D I N Â M I C A D E E S T R U T U R A S R E T I C U L A D A S S O B C A R G A S M Ó V E I S, P E L O M É T O D O D O S E L E M E N T O S F I N I T O S

MARCOS DE PAULA JUNG

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M. Sc.)

Aprovada por:

Presidente

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

JUNHO - 1973

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Fernando Luis L. Barbosa Carneiro, pelos conhecimentos à nós transmitidos.

Ao Professor Fernando Venâncio Filho, pela sugestão e orientação do nosso trabalho.

Ao Professor Alberto Luis Coimbra, diretor da COPPE, pelo incentivo a pós-graduação.

S I N O P S E

A análise dinâmica de estruturas reticuladas, particularizando-se às aplicações realizadas às vigas contínuas e pórticos planos, constituem o objetivo maior do trabalho.

Tendo-se como base o método dos elementos finitos aplicado à dinâmica estrutural, apresentamos a teoria inerente à obtenção da resposta para as estruturas mencionadas acima, sujeitas a cargas móveis concentradas e distribuídas.

Através de uma programação automática desenvolvida para computador IBM 1130 - 32K de memória interna, perfazemos todos os cálculos, e apresentamos os coeficientes de impacto, para os carregamentos acima citados.

ABSTRACT

The dynamic analysis of framed stucture, in particular, beams and plane frames, is the purpose of this work.

Using the finite element method applied to structural dynamics we present the necessary theory to obtain the response due to concentraded and distributed moving loads on beams and on plane frames.

An automatic program was developed for the computer IBM 1130 — 32K,and the impact factors for the moving loads mencioned above , were obtained by the program.

ÍNDICE

Pág

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO II FUNDAMENTOS TEÓRICOS - VIBRAÇÕES LIVRES 5

2. 1 - Análise Estática 5

2. 2 - Matriz de Massa-Forças de Inércia Nodais 6

2. 3 - Matriz de Massa Consistente em Eixos Globais ... 10

2. 4 - Matriz de Massa Consistente Global 12

2. 5 - Equação das Vibrações Livres não Amortecidas ... 14

2. 6 - Ortogonalidade dos Modos Normais com relação à $[K]$ e $[M]$ 17

CAPÍTULO III VIBRAÇÕES FORÇADAS - CARGA MÓVEL 20

3. 1 - Equação das vibrações Forçadas 20

3. 2 - Método da Superposição Modal 20

3. 3 - Carga Móvel 23

3.3.1- Considerações Gerais 23

3.3.2- Carga Móvel Concentrada 26

3.3.3- Carga Móvel Uniformemente Distribuída 34

CAPÍTULO IV PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA 41

4. 1 - Programas elaborados - Considerações 41

4.1.1- Introdução 41

4.1.2- Programas Principais e Subrotinas - Comentários. 42

4. 2 - Esquemas dos Programas 47

4. 3 - Manual de Uso 57

4.3.1- Pórticos 57

a - Variáveis de Entrada - Especificações..... 57

b - Manual de Uso - Pórticos 62

Pág

4.3.2- Vigas 65

a - Variáveis de Entrada - Especificações 65

b - Manual de Uso - Vigas 66

CAPÍTULO V APLICAÇÕES - RESULTADOS 68

5. 1 - Introdução 68

5. 2 - Exemplos 69

5.2.1- Viga Biapoiada 69

5.2.2- Viga de Dois Vãos 74

5.2.3- Viga de Três Vãos 78

5.2.4- Pórtico Simples 86

5.2.5- Pórtico Contínuo - Vãos Diferentes 92

5.2.6- Pórtico Contínuo - Vãos Iguais 95

5.2.7- Pórtico em Arco 99

5. 3 - Considerações Finais 102

APÊNDICE 104

LISTAGEM DOS PROGRAMAS 104

NOTAÇÕES 105

BIBLIOGRAFIA 109

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A observação do comportamento de sistemas estruturais complexos, sob a ação das mais variadas excitações dinâmicas, teve um grande desenvolvimento a partir dos conceitos introduzidos por Archer (1963) relativos a consideração da distribuição de massa de uma estrutura, iniciando-se então os primeiros estudos de problemas dinâmicos pelo método dos elementos finitos.

O tratamento exato do problema, ou seja, a consideração do meio como contínuo nos conduz a equações diferenciais parciais, sendo poucos os casos para os quais se obtém uma solução.

O método dos elementos finitos quando aplicado à dinâmica, constitue-se em uma solução aproximada, uma vez que o contínuo é discretizado pelos ditos elementos finitos, obtendo-se após formulado o problema um sistema de equações diferenciais ordinárias, lineares, no caso em que apenas o esforço dinâmico ou a excitação é considerada, não se levando em conta a influência da massa associada ao carregamento dinâmico. No caso de se considerar a massa associada à excitação, o sistema será não linear, tema este que foge ao objetivo de nosso trabalho.

A hipótese fundamental adotada no método dos elementos finitos aplicado à dinâmica, é supor para os deslocamentos dinâmicos livres não amortecidos a mesma função adotada na definição do campo de deslocamentos do problema estático. Mesmo para o elemento de viga, cuja função é exata

para o caso estático, esta deixa de ser, no dinâmico. Uma vez,porém, que se adote um determinado número de elementos, a solução obtida aproxima-se bastante da exata.

Uma vez adotada a função deslocamento, pode-se obter a matriz de massa consistente, a qual operando sobre as acelerações nodais nos fornece as forças de inércia nodais. Utilizando o princípio de D'Alembert, podemos de posse das forças de inércia formular a equação que define o movimento, traduzido por vibrações livres caso não haja esforços externos e forçadas, caso haja esforços externos dinâmicos.

O sistema de equações para as vibrações livres não amortecidas , pois não consideramos amortecimento, pode ser resolvido supondo-se que, em um modo normal de vibração, cada ponto da estrutura executa um movimento harmônico com relação a uma posição de equilíbrio estático, todos os pontos passando pela posição de equilíbrio ao mesmo tempo e atingindo um máximo em um mesmo instante. Obviamente a frequência da oscilação é a mesma em todos os pontos, e esta é a frequência natural da estrutura no modo normal considerado.

Fazendo-se então a suposição acima, o sistema de equações das vibrações livres não amortecidas recai em um problema de auto-valor. Os auto-valores são as frequências naturais e, os auto-vetores os modos normais de vibração.

Vários são os processos para solução de problemas de auto-valores, sendo por nós adotado a subrotina NROOT do S.S.P. - IBM, a qual utiliza o método de Jacobi. Esta subrotina aplica-se entretanto a problemas com poucos graus de liberdade, constituindo-se praticamente um limite, sistemas

com cerca de sessenta deslocamentos livres, devido a capacidade da memória do computador por nós utilizado.

Com relação às equações de movimento das vibrações forçadas, dois são os processos mais usados para sua resolução, o da superposição modal e o da integração por etapas.

O método da integração por etapas, é largamente usado nos problemas não lineares, sendo que neste método não se precisa conhecer as características dinâmicas das estrutura, ou seja, as frequências e os modos de vibração.

O método da superposição modal que é o utilizado neste trabalho , supõe como hipótese expressar os deslocamentos em função dos modos normais, sendo que a resposta pode ser calculada levando-se em conta apenas os primeiros modos, os mais baixos, obtendo-se uma precisão satisfatória.

Ao se introduzir a hipótese acima nas equações de movimento,o sistema de M equações diferenciais simultâneas passa a constituir-se de M equações diferenciais independentes e de fácil integração.

Utilizando este processo, obtivemos a resposta para a carga concentrada móvel e a carga uniformemente distribuída móvel, ambas com velocidade constante.

Os resultados obtidos foram calculados pelos programas automáticos "viga 1", "viga 2" e "viga 3" para as solicitações atuando em vigas contínuas e para o caso de pórticos planos por "port 1","port 2" e "port 3".

Os valores por nós obtidos para a carga móvel concentrada, são comparados com os existentes em trabalhos anteriores, tais como, Timoshenko (12), o qual obteve a solução exata para uma viga biapoiada percorrida por uma carga móvel concentrada vertical com velocidade constante, Eichmann (15), que demonstrou em que velocidade, para o caso anterior, ocorrem as máximas deflexões. A utilização do modelo de massa discreta para obtenção da resposta para vigas e pórticos, sujeitas a carga móvel concentrada com velocidade constante, foi obtida por F.Venâncio Filho (4). A utilização da massa consistente para obtenção da resposta para vigas e placas, sujeitas a carga móvel concentrada com velocidade constante e aceleração constante, encontra-se no trabalho de Yoshida e Weaver (6).

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS - VIBRAÇÕES LIVRES

2. 1) ANÁLISE ESTÁTICA

No decorrer de nossa formulação, baseada no modelo dos deslocamentos, consideramos como conhecidas as equações do elemento finito e do sistema estrutural aplicadas a problemas estáticos e representadas respectivamente pelas expressões abaixo:

$$\left[K\right]_i \left\{u\right\}_i = \left\{S\right\}_i + \left\{F_s\right\}_i + \left\{F_M\right\}_i \qquad 2.1$$

$$\left[K\right]\left\{U\right\} = \left\{P\right\} + \left\{F_s\right\} + \left\{F_M\right\} \qquad 2.2$$

Sendo

$$\left\{F_s\right\}_i = \int_s \left[a\right]^T \left\{f_s\right\}_i \, d_s \qquad 2.3$$

$$\left\{F_M\right\}_i = \int_v \left[a\right]^T \left\{f_m\right\}_i \, dV \qquad 2.4$$

2. 2) MATRIZ DE MASSA - FORÇAS DE INÉRCIA NODAIS

Sistemas estruturais sujeitos a carregamentos dinâmicos, apresentam deslocamentos variáveis com o tempo. Em tais condições, em que os pontos da estrutura possuem uma velocidade e aceleração, podemos de acordo com o princípio de D'Alembert, estabelecer condições de equilíbrio instantâneas, se são conhecidas as forças de inércia. Uma vez conhecidas as forças de inércia, recaimos em um problema análogo ao estático, ou seja, em cada instante considerado o sistema encontra-se em equilíbrio sob a ação das forças exteriores, interiores e de inércia. Basta, portanto, acrescentar às já conhecidas equações de equilíbrio estático, as parcelas relativas às forças de inércia.

A determinação destas forças é, portanto, de importância fundamental nos problemas dinâmicos. A distribuição das forças de inércia está intimamente ligada à distribuição da massa. É necessário, portanto,estabelecer um critério ou processo, capaz de caracterizar a distribuição da massa.

O estudo realizado por Archer permite-nos resolver este problema, com a introdução da matriz de massa consistente, ou seja, conhecendo-se no interior do elemento a distribuição da massa e consequentemente das forças de inércia, podemos achar as forças de inércia nodais equivalentes às forças distribuídas no interior do elemento, pela equivalência do trabalho virtual realizado por elas.

Na expressão das forças de inércia nodais, surge então a matriz de massa consistente, ou seja, uma matriz que, operando sobre as acelerações nodais, fornece as forças de inércia que atuam nos nós, parâmetros

indispensáveis para o estabelecimento do equilíbrio.

Em estudos que antecedem ao trabalho de Archer, usava-se o conceito de matriz de massa discreta, ou seja, a massa da estrutura é considerada como concentrada em certos pontos, ditos pontos nodais, obtendo-se uma matriz de massa diagonal. Nesta matriz os elementos são as massas, correspondentes aos graus de liberdade dos pontos nodais onde elas se localizam A escolha dos pontos onde supõe-se concentrada a massa da estrutura, obedece a alguns critérios, para tanto vejam referência (5).

Na dedução, da matriz de massa consistente como já tivemos oportunidade de dizer, considera-se para os deslocamentos dinâmicos o mesmo campo dos deslocamentos estáticos. Seja, então:

$$\left\{u_I\right\}_i = \left[a\right]\left\{u\right\}_i \qquad 2.5$$

A equação que define os deslocamentos estáticos de um ponto no interior de um elemento, em função dos deslocamentos nodais. Incluindo o tempo em 2,5 teremos para os deslocamentos dinâmicos:

$$\left\{u_I\ (t)\right\}_i = \left[a\right]\left\{u\ (t)\right\}_i \qquad 2.6$$

Através de 2.6, podemos determinar a aceleração em um ponto qualquer do interior do elemento como:

$$\left\{\ddot{u}_I\ (t)\right\}_i = \left[a\right]\left\{\ddot{u}\ (t)\right\}_i \qquad 2.7$$

As forças de inércia no interior do elemento, sendo ρ a massa específica e tendo em vista a definição de força de inércia:

$$\left\{f_{IN}\right\} = -\left[\rho\right]\left\{\ddot{u}_I(t)\right\}_i \qquad 2.8$$

Utilizando a equação 2.4, e tendo em conta 2.8:

$$\left\{F_{IN}\right\}_i = -\int_V \left[a\right]^T \left[\rho\right] \left\{\ddot{u}_I(t)\right\}_i \, dV \qquad 2.9$$

Considerando 2.7, 2.9 fica:

$$\left\{F_{IN}\right\}_i = -\left(\int_V \left[a\right]^T \left[\rho\right] \left[a\right] dV\right) \left\{\ddot{u}(t)\right\}_i \qquad 2.10$$

Ou:

$$\left\{F_{IN}\right\}_i = -\left[m\right]_i \left\{\ddot{u}(t)\right\}_i \qquad 2.11$$

Sendo:

$$\left[m\right]_i = \int_V \left[a\right]^T \left[\rho\right] \left[a\right] dV \qquad 2.12$$

A equação 2.12, fornece a matriz de massa do elemento i considerado; a equação 2.11, as forças de inércia nodais equivalentes.

Particularizando $\left[a\right]$ para o elemento de pórtico plano (fig.2.1), obtemos por 2.12 a matriz de massa consistente.(2.13a).

Eliminando em 2.13a as linhas e colunas correspondentes ao esforço normal, obtemos para o elemento de viga (fig. 2.2) a respectiva matriz, de massa, representada por 2.13 b

A matriz $\left[\ a\ \right]$ pode ser obtida na referência (1,2,ou 7), bem como a de massa.

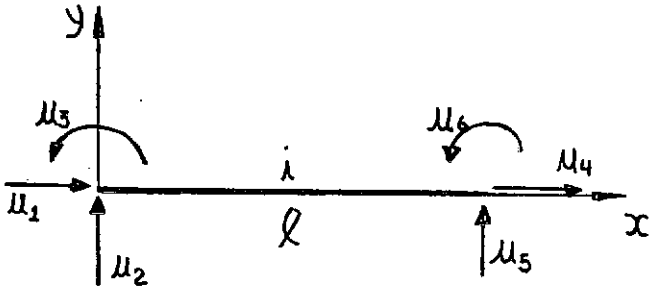


figura 2.1

$$\left[m_i\right] = \rho A \ell \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & & & & & \\ 0 & \left(\frac{13}{35} + \frac{6Iz}{5A\ell^2}\right) & & & \text{SIMÉTRICA} & \\ 0 & \left(\frac{11\ell}{210} + \frac{Iz}{10A\ell}\right) & \left(\frac{\ell^2}{105} + \frac{2Iz}{15A}\right) & & & \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & & \\ 0 & \left(\frac{9}{70} - \frac{6Iz}{5A\ell^2}\right) & \left(\frac{13\ell}{420} - \frac{Iz}{10A\ell}\right) & 0 & \left(\frac{13}{35} + \frac{6Iz}{5A\ell^2}\right) & \\ 0 & \left(-\frac{13\ell}{420} + \frac{Iz}{10A\ell}\right) & \left(-\frac{\ell^2}{140} - \frac{Iz}{30A}\right) & 0 & \left(-\frac{11\ell}{210} - \frac{Iz}{10A\ell}\right) & \left(\frac{\ell^2}{105} + \frac{2Iz}{15A}\right) \end{bmatrix}$$

2.13 a

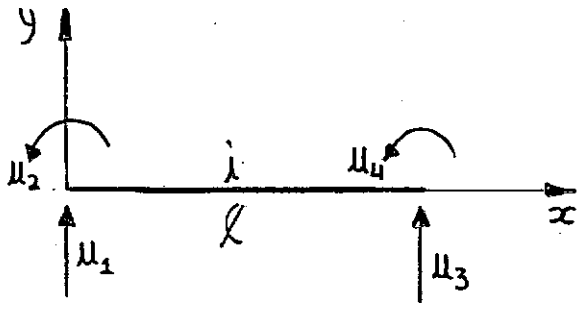


Figura 2.2

$$\left[m_i\right] = \rho A\ell \begin{bmatrix} \left(\frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5A\ell^2}\right) & & & \\ \left(\frac{11\ell}{210} + \frac{I_z}{10A\ell}\right) & \left(\frac{\ell^2}{105} + \frac{2I_z}{15A}\right) & & \\ \left(\frac{9}{70} - \frac{6I_z}{5A\ell^2}\right) & \left(\frac{13\ell}{420} - \frac{I_z}{10A\ell}\right) & \left(\frac{13}{35} + \frac{6I_z}{5A\ell^2}\right) & \\ \left(-\frac{13\ell}{420} + \frac{I_z}{10A\ell}\right) & \left(-\frac{\ell^2}{140} - \frac{I_z}{30A}\right) & \left(-\frac{11\ell}{210} - \frac{I_z}{10A\ell}\right) & \left(\frac{\ell^2}{105} + \frac{2I_z}{15A}\right) \end{bmatrix} \qquad 2.13\ b$$

Os termos em 2.13 a e 2.13 b que contém os momentos de inércia Iz e Iy, representam a inércia de rotação.

2. 3) MATRIZ DE MASSA CONSISTENTE EM EIXOS GLOBAIS

Seja um sistema de eixos globais, por hipótese não coincidente com o sistema de eixos locais das fig. 2.1 e 2.2

Seja $\left[ROT\right]$ a matriz de rotação definida na análise estática. Referências (1), ou (13).

Os deslocamentos em eixos locais e globais, estão relacionados pela equação abaixo:

$$\left\{ u \right\}_{local} = \left[ROT \right] \left\{ u \right\}_{global} \qquad 2.14$$

Supondo deslocamentos virtuais $\left\{ \delta \bar{u} \right\}_{local}$, ocorrem $\left\{ \delta \bar{u} \right\}_{global}$ Sendo o trabalho virtual das forças de inércia o mesmo para qualquer sistema, teremos:

$$\left\{ \delta \bar{u} \right\}^T_{global} \left(-\left[m \right]_{global} \left\{ \ddot{u} \right\}_{global} \right) = \left\{ \delta \bar{u} \right\}^T_{local} \left(-\left[m \right]_{local} \left\{ \ddot{u} \right\}_{local} \right)$$

Tendo em vista 2.14, temos:

$$\left\{ \delta \bar{u} \right\}^T_G \left(-\left[m \right]_G \left\{ \ddot{u} \right\}_G \right) = \left\{ \delta \bar{u} \right\}^T_G \left[ROT \right]^T \left(-\left[m \right]_{local} \left[ROT \right] \left\{ \ddot{u} \right\}_G \right)$$

Resultando:

$$\left[m \right]_{global} = \left[ROT \right]^T \left[m \right]_{local} \left[ROT \right] \qquad 2.15$$

A eq. 2.15 define uma transformação análoga às realizadas com matrizes de rigidez local e matriz de rigidez em eixo global.

2. 4) MATRIZ DE MASSA CONSISTENTE GLOBAL

No item 212 formulamos a expressão da matriz de massa para o elemento finito i. A matriz de massa do sistema estrutural constituído de vários elementos i, de forma análoga a matriz de rigidez global, pode ser sintetizada a partir das matrizes de massa dos elementos constituintes do sistema.

Para o nosso elemento i, podemos escrever:

$$\left\{F_{IN}\right\}_i = -\left[m\right]_i \left\{\ddot{u}\right\}_i$$

Considerando todos os elementos, teremos várias equações semelhantes a anterior sendo que podemos representá-las na forma:

$$\left\{F_{IN}\right\} = -\left[m\right]\left\{\ddot{u}\right\} \qquad 2.16$$

Onde:

$$\left\{F_{IN}\right\} = \begin{Bmatrix} \left\{F_{IN}\right\}_1 \\ \left\{F_{IN}\right\}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \left\{F_{IN}\right\}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix} \qquad \left\{\ddot{u}\right\} = \begin{Bmatrix} \left\{\ddot{u}\right\}_1 \\ \left\{\ddot{u}\right\}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \left\{\ddot{u}\right\}_i \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix}$$

$$\left[m \right] = \begin{bmatrix} \left[m \right]_1 & & & & \\ & \left[m \right]_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \left[m \right]_i & \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

Supondo agindo na estrutura forças de inércia, e igualando o trabalho virtual realizado por estas forças devido a existência de deslocamentos virtuais $\left\{ \delta \bar{U} \right\}$, com o trabalho virtual das forças da equação 2.16 segundo deslocamentos virtuais $\left\{ \delta \bar{u} \right\}$, podemos determinar a matriz de massa global $\left[M \right]$. Temos então:

$$\left\{ \delta \bar{U} \right\}^T \left(-\left[M \right] \left\{ \ddot{U} \right\} \right) = \left\{ \delta \bar{u} \right\}^T \left(-\left[m \right] \left\{ \ddot{u} \right\} \right)$$

Sendo a equação de compatibilidade entre os deslocamentos nodais dos elementos e os deslocamentos nodais do sistema $\left\{ u \right\} = \left[A \right] \left\{ U \right\}$, a equação acima fica:

$$\left\{ \delta \bar{U} \right\}^T \left(-\left[M \right] \left\{ \ddot{U} \right\} \right) = \left\{ \delta \bar{U} \right\}^T \left[A \right]^T \left(-\left[m \right] \left[A \right] \left\{ \ddot{U} \right\} \right)$$

Ou

$$\left\{ \delta \bar{U} \right\}^T \left[M \right] \left\{ \ddot{U} \right\} = \left\{ \delta \bar{U} \right\}^T \left(\left[A \right]^T \left[m \right] \left[A \right] \right) \left\{ \ddot{U} \right\}$$

Sendo:

$$\left[M \right] = \left[A \right]^T \left[m \right] \left[A \right] \qquad 2.17$$

$$\left\{ F_{IN} \right\} = -\left[M \right] \left\{ \ddot{U} \right\} \qquad 2.18$$

Como podemos observar, através de 2.17 a matriz de massa consistente global é obtida por um processo análogo a de rigidez.

2. 5) EQUAÇÃO DAS VIBRAÇÕES LIVRES NÃO AMORTECIDAS

Em um sistema estrutural, no qual não se considera força de amortecimento, ocorrem vibrações durante um período de tempo indefinido, mesmo sem aplicação de forças externas a não ser as requeridas para iniciar o movimento. Estas vibrações são chamadas livres.

Em uma estrutura em vibração livre admite-se que cada ponto execute um movimento harmônico, movimento este que é uma característica do sistema considerado e que depende da distribuição da massa, da rigidez e também de como o movimento é iniciado.

O estudo destas vibrações livres é um pré-requisito para o cálculo da resposta dentro de certos métodos.

Dependendo das condições iniciais impostas, o sistema pode vibrar segundo vários modos naturais. Em um modo natural, cada ponto da estrutura executa movimento harmônico com relação a uma posição de equilíbrio estático, todos os pontos passando por esta posição em um mesmo instante e atingindo o extremo também em um mesmo instante. Obviamente a frequência da oscilação é a mesma para todos os pontos, e esta é a frequência natural da estrutura no modo normal considerado. Se observarmos a estrutura no momento em que todos os pontos atingem um máximo, visualizamos uma configuração de deformação correspondente a um modo normal.

Uma estrutura elástica possui vários modos normais. Veremos que o número de modos é igual ao de graus de liberdade considerado.

Para formularmos a equação do movimento livre não amortecido, consideremos a equação 2.2, e apliquemos o princípio de D'Alembert com introdução de 2.18. Relembrando que não existem forças externas aplicadas, temos:

$$\left[K\right]\left\{U\right\} = -\left[M\right]\left\{\ddot{U}\right\} \qquad \therefore$$

$$\left[K\right]\left\{U\right\} + \left[M\right]\left\{\ddot{U}\right\} = \left\{0\right\} \qquad 2.19$$

Sendo harmônico o movimento executado pelos pontos nodais segundo um certo modo normal, podemos representar os deslocamentos por:

$$\left\{U\right\} = \left\{Ro\right\} \text{ sen } w\,t \qquad 2.20$$

Onde w é a frequência natural e $\left\{Ro\right\}$ a matriz das amplitudes máximas do modo normal considerado.

De 2.20 obtemos as acelerações:

$$\left\{\ddot{U}\right\} = -\,w^2\left\{Ro\right\} \text{ sen } wt \qquad 2.21$$

Introduzindo 2.20 e 2.21 em 2.19, vem:

$$\left[K\right]\left\{Ro\right\} = w^2\left[M\right]\left\{Ro\right\} \qquad 2.22$$

$$\therefore \quad \left(\left[K\right] - w^2\left[M\right]\right)\left\{Ro\right\} = \left\{0\right\} \qquad 2.23$$

Para que se tenha $\left\{ Ao \right\} \neq 0$, devemos ter:

$$DET \left| \left[K \right] - w^2 \left[M \right] \right| = 0 \qquad 2.24$$

2.24 é a equação característica através da qual as frequências naturais das oscilações livres podem ser calculadas, sendo que teremos tantos valores para a frequência, quantos sejam os graus de liberdade do sistema. (Basta desenvolver 2.24, obtendo uma equação em $(w^2)^N$, onde N é a ordem de $\left[K \right]$ ou $\left[M \right]$). Somente para estes valores de w, teremos valores não nulos para $\left\{ Ao \right\}$.

Para um determinado valor da frequência, através de 2.23 obtemos apenas os valores relativos de $\left\{ Ao \right\}$, por ser 2.23 um sistema homogêneo.

Quando considera-se problema com muitos graus de liberdade, usa-se sistemas computacionais que operam diretamente sobre a equação 2.22, fornecendo de uma só vez todos os valores das frequências, e todos os vetores das amplitudes máximas dos modos correspondentes às frequências.

A utilização do processo de iteração direta sobre 2.22, fornece frequências em ordem decrescente, ou seja, a frequência mais alta é obtida primeiro, e com menor erro que as frequências mais baixas. Como no cálculo da resposta pela superposição modal, interessam principalmente as mais baixas frequências, ao se aplicar o método de iteração à equação 2.22, deve-se usar o método de iteração inversa, onde a mais baixa frequência é obtida primeiro e com menor erro.

O processo computacional por nós utilizado, é baseado no método de Jacobi com algumas adaptações, onde não se aplicam as conclusões acima.

Este processo é o que se encontra desenvolvido no manual da IBM - SSP (SCIENT. SUBROUTINE PACKAGE), sendo a subroutine denominada "NROOT".

Formulando a equação do movimento pela flexibilidade, obteríamos em lugar de 2.22 a equação:

$$\frac{1}{w^2} \left\{ Ro \right\} = \left[F \right] \left[M \right] \left\{ Ro \right\} \qquad 2.25$$

Onde: $\left[F \right] = \left[K \right]^{-1}$, uma vez que $\left[K \right]$ seja não singular.

Aplicando o processo de iteração direta a 2.25, obtemos os valores mais altos de $1/w^2$ primeiro, ou seja, os mais baixos de w^2.

Sobre os métodos de cálculo de valores e vetores característicos, veja referências (6) e (8).

2. 6) ORTOGONALIDADE DOS MODOS NORMAIS COM RELAÇÃO À $\left[K \right]$ E $\left[M \right]$

A reunião das equações como 2.22 para todos os modos e suas respectivas frequências, pode ser escrita na forma:

$$\left[K \right] \left[R \right] = \left[M \right] \left[R \right] \left[w^2 \right] \qquad 2.26$$

Onde:

$\left[R \right] = \left[\left\{ R_1 \right\} \left\{ R_2 \right\} \ldots \left\{ R_n \right\} \right]$, é a matriz cujas colunas são

os vetores dos modos normais.

$\left[w^2 \right] = \left[w_1^2 \quad w_2^2 \ldots \quad w_n^2 \right]$, é a matriz diagonal cujos elementos são as frequências ao quadrado correspondentes aos modos da matriz $\left[R \right]$.

Premultiplicando todos os membros de 2.26 por $\left[R \right]^T$, obtemos:

$$\left[R \right]^T \left[K \right] \left[R \right] = \left[R \right]^T \left[M \right] \left[R \right] \left[w^2 \right] \qquad 2.27$$

Na equação 2.27, sendo $\left[K \right]$ e $\left[M \right]$ simétricas, podemos definir as matrizes simétricas:

$$\left[\mathcal{K} \right] = \left[R \right]^T \left[K \right] \left[R \right] \qquad 2.28$$

$$\left[\mathcal{M} \right] = \left[R \right]^T \left[M \right] \left[R \right] \qquad 2.29$$

Levando em 2.27, 2.28 e 2.29, temos

$$\left[\mathcal{K} \right] = \left[\mathcal{M} \right] \left[w^2 \right] \qquad 2.30$$

Para que se verifique a equação 2.30, ou $\left[w^2 \right]$ é escalar ou $\left[\mathcal{M} \right]$ é diagonal. Pela definição de $\left[w^2 \right]$ podemos concluir que $\left[\mathcal{M} \right]$ é diagonal e consequentemente $\left[\mathcal{K} \right]$.

As matrizes diagonais definidas em 2.28 e 2.29, representam as relações de ortogonalidade dos modos com respeito a rigidez e massa, rela

ções estas que terão aplicação no cálculo da resposta pela superposição modal.

CAPÍTULO III

VIBRAÇÕES FORÇADAS - CARGA MÓVEL

3. 1) EQUAÇÃO DAS VIBRAÇÕES FORÇADAS

A aplicação do princípio de D'Alembert, ou seja, a introdução das forças de inércia nodais na equação 2.2 de equilíbrio estático, e considerando como esforços externos aplicados, somente as forças dinâmicas, resulta:

$$\left[K \right] \left\{ U\ (t) \right\} + \left[M \right] \left\{ \ddot{U}\ (t) \right\} = \left\{ P\ (t) \right\} \qquad 3.1$$

Na equação 3.1, $\left\{ P\ (t) \right\}$ é a matriz das forças externas variáveis com o tempo aplicadas aos nos, ou no caso de excitações em pontos não nodais, $\left\{ P\ (t) \right\}$ é obtida a partir das forças nodais equivalentes.

