

VIGAS CONTÍNUAS DE CONCRETO LEVE ESTRUTURAL

JOSE GOMES DA SILVA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRÁU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:

Fernand Lamei  
Presidente

Sydney Luchs  
Joséki Nagao

RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
MARÇO DE 1970

a meus pais

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Fernando Luiz Lobo Carneiro, que pela sua orientação dedicada, paciente e incentivadora fez com que conduzíssemos a bom termo o presente trabalho.

Ao Prof. Yosiaki Nagato pelas suas valiosas sugestões e colaboração na realização dos ensaios.

À Escola Politécnica da Universidade Federal da Paraíba, na pessoa do seu Diretor, Prof. Lynaldo Cavalcanti, pelo apoio concedido.

À CAPES e COPPE pelo apoio financeiro.

À Construtora Rabello S/A., por ter cooperado para a realização da pesquisa através da concessão de uma bolsa de estudos à COPPE e fornecimento do agregado leve.

Ao Corpo Docente e Administrativo da COPPE, pelos conhecimentos e experiência á nós transmitidos.

À Tina pela datilografia.

Aos meus amigos, pelo apoio e companheirismo.

## S U M Á R I O

Este nosso estudo tem por finalidade a verificação do comportamento de Vigas Contínuas de Concreto Leve Estrutural, quando carregadas até a ruptura.

Estudamos vigas contínuas de dois vãos, com cargas concentradas no meio de cada vão e além de verificarmos o comportamento do Concreto Leve Estrutural para vigas dimensionadas segundo o chamado "cálculo elástico clássico" estudamos também a sua capacidade de adaptação plástica nos sistemas hiperestáticos, isto é, em vigas calculadas segundo as hipóteses do "cálculo plástico".

Para tal, fizemos duas hipóteses de "Cálculo plástico": na primeira diminuimos de 30% o momento negativo do cálculo elástico sobre o apoio central, de modo que baixamos a "linha de fechamento" e desta forma a primeira rótula plástica se formou sobre o apoio central. Na segunda hipótese aumentamos de 30% o momento negativo obtido no cálculo elástico, ou seja, subimos a "linha de fechamento" fazendo com que as primeiras rótulas plásticas se formassem no meio dos vãos.

Nosso objetivo é sabermos como o Concreto Leve Estrutural funcionou nestas duas hipóteses; desejamos saber a capacidade de rotação de suas rótulas plásticas, a redistribuição dos momentos, as flechas e rotações obtidas, bem como algumas propriedades do concreto.

Como base para comparação dos resultados, estudamos também duas "vigas isostáticas de comparação" cujas armaduras foram iguais às das secções em que, nas vigas contínuas, se formaram as primeiras rótulas plásticas.

Í N D I C E

	pág.
Fôlha de rosto .....	i
Dedicatória .....	ii
Agradecimentos .....	iii
Sumário .....	iv
Notação .....	xv
Índice .....	v
Índice das figuras .....	xi
Índice das tabelas .....	xiv
 CAPÍTULO 1      INTRODUÇÃO .....	 1
CAPÍTULO 2      MATERIAIS .....	3
2.1      Areia .....	3
2.1.a      Ensaio de granulometria .....	3
2.1.b      Peso específico aparente .....	3
2.1.c      Peso específico absoluto .....	4
2.2      Agregado graúdo .....	4
2.2.a      Ensaio de granulometria .....	4
2.2.b      Peso específico aparente .....	4
2.2.c      Peso específico absoluto .....	7
2.2.d      Absorção d'água .....	7
2.3      Cimento .....	7
2.4      Aço .....	7
2.5      Concreto .....	8

2.5.a	Fixação do traço .....	8
2.5.b	Preparação do concreto .....	10
2.5.c	Corpos de prova .....	11
2.5.c-1	Resistência à compressão ,.....	11
2.5.c-2	Resistência à tração indireta .....	11
2.5.c-3	Peso específico .....	12
2.5.c-4	Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico .....	12
2.5.c-5	Módulo de elasticidade longitudinal estático .....	12
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>CÁLCULO DOS MOMENTOS E DAS CARGAS DE RUPTURA ...</b>	<b>16</b>
3.1	Cálculo elástico - Viga V1 .....	16
3.1.a	Sobre o apoio central .....	16
3.1.b	No meio dos vão s .....	17
3.1.c	Cálculo da carga de ruptura .....	17
3.1.d	Cálculo das reações .....	18
3.1.e	Diagrama dos esforços cortantes ....	19
3.1.f	Tensão de cisalhamento máxima .....	19
3.1.g	Cálculo dos estribos .....	19
3.1.h	Comprimento de ancoragem .....	20
3.1.i	Detalhe de armadura .....	21
3.2	Cálculo Plástico: 1ª Hipótese - Viga V2 .....	21
3.2.a	Cálculo da seção da armadura sobre o apoio central .....	22
3.2.b	Cálculo da seção da armadura no meio dos vão s. .....	22

3.2.c	Cálculo dos estribos .....	24
3.2.d	Detalhes de armaduras .....	24
3.3	Cálculo Plástico: 2 <sup>a</sup> Hipótese - Viga V3 .....	25
3.3.a	Cálculo da seção da armadura no meio .. dos vãos .....	25
3.3.b	Cálculo da seção da armadura sobre o apoio central .....	26
3.3.c	Cálculo dos estribos .....	27
3.3.d	Detalhes de armaduras .....	28
3.4	Viga isostática de comparação: T1 .....	28
3.5	Viga isostática de comparação: T2 .....	29
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>PARTE PRÁTICA .....</b>	<b>31</b>
4.1	Concretagem das Vigas .....	31
4.1.a	Fôrmas .....	31
4.1.b	Concretagem das vigas .....	31
4.1.c	Cura das vigas .....	31
4.1.d	Barras de aço extras .....	32
4.2	Instrumentos usados para .....	32
4.2.a	Aplicação e medida das cargas .....	32
4.2.b	Leituras de flechas .....	32
4.2.c	Leitura das deformações .....	33
4.2.d	Leitura de rotação .....	33
4.2.e	Leitura das fissuras .....	33
4.2.f	Apoios e pontos de aplicação das cargas.	33
4.3	Disposição dos ensaios (Esquemas) .....	33

4.3.a	Esquema dos ensaios das vigas isostáticas de comparação .....	33
4.3.b	Esquema dos ensaios das vigas contínuas .....	34
4.3.c	Posições de colocação dos instrumentos (Seções) .....	34
4.3.c.1	Vigas isostáticas de comparação.....	34
4.3.c.2	Vigas contínuas .....	37
4.4	Realização dos ensaios .....	37
4.4.a	Viga isostática de comparação T2 .....	37
4.4.b	Viga isostática de comparação T1 .....	41
4.4.c	Viga contínua V1 .....	44
4.4.d	Viga contínua V3 .....	48
4.4.e	Viga contínua V2 .....	52
<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>CÁLCULOS GERAIS .....</b>	<b>69</b>
5.1	Cálculo dos momentos .....	69
5.1.a	Viga contínua V1 .....	69
5.1.b	Viga contínua V2 .....	70
5.1.c	Viga contínua V3 .....	71
5.2	Cálculo da Rígidez (EJ) pelos Diagramas Cargas-Rotações relativas .....	75
5.2.a	Vigas isostáticas de comparação .....	75
5.2.b	Vigas contínuas .....	76
5.2.c	Valores encontrados .....	76
5.3	Cálculo da Rígidez (EJ) pelos Diagramas cargas-flechas .....	77

5.3.a	Vigas isostáticas de comparação .....	77
5.3.b	Vigas contínuas .....	78
5.3.c	Valores encontrados .....	79
5.4	Cálculo dos Valores Teóricos da Rígidez (EJ) .....	79
5.4.a	Cálculo da rigidez no estádio I .....	79
5.4.b	Cálculo da rigidez no estádio II .....	80
5.4.b-1	Viga isostática de comparação T1 .....	81
5.4.b-2	Viga isostática de comparação T2 .....	81
5.4.b-3	Viga contínua V1 .....	81
5.4.b-4	Viga contínua V2 .....	81
5.4.b.5	Viga contínua V3 .....	82
5.4.b.6	QUADRO I - Valores da rigidez (EJ) ....	82
5.5	Cálculo das Rotações das Rótulas Plásticas ( $\theta_p$ ) pelos Diagramas Cargas-Rotações Relativas .....	83
5.5.a	Vigas isostáticas de comparação .....	83
5.5.b	Valores encontrados .....	83
5.6	Cálculo das Rotações das Rótulas Plásticas ( $\theta_p$ ) pelos diagramas Cargas-Flechas .....	84
5.6.a	Vigas isostáticas de comparação .....	84
5.6.b	Valores encontrados .....	84
5.7	Cálculo Teórico da Capacidade de Rotação das Rótulas Plásticas .....	84
5.7.a	Pela fórmula proposta pelo Prof. Lobo Carneiro .....	84
5.7.a-1	Viga isostática de comparação T1 .....	85
5.7.a-2	Viga isostática de comparação T2 .....	86

5.7.b	Pela fórmula proposta pelo Prof. A.L.L. Baker .....	86
5.7.b-1	Viga isostática de comparação T1 .....	87
5.7.b-2	Viga isostática de comparação T2 .....	87
5.7.c	Tabela resumo das capacidades de rotações das rótulas plásticas .....	88
5.8	Cálculo dos Valores Teóricos das Rotações das Rótulas Plásticas .....	88
5.8.a	Viga contínua V2 .....	88
5.8.b	Viga contínua V3 .....	89
5.8.c	Comparação das rotações das rótulas plásticas nas vigas contínuas (cálculo teórico) com as capacidades máximas de rotações das vigas isostáticas.....	90
<b>CAPÍTULO 6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>92</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>94</b>
<b>APÊNDICE .....</b>		<b>95</b>
1	Cálculo da Rigidez das Vigas Isostáticas pelos Diagramas Cargas Rotações-Relativas .....	95
2	Cálculo da Rigidez das Vigas Contínuas pelos Diagramas Cargas Rotações-Relativas .....	95
3	Cálculo da Rigidez das Vigas Contínuas pelos Diagramas cargas Flechas .....	97
4	Cálculo dos Valores Teóricos da Rigidez no Estádio II	98
5	Cálculo das Rotações das Rótulas Plásticas das Vigas Isostáticas pelos Diagramas Cargas-Flechas....	98
6	Cálculo dos Valores Teóricos das Rotações das Rótulas Plásticas da Viga V2 .....	99
7	Cálc. dos Valores Teóricos das Rotações das Rótulas Plásticas da Viga V3 .....	100

ÍNDICE DAS FIGURAS

Fig.	Título da Figura	pág.
1.1	- Viga contínua: dimensões .....	2
1.2	- Viga isostática de comparação: dimensões .....	2
2.1	- Curva de distribuição granulométrica da areia .....	5
2.2	- Curva de distribuição granulométrica do agregado grão	6
2.3	- Diagrama tensões-deformações do aço .....	14
2.4	- Diagrama tensões-deformações do concreto .....	15
3.1	- Distribuição de armaduras de V1 .....	16
3.2	- Diagrama de tensões (à flexão) .....	16
3.3	- Diagrama de Momentos Fletores - V1 .....	17
3.4	- Tipo de carregamento de V1 .....	17
3.5	- Diagrama dos esforços cortantes - V1 .....	19
3.6	- Ganco de 90° .....	21
3.7	- Detalhes de armaduras - V1 .....	21
3.8	- Diagrama de Momentos Fletores - V1 .....	23
3.9	- Detalhes de armaduras - V2 .....	24
3.10	- Diagrama de Momentos Fletores - V3 .....	27
3.11	- Detalhes de armaduras - V3 .....	28
3.12	- Detalhes de armaduras - T1 .....	28
3.13	- Detalhes de armaduras - T2 .....	29
4.1	- Esquema do ensaio das vigas isostáticas .....	36
4.2	- Detalhe do apoio da direita .....	36
4.3	- Detalhe do apoio da esquerda .....	36
4.4	- Detalhe do ponto de aplicação da carga .....	36
4.5	- Esquema do ensaio das vigas contínuas .....	36

Fig. 4.6 - Detalhe do apoio central das vigas contínuas .....	36
Fig. 4.7 - Seções das vigas isostáticas de comparação .....	36
Fig. 4.8 - Seções das vigas contínuas.....	37
Fig. 4.9 - Diagramas cargas-Rotações Relativas - T1 - T2 .....	56
Fig. 4.10 - Diagramas cargas-Rotações Relativas - V1 .....	57
Fig. 4.11 - Diagramas cargas-Rotações Relativas - V2 .....	58
Fig. 4.12 - Diagramas cargas-Rotações Relativas - V3 .....	59
Fig. 4.13 - Diagramas Cargas-Flechas - T1 .....	60
Fig. 4.14 - Diagramas Cargas-Flechas - T2 .....	61
Fig. 4.15 - Diagramas Cargas-Flechas - V1 .....	62
Fig. 4.16 - Diagramas Cargas-Flechas - V2 .....	63
Fig. 4.17 - Diagramas Cargas-Flechas - V3 .....	64
Fig. 4.18 - Fotografia 1: Montagem do ensaio da viga isostática	65
Fig. 4.19 - Fotografia 2: Vista do ensaio de uma viga isostática	65
Fig. 4.20 - Fotografia 3: Montagem do ensaio da viga contínua ..	66
Fig. 4.21 - Fotografia 4: Vista do ensaio de uma viga contínua	66
Fig. 4.22 - Fotografia 5: Viga contínua deformada (após o ensaio)	67
Fig. 4.23 - Fotografia 6: Vista da viga contínua V3, (após o ensaio)	67
Fig. 4.24 - Fotografia 7: Vista da região do apoio central da viga V2, (após o ensaio) .....	68
Fig. 4.25 - Fotografia 8: Corpos de prova rompidos à tração indireta e à compressão .....	68
Fig. 5.1 - Diagramas Momentos-Cargas - V1 .....	72
Fig. 5.2 - Diagramas Momentos-Cargas - V2 .....	73
Fig. 5.3 - Diagramas Momentos-Cargas - V3 .....	74

Fig. 5.4 - Diagrama Cargas-Rotações Relativas (caso geral) ...	75
Fig. 5.5 - Diagrama Cargas-Flechas (caso geral) .....	78
Fig. 5.6 - Diagrama Momento-Curvatura (caso geral) .....	85
Fig. A.1 - Diagrama de momentos fletores-vigas isostáticas ...	95
Fig. A.2 - Decomposição do diagrama de momentos .....	96
Fig. A.3 - Decomposição do diagrama de momentos (viga contínua)	97
Fig. A.4 - Diagrama das deformações .....	98
Fig. A.5 - Diagrama da variação das flechas-vigas isostáticas	99
Fig. A.6 - Momentos-viga V2 .....	99
Fig. A.7 - Momentos-viga V3 .....	100

ÍNDICE DAS TABELAS

	pág.
Tabela 1 - Aberturas médias e máximas das fissuras - T1 .....	38
Tabela 2 - Valores das rotações - T2 .....	39
Tabela 3 - Valores das flechas - T2 .....	40
Tabela 4 - Aberturas médias e máximas das fissuras - T1 .....	41
Tabela 5 - Valores das rotações - T1 .....	42
Tabela 6 - Valores das flechas - T1 .....	43
Tabela 7 - Aberturas médias e máximas das fissuras - V1 .....	44
Tabela 8 - Valores das cargas e das reações - V1 .....	45
Tabela 9 - Valores das rotações - V1 .....	46
Tabela 10 - Valores das flechas - V1 .....	47
Tabela 11 - Aberturas médias e máximas das fissuras - V3 .....	48
Tabela 12 - Valores das cargas e das reações - V3 .....	49
Tabela 13 - Valores das rotações - V3 .....	50
Tabela 14 - Valores das flechas - V3 .....	51
Tabela 15 - Aberturas médias e máximas das fissuras - V2 .....	52
Tabela 16 - Valores das cargas e das reações - V2 .....	53
Tabela 17 - Valores das rotações - V2 .....	54
Tabela 18 - Valores das flechas - V2 .....	55
Tabela 19 - Valores dos momentos - V1 .....	69
Tabela 20 - Valores dos momentos - V2 .....	70
Tabela 21 - Valores dos momentos - V3 .....	71
Tabela 22 - QUADRO I - Valores da rigidez (EJ) .....	82
Tabela 23 - Capacidade de rotação das rótulas plásticas .....	88
Tabela 24 - Comparação das rotações das rótulas plásticas nas vigas contínuas com as capacidades máximas de rotações.....	90

## N O T A Ç Ã O

- $A$  - Percentagem de água referida ao peso total de cimento mais agregados.
- $b$  - Dimensão da base da viga
- $D_{max}$  - Diâmetro máximo dos grãos
- $E$  - Módulo de elasticidade longitudinal
- $E_a$  - Módulo de elasticidade longitudinal do aço
- $E_b$  - Módulo de elasticidade longitudinal estático do concreto
- $E_d$  - Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico do concreto
- $EJ$  - Rígidez à flexão
- $(EJ)_I$  - Rígidez à flexão no Estádio I
- $(EJ)_{II}$  - Rígidez à flexão no Estádio II
- $f$  - Flecha
- $g$  - Carga uniformemente distribuída
- $h$  - Altura útil da viga
- $J$  - Momento de inércia
- $l$  - Distância entre dois apoios consecutivos das vigas (vôo livre)
- $l_a$  - Comprimento de ancoragem
- $l_p$  - Comprimento de plastificação de um só lado da seção transversal
- $l'_p$  - Comprimento de plastificação "equivalente"
- $M$  - Momento fletor
- $M_B, M_C, M_D$  - Momentos Fletores nas seções B, C e D, respectivamente
- $M_r$  - Momento fletor de ruptura
- $M_{B_r}, M_{C_r}, M_{D_r}$  - Momentos Fletores de Ruptura nas seções B, C e D, respectivamente

$m$	-	Traço global: relação cimento: agregado total
$P$	-	Carga concentrada
$P_r$	-	Carga de ruptura
$Q_{\max}$	-	Esfôrço cortante máximo
$R_A, R_C, R_E$	-	Reações nos apoios A, C e E, respectivamente
$S_f$	-	Área da seção transversal das armaduras de flexão
$S_e$	-	Área da seção transversal das armaduras dos estribos
$y$	-	Altura da zona de compressão "equivalente" no concreto
$z$	-	Braço de alavanca
$\gamma_{ab}$	-	Peso específico absoluto
$\gamma_{ap}$	-	Peso específico aparente
$\gamma_s$	-	Peso específico do corpo de prova seco
$\gamma_u$	-	Peso específico do corpo de prova úmido
$\epsilon$	-	Deformação relativa
$\epsilon_a$	-	Deformação relativa do aço
$\epsilon_r$	-	Deformação relativa do concreto (na ruptura)
$\sigma_e$	-	Tensão de escoamento do aço
$\sigma_r$	-	Tensão de ruptura
$\sigma_{c7}$	-	Tensão de ruptura à compressão do concreto na idade de 7 dias
$\sigma_{c28}$	-	Tensão de ruptura à compressão do concreto na idade de 28 dias
$\sigma_{t7}$	-	Tensão de ruptura à tração indireta do concreto na idade de 7 dias
$\sigma_{t28}$	-	Tensão de ruptura à tração indireta do concreto na idade de 28 dias
$\phi$	-	Diâmetro da seção transversal do aço das armaduras
$\theta$	-	Rotação

- $\theta_p$  - Rotação das rótulas plásticas  
 $\theta'$  - Curvatura  
 $\eta$  - Coeficiente de aderência do aço  
 $\tau_{max}$  - Tensão de cisalhamento máxima  
 $\bar{w}_o$  - "Percentagem geométrica" da armadura  
 $\delta_{10}, \delta_{11}$  - Térmos de carga

Pág.	Linha	Onde se lê	Leia-se
4	17	Peso específico aparente	Peso específico aparente do agregado
7	1	Peso específico absoluto	Peso específico aparente dos grãos
7	6	Em volume aparente	Em volume aparente do agregado
17	14	...do momento no apoio central:	...dos momentos no apoio central e no meio do vão:
18	18	$R_A = R_E = \frac{P}{2} + \frac{q\ell}{2} - \frac{M_C}{\ell}$ e $R_C = P + q + \frac{M_C}{\ell}$	$R_A = R_E = \frac{P}{2} + \frac{q\ell}{2} - \frac{M_C}{\ell}$ e $R_C = P + q + \frac{M_C}{\ell}$
20	4	$M/\sigma_e z$	$\Delta M/\sigma_e z$
21	17	...1ª Hipótese:	... 1º Caso
21	22	$\frac{q\ell^2}{8} + \frac{P_r\ell}{4} = \frac{82+9}{8} \dots$	$\frac{q\ell^2}{8} + \frac{P_r\ell}{4} = \frac{82x9}{8} + \dots$
22	3	...2,66 → $K_y = 0,155$	...2,66 → $K_y = 0,155$ ; → significa entrando-se com este valor na Tabela...
23	15	...Momentos Fletores - V1	...Momentos Fletores - V2
28	12	comprimento igual à distância...	Comprimento aproximadamente igual à distância...
31	12	...foi feita emergindo...	...foi feita imergindo...
36	11	2-Um macaco hidráulico (500000lb)	2-Um macaco hidráulico (1000000lb)
49	25	... e no apoio central	...e no apoio central
69	7	... $M_D = 1,5R_E$ e $M_C = -1,5P + 3R_E$	$\dots M_D = R_E \frac{\ell}{2} : M_D = 1,5R_E$ e $M_C = - \frac{P\ell}{2} + R_E \ell : M_C = -1,5P + 3R_E$
70	3	...na experiência...	...na experiência...
70	7	formação da primeira...	formação da primeira...
70	8	$P = 6,8tf$ , ...	$P = 6,8tf$ , ...
76	3	...da secção homogeneizada...	...da secção do concreto
76	6	...no estádio I, ( $EJ_I$ , é ...	...no estádio I, ( $EJ_I$ , é ...
86	17	max. $\theta = \ell'_P - \theta'_P$	max. $\theta = \ell'_P - \theta'_P$

Capítulo 1I N T R O D U Ç Ã O

A aplicação do Concreto Leve Estrutural em vigas dimensionadas pelo chamado "cálculo elástico clássico" já está num estágio de quase definição, pois estudos feitos por vários pesquisadores, comprovaram que as características do concreto leve são bastante semelhantes as do concreto comum, sendo que as pequenas discrepâncias não acarretam prejuízos às estruturas desde que sejam levadas em conta certos fatores de correção. O mesmo não acontece quando se trata do emprego do concreto leve estrutural em vigas dimensionadas pelo "cálculo plástico" e nossa intenção foi estudarmos seu comportamento em tal caso.

Para a realização de nossa pesquisa estudamos cinco vigas com as seguintes características:

a) Três vigas contínuas com dois vão iguais de 3,00m cada, com cargas concentradas no meio de cada vão e de secção transversal constante de 0,15m x 0,30m.

As cargas concentradas no meio de cada vão são iguais e variaram a partir de zero até um valor que provocou a ruptura da viga. (Ver a fig.1.1).

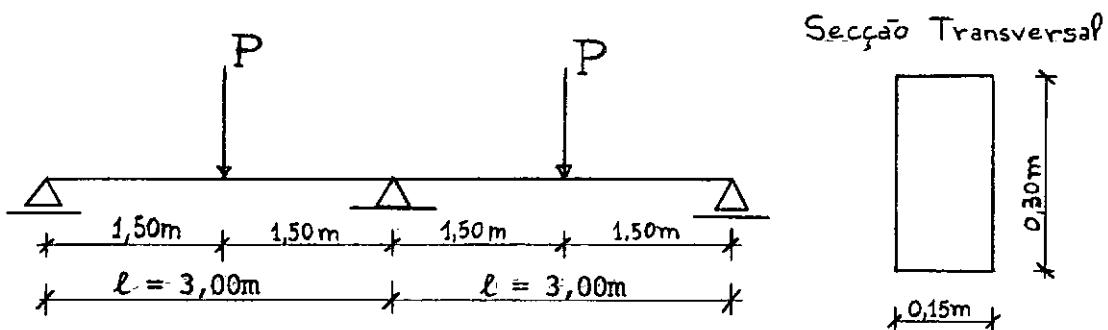


Fig. 1.1 - Viga contínua: dimensões

b) Duas "vigas isostáticas de comparação": são vigas simplesmente apoiadas, com as dimensões da secção transversal das vigas contínuas e vãos obtidos dos diagramas de momentos fletores do "cálculo plástico", nas duas hipóteses, na região onde se forma a primeira rótula plástica, aproximadamente iguais às distâncias entre os pontos de momentos nulos.

Estas vigas foram rompidas com a aplicação de cargas concentradas no meio dos vãos e os dados delas obtidos serviram de comparação com os respectivos das vigas contínuas. (Ver fig. 1.2).

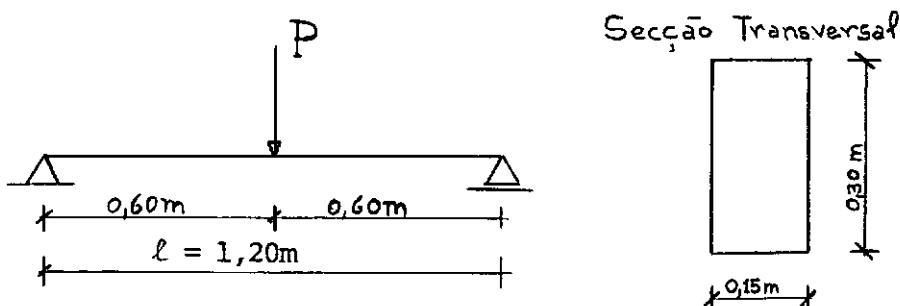


Fig. 1.2 - Viga isostática de comparação: dimensões

Capítulo 2M A T E R I A I S

2.1 - AREIA: Foi usada no preparo do concreto uma areia grossa. Estudamos várias amostras da areia e obtivemos os seguintes resultados:

2.1.a - Ensaio de granulometria: Valores médios das análises de três amostras de 1000g. (Ver fig. 2.1):

PENEIRAS (mm)	PERCENTAGENS ACUMULADAS RETIDAS
4,8	3,8
2,4	9,9
1,2	36,2
0,6	78,2
0,3	95,5
0,15	98,9
TOTAL	322,5

Portanto, temos,

$$D_{\max} = 4,8 \text{ mm}$$

2.1.b - Peso específico aparente:

$$\gamma_{ap} = 1,5 \text{ gf / cm}^3$$

2.1.c - Peso específico absoluto:

$$\gamma_{ab} = 2,65 \text{ gf/cm}^3$$

2.2 - AGREGADO GRAÚDO; Foi empregado no concreto o agregado artificial de argila expandida, de fabricação da CINASA S.A. (Jundiaí, S.P.)

