

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS  
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**Fronteira Eficiente: Análise da carteira de  
mínima variância em períodos de crise  
financeira.**

MIGUEL COSTA SANTOS  
Matrícula nº: 117217122  
E-mail: miguelcostasantos@hotmail.com

ORIENTADOR: Prof. Raphael Moses Roquete

RIO DE JANEIRO  
2021

MIGUEL COSTA SANTOS

**Fronteira Eficiente: Análise da carteira de  
mínima variância em períodos de crise  
financeira.**

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Ciências Contábeis da Faculdade de Administração e Ciências Contábeis, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos para obtenção de bacharel em Contabilidade.

ORIENTADOR: Prof. Raphael Moses Roquete

RIO DE JANEIRO  
2021

MIGUEL COSTA SANTOS

**Fronteira Eficiente: Análise da carteira de  
mínima variância em períodos de crise  
financeira.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a  
Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte da  
exigência parcial para obtenção de bacharel em  
Contabilidade.

ORIENTADOR: Prof. Raphael Moses Roquete

Aprovado em \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Raphael Moses Roquete (Orientador)  
FACC/UFRJ

---

Prof. Claudio Marcos Maciel da Silva  
FACC/UFRJ

---

Prof. Frederico Otavio Sirotheau Cavalcante  
FACC/UFRJ

*As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do(a) autor(a.)*

Dedico este trabalho a minha família, que sempre demonstraram apoio e me incentivaram a ser um ser humano melhor, em especial ao meu pai, Renato, minha mãe, Débora, e meus irmãos, Lucas e Mateus.

## RESUMO

Este trabalho busca analisar o desempenho de uma carteira de mínima variância global em um período de alta volatilidade nos mercados globais, como visto anteriormente em períodos de crises financeiras. O período analisado compreende janeiro de 2020 a janeiro de 2022, onde o mundo enfrentou a crise do coronavírus. As ações escolhidas para compor o índice foram obtidas através do Ibr-X 100, o que implica que estão entre as ações mais líquidas do Brasil. As carteiras resultantes dos cálculos aplicados foram comparadas com índices tradicionais, como o Ibovespa. Os resultados implicam que os portfólios com melhor desempenho durante crise financeira possuem em sua composição ações com menor volatilidade histórica, além de dólar e ouro, caso esses ativos venham a ser incluídos na amostra.

## SUMÁRIO

I – INTRODUÇÃO .....	10
II – CONCEITOS FUNDAMENTAIS E REFERÊNCIAS TEÓRICAS .....	12
II.1 – Introdução .....	12
II.2 – Teoria da Seleção de Portfólio de Markowitz.....	12
II.3 – Retorno Esperado .....	13
II.4 – Variância e Covariância .....	13
II.5 – Correlação entre variáveis .....	14
II.6 – Fronteira Eficiente .....	15
II.7 – Carteira de Mínima Variância .....	16
III – METODOLOGIA .....	17
III.1 – Amostra .....	17
III.2 – Métodos e Cálculos .....	17
III.3 – Índice de Sharpe .....	18
IV – ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	19
IV.1 – Carteira de Mínima Variância com peso por ativo limitado a 10% .....	19
IV.2 – Carteira de Mínima Variância sem limitação de peso por ativo .....	21
IV.3 – Carteira com Índice de Sharpe Ótimo.....	22
V – CONCLUSÃO .....	23
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	26

## **Lista de Figuras**

Figura 1 – Fronteira Eficiente .....	16
Figura 2 – Fronteira Eficiente e Carteira de Mínima Variância .....	17

## **Lista de Tabelas**

Tabela 1 – MVP com limite de 10% de peso por ativo .....	20
Tabela 2 – MVP sem limite de peso por ativo .....	22
Tabela 3 – Carteira com Índice de Sharpe ótimo.....	24

## Lista de Equações

Equação 1 – Retorno Esperado .....	13
Equação 2 – Covariância entre Pares .....	14
Equação 3 - Índice de Sharpe .....	19

## I – INTRODUÇÃO

O Mercado financeiro pode ser pouco democrático no que diz respeito ao acesso às informações. Tendo isso em vista, a fronteira eficiente pode ser utilizada como forma de auxiliar o investidor não sofisticado na sua tomada de decisões de investimento de uma maneira embasada através de estatística. Todavia, a abordagem desse trabalho busca analisar e entender o comportamento de determinados ativos durante período que abrange uma crise financeira, assim como a possibilidade de diversificar em dólar e ouro, que são ativos atrativos durante uma crise financeira global por supostamente possuírem correlação negativa com ações durante período de estresse nos mercados globais, como descrito por Akhtaruzzaman, Boubaker & Sensoy. (2021).

O investimento em ação é uma ferramenta amplamente utilizada no mundo como forma de multiplicar o capital. Porém, esse retorno deve ser mensurado tendo em mente o risco que deve ser gerenciado para obter os retornos esperados. Os indivíduos possuem maior aversão à perda do que apetite por retorno, significando que investimentos com menor risco serão escolhidos quando comparados a investimentos com maiores retornos e maiores riscos, como cunhado por Tversky & Kahneman (1991). De fato, a aversão a perdas é um dos fatores significativos para o afastamento de investidores do mercado de ações brasileiras, que podem tanto ser concretizadas por resultados ruins ou por alta volatilidade do mercado de ações.

Um meio de investir em ações com diversificação é através de Fundos de Investimento em Ações (FIA), que atraíram popularidade nos últimos anos. Esses fundos possuem *benchmark* em algum índice, comumente o IBOVESPA. Todavia, esses Fundos de Investimentos em Ações, assim como os índices de mercado, não possuem garantia de serem carteiras eficientes, isso é: apresentarem a melhor relação risco-retorno entre as opções do mercado. Para Markowitz (1952), uma carteira eficiente deve oferecer o maior retorno esperado possível para determinado risco, que é medido através do desvio-padrão dos retornos históricos.

