EDS na sua forma parabólica (equação 14) governa a propagação de ondas superficiais de gravidade de pequena amplitude sobre um fundo com gradiente horizontal suave. O uso desta equação traz o agravante de o fenômeno da reflexão não ser reproduzido.

Ao resolver a fase da onda, o modelo requer uma resolução espacial que corresponde a uma fração reduzida do comprimento de onda, limitando o modelo a domínios relativamente pequenos (Booij, 1997).

Na prática é inviável a utilização de modelos que incorporem por completo todos os processos físicos das ondas superficiais. O que é feito é representar os processos mais significativos em cada tipo de aplicação. Somente alguns processos de interação não-linear e de difração necessitam do uso de modelos que resolvem a fase da onda, restringindo o uso destes a regiões costeiras e a situações em que exista interação da onda com alguma estrutura (Young, 1999). Em águas rasas, nas quais os efeitos não-lineares são mais relevantes, o *REF/DIF 1 V2.5* encontra dificuldades na simulação das ondas.

Através da comparação do modelo *REF/DIF 1 V2.5* com o modelo *SWAN* 40.51 (*Simulating Waves Nearshore*), realizada para avaliar as simulações dos modelos em relação ao experimento delineado por Berkhoff em 1982, Meirelles (2007) mostrou que o primeiro resolveu bem os efeitos da difração e refração, entretanto, algumas aproximações inerentes à sua formulação ignoram, por exemplo, os efeitos do ressalto hidráulico e da reflexão que também ocorrem no experimento, talvez com um grau de importância relativamente menor.

O desempenho dos modelos não pode ser classificado de forma conveniente, porque, segundo Dingemans (1997), as medições adquiridas por Berkhoff et al. (1982) contemplaram somente a altura da onda, o que não é o bastante para tal.

Melhores explanações a respeito do modelo *REF/DIF 1 V2.5* podem ser encontradas em Kirby e Dalrymple (1994).

7. Metodologia

Nesta pesquisa o modelo *POM* foi avaliado quando comparado ao modelo *REF/DIF 1 V2.5* ao simular o experimento de Berkhoff (1982). Este experimento foi escolhido em função da qualidade dos dados obtidos, o que o torna importante para testes de modelos que se propõem a simular ondas superficiais.

A Figura 8 é uma representação do domínio computacional no qual os modelos utilizados no estudo foram executados.



Figura 8: Domínio computacional.

Ondas de gravidade superficiais foram geradas pelo *POM* na fronteira oeste do tanque de medições através da equação que representa a elevação da superfície livre (15), a qual, neste caso, é somente função do tempo. Desta forma, as ondas se propagam ao longo do tanque devido à ação do impulso originado na fronteira.

$$Onda = (\cos((i \operatorname{int}-1)*3.*pi*dti-(3./4.)*pi)*0.0464/2.)*ramp$$
(15)

Na equação (15) os parâmetros podem ser descritos como segue abaixo:

- *Onda* : elevação da superfície livre.
- *i* int : passo de tempo interno.
- *pi*: *pi* = π = arctan(1.e0)*4.e0, que para maiores esclarecimentos pode ser aproximado por 3.14159.
- dti: dti = dte * float(isplit), na qual:
 - 1. dte: dte = 0.025, passo de tempo externo 2-D em segundos.
 - float: função do programa FORTRAN que transforma o número em real.
 - isplit: isplit = 1, divisão entre o passo de tempo interno 3-D e o passo de tempo externo 2-D (*dte/dti*; adimensional).
- $\frac{0.0464}{2}$: representa a amplitude da onda, ou seja, a metade da altura

que é dada pelo valor de 0.0464 m.

 ramp: variável lógica para rampa inercial, verdadeiro se a rampa inercial é adaptada ao estresse do vento e a forçante baroclínica, e falso em outros casos.

A equação (15) pode ser representada também de forma simplificada pela equação (16), uma vez que os parâmetros desta última já foram descritos na seção 3.

$$\eta(t) = (\cos(\omega t - \phi)\frac{H}{2})$$
(16)

É convencional colocar um sinal negativo na frente da freqüência angular

da onda, ω , contudo, isto influencia somente na mudança de fase desta, e não foi colocado na equação (16) a fim de que as ondas geradas pelos modelos, *POM* e o *REF/DIF 1 V2.5*, estivessem em fase ao executá-los.