A equação 3.1 representa um sistema de equações diferenciais ordinárias com coeficientes constantes. A análise é considerada linear, desde que assim sejam as relações que a constitue, e as relações deformações - deslocamentos, sendo ainda que os deslocamentos sejam pequenos.

3. 2) MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

Consideremos a equação do movimento forçado:

$$\left[K \right] \left\{ U\ (t) \right\} + \left[M \right] \left\{ \ddot{U}\ (t) \right\} = \left\{ P\ (t) \right\} \qquad 3.1$$

A solução direta do sistema de equações diferenciais acima, constitui um problema de difícil tratamento. O objetivo da análise modal consiste em transformar o sistema de equações diferenciais simultâneas em um número equivalente de equações diferenciais independentes e de fácil integração.

Pela análise modal a resposta é obtida superpondo-se as correspondentes a cada modo, considerando-se de uma maneira geral, apenas os primeiros modos.

Supondo portanto conhecidas as características dinâmicas do sistema estrutural, (frequências e modos normais de vibração), a superposição modal fundamenta-se na suposição de que os deslocamentos possam ser expressos em função da matriz dos modos, pela relação linear:

$$\left\{U\ (t)\right\} = \left[R\right]\left\{X\ (t)\right\} \qquad 3.2$$

onde $\left[R\right]$ é a matriz cujas colunas são os vetores dos modos de vibração e, $\left\{X\ (t)\right\}$ os deslocamentos generalizados, incógnitas a serem determinadas, determinação esta feita a seguir.

Se premultiplicarmos a eq. 3.1 por $\left[R\right]^T$, obtemos:

$$\left[R\right]^T\left[K\right]\left\{U\ (t)\right\} + \left[R\right]^T\left[M\right]\left\{\ddot{U}\ (t)\right\} = \left[R\right]^T\left\{P(t)\right\} \qquad 3.3$$

A equação 3.3 não se altera se introduzirmos após $\left[K\right]$ e $\left[M\right]$ a identidade $\left[R\right]\left[R\right]^{-1}$, obtendo.

$$\left[R\right]^T\left[K\right]\left[R\right]\left[R\right]^{-1}\left\{U(t)\right\} + \left[R\right]^T\left[M\right]\left[R\right]\left[R\right]^{-1}\left\{\ddot{U}(t)\right\} = \left[R\right]^T\left\{P(t)\right\} \qquad 3.4$$

Considerando:

a) A propriedade de ortogonalidade dos modos com relação a $\left[K\right]$ e $\left[M\right]$, (equações 2.28 e 2.29), e a equação 2.30.

b) A equação 3.2, de onde obtemos:

$$\left\{X(t)\right\} = \left[R\right]^{-1} \left\{U(t)\right\} \qquad 3.5$$

$$\left\{\ddot{X}(t)\right\} = \left[R\right]^{-1} \left\{\ddot{U}(t)\right\} \qquad 3.6$$

A eq. 3.4, segundo a) e b) fica:

$$\left[\mathcal{M}\right] \left[w^2\right] \left\{X(t)\right\} + \left[\mathcal{M}\right] \left\{\ddot{X}(t)\right\} = \left[R\right]^T \left\{P(t)\right\} = \left\{F(t)\right\} \qquad 3.7$$

A eq. 3.7 representa um sistema de equações diferenciais independentes, sendo uma equação k,

$$\mathcal{M}_k \ddot{X}_k(t) + \mathcal{M}_k w_k^2 X_k(t) = \left\{R_k\right\}^T \left\{P(t)\right\} = f_k(t) \qquad 3.8$$

Onde $f_k(t) = \left\{R_k\right\}^T \left\{P(t)\right\}$ é conhecido.

A solução da equação 3.8, constituída da solução homogênea mais a solução particular (sendo esta última obtida pela integral de Duhamel conforme referência (1)), será;

$$X_k(t) = X_k(0) \cos w_k t + \frac{\dot{X}_k(0)}{w_k} \operatorname{sen} w_k t + \mathcal{M}_k^{-1} w_k^{-1} \int_0^t \operatorname{sen}\left[w_k(t-\tau)\right] f_k(\tau)$$

$$d\tau \qquad 3.9$$

Ou

$$X_k(t) = X_k(0) \cos w_k t + \frac{\dot{X}_k(0)}{w_k} \operatorname{sen} w_k t + \mathcal{N}_k^{-1} w_k^{-1} \left\{R_k\right\}^T \int_0^t \operatorname{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] \left\{P(\tau)\right\} d\tau \qquad 3.10$$

Na equação 3.10, $X_k(0)$ e $\dot{X}_k(0)$ são os valores de $X_k(t)$ para o instante inicial, ou seja para $t = 0$

Para qualquer que seja o valor de $\left\{P(\tau)\right\}$, as integrais podem ser obtidas diretamente, referência (1), ou então no caso de uma variação mais complicada da excitação, pode-se usar um processo de integração numérica.

Obtidos os valores de $X_k(t)$ por 3.10, os deslocamentos são calculados por 3.2.

Os esforços nas extremidades das barras e as reações de apoio, são calculados normalmente segundo a análise matricial estática, uma vez que se conheça os deslocamentos calculados por 3.2.

3. 3) CARGA MÓVEL

3.3.1) CONSIDERAÇÕES GERAIS

As excitações dinâmicas, como já observamos anteriormente, podem localizar-se em pontos nodais ou em pontos quaisquer do elemento. No pri

meiro caso o vetor $\left\{P\ (t)\right\}$ é formulado diretamente, supondo-se conhecida a variação das forças com o tempo. Porém, quando as excitações localizam-se em pontos quaisquer do elemento, o vetor $\left\{P(t)\right\}$ é gerado a partir das forças nodais equivalentes, semelhante ao problema estático, só que nos problemas dinâmicos as excitações nodais equivalentes são forças variáveis com o tempo, uma vez que as forças localizadas em pontos não nodais variam também com o tempo.

Com relação a carga móvel, temos um caso análogo ao anterior, pois, apesar de considerarmos cargas móveis constantes tais como, carga móvel concentrada P e uniformemente distribuída Q, o vetor $\left\{P\ (t)\right\}$ apresenta também termos variáveis com o tempo, devido ao fato da carga ser móvel, ocupando consequentemente posições diferentes no elemento em cada instante considerado, acarretando desta forma cargas nodais equivalentes com valores que dependem do instante considerado.

O cálculo de $\left\{P(t)\right\}$ torna-se simples, uma vez que seja conhecida a equação que rege o movimento da carga. Para o caso de se considerar movimento com velocidade constante, ou então, com aceleração constante, as equações seriam:

$$x = vt \qquad 3.11$$

$$x = v_o t + \frac{1}{2} at^2 \qquad 3.12$$

Com relação a $\left\{P(t)\right\}$ gostaríamos de observar que, para um instante considerado ele apresenta todos os termos nulos, com exceção dos termos correspondentes as cargas nodais equivalentes do elemento onde a car

ga concentrada encontra-se, ou dos elementos no caso da carga distribuída.

Conhecido o vetor de cargas, podemos explicitar a integração que aparece na eq. 3.10, conforme apresentamos nos intens 3.3.2 e 3.3.3.

Com relação ao cálculo das condições iniciais $X_k(0)$ e $\dot{X}_k(0)$, podemos, em vez de considerá-las constantes para t = 0, fazer uma translação de eixos sempre que a carga deixa um elemento, começando a percorrer um novo elemento. Para este novo elemento, os valores de $X_k(0)$ e $\dot{X}_k(0)$, são os valores de $X_k(t)$ e $\dot{X}_k(t)$ quando a carga atingiu o final do elemento anterior.

Tendo obtido as condições iniciais, passamos a marcar o tempo a partir do zero (devido a translação de eixos), e assim faremos para cada novo elemento que a carga atingir.

No caso da carga distribuída, quando tivermos uma parcela Q_i no elemento i e uma Q_{i-1} no elemento i - 1 (fig. 3.1), a resposta será obtida superpondo-se a resposta devido a Q_{i-1} com a Q_i, como se fossem carregamentos independentes. É óbvio que as condições iniciais para Q_{i-1} será a carga Q_{i-1} no final do elemento i - 2. O mesmo raciocínio para Q_i.

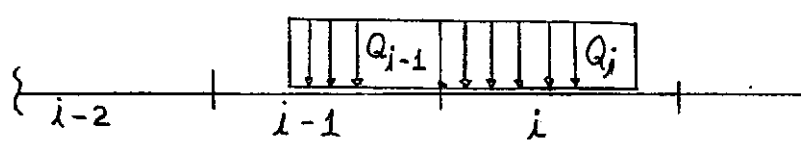


fig. 3.1

3.3.2) CARGA MÓVEL CONCENTRADA

Seja um elemento de viga i, sobre o qual desloca-se uma carga concentrada P com velocidade constante. P_1, P_2, P_3 e P_4 são as cargas nodais equivalentes em um instante t considerado (fig. 3.2).

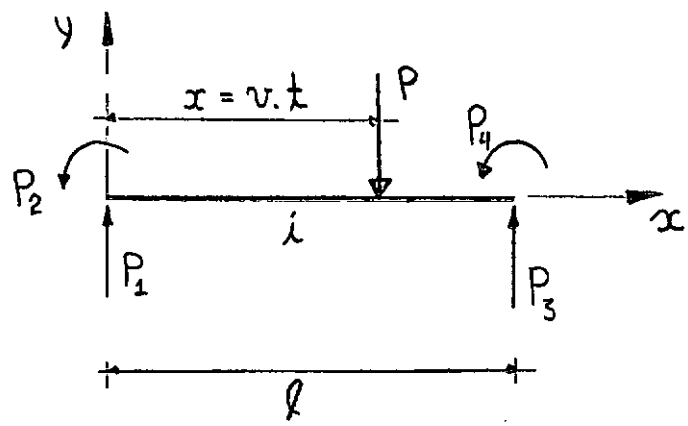


fig. 3.2

Supondo deslocamentos virtuais nodais $\left\{ \bar{u} \right\}_i$, ocorrem no interior de i $\left\{ \bar{u}_I \right\}_i$, tal que:

$$\left\{ \bar{u}_I \right\}_i = \left[a \right] \left\{ \bar{u} \right\}_i \qquad 3.13$$

Sendo:

$$\left[a \right] = \begin{bmatrix} a_{11}(x) & a_{12}(x) & a_{13}(x) & a_{14}(x) \\ & & & \\ a_{21}(x) & a_{22}(x) & a_{23}(x) & a_{24}(x) \end{bmatrix}$$

Onde:

$$a_{11}(x) = 1 - \frac{3x^2}{\ell^2} + \frac{2x^3}{\ell^3}$$

$$a_{12}(x) = x - \frac{2x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2}$$

$$a_{13}(x) = \frac{3x^2}{\ell^2} - \frac{2x^3}{\ell^3}$$

$$a_{14}(x) = - \frac{x^2}{\ell} + \frac{x^3}{\ell^2}$$

$$a_{21}(x) = - \frac{6x}{\ell^2} + \frac{6x^2}{\ell^3}$$

$$a_{22}(x) = 1 - \frac{4x}{\ell} + \frac{3x^2}{\ell^2}$$

$$a_{23}(x) = \frac{6x}{\ell^2} - \frac{6x^2}{\ell^3}$$

$$a_{24}(x) = - \frac{2x}{\ell} + \frac{3x^2}{\ell^2}$$

Os valores de a_{21}, a_{22}, a_{23} e a_{24}, interessam particularmente para o caso de cargas momentos aplicados.

Pela equivalência dos trabalhos virtuais de $\begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}$ com o trabalho

virtual realizado pelas forças nodais equivalentes, $\left\{P\right\}_i$; temos:

$$\left\{\bar{u}\right\}_i^T \left\{P\right\}_i = \left\{\bar{u}_I\right\}_i^T \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad 3.14$$

Considerando 3.13, 3.14 fica:

$$\left\{\bar{u}\right\}_i^T \left\{P\right\}_i = \left\{\bar{u}\right\}_i^T \left[a\right]^T \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad 3.15$$

$$\left\{P\right\}_i = \left[a\right]^T \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad 3.16$$

Efetuando o produto em 3.16 e considerando os valores da matriz $\left[a\right]$, temos:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = P \begin{Bmatrix} a_{11}(x) \\ a_{12}(x) \\ a_{13}(x) \\ a_{14}(x) \end{Bmatrix}$$

Ou,

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = P \begin{Bmatrix} 1 - 3x^2/\ell^2 + 2x^3/\ell^3 \\ x - 2x^2/\ell + x^3/\ell^2 \\ 3x^2/\ell^2 - 2x^3/\ell^3 \\ -x^2/\ell + x^3/\ell^2 \end{Bmatrix} \qquad 3.17$$

Sendo x = vt, 3.17 fica:

$$\begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{Bmatrix} = P \begin{Bmatrix} 1 - 3v^2t^2/\ell^2 + 2v^3t^3/\ell^3 \\ vt - 2v^2t^2/\ell + v^3t^3/\ell^2 \\ 3v^2t^2/\ell^2 - 2v^3t^3/\ell^3 \\ -v^2t^2/\ell + v^3t^3/\ell^2 \end{Bmatrix} \qquad 3.18$$

3.18 nos fornece os valores das cargas nodais equivalentes em função do instante considerado. Na equação 3.10, podemos substituir $\left\{P\ (\tau)\right\}$ pelos valores dados em 3.18, e explicitar as integrais:

$$\left\{AE\right\} = \int_0^t \text{sen}\left[w_k(\ t - \tau\ )\right]\left\{P(\tau\ )\right\}_i \quad d\tau \qquad 3.19$$

Uma vez que os outros termos de $\left\{P\ (\tau\ )\right\}$ são nulos.

A equação 3.19 escreve-se:

$$\begin{Bmatrix} AE_1(t) \\ AE_2(t) \\ AE_3(t) \\ AE_4(t) \end{Bmatrix} = \int_0^t \text{sen}\ \ w_k(t - \tau\ ) \begin{Bmatrix} P_1(\tau\ ) \\ P_2(\tau\ ) \\ P_3(\tau\ ) \\ P_4(\tau\ ) \end{Bmatrix}_i \quad d\tau \qquad 3.20$$

Considerando 3.18 e 3.20 podemos escrever:

$$AE_1(t) = P \int_0^t \left(1 - \frac{3v^2 \tau^2}{\ell^2} + \frac{2v^3 \tau^3}{\ell^3}\right) \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau \qquad 3.21$$

$$AE_2(t) = P \int_0^t \left(v - \frac{2v^2 \tau^2}{\ell} + \frac{v^3 \tau^3}{\ell^2}\right) \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau \qquad 3.22$$

$$AE_3(t) = P \int_0^t \left(\frac{3v^2 \tau^2}{\ell^2} - \frac{2v^3 \tau^3}{\ell^3}\right) \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau \qquad 3.23$$

$$AE_4(t) = -P \int_0^t \left(\frac{v^2 \tau^2}{\ell} - \frac{v^3 \tau^3}{\ell^2}\right) \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau \qquad 3.24$$

Chamando de:

$$I_{1k} = \int_0^t \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau$$

$$I_{2k} = \int_0^t \tau \, \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau$$

$$I_{3k} = \int_0^t \tau^2 \, \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau$$

$$I_{4k} = \int_0^t \tau^3 \, \text{sen}\left[w_k(t - \tau)\right] d\tau$$

Sendo,

$$I_{1k} = \frac{1}{w_k} (1 - \cos w_k t) \qquad 3.25$$

$$I_{2k} = \frac{1}{w_k} \left(t - \frac{\operatorname{sen} w_k t}{w_k}\right) \qquad 3.26$$

$$I_{3k} = \frac{1}{w_k} \left(t^2 - \frac{2}{w_k^2} + \frac{2}{w_k^2} \cos w_k t\right) \qquad 3.27$$

$$I_{4k} = \frac{1}{w_k} \left(t^3 - \frac{6t}{w_k^2} + \frac{6}{w_k^3} \operatorname{sen} w_k t\right) \qquad 3.28$$

As equações 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, considerando 3.25, 3.26,3.27, 3.28 podem ser escritas como:

$$AE_1(t) = P\left[I_{1k} - \frac{3v^2}{\ell^2} \cdot I_{3k} + \frac{2v^3}{\ell^3} I_{4k} \right] \qquad 3.29$$

$$AE_2(t) = P\left[v \cdot I_{2k} - \frac{2v^2}{\ell} I_{3k} + \frac{v^3}{\ell^2} I_{4k} \right] \qquad 3.30$$

$$AE_3(t) = P\left[\frac{3v^2}{\ell^2} I_{3k} - \frac{2v^3}{\ell^3} I_{4k} \right] \qquad 3.31$$

$$AE_4(t) = -P\left[\frac{v^2}{\ell} I_{3k} - \frac{v^3}{\ell^2} I_{4k} \right] \qquad 3.32$$

Podemos agora escrever 3.10 na forma:

$$x_k(t) = x_k(0) \cos w_k t + \frac{\dot{x}_k(0)}{w_k} \operatorname{sen} w_k t + \mathcal{M}_k^{-1} w_k^{-1} \left\{R_k\right\}^T \left\{AE(t)\right\}$$

3.33

Na equação 3.33 os únicos termos não nulos de $\left\{AE(t)\right\}$ serão os correspondentes ao elemento i onde a carga encontra-se neste instante t considerado, calculados pelas equações 3.29 a 3.32 e, colocados em $\left\{AE(t)\right\}$ segundo os processos normais de rearrumação da análise matricial.

Para o cálculo das condições iniciais quando efetuarmos uma translação de eixos, empregamos 3.33 para calcular x_k (t) e para o cálculo da velocidade $\dot{x}_k(t)$, basta derivar 3.33. Obtemos:

$$\dot{x}_k(t) = -x_k(0)\, w_k \operatorname{sen} w_k t + \dot{x}_k(0) \cos w_k t + \mathcal{M}_k^{-1} w_k^{-1} \left\{R_k\right\}^t \frac{d}{dt} \left\{AE(t)\right\}$$

3.34

Na equação 3.34, para calcularmos $\frac{d}{dt}\left\{AE(t)\right\}$, basta derivarmos as equações 3.29 a 3.32.

Chamando de:

$$D_{1k} = \frac{d}{dt} I_{1k} = \operatorname{sen} w_k t$$

$$D_2 k = \frac{d}{dt} I_{2k} = \frac{1}{w_k} (1 - \cos w_k t)$$

$$D_{3k} = \frac{d}{dt} I_{3k} = \frac{1}{w_k} \left(2t - \frac{2}{w_k} \text{sen } w_k t \right) = 2 I_{2k}$$

$$D_{4k} = \frac{d}{dt} I_{4k} = \frac{1}{w_k} \left(3t^2 - \frac{6}{w_k^2} + \frac{6}{w_k^2} \cos w_k t\right) = \frac{1}{w_k}\left(3t^2 - \frac{6}{w_k} I_{1k}\right)$$

As derivadas das eq. 3.29 a 3.32 serão:

$$\frac{d}{dt} AE_1(t) = P \left[D_{1k} - \frac{3v^2}{\ell^2} D_{3k} + \frac{2v^3}{\ell^3} D_{4k} \right] \qquad 3.35$$

$$\frac{d}{dt} AE_2(t) = P \left[vD_{2k} - \frac{2v^2}{\ell} D_{3k} + \frac{v^3}{\ell^2} D_{4k} \right] \qquad 3.36$$

$$\frac{d}{dt} AE_3(t) = P \left[\frac{3v^2}{\ell^2} D_{3k} - \frac{2v^3}{\ell^3} D_{4k} \right] \qquad 3.37$$

$$\frac{d}{dt} AE_4(t) = - P \left[\frac{v^2}{\ell} D_{3k} - \frac{v^3}{\ell^2} D_{4k} \right] \qquad 3.38$$

As equações 3.35 a 3.38 nos fornecem os termos que irão constituir o vetor de carga $\frac{d}{dt} \left\{ AE(t) \right\}$, da eq. 3.34

Vemos que as equações 3.35 a 3.38 são semelhantes às equações 3.29 a 3.32, só que nas primeiras temos D_{ik} e nas últimas I_{ik}, $i = 1,4$.

3.3.3) CARGA MÓVEL UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

O estudo desenvolvido neste item é praticamente análogo ao 3.3.2.

Seja um elemento de viga i, sobre o qual desloca-se uma carga uniformemente distribuída Q com velocidade constante. P_1, P_2, P_3 e P_4 são as cargas nodais equivalentes em um instante t, considerado (fig. 3.3).

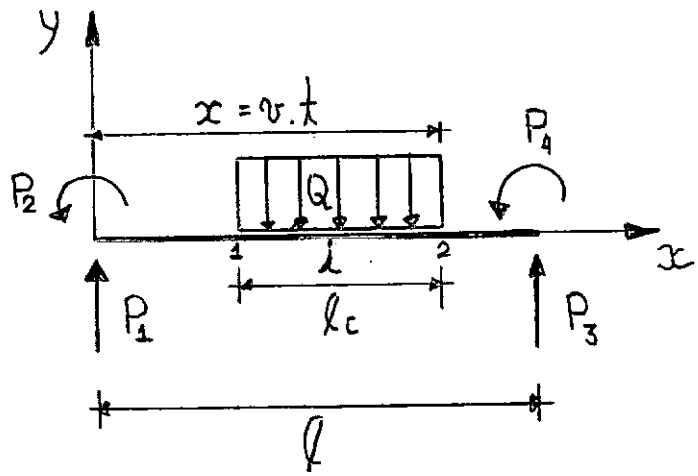


fig. 3.3

Supondo deslocamentos nodais virtuais, $\left\{ \bar{u} \right\}$, ocorrem no interior de i $\left\{ \bar{u}_I \right\}_i$, tal que:

$$\left\{ \bar{u}_I \right\}_i = \left[a \right] \left\{ \bar{u} \right\}_i \qquad 3.39$$

Onde a matriz $\left[a \right]$ é a mesma apresentada no item 3.3.2 (pag.26)

Pela equivalência dos trabalhos virtuais de $\begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix}$ com o trabalho virtual realizado pelas forças nodais equivalentes, $\begin{Bmatrix} P \end{Bmatrix}_i$, temos;

$$\begin{Bmatrix} \bar{u} \end{Bmatrix}_i^T \begin{Bmatrix} P \end{Bmatrix}_i = \int_{x_1}^{x_2} \begin{Bmatrix} \bar{u}_I \end{Bmatrix}_i^T \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix} dx \qquad 3.40 ,$$

Onde x_1 e x_2 são as abscissas dos pontos 1 e 2.

Considerando 3.39, 3.40 fica:

$$\begin{Bmatrix} \bar{u} \end{Bmatrix}_i^T \begin{Bmatrix} P \end{Bmatrix}_i = \int_{x_1}^{x_2} \begin{Bmatrix} \bar{u} \end{Bmatrix}_i^T \begin{bmatrix} a \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix} dx \qquad \therefore$$

$$\begin{Bmatrix} P \end{Bmatrix}_i = \int_{x_1}^{x_2} \begin{bmatrix} a \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix} dx \qquad 3.41$$

Fazendo $x = x_2$

$x - \ell c = x_1$, 3.41 fica:

$$\begin{Bmatrix} P \end{Bmatrix}_i = \int_{x - \ell c}^{x} \begin{bmatrix} a \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} Q \\ 0 \end{Bmatrix} dx \qquad 3.42$$

Efetuando o produto em 3.42 e considerando os valores da matriz $\left[a \right]$, temos:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \int_{x-\ell c}^{x} Q \cdot \begin{Bmatrix} a_{11}(x) \\ a_{12}(x) \\ a_{13}(x) \\ a_{14}(x) \end{Bmatrix} dx \qquad 3.43$$

Ou, considerando os valores de a_{11}, a_{12}, a_{13} e a_{14}:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \int_{x-\ell c}^{x} Q.(1 - 3x^2/\ell^2 + 2x^3/\ell^3)\, dx \\ \int_{x-\ell c}^{x} Q.(x - 2x^2/\ell + x^3/\ell^2)\, dx \\ \int_{x-\ell c}^{x} Q.(3x^2/\ell^2 - 2x^3/\ell^3)\, dx \\ \int_{x-\ell c}^{x} Q.(-x^2/\ell + x^3/\ell^2)\, dx \end{Bmatrix} \qquad 3.44$$

Calculando as integrais em 3.44, temos:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = Q \begin{Bmatrix} \left[x - \dfrac{x^3}{\ell^2} + \dfrac{x^4}{2\ell^3} \right]_{x-\ell c}^{x} \\ \left[\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{2x^3}{3\ell} + \dfrac{x^4}{4\ell^2} \right]_{x-\ell c}^{x} \\ \left[\dfrac{x^3}{\ell^2} - \dfrac{x^4}{2\ell^3} \right]_{x-\ell c}^{x} \\ \left[-\dfrac{x^3}{3\ell} + \dfrac{x^4}{4\ell^2} \right]_{x-\ell c}^{x} \end{Bmatrix} \qquad 3.45$$

Fazendo as substituições e simplificando, temos:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{Bmatrix} = \frac{Q\ell c}{\ell} \cdot \begin{Bmatrix} \dfrac{2x^3}{\ell^2} - \left(\dfrac{3}{\ell} + \dfrac{3\ell c}{\ell^2} \right) x^2 + \left(\dfrac{3\ell c}{\ell} + \dfrac{2\ell c^2}{\ell^2} \right) x + \ell - \dfrac{\ell c^2}{\ell} - \dfrac{\ell c^3}{2\ell^2} \\ \dfrac{x^3}{\ell} - \left(2 + \dfrac{3\ell c}{2\ell} \right) x^2 + \left(\ell + 2\ell c + \dfrac{\ell c^2}{\ell} \right) x - \dfrac{\ell c \ell}{2} - \dfrac{2\ell c^2}{3} - \dfrac{\ell c^3}{4\ell} \\ -\dfrac{2}{\ell^2} x^3 + \left(\dfrac{3}{\ell} + \dfrac{3\ell c}{\ell^2} \right) x^2 - \left(\dfrac{3\ell c}{\ell} + \dfrac{2\ell c^2}{\ell^2} \right) x + \dfrac{\ell c^2}{\ell} + \dfrac{\ell c^3}{2\ell^2} \\ \dfrac{x^3}{\ell} - \left(1 + \dfrac{3\ell c}{2\ell} \right) x^2 + \left(\ell c + \dfrac{\ell c^2}{\ell} \right) x - \dfrac{\ell c^2}{3} - \dfrac{\ell c^3}{4\ell} \end{Bmatrix} \qquad 3.46$$

Sendo x = vt, 3.46 fica:

$$\begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ P_3(t) \\ P_4(t) \end{Bmatrix} = \frac{Q\ell c}{\ell} \begin{Bmatrix} \frac{2}{\ell^2} v^3t^3 - (\frac{3}{\ell} + \frac{3\ell c}{\ell^2})v^2t^2 + (\frac{3\ell c}{\ell} + \frac{2\ell c^2}{\ell^2})vt + \ell - \frac{\ell c^2}{\ell} - \frac{\ell c^3}{2\ell^2} \\ \frac{v^3t^3}{\ell} - (2 + \frac{3\ell c}{2\ell})v^2t^2 + (\ell + 2\ell c + \frac{\ell c^2}{\ell})vt - \frac{\ell c\ell}{2} - \frac{2\ell c^2}{3} - \frac{\ell c^3}{4\ell} \\ -\frac{2v^3t^3}{\ell^2} + (\frac{3}{\ell} + \frac{3\ell c}{\ell^2})v^2t^2 - (\frac{3\ell c}{\ell} + \frac{2\ell c^2}{\ell^2})vt + \frac{\ell c^2}{\ell} + \frac{\ell c^3}{2\ell^2} \\ \frac{v^3t^3}{\ell} - (1 + \frac{3\ell c}{2\ell})v^2t^2 + (\ell c + \frac{\ell c^2}{\ell})vt - \frac{\ell c^2}{3} - \frac{\ell c^3}{4\ell} \end{Bmatrix} \qquad 3.47$$

De posse de 3.47, podemos determinar $\{AE\}$, como no item 3.3.2, (pág. 29)

$$\begin{Bmatrix} AE_1(t) \\ AE_2(t) \\ AE_3(t) \\ AE_4(t) \end{Bmatrix} = \int_0^t \text{sen}\left[w_k(t-\tau)\right] \begin{Bmatrix} P_1(\tau) \\ P_2(\tau) \\ P_3(\tau) \\ P_4(\tau) \end{Bmatrix}_i d\tau \qquad 3.48$$

Desenvolvendo as integrais de 3.48 de forma análoga ao desenvolvimento do item 3.32, obtemos:

$$AE_1(t) = \frac{Q\ell c}{\ell}\left[\frac{2v^3}{\ell^2} I_{4k} - \left(\frac{3}{\ell}+\frac{3\ell c}{\ell^2}\right)v^2 I_{3k} + \left(\frac{3\ell c}{\ell} + \frac{2\ell c^2}{\ell^2}\right)v\, I_{2k} + \right.$$

$$\left. + \left(\ell - \frac{\ell c^2}{\ell} - \frac{\ell c^3}{2\ell^2}\right) I_{1k}\right] \qquad 3.49$$

$$AE_2(t) = \frac{Q\ell c}{\ell}\left[\frac{v^3}{\ell} I_{4k} - \left(2 + \frac{3\ell c}{2\ell}\right)v^2 I_{3k} + \left(\ell + 2\ell c + \frac{\ell c^2}{\ell}\right)v\, I_{2k} - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{\ell c \ell}{2} + \frac{2\ell c^2}{3} + \frac{\ell c^3}{4\ell}\right) I_{1k}\right] \qquad 3.50$$

$$AE_3(t) = \frac{Q\ell c}{\ell}\left[-\frac{2v^3}{\ell^2} I_{4k} + \left(\frac{3}{\ell}+\frac{3\ell c}{\ell^2}\right)v^2 I_{3k} - \left(\frac{3\ell c}{\ell} + \frac{2\ell c^2}{\ell^2}\right)v I_2 k + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\ell c^2}{\ell} + \frac{\ell c^3}{2\ell^2}\right) I_{1k}\right] \qquad 3.51$$

$$AE_4(t) = \frac{Q\ell c}{\ell}\left[\frac{v^3}{\ell} I_{4k} - \left(1 + \frac{3\ell c}{2\ell}\right)v^2 I_{3k} + \left(\ell c + \frac{\ell c^2}{\ell}\right)v I_{2k} - \left(\frac{\ell c^2}{3} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\ell c^3}{4\ell}\right) I_{1k}\right] \qquad 3.52$$

Seguindo as mesmas orientações consideradas no item 3.3.2 (pág. 32), podemos utilizar a eq. 3.33 uma vez conhecidas as equações 3.49 a 3.52.

