



COMBINANDO O FILTRO DE KALMAN COM UM MODELO DE DANO
CONTÍNUO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE DANO E AVALIAÇÃO DE VIDA
RESIDUAL

Rodrigo Guimarães Moraes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Fernando Alves Rochinha

Rio de Janeiro
Janeiro de 2021

COMBINANDO O FILTRO DE KALMAN COM UM MODELO DE DANO
CONTÍNUO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE DANO E AVALIAÇÃO DE VIDA
RESIDUAL

Rodrigo Guimarães Moraes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Orientador: Fernando Alves Rochinha

Aprovada por: Prof. Fernando Alves Rochinha

Prof. Thiago Gamboa Ritto

Prof. Luciano Santos Constantin Raptopoulos

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JANEIRO DE 2021

Moraes, Rodrigo Guimarães

Combinando o Filtro de Kalman com um modelo de dano contínuo para a identificação de dano e avaliação de vida residual / Rodrigo Guimarães Moraes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2021.

X, 81 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Fernando Alves Rochinha

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2021.

Referências Bibliográficas: p. 67-74.

1. Filtro de Kalman. 2. Digital Twin. 3. Identificação de dano estrutural. 4. Análise de vida residual. I. Rochinha, Fernando Alves. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus onipotente e onisciente, Ser divino e misericordioso criador do céu e da terra, autor da nossa existência.

Agradeço e dedico este trabalho aos meus familiares e amigos os quais perdi durante o mestrado: Napoleão Vaz, Elcy Lopes e Mario Pinho (*In memoriam*).

Agradeço ao Carlos Adelar, Maria Bernadete, Leyr e Adelar Teixeira pela boa educação e bons valores que investiram em mim, além do carinho e muita energia positiva recebida de Lilair, Goretti, Cosme, Angélica, Sabrina, Gabriela, Thiago, Luigi e os demais familiares e amigos de bom coração que sempre buscam fazer o bem e que jamais os esquecerei.

Agradeço à Hessia, Nicolas e à Isabel Violeta pela inspiração, persistência e apoio incondicional durante todo o tempo de construção da pesquisa, pela alegria e realizações que me proporcionaram nos vários momentos difíceis pelos quais passei, pessoas essas que se sacrificam por amor ao próximo e sempre terão o meu respeito.

Agradeço ao CF Márcio José, CF Dinucci, ETM Rubens, Natalie Rodrigues, Luís Humberto e Luís Augusto Terrones por dedicarem, com boa vontade, esforços que me ajudaram a continuar trilhando neste desenvolvimento acadêmico.

Agradeço ao meu orientador prof. Fernando Alves Rochinha pelo seu vasto conhecimento acadêmico, notória capacidade organizacional e de liderança, pela sua paciência nos meus vários momentos de dificuldade, sempre demonstrando ser uma pessoa educada, inteligente e de caráter exemplar.

Agradeço ao Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE/UFRJ) pela sua excelente qualidade de ensino e que representa tão bem o nosso país consonante com o maravilhoso trabalho acadêmico e humano que recebi de todos os meus professores.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

COMBINANDO O FILTRO DE KALMAN COM UM MODELO DE DANO
CONTÍNUO PARA A IDENTIFICAÇÃO DE DANO E AVALIAÇÃO DE VIDA
RESIDUAL

Rodrigo Guimarães Moraes

Janeiro/2021

Orientador: Fernando Alves Rochinha

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho, inspirado no conceito *Digital Twin* (gêmeo digital), aborda a monitoração, em tempo real, da integridade de sistemas dinâmicos físicos ao longo do seu ciclo operacional. A sua metodologia consiste em criar uma cópia digital para monitorar a integridade de uma estrutura, baseada na física e orientado por dados, além de construir uma abordagem de identificação e predição de dano a partir de modelos fenomenológicos [1]. *Digital Twin* estaria conectado com o seu sistema físico através dos sensores instalados *in loco*, possibilitando a sua monitoração por todo o seu ciclo de vida. Em seguida, a otimização do sistema físico e as tomadas de decisões dependeriam das respostas geradas pelo *Digital Twin*. Nesta dissertação serão apresentados os resultados do método computacional construído a partir de modelos fenomenológicos e filtro de Kalman utilizando o conceito *Digital Twin* cujo propósito é dar suporte a prognósticos de falhas estruturais ao longo do tempo.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

BY COMBINING THE KALMAN FILTER WITH A CONTINUOUS DAMAGE
MODEL FOR THE IDENTIFICATION OF DAMAGE AND HEALTH MONITORING

Rodrigo Guimarães Moraes

January/2021

Advisor: Fernando Alves Rochinha

Department: Mechanical Engineering

This work was inspired in Digital Twin concept to monitor, in real time, the integrity of physical dynamic systems throughout its operating cycle. Its methodology consists of creating a digital copy to monitor the health of a structure, based on physics and data, in addition to building an approach to identifying and predicting damage based on phenomenological models [1]. Digital Twin would be connected to your physical system through the sensors installed on site, allowing you to monitor it throughout its life cycle. Then, the optimization of the physical system and decision-making would depend on the responses generated by Digital Twin. In this dissertation, the results of the computational method built from phenomenological models and Kalman filter using the Digital Twin concept will be presented, whose purpose is to support prognoses of structural failures over time.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	MOTIVAÇÃO.....	1
1.2	TECNOLOGIA ORIENTADA PARA A CONECTIVIDADE DE SISTEMAS FÍSICOS-VIRTUAIS	2
1.3	REVISÃO DA LITERATURA	5
1.3.1	MONITORAÇÃO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL.....	5
1.3.2	<i>Digital Twin</i> : CONCEITO DE MONITORAÇÃO EM TEMPO REAL	8
1.4	OBJETIVO	10
2	METODOLOGIA.....	12
2.1	MODELAGEM E PROPAGAÇÃO DO DANO	13
2.2	FILTRO DE KALMAN PARA MONITORAÇÃO EM TEMPO REAL.....	19
2.3	APLICAÇÃO DO FILTRO BASEADO NA MODELAGEM DE DANO ...	24
3	RESULTADOS	29
3.1	IDENTIFICAÇÃO DE DANO E PREDIÇÃO DA VIDA UTIL DO SISTEMA	31
4	CONCLUSÃO.....	64
	REFERÊNCIAS	67
	APÊNDICE	75
A.	MODELO DE DANO CONTÍNUO	75

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Falha em turbina eólica por falta de monitoramento [3].....	1
Figura 2 (a) Conceito <i>Digital Twin</i> : [12]. (b) <i>Digital Twin fiel ao objeto físico e sua dinâmica</i> [13].....	4
Figura 3: Modelo matemático do problema.	14
Figura 4: Fluxograma do processo de monitoração.....	28
Figura 5: Localização dos sensores na estrutura.	29
Figura 6: Problema discreto de barra submetida ao carregamento axial.	32
Figura 7: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	35
Figura 8: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	35
Figura 9: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	36
Figura 10: Cenário 1 – Representação do sinal no domínio da frequência.	38
Figura 11: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^9$ MPa.s utilizando o sensor Sd3.....	40
Figura 12: Influência do parâmetro “C” na taxa de degradação do material ao longo do tempo.	41
Figura 13: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ MPa.s utilizando o sensor Sd3.....	41
Figura 14: Cenário 1 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sd3.	42
Figura 15: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	43
Figura 16: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	44
Figura 17: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	44
Figura 18: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ MPa.s utilizando o sensor Sv3.....	46
Figura 19: Cenário 1 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv3.	46

Figura 20: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	48
Figura 21 Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	49
Figura 22: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	49
Figura 23: Detalhe do estados estimados – (a) x_1 , (b) x_2 , e (c) x_3	51
Figura 24: Cenário 2 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ utilizando o sensor Sd1.	52
Figura 25: Cenário 2 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sd1.	52
Figura 26: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	53
Figura 27: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	54
Figura 28: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	54
Figura 29: Cenário 2 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ utilizando o sensor Sv3.	55
Figura 30: Cenário 2 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv3.	56
Figura 31: Cenário 3 – Representação do sinal no domínio da frequência.	58
Figura 32: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	58
Figura 33 Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	59
Figura 34: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.	59
Figura 35: Cenário 3 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^8$ MPa.s utilizando o sensor Sv2.....	60
Figura 36: Cenário 3 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv2.	61
Figura 37: Relação entre incertezas do modelo com o erro de estimativa dos parâmetros.	63
Figura 38 Funções de forma ou interpoladoras do sistema discretizado	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros utilizados nos modelos de identificação e predição.....	33
Tabela 2: Propriedades físicas do componente mecânico.	33
Tabela 3: Cenário 1 – Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com extremidade livre da estrutura submetida à velocidade inicial de 0.1m/s.	34
Tabela 4: Identificação do estado de dano por Sd3.	37
Tabela 5: Identificação do estado de dano por Sv3.	45
Tabela 6: Dados da simulação e de sensores Sd3 e Sv3.....	47
Tabela 7: Cenário 2 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com extremidade fixa da estrutura submetida ao deslocamento inicial de 25mm.	47
Tabela 8: Identificação do estado de dano por Sd1.	51
Tabela 9: Identificação do estado de dano por Sv3.	55
Tabela 10: Dados da simulação e de sensores Sd1 e Sv3.....	56
Tabela 11: Cenário 3 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com frequência de excitação igual a 1 rad/s e passo do filtro $dT = 10^{-2}$ s.....	57
Tabela 12: Identificação do estado de dano por Sv2.	60
Tabela 13: Dados da simulação e do sensor Sv2.....	61
Tabela 14: Cenário 4 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com incertezas na massa.....	62
Tabela 15: Erro de estimativa após adição de incertezas na massa.	63

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Nas últimas décadas foi possível perceber um volume grande de artigos acadêmicos publicados[2] fazendo o uso de tecnologia para monitorar a integridade estrutural de máquinas e estruturas, desenvolvendo primeiramente o processo de reconhecimento do dano para, em seguida, realizar a predição de futuras falhas mecânicas.

A partir do histórico de acidentes, como incêndio provocado por temperatura excessiva devido ao desgaste de rolamentos apresentado na Figura 1, várias publicações ao longo dos anos mostram o interesse na identificação do mecanismo de propagação e falhas. A área da ciência que estuda a iniciação e propagação deste tipo de defeito na estrutura é denominada de mecânica da fratura.



Figura 1: Falha em turbina eólica por falta de monitoramento [3].

Em projetos de turbinas eólicas *offshore*, por exemplo, os custos de instalação, parada para manutenção com visita *in loco* e operação são bastante elevados e desafiadores, tornando a sua confiabilidade o fator chave para a viabilidade do equipamento. Técnicas de monitoramento maximizam a confiança do empreendimento

mitigando os custos envolvidos, tal como a parada para manutenção, além de evitar falhas que levem ao desligamento da turbina [4].

Para CARROLL *et al.* [5] a confiabilidade também depende de parâmetros característicos do sistema, tais como: taxas de falha, quantidade de paradas, tempos de reparo, número de técnicos necessários para o reparo e custo médio, entre outros. A monitoração de tais parâmetros permite atualizar modelos de custos (operacionais e de manutenção) dos parques eólicos para estimar o momento adequado de reparo nas turbinas, evitando falha de componentes, prolongando a sua vida útil; além de fornecer energia confiável e segura.

O tipo de monitoração abordada neste trabalho consiste no acompanhamento em tempo real de uma estrutura específica durante todo o seu ciclo de vida, contemplando todos os eventos ocorridos desde o início da operação até a iniciação de eventual trinca (fissura), resultando em uma falha. Junto com técnicas preditivas, permite que ações corretivas possam ser tomadas com antecedência reduzindo prejuízos materiais quanto os riscos para vidas humanas.

1.2 TECNOLOGIA ORIENTADA PARA A CONECTIVIDADE DE SISTEMAS FÍSICOS-VIRTUAIS

Atualmente, a indústria 4.0 [6] aparece como uma das respostas estratégicas das empresas para otimizar a própria produção, além de superar crises económicas mundiais e aumentar a complexidade do mercado. Isso só foi possível devido aos desafios que a indústria tradicional encontrou em todo o mundo com o incrível crescimento e avanços nas tecnologias digitais, que permitem a fácil integração de componentes inteligentes interconectados dentro das tecnologias de informação e comunicação pelas empresas de manufatura.

As principais tecnologias que permitem a fusão dos mundos físico e digital são:

- A Manufatura Aditiva: É a fabricação de objetos, cuja geometria pode ser complexa, a partir de desenho técnico elaborado no computador. Um exemplo dessa tecnologia é a impressão 3D;

- A Inteligência Artificial (IA): É um segmento da computação que busca simular a capacidade humana de raciocinar, tomar decisões, resolver problemas, dotando softwares e robôs de uma capacidade de identificação, interpretação, inferência e automatismos de processos.

- A internet das coisas (IoT): Esta tecnologia representa a possibilidade de que objetos físicos estejam conectados à internet podendo assim executar de forma coordenada uma determinada ação. Um exemplo seriam carros autônomos que se comunicam entre si e definem o melhor momento (velocidade e trajeto, por exemplo) de fazer um cruzamento em vias urbanas [7].

- Os sistemas cyber físicos (CPS): São sistemas que sintetizam a fusão entre o mundo físico e digital, interagindo e controlando dispositivos físicos, com resposta contundente real [8][9]. Dentro desse conceito, todo o objeto físico (seja uma máquina ou uma linha de produção) e os processos físicos que ocorrem, em função desse objeto, são transformados em cópias digitais, ou seja, todos os objetos e processos na fábrica têm um irmão *Digital Twin* (*Digital Twin*, em inglês).

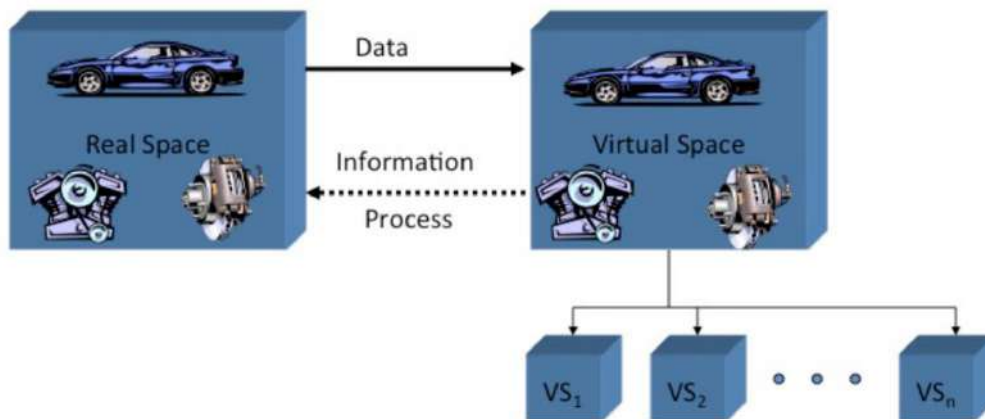
Transformar a indústria hoje significa que, a despeito dos desafios trazidos pela 4ª revolução industrial, as empresas têm espaço para fazer um uso mais eficiente dos seus recursos (físicos, financeiros e informacionais) para que seus produtos e serviços sejam mais competitivos no país e no mundo.

A base tecnológica da indústria 4.0 se vincula à internet das coisas propondo conectar eletrônica, software, sensores e rede de dados aos dispositivos físicos no intuito de permitir troca de dados através da internet. Assim, os dispositivos podem ser sentidos e controlados remotamente através de infraestruturas de rede, permitindo uma integração mais direta entre o mundo físico e os sistemas virtuais, resultando em maior eficiência, precisão e benefícios econômicos.

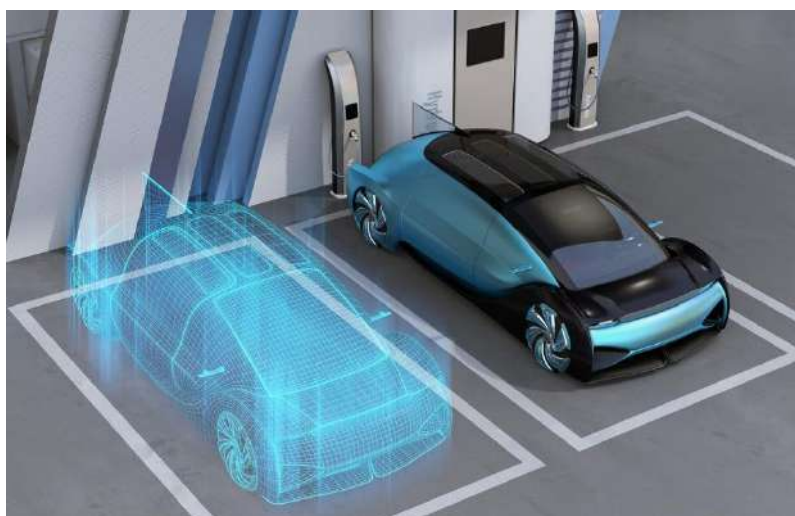
Através da grande quantidade de informações disponíveis e rede de dados é possível acessar dados detectados através de ferramentas inteligentes de análise, para uma rápida tomada de decisão e melhoria da produtividade. Com o avanço dessas tecnologias, a indústria 4.0 abre o caminho para o monitoramento e sincronização em tempo real das atividades do mundo real para o espaço virtual, graças à conexão físico-virtual e à rede de elementos do CPS.

Nesse sentido, o conceito *Digital Twin* surgiu como protagonista desta evolução tecnológica com espaço para ser inserido em todas as indústrias [2]. Segundo a definição de FULLER *et al.* [2], o *Digital Twin* é uma representação virtual dos atributos físicos de objetos (por exemplo, sistemas, processos ou produtos), em tempo real, capaz de reproduzir o seu comportamento desde a sua fase inicial de projeto até o final do seu ciclo operacional [10].

Antes mesmo de se consolidar como *Digital Twin*, este novo conceito surgiu para o mundo a partir de uma apresentação, realizada em 2002, feita pelo Dr. Grieves, na Universidade de Michigan, destinado à indústria para a formação de um centro de gerenciamento do ciclo de vida do produto, ilustrado na Figura 2 [11][12].



(a)



(b)

Figura 2 (a) Conceito *Digital Twin*: [12]. (b) *Digital Twin* fiel ao objeto físico e sua dinâmica [13].

Na Figura 2(a) se observa que o espaço virtual possibilita criar outras cópias de si mesmo (VS1, VS2,...,VS_n) como se fossem cenários alternativos de simulação. Esta capacidade de simular outros espaços virtuais significa dizer, por exemplo, que o sistema estaria sendo submetido a testes destrutivos a custos menores e, assim, resultar as consequências para análises, ao passo que os testes destrutivos em protótipos físicos são onerosos e podem ser potencialmente arriscados [12].

Conforme mostrado na Figura 2, o modelo virtual desenvolvido seria uma cópia idêntica ao modelo real, sendo dinâmico e capaz de evoluir ao longo tempo com base na grande quantidade de dados online capturados por sensores. Isso mostrou a possibilidade do modelo virtual em monitorar a integridade de componentes internos e, até mesmo, fazer a predição de ciclo de vida do sistema e seus componentes, auxiliando na tomada de decisão sobre uma ocorrência atual ou futura, ao prever o seu comportamento e desempenho através de simulações computacionais.

Embora a terminologia tenha mudado ao longo do tempo, de acordo com SHOUMEN [11] e GRIEVES [12] a essência do conceito *Digital Twin* permaneceu razoavelmente estável desde o seu conceito criado em 2002.

Com a ascensão do *Digital Twin*, novos casos de uso estão sendo desenvolvidos todos os dias e a tecnologia está ajudando os proprietários a protegerem seus ativos fornecendo uma experiência superior. Embora as soluções tenham se tornado mais interativas e intuitivas, as empresas ainda precisam da assistência de profissionais experientes para aproveitar ao máximo seu ambiente, gerando uma nova necessidade de pessoal qualificado.

1.3 REVISÃO DA LITERATURA

1.3.1 MONITORAÇÃO DE INTEGRIDADE ESTRUTURAL

O monitoramento da integridade estrutural se refere ao desenvolvimento de metodologias para detecção de danos, que tragam potenciais riscos ao funcionamento do sistema. Envolve observar, ao longo do tempo, o comportamento de uma determinada estrutura através dos sensores instalados em locais estratégicos, capazes de realizar medições dos estados ao longo do tempo. Assim, a análise adequada deste

comportamento permite determinar o estado atual da integridade do sistema [14] e, eventualmente, produzir prognósticos dos estados futuros. Essa monitoração concentra informações sobre a capacidade operacional da estrutura, atualizadas de tempos em tempos, uma vez que tais condições operacionais se somam tanto com o seu envelhecimento quanto com a degradação provocada por ambientes hostis.

FARRAR *et al.* [15] mostraram que o interesse no monitoramento de estruturas para detecção de danos baseados em vibrações começou nas Indústrias Aeroespacial e Offshore entre os anos 70 e 80, onde as primeiras abordagens utilizadas tratavam de correlacionar modelos numéricos com propriedades modais medidas nos instantes inicial (componentes não danificados) e final (componentes danificados).

GRAFE [16] mostrou que na indústria petrolífera offshore, os objetivos da monitoração incluíram tanto a detecção de falha do equipamento de perfuração quanto a prevenção de parada operacional das máquinas críticas. Os desafios da pesquisa incluíram a influência do ruído de plataforma em medições, dificuldades de instrumentação em ambientes hostis, variando os efeitos de carga em massa no tubo de perfuração, mudando a massa da plataforma causada pelo crescimento marinho e a incapacidade de movimento de ondas para excitar modos mais elevados, o que permitiria a identificação de danos localizados. Esses desafios dificultaram o desenvolvimento de métodos de sensibilidade à frequência, diminuindo significativamente os esforços nessa área a partir década de 80.

Para FARRAR *et al.* [15] a aplicação mais madura e bem-sucedida da detecção de danos baseado em vibrações ocorreu no monitoramento de máquinas rotativas, cuja metodologia de detecção foi baseada no reconhecimento de padrões aplicados a históricos temporais ou espectrais. As bases de dados permitiram identificar tipos específicos de danos a partir das vibrações medidas. Nos esforços para estender mais amplamente esta abordagem de reconhecimento de padrões se concluiu que o problema de detecção de dano baseado em vibrações é fundamentalmente um dos padrões estatísticos de reconhecimento.

O comportamento ao longo do tempo de uma estrutura pode ser medida por uma variedade de sensores – por exemplo, acelerômetros e medidores de tensões mecânicas – e estes dados podem então ser convertidos do domínio de tempo para o domínio da frequência usando a transformada de Fourier. Uma análise mais aprofundada dos dados no domínio da frequência é normalmente importante para extrair parâmetros modais e produzir o que é denominado domínio modal. Enquanto as medições são sempre feitas

no domínio do tempo, o analista de monitoramento pode optar por analisar os dados nos domínios do tempo, frequência ou modal, embora o domínio modal envolva uma redução significativa no volume de dados em comparação com o domínio da frequência [17][18].

Apesar de vários autores questionarem qual seria o melhor domínio de resposta para investigar um dano, as pesquisas baseadas nos três domínios continua, pois nenhum método único foi encontrado ainda que identifique cada tipo de dano em cada tipo de estrutura.

Como resultado dos desafios variados oferecidos por diferentes estruturas e sistemas, tem sido dedicado um grande esforço ao monitoramento de condições com diferentes técnicas, algoritmos e métodos de abordagem. RYTTER [19] classificou os vários métodos com base em 4 níveis de identificação: determinação do dano na estrutura, localização geométrica, intensidade e estimativa da vida residual da estrutura.

DOEBLING *et al.* [20] apresentaram um extenso levantamento de vários métodos para identificação de danos e monitoramento do ciclo de vida de estruturas com base nas mudanças das propriedades dinâmicas medidas.

De modo geral, a técnica de ensaios dinâmicos consiste na aplicação de uma determinada excitação da estrutura para a obtenção das respostas (histórico de deslocamentos, acelerações, etc.), através das quais se determinam parâmetros modais como frequências naturais, amortecimento e formas modais. A diferença entre os parâmetros modais da estrutura intacta e com dano é que poderá indicar o local e a intensidade do dano. O dano provoca a degradação do material, alterando, por consequência, algumas características como a rigidez local da estrutura [21].

A estratégia adotada neste trabalho objetiva a produção de prognósticos do comportamento futuro do sistema, possibilitando, desta maneira, orientar mudanças no programa de manutenção ou operação do sistema. Para tanto, conecta a monitoração dos estados do sistema dinâmico em conjunto das informações coletadas em tempo real pelos sensores com os modelos baseados em princípios físicos e a fenomenologia da evolução do dano apresentados por DOMINGUES, MATTOS e ROCHINHA em [22].

1.3.2 *DIGITAL TWIN*: CONCEITO DE MONITORAÇÃO EM TEMPO REAL

Um *Digital Twin* constitui uma evolução natural do uso intensivo de modelos computacionais em Engenharia. Embora careça ainda de uma caracterização mais rigorosa, é frequentemente entendido como um modelo probabilístico, multi-física e multi-escala que combina modelos computacionais e dados capturados por sensores para espelhar o comportamento físico dos sistemas [10].

As informações geradas pelo *Digital Twin* podem então ser sincronizadas em tempo real com os seus respectivos sistemas físicos, por meio de sensores, para a viabilizar uma tomada de decisão, ou simplesmente serem usadas para realizar diagnósticos e prognósticos de parâmetros e estados do sistema ao longo do seu ciclo de vida, fornecendo subsídios para otimização de processos, além de auxiliar as tomadas de decisões [23].

Aplicações que envolvam tecnologias inteligentes certamente farão uso deste conceito no futuro próximo. GLAESSGEN *et al.* [24] publicaram no ano de 2012 que a tendência para agência americana de pesquisa e desenvolvimento de tecnologias para exploração espacial era, e sempre será, de construir veículos futuros de menor massa possível, ao passo que sempre serão submetidos a cargas cada vez mais altas e condições de serviço extremas, durante períodos de tempo mais longos do que veículos atuais. Os protocolos para certificação, gestão e manutenção de frotas espaciais poderão não ser mais capazes de atender aos exigentes requisitos operacionais, pois ainda são baseados em distribuições estatísticas de propriedades dos materiais, filosofia heurística de projeto, testes físicos cada vez mais caros e semelhança presumida entre as condições de teste e operacionais. O *Digital Twin* surge como opção para a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) mudar este paradigma. Com ele, é possível modificar os parâmetros da missão em tempo real e avaliar as consequências desta modificação, se evitando assim um possível fracasso da missão. Além disso, com modelos matemáticos adequados é possível se alcançar uma maior compreensão dos processos físicos relacionados à degradação estrutural do sistema ao longo do ciclo de vida do veículo [24].

NEGRI *et al.* [10] concluíram, após realizar uma vasta pesquisa à respeito da aplicabilidade ao longo dos últimos anos, que há uma promissora tendência no uso do *Digital Twin* para monitoração de estruturas. Isto se verifica através do grande número de artigos publicados sobre anomalias, deformações e danos no gêmeo físico com objetivo de melhorar o seu projeto, sua operação, planejamento e suas atividades de manutenção.

Nesse contexto, CERRONE *et al.* [25] desenvolveram um trabalho experimental de fratura dúctil em um conjunto de corpos de prova fabricados com as mesmas dimensões nominais e sob condições idênticas de carregamento, mas que apresentaram caminhos diferentes de propagação da trinca em suas falhas. Em virtude dos desvios de geometria entre os corpos testados, foram desenvolvidos vários gêmeos digitais com as dimensões exatas de cada um e, através dos resultados das simulações, conseguiram identificar as suas curvas de dano e encontrar semelhantes caminhos preferenciais de crescimento das trincas. O trabalho dos pesquisadores concluiu que os desvios nas geometrias da ordem de décimos de milímetros, ou seja, dentro da tolerância de projeto, motivaram os comportamentos individuais das falhas, evidenciando que não basta conhecer apenas as dimensões nominais determinadas na fase de projeto para conhecer o modo de falha. Os autores afirmaram também que uma modelagem de danos em componentes pode ser feita com nada além de uma geometria representativa atualizada com o tempo, um modelo constitutivo bem calibrado e conhecimento de engenharia.

