



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Observatório do Valongo
Programa de Graduação em Astronomia



Determinação do Tamanho de Asteroides a Partir de Ocultações de Cordas Únicas

Natasha Costa da Fonseca

Rio de Janeiro
Agosto de 2024

Determinação do Tamanho de Asteroides a Partir de Ocultações de Cordas Únicas

Natasha Costa da Fonseca

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Graduação em Astronomia do Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito necessário para a obtenção do título de Astrônomo.

Orientador: Bruno Eduardo Morgado

Rio de Janeiro
Agosto de 2024

CIP - Catalogação na Publicação

C273d Costa da Fonseca, Natasha
Determinação do Tamanho de Asteroides a Partir de
Ocultações de Cordas Únicas / Natasha Costa da
Fonseca. -- Rio de Janeiro, 2024.
51 f.

Orientador: Bruno Eduardo Morgado.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Observatório
do Valongo, Bacharel em Astronomia, 2024.

1. Astronomia. 2. Sistema Solar. 3. Pequenos
Corpos. I. Morgado, Bruno Eduardo, orient. II.
Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CCMN - OBSERVATÓRIO DO VALONGO
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA



PROJETO FINAL

RELATÓRIO DA COMISSÃO JULGADORA

ALUNA: Natasha Costa da Fonseca (DRE 117042234)

TÍTULO DO TRABALHO: "DETERMINAÇÃO DO TAMANHO DE ASTEROIDES A PARTIR DE OCULTAÇÕES DE CORDAS ÚNICAS"

DATA DA DEFESA: 30 de agosto de 2024 às 10:00h

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA:

Bruno Eduardo Morgado

Prof. Bruno Eduardo Morgado – (Presidente/Orientador - OV/UFRJ)

Flávia L. Rommel

Dr^a. Flávia Luane Rommel – (FSI/UCF)

Bárbara Celi Braga Camargo

Dr^a. Bárbara Celi Braga Camargo - (OV/UFRJ)

Plicida Maria da Silva Arcoverde

Dr^a. Plicida Maria da Silva Arcoverde – (ON/MCTI)

Aline Ramos Ribeiro

Dr^a. Aline Ramos Ribeiro – (Lund University)

CANDIDATA: *Natasha Costa da Fonseca*

Natasha Costa da Fonseca

Rio de Janeiro, 30 de agosto de 2024.

Carlos Roberto Rabaça

Prof. Carlos Roberto Rabaça
Coord. de Grad. do Curso de Astronomia

Ladeira do Pedro do Antônio, 43 – Saúde – 20080-090 – telefax: 2263-0685 – e-mail: ov@ov.ufrj.br

Aos inquietos.

Agradecimentos

Primeiramente, quero agradecer à minha mãe, Sandra Jeane; ao meu pai, Elias Nunes; e à minha avó Terezinha de Souza Costa. Vocês me deram a liberdade necessária e o suporte possível para que eu pudesse seguir meu sonho de infância. A cada passagem de tempo, tenho mais sonhos e mais coragem para segui-los.

Aos meus amigos de fé: Aline Novais, Karícia Jarell, Pedro Xavier, Felipe Zingali, Arthur Newlands. Vocês pegaram na minha mão sempre que precisei. Quem tem um amigo tem tudo.

Às minhas amigas Helena Burock e Laís Luz. Impossível não agradecer vocês duas desta forma, em dupla. Vocês são a minha dupla favorita. Agradeço todos os dias pelas risadas, pelos choros e pelo conforto. Com vocês, eu entendi o poder que uma amizade tem.

À minha amiga Karen Belarmino. Você me dá frescor, lucidez, colo e risadas. Tudo ao mesmo tempo. Você diz que se eu não existisse, alguém teria que me inventar. Você me inventa sempre que nos encontramos.

Ao Rodrigo Magalhães, por tudo. É lindo te ver no Oceano. Se eu estou aqui, é porque você esteve comigo a todo momento.

Aos meus colegas de curso Mariana Gomes, Eric, Otávio, Julia, Stephane, Marco, Amanda, Jezebel, Karyna, Maria Clara, Rayssa Guimarães, João Torres, Giovanna, Bia, Migon, Yanna, Yahira e outros nos quais vou me arrepender de não ter mencionado aqui. O apoio de vocês foi imprescindível nos meus momentos mais desenganados.

Aos servidores, terceirizados e docentes do Observatório do Valongo, que fazem o possível para fazer do OV uma segunda casa para todos.

Aos professores Carlos Zarro, Claudio Miceli e Diana Andrade pelo voto de confiança e apoio infinito. Ao LabNet/LENS/LABAM, onde me ouviram em meus momentos de desespero e me encheram de confiança e ajuda.

Ao meu orientador Bruno Morgado, que me ensinou muito mais do que imagina. É uma inspiração como profissional e como pessoa. Seu acolhimento e orientação foram cruciais. Sua garra e seu coração foram presentes. Ganhei, além de tudo, um grande amigo.

Vocês todos me deram conselhos, me cederam espaço, me ouviram e me enxergaram. Eu poderia listar todas as coisas pelas quais sou grata, mas acredito que o conteúdo da pesquisa precisa ser maior que os agradecimentos. Dito isso, obrigada.

”This for everybody going through tough times. Believe me, been there, done that.
But every day above ground is a great day, remember that.”

Pitbull - Time Of Our Lives (feat. Ne-Yo)

Resumo

Determinação do Tamanho de Asteroides a Partir de Ocultações de Cordas Únicas

Natasha Costa da Fonseca

Orientador: Bruno Eduardo Morgado

RESUMO DO PROJETO FINAL DA GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO OBSERVATÓRIO DO VALONGO, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO REQUISITO NECESSÁRIO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE BACHAREL EM ASTRONOMIA.

Este trabalho aborda a aplicação da técnica de ocultação estelar para a determinação do tamanho de pequenos corpos do Sistema Solar, em especial para o caso específico de cordas únicas. A metodologia desenvolvida foi testada em uma variedade de objetos, incluindo asteroides de formas regulares e irregulares. As simulações realizadas mostraram que a precisão das estimativas de raio melhora significativamente com o aumento do número de eventos de única corda. Resultados comparativos para objetos como Ceres e 2002 MS4 mostraram que as estimativas obtidas são consistentes com valores de referência da literatura. A metodologia desenvolvida nesse trabalho apresentou limitações em objetos de formas muito irregulares, como Kleopatra e Arrokoth, porém ainda assim provendo resultados satisfatórios. Este estudo reforça o uso de ocultações estelares na determinação de tamanhos de pequenos corpos mesmo no contexto de apenas cordas únicas. A metodologia aqui criada pode ser utilizada como um método independente para estimar os tamanhos de pequenos corpos do Sistema Solar na ausência de informações mais detalhadas.

palavras chave: *astrofísica do sistema solar, pequenos corpos*

Rio de Janeiro

Agosto de 2024

Abstract

Size Determination of Small Solar System Bodies from Single-String Occultation Events

Natasha Costa da Fonseca

Advisor: Bruno Eduardo Morgado

FINAL PROJECT ABSTRACT SUBMITTED TO VALONGO OBSERVATORY, FEDERAL UNIVERSITY OF RIO DE JANEIRO, IN FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE BACHELOR'S DEGREE IN ASTRONOMY.

This work addresses the application of the stellar occultation technique for determining the size of small bodies in the Solar System, with a particular focus on the specific case of single chords. The developed methodology was tested on various objects, including asteroids of regular and irregular shapes. The simulations revealed that the accuracy of radius estimations improved significantly with the increase in the number of single-chord events. Comparative results for objects such as Ceres and 2002 MS4 showed that the values obtained are consistent with reference values from the literature. The developed methodology presented limitations for objects with highly irregular shapes, such as Kleopatra and Arrokoth, but still provided satisfactory results. This study reinforces the use of stellar occultations in determining the sizes of small bodies, even in the context of only single chords. The methodology developed here can be used as an independent method to estimate small Solar System bodies sizes without more detailed information.

keywords: *astrophysics of the solar system, small bodies*

Rio de Janeiro

October 2024

Lista de Figuras

1.1	Distribuição de tamanhos dos asteroides do Sistema Solar. Créditos: Marco Colombo (2015).	15
1.2	Dois grandes cinturões de pequenos corpos orbitam o Sol, sendo o primeiro entre as órbitas de Marte e Júpiter (esquerda) e o segundo além da órbita de Netuno (direita). As órbitas dos objetos são regidas por ressonâncias orbitais com os gasosos vizinhos. As linhas verticais cinzas representam as localizações dessas ressonâncias. Fonte: Peixoto (2023), modificado de Fortes (2016).	16
1.3	Sombra de um asteroide, que caminha sobre a superfície da Terra devido à rotação do planeta. No caso das cidades A e E, que estão fora do caminho da sombra, a estrela não será ocultada. As cidades marcadas como B, C e D estão dentro do caminho da sombra, portanto a estrela será ocultada por uma fração de tempo correspondente ao tamanho e forma do asteroide. Fonte: Bruno Morgado, Revista Brasileira de Astronomia (Outubro a Dezembro, 2022).	17
1.4	Perfil de ocultação das duas componentes do asteroide binário Antíope, em Julho de 2011. Cada linha colorida remarca um observador (uma corda), ao combinar as diferentes cordas a silhueta dos asteroides se torna nítida. Fonte: <i>Research and Education Collaborative Occultation Network</i>	19
2.1	Distribuição espacial dos observadores de ocultações ao redor do mundo.	21
2.2	Distribuição de frequência de observação por tamanho dos telescópios (mm)	22
2.3	Eventos de ocultações por ano	22
2.4	Frequência de eventos por número de cordas totais	23
2.5	Eventos registrados por grupos de objetos	24
2.6	Número de ocultações estelares por cada um dos troianos de Júpiter. As cores representam a quantidade de cordas positivas por evento.	25
2.7	Número de ocultações estelares por cada um dos objetos transnetunianos. As cores representam a quantidade de cordas positivas por evento.	25
3.1	Representação de L , d e R em uma circunferência.	27
3.2	Representação de uma circunferência e suas cordas de diferentes tamanhos localizadas em diferentes latitudes.	27
3.3	Distribuição uniforme de distâncias ao centro em um intervalo entre $-R$ e $+R$, para $R = 100$ unidades (esq.). Histograma dos comprimentos das cordas L , representando as cordas de um circunferência de raio 100 unidades (dir.).	28
3.4	Diferentes circunferências que se ajustam à corda (linha vermelha) para diferentes valores de d . Para que a figura fique mais clara, ilustramos aqui apenas os valores de $d > 0$	28

3.5	Distribuição uniforme de distâncias ao centro em um intervalo entre -10000 e +10000 (esq.). Histograma dos raios das circunferências que se encaixam em uma corda de 200 unidades (dir.).	29
3.6	Comparação do modelo com a simulação e seus respectivos resíduos . . .	30
3.7	Comportamento de β_i em relação a L	31
3.8	Comportamento de cada parâmetro	32
3.9	Comparação entre as curvas de cada parâmetro com os ajustes realizados	32
3.10	Cordas individuais em uma circunferência	33
3.11	Combinação das duas cordas de $L = 304.80$ e $L = 386.57$	34
4.1	Visualização dos primeiros 100 testes com p_c igual a 0,00010 (A), 0,00015 (B) e 0,00020 (C), linha de referência em 200, os pontos pretos são os valores de R_p obtidos em cada simulação e as barras em vermelho representam a região de confiança δR_p	37
4.2	Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações e p_c igual a 0,00010 (A), 0,00015 (B) e 0,00020 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.	38
4.3	Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações utilizando dois eventos de cordas únicas e p_c igual a 0,00010 (A), 0,00020 (B) e 0,00030 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.	40
4.4	Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações utilizando três eventos de cordas únicas e p_c igual a 0,00020 (A), 0,00030 (B) e 0,00040 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.	41
4.5	Variação do valor do raio médio (R_p) e da região de confiança (δR_p), valores absolutos (superior) e relativos (inferior) em função do número de cordas. Estes valores foram obtidos para p_c mantendo uma acurácia fixa entre 67-69%. A figura mostra que, com o aumento do número de cordas, tanto a região de confiança, quanto a diferença entre o valor obtido e o valor esperado tendem a diminuir, indicando maior precisão na estimativa do raio.	42
4.6	Representação 3D do TNO Arrokoth comparado a uma circunferência. . .	44
4.7	Representação 3D do asteroide Kleopatra comparado a uma circunferência	45

Lista de Tabelas

3.1	Parâmetros β_i para os três ajustes iniciais	30
4.1	Valores de R_p , região de confiança δR_p , e diferença normalizada para diferentes valores de p_c	36
4.2	Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p	38
4.3	Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p , agora para as simulações utilizando duas cordas únicas. . .	39
4.4	Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p , agora para as simulações utilizando duas cordas únicas. . .	42
4.5	Valores de p correspondentes ao número de cordas N para manter uma acurácia de 67-69% nas simulações.	42
4.6	Valores de raio, segundo a literatura de referência	43
4.7	Comparação dos valores obtidos nas simulações com os valores de referência da literatura, incluindo o número de cordas utilizadas em cada caso.	46

Sumário

1	Introdução	14
1.1	Ocultações Estelares	16
1.2	Objetivos do Projeto	18
2	Motivação e Análise Exploratória	20
3	Metodologia	26
3.1	Probabilidade numérica	26
3.2	Modelagem algébrica para a Probabilidade numérica	29
3.3	Combinação de múltiplas cordas únicas	32
4	Resultados e Discussões	35
4.1	Resultados para as Ocultações Simuladas	35
4.2	Resultados com Dados Reais	43
5	Conclusão	47
	Referências Bibliográficas	49

Capítulo 1

Introdução

A formação do Sol e do Sistema Solar se iniciou com o colapso gravitacional de uma nuvem de gás molecular que, ao contrair, começou a formar uma proto-estrela (que se tornou o Sol) e em seus arredores formou-se um disco de gás e poeira que começam a aglutinar para formar os planetas. Esse processo, que durou na ordem de dezenas de milhões de anos, resultou no Sol, em oito planetas e em uma grande variedade de pequenos corpos (os fragmentos da formação do Sistema Solar; de Pater & Lissauer, 2015). Desta forma, o estudo destes pequenos corpos do Sistema Solar, também chamados de SSSBs (*Small Solar System Bodies*), nos revelam detalhes sobre o processo de formação e evolução do Sistema Solar como um todo.

Assim como os estudos dos SSSBs evoluiu com o tempo, a própria definição destes corpos também sofreu alterações ao longo dos anos. Atualmente, a União Astronômica Internacional definiu algumas condições e nomenclaturas dos objetos que compõem o Sistema Solar. Segundo a resolução B5 de 2006 (Assembly, 2006), pequenos corpos do Sistema Solar são corpos naturais que orbitam o Sol; não são planetas, satélites ou planetas anões. Como limite inferior, Tedesco (2023) sugere que pequenos corpos são objetos com tamanho suficiente para que possam ser observados por telescópios em Terra, resultando um tamanho mínimo de alguns metros de diâmetro. Portanto, de acordo com essa definição, grãos e meteoroides podem não ser considerados pequenos corpos do Sistema Solar.

Reforço que a compreensão dos SSSBs - como asteroides e cometas - fornece informações essenciais na compreensão da origem e evolução dinâmica do nosso Sistema Solar (Wood, 2019). A distribuição de tamanhos destes corpos, como pode ser visto na Figura 1.1, segue uma lei de potência e possui relação direta com a quantidade de matéria pré-existente na nuvem de gás molecular que formou o Sistema Solar.

