



Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza  
Observatório do Valongo  
Curso de graduação em Astronomia – Astrofísica



Medindo as flutuações da matéria no Universo Local e o  
parâmetro  $\sigma_8$ .

Jezebel Santos de Oliveira

Rio de Janeiro  
Agosto de 2024

# Medindo as flutuações da matéria no Universo Local e o parâmetro $\sigma_8$ .

Jezebel Santos de Oliveira

Trabalho de conclusão de curso de graduação submetida ao curso Curso de graduação em Astronomia – Astrofísica do Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito necessário para a obtenção do título de Bacharel em Astronomia.

Orientadores: Dr. Felipe da Silva Avila,  
Dr. Armando Bartolome Bernui Leo

Rio de Janeiro  
Agosto de 2024



## CIP - Catalogação na Publicação

059f      Oliveira, Jezebel  
            Flutuações de massa no catálogo ALFALFA e o  
            parâmetro  $\sigma_8$  / Jezebel Oliveira. -- Rio de  
            Janeiro, 2024.  
            100 f.

            Orientador: Felipe Ávila.  
            Coorientador: Armando Bernui.  
            Trabalho de conclusão de curso (graduação) -  
            Universidade Federal do Rio de Janeiro, Observatório  
            do Valongo, Bacharel em Astronomia, 2024.

            1. cosmologia. 2. astronomia. 3. extragaláctica.  
            4. galáxias. 5. astrofísica. I. Ávila, Felipe,  
            orient. II. Bernui, Armando , coorient. III. Título.



**PROJETO FINAL**

**RELATÓRIO DA COMISSÃO JULGADORA**

**ALUNO:** Jezebel Santos de Oliveira (DRE 118061647)

**TÍTULO DO TRABALHO:** “MEDINDO AS FLUTUAÇÕES DA MATÉRIA NO UNIVERSO LOCAL E O PARÂMETRO  $\sigma_8$ ”

**DATA DA DEFESA:** 17 de julho de 2024 às 10:30 h

**MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA:**

Prof. Paulo A. A. Lopes – Presidente – OV/UFRJ

Dr. Felipe Ávila – Orientador ON/MCTI

Prof. Armando Bernui – ON/MCTI

Prof. Ribamar R. R. Reis – IF/UFRJ

**CANDIDATA:**

Jezebel Santos de Oliveira

Rio de Janeiro, 17 de julho de 2024.

Prof. Adrian Rodriguez Colucci  
Vice-Coord. de Grad. do Curso de Astronomia

# *Agradecimentos*

Agradeço imensamente à minha família, que sempre esteve ao meu lado, enfrentando todas as dificuldades sem nunca deixar que eu desistisse dos meus objetivos. Vocês foram minha inspiração para sonhar alto e ser resiliente. Este diploma é, sem dúvida, resultado do apoio incansável de vocês. Agradeço especialmente à minha mãe, meu pai, Theo, Pedro, Bryan, tio João, Tia Léia, Tia Camila, Tio Wellington, meus avôs Nilce e João, e à minha preciosa vó Helena, cuja falta sinto profundamente.

Gostaria de agradecer à Jezebel de alguns anos atrás por nunca ter desistido do sonho de se tornar astrônoma, um desejo que surgiu na infância. Esse sonho está se realizando agora, permitindo-me sonhar ainda mais alto.

Aos meus amigos Thayná e Marcus, que sempre me apoiaram e me divertiram ao longo dos nossos 10 anos (?) de amizade. Também às amigas maravilhosas que fiz na graduação, Ana Clara, Maria Clara e Francielle, com quem compartilhei momentos de felicidade e desafios que a vida acadêmica nos proporciona. Com vocês essa trajetória ficou muito mais divertida e interessante.

Meu mais sincero agradecimento aos meus orientadores de pesquisa, Felipe Ávila e Armando Bernui, especialmente ao Felipe, que é responsável por este projeto e é uma das minhas principais referências como cientista. Obrigada por toda a confiança e suporte.

Também gostaria de agradecer aos funcionários do Valongo, que sempre cuidaram tão bem do observatório. Finalizo agradecendo ao CNPq por financiar este projeto.

*“Slow down, you’re doing fine.  
You can’t be everything you wanna be before your time”*

— Billy Joel

# *Resumo*

**Medindo as flutuações da matéria no Universo Local e o parâmetro  $\sigma_8$ .**

Jezebel Santos de Oliveira

Orientador: Dr. Felipe da Silva Avila,  
Dr. Armando Bartolome Bernui Leo

RESUMO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDA AO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ASTRONOMIA – ASTROFÍSICA DO OBSERVATÓRIO DO VALONGO, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO REQUISITO NECESSÁRIO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE BACHAREL EM ASTRONOMIA.

Uma das quantidades fundamentais usadas para caracterizar as flutuações de matéria é a amplitude das flutuações de densidade, representada pelo parâmetro  $\sigma_8$ . Este parâmetro descreve a amplitude esperada das flutuações de densidade em uma escala de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$ , onde  $h$  é o parâmetro de Hubble  $H_0$  normalizado para  $100 \text{ km } s^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . Em essência,  $\sigma_8$  nos fornece uma medida da magnitude das flutuações de densidade em escalas cosmológicas, desempenhando um papel crucial na determinação da estrutura em grande escala do universo. Então a determinação precisa de  $\sigma_8$  é de grande importância para a cosmologia moderna, uma vez que este parâmetro está intrinsecamente ligado às teorias cosmológicas, como o modelo padrão  $\Lambda$ CDM. Este modelo, que descreve o universo como dominado por matéria escura e energia escura, prevê uma relação específica entre  $\sigma_8$  e a densidade de matéria. Portanto, a medição precisa desse parâmetro fornece uma maneira crucial de testar e validar modelos cosmológicos, bem como de restringir seus parâmetros fundamentais.

Uma medição da variação de matéria no Universo local e de  $\sigma_8$  é obtida através de fontes de hidrogênio atômico neutro (HI) disponibilizadas pelo catálogo ALFALFA. Ao examinar os dados observacionais de galáxias próximas, buscamos quantificar as correlações espaciais entre esses objetos e, assim, determinar a amplitude e a escala de correlação das flutuações de densidade no Universo local, que nos permitiu encontrar  $\sigma_8 = 0.78 \pm 0.04$  para  $h = 0.6727$ ,  $\sigma_8 = 0.80 \pm 0.05$  para  $h = 0.6980$  e  $\sigma_8 = 0.83 \pm 0.05$  para  $h = 0.7304$ . Um valor de  $H_0$  é necessário para comparar nossas medidas primárias, onde a escala está em unidades de Mpc, com medições expressas em unidades de  $h^{-1} \text{ Mpc}$ .

A função de correlação  $\xi(r)$  de dois pontos fornece uma abordagem sistemática para analisar essas correlações, permitindo-nos investigar como as propriedades da distribuição de matéria variam em diferentes escalas espaciais. Além disso, a comparação



entre os dados observacionais e os modelos teóricos nos permite testar a validade do modelo cosmológico padrão e refinar nossa compreensão da física subjacente.

**palavras chave:** *Cosmologia, Extragaláctica, Galáxias, HI, Universo Local, Flutuações de Matéria*

Rio de Janeiro  
Agosto de 2024

# *Abstract*

## **Measuring Matter Fluctuations in the Local Universe and the Parameter**

$\sigma_8$ .

Jezebel Santos de Oliveira

Advisor: Dr. Felipe da Silva Avila,  
Dr. Armando Bartolome Bernui Leo

SUMMARY OF THE UNDERGRADUATE THESIS SUBMITTED TO THE UNDERGRADUATE PROGRAM IN ASTRONOMY – ASTROPHYSICS OF THE VALONGO OBSERVATORY, FEDERAL UNIVERSITY OF RIO DE JANEIRO, AS A NECESSARY REQUIREMENT FOR OBTAINING THE TITLE OF BACHELOR OF ASTRONOMY.

One of the fundamental quantities used to characterize matter fluctuations is the amplitude of density fluctuations, represented by the parameter  $\sigma_8$ . This parameter describes the expected amplitude of density fluctuations on a scale of  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$ , where  $h$  is the Hubble parameter ( $H_0$ ) normalized to  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . Essentially,  $\sigma_8$  provides us with a measure of the magnitude of density fluctuations on cosmological scales, playing a crucial role in determining the large-scale structure of the universe. Therefore, the precise determination of  $\sigma_8$  is of great importance for modern cosmology, as this parameter is intrinsically linked to cosmological theories, such as the standard  $\Lambda$ CDM model. This model, which describes the universe as dominated by dark matter and dark energy, predicts a specific relationship between  $\sigma_8$  and matter density. Thus, the precise measurement of this parameter provides a crucial way to test and validate cosmological models, as well as to constrain their fundamental parameters.

A measurement of the matter variation in the local Universe and of  $\sigma_8$  is obtained through neutral atomic hydrogen (HI) sources provided by the ALFALFA catalog. By examining the observational data of nearby galaxies, we aim to quantify the spatial correlations between these objects and thus determine the amplitude and correlation scale of density fluctuations in the local Universe, which allowed us to find  $\sigma_8 = 0.78 \pm 0.04$  for  $h = 0.6727$ ,  $\sigma_8 = 0.80 \pm 0.05$  for  $h = 0.6980$  and  $\sigma_8 = 0.83 \pm 0.05$  for  $h = 0.7304$ . A value of  $H_0$  is necessary to compare our primary measurements, where the scale is in units of Mpc, with measurements expressed in units of  $h^{-1} \text{ Mpc}$ .

The correlation function  $\xi(r)$  provides a systematic approach to analyze these correlations, allowing us to investigate how the properties of the matter distribution vary on different spatial scales. Moreover, the comparison between observational data and theoretical models allows us to test the validity of the standard cosmological model and refine our understanding of the underlying physics.

**keywords:** *Cosmology, extragalactic, galaxies, HI, Local Universe, matter fluctuations*

Rio de Janeiro

June 2024

# Lista de Figuras

2.1	Plano no espaço bidimensional . . . . .	22
2.2	Representação curvatura positiva. . . . .	23
2.3	Representação curvatura negativa. . . . .	24
2.4	Evolução da densidade de energia. . . . .	28
2.5	A evolução dos satélites usados para medir a CMB. . . . .	34
2.6	Variação de magnitude de uma supernova do tipo I-a em função do tempo (em dias) . . . . .	35
2.7	Modelagem computacional da formação de uma estrutura em grande escala	36
3.1	Distribuição de potência com sinal senoidal. . . . .	45
3.2	Medidas de $\sigma_8$ e suas respectivas incertezas. . . . .	49
4.1	Distribuição de galáxias na esfera celeste. . . . .	53
4.2	Gráfico dos dados do ALFALFA. . . . .	54
4.3	O parâmetro de Hubble. . . . .	55
4.4	Cálculo da constante de Hubble para diferentes referenciais. . . . .	56
4.5	Cálculo da constante de Hubble para diferentes referenciais. . . . .	56
4.6	Resultados análise bulk flow. . . . .	57
4.7	Fluxo de Hubble. . . . .	58
4.8	Plot cartesiano, declinação e ascensão reta ALFALFA. . . . .	59
5.1	Plot cartesiano, declinação e ascensão reta mock. . . . .	62
5.2	Plot cartesiano, declinação e ascensão reta catálogo aleatório. . . . .	64
6.1	Função de correlação para a amostra de HI. . . . .	70
6.2	Matriz de covariância normalizada encontrada. . . . .	71
6.3	Plot de $\xi^{\text{Cox}}(r) - \xi^{\text{HI}}(r)$ . . . . .	72
6.4	Distribuição de probabilidade de $\sigma_8$ . . . . .	73
6.5	Comparação da variância da matéria em diferentes distâncias. . . . .	74

# Lista de Tabelas

4.1	Resultados análise Bulk flow. . . . .	56
6.1	Resultados $\sigma_8$ . . . . .	73
6.2	Parâmetros usados para comparar nossos resultados com o modelo padrão. . . . .	74

# Constantes Físicas

Velocidade da Luz no Vácuo  $c = 2.99792458 \times 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$

Unidade Astronômica  $AU = 1.495978707 \times 10^{13} \text{ cm}$

Constante Gravitacional  $G = 6.674 \times 10^{-11} \text{ N}$

Constante de Hubble-Lemaître  $H_0 = 70 \text{ Km/s Mpc}^{-1}$

# Nomenclatura

Símbolo	Grandeza
$z$	Redshift
HI	Hidrogênio atômico Neutro

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Cosmologia Moderna</b>	<b>17</b>
2.1	Uma breve história do universo . . . . .	18
2.2	O modelo padrão da cosmologia e o Princípio Cosmológico . . . . .	21
2.2.1	Tipos de curvaturas . . . . .	22
2.2.2	A métrica FLRW . . . . .	25
2.2.3	As equações de Einstein . . . . .	26
2.2.4	As equações de Friedmann . . . . .	27
2.2.5	Distâncias Cosmológicas . . . . .	29
2.2.6	Parâmetros Cosmológicos . . . . .	31
2.3	Observáveis Cosmológicas . . . . .	32
2.3.1	Radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB) . . . . .	32
2.3.2	Supernovas do tipo Ia (SN Ia) . . . . .	34
2.3.3	Galáxias . . . . .	35
<b>3</b>	<b>As flutuações de matéria em diferentes escalas do universo</b>	<b>37</b>
3.1	Teoria linear de formação de estruturas - abordagem Newtoniana . . . . .	38
3.1.1	Equação de Evolução para as perturbações de Matéria . . . . .	42
3.2	Propriedades estatísticas- Formação não linear de estruturas . . . . .	43
3.3	O parâmetro $\sigma_8$ . . . . .	47
<b>4</b>	<b>O Catálogo ALFALFA</b>	<b>51</b>
4.1	Linhas de 21 centímetros . . . . .	51
4.2	Características do ALFALFA . . . . .	52
4.3	Análise do bulk flow com o catálogo ALFALFA . . . . .	53
4.4	Seleção de dados . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Metodologia</b>	<b>60</b>
5.1	A função de correlação de dois pontos . . . . .	60
5.2	Catálogos Mock e o processo Cox . . . . .	61
5.3	Catálogo aleatório . . . . .	63
5.4	Aproximação de lei de potência . . . . .	64
5.5	Matriz de covariância . . . . .	65
5.6	Estimativa de $\xi(r)$ e suas incertezas . . . . .	66
5.7	Estimativa da variância do campo de densidade em escalas R e de $\sigma_8$ . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Resultados e Discussões</b>	<b>69</b>



---

<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>75</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>77</b>
<b>A</b>	<b>Códigos para as análises</b>	<b>82</b>
A.1	Seleção dos dados . . . . .	82
A.2	Gerando catálogo uniforme para as fontes de HI . . . . .	84
A.3	Processo cox e catálogos mocks . . . . .	86
A.3.1	Gerando os catálogos mocks e selecionando o hemisfério norte . . . . .	89
A.4	Calculando a função de correlação para as fontes de HI . . . . .	92
A.5	Ajustando os dados observados à lei de potência e calculando as incertezas da função de correlação . . . . .	94
A.6	Calculando $\sigma(r)$ . . . . .	96
A.7	Curvas de probabilidade . . . . .	99

# Capítulo 1

## Introdução

A cosmologia é o ramo da astronomia que estuda a origem, a estrutura e a evolução do universo, tendo seu início (formal) com a teoria da relatividade geral de Einstein (Einstein, 1915) que descreve como a distribuição de matéria-energia afeta a estrutura do espaço-tempo, tornando possível o estudo do Universo como um todo. Desde do Big Bang até a formação das galáxias, estrelas e planetas, a cosmologia busca entender os processos que moldaram o cosmos como o conhecemos hoje. Um dos aspectos fundamentais desse estudo é a formação das estruturas cósmicas, um processo intrincado que envolve Relatividade Geral e Teoria de Perturbação.

Inicialmente, o universo era um local relativamente homogêneo e isotrópico, preenchido com uma sopa quente de partículas. Pequenas flutuações de densidade, resultantes de minúsculas variações quânticas, semearam a distribuição da matéria. Essas flutuações, amplificadas pela expansão do universo, foram as precursoras das grandes estruturas que observamos atualmente (Schneider, 2006). A teoria linear da formação de estruturas sugere que, em escalas suficientemente grandes e em tempos iniciais, essas flutuações cresceram de maneira proporcional ao fator de escala  $a(t)$ . No entanto, para entender a formação detalhada de galáxias, aglomerados de galáxias e outras estruturas complexas, é necessário recorrer à teoria da formação não linear.

O parâmetro  $\sigma_8$  é uma medida da amplitude das flutuações de densidade da matéria no universo em uma escala de  $8 h^{-1}\text{Mpc}$ , sendo fundamental na cosmologia, pois descreve quantitativamente as estruturas em grandes escalas, como galáxias, aglomerados de galáxias e superaglomerados. Uma das principais maneiras de medir  $\sigma_8$

é através da contagem de galáxias em grandes levantamentos. Projetos como o Sloan Digital Sky Survey (SDSS) mapeiam a posição de milhões de galáxias, permitindo a construção de mapas detalhados da distribuição de matéria no universo. A análise estatística dessas distribuições, como a função de correlação de dois pontos, possibilitou a inferir a amplitude das flutuações de densidade da matéria  $\sigma_8 = 0.94 \pm 0.27$  (Repp & Szapudi, 2020). Outra maneira de mensurar  $\sigma_8$  é usando a radiação cósmica de fundo (CMB), que oferece uma observação do Universo primitivo. Os dados do CMB permitem determinar a amplitude das flutuações de densidade primordial e, combinados com modelos de evolução da estrutura, foi possível extrapolar para obter  $\sigma_8 = 0.811 \pm 0.006$  (Planck Collaboration, 2016), porque a análise espectral da CMB nos dá o espectro de potência das flutuações de temperatura e polarização, que está diretamente relacionado às flutuações de densidade de matéria (Mo et al., 2010). A equipe do Atacama Cosmology Telescope (ACT) combinou suas medições de lenteamento com outros dados cosmológicos, incluindo oscilações acústicas de bárions (BAO) e dados de nucleossíntese do Big Bang (BBN). Isso permitiu medir  $\sigma_8 = 0.819 \pm 0.015$  (Madhavacheril et al., 2024).

O objetivo desta monografia é explorar a utilização de observações cosmológicas, em particular a função de correlação  $\xi(r)$  de galáxias para estimar o parâmetro  $\sigma_8$  e investigar as flutuações de massa no Universo local. Para isso, no capítulo 2, será apresentada uma breve revisão sobre cosmologia moderna, e no capítulo 3 será discutida a teoria de formação de estruturas, juntamente com a definição de  $\xi(r)$ . Para estimar  $\sigma_8$  e as flutuações de massa no Universo local, utilizamos os dados do catálogo ALFALFA que será apresentado no capítulo 4, que mapeia a distribuição de hidrogênio neutro (HI) no universo próximo. Ao analisar a função de correlação das fontes de HI do ALFALFA, buscamos obter uma estimativa precisa de  $\sigma_8$  e comparar nossos resultados com as previsões do modelo padrão da cosmologia  $\Lambda$ CDM. Ao longo deste trabalho, adotamos uma abordagem sistemática e rigorosa para calcular a função de correlação e estimar os erros associados, utilizando métodos estatísticos avançados que são descritos no capítulo 5. Nos capítulos 6 serão apresentados nossos resultados e no capítulo 7 nossas conclusões. Nossas análises visam não apenas fornecer uma estimativa confiável de  $\sigma_8$ , mas também investigar a consistência entre os dados observacionais e as previsões teóricas. Ao fazê-lo, esperamos contribuir para o avanço contínuo da cosmologia e gerar melhor entendimento sobre a estrutura em grande escala do universo.

## Capítulo 2

# Cosmologia Moderna

A cosmologia é uma parte da Física dedicada ao entendimento do universo e de seus componentes, abrangendo sua origem, evolução e destino. Este ramo da ciência tem suas raízes em questionamentos ancestrais sobre o mundo ao nosso redor, evoluindo de indagações simples, como “O que está acontecendo ao meu redor?”, para uma questão central: “Como funciona o universo?”. A cosmologia moderna, assim, emerge de conceitos anteriores à história registrada, refletindo a contínua busca da humanidade por compreensão e significado no cosmos. É frequentemente descrita como uma “ciência histórica”, pois ao olharmos para o espaço, observamos também o passado, devido à natureza finita da velocidade da luz (Spergel, 2014).

Desde as primeiras estimativas quantitativas sobre a escala e a estrutura do universo feitas por William Herschel no final do século XVIII (Leavitt & Pickering, 1912), até a descoberta da relação entre distância e velocidades radiais percebidas por Hubble (Hubble, 1929), com base nos dados da pesquisa de Henrietta Leavitt sobre Cefeidas (Leavitt & Pickering, 1912), e até os dias atuais, em que sabemos que o universo está se expandindo a uma taxa acelerada (Riess et al., 1998; Perlmutter, 1999), sempre houve questões que impulsionaram inovações que contribuem para o entendimento científico.

## 2.1 Uma breve história do universo

Para esta seção de revisão sobre a história do universo foram utilizados como referências *Extragalactic Astronomy and Cosmology* (Schneider, 2006), *Introduction to Cosmology* (Ryden, 2003) e *galaxy formation and evolution* (Mo et al., 2010).

Em 1927 Georges Lemaître propôs que há muito tempo o universo começou como um ponto. O universo esticou-se e expandiu-se para ficar tão grande quanto é agora, e que poderia continuar a se expandir (Lemaître, 1931). Apenas dois anos depois, Hubble notou que outras galáxias estavam se afastando de nós (Hubble, 1929), chegando a conclusão que as galáxias mais distantes moviam-se mais rapidamente do que as mais próximas de nós seguindo a relação  $v = H_0 r$ , que é a Lei de Hubble. Tal observação poderia ser interpretada como uma expansão do espaço, assim como Lemaître pensava. Se as coisas estavam se distanciando, isso significava que há muito tempo tudo estava próximo.

O Big Bang é a teoria física que melhor descreve como o universo se expandiu a partir de um estado inicial de alta densidade e temperatura, oferecendo uma explicação abrangente sobre a abundância dos elementos leves, a radiação cósmica de fundo em micro-ondas, a estrutura em grande escala e a lei de Hubble-Lemaître. Quando jovem, era denso e quente, e teve seu início em uma fase muito densa, teoricamente pontual e singular, seguida por uma rápida expansão do universo, esfriando adiabaticamente. Estruturas mais complexas foram se formando à medida que as partículas mais fundamentais, como elétrons e quarks, se fundiram em prótons e nêutrons, agrupando-se em núcleos atômicos e em átomos para formar galáxias, estrelas e planetas. Tudo isso começou há cerca de 13,8 bilhões de anos e é, portanto, considerado a idade do universo. A conclusão a que chegamos é que o universo, até se tornar o que conhecemos hoje, passou por diferentes eras.

**Singularidade:** Acredita-se que toda a matéria estava condensada em um único ponto de densidade infinita e temperatura extrema. Durante este período, os efeitos quânticos dominaram as interações físicas, o que não é um evento compreendido, existindo modelos que argumentam que esses efeitos quânticos evitariam a singularidade. Este é o período mais antigo conhecido e é chamado de tempo de Planck, estendendo-se

do ponto 0 até aproximadamente  $10^{-43}$  segundos. Devido ao extremo calor e densidade da matéria, o universo começou a se expandir, levando à manifestação das forças fundamentais da física (Schneider, 2006).

**Inflação:** Estima-se que o universo se expandiu mais rapidamente do que a velocidade da luz durante uma fração de segundo, este período é denominado como inflação cósmica. A inflação amplificou as diferenças de densidade que ocorrem naturalmente nas menores escalas, de nível quântico, o que eventualmente ajudou a formar as estruturas de grande escala do universo. A temperatura cai e as forças básicas da natureza se reorganizam: o universo entra em um estado de alta densidade de energia, e passa por uma transição de fase, a interação forte torna-se distinta da interação eletro-frac. A essência de muitos modelos inflacionários reside na proposta de que, nos estágios iniciais do universo, sua evolução foi influenciada pela presença constante de energia associada a um campo escalar  $\phi$  (Linde, 2007).