Da mesma forma como GLAESSGEN *et al.* [24], muitos abordam o uso deste conceito na indústria de aviação, onde é desejado que o sistema de monitorização estrutural forneça informações atuais e futuras do perfil comportamental de máquinas e equipamentos, para assim conhecer o estado de dano estrutural em função do tempo e decidir se uma aeronave ainda é capaz de realizar com segurança a missão planejada. Isto é relevante porque as informações baseadas nas estatísticas da frota não são suficientes para avaliar a integridade e a capacidade de uma aeronave em particular, pois o estado de dano depende das variáveis epistêmicas e aleatórias, como: variabilidade na fabricação, propriedades do material, história da missão e até mesmo do piloto – variando de aeronave para aeronave [26] [27].

TYGESEN *et al.* [28] apresentaram sua metodologia de *Digital Twin* para melhorar significativamente os modelos de previsão de fadiga das estruturas marinhas existentes. Em seu trabalho mencionou que as condições estruturais reais das plataformas marítimas existentes podem mudar após vários anos de operação devido a mecanismos de degradação e/ou outras mudanças estruturais. E foi nesse contexto que desenvolveu o seu *Digital Twin*, cuja ideia geral foi de criar um acoplamento entre o *Digital Twin* e as medições de campo realizadas, normalmente, pela equipe responsável do sistema de monitoramento da integridade estrutural.

O acoplamento com o ativo real facilita uma avaliação direta do desempenho do *Digital Twin* em relação às medições e, mais importante, cria a base para melhorar o desempenho do *Digital Twin* no intuito de capturar com precisão as condições reais da estrutura e, assim, se tornar uma verdadeira cópia digital.

O conceito de criar um *Digital Twin* abrange vários novos métodos de análise, que vão desde identificação linear de sistemas, processos de expansão, atualização bayesiana de modelos de elementos finitos, quantificação de incertezas a partir de dados medidos e planejamento de inspeção baseado na análise de risco e confiabilidade.

1.4 OBJETIVO

O estudo de integridade estrutural é o procedimento de extrair informações dinâmicas das estruturas (como máquinas, aeronaves e estruturas offshore) submetidas a algum tipo de forçamento, visando detectar modificações estruturais que possam causar possíveis falhas. Esta é uma área multidisciplinar, que compreende estudo de materiais, ferramentas estatísticas, reconhecimento de padrões, análise de tensões e, principalmente, vibrações mecânicas [29].

No caso de sistemas dinâmicos envolvendo grandes estruturas submetidas a algum tipo de forçamento oscilatório, a análise de vibrações mecânicas pode fornecer informações úteis para identificação e predição da sua integridade estrutural. Por exemplo, quando um componente mecânico de uma máquina rotativa (rolamentos ou buchas) apresenta algum defeito como desalinhamento, desbalanceamento ou até mesmo uma trinca. O comportamento vibratório do sistema dinâmico muda o seu padrão. Assim, comparando as análises de vibrações do sistema original (sem dano) com o seu estado atual (com dano) é possível fazer uma identificação sobre as condições operacionais do mesmo [30].

Também é importante saber que a identificação dos estados associados ao dano estrutural é uma questão de fundamental importância na engenharia, visto que qualquer estrutura está sujeita aos processos de deterioração durante a sua vida útil. A presença de dano compromete o desempenho e a confiabilidade estrutural, podendo colocar não somente vidas em risco como também resultam em perdas econômicas consideráveis. O contínuo monitoramento da estrutura e a identificação desses estados num estágio inicial

contribuem para a redução dos custos de manutenção e de reparo, além de aumentar sua confiabilidade e sua vida útil [31][32].

Utilizando elementos de *Digital Twin*, o objetivo do trabalho se focaliza em testar um sistema dinâmico supostamente real com respostas conhecidas, para a monitoração dos seus estados em tempo real.

Assim, num primeiro momento, deverá ser construída uma cópia virtual fidedigna da dinâmica do sistema através do seu modelo de equações do movimento. Uma vez que o sistema físico estudado neste documento é simbólico, o seu modelo de movimento com presença de dano estrutural será responsável por gerar dados sintéticos ao longo do tempo que, além de refletir a resposta analítica da estrutura, fornecerá subsídio para a etapa de identificação do dano.

Em seguida, o modelo de equações do movimento sem a presença do dano será reescrito em sua forma discreta e incorporado na metodologia do filtro de Kalman através das suas equações do sistema. O filtro de Kalman, por sua vez, será o responsável por estimar os estados futuros e atualizá-los a partir das informações (dados sintéticos) capturadas pelos sensores instalados *in loco*. Uma vez atualizados os estados característicos da dinâmica do sistema, o filtro então será capaz de estimar indiretamente os estados não observáveis pelos sensores e assim identificar a presença de algum dano localizado na estrutura [33].

Após a sua identificação local, o modelo de evolução do dano será utilizado para identificar o comportamento da sua curva ao longo do tempo e predizer o tempo restante de vida da estrutura até a sua falha total.

Normalmente, o equilíbrio entre modelos baseados em física e técnicas baseadas em dados dependerá da quantidade de dados relevantes disponíveis e do nível de confiança nos modelos baseados em física [34].

A metodologia do trabalho então será baseada na utilização dos modelos cinemático e fenomenológico do sistema de forma a reproduzir a sua dinâmica com uma variável interna associada ao dano. E utilizando o filtro de Kalman, como o componente central do que seria um protótipo de *digital twin*, será possível monitorar os estados observáveis do sistema, além de identificar o dano presente na estrutura. Em seguida o modelo de evolução de dano será utilizado para predição temporal da falha e informar o tempo de vida restante do sistema dinâmico.

2 METODOLOGIA

O dano em um sistema estrutural produz alterações que impactam a rigidez do sistema, afetando desfavoravelmente o desempenho atual ou futuro dele. A evolução do dano depende tanto das cargas impostas quanto das propriedades do material e da geometria do sistema, sinalizando que a sua identificação é estratégica para o controle das falhas críticas e ampliação da vida útil.

LEMAITRE e CHABOCHE [35] publicaram que o dano em um corpo material, sob uma perspectiva macroscópica, se caracteriza por uma descontinuidade superficial na forma de micro trincas ou descontinuidades volumétricas na forma de cavidades.

Em termos de escalas temporal, o dano pode se acumular de maneira incremental por longos ou curtos períodos, como devido à degradação associada à fadiga, corrosão e eventos discretos programados ou não, tais como sobrecarga e modificação de condições operacionais. Nesse contexto, o uso de modelos baseados em física parece ser uma abordagem adequada ao permitir entender a resposta do sistema, a partir desses diversos fatores. Respostas que podem ser alcançadas através da simulação de processos, sendo atualizadas por dados que detectam as novas condições de carregamento ou configurações do sistema de forma a fornecer subsídios para calibração e revalidação do próprio modelo [34].

Resumindo, a integração de técnicas de modelagem física com dados monitorados ao longo do funcionamento – ou acumulados durante as fases iniciais do projeto – junto com testes do sistema estrutural, concede a oportunidade de oferecer previsões futuras de falhas com maior fidelidade, em tempo real e com limites de confiança previamente especificados [34]. De uma forma geral, como o que acontece neste trabalho, as incertezas são tratadas a partir de uma perspectiva probabilística.

Na maioria dos casos, essas previsões solicitarão ações de manutenção cujo intuito é evitar que o dano se desenvolva porque, tal como as incertezas de modelagem, falhas incipientes podem ocasionalmente se desenvolver antes do previsto.

De acordo com CASTELLO, STUTZ e ROCHINHA [27], é possível adotar uma abordagem de identificação baseada na atualização do modelo de elementos finitos parametrizado por um modelo de dano, preservando a simetria e esparsidade das matrizes

originais, mitigando o erro de estimativa associados aos vetores de estado original e estimado e, conseqüentemente, inferindo indiretamente o estado de dano da estrutura.

Nesse sentido, a modelagem e a propagação do dano apresentada na seção 2.1 e detalhado no Apêndice A, foram construídos a partir de uma abordagem fenomenológica para prever o desempenho futuro de um sistema, através de simulação e dados do funcionamento passado.

2.1 MODELAGEM E PROPAGAÇÃO DO DANO

Introduz-se um protótipo de monitoração de dano em tempo real constituído de uma barra unidirecional deformável, fixada rigidamente em uma de suas extremidade e submetida a uma força axial distribuída ao longo de seu eixo geométrico. Seu comprimento total é h , sendo constituída de material elástico cujo módulo de elasticidade é dado por E enquanto a sua massa específica é definida por ρ .

A estrutura de interesse é contínua, envolvendo portanto, infinitos graus de liberdade. Uma análise exata deste sistema conduz à equações diferenciais parciais de 2ª ordem em função do tempo e espaço, onde a obtenção da sua solução em forma fechada se torna uma tarefa impraticável. Em casos como este, são utilizadas técnicas de aproximação numérica que constituem um compromisso com a solução exata e representam o sistema como uma estrutura limitada de coordenadas discretas com propriedades correspondentes de massa M e módulo de rigidez K .

Sendo assim, admite-se à estrutura apresentada ser aproximada como sistema de parâmetros concentrados e, assim, descritos usando um número finito de graus de liberdade na busca de soluções mais simples para tais problemas.

Além disso, também é comum considerar como discretos os sistemas contínuos no tempo para ganhar uma redução do custo computacional, pois entende-se que as massas concentradas estejam ligadas por elementos elásticos e amortecedores desprovidos de massa [36].

Na Figura 3 é mostrada uma representação discreta do problema composto de três elementos estruturais e massas concentradas que se caracteriza por substituir a massa ou a inércia distribuída da estrutura por um número finito de massas concentradas ou corpos

rígidos, permitindo aproximar o sistema real contínuo no tempo como um sistema composto de três graus de liberdade que vibra sem que haja dissipação de energia.

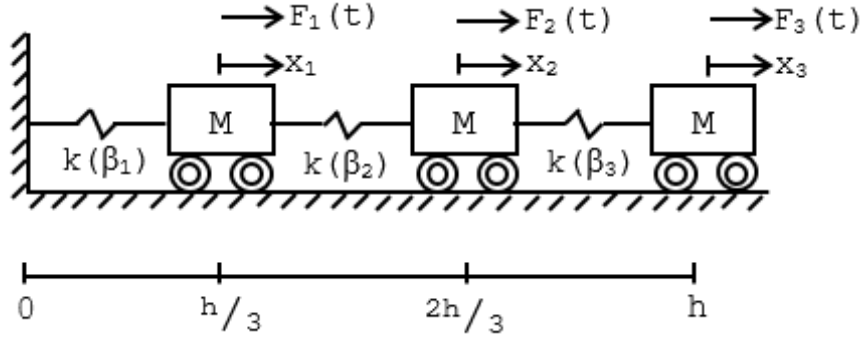


Figura 3: Modelo matemático do problema.

Onde

- β é a variável adicionada ao sistema e associada ao dano localizado;
- x_i é o deslocamento de cada massa, onde $i=1, \dots, 3$.

Na dinâmica do problema, onde se assume ausência da dissipação de energia, as propriedades de massa e rigidez são os principais parâmetros para formular o modelo matemático, obtido a partir da segunda lei de Newton envolvendo as forças atuantes em cada uma das massas.

Visto que as equações diferenciais ordinárias que governam este sistema são de 2ª ordem, então as mesmas podem ser reescritas na forma de equações diferenciais ordinárias lineares de 1ª ordem para serem resolvidas por técnicas padrão de integração no tempo, conforme será apresentado adiante.

Em [22], propõe-se um modelo para propagação de dano que resulta dos princípios básicos da mecânica clássica do contínuo e introduz uma variável interna para descrever, em cada ponto do contínuo, o estado de integridade local. A evolução desta variável que caracteriza o dano é modelada através de uma equação de fechamento do problema matemático, apresentada no Apêndice A. O desenvolvimento desse modelo insere-se em uma estrutura termodinâmica para corpos deformáveis submetidos a pequenas transformações. Entende-se que o dano resulta de alterações na microestrutura e, com o intuito de reproduzir a sua propagação espacial com maior fidelidade, admite-se que a energia livre deve depender não apenas da tensão e da variável de dano, mas

também do seu gradiente. Além disso, assume-se que o trabalho das forças internas depende não apenas da sua velocidade e seu gradiente, mas também da velocidade do dano e de seu gradiente.

A modelagem resulta em um conjunto de equações que governam o movimento correspondente para sistemas discretos, invariantes ao tempo e sem amortecimento, é convenientemente expressa em notação matricial. Neste sentido, é apresentado o sistema (2-1) composto de 3 equações diferenciais ordinárias acopladas não lineares de 2ª ordem com coeficientes constantes, que governam a dinâmica da estrutura apresentada na Figura 3.

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_1(t) + K(\beta_1 + \beta_2)x_1(t) - K(\beta_2)x_2(t) &= F_1(t) \\ M\ddot{x}_2(t) - K(\beta_2)x_1(t) + K(\beta_2 + \beta_3)x_2(t) - K(\beta_3)x_3(t) &= F_2(t) \\ M\ddot{x}_3(t) + K(\beta_3)x_2(t) + K(\beta_3)x_3(t) &= F_3(t) \end{aligned} \quad (2-1)$$

Onde

- M é a massa de cada segmento definida pela equação (2-2);

$$M = \frac{\rho Ah}{3} \quad (2-2)$$

- K é o coeficiente de rigidez definido pela equação (2-3);

$$K = \frac{3A(\lambda + 2\mu)}{h} \quad (2-3)$$

- \ddot{x}_i e x_i representam, respectivamente, os estados de aceleração e deslocamento do sistema, para todo $i = 1, 2$ e 3 ;

- $F_i(t)$ é o vetor de forças externas atuantes no sistema;

- β_i é a variável interna que descreve o estado de integridade em cada segmento i da barra cujo valor é constante no modelo, para todo $i = 1, 2$ e 3 ;

- A é a área da seção transversal da barra, m^2 ; e

- μ e λ são os parâmetros de Lamè.

Todavia, o dano é uma variável de estado que não se pode observar diretamente, ou seja, não pode ser medido por instrumentos físicos. Assim, será apresentado na seção 2.2 o uso do filtro de Kalman [37] para atualizar os estados do modelo virtual de dano através das informações coletadas do modelo físico em tempo real, além de estimar os estados desconhecidos do sistema, assim como o parâmetro β que representa o dano presente no material. Além disso, será adicionado ao filtro as incertezas inerentes ao processo de idealização na modelagem e representado por ruídos de processo, assim como nas coletas de informações, representado por ruídos de medição, aproximando o protótipo do modelo virtual à realidade.

Como fora anunciado antes, a solução para o problema matemático de evolução do dano apresentado na Figura 3 pode ser obtida a partir do sistema de equações diferenciais ordinárias (2-1) que governam a sua dinâmica. Entretanto, uma redução de ordem nestas equações deverá ser feita visto que só é possível integrar numericamente as equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Para isso, foi utilizado o método de integração numérica Runge Kutta 4ª ordem para a obtenção das soluções numéricas.

De posse das equações da dinâmica do modelo (2-1), reescreve-se à seguir as equações (2-4) como um sistema de equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem em função dos seus estados e parâmetros.

$$\frac{d}{dt}(\chi) = \begin{pmatrix} \chi(2) \\ M^{-1}[F_1 - K(\beta_1 + \beta_2)\chi(1) + K(\beta_2)\chi(3)] \\ \chi(4) \\ M^{-1}[F_2 + K(\beta_2)\chi(1) - K(\beta_2 + \beta_3)\chi(3) + K(\beta_3)\chi(5)] \\ \chi(6) \\ M^{-1}[F_3 + K(\beta_3)\chi(3) - K(\beta_3)\chi(5)] \end{pmatrix} \quad (2-4)$$

Onde

$$\chi^T = \left[x_1 \quad \frac{d}{dt}(x_1) \quad x_2 \quad \frac{d}{dt}(x_2) \quad x_3 \quad \frac{d}{dt}(x_3) \right] \quad (2-5)$$

De posse do sistema de equações diferenciais (2-4), o interesse principal se concentrou na identificação dos parâmetros associados ao dano. A teoria da estimativa de estados pode ser usada não apenas para estimar os estados que caracterizam o problema, mas também para estimar os parâmetros desconhecidos e não observáveis de um sistema [38] [39].

Na estratégia adotada para estimar os parâmetros, o sistema de equações diferenciais (2-4) foi reescrito adicionando-se um vetor de variáveis associadas ao dano $\vec{\beta} = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$, obtendo-se assim um novo sistema de equações constituído de um vetor de estado aumentado (2-6) [37].

$$\frac{d}{dt}(\tilde{\chi}) = \begin{pmatrix} \chi(2) \\ M^{-1}[F_1 - K(\chi(7) + \chi(8))\chi(1) + K\chi(8)\chi(3)] \\ \chi(4) \\ M^{-1}[F_2 + K\chi(8)\chi(1) - K(\chi(8) + \chi(9))\chi(3) + K\chi(9)\chi(5)] \\ \chi(6) \\ M^{-1}[F_3 + K\chi(9)\chi(3) - K\chi(9)\chi(5)] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1(t, \tilde{\chi}) \\ g_2(t, \tilde{\chi}) \\ g_3(t, \tilde{\chi}) \\ g_4(t, \tilde{\chi}) \\ g_5(t, \tilde{\chi}) \\ g_6(t, \tilde{\chi}) \\ g_7(t, \tilde{\chi}) \\ g_8(t, \tilde{\chi}) \\ g_9(t, \tilde{\chi}) \end{pmatrix} \quad (2-6)$$

Onde $\{x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2 \quad x_3 \quad \dot{x}_3 \quad \beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3\}^T$ é o vetor de estados aumentado constituído de estados originais e parâmetros que serão estimados no modelo.

Uma vez que a degradação da estrutura é um fenômeno irreversível, por hipótese foi assumido que a taxa de variação do dano, apresentada no sistema de equações (2-6), é igual a zero em cada segmento da estrutura [22].

Desta forma, vale ressaltar que o valor para o parâmetro β no modelo é constante ao longo do tempo devido à irreversibilidade do fenômeno e pelo fato do trabalho se focalizar em detectar a sua existência e estimar a sua magnitude a partir dos estados medidos.

As degradações β_1 , β_2 e β_3 são determinadas na etapa de identificação do dano resolvendo-se o sistema de equações (2-6), representando o estado atual de dano na

estrutura e serão utilizadas como condição inicial do modelo de evolução do dano, representado no sistema de equações (2-7).

O modelo que governa a evolução do dano, também desenvolvido no Apêndice A, apresenta como solução as taxas das degradações cujos valores refletem a integridade da estrutura. E estas informações do sistema, que podem ser preditas no modo off-line, são fundamentais para auxiliar prognósticos de falha com limites de confiança previamente especificados e, desta forma, subsidiar a tomada de decisão.

Para completar a identificação do dano em tempo real, desenvolveu-se o modelo de evolução de dano para prever a vida remanescente da estrutura. Isso foi feito a partir da solução do seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias:

$$\begin{pmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \dot{\beta}_3 \end{pmatrix} = [Ch^2]^{-1} \cdot \begin{pmatrix} wh^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda + \mu\right)(x_1)^2 \\ wh^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda + \mu\right)(x_2 - x_1)^2 \\ wh^2 - \left(\frac{1}{2}\lambda + \mu\right)(x_3 - x_2)^2 \end{pmatrix} \quad (2-7)$$

Onde

- $\dot{\beta}_i$ representa a taxa de crescimento do dano β presente em cada segmento i da barra, para todo $i = 1, 2$ e 3 .

- C é o parâmetro do material associado à sua resistência ao dano, ou seja, em problemas de barra elástica ele representa a função da constante de viscosidade da degradação.

- w é o parâmetro do material associado à energia mínima requerida para que se inicie o processo de dano, ou seja em problemas de barra elástica ele representa a função da constante de difusão da degradação.

Uma vez que a equação diferencial de movimento do sistema contínuo no tempo não pode ser integrada em sua forma fechada, a estratégia adotada foi a utilização do método explícito de integração numérica por Runge-Kutta. Este método satisfaz as equações diferenciais governantes em intervalos de tempo discretos, separados pelo passo constante Δt , expressando os deslocamentos atuais do corpo em termos dos estados passados [36].

A equações foram resolvidas através da ferramenta MATLAB® e os resultados apresentados no item 3.

2.2 FILTRO DE KALMAN PARA MONITORAÇÃO EM TEMPO REAL

O Filtro de Kalman proposto por Rudolph Emil Kalman na década de 1960 [40] é uma ferramenta que estima as variáveis de uma larga faixa de processos. Em termos matemáticos, se diz que o filtro de Kalman é utilizado como uma técnica de filtragem, estimação de estados e parâmetros de sistemas lineares e não lineares. Resulta em um processo recursivo eficiente de estimação, visando a minimização entre estados estimados e aqueles, parcialmente, medidos.

Como os modelos apresentados na seção 2.1 possuem natureza não linear, já que na etapa de identificação a evolução do dano é constante, não seria razoável aplicar diretamente o filtro de Kalman padrão (válido para sistemas lineares), porque desta forma as estimativas para os estados reais da estrutura não representariam a dinâmica correta.

Embora os sistemas lineares não existam no mundo real, a sua teoria ainda é considerada como uma estratégia valiosa para tratar de sistemas não lineares e foi através da expansão em série de Taylor em torno de um ponto adequado que linearizamos os modelos cinemático e fenomenológico.

Neste contexto, foi preciso conhecer, primeiramente, a forma geral de um sistema não linear, objeto de estudo da pesquisa, em função das variáveis de estado, controle e ruídos gaussiano do processo e medição. Essa forma geral é apresentada no sistema de equações (2-8).

$$\text{Sistema não Linear : } \begin{cases} \dot{x} = f(x_0, u_0, w_0, t) \\ y = h(x_0, v_0, t) \end{cases} \quad (2-8)$$

Onde $\dot{x} = f(\cdot)$ é a equação de processo e $y = h(\cdot)$ a equação das medições.

Assumindo que as funções não lineares empregadas neste trabalho são suficientemente suaves, além dos pequenos desvios para os estados estimados em relação aos seus respectivos valores verdadeiros, se justifica considerar a série de Taylor truncada da equação de estado (2-8) para funções e 1ª derivada contínuas em torno do estado atualizado encontrado no instante de tempo anterior [37].

Para um sistema linear, faz-se necessário lançar mão de uma linearização construída a partir da expansão em série de Taylor, denominada equação de estado, que

governa a evolução das variáveis de estado do sistema dinâmico ao longo do tempo e é apresentada na equação (2-9) [40][41][37].

$$\begin{aligned}\dot{x} &\approx f(x_0, u_0, w_0, t) + \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_x (x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial u} \bigg|_x (u - u_0) + \frac{\partial f}{\partial w} \bigg|_x (w - w_0) \\ &= f(x_0, u_0, w_0, t) + A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta u + L \cdot \Delta w\end{aligned}\quad (2-9)$$

Onde: x é o vetor de estados estimados, u é o sinal externo de controle e w é o ruído de processo.

O vetor x armazena as informações das variáveis observáveis no instante t , sendo ele construído a partir do mesmo vetor de estados no instante anterior x_{t-1} . Possui dimensão $m \times 1$, onde m representa o número dos estados.

A variável u é de natureza escalar, cujo sinal produz uma ação à equação de estado do sistema no instante de tempo t .

O ruído w é uma variável aleatória gaussiana e estocástica que representa o erro inerente ao sistema, e mutuamente descorrelacionado ao vetor de estados. Possui como característica a média igual a zero e covariância denotada por Q , ou seja, $w \sim N(0, Q)$.

Assumindo que ruído branco é conhecido e sua média $w_0(t)$ é nula ao longo de todo o tempo, se reduz a variação do ruído de processo conforme apresentado na equação (2-10).

$$\Delta w = (w - w_0) = w(t) \quad (2-10)$$

Em geral, também é razoável assumir que o sinal de controle $u(t)$ seja perfeitamente conhecido pelo sistema de controle e essa informação garante ausência de incertezas no valor do sinal, como pode ser visto na equação (2-11) [37].

$$u_0(t) = u(t) = \Delta u = 0 \quad (2-11)$$

No entanto, sabe-se que pode haver incertezas nas saídas do sistema de controle, pois eles estão conectados a atuadores que possuem ruído. Neste caso é aceitável incluir tal informação como parte do ruído do processo.

Rearranjando a equação (2-9) é obtida a equação (2-12).

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{w}_0, t) + \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{x} + \mathbf{L} \cdot \mathbf{w} \quad (2-12)$$

De forma análoga, é obtida a equação (2-13) na forma discretizada [37].

$$\mathbf{x}_t = f_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1}^+, \mathbf{u}_{t-1}, 0) + \mathbf{F}_{t-1} \cdot (\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1}^+) + \mathbf{L}_{t-1} \cdot \mathbf{w}_{t-1} \quad (2-13)$$

Onde \mathbf{x}_t é o vetor de estados estimados $m \times 1$ que armazena as informações das variáveis observáveis no instante t , sendo este construído a partir do mesmo vetor de estados \mathbf{x}_{t-1} , todavia no instante anterior.

A matriz característica jacobiana \mathbf{F}_{t-1} possui dimensão $m \times m$ e é definida na equação (2-14).

$$\mathbf{F}_{t-1} = \left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{t-1}^+} \quad (2-14)$$

O ruído de processo \mathbf{w}_{t-1} é gaussiano e possui como característica a média igual a zero e covariância denotada $\mathbf{L}_{t-1} \mathbf{Q}_{t-1} (\mathbf{L}_{t-1})^T$.

\mathbf{L}_{t-1} é a matriz jacobiana associada ao ruído de processo da ordem $m \times m$ definida na equação (2-15).

$$\mathbf{L}_{t-1} = \left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\mathbf{x}_{t-1}^+} \quad (2-15)$$

Uma vez conhecida a equação de estado, isto é, a equação que descreve a evolução do movimento do sistema dinâmico desconsiderando as medições de campo é possível determinar a estimativa à priori do estado (\mathbf{x}_t^-) de acordo com a equação (2-16).

$$\mathbf{x}_t^- = f_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1}^+, \mathbf{u}_{t-1}, 0) \quad (2-16)$$

Onde os índices algébricos (-) e (+) representam as estimativas anterior e posterior à informação obtida da equação de observações, respectivamente.

A segunda equação contínua não linear também construída a partir da expansão em série de Taylor, denominada equação de observações, governa a evolução de uma

variável de estado particular do sistema dinâmico ao longo do tempo e é apresentada na equação (2-17) [40][41][37].

$$\begin{aligned} y &\approx h(x_0, v_0, t) + \frac{\partial h}{\partial x} \bigg|_x (x - x_0) + \frac{\partial h}{\partial v} \bigg|_x (v - v_0) \\ &= h(x_0, v_0, t) + C \cdot \Delta x + M \cdot \Delta v \end{aligned} \quad (2-17)$$

Onde y é o vetor das variáveis observáveis e v é o ruído do sensor.

O vetor y armazena as informações das variáveis no instante de tempo t , cuja construção ocorre a partir da dependência linear com o vetor de estados x_t . Possui dimensão $n \times 1$, onde n representa o número das variáveis observáveis.