Como idéia inicial, o modelo *POM* foi processado em diferentes passos de tempo com o objetivo de conseguir a melhor aproximação para a fórmula (15). Vale citar que cada passo de tempo é equivalente a 0,025 segundos e o tempo total de integração do modelo é de 15 segundos. A verificação de uma melhor aproximação se daria através de gráficos que comparam a fase das ondas geradas pelo *POM* e pelo *REF/DIF1 V2.5* em uma e duas dimensões. Todavia, gráficos que representam a energia cinética das ondas mostraram que o *POM* não entrou em regime permanente no tempo de processamento citado e, portanto, por não sair do processo de ajuste, *spin up*, durante toda a simulação, optou-se pela equação determinada na fórmula (15).

As condições iniciais e de contorno, com seus respectivos valores, podem ser expressas da seguinte forma:

- Salinidade da água: 2 ppm.
- Temperatura da água: 18.83 °C.
- Densidade da água: 1000.0 kg/m³.
- Rugosidade do fundo: 0.01 m.
- Coeficiente de fricção mínima do fundo (CFMIF): 0.0025
- Coeficiente de fricção máxima do fundo (CFMAF): 1.0

Estes valores foram assim determinados para que houvesse a maior semelhança possível com o experimento de Berkhoff (1982). Em seu experimento, Berkhoff não descreve a temperatura da água, o que nos fez escolher o valor de água fria por se tratar de um experimento realizado em Delft, na Holanda.

Testes, que não serão mostrados, alterando-se CFMIF e CFMAF foram realizados a fim de saber o quanto essas mudanças seriam relevantes para a elevação da superfície livre, entretanto, nenhuma mudança foi observada.

A batimetria do tanque não é uniforme ao longo do eixo perpendicular à direção de propagação da onda, apresentando assim diferenças de elevação.

Esta característica pode ser observada a partir da Figura 9, que mostra em qual região a batimetria sofre elevação ao longo dos pontos de grade da direção x de propagação, para as bordas sul, centro e norte, respectivamente.





Entende-se por centro do tanque, neste estudo, a linha que se estende do ponto de grade x = 0 a x = 100 no local em que o ressalto hidráulico apresenta menor valor de profundidade, ponto mais alto da calota.

Para avaliar o parâmetro de elevação da superfície livre foram utilizados três cenários:

(1) O Caso Controle, no qual a batimetria tem profundidade constante e igual a 0,45 m em todo o tanque;

(2) O caso em que a batimetria é como aquela mostrada na Figura 8 (um tanque de 20 x 20 m, com fundo plano, inclinação 1:50, com as linhas isobatimétricas formando um ângulo de 20º com o batedor de ondas e uma calota elíptica no fundo, similar ao experimento feito por Berkhoff (1982)), referenciado aqui por Caso 1;

(3) E uma análise da anomalia, que é expressa pela diferença entre os valores de elevação da superfície livre obtidos para o Caso 1 e o Caso Controle.

Dispondo da fórmula (15) e das condições de contorno essenciais, o modelo *POM* foi executado.

É importante citar que o modelo *REF/DIF1 V2.5* não foi processado na análise da Anomalia. Os resultados referentes ao *REF/DIF1 V2.5* mostrados nesta pesquisa foram obtidos por Meirelles (2007), com exceção daqueles que representam o Caso Controle. Por terem se ajustado bem aos dados medidos no experimento de Berkhoff (1982), obtendo sucesso em todas as seções simuladas, sem apresentar valores de alturas e direções de ondas irreais (Meirelles, 2007), os resultados do *REF/DIF1 V2.5* foram utilizados como referência na comparação entre os modelos envolvidos neste estudo.

Perfis verticais em 1-D e campos em 2-D da elevação da superfície livre foram obtidos para as bordas sul e norte e para o centro do tanque, bem como a energia cinética do processo de propagação da onda. Estes resultados são mostrados para os três casos citados, possibilitando o confronto entre os resultados do *POM* e do *REF/DIF1 V2.5* no Caso 1 e no Caso Controle.

8. Resultados e Discussão

Como já foi citado anteriormente, através da energia cinética do processo de propagação da onda é possível detectar se o *POM* ultrapassou ou não o tempo de ajuste necessário para entrar em balanço.

A partir do momento em que a energia cinética passa a oscilar em torno de

um valor constante se considera que o tempo de ajuste foi alcançado. Isto não é visto na Figura 10, o que significa dizer que o tempo de integração do modelo não foi suficientemente longo para reproduzir o experimento sem trazer conseqüências.