**Bariogênese:** Quando o universo esfria, o equilíbrio se perde e ocorre uma assimetria cujo resultado é que a antimatéria é virtualmente erradicada e, de alguma forma, houve um desequilíbrio sutil que permitiu que a matéria prevalecesse, levando à formação das estruturas que observamos hoje (Canetti et al., 2012). A bariogênese é o processo físico que produziu assimetria bariônica, ou seja, o desequilíbrio da matéria (bárions) e da antimatéria (antibárions) no universo observado. A questão central da bariogênese é o que causa a preferência pela matéria em detrimento da antimatéria no universo, bem como a magnitude dessa assimetria (Cline, 2018).

**Aniquilação da anti-matéria:** Após a inflação, o universo continuou a se expandir e a esfriar de uma forma mais lenta. Quando o universo era muito quente e denso, os fótons podiam produzir pares de partículas de matéria e antimatéria que se aniquilavam e eram produzidos continuamente e tudo estava em equilíbrio.

**Nucleossíntese primordial:** O universo não é composto unicamente por hidrogênio, mas também por elementos mais pesados, como hélio, lítio, etc. Esses elementos foram sintetizados na era da Nucleossíntese: prótons e nêutrons colidiram e produziram os primeiros elementos. Posteriormente, a maior parte do hélio existente hoje já havia se formado, e o universo se expandiu e esfriou o suficiente para interromper a formação de novos elementos. Neste estágio, porém, o universo ainda estava quente demais para que os núcleos atômicos desses elementos capturassem elétrons e formassem

átomos completos. O cosmos era opaco devido a um grande número de elétrons, que criavam uma espécie de neblina que espalhava os fótons. É sabido que as reações nucleares ocorrem em estrelas; por exemplo, a luminosidade do Sol é principalmente resultado da fusão de hidrogênio em hélio. No entanto, a fração de massa observada de hélio é aproximadamente constante em todo o universo, sugerindo que a maior parte do hélio é, de fato, primordial (Peebles, 1966).

**Recombinação, desacoplamento de fótons e radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB):** A recombinação descreve o processo no qual partículas ionizadas se unem para formar os primeiros átomos neutros, enquanto o desacoplamento refere-se à liberação de fótons à medida que esses átomos recém-formados alcançam estados de energia mais estáveis. Pouco antes da recombinação, a matéria bariônica do universo estava em uma temperatura que a mantinha na forma de um plasma ionizado quente. A maioria dos fótons interagiu fortemente com elétrons e prótons, tornando o universo opaco, incapaz de transmitir luz visível que pudesse ser observada hoje por telescópios. Alguns milhares de anos após o Big Bang, o universo esfriou o suficiente para que o hidreto de hélio, a primeira molécula, se formasse. Em abril de 2019, foi anunciado que essa molécula foi observada pela primeira vez no espaço interestelar, em NGC 7027 (Güsten et al., 2019), uma nebulosa planetária nesta galáxia. Os fótons liberados por esses átomos de hidrogênio recém-formados inicialmente tinham uma temperatura/energia de cerca de  $\approx 4000$  K, apresentando uma cor amarela pálida/laranja. Ao longo dos bilhões de anos desde o desacoplamento, à medida que o universo se expandiu, esses fótons foram desviados para o vermelho, tornando-se radiação de micro-ondas correspondente a uma temperatura de cerca de 2.7 K (Fixsen, 2009; Planck Collaboration, 2016; Bennett et al., 2003).

**Idade das Trevas e a formação das primeiras estruturas:** É a fase em que não havia qualquer fonte de luz, o universo esfriou o suficiente para permitir que a luz viajasse longas distâncias, havendo somente a radiação cósmica de fundo, no infravermelho. Nessa era, as regiões de maior densidade atraem matéria enquanto que as de menor densidade se esvaziam e, assim, começa a formação de estruturas em forma de filamentos. As estrelas de População III, que formaram a primeira geração de estrelas, surgiram algumas centenas de milhões de anos após o Big Bang, representando a primeira fonte visível de luz no universo após a recombinação. A formação de estruturas cósmicas pode ter iniciado aproximadamente 150 milhões de anos após o Big Bang

( $z \approx 6 - 20$ ), e as primeiras galáxias começaram a se manifestar entre 180 e 700 milhões de anos ( $z \approx 15 - 20$ ).

**Energia escura:** Em 1998 dois grupos de pesquisa independentes, o High- $z$  Supernova Search Team (Perlmutter, 1999) e o Supernova Cosmology Project Team (Riess et al., 1998), anunciaram uma descoberta importante relacionada à expansão do universo. Ambos os grupos estudaram supernovas do tipo Ia (SNIa), que são explosões estelares caracterizadas por um certo padrão de brilho. A observação crucial feita por esses grupos foi que as supernovas distantes estavam mais fracas do que o esperado com base em modelos cosmológicos que consideravam uma expansão do universo desacelerada. Pelo contrário, as observações indicavam que o universo estava se expandindo de maneira acelerada. Essa descoberta foi surpreendente porque contradizia as expectativas da época, que sugeriam que a gravidade deveria estar retardando a expansão do universo. A explicação proposta para essa expansão acelerada foi a existência de uma forma misteriosa de energia chamada energia escura, que exerce uma pressão negativa e contribui para a expansão cósmica e estima-se, que hoje o universo deve ser composto por  $\approx 70\%$  de energia escura.

## 2.2 O modelo padrão da cosmologia e o Princípio Cosmológico

O modelo que melhor se ajusta às observações feitas atualmente do universo é o  $\Lambda$ CDM ( $\Lambda$  Cold Dark Matter), que atualmente representa a formulação mais recente do nosso conhecimento sobre a origem do Cosmos. A letra grega  $\Lambda$  representa a constante cosmológica associada à energia escura. Esse modelo aprimora a teoria do Big Bang ao sugerir que a maior parte da matéria física do universo é composta por matéria escura fria e que há uma espécie de energia que acelera a expansão do universo. Ele se baseia no princípio cosmológico de que nossa observação do universo não é especial: em escalas suficientemente grandes, o universo é isotrópico e homogêneo. Esse modelo é construído resolvendo as equações de Einstein da Relatividade Geral para a métrica FLRW.



### 2.2.1 Tipos de curvaturas

A relatividade geral de Einstein é uma teoria fundamental da física que descreve a gravidade como uma curvatura no espaço-tempo causada pela presença de matéria e energia. Introduz a ideia de que a gravidade não é uma força entre objetos massivos, como postulada pela teoria da gravitação de Newton, mas sim uma consequência da geometria do espaço-tempo. Segundo essa teoria, a presença de massa ou energia curva o espaço-tempo ao seu redor, e os objetos em movimento seguem trajetórias determinadas pela curvatura do espaço-tempo provocada pela distribuição de massa e energia (Hobson et al., 2006).

Vejamos um caso simples de espaço curvado, o caso do espaço bidimensional: temos um plano que obedece à geometria Euclidiana, onde a menor distância entre dois pontos é uma reta. Se um triângulo é construído em um plano conectando três pontos (ver figura 2.1) a soma total de seus ângulos deve ser

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi. \quad (2.1)$$

No plano podemos assumir as coordenadas cartesianas  $(x, y)$  e o teorema de Pitágoras é válido, logo a distância  $ds$  entre os pontos  $(x, y)$  e  $(x + dx, y + dy)$  é dada por

$$ds^2 = dx^2 + dy^2. \quad (2.2)$$

Assumir que esta relação é válida em qualquer região do espaço é equivalente em dizer que o espaço é plano.

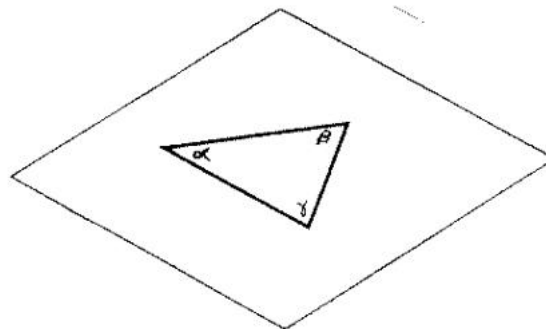


FIGURA 2.1. Representação de um plano no espaço bidimensional (Ryden, 2003).

Vamos considerar agora a situação de um triângulo na superfície de uma esfera (veja a figura 2.2), pois é interessante pensar quais são os análogos aos segmentos de reta que formam os lados do triângulo plano. A soma dos ângulos internos será

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + A/R^2, \quad (2.3)$$

onde  $A$  é a área do triângulo e  $R$  é o raio da esfera. Todos os espaços onde  $\alpha + \beta + \gamma > \pi$  são chamados de espaço com curvatura positiva. Com base na equação (2.2) podemos reescrever em coordenadas polares onde  $r$  é distância do polo norte e  $\theta$  é o ângulo azimutal. Teremos então a distância entre um ponto  $(r, \theta)$  e outro ponto qualquer  $(r + dr, \theta + d\theta)$  expressada por

$$ds^2 = dr^2 + R^2 \sin^2(r/R) d\theta^2. \quad (2.4)$$

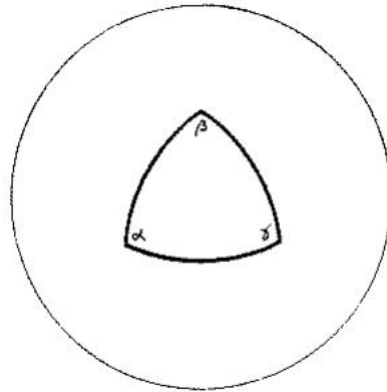


FIGURA 2.2. Representação de curvatura positiva no espaço bidimensional (Ryden, 2003).

Há existência de curvatura negativa. Um exemplo para este caso é uma hiperbolóide mostrada na figura 2.3 e a soma dos ângulos internos é dada por

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi - A/R^2 \quad (2.5)$$

e a distância entre dois pontos

$$ds^2 = dr^2 + R^2 \sinh^2(r/R) d\theta^2. \quad (2.6)$$

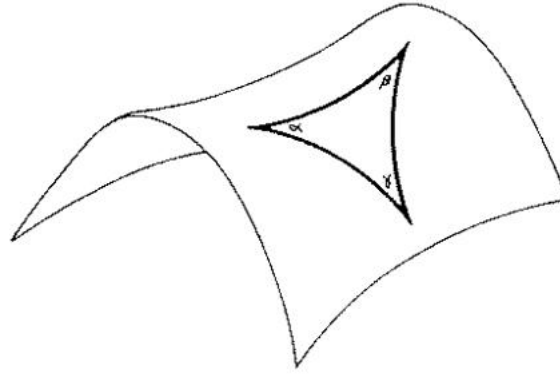


FIGURA 2.3. Representação de curvatura negativa no espaço bidimensional (Ryden, 2003).

A curvatura do espaço, conforme descrita pela Relatividade Geral, é uma manifestação da teoria da gravitação de Einstein. Nesse contexto, a presença de massa e energia no universo curva o espaço-tempo ao seu redor. Essa curvatura determina os caminhos seguidos pelos objetos em movimento, como planetas, estrelas e até mesmo a luz, devido à influência gravitacional exercida pelos corpos massivos, se tornando a base para entendermos como a gravidade age para moldar o tecido do universo. A curvatura pode ser descrita pelas quantidades  $k$  e  $R$ , onde  $k$  é a curvatura normalizada que pode assumir valores  $k = 0, +1, -1$  para o plano, curvatura positiva e negativa respectivamente, e  $R$  é o raio de curvatura. Os casos bidimensionais vistos podem ser expandidos para o caso tridimensional

$$ds^2 = dr^2 + S_k(r)^2 d\Omega^2, \quad (2.7)$$

onde

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (2.8)$$

e

$$S_\kappa(r) = \begin{cases} R \sin(r/R) & (k = +1), \\ r & (k = 0), \\ R \sinh(r/R) & (k = -1). \end{cases} \quad (2.9)$$

É importante ressaltar os três casos de  $S_\kappa(r)$  são os únicos com curvatura constante, compatíveis com homogeneidade e isotropia.

### 2.2.2 A métrica FLRW

A relatividade ensina que o espaço e o tempo juntos constituem um espaço-tempo quadridimensional. Portanto, para calcular a distância entre dois eventos, precisamos de uma ferramenta que, além de considerar o tipo de curvatura, leve em conta também o tempo cósmico em que os eventos ocorrem, ou seja, o tempo estimado por um observador que vê o universo se expandir ao redor dele. Com isso, introduzimos a métrica FLRW

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 [dr^2 + S_k(r)^2 d\Omega^2] \quad (2.10)$$

onde  $S_k(r)$  e  $d\Omega^2$  são dados pelas equações (2.9) e (2.8), respectivamente. A função  $a(t)$  é o fator escala e ele nos diz como as distâncias crescem ou decrescem com o tempo. No tempo presente  $a(t_0) = 1$ .

Suponhamos que uma galáxia esteja suficientemente distante, fazendo  $ds^2 \equiv 0$ , pois o caminho do fóton através do espaço-tempo é uma geodésica quadridimensional nula (Ryden, 2003), e que a equação (2.8) seja também nula, pois  $\theta$  e  $\phi$  são constantes. Com essas considerações e utilizando a equação (2.10), teremos a relação:

$$ds = a(t)dr. \quad (2.11)$$

Integrando de 0 a  $r$ , vamos encontrar a distância própria (as vezes chamada de distância física)

$$d_p = a(t)r. \quad (2.12)$$

Agora, fazendo a diferencial da equação acima, teremos

$$\dot{d}_p = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} d_p, \quad (2.13)$$

onde

$$H = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (2.14)$$

é o parâmetro de Hubble e, aplicado em  $t = t_0$ , é a constante de Hubble  $H_0$ . Então, podemos reescrever a equação (2.13) como

$$v_p = H_0 d_p, \quad (2.15)$$

que é a lei de Hubble-Lemaître (Hubble, 1929). A lei de Hubble-Lemaître é considerada a primeira base observacional que permitiu o entendimento de que de fato o universo está se expandindo.

### 2.2.3 As equações de Einstein

As equações de campo de Einstein descrevem como a distribuição de energia e pressão em um evento do espaço-tempo influencia na curvatura desse espaço-tempo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -\kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.16)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  descreve a geometria do espaço-tempo em termos das componentes do intervalo de espaço-tempo,  $\kappa = 8\pi G/c^4$  é a constante gravitacional de Einstein e  $T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento que fornece quantitativamente as densidades e os fluxos de energia e momento gerados pelas fontes presentes no espaço e que determinarão a geometria do espaço-tempo (Hobson et al., 2006).

Logo após a derivação da equação (2.16), Einstein propôs uma modificação em que adicionava uma constante

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}, \quad (2.17)$$

onde  $\Lambda$  é chamada constante cosmológica. Einstein primeiro introduziu este termo para construir modelos estáticos do universo a partir de suas equações de campo. A constante cosmológica  $\Lambda$  estava ausente na versão em que ele publicou originalmente (Einstein, 1915). Alguns anos depois, Hubble constatou que o universo estava em expansão (Hubble, 1929). Einstein então chamou  $\Lambda$  de seu maior erro. As observações de Hubble negaram a necessidade de uma constante cosmológica durante décadas, mas isso mudou em 1998, quando os astrônomos que examinaram supernovas distantes descobriram que o cosmos não estava apenas se expandindo, mas acelerando (Perlmutter, 1999; Riess et al., 1998). Para explicar isso, é necessário um valor positivo de  $\Lambda$  (Ashtekar, 2017).

### 2.2.4 As equações de Friedmann

Em 1922, Alexander Friedmann derivou duas equações que descrevem a dinâmica do universo (Friedmann, 1924). As equações de Friedmann relacionam  $a(t)$ ,  $k$ ,  $R_0$ , a densidade de matéria  $\rho(t)$  e a pressão do conteúdo de matéria  $p(t)$ ,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{kc^2}{a(t)^2} + \frac{\Lambda c^2}{2}, \quad (2.18)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho(t) + \frac{3p(t)}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (2.19)$$

Essas equações descrevem como o fator escala muda com o tempo com base no conteúdo matéria e energia. Embora as equações de Friedmann sejam de fato importantes, elas não podem nos dizer como o fator de escala  $a(t)$  evolui com o tempo, é preciso de outra equação que dependa de  $a$  e  $\rho$  função do tempo (Ryden, 2003). Esta equação expressa a conservação de energia

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0. \quad (2.20)$$

Para resolver esta equação diferencial é necessário usar uma relação entre densidade e pressão

$$p = \omega c^2 \rho, \quad (2.21)$$

que é a equação de estado, onde  $\omega$  é uma constante de cada componente contida no universo (matéria, radiação, energia escura, etc). Então, assumindo que não há nenhuma interação entre as componentes, é possível reescrever a equação (2.20) para cada componente de índice  $i$

$$\dot{\rho}_i + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_i + \omega\rho_i) = 0. \quad (2.22)$$

Esta equação é fundamental na cosmologia, pois nos permite entender como os diferentes componentes do universo evoluem ao longo do tempo cósmico. A solução dessa equação diferencial é dada considerando  $\omega$  constante

$$\rho(a) = \rho_{i,0} a^{-3(1+\omega)}, \quad (2.23)$$

onde  $\rho_{i,0}$  é a densidade da componente  $i$  no presente.

O modelo padrão da cosmologia utiliza três principais componentes para descrever o conteúdo material do universo: matéria (escura e bariônica) não relativística com  $\omega = 0$ , radiação  $\omega = 1/3$  e energia escura  $\omega = -1$ . Então, substituindo na equação (2.23), é obtido

$$\begin{aligned} \rho_m(a) &= \rho_{m,0} a^{-3}, \\ \rho_r(a) &= \rho_{r,0} a^{-4}, \\ \rho_\Lambda &= \rho_{\Lambda,0}. \end{aligned}$$

Na figura 2.4 vemos a evolução de cada componente em diversas fases do universo. Observa-se a era da radiação, quando o universo era quente e denso, depois um intervalo dominado pela matéria, enquanto hoje a energia escura domina a evolução do universo.

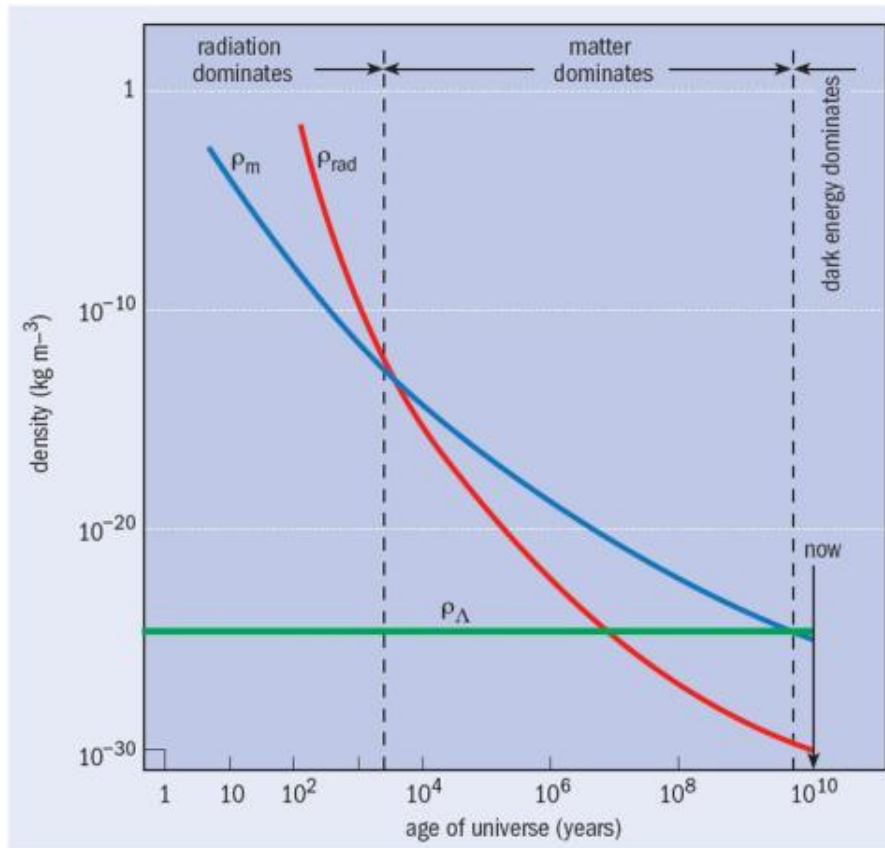


FIGURA 2.4. Evolução da densidade de energia, em  $kg/m^3$  em relação aos anos. Há dois momentos importantes: Quando a densidade da matéria torna-se maior que a da radiação e, recentemente na história do universo, a energia escura domina em relação a matéria e radiação. Fonte: <https://physicsworld.com/a/dark-energy-how-the-paradigm-shifted/>.

Uma expressão para a densidade crítica pode ser derivada tomando a equação (2.18) reescrevendo-a na forma

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3c^3} \rho - \frac{kc^2}{R_0^2 a(t)^2}, \quad (2.24)$$

onde

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3c^3} \rho_0 - \frac{kc^2}{R_0^2 a(t)^2}, \quad (2.25)$$

está avaliada no momento presente  $t = 0$ . A equação (2.24) é válida para todos os universos avaliadas com a métrica de Robertson-Walker no qual a expansão ou contração são governadas pelas leis da relatividade geral (Ryden, 2003). Em especial para o universo plano ( $k=0$ ) a equação toma a forma

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G \rho_c(t)}{3c^2}, \quad (2.26)$$

onde

$$\rho_c(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G}, \quad (2.27)$$

é a densidade crítica do universo avaliada no tempo  $t$ . Se a densidade de energia  $\rho(t)$  for maior que este valor, o universo é positivamente curvado ( $k = +1$ ), se  $\rho(t)$  for menor que este valor, o universo é negativamente curvado ( $k = -1$ ). A razão entre  $\rho(t)$  e  $\rho_c(t)$  é dada por

$$\Omega_M = \frac{\rho(t)}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho(t)}{3H_0^2}. \quad (2.28)$$

Esta relação entre a densidade no tempo  $t$  e a densidade crítica determina a geometria do universo.

### 2.2.5 Distâncias Cosmológicas

Medir distâncias na cosmologia sempre foi um desafio em termos experimentais, especialmente à medida que nossos horizontes de observação cósmica se expandem. Para realizar medições cosmológicas, é necessário considerar uma série de variáveis adicionais. Por exemplo, a possível curvatura no espaço entre a Terra e o objeto em questão pode afetar a medição. Além disso, enfrentamos dificuldades em estabelecer padrões de referência para determinadas grandezas e em lidar com a expansão do espaço entre os observadores.

A seguir definimos distâncias em cosmologia (Schneider, 2006).



- **Distância Comóvel:** Pode ser escrita como

$$d_{com} = \frac{d_p(t)}{a(t)}. \quad (2.29)$$

A expansão relativa entre observadores pode ser formalmente cancelada, fixando o fator de escala em um determinado tempo  $t$ , ou seja, as distâncias entre um observador e as galáxias por exemplo permanecem fixas ao longo do tempo.