O ruído v armazena valores aleatórios conhecidos como erro de medida seguindo uma distribuição gaussiana, de natureza estocástica e mutuamente descorrelacionado com o vetor de estados. Assumindo que as medições possuem o ruído R_t , onde t é o tempo, então a covariância da estimativa pode ser escrita apenas como R . Sendo um ruído branco, possui como característica sua média igual a zero e covariância denotada por R , ou seja, $v \sim N(0, R)$.

Da mesma forma como fora feito para o ruído de processo, foi assumido um valor médio para o ruído branco $v_0(t)$ igual a zero ao longo de todo o tempo reduzindo a variação do ruído de medição conforme apresentado na equação (2-18).

$$\Delta v = (v - v_0) = v(t) \quad (2-18)$$

Rearranjando a equação (2-17) se obtém a equação (2-19).

$$y = h(x_0, v_0, t) + C \cdot \Delta x + M \cdot v \quad (2-19)$$

De forma análoga é obtida a equação (2-20) na forma discretizada [42].

$$y_t = h(x_t^-, 0) + H \cdot (x_t - x_t^-) + v_t \quad (2-20)$$

Onde y_t é o vetor $n \times 1$ das variáveis observáveis que armazena as informações das mesmas no instante de tempo t , sendo que n representa a quantidade destas variáveis cuja construção ocorre a partir da dependência linear com o vetor de estados x_t .

\mathbf{H} é a matriz $n \times m$ que informa quais estados serão medidos pelo sensor;

\mathbf{v}_t é o ruído gaussiano do sensor que possui como característica sua média igual a zero e covariância denotada por $\mathbf{M}_t \mathbf{R}_t (\mathbf{M}_t)^T$.

\mathbf{M}_t é a matriz jacobiana associada ao ruído do sensor da ordem $m \times m$ definida na equação (2-21).

$$\mathbf{M}_t = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_t}{\partial \mathbf{v}} \right|_{\mathbf{x}_t^-} \quad (2-21)$$

O interesse nos problemas de previsão de estado é focado em estimar corretamente as variáveis não observáveis, pois elas contém todas as informações à respeito do sistema. Em todos estes problemas, é impossível medir diretamente o vetor de estados x , sendo então necessário medir o vetor das variáveis observáveis y , que é uma função do vetor de estados corrompido pelo ruído v .

Kalman [40][41] apresentou a matriz de ganho do filtro na equação (2-22), representada pela letra \mathbf{K} .

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_t^- \cdot \mathbf{H}_t^T \left[\mathbf{H}_t \mathbf{P}_t^- \mathbf{H}_t^T + \mathbf{M}_t \mathbf{R}_t \mathbf{M}_t^T \right]^{-1} \quad (2-22)$$

A covariância do erro à priori do estado (\mathbf{P}_t^-) é definida na equação (2-23).

$$\mathbf{P}_t^- = \mathbf{F}_{t-1} \cdot \mathbf{P}_{t-1}^+ \cdot \mathbf{F}_{t-1}^T + \mathbf{L}_{t-1} \mathbf{Q}_{t-1} \mathbf{L}_{t-1}^T \quad (2-23)$$

A matriz de ganho gera as estimativas de mínimo erro quadrático e por isso é usada para atualização do estado, ou seja, estimativa do estado à posteriori (\mathbf{x}_t^+). Assim, a atualização tanto da estimativa do estado quanto da covariância do sistema dinâmico são obtidos, respectivamente, através das equações (2-24) e (2-25) [37].

$$\mathbf{x}_t^+ = \mathbf{x}_t^- + \mathbf{K}_t \left(\mathbf{y}_t - \mathbf{h}_t(\mathbf{x}_t^-, 0) \right) \quad (2-24)$$

$$\mathbf{P}_t^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_t^- \quad (2-25)$$

Onde

- \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem $m \times m$;

- P_t^+ é uma matriz simétrica definida positiva se e somente se P_t^- também for simétrica.

2.3 APLICAÇÃO DO FILTRO BASEADO NA MODELAGEM DE DANO

Nesta seção será apresentado um protótipo de um sistema inteligente de monitoração de estrutura em tempo real baseado em técnica de filtragem com orientação dada pela modelagem do dano.

Uma vez apresentada a modelagem dinâmica (2-6) e (2-7), respectivamente, aplicaram-se as equações discretas do filtro de Kalman assumindo que o estado atual do sistema no instante t é obtido a partir do estado atualizado no instante anterior $t-1$.

A etapa de previsão, construída a partir da equação (2-16), foi reescrita sistematicamente, conforme apresentado na equação (2-26), de forma a possibilitar a utilização do método explícito de integração numérica por Runge-Kutta de 4ª ordem em intervalos de tempo discretos separados pelo passo de tempo $\Delta t = dt$ expressando os deslocamentos atuais do corpo x_t em termos dos estados passados x_{t-1} [36].

$$x_{i,t} = x_{i,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{i,t-1}) + w_i \quad (2-26)$$

Onde

- i é o índice que representa o estado avaliado;
- t é a variável que representa o instante atual do tempo em que o estado é avaliado;
- w_i representa o ruído de processo.

As estimativas a priori dos estados, então, puderam ser estruturadas a partir da equação (2-26) e são apresentadas na forma das equações discretas (2-27) a (2-35) [39].

$$f_1(t, \vec{x}) = x_{1,t} = x_{1,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{1,t-1}) + w_1 \quad (2-27)$$

$$f_2(t, \vec{x}) = x_{2,t} = x_{2,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{2,t-1}) + w_2 \quad (2-28)$$

$$f_3(t, \vec{x}) = x_{3,t} = x_{3,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{3,t-1}) + w_3 \quad (2-29)$$

$$f_4(t, \vec{x}) = x_{4,t} = x_{4,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{4,t-1}) + w_4 \quad (2-30)$$

$$f_5(t, \vec{x}) = x_{5,t} = x_{5,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{5,t-1}) + w_5 \quad (2-31)$$

$$f_6(t, \vec{x}) = x_{6,t} = x_{6,t-1} + dt \cdot \frac{d}{dt}(x_{6,t-1}) + w_6 \quad (2-32)$$

$$f_7(t, \vec{x}) = x_{7,t} = x_{7,t-1} + w_7 \quad (2-33)$$

$$f_8(t, \vec{x}) = x_{8,t} = x_{8,t-1} + w_8 \quad (2-34)$$

$$f_9(t, \vec{x}) = x_{9,t} = x_{9,t-1} + w_9 \quad (2-35)$$

Onde as taxas de variação das estimativas em torno do ponto de linearização são dadas como:

$$\frac{d}{dt}(x_{1,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_1(t, \vec{\chi}) + 2g_1\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_1\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_1(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dt}(x_{2,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_2(t, \vec{\chi}) + 2g_2\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_2\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_2(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dt}(x_{3,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_3(t, \vec{\chi}) + 2g_3\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_3\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_3(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dt}(x_{4,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_4(t, \vec{\chi}) + 2g_4\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_4\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_4(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dt}(x_{5,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_5(t, \vec{\chi}) + 2g_5\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_5\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_5(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$\frac{d}{dt}(x_{6,t-1}) = \frac{1}{6} \left[\begin{array}{l} g_6(t, \vec{\chi}) + 2g_6\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k1_i\right) + 2g_6\left(t + \frac{dt}{2}, \vec{\chi}_i + \frac{dt}{2}k2_i\right) + \\ g_6(t + dt, \vec{\chi}_i + dt \cdot k3_i) \end{array} \right]$$

$$k1_i = g_i(t, \vec{x})$$

$$k2_i = g_i\left(t + \frac{1}{2}dt, \vec{x} + \frac{1}{2}dt \cdot k1_i\right)$$

$$k3_i = g_i\left(t + \frac{1}{2}dt, \vec{x} + \frac{1}{2}dt \cdot k2_i\right)$$

Uma vez estimados os estados e o sistema linearizado em torno destes pontos, é necessário conhecer as incertezas envolvidas em seus valores preditos, conforme apresentado na equação (2-23). Para isso, a matriz de covariância do erro de estimativa, calculada antes da atualização dos estados, foi construída conforme a equação (2-36).

$$P_t^- = \left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial x} \right|_{x_{t-1}^+} \cdot P_{t-1}^+ \cdot \left[\left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial x} \right|_{x_{t-1}^+} \right]^T + \left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial w} \right|_{x_{t-1}^+} Q_{t-1} \left[\left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial w} \right|_{x_{t-1}^+} \right]^T \quad (2-36)$$

Onde P_{t-1}^+ é dado de entrada para a matriz covariância do erro de estimação,

$\left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial x} \right|_{x_{t-1}^+}$ e $\left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial w} \right|_{x_{t-1}^+}$ são as Matrizes Jacobianas que representam a derivada

primeira da série de Taylor e, por ser única, garante a linearização do sistema não linear.

$$\left. \frac{\partial f_{t-1}}{\partial x} \right|_{x_{t-1}^+} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} & \frac{\partial f_1}{\partial x_5} & \frac{\partial f_1}{\partial x_6} & \frac{\partial f_1}{\partial x_7} & \frac{\partial f_1}{\partial x_8} & \frac{\partial f_1}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} & \frac{\partial f_2}{\partial x_6} & \frac{\partial f_2}{\partial x_7} & \frac{\partial f_2}{\partial x_8} & \frac{\partial f_2}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_4} & \frac{\partial f_3}{\partial x_5} & \frac{\partial f_3}{\partial x_6} & \frac{\partial f_3}{\partial x_7} & \frac{\partial f_3}{\partial x_8} & \frac{\partial f_3}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_2} & \frac{\partial f_4}{\partial x_3} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} & \frac{\partial f_4}{\partial x_5} & \frac{\partial f_4}{\partial x_6} & \frac{\partial f_4}{\partial x_7} & \frac{\partial f_4}{\partial x_8} & \frac{\partial f_4}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_1} & \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_3} & \frac{\partial f_5}{\partial x_4} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} & \frac{\partial f_5}{\partial x_6} & \frac{\partial f_5}{\partial x_7} & \frac{\partial f_5}{\partial x_8} & \frac{\partial f_5}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_1} & \frac{\partial f_6}{\partial x_2} & \frac{\partial f_6}{\partial x_3} & \frac{\partial f_6}{\partial x_4} & \frac{\partial f_6}{\partial x_5} & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} & \frac{\partial f_6}{\partial x_7} & \frac{\partial f_6}{\partial x_8} & \frac{\partial f_6}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_7}{\partial x_1} & \frac{\partial f_7}{\partial x_2} & \frac{\partial f_7}{\partial x_3} & \frac{\partial f_7}{\partial x_4} & \frac{\partial f_7}{\partial x_5} & \frac{\partial f_7}{\partial x_6} & \frac{\partial f_7}{\partial x_7} & \frac{\partial f_7}{\partial x_8} & \frac{\partial f_7}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_8}{\partial x_1} & \frac{\partial f_8}{\partial x_2} & \frac{\partial f_8}{\partial x_3} & \frac{\partial f_8}{\partial x_4} & \frac{\partial f_8}{\partial x_5} & \frac{\partial f_8}{\partial x_6} & \frac{\partial f_8}{\partial x_7} & \frac{\partial f_8}{\partial x_8} & \frac{\partial f_8}{\partial x_9} \\ \frac{\partial f_9}{\partial x_1} & \frac{\partial f_9}{\partial x_2} & \frac{\partial f_9}{\partial x_3} & \frac{\partial f_9}{\partial x_4} & \frac{\partial f_9}{\partial x_5} & \frac{\partial f_9}{\partial x_6} & \frac{\partial f_9}{\partial x_7} & \frac{\partial f_9}{\partial x_8} & \frac{\partial f_9}{\partial x_9} \end{bmatrix}, x \in \mathbb{R}^9$$

$$\frac{\partial f_{t-1}}{\partial w} \bigg|_{x_{t-1}^+} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial w_1} & \frac{\partial f_1}{\partial w_2} & \frac{\partial f_1}{\partial w_3} & \frac{\partial f_1}{\partial w_4} & \frac{\partial f_1}{\partial w_5} & \frac{\partial f_1}{\partial w_6} & \frac{\partial f_1}{\partial w_7} & \frac{\partial f_1}{\partial w_8} & \frac{\partial f_1}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_2}{\partial w_1} & \frac{\partial f_2}{\partial w_2} & \frac{\partial f_2}{\partial w_3} & \frac{\partial f_2}{\partial w_4} & \frac{\partial f_2}{\partial w_5} & \frac{\partial f_2}{\partial w_6} & \frac{\partial f_2}{\partial w_7} & \frac{\partial f_2}{\partial w_8} & \frac{\partial f_2}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_3}{\partial w_1} & \frac{\partial f_3}{\partial w_2} & \frac{\partial f_3}{\partial w_3} & \frac{\partial f_3}{\partial w_4} & \frac{\partial f_3}{\partial w_5} & \frac{\partial f_3}{\partial w_6} & \frac{\partial f_3}{\partial w_7} & \frac{\partial f_3}{\partial w_8} & \frac{\partial f_3}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_4}{\partial w_1} & \frac{\partial f_4}{\partial w_2} & \frac{\partial f_4}{\partial w_3} & \frac{\partial f_4}{\partial w_4} & \frac{\partial f_4}{\partial w_5} & \frac{\partial f_4}{\partial w_6} & \frac{\partial f_4}{\partial w_7} & \frac{\partial f_4}{\partial w_8} & \frac{\partial f_4}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_5}{\partial w_1} & \frac{\partial f_5}{\partial w_2} & \frac{\partial f_5}{\partial w_3} & \frac{\partial f_5}{\partial w_4} & \frac{\partial f_5}{\partial w_5} & \frac{\partial f_5}{\partial w_6} & \frac{\partial f_5}{\partial w_7} & \frac{\partial f_5}{\partial w_8} & \frac{\partial f_5}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_6}{\partial w_1} & \frac{\partial f_6}{\partial w_2} & \frac{\partial f_6}{\partial w_3} & \frac{\partial f_6}{\partial w_4} & \frac{\partial f_6}{\partial w_5} & \frac{\partial f_6}{\partial w_6} & \frac{\partial f_6}{\partial w_7} & \frac{\partial f_6}{\partial w_8} & \frac{\partial f_6}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_7}{\partial w_1} & \frac{\partial f_7}{\partial w_2} & \frac{\partial f_7}{\partial w_3} & \frac{\partial f_7}{\partial w_4} & \frac{\partial f_7}{\partial w_5} & \frac{\partial f_7}{\partial w_6} & \frac{\partial f_7}{\partial w_7} & \frac{\partial f_7}{\partial w_8} & \frac{\partial f_7}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_8}{\partial w_1} & \frac{\partial f_8}{\partial w_2} & \frac{\partial f_8}{\partial w_3} & \frac{\partial f_8}{\partial w_4} & \frac{\partial f_8}{\partial w_5} & \frac{\partial f_8}{\partial w_6} & \frac{\partial f_8}{\partial w_7} & \frac{\partial f_8}{\partial w_8} & \frac{\partial f_8}{\partial w_9} \\ \frac{\partial f_9}{\partial w_1} & \frac{\partial f_9}{\partial w_2} & \frac{\partial f_9}{\partial w_3} & \frac{\partial f_9}{\partial w_4} & \frac{\partial f_9}{\partial w_5} & \frac{\partial f_9}{\partial w_6} & \frac{\partial f_9}{\partial w_7} & \frac{\partial f_9}{\partial w_8} & \frac{\partial f_9}{\partial w_9} \end{vmatrix}$$

O ganho de Kalman, apresentado na equação (2-22), pode então ser reapresentado conforme a equação (2-37).

$$K_t = P_t^- \cdot \left[\frac{\partial h_t}{\partial x} \bigg|_{x_t^-} \right]^T \left[\frac{\partial h_t}{\partial x} \bigg|_{x_t^-} P_t^- \left[\frac{\partial h_t}{\partial x} \bigg|_{x_t^-} \right]^T + \frac{\partial h_t}{\partial v} \bigg|_{x_t^-} R_t \left[\frac{\partial h_t}{\partial v} \bigg|_{x_t^-} \right]^T \right]^{-1} \quad (2-37)$$

Onde a matriz jacobiana do erro M_t e a matriz H_t , que define os estados observados pelos sensores, são dadas pelas equações (2-38) e (2-39).

$$M_t = \left[\frac{\partial h}{\partial v_1} \quad \frac{\partial h}{\partial v_2} \quad \frac{\partial h}{\partial v_3} \quad \frac{\partial h}{\partial v_4} \quad \frac{\partial h}{\partial v_5} \quad \frac{\partial h}{\partial v_6} \quad \frac{\partial h}{\partial v_7} \quad \frac{\partial h}{\partial v_8} \quad \frac{\partial h}{\partial v_9} \right] \quad (2-38)$$

$$H_t = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \frac{\partial h}{\partial x_3} \quad \frac{\partial h}{\partial x_4} \quad \frac{\partial h}{\partial x_5} \quad \frac{\partial h}{\partial x_6} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \quad (2-39)$$

A atualização dos estados é então obtida a partir das informações coletadas pelos sensores cuja representação foi dada na equação (2-17). As estimativas atualizadas para os estados e para a matriz covariância do erro de estimação são então calculadas pelo filtro através das equações apresentadas (2-24) e (2-25), obtendo-se como consequência a identificação das degradações na estrutura identificadas pelo vetor $\{\beta_1, \beta_2 \text{ e } \beta_3\}$.

De posse do vetor β , a predição da vida residual da estrutura pôde ser calculada resolvendo-se as equação diferenciais (2-7) não lineares de evolução do dano apresentadas.

Na Figura 4, é apresentado um exemplo de fluxograma onde se identifica algumas importantes etapas do processo de monitoração de estruturas:

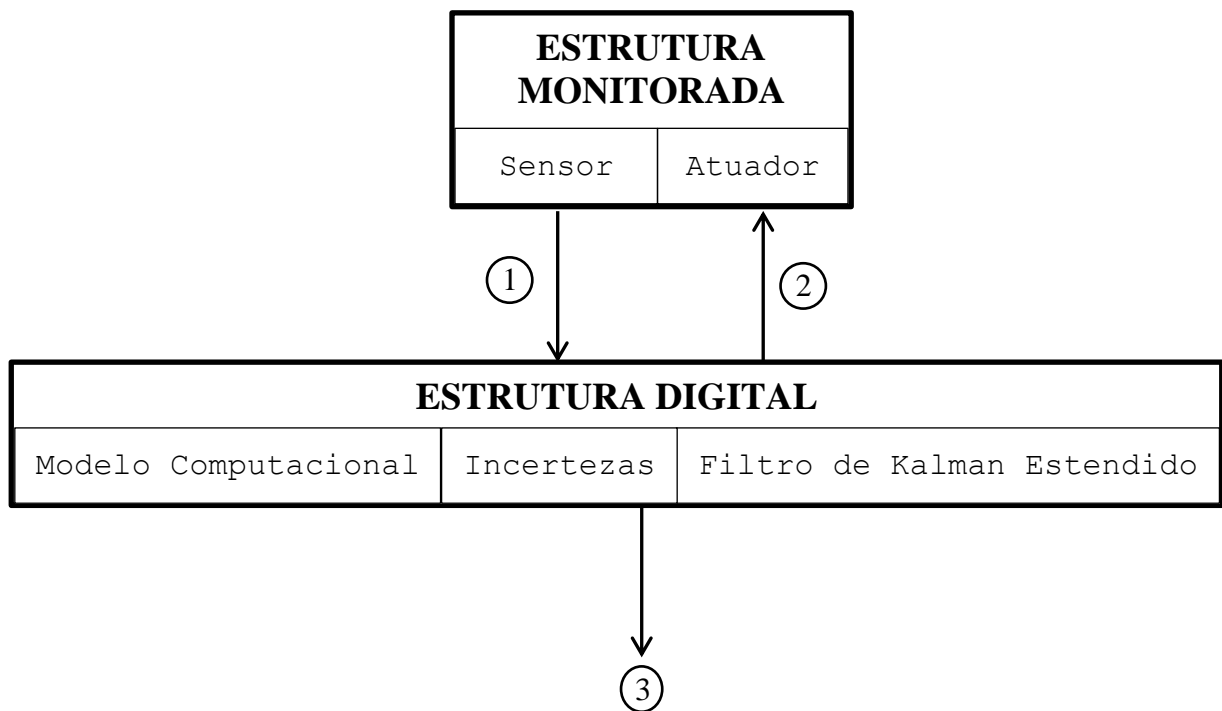


Figura 4: Fluxograma do processo de monitoração

Onde

- ① representa os estados atuais da estrutura real necessários para a atualização da estrutura digital;
- ② representa os comandos que deverão ser executados na estrutura monitorada como, por exemplo, alteração de parâmetros operacionais.
- ③ representa o conjunto de objetivos almejados no processo de monitoração de estrutura como, por exemplo, a execução de diagnóstico e prognóstico, subsídio a decisões operacionais, otimização de localização dos sensores, entre outros.

3 RESULTADOS

O modelo utilizado para a identificação de dano e avaliação da vida residual de uma estrutura resulta da combinação de princípios físicos básico (conservação do momento linear) com equações fenomenológicas que descrevem o comportamento elástico da estrutura e o processo de evolução, espacial e temporal, do dano. Podendo tal modelo ser atualizado com informações atuais (em tempo real) obtidas por sensores instalados em estruturas ou componentes.

Após a identificação do dano a pergunta que se faz é se a estrutura continuará a operar satisfatoriamente até a data da próxima parada para manutenção? Ou então, qual é o tempo de vida restante da estrutura antes de ingressar em uma rota crítica de falha?

Para responder estas perguntas, desenvolveu-se uma metodologia em duas etapas, descrita em detalhes no capítulo anterior. Na primeira, empregou-se o modelo que descreve o movimento do sistema com abordagem para identificação do dano, assumindo que este não varia durante todo o período de observação. Por se tratar de um estado não observável, o filtro de Kalman foi aplicado ao modelo com um vetor de estados aumentado com o intuito de detectar a presença de dano na estrutura a partir dos sinais obtidos por meio de sensores de deslocamento ou velocidade. Sensores de deslocamento (S_d) e de velocidade (S_v) foram posicionados, como apresentado esquematicamente na Figura 5.

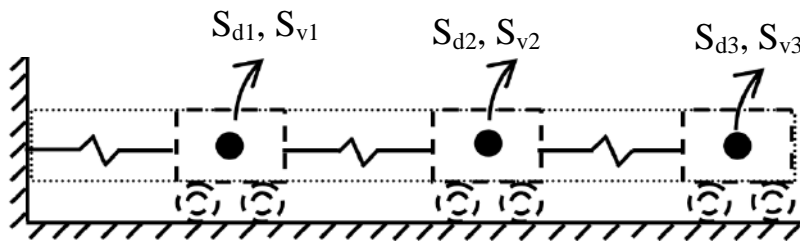


Figura 5: Localização dos sensores na estrutura.

Após identificar a existência do dano, a segunda etapa utiliza o modelo completo que leva em consideração a evolução do dano, capaz de fornecer um prognóstico de vida residual do sistema.

O filtro de Kalman e o modelo de evolução do dano foram implementados na plataforma computacional MATLAB®.

A eficácia da metodologia proposta é testada utilizando-se apenas simulações computacionais, onde os sinais medidos por sensores são fornecidos por simulações computacionais e acrescidos de ruído¹ na ordem de 1% para representar o funcionamento usual de sensores. O passo de tempo (dt) utilizado nas simulações para a integração numérica das equações diferenciais foi, em sua maioria, igual a 0.01. Tal valor foi definido de modo que a relação entre a taxa de aquisição de dados e a frequência do sinal fosse maior do que dois, de modo que o sinal digital reconstruído pudesse refletir com precisão as informações presentes no sinal contínuo. Por sua vez, o filtro de Kalman estima estados e parâmetros usando uma taxa de aquisição e estimação de estados correspondente a um passo de tempo $dT > dt$, visando replicar as potenciais limitações de sensores e computação em tempo real. Diferentes análises, apresentadas em detalhe abaixo, foram executadas levando em consideração diferentes cenários com intuito de cobrir situações desafiadores para o protótipo de *Digital Twin* representado pelo sistema de avaliação da integridade estrutural em tempo real desenvolvido nesta dissertação.

- Cenário 1: utilizando-se sensores de deslocamento, analisou-se o comportamento do sistema quando este fora excitado através de uma velocidade inicial no elemento 3 ($v_3 = 0.1$ m/s) e considerando uma degradação estrutural local na mola 3 representada por $\beta_3 = 0.80$.

- Cenário 2: utilizando-se sensores de deslocamento, analisou-se o comportamento do sistema quando este fora excitado através de um deslocamento inicial

¹ De acordo com Kalman [40], a variável associada ao ruído em modelos de processos aleatórios pode ser representada como um sinal de excitação aleatório independente ou descorrelacionado (“ruído branco” ou gaussiano).

no elemento 1 ($x_1 = 25$ mm) considerando uma degradação estrutural em todas as molas com $\beta_1 = 0.80$, $\beta_2 = 0.85$ e $\beta_3 = 0.90$.

- Cenário 3: utilizando-se sensores de deslocamento, analisou-se o comportamento do sistema quando este fora submetido a um forçamento externo no elemento 3 ($F_3 = \cos(t)$) considerando uma degradação estrutural em todas as molas: $\beta_1 = 0.85$, $\beta_2 = 0.70$ e $\beta_3 = 0.95$. A frequência de aquisição de dados foi considerada diferente da frequência de geração dos dados sintéticos: $dT = 10 * dt$.

- Cenário 4: utilizando-se sensores de deslocamento, analisou-se o comportamento do sistema na hipótese da massa ser desconhecida, ou seja, considerando incertezas da ordem de 20% no valor do parâmetro de massa utilizado no filtro. Para tal análise, considerou que o sistema fora excitado com uma velocidade inicial no elemento 3 ($v_3 = 0.1$ m/s) e uma degradação estrutural na mola 1 correspondente à $\beta_1 = 0.8$.

Complementando os resultados acima, os cenários foram novamente analisados para verificar a capacidade do modelo em identificar e prever o dano estrutural a partir das informações obtidas por sensores de velocidade.

3.1 IDENTIFICAÇÃO DE DANO E PREDIÇÃO DA VIDA ÚTIL DO SISTEMA

Os resultados apresentados neste capítulo têm como propósitos específicos:

- Avaliar a robustez da abordagem computacional proposta a partir das equações baseadas em princípios físicos e relações fenomenológicas;
- Identificar a existência de dano localizado na estrutura, a partir do modelo discreto do sistema com o vetor de estados ampliados, estimando a sua localização e intensidade com o filtro de Kalman estendido;

Para isso, vamos considerar o problema matemático discreto apresentado na Figura 6, por hipótese, sujeito a pequenas deformações, com seção transversal circular de

diâmetro 25mm, possuindo massa **M** e coeficiente de rigidez **K** definidos pelas equações (3-1) e (3-2).

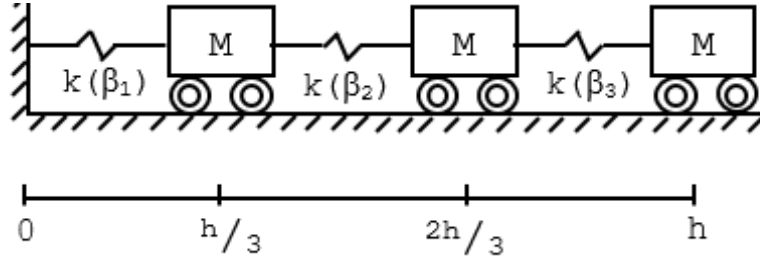


Figura 6: Problema discreto de barra submetida ao carregamento axial.

$$M = \frac{\rho A h}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

$$K = \frac{3A(\lambda + 2\mu)}{h} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 & -\beta_2 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 + \beta_3 & -\beta_3 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

Onde:

- ρ é a massa específica, kgf/m³;
- A é a área da seção, m²;
- h é o comprimento da barra, m;
- λ e μ são constantes de Lamè, MPa.