Figura 10: Energia Cinética do processo de propagação da onda ao longo do tanque para o POM.

8.1 Caso Controle

Para o cenário do Caso Controle, no qual a onda não sofre as transformações ocorridas em águas rasas, o *POM* apresentou o mesmo comportamento de propagação da onda no centro e nas bordas sul e norte, o que pode ser visto para todos os passos de tempo da Figura 11. Nesta figura é apresentada a elevação da superfície livre, determinada pela escala de cores em metros, ao longo dos passos de tempo e dos pontos de grade (x), que representam a direção em que a onda se propaga ao longo do tanque.

E visto, através da diminuição da amplitude da onda, que o único fator que influencia na sua propagação é a dissipação de energia ocorrida devido à fricção com o fundo do tanque.





Figura 11: Propagação da onda ao longo do tanque, no Caso Controle, para cada passo de tempo de integração do modelo *POM*: (a) na borda sul; (b) no centro; (c) na borda norte.

Vale ressaltar que o *POM* foi processado com as fronteiras laterais, bordas sul e norte, abertas e com condição radiacional. Este fato evita que haja reflexão da onda devido à influência das fronteiras.

Na Figura 12 é mostrada a propagação da onda para o *POM* (linha azul) e para o *REF/DIF1 V2.5* (linha vermelha) ao longo do centro do tanque.

As amplitudes de onda nos dois modelos aqui estudados apresentaram divergência. Especula-se que isso seja decorrente do fato da dissipação de energia por fricção com o fundo não ter sido considerada na simulação do modelo *REF/DIF1 V2.5*, apesar de ser incorporada na sua formulação. É

observado que, de forma geral, as amplitudes representadas pelo *POM* são menores e reduzem gradativamente até atingirem a fronteira leste do tanque.



Figura 12: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda, no centro do tanque, para o *POM* (linha azul) e o *REF/DIF1 V2.5* (linha vermelha) no Caso Controle.

Quantitativamente, foi notado que as maiores amplitudes de onda simuladas pelo *REF/DIF1 V2.5* foram encontradas nas cristas localizadas nos pontos de grade x = 1, x = 16 e x = 31, com o valor de 0,0232 m. Já o *POM* obteve 0,0231 m como o valor mais elevado de amplitude na crista, o que ocorreu em x = 2. Esta diferença entre as amplitudes simuladas pelos dois modelos é de 0,43%. Na Tabela 2 estão representados os valores máximos de amplitude, em metros, obtidos por cada modelo.

LOCAL DO TANQUE	LOCALIZAÇÃO NA ONDA	AMPLITUDE (<i>POM</i>)	PONTOS DE GRADE (<i>POM</i>)	AMPLITUDE (<i>REF/DIF1 V2.5</i>)	PONTOS DE GRADE (<i>REF/DIF1 V2.5</i>)
CENTRO	CRISTA CAVADO	0,0231 -0,02154	x = 2 $x = 10$	0,0232 -0,0213	x = 1 $x = 81$

Tabela 2: Valores máximos de amplitude para cada modelo no Caso Controle

Assim como no Caso 1, no Caso Controle houve dificuldade na comparação entre os valores de amplitude em decorrência da defasagem entre as ondas simuladas por cada modelo.

Na Figura 13 são ilustrados os campos de onda para os modelos *REF/DIF1 V2.5* e *POM*, respectivamente, no passo de tempo final de simulação do Caso Controle.

Foi observada uma redução gradativa na amplitude da onda simulada pelo modelo *POM*, mais especificamente a partir do ponto de grade x = 80, contudo isto ocorre desde o início da propagação da onda, assim como foi ressaltado na Figura 12.

Nota-se que a onda simulada pelo *REF/DIF1 V2.5* é apresentada de forma mais regular em relação àquela simulada pelo *POM*, no que diz respeito a variação de amplitude e do comprimento de onda.



Figura 13: Elevação da superfície livre em 2-D ao longo da direção de propagação da onda para o *REF/DIF1 V2.5* e o *POM*, respectivamente, no Caso Controle.

Através da Figura 14, que representa a propagação da onda superficial para o modelo *POM* nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul), na borda sul, no centro e na borda norte do tanque, respectivamente, para o Caso Controle, é possível observar que o modelo apresenta diferença na fase da onda para cada onda gerada na fronteira oeste, o que ocorre devido ao processo de ajuste do modelo. Nesta figura são exemplificados somente dois passos de tempo de simulação, no entanto, esta característica ocorre para todos os passos.