Durante o período de crises financeiras, é comum o aumento de volatilidade nos ativos, causadas pelas incertezas do mercado, que forçam liquidações e retiradas de capital, principalmente em países emergentes.

O objetivo desse trabalho é desenvolver uma carteira eficiente para o período de crise financeira resultante da pandemia do COVID-19, iniciada em janeiro de 2020, e, além disso, observar seu comportamento, analisando quais ativos integram a carteira eficiente e suas

particularidades, observando seu setor, volatilidade histórica e retorno esperado. Adicionalmente, com base na maior atração dos investidores por investimentos com menor volatilidade, a carteira de mínima variância (MVP) se mostra uma alternativa de investimento, por apresentar o menor risco possível dentro da amostra eficiente para determinado retorno esperado, se tornando mais atrativa ao investidor não-sofisticado. Esse conceito foi investigado anteriormente na literatura, como por Constantinides & Malliaris (1995). Serão testados os comportamentos do ouro e dólar, quando integrarem parte da amostra, tendo em vista que são vistos como investimentos de refúgio em momentos de crise financeira, como citado por Spitznagel (2021).

Com base na análise realizada através de cálculos estatísticos, foi comparado o desempenho da carteira de mínima variância e também a carteira com índice de Sharpe ótimo com o IBOVESPA, índice mais utilizado no mercado brasileiro. Com base na comparação, pode-se aferir se as carteiras resultantes podem servir como referência de desempenho, um produto financeiro, tal como ETF, ou até mesmo compor uma carteira de um possível Fundo de Investimentos em Ações (FIA).

Tendo em vista que existem classificações de ativos diferentes, entre elas ações, ouro, e câmbio (dólar), foi utilizado a análise de dados para fazer os cálculos que medem o desvio-padrão do ativo para medida de risco, e o retorno individual para realizar a relação risco-retorno. Esses dados foram retirados do período de janeiro de 2020 até janeiro de 2022. Após esses cálculos, será incluída a matriz de correlação entre os ativos, onde poderemos analisar o impacto do desvio-padrão de cada um no total do portfólio. Adicionalmente, foi aplicado um limite máximo de 10 por cento de participação de um ativo na carteira, respeitando os limites de diversificação sugeridos na literatura por Markowitz (1952).

Esse trabalho é importante no que tange a aplicação da estatística nos investimentos. A utilização de série de dados históricos pode auxiliar o investidor a entender qual a melhor decisão a tomar em determinados períodos através de embasamento estatístico.

Aliado a isso, o período de crise financeira tende a criar particularidades no mercado financeiro, principalmente uma maior aversão ao risco e a volatilidade, a busca de segurança através de investimentos mais tradicionais, o que pode influenciar no objeto de estudo, que é a fronteira eficiente a partir dos ativos selecionados.

A segunda parte do artigo faz a revisão da literatura que embasa a investigação, e o artigo descrito, sendo levado a efeito através da metodologia, que consta na terceira parte, onde está listado as partes que foram observadas e seguidas para realizar o trabalho.

## **II – CONCEITOS FUNDAMENTAIS E REFERÊNCIAS TEÓRICAS**

### **II.1 - Introdução**

Com base na moderna teoria do portfólio de Markowitz (1952), o trabalho busca calcular o risco e retorno da carteira, e então aprofundar dentro do conceito de diversificação de ativos como forma de redução de risco.

Nesse tópico iremos detalhar os fatores utilizados como variáveis nos nossos cálculos, identificando as medidas de risco utilizadas, e de qual maneira foram observados os retornos esperados. Além desses fatores, o qual de covariância entre os ativos será abordado e como foram obtidos os cálculos que resultaram na matriz de covariância amostral, utilizado como base no cálculo de volatilidade do portfólio resultante. Os resultados são baseados na fronteira eficiente, um dos principais conceitos descritos por Markowitz (1952), onde busca-se otimizar o portfólio em relação risco-retorno.

É válido detalhar que assume-se que os ativos possuem distribuição normal, que é o tipo de distribuição estatística mais utilizada para estudos envolvendo fronteira eficiente, e que define como parâmetros a média e variâncias das variáveis.

### **II.2 – Teoria da Seleção de Portfólio de Markowitz**

Harry Markowitz, por seu trabalho “Moderna Teoria de Portfólio”, foi laureado com premio Nobel de Economia, em 1990. Para Assaf (2011), Markowitz é considerado pai da Moderna Teoria das Carteiras (MTC), e com seu estudo demonstrou como equilibrar o risco e retorno nas escolhas de investimentos. O mesmo também apresentou, através do seu artigo “Portfolio Selection”, que o risco é objeto inerente na tomada de decisões de investimentos, e acrescentou sobre a importância em diversificação de ativos, tratando o risco como fator quantitativo, e não apenas qualitativa, a partir do momento que sua desenvolveu, em Markowitz (1952), modelos matemáticos para determinação de menor risco possível em determinado retorno esperado.

O desenvolvimento de uma carteira baseada na fronteira eficiente, empregando a metodologia de Markowitz (1952), foi explorada ao longo dos anos por autores diversos. Segundo Constantinides & Malliaris (1995), o método de Markowitz vai além da simples diversificação, tendo em vista que tem em sua base a busca por ativos que apresentam covariância negativa. Esse mesmo conceito foi explorado por Michaud (1989) ao analisar que a seleção de carteiras por média-variância intensifica os benefícios da diversificação ao investidor. Além disso, esse método possui outra vantagem ao facilitar o cálculo por programas de computação, como o caso do python, já que admite quaisquer expectativas de retorno, diminuindo também a subjetividade do cálculo.