2.2.a - Ensaio de granulometria: Valores médios das análises de três amostras de 1000g, (Ver fig. 2.2):

PENEIRAS (mm)	PERCENTAGENS ACUMULADAS RETIDAS
25	0
19	2,3
9,6	95,9
4,8	100,0
2,4	100,0
1,2	100,00
0,6 - 0,3 - 0,15	300,0
TOTAL	698,2

Portanto, temos:

$$D_{max} = 19\text{mm}$$

2.2.b - Peso específico aparente:

$$\gamma_{ap} = 0,68\text{gf/cm}^3$$

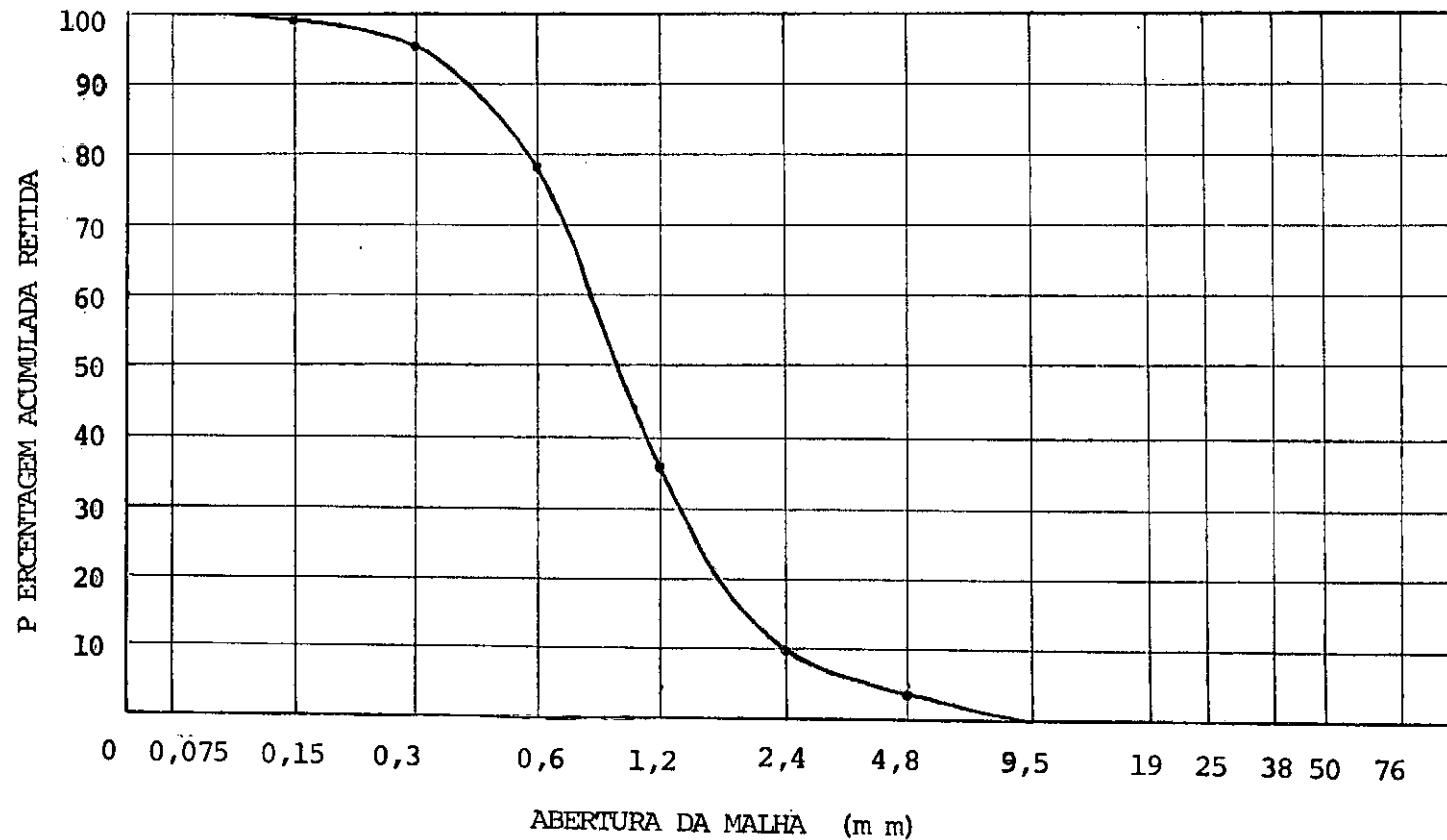


Fig. 2,1 - CURVA DE DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA DA AREIA

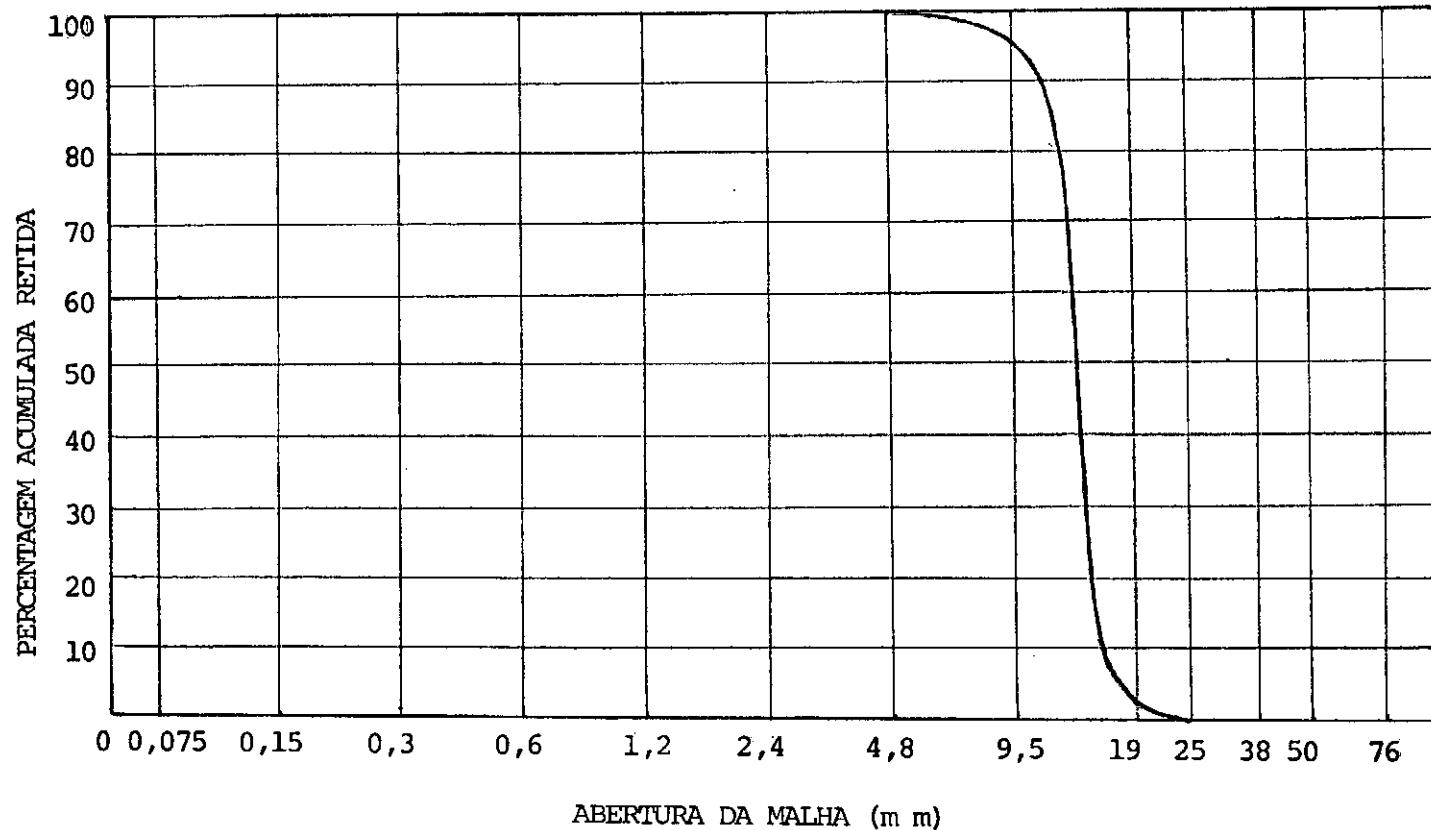


Fig.2.2 - CURVA DE DISTRIBUIÇÃO GRANULOMÉTRICA DO AGREGADO GRAÚDO

2.2.c - Pêso específico absoluto (pêso específico aparente dos grãos):

$$\gamma_{ab} = 1,09 \text{ gf/cm}^3$$

2.2.d - Absorção d'água (em 4 dias)

Em peso: 17%

Em volume aparente: 11,6%

Em volume absoluto: 18,5%

2.3 - CIMENTO: O cimento usado foi do tipo Portland, fabricado pela Companhia de Cimento Portland Barroso S.A.

2.4 - AÇO: Foi empregado o aço CA 50 A, sendo 9,4mm e  $0,69\text{cm}^2$  o diâmetro e a área da seção transversal, respectivamente. O aço foi ensaiado à tração e obtivemos os seguintes resultados: (ver fig. 2.3);

Tensão de escoamento:

$$\sigma_e = 5400 \text{ kgf/cm}^2$$

Tensão de ruptura:

$$\sigma_r = 7850 \text{ kgf/cm}^2$$

Deformação relativa, fora da zona de estrição:

$$\epsilon_r = 11\%$$

Deformação relativa, na zona de estrição:

$$\epsilon_r = 18,3\%$$

Módulo de elasticidade longitudinal:

$$E_a = 2\ 100\ 000 \text{ kgf/cm}^2$$

## 2.5 - CONCRETO:

### 2.5.a - Fixação do Traço:

Inicialmente desejávamos obter um concreto cuja resistência à compressão, com idade de 28 dias, fosse maior ou igual a 150 kgf/cm<sup>2</sup>. Partindo-se desta resistência e da hipótese de que para um mesmo fator água/cimento, a resistência do concreto leve com certo traço é 75% daquela do concreto comum com traço correspondente. Temos:

$$\sigma_{r \text{ leve}} = 0,75 \sigma_{r \text{ comum}}$$

Como queremos:  $\sigma_{r \text{ leve}} = 150 \text{ kgf/cm}^2$ , temos:

$$\sigma_{r \text{ comum}} = \frac{150}{0,75} = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

Inicialmente foi feita a determinação do traço do concreto comum

$$\sigma_{c28} = 200 \text{ kgf/cm}^2, \text{ pelo método do INT, temos:}$$

$$\text{Fator água-cimento: } x = a/c = 0,65$$

Sendo A a percentagem de água referida ao peso total de cimento mais agregados, tem-se para o concreto vibrado mecanicamente:  $A = 9,5\%$

Diâmetro máximo do agregado graúdo:  $D_{max} = 19mm$ , sendo m o "traço global" (relação cimento: agregado total), temos:  $m = \frac{X \cdot 100}{A} - 1 = \frac{0,65 \cdot 100}{9,5} - 1 \approx 7 - 1 \approx 6$

Decompondo m em porções de brita e areia, ainda de acordo com o referido método, tem-se:

$$\text{Brita: } P = 0,4(m+1) = 0,4(6+1) \quad P = 2,8$$

$$\text{Areia: } Ar = m - P = 6 - 2,8 \quad Ar = 3,2$$

Temos um traço: 1:3,2 : 2,8 em peso.

Determinado o traço para agregados normais, o traço para agregados leves pode ser obtido, aproximadamente, substituindo-se a brita por igual volume aparente de agregado leve:

$$P_{leve} = P_{comum} \times \frac{\gamma_{ap. leve}}{\gamma_{ap.comum}} = 2,8 \times \frac{0,68}{1,4} = 1,36$$

Então o traço com concreto leve será: 1:3,2 : 1,36\* em peso. O concreto feito com este traço não era suficientemente trabalhável, então, partindo deste traço e mantendo o fator água/cimento 0,65 constante, por tentativas obtivemos o traço que nos deu um concreto bastante trabalhável e que foi o adotado na pesquisa:

$$1 : 2,84 : 1,05^* \quad x = 0,65 \quad \text{traço em peso}$$

É fácil ver que esse traço corresponde à  $A=10,8\%$  valor este que pode ser adotado inicialmente para determinação de certos traços de concreto leve.

#### Consumo de materiais:

$$\text{Cimento: } C = \frac{1000}{0,32 + \frac{2,84}{2,65} + \frac{1,05}{1,09} + 0,65} = 334 \text{ kg/m}^3$$

Temos:

$$\text{Cimento: } 1,0 \quad \text{--- } 334 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Areia: } 2,84 \quad \text{--- } 950 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Agregado leve: } 1,05^* \quad \text{--- } 350 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Água: } 0,65 \quad \text{--- } 217 \text{ kg/m}^3$$

#### 2.5.b - Preparação do concreto:

O concreto foi "amassado" em betoneira, sendo de aproximadamente 30l. o volume de cada betonada.

O lançamento dos materiais componentes do concreto, na betoneira, obedeceu a seguinte ordem: agregado leve, água, areia e cimento.

O concreto assim preparado apresentou o "slump ing test" de 1,0cm e ótima trabalhabilidade para o tipo de adensamento a

dotado (vibrador mecânico de agulha de 3400r.p.m.).

2.5.c - Corpos de prova:

Foram moldados 16 corpos de prova cilíndricos, de dimensões normalizadas pela ABNT, sendo quatro para cada viga contínua e dois para cada "viga isostática de comparação".

Os corpos de prova foram vibrados com um vibrador de imersão. Foi feito o capeamento dos corpos de prova com uma pasta de cimento e após cerca de 24 horas o corpo de prova foi desmoldado e colocado num tanque com água, onde ficou totalmente imerso durante sete dias, afim de que se processasse a cura do concreto..

Os estudos realizados com êstes corpos de prova nos forneceram os seguintes resultados:

2.5.c.1 - Resistência à compressão (valores médios):

Na idade de sete dias:  $\sigma_{c7} = 87 \text{ kgf/cm}^2$

Na idade de vinte e oito dias:  $\sigma_{c28} = 195 \text{ kgf/cm}^2$

2.5.c.2 - Resistência à tração indireta (valores médios):

Na idade de sete dias:  $\sigma_{t7} = 12,7 \text{ kgf/m}^2$

Na idade de vinte e oito dias:

$$\sigma_{t28} = 22,5 \text{ kgf/cm}^2$$

2.5.c.3 - Peso específico:

Peso específico (corpo de prova úmido):

$$\gamma_u = 1,88 \text{ gf/cm}^3$$

Peso específico (corpo de prova seco):

$$\gamma_s = 1,83 \text{ gf/cm}^3$$

2.5.c.4 - Módulo de elasticidade longitudinal dinâmico:

Foram ensaiados dez corpos de prova, que deram a frequência fundamental de vibração média de: 5400 hertz.

O módulo de elasticidade longitudinal dinâmico é dado por:  $E_d = (2 L f)^2 \frac{\gamma_s}{g}$

Sendo:  $E_d$  - módulo de elasticidade longitudinal dinâmico

$L$  - altura do corpo de prova:  $L = 30,5\text{cm}$

$f$  - frequência fundamental de vibração:  $f = 5400 \text{ hertz}$

$\gamma_s$  - peso específico (corpo de prova seco):  $\gamma_s = 1,83 \text{ gf/cm}^3$

$g$  - aceleração da gravidade:  $g = 981 \text{ cm/s}^2$

Vem:  $E_d = (2 \times 30,5 \times 5400)^2 \frac{1,83}{981} = 2,04 \times 10^8 \text{ gf/cm}^2 \therefore E_d = 204000 \text{ kgf/cm}^2$

2.5.c.5 - Módulo de elasticidade longitudinal estático:  $E_b$

Foram ensaiados corpos de prova à compressão,

tendo sido as deformações medidas pelos extensômetros mecânicos Huggenberg (precisão  $10^{-5}$ ). Os dados obtidos nos forneceram o diagrama tensões-deformações da fig. 2.4. Daquele diagrama obtivemos:

$$E_b = 215000 \text{ kgf/cm}^2$$

Chamamos a atenção para o fato de que o módulo de elasticidade longitudinal estático de um concreto comum com a mesma resistência seria de ordem de  $295000 \text{ kgf/cm}^2$ . Portanto, as deformações do concreto leve são cerca de 37% maiores que as do concreto comum.

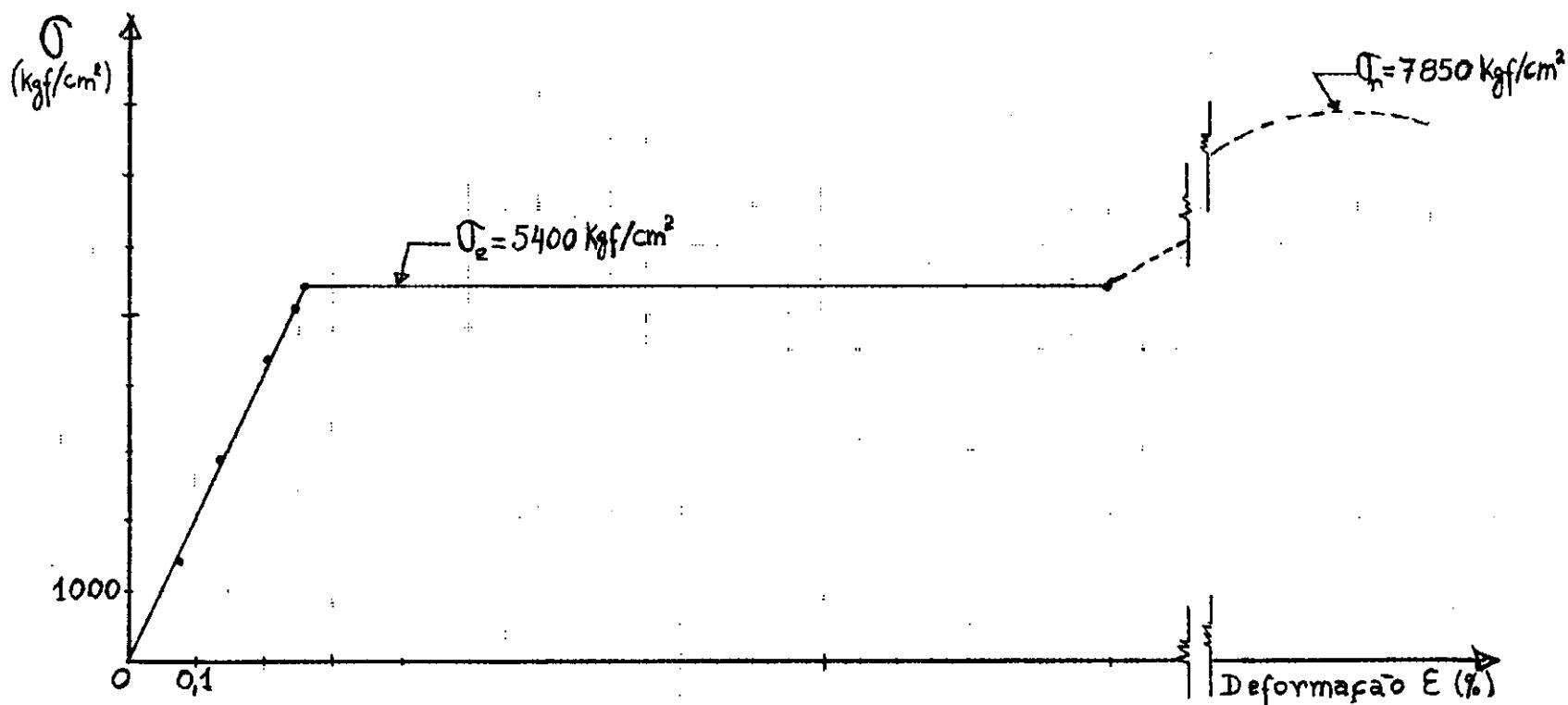


FIG. 2.3 - DIAGRAMA TENSÕES-DEFORMAÇÕES DO AÇO

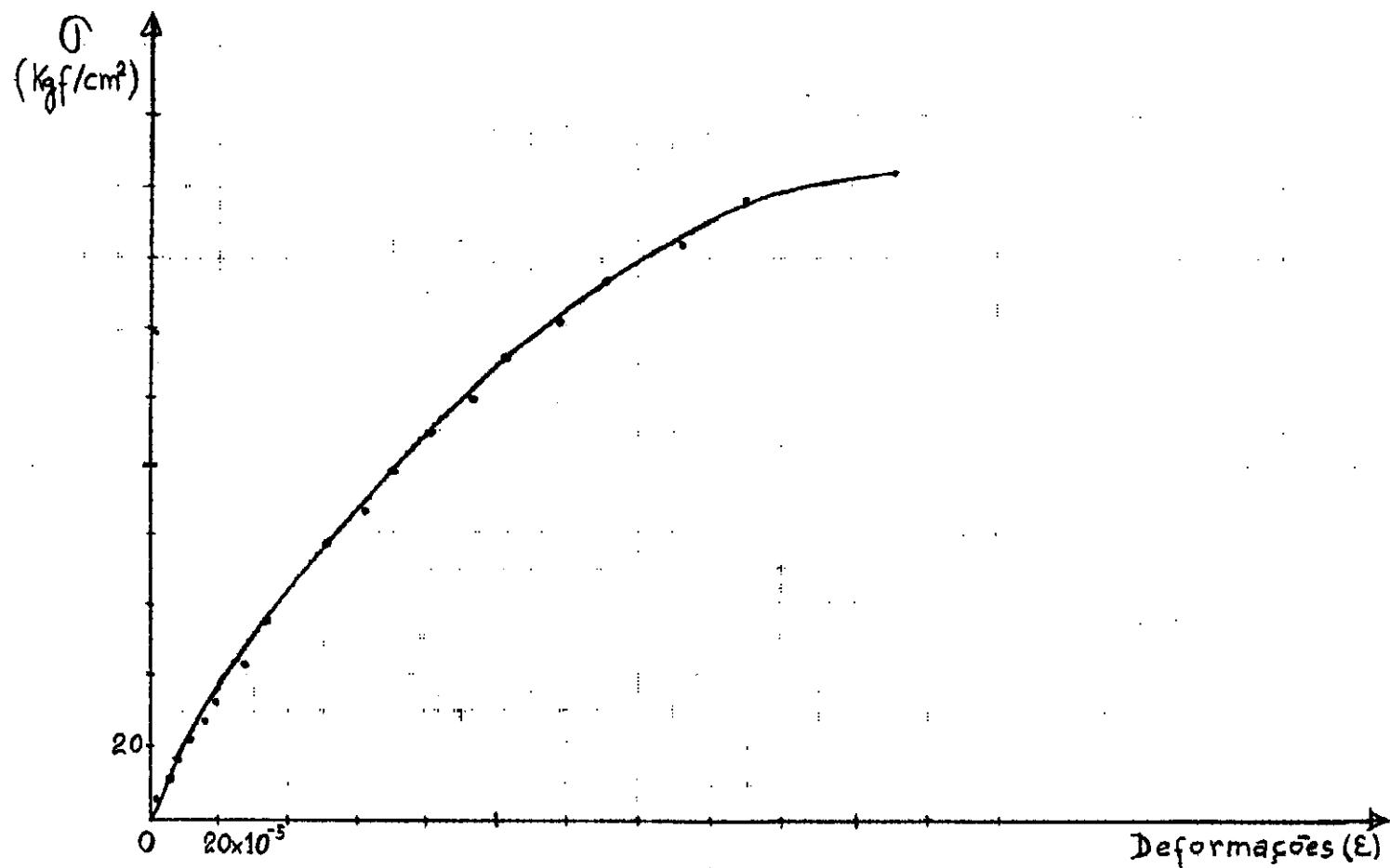


FIG. 2.4 - DIAGRAMA TENSÕES-DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

Capítulo 3CÁLCULO DOS MOMENTOS E DAS CARGAS DE RUPTURA

## 3.1 - CÁLCULO ELÁSTICO: Viga V1

De acordo com a orientação inicial desta tese, tomamos como base um diagrama de momentos baseado num cálculo elástico e, por tentativas, procuramos valores que conduzissem a um número inteiro de barras de armadura, tanto sobre os apoios como nos vãos. Após um pré-dimensionamento resolvemos partir da seguinte distribuição de armaduras:

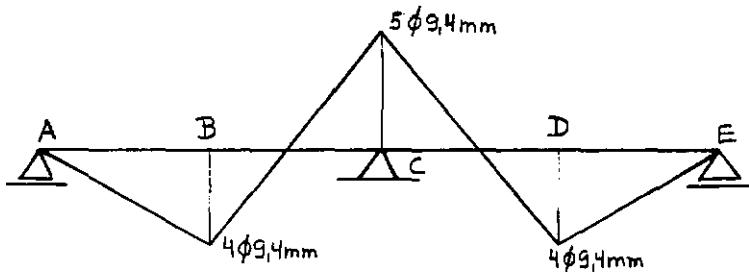


Fig. 3.1 - Distribuição de armaduras de V1

Partindo-se destas armaduras pré-estabelecidas, calculamos os momentos e as cargas de ruptura:

$$3.1.a - \text{Sobre o apoio central: } S_f = 5 \times 0,69 : S_f = 3,45 \text{ cm}^2$$

$$y = \frac{\sigma_e}{\sigma_{c28}} \cdot \frac{S_f}{b} = \frac{5400}{195} \times \frac{3,45}{15} \quad \therefore y = 6,4 \text{ cm}$$

$$z = h - \frac{y}{2} = 28 - 3,2 \quad \therefore z = 24,8 \text{ cm}$$

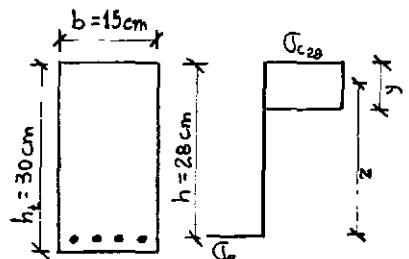


Fig. 3.2 - Diagrama de tensões (à flexão)

Determinação do momento de ruptura:

$$M_{Cr} = S_f \cdot \sigma_e z = 3,45 \times 5400 \times 24,8 = 463000 \text{ kgf.cm} :$$

$$\boxed{M_{Cr} = 4630 \text{ kgf.m}}$$

3.1.b - No meio dos vãos:  $S_f = 4 \times 0,69 \therefore S_f = 2,76 \text{cm}^2$

$$y = \frac{2,76 \times 5400}{195 \times 15} : y = 5,1 \text{cm}$$

$$z = 28 - 2,55 : z = 25,4 \text{cm}$$

Determinação do momento de ruptura:

$$M_{Br} = 2,76 \times 5400 \times 25,4 = 380000 \text{ kgf.cm} : M_{Br} = 3800 \text{ kgf.m}$$

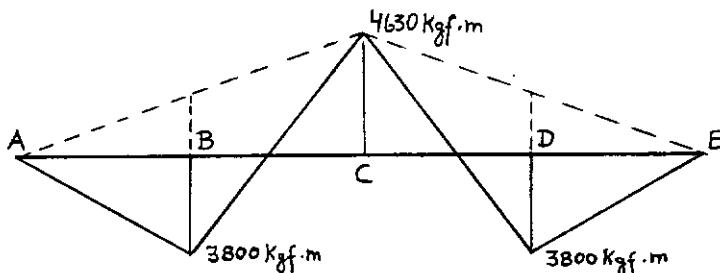


Fig. 3.3 - Diagrama de Momentos Fletores - VI

3.1.c - Cálculo da carga de ruptura:

seja a fig. 3.4, temos:

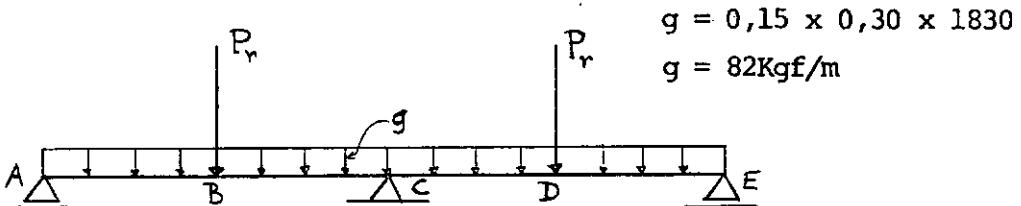


Fig. 3.4 - Tipo de carregamento de VI

Para vigas contínuas de dois vãos iguais, com cargas iguais concentradas no meio de cada vão, o cálculo elástico nos fornece a seguinte fórmula para o valor do momento no apoio central:

$$M_{Cr} = 0,125gl^2 + 0,186P_r l \quad M_{Br} = 0,063gl^2 + 0,156Pl$$

Logo, temos:  $4630 = 0,125 \times 82 \times 3^2 + 0,186 \times 3 \times P_r$ :

$$0,558P_r = 4630 - 92 = 4538$$

$$P_r = 8140 \text{kgf} \quad : \quad P_r = 8,14 \text{tf}$$

Embora esta carga tenha sido calculada pela teoria elástica para  $M_{Cr} = 4630 \text{kgf.m}$ , a armadura colocada em B, por motivos construtivos, diferiu ligeiramente da teórica, assim sendo, precisamos verificar o novo valor da carga para esta armadura, o qual pode ser calculado da seguinte forma:

$$0,25 P_r \cdot l + \frac{ql^2}{8} = M_{Br} + 0,5 M_{Cr}$$

Sendo:  $M_{Br} = 3800 \text{kgf.m}$  e  $M_{Cr} = 4630 \text{kgf.m}$

Temos:  $P_r = 8,05 \text{tf}$

Este seria o rigoroso valor de  $P_r$ , devendo-se a diferença ao fato de ter sido a armadura em B ligeiramente inferior à do cálculo elástico; sendo pequena a diferença, abandonamos esta correção no que se segue.