- **Distância de Luminosidade:** A partir da luminosidade  $L$  de um objeto é possível medir sua distância através de

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi f}}, \quad (2.30)$$

onde  $f$  é o fluxo de energia do objeto. Esta relação dá uma boa aproximação à noção natural de distância no espaço euclidiano (Ryden, 2003), a lei do inverso do quadrado assume que a fonte de luz é estacionária e isotrópica em relação para o observador. Se o universo estiver sistematicamente se expandindo ou contraindo, então a luz de fontes distantes será desviada para o vermelho para energias de fótons mais baixas ou desviado para o azul para energias de fótons mais altas. Para um espaço com curvatura diferente de zero e sujeito a expansão, é possível obter uma relação entre a distância de luminosidade e a distância comóvel

$$d_L = (1 + z)d_{com}. \quad (2.31)$$

- **Distância de Diâmetro Angular:** Para um objeto de tamanho físico intrínseco  $l$  e extensão angular  $\theta$ , a distância de diâmetro angular é definida como

$$d_A = \frac{l}{\theta}, \quad (2.32)$$

válida somente para pequenos ângulos e expressos em radianos. Pode ser relacionada com a distância comóvel por (Schneider, 2006)

$$d_A = \frac{d_{com}}{(1 + z)}. \quad (2.33)$$

### 2.2.6 Parâmetros Cosmológicos

Os parâmetros cosmológicos são elementos fundamentais na descrição e compreensão do universo. Esses parâmetros abrangem uma variedade de quantidades que descrevem diferentes aspectos, desde sua expansão até a composição de sua matéria e energia. Entre os principais parâmetros estão

- **O parâmetro de Hubble  $H$ :** É descrito através da equação (2.14), que quantifica a taxa de expansão do universo. A constante de Hubble é o parâmetro de Hubble medido hoje  $H_0$  e sua estimativa mais precisa é de cerca de  $67 \text{ km/s Mpc}^{-1}$  (Planck Collaboration, 2016). Técnicas usando galáxias, supernovas Ia e a radiação cósmica de fundo foram usadas para estimar o valor de  $H_0$  mostrando uma crescente tensão entre os valores encontrados (Di Valentino et al., 2021).
- **O parâmetro  $\Omega_\Lambda$ :** É uma fração da densidade crítica do universo que corresponde à densidade de energia associada à energia escura. Este parâmetro é definido como

$$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c}, \quad (2.34)$$

onde  $\rho_\Lambda$  é a densidade de energia escura e  $\rho_c$  é a densidade crítica do universo dada por 2.27. densidade está relacionada à constante cosmológica  $\Lambda$  através da equação

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (2.35)$$

Portanto, substituindo esses valores na definição de  $\Omega_\Lambda$

$$\Omega_\Lambda = \frac{3H^2}{c^2}. \quad (2.36)$$

A principal medida para  $\Omega_{\Lambda,0} = 0.7$  (Planck Collaboration, 2016).

- **O parâmetro  $\Omega_M$ :** Especifica a densidade de energia fracionária média atual de todas as formas de matéria não relativísticas, incluindo matéria bariônica e matéria escura. É descrito pela equação (2.28) e determina a geometria do universo. Note que se  $\Omega_M$  fosse igual a 1 e não houvesse energia escura, o universo seria espacialmente plano. Uma ampla gama de diferentes técnicas foi desenvolvida para medir

a densidade da matéria do universo. Essas técnicas se aplicam em diversas escalas, desde galáxia, passando por aglomerados, até escalas mais globais. A medida mais precisa para  $\Omega_{M,0}$  está em cerca 0.32 (Planck Collaboration, 2016).

## 2.3 Observáveis Cosmológicas

As observações cosmológicas representam um desafio significativo em geral, sendo que a maior parte do conhecimento atual sobre o universo distante foi obtida graças à nova geração de grandes telescópios operando em diferentes faixas de comprimento de onda. Um aspecto crucial das observações cosmológicas é a consideração da velocidade finita da luz, o que implica em limitações fundamentais em nossas capacidades de observação do universo (Schneider, 2006).

Os observáveis cosmológicas desempenham um papel fundamental ao fornecer informações valiosas sobre a estrutura, composição e evolução do cosmos. Entre os observáveis cosmológicos mais importantes estão a radiação cósmica de fundo em micro-ondas, supernovas e a distribuição de galáxias. A seguir, vamos explorar algumas dessas observáveis em maior detalhe.

### 2.3.1 Radiação cósmica de fundo em micro-ondas (CMB)

A Radiação Cósmica de fundo, ou CMB (*Cosmic Microwave Background*), foi descoberta em 1965 por Arno Penzias e Robert Wilson usando um antena de micro-ondas no Bell Labs. Eles encontraram um fundo isotrópico de radiação de micro-ondas e que apresenta um espectro muito próximo ao de um corpo negro com temperatura de cerca de 3 K. A existência da CMB já era prevista por George Gamow no final da década de 1940. Segundo seu modelo, o universo teria sido quente e denso nos estágios iniciais de sua evolução. Gamow percebeu que o calor residual desse estado primordial ainda deveria ser observável no universo atual na forma de um fundo de radiação térmica, com uma temperatura de alguns graus Kelvin e um pico nos comprimentos de onda de micro-ondas. Sua importância cosmológica foi que, com essa descoberta, o universo de fato poderia ser considerado homogêneo e isotrópico, em grandes escalas (Dicke et al., 1965).

As propriedades observadas da CMB são explicadas de forma mais natural no modelo padrão da cosmologia. Durante os estágios iniciais do universo, este era denso, quente e altamente ionizado. Nesse ambiente, os fótons foram absorvidos e reemitidos muitas vezes por íons, resultando na formação de um espectro de corpo negro no universo primitivo. Conforme esse se expandia e resfriava, a densidade do material ionizado diminuía. Isso levava a um espalhamento cada vez menos frequente dos fótons. Eventualmente, os fótons podiam se propagar livremente até os observadores a partir de uma superfície de último espalhamento, herdando assim o espectro do corpo negro. Essa transição, conhecida como recombinação, foi um ponto crucial na história cósmica, permitindo que a radiação cósmica de fundo se propague, posteriormente, seja detectada pelos observadores, fornecendo assim uma janela valiosa para o universo primitivo e suas condições iniciais. Ao longo dos anos três principais missões espaciais foram desenvolvidas para estudar a CMB:

**The Cosmic Background Explorer (COBE):** Foi lançado pela NASA em 1989. Entre suas principais descobertas estava a média de todo o céu, a CMB mostra um espectro que se adapta precisamente a um chamado 'corpo negro' (ou seja, radiação térmica pura) a uma temperatura de 2.73 Kelvin, mas que também mostra flutuações de temperatura muito pequenas. Estas descobertas foram recompensadas com a atribuição do Prêmio Nobel de Física de 2006 a John Mather e George Smoot.

**The Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP):** Foi também lançado pela NASA em 2001 para estudar as pequenas flutuações com muito mais detalhes. As flutuações foram impressas na CMB no momento em que os fótons e a matéria se desacoplaram, 380 mil anos após o Big Bang, e refletem densidades ligeiramente mais altas e mais baixas no universo primordial. Estas flutuações tiveram origem numa época anterior, imediatamente após o Big Bang, e cresceriam mais tarde, sob o efeito da gravidade, dando origem à estrutura em grande escala que vemos hoje à nossa volta. Os resultados do WMAP ajudaram a determinar as proporções dos constituintes fundamentais do universo e a estabelecer o modelo padrão de cosmologia predominante hoje.

**Colaboração Planck:** Foi lançado em 2009 pela Agência Espacial Europeia para estudar a CMB com ainda mais detalhe do que nunca, vemos na figura 2.5 o avanço da qualidade observacional. Ele cobria uma faixa de frequência mais ampla e em mais bandas e com maior sensibilidade do que o WMAP, tornando possível fazer

uma separação muito mais precisa de todos os componentes do céu submilimétrico e de comprimento de onda de micro-ondas, incluindo muitas fontes de primeiro plano, como a emissão do nosso próprio galáxia, a Via Láctea. Esta imagem completa revela assim a CMB e as suas pequenas flutuações com muito mais detalhe e precisão do que anteriormente alcançado.

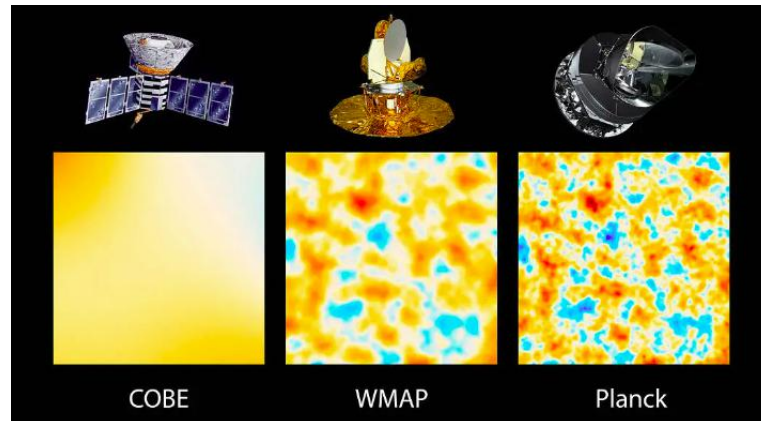


FIGURA 2.5. A evolução dos satélites usados para medir a CMB. Fonte: NASA <https://www.nasa.gov/image-article/universe>.

### 2.3.2 Supernovas do tipo Ia (SN Ia)

Uma supernova tipo Ia é um tipo de supernova que ocorre em sistemas binários, em que uma das estrelas é uma anã branca. À medida que as estrelas alcançam o final de seu período na sequência principal, dando origem às estrelas anãs brancas. Posteriormente, um sistema binário próximo pode permanecer por cerca de um milhão de anos em um estágio de transferência de massa, potencialmente resultando em explosões recorrentes de novas estrelas, até que as condições estejam maduras para a ocorrência de uma SN Ia (Langer et al., 2000). Esse tipo de supernova geralmente ocorrem em todos os tipos de galáxias, incluindo as elípticas, não há preferência por regiões de formação estelar atual (van, 1992).

As SN Ia são conhecidas como velas padrão porque há uma metodologia para medir distâncias com precisão de até 7% (Hamuy et al., 1996). Graças a característica única na curva de luz (ver figura 2.6), embora as supernovas do Tipo Ia não atinjam todas o mesmo pico de luminosidade, um único parâmetro medido a partir da curva de luz pode ser usado para corrigir as supernovas do Tipo Ia não avermelhadas para os

valores padrão da vela, a correção original é conhecida como relação de Phillips (Phillips, 1993).

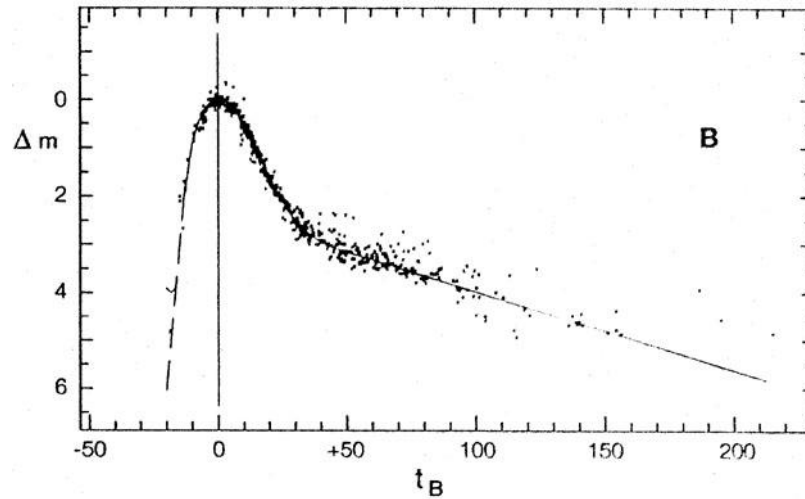


FIGURA 2.6. Gráfico da variação de magnitude de uma supernova do tipo I-a em função do tempo (em dias). O pico se deve principalmente ao decaimento do níquel, enquanto o estágio posterior é alimentado pelo cobalto (Leibundgut et al., 1991).

Em 1998, as supernovas do Tipo Ia desempenharam um papel crucial no avanço da compreensão da cosmologia contemporânea. Dois projetos independentes, o Supernova Cosmology Project e o High-Z Supernova Search Team (Perlmutter, 1999; Riess et al., 1998), utilizaram supernovas distantes do tipo Ia para investigar a expansão do universo. O resultado obtido surpreendeu a comunidade científica da época: ao contrário do que se esperava, a velocidade de afastamento entre galáxias não estava desacelerando devido à atração gravitacional da matéria do universo. Pelo contrário, os dados indicaram que os objetos estão se afastando uns dos outros a um ritmo acelerado, o que evidenciou a expansão acelerada do universo.

### 2.3.3 Galáxias

As instabilidades gravitacionais, em que uma região superdensa começa a se expandir mais lentamente, tornaram-se mais fortes com o tempo e iniciam um processo de criação de estruturas que conhecemos hoje como as galáxias. Os processos físicos de formação e agrupamento de galáxias são complexos, ainda há muito para ser desenvolvido, mas a distribuição de galáxias no universo e as regiões de grandes vazios estão de acordo que as estruturas de matéria em grande escala no espaço, que evoluíram a partir de pequenas perturbações iniciais por instabilidades gravitacionais (Laursen, 2023).

A figura 2.7 representa uma simulação computacional da formação de uma estrutura em grande escala do universo. Inicialmente feita com uma distribuição quase homogênea, devido as instabilidades gravitacionais, ela gradualmente adquire uma estrutura que representa uma teia cósmica. O mais próximo de uma visão panorâmica da distribuição em grande escala da matéria no universo é uma ferramenta estatística chamada espectro de potência, que informa a proporção entre estruturas cósmicas mais e menos massivas no universo.

As galáxias são os constituintes fundamentais da estrutura em larga escala do universo. Estudar a distribuição e organização das galáxias nos ajuda a entender como o universo está organizado em escalas muito grandes. É possível também entender sobre os elementos que compõem o universo, como por exemplo a matéria escura, já que as galáxias possuem halos de matéria escura (Broeils, 1992; Rubin et al., 1980; Freeman, 1970).

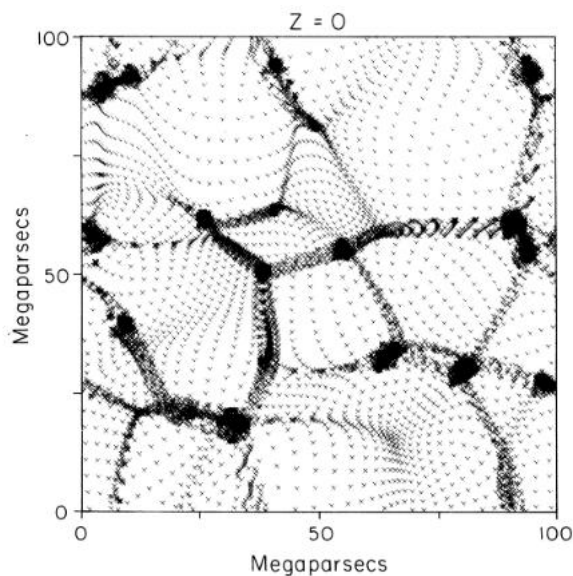


FIGURA 2.7. O resultado da modelagem computacional da formação de uma estrutura em grande escala do universo (realizada por Melott em 1982 (Melott, 1983)). A distribuição originalmente quase homogênea de partículas (mostrada por cruzes) na presença de pequenas perturbações iniciais, devido à gravidade, adquire gradualmente uma estrutura de rede contendo densidades significativas e, inversamente, grandes áreas quase vazias.

## Capítulo 3

# As flutuações de matéria em diferentes escalas do universo

Em grandes escalas notamos que a matéria do universo se organiza em uma intrigante estrutura conhecida como a teia cósmica. Essa vasta configuração revela a presença de imponentes aglomerados de galáxias, conectados por densos filamentos compostos por gás e matéria. Esses filamentos, por sua vez, entrelaçam-se, formando uma espécie de espinha dorsal que percorre o cosmos. Entre essas imponentes estruturas, deparamo-nos com gigantescos vazios cósmicos, regiões de notável escassez de matéria.

A teia cósmica, resultado da distribuição inicial da matéria e das flutuações no universo primordial, oferece uma visão fascinante da arquitetura em grande escala do cosmos. Aglomerados de galáxias, filamentos cósmicos e vazios interconectados pintam um retrato impressionante da complexidade e interconexão que permeiam o vasto tecido do universo.

Neste capítulo nós veremos um pouco sobre a teoria de formação de estruturas e métodos estatísticos usados para entender sobre a distribuição de matéria no universo.



### 3.1 Teoria linear de formação de estruturas - abordagem Newtoniana

Observa-se que o universo não é homogêneo e isotrópico em pequenas escalas. Dependendo da escala que o observamos, há muitos objetos interessantes que se aglomeram por conta da força gravitacional, formando estrelas, planetas, galáxias e aglomerados de galáxias. Nesta subseção vamos entender um pouco mais sobre o processo de formação de estruturas. Iremos supor que as estruturas que observamos na distribuição de galáxias são provenientes do crescimento de pequenas perturbações no universo primordial. Para isso, nós vamos considerar escalas que são muito menores do que o raio de Hubble, porque nessas escalas o crescimento de estruturas podem ser descritos no formalismo da teoria Newtoniana da gravidade (Schneider, 2006). Também iremos considerar velocidades não-relativísticas,  $v \ll c$ . Por simplicidade, nesta teoria pode-se assumir que toda matéria do universo é composta por poeira de densidade  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , e a distribuição de matéria pode ser aproximada como um fluido ideal que satisfaz

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla_r \cdot (\rho \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)) = 0, \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$  é o campo de velocidade deste fluido e  $\delta(\mathbf{r}, t)$  o contraste de densidade, definido como

$$\delta(\mathbf{r}, t) \equiv \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \rho_0(t)}{\rho_0(t)}, \quad (3.2)$$

onde  $\rho(\mathbf{r}, t)$  é a densidade de matéria na posição  $\mathbf{r}$  e  $\rho_0(t)$  é a média da densidade, ambas quantidades medidas no tempo cósmico  $t$ . A equação da continuidade (3.1) está relacionada a conservação da matéria e descreve que a densidade diminui se o fluido possui um campo de velocidade divergente, e a densidade aumenta se um campo de velocidade for convergente. O próximo passo é adicionar os efeitos da gravidade considerando o espaço-tempo estático, de modo que a equação (3.1) fica inalterada e a equação de Euler em termos do campo gravitacional é descrita por

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla_r) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla_r p - \nabla_r \Phi, \quad (3.3)$$

esta equação descreve a conservação do momento e do comportamento do fluido sobre a influência de forças. O campo gravitacional,  $\Phi$ , é determinado a partir da equação

equação de Poisson

$$\nabla_r^2 \Phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \rho(\mathbf{r}, t). \quad (3.4)$$

Esta equação relaciona o potencial gravitacional com o perfil de densidade. Essas equações não podem ser resolvidas analiticamente, no entanto, para pequenos contrastes de densidade  $|\delta| \ll 1$ , soluções aproximadas podem ser construídas. Desejamos ver o que essas equações implicam para a evolução de pequenas perturbações ao redor de um ponto em um determinado instante,  $\rho(t, \mathbf{r}) = \rho_0(t) + \delta\rho(t, \mathbf{r})$ , fazendo o mesmo para as velocidades, pressão e potencial gravitacional.

**Universo estacionário sem gravidade:** Seguindo (Baumann, 2021), vamos considerar que  $\Phi = 0$ . As equações linearizadas para as flutuações neste caso são

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta\rho}{\partial t} &= -\nabla_r \cdot (\bar{\rho}\mathbf{u}), \\ \bar{\rho} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= -\nabla_r \delta P. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Combinando essas equações é possível encontrar

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta\rho - \nabla_r^2 \delta P = 0. \quad (3.6)$$

Para flutuações adiabáticas, as flutuações da pressão são proporcionais as flutuações na densidade  $\delta P = c_s^2 \delta\rho$ , onde  $c_s$  é a velocidade do som no fluido. Então esta equação toma a forma de uma equação de onda

$$\left( \frac{\partial^2 \delta\rho}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \right) \delta\rho = 0 \quad (3.7)$$

que tem a solução por uma onda plana,

$$\delta\rho = A \exp [i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (3.8)$$

onde  $\omega = c_s k$ , com  $k = |\mathbf{k}|$ . É possível perceber então que quando ignoramos a gravidade as flutuações oscilam com amplitude constante.

**Universo estacionário com gravidade:** Agora considerando a gravidade na equação (3.7) de acordo com (Baumann, 2021), teremos

$$\left(\frac{\partial^2 \delta\rho}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2\right) \delta\rho = 4\pi G \bar{\rho} \delta\rho, \quad (3.9)$$

onde foi usado a equação (3.4) perturbada. A equação (3.9) ainda tem a solução dada por (3.8), mas agora  $\omega^2 = c_s^2 - k^2 - 4\pi G \bar{\rho}$ . Com isso, há um número de onda crítico para qual a frequência das oscilações é zero

$$k_j = \frac{\sqrt{4\pi G \bar{\rho}}}{c_s}. \quad (3.10)$$

Em pequenas escalas  $k > k_j$  a pressão domina e encontramos as mesmas oscilações de antes. Em grandes escalas  $k < k_j$  a gravidade domina, a frequência  $\omega$  se torna imaginária e as flutuações crescem exponencialmente. O ponto de transição ocorre no comprimento de Jeans

$$\lambda_j = \frac{2\pi}{k_j} = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G \bar{\rho}}}. \quad (3.11)$$

**Universo em expansão:** Como visto em (Baumann, 2021), em um universo que se expande temos que relacionar as Coordenadas Comóveis  $\mathbf{x}$  com as coordenadas físicas  $\mathbf{r}$ ,

$$\mathbf{r}(t) = a(t)\mathbf{x}. \quad (3.12)$$

Em um espaço-tempo estático, as derivadas temporais e espaciais definidas a partir de  $t$  e  $\mathbf{r}$  eram independentes. Em um espaço-tempo em expansão, isso não é mais o caso. Portanto, é conveniente usar derivadas espaciais definidas em relação às coordenadas comóveis  $\mathbf{x}$ . Usando a equação (3.12), temos

$$\nabla_r = a^{-1} \nabla_x. \quad (3.13)$$

A relação entre as derivadas no tempo em  $\mathbf{r}$  fixo e  $\mathbf{x}$  fixo

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_r &= \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_x + \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}\right)_r \cdot \nabla_x = \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_x + \left(\frac{\partial(a^{-1}(t)r)}{\partial t}\right)_r \cdot \nabla_x \\ &= \left(\frac{\partial}{\partial t}\right)_x - H\mathbf{x} \cdot \nabla_x. \end{aligned} \quad (3.14)$$

A partir de agora, vamos deixar de usar os subscritos  $x$ . Com isso em mente, substituindo (3.13) e (3.14) por  $\nabla_r$  na equação (3.1), teremos

$$\frac{\partial}{\partial t} - H\mathbf{x} \cdot \nabla(\bar{\rho}(1 + \delta)) + \frac{1}{a}\nabla \cdot (\bar{\rho}(1 + \delta)(H\mathbf{a}\mathbf{x} + \mathbf{v})) = 0. \quad (3.15)$$

Em flutuações de ordem zero nós teremos

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + 3H\bar{\rho} = 0, \quad (3.16)$$

onde foi usado que  $\nabla_{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{x} = 3$ . Chamamos isso como a equação de continuidade para a densidade de massa homogênea. Para as flutuações de primeira ordem teremos

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + 3H\bar{\rho}\delta + \bar{\rho}\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\bar{\rho}}{a}\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (3.17)$$

Note que a soma dos dois primeiros termos são 0 por conta da equação (3.16), então é possível encontrar

$$\dot{\delta} = -\frac{1}{a}\nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (3.18)$$

Uma manipulação parecida com a equação de Euler (3.3) nos dá

$$\dot{\mathbf{v}} + H\mathbf{v} = -\frac{1}{a}\bar{\rho}\nabla\delta P - \frac{1}{a}\nabla\delta\Phi. \quad (3.19)$$

Na ausência de perturbações de pressão e gravitacionais, esta equação simplesmente indica que  $\mathbf{v} \propto a^{-1}$ . Já a equação de Poisson (3.4) se torna

$$\nabla^2\delta\Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho}\delta. \quad (3.20)$$

**Instabilidade de Jeans:** De acordo com (Baumann, 2021), fazendo a derivada temporal da equação (3.18) e aplicando  $\nabla \cdot$  em (3.19) e (3.20), encontra-se

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} - \frac{c_s^2}{a^2}\nabla^2\delta = 4\pi G\bar{\rho}\delta. \quad (3.21)$$

Isso implica no mesmo comprimento de Jeans como em (3.11), mas ao contrário do caso de um espaço-tempo estático, agora depende do tempo através de  $\bar{\rho}(t)$  e  $c_s$ . Comparado com (3.11), a equação de movimento no espaço-tempo em expansão inclui um termo de atrito,  $2H\dot{\delta}$ . Isso tem dois efeitos: Abaixo do comprimento de Jeans, as flutuações

oscilam com amplitude decrescente. Acima do comprimento de Jeans, as flutuações experimentam crescimento de lei de potência, ao invés do crescimento exponencial que encontramos para o espaço estático (Baumann et al., 2012).