Dentre as características da carteira de mínima variância (MVP), uma das principais é que não depende de retorno esperado para realizar seu cálculo, utilizando a matriz de covariância entre os ativos da amostra empregada, garantindo menos subjetividade ao cálculo estatístico. As variáveis podem ser alteradas, mantendo a fórmula da matriz, o que traz resultados que se adaptam ao período analisado. Isso significa que mudança em composições de índices e períodos de crise podem ser rapidamente analisados através da MVP. Para calcular a MVP, foi criado um programa de computação no programa Python, que se encontra na posse do autor. Esse programa utilizou como dados a matriz de covariância dos ativos, o desvio-padrão diário de cada ativo e o peso de participação da carteira.

Conforme descrito por Neto (2011), o risco de uma carteira de ativos não deve ser anulado através de uma composição com ativos de correlação perfeita. Dessa maneira, a seleção dos ativos do portfólio devem apresentar histórico de rentabilidade divergentes, apresentando correlação negativa, contribuindo para a eliminação gradual do risco da carteira.

### **II.3 – Retorno Esperado**

O retorno esperado de uma carteira é simplesmente uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõem (Ross; Westerfield & Jaffe, 2008). Todavia, como se trata de expectativa, pode variar e não ser exatamente o esperado. A fórmula a seguir determina o retorno esperado de um ativo:

$$R_i = \left( \frac{P_1}{P_0} - 1 \right) \times 100$$

Equação 1 – Retorno Esperado

Onde:  $R_i$  = retorno do ativo  $i$  (no instante 1);

$P_0$  = valor inicial do ativo;

$P_1$  = valor do ativo no instante 1.

Tendo em vista que a análise se baseia em um período de dois anos de intervalo, utilizamos o retorno esperado com base na série histórica de cada um dos ativos, utilizando a média aritmética dos retornos do intervalo observado.

#### II.4 – Variância e Covariância

A medida de risco utilizada para o modelo de fronteira eficiente é a variância de determinado ativo. A variância é descrita como quanto os retornos de determinada variável se dispersa do retorno médio. Quanto mais disperso, maior será a volatilidade, e com isso, um maior risco individual do ativo.

A covariância tem como objetivo identificar como os valores de variância dos pares da amostra se inter-relacionam, avaliando o comportamento das variáveis em relação aos valores médios. Para Neto (2011), a covariância tem o objetivo analisar a simetria existente entre pares dentro de uma amostragem.

Por exemplo, uma covariância negativa entre retornos de dois títulos indicaria a variância de uma carteira. Isso acontece quando o valor de um ativo valoriza enquanto o outro desvaloriza, realizando movimentos opostos, reduzindo o risco total da carteira, tendo em vista que o conceito de covariância indica um dos riscos do investimento, conforme exemplo dado em Ross, Westerfield e Jaffe (2011). Enquanto a variância e se tratam de medidas individuais dos ativos, a covariância faz uma abordagem ao relacionamento entre os ativos da amostra.

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_A - \bar{R}_A) \times (R_B - \bar{R}_B)}{n}$$

[Equação 2 – Covariância entre pares]

Onde:  $\bar{R}_A$  = é a média aritmética da variável  $A$ ;

$\bar{R}_B$  = é a média aritmética da variável  $B$ ;  $n$  = número de dados observados;

$R_A =$  dado da série A no instante  $i$ ;

$R_B =$  dado da série B no instante  $i$ ;

$COV_{A,B} =$  covariância entre a série história de A e B.

## II.5 – Correlação entre variáveis

O conceito de correlação visa explicar o grau de relacionamento entre duas ou mais variáveis da amostra, conforme descrito por Neto (2011). O nível de correlação pode ser medido entre +1 e -1, sendo que um valor +1 indicaria correlação positiva perfeita, indicando que as variáveis se movimentam de forma semelhante, sendo assim, toda vez que uma das variáveis aumentar, as outras aumentam da mesma maneira. Uma correlação de grau -1 indica correlação perfeita negativa, indicando que acontece o oposto com as outras variáveis, isso é: quando uma variável aumenta em  $x$ , a outra variável diminui em  $x$ .

O conceito de correlação entre pares é importante no que tange a diversificação em portfólios, pois ao selecionar ativos com correlação negativa, haverá a diminuição do risco geral através da combinação de ativos. A matriz de covariância dos ativos será obtida através da correlação e desvio-padrão observados na amostra, com base em série histórica de dados. Para o cálculo da correlação, basta dividir a covariância, descrita no tópico anterior, pelo produto dos desvios-padrão do retorno de dois ativos. O objetivo de dividir pelo produto dos desvios-padrão dos dois ativos é normalizar o resultado, para que se compreenda entre o valor de -1 até 1. É comum que o valor encontrado não se trate de correlação perfeita, e sim se compreenda entre os dois valores.

A análise feita com esse dado é de que quanto menor for o desvio-padrão de determinado ativo, menor serão os intervalos, e conseqüentemente haverá uma maior assertividade quanto a previsões de retornos futuros.

Essa é a medida de quão intensamente duas variáveis se relacionam, podendo ser positivamente ou negativamente. Caso dois ativos possuam covariância positiva, quando um tiver retorno positivo, irá ocorrer o mesmo com o outro, não necessariamente na mesma intensidade. Caso dois ativos possuam covariância negativa, quando um tiver um retorno positivo, o outro irá apresentar retorno negativo.