Os parâmetros do modelo contínuo referencial são apresentados na Tabela 1, enquanto que as respectivas propriedades físicas do sistema discreto encontram-se na Tabela 2:

Tabela 1: Parâmetros utilizados nos modelos de identificação e predição.

Parâmetro	Valor
C	10^9 MPa.s
w	$5 \cdot 10^{-5}$ MPa
λ	$16 \cdot 10^3$ MPa
μ	$16 \cdot 10^3$ MPa
β_i^e	1.0

Onde:

- C é o parâmetro que representa o coeficiente de viscosidade;
- w é o parâmetro que representa a carga requerida para o início da falha;
- β_i^e é a variável associada ao dano estimado inicialmente para cada elemento da estrutura $i = 1, \dots, 3$.

Tabela 2: Propriedades físicas do componente mecânico.

Propriedade	Valor
ρ	7860 kg/m^3
h	1 m
D	25E-3 m

Onde

- D é o diâmetro da barra.

A partir dos valores introduzidos anteriormente, apresenta-se abaixo as matrizes de massa e de rigidez do sistema:

$$M = \frac{\rho A h}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{7860 \cdot \pi \cdot (25E-3)^2 \cdot 1}{12} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 1.3 \text{ kgf/cm}^2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{3A(\lambda + 2\mu)}{h} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 & -\beta_2 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 + \beta_3 & -\beta_3 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 \end{bmatrix} = 70.7 \text{ N/m} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 & -\beta_2 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 + \beta_3 & -\beta_3 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 \end{bmatrix}$$

Onde

- A hipótese assumida de que a energia do sistema se conserva garante que a matriz, associada ao parâmetro de amortecimento, é nula;
- O vetor de forçamento externo $\vec{F}=[F_1 \ F_2 \ F_3]$ será definido em cada cenário analisado;
- β_1 , β_2 e β_3 serão os valores atuais encontrados para os estados não observáveis do dano usando o filtro de Kalman estendido.

No primeiro cenário o modelo foi excitado através de uma velocidade inicial (impulso) na massa 3 igual a 0.1m/s com dano real pré-existente da mola 3 correspondente a $\beta_3=0.8$.

Este cenário foi investigado levando em consideração diferentes sensores: na primeira parte da investigação foi utilizado o sensor de deslocamento (Sd3) enquanto que na segunda foi utilizado o sensor de velocidade (Sv3), ambos posicionado na mesma massa.

Na Tabela 3 são apresentas os valores empregados.

Tabela 3: Cenário 1 – Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com extremidade livre da estrutura submetida à velocidade inicial de 0.1m/s.

Forçamento externo N	Condição inicial		β	Dano (1- β)	Sensores: Atualização do modelo <i>Digital Twin</i>	Taxa Aquisição de dados
	Deslocamento m	Velocidade m/s				
F1=0	x1=0	v1=0	$\beta_1=1.0$	0.0	Sd3 Sv3	1.0 kHz 0.1 kHz
F2=0	x2=0	v2=0	$\beta_2=1.0$	0.0		
F3=0	x3=0	v3=0.1	$\beta_3=0.8$	0.20		

A partir das figuras 6a, 7a e 8a é possível comparar os valores estimados pelo filtro para os respectivos deslocamentos das massas m_1 , m_2 e m_3 – e aqueles tidos como referencias denominados dados sintéticos. Para isso, são selecionados dois instantes do tempo de aquisição de dados para observar mais de perto as curvas de deslocamentos: primeiros e últimos 10 segundos, respectivamente. Se percebe a eficácia do filtro porque os valores por ele estimados se aproximam, ao longo do tempo, dos valores de referência refletindo uma redução no erro de estimativa.

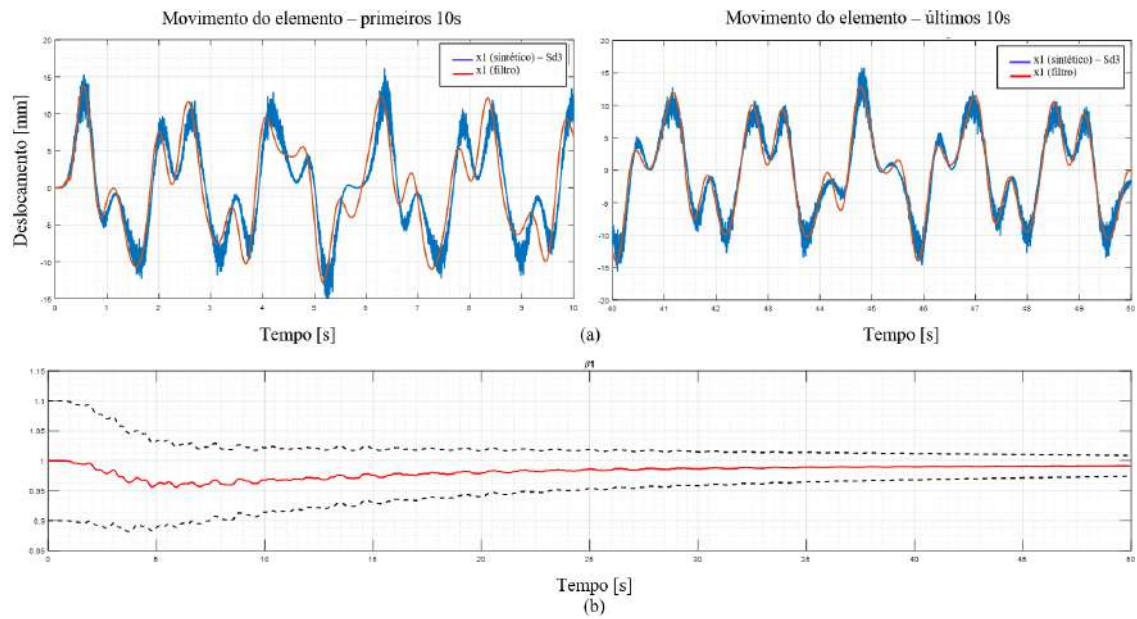


Figura 7: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

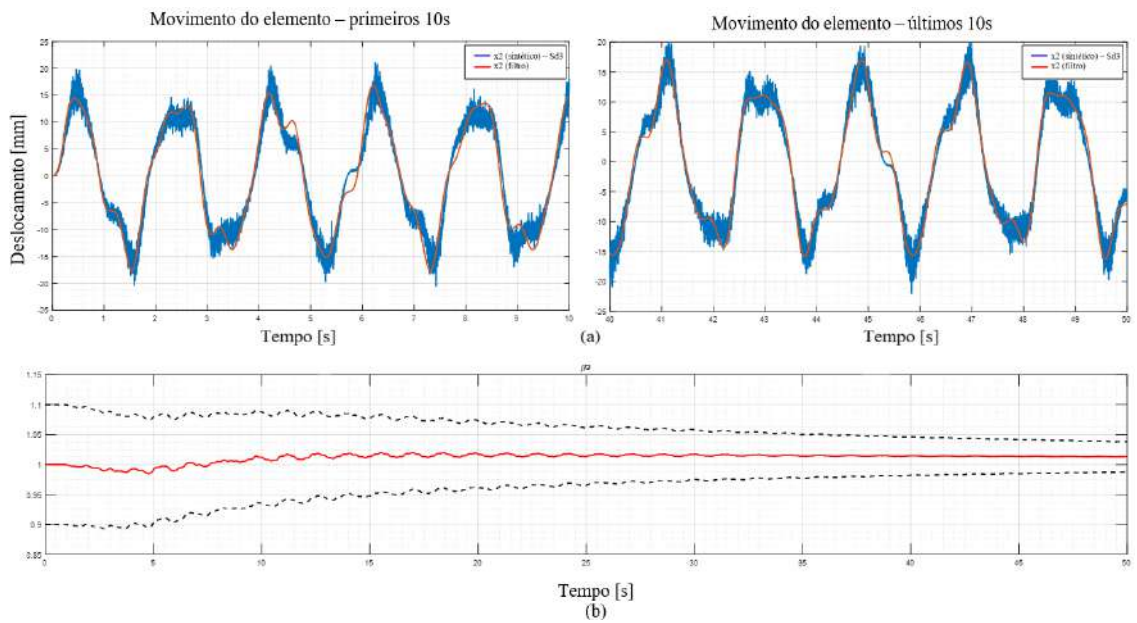


Figura 8: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

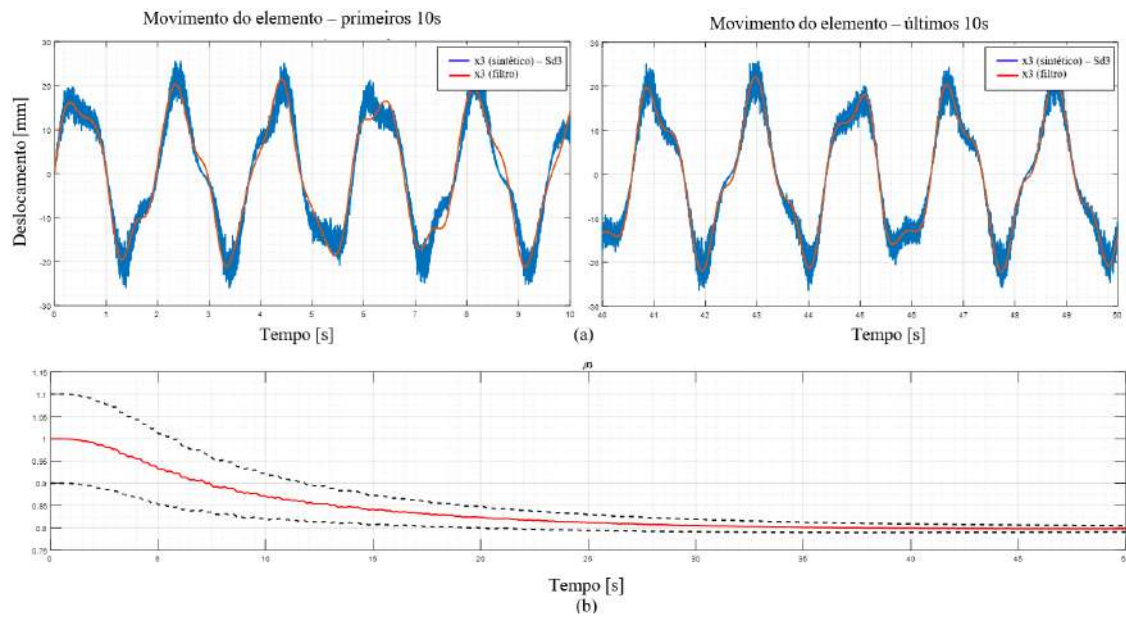


Figura 9: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

Na Figura 7a é possível observar que em 70% do tempo inicial de simulação, alguns valores estimados de x_1 divergem dos valores gerados sinteticamente, mas que ao longo do tempo, esta diferença diminui porque o filtro corrige os estados estimados com ajuda das informações atuais capturadas pelo sensor Sd3 instalado na estrutura.

Tanto na Figura 8a quanto na Figura 9a também se observam comportamentos semelhantes entre os valores de x_2 e x_3 estimados pelo filtro e gerados pelos dados sintéticos, mas as diferenças ocorrem num intervalo de tempo menor e pelo mesmo motivo.

Estes resultados mostram que os estados são atualizados ao longo do tempo pelo filtro de Kalman, o qual demonstra ser plenamente capaz de estimar estados que não são diretamente medidos e na presença de ruídos.

Também observa-se, através da Figura 7b e Figura 8b, um desvio dos valores identificados de β_1 e β_2 em relação aos valores reais, mas que ao longo do processo de identificação, o filtro corrigiu esse desvio.

Do mesmo modo que aconteceu com o estado β_3 , as curvas de β_1 e β_2 também afetadas pelas incertezas partiram das suas respectivas condições iniciais e oscilaram até convergirem para o mesmo valor, pois com a atualização dos deslocamentos, as curvas foram sendo corrigidas gradativamente para os valores atuais.

E esse efeito aconteceu no início da simulação porque é neste momento que as informações dos estados estão desatualizadas e com presença de ruído. Os resultados finais são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Identificação do estado de dano por Sd3.

Inicial		Real		Estimado		Erro
β1	1.00	β1	1.00	β1	0.9914	<1%
β2	1.00	β2	1.00	β2	1.013	1,3%
β3	1.00	β3	0.80	β3	0.7983	<1%

Um aspecto importante na aplicação da metodologia proposta reside no potencial descasamento entre as escalas de tempo da simulação do modelo e da aquisição dos sinais dos sensores. Na teoria publicada de NYQUIST e SHANNON [43] a relação mínima entre a frequência de aquisição (associado ao passo de integração dt) e a frequência do sinal monitorado (associada à dinâmica da estrutura) deve ser maior do que dois, para que o sinal digital reconstruído possa refletir com fidelidade e precisão as informações presentes no sinal contínuo, como é apresentado na equação (3-3).

$$\text{Critério}_{\text{Nyquist}} = \frac{\text{Taxa de aquisição de dados}}{\text{Frequência do sinal}} > 2 \quad (3-3)$$

Apesar de NYQUIST e SHANNON [43] estabelecem uma relação mínima entre as frequências, na prática é comum selecionar uma taxa de amostragem de até 3 vezes a maior frequência do sinal para garantir que não haja distorções das informações presentes no sinal. Para verificar a adequabilidade desta relação se faz necessário conhecer a frequência de oscilação do sinal.

A frequência do sinal monitorado, por sua vez, é encontrada calculando-se as frequências naturais da estrutura. Reescrevendo o modelo original na forma de equações diferenciais de 1ª ordem calculou-se as suas frequências naturais resolvendo o problema associado de autovalores. Assim, apresenta-se abaixo a matriz característica do sistema.

$$\dot{\bar{X}} = \mathbf{A} \cdot \bar{X}, \text{ onde } \mathbf{A} = \frac{k}{M} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(\beta_1 + \beta_2) & 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_2 & 0 & -(\beta_2 + \beta_3) & 0 & \beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta_3 & 0 & -\beta_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -110 & 0 & 55 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 55 & 0 & -99 & 0 & 44 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 44 & 0 & -44 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

No intuito de encontrar os autovalores, o determinante da matriz \mathbf{A} foi calculado e a equação de frequência resultante foi igualada a zero. As raízes desta equação, ou melhor os autovalores (λ), foram calculados e seus valores são: $\lambda_1 = \pm 3.3$, $\lambda_2 = \pm 8.7$ e $\lambda_3 = \pm 12.9$.

Assim, as frequências naturais encontradas foram:

- $\omega_1 = 3.3 \text{ rad/s}$ (0.5Hz);
- $\omega_2 = 8.7 \text{ rad/s}$ (1.4Hz); e
- $\omega_3 = 12.9 \text{ rad/s}$ (2.1Hz).

De forma equivalente, foi feita a transformada rápida de Fourier (FFT) para converter o sinal original em uma representação no domínio da frequência. Feito isso, o resultado da FFT apresentou as mesmas frequências, com é mostrada na Figura 10.

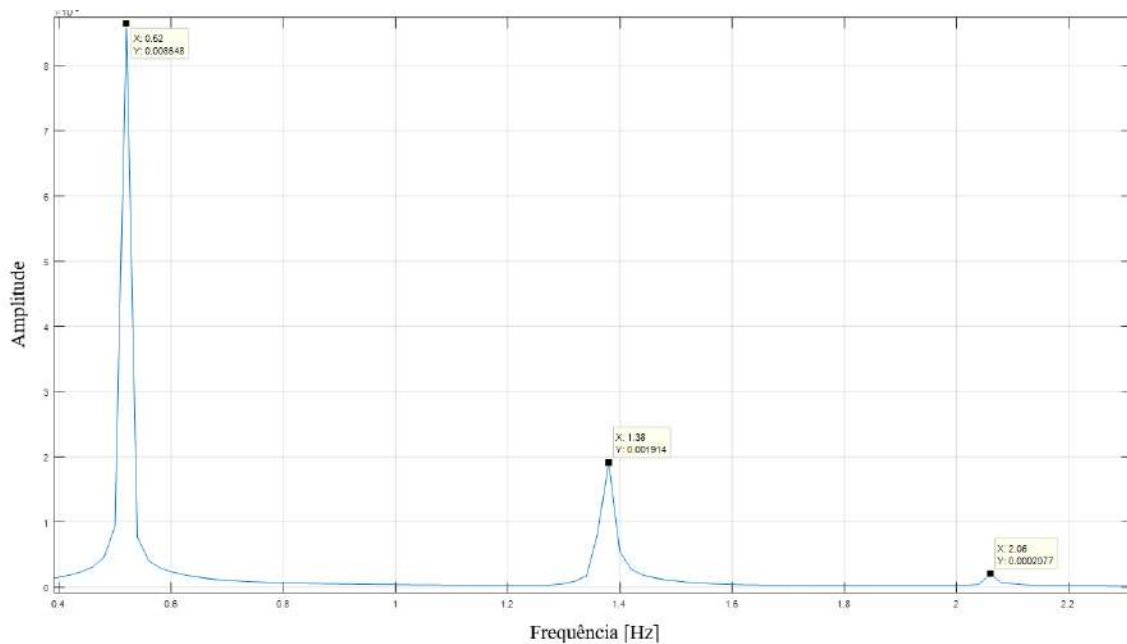


Figura 10: Cenário 1 – Representação do sinal no domínio da frequência.

Apesar de que a simulação do modelo – neste primeiro cenário utilizando o sensor Sd3 – conseguiu estimar corretamente os estados a partir da taxa de aquisição de dados de 1 kHz, verifica-se que a taxa de amostragem utilizada satisfaz a condição de NYQUIST e SHANNON [43] onde define a taxa mínima de amostragem do sinal como o dobro da frequência máxima do sinal.

$$\frac{\text{Taxa de aquisição de dados}}{\text{Frequência do sinal}} = \frac{1000}{2.1} > 2 \quad \rightarrow \text{Critério atendido.}$$

Como pode ser observado na condição acima, a taxa de aquisição de dados é exageradamente maior do que a taxa necessária para o sinal e isso foi provocado pela limitação computacional.

Mesmo estando muito acima da frequência máxima do sinal, é comum encontrar sensores disponíveis no mercado capazes de cobrir esta frequência de amostragem.

Entretanto, é importante ressaltar que a taxa de aquisição exageradamente acima da frequência máxima do sinal produz um volume significativo de dados a serem armazenados e processados, aumentando significativamente o custo computacional e podendo inviabilizar a análise de alguns cenários.

Uma vez avaliado o estado de danificação, o problema consiste na fase de prognóstico, ou seja, na predição do tempo de vida restante da estrutura no intuito de planejar a sua parada para manutenção, atualização de processos, conhecimento do tempo de falha ou substituição de componentes deteriorados.

Então, o modelo foi utilizado para simular o sistema dinâmico e a degradação nas molas (associada às variáveis β_1 , β_2 e β_3) provocou uma significativa redução na vida remanescente.

A Figura 11 apresenta, no instante inicial do cenário 1, os resultados atuais de dano nas molas 1, 2 e 3 (associados respectivamente a β_1 , β_2 e β_3) previamente identificados. Em seguida, a figura apresenta o comportamento do dano ao longo do tempo resolvendo-se o modelo de dano apresentado na equação (2-7).

Entretanto, foi observada uma variação extremamente pequena nos valores de β em uma janela de tempo de 5.9 dias com passo de 10^{-3} s. Tal passo, associado à frequência de aquisição de dados de 1000Hz, foi definido de forma a respeitar o critério de Nyquist.

Durante a simulação deste cenário constatou-se que o tempo necessário para que a estrutura chegasse à degradação máxima ($\beta=0$) seria extremamente elevado, aumentando o custo computacional da simulação além de inviabilizar o processo de monitoração desta e demais análises.

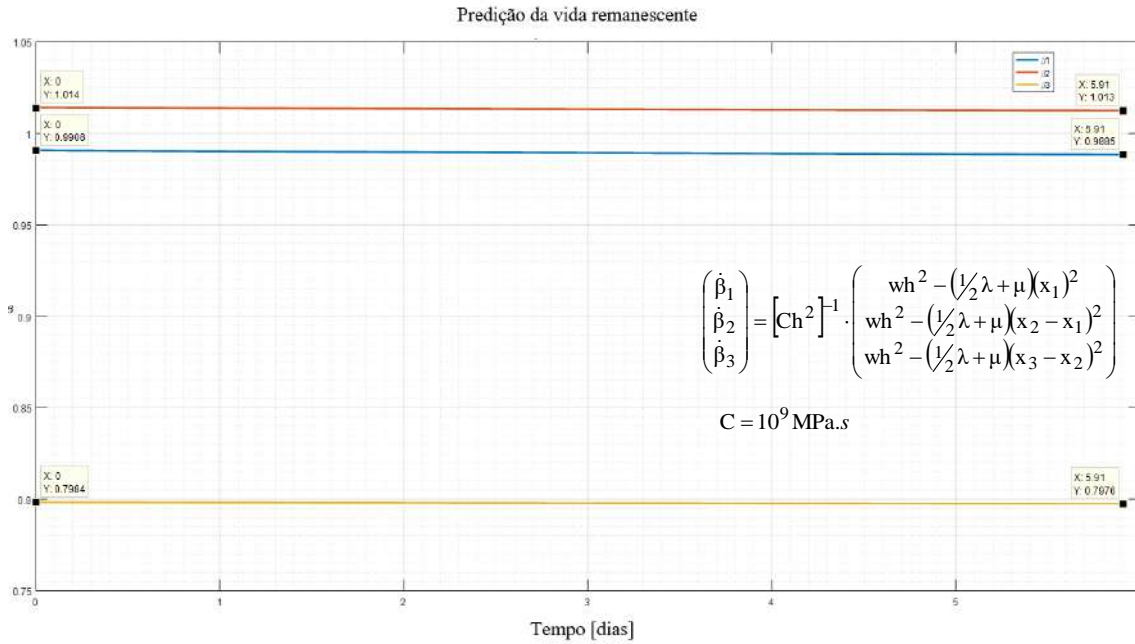


Figura 11: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^9 \text{ MPa.s}$ utilizando o sensor Sd3.

Em virtude dessa observação, a solução encontrada para se obter uma visão geral do comportamento das curvas de degradação das molas foi ajustar artificialmente o valor do parâmetro “C”, presente no modelo de evolução do dano apresentado na equação (2-7), e que está associado à resistência do material ao processo de dano.

Percebeu-se ainda neste modelo que um aumento no valor do parâmetro “C”, foi suficiente para acelerar o processo de predição do dano ao longo do tempo, com intuito de tornar o método mais eficaz possibilitando conhecer o comportamento da curva de degradação junto como a sua velocidade de decaimento.

O valor do parâmetro “C”, ainda que não possua consenso na literatura, representa uma propriedade intrínseca do material analisado sendo que a sua natureza está intimamente ligada à degradação estrutural. Valores diversos são encontrados na literatura e utilizados com diferentes propósitos chegando a assumir ordens de grandeza iguais a 10^{-3} e 10^{-8} .

A observação feita no modelo de dano está ilustrada na Figura 12. O parâmetro “C” é capaz de afetar significativamente a equação de evolução do dano e quanto menor for o seu valor então maior será a taxa de degradação do material.

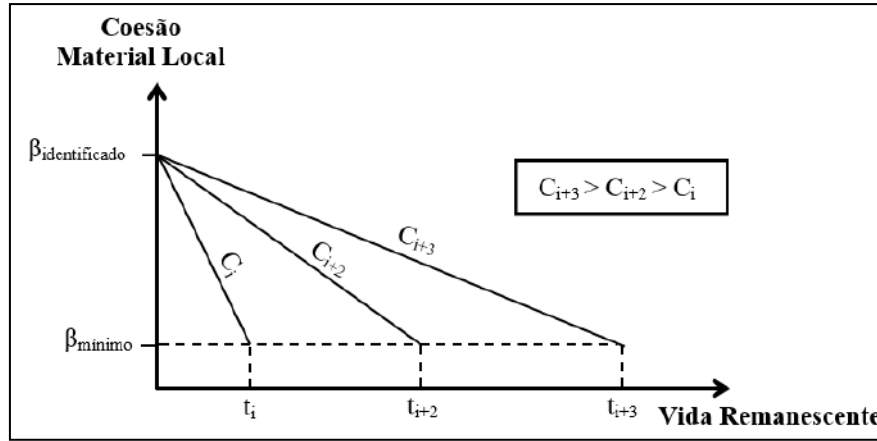


Figura 12: Influência do parâmetro “C” na taxa de degradação do material ao longo do tempo.

Logo, as novas curvas de degradação das molas com o valor atualizado do parâmetro $C = 10^6$ MPa.s são apresentadas nas Figura 13 e Figura 14.

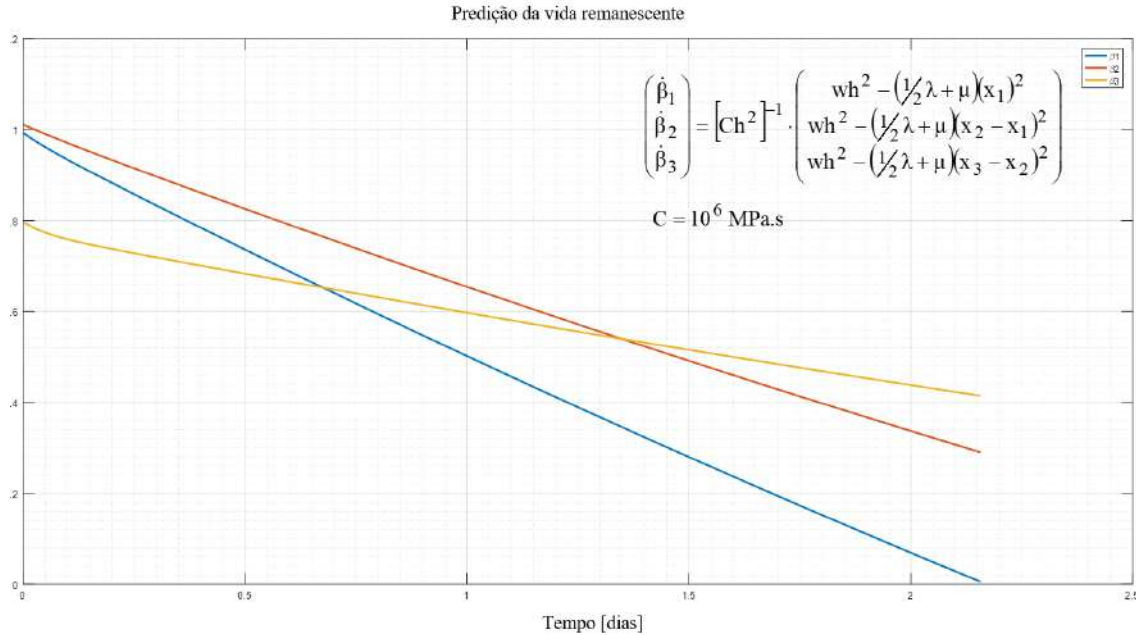


Figura 13: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ MPa.s utilizando o sensor Sd3.