### 3.1.1 Equação de Evolução para as perturbações de Matéria

Diretamente das equações dos fluidos é possível inferir a evolução no tempo da equação (3.2). Tomando a divergência da equação (3.3), obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \frac{\dot{a}}{a}(\nabla \cdot \mathbf{u}) = -\frac{1}{a}\nabla^2\phi, \quad (3.22)$$

combinando a equação anterior com a equação (3.1) e aplicando a divergência na velocidade, obtemos a equação diferencial parcial para densidade de perturbação  $\delta$

$$\frac{\partial^2\delta}{\partial t^2} + \frac{2\dot{a}}{a}\frac{\partial\delta}{\partial t} = \frac{3}{2}\Omega_0 H_0^2 \frac{1}{a^3}\delta. \quad (3.23)$$

esta equação linearizada para o crescimento de perturbações tem como solução geral

$$\delta(x, t) = \delta_1(x, t) + \delta_2(x, t), \quad (3.24)$$

a equação é diferenciada em relação ao tempo, nós estudamos a evolução temporal independente da localização cósmica  $x$ , por isso buscamos soluções correspondentes que podem ser separadas em uma parte espacial e em uma parte temporal do tipo  $D(t)\Delta(x)$ . Então as soluções para (3.24) são da forma

$$\begin{aligned} \delta_1(x, t) &= D_1(t)\Delta_1(x), \\ \delta_2(x, t) &= D_2(t)\Delta_2(x), \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde  $D_1(t)$  e  $D_2(t)$  são o fator de crescimento de densidade no caso da evolução linear e  $\Delta_1(x)$  e  $\Delta_2(x)$  representam a configuração espacial correspondente da distribuição cósmica primordial de matéria. A partir desses resultados, podemos imediatamente compreender que a taxa com a qual as densidades primordiais devem crescer no regime linear é a mesma em todos os lugares. A evolução temporal de  $D(t)$  é especificada pela equação temporal

$$\frac{d^2D}{dt^2} + \frac{2\dot{a}}{a}\frac{dD}{dt} = \frac{3}{2}\Omega_0 H_0^2 \frac{1}{a^3}D. \quad (3.26)$$

Com base nos resultados analisados, é possível afirmar que  $\delta(\mathbf{x}, t)$  crescerá a mesma taxa em todos os lugares (Schneider, 2006).

### 3.2 Propriedades estatísticas- Formação não linear de estruturas

Vimos na seção anterior que é possível descrever perturbações na densidade de matéria do universo no regime de pequenas oscilações, desde que seja baseada na teoria linear com o regime  $\delta(t) \ll 1$ . Em uma determinada época do universo essa condição era satisfeita, porém, ao passar do tempo, essas perturbações aumentaram proporcionalmente com  $a(t)$  até atingirem um comportamento não linear, ou seja, as condições iniciais das equações de dinâmica dos fluidos não são bem especificadas porque a perturbação inicial  $\delta(x, t)$  não pode ser bem definida para o regime não linear. Então, como estamos interessados em conhecer a distribuição de matéria no universo, o que podemos fazer é, ao invés de prever a distribuição exata da massa do nosso universo, preveremos as propriedades estatísticas médias da distribuição de massa.

Na cosmologia, a variação da matéria em diferentes escalas está intrinsecamente vinculada à distribuição de matéria no universo. Esse fenômeno é fundamental para o estudo do crescimento de estruturas em larga escala, como aglomerados de galáxias, e desempenha um papel crucial na formulação de previsões acerca de sua abundância e evolução ao longo do tempo. Como já vimos, uma maneira de descrever matematicamente a distribuição de matéria em larga escala é através do campo de densidade cósmica, que é especificado pela perturbação de densidade 3.2. Para o caso que há grandes perturbações, as propriedades estatísticas de  $\delta(x)$  são obtidas dividindo o céu em  $n$  células e caracterizando cada região através de funções de probabilidades da forma  $P_x(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)d\delta_1, d\delta_2, \dots, d\delta_n$  e conhecendo os momentos dessa distribuição é possível conhecer as principais quantidades estatísticas, como a variância do campo de perturbação

$$\sigma^2 = \langle \delta^2(x) \rangle, \quad (3.27)$$

onde  $\langle \delta^2(x) \rangle$  representa o valor esperado do quadrado das perturbações de densidade e a função de correlação de dois pontos

$$\xi(x) = \langle \delta_1 \delta_2 \rangle, \quad (3.28)$$

que representa o valor médio do produto dessas duas perturbações sobre muitas realizações ou uma grande região do espaço. A equação 3.28 compara distribuições amostrais geradas por um processo pontual de Poisson homogêneo, identificando escalas que há homogeneidade ou aglomeração. Podemos denotar também a equação (3.28) como sendo o excesso de probabilidade para encontrar uma galáxia com uma separação  $x$  de outras galáxias, relativa ao campo aleatório de distribuição. A função de correlação é obtida usando uma contagem de número de pares de galáxias. Então cria-se uma distribuição aleatória do mesmo número de objetos no mesmo volume e novamente conta os pares em o mesmo intervalo de distância. A comparação dessas duas contagens de pares então produz uma estimativa para  $\xi(x)$ . Portanto a função de correlação é uma maneira de caracterizar a distribuição de matéria ao longo do espaço. Correlações de ordens superior também podem ser analisadas pela equação (3.28) levando a correlação de  $n$  pontos, porém estes são mais difíceis de determinar. A função de correlação está relacionada a integral  $J_3(R)$

$$J_3(R) = \int_0^R r^2 \xi(r) dr. \quad (3.29)$$

Um campo de perturbação de densidade pode ser representado pela sua transformada de Fourier

$$\delta(k) = \frac{1}{V_u} \int \delta(x) \exp^{-ik \cdot x} d^3x, \quad (3.30)$$

onde  $V_u$  é o volume de uma caixa suficientemente grande assumindo que o campo de perturbação é periódico e  $k = \frac{2\pi}{Lu}(x, y, z)$ . Assim é possível também encontrar propriedades estatísticas a partir de uma função de distribuição  $P_k$ , em particular o segundo momento é de grande importância

$$P(k) = \frac{4\pi}{(2\pi)^3} \int \xi(x) \exp^{-ik \cdot x} d^3x. \quad (3.31)$$

Esse é o espectro de potência, que é uma forma alternativa para descrever estatisticamente as propriedades do campo de perturbação aleatório e a distribuição de matéria

no universo. Pode-se dizer que a equação 3.31 descreve o nível de estruturas em função do comprimento  $L \approx 2\pi/k$ .

O espectro de potência e a função de correlação são relacionados através da transformada de Fourier e isso possibilita na análise de sinais e reconhecimento de padrões a capacidade de revelar estruturas espectrais que podem ser usadas para caracterizar um sinal, como pode ser visto na figura 3.1, onde comparamos um sinal senoidal e um sinal aleatório. No caso da onda senoidal há uma concentração do sinal em uma frequência, já no caso da onda aleatória a potência do sinal é distribuída igualmente no domínio da frequência, indicando a falta de estrutura no sinal. De maneira geral, a intensidade do espectro de potência de um sinal está diretamente relacionada à sua correlação e previsibilidade. Quanto mais correlacionado ou previsível o sinal, mais concentrado será sua potência espectral. Por outro lado, um sinal mais aleatório ou imprevisível terá um espectro de potência mais disperso. Assim, a análise do espectro de potência de um sinal revela informações cruciais sobre a presença de estruturas repetitivas, padrões correlacionados no processo do sinal. Essa informação desempenha um papel fundamental na detecção, tomada de decisão, problemas de estimativa e na análise de sistemas.

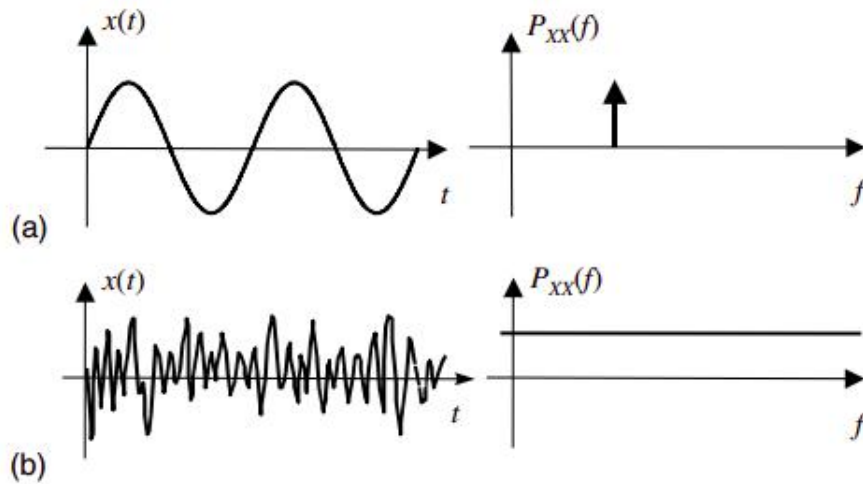


FIGURA 3.1. Distribuição de potência com sinal senoidal (a) e puramente aleatório (b).

Na prática, é impossível medir a equação (3.30) em um determinado ponto. Em vez disso, só é possível medir a perturbação da densidade suavizada em algum volume. Substituímos assim o campo de densidade  $\delta(\mathbf{x})$  por um campo suavizado

$$\delta_R(\mathbf{x}) = \int d^3r W(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}), \quad (3.32)$$



onde  $W(\mathbf{r})$  é uma função janela e é assumida como esfericamente simétrica. A função janela mais comum é conhecida como *spherical top-hat* com raio  $R$

$$\begin{cases} W(r) = \frac{3}{4\pi R^3}, & \text{for } r < R \\ W(r) = 0, & \text{for } r \geq R. \end{cases} \quad (3.33)$$

Esta função tem um uso notável no caso da função de excesso de massa

$$\delta M_r(x) = \rho_0 \int d^3y \delta(x+y) W(y) \quad (3.34)$$

onde  $W(y) = 1$  para  $|y| < R$  e  $W(y) = 0$  para  $|y| > R$ . Esta função mede o excesso de massa contida em uma esfera de raio  $R$  centrada em um ponto  $x$ . Note que o efeito da função janela é calcular a média das flutuações de densidade em escalas menores que  $R$ .

Uma vez definida a média de massa  $M_r$  em uma esfera de raio  $R$  é possível calcular a variância do excesso de massa

$$\left\langle \left( \frac{\delta M}{M} \right)^2 \right\rangle = \int_0^\infty 9\Delta^2(k) \left[ \frac{\sin kR}{(kR)^3} - \frac{\cos kR}{(kR)^2} \right]^2 \frac{dk}{k} = \int_0^{R^{-1}} \frac{dk}{k} \Delta_k^2. \quad (3.35)$$

Definindo

$$\Delta_k^2 = \frac{k^3}{2\pi^2} P(k), \quad (3.36)$$

onde  $k = (2\pi/L)n$ . Agora vamos redefinir a função (3.29) em termos de  $W_k$  para obter

$$J_3(R) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^3x}{(2\pi)^3} \xi(k) W_k. \quad (3.37)$$

Usando a relação que  $\xi(k) = |\delta_k|^2 V^{-1}$  é possível obter

$$J_3(R) \approx R^3 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{|\delta_k|^2}{V} \left[ \frac{\sin kR}{(kR)^3} - \frac{\cos kR}{(kR)^2} \right] \approx \frac{R^3}{3} \int_0^{R^{-1}} \frac{dk}{k} \Delta_k^2, \quad (3.38)$$

combinando então (3.35) com (3.38) é possível encontrar o importante resultado

$$\sigma_M^2(R) = \left\langle \left( \frac{\delta M}{M} \right)_R^2 \right\rangle = \frac{3J_3(R)}{R^3}. \quad (3.39)$$

Esta relação nos diz que a variância de matéria em diferentes escalas  $R$  é proporcional a função  $J_3$ .

Um outro importante resultado é que podemos encontrar a função  $J_3(R)$  analisando uma amostra de galáxias

$$J_3(R) = \frac{R^3}{3} \left( \frac{N_{nb}}{\bar{N}} - 1 \right), \quad (3.40)$$

onde  $N_{nb}$  é o número médio de galáxias vizinhas inseridas em uma esfera de raio  $R$  e  $\bar{N}$  é o número médio de uma distribuição aleatória de galáxias (Borgani et al., 1995).

### 3.3 O parâmetro $\sigma_8$

Foi mostrado na seção anterior ferramentas estatísticas usadas para descrever as estruturas que encontramos no universo. Temos que, se definirmos esferas em escalas de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$  (onde  $h$  é dado por  $H_0/100 \text{ km/s/Mpc}$ ) e usando (3.27) podemos obter a quantidade conhecida como o parâmetro  $\sigma_8$ , que está relacionado com a amplitude das flutuações primordiais no campo de densidade de matéria no início do universo. Essas flutuações são fundamentais para a formação das grandes estruturas observadas, como galáxias, aglomerados de galáxias e superaglomerados.

A variação de matéria em diferentes escalas pode ser relacionada com o espectro de potência de matéria

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty P(k) \bar{W}_r^2(k) k^2 dk, \quad (3.41)$$

onde

$$\bar{W}_r(k) = \frac{3}{(kR)^2} [\sin(kr) - kR \cos(kR)] \quad (3.42)$$

é a transformada de Fourier 3.33. O valor de  $\sigma(R)$  da distribuição de densidade de galáxias é aproximadamente igual a 1 quando consideramos uma escala de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$  (Mo et al., 2010), ou seja, significa que as flutuações na densidade de galáxias nesta escala são moderadas e não extremamente amplas nem extremamente restritas. Isso sugere uma certa uniformidade ou homogeneidade na distribuição das galáxias nessa escala específica de comprimento no universo. Então, pode-se a princípio, normalizar o espectro de potência, mas não podemos exigir simplesmente que  $\sigma(R) = 1$  em  $r = 8 \text{ Mpc}$

$h^{-1}$ , porque: **a)** isso significaria que não estamos explorando com precisão o regime linear das flutuações de densidade, onde as flutuações são pequenas, e **b)** estaríamos assumindo que esta normalização é baseada na suposição de que as galáxias são traçadoras precisas das flutuações na distribuição de massa, o que não é verdadeiro, já que as galáxias se formaram preferencialmente em regiões de alta densidade (Schneider, 2006). De maneira menos restritiva, em vez de considerar que as flutuações nas distribuições de galáxias e de matéria são iguais, podemos supor que elas são proporcionais, mas não necessariamente iguais. Isso nos leva a introduzir um parâmetro de bias,  $b$ , que relaciona as flutuações nas distribuições de galáxias e de matéria escura

$$\delta_{gal} = b\delta_m, \quad (3.43)$$

onde  $b$  é constante, cujo valor depende de como as galáxias se formaram no campo de densidade de massa (Mo et al., 2010). Neste caso,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{gal}}{b}. \quad (3.44)$$

Há uma relação entre  $\sigma_8$  e o parâmetro  $\Omega_M$ : é possível, para um determinado modelo cosmológico, calcular a densidade numérica de halos como uma função de massa e desvio para o vermelho. Para isso é necessário comparar a densidade numérica observada de aglomerados de galáxias com os resultados teóricos dos modelos (Schneider, 2006), ou seja, através da distribuição total de galáxias é possível obter  $\sigma_8$  para normalizar o espectro de potência e assim comparando essas medidas com as previsões de modelos cosmológicos. Pode-se inferir o valor de  $\Omega_M$  que melhor se ajusta aos dados observacionais através da relação

$$\sigma_8 \propto \left( \frac{\Omega_M}{0.3} \right)^\alpha, \quad (3.45)$$

onde  $\alpha$  é um expoente que depende do modelo cosmológico específico e das suposições sobre a formação de estruturas. Estima-se que  $\alpha$  esteja entre 0.5 – 0.6 (Abbott et al., 2016) e  $\Omega_M$  à densidade de matéria crítica no universo.

O  $\sigma_8$  é fundamental para confrontar modelos teóricos com observações. Se acredita que os aglomerados de galáxias são ótimas sondas do modelo cosmológico devido a sua forte presença de matéria escura (Schneider, 2006). A colaboração Planck (Planck

Collaboration, 2016) estimou constantes cosmológicas usando a CMB, inclusive um valor para  $\sigma_8 = 0.811 \pm 0.006$ . Uma outra maneira de estimar este parâmetro é através de contagem de galáxias como mostrado em (Repp & Szapudi, 2020; Ross et al., 2015), em que obtiveram medidas de  $\sigma_8 = 0.940 \pm 0.10$  e  $\sigma_8 = 0.930 \pm 0.27$ . Se comparados as estimativas de cada método, nota-se uma discordância das observações realizadas com diferentes experimentos, como mostra a figura 3.2.

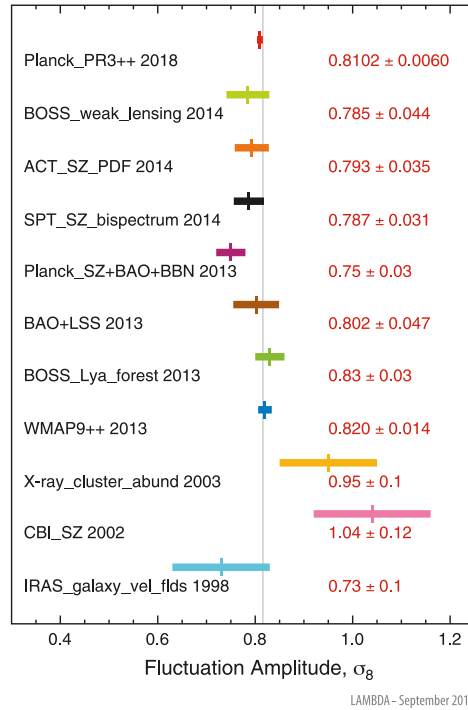


FIGURA 3.2. Medidas de  $\sigma_8$  e suas respectivas incertezas inferidas através de diversos métodos. É possível observar uma discordância nas incertezas evidenciando a tensão. NASA<sup>1</sup>

O parâmetro  $\sigma_8$  é uma medida fundamental da amplitude das flutuações de densidade no Universo e sua análise desempenha um papel central na compreensão da estrutura em larga escala do Universo e no teste de modelos cosmológicos e se relaciona como a distribuição de galáxias no céu, a formação de aglomerados de galáxias (Hasselfield et al., 2013; Reid et al., 2010). Por meio da investigação de  $\sigma_8$  é possível sondar a evolução das flutuações de densidade ao longo do tempo cósmico, restringir os parâmetros fundamentais do universo e explorar a interação entre componentes como a matéria escura. Além disso, a análise precisa de  $\sigma_8$  abre caminho para avanços significativos na cosmologia, oferecendo insights valiosos sobre a natureza e a evolução do

<sup>1</sup>[https://lambda.gsfc.nasa.gov/education/graphic\\_history/fluctsize.html](https://lambda.gsfc.nasa.gov/education/graphic_history/fluctsize.html)

cosmos. Portanto, a análise cuidadosa deste parâmetro continua a ser uma área de pesquisa essencial, impulsionando nossa compreensão do universo e inspirando descobertas científicas cada vez mais profundas.

## Capítulo 4

# O Catálogo ALFALFA

No capítulo anterior, discutimos a teoria subjacente à distribuição de matéria no universo e a possibilidade de estimar um valor para  $\sigma_8$  por meio de fontes galácticas, utilizando a equação (3.39), com  $R = 8 \text{ Mpc } h^{-1}$ . Neste estudo, utilizamos dados provenientes do catálogo Arecibo Legacy Fast ALFA Survey (ALFALFA)<sup>1</sup>, um levantamento que abrangeu mais de 30.000 fontes de emissão em 21 cm. Nas seções seguintes, exploraremos as características desse catálogo e detalharemos o processo de seleção dos dados.

### 4.1 Linhas de 21 centímetros

A linha de hidrogênio de 21 cm é uma linha espectral emitida pelo hidrogênio atômico neutro (HI) e resulta de uma transição no estado de energia dos átomos de hidrogênio neutros e isolados. Um átomo de hidrogênio neutro, composto por um próton e um elétron, pode ter os spins do próton e do elétron alinhados ou anti-alinhados. Há 50% de chance de os spins estarem alinhados e 50% de chance de estarem anti-alinhados. O estado de energia mais baixo ocorre quando os spins estão anti-alinhados. Quando os spins estão alinhados, a transição direta para o estado anti-alinhado é proibida, mas o tunelamento quântico permite essa transição, emitindo um fóton com comprimento de onda de 21 cm no processo. Essa linha espectral é particularmente notável por sua precisão e estreiteza (Schneider, 2006).

---

<sup>1</sup><https://egg.astro.cornell.edu/alfalfa/data/index.php>

A detecção de HI em galáxias distantes é importante porque o hidrogênio neutro é o componente mais abundante do meio interestelar e é fundamental para a formação de estrelas e a evolução das galáxias. Além disso, a detecção dessa linha pode nos fornecer informações sobre a distribuição de matéria escura, a dinâmica das galáxias e a estrutura em larga escala do universo. Os telescópios e radiotelescópios especializados são usados para detectar essa linha de 21 centímetros. Eles são capazes de captar as emissões de rádio específicas produzidas pelo hidrogênio neutro em diferentes regiões do universo, permitindo o mapeamento da distribuição e a velocidade do gás hidrogênio em galáxias e grupos de galáxias distantes. Essas observações são cruciais para entender a formação e a evolução das estruturas cósmicas em larga escala. A primeira fonte extragaláctica detectada na linha de 21 cm foram as nuvens de magalhães (Kerr & Hindman, 1953).

A física envolvida na maioria das emissões de linha de HI, a conversão do fluxo de linha observado em massa de gás de hidrogênio atômico é direta, e a natureza espectral da emissão fornece medidas observáveis do desvio para o vermelho e da velocidade rotacional do disco projetado. O projeto ALFALFA se baseou nessas considerações para medir o redshift, velocidade de recessão e as massas das fontes (Haynes et al., 2018; Giovanelli et al., 2005).

## 4.2 Características do ALFALFA

O ALFALFA foi iniciado em 2005 com o objetivo de obter medições da função de massa e luminosidade por meio de fontes extragalácticas em 21 cm. Até o seu término em 2018, abrangeu uma área no céu de  $\Omega \approx 6900 \text{ deg}^2$  no redshift  $z < 0.06$ . Ao final, foram observadas 31500 fontes de HI.

O levantamento de dados do ALFALFA foi conduzido por meio do radiotelescópio localizado em Arecibo, Porto Rico. Este radiotelescópio apresentava limitações em sua estrutura, restringindo sua capacidade de cobrir diferentes áreas do céu. Como resultado, as observações foram divididas entre o hemisfério norte ( $7^h 20^m < \text{RA} < 3^h 15^m$ ) e sul ( $7^h 20^m < \text{RA} < 21^h 30^m$ ). A figura 4.1 apresenta a distribuição espacial dessas fontes observadas pelo ALFALFA na esfera celeste.

Os dados apresentam uma distinção significativa com base na relação sinal-ruído, categorizando-os por códigos específicos:

- **Código 1:** Envolve observações com alto sinal-ruído, confirmadas na parte óptica.
- **Código 2:** Refere-se a fontes com baixo sinal-ruído, confirmadas na parte óptica, mas consideradas não confiáveis.
- **Código 9:** Relaciona-se a nuvens de HI com alta velocidade, sem confirmação na parte óptica.

Ao longo do texto, utilizaremos exclusivamente fontes de código 1, como sugerido por Haynes et al. (2018).

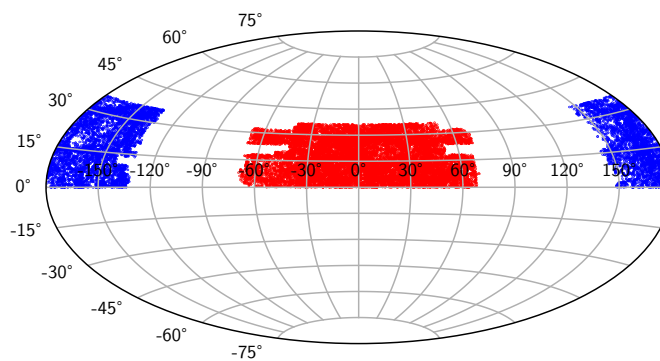


FIGURA 4.1. Distribuição de galáxias na esfera celeste. Hemisfério norte em vermelho e sul em azul.

### 4.3 Análise do bulk flow com o catálogo ALFALFA

Antes de detalharmos a seleção de amostras para o cálculo de  $\sigma_8$ , faremos uma aplicação dos dados de HI no Universo Local.