Para a utilização da eq. 3.34, necessitamos das derivadas das eq. 3.49 a 3.52, e conforme já vimos em 3.3.2 (pag. 33), basta em 3.49 a 3.52 substituirmos I_{ik} por D_{ik}, i = 1,4.

CAPÍTULO IV

PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

4. 1) PROGRAMAS ELABORADOS - CONSIDERAÇÕES

4. 1.1) INTRODUÇÃO

Baseados na teoria apresentada nos capítulos II e III, organizamos uma programação automática capaz de analizar vigas contínuas e pórticos planos, para todos os tipos de cargas móveis já referenciados anteriormente.

Apesar da possibilidade do desenvolvimento de um só programa, capaz de atender as vigas contínuas e os pórticos planos simultaneamente, preferimos optar por dois programas independentes, motivados, pela maior rapidez de execução, pois os programas tornam-se bastante particulares, como também devido a maior facilidade de depuração dos programas, tarefa esta bastante árdua.

Resta-mos ressaltar que a parte do programa correspondente a obtenção da resposta para a carga móvel, a menos de alguns índices, é praticamente igual, seja a estrutura uma viga ou um pórtico.

Neste capítulo, apresentaremos uma descrição particularizada para os pórticos, sendo que para as vigas, citaremos apenas alguns detalhes, onde as mesmas diferem-se.

4.1.2) PROGRAMAS PRINCIPAIS E SUBROTINAS - COMENTÁRIOS

Programa PORT 1

Este programa após a leitura dos dados, como especificado no ítem 4.3.1, gera as matrizes de massa e rigidez globais e calcula esforços estáticos.

Aplica-se a pórticos planos com elementos de eixo reto e inércia constante. Sua capacidade atinge pórticos com um máximo de 30 elementos ou então 20 nós. Não se tira proveito das matrizes de massa e rigidez serem em banda, devido a utilização posterior da subrotina NADOT no cálculo de auto-valores. Para cálculo de esforços estáticos, temos as subrotinas abaixo:

Subrotina CCONC

Esta subrotina calcula esforços de engastamento perfeito, para cargas concentradas nos membros.

Subrotina CDIST

Idêntica a anterior para o caso de cargas uniformemente distribuídas

Subrotina SIMPP

Esta subrotina inverte a matriz de rigidez no caso de se desejar calcular deslocamentos estáticos

Subrotina DRAMP

Esta subrotina rearruma deslocamentos e reações, isto é, colocando-os na numeração primitiva e calcula esforços nas extremidades dos membros. É usada também no programa PORT 3.

Subrotina DRAPI

Esta subrotina imprime os deslocamentos, esforços e reações. É usada também no Programa PORT 3.

Subrotina RONAE

Tendo-se os esforços de engastamento perfeito dos vários elementos (AML), ela é usada para calcular as cargas nodais equivalentes (AE).

Subrotina REAR2

Esta subrotina calcula as cargas combinadas nos nós (AC), ou seja, com os vetores das cargas aplicadas nos nós e das cargas nodais equivalentes, ela conduz a rearrumação dos mesmos para formar (AC).

Analogamente ao programa PORT 1, temos o Programa VIGA 1. Sua capacidade é para vigas com 30 elementos.

PROGRAMA PORT 2

Este programa em LINK com o Port 1, recebe através do Common os pa

râmetros necessários tais como, matriz de rigidez, massa, etc e perfaz o cálculo das matrizes F, das frequências e R, dos modos de vibração utilizando a subrotina "NROOT" da IBM. De maneira semelhante, temos o VIGA2 aplicado as vigas.

PROGRAMA PORT3

Este programa em LINK com os programas PORT1 e PORT2, calcula deslocamentos, esforços nas extremidades dos membros e reações nos apoios, em um pórtico plano sujeito a uma carga móvel concentrada, ou uma carga móvel uniformemente distribuída. Analogamente temos o VIGA3 em LINK com os programas VIGA1 e VIGA2.

O programa PORT3 aplica-se aos pórticos planos com as restrições citadas no PORT1, e além disto, que os elementos percorridos pela carga móvel sejam horizontais e sua numeração crescente som o sentido do percurso. Com relação a carga móvel uniformemente distribuída, vale ressaltar que a largura da mesma, deve ser no máximo igual ao comprimento do menor dos elementos percorridos pela carga.

Associado a este programa temos as subrotinas descritas abaixo.

SUBROTINA PCOND

Esta subrotina calcula os termos do vetor $\{AE\}$, definidos pelas expressões de 3.29 à 3.32.

SUBROTINA PEARU

Esta subrotina rearruma os termos do vetor $\{AE\}$, ou então, as derivadas dos seus termos, para cálculo posterior dos deslocamentos generalizados pela expressão 3.33, ou então, das derivadas dos deslocamentos generalizados por 3.34.

SUBROTINA PPRIN

Esta subrotina calcula os deslocamentos generalizados através da expressão 3.33.

SUBROTINA PDISD

Esta subrotina calcula os termos do vetor $\{AE\}$, definidos pelas expressões 3.49 à 3.52.

SUBROTINA PDISA

Esta subrotina calcula as derivadas das expressões 3.49 à 3.52, ou seja, a derivada do vetor $\{AE\}$.

SUBROTINA PDERI

Esta subrotina calcula as derivadas dos deslocamentos generalizados através da expressão 3.34.

SUBROTINA DRAMP E DRAPI

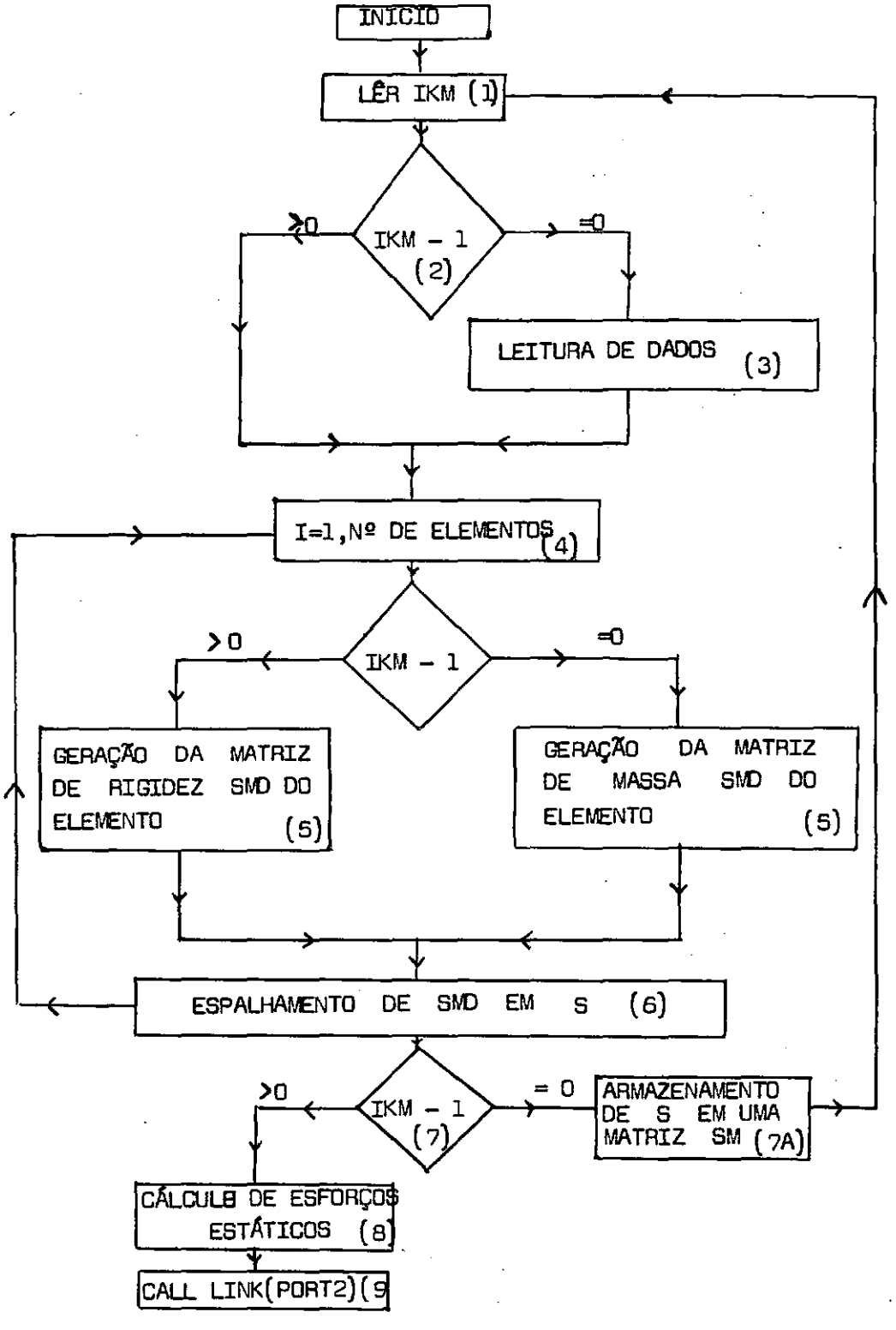
Já descritas anteriormente

SUBROTINA PDISN

Equivalente a Subrotina CDIST.

4.2) ESQUEMAS DOS PROGRAMAS

PROGRAMA PORT1



PORT 1 - COMENTÁRIOS

1) Leitura do índice IKM, que define a formação da matriz de massa ou de rigidez, em um trecho comum.

2) Se IKM = 1, lê-se os dados relativos a estrutura e forma-se a matriz de massa. Se IKM = 2 forma-se a matriz de rigidez.

3) Leitura de dados, conforme específicado no manual de uso, ítem 4.3.

4) Através de um "DO" de 1 até o número de elementos, formamos a matriz de massa ou de rigidez dependendo do valor de IKM.

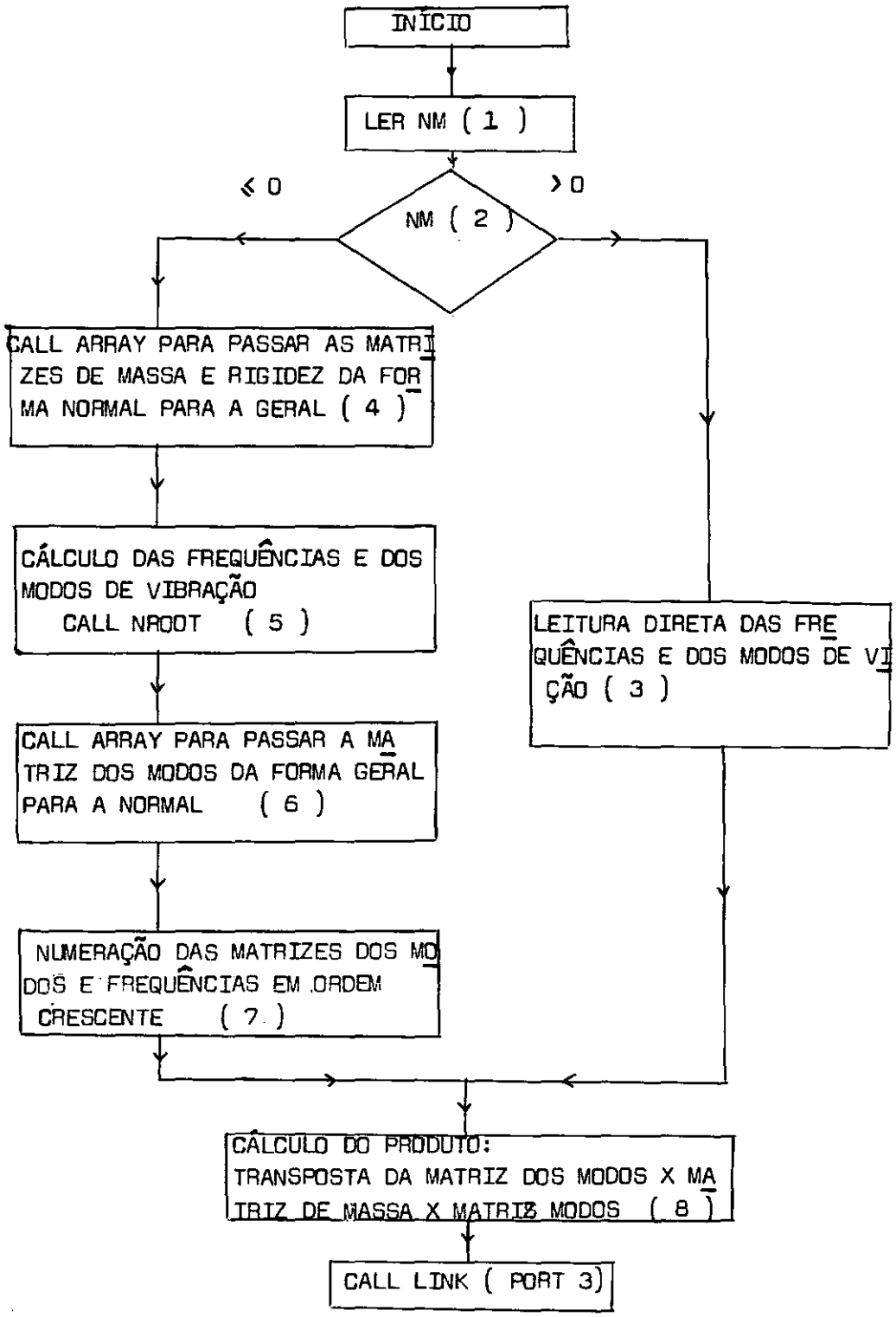
5) Geração da matriz de massa ou de rigidez do elemento.

6) Espalhamento da matriz referente a um elemento na matriz global.

7) Após a formação da matriz de massa, que é gerada em primeiro lugar, , pois lemos IKM = 1, passamos para o quadro 7A, onde se faz o armazenamento desta, em uma matriz SM, e voltamos para o quadro 1. Lemos agora IKM = 2 e formamos a matriz de rigidez.

8) Após a formação da matriz de rigidez, no caso de se desejar, calculamos esforços estáticos.

9) Após as operações acima damos por encerrado o programa PORT 1 e chamamos então o programa PORT 2.


INÍCIO
LER NM (1)
NM (2)
≤ 0
> 0
CALL ARRAY PARA PASSAR AS MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DA FORMA NORMAL PARA A GERAL (4)
CÁLCULO DAS FREQUÊNCIAS E DOS MODOS DE VIBRAÇÃO
CALL NROOT (5)
CALL ARRAY PARA PASSAR A MATRIZ DOS MODOS DA FORMA GERAL PARA A NORMAL (6)
NUMERAÇÃO DAS MATRIZES DOS MODOS E FREQUÊNCIAS EM ORDEM CRESCENTE (7)
LEITURA DIRETA DAS FREQUÊNCIAS E DOS MODOS DE VIBRAÇÃO (3)
CÁLCULO DO PRODUTO:
TRANSPOSTA DA MATRIZ DOS MODOS X MATRIZ DE MASSA X MATRIZ MODOS (8)
CALL LINK (PORT 3)

PORT2.- COMENTÁRIOS

1 e 2) Leitura do índice NM. Se NM for positivo lemos as frequências e os modos de vibração. Se NM for negativo ou núlo, calculamos as frequências e os modos.

3) Se NM for positivo, lemos NM frequências e NM modos.

4) Para podermos entrar na subrotina da IBM-"NROOT", devemos chamar a Subrotina ARRAY, a qual passa as matrizes de massa e rigidez do armazenament normal para o armazenamento em forma de coluna.

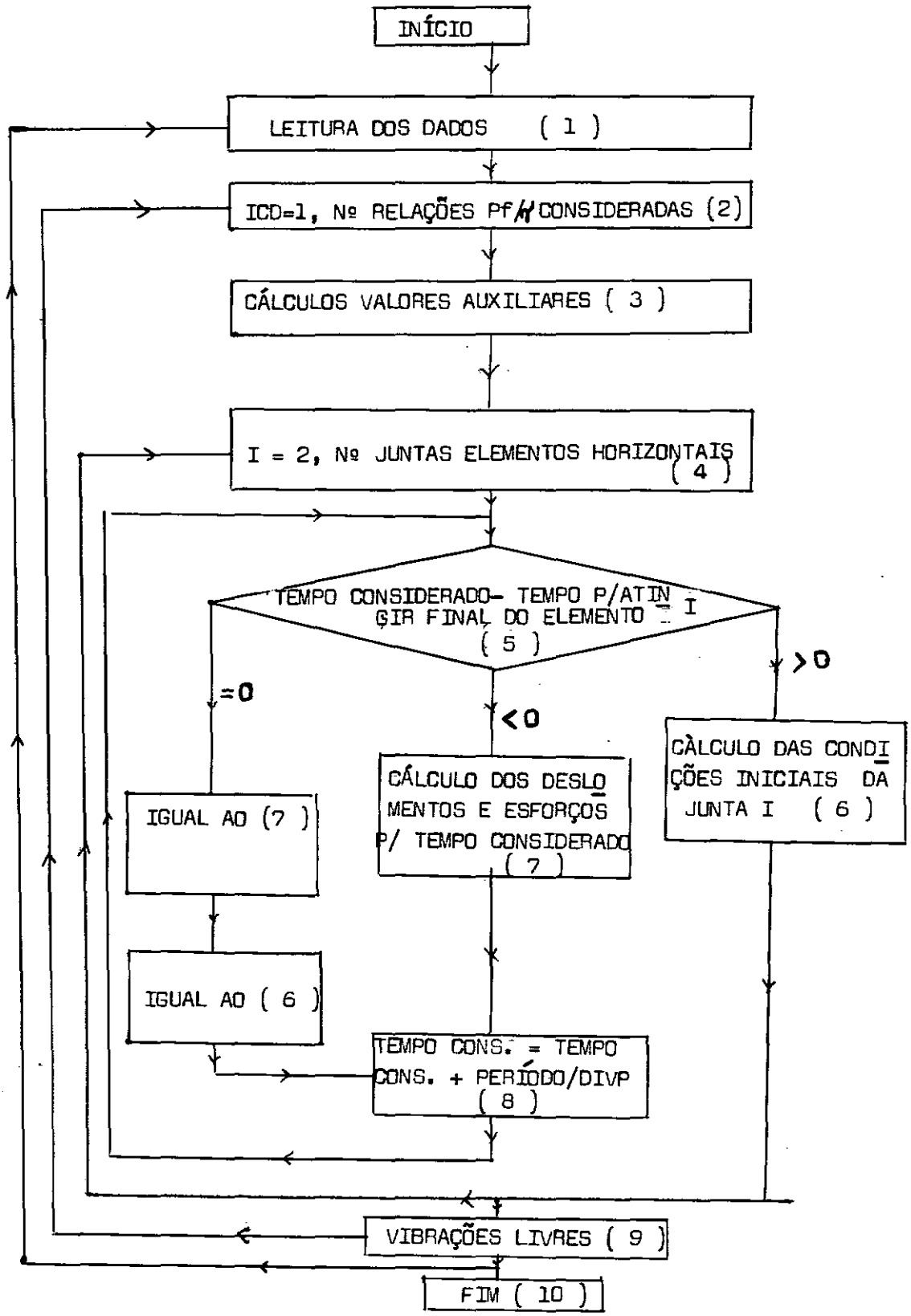
5 e 6) Cálculo das matrizes dos modos e das frequências, e passagem da matriz dos modos da forma em coluna para a normal.

7) Devido a maneira como entramos na NROOT, obtemos primeiro as mais altas frequências e os correspondentes modos. Rearrumamos então, simplesmente colocando em primeiro lugar as mais baixas frequências e os mais baixos modos.

8) Na expressão 3.33 o valor de RTMR é calculado aqui.

9) Finalmente passamos ao Programa PORT3.

PROGRAMA PORT3



PORT3 - COMENTÁRIOS

1) Leitura dos dados conforme especificado no manual de uso, ítem 4. 3. Entre os dados lidos, existe o índice ITC,o qual define o tipo da carga móvel. Se ITC = 1, temos carga móvel concentrada. Se ITC = 2 temos carga móvel uniformemente distribuída. Executam-se então as operações de (2) a (9) para a carga definida pelo índice ITC. Uma vez encerradas as operações, retorna-se ao quadro (1), lê-se o valor de ITC e repete se todo o trecho de (2) a (9), para a carga considerada.

Qualquer que seja o tipo da carga, as operações apresentadas no esquema, diferem-se apenas nos quadros (6) e (7), quanto ao tipo da subrotina chamada.

2) Definido o tipo da carga, o programa é executado para quantas velocidades se deseje (dimensionado para dez).

3) Calculamos o valor do período que iremos considerar; a velocidade; os tempos gastos pela carga para atingir as várias juntas, ou seja, os tempos "TELEM (I)"; arbitramos valores das condições iniciais para a 1ª Junta, (zero no caso de partirmos do repouso); definimos também o 1º instante de tempo considerado como uma fração do período.

4) Variando I de 2 ao número de juntas consideradas, executamos os ítens abaixo.

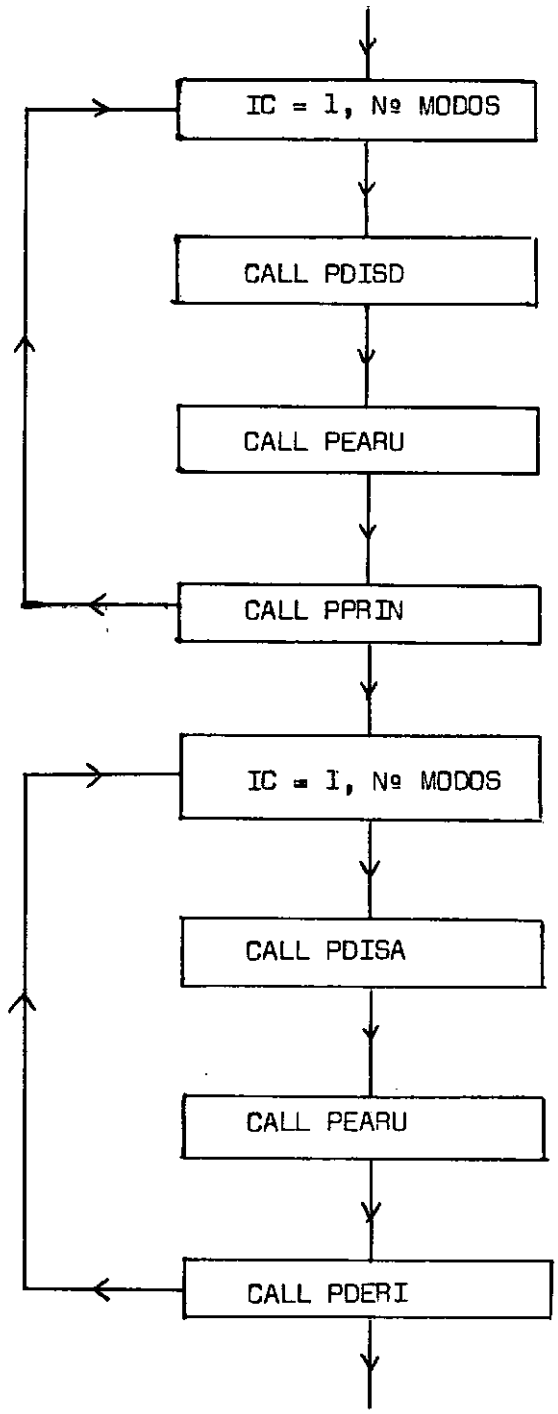
5) Testamos então para uma certa junta (primeiro I = 2) , se o tempo

por nós considerado é maior ou menor que o tempo gasto pela carga para atingir esta junta, ou seja, através deste controle saberemos se a carga acha-se antes ou depois desta junta. No caso da carga situar-se antes desta posição, teremos um valor negativo o qual nos conduz ao quadro (7). Caso contrário iremos para o quadro (6).

6) Calculamos então as condições iniciais, ou sejam, deslocamentos e velocidades para a carga situada na junta I. Estas condições iniciais servirão para o cálculo de deslocamentos, esforços e reações, para posições da carga entre a junta I e a junta I + 1. Estas condições iniciais serão também utilizadas quando a carga já tiver ultrapassado a junta I + 1, formos análogamente calcular as novas condições iniciais para a junta I + 1.

Na listagem estas condições iniciais são calculadas no trecho que vai da declaração 60 até a 571. Para a carga distribuída, por exemplo, podemos esquematizar estes cálculos na forma.

(Quadro anexo na página seguinte)


IC = 1, Nº MODOS
CALL PDISD
CALL PEARU
CALL PPRIN
IC = 1, Nº MODOS
CALL PDISA
CALL PEARU
CALL PDERI

Como a carga distribuída pode estar contida em dois elementos,(como já comentamos no ítem 3. 1), podemos de uma vez calcular condições iniciais, não só para toda a carga na junta I, mas também para parcelas desta em I. Isto para posterior superposição, conforme descrito em 3.1.

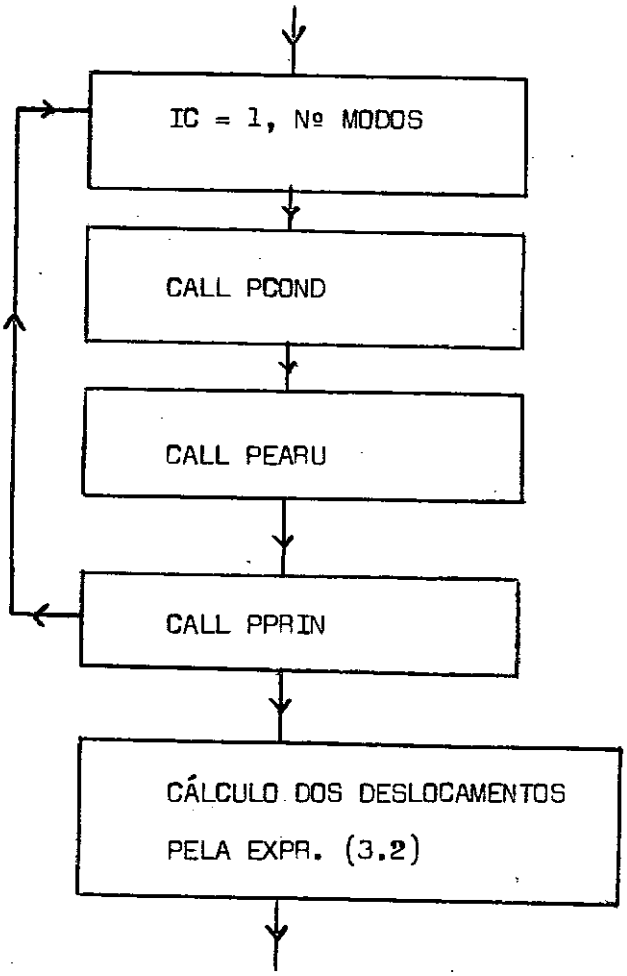
Nos pontos de transição, qualquer que seja a posição da carga, iremos sempre aproximá-la para uma das seguintes:

a) toda a carga antes da junta
b) 3/4 antes da junta
c) 1/2 antes da junta
d) 1/4 antes da junta

Calculamos então de uma vez, as condições iniciais não só para o ítem a), mas também para os ítens b), c), e d).

Feita então o cálculo das condições iniciais, variamos o índice I, testando então se a carga acha-se em uma posição antes da junta I + 1 ou depois de I + 1. No caso da carga encontrar-se depois de I + 1, repetimos para este nó I + 1, tudo o que foi feito para o nó I, e assim sucessivamente. Suponhamos entretanto que ela encontre-se antes de I + 1, o que nos leva ao quadro (7).

7) Cálculo de deslocamento, e de posse dêstes, dos esforços nas extremidades dos membros e das reações. Para o cálculo dos deslocamentos utilizamos as condições iniciais definidas anteriormente. Na listagem o quadro (7) corresponde ao trecho que vai da declaração 50 até 920. Esquematicamente, por exemplo, para a carga concentrada teremos para o cálculo dos deslocamentos:



8) Passamos então a considerar um novo tempo, igual ao anterior somado de uma fração do período. Voltamos ao quadro (5), onde testamos se ele é maior que o tempo para atingir a junta I +1. No caso de ser menor caimos novamente no quadro (7), e repetimos as operações já descritas. Se for maior que o tempo para atingir a junta I + 1, perfazemos os cálculos como já descritos em (6), e assim sucessivamente, até que a carga tenha percorrido toda a estrutura. Quando isto ocorrer, passamos para o quadro (9).

9) Cálculo das vibrações livres através das expressões 3.33 e 3.2, sendo que em 3.33 é nulo o termo correspondente as cargas, e as condições iniciais são as ditadas pela última posição que a carga ocupa, imediatamente antes de deixar a estrutura. Feito isto voltamos para (2) e repetimos tudo caso haja nova velocidade.

4. 3) MANUAL DE USO

4.3.1) PÓRTICOS

a) VARIÁVEIS DE ENTRADA - ESPECIFICAÇÃO

As variáveis apresentadas abaixo, aparecem na mesma ordem no manual, item b)

1) ICALE — Variável que define o cálculo ou não de esforços estáticos.
ICALE = 0 - não calcula-se esforços estáticos
ICALE ≠ 0 - calcula-se esforços estáticos.

2) IKM — Índice que define a formação da matriz de massa ou de rigidez.
IKM = 1 - Geração da matriz de massa
IKM = 2 - Geração da matriz de rigidez.
A primeira vez que se lê IKM, deve-se ler o valor 1.

3) SN — Número do problema
Se SN = 0 CALL EXIT.

4) Comentários — Qualquer, até 55 caracteres.