## II.6 – Fronteira Eficiente

O conceito de Fronteira Eficiente foi desenvolvido por Markowitz (1952). Em seu artigo, Markowitz destacou que o investidor possui aversão a risco, e que para determinado retorno de ativos, sempre irá buscar o menor risco possível. Em primeiro lugar, nós consideramos que o investidor avalia retorno como sendo algo desejável e que avalia o risco como algo indesejável. Essa regra tem variáveis, mas pode ser considerada máxima o comportamento do investidor.

A fronteira eficiente se baseia no conceito de diversificação racional, onde o investidor deverá optar pela melhor diversificação dos ativos de uma maneira eficiente. Tendo isso em vista, a fronteira eficiente é a curva que determina quais combinações de ativos da amostra terão o menor risco possível para determinada expectativa de retorno. À direita da linha compreendida pelos pontos MW estarão as carteiras ineficientes, por terem um risco maior para um mesmo retorno esperado, ou na condição de ter mesmo nível de risco para retorno esperado menor, conforme descrito por Neto (2011). Na fronteira eficiente, encontra-se a curva da indiferença, onde todas as carteiras nela presentes, ou seja, todas as combinações de ativos são desejáveis, por proporcionarem uma condição risco-retorno ótima, o que influenciará na decisão será o risco que o investidor estará disposto a assumir.

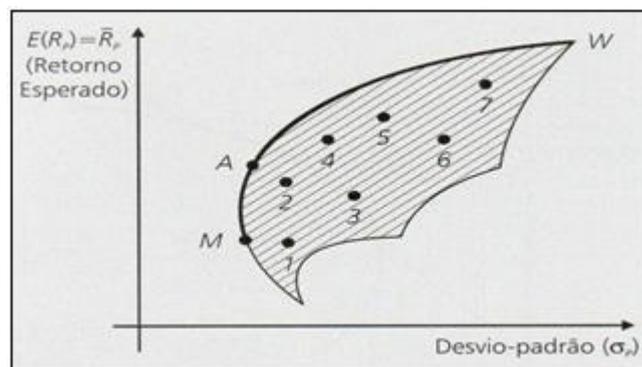


Figura 1: Fronteira Eficiente

Fonte: Neto (2011)

Fazendo a análise da Fronteira Eficiente, podemos analisar que todo ativo que se encontra abaixo da linha da fronteira eficiente será considerado ineficiente, tendo em vista que oferece um retorno menor para determinado risco.

É válido notar que a correlação e covariância possuem um papel importante na análise, tendo em vista que determinado ativo que possua o menor risco não apresentará necessariamente o menor risco caso se invista 100% do capital nele. Uma combinação de

ativos com covariância negativa poderá, possivelmente, apresentar um risco menor que o investimento em um único ativo, apresentando um risco geral da carteira menor, além de proporcionar a diversificação.

## II.6 – Carteira de Mínima Variância (MVP)

A carteira de mínima variância é um ponto de interesse de diversos investidores, por ser onde o investidor possui o menor risco possível para a sua carteira, e maximizando o retorno esperado para este mesmo risco, conforme citado anteriormente por Constantinides & Malliaris (1995).

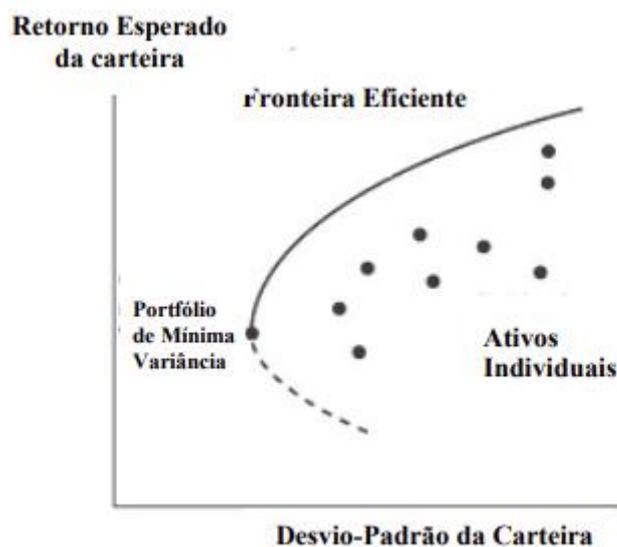


Figura 2 – Fronteira eficiente e Carteira de Mínima Variância

Fonte: adaptado de Bodie, Kane e Marcus (2000, p. 200)

Conforme descrito por Araújo (2015), o uso da metodologia de mínima variância é atrativo por se tratar de uma maneira simples e passiva de gestão de recursos financeiros. Adicionalmente, se trata de uma maneira otimizada para a menor volatilidade, podendo ser uma defesa para momentos de incertezas nos mercados e euforias, devido ao uso da estatística em sua elaboração.

É válido observar que durante períodos de volatilidade mais acentuada, serão observadas trocas mais frequentes entre os ativos que compõem a carteira de mínima variância. Segundo Araújo (2015), em tempos de maior volatilidade é observada performance inferior em carteiras de mínima variância quando comparado a períodos de menor volatilidade nos mercados.

Tendo em vista que foi utilizado como base amostral o Ibr-X 100, os ativos que se enquadram na amostra tratam-se de ativos com liquidez, fazendo com que quaisquer modificações na composição da carteira de mínima variância não seja um fator impeditivo.