Nota-se também, que existe uma sutil diferença na altura das ondas em cada passo de tempo, fato ocorrido em função da dissipação de energia.



Figura 14: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda para o *POM*, no Caso Controle, nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul): (a) na borda sul, (b) no centro e (c) na borda norte.

8.2 Caso 1

No Caso 1, as transformações sofridas pelas ondas em função da batimetria local estão presentes, possibilitando assim, a observação dos fenômenos de reflexão, refração e difração.

É representada na Figura 15 a elevação da superfície livre durante todos os passos de tempo integrados pelo modelo *POM* ao longo dos pontos de grade (x), para as fronteiras sul e norte e para o centro do tanque.

É possível observar que a onda é propagada de forma diferente ao longo

dos pontos de grade nos locais analisados e, também, que quanto mais próximo à borda norte, maior é o alcance das ondas. Este fato acontece devido à influência da batimetria e da praia de cascalho, que neste caso não são uniformes como no Caso Controle.

O centro do tanque, Figura 15 (b), é o local em que as transformações de águas rasas sofridas pelas ondas se mostram mais evidentes. A região entre os pontos de grade x = 30 e x = 60 é aquela na qual as amplitudes de onda experimentam maiores variações em função da presença do ressalto hidráulico. Isto passa a ocorrer, principalmente, a partir do passo de tempo 250.

Na fronteira norte, Figura 15 (c), as amplitudes de onda são mais regulares em relação à fronteira sul, Figura 15 (a), não apresentando grandes variações ao longo dos pontos de grade menores que x = 80, o que acontece devido à batimetria na borda norte exercer influência na onda posteriormente àquela da borda sul.

Na borda sul, é visto que entre os pontos de grade x = 60 e x = 70, próximo ao instante final de simulação do *POM*, passo de tempo 600, existe uma focalização de energia, aumentando as amplitudes da onda, o que é representado pelas cores mais escuras da figura. Esta focalização é reflexo da calota existente no fundo do centro do tanque, e naturalmente acontece após as transformações sofridas pela onda neste local. Os processos responsáveis por tal efeito são os de refração e difração.





Figura 15: Propagação da onda ao longo do tanque para cada passo de tempo de integração do modelo *POM*, Caso1: (a) na borda sul; (b) no centro; (c) na borda norte.

É ilustrado na Figura 16 a propagação da onda ao longo dos pontos de grade (x) nas fronteiras sul e norte e no centro do tanque, para os modelos *POM* (linha azul) e *REF/DIF1 V2.5* (linha vermelha).



Figura 16: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda para o *POM* (linha azul) e o *REF/DIF1 V2.5* (linha vermelha), no Caso 1: (a) borda sul, (b) centro e (c) borda norte.

Além do agravante do modelo *POM* não atingir o *spin up*, a defasagem entre as ondas simuladas pelos dois modelos, provavelmente, também foi acentuada pelo processo de reflexão incorporado na formulação do *POM*. A reflexão no Caso 1 ocorre primeiramente devido a elevação da batimetria e posteriormente em função da existência do ressalto hidráulico.

De maneira geral, o centro do tanque é o local onde ocorrem as maiores discrepâncias em relação às amplitudes de onda entre os modelos utilizados.

Os valores máximos de amplitude, em metros, obtidos por cada modelo são apresentados na Tabela 3.

LOCAL DO TANQUE	LOCALIZAÇÃO NA ONDA	AMPLITUDE (<i>POM</i>)	PONTOS DE GRADE (<i>POM</i>)	AMPLITUDE (<i>REF/DIF1 V2.5</i>)	PONTOS DE GRADE (<i>REF/DIF1 V2.5</i>)
BORDA	CRISTA	0,05099	<i>x</i> = 62	0,0319	x = 80
SUL	CAVADO	-0,04392	<i>x</i> = 63	-0,0323	<i>x</i> = 82
	CRISTA	0,05082	x = 40	0,048	<i>x</i> = 66
CENTRO	CAVADO	-0,07698	<i>x</i> = 41	-0,0499	<i>x</i> = 69
BORDA	CRISTA	0,0231	<i>x</i> = 2	0,0232	<i>x</i> = 1
NORTE	CAVADO	-0,02158	<i>x</i> = 10	-0,0232	<i>x</i> = 10

Tabela 3: Valores máximos de amplitude para cada modelo no Caso 1

Observa-se que os maiores valores de amplitude para o modelo *POM*, no centro do tanque, ocorrem quando a onda está passando bem próximo ao ponto máximo da calota, x = 45, como pode ser visto na Figura 9 (b). No modelo *REF/DIF1 V2.5*, estes valores acontecem após a passagem da onda pelo ressalto hidráulico. Além de estarem localizados em regiões distintas do tanque, os valores máximos de amplitude obtidos pelos dois modelos, no centro do domínio computacional, são diferentes, sendo o *POM* 5,88 % maior na crista e 54,27 % maior no cavado da onda.