5) M — Número de membros.
NJ — Número de juntas
NR — Número de reações.
NRJ — Número de juntas com pelo menos 1 restrição
NH — Número de elementos (horizontais) percorridos pela carga móvel. (Devemos numerar os elementos horizontais sempre em ordem crescente, com o sentido do percurso)

E	Módulo de elasticidade
DENS	Densidade
6) J	Número de junta
X(J)	Abscissa da junta J
Y(J)	Ordenada da junta J
7) I	Número do membro
JJ(I)	Número do nó origem dos eixos locais
JK(I)	Número do nó oposto ao acima
AX(I)	Área da seção transversal
IZ(I)	Momento de inércia da seção transversal com relação ao eixo Z.
8) J	Número da junta
LR (3*J - 2)	Ligação na direção X
LR (3*J - 1)	Ligação na direção Y
LR (3*J)	Ligação na direção Z (rotação)
	LR = 0 (livre)
	LR = 1 (impedido)
9) I	Número da ordem em que são percorridos os elementos horizontais.
IL(I)	Número do elemento de ordem I
10) IKM	Devemos agora ler IKM = 2
11) NLS	Número de carregamentos estáticos

12) NLJ	Número de nós carregados
NLML	Número de membros para os quais lê-se o valor de AML
NLMM	Número de membros para os quais calcula-se AML automaticamente
13) J	Número de nó carregado
A (3*J - 2)	Carga na direção X
A (3*J - 1)	Carga na direção Y
A (3*J)	Momento aplicado em Z
14) I	
AML (I,1)	Esforços de engastamento nas direções
AML (I,2)	X, Y e Z, na origem dos eixos locais.
AML (I,3)	
AML (I,4)	
AML (I,5)	Esforços de engastamento na extremidade oposta à origem
AML (I,6)	
15) I	Número do membro carregado
NCC(I)	Número de cargas concentradas no membro I
NCD(I)	Número de cargas distribuídas no membro I
16) PX	Carga concentrada na direção X
PY	Carga concentrada na direção Y
ACX	Abscissa da carga (eixo local)

17) PY — Intensidade da carga distribuída

ACX — Abscissa do ponto inicial da carga distribuída

BCX — Largura da carga distribuída

18) NM — Variável que define a leitura ou o cálculo, das frequências e dos modos de vibração.

NM $\leq$ 0 – Calculam-se as frequências e os modos

NM $>$ 0 – Lêem-se tantas frequências e modos, conforme o valor de NM

19) R (I, J) — Matriz dos modos a serem lidos. O valor de J é definido pelo NM anterior. A matriz é lida por coluna.

20) F (J) — São as NM frequências a serem lidas.

21) IR — Número de relações P_f/τ consideradas.

COMPT — Extensão percorrida pela carga durante o tempo de travessia. τ

NM — Número de modos considerados.

IDPF — Variável que define o período a ser usado. Se IDPF= = 1, consideremos o 1º período, e assim por diante!

22) RELAC (I) — São os valores das IR relações P_f/τ consideradas

23) ITC — Índice que define o tipo da carga móvel

ITC = 1 – Carga móvel concentrada.

ITC = 2 - Carga móvel distribuída.

ITC ≤ 0 - CALL LINK (PORT 1)

24) P — Valor da carga móvel concentrada.

O valor + P corresponde ao sentido contrário do eixo Y local.

IDE — Variável que define os valores a serem impressos

IDE = - 1 imprime-se tudo.

IDE = 1 imprime-se esforços extremos.

IDE = 2 imprime-se deslocamentos.

IDE = 3 imprime-se reações.

DIVP — Variável que define a fração do período que irá constituir os incrementos dos tempos considerados.

Q — Intensidade da carga móvel distribuída. + Q correspondente ao sentido contrário ao eixo Y.

LCD — Largura da carga uniformemente distribuida móvel.

b) MANUAL DE USO - PÓRTICOS

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	V A R I Á V E I S	F O R M A T O S
1	1	ICALE	I 10
2	1	IKM	I 10
3	1	SN	I 10
4	1	COMENTÁRIOS	55 H
5	1	M, NJ, NR, NRJ, NH, E, DENS	5I10, 2F10. 3
6	NJ	J, X(J), Y(J)	I10, 2 F10. 2
7	M	I, JJ(I), JK(I),AX(I), IZ(I)	3I10, F10.2, F10.7
8	NRJ	J, LR(3*J-2), LR(3*J-1), LR(3*J)	4I10
9	NH/4 ou NH/4 + 1	I, IL(I)	8I10
10	1	IKM	I10

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS	FORMATOS
11	1	NLS	I 10
12	1	NLJ, NLML, NLMM	3I 10
13	NLJ	J, A(3*J-2), A(3*J-1), A(3*J)	I 10, 3 F 10.2
14	NLML	I, AML(I,1), AML(I,2), AML(I,3) AML(I,4), AML(I,5), AML(I,6)	I 10, 6 F 10.2
15	NLMM	I, NCC(I), NCD(I)	3 I 10
16	NCC(I) (NLMM VEZES)	PX, PY, ACX	3 F 10.2
17	NCD(I) (NLMM VEZES)	PY, ACX, BCX	3 F 10.3
18	1	NM	I 10
19	$\frac{I*NM}{8}$ ou $\frac{I*NM}{8} + 1$	R(I, J)	8 F 10.6
20	$\frac{NM}{8}$ ou $\frac{NM}{8} + 1$	F(I)	8 F 10.6

NLS VEZES

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	V A R I Á V E I S	F O R M A T OSS
21	1	IR, COMPT, NM, IDPF	I 10, F 10.2, 2I 10
22	$\frac{IR}{8}$ ou $\frac{IR}{8}$ + 1	RELAC (I)	8 F 10, 2
23	1	ITC	I 10
24	1	P, IDE, DIVP ou Q, LCD, IDE, DIVP	F 10.4, I 10, F 10.2 2 F 10.4, I 10, F 10.2

OS CARTÕES DE 1 À 17 SÃO LIDOS NO PORT1

OS CARTÕES DE 18 À 20 SÃO LIDOS NO PORT2

OS CARTÕES DE 21 À 24 SÃO LIDOS NO PORT3

CARTÕES QUE ANTECEDEM OS DADOS

```
// DUP
*STOREDATA  WS  UA  ZONA6    8    DEC3
*STOREDATA  WS  UA  ZONA4   30    DEC3
*STOREDATA  WS  UA  TORE3   20    DEC3
// XEQ PORT1
*FILES(1,ZONA6),(15,ZONA4),(10,TORE3)
```

4.3.2) VIGAS

a) VARIÁVEIS DE ENTRADA - ESPECIFICAÇÃO

As variáveis apresentadas abaixo, aparecem no manual de uso, item b, sendo que a maior parte destas variáveis são as mesmas já definidas para os pórticos. Relacionamos abaixo apenas as que são diferentes, e na ordem em que ocorrem.

5) I	Número do membro
L(I)	Comprimento do membro
A(I)	Área da seção transversal
6) J	Número do nó
LR(2*J-1)	Ligação na direção Y
LR(2*J)	Ligação na direção Z (rotação)
	LR = 1 Impedido
	LR = 0 Livre
10) P	Intensidade da carga uniformemente distribuida.(estática)
DIA	Abscissa da origem da carga
DIB	Comprimento do elemento menos a abscissa da extremidade final da carga.

b) MANUAL DE USO – VIGAS

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS	FORMATOS
1	1	ICALE	I 10
2	1	IKM	I 10
3	1	SN, NLS	2 I5
4	1	M, NR, NRJ, E, DENS	3 I5, 2 F 15.2
5	M	I, L(I), IZ(I), A(I)	I5,F 15.2,F 15.6,F.15.2
6	$\frac{3*NRJ}{16}$ ou $\frac{3*NRJ}{16}+1$	J, LR(2*J-1), LR(2*J)	16 I5
7	1	IKM	I 10
8	$\frac{M}{8}$ ou $\frac{M}{8}+1$	I, NCC(I)	16 I5
9	$\frac{NCCI}{4}$ ou $\frac{NCCI}{4}+1$ } M VEZES } NLS VEZES	P, DIA	8F 10.3
10	1	P, DIA, DIB	8F 10.2

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	V A R I Â V E I S	F O R M A T O S
11	1	IR, COMPT, NM	I 10, F 1o.2, I 10
12	$\frac{IR}{8}$ ou $\frac{IR}{8} + 1$	RELAC (I)	8 F 10.2
13	1	ITC	I 10
14	1	P, IDE, DIVP ou Q, LCD, IDE, DIVP	F 10.4, I 10, F 10.2 2F10.4, I 10, F 10.2

Os Cartões de 1 à 10, são lidos pelo viga 1

Os Cartões de 11 à 14, são lidos pelo viga 3

Cartões que antecedem os dados.

```
// DUP
*STOREDATA  WS  UA  ZONA1    6     OEC3
*STOREDATA  WS  UA  TORE1   31     OEC3
*STOREDATA  WS  UA  TORE2   31     OEC3
// XEQ VIGA1    1
*FILES(1,ZONA1),(10,TORE1),(30,TORE2)
```

CAPÍTULO V

APLICAÇÕES - RESULTADOS

5. 1) INTRODUÇÃO

Utilizando os programs citados no capítulo IV, apresentamos sete exemplos, onde para cada caso calculamos os deslocamentos e os esforços dinâmicos, quando a estrutura é percorrida por uma carga móvel concentrada ou então por uma carga móvel uniformemente distribuída, ambas com velocidade constante. Para cada caso analizado, a velocidade da carga é fixada indiretamente através da atribuição de valores para a relação PF/τ , onde PF é o período fundamental e τ o tempo gasto pela carga para atravessar um trecho da estrutura, por nos fixado.

Para uma determinada velocidade, a relação entre o máximo valor dinâmico e o máximo valor estático, para um determinado deslocamento ou esforço, fornece-nos o chamado coeficiente de impacto, valores estes apresentados para várias velocidades, constituindo os mesmos, a forma final de nossa pesquisa. Ressaltamos ainda a apresentação de vários gráficos, os quais representam a variação dos deslocamentos ou dos esforços para os carregamentos já mencionados, sendo que nestes gráficos, em linha tracejada , (tanto para gráficos relativos a resposta da carga móvel ou distribuída) , representamos as linhas de influência estáticas.

5.2) EXEMPLOS

5.2.1) VIGA BIAPOIADA

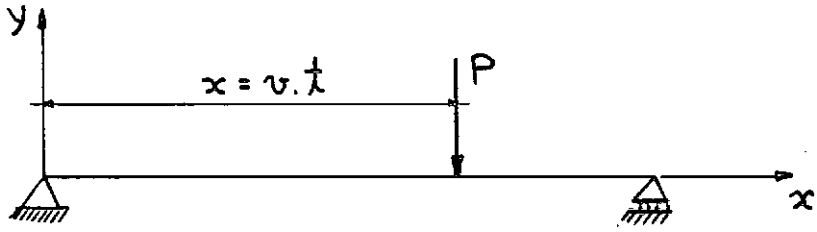


fig. 5.1

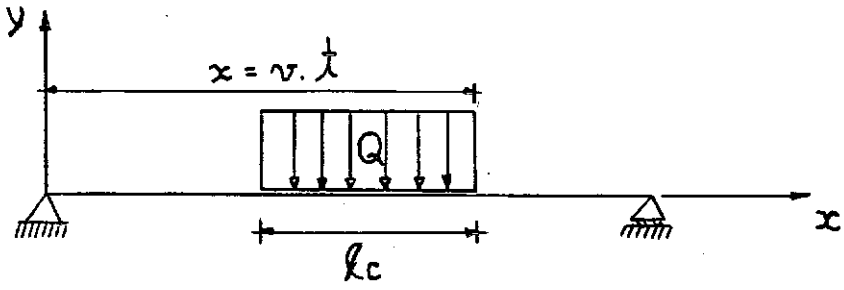


fig. 5.2

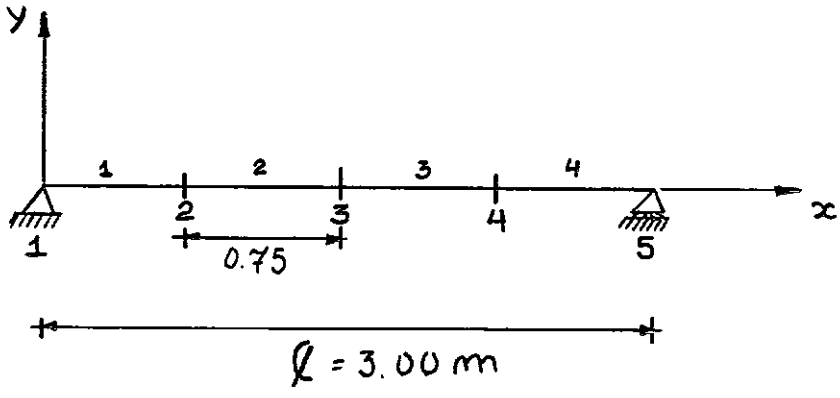


fig. 5.3

$Ax = 0.03\ m^2$

$I_z = 0.000225\ m^4$

$E = 2.100.000\ t^*/m^2$

$\rho = 0.24\ t/m^3$

$P = 1t^*$

$Q = 2\ t^*/m$

$\ell c = 0,5\ m$

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

Deslocamento vertical do ponto 3

Carga Concentrada - 0.00119 m

Carga distribuída - 0.00117 m

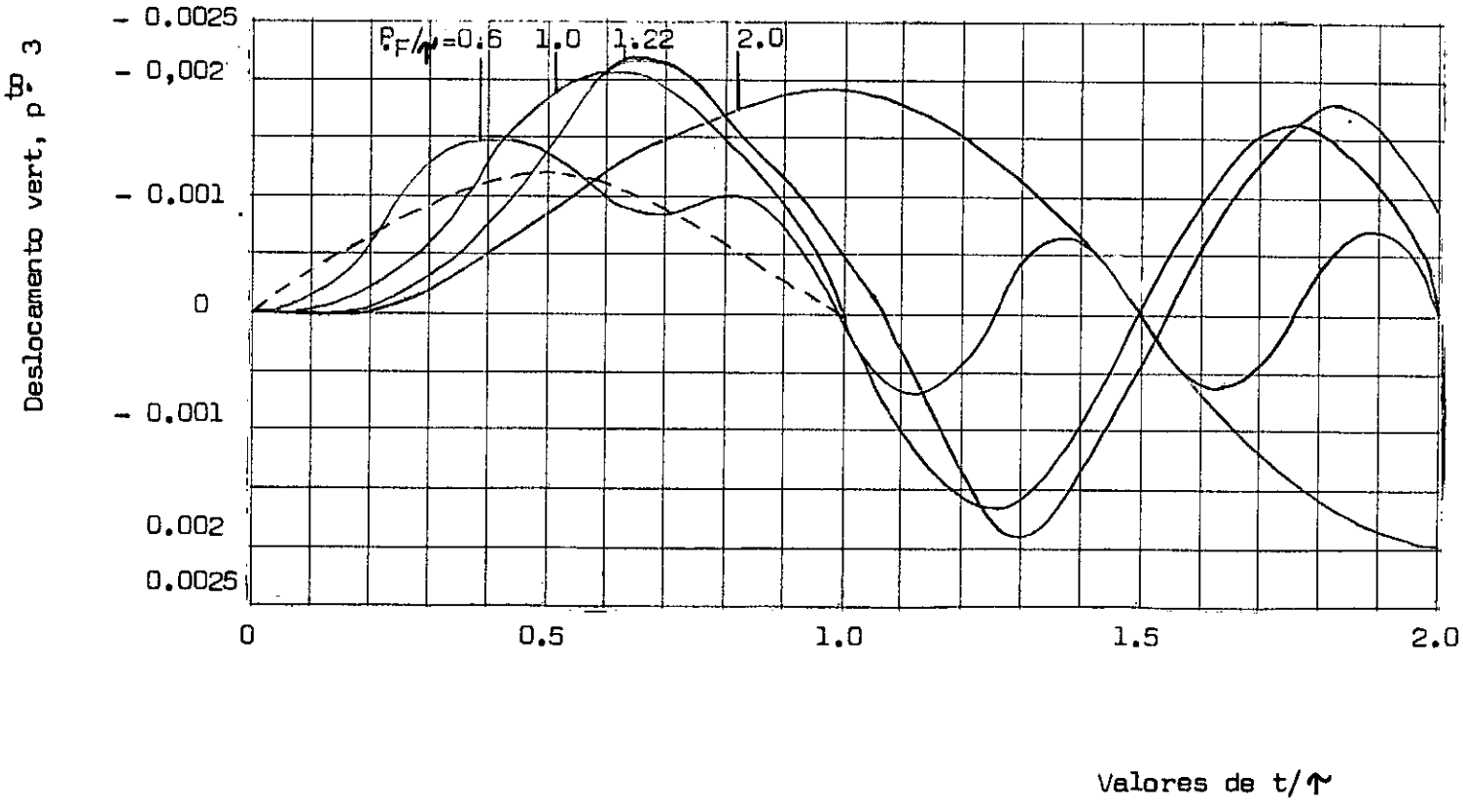


Fig. 5.4 - Deslocamento vertical do ponto 3 - Carga concentrada

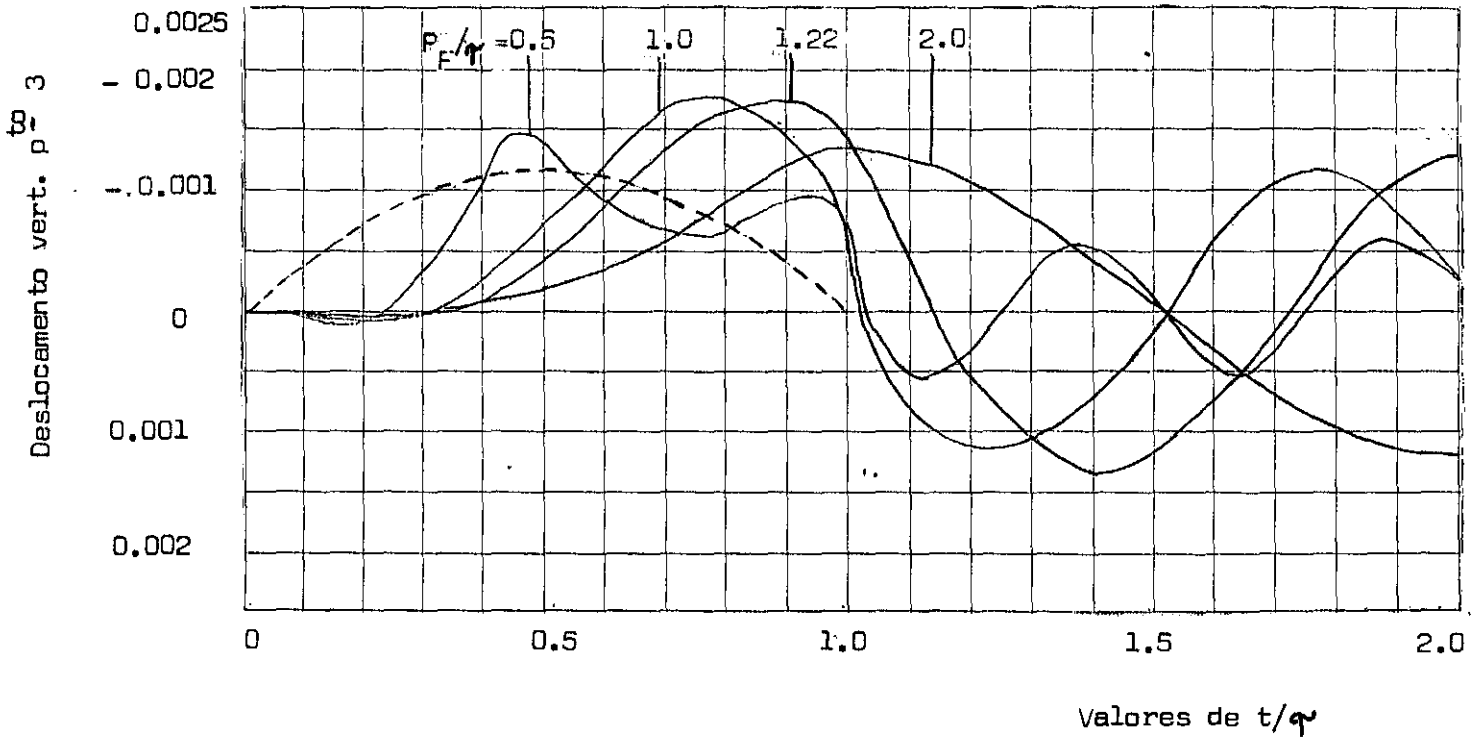


Fig. 5.5 - Deslocamento vertical do ponto 3

Carga distribuida

COEFICIENTES DE IMPACTO

QUADRO 5.1

P_f/τ	DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3				
	CARGA MÓVEL				
	CONCENTRADA				DISTRIBUÍDA
	EXATO	WEAVER E YOSHIDA	F.VENÂNCIO F.	M.JUNG	M.JUNG
2,0	1.55	1.54	1.53	1.55	1.09
1.22	1.743	——	——	1.79	1.48
1.0	1.71	1.70	1.68	1.73	1.50
0.5	1.25	1.25	1.24	1.25	1.24

Observe-se que:

a) P_f é o período fundamental

b) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão ℓ

c) Usando um ou três modos, obtém-se os mesmos resultados

d) Foram considerados intervalos de tempo iguais ao $P_f/20$, para o cálculo dos deslocamentos.

5.2.2) VIGA DE DOIS VÃOS

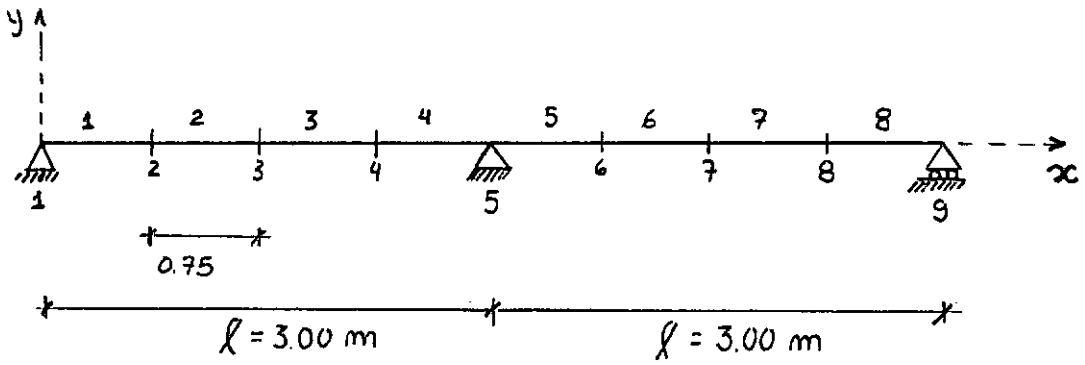


fig. 5.6

As características geométricas, as propriedades elásticas e os valores dos carregamentos, são os do item 5.2.1.

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3

Carga concentrada - 0.000 855

Carga distribuída - 0.000 823

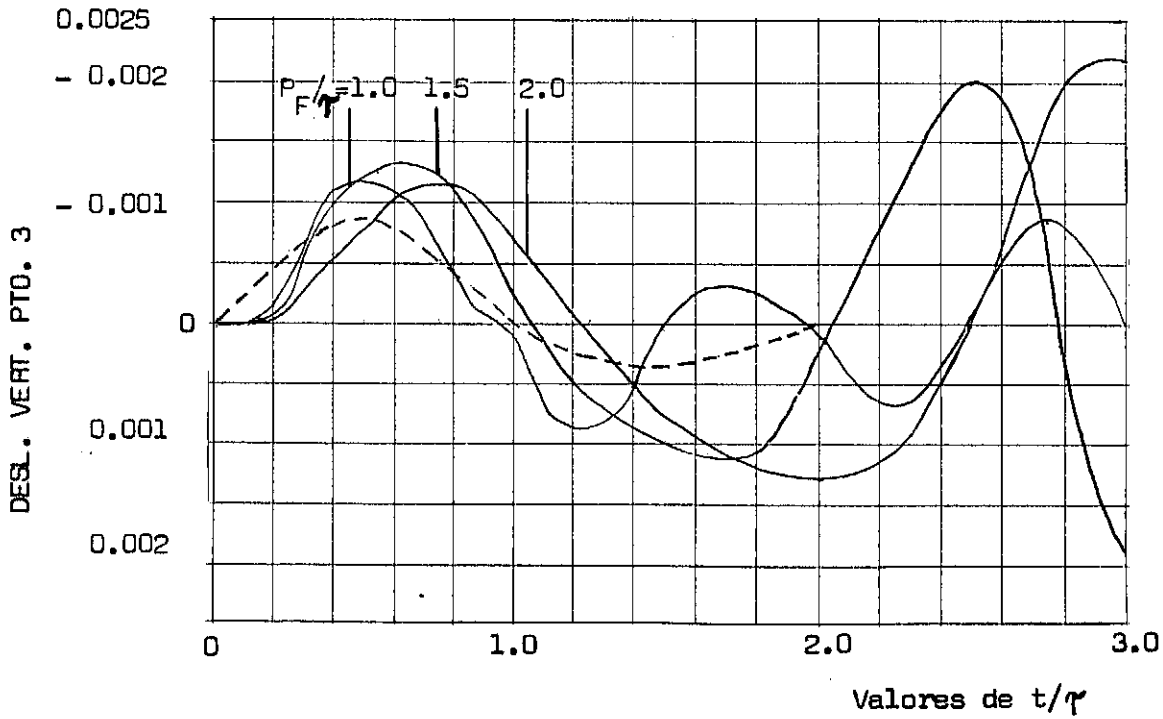


Fig. 5.7 – DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3

CARGA CONCENTRADA

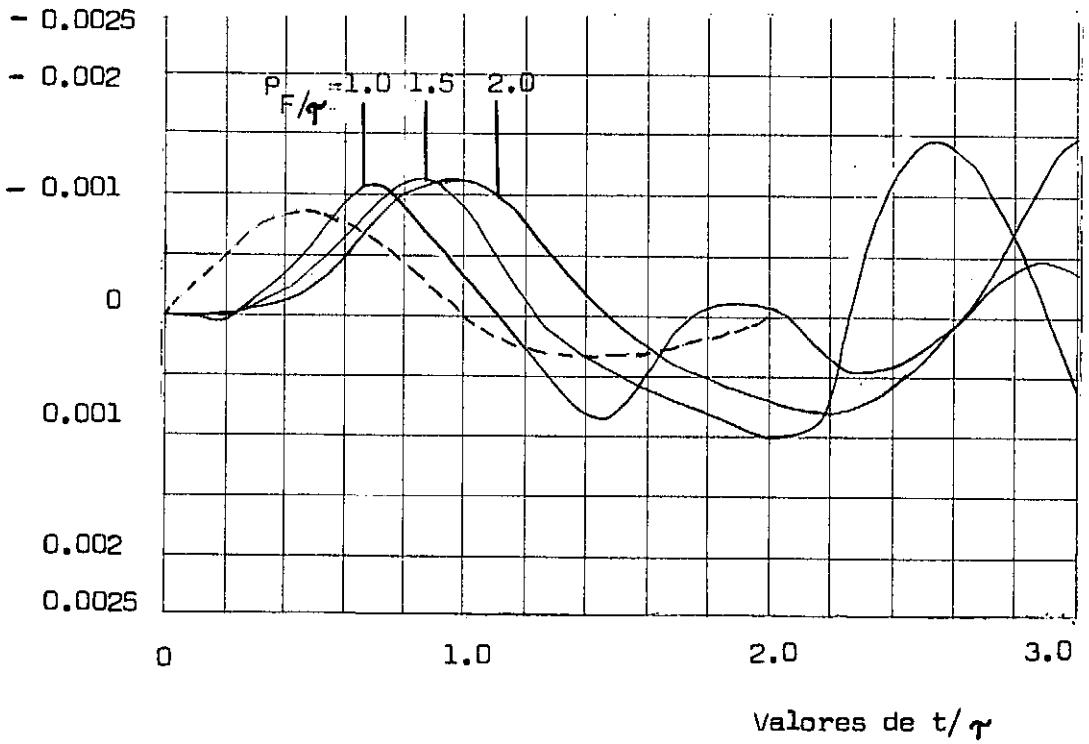


Fig. 5. 8 - DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3

Carga Distribuída

COEFICIENTES DE IMPACTO

QUADRO 5.2

P_f/τ	DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3	
	CARGA MÓVEL	
	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA
2.0	2.726	2.095
1.5	2.687	1.914
1.0	1.412	1.339
0.5	1.130	1.109

Observe-se que:

a) P_f é o período fundamental

b) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão ℓ.

c) Usando três ou cinco modos obtém-se os mesmos resultados.

d) Foram considerados intervalor de tempo iguais ao $P_f/20$.

5.2.3) VIGA DE TRES VÃOS

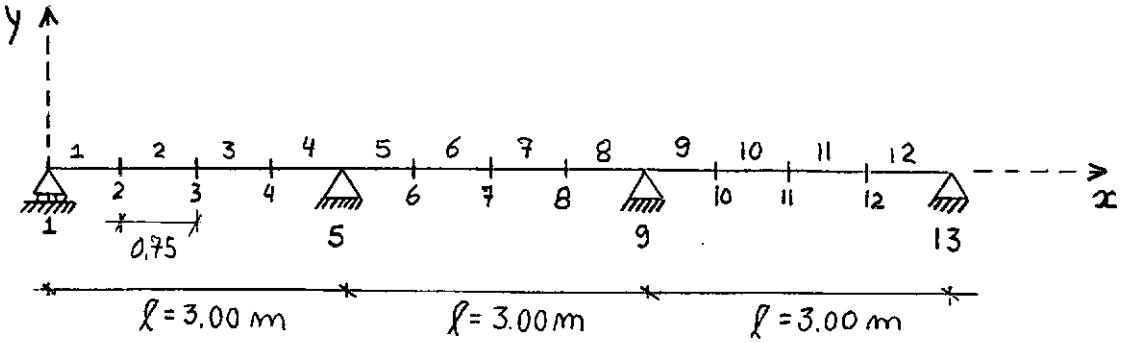


fig. 5.9

As caracteristicas geométricas, as propriedades elásticas e os valores dos carregamentos são os do item 5.2.1.