### **III – METODOLOGIA**

#### **III.1 – Amostra**

A escolha dos ativos foi feita com base no Ibr-X 100, por não ser influenciado por commodities de forma tão relevante quanto o Ibovespa. A utilização do dólar e ouro foi dada por se tratarem de ativos com volatilidade histórica menor ao ser comparado com investimentos em ações, e adicionalmente por serem vistos como investimentos mais conservadores, contribuindo para a relação risco retorno da carteira, quando for aplicado o índice de Sharpe.

Para realizar a seleção de ativos que compõem a carteira, foi utilizado o IbrX-100, por se tratar de um índice que leva em conta a liquidez dos papéis, um ponto importante em gestão de portfólios, e levando em conta também a menor presença de commodities que ao comparar com o Ibovespa. Tendo em vista que nem todas as ações compunham o índice durante a integralidade do estudo, filtramos por aquelas que estariam no índice desde o início do período de estudo.

Os valores de fechamentos diários foram das ações utilizadas na amostra foram obtidos através do site <https://finance.yahoo.com>. Válido destacar que houve ajuste de proventos e dividendos dos papéis analisados, o que evita enviesamento das ações analisadas. A carteira que compunha o índice Ibr-X no período de 10 de janeiro de 2020 a 10 de janeiro de 2022 foi obtido através do website da B3. O índice Ibr-X se mostra coerente com o estudo, uma vez que as ações que compõem o índice possuem liquidez, permitindo realocação e replicação conforme o resultado obtido.

O dólar foi escolhido como objeto de estudo por, historicamente, ser uma moeda utilizada como forma de proteção em períodos de crise em mercados globais, o que gera sua valorização nos períodos historicamente marcados como crises financeiras. Será observado o impacto do ativo no índice de Sharpe da fronteira eficiente, buscando medir a relação risco-retorno.

#### **III.2 – Métodos e Cálculos**

Para realizar os cálculos com a finalidade de gerar a fronteira eficiente, utilizou-se do programa Python, com base no modelo desenvolvido por Martin (2021), onde foi programado um código, através de diversas aplicações que permitiram calcular o retorno individual de cada ativo, o desvio-padrão individual, e então correlacionar entre pares através de uma matriz de covariância, utilizando o método de shrinkage, conforme elaborado por Ledoit & Wolf (2004), abrangendo todos os ativos que fazem parte da amostra. Esse modelo se mostra o mais adequado para o mercado brasileiro de ações, conforme analisado anteriormente por Almeida (2012), após comparar métodos de definição de estimativas de covariância no mercado nacional. Caso determinado ativo não tenha sido negociada em determinado dia de pregão, seu fechamento será o do último dia de negociação, com o objetivo de não enviesar dados e modificar resultados.

Para evitar o empecilho de ativos que participariam da amostra momentos sim, momentos não, foram removidos completamente da amostra caso não constassem suas devidas cotações em determinada linha da série temporal.

### III.3 – Índice de Sharpe

Como forma de analisar a Fronteira Eficiente após os cálculos, buscamos o portfólio de menor variância e o portfólio que indicava o maior índice de Sharpe. O índice em questão, conforme descrito em Sharpe (1966), busca medir o excesso de rendimento para cada unidade de risco em determinado investimento. Com base no índice supracitado, o trabalho busca maximizar o índice de Sharpe em uma das carteiras resultantes, consequentemente tornando a relação risco-retorno ótima, sendo um conceito amplamente utilizado no mercado financeiro por ser tratado por muitos como um ponto ótimo em determinada fronteira eficiente.

Esse índice busca medir a performance de determinado ativo ajustada pelo risco, mensurando o quanto o retorno excedente do ativo é compensado pelo seu nível de risco. A equação do índice é representada pelo relação entre o prêmio pago pelo risco e a volatilidade do investimento.

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{\text{Retorno do ativo} - \text{Retorno do ativo livre de risco}}{\text{Risco do Ativo}}$$

[Equação 3 – Índice de Sharpe]

Para o valor do ativo livre de risco, foi utilizado o CDI do período como variável, e o risco do ativo, como citado anteriormente, é calculado através do desvio padrão do ativo selecionado.

O índice em questão ajuda a medir a eficiência da relação risco x retorno de determinado ativo ou portfólio. Em outras palavras, ele indica qual será o prêmio adicional por cada unidade de risco acrescentada na equação.

## **IV – RESULTADOS**

### **IV.1 – Visão Geral**

Todas as carteiras resultantes do trabalho no geral foram comparadas com o desempenho do Ibovespa no mesmo período. As principais métricas para direcionar as comparações foram índices de volatilidade anualizada, retorno esperado e o índice de Sharpe, abordado na metodologia.

### **IV.2 – Carteira de Mínima Variância com peso por ativo limitado a 10%**

Tendo em vista o objetivo do trabalho, resultamos na primeira carteira do projeto. A carteira de mínima variância (MVP) foi dividida em duas: com peso por ativo limitado em até 10% e carteira com pesos livres. Dessa maneira, observamos que a presença do limitador de pesos foi importante, tendo em vista que aumentou significativamente a diversificação do portfólio. É válido apontar que, segundo Neto (2003), a abordagem de diversificação pode ocorrer através de ativos de diferentes naturezas, como ações, renda fixa, produtos comerciais e câmbio. Adicionalmente, o limitador de 10 por cento por ativo reduziu o peso em ativos de câmbio e no ouro, que ocupavam 33,03% e 39,54% de participação no portfólio.