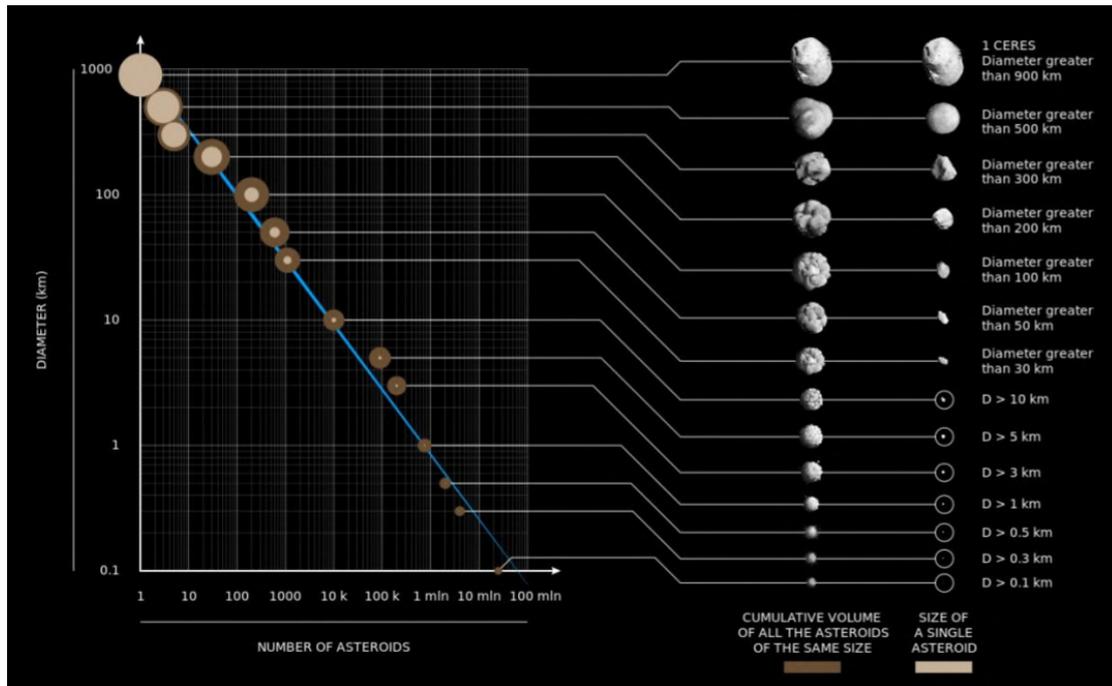


FIGURA 1.1. Distribuição de tamanhos dos asteroides do Sistema Solar. Créditos: Marco Colombo (2015).

Os SSSBs estão presentes em diferentes regiões do Sistema Solar e compõem classes dinâmicas que diferem de acordo com suas localizações e as características das respectivas órbitas (de Pater & Lissauer, 2015). São esses os objetos em órbitas próximas a Terra (NEAs, do inglês *Near Earth Objects*), objetos do cinturão principal (MBAs, do inglês *Main Belt Asteroids*), troianos de Júpiter, Centauros e objetos do cinturão de Kuiper (KBOs, do inglês *Kuiper Belt Objects*) e os demais objetos transnetunianos (TNO, do inglês *Trans-Neptunian Objects*). A Figura 1.2 contém dois histogramas que nos mostram as quantidades destes objetos e como eles se distribuem ao longo do semi-eixo maior orbital, os semi-eixos dos planetas Marte, Júpiter e Netuno estão marcados para comparação.

Em particular os objetos do Sistema Solar exterior (após ou na órbita de Júpiter) são os objetos explorados neste trabalho de conclusão de curso (TCC). Atualmente, o centro de planetas menores (Minor Planet Center, 2024) que contabiliza e mantém o histórico dos SSSB conta com um total de 1382205 pequenos corpos conhecidos, dos quais 13.798 são troianos de Júpiter, 1.682 Centauros e 3.470 transnetunianos (dados extraídos no dia 02/08/2024). Espera-se que ainda existam centenas de milhares de objetos que ainda não foram descobertos.

Existem diferentes maneiras de estudar estes pequenos corpos, como avaliar suas órbitas, suas propriedades físicas e suas composições. Em particular, os tamanhos destes objetos podem ser determinados por diferentes técnicas, elas são: observações por radar,

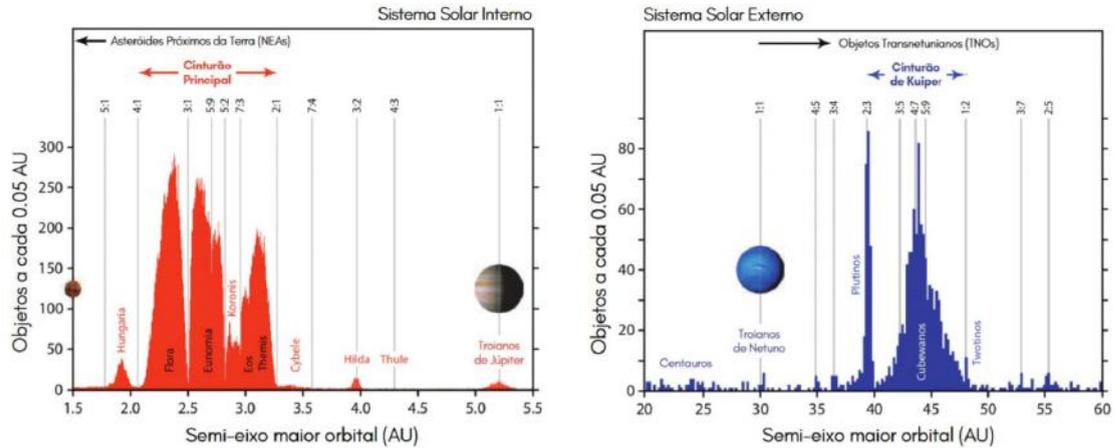


FIGURA 1.2. Dois grandes cinturões de pequenos corpos orbitam o Sol, sendo o primeiro entre as órbitas de Marte e Júpiter (esquerda) e o segundo além da órbita de Netuno (direita). As órbitas dos objetos são regidas por ressonâncias orbitais com os gasosos vizinhos. As linhas verticais cinzas representam as localizações dessas ressonâncias. Fonte: Peixoto (2023), modificado de Fortes (2016).

observações diretas por sondas, observações no espectro do térmico (infra-vermelho) e ocultações estelares. Maiores detalhes sobre estas técnicas podem ser encontrados em de Pater & Lissauer (2015). Neste trabalho de conclusão de curso nos concentramos na determinação dos tamanhos destes objetos e na técnica de ocultações estelares.

1.1 Ocultações Estelares

Entre as técnicas observacionais, as ocultações estelares concedem uma gama rica de informações sobre os objetos ocultadores. A técnica permite a determinação de seus tamanhos e formatos (Sicardy et al., 2011; Ortiz et al., 2012), busca por topografia na superfície (montanhas e crateras; Rommel et al., 2023; Dias-Oliveira et al., 2017), caracterização de suas vizinhanças, como por exemplo a detecção de atmosferas (Sicardy et al., 2024) e anéis (Morgado et al., 2023).

Um evento de ocultação estelar ocorre quando um corpo celeste, como um planeta, uma lua, ou um asteroide, passa em frente a uma estrela para um dado observador. Durante o evento ele temporariamente irá ocultar a luz da estrela (Gomes-Júnior et al., 2022), a Figura 1.3 mostra uma ilustração que detalha uma ocultação estelar. Em resumo, esse fenômeno assemelha-se a um eclipse solar, porém em vez da Lua bloquear a luz solar, é um outro corpo no Sistema Solar que bloqueia a luz de uma estrela que está muito distante. Por se localizarem a distâncias significativas da Terra, podem ser comparados a um feixe de luz no infinito (raios paralelos de luz). Desta forma, é possível fazer uma comparação direta entre o tamanho e formato da sombra observada com o tamanho e formato do objeto ocultador.

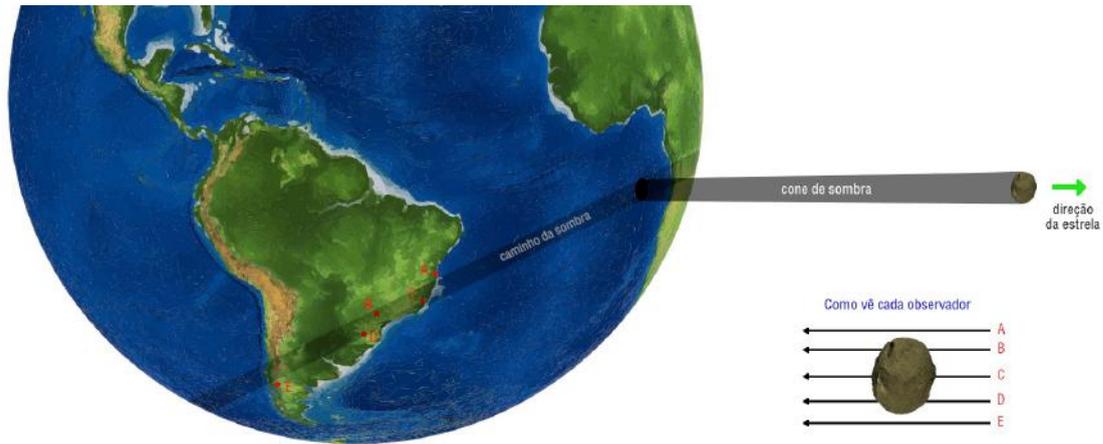


FIGURA 1.3. Sombra de um asteroide, que caminha sobre a superfície da Terra devido à rotação do planeta. No caso das cidades A e E, que estão fora do caminho da sombra, a estrela não será ocultada. As cidades marcadas como B, C e D estão dentro do caminho da sombra, portanto a estrela será ocultada por uma fração de tempo correspondente ao tamanho e forma do asteroide. Fonte: Bruno Morgado, Revista Brasileira de Astronomia (Outubro a Dezembro, 2022).

O processo de observar eventos de ocultação começa com a criação de uma lista de alvos com potenciais ocultações estelares previstas de acordo com suas órbitas. Uma vez identificado um evento candidato cuja trajetória terrestre passa sobre o local de um observador, os preparativos para a observação começam. Antes do evento acontecer, o telescópio de observação é direcionado para a estrela alvo e a curva de luz da estrela é registrada. O registro da curva de luz continua durante e por um curto período após o instante previsto para o evento em determinada localidade. Esse tempo extra de gravação é devido em parte às incertezas na órbita dos objetos ocultantes, mas também devido à possibilidade de detectar outros objetos orbitando o objeto principal, por exemplo, no caso de um asteroide binário (Segev et al., 2022) e de sistemas de anéis ao redor do corpo principal. Em particular os anéis do planeta Urano foram detectados dessa maneira (French et al., 2023), além dos anéis em torno dos pequenos corpos como Chariklo (Braga-Ribas et al., 2014) e Quaoar (Morgado et al., 2023).

O método exato de determinação da curva de luz depende do equipamento disponível e dos objetivos da observação. No entanto, a aquisição do tempo no referencial universal (UTC) é essencial em todos os eventos de ocultação. O instante de tempo preciso em que o SSSB oculta a estrela é essencial para combinarmos os diferentes observadores em um mesmo referencial. Além disso é importante enfatizar que os eventos de ocultação geralmente duram apenas alguns segundos, desta forma são necessários tempos de integração muito rápidos para permitir uma resolução temporal adequada que se transforma em uma resolução espacial de alguns poucos quilômetros.

Ao realizar medições dos tempos de início e fim do evento (momento de desaparecimento e reaparecimento da estrela), juntamente com a localização geográfica do observador e a posição astrométrica dos objetos envolvidos, é possível projetar estes instantes

no plano do céu, se tornando o que chamamos de “cordas positivas”. O comprimento da corda pode ser determinado, fornecendo uma primeira indicação do tamanho do objeto ocultante. Ao combinar observações de um mesmo evento feitas de várias localidades diferentes, múltiplas cordas cruzando o objeto ocultante podem ser determinadas, fornecendo uma visualização precisa do limbo do objeto no instante da ocultação, o que pode nos revelar sua forma e tamanho.

Além de usar esta técnica para a determinação do tamanho e forma do objeto ocultador, um outro resultado é a posição astrométrica deste SSSB em relação a estrela ocultada (Rommel et al., 2020). Em particular, ao conhecermos com precisão a posição da estrela obtida de catálogos estelares, como por exemplo aqueles obtidos pela missão Gaia (Gaia Collaboration et al., 2016), também sabemos a posição do corpo ocultador no momento da ocultação. Estas posições astrométricas permitem melhorar a órbita do objeto ocultador (Desmars et al., 2015) e por consequência prever novas ocultações estelares com mais acurácia.

De modo geral, a estratégia de múltiplos observadores durante o mesmo evento tem sido usada para derivar modelos com formatos sofisticados para asteroides, cujo formato pode ser altamente irregular como é o exemplo do asteroide binário Antíope (Herald et al., 2020). O resultado de uma ocultação multi-cordas por Antíope é apresentado na Figura 1.4, onde fica evidente que quanto maior o número de cordas, mais detalhes do pequeno corpo podem ser obtidos.

Embora ocultações com apenas uma corda positiva apresentem resultados limitados (Gomes-Júnior et al., 2022), estes são os eventos mais recorrentes, como iremos detalhar no Capítulo 2. Em particular, não é raro que um mesmo SSSB esteja envolvido em diferentes eventos, onde cada qual possui apenas uma única corda positiva. Desta forma, o nosso objetivo é explorar estes eventos de cordas únicas e desenvolver uma forma sistemática de determinar os tamanhos dos SSSBs a partir de dados de ocultações de cordas únicas.

1.2 Objetivos do Projeto

Este projeto tem como objetivo geral auxiliar no entendimento dos pequenos corpos do Sistema Solar, em particular no que diz respeito aos seus tamanhos. E assim contribuirmos para uma melhor determinação da distribuição de tamanhos destes objetos o que traz informações valiosas sobre a formação do Sistema Solar. Como objetivo específico, visamos desenvolver uma metodologia que se baseia em métodos estatísticos para determinação dos tamanhos dos pequenos corpos que foram observados por eventos

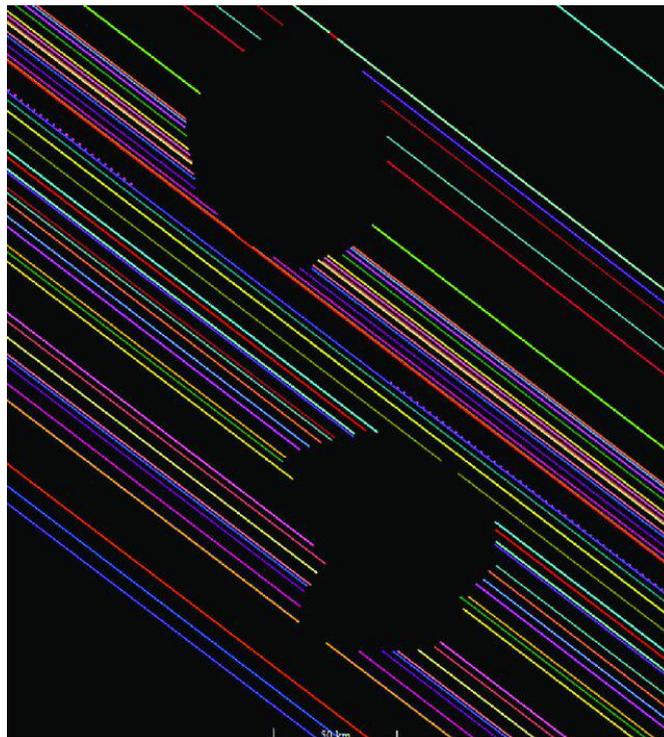


FIGURA 1.4. Perfil de ocultação das duas componentes do asteroide binário Antíope, em Julho de 2011. Cada linha colorida remarca um observador (uma corda), ao combinar as diferentes cordas a silhueta dos asteroides se torna nítida. Fonte: *Research and Education Collaborative Occultation Network*.

de ocultação estelar de apenas uma corda. Note que um mesmo objeto pode ter sido observado múltiplas vezes em diferentes eventos de apenas uma corda.

No Capítulo 2 fazemos uma análise dos dados disponíveis do *Occultation Portal* (OP, Kilic et al., 2022) onde exploramos principalmente os números de eventos observados, quantos destes possuem apenas uma corda e como se comporta a ocorrência destes eventos para um dado objeto. No Capítulo 3 descrevemos a metodologia desenvolvida que se baseia na primeira aproximação de corpos esféricos. No Capítulo 4 apresentamos os resultados obtidos para as nossas simulações e os resultados para alguns casos reais e como eles se compararam com a literatura disponível. As conclusões e considerações finais se encontram no Capítulo 5.

Capítulo 2

Motivação e Análise Exploratória

A ciência é, e sempre foi, um trabalho realizado em conjunto. A participação da comunidade de observadores amadores é crucial e tem um papel fundamental ao conduzir observações de campo com seus próprios telescópios durante eventos de ocultações estelares. Este apoio permite aumentar o número de medidas, viabilizando análises mais abrangentes. Ao se posicionarem antecipadamente em diferentes locais geográficos, eles possibilitam um aumento no registro de objetos observados e também proporcionam uma cobertura cada vez mais ampla destes fenômenos.