No centro do tanque ainda é possível observar que enquanto o *POM* sofre redução nos seus valores de amplitude após o ponto de grade x = 55, o *REF/DIF1* V2.5 tem os seus valores ampliados em relação aos anteriores.

Das três regiões analisadas, fronteiras sul e norte e centro, a única em que o *POM* subestimou os valores máximos de amplitude em relação ao *REF/DIF1 V2.5* foi a fronteira norte, região na qual a onda sofre menos influência tanto da batimetria quanto do ressalto hidráulico. Para esta região, o *REF/DIF1 V2.5* apresentou valores 0,43 % maior na crista e 7,51 % maior no cavado, sendo os pontos de grade onde ocorreram os valores estimados bem próximos em ambos modelos. O *REF/DIF1 V2.5* ainda simulou o valor de 0,0232 m, na

crista, nos pontos de grade x = 7, x = 13 e x = 19, e o valor de -0,0232 m, no cavado, nos pontos de grade x = 4, x = 16 e x = 22.

Especula-se que o fato de o *REF/DIF1 V2.5* ter mostrado valores iguais nos pontos de grade supracitados seja função do modelo não incorporar o processo de reflexão nos seus cálculos.

Na borda sul, o *POM* apresenta maiores variações de amplitude entre os pontos de grade x = 60 e x = 70, e posteriormente as amplitudes têm a tendência de reduzir até desaparecer, enquanto o *REF/DIF1 V2.5* apresenta os maiores valores a partir de x = 75 e só começa a sofrer redução em x = 84.

Como citado, tanto na borda sul como no centro do tanque as amplitudes das ondas no *POM* sofrem redução significativa a partir de x = 65 e x = 55, respectivamente, o que pode ser explicado em função da aproximação hidrostática ser considerada no modelo. Tal aproximação desconsidera os efeitos da pressão dinâmica, entretanto, estes efeitos devem ser considerados na presença de um ressalto hidráulico, pois a velocidade vertical no fundo é significativa.

Na Figura 17, que representa a propagação da onda ao longo do tanque para os modelos *REF/DIF1 V2.5* e *POM*, respectivamente, torna-se mais fácil a observação dos fenômenos presentes em águas rasas.

De modo geral, o efeito da reflexão é bem representado pelo *POM*, sendo percebido pelo modelo na medida em que a batimetria sofre elevação em diferentes pontos de grade ao longo do eixo perpendicular ao de propagação da onda.

No centro do tanque, a reflexão é reproduzida pelo *POM* assim que a batimetria começa a sofrer elevação e logo em seguida, quando a onda atinge a calota, o fenômeno passa a ser mais evidente. Este fenômeno é realçado pelas cores mais fortes até, aproximadamente, o ponto de grade x = 30. A partir de então, os fenômenos de refração e difração passam a atuar, causando a amplificação da onda, a mudança de direção e a distribuição lateral de energia ao longo da crista.

No POM, a dissipação de energia por fricção com o fundo se fez presente

desde o início do processo de propagação da onda, o que influenciou diretamente na redução da amplitude. A dissipação de energia, provavelmente, influenciou os outros fenômenos de transformação da onda em águas rasas, principalmente, em função de o fundo ser plano inclinado.

Como o *REF/DIF1 V2.5* não considera a reflexão em suas formulações e em razão da dissipação de energia não ter sido considerada no cálculo, os únicos fenômenos presentes na propagação da onda neste modelo são a refração e a difração.

Pela Figura 17 é possível ver que as amplitudes da onda exatamente na borda norte são maiores na simulação gerada pelo *REF/DIF1 V2.5* em relação aquela gerada pelo *POM*, acontecendo o oposto para a borda sul entre os pontos de grade x = 30 e x = 65, assim como foi observado na Figura 16.

O fenômeno da refração é reproduzido pelo *POM* já nos primeiros pontos de grade, sendo mais bem visto a partir de x = 5. Já no *REF/DIF1 V2.5*, ele só passa a mostrar sinais a partir de, aproximadamente, x = 15.