**Tabela 1:** MVP com limite de 10% de peso por ativo

MVP 10% Max Weight	
Ativo	Percentual
Dólar	10%
Ouro	10%
BEEF3	5,04%
BRAP4	2,09%
CESP6	5,94%
EGIE3	10%
ENBR3	10%
FLRY3	0,86%
ITSA4	2,32%
MDIA3	0,34%
PSSA3	10%
RADL3	10%
TAE11	10%
TRPL4	10%
VALE3	3,01%
Total	100%

Retorno anual esperado: 4,5%

Volatilidade Anualizada: 18,8%

Índice de Sharpe: 0,13

A diversificação imposta de 10% contribuiu também para a diversificação do risco específico de cada empresa, que independe dos riscos de mercado, ou risco sistemático, conforme descrito por Bodie, Kane e Marcus (2000). Segundo os autores, conforme há o aumento do número de ativos no portfólio, maior será a redução do desvio-padrão, e conseqüentemente haverá a redução do risco, observando que o risco de mercado manterá, pois não pode ser reduzido através de diversificação.

Os ativos que compõem a carteira de mínima variância com percentual limite de 10% por ativo são, majoritariamente, ativos do setor de energia elétrica, representados pelos tickers TAE11, EGIE3, ENBR3, TRPL4 e CESP6. Todos esses ativos, apresentaram participação de 10%, o máximo imposto nos cálculos, com exceção de CESP6, que apresentou 5,94% de participação. Além desses papéis, mostrou-se presente também o setor de seguros, representado por PSSA3, com 10% de participação, o setor de saúde, representado por FLRY3, com 0,86% de participação, e o setor de mineração, através da VALE3,

representando 3,01% da carteira. A empresa MDIA3 teve participação singela na carteira, representando apenas 0,31% da mesma.

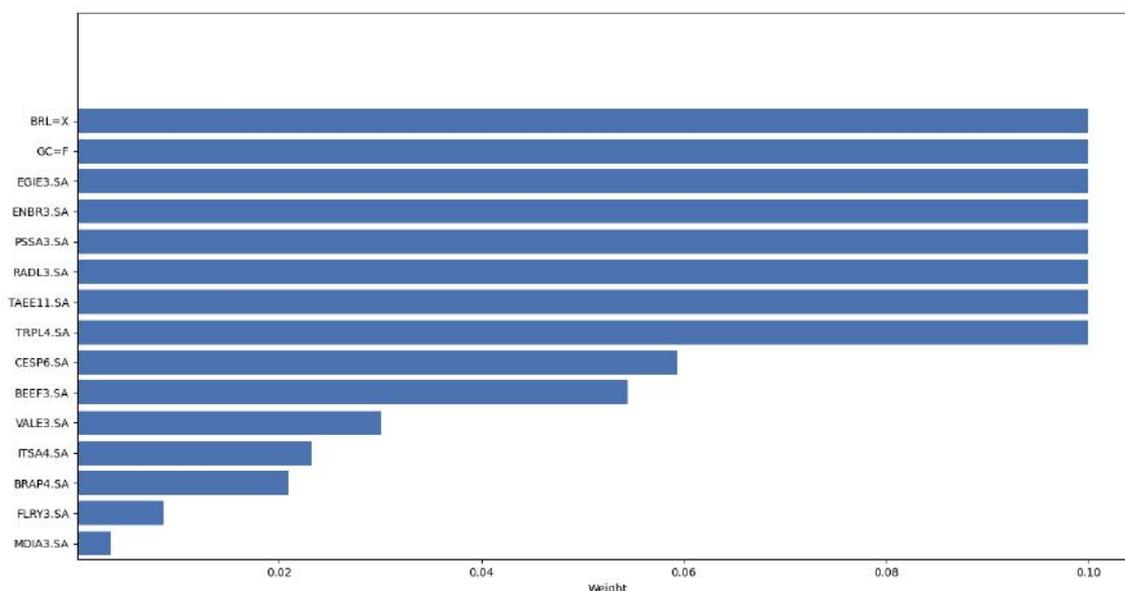


Gráfico 2 – Carteira MVP com 10% de peso por ativo.

Quanto aos retornos esperados, houve aumento expressivo no portfólio sem o limite de pesos por ativo, passando de 4,5% para 11,9%, mantendo sua volatilidade anualizada menor que o IBOVESPA, em 11,8%, enquanto o índice brasileiro possuiu aproximadamente 34,32% em 2020 e 22% em 2021. Todavia, a concentração nos ativos de ouro e dólar podem tirar parte da atratividade da carteira, pois juntos representariam 72,57% da carteira.

#### IV.2 – Carteira de Mínima Variância sem limitação de peso por ativo

A carteira MVP sem delimitação de pesos por ativos apresentou maior retorno esperado, assim como menor volatilidade anual esperada. Por consequência da relação risco-retorno mais atrativa, apresentou também índice de Sharpe mais atrativo ao ser comparado com a carteira com limite de participação dos ativos.

O portfólio em questão apresentou grande presença de ativos como ouro e dólar em sua composição, sendo os dois responsáveis por 39,54% e 33,03%, respectivamente. Dentro os outros ativos, encontram-se empresas de energia elétrica, sendo elas TAE11, EGIE3, TRPL4 e ENBR3. Empresas do setor elétrico, por possuírem volatilidade histórica reduzida costumam ser pertencentes à carteiras de mínima variância.

**Tabela 2:** MVP sem limite de peso por ativo

MVP No Max Weight	
Ativo	Percentual
Dólar	33,03%
Ouro	39,54%
EGIE3	5,71%
ENBR3	0,39%
MRF3	0,03%
PSSA3	6,11%
RADL3	0,27%
TAE11	9,83%
TRPL4	5,10%
Total	100%

Retorno anual esperado: 11,9%

Volatilidade Anualizada: 11,8%

Índice de Sharpe: 0,84

Essa carteira sem limitação de peso por ativo apresentou retorno esperado de 11,9% e volatilidade anualizada de 11,8%, enquanto no mesmo período, o índice Ibovespa desempenhou negativamente, sendo 13,26% pontos negativos. Adicionalmente, a volatilidade acumulada do Ibovespa se mostrou muito superior à carteira, apresentando 27,47% de volatilidade no período de dois anos, entre janeiro de 2020 e janeiro de 2022.