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 7

Carga concentrada - 0.000 654

Carga distribuída - 0.000 613

MOMENTO FLETOR NO PONTO 7

Carga concentrada - 0.5245

Carga distribuída - 0.4931

REAÇÃO VERTICAL NO PONTO 9

Carga concentrada - 1.00

Carga distribuída - 1.00

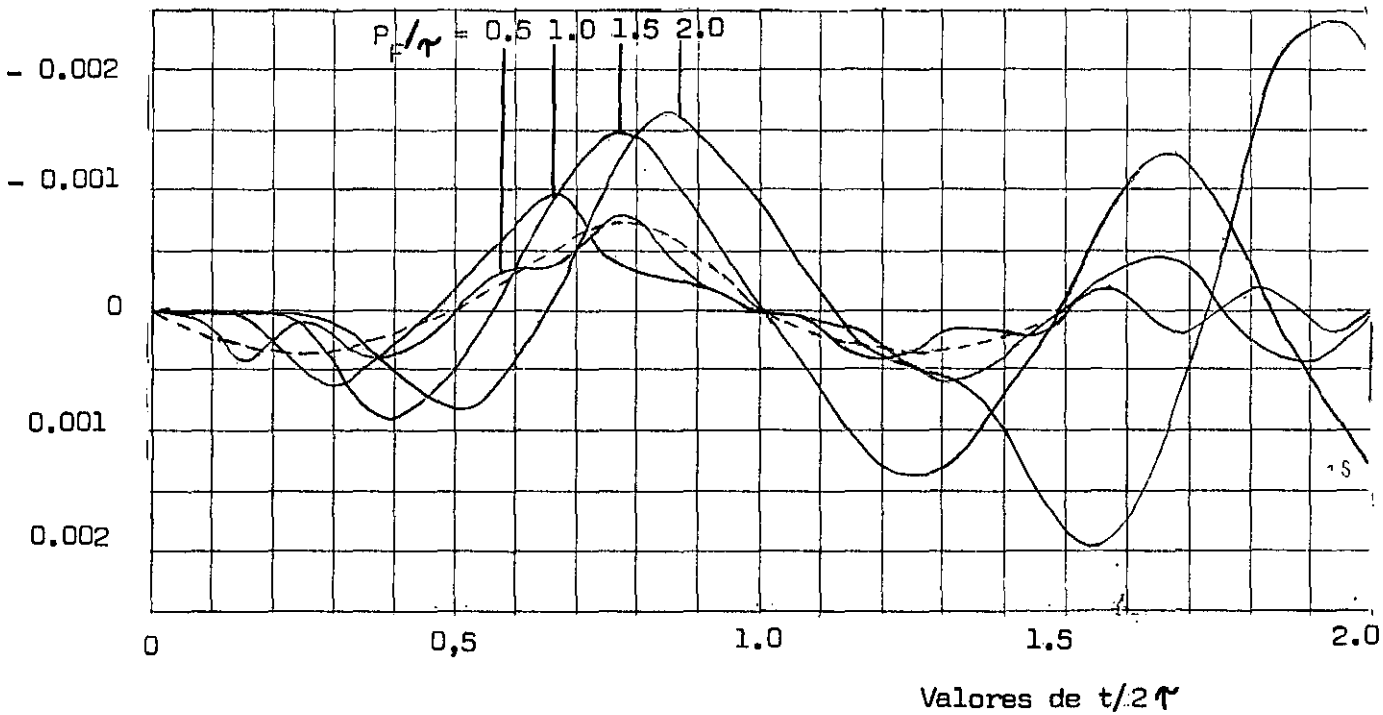


Fig. 5.10 = DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 7
Carga Concentrada

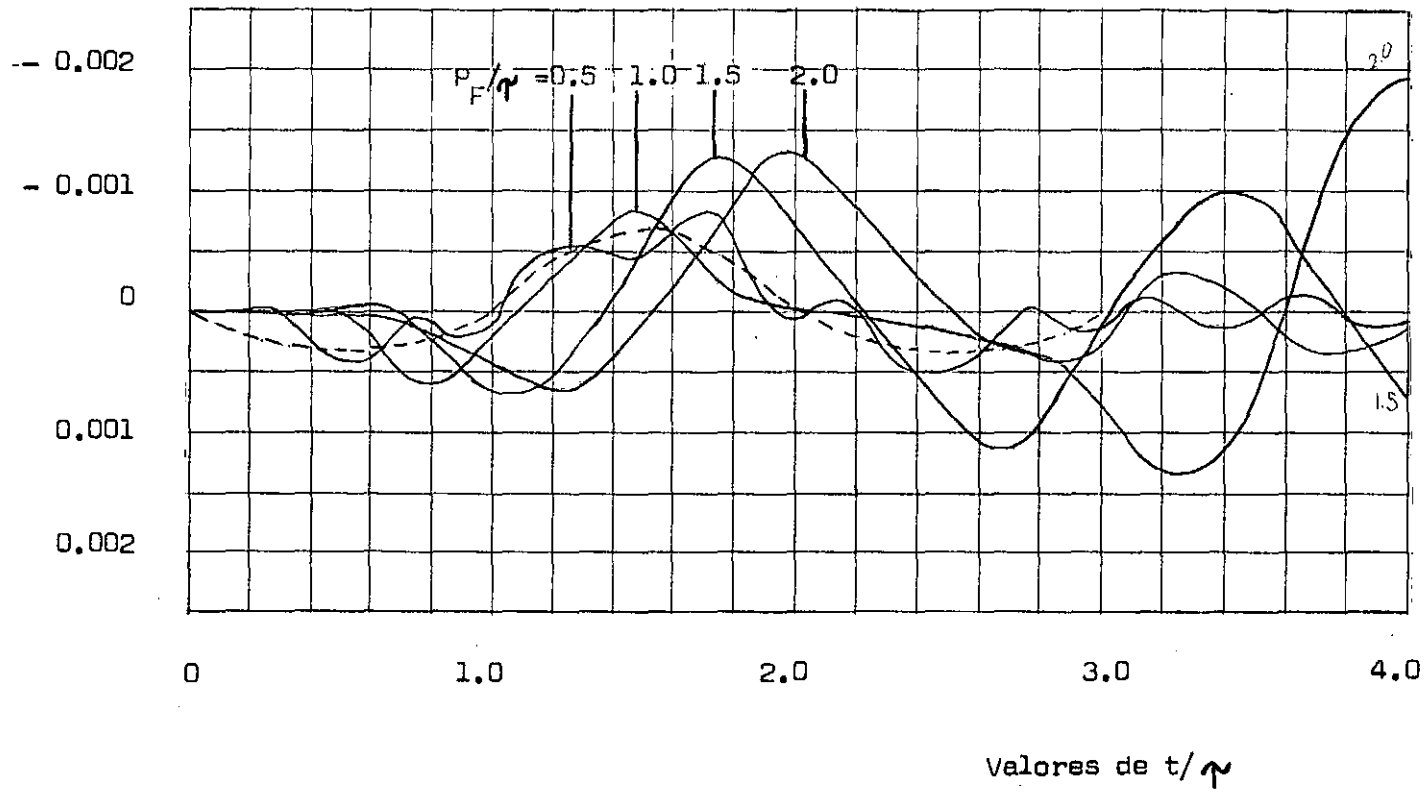


Fig 5.11 - DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 7

Carga distribuída

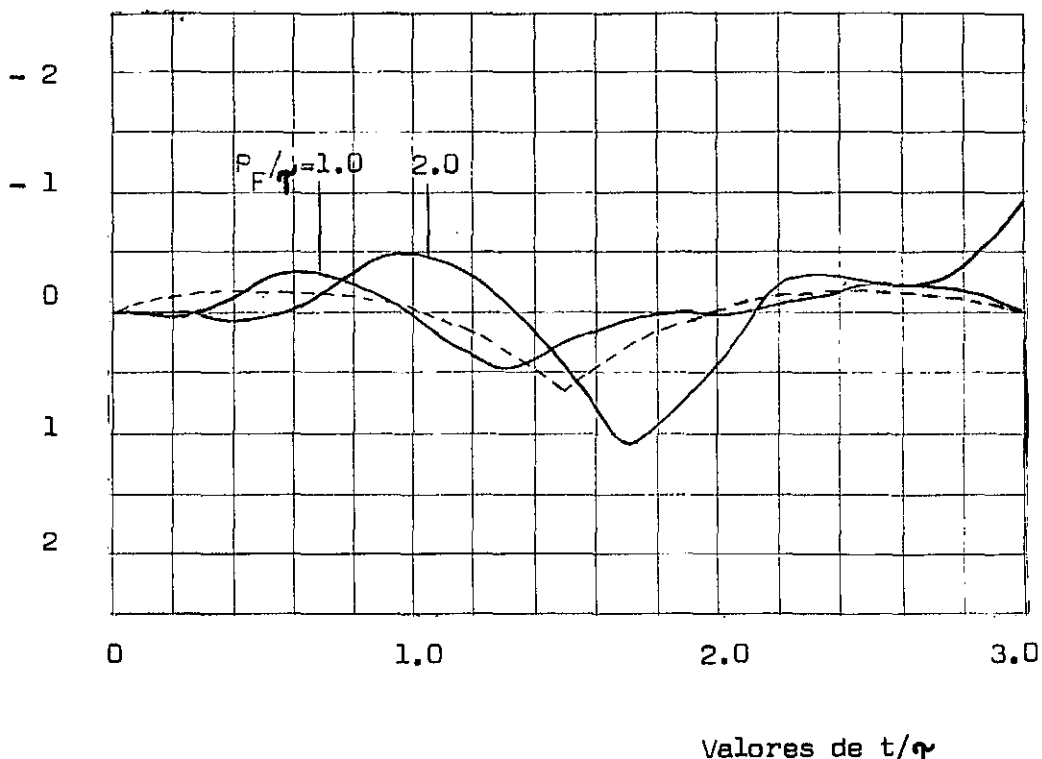


Fig 5.12 - MOMENTO FLETOR NO PONTO 7

Carga concentrada

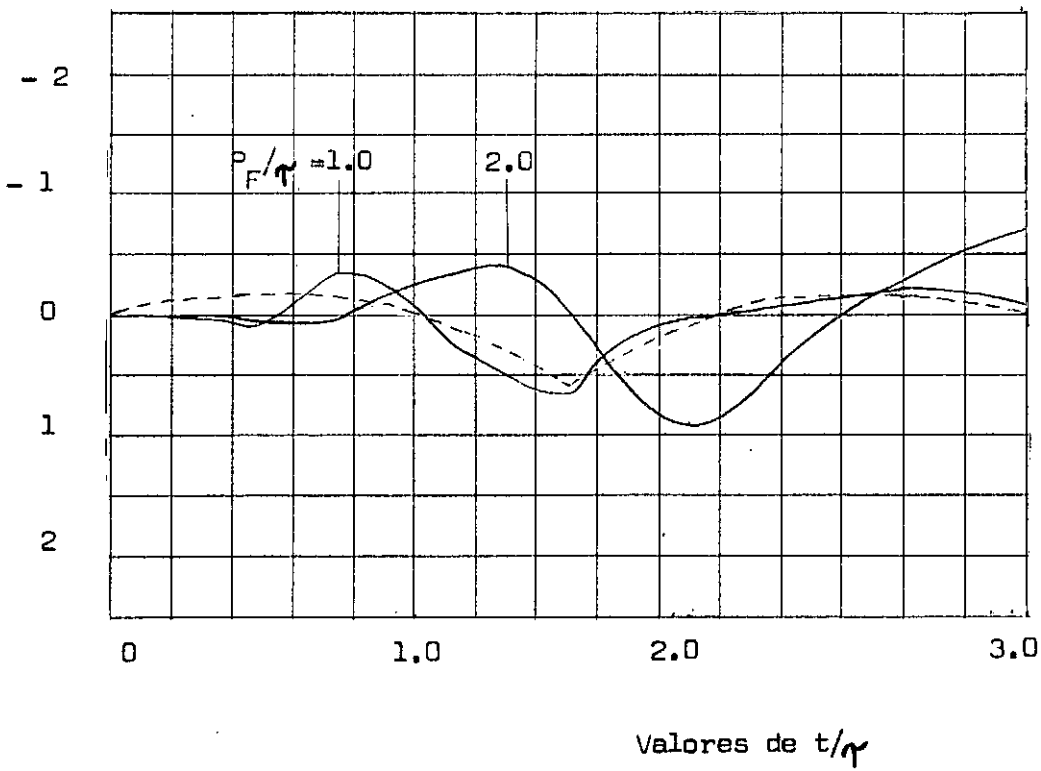


Fig 5.13 - MOMENTO FLETOR NÓ PONTO 7

Carga distribuída

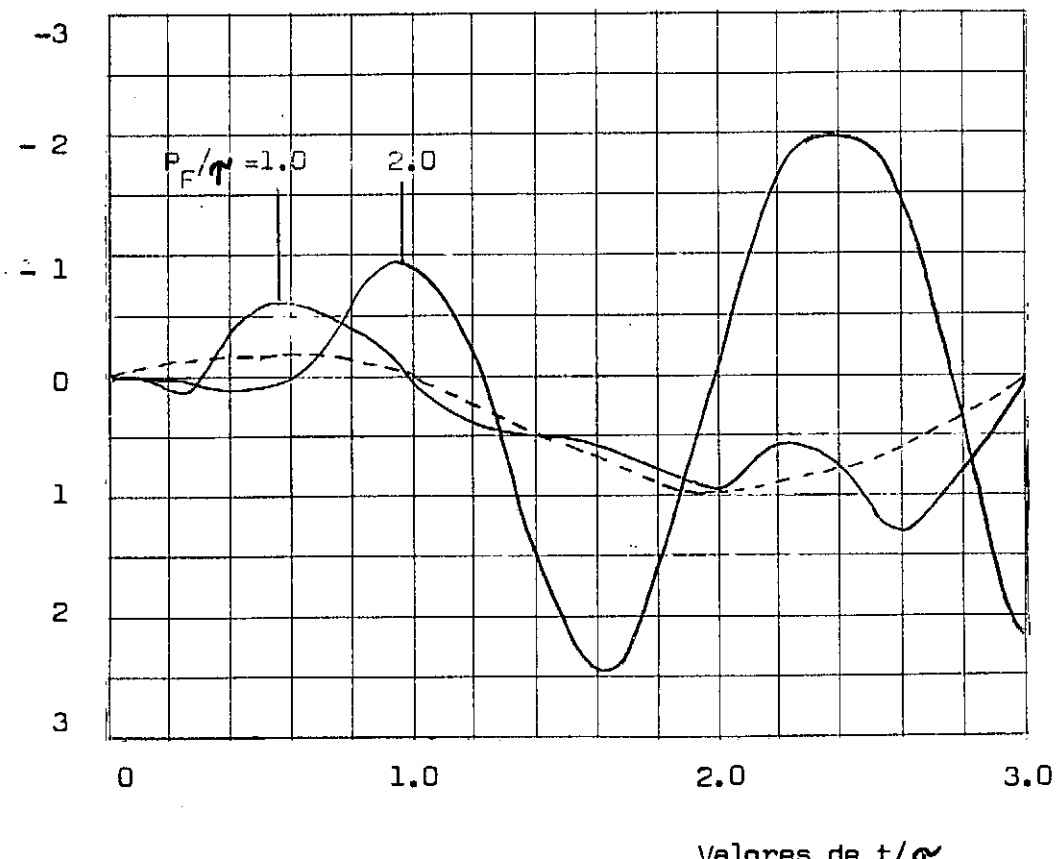


Fig. 5.14 - Reação vertical no ponto 9
- Carga concentrada

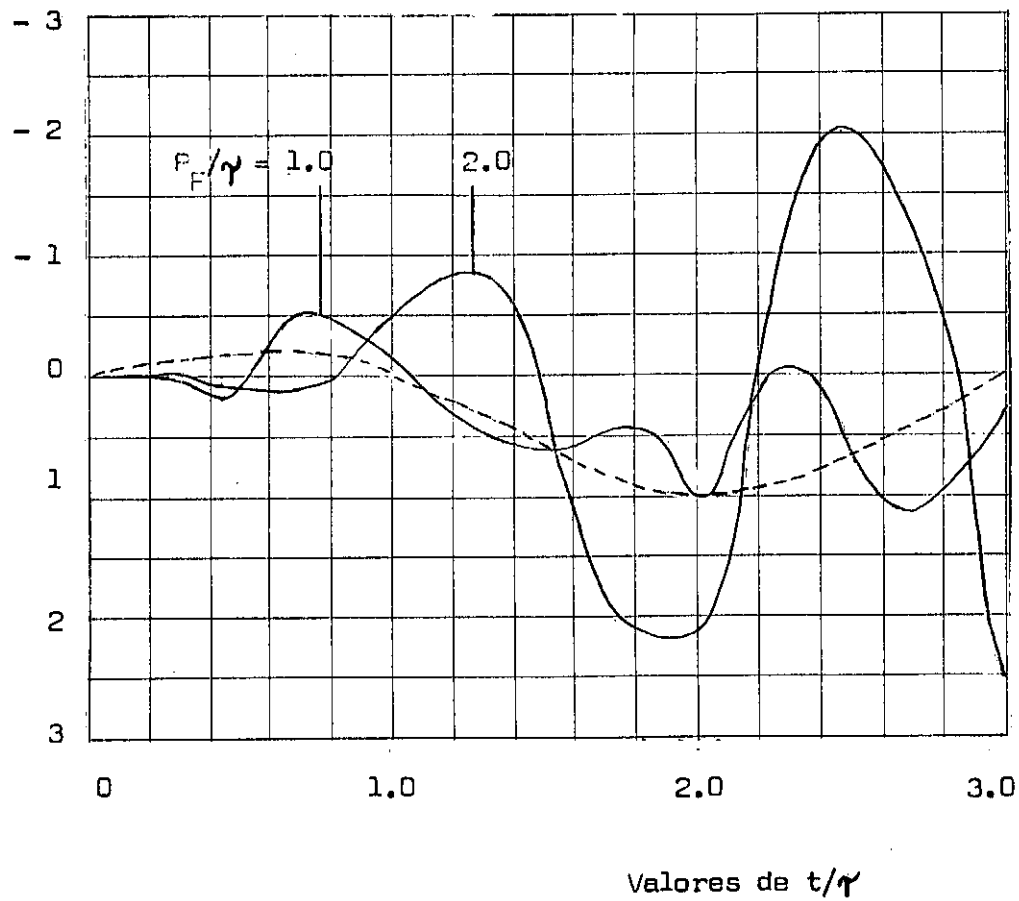


Fig. 5.15 – REAÇÃO VERTICAL NO PONTO 9
Carga distribuída

COEFICIENTES DE IMPACTO

QUADRO 5.3

P_f/τ	DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 7			MOMENTO FLETOR NO PONTO 7		REAÇÃO VERTICAL NO PONTO 9	
	CARGA MÓVEL			CARGA MÓVEL		CARGA MÓVEL	
	CONCENTRADA		DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA
	F.VENÂNCIO F.	M.JUNG	M. JUNG	M.JUNG	M. JUNG	M. JUNG	M. JUNG
2.0	3.65	3.66	2.86	2.05	1.78	2.96	2.50
1.5	2.14	2.18	2.04	1.57	1.54	1.84	1.60
1.0	1.39	1.44	1.38	1.18	1.02	1.32	1.25
0.5	1.08	1.16	1.32	——	——	0.76	1.12

Observe-se que: a) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão central

b) Os itens a), c) e d) do exemplo anterior

5.2.4) PÓRTICO SIMPLES

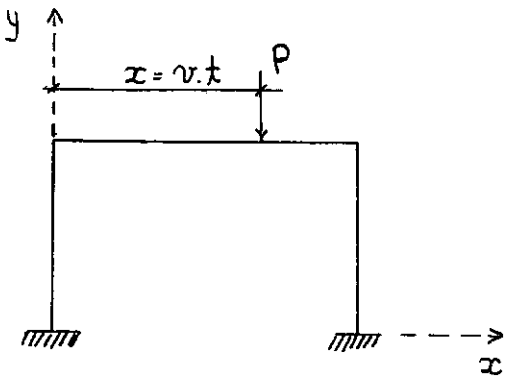


fig. 5.16

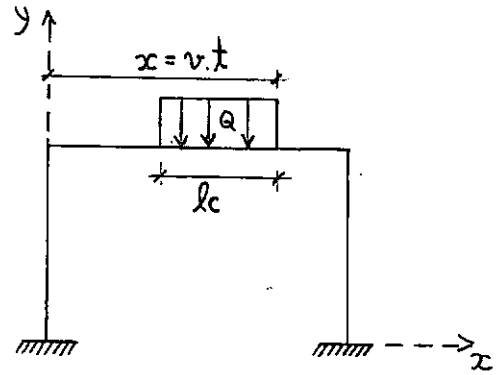


fig. 5.17

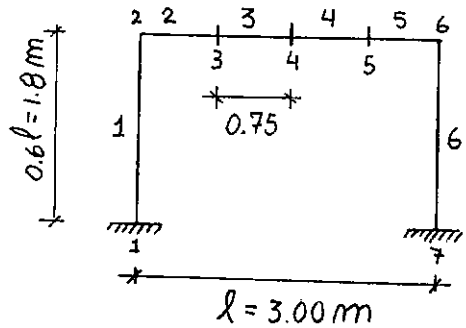


fig. 5.18

As características geométricas, as propriedades elásticas e os valores dos carregamentos são os do item 5.2.1