### 3.1.d - Cálculo das reações:

$$\text{Temos: } R_A = R_E = \frac{P}{2} + \frac{ql}{2} - \frac{M_C}{l} \quad \text{e} \quad R_C = P + ql + \frac{2M_C}{l}$$

Sendo:  $R_A$ ,  $R_E$  e  $R_C$  as reações nos apoios A, E, e C, respectivamente.

$$\text{Vem: } R_A = \frac{8140}{2} + \frac{82 \times 3}{2} - \frac{4630}{3} : \quad R_A = R_E = 2650 \text{kgf}$$

$$R_C = 8140 + 82 \times 3 + \frac{2 \times 4630}{3} : \quad R_C = 11470 \text{kgf}$$

3.1.e - Diagrama dos esforços cortantes (fig. 3.5):

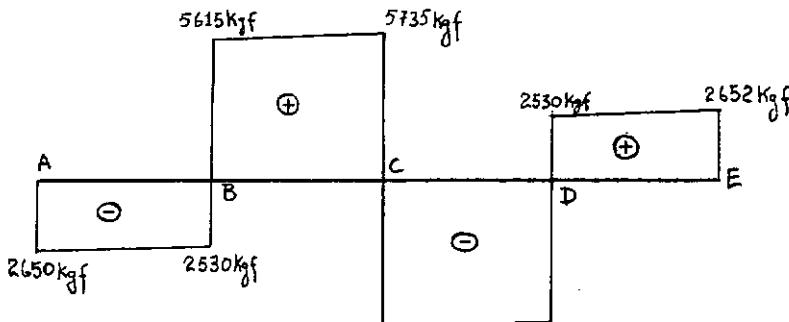


Fig. 3.5 - Diagrama dos esforços cortantes - VI

3.1.f - Tensão de cisalhamento máxima:  $\tau_{\max}$

$$\text{Sobre o apoio C: } \tau_{\max} = \frac{Q_{\max}}{b \cdot z} :$$

$$\tau_{\max} = \frac{5735}{15 \times 24,8} = 15,4 : \quad \boxed{\tau_{\max} = 15,4 \text{kgf/cm}^2}$$

3.1.g - Cálculo dos estribos:

Para os estribos adotaremos o aço CA 50 A, diâmetro de 6,3mm (1/4") e  $\sigma_e = 5000 \text{kgf/cm}^2$ . Temos:

$$\text{Estragos no trecho AB : } S_{e1} = \frac{\Delta M}{\sigma_e z} = \frac{380000}{5000 \times 25,4} = 3,0 \text{ cm}^2$$

Logo:  $S_{e1} = \phi 6,4 \text{ mm} - C.20$

Estragos no trecho BC:

$$S_{e2} = \frac{M}{\sigma_e z} = \frac{463000 + 38000}{5000 \times 24,8} = \frac{843000}{5000 \times 24,8} = 6,8 \text{ cm}^2$$

Logo:  $S_{e2} = \phi 6,4 \text{ mm} - C.14$

Como desejamos romper a viga à flexão, por simplicidade de execução, uniformizamos um mesmo espaçamento de estragos para toda a viga:

$S_e = \phi 6,4 \text{ mm} - C.14$

3.1.h - Comprimento de ancoragem:  $\ell_a$

Temos:  $\ell_a = \frac{10}{3\eta} \cdot \frac{\sigma_{e2}}{\sigma_{c28}} \phi$

Sendo:  $\eta$  - coeficiente de aderência do aço :  $\eta = 1,8$

Vem:  $\ell_a = \frac{10}{3 \times 1,8} \times \frac{5400}{195} \phi = 51 \phi$

Comprimento equivalente do gancho:  $20 \phi$

Trecho reto:  $51\phi - 20\phi = 31\phi = 29 \text{ cm}$

Adotaremos ganchos de 90°, (ver fig. 3.6)

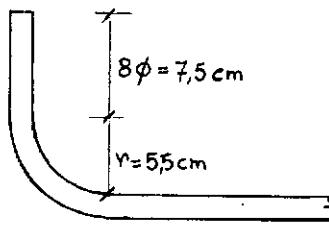


Fig. 3.6  
Gancho de 90°

3.1.i - Detalhes de armaduras (ver fig. 3.7)

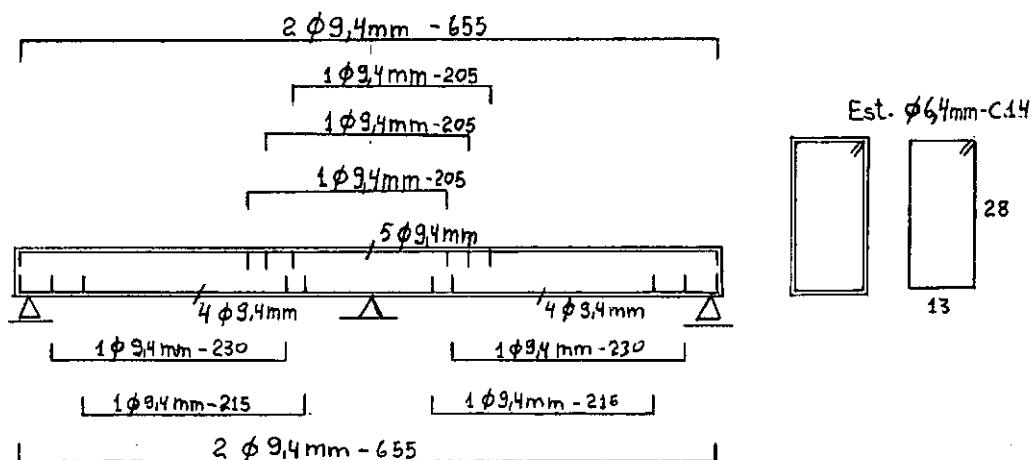


Fig. 3.7  
Detalhes de armaduras - V1

3.2 - CÁLCULO PLÁSTICO: 1<sup>a</sup>. Hipótese - Viga V2

Diminuindo-se de 30% o momento do cálculo elástico sobre o apoio central.

Temos:  $M_{Cr} = 4630 \times 0,70 : M_{Cr} = 3240 \text{kgf. m}$

No meio dos vão, temos:

$$\frac{gl^2}{8} + \frac{P_r l}{4} = \frac{82+9}{8} + \frac{8140 \times 3}{4} = 6202$$

$$\text{Vem: } M_{Br} = 6202 - \frac{3240}{2} : M_{Br} = 4582 \text{kgf.m}$$

3.2.a - Cálculo da seção da armadura sobre o apoio central:

$$k_h = \sqrt{\frac{h}{\frac{M_{cr}}{b \sigma_{c28}}}} = \sqrt{\frac{28}{\frac{324000}{15 \times 195}}} = 2,66 \rightarrow k_y = 0,155$$

$$y = k_y h \therefore y = 4,35 \text{cm}$$

$$z = h - \frac{y}{2} : z = 25,83 \text{cm}$$

$$S_f = \frac{324000}{5400 \times 25,83} \therefore S_f = 2,32 \text{cm}^2 = 4 \phi 9,4 \text{mm} \rightarrow 2,76 \text{cm}^2$$

Cálculo dos novos valores de  $y, z$  e  $M_{Cr}$ :

$$y = \frac{2,76 \times 5400}{195 \times 15} : y = 5,1 \text{cm}$$

$$z = 28 - 2,55 : z = 25,45 \text{cm}$$

$$M_{Cr} = 2,76 \times 5400 \times 25,45 = 380000 \text{kgf.cm} \quad M_{Cr} = 3800 \text{kgf.m}$$

3.2.b - Cálculo da seção da armadura no meio dos vãos:

$$k_h = \sqrt{\frac{28}{\frac{458200}{15 \times 195}}} = 2,24 \rightarrow k_z = 0,89 \quad k_y = 0,22$$

$$y = k_y h : y = 6,18 \text{cm}$$

$$z = k_z h : z = 24,9 \text{cm}$$

$$S_f = \frac{458200}{5400 \times 24,9} : S_f = 3,4 \text{ cm}^2 = 5 \phi 9,4 \text{ mm} \rightarrow 3,45 \text{ cm}^2$$

Cálculo dos novos valores de  $y, z, M_{Br}$  e  $P_r$ :

$$y = \frac{3,45 \times 5400}{195 \times 15} : y = 6,34 \text{ cm}$$

$$z = 28 - 3,17 : z = 24,83 \text{ cm}$$

$$M_{Br} = 3,45 \times 5400 \times 24,83 = 463000 \text{ kgf.cm} : M_{Br} = 4630 \text{ kgf.m}$$

Como a armadura no meio dos vãos diferiu ligeiramente da calculada para  $P_r = 8,14 \text{ tf}$ , devemos calcular a carga de ruptura efectiva para este caso. Temos:

$$0,25 P_r \cdot \ell + \frac{g \ell^2}{8} = M_{Br} + 0,5 M_{Cr}$$

Sendo:  $M_{Br} = 4630 \text{ kgf.m}$  e  $M_{Cr} = 3800 \text{ kgf.m}$

Temos:

$$P_r = 8,6 \text{ tf}$$

Diagrama de Momentos Fletores (fig. 3.8)

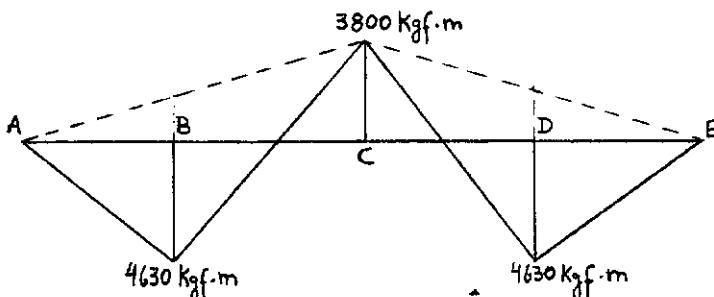


Fig. 3.8  
Diagrama de Momentos Fletores - VI

3.2.c - Cálculo dos estribos:

$$\text{Estribos no trecho AB : } S_{e1} = \frac{463000}{5000 \times 24,83} :$$

Logo:  $S_{e1} = \phi 6,4\text{mm} - C.20$

$$\text{Estribos no trecho BC : } S_{e2} = \frac{463000+380000}{5000 \times 25,45} :$$

$$S_{e2} = \phi 6,4\text{mm} - C.14$$

O espaçamento dos estribos, para toda a viga, será:

$$S_e = \phi 6,4\text{mm} - C.14$$

3.2.d - Detalhes de armaduras, (ver fig.3.9):

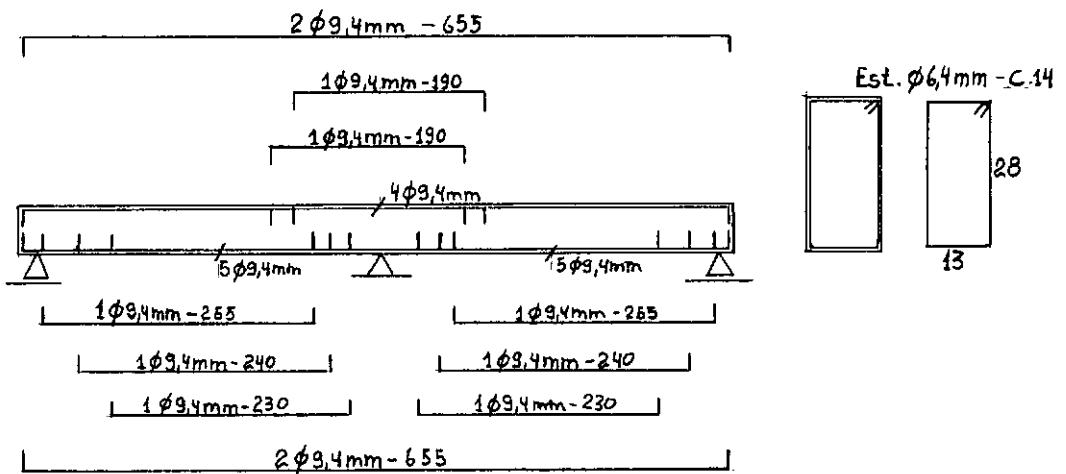


Fig. 3.9  
Detalhes de armaduras - V2

3.3 - CÁLCULO PLÁSTICO: 2<sup>a</sup>. Hipótese - Viga V3

Aumentando-se de 30% o momento do cálculo elástico sobre o apoio central:

Temos :  $M_{Cr} = 4630 \times 1,30$  :  $M_{Cr} = 6020 \text{kgf.m}$

No meio dos vãos:

$$M_{Br} = 6202 - \frac{6020}{2} : M_{Br} = 3192 \text{kgf.m}$$

3.3.a - Cálculo da secção da armadura no meio dos vãos:

$$k_h = \frac{28}{\sqrt{\frac{319200}{15 \times 195}}} = 2,68 \xrightarrow{T} k_y = 0,152$$

$$y = k_y \cdot h : y = 4,26 \text{cm}$$

$$z = h - \frac{y}{2} : z = 26,08 \text{cm}$$

$$S_f = \frac{319200}{5400 \times 25,87} : S_f = 2,28 \text{cm}^2 \approx 3 \phi 9,4 \text{mm} \longrightarrow 2,07 \text{cm}^2$$

Cálculo dos novos valores de  $y, z$  e  $M_{Br}$ :

$$y = \frac{2,07 \times 5400}{195 \times 15} : y = 3,84 \text{cm}$$

$$z = 28 - 1,92 : z = 26,08 \text{cm}$$

$$M_{Br} = 2,07 \times 5400 \times 26,08 = 292000 \text{kgf.cm} : M_{Br} = 2920 \text{kgf.m}$$

3.3.b - Cálculo da secção da armadura sobre o apoio central:

$$k_h = \frac{28}{\sqrt{\frac{602000}{15 \times 195}}} = 1,95 \rightarrow k_y = 0,314 : k_z = 0,843$$

$$y = k_y \cdot h : y = 8,8\text{cm}$$

$$z = k_z \cdot h : z = 23,6\text{cm}$$

$$S_f = \frac{602000}{5400 \times 23,6} = S_f = 4,75\text{cm}^2 = 7\phi 9,4\text{mm} \rightarrow 4,83\text{cm}^2$$

Cálculo dos novos valores de  $y, z, M_{Cr}$  e  $P_r$ :

$$y = \frac{4,83 \times 5400}{195 \times 15} : y = 8,9\text{cm}$$

$$z = 28 - 4,45 : z = 23,55\text{cm}$$

$$M_{Cr} = 4,83 \times 5400 \times 23,55 = 613000\text{kgf.cm} : M_{Cr} = 6130\text{kgf.m}$$

As primeiras rótulas plásticas se formam no meio dos vãos, para um momento de 2920kgf.m, ou seja, sob uma carga de 6,25tf, sendo que para este valor o momento sobre o apoio central é de 3500kgf.m (o que pode ser verificado facilmente pelas equações do cálculo elástico). Daí em diante todo incremento de carga aumentará apenas o valor do momento sobre o apoio central, já que o do meio dos vãos permanece praticamente constante. Levando em consideração estas observações, a carga de ruptura efetiva para este caso pode ser calculada da seguinte forma:

$$M_{Cr} = 3500 + (P_r - 6250) \frac{\ell}{2}$$

Sendo:  $M_{Cr} = 6130 \text{kgf.m}$

Temos:  $P_r = 8,05 \text{tf}$

Diagrama dos momentos fletores - (Fig. 3.10)

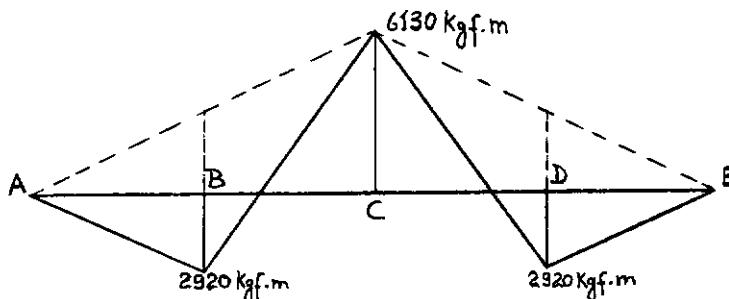


Fig. 3.10 - Diagrama de Momentos Fletores - V3

### 3.3.c - Cálculo dos estribos:

$$\text{Estragos no trecho AB: } S_{e1} = \frac{292000}{5000 \times 26,08} = 2,24 \text{cm}^2$$

$$S_{e1} = \phi 6,4 \text{mm} - C.20$$

$$\text{Estragos no trecho BC: } S_{e2} = \frac{292000 + 613000}{5000 \times 23,55} = 7,7 \text{cm}^2$$

$$S_{e2} = \phi 6,4 \text{mm} - C.12$$

O espaçamento dos estribos para toda a viga, será:

$$S_e = \phi 6,4 \text{mm} - C.12$$

3.3.d - Detalhes de armaduras, (ver fig. 3.11)

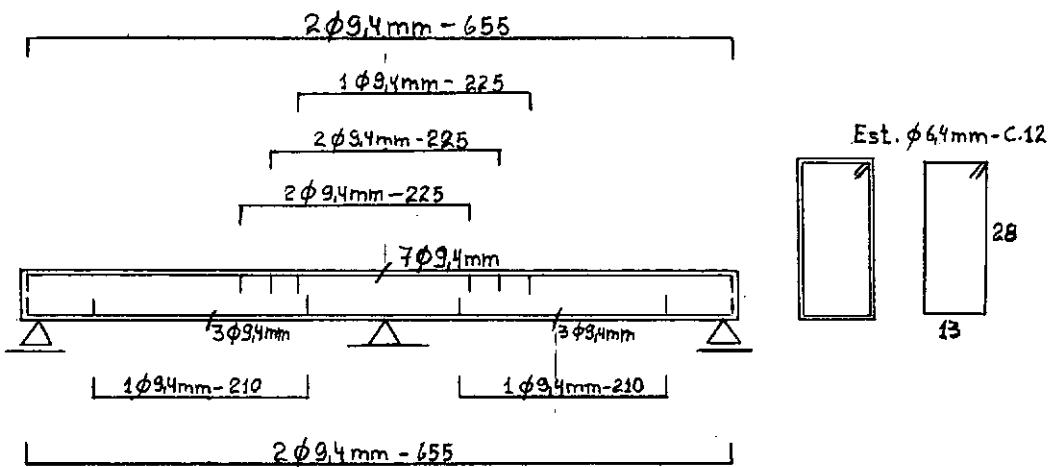


Fig. 3.11 - Detalhes de armaduras - V3

3.4 - VIGA ISOSTÁTICA DE COMPARAÇÃO Tl:

A viga isostática de comparação Tl foi obtida do vão da viga V3, isto é, com a seção de armadura positiva desse vão e com o comprimento igual à distância do apoio externo de V3 ao ponto onde o momento se anula. Assim obtivemos a seção de armadura igual a  $2,07\text{cm}^2$  e o comprimento 1,20m.

Ver detalhes, fig. 3.12:

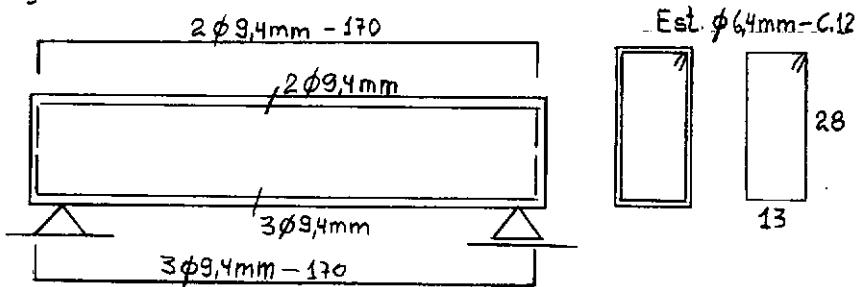


Fig. 3.12 - Detalhes de armaduras - Tl

Momento no meio do vão:

$$y = \frac{2,07 \times 5400}{195 \times 15} : y = 3,84\text{cm}$$

$$z = 28 - 1,92 : z = 26,08\text{cm}$$

$$M_r = 2,07 \times 5400 \times 26,08 = 292000\text{kgf.cm} : M_r = 2920\text{kgf.m}$$

Determinação da carga de ruptura:  $P_r$ :

$$M_r = \frac{P_r l}{4} + \frac{\alpha l^2}{8} : 2920 = \frac{1,2 P_r}{4} + 92 : P_r = 9450\text{kgf}$$

### 3.5. - VIGA ISOSTÁTICA DE COMPARAÇÃO T2

A viga isostática de comparação T2 foi obtida da região do apoio central da viga V2, isto é, com a seção de armadura do apoio central de V2 e com o comprimento igual à distância entre os pontos onde os momentos negativos se anulam. Deste modo, obtivemos a seção de armadura igual a  $2,76\text{cm}^2$  e o comprimento de 1,20m. Ver detalhes, fig. 3.13:

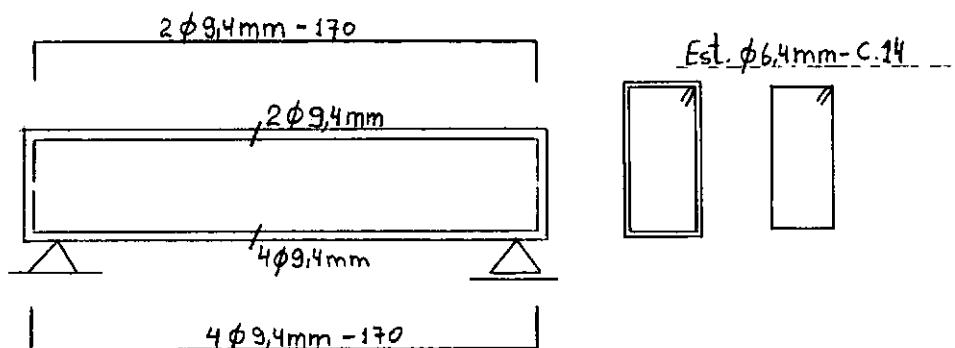


Fig. 3.13 - Detalhes de armaduras - T2

Determinação do momento no meio do vão:

$$y = \frac{2,76 \times 5400}{195 \times 15} : \quad y = 5,1\text{cm}$$

$$z = 28 - 2,55 : \quad z = 25,45\text{cm}$$

$$M_r = 2,76 \times 5400 \times 25,45 = 380000\text{k}\text{gf}.\text{cm} : \quad M_r = 3800\text{k}\text{gf}.\text{m}$$

Determinação da carga de ruptura:

$$M_r = 0,25 P_r l + 0,125 g l^2 : \quad$$

$$3800 = 0,25 \times 1,2 \times P_r + 92 :$$

$$P_r = 12350\text{k}\text{gf}$$

Capítulo 4PARTE PRÁTICA

4.1 - CONCRETAGEM DAS VIGAS:

4.1.a - Fôrmas:

As fôrmas usadas foram de Madeirit, com 14mm de espessura.

Foram colocados "gastalhos" espaçados de 50cm, afim de evitar possíveis deformações das fôrmas.

4.1.b - Concretagem das vigas:

Preparado o concreto com o traço  $1:2,84:1,05^*$  e fator água/cimento 0,65, êste foi lançado na fôrma e vibrado por meio de um vibrador de imersão, sendo que colocamos o vibrador em pontos afastados de cerca de 20cm. A vibração do concreto foi feita emergindo o vibrador o máximo possível e retirando-o lentamente de modo que ao retirá-lo não ficasse orifício no lugar por êle ocupado.

As duas vigas isostáticas de comparação T1 e T2 e a viga contínua V1 foram concretadas no dia 14 de fevereiro de 1969. As duas vigas contínuas V2 e V3 foram concretadas no dia 20 de fevereiro de 1969.

4.1.c - Cura das vigas:

A cura das vigas foi feita durante 8 dias, da se-

quinte forma: após a viga ser concretada colocamos panos úmidos sobre a sua face superior, êstes panos foram mantidos úmidos durante os 8 dias de cura.

Após a cura as vigas foram desmoldadas.

4.1.d - Barras de aço extras:

Como as vigas não foram concretadas no local onde foram ensaiadas, colocamos ganchos de aço nos pontos sobre os apoios, afim de facilitar o transporte e colocamos também dois pedaços de barras de aço à 30cm do apoio central, um de cada lado, afim de neles fixarmos os clinômetros.

4.2 - INSTRUMENTOS USADOS PARA:

4.2.a - Aplicação e medida das cargas:

As cargas foram aplicadas por meio de macacos hidráulicos de 50t.

A medição das cargas foi feita por meio de "Dinamômetros Elétricos de Resistência" (Load Cell), sendo que usamos dinamômetros de 20.000 lb e de 50.000 lb.

4.2.b - Leitura de flechas:

As flechas foram lidas por meio de régulas de aço, com aproximação de 0,5mm, através de um nível topográfico Wild.

Também usamos deflectômetros tipo Huggenberger,

Zürich, com aproximação de 0,05mm.

#### 4.2.c - Leitura das deformações

Para determinar, as deformações usamos "Extensômetros Elétricos de Resistência" (Strain Gage), tipo SR-4 da BLH. As leituras foram feitas pela Ponte de Leitura de Deformações (Strain Indicator) da BLH, em  $10^{-6}$  cm/cm. Também usamos o Extensômetro Mecânico Huggenberger, que nos dá leituras em  $10^{-5}$  cm/cm.

#### 4.2.d - Leitura de rotações:

As rotações foram determinadas por meio de Clinâmetros de Bólha Huggenberger.

#### 4.2.e - Leitura das fissuras:

As fissuras foram lidas por meio de um Fissurômetro e lupas micrométricas.

#### 4.2.f - Apoios e pontos de aplicação das cargas:

Nos apoios e também em pontos de aplicação das cargas foram usadas placas e rôlos de aço, conforme pode-se ver nos esquemas apresentados mais adiante.

### 4.3 - DISPOSIÇÃO DOS ENSAIOS (ESQUEMAS):

As vigas foram ensaiadas num "quadro metálico" formado por pares de vigas "U" de 38,1cm x 8,57cm(15"x3 3/8"), fixados em perfis "H" de 15,24cm x 15,24cm(6"x6") e separados de 156cm.

#### 4.3.a - Esquema dos ensaios das vigas isostáticas de comparação:

Na fig. 4.1 vemos o esquema do ensaio das vigas isostáticas de comparação, sendo que para maior clareza fizemos detalhes em separado, do apoio da direita (ver fig. 4.2), do apoio da esquerda (ver fig. 4.3) e do ponto de aplicação da carga (ver fig. 4.4).

**4.3.b - Esquema dos ensaios das vigas contínuas:**

O esquema dos ensaios das vigas contínuas está mostrado na fig. 4.5.

Os apoios extremos e os pontos de aplicação das cargas têm detalhes idênticos aos das vigas isostáticas de comparação, apenas os detalhes do apoio central apresentam diferenças, como pode ser observado na fig. 4.6.

**4.3.c - Posições de colocação dos instrumentos (SECÇÕES):**

**4.3.c.1 - Vigas isostáticas de comparação:**

As vigas isostáticas de comparação foram divididas nas secções mostradas na fig. 4.7.

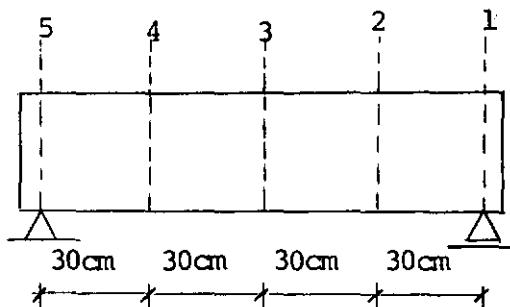


Fig. 4.7 - Secções das vigas isostáticas de comparação.

Colocamos clinômetros e réguas nas secções 1-2-4 e 5.