O bulk flow é o movimento coletivo de um grande número de galáxias em uma determinada região do universo. É causado pela influência gravitacional de grandes estruturas, como superaglomerados de galáxias, vazios e outras irregularidades na distribuição de matéria. Então, embora a expansão do universo faça com que as galáxias se afastem umas das outras de maneira mais ou menos uniforme, o bulk flow representa um movimento adicional que desvia dessa expansão homogênea, como pode ser visto na figura 4.7. O bulk flow pode complicar a medição precisa da constante  $H_0$  localmente, já que as velocidades de recessão das galáxias não refletem apenas a expansão do universo, mas também seus movimentos peculiares.



Em (Avila et al., 2023) nós discutimos como as estruturas locais afetam a medição de  $H_0$  e a importância de considerar esses efeitos locais nas análises cosmológicas. Para isso, usamos o catálogo ALFALFA e transformamos os dados das velocidades do referencial heliocêntrico para o referencial do grupo local e, em seguida, para o referencial da CMB: A velocidade do Sol em relação ao baricentro do Grupo Local é conhecida  $V_{\odot/\text{LG}} = 318 \pm 20$  km/s na direção  $(l, b) = (106^\circ \pm 4^\circ, -6^\circ \pm 4^\circ)$  (Tully et al., 2008), usando essas informações, as velocidades heliocêntricas das galáxias do catálogo ALFALFA são transformadas para o referencial do grupo local seguindo

$$V_{i,\text{LG}} = cz_{i,\odot} - 79 \cos l_i \cos b_i + 296 \sin l_i \cos b_i - 36 \sin b_i, \quad (4.1)$$

onde  $l_i$  e  $b_i$  são as coordenadas galácticas da  $i$ -ésima galáxia e  $z_i$  é seu redshift heliocêntrico. A velocidade do Grupo Local em relação a CMB é  $v_{\text{LG}/\text{CMB}} = 627 \pm 22$  km/s na direção  $(l_{\text{LG}}, b_{\text{LG}}) = (273^\circ \pm 3^\circ, 29^\circ \pm 3^\circ)$  (Courteau & van den Bergh, 1999; Erdoğan et al., 2006). Então a transformação do referencial para CMB foi feita usando

$$V_{i,\text{CMB}} = V_{i,\text{LG}} + v_{\text{LG}/\text{CMB}} [\sin(b_i) \sin(b_{\text{LG}}) + \cos(b_i) \cos(b_{\text{LG}}) \cos(|l_{\text{LG}} - l_i|)]. \quad (4.2)$$

O gráfico 4.2  $V_{\text{LG}}/r$  versus  $r$  é mostrado uma tendência de convergência dos dados dos hemisférios Norte e Sul, indicando a adequação desta transformação.

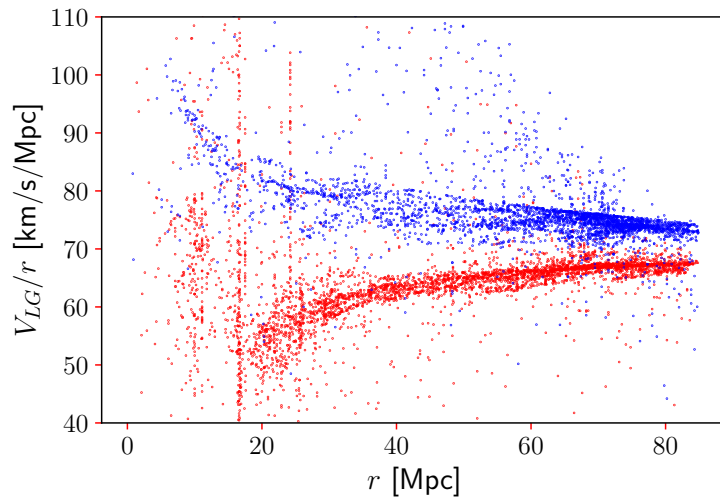


FIGURA 4.2. Gráfico dos dados do ALFALFA, dos hemisférios Norte (em vermelho) e Sul (em azul), na forma:  $V_{\text{LG}}/r$  versus  $r$ .

O gráfico do parâmetro de Hubble  $V_{\text{CMB}}/r$  versus  $r$  mostra que os valores de  $H(r)$  se aproximam mais entre os dados dos hemisférios Norte e Sul, especialmente para

o Norte.

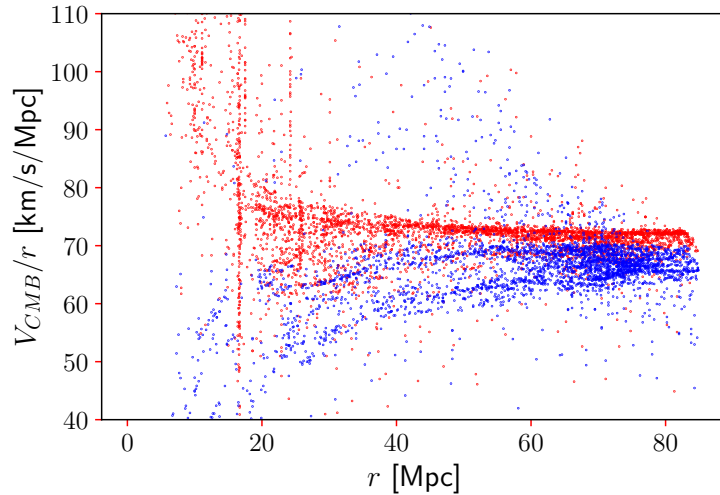


FIGURA 4.3. O parâmetro de Hubble, plotado na forma  $V_{CMB}/r$  versus  $r$ , para os dados após a transformação para o segundo referencial, ou seja, o referencial do CMB, onde os pontos vermelhos e azuis representam os dados das regiões Norte e Sul, respectivamente. Em comparação com o referencial LG, observamos uma aproximação entre os dados de ambos os hemisférios e uma convergência para escalas acima de 40 Mpc.

Foi necessário determinar a escala  $r_0$ , que é a menor distância onde as velocidades peculiares diminuem significativamente e o fluxo de Hubble domina. Isso é crucial porque, no Universo Local as velocidades peculiares são predominantes sobre o fluxo de Hubble. Para isso foi aplicado o teste Skewness, que é uma técnica estatística utilizada para avaliar se uma distribuição de dados é simétrica ou não. Em nossa análise, o teste foi utilizado para avaliar se a distribuição dos dados de  $V/r$  em relação a  $r$  se assemelhava a uma distribuição normal, como está mais detalhado em (Avila et al., 2023).

Apesar da convergência dos valores de  $V_i/r_i$  observados nas amostras do Norte e Sul, foi necessário analisar se existe uma possível dependência com a distância nos resultados, uma vez que o teste de assimetria não é capaz de detectar essa dependência, para isso os dados foram ajustados para duas diferentes funções lineares. As figuras 4.4 e 4.5 mostram os resultados para  $H_0$  em ambos os hemisférios e referenciais. Esses resultados indicam uma convergência robusta para  $H_0$ . Os resultados são apresentados na tabela 4.1, onde a análise é dividida por hemisférios e referenciais.

A diferença entre os hemisférios permanece praticamente a mesma em comparação com o teste de assimetria. A presença de uma diferença significativa entre os hemisférios no referencial da CMB sugere a existência de um movimento residual não considerado nas transformações de referencial na velocidade. Essa diferença é atribuída ao nosso

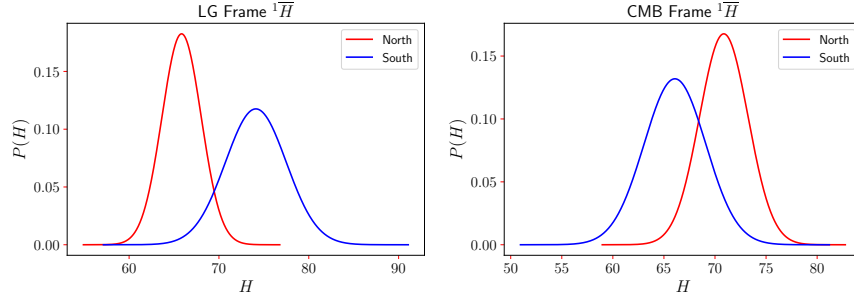


FIGURA 4.4. Cálculo da constante de Hubble nos referenciais LG (esquerda) e CMB (direita).

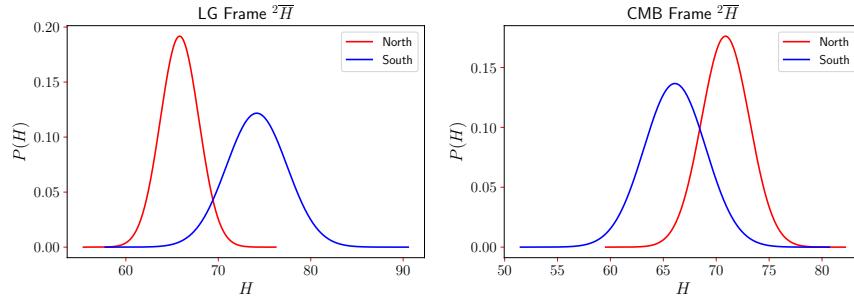


FIGURA 4.5. Calculo da constante de Hubble nos referenciais LG (esquerda) e CMB (direita).

TABELA 4.1. Tabela com o resultados considerando a dependência de distâncias onde ajustamos a duas diferentes funções (ver (Avila et al., 2023)).

	LG	CMB	LG	CMB
$^1\bar{H}$ function				
$H_0$ [ km/s/Mpc ]	$65.80 \pm 2.11$	$70.87 \pm 2.38$	$74.06 \pm 3.46$	$66.07 \pm 3.02$
$a_{MC}$ [km/s/Mpc]	$0.08 \pm 0.02$	$-0.04 \pm 0.02$	$-0.17 \pm 0.03$	$-0.05 \pm 0.03$
$^2\bar{H}$ function				
$H_0$ [km/s/Mpc]	$65.77 \pm 2.01$	$70.87 \pm 2.26$	$74.12 \pm 3.35$	$66.10 \pm 2.92$
$b_{MC}$ [km/s/Mpc]	$71.13 \pm 1.42$	$68.23 \pm 1.60$	$62.87 \pm 2.36$	$62.58 \pm 2.06$

movimento relativo ao bulk flow no Universo Local. Considerando que  $\theta$  é o ângulo entre este dipolo,  $\vec{\delta H}_0 \equiv \vec{\delta H}_0^N - \vec{\delta H}_0^S$  com a direção do bulk flow dada por  $\theta \simeq 68^\circ$  (Hong et al., 2014), a magnitude do dipolo  $\delta H_0$  é proporcional à projeção da velocidade do fluxo em massa e inversamente proporcional à distância efetiva,  $R = 31.3 \pm 6.26$  Mpc (Scrimgeour et al., 2016)

$$\delta H_0 = \frac{V_{BF} \cos \theta}{R}. \quad (4.3)$$

Foi possível então calcular  $V_{BF} = 401.06 \pm 150.55$  km/s, que está de ótimo acordo com a literatura (Watkins et al., 2009) e com o valor esperado pelo modelo padrão da cosmologia como mostra a figura 4.6.

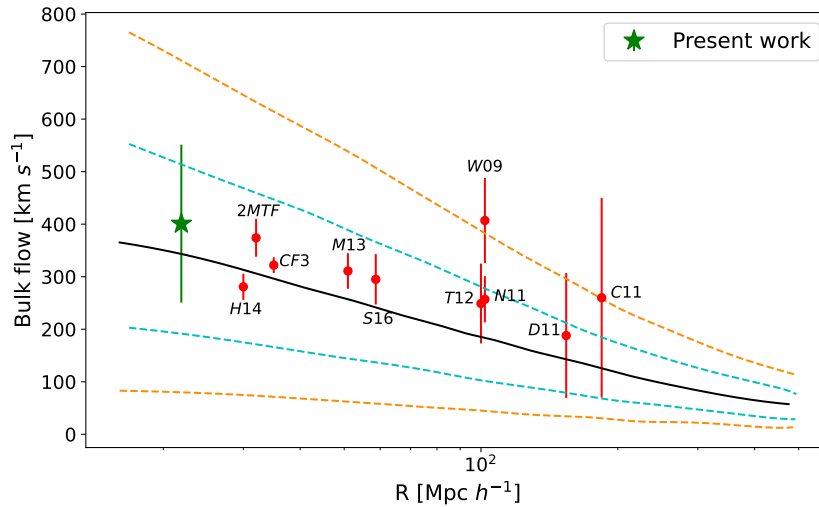


FIGURA 4.6. Nossa medição da velocidade do bulk flow (representada por uma estrela verde) comparada com outros valores da literatura. A velocidade do fluxo em massa esperada no modelo  $\Lambda$ CDM é mostrada como uma linha preta; as linhas tracejadas em azul claro e laranja indicam os níveis de confiança de 68% e 95%, respectivamente (ver (Qin et al., 2019)).

#### 4.4 Seleção de dados

As distâncias do catálogo foram obtidas por meio de dois métodos distintos: (i) para fontes com  $cz_{\odot} > 6000$  km/s, a distância é estimada através da Lei de Hubble-Lemaître  $cz_{cmb}/H_0$ , em que  $cz_{cmb}$  representa a velocidade de recessão das galáxias medida no referencial da CMB; e (ii) para fontes com  $cz_{cmb} < 6000$ , as distâncias são calculadas empregando um modelo para o campo de velocidades peculiares (Masters, 2005), além do uso da relação Tully-Fisher (Tully & Fisher, 1977). Em função disso, aplicamos um corte removendo o intervalo de distância e velocidade que foram calculadas usando a constante de Hubble-Lemaître.

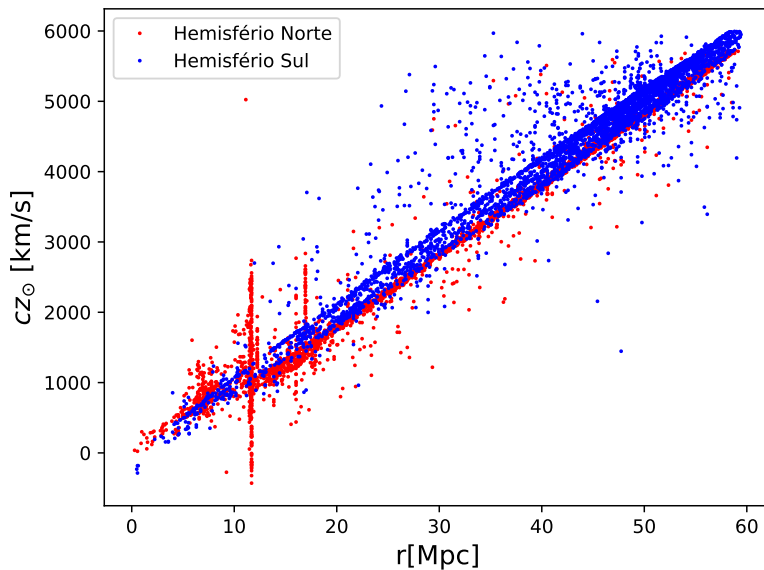


FIGURA 4.7. Fluxo de Hubble do catálogo ALFALFA com  $cz_{\odot} < 6000$  com código 1, que corresponde distâncias de até 85 Mpc. Os dados restantes Sul = 3422 objetos e Norte = 4602 objetos.

Na figura 4.7, observa-se uma notável concentração de objetos em torno de 20 Mpc, indicando a presença do aglomerado de Virgem. Este aglomerado abriga aproximadamente 224 objetos e apresenta potencial para introduzir efeitos sistemáticos em nossa análise, uma vez que a distância estimada não é realista. Consequentemente, os cálculos de massa para os objetos pertencentes à Virgem podem estar subestimados, o que mostra uma necessidade de fazer um corte nestes objetos. É perceptível que as velocidades de galáxias em  $r < 20$  são consideravelmente mais altas e isso pode ser proveniente da forte interação com o aglomerado, com isso, consideramos as somente distâncias no intervalo de 20 – 85 Mpc com  $cz_{\odot} < 6000$ .

Conforme mencionado anteriormente, o projeto ALFALFA foi subdividido em observações realizadas nos hemisférios norte e sul. Com isso, essas diferentes regiões do céu podem ser separadas e analisadas, e isso é bem relevante pois, como a distribuição de matéria no universo local não é uniforme, a variação de densidade de matéria para ambos os hemisférios são completamente diferentes. Por conta disso, como o hemisfério norte possui maior número de objetos, nossa análise será baseada com os dados dessa região. A imagem 4.8 mostra a projeção cartesiana das fontes de HI, juntamente com suas declinações e ascensões retas, baseadas nos cortes nos dados.

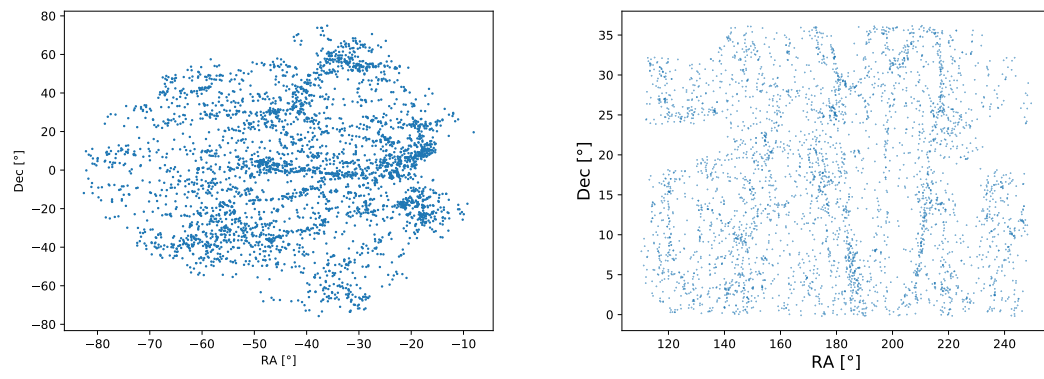


FIGURA 4.8. Projeção cartesiana, declinação e ascensão reta para dados do Hemisfério norte do catálogo ALFALFA.

# Capítulo 5

## Metodologia

### 5.1 A função de correlação de dois pontos

A função de correlação de dois pontos é um método importante para caracterizar a distribuição de galáxias no espaço. É definida como o número excessivo de pares de galáxias com uma separação  $r$ , em relação ao que seria esperado para uma distribuição aleatória

$$\xi(r) = \frac{DD(r)\Delta r}{RR(r)\Delta r} - 1, \quad (5.1)$$

onde  $DD(r)\Delta r$  é o número de pares de galáxias com separações no intervalo  $r \pm \Delta r/2$  e  $RR(r)\Delta r$  é o número que seria esperado se as galáxias fossem aleatoriamente distribuídas no espaço.

Vimos anteriormente na seção 3.2 que é possível relacionar a função de correlação de dois pontos com a variância da matéria em diferentes escalas através das equações (3.29) e (3.39). Portanto, precisamos determinar a correlação das galáxias no catálogo ALFALFA para conhecermos a variância da matéria. Para isso, consideramos a distância tridimensional  $r$  entre as galáxias ( $DD(r)$ ) e os pares de objetos simulados de um conjunto aleatório ( $RR(r)$ ). O estimador de função de correlação mais utilizado em aplicações astrofísicas é o Landy-Szalay (LS) (Landy & Szalay, 1993) pois retorna as menores discrepâncias para uma determinada probabilidade cumulativa, além de não ter viés e ter variância mínima (Kerscher et al., 2000). Este estimador é definido como

$$\xi(r) \equiv \frac{DD(r) - 2DR(r) + RR(r)}{RR(r)}, \quad (5.2)$$

onde  $DR(r)$  conta os pares, com um objeto no conjunto de dados e o outro no conjunto aleatório, separados por uma distância  $r$  (Avila et al., 2024). Assim podemos conhecer então o excesso de probabilidade de encontrar dois pontos de um conjunto de dados em uma dada distância de separação  $r$  quando comparada a uma distribuição aleatória. Na prática, o que foi feito para se obter  $\xi(r)$  foi usar o código TreeCor (Jarvis et al., 2004)<sup>1</sup>, que para o caso deste trabalho foi seguido as seguintes etapas:

1. **Tree.Catalog:** Começamos lendo os dados do ALFALFA e de um catálogo aleatório com o Tree.Catalog, que permite especificar quais colunas do arquivo de dados correspondem às coordenadas espaciais  $(x, y, z)$ . Por fim, obtemos um objeto de catálogo que contém os dados carregados e pode ser usado para realizar operações subsequentes, como cálculo de correlações e visualização de dados.
2. **Tree.NNCorrelation:** Criamos três objetos para calcular a função de correlação de dois pontos para pares de pontos dentro do conjunto de dados ( $DD(r)$ ), pares dentro do conjunto aleatório ( $RR(r)$ ) e pares entre o conjunto de dados e o conjunto aleatório ( $DR(r)$ ).
3. **Calculo de  $\xi(r)$ :** Finalmente calculamos a função de correlação de dois pontos a partir de contagens de pares de pontos em diferentes configurações com Calculate Xi, no qual retorna também a covariância associada às estimativas da função  $\xi(r)$ . Isso é útil para avaliar a incerteza nas medidas da função de correlação.

Nós repetimos os passos anteriores considerando catálogos mock que serão descritos na próxima seção.

## 5.2 Catálogos Mock e o processo Cox

Para compreender a estrutura em grande escala do universo, é essencial calcular a covariância da função de correlação de aglomerados de galáxias, que contém informações cruciais sobre efeitos na medida da função de correlação, como volume, efeitos de mascaramento e densidade média de galáxias. Calcular a variância da função de correlação é complexo e requer correlações de alta ordem, então métodos mais simples foram desenvolvidos para estimar seu erro. Métodos como jackknife e bootstrap são usados (Norberg

<sup>1</sup><https://github.com/rmjarvis/TreeCorr>



et al., 2009), mas os mais eficazes utilizam distribuições artificiais de galáxias como descrito em (Martinez & Saar, 2001). Esse método funciona melhor, porque podemos obter a dispersão a partir de múltiplas medições da função de correlação calculadas de maneira semelhante à original.

Neste estudo, adotamos um modelo estocástico conhecido como processos de Cox (Martinez & Saar, 2001; Pandey, 2010). Embora não capturem todos os processos físicos não lineares, os processos de Cox são simples, exigem pouco poder computacional e têm uma função de correlação de dois pontos analítica dada por

$$\xi_{\text{Cox}}(r) = \frac{1}{2\pi r^2 L_V} - \frac{1}{2\pi r l L_V}, \quad (5.3)$$

onde  $l$  e  $L_V$  são parâmetros do processo. O catálogo simulado é construído distribuindo segmentos em um cubo, ajustando parâmetros para otimizar a semelhança com a amostra de HI: distribuimos  $n_s$  segmentos de comprimento  $l$  em um cubo de lado  $L$ . O número médio de segmentos por unidade de volume,  $\lambda_s$ , vezes o comprimento  $l$  define a densidade de segmentos,  $L_V = \lambda_s l$ . O número de pontos em cada segmento não precisa ser o mesmo mas, em média, teremos um número de pontos por unidade de comprimento,  $\lambda_l$ . Então, a intensidade do processo pontual é  $\lambda = \lambda_l L_V$ . A figura 5.1 mostra o resultado para um dos catálogos mock com base na declinação e ascensão reta.

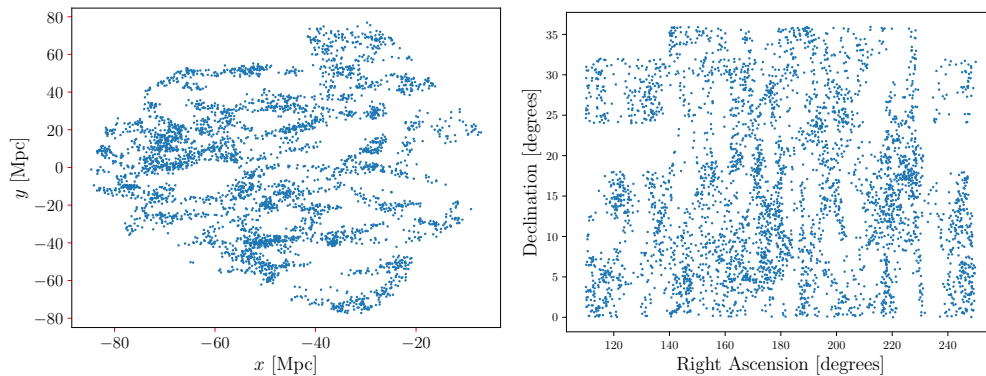


FIGURA 5.1. Projeção cartesiana, declinação e ascensão reta para dados do Hemisfério norte de uma realização mock.