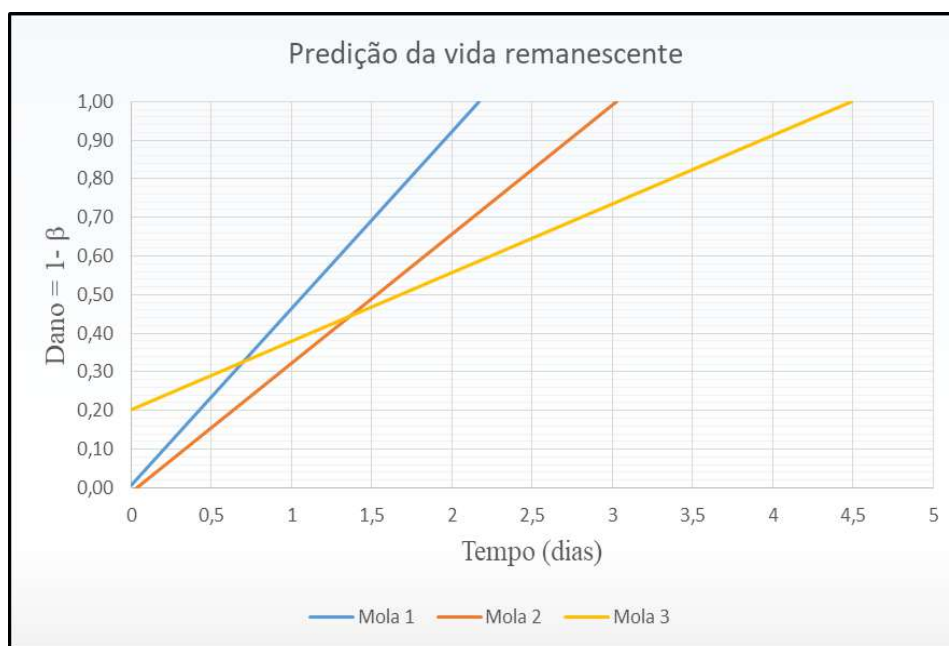


Figura 14: Cenário 1 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sd3.

Durante a fase de identificação do dano, o algoritmo computacional apresentou o resultado esperado, pois minimizou o erro de estimativa dos estados quando aplicado à condição de velocidade inicial no elemento 3 (v_3) concomitantemente com as informações provenientes do sensor de deslocamento posicionado no mesmo elemento (Sd3). Isto também refletiu no cálculo dos estados β_1 , β_2 e β_3 , onde as variâncias destes parâmetros diminuíram ao longo do tempo, aproximando a dispersão dos valores estimados para a região em torno dos valores verdadeiros garantido, assim, mais confiança na identificação atual da integridade da estrutura.

Mas restou a seguinte dúvida: o resultado seria o mesmo caso o responsável por atualizar as informações da estrutura fosse um sensor de velocidade no mesmo local?

Para responder esta dúvida, além de verificar a capacidade do algoritmo em estimar e atualizar os estados do sistema a partir dos dados capturados pelo sensor de velocidade posicionado no elemento 3 (Sv3), uma nova simulação foi feita com os parâmetros e propriedades já apresentados na Tabela 3, cujos resultados podem ser vistos adiante.

Logo no início, esta simulação do modelo – feita com o sensor Sv3 – já apresentou uma mudança positiva e significativa. A taxa de aquisição de dados, ou taxa de amostragem, utilizada na simulação foi 10 vezes menor do que a taxa usada pelo sensor

anterior. Essa diferença causa um impacto muito relevante nos custos envolvidos, como os custos computacionais, armazenamento de dados, tempo de resposta do modelo virtual, custos de instrumentação, etc.

O sistema foi então simulado com a frequência de dados igual a 0.1 kHz, contemplando o sensor de velocidade Sv3. De acordo com a Figura 15a, Figura 16a e Figura 17a, os deslocamentos estimados x_1 , x_2 e x_3 apresentaram distorções entre os seus respectivos valores estimados (filtro) e reais (sintético), devido tanto aos ruídos adicionados ao modelo quanto pela falta de atualização das informações iniciais. Entretanto, ao longo do tempo estas distorções foram reduzidas porque o filtro de Kalman corrigiu os estados estimados com ajuda das informações atuais capturadas pelo sensor Sv3 instalado na estrutura.

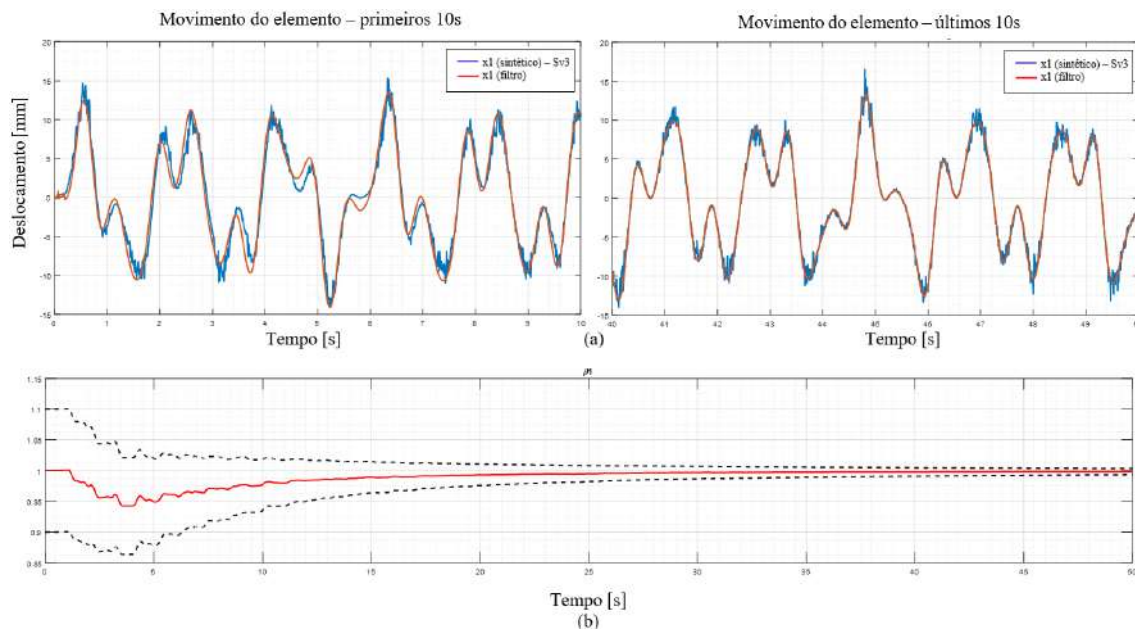


Figura 15: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

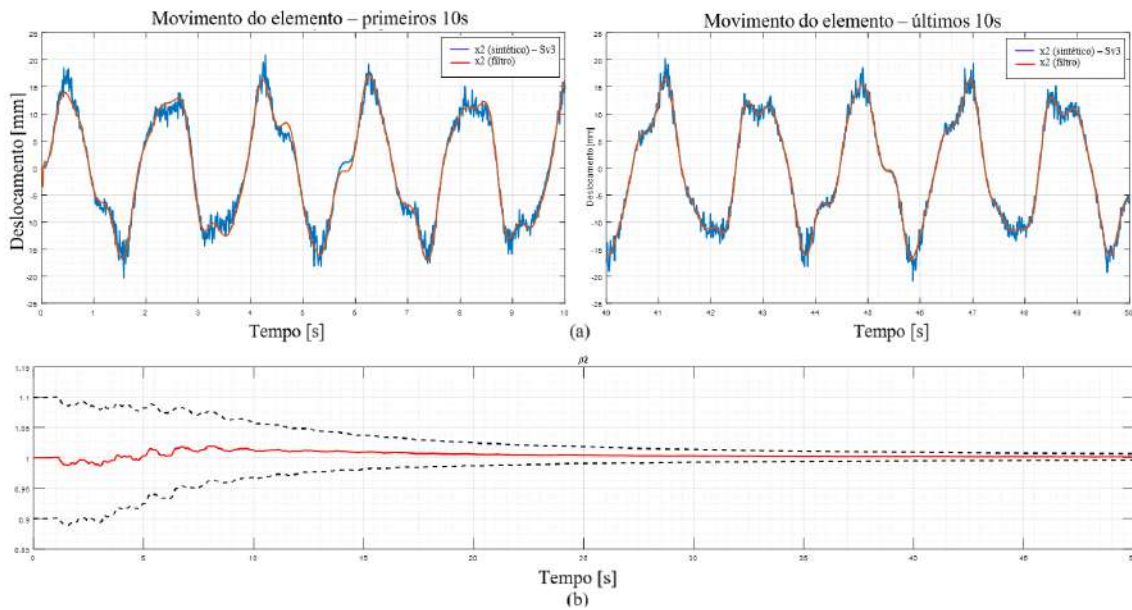


Figura 16: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

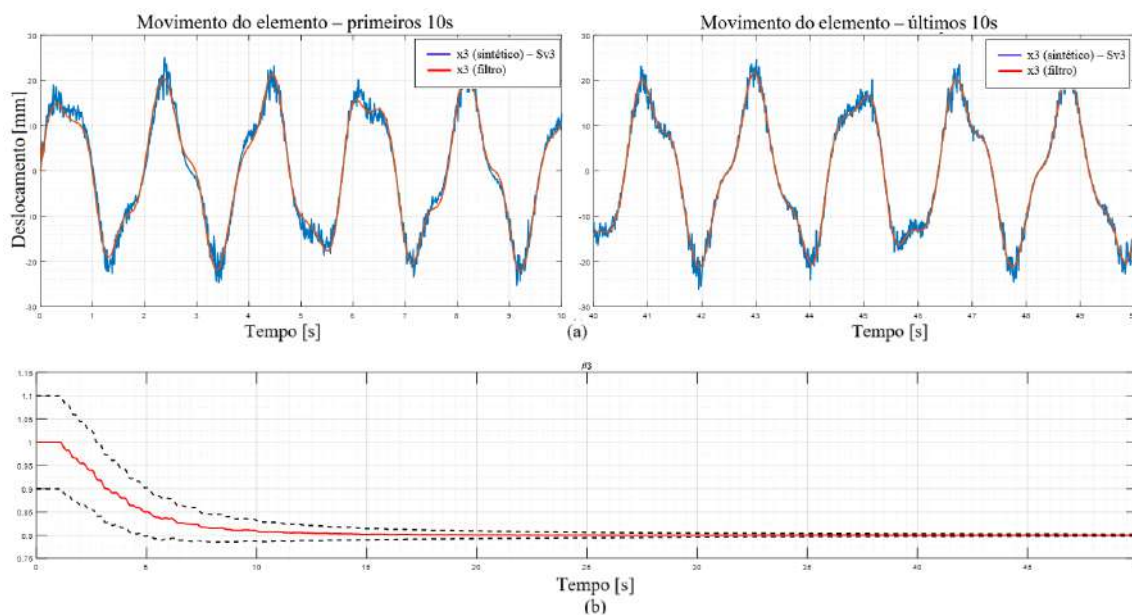


Figura 17: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

Percebe-se que a metodologia aplicada neste cenário em conjunto com o sensor de velocidade Sv3 foi eficaz, mesmo utilizando uma taxa de aquisição de dados (0.1 kHz) menor do que o sensor antigo (1 kHz). Essa taxa de amostragem menor, além de não

impedir o desempenho do filtro, proporcionou calcular e armazenar um volume menor de dados refletindo positivamente no tempo de identificação de estados e parâmetros.

Na Figura 15b, Figura 16b e Figura 17b observa-se que os valores estimados para β_1 , β_2 e β_3 inicialmente também sofrem desvios dos valores verdadeiros devido à presença de ruído e desatualização dos estados. Desta forma, seus valores aparecem distorcidos, mas foram corrigidos ao longo do tempo devido às atualizações das informações provenientes do sensor Sv3.

Os erros de estimativa calculados para β_1 , β_2 e β_3 utilizando o sensor Sv3, apresentados na Tabela 5, foram muito pequenos. Comparando estes resultados com os erros de estimativa da Tabela 4 verifica-se que o filtro, utilizando o sensor Sv3, apresentou resultados mais precisos, mesmo com uma frequência de aquisição de dados significativamente menor.

Os resultados finais são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Identificação do estado de dano por Sv3.

Inicial		Real		Estimado		Erro
β_1	1.00	β_1	1.00	β_1	0.9983	<1%
β_2	1.00	β_2	1.00	β_2	1.002	<1%
β_3	1.00	β_3	0.80	β_3	0.8002	<1%

Após a identificação do estado atual de dano das molas representados por β_1 , β_2 e β_3 , tanto a degradação das mesmas quanto a predição dos seus respectivos tempos restantes de vida foram novamente calculadas a partir do modelo de evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ MPa.s.

O comportamento de como o dano evoluiu ao longo do tempo para o sensor Sv3 (vide Figura 18 e Figura 19) obviamente é muito próximo aos resultados apresentados para o sensor Sd3 (Figura 13 e Figura 14), e isto fica claro pois ambos utilizaram o mesmo modelo de evolução de dano e condições iniciais próximas. A presença de uma pequena diferença nos gráficos de evolução do dano entre os sensores Sv3 e Sd3 se deve à presença dos ruídos adicionados aos modelos, tanto de processo quando das medições.

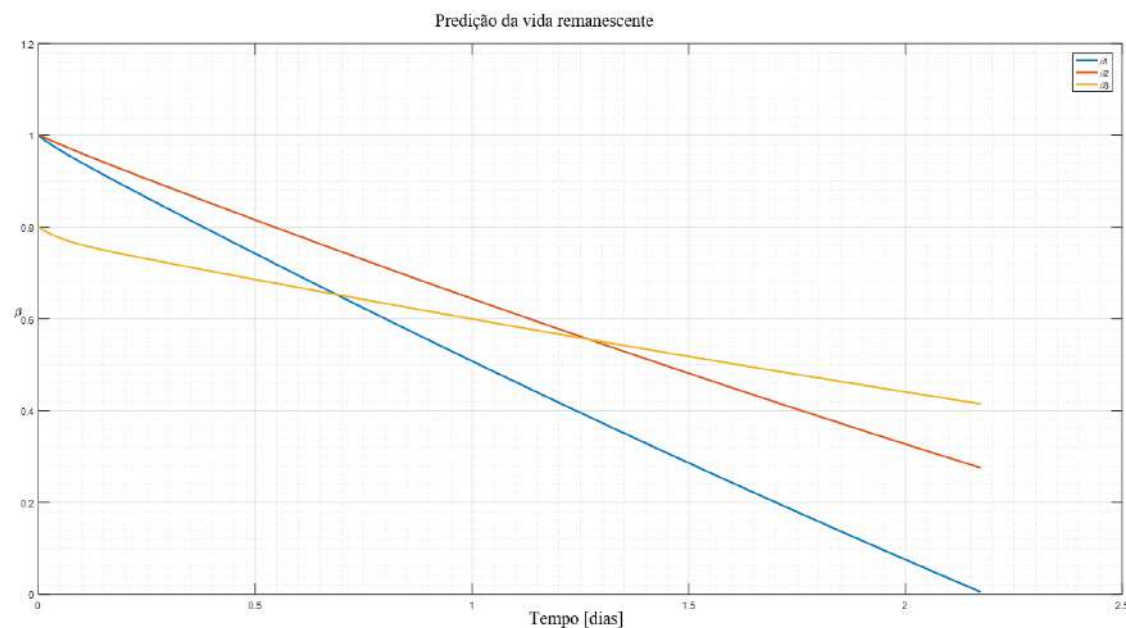


Figura 18: Cenário 1 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ MPa.s utilizando o sensor Sv3.

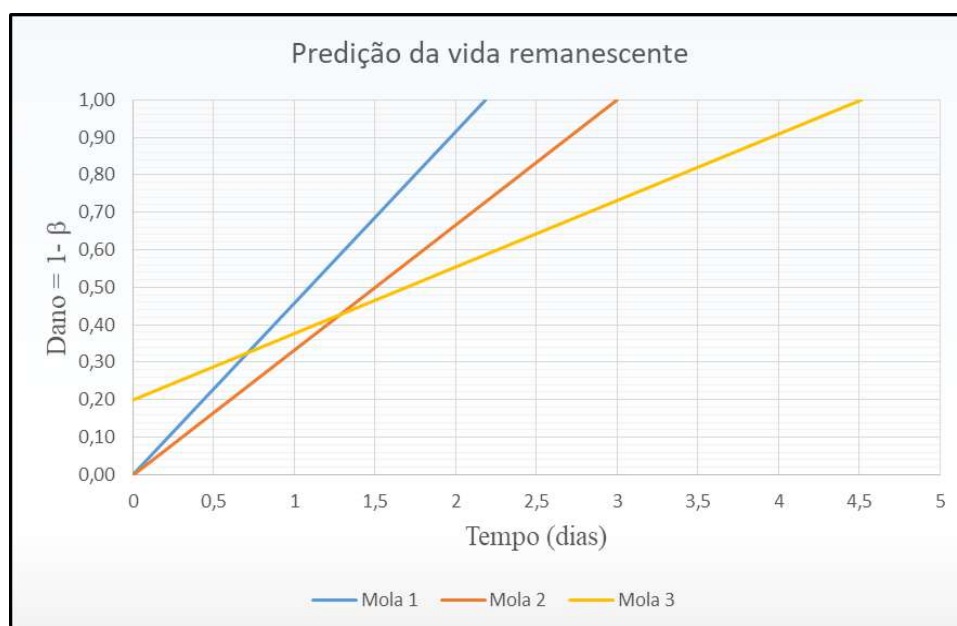


Figura 19: Cenário 1 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv3.

Os resultados do cenário 1 foram embasados em duas análises para diferentes sensores responsáveis pela atualização do modelo de identificação do dano: na primeira análise foi utilizado o sensor de deslocamento (Sd3) enquanto que na segunda foi utilizado o sensor de velocidade (Sv3), ambos posicionado no mesmo elemento.

A

Tabela 6 apresenta alguns dados da simulação utilizando os sensores indicados.

Tabela 6: Dados da simulação e de sensores Sd3 e Sv3.

	Sensor Sd3	Sensor Sv3
DADOS DA SIMULAÇÃO	$dt=10^{-3}$	$dt=10^{-2}$
	$dT=dt$	$dT=dt$
	$C=10^{+6}$	$C=10^{+6}$
	Ruído = 0.01	Ruído = 0.01
DESEMPENHO	Tempo de identificação = 40s	Tempo de identificação = 4.8s
	Tempo de predição = 53min	Tempo predição = 55.1min
Erro de Estimativa dos Estados de degradação	$\beta_1 < 1\%$	$\beta_1 < 1\%$
	$\beta_2 = 1,3\%$	$\beta_2 < 1\%$
	$\beta_3 < 1\%$	$\beta_3 < 1\%$

O tempo de duração da fase de identificação foi de 40 segundos para a análise utilizando o sensor Sd3, enquanto que 4,8 segundos foi o tempo necessário para executar a análise via sensor Sv3.

No segundo cenário de teste o modelo foi excitado com um deslocamento inicial na massa de 25mm com degradação real pré-existente caracterizada por $\beta_1=0.80$, $\beta_2=0.85$ e $\beta_3=0.90$. Sensores de deslocamento foram instalados nos elementos 1 e 3 da estrutura a fim de capturar os estados reais (representados pelos dados sintéticos) e assim atualizar os estados estimados através do filtro de Kalman.

A Tabela 7 apresenta os valores adotados para a análise.

Tabela 7: Cenário 2 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com extremidade fixa da estrutura submetida ao deslocamento inicial de 25mm.

Forçamento externo N	Condição inicial		β	Dano (1- β)	Sensores: Atualização do modelo <i>Digital Twin</i>	Taxa Aquisição de dados
	Deslocamento mm	Velocidade m/s				
F1=0	x1=25	v1=0	$\beta_1=0.80$	0.20	Sd1 Sv3	1.0 kHz 0.1 kHz
F2=0	x2=0	v2=0	$\beta_2=0.85$	0.15		
F3=0	x3=0	v3=0	$\beta_3=0.90$	0.10		

O cenário 2 foi investigado a partir de duas análises anteriores, mas com diferentes sensores responsáveis pela atualização do modelo de identificação do dano: na primeira foi utilizado o sensor de deslocamento (Sd1) posicionado no elemento 1 enquanto que na segunda foi utilizado o sensor de velocidade (Sv3) posicionado elemento 3.

Simulando a dinâmica do sistema utilizando-se parâmetros e propriedades apresentados na Tabela 7 junto com a taxa de aquisição de dados igual a 1 kHz, percebeu-se novamente na Figura 20a, Figura 21a e Figura 22a que, para os instantes iniciais, os deslocamentos estimados x_1 , x_2 e x_3 (em vermelho) apresentaram grande variação em relação ao valor real.

Esse comportamento inicial foi devido à estimativa inicial escolhida para o filtro – obviamente se tratando de uma informação inicial desatualizada – junto com a presença de ruídos.