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 4

Carga Concentrada - 0.52067×10^{-3}

Carga Distribuída - 0.51115×10^{-3}

DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 2

Carga concentrada - 0.1054×10^{-3}

Carga distribuida - 0.1001×10^{-3}

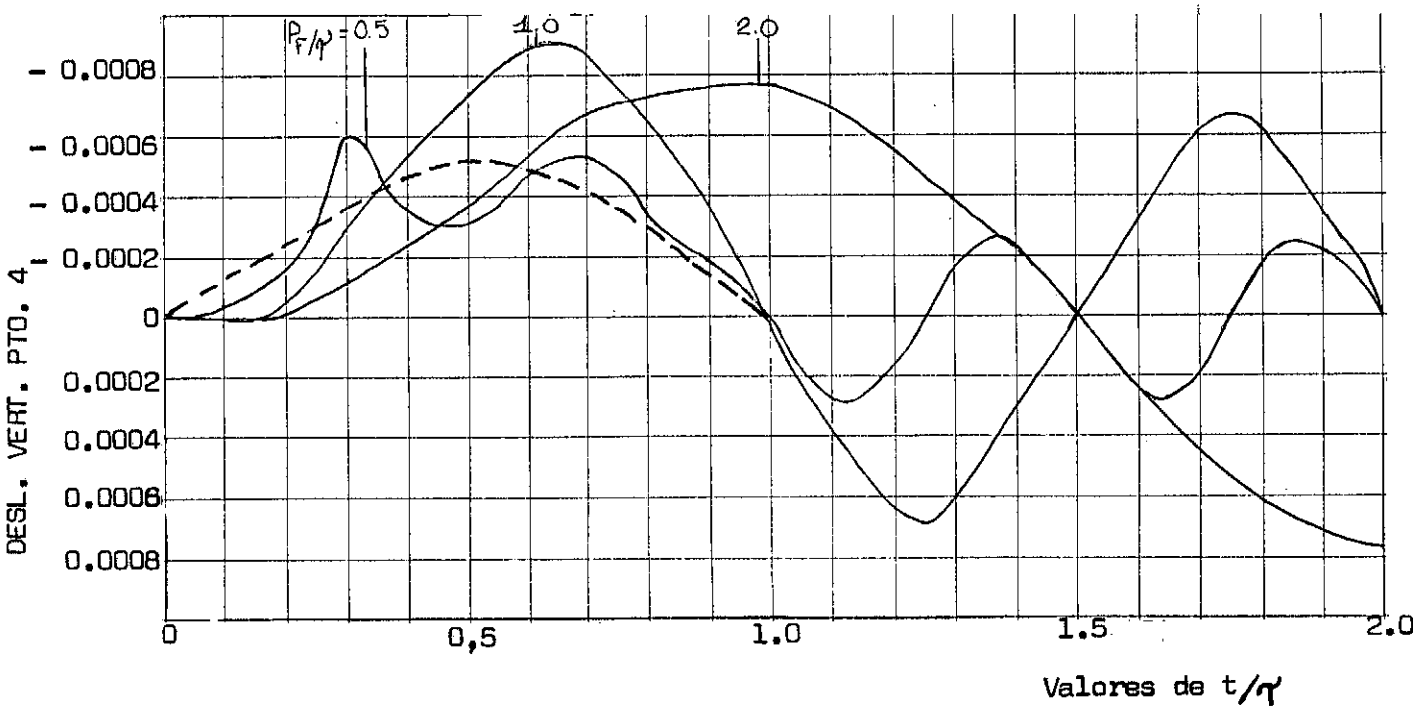


Fig. 5.19 – DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 4

CARGA CONCENTRADA

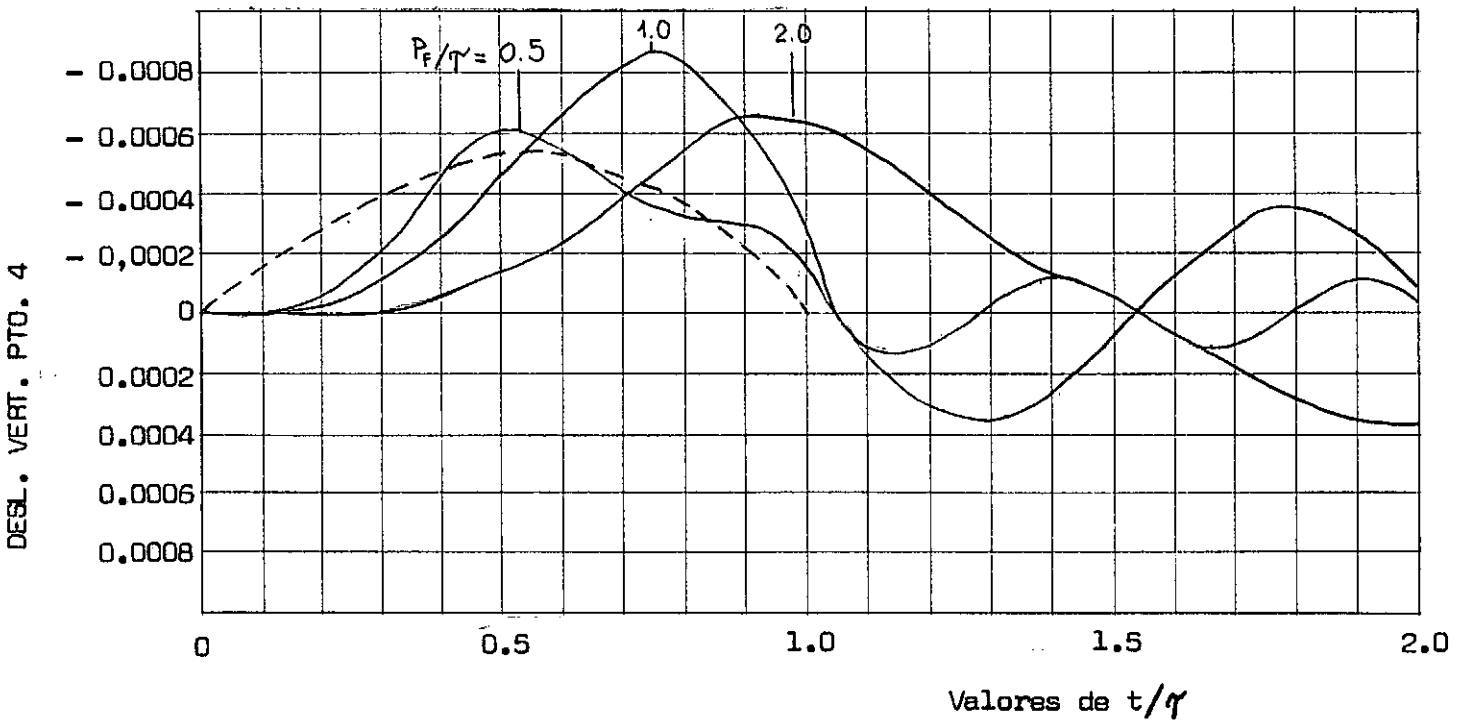


FIG. 5.20 - DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 4

CARGA DISTRIBUÍDA

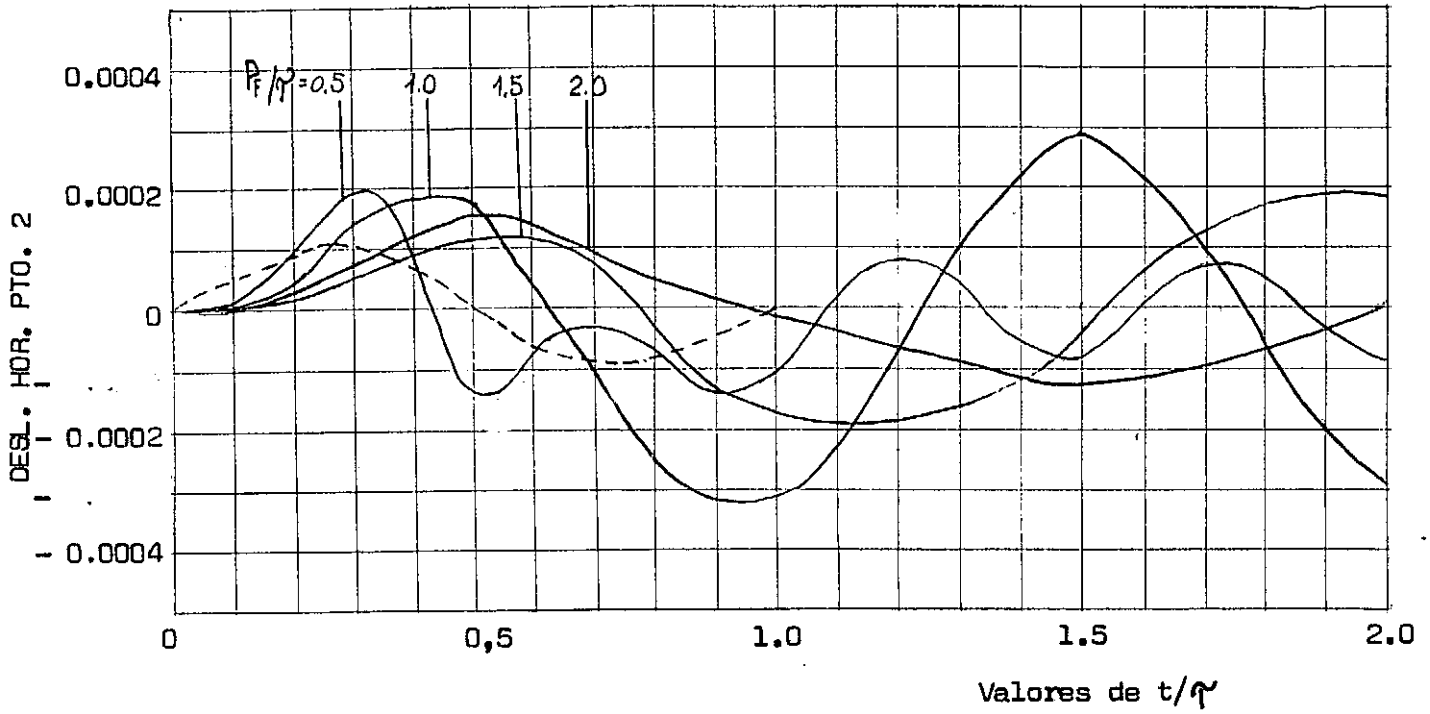


Fig. 5.21 - DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 2

CARGA CONCENTRADA

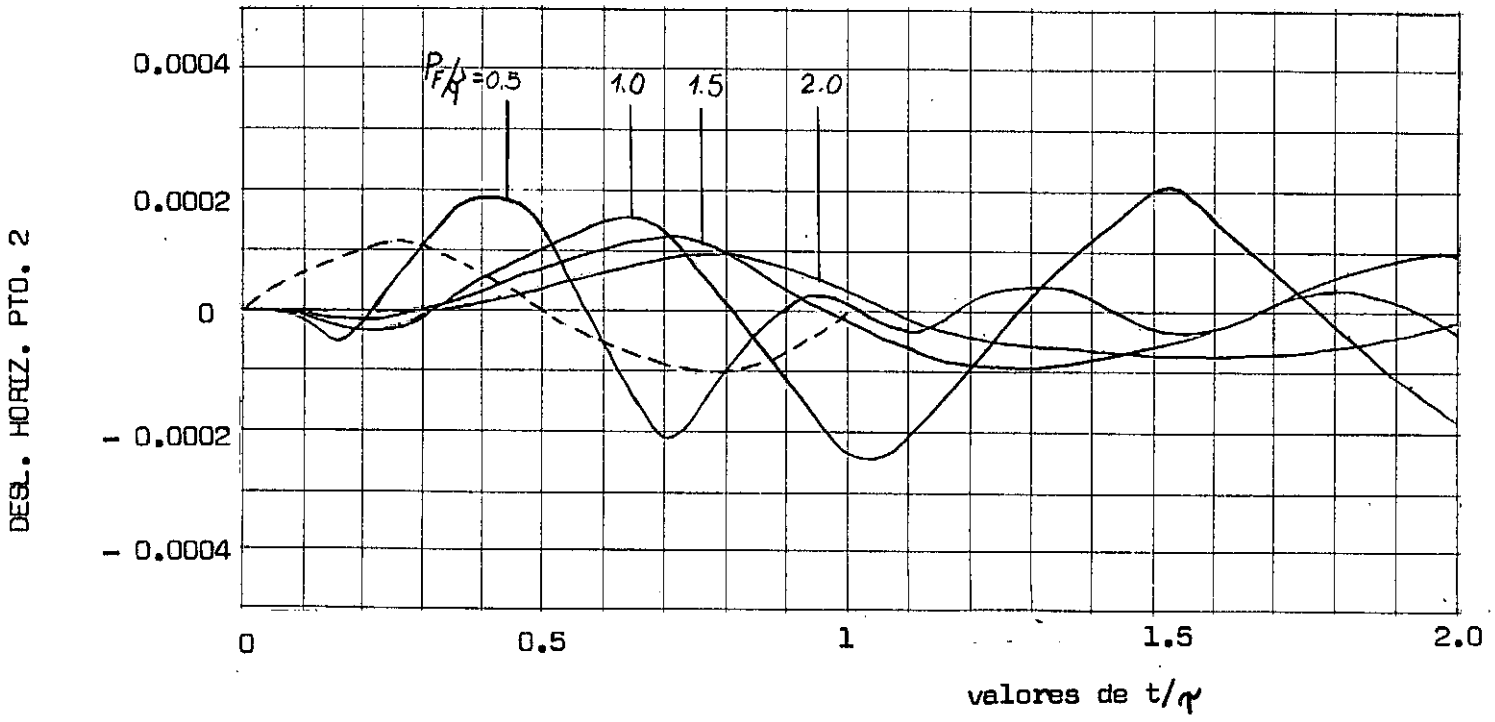


Fig. 5.22 - DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 2

CARGA DISTRIBUIDA

COEFICIENTES DE IMPACTO

QUADRO 5.4

P_f/τ	DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 4			DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 2		
	CARGA MÓVEL			CARGA MÓVEL		
	CONCENTRADA		DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA		DISTRIBUÍDA
	F.VENÂNCIO.F.	M.JUNG	M. JUNG	F.VENÂNCIO F.	M.JUNG	M. JUNG
2.0	1.44	1.51	1.26	1.30	1.14	0.76
1.5	——	1.74	1.62	2.00	1.89	1.12
1.0	1.61	1.71	1.64	2.99	3.00	2.31
0.5	1.17	1.22	1.16	1.72	1.86	2.36

Observe-se que: a) P_f é o segundo período para o cálculo dos deslocamentos verticais, e o primeiro período para os deslocamentos horizontais.

b) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão ℓ

c) Usando 4 ou 6 modos, obtém-se os mesmos resultados

d) Foram considerados intervalos de tempo iguais ao $P_f/20$

5.2.5) PÓRTICO CONTÍNUO - VÃOS DIFERENTES

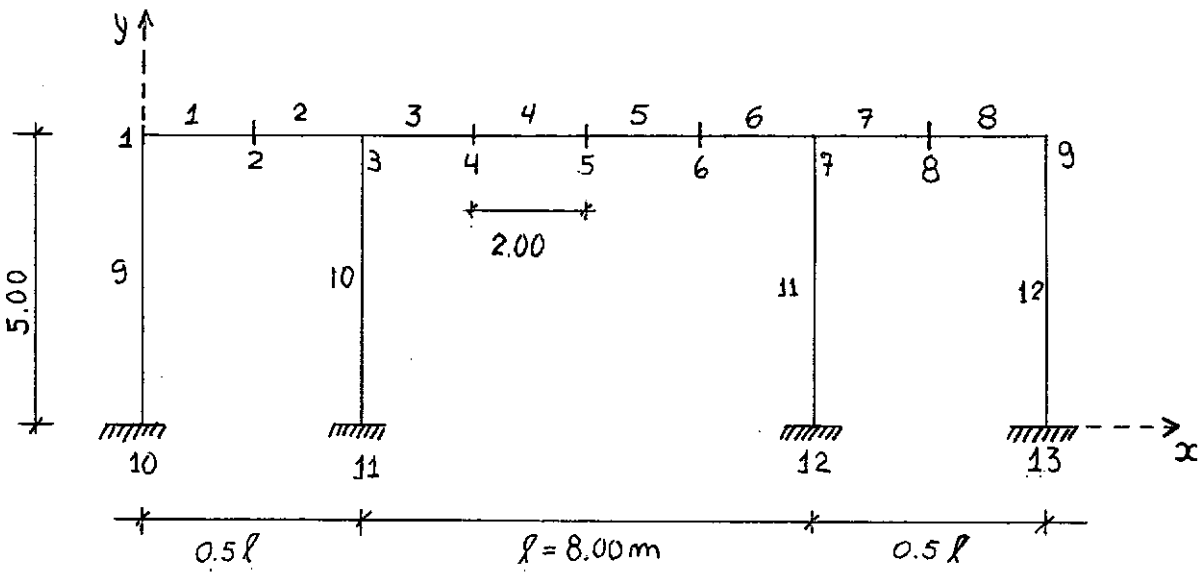


Fig. 5.23

As características geométricas dos elementos horizontais são as mesmas do item 5.2.1. As características dos elementos verticais são dadas abaixo, bem como os valores dos carregamentos. As propriedades elásticas são as definidas nos casos anteriores.

$Ax = 1.0\ m^2$

$Iz = 0.00104\ m^4$

$P = 1t^*$

$Q = 1t^*/m$

$\ell c = 1\ m$

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 5

Carga Concentrada - 0.65152×10^{-2}

Carga Distribuída - 0.64280×10^{-2}

DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 9

Carga Concentrada - 0.33610×10^{-3}

Carga Distribuída - 0.32813×10^{-3}

REAÇÃO HORIZONTAL NO PONTO 13

Carga Concentrada - 0.1265

Carga Distribuída - 0.1210

COEFICIENTES DE IMPACTO

QUADRO 5.5

P_f/τ	DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 5		DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 9		REAÇÃO HORIZONTAL NO PONTO 13	
	CARGA MÓVEL		CARGA MÓVEL		CARGA MÓVEL	
	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA
2.0	1.03	1.01	0.97	0.91	1.69	1.20
1.5	1.24	1.18	1.60	1.58	2.35	1.26
1.0	1.21	1.20	2.57	2.48	3.80	2.13
0.5	0.66	0.71	1.96	2.36	2.53	2.08

Observe-se que: a) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão central

b) Os itens a), c) e d) do exemplo anterior.

5.2.6) PÓRTICO CONTÍNUO - VÃOS IGUAIS

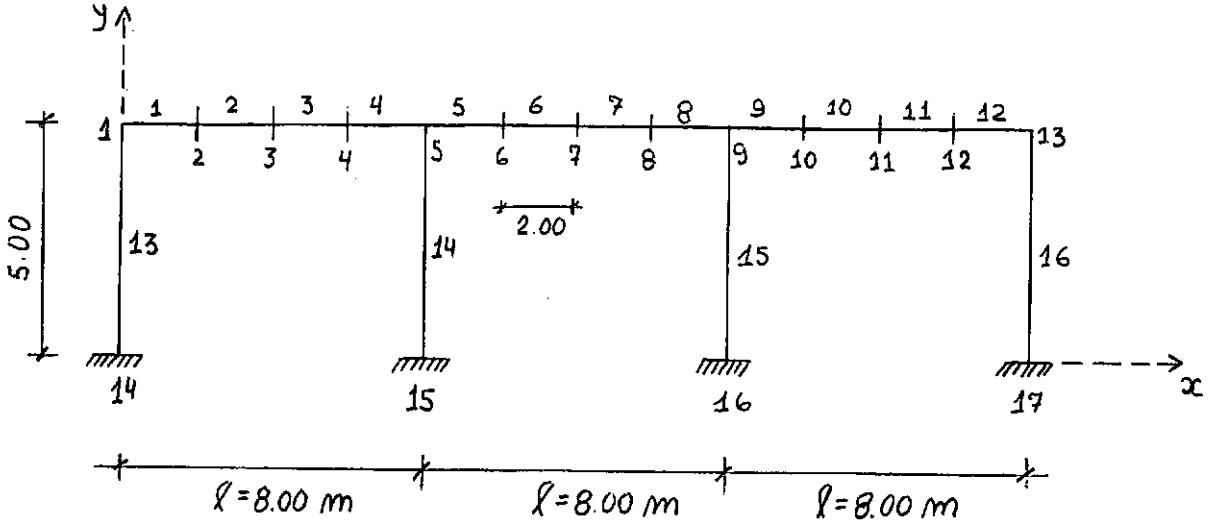


FIG 5.24

As características geométricas e as propriedades elásticas são as mesmas do item 5.2.5. Para os carregamentos temos:

$P = 1t^*$

$Q = 0.625\ t^*/m$

$\ell c = 1.6\ m$

MÁXIMOS VALORES ESTÁTICOS

DESLOCAMENTO VERTICAL PONTO 7

Carga Concentrada - 0.6606×10^{-2}

Carga Distribuída - 0.643×10^{-2}

REAÇÃO HORIZONTAL NO PONTO 17

Carga Concentrada - 0.26854

Carga Distribuída - 0.2653

DESLOCAMENTO HORIZONTAL PONTO 1

Cárga concentrada - 0.6094×10^{-3}

Carga Distribuída - 0.5921×10^{-3}

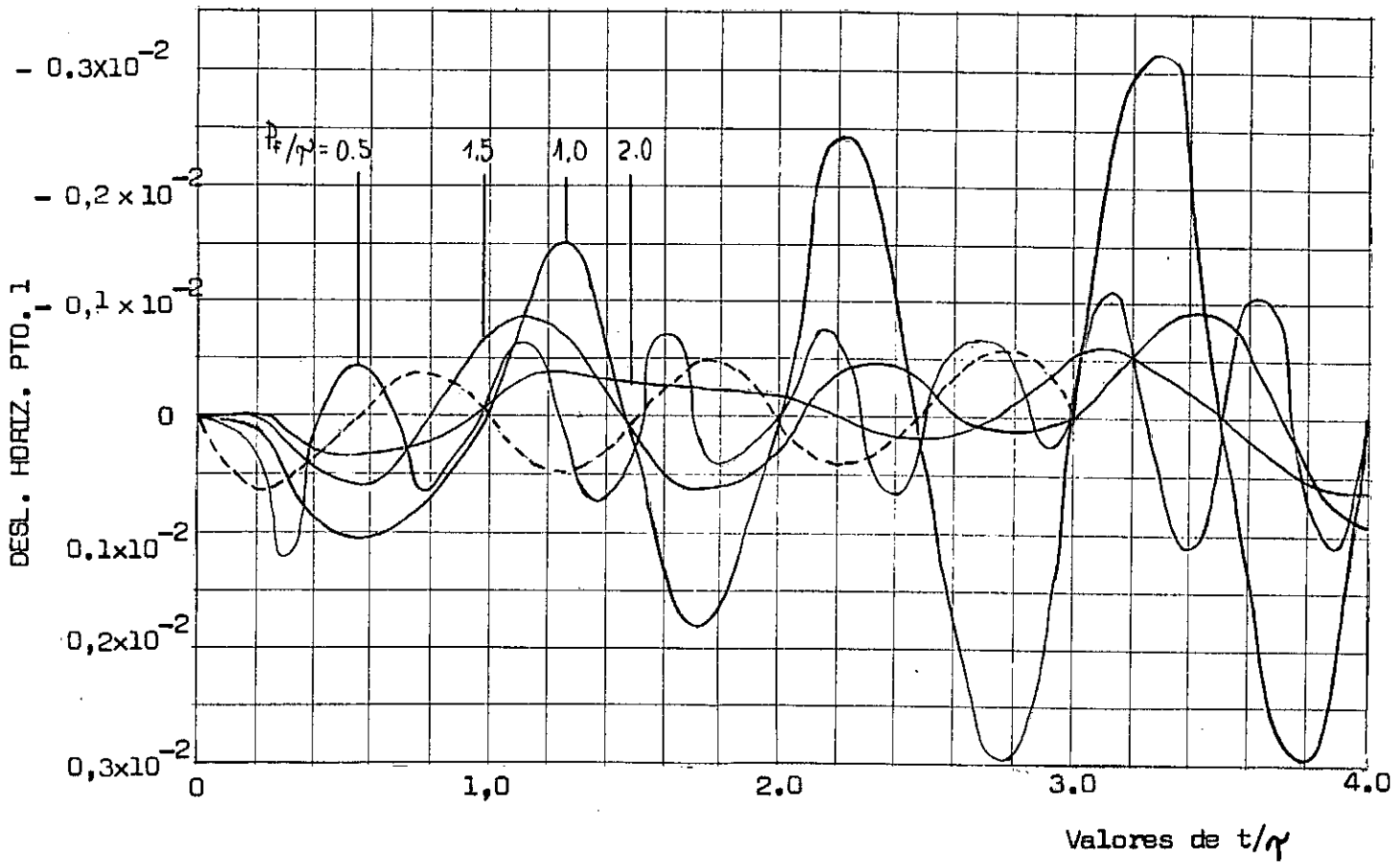


Fig. 5.25 - DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 1

CARGA CONCENTRADA

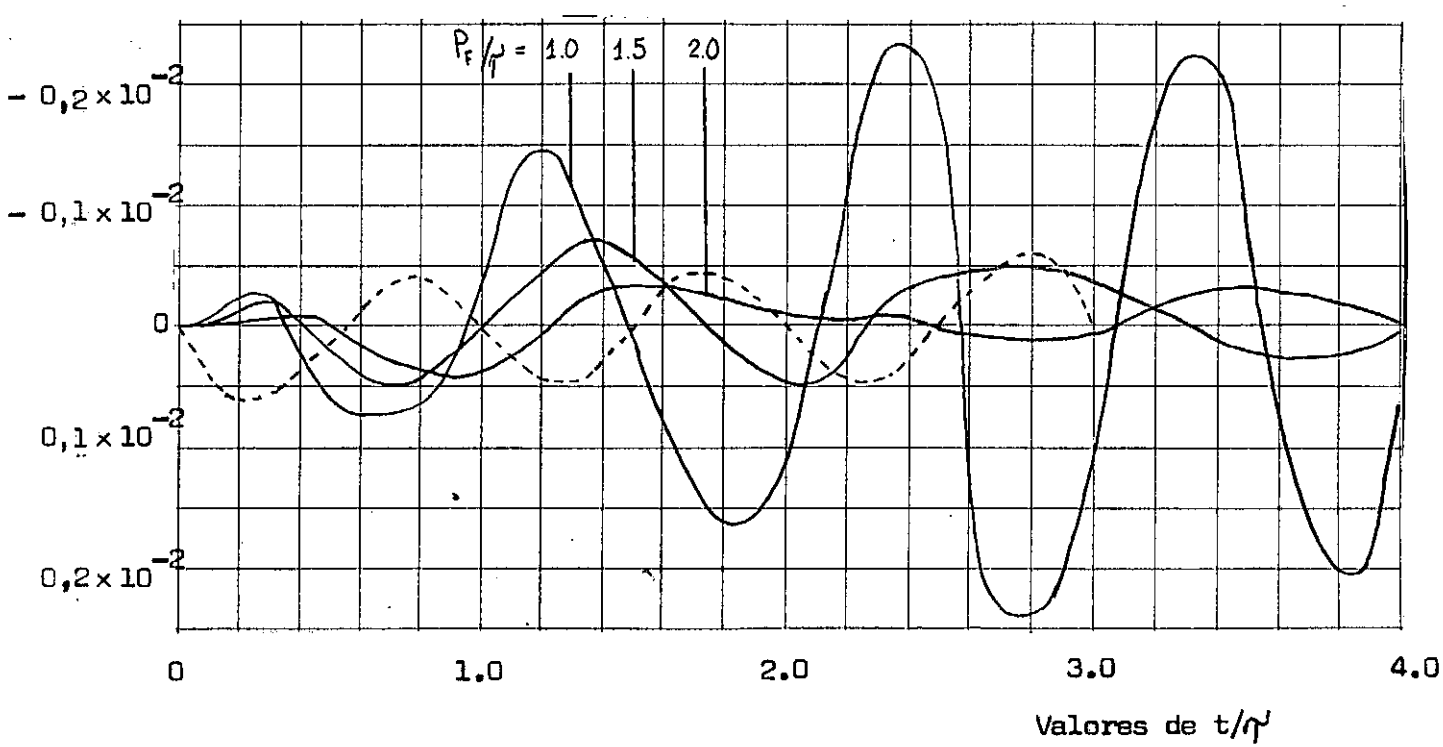


Fig. 5.26 - DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 1

CARGA DISTRIBUÍDA

COEFICIENTES DE IMPACTO

Q U A D R O 5.6

PF/σ	DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 1		REAÇÃO HORIZONTAL NO PONTO 17	
	C A R G A M Ó V E L		C A R G A M Ó V E L	
	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA	CONCENTRADA	DISTRIBUÍDA
2.0	0.81	0.62	1.99	1.67
1.5	1.43	1.21	3.37	1.79
1.0	5.24	4.26	3.09	2.06
0.5	2.10	2.68	-	-

São válidas as observações dos ítens a e b do exemplo anterior.

5.2.7) PÓRTICO EM ARCO

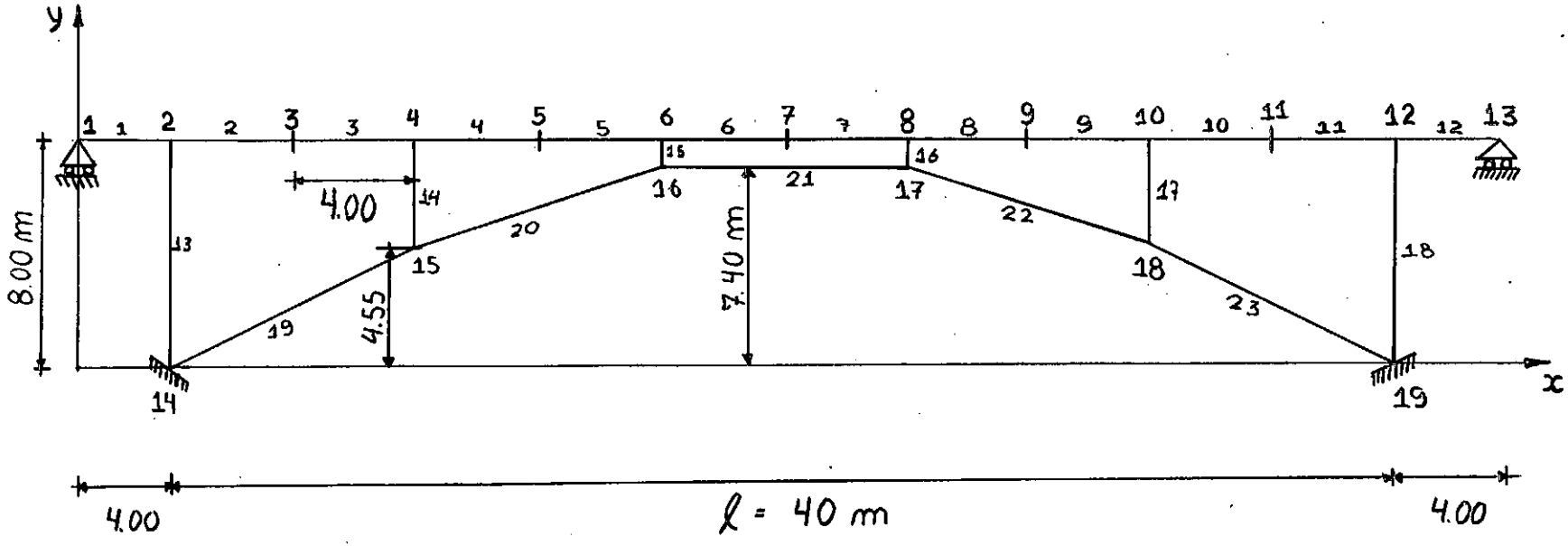
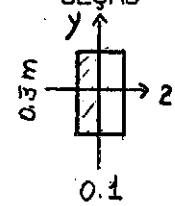
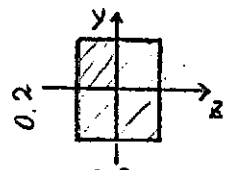
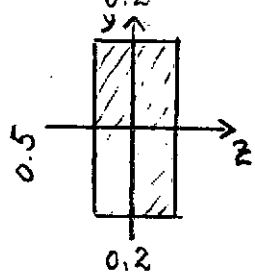
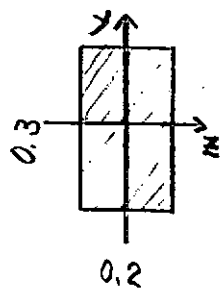


fig. 5.30

ELEMENTOS	SEÇÃO	Ax	Iz
1 À 12		0,03 m^2	0.000225 m^4
15 À 16		0,04 m^2	0.000133 m^4
19 À 23		0.1 m^2	0.00208 m^4
13,14,17 e 18		0.06 m^2	0.00045 m^4

Máximos valores estáticos	$E = 2.100.000\ t^*/m^2$
Esforço normal em 23	$\rho = 0.24\ t/m^3$
Carga concentrada - 1.275 t^*	$P = 1\ t^*$
Carga distribuída 1.200 t^*	$Q = 0.3125\ t^*/m$
	$\ell c = 3.2\ m$

QUADRO 5.7

P_F/	ESFORÇO NORMAL NO ELEMENTO 23	
	CARGA MÓVEL	
	CONCENTRADA	DISTRIBUIDA
2.0	2.05	3.10
1.5	3.52	2.68
1.0	5.69	3.73
0.5	3.82	1.60

Observe-se que:

a) P_F é o 1º período

b) τ é o tempo gasto pela carga para atravessar o vão ℓ = 40 m

c) O número de modos considerados foi igual a quatro.

d) Consideramos intervalos de tempo iguais ao $P_F/20$.

5. 3) CONSIDERAÇÕES FINAIS.

5.3.1) No Quadro 5.8, destacamos para cada exemplo considerado e correspondendo a relação P_F/γ por nós arbitrada, onde obtivemos os maiores valores dos deslocamentos, as correspondentes velocidades em metros por segundo.

QUADRO 5.8

EXEMPLOS	P_F/γ	DESLOCAMENTO VERTICAL	DESLOCAMENTO HORIZONTAL
		VELOCIDADES (m/s)	
5. 2. 1.	1.22	163.68	-
5. 2. 2.	2.0	268.33	-
5. 2. 3.	2.0	268.33	-
5. 2. 4.	1.0	209.58	95.20
5. 2. 5.	1.0	89.35	21.49
5. 2. 6.	1.0	-	19.77
5. 2. 7.	1.0	-	85.69

5.3.2) Os máximos valores dos coeficientes de impacto, ocorrem para valores da relação $\bar{P}_F/\gamma$ entre 2.0 e 1.0, sendo que a carga móvel concentrada fornece maiores valores para , os coeficientes de impacto, que a carga móvel uniformemente distribuída,(com a mesma resultante que a concentrada).

5.3.3) Os máximos valores dos coeficientes de impacto, considerando-se deslocamentos verticais e horizontais, são os correspondentes aos últimos, para quaisquer dos dois tipos de carregamentos analisados.

5.3.4) Tendo em vista o item 5.3.3), os coeficientes de impacto máximos para os esforços, são aqueles correspondentes a esforços associados aos deslocamentos horizontais.

A P Ê N D I C E

LISTAGEM DOS PROGRAMAS

N O T A Ç Õ E S

$\{\ \}$	Matriz coluna
$[\ ]$	Matriz quadrada ou retangular
$[\ ]$	Matriz Diagonal
$[D]^T$	Matriz Transposta de $[D]$
$\{u\}_i$	Deslocamentos nodais do elemento i
$[K]_i$	Matriz de rigidez do elemento i associada aos deslocamentos $\{u\}_i$
$\{S\}_i$	Esforços internos no elemento i associados aos deslocamentos $\{u\}_i$
$\{Fs\}_i$	Forças nodais equivalentes a forças de superfície $\{fs\}_i$ no elemento i.
$\{F_M\}_i$	Forças nodais equivalentes a forças de massa $\{f_m\}_i$ no elemento i.
$\{U\}$	Deslocamentos nodais do sistema estrutural
$[K]$	Matriz de rigidez do sistema estrutural, associada aos deslocamentos $\{U\}$
$\{Fs\}$	Forças nodais equivalentes a forças de superfície, para o sistema estrutural.
$\{F_M\}$	Forças nodais equivalentes a forças de massa, para o sistema estrutural

$\{P\}$	Forças externas aplicadas aos nós do sistema
$\{u_I\}_i$	Deslocamentos em um ponto no interior do elemento i.
$[a]$	Matriz cujos elementos são os modos de deformação unitários, ou seja, que associa os deslocamentos $\{u\}_i$ aos $\{u_I\}_i$
$\{u(t)\}_i$	Deslocamentos nodais dinâmicos do elemento i
$\{\ddot{u}(t)\}_i$	Acelerações nodais do elemento i
$\{f_{IN}\}$	Forças de inércia distribuídas no interior do elemento i.
ρ	Massa específica
t	Tempo
$\{F_{IN}\}_i$	Forças de inércia nodais equivalentes as $\{f_{IN}\}$
$[m]_i$	Matriz de massa consistente do elemento i
Iz	Momento de inércia com relação ao eixo Z.
A	Área da seção transversal
ℓ	Relativo a comprimento

E	Módulo de elasticidade longitudinal
$[ROT]$	Matriz de rotação.
$[M]$	Matriz de massa consistente do sistema estrutural.
$\{U\}$ ou $\{U(t)\}$	Deslocamentos dinâmicos nodais do sistema estrutural.
$\{\ddot{U}\}$ ou $\{\ddot{U}(t)\}$	Acelerações nodais do sistema estrutural.
$\{R_k\}$	Modo normal de vibração (k)
w_k	Frequência natural correspondente a $\{R_k\}$
$\mathcal{M}_k$	Massa generalizada relativa ao modo k
$\{P(t)\}$	Matriz das forças externas variáveis com o tempo aplicadas aos nós, ou matriz das forças nodais equivalentes a excitações não nodais.
$\{X(t)\}$	Deslocamentos generalizados, variáveis com o tempo associado aos modos normais.
$f(t)$	Forças elásticas generalizadas
v	Velocidade constante

P_F Período fundamental.

τ Tempo de referência.

B I B L I O G R A F I A

1 - PRZEMIENIECKI, J.S. - "THEORY OF MATRIX STRUCTURAL ANALYSIS"; McGRAW HILL, INC. , NEW YORK, 1968

2 - VENÂNCIO FILHO, F. - "MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS, (ELEMENTOS DE ORDEM SUPERIOR, ANÁLISE DINÂMICA E ESTABILIDADE)", NOTAS DE AULAS DO CURSO DE MECÂNICA DAS ESTRUTURAS III, COPPE - UFRJ, 1971

3 - ZIENKIEWICZ, O.C. - "THE FINITE ELEMENT METHOD IN ENGINEERING SCIENCE" McGRAW - HILL, LONDON, 1971.

4 - VENÂNCIO FILHO, F. - "DYNAMIC INFLUENCE LINES OF BEAMS AND FRAMES", JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION; ASCE, VOL 92, NO. ST2, APRIL 1966 PP. 371 à 386.

5 - VENÂNCIO FILHO, F. - "ANÁLISE DINÂMICA DE ESTRUTURAS DE MASSAS DISCRETAS", XIII JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL; MONTEVIDEU, 1969.