Estes observadores frequentemente colaboram em verdadeiras redes internacionais compartilhando dados e coordenadas de observação beneficiando toda a comunidade científica. Um exemplo destas redes é a colaboração *Lucky Star*, liderada pelo Dr. Bruno Sicardy (Observatório de Paris, França), Dr. Roberto Vieira-Martins (Observatório Nacional, Brasil) e Dr. José-Luis Ortiz (Instituto de Astrofísica de Andalucía, Espanha).

Dado o grande número de colaboradores e que os eventos de ocultações podem ocorrer em quaisquer lugares do nosso planeta, uma ferramenta eficiente que permite o gerenciamento das campanhas, a coleta dos dados observações e seus respectivos relatórios se faz necessária. Desta forma, o *Occultation Portal* (OP, Kilic et al., 2022) foi desenvolvido. O OP é um portal científico que alimenta uma base de dados colaborativa, onde os próprios observadores registram os dados e os relatórios de suas observações. Este portal foi desenvolvido por Yücel Kiliç (Observatório Nacional de TÜBİTAK, Turquia).

Este Portal, além de permitir o gerenciamento organizado de campanhas de ocultações estelares ele também permite avaliarmos em primeira mão as tendências deste tipo de observação, uma vez que contém de forma organizada um banco de dados com todas as observações já submetidas, as localizações dos observadores, a instrumentação utilizada,

os eventos observados e suas respectivas datas de observação. É importante enfatizar que esses registros são manuais e a base de dados está sujeita a erros humanos. As extrações das análises foram realizadas no dia 03/08/2024 e o OP entrou em funcionamento em 18/03/2019, logo observações nos períodos iniciais de sua implementação podem não ter sido adicionado devido a uma curva de aprendizado dos observadores.

Começamos essa análise exploratória observando alguns números gerais. A primeira observação registrada no banco de dados data de 18/03/2019 e a última foi submetida em 22/07/2024, ao total temos 778 cordas positivas, 243 eventos observados envolvendo 97 pequenos corpos do Sistema Solar. Os observadores se encontram espalhados por diversas regiões do mundo, como pode ser visto na Figura 2.1. Note a grande aglomeração de observações nos Estados Unidos e na Europa, o que possui correlação com a disponibilidade e os preços dos instrumentos. No Brasil, as observações se aglomeram em regiões costeiras.

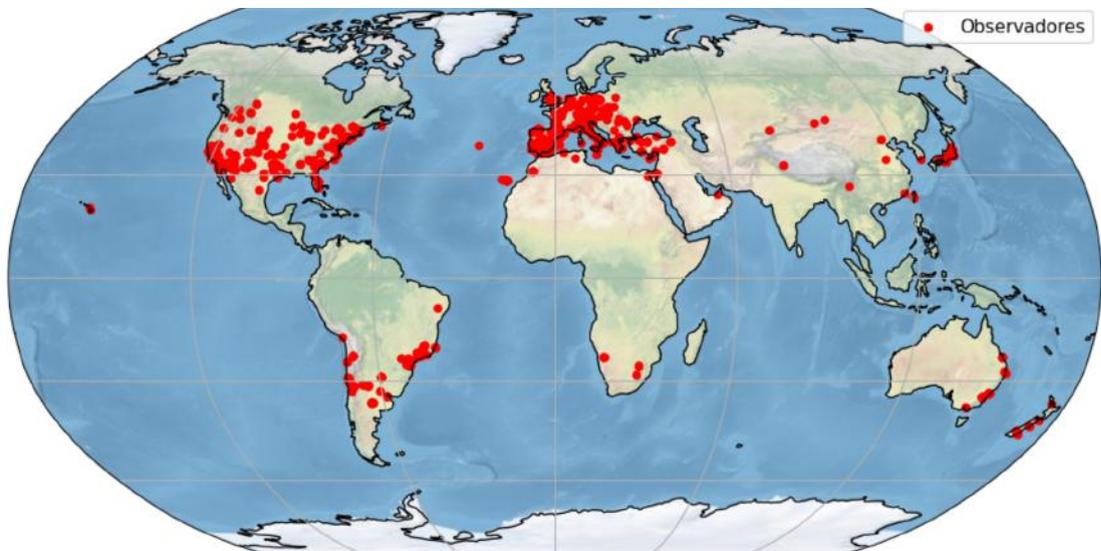


FIGURA 2.1. Distribuição espacial dos observadores de ocultações ao redor do mundo.

Temos um total de 372 observadores que participaram das observações, a distribuição do número de observações por tamanho do telescópio pode ser vista na Figura 2.2, o que nos mostra que $\sim 66\%$ dos eventos observados foram feitos com telescópios com abertura inferior a 0,4 m. Além dos observadores amadores, telescópios profissionais também foram utilizadas, por exemplo podemos destacar o SOAR, no Chile, com 4,1 m; o CFHT, no Havai/Estados Unidos, com 3,6 m e o OPD, com 1,6 m.

Em segundo momento, começamos a avaliar os eventos observados. Desta forma, observamos como o número de cordas observadas evolui com o tempo como destacado no histograma da Figura 2.3, que mostra o número de ocultações positivas observadas desde Março de 2019. Para os anos iniciais (2019 e 2020), os números apresentados não representam os números reais de ocultações observadas, mas sim o número de entradas

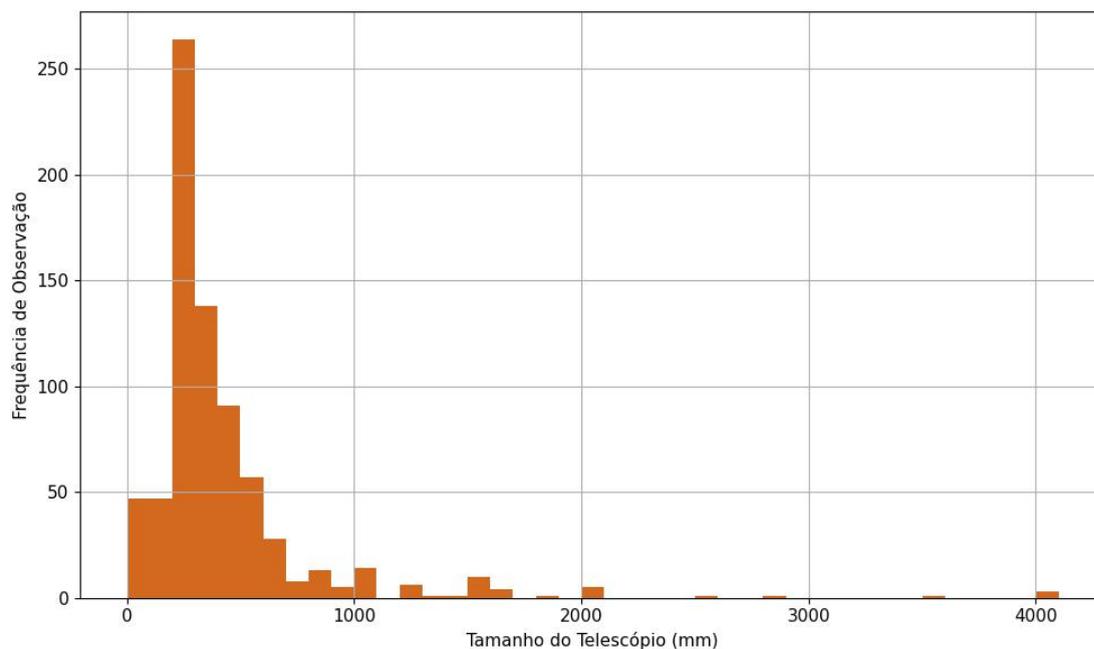


FIGURA 2.2. Distribuição de frequência de observação por tamanho dos telescópios (mm)

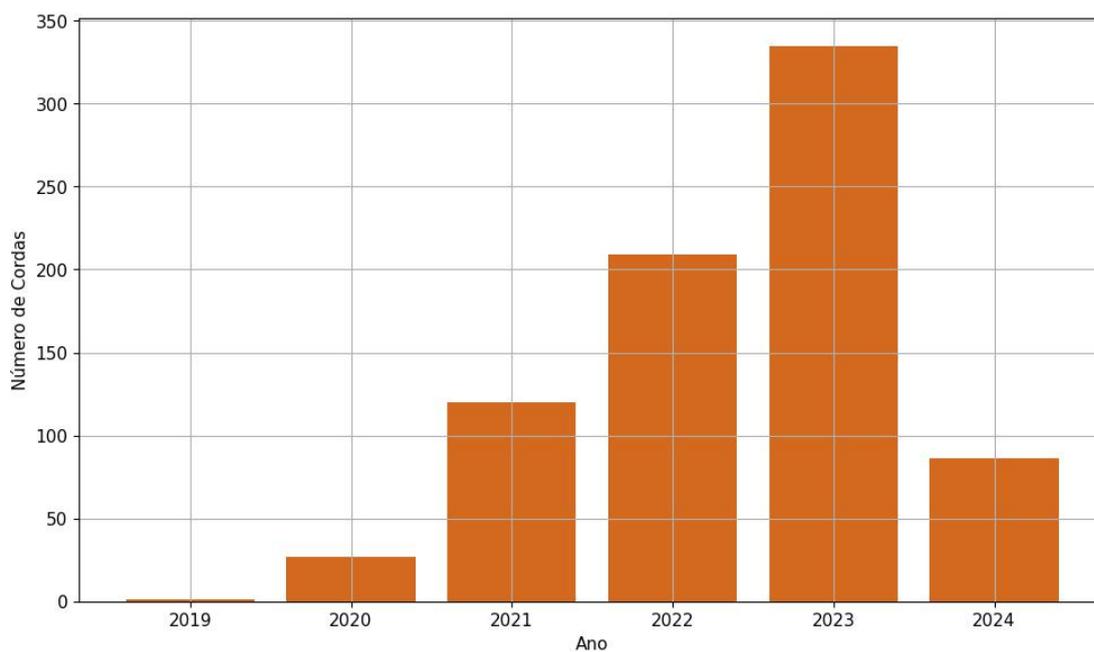


FIGURA 2.3. Eventos de ocultações por ano

registrados pelos observadores. Logo, o crescimento entre 2019 e 2021 reforça a curva de aprendizagem de utilização do OP, além de um crescimento contínuo do número de cordas observadas destes eventos de ocultação. Uma parte importante deste crescimento se dá aos precisos catálogos astrométricos Gaia, que teve a sua versão mais atual (DR3) publicada em 13/06/2022, (Agency, 2022), e o esforço contínuo para melhoria das órbitas dos SSSBs. Por fim é importante ressaltar que os dados para 2024 estão truncados, uma

vez que só temos dados até a presente data (agosto de 2024).

Também podemos avaliar o número de eventos observados e quantas cordas cada um deles possui. A Figura 2.4 sumariza isso, nos revelando o número de eventos com um determinado número de cordas. Ressaltamos que dos 243 eventos observados, 120 foram apenas de uma única corda, o que é equivalente a 49% do total.

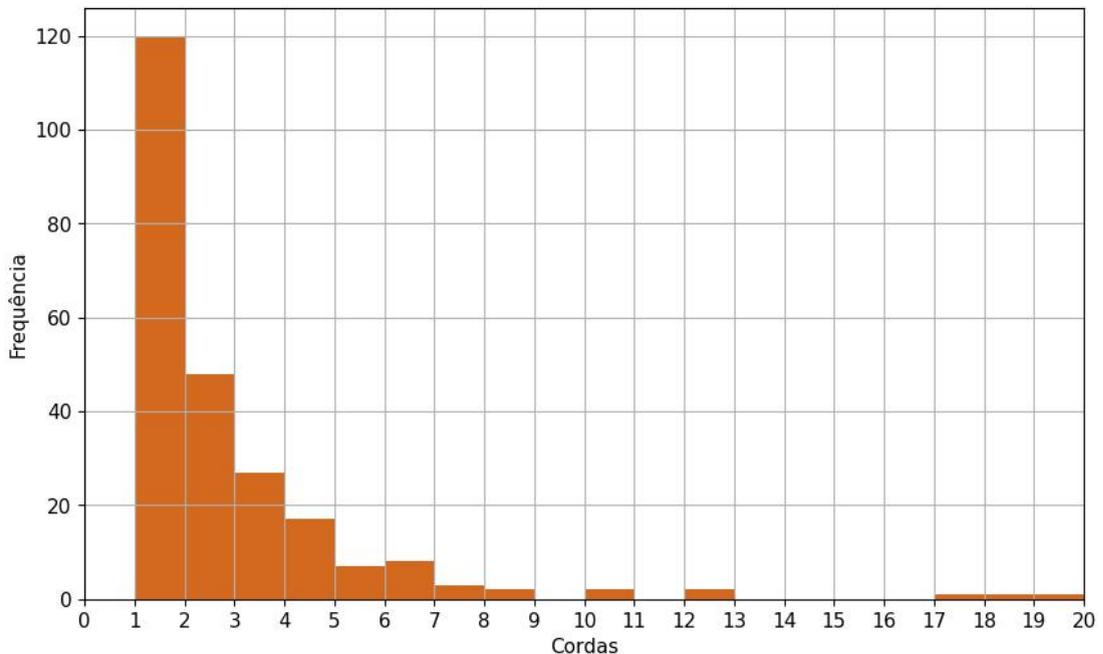


FIGURA 2.4. Frequência de eventos por número de cordas totais

Uma terceira análise que fizemos se baseia na classe orbital dos objetos com ocultações observadas. Ao utilizarmos os nomes dos objetos presentes no banco de dados do OP com o banco de dados de pequenos corpos do Sistema Solar, *Small Body DataBase*, *SBDB* (NASA, 2024), podemos recuperar parâmetros físicos e orbitais dos objetos, em particular, os nomes de seus grupos dinâmicos. Como visto na Figura 2.5 podemos contabilizar quantos eventos por cada grupo de objetos foram submetidos ao OP. É importante ressaltar que este gráfico reforça o interesse observacional do grupo *Lucky Star* o que explica a ausência de algumas classes dinâmicas, como por exemplo os objetos do cinturão principal de asteroides. Nesta figura, nota-se que os troianos de Júpiter compõem 45% de todos os eventos registrados no OP e os transnetunianos compõem 27% do total.

A seguir podemos avaliar como os eventos se distribuem em relação aos diferentes objetos, isto é, quantos eventos por um determinado objeto foram observados. Neste mesmo contexto podemos selecionar quantas cordas positivas cada um destes eventos obteve, assim podemos entender a recorrência de eventos de cordas únicas para um

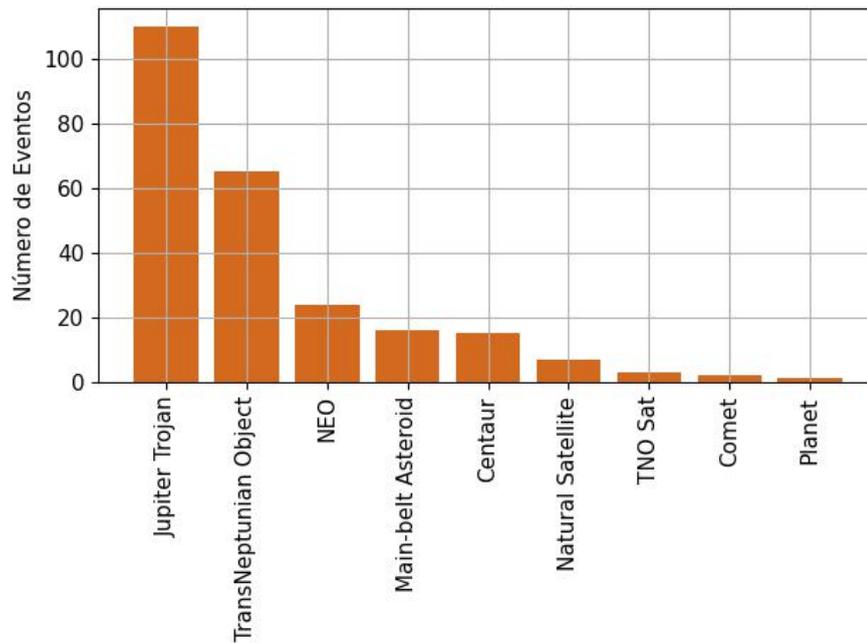


FIGURA 2.5. Eventos registrados por grupos de objetos

determinado objeto. Note as Figuras 2.6 e 2.7, onde a primeira nos mostra os eventos para os troianos de Júpiter e o segundo para os objetos transnetunianos.