Após o ponto de grade x = 30, no qual o ressalto hidráulico começa a surgir, a propagação da onda nos dois modelos se torna cada vez mais distinta, principalmente, no centro do tanque onde a cáustica é dominante. A focalização de energia se torna mais presente, no centro do tanque, após x = 50 para o *REF/DIF1 V2.5*, já no *POM* esta é a região em que a onda começa a se dissipar.

É visto que no *REF/DIF1 V2.5* aparece somente uma região de focalização. Por outro lado, no *POM* esta região é dividida em duas, ocasionando um espalhamento da energia.

O efeito de difração não ocorre de forma tão acentuada quanto se tivesse a presença de um quebra-mar no tanque, como pode ser visto em Meirelles (2007), no entanto, seu efeito é relevante. Nos dois modelos, uma assimetria na amplitude pode ser observada ao longo do eixo perpendicular à propagação da onda nas regiões adjacentes à calota.

Na região com menor influência do ressalto hidráulico, a partir de x = 60, o fenômeno da difração também pode ser visto, e passa a se tornar o efeito mais

importante em ambos os modelos. Entre os pontos de grade y = 20 e y = 30, a amplitude da onda sofre uma rápida diminuição.



Figura 17: Elevação da superfície livre em 2-D ao longo da direção de propagação da onda para o *REF/DIF1 V2.5* e o *POM*, respectivamente, no Caso 1.

Na Figura 18 é mostrada a propagação da onda para o modelo *POM* nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul), nas fronteiras sul e norte e no centro do tanque, para o Caso 1. Nesta figura são apresentadas as mesmas características do Caso Controle.

A primeira das características é a defasagem entre as ondas geradas em passos de tempo diferentes e a segunda mostra a sutil diferença na altura das ondas em cada passo de tempo, que ocorre devido à dissipação de energia.





Figura 18: Elevação da superfície livre em 1-D ao longo da direção de propagação da onda para o *POM*, no Caso 1, nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul): (a) na borda sul, (b) no centro e (c) na borda norte.

8.3 Análise da Anomalia

Teoricamente, pode-se dizer que anomalia é a diferença, em uma determinada variável, entre um caso específico e a sua média. Neste estudo, anomalia é considerada ser a diferença entre o Caso 1 e o Caso Controle com relação ao parâmetro de elevação da superfície livre.

Na Figura 19 são apresentadas as anomalias obtidas pela propagação da onda nas fronteiras sul e norte e no centro do tanque em todos os passos de

tempo para o modelo POM.

As manchas mais escuras são indicativos de maior diferença de amplitude da onda entre o Caso Controle e o Caso 1, e as mais claras retratam as menores diferenças. Por exemplo, o valor zero, indicado pela cor verde claro, expõe que tanto o Caso Controle quanto o Caso 1 obtiveram o mesmo resultado na simulação da onda.

Pela Figura 19 é observado que a partir do passo de tempo 400, aproximadamente, a anomalia já aparece na fronteira leste do tanque, onde se localiza a praia de cascalho. O ponto de grade (x) em que a anomalia começa a surgir ao longo das fronteiras sul e norte e do centro do tanque depende do número de passos de tempo.

Na borda sul a anomalia é vista logo assim que a onda começa a se propagar, devido à batimetria já sofrer elevação nos primeiros pontos de grade (x). Já no centro isso só ocorre a partir do passo tempo 55. E por fim, é visto que na borda norte somente a partir do passo de tempo 160 a anomalia aparece.

No centro do tanque, Figura 19 (b), nota-se que antes do ponto de grade x = 17 e a partir do passo de tempo 55 o sinal de anomalia é decorrente do processo de cáustica, criada pela reflexão da onda. O mesmo acontece para a borda norte, Figura 19 (c), a partir do passo de tempo 330 e em pontos de grade precedentes a x = 40. Na borda sul, Figura 19 (a), este fenômeno é menos explícito, contudo também ocorre para x < 3, local em que a batimetria começa a sofrer elevação, já no início da propagação da onda. A cáustica é decorrente da inclinação da batimetria ao longo da direção de propagação da onda, o que faz com que as ondas refletidas, tanto pela inclinação quanto pela calota, se somem ou se subtraiam com aquelas originadas a partir da fronteira oeste.

No centro do tanque, as cores mais escuras são ocasionadas devido ao fenômeno de refração, que neste caso, causa o empinamento da onda gerando a anomalia. O mesmo se pode dizer sobre as bordas sul e norte, no entanto, a difração também atua significativamente para que ocorra o aumento

da amplitude da onda no Caso 1 e a conseqüente anomalia.