Então, para estimar o erro da função de correlação utilizando a matriz de covariância dos processos de Cox, seguimos os seguintes passos:

1. **Geração de Simulações Cox:** Primeiro, geramos várias realizações do processo

de Cox com parâmetros ajustados para corresponder à densidade de galáxias observada e às suas propriedades de correlação.

2. **Cálculo da Função de Correlação para Cada Realização:** Para cada uma das realizações do processo de Cox, calculamos a função de correlação de dois pontos  $\xi_{cox}(r)$  usando os métodos descritos na seção anterior.
3. **Construção da Matriz de Covariância:** Utilizamos as funções de correlação obtidas nas várias realizações para construir a matriz de covariância. A matriz de covariância é calculada de acordo com 5.6.
4. **Estimativa do Erro da Função de Correlação:** A matriz de covariância nos permite estimar os erros associados à função de correlação ao longo das diferentes escalas analisadas. Esses erros são importantes para entender a significância das medidas de correlação observadas.

### 5.3 Catálogo aleatório

Com base na equação 5.2, é necessário gerar um catálogo aleatório sem aglomerações para fins de comparação com os dados do levantamento ALFALFA (Borgani et al., 1995). Esse catálogo aleatório deve ser construído respeitando os mesmos critérios de seleção aplicados aos dados reais do ALFALFA. Esses critérios incluem cortes na distância e velocidade, além de considerar apenas galáxias com código 1, conforme ilustrado na Figura 5.2.

O processo de geração desse catálogo envolve inicialmente calcular os redshifts com base nas velocidades de recessão das galáxias do ALFALFA, utilizando a relação  $v = cz_{\odot}$ , onde  $v$  representa a velocidade de recessão e  $z_{\odot}$  é o redshift correspondente. Isso permite a obtenção dos redshifts esperados com base nas velocidades fornecidas. Com os redshifts calculados, é possível proceder à geração do catálogo aleatório de galáxias, assegurando que ele atenda aos mesmos critérios de seleção mencionados anteriormente. Isso garantirá que o catálogo aleatório seja comparável aos dados reais.

A partir das declinações e ascensões retas dos objetos do ALFALFA, foi criada uma amostra aleatória uniforme, cuja representação visual pode ser vista na Figura 5.2. Em seguida, utilizando as posições angulares e o redshift, foi empregada a biblioteca

randomsdss<sup>2</sup>, a qual facilita a geração de valores aleatórios de redshift seguindo a distribuição de entrada.

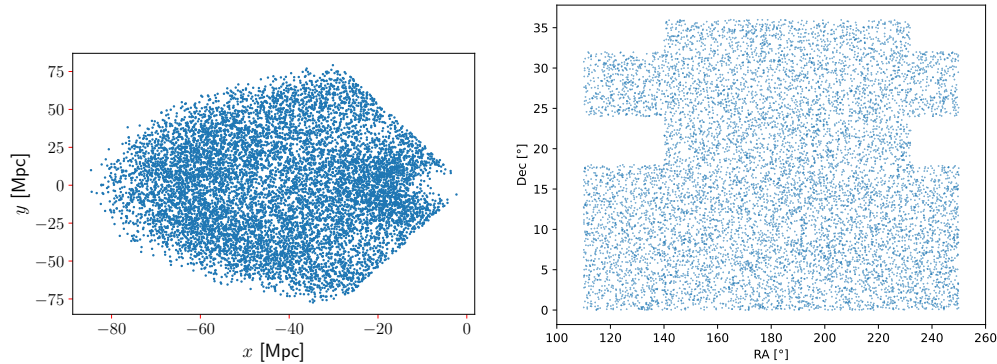


FIGURA 5.2. Projeção cartesiana, declinação e ascensão reta para dados do Hemisfério norte da amostra aleatória.

## 5.4 Aproximação de lei de potência

A ocorrência de uma galáxia em uma posição  $x$ , por exemplo, não é independente da presença de uma galáxia em um ponto vizinho  $y$ . Isso ocorre devido à distribuição não uniforme de galáxias no universo, conforme discutido no capítulo 3. Portanto, a probabilidade de encontrar uma galáxia em um elemento de volume  $dV$  na localização  $x$  e, simultaneamente, encontrar uma galáxia no elemento de volume  $dV$  na localização  $y$  é:

$$P = (\bar{n}dV)^2[1 + \xi_g(x, y)] \quad (5.4)$$

onde  $\bar{n}$  é a densidade média das galáxias e  $\xi_g(x, y)$  que pode ser escrito como função  $\xi_g(r)$  é o excesso de probabilidade de encontrar uma galáxia a uma separação  $r$  de outra galáxia, relativa uma distribuição aleatória. Podemos descrever  $\xi_g(x, y)$  apenas como função de  $r$  porque podemos considerar o Universo como sendo homogêneo estatisticamente como discutido no capítulo 3, então  $\xi$  só dependerá unicamente da separação entre os dois pontos  $r = |x - y|$  e não da direção de separação por conta da isotropia estatística do Universo (Schneider, 2006).

<sup>2</sup><https://pypi.org/project/randomsdss/>

Pode-se determinar  $\xi_g(r)$  contando o número de pares de galáxias no intervalo  $\Delta r$  ao redor de  $r$ . Então criando uma distribuição aleatória com o mesmo número de objetos conta-se novamente os pares no mesmo intervalo de distância e fazendo a razão entre esses dois pares de contagens é uma maneira de estimar  $\xi_g(r)$ . Com base nas correlações medidas a partir das posições de galáxias no geral é possível descrever  $\xi_g(r)$  como

$$\xi_g(r) = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{-\gamma} \quad (5.5)$$

a equação acima se trata da lei de potência que é uma maneira comum de descrever a relação de como a densidade de galáxias em um universo observável varia com a distância entre elas (Watson et al., 2011; Steinhardt & Turok, 2006), onde a função de correlação segue uma forma funcional específica em relação à distância. Onde  $r$  é a distância entre as galáxias,  $r_0$  é um parâmetro de escala que determina a escala característica da correlação e  $\gamma$  é um expoente que controla a forma da função de correlação. Um valor negativo de  $\gamma$  indica que a correlação diminui com o aumento da distância, enquanto um valor positivo indica uma correlação aumentando com a distância.  $\gamma$  é obtido através de ajustes com os dados.

## 5.5 Matriz de covariância

A matriz de covariância é uma ferramenta estatística fundamental para entender as relações entre as variáveis de um conjunto de dados multivariado. Ela captura a variabilidade conjunta entre essas variáveis, fornecendo informações sobre a magnitude das relações lineares entre elas, indicando o nível em que duas variáveis variam juntas.

Com intuito de medir as incertezas para  $\xi(r)$  usando os dados do ALFALFA, nós obtemos uma matriz bidimensional de covariância  $\text{cov}(X, Y)$  para a função de correlação 5.2. Quando é calculado correlações espaciais, como a função de correlação de pares é possível também obter a matriz de covariância associada aos seus resultados.

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) \quad (5.6)$$

onde  $N$  é o número da amostra e  $X$  e  $Y$  representam os valores de correlação em diferentes bins ou distâncias na função de correlação.

Portanto,  $\text{cov}(X, Y)$  fornece uma medida mais robusta das relações entre as variáveis, destacando as correlações significativas e reduzindo a influência de variâncias individuais. Essa transformação ajuda a identificar padrões de correlação mais facilmente e é particularmente útil em nossas análises porque estamos analisando para diferentes distâncias.

## 5.6 Estimativa de $\xi(r)$ e suas incertezas

Nesta fase da análise, empregamos a relação de aproximação da lei de potências, conforme descrito por 5.5, para ajustar os parâmetros  $\gamma$  e  $r_0$  às funções de correlação calculadas por 5.2, utilizando os dados observados do catálogo ALFALFA. Essa abordagem considera a matriz de covariância para estimar os erros nos dados, possibilitando uma modelagem mais precisa da função de correlação esperada na amostra de HI.

Com base no processo no princípio cosmológico, o valor de  $l$  possui limitações. Pode-se mostrar que a escala de homogeneidade no processo de Cox é  $R = 4l$ , Assumindo uma escala mínima para homogeneidade de 100 Mpc, espera-se  $l > 25$  Mpc. Nosso procedimento começa fixando  $l = 25$  e depois escolhendo  $L_V$  para obter uma densidade numérica similar à nossa amostra de HI. Utilizamos parâmetros  $l, L_V, \lambda_l = 25, 0.008, 1.8$  e criamos  $N = 1000$  simulações para obter uma dispersão representativa. Calculamos a matriz de covariância para medir as incertezas, observando alta correlação em pequenas escalas que diminui em escalas maiores. Usar essa matriz em análises ajuda a considerar sistemáticas importantes da amostra, como área do céu e densidade de pontos. Aqui está a explicação detalhada em termos de cálculo e utilização da matriz de covariância:

**Construção das Realizações Cox:** Para cada realização, calculamos a função de correlação usando o estimador 5.2. **Construção da Matriz de Covariância:** Com as 1000 funções de correlação  $\xi_{cox}(r)$ , calculamos a matriz de covariância. Suponha que  $\xi_{cox}(r)$  seja amostrada em  $M$  diferentes bins de distância  $r$ . A matriz de covariância será uma matriz  $M \times M$ , com base em 5.6 cada elemento será dado por:

$$\text{cov}(r_i, r_j) = \frac{1}{1000} \sum_{k=1}^{1000} (\xi_{\text{Cox},k}(r_i) - \bar{\xi}_{\text{Cox}}(r_i)) (\xi_{\text{Cox},k}(r_j) - \bar{\xi}_{\text{Cox}}(r_j)), \quad (5.7)$$

onde  $\bar{\xi}(r_i)$  é o valor médio de  $\xi(r_i)$  ao longo das 1000 realizações. Na figura 6.3, mostramos a diferença entre as funções de correlação das simulações e os dados reais. Cada curva indica a diferença  $\xi_i^{\text{cox}}(r) - \xi_i^{\text{HI}}(r)$  onde  $i$  varia de 1 a 1000. Observamos um excelente acordo para escalas acima de 2 Mpc, com discrepâncias em pequenas escalas.

Portanto, a matriz de covariância fornece uma medida robusta das relações entre variáveis, destacando correlações significativas e ajudando a identificar padrões de correlação em diferentes distâncias. Devido à metodologia de nossas análises, buscamos que a função de correlação obtida dos processos de Cox seja próxima à função de correlação das fontes de HI. A dispersão das  $N$  realizações, descritas acima, representará o erro da função de correlação da amostra de fontes de HI. Assim, os parâmetros do processo de Cox são ajustados de modo a reproduzir as características observacionais apresentadas pela amostra em análise.

## 5.7 Estimativa da variância do campo de densidade em escalas $R$ e de $\sigma_8$

Podemos obter as flutuações de massa em diferentes escalas relacionando 3.29 com 3.39 de modo que

$$\sigma(R) = \sqrt{\frac{3}{R^3} \int_0^R R^2 \xi(R) dr} \quad (5.8)$$

onde a propagação de incertezas de  $\sigma(R)$  são obtidas por

$$\sigma_{\sigma(R)} = \frac{1}{2\sigma(R)} \sqrt{\text{diag}(\text{cov}(X, Y))} \quad (5.9)$$

com isso obtemos a variância de massa para diferentes  $R$  no intervalo de 0.5 - 15.

Nossa metodologia ajusta a função 5.5 aos dados, calcular erros nos parâmetros do ajuste e, em seguida, usar esses parâmetros para calcular  $\sigma_8$ , considerando diferentes

valores de  $h$ . Com isso, podemos relacionar 3.29 com 5.5 de modo que definindo esferas de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$  teremos que

$$J_3(R) \int_0^R r^2 \xi(r) dr = \frac{1}{3-\gamma} \frac{r_0}{R^{-3+\gamma}} \quad (5.10)$$

então colocando esse resultado em 3.39 teremos a relação

$$\sigma(R) = \sqrt{\frac{3}{3-\gamma} \left(\frac{r_0}{R}\right)^\gamma} \quad (5.11)$$

Agora temos a relação de como a variância de massa varia com os parâmetros  $\gamma$  e  $r_0$  que são encontrados através do ajuste dos dados observados. Para finalmente calcular  $\sigma_8$  usamos esses ajustes e definimos esferas de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$  para diferentes tipos de  $h$  que estão apresentados na tabelas 6.1 escolhas de  $h$  foram baseadas nas três principais medidas de  $H_0$  (Planck Collaboration, 2016; Riess et al., 1998). Para o cálculo de incerteza foi feito a propagação da equação anterior de modo que

$$\sigma_{\sigma(R)} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}\gamma\xi(r)}{2(3-\gamma)r_0}\sigma_{r_0}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}\xi(r)\log\frac{r_0}{R}}{2(3-\gamma) + \frac{\xi(r)}{(3-\gamma)^2}}\right)^2} \sigma_\gamma^2 \quad (5.12)$$

Com essas relações podemos encontrar as flutuações de matéria e assim comparar com o modelo padrão. Os resultados obtidos se encontram na tabela 6.1.

## Capítulo 6

# Resultados e Discussões

A flutuação na densidade de galáxias no universo é uma característica crucial para entender sua estrutura em larga escala. Estima-se que a flutuação no Universo local seja aproximadamente 1 em escalas de  $8 \text{ Mpc } h^{-1}$  (Mo et al., 2010), tornando o parâmetro  $\sigma_8$  importante na cosmologia moderna. Ao longo dos anos, vários grupos científicos têm se reunido para medir essas flutuações de matéria usando diversas técnicas (Hasselfield et al., 2013; Reid et al., 2010; Melchiorri et al., 2003; Hamana et al., 2003), buscando um melhor entendimento sobre a tendência das galáxias de se agruparem mais densamente do que a matéria escura subjacente e sobre a amplitude das flutuações primordiais no Universo, resultantes de processos físicos durante seus estágios iniciais. A amplitude das flutuações de massa descreve a normalização do espectro linear das flutuações de massa no início do Universo, como descrito no capítulo 3, o espectro que semeou a formação de galáxias. A abundância de aglomerados maciços depende exponencialmente desse parâmetro (Bahcall & Bode, 2003), porque uma alta amplitude de flutuações de massa forma estruturas rapidamente nos tempos iniciais, enquanto uma amplitude mais baixa forma estruturas mais lentamente (Schneider, 2006). A crescente tensão em torno do valor de  $\sigma_8$  mostrado na Figura 3.2 mostra a necessidade de novos estudos e novas análises com diferentes dados e metodologias para possibilitar uma nova compreensão sobre as amplitudes de flutuações da matéria.

Neste trabalho nós calculamos  $\sigma_8$  usando as fontes de HI do catálogo ALFALFA com base em análises diretas descritas no capítulo 5. Nós usamos a equação 5.5 para obter  $\xi(r)$  em um intervalo de  $r \in [0.5, 15] \text{ Mpc}$  em um bin de  $\Delta r = 20 \text{ Mpc}$ . Para isso, usamos o estimador 5.2 para calcular o número de pares de objetos a diferentes



distâncias com o número esperado de pares se os objetos fossem distribuídos aleatoriamente. Da mesma forma, aplicamos o mesmo procedimento a um conjunto de 1000 catálogos simulados gerados a partir do processo de Cox, conforme detalhado na Seção 5. A partir disso, foi usado a aproximação de lei de potência descrita no capítulo 5 para ajustar  $\gamma$  e  $r_0$  as observações com base no ajuste de  $\chi^2$ , com isso foi possível encontrar  $\gamma = 1.56 \pm 0.11$  e  $r_0 = 4.54 \pm 0.43$ . Os dados observados são plotados com barras de erro, juntamente com o melhor ajuste da função de correlação obtida pelo ajuste de curva na figura 6.1. Os erros para  $\xi(r)$  foram calculados através da diagonalização da matriz de covariância descrita no capítulo 5 e a figura 6.2 mostra a linearidade da covariância entre cada ponto, indicando que a correlação para cada distância  $r$  são removidas. Os dados concordam bem com a curva teórica até aproximadamente 7 Mpc. Além dessa escala, o declínio observado sugere possíveis limitações no modelo e/ou sensibilidade dos dados em escalas maiores.

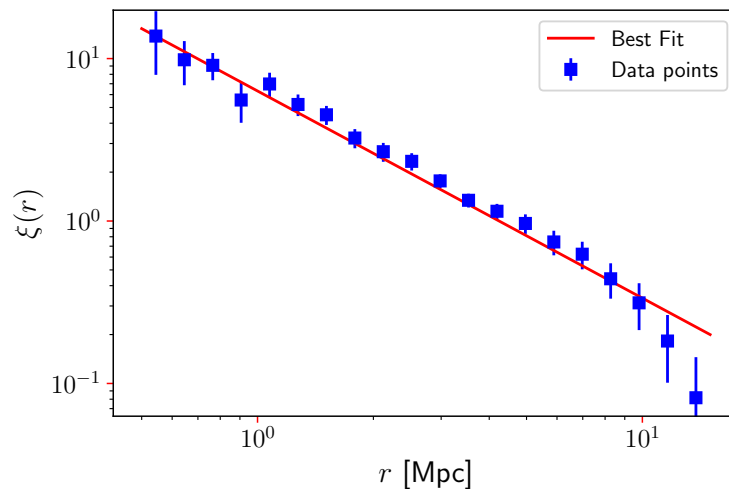


FIGURA 6.1. Função de correlação para a amostra de HI. Onde foi usado o melhor ajuste para encontrar valores de  $\gamma$  e  $r_0$  para ajustar as observações.

Para medir as incertezas da função de correlação de 2 pontos obtida usando os dados do ALFALFA, calculamos a matriz de covariância bidimensional  $\text{cov}(X, Y)$  para a função de correlação dada em (5.2). Note que há uma alta correlação em escalas pequenas, que diminui à medida que aumentamos a escala. Portanto, ao usar a matriz de covariância em nossas análises, estamos levando em conta para a avaliação do erro importantes efeitos sistemáticos da amostra selecionada, como a área do céu, a profundidade do survey, a densidade numérica dos objetos cósmicos, etc. Portanto, a matriz de covariância  $\text{cov}(X, Y)$  fornece uma medida mais robusta das relações entre

as variáveis observacionais, destacando correlações significativas e quantificando a influência das variâncias individuais. De fato, essa ferramenta ajuda a identificar mais facilmente possíveis padrões de correlação, e é particularmente útil em nosso estudo porque estamos interessados nas análises de variância de massa em diferentes escalas de distância.

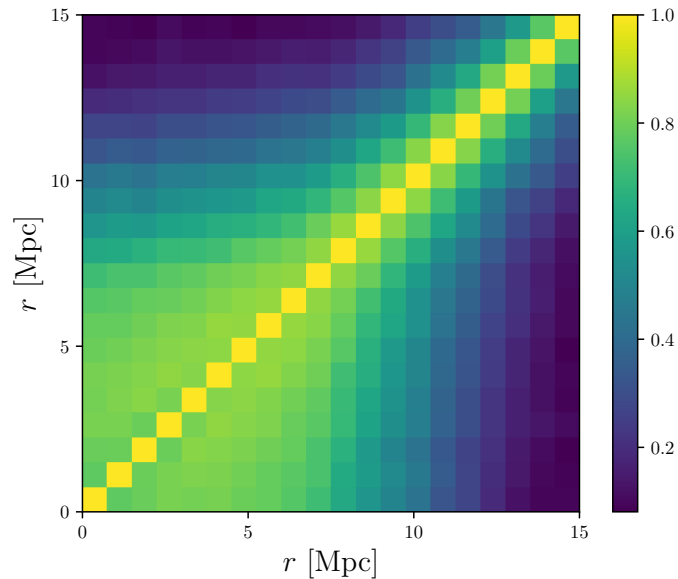


FIGURA 6.2. Matriz de covariância normalizada encontrada a partir da relação 5.7. Como estamos usando a diagonal dessa matriz de covariância para encontrar erros em  $\xi(r)$  nós esperamos que essa matriz seja mais diagonal possível, porque as correlações entre cada ponto  $r$  são removidas, e cada variável contribui independentemente para a incerteza na medida calculada. Isso resulta em uma estimativa mais precisa e confiável da incerteza.

A característica mais importante necessária nos catálogos simulados para obter as estimativas de incerteza é que a função de correlação de 2 pontos das realizações de Cox reproduza, nas escalas de interesse, a função de correlação obtida com os dados da amostra de HI. De fato, na figura 6.3, mostramos a diferença entre as realizações de Cox (ou seja, os catálogos simulados) e os dados da amostra de HI. Cada curva indica a diferença  $\xi^{\text{Cox}}_i(r) - \xi^{\text{HI}}(r)$ , onde  $i$  varia de 1 a 1000. Como podemos ver, há um excelente acordo para escalas acima de 2 Mpc. Essa imprecisão em escalas pequenas pode ser observada na matriz de covariância mostrada na figura 6.2.

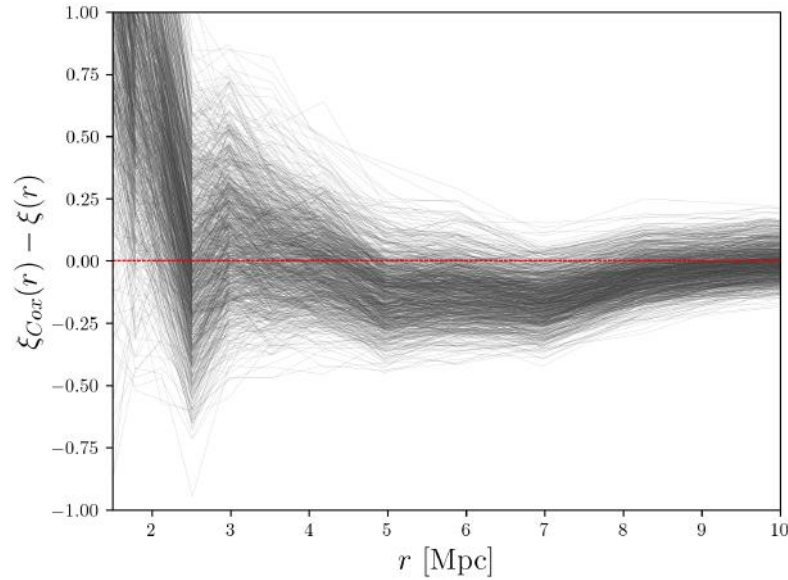


FIGURA 6.3. Plot de  $\xi^{\text{COXI}}(r) - \xi^{\text{HI}}(r)$ . Note que para  $r > 2$  Mpc há um ótimo acordo entre os dados e os catálogos Mocks.

Usamos as relações entre as equações 3.39 e 3.29 para calcular a variação de massa em diferentes escalas, levando a uma medição direta da flutuação de matéria das fontes extragalácticas de HI,  $\sigma_{\text{gal}} = 0.93 \pm 0.05$  em escalas de 8 Mpc. Para determinar  $\sigma_8$  através da nossa medição de  $\sigma_{\text{gal}}$  é essencial assumir um valor para o bias linear. Para usar o bias linear nas análises estatísticas que comparam modelos teóricos com observações reais, é necessário normalizar o espectro de potência das flutuações de densidade. Essa normalização é feita usando o parâmetro  $\sigma_8$ , que mede a amplitude dessas flutuações em escalas específicas. Portanto, ao assumir um valor para o bias linear  $b_{\text{HI}}$ , também é necessário assumir  $\sigma_8$ . Em resumo, nossa medição de  $\sigma_8$  serve como um teste de consistência para o modelo  $\Lambda\text{CDM}$ . No entanto, com essa abordagem, podemos estudar o efeito da constante de Hubble na medição de  $\sigma_8$ , já que é necessário assumir um valor de  $h$  para transformar nossa medição de  $\sigma_m$  de Mpc para  $\text{Mpc}/h$ . Então usando a relação 3.44 e o bias linear para fontes de HI,  $b_{\text{HI}} = 0.875 \pm 0.022$  (Obuljen et al., 2019), foi possível obter  $\sigma_8 = 1.05 \pm 0.06$  em escalas de 8 Mpc. Como variados estudos usam observações e modelos diferentes para mensurar  $H_0$  (Tully, 2023), nós usamos diferentes valores de  $h$  para compreender como as flutuações de massa variam em relação às diferentes suposições sobre a taxa de expansão do universo, como mostrado na tabela 6.1. Isso é útil para testar a sensibilidade dos resultados cosmológicos a diferentes valores de  $h$  e para comparar com estudos que adotam diferentes convenções para  $h$ .