Estas figuras nos trazem informações muito importantes, e é possível notar que existe uma recorrência de cordas únicas, veja por exemplo os casos dos troianos (12929) Periboea e o (588) Achilles, onde ambos foram observados em 5 eventos, todos de apenas uma corda. De maneira similar temos (58931) Palmys e o (3793) Leonteus que foram observados em 4 eventos, todos de corda única. Mesmo objetos como (624) Hektor, (911) Agamemnon e (3317) Paris, que já foram observados em eventos com 3 ou mais cordas, possuem um número considerável de eventos de apenas uma corda.

No contexto dos transnetunianos, essa figura é um pouco diferente, por se tratar de objetos maiores (raios de algumas centenas de km) observações com 2 ou mais cordas se tornam mais comuns. Ainda assim podemos notar que (50000) Quaoar foi observado em 5 eventos com apenas uma corda e (307261) 2002MS4 foi observado em 4 eventos com 2 ou menos cordas.

A análise exploratória dos dados de ocultações estelares armazenados no OP permitiram perceber, dentre outras tendências, uma grande quantidade de eventos de corda única no geral e para um mesmo corpo. A literatura mostra que cordas únicas são usualmente utilizadas para obter uma posição astrométrica e permitem a determinação de limites inferiores no diâmetro do objeto ocultador (Rommel et al., 2020). Aqui propomos uma metodologia inédita que busca utilizar múltiplos eventos de única corda para

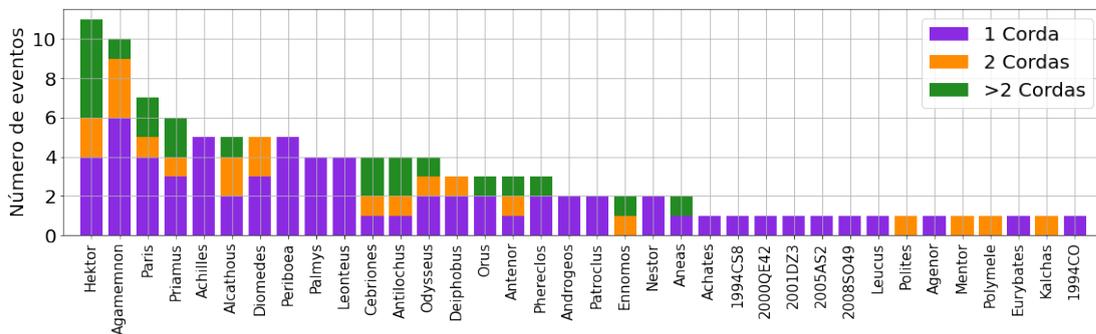


FIGURA 2.6. Número de ocultações estelares por cada um dos troianos de Júpiter. As cores representam a quantidade de cordas positivas por evento.

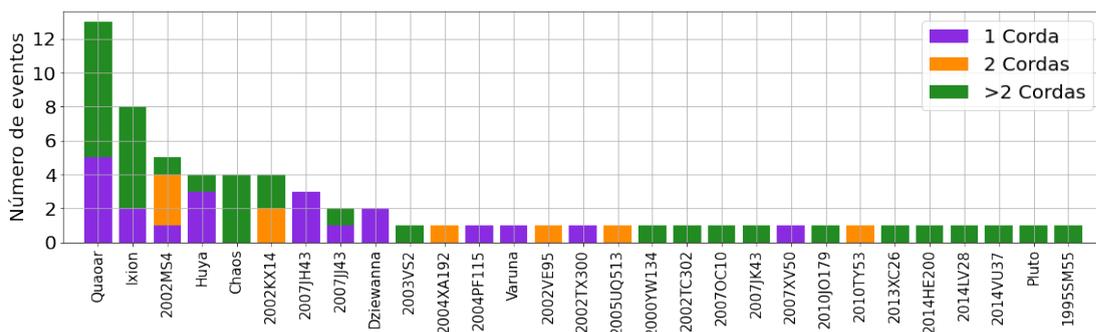


FIGURA 2.7. Número de ocultações estelares por cada um dos objetos transnetunianos. As cores representam a quantidade de cordas positivas por evento.

derivar o diâmetro do objetos. A metodologia será apresentada em detalhes no próximo capítulo.

Capítulo 3

Metodologia

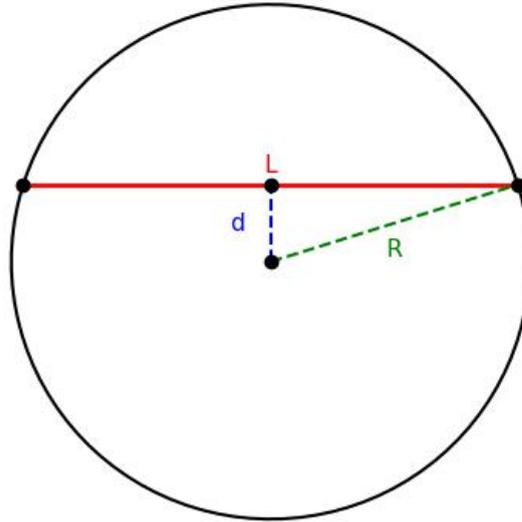
Inicialmente, uma ocultação observada por uma única corda é analisada assumindo que o objeto possui uma forma conhecida. Se essa forma não for de fato conhecida, podemos assumir como primeira aproximação uma forma esférica, ou sua contraparte bidimensional, a circunferência. Isso proporciona de imediato uma primeira estimativa do diâmetro mínimo possível do objeto, se ele possuir uma forma arredondada. Porém, avaliamos aqui se é possível ir além e utilizar cordas únicas para estimar o raio mais provável para o corpo ocultador.

3.1 Probabilidade numérica

Em geral, não conhecemos a posição do corpo no tempo com grande precisão. Logo, começamos assumindo que o objeto possui uma forma esférica e buscamos uma resposta para a seguinte pergunta: **A partir de uma circunferência de um dado raio (R), qual é a distribuição de probabilidade dos tamanhos das cordas (L)?**

Para responder essa questão, partimos de uma circunferência de raio (R) e de uma corda de ocultação com comprimento (L) cujo centro está à uma distância (d) do centro da circunferência (Figura 3.1). Note que temos um triângulo retângulo formado pela hipotenusa (R) e os catetos $L/2$ e d . Portanto, o teorema de Pitágoras (Equação 3.1) nos permite concluir que para $d = 0$ teremos uma corda diametral, ou seja, $L = 2R$. Por assumirmos uma circunferência, se $d > R$ a corda será negativa, ou seja, L não terá valor real.

$$(L/2)^2 + d^2 = R^2 \tag{3.1}$$

FIGURA 3.1. Representação de L , d e R em uma circunferência.

Para entender como a distribuição de probabilidade irá se comportar no intervalo de distância de $0 < d < R$, computamos uma simulação de Monte Carlo. De maneira ilustrativa, para um número pequenos de cordas uniformemente espaçadas, o que queremos fazer é medir os tamanhos das cordas e diferentes distâncias (d) do centro do círculo, tal qual apresentado na Figura 3.2.

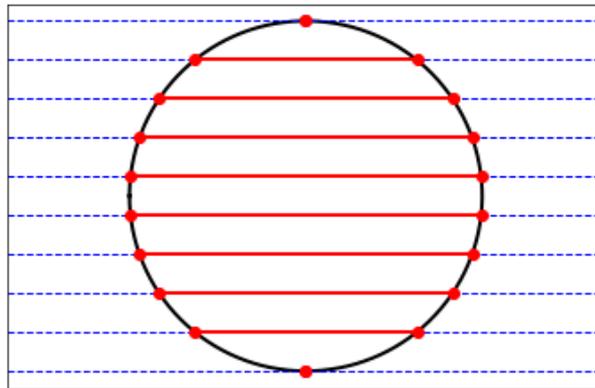


FIGURA 3.2. Representação de uma circunferência e suas cordas de diferentes tamanhos localizadas em diferentes latitudes.

Para tal, montamos uma distribuição uniforme de distâncias (d), com 1 milhão de valores aleatórios entre $-R$ e $+R$ (pois não sabemos a posição da corda sobre o corpo). Nesta primeira análise consideramos $R = 100$ unidades e um exemplo desta distribuição pode ser vista na Figura 3.3a. Então, aplicamos a distribuição de d na equação (3.1), o que nos resulta em um conjunto de tamanhos de cordas, o qual pode ser ilustrado como um histograma dos L como visto na Figura 3.3b.

Inesperadamente, a distribuição resultante do tamanhos de cordas não é uniforme. Há uma clara preferência para valores maiores, próximos à $2R$, em comparação com

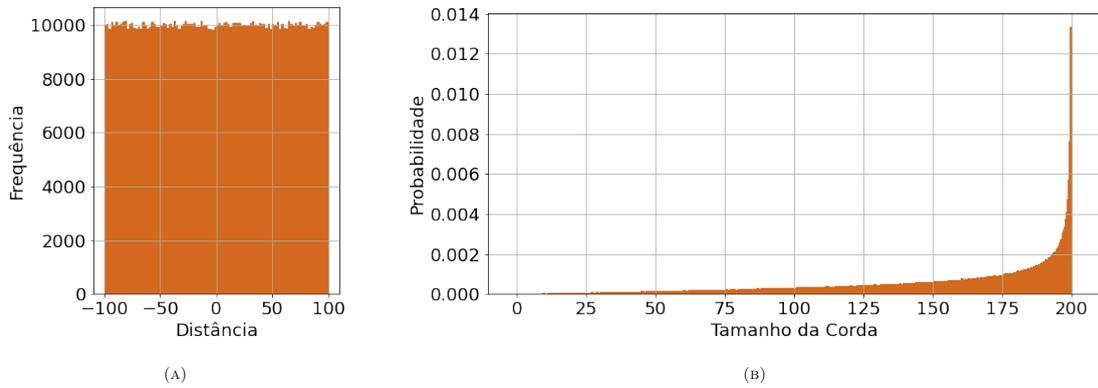


FIGURA 3.3. Distribuição uniforme de distâncias ao centro em um intervalo entre $-R$ e $+R$, para $R = 100$ unidades (esq.). Histograma dos comprimentos das cordas L , representando as cordas de um circunferência de raio 100 unidades (dir.).

cordas menores. Por exemplo, a probabilidade para gerar uma corda de comprimento igual à $0,0015 \times R$ (neste exemplo, 0,15 unidades) é da ordem de 10^{-6} ou uma em um milhão.

A segunda pergunta que buscamos responder foi: **qual é a probabilidade do objeto possuir um dado raio (R) à partir da observação de uma corda de um dado comprimento (L)?** De maneira visual, o que estamos testando é um grande conjunto de circunferências e avaliando como se comporta a distribuição de probabilidades, a Figura 3.4 ilustra essa simulação mostrando uma grande quantidade de circunferências ajustadas à corda.

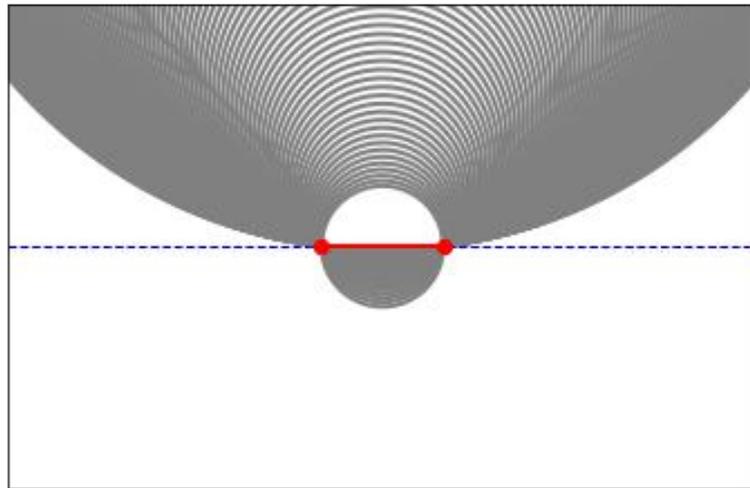


FIGURA 3.4. Diferentes circunferências que se ajustam à corda (linha vermelha) para diferentes valores de d . Para que a figura fique mais clara, ilustramos aqui apenas os valores de $d > 0$.

Para exemplificar consideramos um $L = 200$ unidades e geramos 10 milhões de valores aleatórios para d no intervalo entre $-50 \times L$ e $+50 \times L$. Um exemplo da distribuição pode ser vista na Figura 3.5a. Então, aplicamos a distribuição de d na

mesma equação (3.1), o que nos resulta em um conjunto de Raios de circunferências, o qual ilustramos como um histograma dos R como visto na Figura 3.5b.

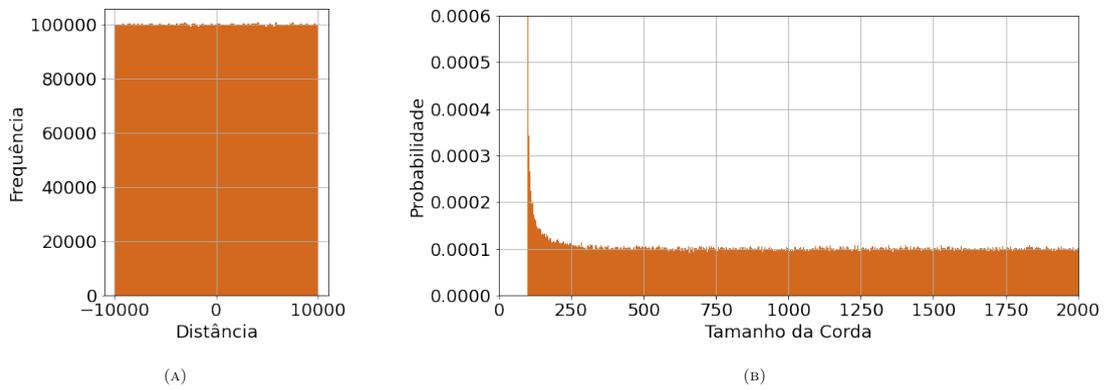


FIGURA 3.5. Distribuição uniforme de distâncias ao centro em um intervalo entre -10000 e +10000 (esq.). Histograma dos raios das circunferências que se encaixam em uma corda de 200 unidades (dir.).

A distribuição de probabilidade dos tamanhos das circunferências novamente não são uniformes, havendo uma probabilidade maior para valores onde $R \approx L/2$. Esta distribuição tenderá a se uniformizar se testarmos valores muito maiores para d , porém a baixa probabilidade de cordas rasantes justifica limitar nossa simulação para valores entre $\pm 50 \times L$. Por fim, fixando então um valor de probabilidade limite (p), podemos então definir um intervalo de confiança para o valor do R mais provável.

3.2 Modelagem algébrica para a Probabilidade numérica

O cálculo numérico é bastante vantajoso em termos da precisão que pode ser alcançada, especialmente em sistemas onde as soluções analíticas são inviáveis ou inexistentes. Em contextos onde há múltiplas variáveis interdependentes, o cálculo numérico permite obter resultados que podem ser ajustados e refinados conforme necessário. Entretanto, a necessidade de recursos computacionais significativos (em grande escala) pode resultar em tempos de execução prolongados.

Desta forma, a fim de acelerar as simulações das probabilidades em diferentes cenários, buscamos encontrar uma equação algébrica que descreva nossos resultados numéricos. Começamos então avaliando qual função seria adequada. Após testes empíricos, a que melhor se adaptou aos dados foi dado pela formulação:

$$prob(R) = \beta_0 + \frac{1}{\beta_1 \times (R + \beta_2)^{\beta_3}}, \tag{3.2}$$

onde β_0 , β_1 , β_2 e β_3 são os parâmetros a serem ajustados do modelo algébrico. O que fazemos utilizando o método dos mínimos quadrados a partir de ferramentas em PYTHON3 se baseando no SCIPY.