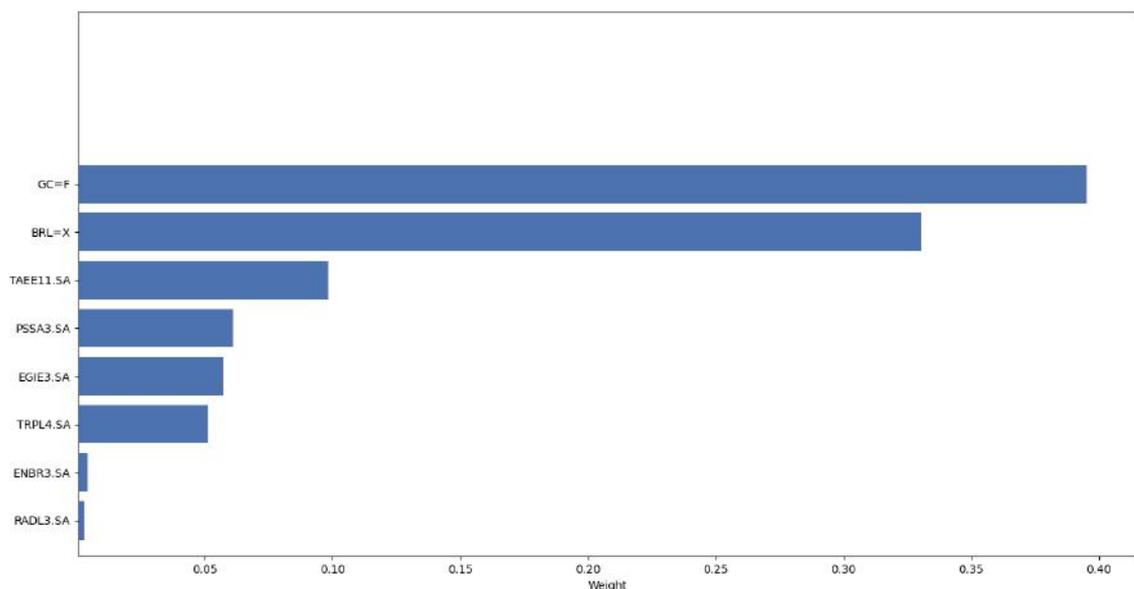


Gráfico 3 – Carteira MVP sem peso por ativos.

### IV.3 – Carteira com Índice de Sharpe Ótimo

Já a carteira com índice de Sharpe ótimo surpreendeu em seus resultados, desempenhando melhor que o par de carteiras de mínima variância, apresentando volatilidade anualizada controlada de 16,4%, se mantendo menor que o IBOVESPA, que apresentou 27,47% de volatilidade anualizada durante o período analisado. O retorno esperado da carteira se mostrou atrativo: 27,7% ao ano, sendo um retorno maior que diversos fundos de investimentos em ações brasileiros. Nessa carteira, a participação de ativos contou com a presença marcante do dólar, assim como TAEE11, do setor elétrico, MRFG3, do setor de commodities (frigorífico), WEGE3, do setor industrial, e PRIO3, do setor de commodities (petróleo).

**Tabela 3:** Carteira com Índice de Sharpe ótimo.

Índice de Sharpe	
Ativo	Percentual
Dólar	45%
Ouro	17%
MRFG3	15,68%
PRIO3	2,41%
TAEE11	16,17%
WEGE3	3,87%
Total	100%

Retorno anual esperado: 27,7%  
 Volatilidade Anualizada: 16,4  
 Índice de Sharpe: 1,56

Em termos de resultados gerais, a Carteira de Índice de Sharpe ótimo apresentou melhor retorno esperado ao comparar com as carteiras de mínima variância. É de se esperar que tenha apresentado maior volatilidade, porém, essa não ultrapassou as outras carteiras em questão de maneira significativa, se mantendo em um nível controlado tendo em vista o retorno esperado superior.

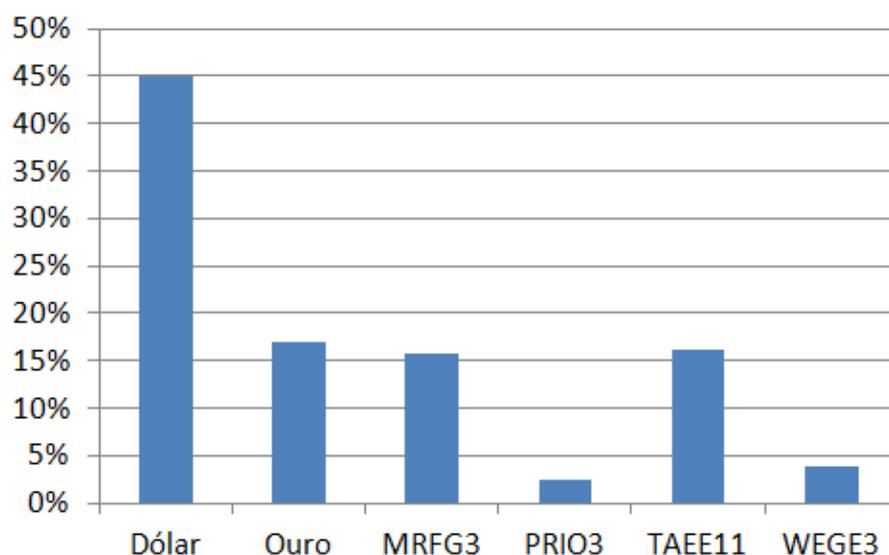


Gráfico 4 – Carteira com Índice de Sharpe ótimo.