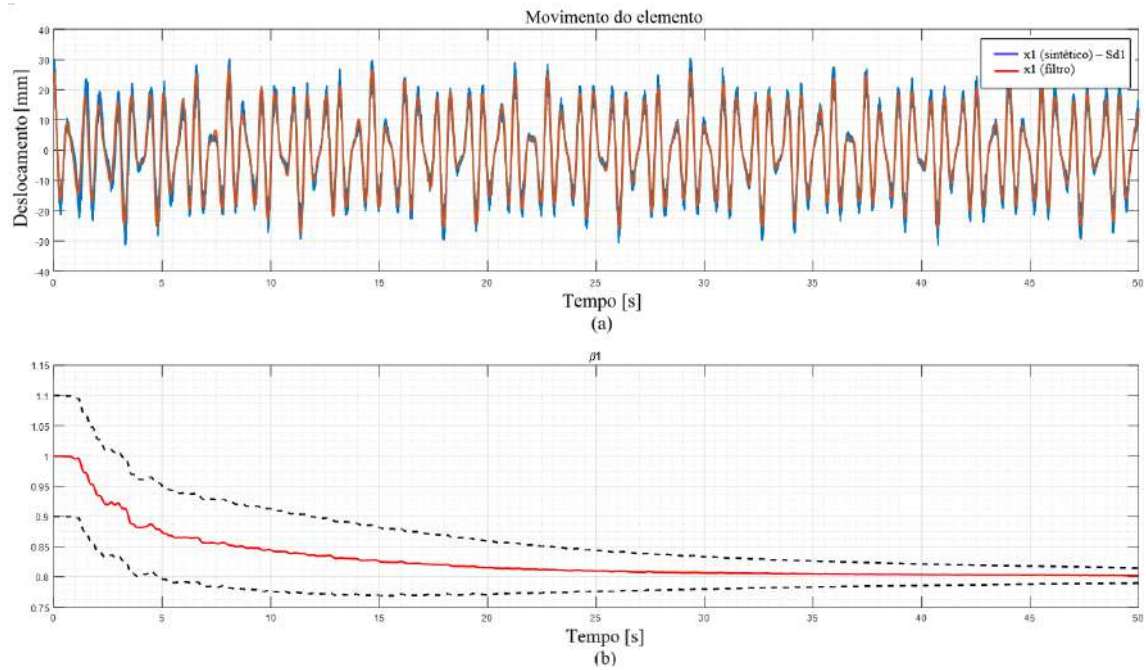


Figura 20: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

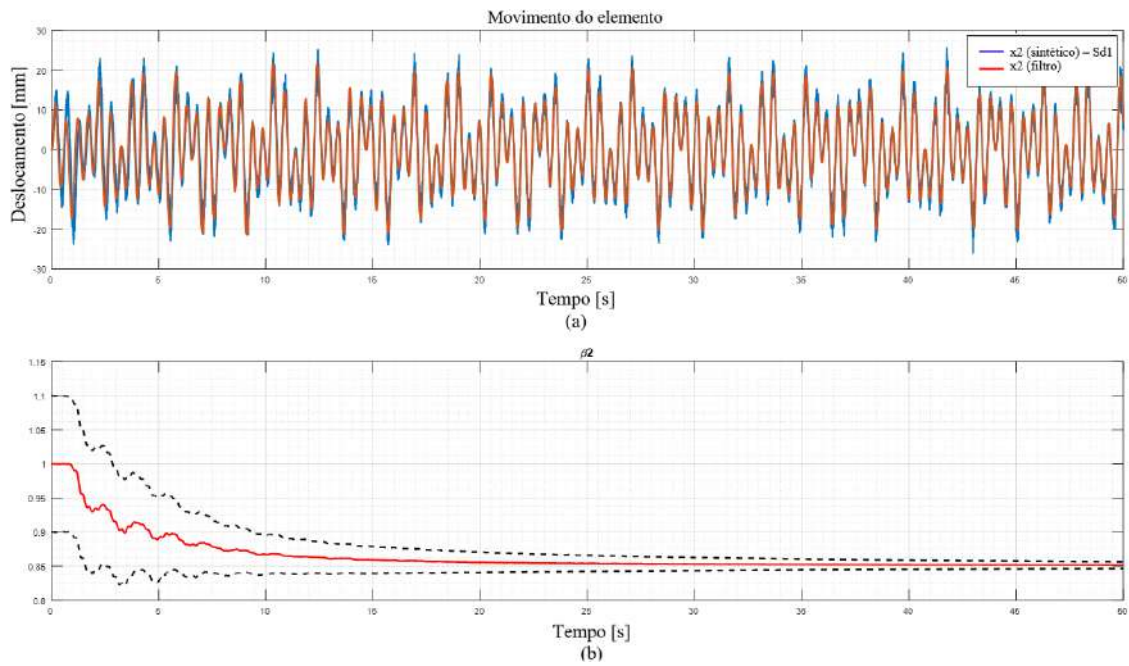


Figura 21 Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

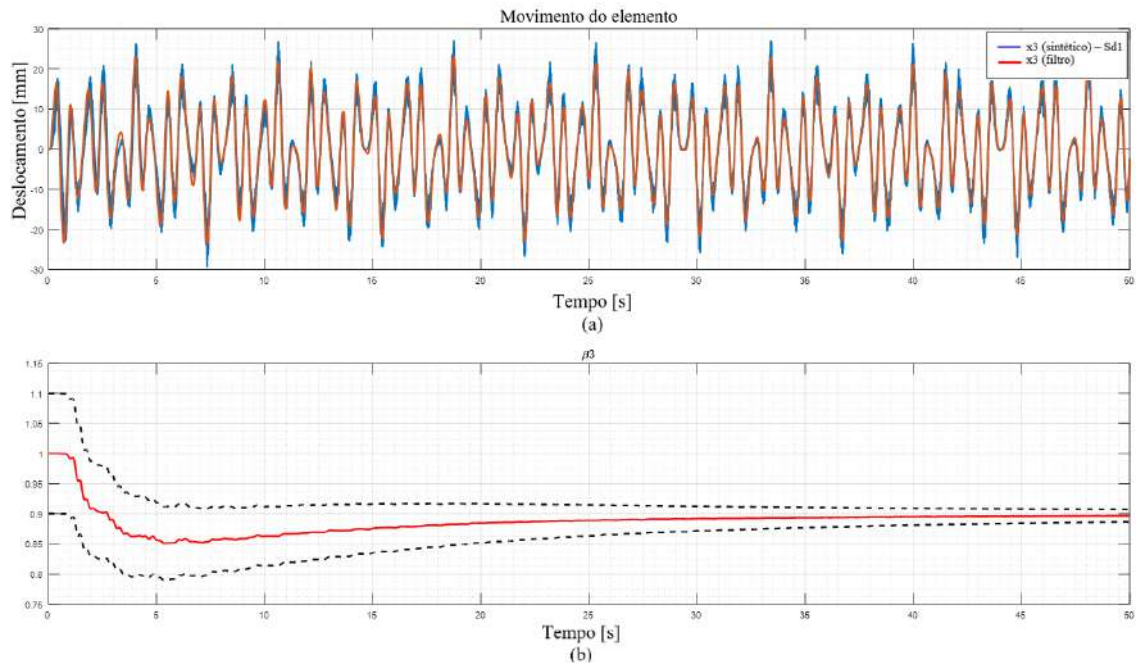
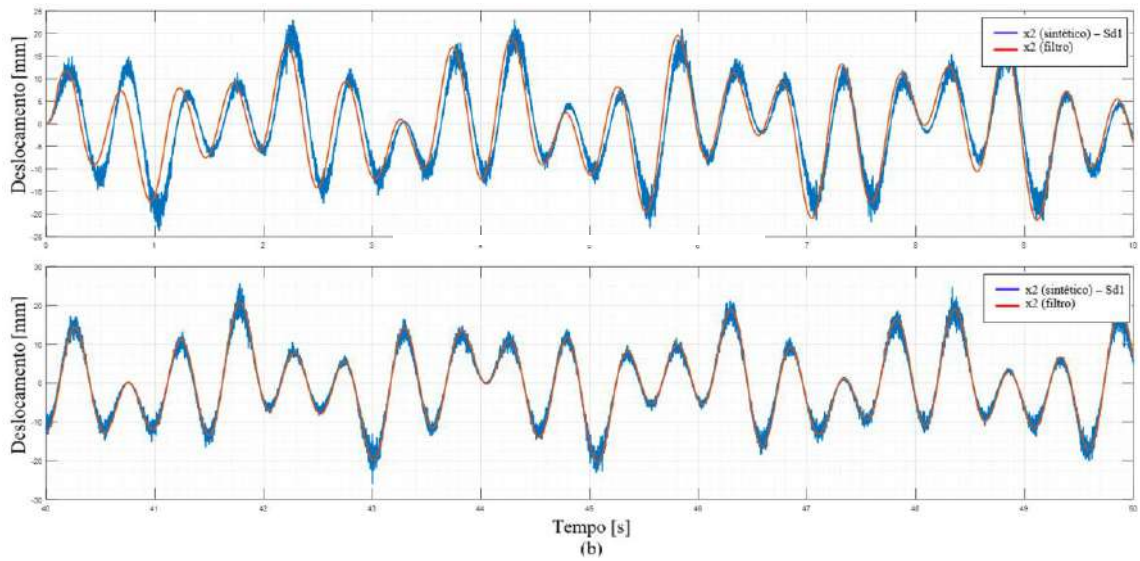
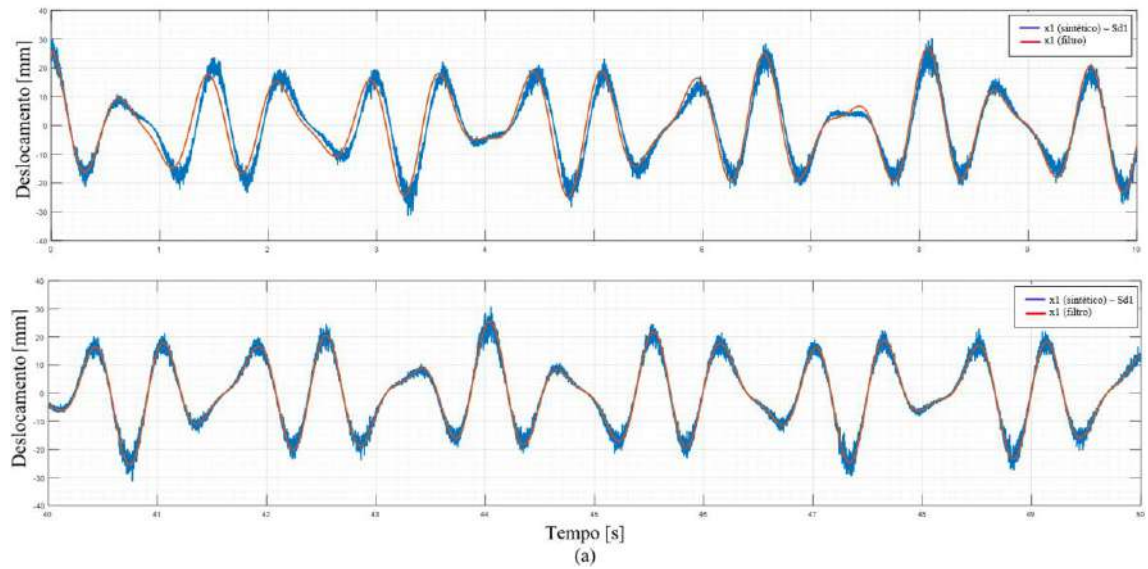


Figura 22: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sd1) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

Entretanto, na Figura 23 é possível observar detalhadamente que o filtro – abastecido com informações atualizadas pelo sensor Sd1 – conseguiu reduzir o erro de estimativa dos deslocamentos x_1 , x_2 e x_3 gradativamente ao longo do tempo, conforme

pode ser observado nos 20% finais da simulação, apesar da presença de ruído junto com parâmetros desatualizados (danos estimados inicialmente) provocarem um descasamento entre as curvas durante os 20% iniciais do tempo da simulação.



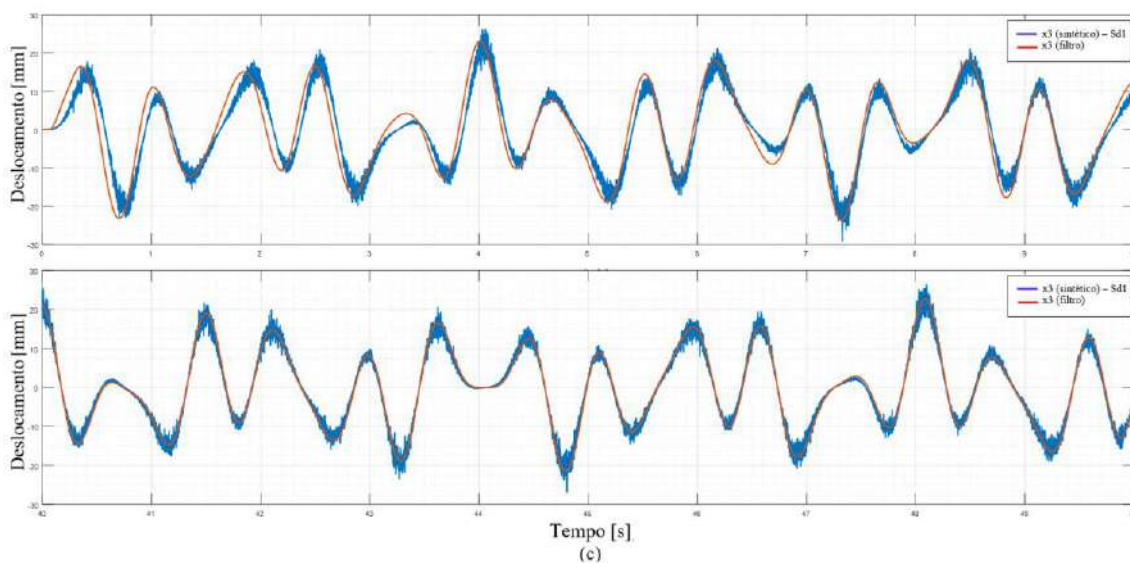


Figura 23: Detalhe do estados estimados – (a) x_1 , (b) x_2 , e (c) x_3 .

Na Figura 20b, Figura 21b e Figura 22b pode ser observado que as degradações das molas β_1 , β_2 e β_3 foram corretamente identificadas, mesmo com as distorções presentes no início das simulações causadas pelos ruídos e informações desatualizadas.

Os resultados finais são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8: Identificação do estado de dano por Sd1.

Inicial		Real		Estimado		Erro
β_1	1.00	β_1	0.80	β_1	0.8022	<1%
β_2	1.00	β_2	0.85	β_2	0.8515	<1%
β_3	1.00	β_3	0.90	β_3	0.8967	<1%

Em seguida o modelo de dano com parâmetro $C = 10^6$ Mpa.s foi executado gerando o gráfico com as curvas de evolução da falha e predição do tempo de vida restante para as 3 molas.

Devido às incertezas envolvidas nos deslocamentos das massas, as curvas apresentaram alta taxa de variação no início da simulação, mas em seguida mantiveram a tendência decrescente para o estado de dano β_1 , β_2 e β_3 no comportamento do modelo.

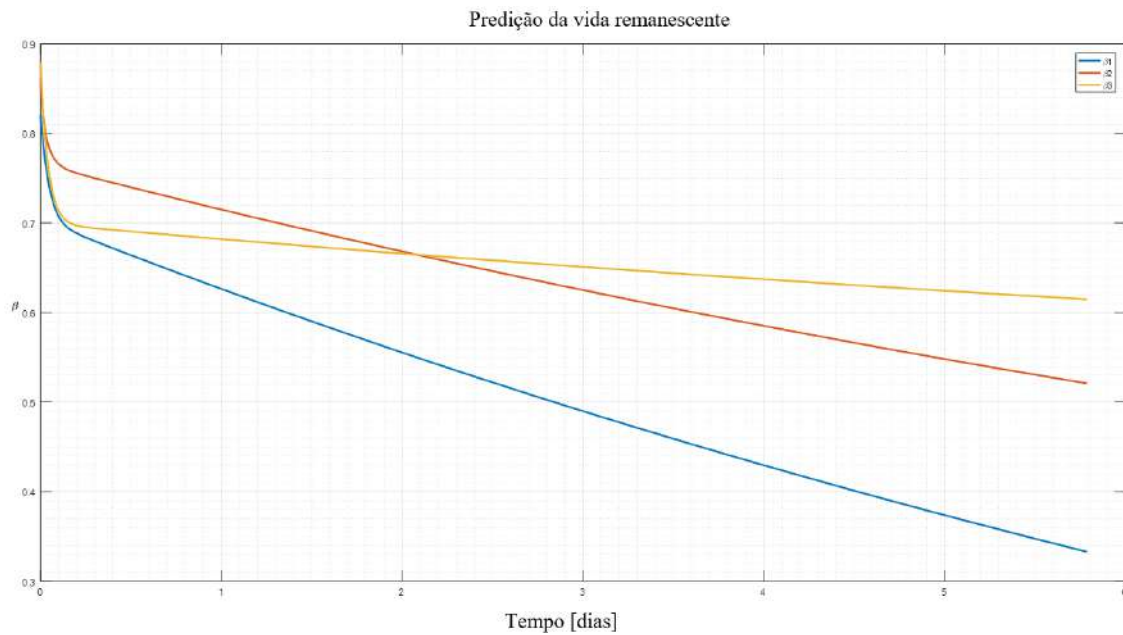


Figura 24: Cenário 2 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ utilizando o sensor Sd1.

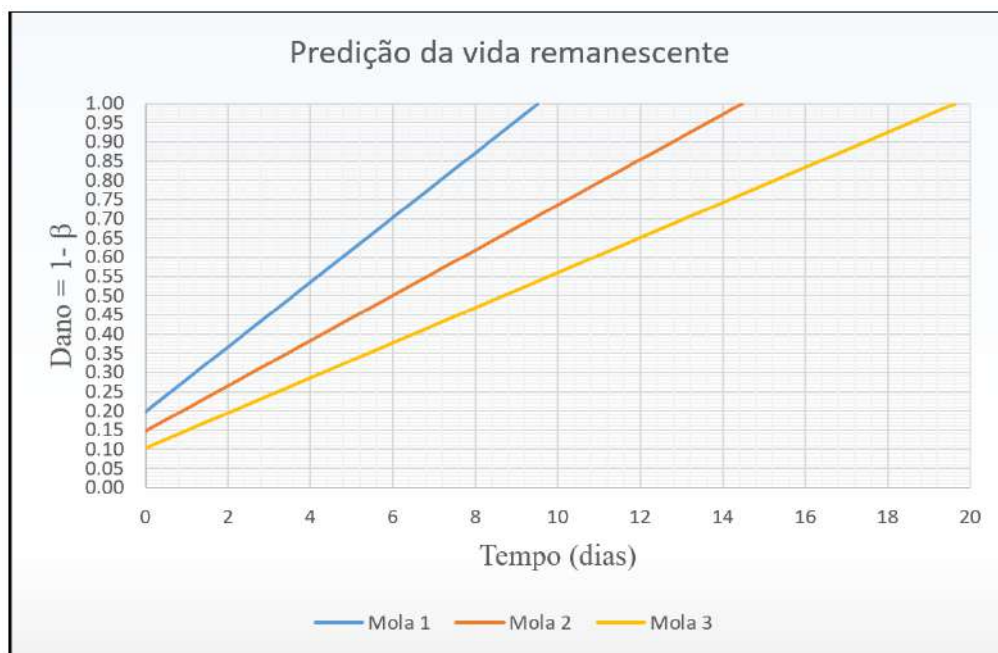


Figura 25: Cenário 2 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sd1.

Agora existe outra dúvida: como seriam os resultados de identificação e predição de dano se um sensor de velocidade fosse usado, porém instalado em outro elemento da estrutura mantendo as condições de excitação do sistema?

Esta dúvida é passível de resolução realizando uma nova simulação para identificar o dano existente utilizando o sensor de velocidade posicionado no elemento 3 (Sv3) para atualizar o filtro com estados reais.

Os parâmetros e as propriedades são os mesmos da Tabela 7 e a taxa de aquisição de dados modificada para 0.1kHz. Novamente utilizando um sensor de velocidade (Sv3), a simulação apresentou resultados satisfatórios para uma taxa de aquisição de dados menor; diferentemente da simulação anterior usando o sensor Sd1, que necessitou de uma taxa maior. Essa diferença deve ser destacada porque causa um impacto significativo nos custos envolvidos e exemplificados anteriormente.

Novamente executando a simulação do sistema nessas novas condições se observou na Figura 26a, Figura 27a e Figura 28a que as distorções entre os valores estimados e os valores reais dos estados x_1 , x_2 e x_3 foram maiores em relação aos resultados anteriores e a causa desse efeito é a menor precisão do filtro no computo dos estados devido a menor taxa de aquisição de dados utilizada.

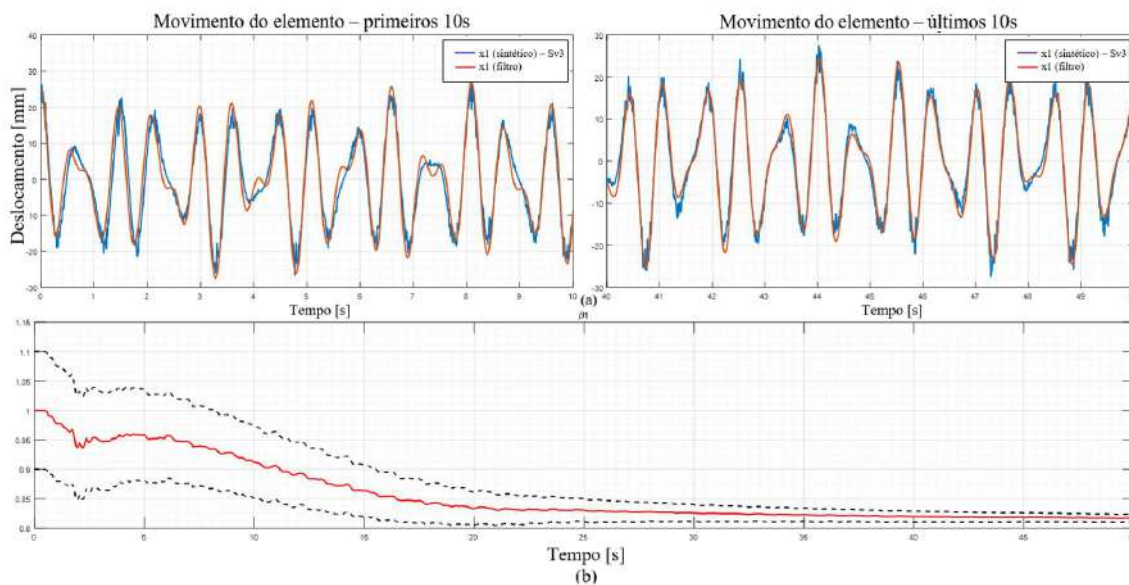


Figura 26: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

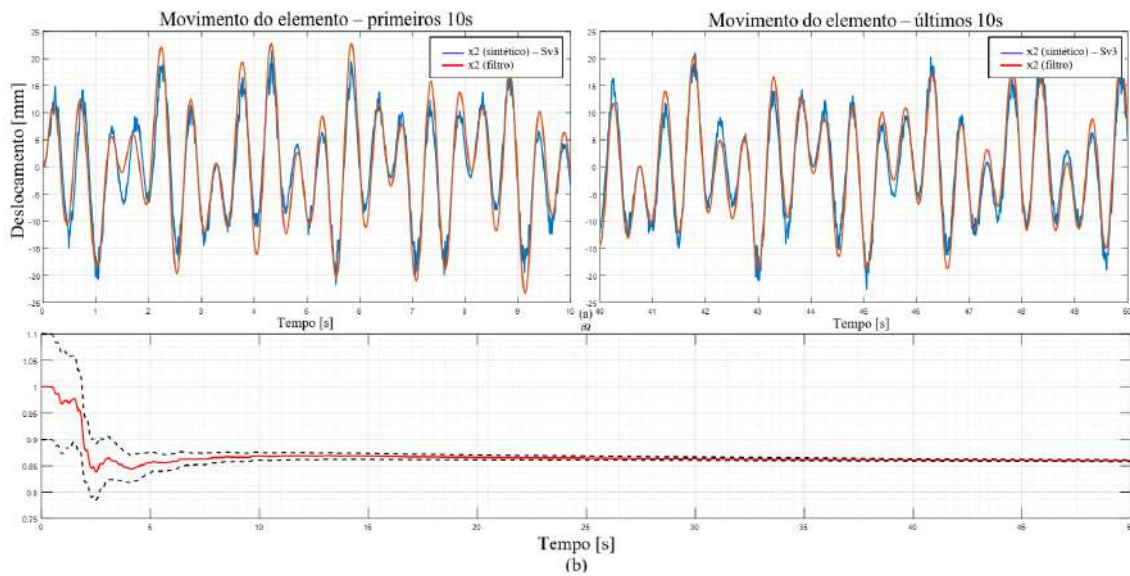


Figura 27: Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

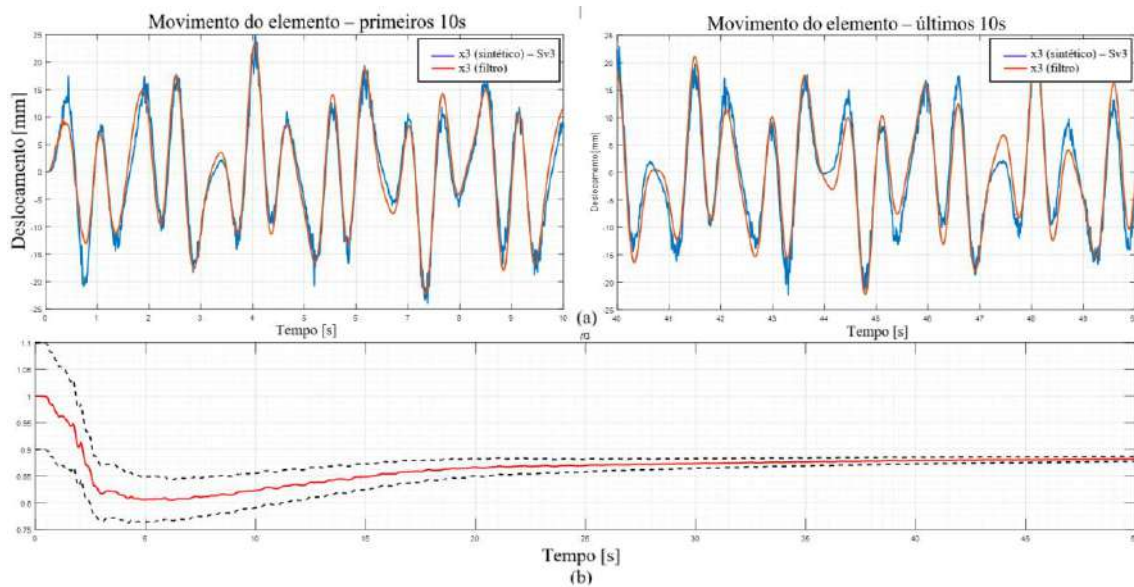


Figura 28: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv3) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

Na Figura 26b, Figura 27b e Figura 28b se observou no início das simulações que as incertezas iniciais provocaram grande variação nos valores de β_1 , β_2 e β_3 , mas o filtro foi capaz de atualizar e identificar satisfatoriamente as degradações das molas.

O erro de estimativa superou os resultados anteriores devido ao número menor de dados sintéticos. Os resultados finais são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9: Identificação do estado de dano por Sv3.

Inicial		Real		Estimado		Erro
$\beta 1$	1.00	$\beta 1$	0.80	$\beta 1$	0.8163	2%
$\beta 2$	1.00	$\beta 2$	0.85	$\beta 2$	0.8598	1.2%
$\beta 3$	1.00	$\beta 3$	0.90	$\beta 3$	0.8828	1.9%

Numa aplicação onde a taxa de aquisição de dados é limitada, uma possível solução para melhorar a precisão dos resultados e reduzir estes erros relativos de estimativas seria aumentar o tempo de simulação, o que seria uma tentativa ao acumular informações de compensação.

Executando o modelo de evolução do dano com os valores de $\beta 1$, $\beta 2$ e $\beta 3$ identificados e apresentados anteriormente como condição inicial, o gráfico com as curvas de evolução da falha e o tempo de vida restante é mostrado na Figura 29 e na Figura 30.

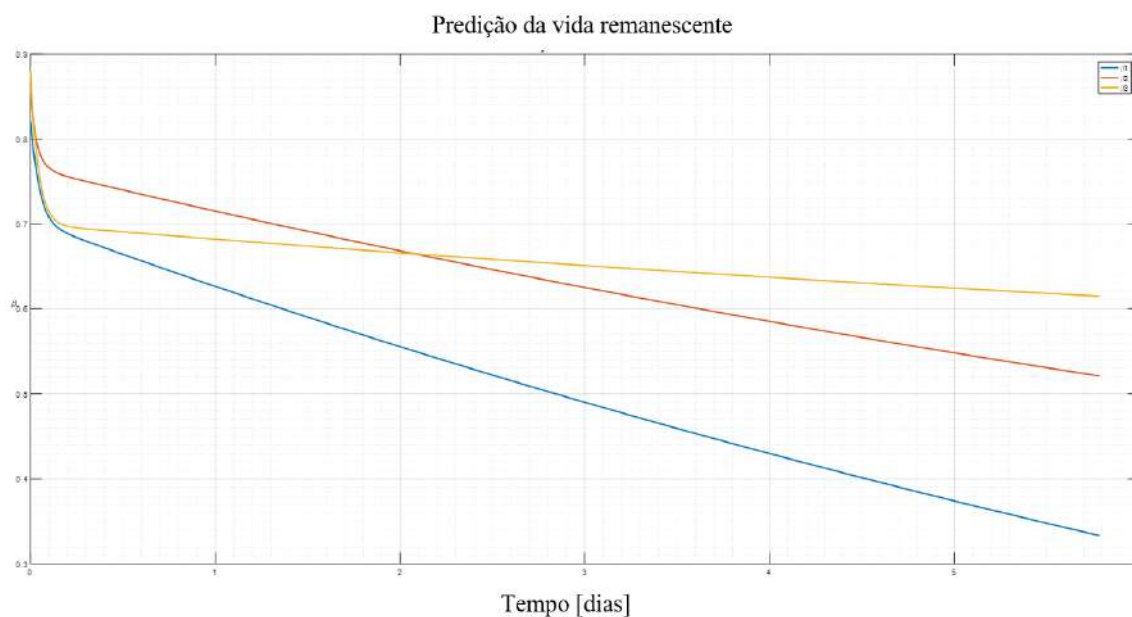


Figura 29: Cenário 2 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^6$ utilizando o sensor Sv3.

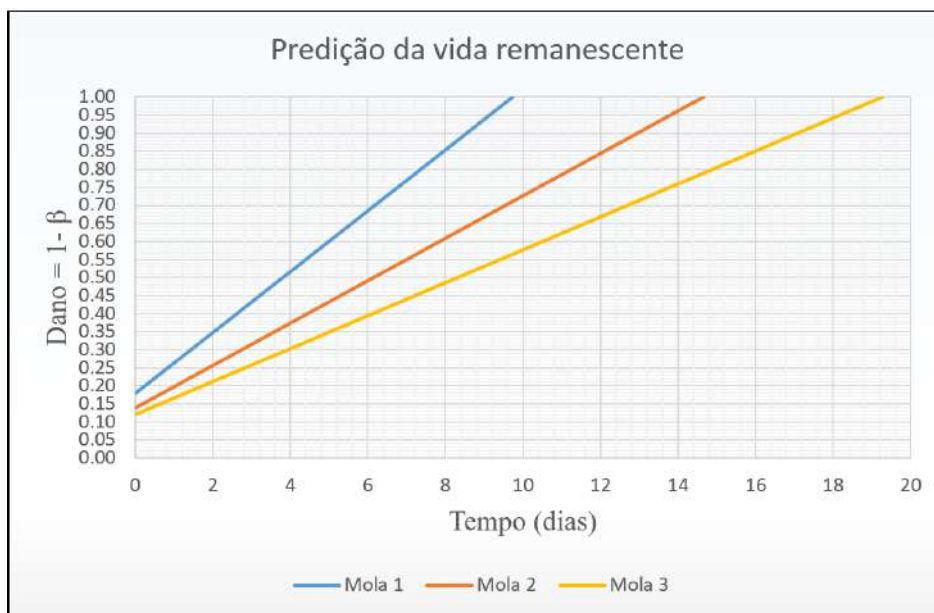


Figura 30: Cenário 2 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv3.

Novamente a presença das incertezas envolvidas no início da simulação provocaram grande variação nos valores de β_1 , β_2 e β_3 , mas em seguida predominou o comportamento decrescente das respectivas curvas ao longo do tempo.

Os resultados do cenário 2, por sua vez, foram construídos a partir de duas análises de diferentes sensores: na primeira análise foi utilizado o sensor de deslocamento (Sd1) com taxa de aquisição de dados de 1kHz, enquanto que na segunda análise foi utilizado o sensor de velocidade (Sv3) com taxa de aquisição menor e igual a 0.1kHz, ambos posicionado em elementos diferentes.

A Tabela 10 apresenta alguns dados da simulação utilizando os sensores indicados.

Tabela 10: Dados da simulação e de sensores Sd1 e Sv3.

	Sensor Sd1	Sensor Sv3
DADOS DA SIMULAÇÃO	$dt=10^{-3}$	$dt=10^{-2}$
	$dT=dt$	$dT=dt$
	$C=10^{+6}$	$C=10^{+6}$
	Ruído = 0.01	Ruído = 0.01
DESEMPENHO	Tempo de identificação = 27.9s	Tempo de identificação = 4.3s
	Tempo de predição = 2.6h	Tempo predição = 2.6h
Erro de Estimativa dos estados de degradação	$\beta_1 < 1\%$	$\beta_1 = 2\%$
	$\beta_2 < 1\%$	$\beta_2 = 1.2\%$
	$\beta_3 < 1\%$	$\beta_3 = 1.9\%$

O tempo de duração da fase de identificação do dano foi significativamente diferente entre os sensores, sendo que para o sensor Sd1 foram necessários 27,9 segundos para identificar o estado de dano enquanto que o sensor Sv3 necessitou de apenas 4,3 segundos.

No terceiro cenário de teste o modelo foi estimulado com um forçamento externo harmônico no elemento de massa 3 de valor igual $\cos(\omega t)$ com degradação real pré-existente nas molas iguais a $\beta_1=0.85$, $\beta_2=0.70$ e $\beta_3=0.95$.