As probabilidades numéricas foram geradas utilizando o formalismo apresentado em 3.1 onde testamos para diferentes valores de L . A Figura 3.6 mostra este ajuste, os pontos vermelhos são os valores da probabilidade a partir de nossa simulação numérica, a linha lilás o modelo da equação (3.2) ajustado aos pontos vermelhos. Nos painéis inferiores a diferença entre o modelo e a distribuição de R são representados por marcadores em lilás para três valores arbitrários de tamanhos de cordas; 124, 200 e 328 unidades, Figuras 3.6a, 3.6b e 3.6c, respectivamente.

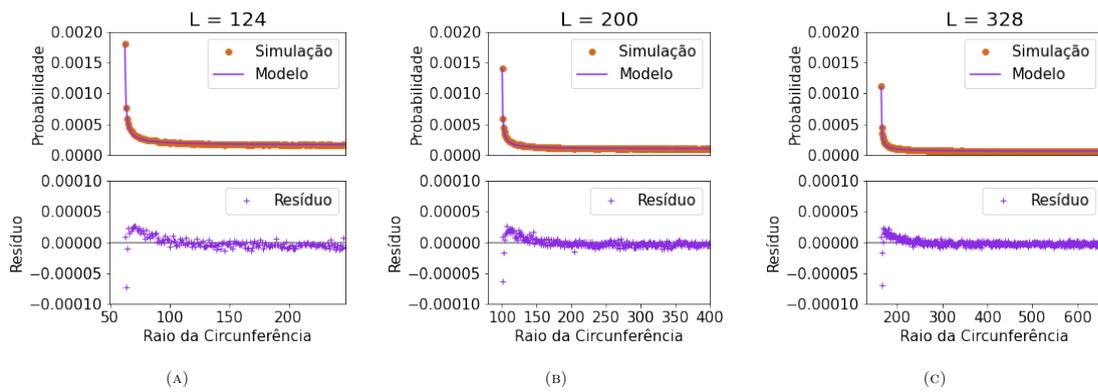


FIGURA 3.6. Comparação do modelo com a simulação e seus respectivos resíduos

A visualização dos resíduos demonstrou que o modelo se ajusta bem aos dados simulados, com erros residuais pequenos, uma ordem de grandeza abaixo dos valores obtidos numericamente. Esperava-se que os resíduos estivessem uniformemente distribuídos em torno de zero, o que não é o caso, o que revela que nosso modelo não descreveu a distribuição perfeitamente, mas ainda assim é um ajuste adequado em primeira aproximação. A Tabela 3.1 mostra como os parâmetros β_i se comportaram para cada um dos três ajustes iniciais.

Parâmetro	$L = 124$	$L = 200$	$L = 328$
β_0	$+1,5992 \times 10^{-4}$	$+9,8960 \times 10^{-5}$	$+6,0177 \times 10^{-5}$
β_1	$+1,0002 \times 10^{+3}$	$+1,2464 \times 10^{+3}$	$+1,5688 \times 10^{+3}$
β_2	$-6,1930 \times 10^{+1}$	$-9,9952 \times 10^{+1}$	$-1,6397 \times 10^{+2}$
β_3	$+8,6413 \times 10^{-1}$	$+8,1955 \times 10^{-1}$	$+7,7763 \times 10^{-1}$

TABELA 3.1. Parâmetros β_i para os três ajustes iniciais

A variação nestes parâmetros nos motivou a buscar entender qual a relação de cada um deles com o valor de L , assim refizemos este processo para valores de L variando entre 10 e 1000 unidades, desta forma obtemos os seguintes gráficos apresentados na Figura 3.7.

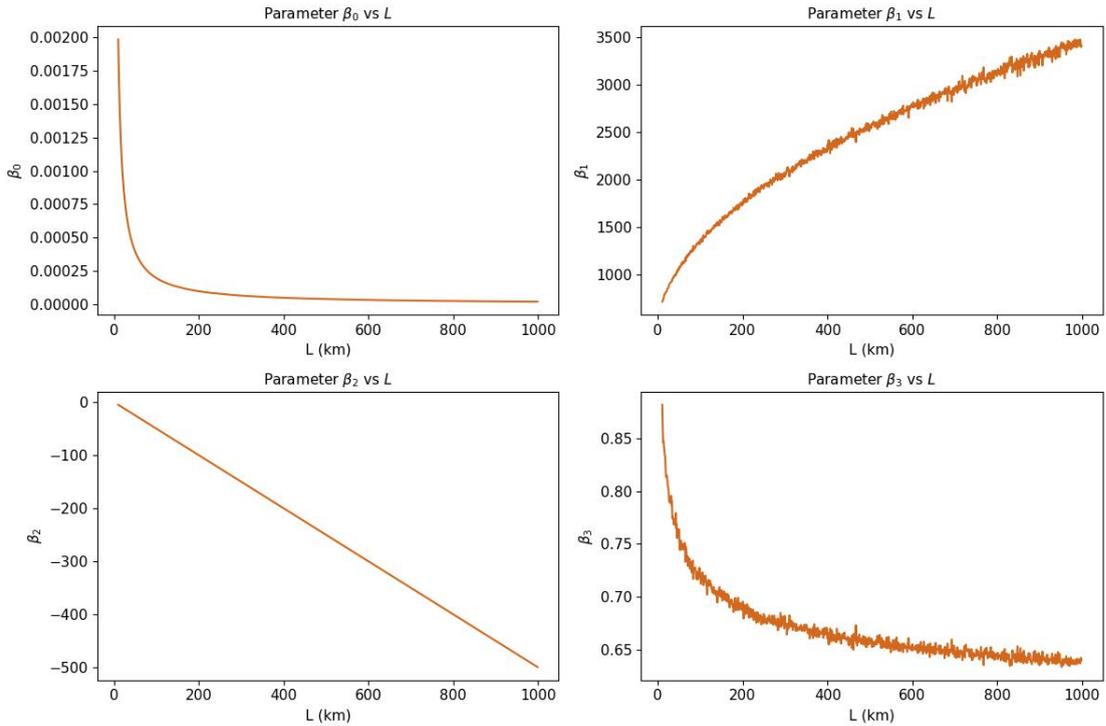


FIGURA 3.7. Comportamento de β_i em relação a L

Novamente, utilizando a técnica de mínimos quadrados, ajustamos funções algébricas que representam como cada β_i varia com L e assim obtivemos que:

$$\begin{aligned}
 \beta_0 &= \frac{0,02}{L}, \\
 \beta_1 &= 387 + 96,8 \times \sqrt{L}, \\
 \beta_2 &= -0,5 \times L, \\
 \beta_3 &= 0,55 + 0,62 \times L^{-0,28}.
 \end{aligned}
 \tag{3.3}$$

A Figura 3.8 mostra como os ajustes destes parâmetros se comportam, note que eles são capazes de reproduzir os resultados com alta precisão.

Desta forma, para um dado tamanho de uma corda, L , podemos descrever a probabilidade de uma circunferência de um dado raio, R , a partir da equação (3.2) combinada com as equações (3.3). A Figura 3.9 nos mostra o funcionamento desta metodologia para um L arbitrário igual a 427 unidades. Note o resíduo pequeno e condizente com aqueles representados nas Figuras 3.6.

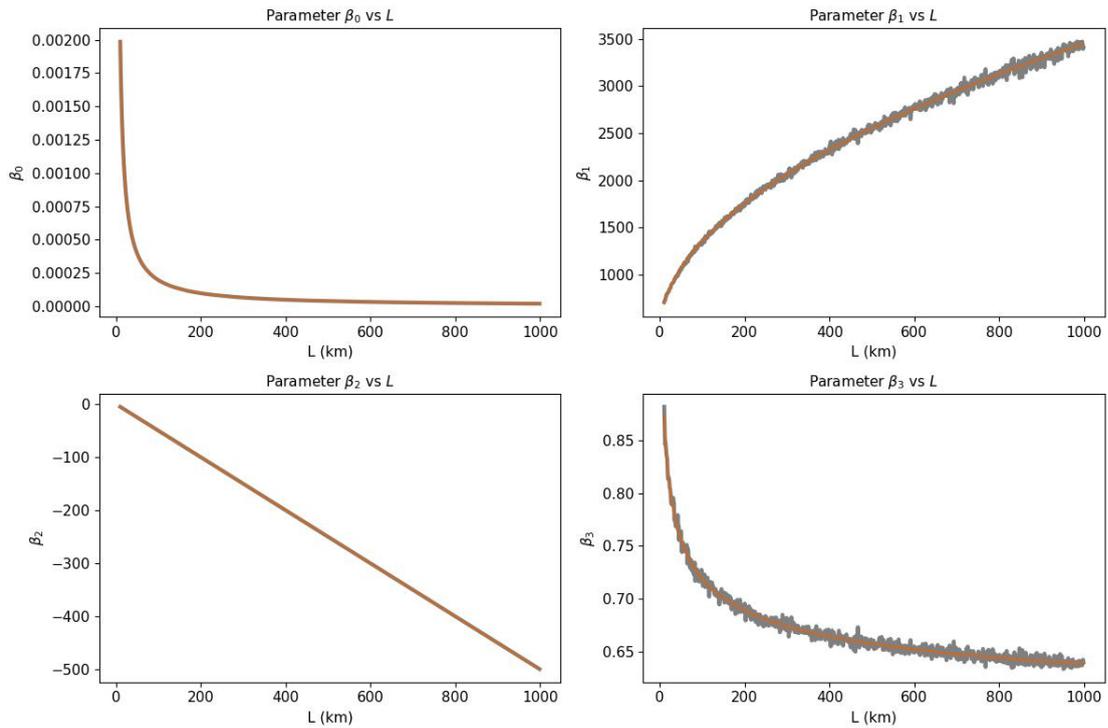


FIGURA 3.8. Comportamento de cada parâmetro

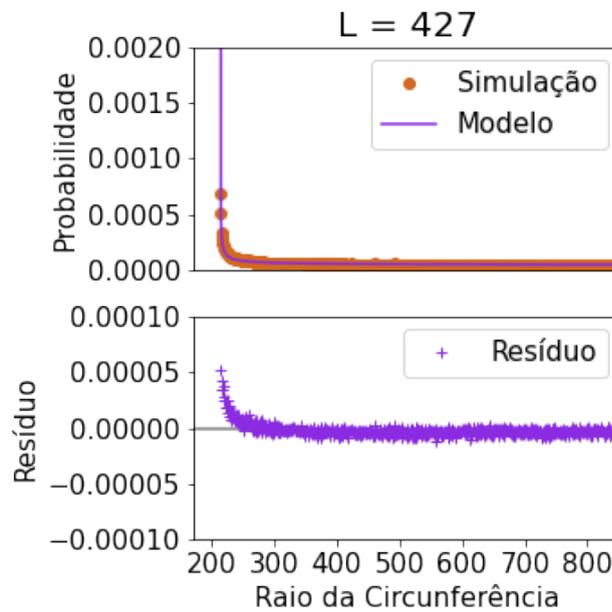


FIGURA 3.9. Comparação entre as curvas de cada parâmetro com os ajustes realizados

3.3 Combinação de múltiplas cordas únicas

Como discutido no Capítulo 2, eventos de ocultações estelares de corda única são os tipos mais recorrentes de eventos. Inclusive não é raro que o mesmo objeto do Sistema Solar tenha sido observado em mais de um evento de corda única. Desta forma, o nosso

próximo passo é combinar múltiplos eventos de corda única, para se determinar qual o seu efeito na busca de uma forma aproximada mais provável.

Utilizando a formulação obtida na seção 3.2 computamos a probabilidade para dois diferentes comprimentos de cordas L_1 e L_2 , e buscamos a região onde uma e outra são mais prováveis, para isso podemos usar o operador lógico \cap (interseção ou AND em inglês, que traduz "e" em português) para o caso onde temos dois eventos que são independentes, podemos dizer que:

$$prob(L_1 \cap L_2) = prob(L_1) \times prob(L_2). \quad (3.4)$$

Como exemplos podemos calcular a probabilidade de uma mesma circunferência de raio R explicar ambas as cordas de duas ocultações, como ilustrado na Figura 3.10. Neste exemplo, $R = 200$, $L_1 = 304.80$ e $L_2 = 386.57$. As probabilidades podem ser vistas na Figura 3.11, onde o painel superior revela as probabilidades individuais ($prob(L_1)$ e $prob(L_2)$) e o painel inferior a probabilidade combinada ($prob(L_1 \cap L_2)$).

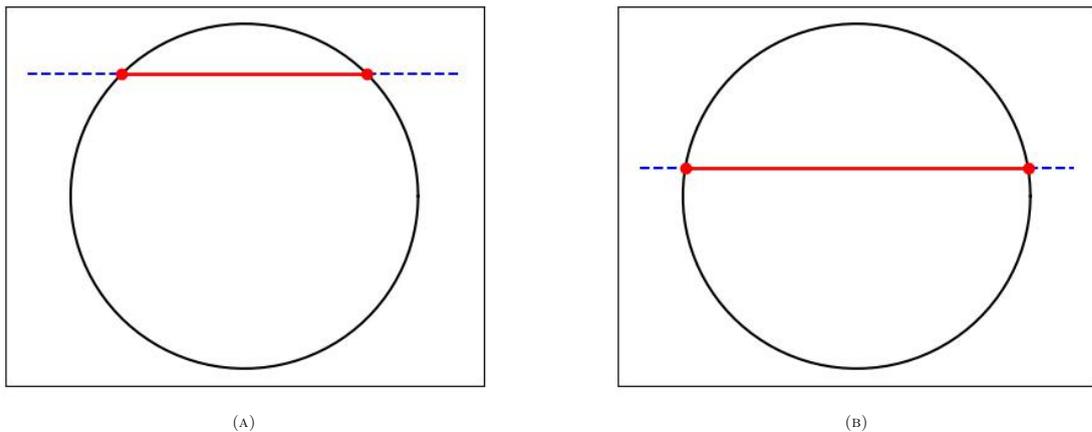


FIGURA 3.10. Cordas individuais em uma circunferência

De maneira similar, podemos ir além de duas cordas e combinar N probabilidades, desde que sejam independentes, utilizando a equação:

$$prob(L_1, L_2, \dots, L_N) = \prod_{i=1}^N prob(L_i), \quad (3.5)$$

Novamente, fixando um valor de probabilidade limite (p), podemos definir uma intervalo de confiança para o valor do R mais provável, mas agora considerando não apenas uma corda única, e sim N cordas únicas. Reforçando que cada uma destas cordas são independentes, o que no nossa caso significa que são de eventos diferentes (em datas diferentes, ocultando estrelas diferentes, etc).

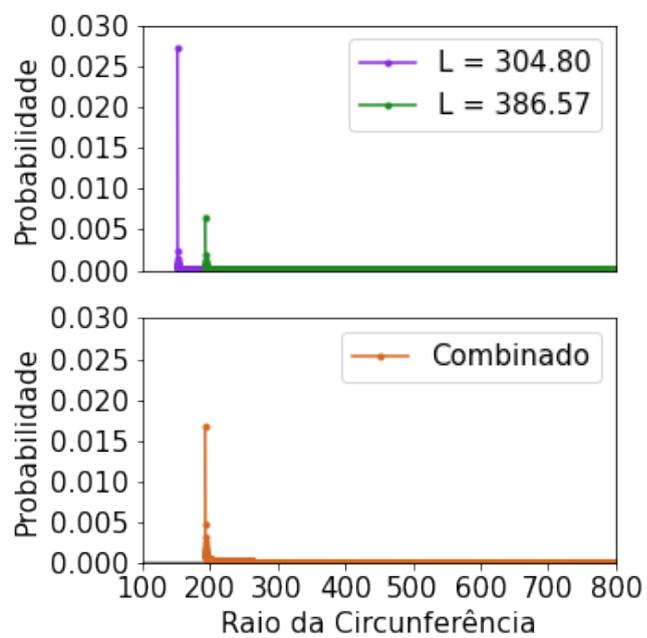


FIGURA 3.11. Combinação das duas cordas de $L = 304.80$ e $L = 386.57$

Capítulo 4

Resultados e Discussões

A partir do que foi apresentado no Capítulo 3, aplicamos a metodologia desenvolvida para avaliar o tamanho dos pequenos corpos do Sistema Solar utilizando ocultação de cordas únicas. Em primeiro momento avaliamos como a nossa modelagem se comporta em dados simulados de ocultações estelares, utilizando valores conhecidos para validação. Em seguida, aplicamos a metodologia para dados publicados de ocultações estelares por pequenos corpos do Sistema Solar e comparamos os valores obtidos com àqueles disponíveis na literatura.