6 - YOSHIDA, D.M. , "DYNAMIC RESPONSE OF BEAMS AND PLATES DUE TO MOVING LOADS", Ph. D. THESIS DEPARTAMENT OF CIVIL ENGINEERING, STANFORD UNIVERSITY, STANFORD, CALIFORNIA, MAY 1970

7 - ARCHER, J.S. - "CONSISTENT MASS MATRIX FOR DISTRIBUTED MASS SISTEMS" JOURNAL OF THE STRUCTURAL DIVISION, ASCE, VOL. 89, Nº ST4, AUGUST 1963 PP. 161 - 178

8 - CLOUGH, R. - NOTAS DE AULA DO INSTITUTO DE ELEMENTOS FINITOS DA NATO, LNEC, LISBOA, SET. 1971

9 - ROGERS, GROVER L. - "DYNAMICS OF FRAMED STRUCTURES", JOHN WILES AND SONS, 1959

10 - BIGGS, JOHN. M. - " INTRODUCTION TO STRUCTURAL DYNAMICS".

11 - RUBINSTEIN, MOSHE F. AND HURTY, WALTER C. - "DYNAMICS OF STRUCTURES" PRENTICE - HALL, INC. , 1964

12 - TIMOSHENKO, S.P. - "VIBRATION PROBLEMS IN ENGINEERING", D. VAN NOS TRAND CO. , NEW YORK, 1937

13 - GERE AND WEAVER. - " ANALYSIS OF FRAMED STRUCTURES", D. VAN NOSTRAND CO., PRINCETON, N. J., 1965.

14 - WEAVER JR., WILLIAM - "COMPUTER PROGRAMS FOR STRUCTURAL ANALYSIS" - D. VAN NOSTRAND CO, N. J., 1967

15 - EICHMANN, E. S. - "NOTE ON THE AUXILIARY EFFECT OF A MOVING FORCE ON A SIMPLE BEAM" - JOURNAL OF APPLIED MECHANICS, DECEMBER 1953,PP.562.

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PCOND(F,TT,P,L,ILL,JJIL,JKIL,ROT,VELOC,IC,NJ3,AML,AE)
      REAL L(30),INTE1(60),INTE2(60),INTE3(60),INTE4(60)
      DIMENSION F(60),AML(30,6),AE(60),ROT(30,9)
      INTE1(IC)=(1.-COS(F(IC)*TT))/F(IC)
      INTE2(IC)=(TT-((SIN(F(IC)*TT))/F(IC)))/F(IC)
      INTE3(IC)=(TT**2-(2./F(IC)**2)+((2.*COS(F(IC)*TT))/F(IC)**2))/F(IC
     1)
      INTE4(IC)=(TT**3-(6.*TT/(F(IC)**2))+((6.*SIN(F(IC)*TT))/(F(IC)**3)
     1))/F(IC)
      AML(ILL,2)=+P*(INTE1(IC)-((3.*VELOC**2)/(L(ILL)**2))*INTE3(IC)+((2
     1.*VELOC**3)/(L(ILL)**3))*INTE4(IC))
      AML(ILL,3)=+P*(VELOC*INTE2(IC)-((2.*VELOC**2)/L(ILL))*INTE3(IC)+(V
     1ELOC*3/(L(ILL)**2))*INTE4(IC))
      AML(ILL,5)=+P*(((3.*VELOC**2)/(L(ILL)**2))*INTE3(IC)-((2.*VELOC**3
     1)/(L(ILL)**3))*INTE4(IC))
      AML(ILL,6)=-P*(((VELOC**2)/L(ILL))*INTE3(IC)-((VELOC**3)/(L(ILL)**
     12))*INTE4(IC))
      DO 521 KI=1,NJ3
  521 AE(KI)=0.
      CALL PONAE(ROT,AML,JJIL,JKIL,ILL,AE)
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PCOND
*STORE      WS  UA   PCOND            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PDISD(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE
     1)
      REAL L(30),INTE1(60),INTE2(60),INTE3(60),INTE4(60),LC
      DIMENSION F(60),AML(30,6),AE(60),ROT(30,9)
      INTE1(IC)=(1.-COS(F(IC)*TT))/F(IC)
      INTE2(IC)=(TT-((SIN(F(IC)*TT))/F(IC)))/F(IC)
      INTE3(IC)=(TT**2-(2./F(IC)**2)+((2.*COS(F(IC)*TT))/F(IC)**2))/F(IC
     1)
      INTE4(IC)=(TT**3-(6.*TT/(F(IC)**2))+((6.*SIN(F(IC)*TT))/(F(IC)**3)
     1))/F(IC)
      AML(ILL,2)=(Q*LC/L(ILL))*(((2.*VELOC**3)/(L(ILL)**2))*INTE4(IC)-((
     13./L(ILL))+(3.*LC/(L(ILL)**2)))*VELOC**2*INTE3(IC)+((3.*LC/L(ILL))
```

```
     2+((2.*LC**2)/(L(ILL)**2)))*VELOC*INTE2(IC)+(L(ILL)-(LC**2/L(ILL))-
     3(LC**3/(2.*L(ILL)**2)))*INTE1(IC))
      AML(ILL,3)=(Q*LC/L(ILL))*((VELOC**3/L(ILL))*INTE4(IC)-(2.+(3.*LC/2
     1./L(ILL)))*VELOC**2*INTE3(IC)+(L(ILL)+2.*LC+LC**2/L(ILL))*VELOC*IN
     2TE2(IC)-((LC*L(ILL)/2.)+(2.*LC**2/3.)+(LC**3/4./L(ILL)))*INTE1(IC)
     3)
      AML(ILL,5)=(Q*LC/L(ILL))*((-(2.*VELOC**3)/(L(ILL)**2))*INTE4(IC)+(
     1(3./L(ILL))+(3.*LC/L(ILL)**2))*VELOC**2*INTE3(IC)-((3.*LC/L(ILL))+
     2(2.*LC**2/(L(ILL)**2)))*VELOC*INTE2(IC)+((LC**2/L(ILL))+(LC**3/(2.
     3*L(ILL)**2)))*INTE1(IC))
      AML(ILL,6)=(Q*LC/L(ILL))*((VELOC**3/L(ILL))*INTE4(IC)-(1.+(3.*LC/2
     1./L(ILL)))*VELOC**2*INTE3(IC)+(LC+(LC**2/L(ILL)))*VELOC*INTE2(IC)-
     2(LC**2/3.+(LC**3/(4.*L(ILL))))*INTE1(IC))
      DO 520 KI=1,NJ3
  520 AE(KI)=0.
      CALL PONAE(ROT,AML,JJIL,JKIL,ILL,AE)
      RETURN
        END
// DUP
*DELETE              PDISD
*STORE      WS  UA   PDISD            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PDISA(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE
     1)
      REAL L(30),LC
      DIMENSION F(60),AML(30,6),AE(60),ROT(30,9),DERI1(60),DERI2(60),DER
     1I3(60),DERI4(60)
      DERI1(IC)=SIN(F(IC)*TT)
      DERI2(IC)=(1.-COS(F(IC)*TT))/F(IC)
      DERI3(IC)=(TT-((SIN(F(IC)*TT))/F(IC)))*2./F(IC)
      DERI4(IC)=(3*(TT**2)-(6./(F(IC)**2))+(6./(F(IC)**2))*COS(F(IC)*TT)
     1)/F(IC)
      AML(ILL,2)=(Q*LC/L(ILL))*(((2.*VELOC**3)/(L(ILL)**2))*DERI4(IC)-((
     13./L(ILL))+(3.*LC/(L(ILL)**2)))*VELOC**2*DERI3(IC)+((3.*LC/L(ILL))
     2+((2.*LC**2)/(L(ILL)**2)))*VELOC*DERI2(IC)+(L(ILL)-(LC**2/L(ILL))-
     3(LC**3/(2.*L(ILL)**2)))*DERI1(IC))
      AML(ILL,3)=(Q*LC/L(ILL))*((VELOC**3/L(ILL))*DERI4(IC)-(2.+(3.*LC/2
     1./L(ILL)))*VELOC**2*DERI3(IC)+(L(ILL)+2.*LC+LC**2/L(ILL))*VELOC*DE
     2RI2(IC)-((LC*L(ILL)/2.)+(2.*LC**2/3.)+(LC**3/4./L(ILL)))*DERI1(IC)
     3)
      AML(ILL,5)=(Q*LC/L(ILL))*((-(2.*VELOC**3)/(L(ILL)**2))*DERI4(IC)+(
     1(3./L(ILL))+(3.*LC/L(ILL)**2))*VELOC**2*DERI3(IC)-((3.*LC/L(ILL))+
```

```
     2(2.*LC**2/(L(ILL)**2)))*VELOC*DERI2(IC)+((LC**2/L(ILL))+(LC**3/(2.
     3*L(ILL)**2)))*DERI1(IC))
      AML(ILL,6)=(Q*LC/L(ILL))*((VELOC**3/L(ILL))*DERI4(IC)-(1.+(3.*LC/2
     1./L(ILL)))*VELOC**2*DERI3(IC)+(LC+(LC**2/L(ILL)))*VELOC*DERI2(IC)-
     2(LC**2/3.+(LC**3/(4.*L(ILL))))*DERI1(IC))
      DO 518 KI=1,NJ3
  518 AE(KI)=0.
      CALL PONAE(ROT,AML,JJIL,JKIL,ILL,AE)
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PDISA
*STORE       WS  UA  PDISA            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PDISN(XX,Q,LC,L,ILL,AML)
      REAL L(30),LC
      DIMENSION AML(30,6)
      AML(ILL,2)=(Q*LC/L(ILL))*((2./(L(ILL)**2))*XX**3-((3./L(ILL))+(3.*
     1LC/(L(ILL)**2)))*XX**2+((3.*LC/L(ILL))+(2.*LC**2/(L(ILL)**2)))*XX+
     2(L(ILL)-(LC**2/L(ILL))-(LC**3/2./(L(ILL)**2))))
      AML(ILL,3)=(Q*LC/L(ILL))*((1./L(ILL))*XX**3-(2.+(3.*LC/2./L(ILL)))
     1*XX**2+(L(ILL)+2.*LC+(LC**2/L(ILL)))*XX-(LC*L(ILL)/2.)-(2.*LC**2/3
     2.)-(LC**3/4./L(ILL)))
      AML(ILL,5)=(Q*LC/L(ILL))*((-2./(L(ILL)**2))*XX**3+((3./L(ILL))+(3.
     1*LC/(L(ILL)**2)))*XX**2-((3.*LC/L(ILL))+(2.*LC**2/(L(ILL)**2)))*XX
     2+(LC**2/L(ILL))+(LC**3/(2.*L(ILL)**2)))
      AML(ILL,6)=(Q*LC/L(ILL))*((1./L(ILL))*XX**3-(1.+(3.*LC/2./L(ILL)))
     1*XX**2+(LC+(LC**2/L(ILL)))*XX-(LC**2/3.)-(LC**3/4./L(ILL)))
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PDISN
*STORE       WS  UA  PDISN            OEC3
```

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
**
*LIST SOURCE PROGRAM
```

```
      SUBROUTINE PONAE(ROT,AML,JJIL,JKIL,ILL,AE)
      DIMENSION ROT(30,9),AML(30,6),AE(60)
      AE(3*JJIL-2)=AE(3*JJIL-2)-ROT(ILL,1)*AML(ILL,1)-ROT(ILL,4)*AML(ILL
     1,2)-ROT(ILL,7)*AML(ILL,3)
      AE(3*JJIL-1)=AE(3*JJIL-1)-ROT(ILL,2)*AML(ILL,1)-ROT(ILL,5)*AML(ILL
     1,2)-ROT(ILL,8)*AML(ILL,3)
      AE(3*JJIL)=AE(3*JJIL)-ROT(ILL,3)*AML(ILL,1)-ROT(ILL,6)*AML(ILL,2)-
     1ROT(ILL,9)*AML(ILL,3)
      AE(3*JKIL-2)=AE(3*JKIL-2)-ROT(ILL,1)*AML(ILL,4)-ROT(ILL,4)*AML(ILL
     1,5)-ROT(ILL,7)*AML(ILL,6)
      AE(3*JKIL-1)=AE(3*JKIL-1)-ROT(ILL,2)*AML(ILL,4)-ROT(ILL,5)*AML(ILL
     1,5)-ROT(ILL,8)*AML(ILL,6)
      AE(3*JKIL)=AE(3*JKIL)-ROT(ILL,3)*AML(ILL,4)-ROT(ILL,6)*AML(ILL,5)-
     1ROT(ILL,9)*AML(ILL,6)
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PONAE
*STORE      WS  UA   PONAE            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AN,AC)
      DIMENSION LCR(60),LR(60),AN(60),AC(60)
      DO 407 KJ=1,NJ3
      IF(LR(KJ))408,409,408
  409 K=KJ-LCR(KJ)
      GO TO 410
  408 K=N+LCR(KJ)
  410 AC(K)=AN(KJ)
  407 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PEARU
*STORE      WS  UA   PEARU            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
```

```
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PPRIN(TT,N,K,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XIAUX)
      DIMENSION XINIC(60),XDINI(60),F(60),RTMR(60),AC(60),XIAUX(60),R(60
     1,60)
      XIAUX(K)=XINIC(K)*(COS(F(K)*TT))+(XDINI(K)/F(K))*SIN(F(K)*TT)
      DO 412 KI=1,N
      XIAUX(K)=XIAUX(K)+(1./(RTMR(K)*F(K)))*R(KI,K)*AC(KI)
  412 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PPRIN
*STORE      WS  UA   PPRIN            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PDERI(TT,N,K,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XDIAU)
      DIMENSION XINIC(60),XDINI(60),F(60),RTMR(60),R(60,60),AC(60),XDIAU
     1(60)
      XDIAU(K)=-(XINIC(K)*(SIN(F(K)*TT))*F(K))+(XDINI(K)/F(K))*(COS(F(K)
     1*TT))*F(K)
      DO 423 KI=1,N
      XDIAU(K)=XDIAU(K)+(1./(RTMR(K)*F(K)))*R(KI,K)*AC(KI)
  423 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PDERI
*STORE      WS  UA   PDERI            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE REAR2(LCR,LR,N,NJ3,A,AE,AC)
      DIMENSION LCR(60),LR(60),A(60),AE(60),AC(60)
C     CARGAS  COMBINADAS  NOS  NOS  COM   NUMERACAO  DE  ACORDO  COM  A
C     MATRIZ S FINAL
      DO 56 J=1,NJ3
```

```
      IF(LR(J))409,409,410
  409 K=J-LCR(J)
      GO TO 444
  410 K=N+LCR(J)
  444 AC(K)=A(J)+AE(J)
   56 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              REAR2
*STORE      WS  UA   REAR2            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE DRAMP(N,NJ3,M,LR,D,AR,JJ,JK,AML,ID)
      DIMENSION LR(60),D(60),AR(60),JJ(30),JK(30),SMR(6,6),AML(30,6)
      LLW=5
C     JA TEMOS  CALCULADO  AS  R E A C O E S  E  OS  D E S L O C A M E N
C     T O S
C     VAMOS VOLTAR A  N U M E R A C A O  P R I M I T I V A
      J=N+1
      DO 68 K=1,NJ3
      JE=NJ3+1-K
      IF(LR(JE))411,412,411
  412 J=J-1
      D(JE)=D(J)
      GO TO 68
  411 D(JE)=0.
   68 CONTINUE
C     VOLTA  DOS  AR  AOS  NUMEROS  PRIMITIVOS
      K=N
      DO 415 KE=1,NJ3
      IF(LR(KE))413,413,414
  414 K=K+1
      AR(KE)=AR(K)
      GO TO 415
  413 AR(KE)=0.
  415 CONTINUE
C     ACOES  NAS  EXTREMIDADES  DOS  ELEMENTOS
      DO 74 I=1,M
      J1=3*JJ(I)-2
      J2=3*JJ(I)-1
      J3=3*JJ(I)
      K1=3*JK(I)-2
```

```
      K2=3*JK(I)-1
      K3=3*JK(I)
      READ(1'ID)SMR
      DO 74 J=1,6
   74 AML(I,J)=AML(I,J)+SMR(J,1)*D(J1)+SMR(J,2)*D(J2)+SMR(J,3)*D(J3)+SMR
     1(J,4)*D(K1)+SMR(J,5)*D(K2)+SMR(J,6)*D(K3)
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              DRAMP
*STORE      WS  UA   DRAMP            OEC3




// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE DRAPI(D,AR,AML,NJ,M,IDE)
      DIMENSION D(60),AR(60),AML(30,6)
      IF(IDE)3,1,1
    1 IF(IDE-2)2,3,4
    3 WRITE(5,371)
  371 FORMAT(//' DESLOCAMENTOS',/3X,'NO',9X,'DESLOC X',9X,'DESLOC Y',9X,
     *'DESLOC Z')
      DO 370 J=1,NJ
      WRITE(5,372)J,D(3*J-2),D(3*J-1),D(3*J)
  372 FORMAT( I5,3E17.7)
  370 CONTINUE
      IF(IDE)2,6,6
    2 WRITE(5,324)
  324 FORMAT(//' ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS',/4X,'I',9X,'AML 1
     *',9X,'AML 2',9X,'AML 3',9X,'AML 4',9X,'AML 5',9X,'AML 6')
      DO 360 I=1,M
  360 WRITE(5,325)I,(AML(I,J),J=1,6)
  325 FORMAT( I5,6E14.7)
      IF(IDE)4,6,6
    4 WRITE(5,321)
  321 FORMAT(//' REACOES',/3X,'NO',9X,'REACAO X',9X,'REACAO Y',9X,'REACA
     *O Z')
      DO 340 J=1,NJ
      WRITE(5,339)J,AR(3*J-2),AR(3*J-1),AR(3*J)
  339 FORMAT( I5,3E17.7)
  340 CONTINUE
    6 CONTINUE
      RETURN
      END
// DUP
```

```
*DELETE                DRAPI
*STORE       WS   UA   DRAPI            OEC3
```

```
// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
C       SUBROTINA  PARA   AML  DEVIDO  AS  CARGAS  CONCENTRADAS
        SUBROUTINE PCONC(NCCI,L,AML,I)
        REAL L(30)
        DIMENSION AML(30,6),PX(10),PY(10),ACX(10),BCX(10)
        READ(8,701)(PX(K),PY(K),ACX(K),K=1,NCCI)
  701   FORMAT( 3F10.2)
        DO 804 K=1,NCCI
        BCX(K)=L(I)-ACX(K)
        AML(I,1)=AML(I,1)-PX(K)*BCX(K)/L(I)
        AML(I,2)=AML(I,2)-PY(K)*BCX(K)**2*(3*ACX(K)+BCX(K))/L(I)**3
        AML(I,3)=AML(I,3)-PY(K)*BCX(K)**2*ACX(K)/L(I)**2
        AML(I,4)=AML(I,4)-PX(K)*ACX(K)/L(I)
        AML(I,5)=AML(I,5)-PY(K)*ACX(K)**2*(3*BCX(K)+ACX(K))/L(I)**3
  804   AML(I,6)=AML(I,6)+PY(K)*ACX(K)**2*BCX(K)/L(I)**2
C       NAS FORMULAS ACIMA ENTRA-SE COM O VALOR DE P REAL, OU SEJA , COM O
C       SINAL. CONFORME AS CONVENCOES ADOTADAS.
        RETURN
        END
// DUP
*DELETE                PCONC
*STORE       WS   UA   PCONC            OEC3
```

```
// FOR  SIMPP
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
**
        SUBROUTINE SIMPP(S,N)
        DIMENSION S(60,60),G(60),H(60)
C       SIMPP - SUBROTINA INVERSAO MATRIZES PROCESSO PARTICAO
        NN=N-1
        S(1,1)=1.0/S(1,1)
        DO 110 M=1,NN
        K=M+1
        DO 60 I=1,M
        G(I)=0.0
        DO 60 J=1,M
```

```
   60 G(I)=G(I)+S(I,J)*S(J,K)
      D=0.0
      DO 70 I=1,M
   70 D=D+S(K,I)*G(I)
      E=S(K,K)-D
      S(K,K)=1.0/E
      DO 80 I=1,M
   80 S(I,K)=-G(I)*S(K,K)
      DO 90 J=1,M
      H(J)=0.0
      DO 90 I=1,M
   90 H(J)=H(J)+S(K,I)*S(I,J)
      DO 100 J=1,M
  100 S(K,J)=-H(J)*S(K,K)
      DO 110 I=1,M
      DO 110 J=1,M
  110 S(I,J)=S(I,J)-G(I)*S(K,J)
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              SIMPP
*STORE      WS  UA   SIMPP            OEC3
```

```
// FORTRAN
**
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
      SUBROUTINE PDIST(NCDI,L,AML,I)
      REAL L(30),LC
      DIMENSION AML(30,6),PY(10),ACX(10),BCX(10)
      READ(8,701)(PY(K),ACX(K),BCX(K),K=1,NCDI)
  701 FORMAT(3F10.3)
      Z2=0.
      Z3=0.
      Z5=0.
      Z6=0.
      DO 804 K=1,NCDI
      XX=ACX(K)+BCX(K)
      LC=BCX(K)
      Q=PY(K)
      CALL PDISN(XX,Q,LC,L,I,AML)
      Z2=AML(I,2)+Z2
      Z3=AML(I,3)+Z3
      Z5=AML(I,5)+Z5
      Z6=AML(I,6)+Z6
  804 CONTINUE
```

```
      AML(I,2)=Z2
      AML(I,3)=Z3
      AML(I,5)=Z5
      AML(I,6)=Z6
      RETURN
      END
// DUP
*DELETE              PDIST
*STORE      WS  UA   PDIST            OEC3
```

```
// FOR  PAPP
*ONE WORD INTEGERS
*NAME PORT1
*LIST SOURCE PROGRAM
**
*IOCS(DISK,2501READER,1403PRINTER)
C     PROGRAMA PARA ANALISE DE PORTICOS PLANOS
C     MARCOS DE PAULA JUNG
C     COPPE - UFRJ - E. CIVIL - 1971
      REAL IZ(30),L(30)
      INTEGER SN
      DIMENSION X(20),Y(20),CY(30),SMD(6,6),CX(30),SMM(6,6),SMR(6,6)
      DIMENSION A(60),AE(60),AML(30,6),AR(60),NCC(30),NCD(30),AC(60),D(6
     *0)
      COMMON SM(60,60),N,M,L,IZ,LR(60),LCR(60),E,DENS,AX(60),F(60),ID,NJ
     1,IL(30),JJ(30),JK(30),ROT(30,9),RTMR(60),I15,S(60,60)
      DEFINE FILE 1(30,72,U,ID),15(60,120,U,I15)
      LLW=5
      LLR=8
      IDE=-1
      READ(LLR,5000)ICALE
 5000 FORMAT(I10)
 2000 READ(LLR,1)IKM
    1 FORMAT(I10)
      IF(IKM-1)600,601,602
  600 WRITE(LLW,2)
    2 FORMAT(//10X,'ERRO --- PARE')
      CALL EXIT
  601 CONTINUE
      READ(LLR,700)SN
  700 FORMAT(I10)
```

```
      IF(SN)603,3000,603
 3000 CALL EXIT
  603 WRITE(LLW,701)
  701 FORMAT('1','TESE DE MESTRADO'//' ANALISE DINAMICA DE ESTRUTURAS RE
     1TICULADAS'/' PELO METODO DOS ELEMENTOS FINITOS'///)
      WRITE(LLW,702)
  702 FORMAT(' MARCOS DE PAULA JUNG'/' UFRJ COPPE ENG. CIVIL-ESTRUTURAS
     1 1972'////)
      WRITE(LLW,703)SN
  703 FORMAT(//40X,'ESTRUTURA   NO.',I2,1X,'-PORTICO PLANO'//)
      READ(LLR,101)
  101 FORMAT(55H                                                        )
      WRITE(LLW,101)
C     DADOS SOBRE A ESTRUTURA
C     PARAMETROS
      READ(LLR,102)M,NJ,NR,NRJ,NH,E,DENS
  102 FORMAT(5I10,2F10.3)
      N=3*NJ-NR
      WRITE(LLW,103)M,NJ,NR,NRJ,N,NH,E,DENS
  103 FORMAT(//' DADOS SOBRE A ESTRUTURA',/' M =',I3,3X,'NJ =',I3,3X,'NR
     1=',I3,3X,'NRJ=',I3,3X,'N=',I3,3X,'NH=',I3,3X,'E=',F10.0,3X,'DENS='
     1,F5.3//)
C     COORDENADAS DOS NOS
      DO 11 IC=1,NJ
      READ(LLR,104)J,X(J),Y(J)
  104 FORMAT (I10,2F10.2)
   11 CONTINUE
      WRITE(LLW,105)(J,X(J),Y(J),J=1,NJ)
  105 FORMAT(' COORDENADAS DOS NOS',/4X,'J',9X,'X',9X,'Y',/( I5,2F10.2))
C     INCIDENCIAS E PROPRIEDADES DOS MEMBROS
      DO 21 IC=1,M
      READ(LLR,106)I,JJ(I),JK(I),AX(I),IZ(I)
  106 FORMAT(3I10,F10.2,F10.7)
   21 CONTINUE
      WRITE(LLW,107)(I,JJ(I),JK(I),AX(I),IZ(I),I=1,M)
  107 FORMAT(//' PROPRIEDADES DOS MEMBROS',/4X,'I',8X,'JJ',8X,'JK',8X,'A
     1X',14X,'IZ',/(I5,2I10,F10.2,6X,F10.6))
      WRITE(LLW,108)
  108 FORMAT(//' VALORES CALCULADOS',/4X,'I',9X,'L',8X,'CX',8X,'CY',7X,'
     1MATRIZ ROTACAO MEMBRO I'/)
      DO 10 I=1,M
      JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      XCL=X(JKI)-X(JJI)
      YCL=Y(JKI)-Y(JJI)
      L(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
      CX(I)=XCL/L(I)
      CY(I)=YCL/L(I)
      DO 12 K=1,9
   12 ROT(I,K)=0.
```

```
      ROT(I,1)=CX(I)
      ROT(I,2)=CY(I)
      ROT(I,4)=(-CY(I))
      ROT(I,5)=CX(I)
      ROT(I,9)=1.
      WRITE(LLW,109)I,L(I),CX(I),CY(I),(ROT(I,K),K=1,9)
  109 FORMAT(/ I5,6F10.3,/35X,3F10.3,/35X,3F10.3)
   10 CONTINUE
C     LISTA DE LIGACOES
      NJ3=3*NJ
      DO 16 J=1,NJ3
      LR(J)=0
   16 LCR(J)=0
      WRITE(LLW,110)
  110 FORMAT(//' LIGACOES',/3X,'NO',5X,'LIG X',5X,'LIG Y',5X,'LIG Z')
      DO 18 IC=1,NRJ
      READ(LLR,111)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
  111 FORMAT(4I10)
      WRITE(LLW,112)J,LR(3*J-2),LR(3*J-1),LR(3*J)
  112 FORMAT( I5,3I10)
   18 CONTINUE
C     LISTA CUMULATIVA DE LIGACOES
      LCR(1)=LR(1)
      DO 20 J=2,NJ3
   20 LCR(J)=LCR(J-1)+LR(J)
      DO 262 J=1,M
  262 IL(J)=0
      READ(LLR,260)(I,IL(I),I=1,NH)
  260 FORMAT(8I10)
C     CONSTUCAO DA MATRIZ S
  602 DO 22 I=1,60
      DO 22 J=1,60
   22 S(I,J)=0.
C     NUMERACAO DOS DESLOCAMENTOS
C     O GRANDE DO
      DO 24 I=1,M
      J1=3*JJ(I)-2
      J2=3*JJ(I)-1
      J3=3*JJ(I)
      K1=3*JK(I)-2
      K2=3*JK(I)-1
      K3=3*JK(I)
C     REARRANJO DA MATRIZ
      IF(LR(J1))15,15,25
   15 J1=J1-LCR(J1)
      GO TO 35
   25 J1=N+LCR(J1)
   35 IF(LR(J2))45,45,55
   45 J2=J2-LCR(J2)
      GO TO 65
```

```
   55 J2=N+LCR(J2)
   65 IF(LR(J3))75,75,85
   75 J3=J3-LCR(J3)
      GO TO 95
   85 J3=N+LCR(J3)
   95 IF(LR(K1))96,96,97
   96 K1=K1-LCR(K1)
      GO TO 98
   97 K1=N+LCR(K1)
   98 IF(LR(K2))204,204,205
  204 K2=K2-LCR(K2)
      GO TO 206
  205 K2=N+LCR(K2)
  206 IF(LR(K3))207,207,208
  207 K3=K3-LCR(K3)
      GO TO 36
  208 K3=N+LCR(K3)
C     CONSTRUCAO DA MATRIZ SMM- SECAO CONSTANTE
   36 DO 26 K=1,6
      DO 26 J=1,6
   26 SMM(J,K)=0.
      IF(IKM-1)609,610,611
  609 WRITE(LLW,2)
      CALL EXIT
  610 CONTINUE
      FAT=DENS*AX(I)*L(I)/420.
      QUA=L(I)**2
      SMM(1,1)=FAT*140.
      SMM(4,1)=FAT*70.
      SMM(2,2)=FAT*156.
      SMM(3,2)=FAT*22.*L(I)
      SMM(5,2)=FAT*54.
      SMM(6,2)=-FAT*13.*L(I)
      SMM(3,3)=FAT*4.*QUA
      SMM(5,3)=FAT*13.*L(I)
      SMM(6,3)=-FAT*3.*QUA
      SMM(4,4)=FAT*140.
      SMM(5,5)=FAT*156.
      SMM(6,5)=-FAT*22.*L(I)
      SMM(6,6)=FAT*4.*QUA
      GO TO 612
  611 SMM(4,4)=E*AX(I)/L(I)
      SMM(5,5)=12.*E*IZ(I)/L(I)**3
      SMM(6,5)=(-6.*E*IZ(I)/L(I)**2)
      SMM(6,6)=4.*E*IZ(I)/L(I)
      SMM(1,1)=SMM(4,4)
      SMM(2,2)=SMM(5,5)
      SMM(3,2)=SMM(5,5)*L(I)+SMM(6,5)
      SMM(3,3)=SMM(5,5)*L(I)**2+2*SMM(6,5)*L(I)+SMM(6,6)
      SMM(4,1)=(-SMM(4,4))
```

```
      SMM(5,2)=(-SMM(5,5))
      SMM(5,3)=-SMM(5,5)*L(I)-SMM(6,5)
      SMM(6,2)=(-SMM(6,5))
      SMM(6,3)=(-SMM(6,5)*L(I)-SMM(6,6))
  612 DO 28 K=1,6
      DO 28 J=1,6
   28 SMM(K,J)=SMM(J,K)
C     CONSTRUCAO DA MATRIZ SMR
      DO 30 K=1,2
      DO 30 J=1,6
      SMR(J,3*K-2)=SMM(J,3*K-2)*ROT(I,1)+SMM(J,3*K-1)*ROT(I,4)+SMM(J,3*K
     1)*ROT(I,7)
      SMR(J,3*K-1)=SMM(J,3*K-2)*ROT(I,2)+SMM(J,3*K-1)*ROT(I,5)+SMM(J,3*K
     1)*ROT(I,3)
      SMR(J,3*K)=SMM(J,3*K-2)*ROT(I,3)+SMM(J,3*K-1)*ROT(I,6)+SMM(J,3*K)*
     1ROT(I,9)
      ID=I
      WRITE(1'ID)SMR
   30 CONTINUE
C     CONSTRUCAO DA MATRIZ SMD
      DO 32 J=1,2
      DO 32 K=1,6
      SMD(3*J-2,K)=SMR(3*J-2,K)*ROT(I,1)+SMR(3*J-1,K)*ROT(I,4)+SMR(3*J,K
     1)*ROT(I,7)
      SMD(3*J-1,K)=SMR(3*J-2,K)*ROT(I,2)+SMR(3*J-1,K)*ROT(I,5)+SMR(3*J,K
     1)*ROT(I,8)
      SMD(3*J,K)=SMR(3*J-2,K)*ROT(I,3)+SMR(3*J-1,K)*ROT(I,6)+SMR(3*J,K)*
     1ROT(I,9)
   32 CONTINUE
      J1A=3*JJ(I)-2
      J2A=3*JJ(I)-1
      J3A=3*JJ(I)
      K1A=3*JK(I)-2
      K2A=3*JK(I)-1
      K3A=3*JK(I)
      IF(LR(J1A))500,500,501
  500 S(J1,J1)=S(J1,J1)+SMD(1,1)
      S(J2,J1)=S(J2,J1)+SMD(2,1)
      S(J3,J1)=S(J3,J1)+SMD(3,1)
      S(K1,J1)=SMD(4,1)
      S(K2,J1)=SMD(5,1)
      S(K3,J1)=SMD(6,1)
  501 IF(LR(J2A))502,502,503
  502 S(J1,J2)=S(J1,J2)+SMD(1,2)
      S(J2,J2)=S(J2,J2)+SMD(2,2)
      S(J3,J2)=S(J3,J2)+SMD(3,2)
      S(K1,J2)=SMD(4,2)
      S(K2,J2)=SMD(5,2)
      S(K3,J2)=SMD(6,2)
  503 IF(LR(J3A))504,504,505
```

```
  504 S(J1,J3)=S(J1,J3)+SMD(1,3)
      S(J2,J3)=S(J2,J3)+SMD(2,3)
      S(J3,J3)=S(J3,J3)+SMD(3,3)
      S(K1,J3)=SMD(4,3)
      S(K2,J3)=SMD(5,3)
      S(K3,J3)=SMD(6,3)
  505 IF(LR(K1A))506,506,507
  506 S(J1,K1)=SMD(1,4)
      S(J2,K1)=SMD(2,4)
      S(J3,K1)=SMD(3,4)
      S(K1,K1)=S(K1,K1)+SMD(4,4)
      S(K2,K1)=S(K2,K1)+SMD(5,4)
      S(K3,K1)=S(K3,K1)+SMD(6,4)
  507 IF(LR(K2A))508,508,509
  508 S(J1,K2)=SMD(1,5)
      S(J2,K2)=SMD(2,5)
      S(J3,K2)=SMD(3,5)
      S(K1,K2)=S(K1,K2)+SMD(4,5)
      S(K2,K2)=S(K2,K2)+SMD(5,5)
      S(K3,K2)=S(K3,K2)+SMD(6,5)
  509 IF(LR(K3A))510,510,511
  510 S(J1,K3)=SMD(1,6)
      S(J2,K3)=SMD(2,6)
      S(J3,K3)=SMD(3,6)
      S(K1,K3)=S(K1,K3)+SMD(4,6)
      S(K2,K3)=S(K2,K3)+SMD(5,6)
      S(K3,K3)=S(K3,K3)+SMD(6,6)
  511 GO TO 24
   24 CONTINUE
      IF(IKM-1)604,605,606
  604 WRITE(LLW,2)
      CALL EXIT
  605 DO 710 I=1,60
      DO 710 J=1,60
      SM(I,J)=0.0
  710 CONTINUE
      DO 705 I=1,N
      DO 705 J=1,N
      SM(I,J)=S(I,J)
  705 CONTINUE
      GO TO 2000
  606 I15=1
      DO 800 I=1,NJ3
  800 WRITE(15'I15)(S(I,J),J=1,N)
      IF(ICALE)607,608,607
  608 CALL LINK(PORT2)
  607 CONTINUE
C
C     CALCULO DOS ESFORCOS PARA CARGAS CONSIDERADAS ESTATICAS
C
```

```
      CALL SIMPP(S,N)
C     CONSTRUCAO  DO  VETOR  DE  CARGAS  NOS  NOS
C     LEITURA DAS CARGAS APLICADAS NOS NOS
      READ(8,310)NLS
  310 FORMAT(I10)
      NL=0
 1000 NL=NL+1
      WRITE(5,311)NL
  311 FORMAT(//'1CARREGAMENTO NL =',I2)
      READ(8,312)NLJ,NLML,NLMM
  312 FORMAT(3I10)
      WRITE(5,313)NLJ,NLML,NLMM
  313 FORMAT(' NLJ=',I2,3X,'NLML=',I2,3X,'NLMM=',I2//)
      DO 34 I=1,NJ3
      A(I)=0.
   34 AE(I)=0.
      IF(NLJ)445,446,445
  445 WRITE(LLW,315)
  315 FORMAT(' CARGAS APLICADAS NOS NOS',/3X,'NO',3X,'FORCA X',3X,'FORCA
     * Y',3X,'MOMENTO Z')
      DO 38 IC=1,NLJ
      READ(8,314)J,A(3*J-2),A(3*J-1),A(3*J)
  314 FORMAT(I10,3F10.2)
      WRITE(5,316)J,A(3*J-2),A(3*J-1),A(3*J)
  316 FORMAT( I5,2F10.2,F12.2)
   38 CONTINUE
  446 CONTINUE
C     LEITURA DIRETA DOS AML
      DO 42 I=1,M
      DO 42 J=1,6
   42 AML(I,J)=0.
      DO 76 I=1,M
      NCC(I)=0
   76 NCD(I)=0
      IF(NLML)401,401,402
  402 DO 44 IC=1,NLML
      READ(8,317)I,AML(I,1),AML(I,2),AML(I,3),AML(I,4),AML(I,5),AML(I,6)
  317 FORMAT(I10,6F10.2)
   44 CONTINUE
  401 IF(NLMM)404,404,403
  403 DO 46 IC=1,NLMM
      READ(8,318)I,NCC(I),NCD(I)
  318 FORMAT(3I10)
   46 CONTINUE
      DO 48 I=1,M
      NCCI=NCC(I)
      NCDI=NCD(I)
      IF(NCCI)405,406,405
  405 CALL PCONC(NCCI,L,AML,I)
  406 IF(NCDI)407,408,407
```

```
  408 GO TO 48
  407 CALL PDIST(NCDI,L,AML,I)
   48 CONTINUE
  404 GO TO 52
   52 DO 54 I=1,M
      JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      CALL PONAE(ROT,AML,JJI,JKI,I,AE)
   54 CONTINUE
      CALL REAR2(LCR,LR,N,NJ3,A,AE,AC)
C     CALCULO  DOS  DESLOCAMENTOS
      DO 58 J=1,N
   58 D(J)=0.
      DO 62 J=1,N
      DO 62 K=1,N
   62 D(J)=D(J)+S(J,K)*AC(K)
C     CALCULO  DAS   REACOES
      N1=N+1
      DO 64 K=N1,NJ3
      AR(K)=-AC(K)
      DO 64 J=1,N
   64 AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
      ID=1
      CALL DRAMP(N,NJ3,M,LR,D,AR,JJ,JK,AML,ID)
      CALL DRAPI(D,AR,AML,NJ,M,IDE)
C     F I M    D O    P R O G R A M A
C     T E S T E
      IF(NL-NLS)1000,4000,4000
 4000 I15=1
      DO 801 I=1,NJ3
  801 READ(15'I15)(S(I,J),J=1,N)
      CALL LINK(PORT2)
      END
// DUP
*DELETE              PORT1
*STORE       WS  UA  PORT1            OEC3
```