Até este momento, foi considerado em todas as análises uma frequência de geração do sinal igual à frequência de captação de dados, utilizada pelo filtro de Kalman, para diferentes casos de excitação do sistema.

Do ponto de vista físico, é como se o sensor do modelo real fosse capaz de capturar todos os pontos da sua curva de movimento e encaminhar tais informações ao filtro sem nenhuma perda.

Entretanto, nesta nova simulação testou-se a capacidade do filtro em estimar os valores verdadeiros utilizando uma frequência de extração de dados menor do que a frequência de geração do sinal, ou seja, $dT > dt$.

O Sensor de velocidade Sv2 foi instalado no elemento 2 da estrutura a fim de capturar os estados reais e assim atualizar os estados estimados.

A Tabela 11 apresenta os valores incorporados ao sistema dinâmico.

Tabela 11: Cenário 3 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com frequência de excitação igual a 1 rad/s e passo do filtro $dT = 10^{-2}$ s.

Forçamento externo N	Condição inicial		Degradação atual	Dano (1- β)	Sensores: Atualização do modelo <i>Digital Twin</i>	Taxa Aquisição de dados f(dt)
	Deslocamento m	Velocidade m/s				
F1=0	x1=0	v1=0	$\beta_1=0.85$	0.15	Sv2	1 kHz
F2=0	x2=0	v2=0	$\beta_2=0.70$	0.30		
F3=cos(t)	x3=0	v3=0	$\beta_3=0.95$	0.05		

Observando o espectro de frequências na Figura 31 é possível constatar uma taxa de aquisição de dados muito maior do que a máxima frequência do sinal, proporcionando alta fidelidade do modelo físico e, assim, o critério de Nyquist é satisfeito.

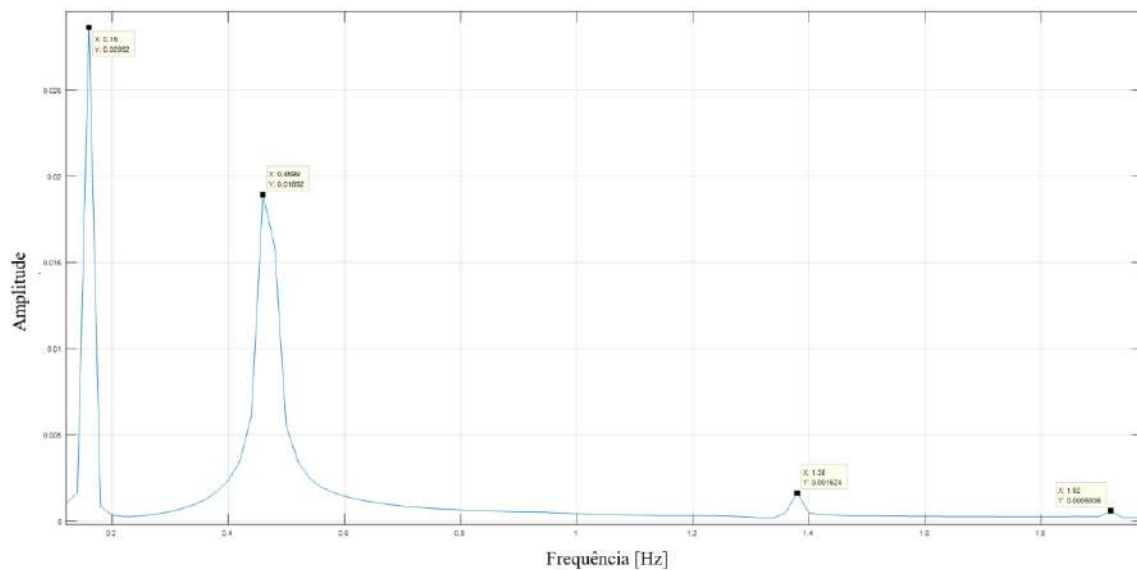


Figura 31: Cenário 3 – Representação do sinal no domínio da frequência.

Na análise deste cenário, mesmo utilizando uma taxa de amostragem 10 vezes menor, ou seja $dt = 0.1dT$, o filtro do modelo computacional conseguiu estimar com fidelidade os deslocamentos x_1 , x_2 e x_3 a partir do sinal contínuo real gerado com frequência de aquisição de dados igual a 1 kHz, representado pelos dados sintéticos.

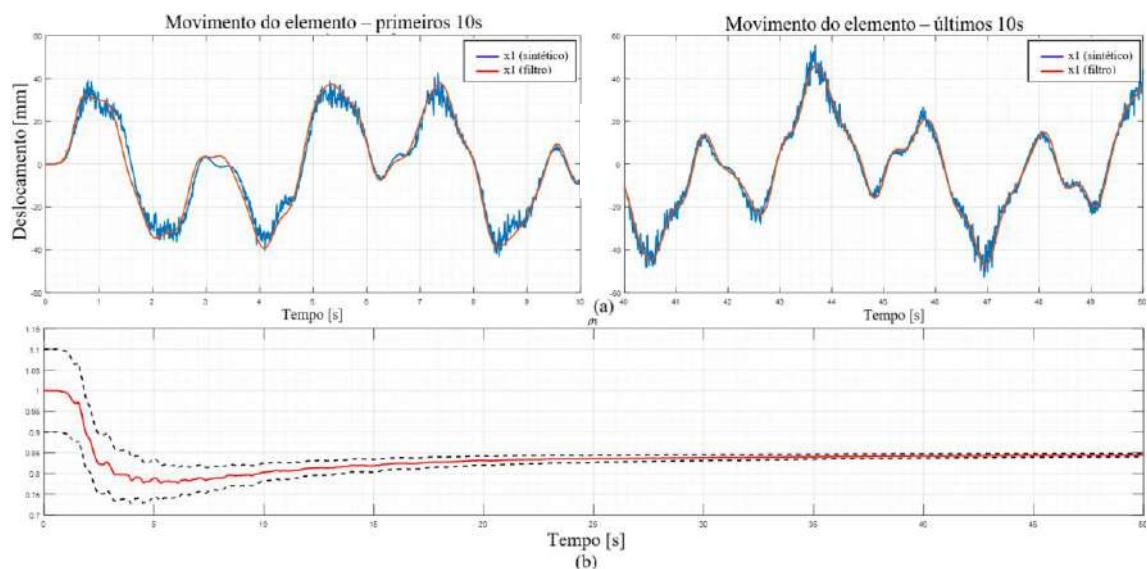


Figura 32: Análise do elemento m1: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_1 (em vermelho) na mola 1 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

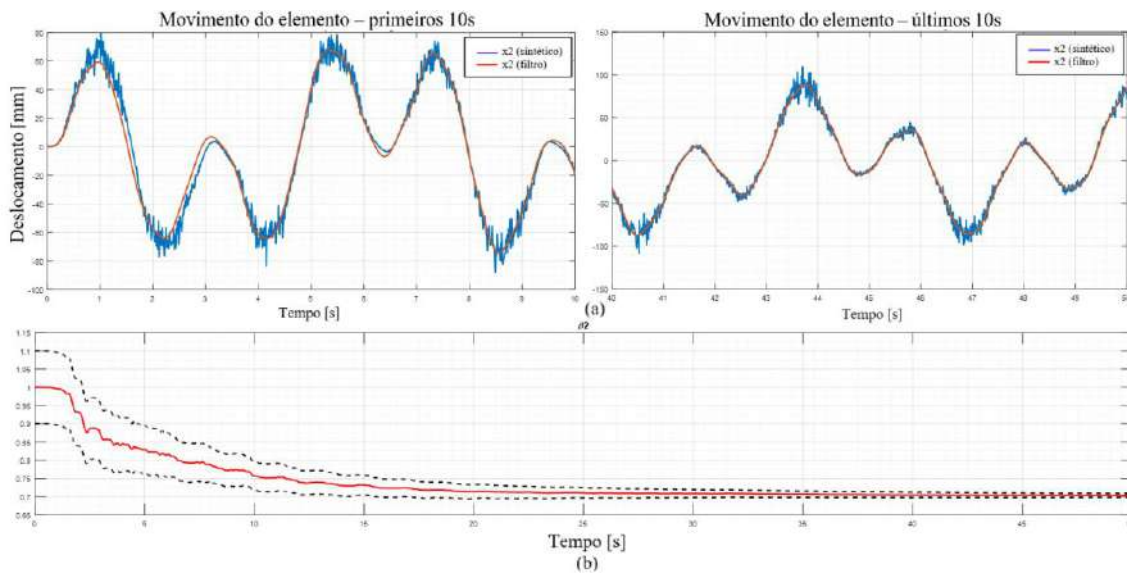


Figura 33 Análise do elemento m2: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_2 (em vermelho) na mola 2 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

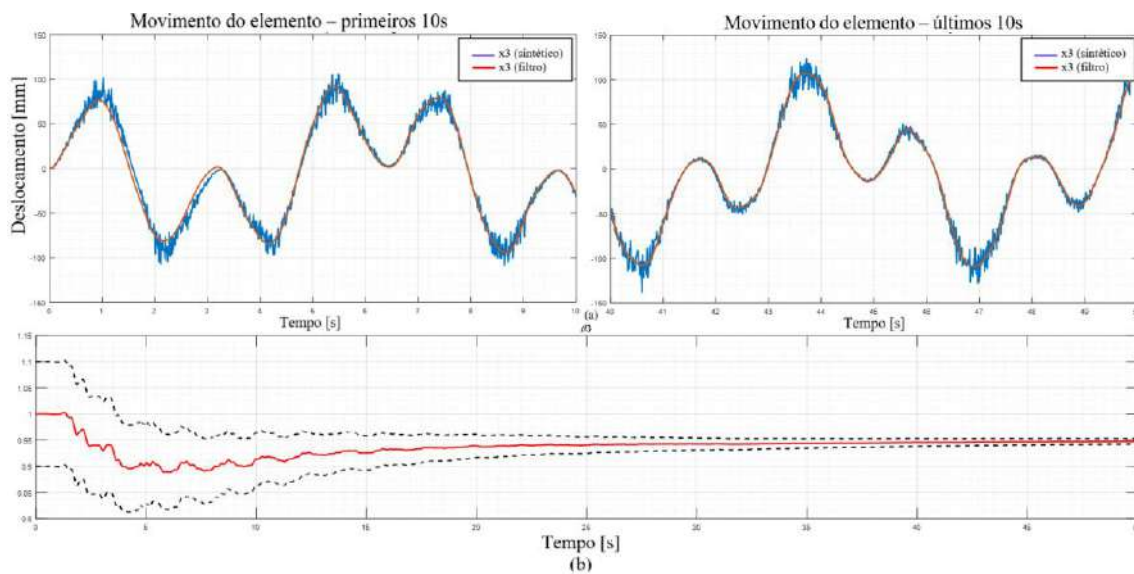


Figura 34: Análise do elemento m3: (a) perfil do movimento oscilatório real (via sensor Sv2) e estimado. (b) Identificação de dano β_3 (em vermelho) na mola 3 e redução da sua variância (linha pontilhada) ao longo do tempo de aquisição de dados.

Na Figura 32a, Figura 33a e Figura 34a percebe-se que o filtro inicialmente apresenta dificuldades para alcançar a curva real (dados sintéticos) em virtude dos ruídos e da estimativa inicial, mas que no final da simulação já apresenta a tendência de perseguir

os estados verdadeiros. Esta tendência também se reflete na Figura 32b, Figura 33b e Figura 34b, em que mostra o estado de dano corretamente identificado.

Vale a pena comentar que utilizando a relação de passos $dT > 10dt$ o filtro não obteve êxito na identificação dos parâmetros, pois não atingiu a convergência. Isto mostra que nessa relação de passos, a frequência de extração de dados utilizada pelo filtro é insuficiente para montar um sinal digital a partir do sinal contínuo analógico.

Os resultados finais são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12: Identificação do estado de dano por Sv2.

Inicial		Real		Estimado		Erro
$\beta 1$	1.00	$\beta 1$	0.85	$\beta 1$	0.8444	<1%
$\beta 2$	1.00	$\beta 2$	0.70	$\beta 2$	0.7034	<1%
$\beta 3$	1.00	$\beta 3$	0.95	$\beta 3$	0.9477	<1%

Neste cenário, o parâmetro C precisou ser novamente manipulado de forma a prolongar o tempo de vida remanescente na direção do dano máximo. Assim, o modelo de dano utilizou o parâmetro $C = 10^8$ MPa.s para então gerar as curvas de evolução da falha e predição do tempo de vida restante para as 3 molas.

Observa-se então na Figura 35 e na Figura 36 o comportamento decrescente das curvas de degradação das molas $\beta 1$, $\beta 2$ e $\beta 3$.

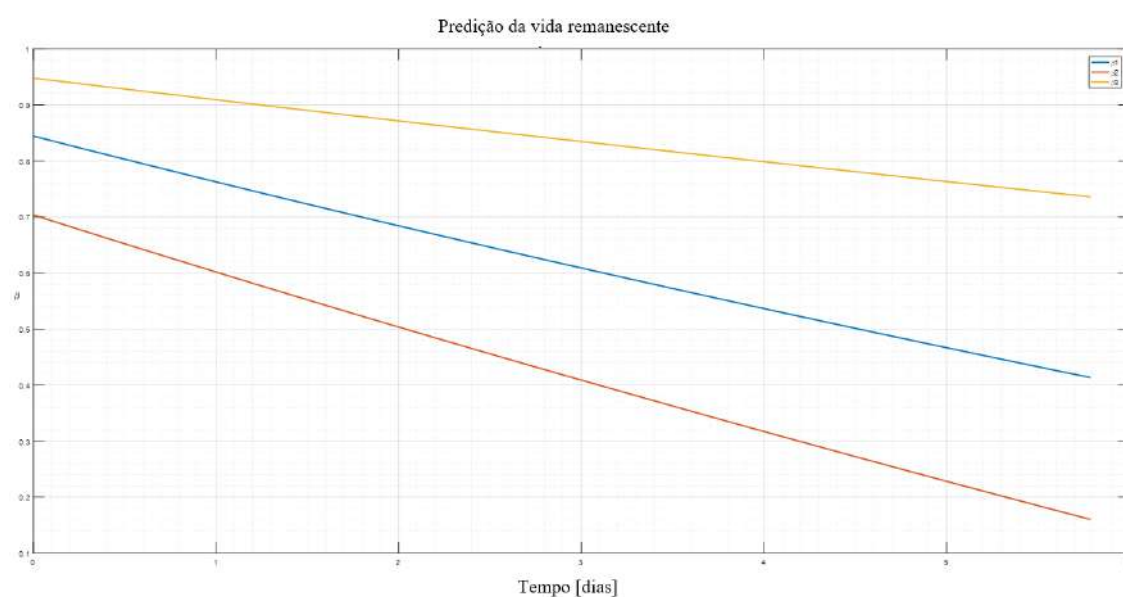


Figura 35: Cenário 3 – Evolução do dano com parâmetro $C = 10^8$ MPa.s utilizando o sensor Sv2.

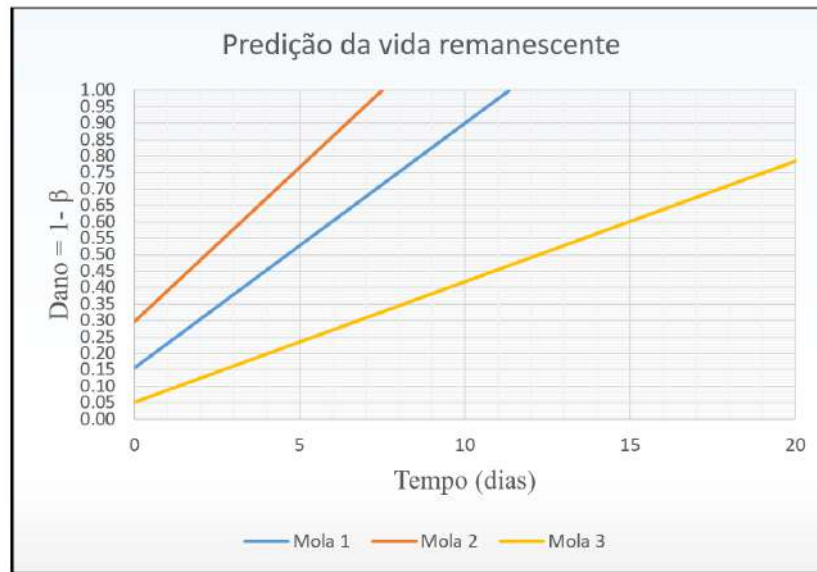


Figura 36: Cenário 3 – Impacto do dano na estrutura via sensor Sv2.

O cenário 3 utilizou apenas o sensor Sv2 para testar a metodologia do trabalho na situação em que a taxa de aquisição de dados do sinal dt é diferente da taxa de extração de dados dT utilizada no filtro de Kalman. O tempo de duração da fase de identificação do dano foi de 5,6s conforme alguns dados da simulação apresentados na Tabela 13.

Tabela 13: Dados da simulação e do sensor Sv2.

	Sensor Sv2
DADOS DA SIMULAÇÃO	$dt=10^{-3}$
	$dT=10dt$
	$C=10^{+8}$
	Ruído = 0.01
DESEMPENHO	Tempo de identificação = 5.6s
	Tempo predição = 2.7h
Erro de Estimativa dos estados de degradação	$\beta_1 < 1\%$
	$\beta_2 < 1\%$
	$\beta_3 < 1\%$

No quarto cenário de teste, foi feita uma análise para verificar a eficácia da metodologia ao considerar incertezas no modelo caracterizada por um desvio de até 20% no valor do parâmetro massa utilizada no filtro. Para tal análise, considerou que o sistema

fora excitado com uma velocidade inicial no elemento 3 ($v_3 = 0.1$ m/s) e uma degradação estrutural na mola 1 ($\beta_1 = 0.8$).

Na Tabela 14 são apresentados os valores incorporados ao sistema dinâmico.

Tabela 14: Cenário 4 - Estados e parâmetros dos modelos de identificação e predição com incertezas na massa.

Condição inicial		Degradação atual	Dano ($1-\beta$)	Massa do sistema		Sensor: Atualização do modelo <i>Digital Twin</i>
Deslocam. m	Velocidade m/s			Nominal kg	Modelo kg	
x1=0	v1=0	$\beta_1=0.80$	0.20	m1=1.3	m1=1.3	Sv3
x2=0	v2=0	$\beta_2=1.0$	0.0	m2=1.3	m2=1.3	
x3=0	v3=0.1	$\beta_3=1.0$	0.0	m3=1.3	m3=1.3 a 1.6	

Após o sistema ser excitado numa janela temporal de 50 segundos a uma frequência de aquisição de dados igual a 0.1 kHz, observou-se na Figura 37 um aumento crescente dos erros de estimativa calculado pelo filtro de Kalman para as degradações β_1 , β_2 e β_3 em função das incertezas adicionadas ao parâmetro massa do modelo.

Olhando com maior detalhe a Figura 37 percebe-se que os erros de estimativa dos parâmetros crescem numa taxa constante até 8% de incerteza no modelo. O comportamento muda quando são adicionadas incertezas dentro de um intervalo aproximado de 9% a 13%, pois o crescimento do erro de estimativa de β_2 aumenta em 10% enquanto que para β_1 o crescimento diminui na mesma proporção. Pouco antes de 14% de incertezas no modelo, o erro de estimativa de β_1 cresce enquanto que o erro de estimativa de β_2 decresce.

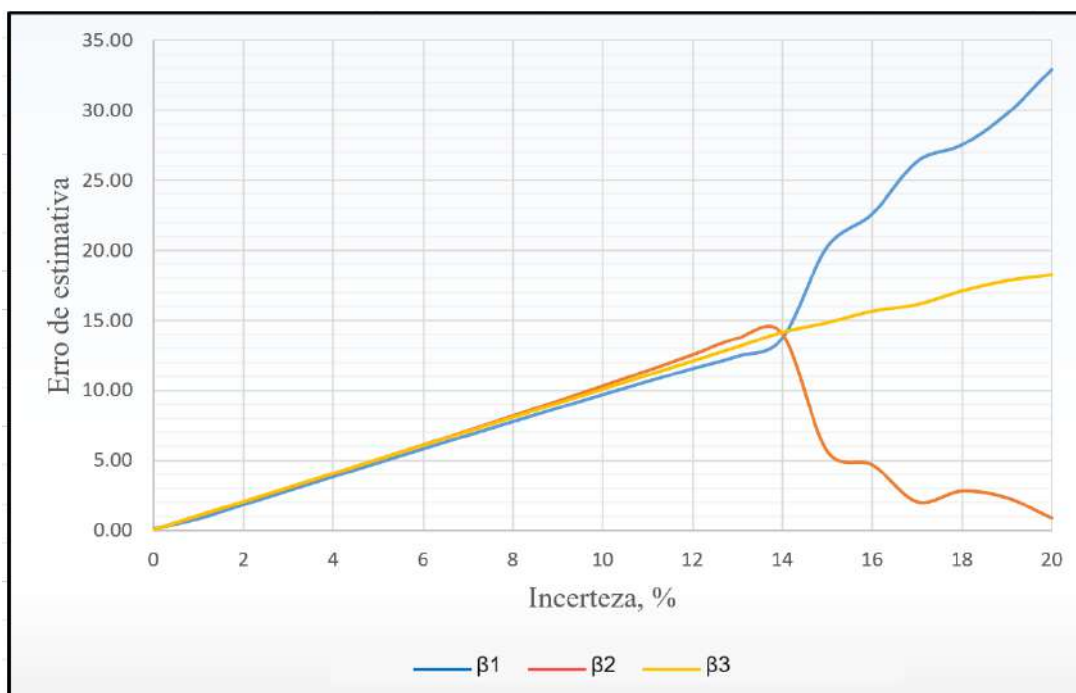


Figura 37: Relação entre incertezas do modelo com o erro de estimativa dos parâmetros.

Esse resultado mostra que a metodologia proposta pode ser significativamente sensível ao erro de modelo produzido por incertezas nos parâmetros incluído neste teste.

Tabela 15: Erro de estimativa após adição de incertezas na massa.

Incerteza		Real		Erro de Estimativa %
5%	β_1	0.80	β_1	4,9
	β_2	1.00	β_2	5,1
	β_3	1.00	β_3	5,1
13%	β_1	0.80	β_1	12,4
	β_2	1.00	β_2	13,8
	β_3	1.00	β_3	13,1
15%	β_1	0.80	β_1	21,2
	β_2	1.00	β_2	4,3
	β_3	1.00	β_3	14,7

Em todas as simulações contendo incertezas de até 13% na massa do modelo, o filtro demonstrou ser capaz de identificar as degradações β_1 , β_2 e β_3 , todavia com desvios do valores reais proporcionais ao percentual de incertezas adicionadas.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou como proposta central o desenvolvimento de um método computacional baseado no filtro de Kalman construído a partir de modelos físicos e fenomenológicos, utilizando o conceito *Digital Twin* e orientação por dados, com o propósito de monitorar e oferecer suporte a prognósticos de falhas estruturais de processos e/ou sistemas dinâmicos físicos ao longo do seu ciclo operacional.

Os modelos fenomenológicos de identificação e predição do dano foram apresentados em suas formas unidimensionais, representando um sistema dinâmico massa-mola acoplado e não linear discretizado em 3 GLs. Foram utilizados para fornecer respostas no domínio do tempo para identificar o estado atual das degradações β_1 , β_2 e β_3 das molas, assim como suas evoluções no tempo em resposta à solicitação externa.

Os resultados indicaram que o método computacional desenvolvido se comportou com relativa precisão no que se refere à sua capacidade de identificar e prever o estado atual e futuro do dano após o sistema ser submetido à perturbações externas e condição inicial. Todavia, na presença de incertezas associadas ao parâmetro de massa do modelo, o método computacional apresentou erros de estimativas crescentes em função das incertezas adicionadas.

Durante a fase de identificação do dano associada à perturbação externa e à condição inicial, nos primeiros instantes de simulação, o modelo estimou os estados de degradação β_1 , β_2 e β_3 com maior desvios em relação aos respectivos valores verdadeiros, como puderam ser observados nas tabelas dos erros de estimativa. A explicação para tal acontecimento se devem à presença de ruídos de processo e de medições, além das informações iniciais estarem desatualizadas, mas que ao longo do tempo de simulação convergiram para os valores verdadeiros com auxílio da técnica de filtragem que foi adequadamente utilizada.

O tempo de simulação também foi significativamente afetado pelas taxas de aquisição de dados empregadas para diversas análises. Testes realizados utilizando diferentes sensores, para um mesmo cenário de teste, mostraram uma necessidade de utilizar diferentes taxas de aquisição de dados (ou frequência de amostragem), sendo que

que quanto menor forem estas taxas então menor será o volume informações que serão transmitidas e processadas pelo *Digital Twin*.

Mesmo com o descasamento entre as escalas de tempo da simulação do modelo e da aquisição dos sinais dos sensores observou-se que, devido à limitação computacional utilizada, as taxas de aquisição de dados estiveram bem acima da taxa de amostragem mínima requerida para que o sinal digital fosse reconstruído com fidelidade e a precisão do sinal contínuo. Todavia é importante ressaltar que a taxa de aquisição de dados muito acima da frequência máxima do sinal, ainda que satisfaça a condição de NYQUIST e SHANNON [43], produz um volume significativo de informações a serem armazenadas e processadas, aumentando significativamente o custo computacional e podendo inviabilizar a análise mecânica.

Foi observado em alguns resultados que o sensor de velocidade Sv3 proporcionou estimativas de degradações β_1 , β_2 e β_3 mais eficientes em relação aos sensores de deslocamentos Sd1 e Sd3, pois a variância do estado de dano utilizando o sensor Sv3 reduziu de forma mais rápida em todas as análises estudadas.

Na fase de identificação do dano associado à incertezas nos parâmetros do modelo os resultados mostraram que todo incremento de incertezas ao parâmetro massa refletiu no aumento do erro de estimativa das degradações associadas ao dano.

Além do mais, como pôde ser observado no capítulo dos resultados, evidenciou-se que a cada intervalo de incertezas o erro se comportava de uma forma diferente mostrando o quanto a abordagem metodológica proposta neste trabalho é sensível ao erro de modelo incluído nas análises.

Mesmo assim, em todas as simulações contendo incertezas de até 13% na massa do modelo, o filtro demonstrou ser capaz de identificar as degradações β_1 , β_2 e β_3 , porém com os seus respectivos desvios do valores reais proporcionais ao percentual de incertezas adicionadas ao modelo.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, um importante aspecto do filtro de Kalman implementado pôde ser observado durante a construção da metodologia, precisamente nas equações (2-22), (2-23) e (2-25), onde foi observado que K_t , P_t^- e P_t^+ não dependem das observações y_t , mas sim dos parâmetros F_t , H_t e Q_t que pertencem ao sistema. Esta independência proporciona uma redução de custos, pois permite que o

ganho de Kalman seja calculado off-line e armazenado em memória para poder ser usado quando o sistema iniciar a sua operação.