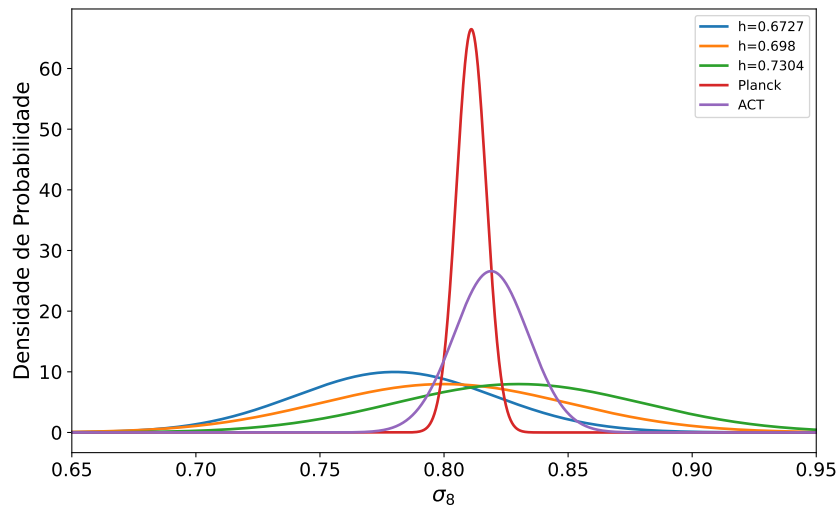
TABELA 6.1. Resultados obtidos usando os parâmetros  $\gamma$  e  $r_0$ .

$h$	$\sigma_{\text{gal}}$	$\sigma_8$
0.6727	$0.68 \pm 0.04$	$0.69 \pm 0.08$
0.7000	$0.70 \pm 0.04$	$0.71 \pm 0.09$
0.7300	$0.74 \pm 0.04$	$0.73 \pm 0.09$

Conforme pode ser observado no gráficos das funções de densidade de probabilidade mostrados na figura 6.4, considerando a métrica de tensão entre duas estimativas  $A$  e  $B$ ,

$$T_{\sigma_8} = \frac{|\sigma_{8,A} - \sigma_{8,B}|}{\sqrt{\sigma_{\sigma_{8,A}} + \sigma_{\sigma_{8,B}}}}, \quad (6.1)$$

temos que nossas medições de  $\sigma_8$  concordam nos níveis de confiança de  $0.79\sigma$  e  $0.36\sigma$  com os resultados do Planck (Planck Collaboration, 2016) e do ACT (Madhavacheril et al., 2024), respectivamente.


 FIGURA 6.4. Distribuição de probabilidade de  $\sigma_8$  para diferentes valores de  $h$ .

Agora, nós desejamos comparar o perfil de dispersão de massa obtido com o modelo ajustado com o perfil de dispersão de massa do modelo padrão  $\Lambda$ CDM. Usando os valores de  $\xi(r)$  e a matriz de covariância obtida anteriormente, podemos obter a curva de flutuação de massa. Essa comparação está mostrada na figura 6.5 e os parâmetros usados para calcular as flutuações de massa no modelo  $\Lambda$ CDM são mostrados na tabela 6.2.

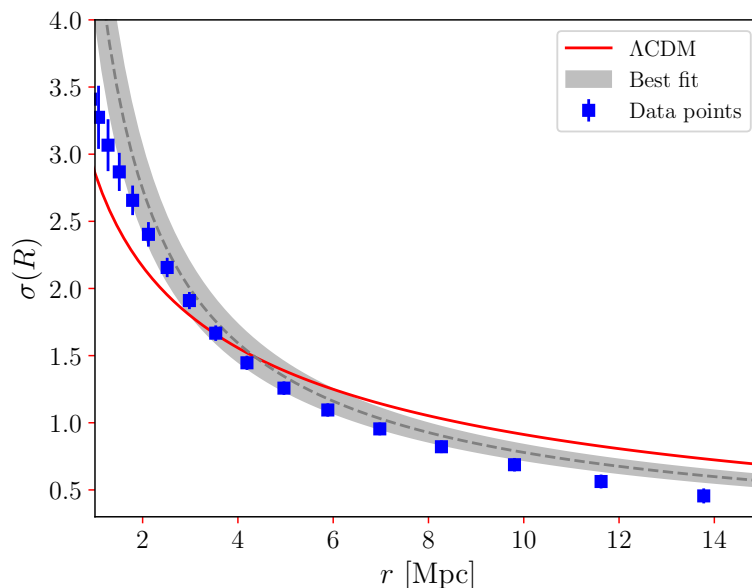


FIGURA 6.5. A imagem mostra a comparação da variância da matéria em diferentes distâncias, obtida da análise das fontes de HI, com os dados do modelo cosmológico padrão  $\Lambda$ CDM. A área sombreada corresponde ao intervalo de confiança de  $1\sigma$ , destacando a incerteza nas estimativas obtidas a partir das observações. Os pontos de dados azuis representam os valores obtidos pela equação 5.11.

TABELA 6.2. Parâmetros usados para comparar nossos resultados com o modelo padrão onde  $\Omega_c$  é a densidade de matéria escura fria do Universo,  $\Omega_b$  é a densidade de bárions (prótons e nêutrons) em relação à densidade crítica do universo e  $n_s$  é o índice espectral de inclinação do espectro de potência primordial das flutuações de densidade de matéria no universo primordial. Esses parâmetros foram obtidos pela colaboração Planck com base nas observações da CMB (Planck Collaboration, 2016).

$\Omega_c$	$\Omega_b$	$h$	$\sigma_8$	$n_s$
0.2656	0.0494	0.6727	0.8120	0.9649

A escala onde nossos dados de melhor ajuste intersectam o modelo  $\Lambda$ CDM, que resulta de uma teoria linear, é sugestiva da transição entre os regimes não-linear e linear. No entanto, consideramos que uma escala mais apropriada seria onde a flutuação de matéria é  $\sigma(R) = 1$ , pois essa escala seria uma quantidade independente de modelo em análises de dados onde as escalas de distância estão em unidades de Mpc (e não  $h^{-1}$  Mpc). Quando aplicamos essa condição à nossa análise de melhor ajuste (ver figura 6.5), obtemos  $R = 7.2 \pm 1.5$  Mpc. Isso poderia ser considerado como a escala de transição onde a relação linear 3.43 é válida, ou seja, a flutuação de matéria das fontes de HI é proporcional à flutuação da matéria subjacente.

# Capítulo 7

## Conclusões

A amplitude das flutuações de densidade cosmológica,  $\sigma_8$ , tem sido extensivamente estudada e estimada através da análise de diversas observações cosmológicas. Este parâmetro é de suma importância, pois desempenha um papel crucial no avanço do nosso entendimento sobre a estrutura e evolução do universo, além de ser fundamental para testar e aprimorar novos modelos cosmológicos. No entanto, é importante ressaltar que os valores das estimativas variam consideravelmente entre diferentes métodos de medição, evidenciando uma crescente tensão em torno do seu valor.

Utilizando a função de correlação  $\xi(r)$ , empregamos os dados do catálogo ALFALFA, com as seleções detalhadas no capítulo 4, para realizar uma análise direta das flutuações de matéria no universo local e obter uma estimativa para  $\sigma_8$ . Calculamos as funções de correlação para as fontes de HI do ALFALFA e comparamos nossos resultados com a expectativa baseada na aproximação de lei de potência. Ajustando as observações com a teoria, obtivemos os valores de  $\gamma$  e  $r_0$ . A figura 6.1 mostra o comportamento de  $\xi(r)$ , evidenciando que, como esperado, a correlação entre as galáxias diminui com a distância. Nós concluímos que o valor derivado de  $\sigma_{\text{gal}} = 0.93 \pm 0.05$  está alinhado com as expectativas para a distribuição de galáxias e é consistente com a previsão do modelo  $\Lambda$ CDM para uma amostra com fator de viés  $b < 1$ . Quando consideramos o viés para fontes de HI,  $b_{\text{HI}}$ , isso resulta em  $\sigma_8 = 1.05 \pm 0.06$ . Considerando diferentes valores para o parâmetro de Hubble, encontramos que cada valor de  $h$  fornece um valor distinto para  $\sigma_8$ , o qual difere das medições anteriores do Planck e ACT em  $0.79\sigma$  e  $0.36\sigma$ , respectivamente.

Na figura 6.5, comparamos as flutuações de massa das fontes HI com as previsões do modelo padrão  $\Lambda$ CDM. A comparação mostra uma boa concordância, pois os dados observacionais estão relativamente próximos do esperado pelo modelo. Além disso, nossas observações encontram-se dentro do intervalo de confiança de  $1\sigma$ , indicando a consistência entre os dados e as previsões teóricas. Esse resultado também mostra que o ajuste de uma lei de potência para as flutuações de densidade a partir das observações de HI parece ser uma boa aproximação, já que o melhor ajuste segue uma tendência consistente com as previsões teóricas.

Outro ponto importante é que as fontes de HI para estudar flutuações de densidade mostram-se uma ferramenta útil e viável para testar modelos cosmológicos. A consistência com o  $\Lambda$ CDM reforça a utilidade de dados de HI em cosmologia. Essas conclusões fortalecem a confiança no modelo  $\Lambda$ CDM. A análise também demonstra que os dados de HI podem ser usados eficazmente para estudar a estrutura em grande escala do universo.

Nossos resultados obtidos a partir das análises dos dados do ALFALFA destacam a robustez de nossa metodologia para medir as flutuações de matéria no Universo Local, potencialmente contribuindo para a discussão em curso sobre a tensão de  $\sigma_8$

# Referências Bibliográficas

- Abbott, T., Abdalla, F. B., Allam, S., et al. 2016, *Phys. Rev. D*, 94, 022001, doi: 10.1103/PhysRevD.94.022001
- Ashtekar, A. 2017, *Reports on Progress in Physics*, 80, 102901, doi: 10.1088/1361-6633/aa7bb1
- Avila, F., de Carvalho, E., Bernui, A., Lima, H., & Nunes, R. C. 2024, *MNRAS*, 529, 4980, doi: 10.1093/mnras/stae867
- Avila, F., Oliveira, J., Dias, M. L. S., & Bernui, A. 2023, *Brazilian Journal of Physics*, 53, 49, doi: 10.1007/s13538-023-01259-z
- Bahcall, N. A., & Bode, P. 2003, *ApJ*, 588, L1, doi: 10.1086/375503
- Baumann, D. 2021, *Cosmology Part III Mathematical Tripos*
- Baumann, D., Nicolis, A., Senatore, L., & Zaldarriaga, M. 2012, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2012, 051, doi: 10.1088/1475-7516/2012/07/051
- Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., et al. 2003, *ApJS*, 148, 1, doi: 10.1086/377253
- Borgani, S., Plionis, M., Coles, P., & Moscardini, L. 1995, *MNRAS*, 277, 1191, doi: 10.1093/mnras/277.4.1191
- Broeils, A. H. 1992, *A&A*, 256, 19
- Canetti, L., Drewes, M., & Shaposhnikov, M. 2012, *New Journal of Physics*, 14, 095012, doi: 10.1088/1367-2630/14/9/095012
- Cline, J. 2018, in *TASI 2018 - Theory in an Era of Data*, 1, doi: 10.22323/1.333.0001
- Courteau, S., & van den Bergh, S. 1999, *AJ*, 118, 337, doi: 10.1086/300942



- Di Valentino, E., Mena, O., Pan, S., et al. 2021, *Classical and Quantum Gravity*, 38, 153001, doi: 10.1088/1361-6382/ac086d
- Dicke, R. H., Peebles, P. J. E., Roll, P. G., & Wilkinson, D. T. 1965, *ApJ*, 142, 414, doi: 10.1086/148306
- Einstein, A. 1915, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 844
- Erdoğdu, P., Huchra, J. P., Lahav, O., et al. 2006, *MNRAS*, 368, 1515, doi: 10.1111/j.1365-2966.2006.10243.x
- Fixsen, D. J. 2009, *ApJ*, 707, 916, doi: 10.1088/0004-637X/707/2/916
- Freeman, K. C. 1970, *ApJ*, 160, 811, doi: 10.1086/150474
- Friedmann, A. 1924, *Zeitschrift für Physik*, 21, 326, doi: 10.1007/BF01328280
- Giovanelli, R., Haynes, M. P., Kent, B. R., & Perillat, L. 2005, *AJ*, 130, 2598, doi: 10.1086/497431
- Güsten, R., Wiesemeyer, H., Neufeld, D., et al. 2019, *Nature*, 568, 357, doi: 10.1038/s41586-019-1090-x
- Hamana, T., Miyazaki, S., Shimasaku, K., et al. 2003, *ApJ*, 597, 98, doi: 10.1086/378348
- Hamuy, M., Phillips, M. M., Suntzeff, N. B., et al. 1996, *The Astronomical Journal*, 112, 2391, doi: 10.1086/118190
- Hasselfield, M., Hilton, M., Marriage, T. A., Addison, G. E., & Barrientos, E. J. 2013, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2013, 008, doi: 10.1088/1475-7516/2013/07/008
- Haynes, M. P., Giovanelli, R., Kent, D., & Xiao, L. 2018, *The Astrophysical Journal*, 861, 49, doi: 10.3847/1538-4357/aac956
- Hobson, M. P., Efstathiou, G. P., & Lasenby, A. N. 2006, *General Relativity: An Introduction for Physicists* (Cambridge University Press)
- Hong, T., Springob, C. M., Staveley-Smith, L., et al. 2014, *MNRAS*, 445, 402, doi: 10.1093/mnras/stu1774

- Hubble, E. 1929, *Proceedings of the National Academy of Science*, 15, 168, doi: 10.1073/pnas.15.3.168
- Jarvis, M., Bernstein, G., & Jain, B. 2004, *MNRAS*, 352, 338, doi: 10.1111/j.1365-2966.2004.07926.x
- Kerr, F. J., & Hindman, J. V. 1953, *AJ*, 58, 218, doi: 10.1086/106923
- Kerscher, M., Szapudi, I., & Szalay, A. S. 2000, *ApJ*, 535, L13, doi: 10.1086/312702
- Landy, S. D., & Szalay, A. S. 1993, *ApJ*, 412, 64, doi: 10.1086/172900
- Langer, N., Deutschmann, A., Wellstein, S., & Höflich, P. 2000, *A&A*, 362, 1046, doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/0008444
- Laursen, P. 2023, *Galaxy Formation from a Timescale Perspective* (Springer International Publishing), 105–145, doi: 10.1007/16618\_2023\_71
- Leavitt, H. S., & Pickering, E. C. 1912, *Harvard College Observatory Circular*, 173, 1
- Leibundgut, B., Kirshner, R. P., Filippenko, A. V., et al. 1991, *ApJ*, 371, L23, doi: 10.1086/185993
- Lemaître, G. 1931, *Nature*, 127, 706, doi: 10.1038/127706b0
- Linde, A. 2007, in *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, ed. M. Lemoine, J. Martin, & P. Peter, Vol. 738, 1, doi: 10.1007/978-3-540-74353-8\_1
- Madhavacheril, M. S., Qu, F. J., Sherwin, B. D., et al. 2024, *ApJ*, 962, 113, doi: 10.3847/1538-4357/acff5f
- Martinez, V. J., & Saar, E. 2001, *Statistics of the galaxy distribution* (Chapman and Hall/CRC)
- Masters, K. L. 2005, PhD thesis, Cornell University, New York
- Melchiorri, A., Bode, P., Bahcall, N. A., & Silk, J. 2003, *ApJ*, 586, L1, doi: 10.1086/374584
- Melott, A. L. 1983, *MNRAS*, 205, 637, doi: 10.1093/mnras/205.3.637
- Mo, H., van den Bosch, F. C., & White, S. 2010, *Galaxy Formation and Evolution*

- Norberg, P., Baugh, C. M., Gaztañaga, E., & Croton, D. J. 2009, MNRAS, 396, 19, doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.14389.x
- Obuljen, A., Alonso, D., Villaescusa-Navarro, F., Yoon, I., & Jones, M. 2019, MNRAS, 486, 5124, doi: 10.1093/mnras/stz1118
- Pandey, B. 2010, MNRAS, 401, 2687, doi: 10.1111/j.1365-2966.2009.15852.x
- Peebles, P. J. 1966, Phys. Rev. Lett., 16, 410, doi: 10.1103/PhysRevLett.16.410
- Perlmutter. 1999, ApJ, 517, 565, doi: 10.1086/307221
- Phillips, M. M. 1993, ApJ, 413, L105, doi: 10.1086/186970
- Planck Collaboration. 2016, A&A, 594, A24, doi: 10.1051/0004-6361/201525833
- Qin, F., Howlett, C., Staveley-Smith, L., & Hong, T. 2019, MNRAS, 482, 1920, doi: 10.1093/mnras/sty2826
- Reid, B. A., Percival, W. J., Eisenstein, D. J., et al. 2010, MNRAS, 404, 60, doi: 10.1111/j.1365-2966.2010.16276.x
- Repp, A., & Szapudi, I. 2020, MNRAS, 498, L125, doi: 10.1093/mnrasl/slaa139
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, The Astronomical Journal, 116, 1009–1038, doi: 10.1086/300499
- Ross, A. J., Samushia, L., Howlett, C., et al. 2015, MNRAS, 449, 835, doi: 10.1093/mnras/stv154
- Rubin, V. C., Ford, W. K., J., & Thonnard, N. 1980, ApJ, 238, 471, doi: 10.1086/158003
- Ryden, B. 2003, Introduction to cosmology
- Schneider, P. 2006, Extragalactic Astronomy and Cosmology
- Scrimgeour, M. I., Davis, T. M., Blake, C., et al. 2016, MNRAS, 455, 386, doi: 10.1093/mnras/stv2146
- Spergel, D. N. 2014, Daedalus, 143, 125, doi: 10.1162/DAED\_a\_00312
- Steinhardt, P. J., & Turok, N. 2006, Science, 312, 1180, doi: 10.1126/science.1126231
- Tully, R. B. 2023, arXiv e-prints, arXiv:2305.11950, doi: 10.48550/arXiv.2305.11950

Tully, R. B., & Fisher, J. R. 1977, *A&A*, 54, 661

Tully, R. B., Shaya, E. J., Karachentsev, I. D., et al. 2008, *ApJ*, 676, 184, doi: 10.1086/527428

van, S. D. 1992, *AJ*, 103, 1788, doi: 10.1086/116195

Watkins, R., Feldman, H. A., & Hudson, M. J. 2009, *MNRAS*, 392, 743, doi: 10.1111/j.1365-2966.2008.14089.x

Watson, D. F., Berlind, A. A., & Zentner, A. R. 2011, *ApJ*, 738, 22, doi: 10.1088/0004-637X/738/1/22

# Apêndice A

## Códigos para as análises

Para realizar nossas análises, utilizamos diversas bibliotecas robustas e amplamente reconhecidas da linguagem de programação Python. Essas bibliotecas são: Numpy, matplotlib, scipy, astropy, treecor e pyccl.

### A.1 Seleção dos dados

```
1 #importando principais bibliotecas
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5 #Carregando o catalogo ALFALFA e definindo os parametros
6
7 data = np.genfromtxt('data.csv', names=True, delimiter=',')
8
9 alfa = data['RAdeg_HI']
10 Δ = data['DECdeg_HI']
11 veloc = data['Vhelio'] #velocidade
12 code = data['HIcode'] #qualidade de sinal
13 dist = data['Dist'] #distancia
14
15 # removendo hemisferio sul e outros codigos
16
17 x = alfa[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
18 y = Δ[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
19 d = dist[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
20
21 c1 = (y>0.) & (y<36.)
22
23 x1 = x[c1]
24 y1 = y[c1]
```

```
25 d1 = d[c1]
26
27 c2 = (x1>50.) & (x1<110.)
28
29 x2 = np.delete(x1, c2)
30 y2 = np.delete(y1, c2)
31 d2 = np.delete(d1, c2)
32
33 c3 = (x2>250.) & (x2<325.)
34
35 x3 = np.delete(x2, c3)
36 y3 = np.delete(y2, c3)
37 d3 = np.delete(d2, c3)
38
39 c4 = (x3>110.) & (x3<140.) & (y3>18.) & (y3<24.)
40
41 x4 = np.delete(x3, c4)
42 y4 = np.delete(y3, c4)
43 d4 = np.delete(d3, c4)
44
45 c5 = (x4>232.) & (x4<250.) & (y4>18.) & (y4<24.)
46
47 x5 = np.delete(x4, c5)
48 y5 = np.delete(y4, c5)
49 d5 = np.delete(d4, c5)
50
51 c6 = (x5>232.) & (x5<250.) & (y5>32.) & (y5<36.)
52
53 x6 = np.delete(x5, c6)
54 y6 = np.delete(y5, c6)
55 d6 = np.delete(d5, c6)
56
57 c7 = (x6>110.) & (x6<140.) & (y6>32.) & (y6<36.)
58
59 x7 = np.delete(x6, c7)
60 y7 = np.delete(y6, c7)
61 d7 = np.delete(d6, c7)
62
63 #numero de densidade de pontos do catalogo
64
65 dH = np.histogram(d7, bins=20)
66
67 dN = dH[0]
68 dr = dH[1]
69
70 rb = (dr[1:] + dr[:-1]) * 0.5
71 fsky = 4500. / 41253
72
73 dV = 4. * np.pi * fsky * (rb ** 2) * (dr[1:] - dr[:-1])
74
75 n = dN / dV
76
```

```

77 P0 = 0 # Para pesos serem todos iguais a 1
78
79 w = 1. / (1. + (n * P0))
80
81 #Interpolacao cubica dos pesos
82
83 from scipy.interpolate import CubicSpline
84
85 def fw(x):
86
87     fw = CubicSpline(rb, w)
88
89     return fw(x)
90
91 x = np.linspace(min(rb), max(rb), 1000)
92
93 from astropy.coordinates import spherical_to_cartesian
94
95 X, Y, Z = spherical_to_cartesian(d7, np.deg2rad(y7), np.deg2rad(x7))
96
97 H = X[X<0], Y[X<0], Z[X<0], fw(d7[X<0])
98
99 np.savetxt('data.dat', np.transpose(H), delimiter='\t',
100           header='x y z w')
101
102 plt.scatter(X[X<0], Y[X<0], s=1)

```

## A.2 Gerando catálogo uniforme para as fontes de HI

```

1     #importando as principais bibliotecas
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import randomsdss
5
6 #importando o catalogo ALFALFA
7 data = np.genfromtxt('data.csv', names=True, delimiter=',')
8
9 alfa = data['RAdeg_HI']
10 Δ = data['DECdeg_HI']
11 veloc = data['Vhelio']
12 code = data['HIcode']
13 dist = data['Dist']
14
15 # removendo hemisferio sul e outros codigos
16
17 x = alfa[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
18 y = Δ[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]