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*NAME PORT2
**
```

```
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(1403PRINTER,2501READER,DISK)
      REAL IZ(30),L(30)
      DIMENSION R(60,60),FN(60)
      COMMON SM(60,60),N,M,L,IZ,LR(60),LCR(60),E,DENS,AX(60),F(60),ID,NJ
     1,IL(30),JJ(30),JK(30),ROT(30,9),RTMR(60),I15,S(60,60)
      DEFINE FILE 12(60,120,U,I12)
      LLW=5
      LLR=8
C
C     ESTE PROGRAMA CALCULA AS FREQUENCIAS F E A MATRIZ DOS MODOS DE VI
C     VIBRACAO OU SEJA OS VALORES E VETORES CARACTERISTICOS DE SK(INV)
C     VEZES SM
      DO 46 I=1,N
   46 F(I)=0.0
      READ(LLR,29)NM
   29 FORMAT(I10)
      IF(NM)32,32,34
   34 READ(LLR,30)((R(I,J),I=1,N),J=1,NM)
   30 FORMAT(8F10.6)
      READ(LLR,36)(F(I),I=1,NM)
   36 FORMAT(8F10.6)
      GO TO 38
   32 I12=1
      DO 60 I=1,N
   60 WRITE(12'I12)(SM(I,J),J=1,N)
C
C     PASSAGEM DE SM E S  DA FORMA NORMAL PERA A GERAL
C
      CALL ARRAY(2,N,N,60,60,SM,SM)
      CALL ARRAY(2,N,N,60,60,S,S)
C
C     CALCULO DE F E R
      CALL NROOT(N,S,SM,FN,R)
C
C     PASSAGEM DE R DA FORMA GERAL PARA A NORMAL
C
      CALL ARRAY(1,N,N,60,60,R,R)
      DO 11 J=1,N
      K=N+1-J
      DO 11 I=1,N
      S(I,J)=R(I,K)
   11 CONTINUE
      DO 14 I=1,N
      DO 14 J=1,N
   14 R(I,J)=S(I,J)
      DO 12 J=1,N
      K=N+1-J
      F(J)=FN(K)
   12 CONTINUE
```

```
      I12=1
      DO 70 I=1,N
   70 READ(12'I12)(SM(I,J),J=1,N)
C
C     CALCULO DE RTMR = RT*S*R
C
   38 DO 20 J=1,N
      DO 20 I=1,N
      S(I,J)=0.
      DO 20 K=1,N
  20  S(I,J)=S(I,J)+SM(I,K)*R(K,J)
      DO 22 J=1,N
      RTMR(J)=0.
      DO 22 K=1,N
   22 RTMR(J)=RTMR(J)+R(K,J)*S(K,J)
C
C     ARMAZENAMENTO DE  R  EM  SM
C
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
      SM(I,J)=R(I,J)
    1 CONTINUE
      WRITE(LLW,10)
   10 FORMAT('1',10X,' P R O P R I E D A D E S    D I N A M I C A S ')
      WRITE(LLW,2)
    2 FORMAT(///10X,' FREQUENCIA',38X,' MODOS DE VIBRACAO'//)
      DO 8 I=1,N
      IF(NM)40,40,42
   40 F(I)=SQRT(F(I))
      NN=N
      GO TO 44
   42 NN=NM
   44 WRITE(LLW,4)I,F(I),(R(I,J),J=1,NN)
    4 FORMAT(/8X,I2,E15.7,4E20.7,/,(25X,4E20.7))
    8 CONTINUE
      CALL LINK(PORT3)
      END
// DUP
*DELETE          PORT2
*STORE      WS  UA  PORT2          OEC3
```

```
// FOR
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
*NAME PORT3
**
*IOCS(1403PRINTER,2501READER,DISK)
      REAL L(30),IZ(30),LCD,LC,INTEI(60),LCT(30)
      DIMENSION TELEM(31),RELAC(10),XCP(60),D(60),AML(30,6),AC(60),AE(60
     1),AR(60),XINIC(60),XDINI(60),XIAUX(60),XDIAU(60),DERI1(60),A(60)
      COMMON R(60,60),N,M,L,IZ,LR(60),LCR(60),E,DENS,AX(60),F(60),ID,NJ,
     1IL(30),JJ(30),JK(30),ROT(30,9),RTMR(60),I15,S(60,60)
      DEFINE FILE 1(30,72,U,ID),10(20,240,U,I10),15(60,120,U,I15),30(20,
     1240,U,I30)
      LLW=5
      LLR=8
      NJ3=3*NJ
C
C     RELAC E A RELACAO ENTRE O PERIODO E O TEMPO DE TRAVESSIA
C
      READ(LLR,8)IR,COMPT,NM,IDPF
    8 FORMAT(I10,F10.2,2I10)
      READ(LLR,9)(RELAC(I),I=1,IR)
    9 FORMAT(8F10.2)
C
C     TPERI E O PERIODO
C
      TPERI=2.*3.1416/F(IDPF)
C
C     TELEM E O TEMPO QUE A CARGA LEVA PARA IR ATE UM NO
C
      TELEM(1)=0.0
C
C     COMPT E A EXTENSAO PERCORRIDA PELA CARGA NO TEMPO DE TRAVESSIA
C
      WRITE(LLW,7)
    7 FORMAT('1',////////////////////////,14X,80(1H*))
      WRITE(LLW,3)
    3 FORMAT(////24X,' D E S L O C A M E N T O S E  E S F O R C O S  D I
     1 N A M I C O S '///)
      WRITE(LLW,4)IR
    4 FORMAT(32X,' CALCULO PARA',I3,2X,'TEMPOS DE TRAVESSIA')
      WRITE(LLW,6)
    6 FORMAT(////,14X,80(1H*))
C
C     ITC E O INDICE QUE DEFINE O TIPO DA CARGA   ITC=1   CARGA CONCENTR
C     ADA   ITC=2   CARGA DISTRIBUIDA   ITC   MENOR QUE ZERO OUTRO EXEM
C     PLO.
C
 2000 READ(LLR,11)ITC
   11 FORMAT(I10)
```

```
      IF(ITC)12,12,15
   12 CALL LINK(PORT1)
   15 IF(ITC-2)42,43,45
   42 READ(LLR,46)P,IDE,DIVP
   46 FORMAT(F10.4,I10,F10.2)
      ND=1
      GO TO 45
   43 READ(LLR,47)Q,LCD,IDE,DIVP
   47 FORMAT(2F10.4,I10,F10.2)
      ND=2
   45 CONTINUE
C
C     O GRANDE  DO  ,OU SEJA EXECUCAOPARA CADA TEMPO DE TRAVESSIA
C
      DO 20 ICD=1,IR
      I15=1
      DO 723 I=1,NJ3
  723 READ(15'I15)(S(I,J),J=1,N)
      TTRAV=TPERI/RELAC(ICD)
      VELOC=COMPT/TTRAV
      IF(ITC-2)314,315,316
  316 CALL EXIT
  314 WRITE(LLW,318)
  318 FORMAT('1',//////////18X,' CARGA  CONCENTRADA'///)
      GO TO 320
  315 WRITE(LLW,319)
  319 FORMAT('1',//////////18X,' CARGA  DISTRIBUIDA'///)
  320 CONTINUE
      WRITE(LLW,21)ICD,TTRAV,TPERI,VELOC,RELAC(ICD),COMPT,NM
   21 FORMAT(///10X,' TEMPO DE TRAVESSIA NO.',I2,1X,' TTRAV =',F10.5,/,3
     16X,' PERIO =',F10.5,/,36X,' VELOC =',F10.5,/,36X,' RELAC =',F10.5,
     2/,32X,' VAO TOTAL =',F10.5,/,32X,' NO. MODOS =',I4,///////)
C
C     CALCULO DOS TEMPOS PARA CHEGAR AO FINAL DE CADA ELEMENTO
C
      J=0
      DO 26 I=1,M
      IF(IL(I))27,28,29
   27 WRITE(LLW,30)
   30 FORMAT(10X,' ERRO ---- PARE'//)
      CALL EXIT
   29 J=J+1
      ILL=IL(I)
      LCT(J)=L(ILL)
   28 GO TO 26
   26 CONTINUE
      NNJ=J+1
      DO 32 J=2,NNJ
   32 TELEM(J)=TELEM(J-1)+LCT(J-1)/VELOC
      I1=2
```

```
      K3=0
      TCONS=0.0
      DO 220 K=1,NM
      XINIC(K)=0.
  220 XDINI(K)=0.
      I10=1
      WRITE(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      I30=1
      WRITE(30'I30)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      TCONS=TCONS+TPERI/DIVP
      DO 40 I=I1,NNJ
 1000 IF(TCONS-TELEM(I))50,55,60
C
C     CALCULO EM COORDENADAS PRINCIPAIS DOS DESLOCAMENTOS E VELOCIDADES
C     ,OU SEJA,CALCULO DAS CONDICOES INICIAIS PARA O ELEMENTO I
C
   60 DO 400 K=1,NJ3
      AE(K)=0.0
  400 A(K)=0.0
      DO 401 J=1,6
      DO 401 K=1,M
  401 AML(K,J)=0.0
      IF(ITC-2)403,404,405
  405 CALL EXIT
  403 J=I-1
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TELEM(I)-TELEM(J)
      XX=L(ILL)
      DO 550 IC=1,NM
  550 INTE1(IC)=(1.-COS(F(IC)*TT))/F(IC)
      DO 551 IC=1,NM
      A(3*JKIL-1)=-P*INTE1(IC)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,A,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XIAUX)
  551 CONTINUE
      DO 558 IC=1,NM
  558 DERI1(IC)=SIN(F(IC)*TT)
      DO 559 IC=1,NM
      A(3*JKIL-1)=-P*DERI1(IC)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,A,AC)
      CALL PDERI(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XDIAU)
  559 CONTINUE
      DO 418 K=1,NM
      XINIC(K)=XIAUX(K)
      XDINI(K)=XDIAU(K)
  418 CONTINUE
      GO TO 40
  404 J=I-1
```

```
      I10=J
      READ(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TELEM(I)-TELEM(J)
      XX=L(ILL)
      LC=LCD
      DO 571 ICC=1,ND
      DO 570 IC=1,NM
      CALL PDISD(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XIAUX)
  570 CONTINUE
      DO 560 IC=1,NM
      CALL PDISA(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PDERI(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XDIAU)
  560 CONTINUE
      DO 425 K=1,NM
      XINIC(K)=XIAUX(K)
      XDINI(K)=XDIAU(K)
  425 CONTINUE
      GO TO (572,574),ICC
  572 I10=I
      WRITE(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      I30=J
      READ(30'I30)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      GO TO 571
  574 I30=I
      WRITE(30'I30)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
  571 LC=LC-LCD/2.
      GO TO 40
C
C     CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS PARA O TEMPO CONSIDERADO,E
C     CALCULO DAS CONDICOES INICIAIS PARA O ELEMENTO  I
C
   55 DO 426 K=1,NJ3
      AE(K)=0.0
  426 A(K)=0.0
      DO 427 J=1,6
      DO 427 K=1,M
  427 AML(K,J)=0.0
      IDCC=0
      IF(ITC-2)430,431,432
  432 CALL EXIT
  430 J=I-1
C
C     CARGA CONCENTRADA
C
```

```
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TELEM(I)-TELEM(J)
      XX=L(ILL)
      DO 580 IC=1,NM
  580 INTE1(IC)=(1.-COS(F(IC)*TT))/F(IC)
      DO 581 IC=1,NM
      A(3*JKIL-1)=-P*INTE1(IC)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,A,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XCP)
  581 CONTINUE
      GO TO 434
C
C     CARGA DISTRIBUIDA
  431 J=I-1
      I10=J
      READ(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TELEM(I)-TELEM(J)
      XX=L(ILL)
      LC=LCD
      DO 562 IC=1,NM
      CALL PDISD(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XCP)
  562 CONTINUE
  434 IF(ITC-2)448,449,450
  450 CALL EXIT
  448 DO 590 IC=1,NM
      DERI1(IC)=SIN(F(IC)*TT)
      A(3*JKIL-1)=-P*DERI1(IC)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,A,AC)
      CALL PDERI(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XDIAU)
  590 CONTINUE
      GO TO 452
  449 DO 592 IC=1,NM
      CALL PDISA(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PDERI(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XDIAU)
  592 CONTINUE
  452 DO 460 K=1,NM
      XINIC(K)=XCP(K)
      XDINI(K)=XDIAU(K)
  460 CONTINUE
      I10=I
      WRITE(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
C
```

```
C     CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
C
      DO 462 K=1,N
  462 D(K)=0.0
      DO 463 K=1,N
      DO 463 KJ=1,NM
      D(K)=D(K)+R(K,KJ)*XCP(KJ)
  463 CONTINUE
      IF(ITC-2)525,526,527
  527 CALL EXIT
  525 A(3*JKIL-1)=-P
      AML(ILL,2)=0.
      AML(ILL,3)=0.
      AML(ILL,5)=0.
      AML(ILL,6)=0.
      GO TO 470
  526 A(3*JKIL-1)=0.
      CALL PDISN(XX,Q,LC,L,ILL,AML)
      GO TO 470
C
C     CALCULO DOS DESLOCAMENTOS E ESFORCOS PARA O TEMPO CONSIDERADO  I-1
C
   50 DO 475 K=1,NJ3
      AE(K)=0.0
  475 A(K)=0.0
      DO 476 J=1,6
      DO 476 K=1,M
  476 AML(K,J)=0.0
      DO 477 K=1,N
  477 D(K)=0.0
      IDCC=0
      IF(ITC-2)480,481,482
  482 CALL EXIT
C     CARGA CONCENTRADA
  480 J=I-1
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TCONS-TELEM(J)
      XX=VELOC*TT
      DO 600 IC=1,NM
      CALL PCOND(F,TT,P,L,ILL,JJIL,JKIL,ROT,VELOC,IC,NJ3,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XCP)
  600 CONTINUE
      GO TO 485
  481 J=I-1
      I10=J
      READ(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      ILL=IL(J)
```

```
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      TT=TCONS-TELEM(J)
      XX=VELOC*TT
      LC=LCD
      ACX=XX-LC
      IF(I-2)483,483,484
  483 IF(ACX)610,611,611
  610 LC=XX
      GO TO 490
  611 LC=LCD
      GO TO 490
  484 IF(ACX)489,490,490
C     CARGA DISTRIBUIDA
  490 DO 602 IC=1,NM
      CALL PDISD(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XCP)
  602 CONTINUE
      GO TO 485
  489 DIF=-ACX-LCD/4.
      IF(DIF)901,901,902
  902 J=I-2
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      I10=J
      READ(10'I10)(XINIC(K),XDINI(K),K=1,NM)
      TCONS=TELEM(I-1)
      TT=TCONS-TELEM(J)
      LC=LCD
      XX=L(ILL)
      IDCC=-1
      DO 903 IC=1,NM
      CALL PDISD(F,TT,Q,LC,L,ILL,VELOC,IC,NJ3,JJIL,JKIL,ROT,AML,AE)
      CALL PEARU(LCR,LR,N,NJ3,AE,AC)
      CALL PPRIN(TT,N,IC,XINIC,XDINI,F,RTMR,R,AC,XCP)
  903 CONTINUE
      GO TO 485
  901 TCONS=TCONS-(1.05*ACX/VELOC)
      GO TO 920
C
C     CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
  485 DO 502 K=1,N
      DO 502 KJ=1,NM
      D(K)=D(K)+R(K,KJ)*XCP(KJ)
  502 CONTINUE
      IF(IDE-2)620,621,620
  620 DO 529 KI=1,NJ3
  529 A(KI)=0.
```

```
      IF(ITC-2)530,531,532
  532 CALL EXIT
  530 AML(ILL,2)=P*(1.-(3./(L(ILL)**2))*XX**2+(2./(L(ILL)**3))*XX**3)
      AML(ILL,3)=P*(XX-(2./L(ILL))*XX**2+(1./(L(ILL)**2))*XX**3)
      AML(ILL,5)=P*((3./(L(ILL)**2))*XX**2-(2./(L(ILL)**3))*XX**3)
      AML(ILL,6)=-P*((1./L(ILL))*XX**2-(1./(L(ILL)**2))*XX**3)
      GO TO 470
  531 CALL PDISN(XX,Q,LC,L,ILL,AML)
  470 IF(IDCC-1)471,471,472
  471 DO 535 KI=1,NJ3
  535 AE(KI)=0.
  472 CALL PONAE(ROT,AML,JJIL,JKIL,ILL,AE)
C
C     REARRUMACAO DAS CARGAS
C
      CALL REAR2(LCR,LR,N,NJ3,A,AE,AC)
      IF(IDCC-1)474,473,474
  473 IDCC=IDCC+1
      J=I-2
      ILL=IL(J)
      JJIL=JJ(ILL)
      JKIL=JK(ILL)
      LC=LCD-XX
      XX=L(ILL)
      CALL PDISN(XX,Q,LC,L,ILL,AML)
      GO TO 470
C     CALCULO DAS REACOES
  474 N1=N+1
      DO 720 K=N1,NJ3
      AR(K)=-AC(K)
      DO 720 J=1,N
  720 AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
  621 ID=1
      CALL DRAMP(N,NJ3,M,LR,D,AR,JJ,JK,AML,ID)
      K3=K3+1
      ABSCI=VELOC*TCONS
      REL=TCONS/TTRAV
      IF(IDE)623,624,625
  623 WRITE(LLW,310)K3,ABSCI,REL
  310 FORMAT('1',//10X,' POSICAO NO.',I4,8X,F7.2,' METROS DA ORIGEM',/,2
     15X,' RELACAO TCONS/TTRAV',F7.3///)
      GO TO 626
  625 WRITE(LLW,627)K3,ABSCI,REL
  627 FORMAT(//////10X,' POSICAO NO.',I4,8X,F7.2,' METROS DA ORIGEM',/,2
     15X,' RELACAO TCONS/TTRAV',F7.3///)
  626 CALL DRAPI(D,AR,AML,NJ,M,IDE)
  624 CONTINUE
      IF(IDCC)914,918,918
  914 TCONS=TCONS+(1.05*LCD/VELOC)
      GO TO 920
```

```
  918 TCONS=TCONS+TPERI/DIVP
  920 CONTINUE
      IF(TCONS-TELEM(NNJ))75,75,80
   75 GO TO 1000
   80 IF(TCONS-TELEM(NNJ)-TPERI)85,85,90
   85 GO TO 60
   90 TCONS=0.0
      TCONS=TELEM(NNJ)+TPERI
   40 CONTINUE
C
C     CALCULO DAS VIBRACOES LIVRES
C
      WRITE(LLW,7)
      WRITE(LLW,900)
  900 FORMAT(//38X,' V I B R A C O E S   L I V R E S')
      WRITE(LLW,6)
      DO 820 KJ=1,NJ3
  820 AE(KJ)=0.0
      DO 824 K=1,M
      DO 824 KJ=1,6
  824 AML(K,KJ)=0.0
      TT=TCONS-TELEM(NNJ)
      DO 252 K=1,NM
      XCP(K)=XINIC(K)*(COS(F(K)*TT))+(XDINI(K)/F(K))*SIN(F(K)*TT)
  252 CONTINUE
      DO 879 K=1,N
  879 D(K)=0.
      DO 880 K=1,N
      DO 880 KJ=1,NM
  880 D(K)=D(K)+R(K,KJ)*XCP(KJ)
C     CALCULO DAS REACOES
      N1=N+1
      DO 980 K=N1,NJ3
      AR(K)=0.0
      DO 980 J=1,N
  980 AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
      ID=1
      CALL DRAMP(N,NJ3,M,LR,D,AR,JJ,JK,AML,ID)
      K3=K3+1
      ABSCI=VELOC*TCONS
      REL=TCONS/TTRAV
      IF(IDE)630,631,632
  630 WRITE(LLW,310)K3,ABSCI,REL
      GO TO 633
  632 WRITE(LLW,627)K3,ABSCI,REL
  633 CALL DRAPI(D,AR,AML,NJ,M,IDE)
  631 CONTINUE
  110 TCONS=TCONS+TPERI/10.
      IF(TCONS-TELEM(NNJ)-TPERI-TPERI/10.)95,100,100
   95 CONTINUE
```

```
      TT=TCONS-TELEM(NNJ)
      DO 253 K=1,NM
      XCP(K)=XINIC(K)*(COS(F(K)*TT))+(XDINI(K)/F(K))*SIN(F(K)*TT)
  253 CONTINUE
      DO 882 K=1,N
  882 D(K)=0.
      DO 884 K=1,N
      DO 884 KJ=1,NM
  884 D(K)=D(K)+R(K,KJ)*XCP(KJ)
      N1=N+1
      DO 990 K=N1,NJ3
      AR(K)=0.0
      DO 990 J=1,N
  990 AR(K)=AR(K)+S(K,J)*D(J)
      ID=1
      CALL DRAMP(N,NJ3,M,LR,D,AR,JJ,JK,AML,ID)
      K3=K3+1
      ABSCI=VELOC*TCONS
      REL=TCONS/TTRAV
      IF(IDE)637,638,639
  637 WRITE(LLW,310)K3,ABSCI,REL
      GO TO 640
  639 WRITE(LLW,627)K3,ABSCI,REL
  640 CALL DRAPI(D,AR,AML,NJ,M,IDE)
  638 CONTINUE
      GO TO 110
  100 CONTINUE
   20 CONTINUE
      GO TO 2000
      END
// DUP
*DELETE              PORT3
*STORE      WS  UA   PORT3            OEC3
```