4.1 Resultados para as Ocultações Simuladas

Antes de avaliarmos como o nosso método se comporta perante dados reais de ocultações por pequenos corpos do Sistema Solar, apresentamos aqui alguns resultados obtidos a partir de dados simulados. Começamos explorando a relação entre a escolha de diferentes valores de corte para a probabilidade (p_c) e a estimativa resultante para o raio probabilístico (R_p), bem como a região de confiança (δR_p), que pode ser interpretado como uma incerteza associada. Para tal, escolhemos uma circunferência de raio igual $R_i = 200$, (índice i significa que é o valor de *input*) e uma corda com comprimento aleatório L , então computamos R_p e δR_p para um determinado p_c .

No primeiro teste o comprimento da corda (L) foi sorteado para 304,80 km. Testamos valores de p_c entre 0,00010 e 0,00020, e para cada um destes valores calculamos R_p , δR_p e a diferença entre o valor simulado e o obtido em função da região de confiança ($\frac{R_p - R_i}{\delta R_p}$). Estes valores podem ser vistos na Tabela 4.1.

Como esperado, os resultados mostram uma dependência de R_p e δR_p em relação ao valor de corte p_c . Observa-se que, para valores mais baixos de p_c , como 0,00010, o

p_c	R_p	δR_p	$\frac{R_p - R_i}{\delta R_p}$
0,00010	514,75	362,35	+0,869
0,00011	263,10	110,70	+0,570
0,00012	210,15	57,75	+0,176
0,00013	189,15	36,75	-0,295
0,00014	178,40	26,00	-0,831
0,00015	172,05	19,65	-1,422
0,00016	167,95	15,55	-2,061
0,00017	165,05	12,65	-2,763
0,00018	163,00	10,60	-3,491
0,00019	161,40	9,00	-4,289

TABELA 4.1. Valores de R_p , região de confiança δR_p , e diferença normalizada para diferentes valores de p_c .

valor estimado de R_p é significativamente maior que o raio real R_i , com uma região de confiança muito grande, de 362,35 km. Conforme o valor de p aumenta, a estimativa de R_p diminui, aproximando-se mais do valor esperado do raio. Por exemplo, para p_c igual a 0,00012, R_p foi estimado em 210,15 km com uma incerteza de 57,75 km, resultando em uma diferença normalizada de apenas 0,1758, o que indica uma boa concordância entre a estimativa e o valor esperado de 200 km.

Para valores de p_c maiores que 0,00013, R_p começa a subestimar o valor esperado do raio. A diferença normalizada se torna negativa, indicando que a estimativa de R_p está abaixo de R_i . Por exemplo, para p_c igual a 0,00019, R_p foi estimado em 161,4 km com uma região de confiança de 9,0 km, resultando em uma diferença normalizada de -4,289, o que representa uma subestimação significativa do raio, assim como uma região de confiança irrealmente pequena.

Valores de p_c muito baixos tendem a superestimar o raio, enquanto o valor de p_c igual a 0,00012 parece fornecer a estimativa mais balanceada, com a menor diferença normalizada em relação ao raio real. Além disso, a região de confiança δR_p diminui à medida que p_c aumenta. Desta forma podemos concluir em primeiro momento que escolha de p_c é crucial para obter uma estimativa de R_p .

Repetimos o teste acima para 10.000 valores de L que foram obtidos de forma aleatória, dentro da distribuição de probabilidade apresentada na Figura 3.3. O objetivo destas simulações foi avaliar como o valor de p_c afeta a repetibilidade e a acurácia das estimativas de R_p e suas respectivas regiões de confiança (δR_p). Nesta etapa, três valores de p_c foram escolhidos: 0,00010, 0,00015 e 0,00020. Para cada um destes valores de p_c , calculamos o valor médio dos raios computados ($\overline{R_p}$), o valor médio da região de confiança ($\overline{\delta R_p}$). Por fim definimos a acurácia como o número de simulações onde $|R_p - R_i|$ é menor que δR_p .

Os resultados das simulações estão resumidos na Tabela 4.2 e apresentados de duas formas diferente, a Figura 4.1 contém um recorte com as 100 primeiras simulações e as Figuras 4.2 mostram histogramas que revelam a distribuição dos valores de R_p ao longo das 10.000 simulações e também as diferença $(R_p - R_i)$ normalizadas pela região de confiança, neste caso a região entre ± 1 região de confiança pode ser visto como a região em vermelho.

Esses resultados indicam que valores menores de p_c tendem a gerar estimativas de R_p com maior acurácia, mas com regiões de confiança maiores. À medida que p_c aumenta, as regiões de confiança se tornam menores, porém com uma acurácia menor. Isso sugere que existe uma correlação entre a nossa estimativa de acurácia e o tamanho da região de confiança. Note que ao definirmos um valor de p_c de 0,00015 temos que em $\sim 60\%$ das simulações conseguimos recuperar um valor de R_p coerente com o valor de *input* R_i , mantendo uma região de confiança de 25,8 km, o que pode ser pensado como $\sim 13\%$ de R_i .

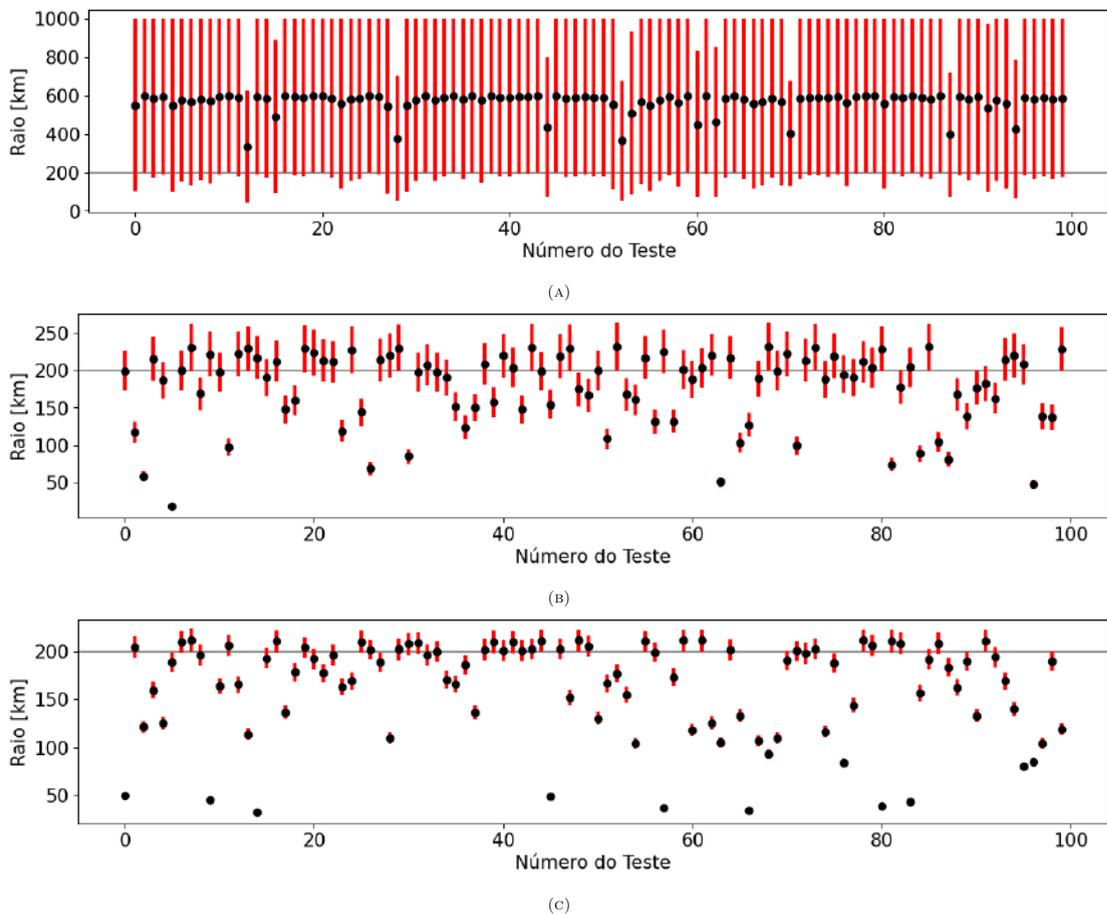


FIGURA 4.1. Visualização dos primeiros 100 testes com p_c igual a 0,00010 (A), 0,00015 (B) e 0,00020 (C), linha de referência em 200, os pontos pretos são os valores de R_p obtidos em cada simulação e as barras em vermelho representam a região de confiança δR_p .

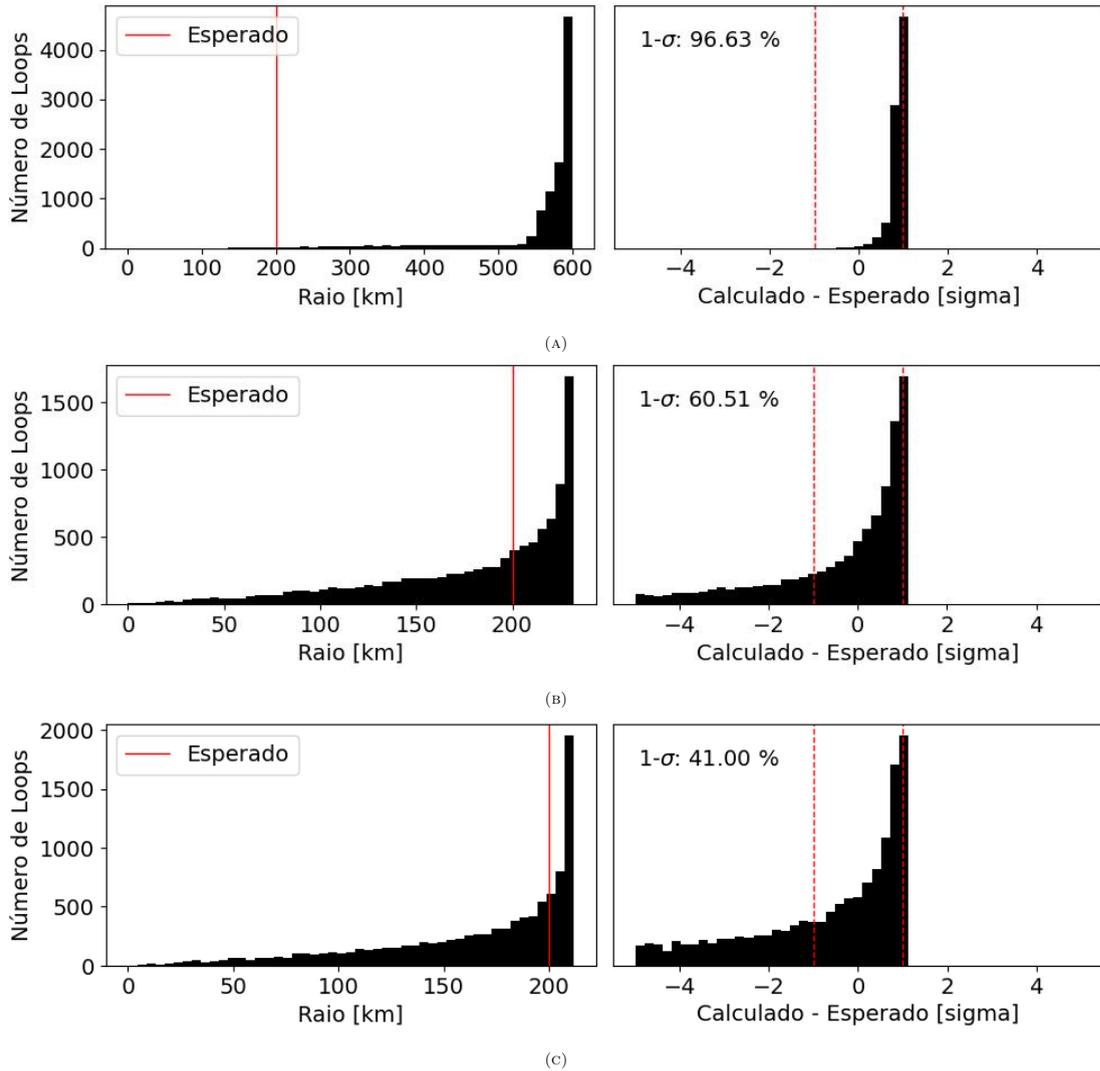


FIGURA 4.2. Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações e p_c igual a 0,00010 (A), 0,00015 (B) e 0,00020 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.

p_c	$\overline{R_p}$ (km)	$\overline{\delta R_p}$ (km)	Acurácia (%)	Número de Simulações	Número de Cordas
0,00010	585,8	407,8	96,63	10,000	1
0,00015	199,7	25,9	60,51	10,000	1
0,00020	182,5	9,7	41,00	10,000	1

TABELA 4.2. Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p .

O próximo teste foi avaliar como estes resultados se alteram ao combinarmos duas cordas, cada uma delas obtidas de forma aleatória, o que significa que são cordas independentes. Desta forma, repetimos o procedimento de simulação com 10.000 testes, desta vez combinando as probabilidades de ambas as cordas como descrito na seção

3.3. Novamente, esta análise foi realizada para três diferentes valores de corte de probabilidade (uma vez que queremos analisar como as diferentes escolhas de p_c afetam os resultados). Foram eles: 0,0001, 0,0002 e 0,0003. Nosso objetivo foi entender como a adição de uma segunda corda única influencia os valores obtidos, a região de confiança e a acurácia das estimativas.

A Figura 4.3a, referente a p_c igual a 0,00010, mostra que a utilização de duas cordas levou a uma acurácia de 94,24%. O valor médio de R_p foi de 424,1 km, com um valor médio para a região de confiança de 242,2 km. Apesar da alta acurácia, o tamanho da região de confiança é muito grande, sugerindo uma tendência das estimativas a superestimar o valor real do raio (200 km). Para p_c igual a 0,00020, a Figura 4.3b mostrou uma melhoria na precisão das estimativas, com um valor médio de R_p de 208,4 km e uma região de confiança de 16,8 km. A acurácia observada foi de 72,83%, o que indica que o uso de duas cordas com este valor de p_c resulta em estimativas mais centradas em torno do valor real. Ao aumentar p_c para 0,00030, o valor médio de R_p se aproxima ainda mais do valor real, sendo 198,1 km, com uma região de confiança de 6,5 km. No entanto, a acurácia foi reduzida para 53,61%, o que indica que, embora as estimativas sejam aparentemente mais precisas, elas falham mais em recuperar o valor esperado. Estes valores estão organizados na Tabela 4.3.

p_c	$\overline{R_p}$ (km)	$\overline{\delta R_p}$ (km)	Acurácia (%)	Número de Simulações	Número de Cordas
0,00010	424,1	242,2	94,24	10,000	2
0,00020	208,4	16,8	72,83	10,000	2
0,00030	198,1	6,5	53,61	10,000	2

TABELA 4.3. Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p , agora para as simulações utilizando duas cordas únicas.

Um resultado chave é a comparação entre os resultados obtidos para apenas uma corda e o resultado para duas cordas. No primeiro caso, um p_c de 0,00015 reproduz o resultado adequado em $\sim 60\%$ dos casos e com uma região de confiança de 25,8 km. Já no caso de duas cordas, um p_c de 0,00020 reproduz o resultado adequado em $\sim 73\%$ dos casos (acurácia maior do que o anterior) e com uma região de confiança de 16,7 km (aproximadamente 60% do valor estimado para apenas uma corda). Estes valores, em primeira estimativa nos mostram o potencial de se usar múltiplos eventos de cordas únicas para estimar o tamanho dos corpos do Sistema Solar.

Ao repetirmos este procedimento para 3 cordas únicas, as conclusões se reforçam. Agora foram considerados os valores de p_c de 0,00020, 0,00030 e 0,00040. As Figuras 4.4 e a Tabela 4.5 destacam o resultado obtido.