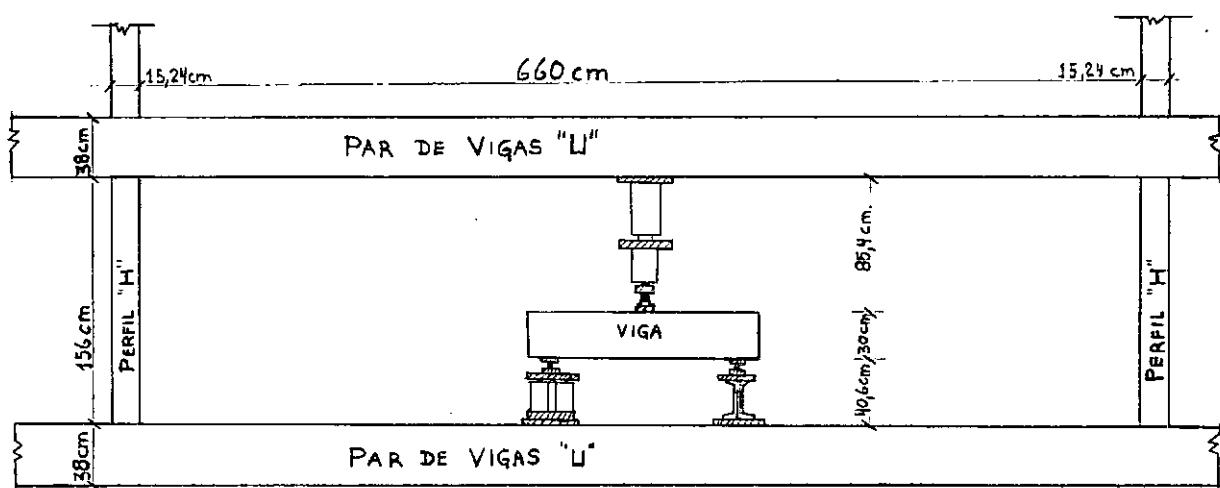
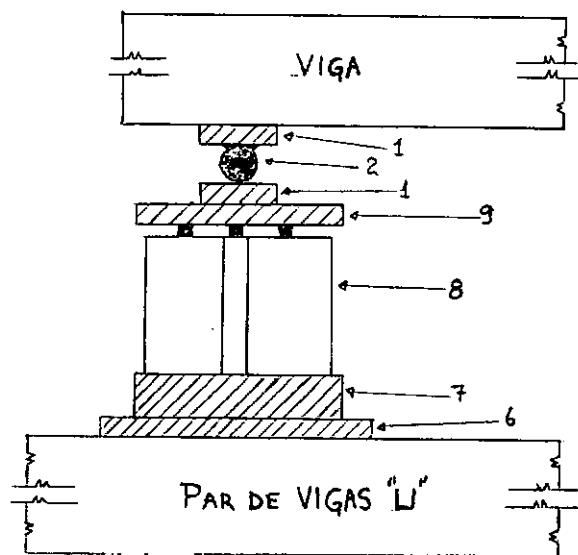
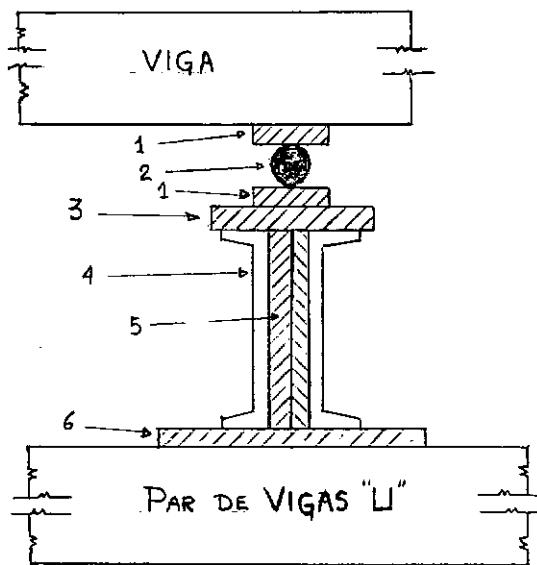


Fig. 4.1  
Esquema do ensaio das vigas isostáticas



1 - Uma chapa de aço: 2,54cm x 10cm x 16cm

2 - Um rôlo de aço:  $\phi$  5,08cm x 16cm

3 - Uma chapa de aço: 2,54cm x 22cm x 22cm

4 - Perfil "U" : 25,4cm

5 - Duas chapas de aço: 2,54cm x 25,4cm x 25,4cm

6 - Uma chapa de aço: 2,54cm x 35cm x 35cm

7 - Uma chapa de aço : 5,08cm x 26cm x 26cm

8 - Três dinamômetros elétricos de resistência de 10t (Load Cell)

9 - Uma chapa de aço: 2,54cm x 26cm x 26cm

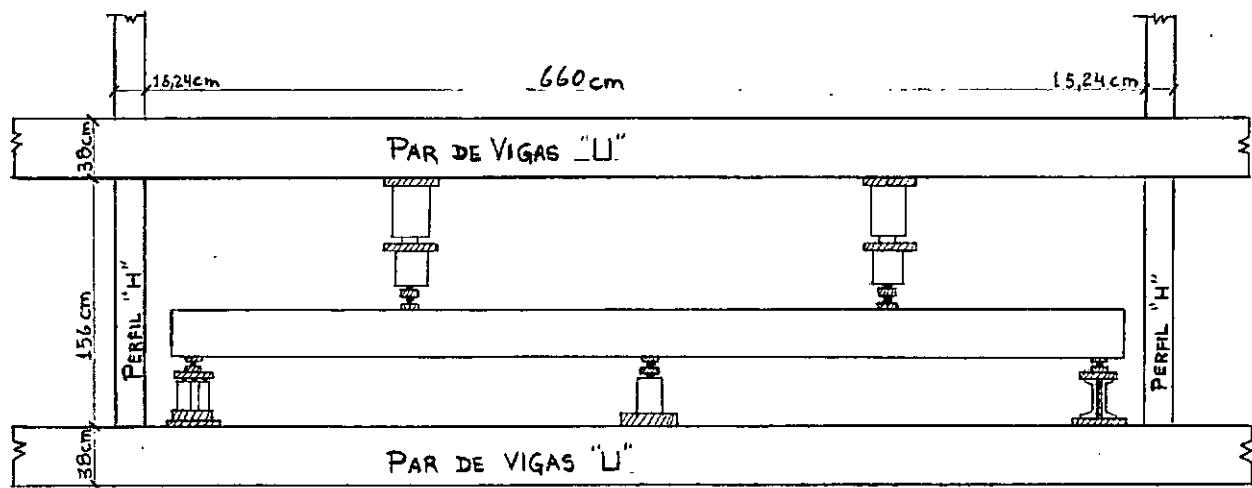


Fig. 4.5

Esquema do ensaio das vigas contínuas

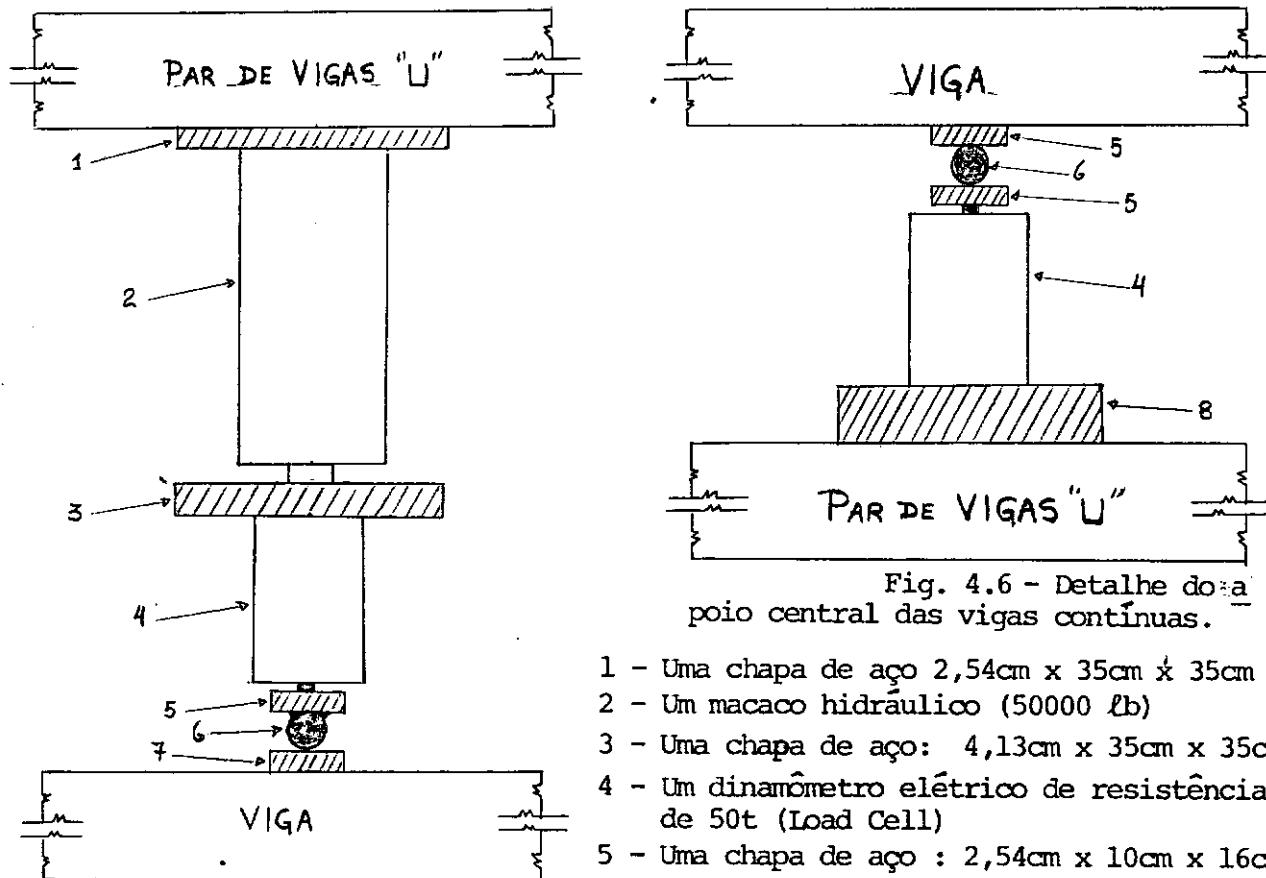


Fig. 4.4

Detalhe do ponto de aplicação da carga.

- 1 - Uma chapa de aço  $2,54\text{cm} \times 35\text{cm} \times 35\text{cm}$
- 2 - Um macaco hidráulico (50000 lb)
- 3 - Uma chapa de aço:  $4,13\text{cm} \times 35\text{cm} \times 35\text{cm}$
- 4 - Um dinamômetro elétrico de resistência de 50t (Load Cell)
- 5 - Uma chapa de aço :  $2,54\text{cm} \times 10\text{cm} \times 16\text{cm}$
- 6 - Um rôlo de aço:  $\phi 5,08\text{cm} \times 16\text{cm}$
- 7 - Uma chapa de aço:  $2,54\text{cm} \times 10\text{cm} \times 35\text{cm}$
- 8 - Uma chapa de aço :  $7,62\text{cm} \times 35\text{cm} \times 35\text{cm}$

Na seção 3 aplicamos a carga, colocamos uma régua na parte superior e um deflectômetro na parte inferior. Nas faces laterais colocamos "extensômetros elétricos de resistência" (Strain Gage).

#### 4.3.c.2 - Vigas contínuas:

As vigas contínuas foram divididas em 11 seções, conforme mostra a fig. 4.8.

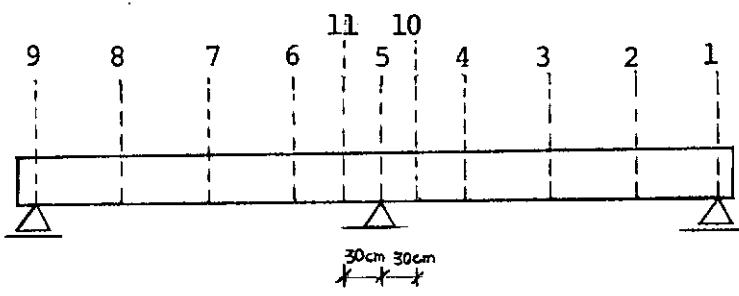


Fig. 4.8 - Seções das vigas contínuas.

Colocamos clinômetros nas seções: 1-9-10 e 11

Colocamos réguas nas seções: 1-2-3-4-5-6-7-8 e 9

Nas seções 3 e 7 aplicamos as cargas na parte superior e na parte inferior colocamos deflectômetros.

#### 4.4 - REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS

##### 4.4.a - Viga isostática de comparação T2:

Foi rompida no dia 24/4/1969, portanto 74 dias após sua concretagem, a uma temperatura ambiente média de 25°C. Esta viga foi carregada a partir de zero e rompeu com uma carga de 15,4tf, sendo esta a sua "carga de ruptura".

A primeira fissura se apresentou sob uma carga de 4,0tf, sendo o espaçamento médio das fissuras de 7cm.

Os demais resultados obtidos neste ensaio foram êstes:

TABELA 1 - ABERTURAS MÉDIAS E MÁXIMAS DAS FISSURAS - T2

CARGA (tf)	ABERTURA DAS FISSURAS (mm)	
	MÉDIA	MÁXIMA
4,00	0,10	0,10
5,00	0,10	0,10
5,90	0,10	0,10
7,05	0,11	0,20
8,07	0,12	0,20
9,00	0,14	0,30
10,18	0,14	0,30
11,30	0,14	0,30
11,98	0,14	0,30
13,10	0,14	0,30

TABELA 2 - VALORES DAS ROTACÕES - T2

CARGA (Kgf)	ROTAÇÕES $(10^{-3} \text{ rd})$					RELATIVAS	
	ABSOLUTAS				SECÇÕES 1 e 5		
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 2	SECÇÃO 4	SECÇÃO 5			
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
500	0,146	0,152	0,020	0,029	0,175	0,172	
0	0,065	0,095	0,070	0,065	0,130	0,165	
1080	0,096	0,051	0,186	0,200	0,296	0,237	
0	0,069	0,065	0,107	0,101	0,170	0,192	
2120	0,244	0,179	0,060	0,272	0,516	0,239	
0	0,020	0,040	0,032	0,037	0,057	0,072	
3000	0,305	0,270	0,130	0,495	0,800	0,400	
4000	0,680	0,546	0,505	0,703	1,383	1,051	
5000	1,146	1,004	0,960	1,170	2,316	1,964	
5900	1,580	1,455	1,653	1,718	3,288	3,108	
7050	2,260	2,264	2,218	2,398	4,658	4,482	
8070	2,702	2,622	2,738	2,968	5,670	5,360	
9000	3,120	3,110	3,230	3,430	6,550	6,340	
10.180	3,550	3,510	4,010	4,220	7,770	7,520	
11.300	4,143	4,153	4,497	4,767	8,910	8,650	
11.980	4,630	4,660	4,850	5,100	9,730	9,510	
13.100	3,732	6,740	6,550	6,850	10,582	13.290	
14.000	11,430	10,430	10,670	10,790	22,220	21,100	
14.500	16,680	15,380	15,020	15,520	32,200	30,400	
15.400	27,850	28,650	26,250	27,750	55,600	54,900	

TABELA 3 - VALORES DAS FLECHAS - T2

## F L E C H A S (cm)

CARGA (Kgf)	LIDAS NAS RÉGUAS					Lidas no deflectômetro
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 2	SECÇÃO 3	SECÇÃO 4	SECÇÃO 5	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000
500	0,00	0,01	-0,05	0,01	0,00	0,025
0	0,00	0,01	-0,03	0,00	0,00	0,005
1080	0,00	0,03	-0,04	0,00	0,00	0,043
0	0,00	0,03	-0,04	0,01	0,00	0,020
2120	0,00	0,02	-0,04	0,02	0,00	0,095
0	0,00	0,01	-0,05	0,00	0,00	0,027
3000	0,00	0,04	-0,03	0,02	0,00	0,123
4000	0,00	0,05	-0,02	0,03	0,000	0,145
5000	0,00	0,06	0,01	0,03	0,00	0,193
5900	0,00	0,07	0,03	0,03	0,00	0,230
7050	0,00	0,10	0,08	0,06	0,00	0,290
8070	0,00	0,10	0,10	0,07	0,00	0,325
9000	0,00	0,12	0,14	0,09	0,00	0,360
10.180	0,00	0,14	0,18	0,10	0,00	0,410
11.300	0,00	0,16	0,23	0,11	0,00	0,450
11.980	0,00	0,16	0,26	0,12	0,00	0,485
13.100	0,00	0,21	0,35	0,16	0,00	0,600
14.000	0,00	0,34	0,57	0,30	0,00	0,820
14.500	0,00	0,49	0,87	0,45	0,00	1,125
15.400	0,00	0,81	1,52	0,75	0,00	1,830

4.4.b - Viga isostática de comparação T1:

Foi rompida no dia 28/4/1969, logo, 78 dias após sua concretagem, à uma temperatura ambiente média de 25°C. O tipo de carregamento foi análogo ao da viga T2 e rompeu com a carga de 12,9tf, sendo esta a sua "carga de ruptura".

A primeira fissura se apresentou sob a carga de 4,1tf, sendo o espaçamento médio das fissuras de 8cm.

Os demais resultados obtidos neste ensaio foram os seguintes:

TABELA 4 - ABERTURAS MÉDIAS E MÁXIMAS DAS FISSURAS - T1

CARGA (tf)	ABERTURA DAS FISSURAS (mm)	
	MÉDIA	MÁXIMA
4,10	0,10	0,10
5,00	0,10	0,10
5,90	0,10	0,10
7,00	0,10	0,10
8,07	0,12	0,20
9,00	0,12	0,20
10,10	0,13	0,20
12,25	0,13	0,30
11,98	0,17	0,60

TABELA 5 - VALORES DAS ROTAÇÕES - T1

CARGA (Kgf)	ROTAÇÕES $(10^{-3} \text{ rd})$					
	ABSOLUTAS				RELATIVAS	
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 2	SECÇÃO 4	SECÇÃO 5	SECÇÕES 1 e 5	SECÇÕES 2 e 4
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
620	0,407	0,370	0,276	0,220	0,627	0,646
0	0,005	0,140	0,020	0,087	0,092	0,160
1000	0,036	0,140	0,271	0,308	0,344	0,411
0	0,036	0,140	0,010	0,096	0,132	0,150
2050	0,375	0,298	0,070	0,137	0,512	0,368
0	0,062	0,163	0,114	0,134	0,196	0,277
3050	0,441	0,385	0,259	0,336	0,777	0,644
3900	0,766	0,697	0,834	0,822	0,588	1,531
5000	1,606	1,576	1,794	1,904	3,510	3,370
5900	2,632	2,537	2,018	2,148	4,770	4,555
7000	3,182	3,132	2,718	2,908	6,090	5,850
8070	3,990	4,000	3,050	3,180	7,170	7,050
9000	4,300	4,450	4,040	4,050	8,350	8,490
10.100	5,030	5,250	5,125	4,950	9,980	10,375
11.250	7,360	6,360	8,800	8,710	16,070	15,160
11.980	17,470	16,950	19,550	17,740	35,210	36,500
12.900	27,170	24,670	29,830	27,580	54,750	54,500

TABELA 6 - VALORES DAS FLECHAS - Tl

CARGA (Kgf)	FLECHAS (cm)					
	LIDAS NAS RÉGUAS					LIDAS NO DEFLECTÔM.
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 2	SECÇÃO 3	SECÇÃO 4	SECÇÃO 5	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
620	0,000	0,000	0,050	0,000	0,000	0,027
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005
1000	0,000	0,000	0,050	0,000	0,000	0,045
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,005
2050	0,000	0,012	0,075	0,038	0,000	0,080
0	0,000	0,000	0,050	0,000	0,000	0,012
3050	0,000	0,012	0,075	0,012	0,000	0,105
3900	0,000	0,062	0,125	0,038	0,000	0,137
5000	0,000	0,062	0,175	0,038	0,000	0,205
5900	0,000	0,075	0,200	0,075	0,000	0,245
7000	0,000	0,075	0,250	0,125	0,000	0,294
8070	0,000	0,088	0,275	0,113	0,000	0,325
9000	0,000	0,138	0,325	0,163	0,000	0,365
10.100	0,000	0,138	0,375	0,163	0,000	0,415
11.250	0,000	0,238	0,575	0,263	0,000	0,630
11.980	0,000	0,488	1,075	0,513	0,000	1,165
12.900	0,000	0,900	1,700	0,850	0,000	2,000

#### 4.4.c - Viga continua - VI

Foi ensaiada no dia 5/5/1969, portanto, 85 dias após sua concretagem. Usamos o mesmo processo de carregamento dos ensaios anteriores e a viga rompeu com a carga de 9,6tf, sendo esta a sua carga de ruptura.

A primeira fissura se apresentou sob a carga de 2,07tf tendo os espaçamentos médios entre as fissuras os valores:

Vão das seções 1 a 5: 10,5cm

região sobre o apoio central: 8,0cm

vão das secções de 5 a 9 : 9,5cm

Os demais resultados dêste ensaio foram:

TABELA 7 - ABERTURAS MÉDIAS E MÁXIMAS DAS FISSURAS - VI

CARGA (tf)	ABERTURA DAS FISSURAS				(mm)	
	NO APOIO SOB A SEÇÃO 1		NO APOIO CENTRAL		NO APOIO SOB A SEÇÃO 9	
	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA
2,07	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
3,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
4,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
5,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
5,96	0,11	0,20	0,11	0,20	0,12	0,20
7,05	0,13	0,20	0,11	0,20	0,12	0,20
8,07	0,14	0,30	0,12	0,20	0,13	0,20
8,67	0,14	0,30	0,21	1,60	0,16	0,80

TABELA 8 - VALORES DAS CARGAS E DAS REAÇÕES (tf) - V1

CARGA APLICADA	R E A Ç Õ E S		
	NO APOIO SOB A SEÇÃO 1	NO APOIO CEN- TRAL	NO APOIO SOB A SEÇÃO 9
0,00	0,00	0,00	0,00
0,55	0,46	0,55	0,09
1,10	0,82	1,05	0,15
0,55	0,35	0,66	0,09
0,00	0,00	0,00	0,00
0,55	0,35	0,66	0,09
1,01,02	0,79	1,10	0,15
1,50	1,44	1,38	0,18
2,17	2,20	1,95	0,19
0,55	0,27	0,78	0,05
0,00	0,00	0,00	0,00
0,55	0,11	0,82	0,17
1,01	0,22	1,49	0,31
1,50	0,34	2,20	0,46
2,07	0,61	2,90	0,63
3,05	1,14	4,10	0,86
4,05	1,35	5,57	1,18
5,05	1,78	6,90	1,42
5,96	2,05	8,10	1,77
7,05	2,33	9,62	2,15
8,07	2,54	11,12	2,48
8,67	2,28	12,50	2,56
9,12	2,33	13,28	2,63
9,60	2,93	13,55	2,67

Obs.: As reações nos apoios 9 e central, foram os valores lidos no ensaio enquanto as do apoio sob a seção 1 são as diferenças entre a soma das cargas aplicadas e as respectivas somas das reações nos apoios sob a seção 9 e a central.

TABELA 9 - VALORES DAS ROTAÇÕES - VI

CARGAS (Kgf)	ROTAÇÕES ( $10^{-3}$ rd)						
	ABSOLUTAS				RELATIVAS		
	SEÇÃO 1	SEÇÃO 10	SEÇÃO 11	SEÇÃO 9	SEÇÕES 1 e 10	SEÇÕES 10 e 11	SEÇÕES 11 e 9
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
550	0,323	0,320	0,089	0,110	0,643	0,409	0,199
1010	0,608	0,650	0,156	0,120	1,258	0,806	0,276
550	0,474	0,371	0,064	0,148	0,845	0,435	0,212
0	0,174	0,056	0,056	0,045	0,230	0,102	0,101
550	0,432	0,382	0,069	0,162	0,814	0,451	0,231
1020	0,839	0,688	0,030	0,201	1,527	0,718	0,231
1500	1,080	0,920	0,018	0,254	2,000	0,938	0,272
2170	1,630	1,540	0,062	0,132	3,170	1,602	0,194
550	0,909	0,622	0,079	0,227	1,526	0,701	0,306
0	0,364	0,282	0,140	0,096	0,646	0,422	0,236
550	0,738	0,579	0,070	0,222	1,317	0,649	0,292
1010	0,904	0,775	0,199	0,307	1,679	0,974	0,506
1500	1,185	1,020	0,588	0,560	2,205	1,608	1,148
2070	1,585	1,284	0,712	1,120	2,869	1,996	1,832
3050	2,284	1,616	1,320	2,110	3,900	2,936	3,430
4050	2,340	2,690	1,692	3,440	5,030	4,382	5,132
5050	4,760	3,280	2,210	4,680	8,040	5,490	6,890
5960	6,210	3,650	2,932	6,080	9,860	6,582	9,012
7050	7,990	4,710	3,940	7,800	12,700	8,650	11,740
8070	10,070	6,980	4,820	9,450	17,050	11,800	14,270
8670	14,200	8,550	5,170	13,380	22,750	13,720	18,550
9120	21,200	14,000	10,400	19,100	35,200	24,400	29,500
9600	30,500	17,500	12,100	20,200	48,000	29,600	32,300

TABELA 10 - VALORES DAS FLECHAS - VI

CARGAS (Kgf)	F L E C H A S (cm)										LIDAS NO DEFLEC- TÔMETRO	
	LIDAS NAS RÉGUAS											
	SECÇÃO 1	SECÇ. 2	SECÇ. 3	SECÇ. 4	SECÇ. 5	SECÇ. 6	SECÇ. 7	SECÇ. 8	SECÇ. 9	SECÇ. 3	SECÇÃO 7	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000	0,000	
550	0,00	0,04	0,03	0,02	0,00	0,02	0,03	0,02	0,00	0,035	0,025	
1010	0,00	0,04	0,05	0,04	0,00	0,00	0,04	0,01	0,00	0,075	0,045	
550	0,00	0,04	0,03	0,02	0,00	-0,01	0,03	-0,01	0,00	0,050	0,030	
0	0,00	0,01	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,010	0,005	
550	0,00	0,04	0,03	0,02	0,00	0,02	0,05	0,01	0,00	0,050	0,030	
1020	0,00	0,06	0,06	0,04	0,00	0,01	0,05	0,01	0,00	0,090	0,050	
1500	0,00	0,08	0,10	0,06	0,00	0,02	0,07	0,03	0,00	0,130	0,055	
550	0,00	0,07	0,08	0,06	0,00	0,03	0,05	0,01	0,00	0,105	0,035	
0	0,00	0,03	0,00	0,02	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,045	0,000	
550	0,00	0,05	0,07	0,04	0,00	0,01	0,03	0,01	0,00	0,085	0,050	
1010	0,00	0,09	0,10	0,06	0,00	0,02	0,06	0,01	0,00	0,115	0,080	
1500	0,00	0,10	0,13	0,03	0,00	0,02	0,10	0,09	0,00	0,150	0,120	
2070	0,00	0,12	0,17	0,07	0,00	0,05	0,17	0,10	0,00	0,190	0,175	
3050	0,00	0,16	0,25	0,09	0,00	0,11	0,27	0,14	0,00	0,270	0,295	
4050	0,00	0,24	0,38	0,15	0,00	0,15	0,39	0,21	0,00	0,420	0,430	
5050	0,00	0,34	0,52	0,23	0,00	0,22	0,55	0,33	0,00	0,565	0,560	
5960	0,00	0,44	0,67	0,30	0,00	0,29	0,69	0,40	0,00	0,710	0,705	
7050	0,00	0,53	0,86	0,36	0,00	0,37	0,89	0,55	0,00	0,890	0,875	
8070	0,00	0,63	1,06	0,46	0,00	0,44	1,06	0,73	0,00	1,080	1,060	
8670	0,00	0,95	1,71	0,67	0,00	0,65	1,59	0,92	0,00	1,680	1,495	
9120	0,00	1,53	2,69	1,15	0,00	1,05	2,49	1,30	0,00	2,680	2,310	
9600	0,00	1,98	3,59	1,60	0,00	1,08	2,52	1,40	0,00	3,620	2,440	

## 4.4.d - Viga contínua - V3

Foi ensaiada no dia 8/5/1969, logo, 82 dias após a sua concretagem.

O ensaio se realizou de maneira análoga às anteriores e a viga rompeu sob a carga de 9,82tf, sendo esta a sua carga de ruptura.

A primeira fissura se apresentou sob carga de 1,52tf e apareceu primeiro nos dois vãos; os espaçamentos médios entre as fissuras foram:

vão das secções de 1 a 5 : 8,0cm

região sobre o apoio central : 7,0cm

vão das secções de 5 a 9 : 8,5cm

Os demais resultados deste ensaio foram:

TABELA 11 - ABERTURAS MÉDIAS E MÁXIMAS DAS FISSURAS - V3

CARGA (tf)	ABERTURA DAS FISSURAS (mm)					
	NO APOIO SOB A SECÇÃO 1		NO APOIO CENTRAL		NO APOIO SOB A SECÇÃO 9	
	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA
1,52	0,10	0,10	-	-	-	-
2,07	0,10	0,10	-	-	0,10	0,10
3,03	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
4,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
5,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
5,96	0,11	0,20	0,10	0,10	0,12	0,20
7,05	0,12	0,20	0,10	0,10	0,12	0,20
8,07	0,13	0,30	0,12	0,20	0,20	0,80
9,08	0,19	1,20	0,13	0,30	0,24	1,40

TABELA 12 - VALORES DAS CARGAS E DAS REAÇÕES (tf) - V3

CARGA APLICADA	R E A Ç Õ E S		
	NO APOIO SOB A SEÇÃO 1	NO APOIO CENTRAL	NO APOIO SOB A SEÇÃO 9
0,00	0,00	0,00	0,00
0,62	0,20	0,71	0,31
1,01	0,38	1,20	0,44
0,45	0,26	0,48	0,16
0,00	0,00	0,00	0,00
0,62	0,25	0,71	0,28
1,01	0,40	1,17	0,45
1,52	0,75	1,67	0,62
2,07	0,99	2,40	0,75
3,03	1,39	3,70	0,97
4,05	1,82	5,02	1,26
5,05	2,37	6,18	1,55
5,96	2,83	7,33	1,76
7,05	3,13	8,91	2,06
8,07	2,49	11,42	2,23
9,08	2,64	13,28	2,24
9,82	2,95	14,32	2,37

Obs.: As reações nos apoios sob a seção 9 e central, são os valores lidos no ensaio, enquanto as do apoio sob a seção 1 são as diferenças entre a soma das cargas aplicadas e as respectivas somas das reações no apoio sob a seção 9 e no apoio central.