Figura 19: Propagação da onda resultante ao longo do tanque para cada passo de tempo de integração do modelo *POM*, no Caso de Anomalia: (a) na borda sul, (b) no centro e (c) na borda norte.

Na Figura 20 são representados os passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul) para o modelo *POM* no caso de anomalia da propagação da onda ao longo do tanque.

É possível observar que não existe anomalia para o passo de tempo 300 na borda sul antes de x = 7 e depois de x = 65, no centro antes de x = 22 e depois de x = 65 e na borda norte antes de x = 42 e depois de x = 65. Nos pontos precedentes a x = 7, x = 22 e x = 42 a onda não acumulou energia suficiente ao sofrer os fenômenos de reflexão, refração e difração, no Caso 1, que pudesse superar a energia gasta pelo processo de dissipação, ocasionado por fricção com o fundo, no Caso Controle. A partir de x = 65 não ocorre anomalia porque o passo de tempo 300 não é suficiente para que a onda atinja esta região.

No passo de tempo 600 é possível detectar como a onda sofreu influência dos processos de transformação em águas rasas. As variações na amplitude da onda no Caso 1 em relação ao Caso Controle, decorrente dos fenômenos já citados nas figuras anteriores, mostram-se bastante significativas, causando assim, a anomalia observada.



Figura 20: Elevação da superfície livre resultante em 1-D ao longo da direção de propagação da onda para o *POM*, no Caso de Anomalia, nos passos de tempo 300 (linha vermelha) e 600 (linha azul): (a) na borda sul, (b) no centro e (c) na borda norte.

9. Conclusões e Considerações Finais

Em virtude do curto tempo de integração do *POM*, a simulação foi realizada sem sair da fase de ajuste, gerando assim, uma série de implicações para os resultados.

Os resultados alcançados pelo *POM* não obtiveram o sucesso esperado quando confrontados com aqueles gerados pelo *REF/DIF 1 V2.5*. Discrepâncias foram observadas na comparação entre os resultados dos dois modelos devido ao primeiro ser baseado em equações primitivas e incorporar processos em seus cálculos, os quais não são contemplados pelo segundo, como por exemplo a reflexão.

No Caso Controle o *POM*, qualitativamente, obteve resultados positivos, reproduzindo a diminuição gradativa da onda à medida que esta se propagava pelo tanque, o que acontece devido à dissipação de energia por fricção com o fundo ser considerada no modelo.

No Caso 1, no qual as transformações da onda em água rasa foram aparentes, mostrou-se que o *POM* retratou o fenômeno de reflexão de forma esperada, já que esta deveria ocorrer por causa da inclinação da batimetria e do ressalto hidráulico. Este fenômeno não é contemplado pelo *REF/DIF 1 V2.5* na sua formulação. Foi visto também, que o *POM* simulou a difração, a focalização de energia, a cáustica, o empinamento e a refração assim como o *REF/DIF 1 V2.5*, porém com um grau de acurácia menor, pois apesar de terem sido representados, a localização de ocorrência e a intensidade dos fenômenos não foi sempre análoga em ambos os modelos.

Na análise da anomalia foram observados os mesmos fenômenos do Caso 1 em função da anomalia consistir na diferença entre este caso e o Caso Controle, contudo foi possível a melhor identificação da localização destes fenômenos.

Deve-se destacar que o experimento escolhido não serviu como um bom exemplo a fim de avaliar o desempenho do *POM*, já que a simulação foi realizada no limite de aplicação do modelo, pois o domínio computacional

escolhido foi pequeno para a sua adaptação.

É possível então que o *POM* seja capaz de simular ondas superficiais de gravidade em outros tipos de aplicações com certas restrições.

10. Trabalhos Futuros

Sugere-se realizar o estudo da propagação de ondas de gravidade para uma região mais abrangente e para um intervalo de tempo maior, suficiente para que o *POM* possa entrar em balanço ao sair do processo de ajuste.

A tentativa de resolver a fase de *spin up* do modelo a partir da solução com condição de contorno do tipo esponja, para o experimento aqui simulado, pode ser válida, pois esta absorve a energia dissipada nas fronteiras no processo de propagação da onda.