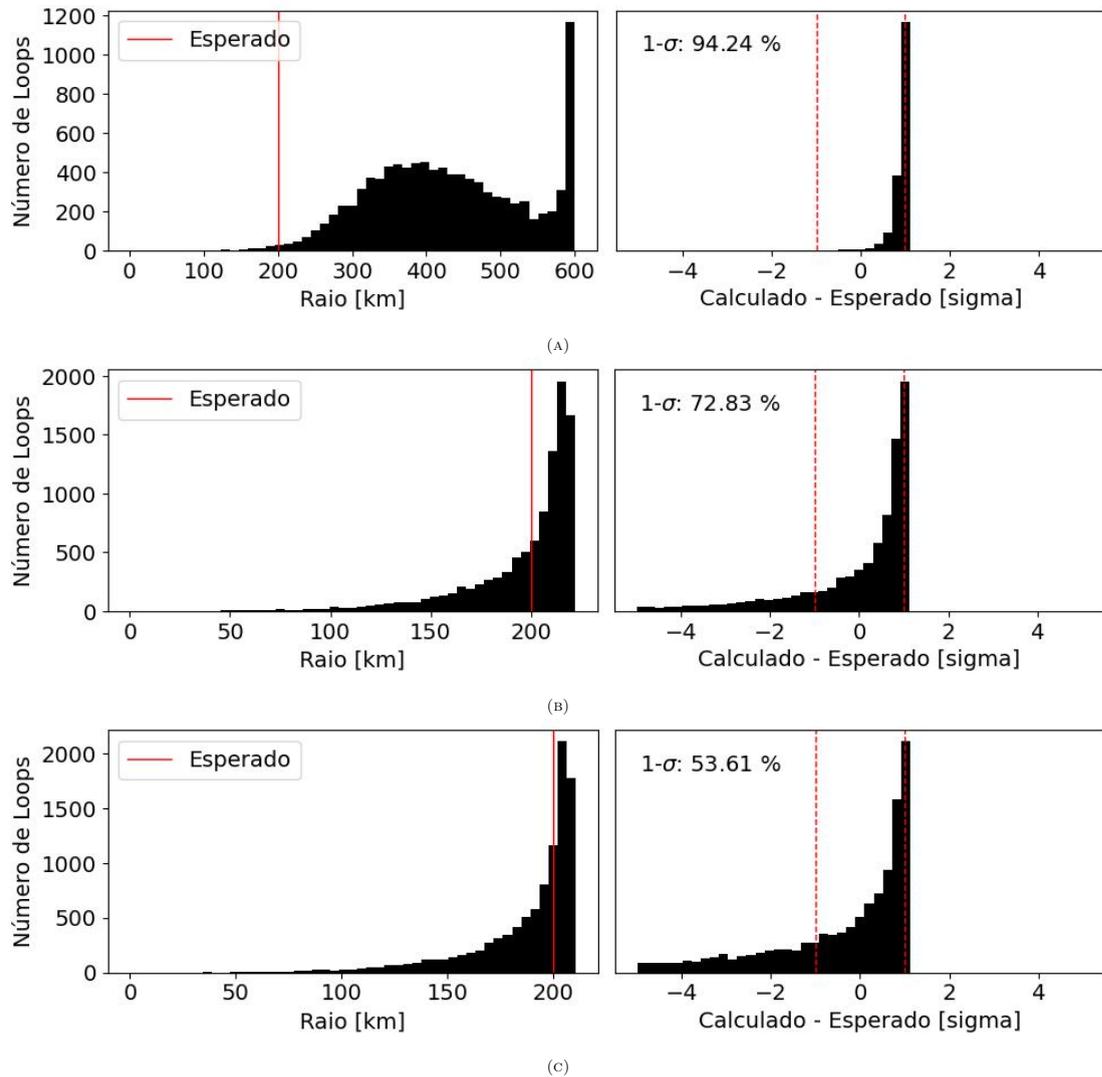


FIGURA 4.3. Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações utilizando dois eventos de cordas únicas e p_c igual a 0,00010 (A), 0,00020 (B) e 0,00030 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.

Agora temos que para p_c igual a 0,00020, a acurácia obtida foi de 85,44%. O valor médio de R_p foi de 216,7 km, com uma região de confiança de 22,2 km. Quando o valor de p_c foi aumentado para 0,00030 temos uma maior centralização dos valores de R_p em torno do valor real, a acurácia caiu para 73,47%, enquanto o valor médio de R_p foi para 205,7 km, com uma região de confiança de 10,5. Esses resultados sugerem que com três cordas e um valor de p_c mais elevado, as estimativas se tornam significativamente mais precisas, mantendo uma acurácia da ordem de 73%. Já no caso de p_c igual a 0,00040 temos um valor médio de 201,9 km, com uma região de confiança de 6,5 % e uma acurácia de 63,96%.

Por fim, como análise final, buscamos os valores de p_c que reproduzissem uma acurácia entre 67% e 69%, isto foi feito para compararmos de forma inicial com o $1 - \sigma$

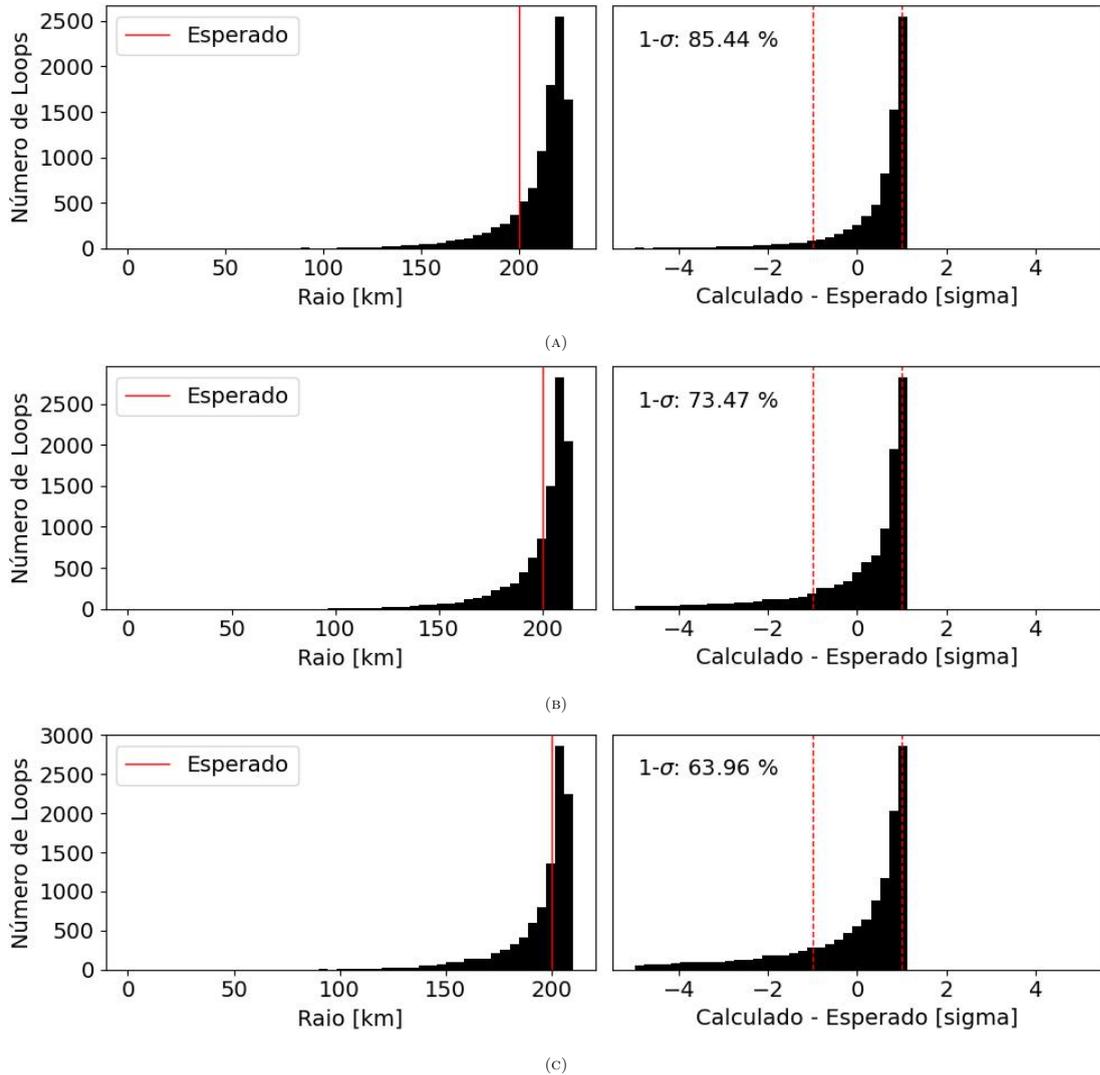


FIGURA 4.4. Distribuição dos valores estimados de R_p e a diferença normalizada entre o valor calculado e o valor esperado para 10.000 simulações utilizando três eventos de cordas únicas e p_c igual a 0,00020 (A), 0,00030 (B) e 0,00040 (C). A linha vertical vermelha indica o valor esperado de 200 km no gráfico da esquerda e no painel a direita a região em vermelho demarca a região dentro de ± 1 região de confiança.

de uma distribuição gaussiana padrão. O procedimento foi realizado para números de cordas entre 1 e 10. Um total de 100.000 simulações foram computadas para cada caso. Assim podemos entender como o aumento no número de cordas impacta o valor do raio obtido e de sua incerteza. Os valores obtidos estão registrados na Tabela 4.5.

Desta forma, o gráfico da Figura 4.5 fornece uma visão clara de como \bar{R}_p e $\delta\bar{R}_p$ se comportam ao aumentarmos o número de cordas. Podemos notar que com o aumento deste número há uma redução significativa na região de confiança, mantendo uma acurácia adequada, isto reforça uma melhoria na precisão das estimativas de R_p nestes casos. E como discutido no Capítulo 2, existem objetos que foram observados em 4 ou 5 eventos de cordas únicas.

p_c	$\overline{R_p}$ (km)	$\overline{\delta R_p}$ (km)	Acurácia (%)	Número de Simulações	Número de Cordas
0,00020	216,7	22,2	85,44	10,000	3
0,00030	205,7	10,5	73,47	10,000	3
0,00040	201,9	6,5	63,96	10,000	3

TABELA 4.4. Resultados das simulações com diferentes valores de corte de probabilidade p . A tabela apresenta a acurácia, o valor médio de R_p , o erro médio associado δR_p , agora para as simulações utilizando duas cordas únicas.

Número de Cordas	p_c	Acurácia	R_p	δR_p	$\frac{\delta R_p}{R_p}$
1	0,00013675	68,7 %	212,5	39,0	0,183
2	0,00021900	68,4 %	204,9	13,4	0,065
3	0,00035177	67,8 %	203,3	8,0	0,039
4	0,00053965	68,4 %	202,7	5,7	0,028
5	0,00077146	69,0 %	202,3	4,5	0,022
6	0,00105123	68,4 %	202,1	3,7	0,019
7	0,00147707	68,3 %	201,6	2,9	0,015
8	0,00180325	68,5 %	201,5	2,6	0,013
9	0,00216672	67,9 %	201,3	2,3	0,011
10	0,00248003	67,4 %	201,2	2,0	0,010

TABELA 4.5. Valores de p correspondentes ao número de cordas N para manter uma acurácia de 67-69% nas simulações.

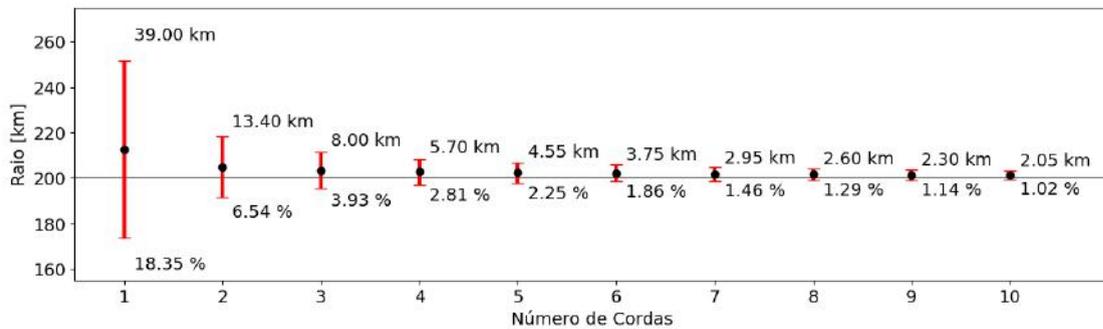


FIGURA 4.5. Variação do valor do raio médio (R_p) e da região de confiança (δR_p), valores absolutos (superior) e relativos (inferior) em função do número de cordas. Estes valores foram obtidos para p_c mantendo uma acurácia fixa entre 67-69%. A figura mostra que, com o aumento do número de cordas, tanto a região de confiança, quanto a diferença entre o valor obtido e o valor esperado tendem a diminuir, indicando maior precisão na estimativa do raio.

Os resultados apresentados demonstram claramente que aumentar o número de cordas melhora a precisão das estimativas de R_p . Essa melhoria é especialmente pronunciada quando se passa de uma ou duas cordas para três ou quatro, onde há uma redução considerável na incerteza média e na incerteza relativa. Existe uma diferença pequena ao combinarmos um número de cordas entre 5 e 10.

4.2 Resultados com Dados Reais

A análise com dados simulados de ocultações estelares permitiram testar a metodologia e os promissores resultados apresentados anteriormente, nos motivaram a aplicar a mesma metodologia em dados reais de ocultações estelares e comparamos os valores determinados aqui com aqueles disponíveis na literatura. Organizamos nossos testes em três categorias de objetos: i) grandes asteroides com forma tridimensional conhecida e próxima à uma esfera; ii) objetos conhecidos por suas formas irregulares, isto é, não esféricas e; iii) troianos de Júpiter que ainda não possuem uma boa determinação de forma e tamanho na literatura. A primeira categoria envolve objetos grandes que possuem forma condizentes com figuras de equilíbrio, isto é, aproximadamente esféricos, estes objetos são coerentes com a nossa premissa base de que os objetos são esferas perfeitas. Aqui testamos nossa metodologia para o caso do asteroide do cinturão principal e planeta anão (1) Ceres e também para o TNO (307261) 2002MS4.

Começando por Ceres, optamos por usar os dados publicados por Gomes-Júnior et al. (2015) que contém resultados de duas ocultações multi-cordas pelo planeta anão. Aqui, escolhemos aleatoriamente apenas uma corda de cada um destes eventos, para de fato testarmos nossa metodologia considerando cordas únicas independentes. Escolhemos a corda de 620,1 km, observada em Ponta Grossa, Brasil em 17 de agosto 2010 e a corda de 962,7 km, observada em Winchester nos EUA. Utilizando estas duas cordas e um p_c de 0,00013765 determinamos um raio de 519,7 km com uma região de confiança de 38,3 km. Este resultado concorda em $1 - \sigma$ com os valores de raio da literatura (Tabela 4.6). Como é esperado, utilizando apenas duas ocultações de cordas únicas a barra de incerteza associada a nossa medida é grande, porém o resultado obtido é coerente com aqueles disponíveis na literatura, inclusive com os dados obtidos pela missão espacial *Dawn* da NASA.

Raio [km]	Método	Referência
$486,0 \pm 3,0$	Ocultações Multi-Cordas	Gomes-Júnior et al. (2015)
$483,1 \pm 0,2$	Missão <i>Dawn</i>	Russell et al. (2016)
$483,5 \pm 5,0$	Keck e VLT	Drummond et al. (2014)
$479,5 \pm 2,5$	Keck	Carry, B. et al. (2008)
$487,5 \pm 2,0$	HST	Thomas et al. (2005)
$519,7 \pm 38,3$	Ocultações cordas únicas	Este projeto

TABELA 4.6. Valores de raio, segundo a literatura de referência

Aplicamos então o nosso método aos dados de ocultação do TNO 2002 MS4, publicados por Rommel et al. (2023), onde escolhemos novamente duas cordas de forma aleatória, cada qual de um evento diferente. A primeira corda possui um comprimento de 600,6 km e a outra de 782,7 km. Como resultado obtivemos um raio de 421,5 km e

uma região de confiança de 30,1 km. Este resultado pode então ser comparado com o raio de 467 ± 23 km publicado por Vilenius et al. (2012) que utilizou dados do Herschel e com o valor de 398 ± 12 km publicado por Rommel et al. (2023) utilizando dados de uma ocultação estelar que teve 61 cordas positivas. Novamente, os nossos resultados foram coerentes com àqueles da literatura.