TABELA 13 - VALORES DAS ROTAÇÕES - V3

CARGA Kgf	ROTAÇÕES ( $10^{-3}$ rd)							
	ABSOLUTAS				RELATIVAS			
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 10	SECÇÃO 11	SECÇÃO 9	SECÇÕES 1 e 10	SECÇÕES 10 e 11	SECÇÕES 11 e 9	
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
620	0,158	0,284	0,290	0,249	0,443	0,574	0,539	
1010	0,490	0,392	0,354	0,565	0,882	0,746	0,919	
450	0,276	0,208	0,085	0,270	0,484	0,293	0,355	
0	0,031	0,005	0,078	0,123	0,036	0,083	0,201	
620	0,279	0,217	0,207	0,366	0,496	0,424	0,573	
1010	0,471	0,471	0,338	0,545	0,888	0,809	0,883	
1520	0,735	0,549	0,627	0,805	1,284	1,176	1,432	
2070	1,140	0,875	0,845	1,280	2,015	1,720	2,125	
3030	1,980	1,369	1,700	2,050	3,349	3,069	3,750	
4050	3,075	2,010	2,158	3,490	5,085	4,168	5,648	
5050	4,490	2,455	2,810	4,900	6,945	5,265	7,710	
5960	4,590	3,150	3,485	6,310	7,740	6,535	9,795	
7050	6,240	3,870	4,230	9,030	10,110	8,100	13,260	
8070	8,650	3,930	6,700	11,380	12,580	10,630	18,080	
9080	12,300	4,810	9,100	15,100	17,110	13,910	24,200	
9820	19,800	10,010	12,790	16,710	29,810	22,800	29,500	

TABELA 14 - VALORES DAS FLECHAS - V3

CARGAS (Kgf)	F E C H A S (cm)										LIDAS NO DE- FLECTIONMETRO
	LIDAS NA RÉGUA										
	SECÇÃO 1	SECÇ. 2	SECÇ. 3	SECÇ. 4	SECÇ. 5	SECÇ. 6	SECÇ. 7	SECÇ. 8	SECÇ. 9	SECÇ. 3	SECÇ. 7
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000	0,000
620	0,00	0,01	0,05	0,02	0,00	0,00	0,03	0,00	0,00	0,020	0,050
1010	0,00	0,01	0,06	0,02	0,00	0,00	0,06	0,01	0,00	0,065	0,080
450	0,00	0,00	0,04	0,01	0,00	-0,01	0,02	0,01	0,00	0,025	0,035
0	0,00	-0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,010	0,002
620	0,00	-0,01	0,04	0,02	0,00	0,00	0,04	0,01	0,00	0,030	0,055
1010	0,00	0,01	0,07	0,03	0,00	0,01	0,06	0,02	0,00	0,065	0,080
1520	0,00	0,03	0,10	0,03	0,00	0,02	0,09	0,05	0,00	0,100	0,115
2070	0,00	0,04	0,13	0,05	0,00	0,04	0,15	0,07	0,00	0,160	0,175
3030	0,00	0,11	0,26	0,10	0,00	0,08	0,27	0,14	0,00	0,270	0,290
4050	0,00	0,19	0,38	0,15	0,00	0,14	0,42	0,24	0,00	0,400	0,415
5050	0,00	0,27	0,52	0,21	0,00	0,21	0,56	0,34	0,00	0,535	0,570
5960	0,00	0,39	0,69	0,27	0,00	0,28	0,71	0,44	0,00	0,675	0,720
7050	0,00	0,51	0,87	0,35	0,00	0,35	0,89	0,55	0,00	0,855	0,890
8070	0,00	0,58	1,00	0,40	0,00	0,57	1,36	0,79	0,00	0,965	1,315
9080	0,00	0,81	1,48	0,58	0,00	0,80	1,92	1,09	0,00	1,350	1,810
9820	0,00	1,33	2,47	1,02	0,00	1,07	2,55	1,34	0,00	2,285	2,415

## 4.4.e - Viga continua V2:

Foi ensaiada no dia 12/5/1969, portanto, 86 dias após sua concretagem. A viga rompeu sob carga de 9,79tf, sendo sua carga de ruptura.

A primeira fissura surgiu sob carga de 1,49tf; os espaçamentos médios entre as fissuras foram:

vão das secções de 1 a 5 : 8,2cm

região sobre o apoio central: 9,0cm

vão das secções de 5 a 9 : 7,5cm

Os demais resultados dêste ensaio foram:

TABELA 15 - ABERTURAS MÉDIAS E MÁXIMAS DAS FISSURAS - V2

CARGA (tf)	ABERTURA DAS FISSURAS (mm)					
	VÃO DAS SECÇÕES 1 a 5		SÔBRE O APOIO CEN- TRAL		VÃO DAS SECÇÕES 5 a 9	
	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA	MÉDIA	MÁXIMA
1,49	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
2,07	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
3,03	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
4,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
5,05	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,20
6,02	0,10	0,10	0,10	0,20	0,12	0,20
7,05	0,10	0,10	0,12	0,20	0,12	0,20
8,00	0,10	0,20	0,14	0,20	0,12	0,30
9,12	0,11	0,20	0,14	0,20	0,12	0,30
9,71	0,14	0,60	0,20	0,70	0,18	0,60

TABELA 16 - VALORES DAS CARGAS E DAS REAÇÕES (tf) - V2

CARGA APLICADA	R E A Ç Õ E S		
	NO APOIO SOB A SEÇÃO 1	NO APOIO CENTRAL	NO APOIO SOB A SEÇÃO 9
0,00	0,00	0,00	0,00
0,57	0,24	0,67	0,23
1,01	0,45	1,20	0,37
0,57	0,23	0,67	0,24
0,00	0,00	0,00	0,00
0,57	0,26	0,67	0,21
1,01	0,44	1,20	0,38
1,49	0,68	1,71	0,39
2,07	0,99	2,45	0,70
3,03	1,22	3,90	0,94
4,05	1,63	5,19	1,28
5,05	2,08	6,40	1,62
6,02	2,47	7,73	1,92
7,05	2,79	9,02	2,29
8,00	3,08	10,30	2,62
9,12	3,43	11,78	3,03
9,71	3,59	12,49	3,34
9,79	3,54	12,68	3,36

Obs.: As reações nos apoios sob a seção 9 e central, são os valores lidos no ensaio, enquanto as do apoio sob a seção 1 são as diferenças entre a soma das cargas aplicadas e as respectivas somas das reações nos apoios sob a seção 9 e central.

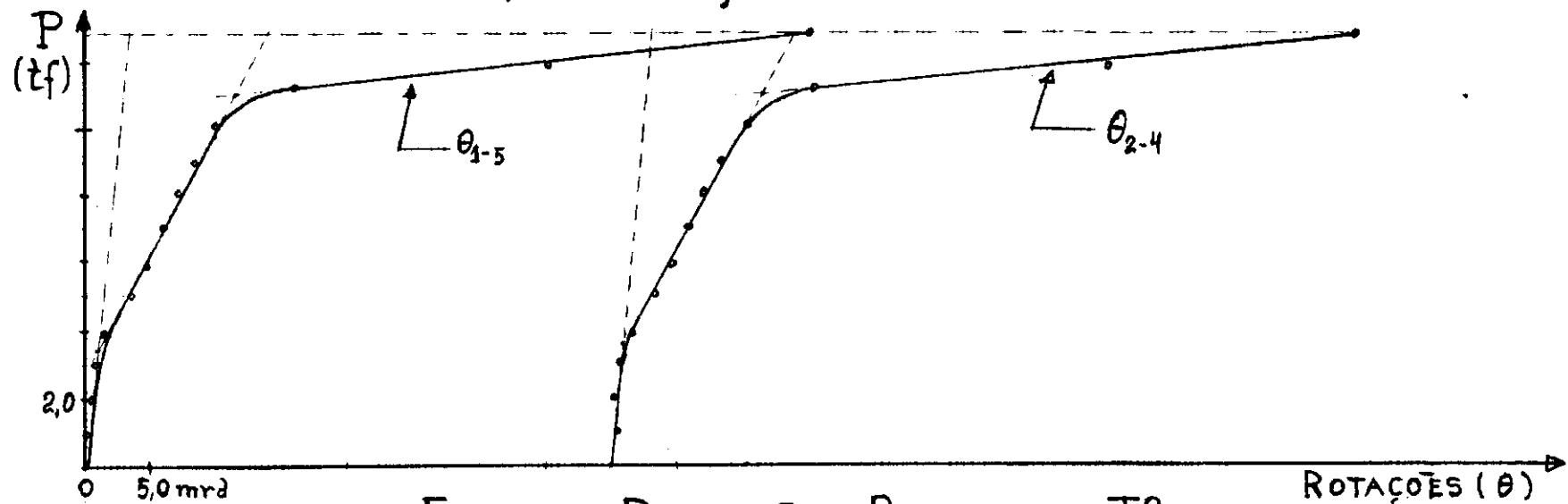
TABELA 17 - VALORES DAS ROTAÇÕES - V2

CARGA (Kgf)	ROTAÇÕES ( $10^{-3}$ rd)						
	ABSOLUTAS				RELATIVAS		
	SECÇÃO 1	SECÇÃO 10	SECÇÃO 11	SECÇÃO 9	SECÇÕES 1 e 10	SECÇÕES 10 e 11	SECÇÕES 11 e 9
0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
570	0,309	0,363	0,204	0,299	0,672	0,567	0,503
1010	0,544	0,565	0,532	0,425	1,109	1,097	0,957
570	0,086	0,560	0,353	0,320	0,646	0,913	0,673
0	0,003	0,206	0,090	0,011	0,209	0,296	0,101
570	0,172	0,638	0,329	0,246	0,813	0,967	0,575
1010	0,240	0,790	0,600	0,695	1,030	1,390	1,295
1490	0,620	0,998	0,784	0,770	1,618	1,782	1,554
2070	1,050	1,240	1,388	0,870	2,290	2,628	2,258
3030	1,720	1,732	1,630	1,610	3,442	3,362	3,240
4050	2,860	2,490	1,995	3,050	5,350	4,485	5,045
6020	4,060	3,200	2,620	4,070	7,260	5,820	6,690
7050	5,420	3,260	3,440	5,780	8,680	6,700	9,220
8000	6,895	3,540	4,270	5,900	10,435	7,810	10,170
9120	8,390	4,470	4,770	9,250	12,860	9,240	14,020
9710	10,550	4,540	5,260	9,600	15,090	9,800	14,860
9790	12,840	7,810	7,830	13,020	20,650	15,640	20,850

TABELA 18 - VALORES DAS FLECHAS - V2

CARGA (Kgf)	F L E C H A S (cm)										LIDAS NO DEFLECTÔMET.	
	LIDAS NAS RÉGUAS											
	SECÇ. 1	SECÇ. 2	SECÇ. 3	SECÇ. 4	SECÇ: 5	SECÇ. 6	SECÇ. 7	SECÇ. 8	SECÇ. 9	SECÇ. 3	SECÇ. 7	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,000	0,000	
570	0,00	0,02	0,03	0,02	0,00	0,03	0,03	0,02	0,00	0,040	0,060	
1010	0,00	0,03	0,07	0,02	0,00	0,06	0,06	0,04	0,00	0,075	0,105	
570	0,00	0,03	0,05	0,02	0,00	0,05	0,03	0,02	0,00	0,055	0,075	
0	0,00	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,00	-0,02	0,00	0,00	0,005	0,005	
570	0,00	0,03	0,05	0,02	0,00	0,03	0,02	0,02	0,00	0,050	0,070	
1010	0,00	0,06	0,08	0,02	0,00	0,06	0,07	0,05	0,00	0,085	0,120	
1490	0,00	0,06	0,10	0,00	0,00	0,06	0,09	0,06	0,00	0,115	0,155	
2070	0,00	0,10	0,14	0,03	0,00	0,07	0,13	0,10	0,00	0,165	0,220	
3030	0,00	0,16	0,23	0,07	0,00	0,11	0,20	0,12	0,00	0,255	0,315	
4050	0,00	0,23	0,34	0,13	0,00	0,17	0,32	0,21	0,00	0,370	0,425	
5050	0,00	0,30	0,45	0,20	0,00	0,26	0,35	0,29	0,00	0,485	0,545	
6020	0,00	0,39	0,55	0,26	0,00	0,32	0,58	0,40	0,00	0,615	0,690	
7050	0,00	0,48	0,65	0,34	0,00	0,45	0,71	0,51	0,00	0,750	0,825	
8000	0,00	0,60	0,80	0,44	0,00	0,55	0,80	0,62	0,00	0,900	0,985	
9120	0,00	0,71	0,95	0,53	0,00	0,64	1,04	0,74	0,00	1,045	1,160	
9710	0,00	0,94	1,27	0,69	0,00	0,89	1,52	1,02	0,00	1,340	1,635	
9790	0,00	1,00	1,41	0,79	0,00	1,09	1,92	1,24	0,00	1,500	2,060	

CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS - T1



CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS - T2

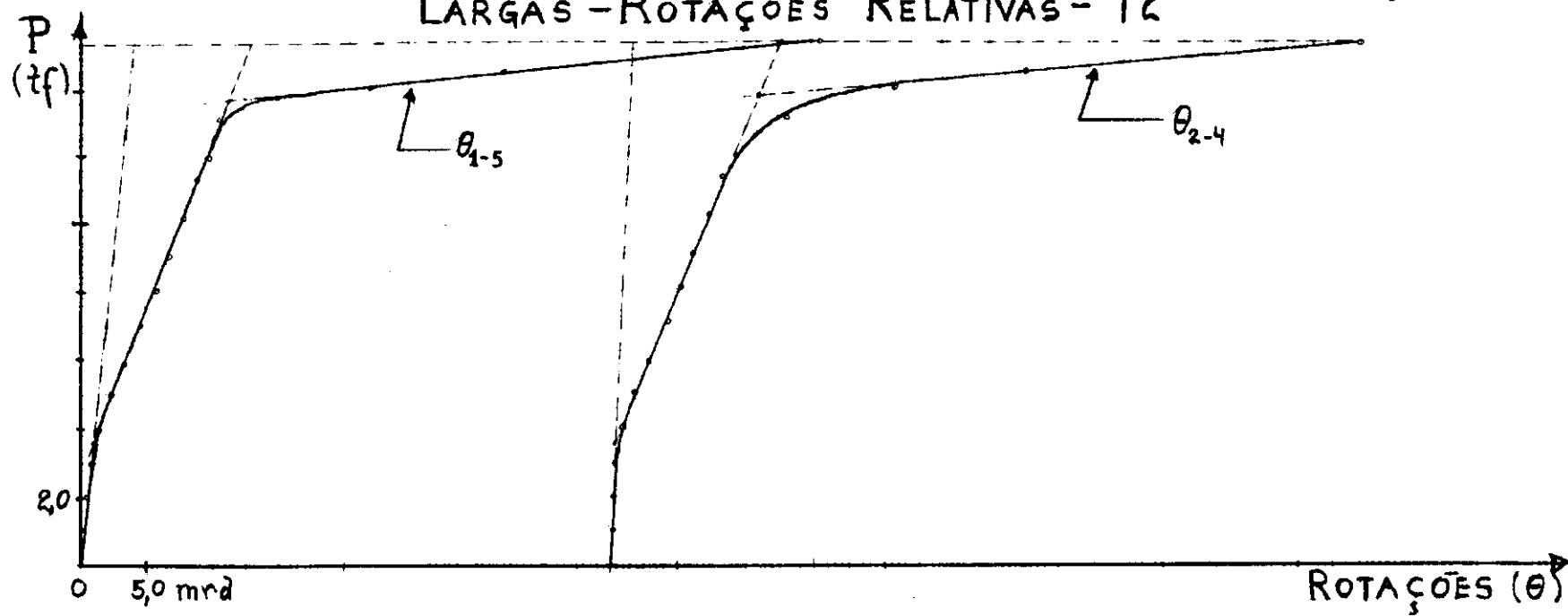
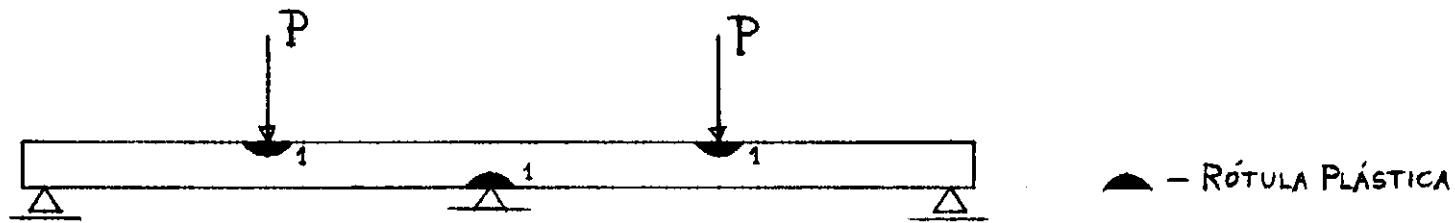


FIG. 4.9 - DIAGRAMAS CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS-T1-T2



CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS - V1

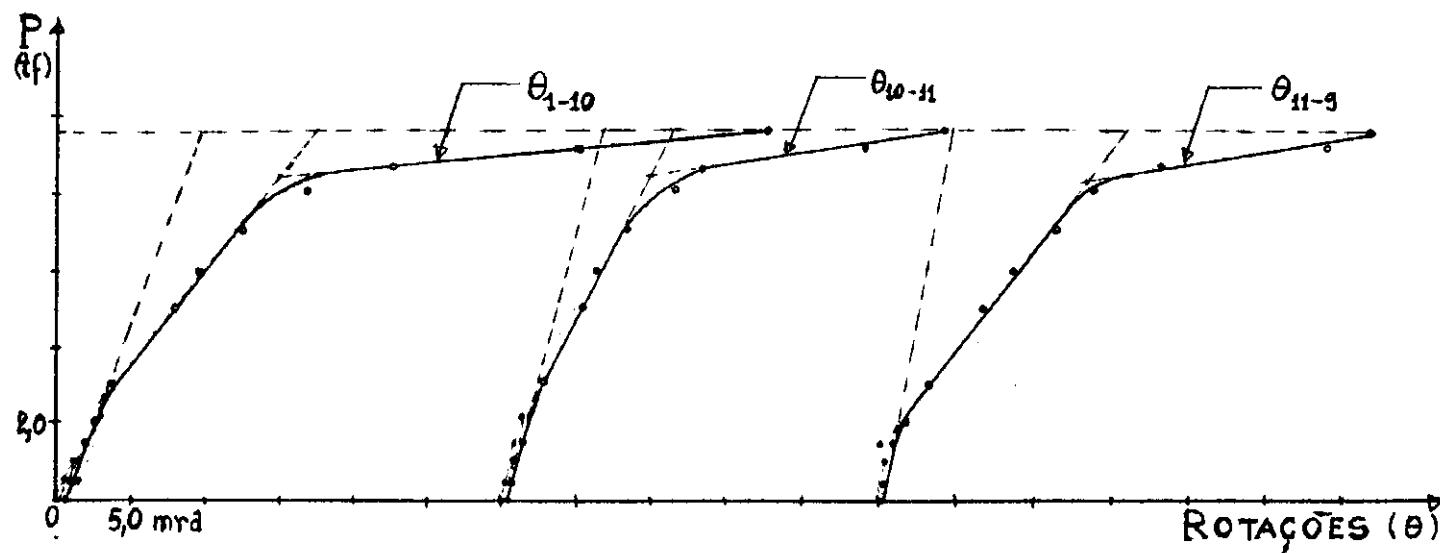
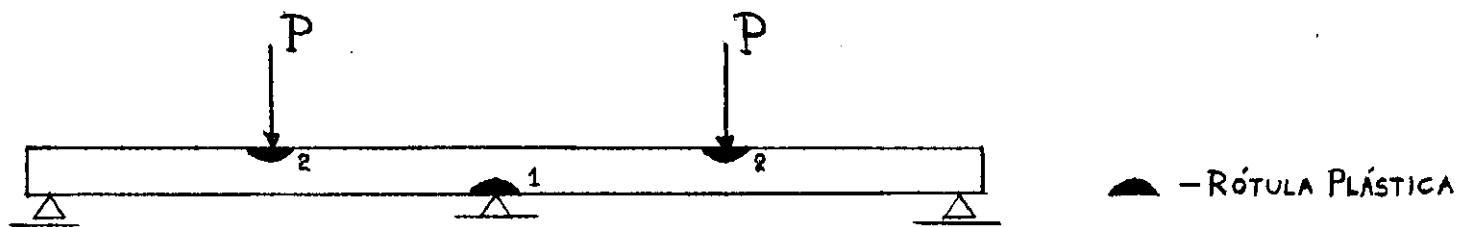


FIG. 4.10 - DIAGRAMAS CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS - V1



CARGAS-ROTAÇÕES RELATIVAS - V2

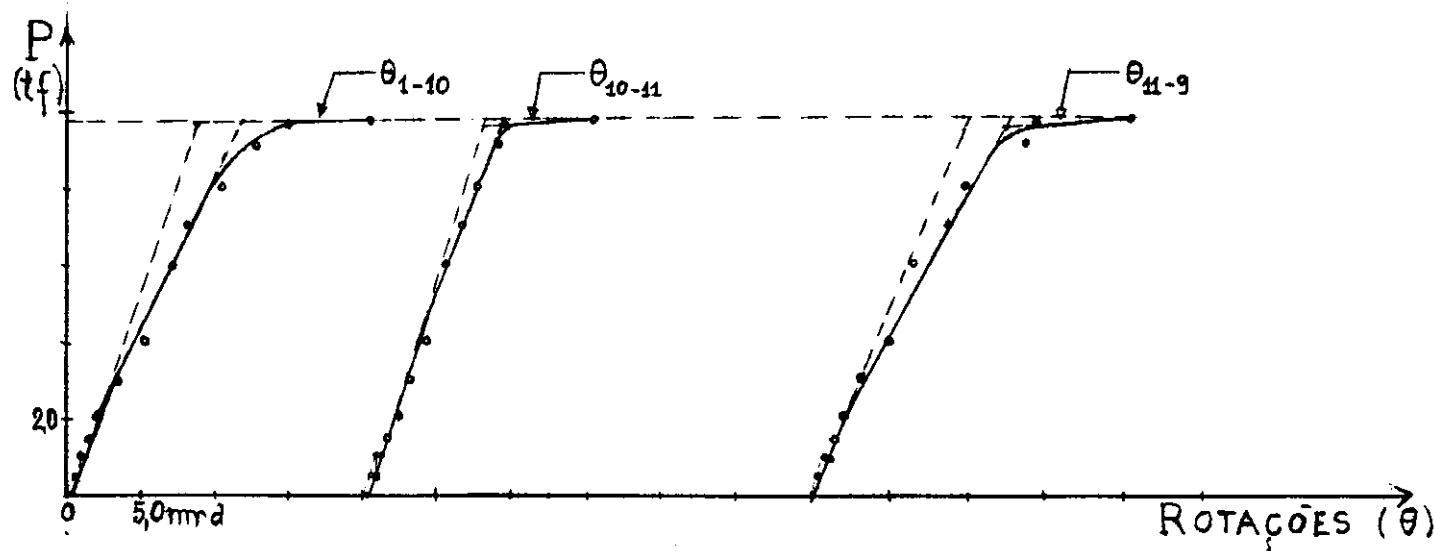
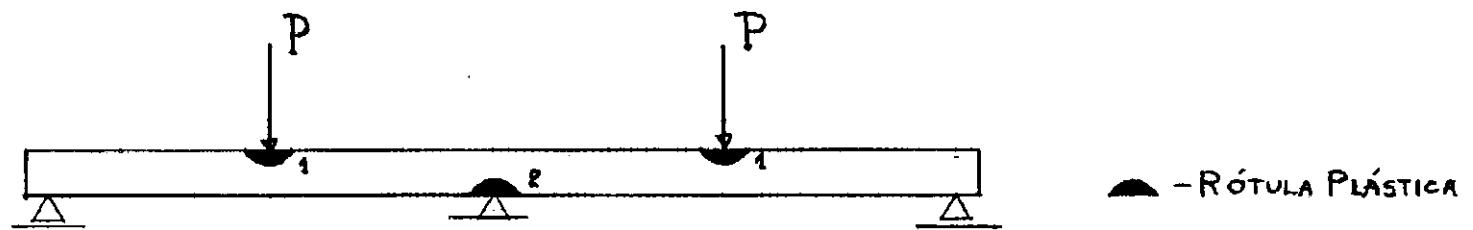