REFERÊNCIAS

- [1] RITTO T. G., ROCHINHA F. A., 2021 “Digital twin, physics-based model, and machine learning applied to damage detection in structures”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 155, n. 107614.
- [2] FULLER, A.; FAN, Z., DAY, C., et al., 2020, “Digital Twin: Enabling Technologies, Challenges and Open Research”, *IEEE Access*, v. 8, n. 19701045, pp. 108952 – 108971.
- [3] REIS P., Principais causas dos problemas das turbinas eólicas com caixa multiplicadora, Portal Energia, Disponível em: <<https://www.portal-energia.com/principais-causas-dos-problemas-dos-aerogeradores-caixa-multiplicadora-parte-2/>>. Acesso em: 20 Jan. 2019.
- [4] BESSA I.V., 2015, *Esquema de detecção e diagnóstico de falhas baseado em dados para benchmark*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Amazonas, Amazonas, AM, Brasil.
- [5] CARROLL J., MCDONALD A., MCMILLAN D., 2016, “Failure Rate, Repair Time and Unscheduled O&M Cost Analysis of Offshore Wind Turbines”, *Wind Energy*, v. 19, n. 6, pp. 1107-1119.
- [6] BRETTEL M., FRIEDERICHSEN N., KELLER M., et al., 2014, “How Virtualization, Decentralization and Network Building Change the Manufacturing Landscape: An Industry 4.0 Perspective”, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, v. 8, n. 1.
- [7] AGÊNCIA BRASILEIRA DE DESENVOLVIMENTO INDUSTRIAL, *Agenda brasileira para a Indústria 4.0*. Governo Federal, Disponível em: <<http://www.industria40.gov.br/>>. Acesso em: 29 Abr. 2019.

- [8] ZANNI A., *Sistemas cyber-físicos e cidades inteligentes*, IBM, Disponível em: <<https://www.ibm.com/developerworks/br/library/ba-cyber-physical-systems-and-smart-cities-iot/index.html>>. Acesso em: 29 Abr. 2019.
- [9] BAHETI R., GILL H., 2011, *Cyber-physical Systems*, In: The Impact of Control Technology, IEEE Control Systems Society, pp. 161–166.
- [10] NEGRI E., FUMAGALLI L., MACCHI M., 2017, “A review of the roles of Digital Twin in CPS-based production systems”, *Procedia Manufacturing Journal*, v. 11, pp. 939- 948.
- [11] DATTA S. P. A., 2017, “Emergence of Digital Twins - Is this the march of reason?”, *Journal of Innovation Management*, v. 5, n. 3, pp. 14-33.
- [12] GRIEVES M., VICKERS J., 2016, “Digital Twin: Mitigating Unpredictable, Undesirable Emergent Behavior in Complex Systems”, In: Kahlen F. J., Flumerfelt S., Alves A. (eds), *Transdisciplinary Perspectives on Complex Systems*, Springer, Cham.
- [13] CTS MAGAZINE, *From blockchain to digital twinning, Technologies that can revolutionise business models in manufacturing*. Disponível em: <<http://online.fliphtml5.com/yaacq/aeaa/#p=1>>. Acesso em: 30 Mar. 2020.
- [14] WORDEN K., BARTON J. M. D., 2004, “An Overview of Intelligent Fault Detection in Systems and Structures”, *Structural Health Monitoring Journal*, v. 3, n. 1, pp. 85-98.
- [15] FARRAR C. R., DOEBLING S. W., 1999, “Damage detection and Evaluation II”, In: Silva J. M. M., Maia N. M. M. (eds), *Modal Analysis and Testing, NATO Science Series*, Springer, Dordrecht, v. 363, pp. 345-378.

- [16] GRAFE H., 1998, *Model updating of large structural dynamics models using measured response functions*. Tese de Ph.D., University of London, Inglaterra.
- [17] MAININI L., WILLCOX K., 2017, “Data to decisions: Real-time structural assessment from sparse measurements affected by uncertainty”. *Computer & Structures Journal*, v. 181, pp. 296-312.
- [18] LIU Y., SHUAI Q., ZHOU S., *et al.* 2017, “Prognosis of Structural Damage Growth via Integration of Physical Model Prediction and Bayesian Estimation”. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 66, n. 3, pp. 700-711.
- [19] RYTTER A., 1993, *Vibration based inspection of civil engineering structures*. 1993. Tese de Ph.D., University of Aalborg, Denmark.
- [20] DOEBLING S. W., FARRAR C. R., PRIME M. B., *et al.*, 1996, *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review*. In: *Report LA-13070-MS*. Los Alamos National Laboratory, USA.
- [21] CARDOSO C. G., BRITO J. L. V., DOZ G. N., 2006, “Identificação experimental de danos em estruturas de viga por meio de suas propriedades dinâmicas”. In: *Anais das XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*, pp. 2286-2299, Campinas, SP, Maio.
- [22] DOMINGUES S. M. P., MATTOS H. S. C.; ROCHINHA F. A., 2009, “Modeling and simulation of macro-crack initiation and propagation in elastic structures using a gradient-enhanced continuum damage model”, In: Mattos H. C., Alves M. (eds), *ABCM Symposium Series in Solid Mechanics*, v. 2, pp. 249-270.
- [23] KAPTEYN M. G., KNEZEVIC D. J., WILLCOX K., “Toward predictive digital twins via component-based reduced-order models and interpretable machine learning”, *AIAA Scitech 2020 Forum*, Orlando, January 6-10, 2020.

- [24] GLAESSGEN E. H., STARGEL D. S., "The Digital Twin Paradigm for Future NASA and U.S. Air Force Vehicles", *53rd Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 6.2012-1818, Honolulu, Hawaii, 23-26 April 2012.
- [25] CERRONE A., HOCHHALTER J., HEBER G., *et al.*, 2014, "On the Effects of Modeling As-Manufactured Geometry: Toward Digital Twin", *International Journal of Aerospace Engineering*, v. 2014, Id. 439278.
- [26] LI C., MAHADEVAN S., LING Y.; *et al.*, 2017, "Dynamic Bayesian Network for Aircraft Wing Health Monitoring Digital Twin". *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 55, n. 3, pp. 1-12.
- [27] CASTELLO D. A., STUTZ L. T., ROCHINHA F. A., 2002, "A structural defect identification approach based on a continuum damage model", *Computers & Structures Journal*, v. 80, n. 5-6, pp. 417-436.
- [28] TYGESEN U. T., JEPSEN M. S., VESTERMARK J., *et al.*, "The true Digital Twin concept for Fatigue re-assessment of marine Structures", *ASME 2018 37th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, v. 1, Madrid, June 17-22, 2018.
- [29] CARDEN E. P., FANNING P., 2004, "Vibration Based Condition Monitoring: A Review", *Journal of Structural Health Monitoring*, v. 3, n. 4, pp. 355-377.
- [30] FARRAR C. R., WORDEN K., 2007, "An introduction to structural health monitoring", *Royal Society*, v. 365, n. 1851, pp. 303-315.
- [31] CHIQUITO P. R., 2012, *Prognóstico de danos em Estruturas simples: Implementação numérica-experimental*. Dissertação de M.Sc, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil.

- [32] RANGEL I. C. S. S., RANGEL L. S., STUTZ L. T., 2016, “Identificação de Danos Estruturais a partir de um Modelo de Superfície de Resposta”, *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 17, n. 3, São Carlos, SP, Brasil.
- [33] FARRAR C. R., LIEVEN N. A. J., 2006, “Damage prognosis: the future of structural health monitoring”. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical Physical and Engineering Sciences*. v. 365, n. 1851, pp. 623-632.
- [34] INMAN D.J., FARRAR C. R., JUNIOR V. L., *et al.*, 2005, *Damage Prognosis: For Aerospace, Civil and Mechanical Systems*, 1 ed., Wiley.
- [35] LEMAITRE J., CHABOCHE J. L., 2009, *Mechanics of Solid Materials*, USA, Cambridge University Press.
- [36] RAO S., 2008, *Vibrações Mecânicas*, 4 ed., Brasil, Pearson.
- [37] SIMON D., 2006, *Optimal State Estimation: Kalman, Hoo and Nonlinear Approaches*. 1 ed., Wiley.
- [38] LUDWIG C., JUNGE O., WEVER U., 2018, “Online parameter identification methods for oscillatory systems: Estimation of changes in stiffness properties”. *Journal of Vibration and Control*, v.25, n. 4, pp. 725-738.
- [39] CORIGLIANO A., MARIANI S., 2004, “Parameter identification in explicit structural dynamics: performance of the extended Kalman filter”, *Computer Methods in applied Mechanics and Engineering*, v. 193, n. 36-38, pp. 3807-3835.
- [40] KALMAN R. E., “A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems”, 1960, *ASME Journal of Basic Engineering*, v.85, n. 1, pp. 35-45.
- [41] KALMAN R. E., “New Results in Linear Filtering and Prediction Theory”, 1961, *ASME Journal of Basic Engineering*, v.83, n. 1, pp. 95-108.

- [42] MORAIS T.S., 2006, *Diagnóstico de falhas via observadores de estado com excitações desconhecidas, identificadas via funções ortogonais*. Dissertação de M.Sc., Universidade Estadual Paulista, São Paulo, SP, Brasil.
- [43] CONSTANTINOS, E., *Signal Sampling: Nyquist – Shannon Theorem Theory*, EDUCATIONAL APPLET. Disponível em: http://195.134.76.37/applets/AppletNyquist/App1_Nyquist2.html. Acesso em: 12 Mar. 2020.
- [44] MATTOS H. C., DOMINGUES S. M. P., ROCHINHA F. A., 2009, “Structural failure prediction of quasi-brittle structures: Modeling and simulation”, *Computational Materials Science Journal*, v. 46, n. 2, pp. 407-417.
- [45] STUTZ L. T., CASTELLO D. A., ROCHINHA F. A., 2005, “A flexibility-based continuum damage identification approach”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 279, n. 3-5, pp. 641-667.
- [46] MURAKAMI S., 1988, “Mechanical Modeling of Material Damage”, *Journal of Applied Mechanics*, v. 55, n. 2, pp. 280-286.
- [47] DOMINGUES S. M. P., MATTOS H. S. C.; ROCHINHA F. A., 1998, “Modelling of nonlinear damage on elastic brittle materials”, *Mechanics Research Communications Journal*, v. 25, n. 2, pp. 147-153.
- [48] ALMEIDA P. O., 2006, *Dinâmica de estruturas flexíveis unidimensionais*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [49] OLANDE H. R. B., *Kalman and Particle Filters*, notas de aula, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- [50] FERRAZ R. S. B., 2009, *Estimativa de preços de contratos futuros sobre petróleo utilizando o método do filtro de Kalman*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [51] SILVA M. F., 2017, *Filtro de Kalman estendido com o modelo da interferência eletromagnética de linhas de transmissão aplicado à veículos autônomos aéreos*. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil.
- [52] MCGEE L. A., SCHMIDT S.F., 1985, *Discovery of the Kalman Filter as a practical tool for aerospace and industry*. In: Report TM-86847, NASA, USA.
- [53] SILVA H. F., 2001, *Um sistema integrado de monitoração e previsão de carga elétrica de curto prazo*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [54] KUGA H. K., 2005, *Noções Práticas de Técnicas de Estimação*, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil.
- [55] FASSOIS S. D., SAKELLARIOU J. S., 2007, “Time-series methods for fault detection and identification in vibrating structures”, *Royal Society*, v. 365, n. 1851, pp. 411-448.
- [56] XIANG Y., LU Z., LIU Y., 2010, “Crack growth-based fatigue life prediction using an equivalent initial flaw model. Part I: Uniaxial loading”, *International Journal of Fatigue*, v. 32, n. 2, pp. 341-349.
- [57] RABIEI E., DROGUETT E. L., MODARRES M., 2016, “A prognostics approach based on the evolution of damage precursors using dynamic Bayesian networks”, *Advances in Mechanical Engineering Journal*, v. 8, n. 9, pp. 1-19.
- [58] CORRÊA R. A. P., STUTZ L. T., TENENBAUM R. A., 2016, “Identificação de danos estruturais em placas baseada em um modelo de dano contínuo”, *Revista*

Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, v. 32, n. 1, pp. 58-64.

[59] BELLMAN R., 1967, *Introduction to the Mathematical Theory of Control Processes*, 1 ed., Academic Press.

[60] VECTOR ITC, *The digital twins will see their consolidation in 2020*. Disponível em: <<https://www.vectoritcgroup.com/en/tech-magazine-en/artificial-intelligence-en/the-digital-twins-will-see-their-consolidation-in-2020/>>. Acesso em: 30 Mar. 2020.

APÊNDICE

A. MODELO DE DANO CONTÍNUO

MATTOS, DOMINGUES e ROCHINHA [44] e STUTZ, CASTELLO e ROCHINHA [45] consideraram em seus trabalhos que a mecânica de dano contínuo utiliza uma abordagem fenomenológica para, sob uma ótica macroscópica, capturar o efeito de defeitos na microestrutura, induzidos pelo processo de deformação macroscópica de uma estrutura. Desta forma, uma variável interna relacionada à nucleação, crescimento e coalescência de micro defeitos estruturais é introduzida no modelo – antes mesmo da iniciação da trinca – e, com isso, o problema passa a se tratar em estabelecer relações constitutivas para a variável de dano em função das outras variáveis de estado. Tais equações constitutivas são desenvolvidas dentro de um arcabouço termodinâmico.

Para construção do modelo da teoria do dano baseado na física, primeiramente se considera que um corpo qualquer passa a ocupar uma região do espaço euclidiano representada pela letra grega Ω .

Além do disso, considera também que o modelo seja constituído tanto pelas variáveis clássicas, que caracterizam a cinemática do meio contínuo como deslocamentos e velocidades, representados pelas letras \mathbf{u} e $\dot{\mathbf{u}}$, quanto pela variável adicional interna β que vai representar a degradação do material [46].

Entre outras palavras, para que o comportamento do modelo de dano seja o mais realista possível é importante que ele considere nas suas equações constitutivas a variável escalar adicional $\beta \in [0,1]$, além das variáveis clássicas que caracterizam a cinemática do corpo, que caracteriza a degradação estrutural do material.

A variável β está relacionada com a coesão estrutural entre os elementos infinitesimais do corpo e pode ser interpretada como uma medida do estado do dano. Logo, diz que se $\beta = 1$ existe coesão estrutural evidenciando que as propriedades de material inicial estão preservadas. Entretanto, se $\beta = 0$ é dito que não há coesão estrutural evidenciando uma ruptura local. Além do mais, infere-se que a variação temporal de β

($\dot{\beta} \leq 0$) deva ser negativa ou igual a zero porque a degradação é um fenômeno irreversível.

Nesse sentido, é razoável assumir um sistema mecânico representado por um corpo qualquer ocupando uma região Ω contido no espaço R^3 , contorno regular definido por Γ e submetido tanto às forças internas quanto às forças externas, todas elas dependentes de β e $\nabla\beta$.

DOMINGUES, MATTOS e ROCHINHA [47] demonstraram detalhadamente a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais o qual estabelece que o somatório das forças virtuais (internas e externas) que atuam no sistema mecânico em estado de equilíbrio é igual a zero. A equação (A.1) apresenta essa relação de equilíbrio.

$$W_{\text{int}} + W_{\text{ext}} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Onde

a. W_{int} é o trabalho interno provocado pelas forças inerciais, forças internas σ e forças termodinâmicas, e está relacionado à degradação do processo F e H.

A expressão de W_{int} é apresentada na equação (A.2).

$$W_{\text{int}} = - \int_{\Omega=\text{Espaço}} \rho \ddot{u} \cdot \hat{u} \, d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} [\sigma] \cdot [\nabla \hat{u}] \, d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} F \hat{\beta} + H \cdot \nabla \hat{\beta} \, d\Omega \quad (\text{A.2})$$

b. W_{ext} é o trabalho externo provocado pelas forças externas de corpo (**b** e **p**) e contato (**g** e **q**) e sua expressão é definida na equação (A.3).

$$W_{\text{ext}} = \int_{\Omega=\text{Espaço}} \mathbf{b} \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{\Gamma=\text{Contorno}} \mathbf{g} \cdot \hat{u} \, dA + \overbrace{\int_{\Omega=\text{Espaço}} \mathbf{p} \hat{\beta} \, d\Omega}^{\text{Natureza Eletromagnética}} + \overbrace{\int_{\Gamma=\text{Contorno}} \mathbf{q} \hat{\beta} \, dA}^{\text{Natureza química}} \quad (\text{A.3})$$

Aplicando também as equações constitutivas, as equações (A.4) e (A.5) governam, respectivamente, o movimento do sistema e a evolução do dano em meio contínuo.

$$\int_{\Omega=\text{Espaço}} \rho \ddot{u} \cdot \hat{u} \, d\Omega + \int_{\Omega=\text{Espaço}} \beta (\lambda \operatorname{div} u \operatorname{div} \hat{u} + 2\mu [\varepsilon(u)] \cdot [\varepsilon(\hat{u})]) \, d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} \mathbf{b} \cdot \hat{u} \, d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} \mathbf{g} \cdot \hat{u} \, dA = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\int_{\Omega=\text{Espaço}} k \nabla \beta \cdot \nabla \hat{\beta} d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} \left(\frac{1}{2} \lambda (\text{div } u)^2 + \mu [\varepsilon(u)] \cdot [\varepsilon(u)] - w \right) \hat{\beta} d\Omega - \int_{\Omega=\text{Espaço}} C \dot{\beta} \hat{\beta} d\Omega = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\beta \in [0,1] \text{ e } \dot{\beta} \leq 0$$

O problema não linear acoplado pode ser resolvido através de uma estratégia na qual o problema semi-discreto que resulta de uma discretização espacial é dividido em uma sequência de sistemas de equações diferenciais ordinárias, que por sua vez são resolvidos por técnicas de integração de tempo padrão [44].

Com intuito de construir o protótipo de um *Digital Twin* para diagnóstico e prognóstico de integridade estrutural, o presente trabalho aborda uma análise unidimensional do sistema dinâmico e, assim, se pode simplificar e reconstruir as equações variacionais do problema como apresentado nas equações (A.6) e (A.7).

$$\rho A \int_0^h \ddot{u} \cdot \hat{u} dx + A \int_0^h \beta (\lambda + 2\mu) \left(\frac{du}{dx} \right) \left(\frac{d\hat{u}}{dx} \right) dx = F \rightarrow \text{Equação do movimento} \quad (\text{A.6})$$

$$C \int_0^h \dot{\beta} \hat{\beta} dx = w \int_0^h \hat{\beta} dx - \left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \int_0^h \left(\frac{du}{dx} \right)^2 \hat{\beta} dx \rightarrow \text{Equação da evolução do dano} \quad (\text{A.7})$$

Restrição do modelo $\beta \in [0,1]$ e $\dot{\beta} \leq 0$.

Onde

ρ é a massa específica do material, kgf/m³.

A representa a área transversal ao deslocamento, em metros.

λ e μ são os parâmetros de Lamè, MPa.

F é o vetor forçamento externo, em Newton.

C e w são parâmetros associados ao dano e que nos problemas de barra elástica representam a função, respectivamente, das constantes de viscosidade e difusão da degradação.

Através das equações (A.8) a (A.12) se verifica as principais características do sistema.

$$\rho A \int_0^h \ddot{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{u}} dx \rightarrow \text{Energia cinética do sistema} \quad (\text{A.8})$$

$$A \int_0^h \beta (\lambda + 2\mu) \left(\frac{d\mathbf{u}}{dx} \right) \left(\frac{d\hat{\mathbf{u}}}{dx} \right) dx \rightarrow \text{Energia potencial elástica} \quad (\text{A.9})$$

$$C \int_0^h \dot{\beta} \hat{\beta} dx \rightarrow \text{Taxa de desagregação do material} \quad (\text{A.10})$$

$$w \int_0^h \hat{\beta} dx \rightarrow \text{Energia de deformação} \quad (\text{A.11})$$

$$\left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \int_0^h \left(\frac{d\mathbf{u}}{dx} \right)^2 \hat{\beta} dx \rightarrow \text{Rigidez do sistema} \quad (\text{A.12})$$

O problema resultante é ainda mais simplificado utilizando-se o Método de Elementos Finitos. Esse foi o método escolhido para discretizar o domínio h do problema em três subdomínios denominados elementos. Após a criação da malha de elementos finitos, se reconstruiu sistematicamente a equação do movimento no subdomínio para cada elemento, garantindo uma melhor aproximação da solução verdadeira, com a dedução das funções de interpolação e montagem das matrizes elementares [48].

A Figura 38 apresenta uma ilustração da estratégia utilizada para a construção do modelo discreto que será usado no protótipo:

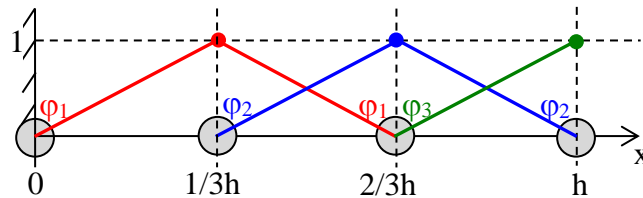


Figura 38 Funções de forma ou interpoladoras do sistema discretizado

A Formulação Fraca do problema consiste no par formado pela equação variacional do problema – incorporando equações diferenciais características do

problema e condições de contorno – com o espaço das funções interpoladoras. Desta forma, apresentam-se as equações de movimento (A.13) e evolução do dano (A.14).

$$\rho A \int_0^h \ddot{\mathbf{u}} \cdot \varphi_i \, dx + A\beta(\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h/3} \right) \int_0^h \frac{d\varphi_i}{dx} \, dx = \mathbf{F} \quad (\text{A.13})$$

$$C\dot{\beta}_i \int_0^h \varphi_i \, dx = w \int_0^h \varphi_i \, dx - \left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h/3} \right)^2 \int_0^h \varphi_i \, dx = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\text{Onde } i = 1, \dots, 3 \text{ e } \varphi_i = \sum_{i=1}^3 u_i \varphi_i$$

A formulação fraca foi reescrita para cada subdomínio, aplicando as funções de interpolação correspondentes ao elemento linear e respeitando as coordenadas globais de cada elemento. Assim, resolvendo a equação (A.13), utilizando $\hat{\mathbf{u}} = \varphi_1, \dots, \varphi_3$, apresentam-se para cada função interpoladora as expressões (A.15), (A.16) e (A.17) que descrevem o movimento do sistema.

$$\rho A \int_0^h \ddot{\mathbf{u}} \cdot \varphi_1 \, dx + A\beta_1(\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h} \right) \int_0^h \frac{d\varphi_1}{dx} \, dx = \mathbf{F} \quad (\text{A.15})$$

$$\rho A \int_0^h \ddot{\mathbf{u}} \cdot \varphi_2 \, dx + A\beta_2(\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h} \right) \int_0^h \frac{d\varphi_2}{dx} \, dx = \mathbf{F} \quad (\text{A.16})$$

$$\rho A \int_0^h \ddot{\mathbf{u}} \cdot \varphi_3 \, dx + A\beta_3(\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h} \right) \int_0^h \frac{d\varphi_3}{dx} \, dx = \mathbf{F} \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Onde } i = 1, \dots, 3 \text{ e } \ddot{\mathbf{u}} = \ddot{u}_1 \varphi_1 + \ddot{u}_2 \varphi_2 + \ddot{u}_3 \varphi_3$$

De forma análoga prevista, resolvendo-se a equação (A.14) para cada função interpoladora, utilizando $\hat{\mathbf{u}} = \varphi_1, \dots, \varphi_3$, e assim foram encontradas as equações (A.18), (A.19) e (A.20) que descrevem a evolução do dano no sistema.

$$C\dot{\beta}_i \int_0^h \varphi_1 dx = w \int_0^h \varphi_1 dx - \left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h/3} \right)^2 \int_0^h \varphi_1 dx \quad (\text{A.18})$$

$$C\dot{\beta}_i \int_0^h \varphi_2 dx = w \int_0^h \varphi_2 dx - \left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h/3} \right)^2 \int_0^h \varphi_2 dx \quad (\text{A.19})$$

$$C\dot{\beta}_i \int_0^h \varphi_3 dx = w \int_0^h \varphi_3 dx - \left(\frac{1}{2} \lambda + \mu \right) \left(\frac{u_i - u_{i-1}}{h/3} \right)^2 \int_0^h \varphi_3 dx \quad (\text{A.20})$$

Desenvolvendo as equações (A.15), (A.16) e (A.17), utilizando a aceleração $\ddot{\mathbf{u}} = \ddot{u}_1 \varphi_1 + \ddot{u}_2 \varphi_2 + \ddot{u}_3 \varphi_3$ para cada intervalo, obtiveram-se as expressões (A.21), (A.22) e (A.23).

$$\begin{aligned} & \rho A \left[\int_0^{h/3} \ddot{u}_1 \cdot \varphi_1^2 dx + \int_{h/3}^{2h/3} \ddot{u}_1 \cdot \varphi_1^2 dx + \int_{h/3}^{2h/3} \ddot{u}_2 \cdot \varphi_2 \varphi_1 dx \right] + \\ & A\beta_1 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_1 - u_0}{h/3} \right) \int_0^{h/3} \frac{d\varphi_1}{dx} dx + A\beta_2 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_2 - u_1}{h/3} \right) \int_{h/3}^{2h/3} \frac{d\varphi_1}{dx} dx = F_1 \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} & \rho A \left[\int_{h/3}^{2h/3} \ddot{u}_1 \cdot \varphi_1 \varphi_2 dx + \int_{h/3}^{2h/3} \ddot{u}_2 \cdot \varphi_2^2 dx + \int_{2h/3}^h \ddot{u}_2 \cdot \varphi_2^2 dx + \int_{2h/3}^h \ddot{u}_3 \cdot \varphi_3 \varphi_2 dx \right] + \\ & A\beta_2 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_2 - u_1}{h/3} \right) \int_{h/3}^{2h/3} \frac{d\varphi_2}{dx} dx + A\beta_3 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_3 - u_2}{h/3} \right) \int_{2h/3}^h \frac{d\varphi_2}{dx} dx = F_2 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$\rho A \left[\int_{2h/3}^h \ddot{u}_2 \cdot \varphi_2 \varphi_3 dx + \int_{2h/3}^h \ddot{u}_3 \cdot \varphi_3^2 dx \right] + A\beta_3 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{u_3 - u_2}{h/3} \right) \int_{2h/3}^h \frac{d\varphi_3}{dx} dx = F_3 \quad (\text{A.23})$$

E assim, foi obtido na forma matricial, o sistema (A.24) de equações diferenciais que governa o movimento.

$$\frac{\rho A h}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{pmatrix} + \frac{3A(\lambda + 2\mu)}{h} \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 & -\beta_2 & 0 \\ -\beta_2 & \beta_2 + \beta_3 & -\beta_3 \\ 0 & -\beta_3 & \beta_3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$

Do mesmo modo, se obtiveram as equações (A.25), (A.26) e (A.27) que governam a evolução do dano.

$$\dot{\beta}_1 = C^{-1} \left[w - \frac{(\frac{1}{2}\lambda + \mu)}{(h/3)^2} (u_1 - u_0)^2 \right] \quad (\text{A.25})$$

$$\dot{\beta}_2 = C^{-1} \left[w - \frac{(\frac{1}{2}\lambda + \mu)}{(h/3)^2} (u_2 - u_1)^2 \right] \quad (\text{A.26})$$

$$\dot{\beta}_3 = C^{-1} \left[w - \frac{(\frac{1}{2}\lambda + \mu)}{(h/3)^2} (u_3 - u_2)^2 \right] \quad (\text{A.27})$$

Desta forma pode-se tratar as equações constitutivas envolvendo o dano estrutural como um problema clássico não linear acoplado de vibrações mecânicas.

Na prática, é comum se encontrar problemas cuja dinâmica é contínua no tempo, enquanto que o caso de dinâmica discreta é mais raro, porém existe.

Na modelagem dinâmica do problema será usado o filtro de Kalman, pois este é um estimador com características de tempo real, ou seja, é capaz de fornecer estimativas para o instante em que a medida é processada e, além disso, incorpora um ruído dinâmico no modelo da dinâmica do estado para compensar as incertezas envolvidas no modelo e sensor.