A segunda categoria de objetos analisados neste trabalho são aqueles conhecidos por terem formas muito diferentes de esferas. Para estes pequenos corpos é esperado que nossa metodologia que forneça resultados diferentes dos valores publicados. Ainda assim, é um importante caso de teste para entendermos como nossa metodologia se comporta com dados de ocultações estelares por objetos pequenos e irregulares. Aplicamos nossa metodologia para dados de ocultação pelo transnetuniano (486958) Arrokoth e o asteroide do cinturão principal (216) Kleopatra.

O Arrokoth foi estudado *in situ* pela sonda espacial *New Horizons* da NASA. É um objeto que pode ser entendido como um binário de contato. Os dados *in situ* permitiram determinar sua forma tridimensional, formada por dois lóbulos. O primeiro possui dimensões diametraais de 22 km X 20 km X 7 km e o segundo 14 km X 14 km X 10 km (Stern et al. (2019)). Duas ocultações por este objeto foram observadas e publicadas em Buie et al. (2020). De maneira similar à descrita anteriormente, escolhemos duas cordas, uma de cada evento, sendo a primeira de 19 km e a segunda de 7,6 km, como resultado temos um raio de 10,1 km e uma região de confiança de 0,6 km. A Figura 4.6 permite uma melhor visualização de nosso resultado, onde plotamos uma circunferência deste raio em comparação com os eixos X, Y e Z da forma 3D de Arrokoth, utilizando funções da biblioteca SORA (Gomes-Júnior et al., 2022).

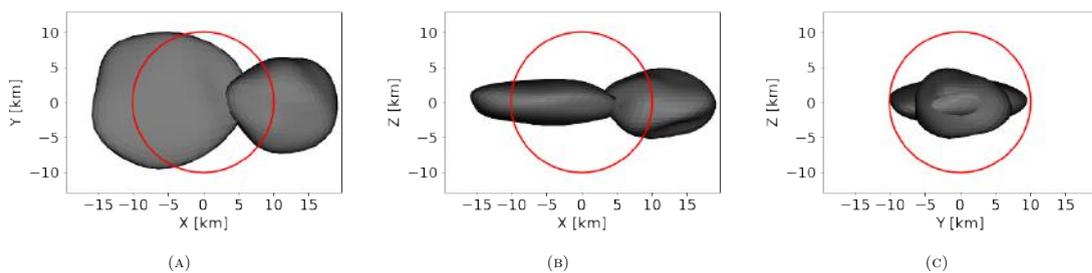


FIGURA 4.6. Representação 3D do TNO Arrokoth comparado a uma circunferência.

De maneira similar fazemos a análise para o asteroide do cinturão principal Kleopatra, conhecido por seu formato que parece um osso. Das ocultações por este objeto escolhemos três eventos cujo dados foram publicados por Herald et al. (2020). As cordas selecionadas possuem tamanhos iguais a 66,1, 170,8 e 14,0 km e foram obtidas a partir de observações realizadas em 7 de novembro de 2018, 21 de janeiro de 2019 e 13 de abril de 2024, respectivamente. Nossa análise resultou em um objeto de raio igual a 87,0 km e uma região de confiança de 1,6 km. Assim como anteriormente podemos comparar a

forma tridimensional de Kleopatra obtida em Marchis et al. (2017) e podemos visualizar esta comparação nas Figuras 4.7.

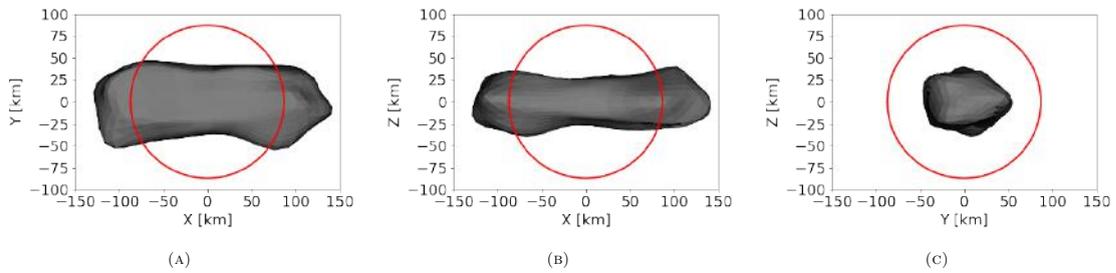


FIGURA 4.7. Representação 3D do asteroide Kleopatra comparado a uma circunferência

Usualmente, a forma 3D de um asteroide é construída a partir de facetas, que podem ser triangulares ou quadrangulares. Nos pontos onde estas facetas se encontram vértices são gerados. Podemos medir a posição destes vértices e computar uma distância radial entre o vértice e o centro do objeto. Para Kleopatra, o valor médio desta distância radial de todos os vértices é 80,1 km, tendo como extremos, máximo e mínimo, valores iguais a 141,1 e 26,3 km. Note que o valor obtido de 87 km nesta análise é coerente com o valor obtido de 80,1 km para um valor médio dos raios. Agora, a partir da forma 3D de Arrokoth, obtemos um valor médio para o raio igual a 10,4 km, com valor máximo igual a 19,1 km e mínimo igual a 2,7 km. Novamente, o raio médio do modelo 3D de Arrokoth de 10,4 km é comparável ao valor obtido em nossa análise de 10,1 km.

Como esperado, as formas destes objetos se distanciam muito de uma forma circular, porém é interessante notar que a metodologia desenvolvida nesse trabalho obtém valores de raio que se assemelham ao raio médio dos modelos 3D destes objetos. Logo, podemos concluir que o nosso método produz resultados que são boas primeiras aproximações para os raios dos pequenos corpos do Sistema Solar, mesmo pequenos corpos com formas irregulares.

No Capítulo 2, a análise exploratória dos dados armazenados no OP revelou que a maioria dos eventos observados são cordas únicas de ocultações por objetos troianos de Júpiter. A forma e tamanhos destes ainda não são bem determinadas, sendo que as únicas estimativas de tamanho disponíveis foram obtidas a partir de observações no térmico pela sonda NEOWISE (Grav et al., 2012). Nesse contexto, e após utilizarmos objetos conhecidos para validar nossa metodologia, nosso interesse é obter novas estimativas de tamanho para estes pequenos corpos. A seguir descrevemos a análise dos dados de ocultações estelares por (12929) Palmys, (8063) Periboea e (2207) Antenor.

As cordas destes objetos foram obtidos e analisadas individualmente nos trabalhos de Peixoto (2023) e Ferreira et al. (*in preparation*). Os resultados obtidos podem ser visualizados na Tabela 4.7. Os resultados de Grav et al. (2011) foram obtidos através da

técnica de imageamento no térmico utilizando o levantamento NEOWISE. É importante notar que a metodologia aqui desenvolvida obtém valores semelhantes àqueles publicados, mesmo utilizando dados e métodos independentes daqueles utilizados para obter os valores da literatura.

Objeto	Número de Cordas	L (km)	$R_p \pm \delta R_p$ (km)	Literatura (Grav et al. (2011))
Palmys	4	16,7, 13,5, 22,2 e 22,8	$11,35 \pm 0,25$	$13,877 \pm 0,311$
Periboea	2	63,0 e 15,0	$33,05 \pm 1,55$	$27,038 \pm 0,312$
Antenor	2	89,8 e 7,0	$47,05 \pm 2,05$	$48,829 \pm 0,252$

TABELA 4.7. Comparação dos valores obtidos nas simulações com os valores de referência da literatura, incluindo o número de cordas utilizadas em cada caso.

Capítulo 5

Conclusão

Neste Trabalho de Conclusão de Curso, desenvolvemos e aplicamos uma metodologia baseada em dados ocultações estelares para a determinação do tamanho de pequenos corpos do Sistema Solar, utilizando apenas cordas únicas.

Como discutido no Capítulo 2, ocultações estelares com apenas uma corda são dados recorrentes, e usualmente não fornecem muitas informações físicas sobre o objeto ocultador. Neste trabalho buscamos avaliar a viabilidade de utilizar múltiplos eventos de corda única para obter o raio médio de pequenos corpos. A nossa metodologia, detalhada no Capítulo 3, se baseia em métodos probabilísticos assumindo uma forma perfeitamente esférica para os corpos. Esta é uma aproximação em primeira ordem que pode ser feita na ausência de maiores informações sobre os pequenos corpos do Sistema Solar.

Nossos resultados foram discutidos no Capítulo 4, onde as simulações de dados de ocultações estelares demonstraram que, ao definir corretamente um valor para o corte de probabilidade (p_c), é possível obter estimativas de raio com incertezas na ordem de $\sim 13\%$ do raio do asteroide, mesmo em casos de uma única corda. A seguir testamos nossa metodologia com dados de ocultações estelares por i) objetos grandes, com formatos próximos a esferas e; ii) para objetos que sabidamente possuem formas irregulares. Os testes mostraram que a metodologia obtém resultados robustos, mesmo para objetos irregulares. Após validarmos o método com formas conhecidas, utilizamos a metodologia aqui proposta para determinar o raio de objetos troianos de Júpiter (12929) Palmys, (8063) Periboea e (2207) Antenor, os quais possuem múltiplos eventos de corda única em nossa base de dados (OP).

Os testes com objetos conhecidos, como (1) Ceres e (307261) 2002 MS4, confirmaram a viabilidade do método, com resultados comparáveis aos valores de referência

da literatura. Por exemplo, para 2002 MS4, com duas cordas, a estimativa foi de $421,55 \pm 30,15$ km, próxima ao valor de referência de 398 ± 12 km reportado por Rommel et al., (2023).

Em suma, este trabalho destaca o grande potencial das ocultações estelares com cordas únicas como uma abordagem viável, considerando as diferentes condições de observações espalhadas no mundo e acessibilidade de astrônomos amadores a telescópios.

Como próximos passos, testes envolvendo formas mais complexas podem ser realizados, em particular a forma elíptica seria o próximo passo natural. Aumentando a complexidade, modelos tridimensionais podem ser utilizados para refletir uma realidade mais complexa e comum no Sistema Solar externo, oferecendo uma descrição mais detalhada e precisa da forma do objeto.

Por fim, é importante destacar o *Legacy Survey of Space and Time* (LSST¹), a partir de dados obtidos no Observatório Vera C. Rubin iniciará suas operações ainda em 2024. É esperado que esse levantamento histórico durará por 10 anos e irá prover muitos resultados científicos em diferentes âmbitos da Astronomia e Física. Em particular, é esperado a observação de mais de 30.000 TNOs com magnitudes R inferiores a 24.5 (Ivezić et al., 2019). A maioria destes objetos serão descobertos pelo próprio LSST.

Desta forma, a partir da combinação desses grandes levantamentos de dados com os precisos catálogos estelares da missão Gaia é esperado que o número de observações bem sucedidas de ocultações estelares cresça ainda mais (Camargo et al., 2018). Em particular muitos destes objetos serão observados em eventos de cordas únicas e a metodologia aqui proposta poderá ser utilizando como uma primeira estimativa para os tamanhos destes objetos.

¹Website: <https://www.lsst.org/>

Referências Bibliográficas

- Agency, E. S. 2022, Gaia Data Release 3. <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/dr3>
- Braga-Ribas, F., Sicardy, B., Ortiz, J. L., et al. 2014, *Nature*, 508, 72, doi: 10.1038/nature13155
- Buie, M. W., Porter, S. B., Tamblyn, P., et al. 2020, *The Astronomical Journal*, 159, 130, doi: 10.3847/1538-3881/ab6ced
- Camargo, J. I. B., Desmars, J., Braga-Ribas, F., et al. 2018, *Planet. Space Sci.*, 154, 59, doi: 10.1016/j.pss.2018.02.014
- Carry, B., Dumas, C., Fulchignoni, M., et al. 2008, *A&A*, 478, 235, doi: 10.1051/0004-6361:20078166
- de Pater, I., & Lissauer, J. J. 2015, *Planetary Science*, 2nd edn. (Cambridge University Press), ISBN: 9781107091610
- Desmars, J., Camargo, J. I. B., Braga-Ribas, F., et al. 2015, *A&A*, 584, A96, doi: 10.1051/0004-6361/201526498
- Dias-Oliveira, A., Sicardy, B., Ortiz, J. L., et al. 2017, *AJ*, 154, 22, doi: 10.3847/1538-3881/aa74e9
- Drummond, J., Carry, B., Merline, W., et al. 2014, *Icarus*, 236, 28, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2014.03.038>
- Fortes, C. V.-F. . A. D. 2016, *Planetary Geology: An Introduction*. 192 pp. Dunedin Academic Press. ISBN: 978 1 780 460154 (PB). (Dunedin Academic Press)
- French, R. G., McGhee-French, C. A., Gordon, M., et al. 2023, *Icarus*, 395, 115474, doi: <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2023.115474>
- Gaia Collaboration, Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., et al. 2016, *A&A*, 595, A1, doi: 10.1051/0004-6361/201629272
- Gomes-Júnior, A. R., Giacchini, B. L., Braga-Ribas, F., et al. 2015, *MNRAS*, 451, 2295, doi: 10.1093/mnras/stv1081

- Gomes-Júnior, A. R., Morgado, B. E., Benedetti-Rossi, G., et al. 2022, *MNRAS*, 511, 1167, doi: 10.1093/mnras/stac032
- Grav, T., Mainzer, A. K., Bauer, J. M., Masiero, J. R., & Nugent, C. R. 2012, *ApJ*, 759, 49, doi: 10.1088/0004-637X/759/1/49
- Grav, T., Mainzer, A. K., Bauer, J., et al. 2011, *ApJ*, 742, 40, doi: 10.1088/0004-637X/742/1/40
- Herald, D., Dunham, D., Frappa, E., et al. 2020, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 498, 1232, doi: 10.1093/mnras/staa2450
- Ivezić, Ž., Kahn, S. M., Tyson, J. A., et al. 2019, *ApJ*, 873, 111, doi: 10.3847/1538-4357/ab042c
- Kilic, Y., Braga-Ribas, F., Kaplan, M., et al. 2022, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 515, 1346–1357, doi: 10.1093/mnras/stac1595
- Marchis, F., Vernazza, P., Hanus, J., et al. 2017, in *AGU Fall Meeting Abstracts*, Vol. 2017, P33G–03
- Minor Planet Center. 2024, MPC Status. <https://minorplanetcenter.net/iau/MPCStatus.html>
- Morgado, B. E., Sicardy, B., Braga-Ribas, F., et al. 2023, *Nature*, 614, 239, doi: 10.1038/s41586-022-05629-6
- NASA. 2024, Small Body DataBase (SBDB). https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_query.html
- Ortiz, J. L., Sicardy, B., Braga-Ribas, F., et al. 2012, *Nature*, 491, 566, doi: 10.1038/nature11597
- Peixoto, V. F. 2023, *Estudo da Geologia dos Pequenos Corpos do Sistema Solar*
- Rommel, F. L., Braga-Ribas, F., Desmars, J., et al. 2020, *A&A*, 644, A40, doi: 10.1051/0004-6361/202039054
- Rommel, F. L., Braga-Ribas, F., Ortiz, J. L., et al. 2023, *A&A*, 678, A167, doi: 10.1051/0004-6361/202346892
- Russell, C. T., Raymond, C. A., Ammannito, E., et al. 2016, *Science*, 353, 1008, doi: 10.1126/science.aaf4219
- Segev, N., Ofek, E. O., & Polishook, D. 2022, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 518, 3784, doi: 10.1093/mnras/stac3365

-
- Sicardy, B., Ortiz, J. L., Assafin, M., et al. 2011, *Nature*, 478, 493, doi: 10.1038/nature10550
- Sicardy, B., Tej, A., Gomes-Júnior, A. R., et al. 2024, *A&A*, 682, L24, doi: 10.1051/0004-6361/202348756
- Stern, S. A., Weaver, H. A., Spencer, J. R., et al. 2019, *Science*, 364, aaw9771, doi: 10.1126/science.aaw9771
- Tedesco, E. F. 2023, small body. <https://www.britannica.com/science/small-body>
- Thomas, P., Parker, J. W., McFadden, L., et al. 2005, *Nature*, 437, 224–226, doi: 10.1038/nature03938
- Vilenius, E., Kiss, C., Mommert, M., et al. 2012, *A&A*, 541, A94, doi: 10.1051/0004-6361/201118743
- Wood, J. 2019, *The Dynamics of Small Solar System Bodies*, doi: 10.1007/978-3-030-28109-0