FIG. 4.11 - DIAGRAMAS CARGAS-ROTAÇÕES RELATIVAS - V2



CARGAS - ROTAÇÕES RELATIVAS - V3

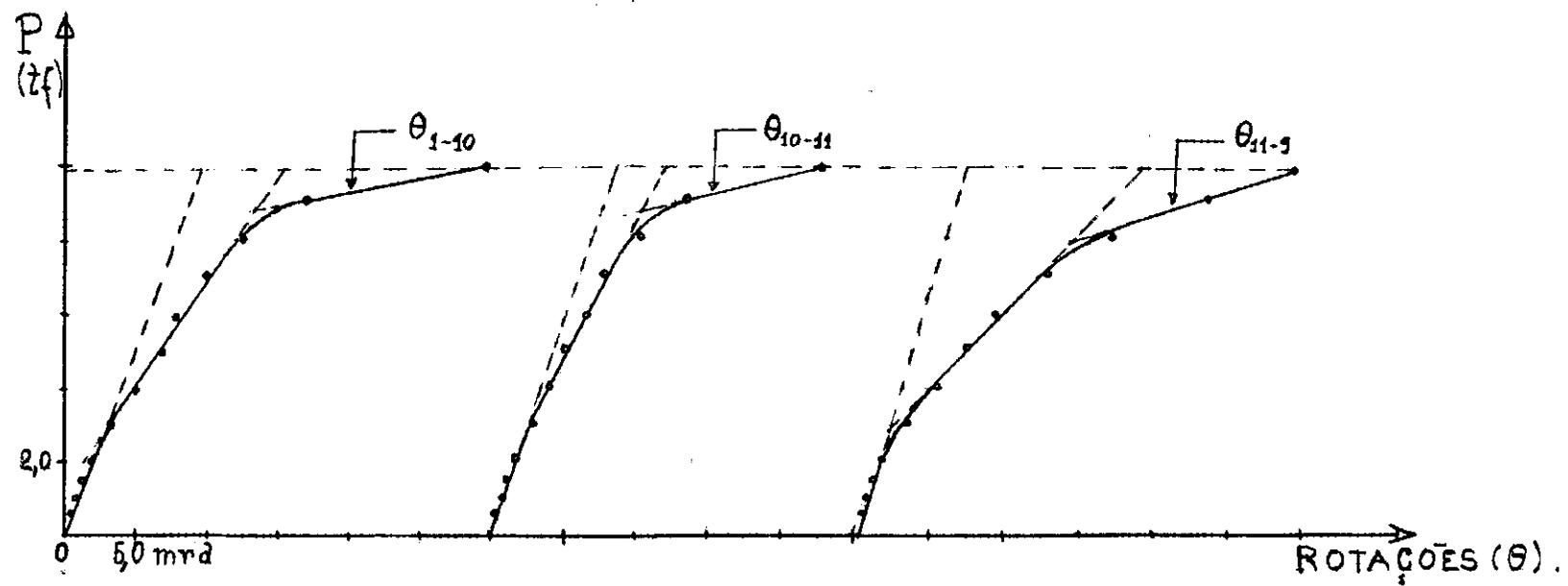


FIG. 4.12 - DIAGRAMAS CARGAS-ROTAÇÕES RELATIVAS - V3

# CARGAS - FLECHAS - T1

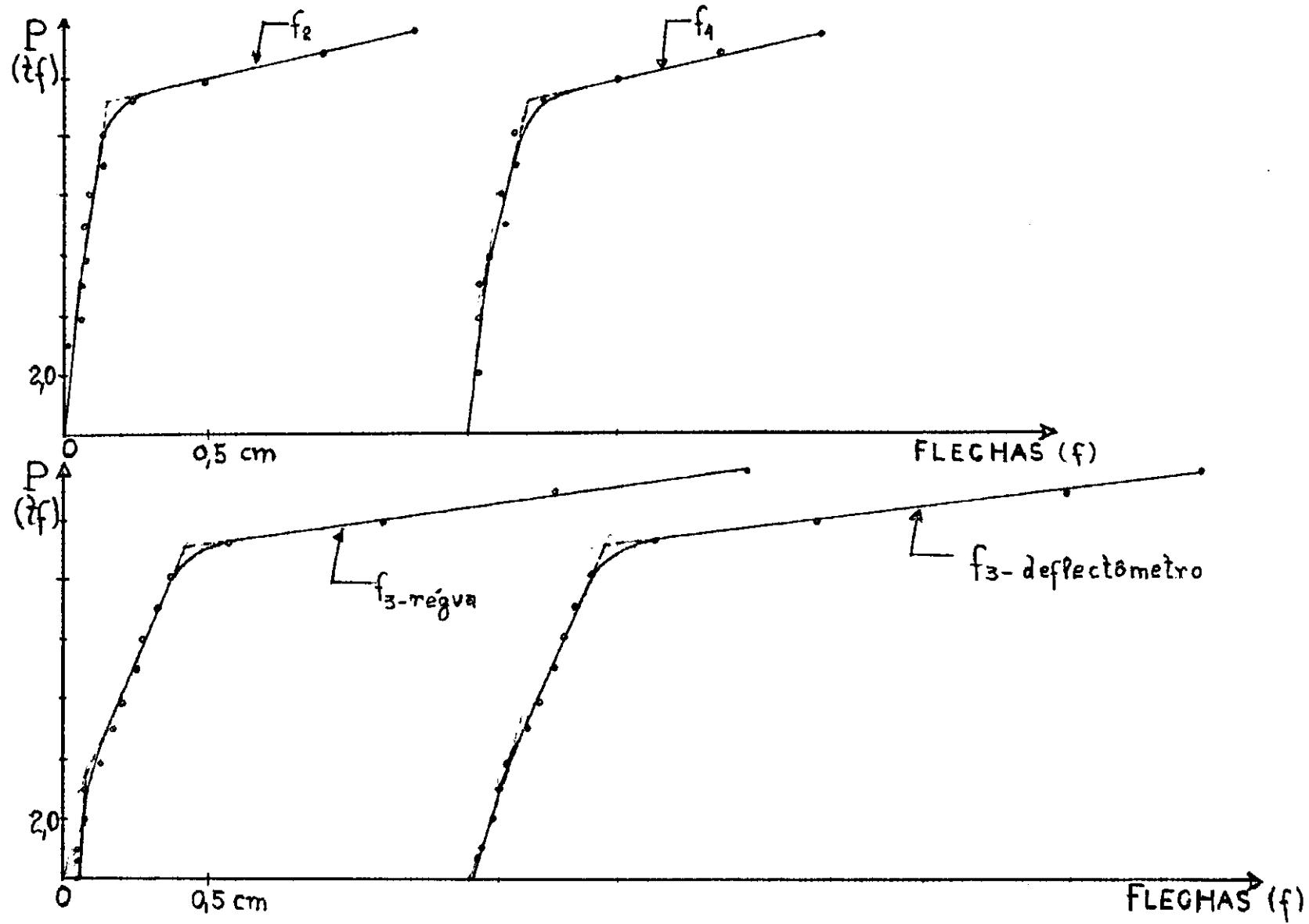


FIG. 4.13 - DIAGRAMAS CARGAS - FLECHAS - T1

## CARGAS - FLECHAS - T2

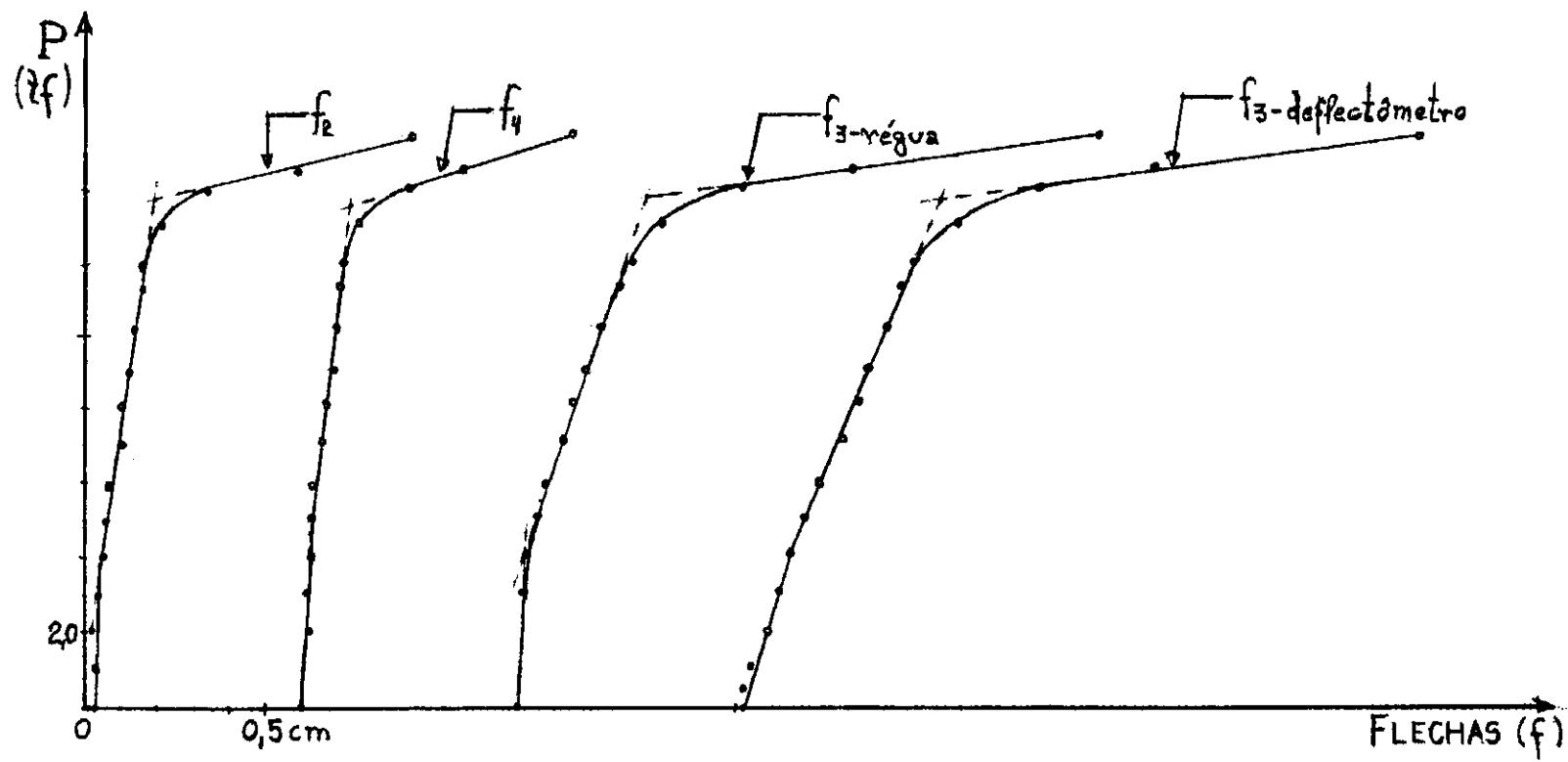


FIG. 4.14 - DIAGRAMAS CARGAS - FLECHAS - T2

# LARGAS - FLECHAS - V1

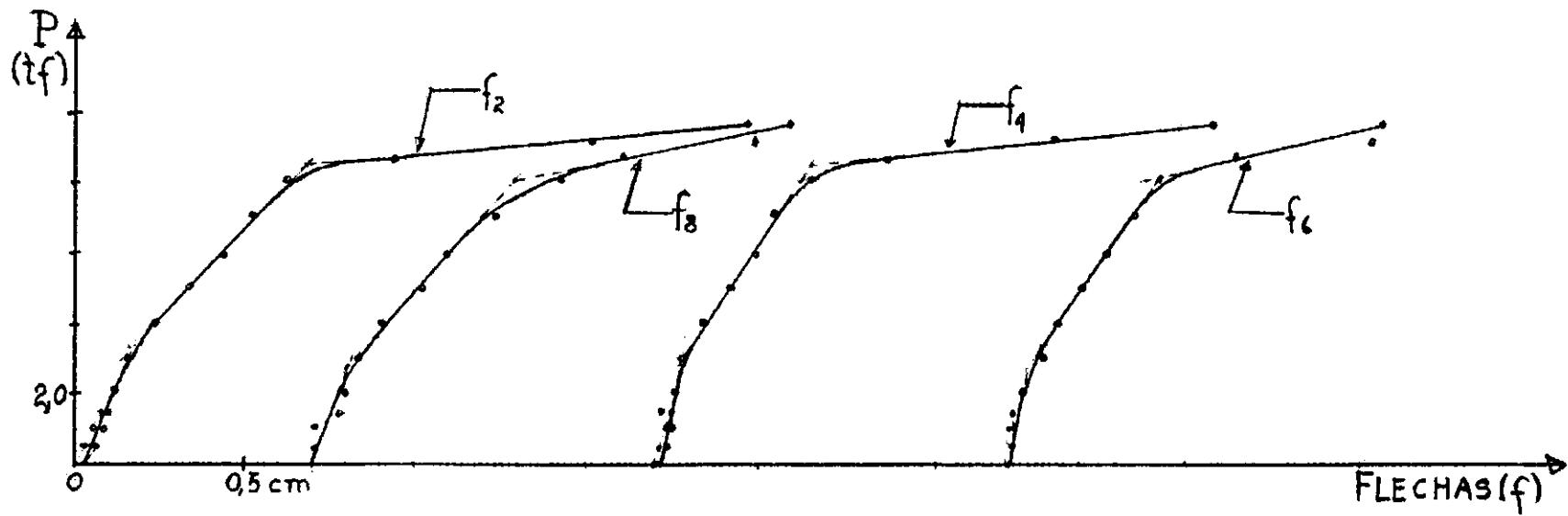
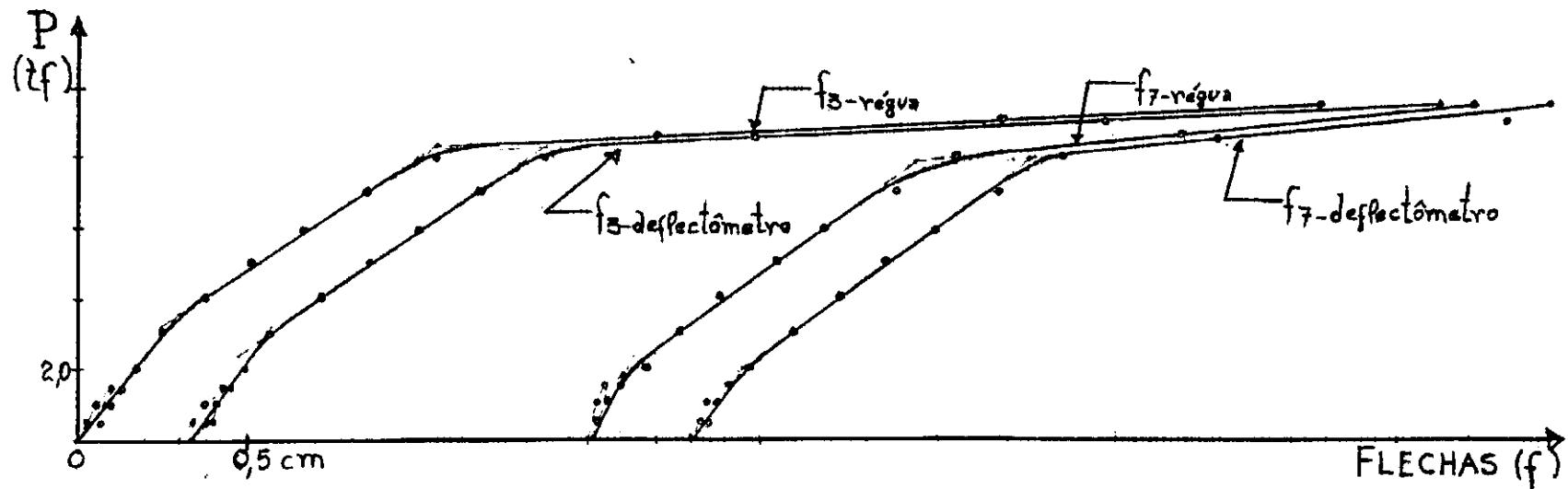


FIG. 4.15 - DIAGRAMAS CARGAS - FLECHAS - V1

## CARGAS - FLECHAS - V2

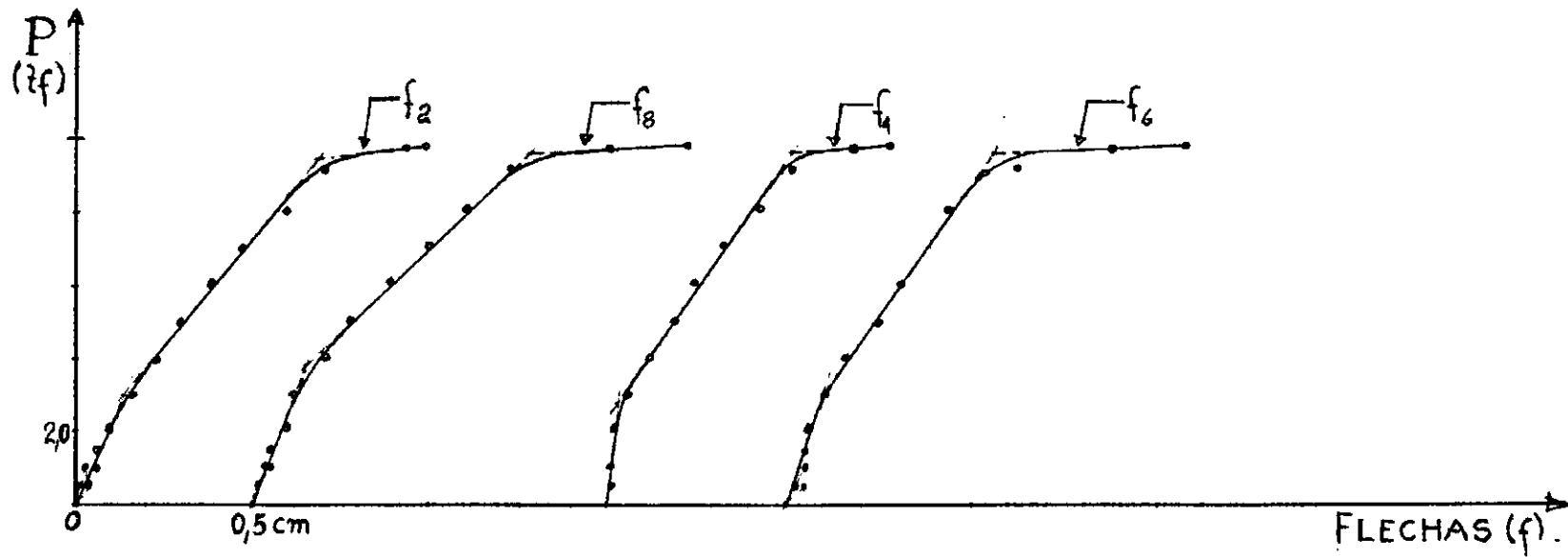
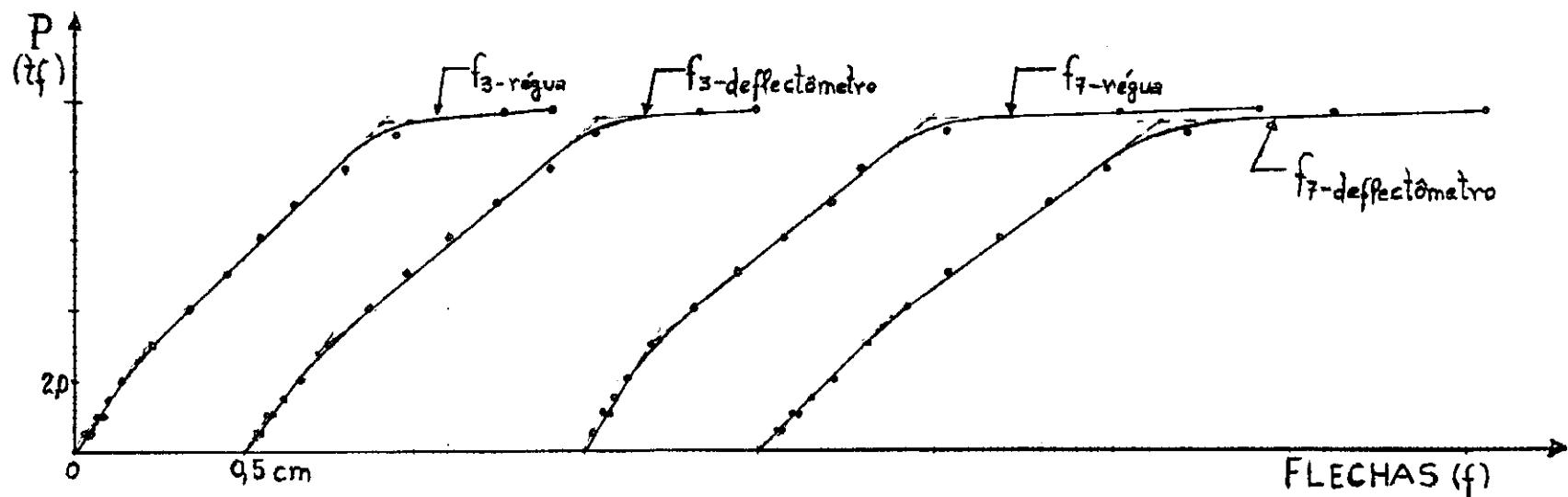


FIG. 4.16 - DIAGRAMAS CARGAS - FLECHAS - V2

CARGAS - FLECHAS - V3

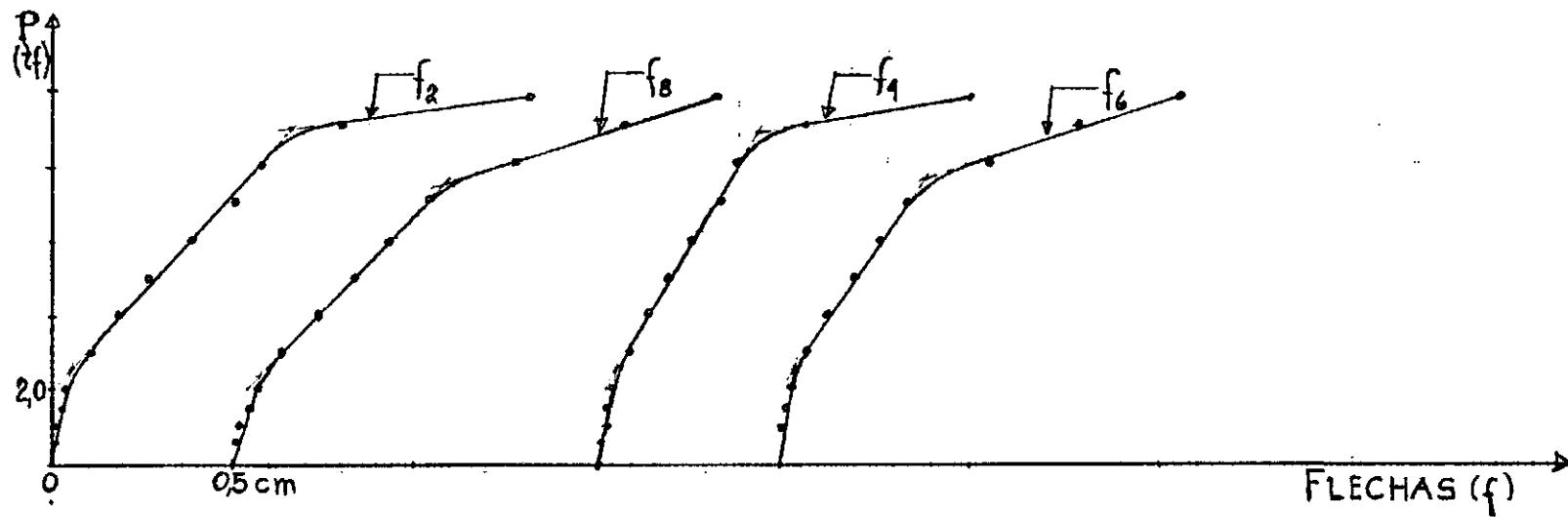
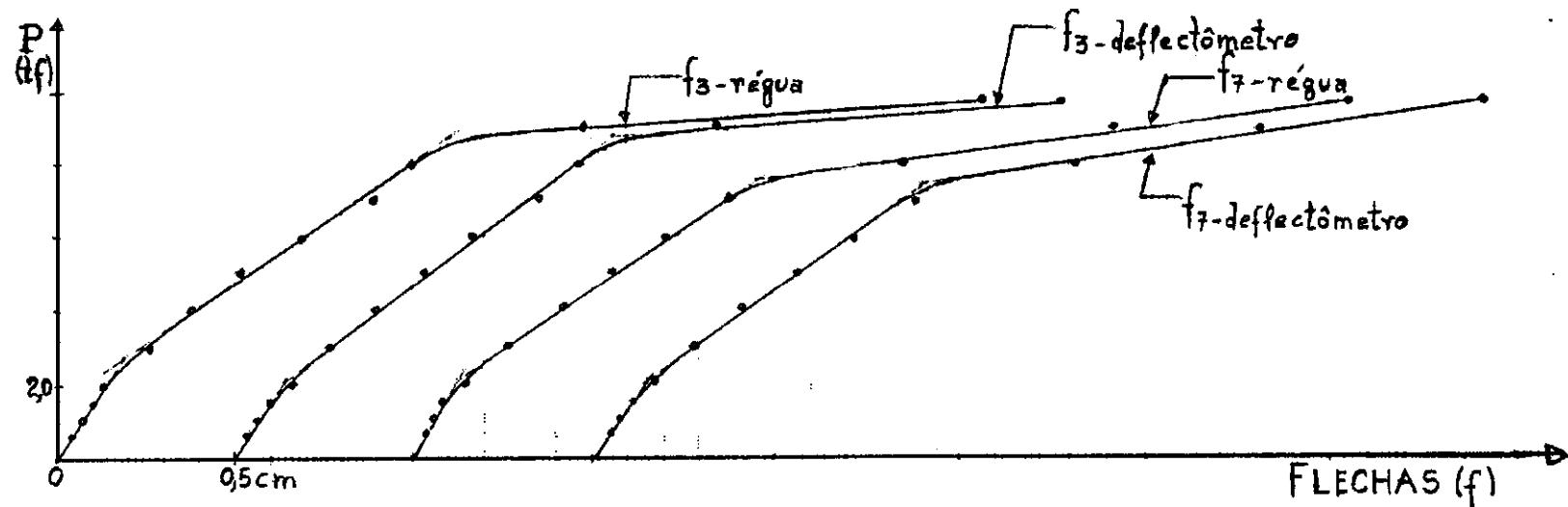


FIG. 4.17 - DIAGRAMAS CARGAS - FLECHAS - V3



Fig. 4.18

Fotografia 1; Montagem do ensaio da viga isostática.

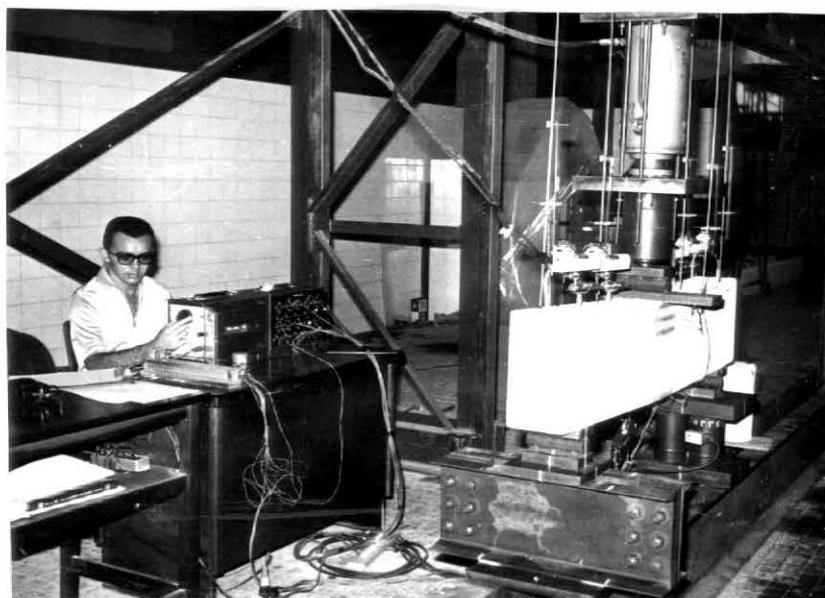


Fig. 4.19 - Fotografia 2: Vista do ensaio de uma viga isostática.

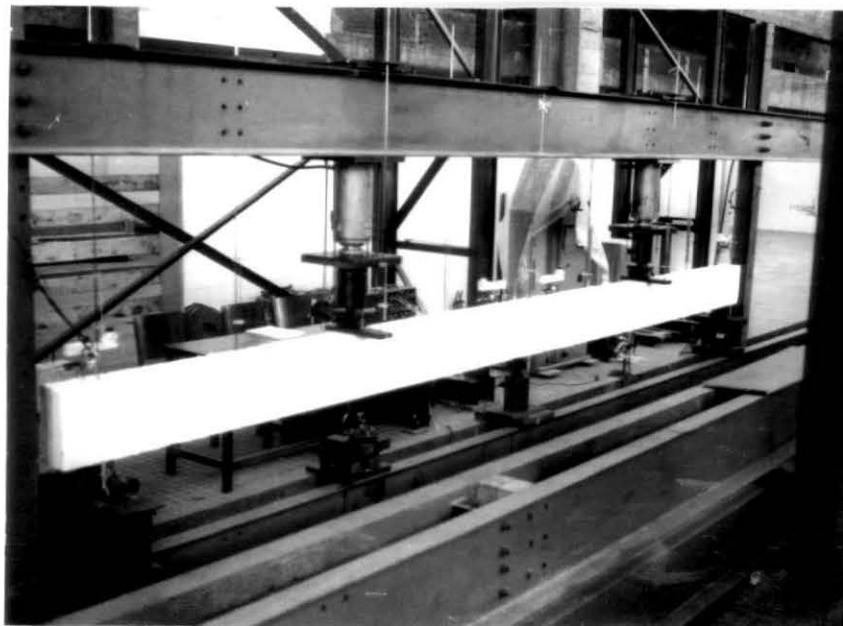


Fig. 4.20 - Fotografia 3: Montagem do ensaio da viga contínua.



Fig. 4.21 - Fotografia 4: Vista do ensaio de uma viga contínua.



Fig. 4.22 - Fotografia 5: Viga contínua de formada (após o ensaio)

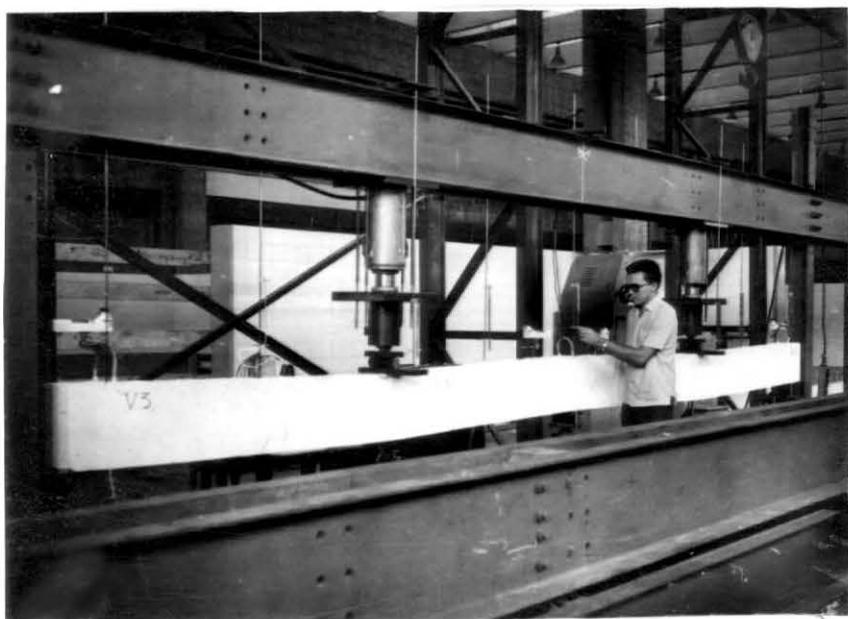


Fig. 4.23 - Fotografia 6: Vista da viga contínua V3, (após o ensaio)



Fig. 4.24 - Fotografia 7: Vista da região do apoio central da viga V2, (após o ensaio)



Fig. 4.25 - Fotografia 8: Corpos de prova rompidos à tracção indireta e à compressão.