```

```
19 v = veloc[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
20 d = dist[(code==1.) & (veloc>0.) & (veloc<6000.) & (dist<85.) & (dist>20.)]
21
22 #calculando o redshift
23 c = 3. * (10 ** 5)
24
25 z = v / c
26
27 #gerando uma distribuicao uniforme de pontos
28 N = 200000
29
30 x_rand = np.random.uniform(0., 360., N)
31
32 y_rand = np.random.uniform(np.sin(np.deg2rad(-90.)), ...
33                             np.sin(np.deg2rad(+90.)), N)
34 y_rand = np.rad2deg(np.arcsin(y_rand))
35
36
37
38 #selecionando a regioao norte
39
40 c1 = (y_rand>0.) & (y_rand<36.)
41
42 x1r = x_rand[c1]
43 y1r = y_rand[c1]
44
45 c2 = (x1r>50.) & (x1r<110.)
46
47 x2r = np.delete(x1r, c2)
48 y2r = np.delete(y1r, c2)
49
50 c3 = (x2r>250.) & (x2r<325.)
51
52 x3r = np.delete(x2r, c3)
53 y3r = np.delete(y2r, c3)
54
55 c4 = (x3r>110.) & (x3r<140.) & (y3r>18.) & (y3r<24.)
56
57 x4r = np.delete(x3r, c4)
58 y4r = np.delete(y3r, c4)
59
60 c5 = (x4r>232.) & (x4r<250.) & (y4r>18.) & (y4r<24.)
61
62 x5r = np.delete(x4r, c5)
63 y5r = np.delete(y4r, c5)
64
65 c6 = (x5r>232.) & (x5r<250.) & (y5r>32.) & (y5r<36.)
66
67 x6r = np.delete(x5r, c6)
68 y6r = np.delete(y5r, c6)
69
```



```

70 c7 = (x6r>110.) & (x6r<140.) & (y6r>32.) & (y6r<36.)
71
72 x7r = np.delete(x6r, c7)
73 y7r = np.delete(y6r, c7)
74
75 plt.scatter(x7r, y7r, s=1)
76 plt.show()
77
78 plt.tick_params(labelsize=14,color='red')
79 plt.xlabel('Right Ascension [degrees]', fontsize=16)
80 plt.ylabel('Declination [degrees]', fontsize=16)
81 plt.scatter(x7r[(x7r>100)&(x7r<300)], y7r[(x7r>100)&(x7r<300)], s=1)
82 plt.savefig('HI_random_footprint.pdf', format='pdf', dpi=300, ...
            bbox_inches='tight')
83 plt.show()
84
85 # Distribuicao de redshift
86
87 zr = randomsdss.z_random(z, size=len(x7r))
88
89 dr = c * zr / 70.
90
91 #gerando os pontos com base nas distancias calculadas com a ...
            distribuicao de redshift
92
93 from astropy.coordinates import spherical_to_cartesian
94
95 X, Y, Z = spherical_to_cartesian(dr, np.deg2rad(y7r), np.deg2rad(x7r))
96
97
98 # salvando os resultados
99
100 N = X[X<0], Y[X<0], Z[X<0]
101
102 np.savetxt('random_HI.dat', np.transpose(N), delimiter='\t',
            header='x y z')
103
104
105 plt.tick_params(labelsize=14,color='red')
106 plt.xlabel(r'$x$ [Mpc]', fontsize=16)
107 plt.ylabel(r'$y$ [Mpc]', fontsize=16)
108 plt.scatter(X[X<0], Y[X<0], s=1)
109 plt.savefig('HI_random_cartesian.pdf', format='pdf', dpi=300, ...
            bbox_inches='tight')

```

### A.3 Processo cox e catálogos mocks

```

1 #carregando as principais bibliotecas

```

```
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 from astropy.coordinates import cartesian_to_spherical
6
7 #definindo parametros
8
9 l = 25
10 L = 200
11 V = L**3
12 Lv = 0.008
13
14 Ns = np.int64((Lv * V) / l)
15
16 sig = 0.1
17
18
19 #Definindo o tamanho do cubo
20
21 N = 1000
22 for j in range(N):
23
24     XI = []
25     YI = []
26     ZI = []
27     for i in range(Ns):
28
29         x0 = np.random.uniform(-L/2., +L/2., 1)
30         y0 = np.random.uniform(-L/2., +L/2., 1)
31         z0 = np.random.uniform(-L/2., +L/2., 1)
32
33         #vetor unitario
34
35         R = 1.
36         alfa = np.random.uniform(0., 2.*np.pi, 1)
37         Δ = np.random.uniform((-np.pi/2), (np.pi/2), 1)
38
39         v1 = R * np.cos(alfa) * np.sin(Δ)
40         v2 = R * np.sin(alfa) * np.sin(Δ)
41         v3 = R * np.cos(Δ)
42
43
44         ls = 1.8
45         Np = ls * l
46
47         t = np.random.uniform(1, l, np.int64(Np))
48         #t = np.arange(1, l, 1)
49
50         X = x0 + t*v1
51         Y = y0 + t*v2
52         Z = z0 + t*v3
53
```

```
54     XI.append(x0)
55     XI.append(X)
56
57     YI.append(y0)
58     YI.append(Y)
59
60     ZI.append(z0)
61     ZI.append(Z)
62
63     X = np.array(XI, dtype='object')
64     Y = np.array(YI, dtype='object')
65     Z = np.array(ZI, dtype='object')
66
67     X1 = np.concatenate(X)
68     Y1 = np.concatenate(Y)
69     Z1 = np.concatenate(Z)
70
71     X2 = np.random.normal(X1, sig)
72     Y2 = np.random.normal(Y1, sig)
73     Z2 = np.random.normal(Z1, sig)
74
75     Xi = []
76     Yi = []
77     Zi = []
78     for i in range(len(X2)):
79
80         if -L/2.<=X2[i]<=+L/2. and -L/2.<=Y2[i]<=+L/2. and ...
-L/2.<=Z2[i]<=L/2.:
81             Xi.append(X2[i])
82             Yi.append(Y2[i])
83             Zi.append(Z2[i])
84
85     Xi = np.array(X2)
86     Yi = np.array(Y2)
87     Zi = np.array(Z2)
88
89     r, lat, lon = cartesian_to_spherical(Xi, Yi, Zi)
90
91     r = np.array(r)
92     lat = np.array(lat)
93     lon = np.array(lon)
94
95
96     #salvando os resultados
97     N = r, np.rad2deg(lon), np.rad2deg(lat), Xi, Yi, Zi
98
99     np.savetxt('mocks/mock_' + str(j) + '.dat', np.transpose(N),
100               fmt='%.6f', delimiter='\t')
```

### A.3.1 Gerando os catálogos mocks e selecionando o hemisfério norte

```
1 #importando as principais bibliotecas
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5
6 #importando os catalogos mock
7
8 N = 1000
9 for i in range(N):
10
11     mock = np.genfromtxt('mocks/mock_'+str(i)+'.dat')
12
13     r = mock[:, 0] #RA
14     a = mock[:, 1] #dec
15     d = mock[:, 2] #distancia
16
17     X = mock[:, 3]
18
19
20     c0 = (r>20.) & (r<85.) & (X<0.) #considerando intervalo de 20 ...
    a 85 Mpc
21
22 #filtrando os dados pelo intervalo de 20 a 85 Mpc
23     x0 = a[c0]
24     y0 = d[c0]
25     d0 = r[c0]
26
27 #definindo o hemisferio norte
28     c1 = (y0>0.) & (y0<36.)
29
30     x1 = x0[c1]
31     y1 = y0[c1]
32     d1 = d0[c1]
33
34     c2 = (x1>50.) & (x1<110.)
35
36     x2 = np.delete(x1, c2)
37     y2 = np.delete(y1, c2)
38     d2 = np.delete(d1, c2)
39
40     c3 = (x2>250.) & (x2<325.)
41
42     x3 = np.delete(x2, c3)
43     y3 = np.delete(y2, c3)
44     d3 = np.delete(d2, c3)
45
46     c4 = (x3>110.) & (x3<140.) & (y3>18.) & (y3<24.)
47
```

```
48     x4 = np.delete(x3, c4)
49     y4 = np.delete(y3, c4)
50     d4 = np.delete(d3, c4)
51
52     c5 = (x4>232.) & (x4<250.) & (y4>18.) & (y4<24.)
53
54     x5 = np.delete(x4, c5)
55     y5 = np.delete(y4, c5)
56     d5 = np.delete(d4, c5)
57
58     c6 = (x5>232.) & (x5<250.) & (y5>32.) & (y5<36.)
59
60     x6 = np.delete(x5, c6)
61     y6 = np.delete(y5, c6)
62     d6 = np.delete(d5, c6)
63
64     c7 = (x6>110.) & (x6<140.) & (y6>32.) & (y6<36.)
65
66     x7 = np.delete(x6, c7)
67     y7 = np.delete(y6, c7)
68     d7 = np.delete(d6, c7)
69
70     # number density
71
72     dH = np.histogram(d7, bins=20)
73
74     dN = dH[0]
75     dr = dH[1]
76
77     rb = (dr[1:] + dr[:-1]) * 0.5
78
79
80     fsky = 4500 / 41253
81
82     dV = 4. * np.pi * fsky * (rb ** 2) * (dr[1:] - dr[:-1])
83
84     n = dN / dV
85
86     P0 = 0
87
88     w = 1. / (1. + (n * P0))
89
90     from scipy.interpolate import CubicSpline
91
92     def fw(x):
93
94         fw = CubicSpline(rb, w)
95
96         return fw(x)
97
98     x = np.linspace(min(rb), max(rb), 1000)
99
```

```
100
101     from astropy.coordinates import spherical_to_cartesian
102
103     X, Y, Z = spherical_to_cartesian(d7, np.deg2rad(y7), ...
104     np.deg2rad(x7))
105
106     H = X, Y, Z, fw(d7), d7
107
108     np.savetxt('mocks_cut/mock_'+str(i)+'.dat', np.transpose(H), ...
109     delimiter='\t',
110     header='x y z w r')
111
112 #criando o catalogo cm base nos mocks
113
114 import randomsdss
115
116 mock = np.genfromtxt('mocks_cut/mock_0.dat', delimiter='\t')
117
118 r = mock[:, -1]
119
120 c = 3. * (10 ** 5)
121
122 z = (70*r) / c
123
124 N = 100000
125
126 x_rand = np.random.uniform(0., 360., N)
127
128 y_rand = np.random.uniform(np.sin(np.deg2rad(-90.)), ...
129     np.sin(np.deg2rad(+90.)), N)
130
131 y_rand = np.rad2deg(np.arcsin(y_rand))
132
133 #sky footprint cut
134
135 c1 = (y_rand>0.) & (y_rand<36.)
136
137 x1r = x_rand[c1]
138
139 y1r = y_rand[c1]
140
141 c2 = (x1r>50.) & (x1r<110.)
142
143 x2r = np.delete(x1r, c2)
144
145 y2r = np.delete(y1r, c2)
146
147 c3 = (x2r>250.) & (x2r<325.)
148
149 x3r = np.delete(x2r, c3)
150
151 y3r = np.delete(y2r, c3)
```

```

149 c4 = (x3r>110.) & (x3r<140.) & (y3r>18.) & (y3r<24.)
150
151 x4r = np.delete(x3r, c4)
152 y4r = np.delete(y3r, c4)
153
154 c5 = (x4r>232.) & (x4r<250.) & (y4r>18.) & (y4r<24.)
155
156 x5r = np.delete(x4r, c5)
157 y5r = np.delete(y4r, c5)
158
159 c6 = (x5r>232.) & (x5r<250.) & (y5r>32.) & (y5r<36.)
160
161 x6r = np.delete(x5r, c6)
162 y6r = np.delete(y5r, c6)
163
164 c7 = (x6r>110.) & (x6r<140.) & (y6r>32.) & (y6r<36.)
165
166 x7r = np.delete(x6r, c7)
167 y7r = np.delete(y6r, c7)
168
169 #distribuicao do redshift
170
171 zr = randomsdss.z_random(z, size=len(x7r))
172
173 dr = c * zr / 70.
174
175
176 from astropy.coordinates import spherical_to_cartesian
177
178 X, Y, Z = spherical_to_cartesian(dr, np.deg2rad(y7r), np.deg2rad(x7r))
179
180
181 N = X[X<0], Y[Y<0], Z[Z<0], fw(dr[X<0])
182
183 np.savetxt('random.dat', np.transpose(N), delimiter='\t',
184           header='x y z w')

```

## A.4 Calculando a função de correlação para as fontes de HI

```

1 #Carregando principais bibliotecas
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import treecorr as tr
6 from astropy.coordinates import cartesian_to_spherical
7

```

```
8 #Importando o catalogo ALFALFA
9
10 data = tr.Catalog('data.dat', x_col='x', y_col='y', z_col='z')
11
12 #Importando o catalogo aleatorio
13 rand = tr.Catalog('random_HI.dat', x_col='x', y_col='y', z_col='z')
14
15
16 #Calculando as funcoes de correlacao
17
18 dd = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
19 dd.process(data)
20
21 rr = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
22 rr.process(rand)
23
24 dr = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
25 dr.process(data, rand)
26
27 r = dd.rnom
28
29 #Contando o numero de pares
30 DD = dr.npairs
31
32 #Calculo da funcao de correlacao e obtendo a covariancia
33
34 xi, varxi = dd.calculateXi(rr=rr, dr=dr)
35
36 cov = dd.cov
37
38 #Salvando os resultados
39
40 S1 = r, xi
41
42 np.savetxt('xi.dat', np.transpose(S1), delimiter='\t')
43 np.savetxt('cov.txt', cov)
44
45 #Plot da funcao de correlacao
46
47 plt.loglog()
48 plt.errorbar(r, xi, yerr=np.sqrt(np.diag(cov)), fmt='s', color='blue')
49 plt.scatter(r, xi, marker='s', color='blue')
50 plt.ylabel('$\\xi(r)$')
51 plt.xlabel('$r$')
52 plt.savefig('tpcf.pdf', bbox_inches='tight', pad_inches = 0.1)
53 plt.show()
```

```
1 #Carregando principais bibliotecas
2
3 import numpy as np
```



```

4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import treecorr as tr
6
7 #Importando os catalogos mock
8
9 N = 1000
10
11 for i in range(N):
12
13     data = tr.Catalog('mocks_cut/mock_'+str(i)+'.dat',
14                       x_col='x', y_col='y', z_col='z')
15
16     #Importando o catalogo aleatorio
17
18     rand = tr.Catalog('random.dat', x_col='x', y_col='y', z_col='z')
19
20     dd = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
21     dd.process(data)
22
23     rr = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
24     rr.process(rand)
25
26     dr = tr.NNCorrelation(min_sep=0.5, max_sep=15., nbins=20)
27     dr.process(data, rand)
28
29     r = dd.rnom
30
31     #Contando numero de pares
32     DD = dr.npairs
33
34     #Calculo da funcao de correlacao
35     xi, varxi = dd.calculateXi(rr=rr, dr=dr)
36
37     #Salvando os resultados
38
39     S1 = r, xi
40
41     plt.loglog()
42     plt.scatter(r, xi)
43
44     np.savetxt('xi/xi_'+str(i)+'.dat', np.transpose(S1), ...
45               delimiter='\t')

```

## A.5 Ajustando os dados observados à lei de potência e calculando as incertezas da função de correlação

```

1 #Importando as principais bibliotecas

```

```

2
3 import numpy as np
4 from scipy.optimize import curve_fit
5 from scipy.integrate import cumtrapz
6 import matplotlib.pyplot as plt
7
8
9 m = 999 # quantidade de mocks
10
11 #abrindo os mocks
12 omega_all = []
13 for k in range(1, m+1):
14     om = np.genfromtxt('xi/xi_'+str(k)+'.dat', delimiter='\t')
15     omega_all.append(om[:, 1])
16
17 np.savetxt(r'./omega_mock_all.csv', omega_all, delimiter=',')
18
19 #covariancia
20
21 cov = np.cov(omega_all, rowvar=False)
22 np.savetxt('cov.txt', cov)
23 print(cov.shape)
24
25 #definindo a lei de potencia
26 def xi(r, r0, gamma):
27     return (r0 / r) ** gamma
28
29 #abrindo os resultados para func de correlacao das fontes HI
30 data = np.genfromtxt('xi.dat', delimiter='\t')
31 r_data = data[:, 0]
32 xi_data = data[:, 1]
33
34 #ajustando os dados a lei de potencia para obter ro e gamma
35
36 popt, pcov = curve_fit(xi, r_data, xi_data, sigma=cov)
37 r0, gamma = popt[0], popt[1]
38 err = np.sqrt(np.diag(pcov))
39 err_r0, err_gamma = err[0], err[1]
40 print(r0)
41 print(err_r0)
42 print(gamma)
43 print(err_gamma)
44
45 #plotando a funcao de correlacao
46
47 plt.loglog(dpi=300)
48 plt.errorbar(r_data, xi_data, np.sqrt(np.diag(cov)), fmt='s', ...
49             color='blue', label='Data points')
49 plt.tick_params(labelsize=14, color='red')
50 plt.xlabel(r'$r$ [Mpc]', fontsize=16)
51 plt.ylabel(r'$\xi(r)$', fontsize=16)
52

```

```

53 w = np.linspace(0.5, 15, 100)
54 plt.plot(w, xi(w, r0, gamma), color='red', label='Best Fit')
55 plt.legend(loc='best', fontsize=12)
56 plt.savefig('xi_mocks.pdf', bbox_inches='tight', pad_inches=0.1)
57 plt.show()
58
59 #plotando a correlacao
60
61 cm = np.corrcoef(omega_all, rowvar=False)
62
63 plt.imshow(cm, origin='lower', extent=[0,15,0,15])
64 plt.colorbar()
65 plt.xlabel('$r$ [Mpc]', fontsize=16)
66 plt.ylabel('$r$ [Mpc]', fontsize=16)
67 plt.xticks(range(0, 16, 5))
68 plt.yticks(range(0, 16, 5))
69 plt.savefig('./corr_matrix.pdf', bbox_inches='tight', pad_inches = ...
70             0.1)
71 plt.show()
72
73 #plotando a diferenca entre a correlacao usando a matriz cox e as ...
74     fontes de HI
75
76 for k in range(1, m+1):
77     om = np.genfromtxt('xi/xi_' + str(k) + '.dat', delimiter='\t')
78     xi_cox = om[:, 1]
79     diff = xi_cox - xi_data
80     plt.plot(r_data, diff, color=plt.cm.Greys(np.linspace(0.8, 1, ...
81         1)), linewidth=0.05)
82     plt.ylim(-1., 1.)
83     plt.xlabel('$r$ [Mpc]', fontsize=16)
84     plt.ylabel('$r$ [Mpc]', fontsize=16)
85     plt.axhline(y=0, color='red', linestyle='--', linewidth=0.5)
86 plt.savefig('./diff_cox_data.png', bbox_inches='tight', pad_inches ...
87             = 0.1)

```

## A.6 Calculando $\sigma(r)$

```

1     #importando as principais bibliotecas
2
3     import numpy as np
4     import matplotlib.pyplot as plt
5     from scipy.optimize import curve_fit
6     from scipy.integrate import cumtrapz
7
8     #importando a funcao de correlacao e a covariancia

```

```
9
10 data = np.genfromtxt('xi.dat', delimiter='\t')
11
12 r = data[:, 0]
13 xi = data[:, 1]
14
15 cov_xi = np.genfromtxt('cov.txt')
16
17
18 #ajustando os dados a lei de potencia
19
20 popt, pcov = curve_fit(f_xi, r, xi, sigma=cov_xi)
21
22 r0 = popt[0]
23 ga = popt[1]
24
25 E = np.sqrt(np.diag(pcov))
26
27 er0 = E[0]
28 ega = E[1]
29
30 print((r0, er0))
31 print((ga, ega))
32
33 w = np.linspace(0.5, 15, 100)
34
35 #calculando sigma(r) e sua incerteza
36
37 xi_r2 = xi * r * r
38 sR = np.sqrt((3. / (r ** 3)) * cumtrapz(xi_r2, x=r, initial=xi_r2[0]))
39 esR = (0.5 / sR) * np.sqrt(np.diag(cov_xi))
40
41 def sig_R(R, r0, ga):
42
43     t1 = 3. / (3. - ga)
44     t2 = (r0 / R) ** ga
45
46     return np.sqrt(t1 * t2)
47
48 def erro_sigR(R, r0, ga):
49
50     t1 = np.sqrt(3.) * ga * f_xi(R, r0, ga)
51     t2 = 2. * (3. - ga) * r0 * np.sqrt(f_xi(R, r0, ga) / (3. - ga))
52
53     d1 = t1 / t2
54
55     t3 = (f_xi(R, r0, ga) * np.log(r0 / R)) / (3. - ga)
56     t4 = f_xi(R, r0, ga) / ((3. - ga) ** 2)
57     t5 = 2. * np.sqrt(f_xi(R, r0, ga) / (3. - ga))
58
59     d2 = np.sqrt(3.) * ((t3 + t4) / t5)
60
```

```

61     return np.sqrt(((d1 * er0) ** 2) + ((d2 * ega) ** 2))
62
63 #calculando sigma8 para diferentes valores de h
64
65 x67 = 8. / 0.6727
66 x70 = 8. / 0.7000
67 x73 = 8. / 0.7300
68
69 sig8_67 = sig_R(x67, popt[0], popt[1])
70 sig8_70 = sig_R(x70, popt[0], popt[1])
71 sig8_73 = sig_R(x73, popt[0], popt[1])
72
73 esig8_67 = erro_sigR(x67, r0, ga)
74 esig8_70 = erro_sigR(x70, r0, ga)
75 esig8_73 = erro_sigR(x73, r0, ga)
76
77 print((sig8_67, esig8_67))
78 print((sig8_70, esig8_70))
79 print((sig8_73, esig8_73))
80
81 #comparando com o modelo padrao
82
83 # comparando com o LCDM
84
85 import pycc1 as ccl
86
87 # planck 18
88 # h=0.6727 0bh2=0.02236 0hc2=0.1202 ns=0.9649 As=3.045
89
90 cosmo = ccl.Cosmology(Omega_c=0.2656, Omega_b=0.0494,
91                      h=0.6727, n_s=0.9649, sigma8=0.8120)
92
93 R = np.linspace(0.1, 15, 100)
94
95 sigR_LCDM = ccl.sigmaR(cosmo, R, a=1)
96
97
98 plt.xlim(1, 15)
99 plt.ylim(0.5, 4)
100 plt.tick_params(labelsize=14,color='red')
101 plt.xlabel(r'$r$ [Mpc]', fontsize=16)
102 plt.ylabel(r'$\sigma(R)$', fontsize=16)
103 plt.plot(R, sigR_LCDM, color='red', label=r'$\Lambda$CDM')
104 plt.plot(R, sig_R(R, r0, ga), color='blue')
105 plt.fill_between(R, sig_R(R, r0, ga)-erro_sigR(R, r0, ga),
106                sig_R(R, r0, ga) + erro_sigR(R, r0, ga), alpha=0.5,
107                color='blue', label='Best fit')
108 plt.errorbar(r, sR, esR, fmt='s', color='black', label='Data points')
109
110 plt.legend(loc='best', fontsize=12)
111 plt.savefig('sigma_R_V20_P50.pdf', format='pdf', bbox_inches='tight')

```

## A.7 Curvas de probabilidade

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Definindo os parametros da distribuicao normal
5 mu = np.array([0.78, 0.80, 0.83,0.811,0.819]) # medias
6 sigma = np.array([0.04, 0.05, 0.05,0.006,0.015]) # desvios padrao
7 num_samples = 10000 # numero de amostras a serem geradas para ...
   cada distribuicao
8 h = np.array([0.6727,0.698,0.7304,"Planck","ACT"])
9
10 # Gerando amostras aleatorias com distribuicao normal para cada ...
   conjunto de media e desvio padrao
11 samples = []
12 for i in range(len(mu)):
13     samples.append(np.random.normal(mu[i], sigma[i], num_samples))
14
15
16
17 # Plotando a funcao de densidade de probabilidade teorica para ...
   cada distribuicao
18 plt.figure(figsize=(10, 6))
19 for i in range(len(mu)):
20     xmin, xmax = plt.xlim()
21     x = np.linspace(xmin, xmax, 100000)
22     p = np.exp(-0.5 * (x - mu[i])**2 / sigma[i]**2) / (sigma[i] * ...
   np.sqrt(2 * np.pi))
23     if i == 3:
24         plt.plot(x, p, linewidth=2, label=h[i]) # Plotando para ...
   "Planck"
25
26     elif i == 4:
27         plt.plot(x, p, linewidth=2, label=h[i]) # Plotando para "ACT"
28         plt.plot(x, p, linewidth=2, label=f'h={h[i]}')
29
30 plt.xlabel(f'$\sigma_8$', fontsize=16)
31 plt.ylabel('Densidade de Probabilidade', fontsize=16)
32 plt.tick_params(labelsize=14)
33
34 plt.legend(loc=1)
35 plt.xlim(0.65,0.95)
36 plt.savefig("probabilidade.pdf")
```