## V - CONCLUSÃO

As duas carteiras de mínima variância, tanto com peso máximo estipulado em 10 por cento por ativo, quanto a carteira de mínima variância com pesos livre apresentaram desvio-padrão menor que o IBOVESPA. Quanto aos retornos esperados de ambas, quando houve restrição de peso máximo por ativos, houve consideravelmente redução dos retornos esperados, explicados majoritariamente pela redução da presença de dólar e ouro na carteira.

É nítida a presença de ativos do setor elétrico em ambas as carteiras. Essa particularidade pode ser explicado pelo fato de que empresas do setor elétrico possuem baixa volatilidade histórica, ao comparadas com outras empresas listadas na bolsa brasileira. Durante o período de instabilidade financeira, essas empresas costumam ser mais atrativas ao investidor, além de historicamente serem boas pagadoras de dividendos.

Tendo em vista as afirmações anteriores, as carteiras de mínima variância são efetivas no que diz respeito à minimização do risco global do portfólio, tendo em vista que as carteiras de mínima variância obtiveram risco, medido através do desvio-padrão global da carteira, menor que o desvio-padrão de cada ativo individualmente. Já no que diz respeito à maximização de retornos, o IBOVESPA, no mesmo período da análise compreendida entre janeiro de 2020 e janeiro de 2022 apresentou queda de aproximadamente 2,8%, enquanto as

carteiras de mínima variância, tanto com limite de peso de 10 por cento por ativo quanto sem limite impostos apresentaram rentabilidade esperada de 4,5% ao ano e 11,8% ao ano, respectivamente, podendo ser utilizadas como uma carteira de proteção contra quedas nos mercados instáveis.

No que tange o índice de Sharpe ótimo, a carteira em questão apresentou rentabilidade esperada superior aos pares, assim como volatilidade também superior. Todavia, a volatilidade se manteve abaixo do principal índice nacional da bolsa de valores brasileira, o que pode apresentar uma opção atrativa ao investidor não-sofisticado, apresentando risco controlado, ao mesmo tempo que oferece grande potencial de retorno. O contraponto da carteira de índice de Sharpe ótimo seria a concentração de ativos, uma vez que não apresenta diversificação sugerida por Ceretta & Costa Jr. (2000).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akhtaruzzaman, M., Boubaker, S., & Sensoy, A. (2021). Financial Contagion During COVID-19 Crisis. *Finance Research Letters*, 38, 101604.  
<https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101604>
- Almeida, V. S. (2012), ‘Are betas best? the correlation structure on brazilian equity market.’, *Journal of International Finance and Economics* . forthcoming.
- ASSAF NETO, A. *Finanças Corporativas e Valor*. São Paulo: Atlas, 2003.
- ASSAF NETO, Alexandre, LIMA, Fabiano Guasti Lima, *Investimento em ações: guia teórico e prático para investidores*. 2. Ed. São Paulo: Atlas, 2011.
- BOLSA DE VALORES DO BRASIL – B3. **Empresas listadas** – Ano de listagem; B3: 2020 à 2022. Disponível em: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm](http://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/empresas-listadas.htm). Acesso em: 16 de fevereiro de 2022.
- BOLSA DE VALORES DO BRASIL – B3. **Índice Bovespa (Ibovespa B3)** – Ibovespa. Disponível em: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm](http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm). Acesso em: 16 de fevereiro de 2022.
- Ceretta, P. S. & Costa Jr., N. C. A. (2000), Quantas ações tornam um portfólio diversificado no mercado de capitais brasileiro?, in N. C. A. Costa, Jr, R. P. C. Leal & E. F. Lemgruber, eds, ‘Mercado de Capitais: Análise Empírica no Brasil’, Atlas.
- Constantinides, G. M. & Malliaris, A. G. (1995), Portfolio theory, in R. A. Jarrow, V. Maksimovic & W. T. Ziemba, eds, ‘Handbooks in operations research and management science: Finance’, Vol. 9, North-Holland: Elsevier.
- Ledoit, O. & Wolf, M. (2004), ‘Honey, i shrunk the sample covariance matrix’, *The Journal of Portfolio Management* 30(4), 110–119.
- Markowitz, H. (1952), ‘Portfolio selection’, *The Journal of Finance* 7(1), 77–91.
- Martin, R. A., (2021). PyPortfolioOpt: portfolio optimization in Python. *Journal of Open Source Software*, 6(61), 3066, <https://doi.org/10.21105/joss.03066>
- Michaud, R. O. (1989), ‘The markowitz optimization enigma: is "optimized" optimal?’, *Financial Analysts Journal* 45(1), 31–42.
- Jaffe, J. F., Jordan, B. D., Ross, S. A., & Westerfield, R. W. (2008). *Modern financial management*. Boston, Mass: McGraw-Hill/Irwin.
- Sharpe, W. F. (1966). «Mutual Fund Performance». *Journal of Business*. 39 (S1): 119–138.
- 101-105

Spitznagel, M. 'Safe Haven: Investing for Financial Storms' (2021) pp. 110-113.

Tversky, A. & Kahneman, D. (1991), 'Loss-aversion in riskless choice: a reference-dependent model', *The Quarterly Journal of Economics* 106(4), 1039–1061

**YahooFinance** Cotações Diárias Disponível em <https://finance.yahoo.com/> Acesso em 10 de Janeiro de 2022.