Capítulo 5 - CÁLCULOS GERAIS

## 5.1 - CÁLCULO DOS MOMENTOS

## 5.1.a - Viga contínua V1:

Os VALORES TEÓRICOS e os VALORES EXPERIMENTAIS DOS MOMENTOS foram obtidos pelas fórmulas da Resistência dos Materiais:

VALORES TEÓRICOS:  $M_B = M_D = 0,156 P\ell$  e  $M_C = - 0,186 P\ell$

VALORES EXPERIMENTAIS:  $M_D = 1,5R_E$  e  $M_C = - 1,5 P + 3 R_E$

Sendo  $R_E$  a reação lida no apoio E (sob a seção 9)

Obs.: No cálculo dos momentos não estamos considerando o efeito do peso próprio da viga, pois o efeito deste é muito pequeno (0,09tf.m no apoio central e 0,04tf.m nos meios dos vãos, valores estes que se mantêm constantes durante todo o ensaio, correspondendo assim a um pequeno deslocamento da origem dos diagramas momentos-cargas).

TABELA 19 - VALORES DOS MOMENTOS - V1

CARGA (tf)	$M_D$ (tf.m)		$-M_C$ (tf.m)	
	TEÓRICO	EXPERIMENTAL	TEÓRICO	EXPERIMENTAL
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,55	0,26	0,25	0,30	0,32
1,01	0,48	0,46	0,55	0,68
1,50	0,70	0,69	0,84	0,87
2,07	0,97	0,95	1,16	1,31
3,05	1,43	1,29	1,70	1,98
4,05	1,90	1,77	2,25	2,50
5,05	2,36	2,13	2,83	3,34
5,96	2,80	2,65	3,34	3,64
7,05	3,30	3,23	3,95	4,15
8,07	3,77	3,72	4,50	4,66
8,67	-	3,85	-	5,32
9,12	-	3,95	-	5,76
9,60	-	4,00	-	6,39

Com êstes valores traçamos os diagramas momentos-cargas, fig. 5.1, e verificamos que a carga de ruptura teórica era de 8,14tf, ao passo que a obtida na experiência foi de 9,60tf.

### 5.1.b - Viga contínua V2:

Calculamos os momentos teóricos até a formação da primeira rótula plástica, sobre o apoio C, pelas fórmulas já vistas. Após a formação da primeira rótula plástica, para  $M_B = 3,20\text{tf.m}$ ,  $M_C = -3800\text{tf.m}$  e  $P = 6,8\text{tf}$ ), o momento em C fica constante e os momentos nos meios dos vãos passam a ser calculados pela fórmula dada pela estática:

$$M_B = M_D = 3,20 + \frac{(P-6,80)\ell}{4} : M_B = M_D = 3,20 + 0,75(P-6,80)$$

Os valores experimentais dos momentos foram calculados pelas mesmas fórmulas do ítem anterior.

TABELA 20 - VALORES DOS MOMENTOS - V2

CARGAS (tf)	$M_D$ (tf.m)		$-M_C$ (tf.m)	
	TEÓRICO	EXPERIMENTAL	TEÓRICO	EXPERIMENTAL
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,57	0,31	0,32	0,41	0,20
1,01	0,53	0,58	0,64	0,36
1,49	0,74	0,88	0,92	0,48
2,07	1,02	1,05	1,25	1,00
3,03	1,47	1,41	1,78	1,74
4,05	1,95	1,92	2,34	2,20
5,05	2,41	2,42	2,92	2,74
6,02	2,88	2,88	3,46	3,19
7,05	3,40	3,44	3,80	3,73
8,00	4,10	3,93	3,80	4,24
9,12	-	4,55	-	4,56
9,71	-	5,00	-	4,58
9,79	-	5,05	-	4,59

Com êstes valores traçamos o diagrama momentos-cargas, fig.5.2, e verificamos que a carga de ruptura teórica foi de 8,6tf, enquanto a obtida na prática foi de 9,79tf.

### 5.1.c - Viga contínua V3:

Os momentos teóricos foram calculados como das vezes anteriores até a formação das primeiras rótulas plásticas, no meio dos vãos, (para  $M_B = 2,92\text{tf}$ ,  $M_C = -3,50\text{tf.m}$  e  $P = 6,25\text{tf}$ ), sendo que aí o momento fixo permanece constante e os valores teóricos dos momentos no apoio central passam a ser calculados pela fórmula dada pela estática:

$$M_C = -3,50 - (P - 6,25) \frac{l}{2} : M_C = -3,50 - 1,5(P - 6,25)$$

TABELA 21 - VALORES DOS MOMENTOS FLETORES - V3

CARGAS (tf)	$M_D$ (tf.m)		$-M_C$ (tf.m)	
	TEÓRICO	EXPERIMENTAL	TEÓRICO	EXPERIMENTAL
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,62	0,34	0,42	0,40	0,09
1,01	0,53	0,67	0,64	0,16
1,52	0,76	0,93	0,94	0,42
2,07	1,02	1,02	1,25	1,03
3,03	1,47	1,46	1,78	1,65
4,05	1,95	1,89	2,34	2,26
5,05	2,41	2,32	2,92	2,95
5,96	2,85	2,54	3,43	3,57
7,05	2,92	3,09	4,70	4,32
8,07	2,92	3,35	6,22	5,31
9,08	-	3,36	-	6,78
9,82	-	3,55	-	7,49

Com êstes valores traçamos os diagramas momentos-cargas, fig.5.3, e verificamos que a carga de ruptura teórica foi de 8,05tf, enquanto a obtida na prática foi de 9,82tf.

# MOMENTOS - CARGAS - V1

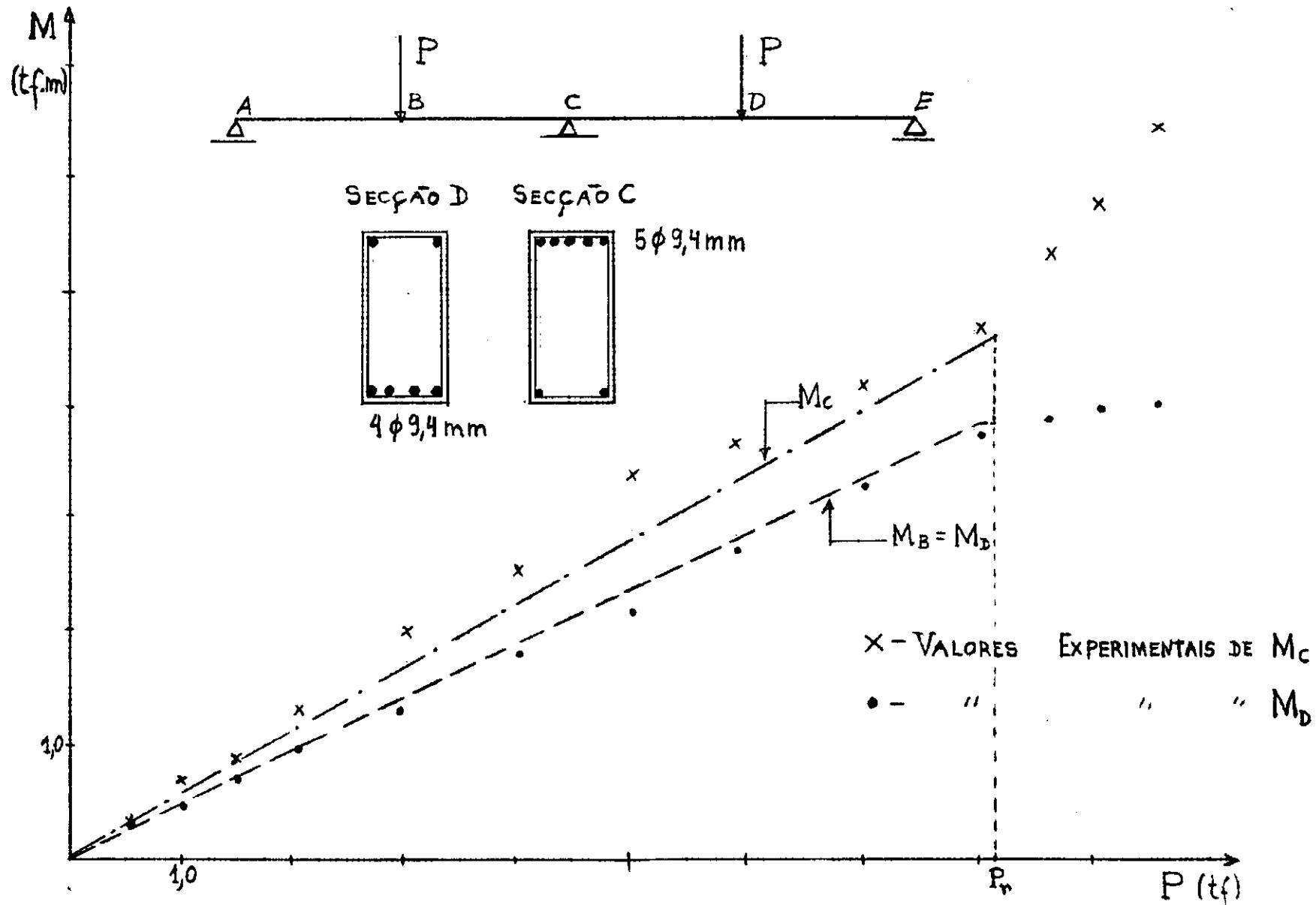


FIG. 5.1 - DIAGRAMAS MOMENTOS - CARGAS - V1

## MOMENTOS - CARGAS - V2

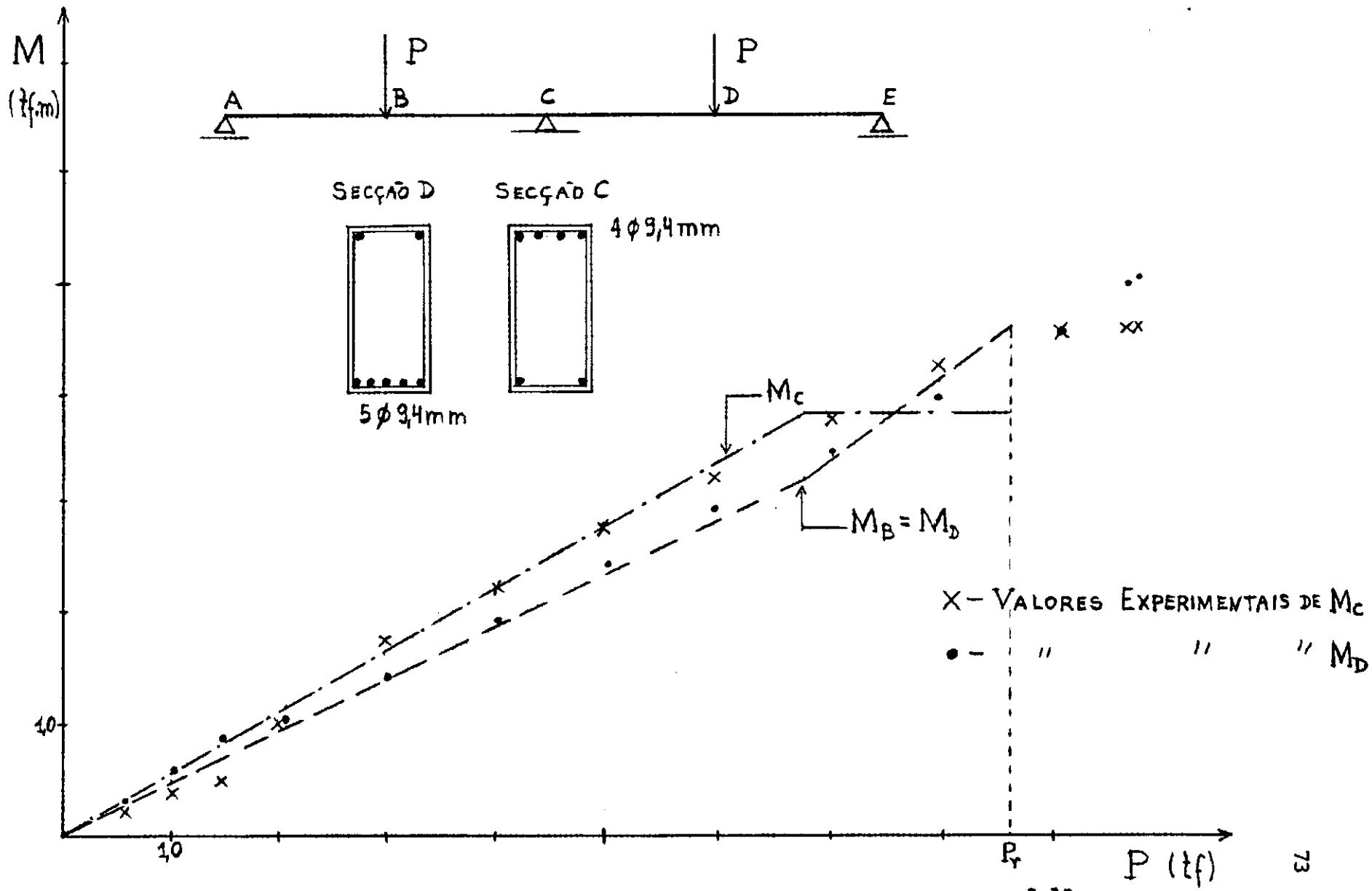


FIG. 5.2 - DIAGRAMAS MOMENTOS - CARGAS - V2

# MOMENTOS-CARGAS-V3

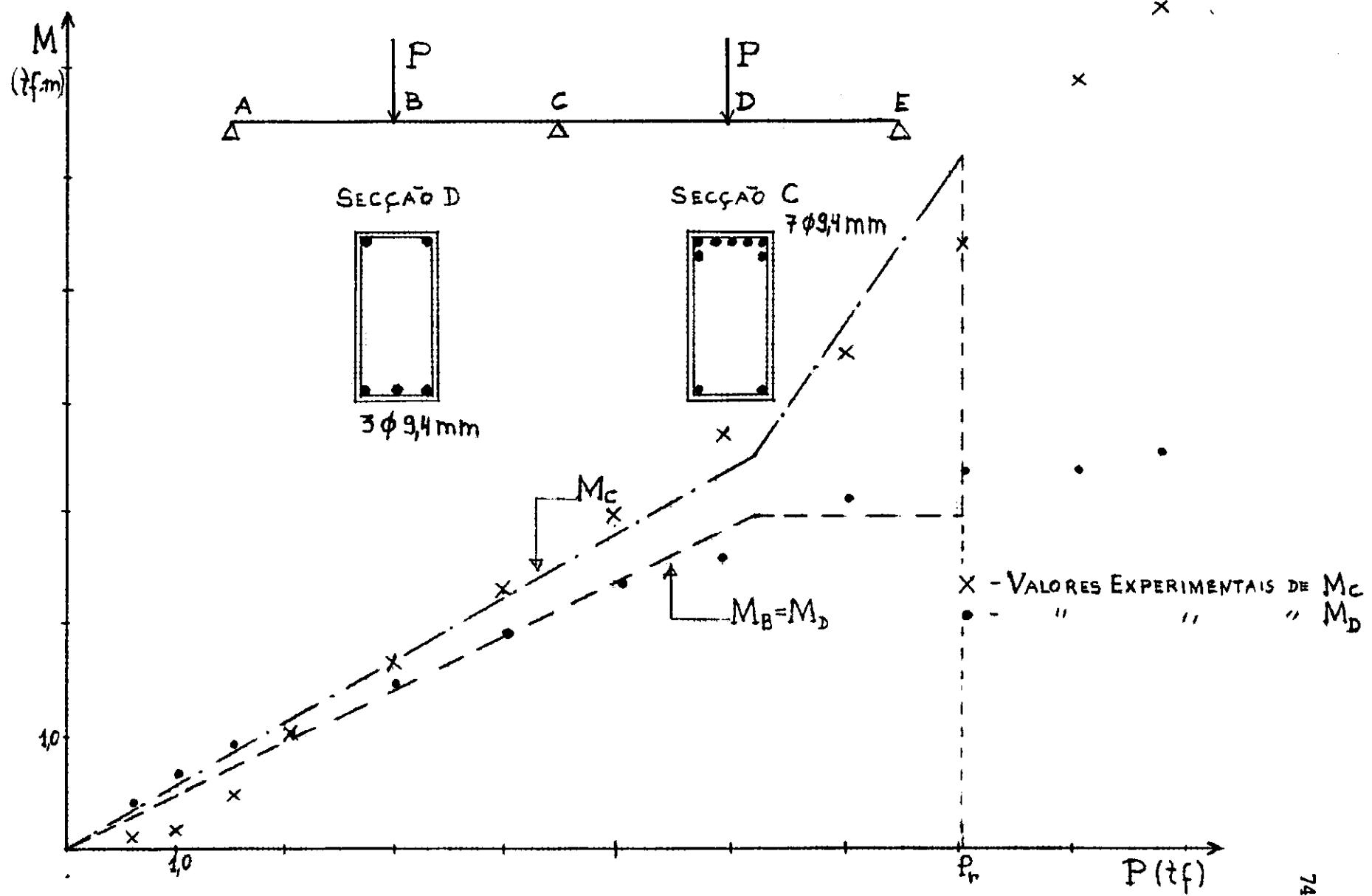


FIG. 5.3 - DIAGRAMAS MOMENTOS - CARGAS - V3

5.2 - CÁLCULO DA RIGIDEZ (EJ) PELOS DIAGRAMAS CARGAS-ROTAÇÕES RELATIVAS:

5.2.a - Vigas isostáticas de comparação:

A rigidez (EJ) das vigas isostáticas é obtida do 1º teorema de Mohr (ver apêndice 1), temos:

1) Estádio I: A rigidez no estádio I,  $(EJ)_I$ , é calculada pela fórmula:

$$(EJ)_I = \frac{P_o}{\theta_o} \cdot \frac{\ell^2}{8}$$

Sendo:  $P_o$  e  $\theta_o$  a carga e a rotação relativa, respectivamente, coordenadas do ponto  $L_o$ , fig. 5.4, são obtidos dos diagramas cargas-rotações relativas.

2) Estádio II: A rigidez no estádio II,  $(EJ)_{II}$  é dada por:

$$(EJ)_{II} = \frac{P_1}{\theta_1} \cdot \frac{\ell^2}{8}$$

$P_1$  e  $\theta_1$  são obtidos dos diagramas cargas-rotações relativas, sendo a carga e a rotação relativa, respectivamente, coordenadas do ponto  $L_1$ , fig. 5.4.

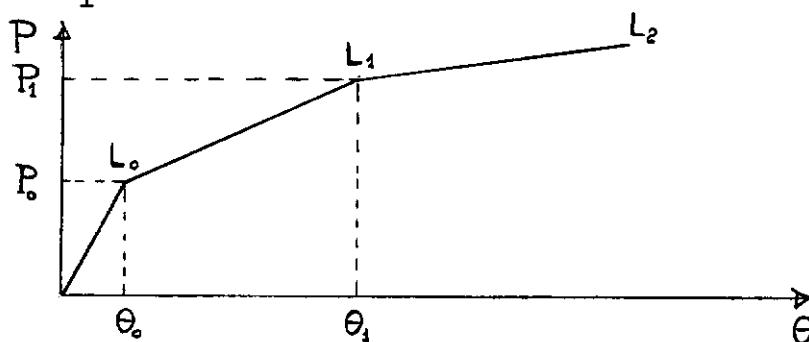


Fig. 5.4

Diagrama Cargas-Rotações Relativas (caso geral)

5.2.b - Vigas contínuas:

Para as vigas contínuas calculamos a rigidez (EJ), para os meios dos vãos, considerando as rotações relativas entre as seções 1 e 10 (ou 9 e 11) aplicando o 1º Teorema de Mohr (ver apêndice 2), temos:

- 1) Estádio I: A rigidez no estádio I,  $(EJ)_I$ , é dada por:

$$(EJ)_I = 0,046 \frac{P_0}{\theta_0} \cdot l^2$$

Sendo  $P_0$  e  $\theta_0$  valores já definidos no ítem anterior.

- 2) Estádio II: A rigidez no estádio II,  $(EJ)_{II}$ , é calculada pela fórmula:

$$(EJ)_{II} = 0,046 \frac{P_1}{\theta_1} \cdot l^2$$

Sendo  $P_1$  e  $\theta_1$  valores já definidos no ítem anterior.

5.2.c - Valores encontrados:

- 1) Vigas isostáticas de comparação: Os valores de  $(EJ)_I$  e  $(EJ)_{II}$  indicados abaixo são as médias dos obtidos considerando-se as rotações relativas dos apoios (seções 1 e 5) e as rotações relativas à 30cm dos apoios (seções 2 e 4).

- 2) Vigas contínuas: Os valores de  $(EJ)_I$  e  $(EJ)_{II}$  indicados abaixo são as médias dos obtidos considerando-se as rotações relativas das seções 1 e 10 e as rotações relativas das seções 9 e 11, correspondentes

aos meios dos vãos.

VIGA	$(EJ)_I \left(10^{10} \text{kgf.cm}^2\right)$	$(EJ)_{II} \left(10^{10} \text{kgf.cm}^2\right)$
T1	0,640	0,176
T2	0,970	0,217
V1	0,616	0,236
V2	0,422	0,331
V3	0,456	0,248

### 5.3 - CÁLCULO DA RIGIDEZ (EJ) PELOS DIAGRAMAS CARGAS-FLECHAS:

#### 5.3.a - Vigas isostáticas de comparação:

A rigidez (EJ) das vigas isostáticas é calculada pela fórmula da Resistência dos Materiais:

$$EJ = \frac{P}{f} \cdot \frac{\ell^3}{48}$$

1) Estádio I: A rigidez no estádio I,  $(EJ)_I$ , é calculada pela fórmula:

$$(EJ)_I = \frac{P_o}{f_o} \cdot \frac{\ell^3}{48}$$

Sendo:  $P_o$  e  $f_o$  as coordenadas do ponto  $L_o$ , fig. 5.5, obtidos dos diagramas cargas-flechas, para o meio dos vãos (seção 3).

2) Estádio II: A rigidez no estádio II é dada pela fórmula:

$$(EJ)_{II} = \frac{P_1}{f_1} \cdot \frac{\ell^3}{48}$$

Sendo:  $P_1$  e  $f_1$  as coordenadas do ponto  $L_1$ , fig. 5.5, obtidos dos diagramas cargas-flechas, para o meio dos vãos (seção 3).

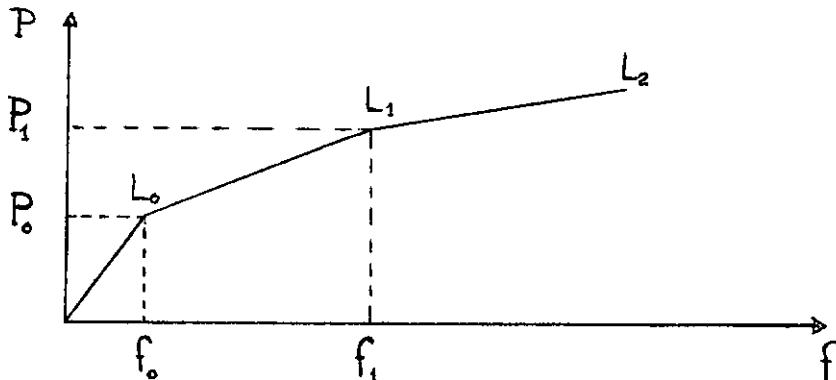


Fig. 5.5

Diagrama Cargas-flechas (caso geral)

5.3.b - Vigas contínuas:

Calculamos a rigidez (EJ), para o meio dos vãos (seções 3 ou 7), pelas fórmulas da Resistência dos Materiais, aplicando o Princípio da Superposição (ver apêndice 3), temos:

1) Estádio I: A rigidez no estádio I,  $(EJ)_I$ , é calculada por:

$$(EJ)_I = 0,0092 \frac{P_0}{f_0} \cdot \ell^3$$

Sendo  $P_0$  e  $f_0$  valores já definidos no ítem anterior.

2) Estádio II: A rigidez no estádio II,  $(EJ)_{II}$ , é calculada pela fórmula:

$$(EJ)_{II} = 0,0092 \frac{P_1}{f_1} \cdot l^3$$

Sendo  $P_1$  e  $f_1$  valores já definidos no item anterior.

#### 5.3.c - Valores encontrados:

1) Vigas isostáticas de comparação: Os valores de  $(EJ)_I$  e  $(EJ)_{II}$  indicados abaixo foram obtidos dos diagramas cargas-flechas, para o meio do vão, tomando-se os valores lidos nas régua ( $f_{3régua}$ ).

2) Vigas contínuas: Os valores de  $(EJ)_I$  e  $(EJ)_{II}$  indicados abaixo são as médias dos obtidos considerando-se as flechas no meio de cada vão (seções 3 e 7), tomando-se os valores lidos nas régua ( $f_{3régua}$  e  $f_{7régua}$ ).

VIGA	$(EJ)_I (10^{10} \text{kgf.cm}^2)$	$(EJ)_{II} (10^{10} \text{kgf.cm}^2)$
T1	0,610	0,110
T2	0,720	0,138
V1	0,396	0,202
V2	0,365	0,248
V3	0,405	0,198

#### 5.4 - CÁLCULO DOS VALORES TEÓRICOS DA RIGIDEZ (EJ):

##### 5.4.a - Cálculo da rigidez no estádio I:

Calculamos a "rigidez à flexão" no estádio I desprezando o efeito da armadura, ou seja:

$$(EJ)_I = E_b J_I$$

Sendo:  $E_b$  - módulo de elasticidade longitudinal do concreto

$J_I$  - momento de inércia da seção homogeneizada.

Temos:  $(EJ)_I = 2,15 \times 10^5 \times \frac{15 \times 30^3}{12}$  :  $(EJ)_I = 0,725 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$

#### 5,4.b - Cálculo da rigidez no estádio II:

A "rigidez à flexão" no estádio II foi calculada levando-se em conta o efeito da armadura, pela fórmula (ver apêndice 4):

$$(EJ)_{II} = s_f E_a h^2 \left(1 - \frac{x_{II}}{h}\right) \frac{z_{II}}{h}$$

Sendo:

$s_f$  - área da seção transversal da armadura de tração.

$E_a$  - módulo de elasticidade longitudinal do aço.

$h$  - altura útil da viga.

$x_{II}$  - distância da linha neutra à borda comprimida (estádio II).

$z_{II}$  - braço de alavanca (estádio II)

Para as vigas de seções retangulares com armaduras simples, considerando um diagrama linear de tensões, temos:

$$\frac{x_{II}}{h} = \eta_{II} \bar{\omega}_o \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\eta_{II} \bar{\omega}_o}} \right) \quad \text{e} \quad \frac{z_{II}}{h} = 1 - \frac{x_{II}/h}{3}$$

Sendo:  $\eta_{II} = 2 \frac{E_a}{E_b}$

$$\bar{W}_o = \frac{s_f}{bh} - \text{"percentagem geométrica" da armadura}$$

5.4.b.1 - Viga isostática de comparação T1:

Cálculo de  $(EJ)_{II}$  no meio do vão:  $s_f = 2,07\text{cm}^2$

Encontramos:  $\bar{W}_o = 0,495 \times 10^{-2}$ ;  $n_{II} = 19,5$ ;  $\frac{x_{II}}{h} = 0,355$ ;  $\frac{z_{II}}{h} = 0,882$

Logo:  $(EJ)_{II} = 2,07 \times 2,1 \times 10^6 \times 28^2 (1 - 0,355) 0,882$ :

$$(EJ)_{II} = 0,193 \times 10^{10} \text{kgt.cm}^2$$

5.4.b.2 - Viga isostática de comparação T2:

Cálculo de  $(EJ)_{II}$  no meio do vão:  $s_f = 2,76\text{cm}^2$

Encontramos:  $\bar{W}_o = 0,66 \times 10^{-2}$ ;  $\frac{x_{II}}{h} = 0,39$ ;  $\frac{z_{II}}{h} = 0,89$

Temos:  $(EJ)_{II} = 2,76 \times 2,1 \times 10^6 \times 28^2 (1 - 0,39) 0,87$ :

$$(EJ)_{II} = 0,243 \times 10^{10} \text{kgt.cm}^2$$

5.4.b.3 - Viga contínua V1: No meio dos vãos:  $s_f = 2,76\text{cm}^2$ ;  $\bar{W}_o = 0,66 \times 10^{-2}$

Temos:  $(EJ)_{II} = 0,243 \times 10^{10} \text{kgt.cm}^2$

5.4.b.4 - Viga contínua V2:

Cálculo de  $(EJ)_{II}$  no meio dos vãos:  $s_f = 3,45\text{cm}^2$ ;  $\bar{W}_o = 0,82 \times 10^{-2}$

Encontramos:  $\frac{x_{II}}{h} = 0,43$ ;  $\frac{z_{II}}{h} = 0,857$

$$(EJ)_{II} = 0,280 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$$

5.4.b.5 - Viga contínua V3:

Cálculo de  $(EJ)_{II}$  no meio dos vãos:  $s_f = 2,07 \text{cm}^2$ ;  $\bar{W}_o = 0,495 \times 10^{-2}$

Temos:

$$(EJ)_{II} = 0,193 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$$

5.4.b.6 - A seguir apresentamos um quadro resumo com os valores da rigidez (EJ), sendo que para os valores de  $(EJ)_{II}$  colocamos entre parênteses a percentagem do valor encontrado em relação ao respectivo valor teórico que foi tomado como 100%, a fim de que possamos ter uma idéia da diferença entre os valores experimentais calculados dos diagramas cargas-rotações relativas e cargas-flechas e os respectivos valores teóricos.