Outras sugestões são dadas para resolver o experimento aqui simulado, tais como:

- Utilizar o modo baroclínico (3D) do POM.
- Testar diversos valores para os coeficientes de fricção máxima e mínima do fundo.
- Gerar somente um pulso na fronteira oeste do tanque e acompanhar a forma como se dá a propagação da onda para o *POM*.

11. Referências Bibliográficas

Barlleta, R. C., 2006: Teste e Aplicação de Modelos Parabólicos de Refração-Difração com Ênfase na Programação de Ondas sobre Parcéis (Florianópolis). Tese – Universidade Federal de Santa Catarina.

Battjes, J. A. e Bouws, E. 1981: "A Monte Carlo Approach to the Computation of Refraction of Water Waves".

Berkhoff, J. C. W., 1972: "Computation of Combined Refraction-Diffraction", Proc. 13 th International Conference on Coastal Engineering, Vancouver.

Berkhoff, J. C. W., 1982: "Report on Mathematical Investigation, Delft Hydraulics Laboratory, Report W 154 part VIII."

Booij, N., Holthuijsen, L. H., D. N., e K. A. T. M. M., 1997: "Diffraction in a spectral wave model". Proc. 3th Int. Symposium Ocean Wave Measurement and Analysis, WAVES97, ASCE, 1, 243 – 255.

Booij, N., 1981: "Gravity Waves on Water with Non-uniform Depth and Current." Doctoral dissertation, Technical University of Delft, The Netherlands, 131 pp.

Booij, N., Holthuijsen, L. H. e De Lange, P. H. M., 1992: "The penetration of short-crested waves through a gap." Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, 1044 – 1052.

Blumberg, A. F. e Mellor, G. L., 1987: "A Description of a Three-Dimensional Coastal Ocean Circulation Model." In: Three-Dimensional Coastal Ocean Models, N. Heaps (Ed.), p. 1-16, American Geophys. Union, EUA.

Candella, R. N., 1997: Estudo de Casos de Ondas no Atlântico Sul Através de Modelagem Numérica (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Oceânica, 1997). Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

Dean, R. G. e Dalrymple, R. A., 1984: "Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists".

Dingemans, M. W., 1997: "Water Wave Propagation over Uneven Bottom. Part 1: Linear Wave Propagation.", volume 13. World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong, 1^a edição, 471 págs.

Guerra, L. A. *et al.*, 2004: Modelo Computacional para Apoio a Operações de Busca e Salvamento. Copyright 2004, Instituto Brasileiro de Petróleo e Gás – IBP, 3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás.

Holthuijsen, L. H., 2007: "Waves in Oceanic and Coastal Waters."

Kirby, J. T. e Dalrymple, R. A., 1994: "Combined Refraction/Diffraction Model -REF/DIF 1 Version 2.5." Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, Newark, DE. CARC Report 94-22.

Madala, R. V., e S. A. Piacsek, 1977: "A semi-implicit numerical model for baroclinic oceans.", J. Comput. Phys., 23, 167-178.

Meirelles, S., 2007: Avaliação da modelagem de ondas superficiais de gravidade quanto ao fenômeno da difração. Monografia – Universidade Estadual do Rio de Janeiro.

Mellor, G. L., 2004: "Users Guide for a Three-Dimensional, Primitive Equation, Numerical Ocean Model."

Radder, A. C., 1979: "On the parabolic equation method for water-wave propagation." J. Fluid Mech., 95, 159 – 176.

Romeu, M. A. R., 2000: Refração-Difração de Ondas: Inclusão de Ilhas por Meio de Áreas de Dissipação de Energia (Florianópolis). xii, 71p., 29,7 cm (CPGEA/UFSC, M.Sc., Engenharia Ambiental, 2006) Dissertação -

Universidade Federal de Santa Catarina.

Silva, L. S. *et al.*, 2004: Estudo numérico da circulação e da estrutura termohalina na região adjacente à ilha de São Sebastião (SP). Rev. Bras. Geof. vol.22 no.3 São Paulo Sept./Dec. 2004.

Simons, T. J., 1974: "Verification of numerical models of Lake Ontario. Part I, circulation in spring and early summer", J. Phys. Oceanogr., 4, 507-523.

Vogel, J. A., Radder, A. C. e De Reus, J. H., 1988: "Verification of numerical wave propagation models in tidal inlers", Proc. 21st Coastal Engineering Conference, 433 - 447.

WMO, 1998: "World Meteorological Organization - Guide to Wave Analysis and Forecast", 2 edição.

Young, I. R., 1999: "Wind Generated Ocean Waves". Elsevier. 288 p.