TABELA 22 - QUADRO I - VALORES DA RIGIDEZ (EJ)

VIGA	$(EJ)_I (10^{10} \text{kgf.cm}^2)$			$(EJ)_{II} (10^{10} \text{kgf.cm}^2)$		
	VALORES TEÓRICOS	PELAS ROTACÕES	PELAS FLECHAS	VALORES TEÓRICOS	PELAS ROTACÕES	PELAS FLECHAS
T1	0,725	0,640	0,610	0,193(100%)	0,176(91%)	0,110(57%)
T2	0,725	0,970	0,720	0,243(100%)	0,217(90%)	0,138(57%)
V1	0,725	0,616	0,396	0,243(100%)	0,236(97%)	0,202(83%)
V2	0,725	0,422	0,365	0,280(100%)	0,331(118%)	0,248(89%)
V3	0,725	0,456	0,405	0,193(100%)	0,248(128%)	0,198(103%)

Observando-se o Quadro I verifica-se que há boa concordância entre a

rigidez no estádio II, calculada teóricamente e a obtida experimentalmente com base nos diagramas cargas-rotações relativas, tanto para as vigas isostáticas quanto para as vigas contínuas.

Fazendo a mesma comparação tomando como base os diagramas cargas-flechas, verifica-se que, no caso das vigas isostáticas, há acentuada discrepância, que acreditamos seja causada pela influência do esforço cortante, pois os vão destas vigas são relativamente pequenos em face de suas alturas.

### 5.5 - CÁLCULO DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS ( $\theta_p$ ) PELOS DIAGRAMAS CARGAS-ROTAÇÕES RELATIVAS:

#### 5.5.a - Vigas isostáticas de comparação:

As rotações das rótulas plásticas ( $\theta_p$ ) são calculadas pela fórmula:

$$\theta_p = \theta_2 - \theta_1$$

Sendo:  $\theta_1$  e  $\theta_2$  as abscissas dos pontos  $L_1$  e  $L_2$ , respectivamente, fig.5.4.

#### 5.5.b - Valores encontrados:

Vigas isostáticas de comparação: os valores de  $\theta_p$  indicados abaixo são as médias dos obtidos considerando-se as rotações relativas dos apoios (seções 1 e 5) e as rotações relativas a 30cm dos apoios (seções 2 e 4).

VIGA	$\theta_p$ ( $10^{-3}$ rd)
T1	43,2
T2	44,1

Os valores das rotações das rótulas plásticas das vigas isostáticas são as capacidades máximas de rotação das rótulas plásticas de uma secção com a armadura igual às dessas vigas.

**5.6 - CÁLCULO DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS ( $\theta_p$ ) PELOS DIAGRAMAS CARGAS-FLECHAS:**

**5.6.a - Vigas isostáticas de comparação:**

As rotações das rótulas plásticas são calculadas pela fórmula (ver apêndice 5):

$$\theta_p = \frac{4(f_2 - f_1)}{l}$$

Sendo:  $f_1$  e  $f_2$  as abscissas dos pontos  $L_1$  e  $L_2$ , respectivamente, fig. 5.5.

**5.6.b - Valores encontrados:**

Vigas isostáticas de comparação: os valores de  $\theta_p$  indicados abaixo, foram obtidos dos diagramas cargas-flechas no meio do vão, tomando se os valores lidos nas régua ( $f_{3\text{régua}}$ ).

VIGA	$\theta_p$ ( $10^{-3}\text{rd}$ )
T1	65,00
T2	41,70

**5.7 - CÁLCULO TEÓRICO DA CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DAS RÓTULAS PLÁSTICAS.**

Calcularemos a capacidade de rotação das rótulas plásticas (max.  $\theta$ ) para as vigas isostáticas de comparação pelas fórmulas propostas pelos professores: F.L. Lobo Carneiro e A.L.L. Baker.

**5.7.a - Pela fórmula proposta pelo Prof. Lobo Carneiro (Simpósio CEB de Ankara):**

$$\text{max. } \theta = \frac{1}{2} l_p \theta_p^* + \frac{1}{2} h \theta_E^*$$

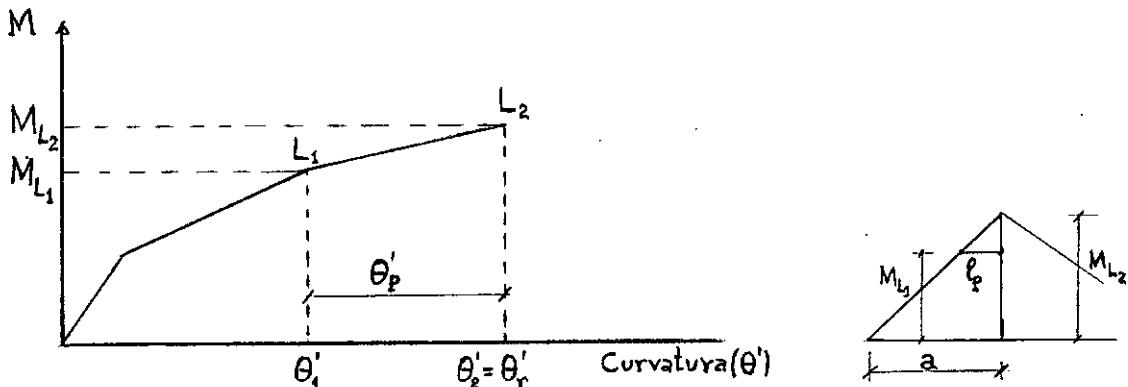


Fig.5.6 - Diagrama Momento-Curvatura (caso geral)

Sendo:  $\ell_p = a(1 - \frac{M_{L1}}{M_{L2}})$

$$\theta'_p = \theta'_r - \theta'_1$$

$$\theta'_1 = \frac{M_{L1}}{(EJ)_{II}} \quad \text{e} \quad \theta'_r = \frac{\epsilon_r}{x_{III}} = \frac{2,625 \times 10^{-3}}{y}$$

$\epsilon_r$  = encurtamento de ruptura do concreto:  $\epsilon_r = 3,5 \times 10^{-3}$

$x_{III}$  = distância da borda comprimida à linha neutra

$$y = \frac{3}{4} x_{III}$$

Os momentos  $M_{L1}$  e  $M_{L2}$  são obtidos dos diagramas cargas-rotações relativas.

#### 5.7.a.1 - Viga isostática de comparação T1:

Do diagrama cargas-rotações relativas - T1 (fig.4.9), ob-

temos:

$$M_{L1} = 3300 \text{kgf.m} \quad \text{e} \quad M_{L1} / M_{L2} = 0,85$$

Temos:  $a = \frac{\ell}{2} = 60\text{cm}$  (a seção crítica é no meio do vão)

$$(EJ)_{II} = 0,193 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$$

$$y = 3,84\text{cm}$$

Vem:  $\ell_p = 9,0\text{cm}$ ;  $\theta'_r = 0,685 \times 10^{-3}$

$$\theta'_1 = 0,171 \times 10^{-3}; \quad \theta'_p = 0,514 \times 10^{-3}$$

Encontramos:  $\boxed{\max. \theta = 23,8 \times 10^{-3} \text{rd}}$

### 5.7.a.2 - Viga isostática de comparação T2:

Do diagrama cargas-rotações relativas - T2 (fig.4.9),

obtemos:

$$M_{L_1} = 4100 \text{kgf.m} \quad \text{e} \quad M_{L_1} / M_{L_2} = 0,89$$

Temos:  $a = 60\text{cm}$ ;  $(EJ)_{II} = 0,243 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$ ;  $y = 5,1\text{cm}$

Vem:  $\ell_p = 6,6\text{cm}$ ;  $\theta'_r = 0,515 \times 10^{-3}$

$$\theta'_1 = 0,168 \times 10^{-3}; \quad \theta'_p = 0,347 \times 10^{-3}$$

Encontramos:

$$\boxed{\max. \theta = 16,7 \times 10^{-3} \text{rd}}$$

### 5.7.b - Pela fórmula proposta pelo Prof. A.L.L. Baker:

$$\boxed{\max. \theta = \ell'_p - \theta'_p}$$

Sendo:  $\ell'_P$  = comprimento de plastificação "equivalente" ou convencional.

$$\ell'_P = h \cdot k \left(\frac{a}{h}\right)^{0,25}$$

$k = 0,71$  para  $\sigma_{C_{28}} = 195 \text{ kgf/cm}^2$  e aço CA-50 (valor interpolado).

$$\theta'_P = \theta'_r - \theta'_l \text{ (já calculado nos ítems anteriores).}$$

Na falta de valores que nos permitam calcular  $\theta'_P$ , o Prof. Baker sugere um valor "prudente" dado por:

$$\theta'_P = \frac{1,5 \times 10^{-3}}{x_{III}} : \quad \theta'_P = \frac{1,125 \times 10^{-3}}{Y}$$

5.7.b.1 - Viga isostática de comparação T1:

Temos:  $\theta'_P = 0,514 \times 10^{-3}$  ; valor "prudente" :

$$\theta'_P = 0,295 \times 10^{-3}$$

$$\ell'_P = 41,9$$

Encontramos:

$$\boxed{\max. \theta = 21,5 \times 10^{-3} \text{ rd}}$$

Valor "prudente":

$$\boxed{\max. \theta = 12,3 \times 10^{-3} \text{ rd}}$$

5.7.b.2 - Viga isostática de comparação T2:

Temos:  $\theta'_P = 0,347 \times 10^{-3}$  ; valor "prudente":  $\theta'_P = 0,220 \times 10^{-3}$

$$\ell'_P = 41,9$$

Encontramos:

$$\max. \theta = 14,6 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

Valor "prudente"

$$\max. \theta = 9,2 \times 10^{-3} \text{ rd}$$

5.7.c - Tabela resumo da capacidade de rotação das rótulas plásticas:

TABELA 23 - CAPACIDADE DE ROTAÇÃO DAS RÓTULAS PLÁSTICAS ( $10^{-3}$  rd)

VIGA	DETERMINADAS EXPERIMENTALMENTE		CÁLCULO TEÓRICO		
	PELAS ROTAÇÕES RELATIVAS	PELAS FLECHAS	F.L. LOBO CARNEIRO	A.L. Baker	VALOR "PRUDENTE" DE A.L. BAKER
T1	43,2	65,0	23,8	21,5	12,3
T2	44,1	41,7	16,7	14,6	9,2

Na tabela verificamos que as capacidades de rotações das rótulas plásticas das vigas isostáticas de comparação foram bem maiores do que as calculadas teóricamente, o que nos leva a conclusão de que existe uma considerável "reserva de rotação" nas vigas de "Concreto Leve Estrutural", em relação às diversas fórmulas teóricas propostas para o concreto armado comum.

5.8 - CÁLCULO DOS VALORES TEÓRICOS DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS ( $\theta_p$ )

5.8.a - Viga contínua V2:

A primeira rótula plástica forma-se sobre o apoio central, sua rotação é dada por:

$$- \theta_P = \delta_{10} + M_C \delta_{11}$$

Encontramos (ver Apêndice 6):

$$\delta_{10} = - \frac{P_r \ell^2}{8(EJ)_{II}} \quad e \quad \delta_{11} = \frac{2\ell}{3(EJ)_{II}}$$

Sendo:  $P_r = 8600 \text{kgf}$  (carga de ruptura teórica da viga V2)

$M_C = 380000 \text{kgf.cm}$  (momento de plastificação da secção C)

$(EJ)_{II} = 0,243 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2$  (valor teórico da rigidez)

$$\text{Temos: } - \theta_P = - \frac{P_r \ell^2}{8(EJ)_{II}} + \frac{2M_C \ell}{3(EJ)_{II}}$$

Logo, encontramos:

$$\theta_P = 8,5 \times 10^{-3} \text{rd}$$

5.8.b - Viga contínua V3:

As primeiras rótulas plásticas formam-se nos meios dos vãos, suas rotações são dadas por:

$$- \theta_P = \delta_{10} + M_B \delta_{11}$$

Encontramos (ver Apêndice 7):

$$\delta_{10} = - \frac{5P_r \ell^2}{24(EJ)_{II}} \quad e \quad \delta_{11} = \frac{4\ell}{3(EJ)_{II}}$$

Sendo:  $P_r = 8050 \text{kgf}$  (carga de ruptura teórica da viga V3)

$M_B = 292000 \text{kgf.cm}$  (momento de plastificação da secção do meio do vão)

$$(EJ)_{II} = 0,193 \times 10^{10} \text{kgf.cm}^2 \text{ (valor teórico da rigidez)}$$

$$\text{Temos: } -\theta_P = -\frac{5P_r \ell^2}{24(EJ)_{II}} + \frac{4M_B \ell}{3(EJ)_{II}}$$

Logo, encontramos:  $\theta_P = 17,6 \times 10^{-3} \text{rd}$

- 5.8.c - Comparação das rotações das rótulas plásticas nas vigas contínuas (cálculo teórico) com as capacidades máximas de rotações das vigas isostáticas:

TABELA 24 - COMPARAÇÃO DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS NAS VIGAS CONTÍNUAS COM AS CAPACIDADES MÁXIMAS DE ROTAÇÕES ( $10^{-3} \text{rd}$ )

VIGA	ROTAÇÃO DAS RÓTs. PLÁSTICAS	CAPACIDADE MÁXIMA DE ROTAÇÃO					OBS.:	
		DETERM. EXPERIMENTALMENTE		CÁLCULO TEÓRICO				
		PELAS ROTAÇÕES RELATIVAS	PELAS FLEXAS	LOBO CARNEIRO.	A.L.BAKER	VALOR "PRUDENTE" DE A.L. BAKER		
V2	8,5	44,1	41,7	16,7	14,6	9,2	Primeira rótula plástica na seção 5 (armadura igual à T2)	
V3	17,6	43,2	65,0	23,8	21,5	12,3	Primeiras rótulas plásticas nas seções 3 e 7 (armaduras iguais às de T1)	

Na tabela acima verificamos que as rotações das rótulas

plásticas nas vigas contínuas são bem inferiores às respectivas capacidades máximas de rotações (determinadas nas vigas isostáticas), o que nos permite concluir a adaptação plástica em sistemas hiperestáticos de concreto leve estrutural, com percentagem de armadura da ordem das utilizadas na pesquisa.

Capítulo 6 - CONCLUSÕES

Do estudo feito nesta pesquisa tiramos as seguintes conclusões:

- 1) Os ensaios realizados levaram-nos à conclusão de que o "Concreto Leve Estrutural" pode ser empregado em vigas calculadas pelo "Cálculo Elástico Clássico" e também em vigas calculadas segundo as hipóteses do "Cálculo Plástico".
- 2) Como pudemos observar, todas as vigas ensaiadas romperam sob cargas maiores do que as cargas de ruptura teóricas previstas, o que nos garante que podemos aplicar os métodos de cálculo à ruptura, na flexão, usados em concreto comum, ao concreto leve estrutural.
- 3) Verificamos também que as deformações do "Concreto Leve Estrutural" são bem maiores do que as do "Concreto Comum" com traço correspondente (cerca de 37%) em virtude do menor módulo de elasticidade do concreto leve, sendo essa, uma característica do concreto leve que pode acarretar certos inconvenientes em peças muito esbeltas susceptíveis a grandes deformações.
- 4) Constatamos a capacidade de adaptação plástica do "Concreto Leve Estrutural" em vigas hiperestáticas, para as hipóteses limites de "Cálculo plástico" (variação de 30% nos valores dos momentos nas seções críticas), com percentagens de armaduras da ordem das usadas na pesquisa.
- 5) Observamos que o cálculo da rigidez à flexão no estádio II, (EJ<sub>II</sub>) pelas fórmulas teóricas, é aceitável.

6) Observamos ainda, que as capacidades de rotação das rótulas plásticas do Concreto Leve Estrutural determinadas experimentalmente nas vigas isostáticas são muito maiores que as capacidades de rotação calculadas pelas diversas fórmulas teóricas propostas para o concreto armado comum.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - CARNEIRO, F.L.L.B. - Note sur les rotations non élastiques ultimes des poutres en béton armé.  
Comité Européen du Béton - Bulletin d'Information - n° 52, págs. 175 a 210, nov. 1965.
- 2 - BAKER, A.L.L. - The ultimate load theory applied to the design of reinforced and prestressed concrete frames, 1956.

## A P É N D I C E

1 - CÁLCULO DA RIGIDEZ DAS VIGAS ISOSTÁTICAS PELOS DIAGRAMAS CARGAS ROTAÇÕES-RELATIVAS:

A rigidez ( $EJ$ ) das vigas isostáticas é obtida da aplicação do 1º Teorema de Mohr. Sabemos que a rotação entre duas secções de uma viga isostática é igual à área dos momentos fletores entre elas compreendida, dividida pela rigidez.

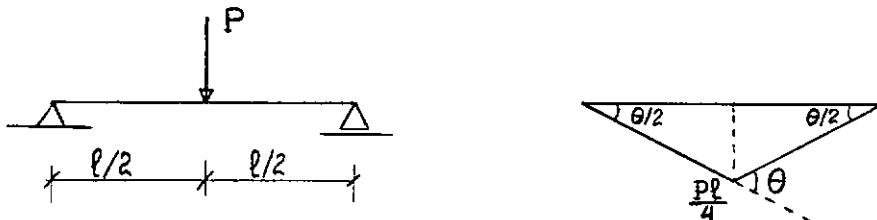


Fig. A.1 - Diagrama de momentos fletores - Vigas isostáticas

$$\text{Temos: } \theta = \frac{P\ell}{4} \cdot \frac{\ell}{2(EJ)} = \frac{P\ell^2}{8(EJ)} : \quad (EJ) = \frac{P}{\theta} \cdot \frac{\ell^2}{8}$$

2 - CÁLCULO DA RIGIDEZ DAS VIGAS CONTÍNUAS PELOS DIAGRAMAS CARGAS ROTAÇÕES-RELATIVAS:

Nas vigas contínuas, calculamos a rigidez ( $EJ$ ), para os meios dos vão, considerando-se as rotações relativas entre as secções 1 e 10 (ou 9 e 11) aplicando o 1º Teorema de Mohr e o Princípio da Superposição, temos:

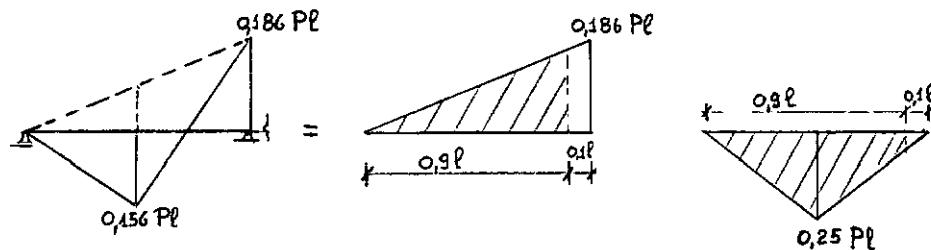


Fig. A.2 - Decomposição do diagrama de momentos

Rotação devida ao momento negativo:

$$\theta_1 = 0,186 \text{ P}\ell \times 0,9 \times \frac{0,9\ell}{2(\text{EJ})}$$

$$\theta_1 = 0,076 \frac{\text{P}\ell^2}{(\text{EJ})}$$

$$\text{Temos: } \theta = \theta_2 - \theta_1$$

$$\theta = 0,046 \frac{\text{P}\ell^2}{(\text{EJ})}$$

Logo;

$$(EJ) = 0,046 \frac{P}{\theta} \cdot \ell^2$$

### 3 - CÁLCULO DA RIGIDEZ DAS VIGAS CONTÍNUAS PELOS DIAGRAMAS CARGAS-FLECHAS:

Calculamos a rigidez (EJ), para o meio dos vãos aplicando-se as fórmulas da Resistência dos Materiais e o Princípio da Superposição (ver fig. A.3):

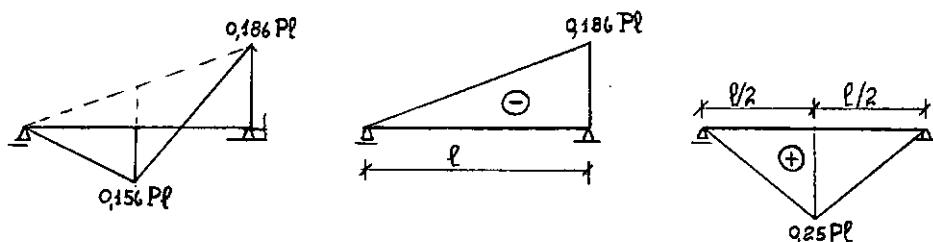


Fig. A.3 - Decomposição do diagrama de momentos (viga contínua)

Flecha devida ao momento negativo:  $f_1 = \frac{M\ell x}{6(EJ)} \left(1 - \frac{x^2}{\ell^2}\right)$

sendo:  $x = \ell/2$  e  $M = 0,186P\ell$ , temos:  $f_1 = \frac{M\ell^2}{16(EJ)}$  :  $f_1 = \frac{0,186P\ell^3}{16(EJ)}$

Flecha devida ao momento positivo:

$$f_2 = \frac{P\ell^3}{48(EJ)}$$

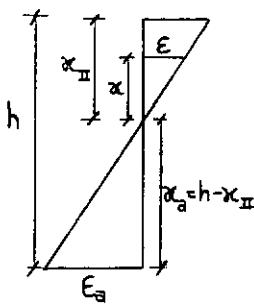
Temos:  $f = f_2 - f_1$  :  $f = 0,0092 \frac{P\ell^3}{(EJ)}$

Logo :

$$(EJ) = 0,0092 \cdot \frac{P}{f} \cdot \ell^3$$

#### 4 - CÁLCULO DOS VALORES TEÓRICOS DA RIGIDEZ NO ESTÁDIO II, $(EJ)_{II}$ :

Os valores teóricos da rigidez são calculados da seguinte forma (ver fig. A.4):



Temos de um modo geral:

$$\text{Curvatura} = \frac{M}{(EJ)} = \frac{\epsilon}{x} = \frac{1}{r}$$

Sendo,  $\sigma_a$  a tensão do aço, no estádio II

$$\text{Temos: } \epsilon_a = \sigma_a/E_a$$

$$\text{Logo: } \frac{1}{r} = \frac{\epsilon_a}{x_a} = \frac{\sigma_a/E_a}{h-x_{II}}$$

Fig. A.4 - Diagrama das deformações

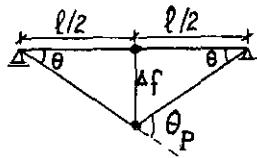
Por outro lado, temos:  $M = S_f \sigma_a z_{II}$

$$\text{Logo: } (EJ)_{II} = \frac{M}{\text{curvatura}} = \frac{S_f \sigma_a z_{II}}{\frac{\sigma_a}{E_a (h-x_{II})}} : (EJ)_{II} = S_f E_a (h - x_{II}) z_{II}$$

$$\text{Portanto: } (EJ)_{II} = S_f E_a h^2 \left(1 - \frac{x_{II}}{h}\right) \frac{z_{II}}{h}$$

#### 5 - CÁLCULO DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS DAS VIGAS ISOSTÁTICAS PELOS DIAGRAMAS CARGAS-FLECHAS:

Após a formação da rótula plástica no meio do vão, supõe-se que toda deformação é devida a rotação da rótula plástica e que os trechos compreendidos entre a rótula plástica e os apoios não mais se deformam. (ver a fig. A.5):



$$\text{Temos: } \theta = \frac{\Delta f}{l/2} = \frac{2 \Delta f}{l}$$

$$\text{Sendo: } \theta_p = 2\theta$$

Fig. A.5 - Diagrama da variação das flechas - vigas isostáticas

$$\text{Temos: } \theta_p = \frac{4 \cdot \Delta f}{l}$$

Sendo:  $\Delta f = f_2 - f_1$ , onde  $f_2$  e  $f_1$  são obtidos dos diagramas cargas-flechas.

## 6 - CÁLCULO DOS VALORES TEÓRICOS DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS DA VI-

GA V2:

A primeira rótula plástica da viga V2 se forma sobre o apoio central; temos (fig. A.6):

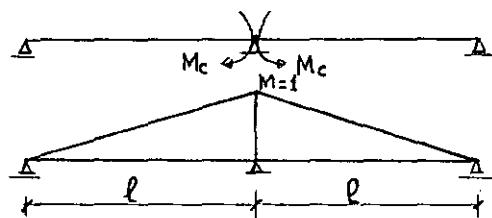
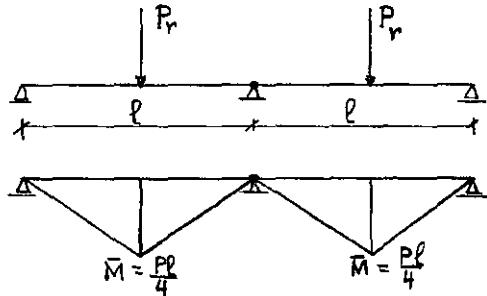


Fig. A.6 - Momentos - Viga V2

$$\text{Temos: } -\theta_p = \delta_{10} + M_c \delta_{11}$$

$$\text{Sendo: } \delta_{10} = -\frac{2}{6} \frac{M}{(EJ)_{II}} (1 + 0,5)l \quad : \quad$$

$$\delta_{10} = -\frac{P_r l^2}{8(EJ)_{II}}$$

$$\delta_{11} = \frac{2 M \bar{M} \ell}{3(EJ)_{II}} : \quad \boxed{\delta_{11} = \frac{2 \ell}{3(EJ)_{II}}}$$

7 - CÁLCULO DOS VALORES TEÓRICOS DAS ROTAÇÕES DAS RÓTULAS PLÁSTICAS DA VIGA V3:

As primeiras rótulas plásticas da viga V3 se formam nos meios dos vãos, devido a simetria, podemos calcular as rotações das rótulas plásticas da seguinte forma (ver fig. A.7):

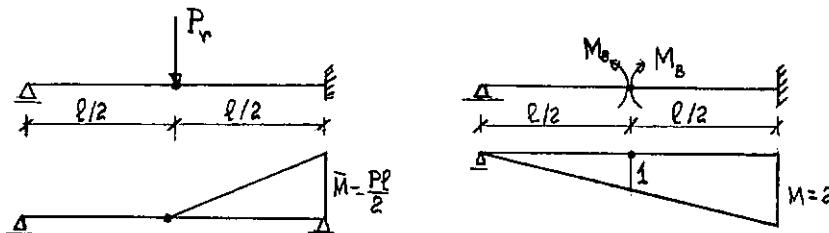


Fig. A.7 - Momentos - Viga V3

Temos:  $-\theta_P = \delta_{10} + M_B \delta_{11}$

Sendo:  $\delta_{10} = -\frac{1}{6} M \bar{M} \cdot \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{2}\right) \frac{\ell}{(EJ)_{II}}$  :

$$\boxed{\delta_{10} = -\frac{5P_r \ell^2}{24(EJ)_{II}}}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} M \bar{M} \frac{\ell}{(EJ)_{II}} : \quad \boxed{\delta_{11} = \frac{4 \ell}{3(EJ)_{II}}}$$