



## PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM *RISERS* RÍGIDOS

Andrielli Nunes Teixeira Pereira

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador(es): José Renato Mendes de Sousa

Silvia Corbani

Rio de Janeiro  
Setembro de 2022

PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM *RISERS* RÍGIDOS.

Andrielli Nunes Teixeira Pereira

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Orientadores: José Renato Mendes de Sousa

Silvia Corbani

Aprovada por: Prof. José Renato Mendes de Sousa

Prof. Silvia Corbani

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger

Prof. Marcelo Igor Lourenço de Souza

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2022

Pereira, Andrielli Nunes Teixeira

Propagação de Trinca por Fadiga em Risers Rígidos /  
Andrielli Nunes Teixeira Pereira. – Rio de Janeiro:  
UFRJ/COPPE, 2022.

XII, 82 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: José Renato Mendes de Sousa

Silvia Corbani

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de  
Engenharia Civil, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 72-78.

1. Fadiga em risers. 2. Propagação de trincas. 3. Modelo  
de Elementos Finitos. I. Sousa, José Renato Mendes de *et al.*  
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE,  
Programa de Engenharia Civil. III. Propagação de Trinca por  
Fadiga em *Risers* Rígidos.

## Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço a Deus. À Ele toda honra e mérito por me capacitar e me permitir concluir mais esta etapa na minha formação acadêmica.

Agradeço ao meu esposo, Velber, por toda compreensão e suporte, e aos meus pais e irmã, Elizeu, Marilene e Katlay, por sempre acreditarem no meu potencial e me incentivarem a continuar com meus projetos.

Agradeço aos meu orientadores, José Renato e Silvia, por toda ajuda, empenho e dedicação, sem dúvida foram extremamente importantes para o sucesso deste trabalho.

Agradeço a COPPE-UFRJ por me permitir o acesso ao mestrado e à capacitação acadêmica e profissional. Agradeço também os membros do *Cornell Fracture Group* por seu apoio contínuo e pela disponibilização do *software* FRANC3D para desenvolvimento desta pesquisa.

Além disso, agradeço ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-Brasil (CAPES) e pela Fundação Carlos Chagas de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ) pelo investimento e incentivo à pesquisa brasileira.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM *RISERS* RÍGIDOS

Andrielli Nunes Teixeira Pereira

Setembro/2022

Orientadores: José Renato Mendes de Sousa

Silvia Corbani

Programa: Engenharia Civil

*Risers* estão sujeitos a carregamentos ambientais cíclicos e severos ao longo de sua vida útil. Nesse contexto, os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) podem ser uma ferramenta valiosa para garantir sua operação segura e reduzir o conservadorismo de seus projetos. Este trabalho apresenta duas abordagens, uma analítica e outra numérica, para análise da propagação de trinca por fadiga em três geometrias de *risers* rígidos. Inicialmente, o modelo global de cada *riser* foi desenvolvido no *software* Orcaflex com cargas oriundas de diferentes estados de mar. Essas análises forneceram tensões remotas aplicadas em modelos locais tridimensionais. A propagação de uma trinca superficial na primeira solda no topo dos *risers* foi avaliada pela técnica de crescimento arbitrário e incremental no *software* FRANC3D e pelas expressões empíricas da BS7910, 2013. Análises elastoplásticas foram realizadas e limitaram a propagação em  $a/t < 0,8$ . Fatores de Intensidade de Tensão (FIT) foram calculados com o método numérico da Integral-M e expressões generalizadas foram ajustadas. Para  $a/t < 0,5$ , os FITs da abordagem analítica e numérica estão em concordância, mas para  $a/t > 0,5$ , o FIT da BS7910, 2013 mostrou-se conservador. A vida à fadiga calculada pela abordagem da propagação numérica da trinca se mostrou superior àquelas calculadas pelas equações da BS7910, 2013 e pela metodologia clássica das curvas S-N. Efeitos de sequência do carregamento de 500 (quinhentos) históricos de carregamentos de blocos de amplitude variável, com aplicação do modelo de Willenborg, foram analisados durante a propagação mostraram-se não significativos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## FATIGUE CRACK PROPAGATION IN RIGID RISERS.

Andrielli Nunes Teixeira Pereira

September/2022

Advisors: José Renato Mendes de Sousa

Silvia Corbani

Department: Civil Engineering

Risers are subject to severe and cyclic environmental loading throughout their service life. In this context, the concepts of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEMM) can be a valuable tool to ensure their safe operation and reduce the conservatism of their designs. This paper presents two approaches, one analytical and one numerical, to analyze fatigue crack propagation in three rigid riser geometries. Initially, the global model of each riser was developed in Orcaflex software with loads originating from different sea states. These analyses provided remote stresses applied to local three-dimensional models. The propagation of a surface crack at the first weld at the top of the risers was evaluated by the arbitrary and incremental growth technique in FRANC3D software and by the empirical expressions of BS7910, 2013. Elastoplastic analyses were performed and limited the propagation to  $a/t < 0.8$ . Stress Intensity Factors (SIF) were calculated with the numerical method of the M-integral and generalized expressions were fitted. For  $a/t < 0.5$ , the SIFs of the analytical and numerical approach are in agreement, but for  $a/t > 0.5$ , the SIF of BS7910, 2013 proved conservative. The fatigue life calculated using the numerical crack propagation approach was superior to those calculated using the BS7910, 2013 equations and the classical methodology of S-N curves. Loading sequence effects of 500 (five hundred) historical variable amplitude block loadings, with application of Willenborg's model, were analyzed during propagation and showed to be non-significant.

## Sumário

1	Introdução.....	1
1.1	Motivação .....	2
1.2	Revisão bibliográfica .....	4
1.3	Objetivo .....	8
1.4	Organização .....	10
2	Metodologia .....	11
2.1	Modelo Global .....	11
2.1.1	Regra de Palmgren-Miner e Curvas S-N.....	13
2.2	Modelo Local .....	14
2.2.1	Método de propagação numérico.....	14
2.2.2	Método de propagação analítico .....	22
2.2.3	Critérios de falha.....	28
2.2.4	Carregamento com amplitude variável .....	29
2.2.5	Efeito devido à sobrecarga.....	31
3	Estudos de Caso .....	37
3.1	Análise Global .....	39
3.2	Análise Local .....	43
3.2.1	Análise elastoplástica.....	44
3.2.2	Análise linear-elástica (MFLE) .....	46
4	Conclusões .....	68
5	Referências .....	72
	Apêndice 1 .....	79

## Lista de Figuras

Figura 1-1 Representação das configurações do riser lazy wave e catenária livre.....	2
Figura 1-2 Representação da metodologia proposta.....	9
Figura 2-1 Procedimento de análise global (método numérico).....	12
Figura 2-2 Modelo 2 (Passo 8) no Abaqus (2015) com a inclusão da trinca (região de malha estruturada e região de malha refinada).....	15
Figura 2-3 Modelo no FRANC3D (2019) com a inclusão da trinca: (a) modelo geométrico; (b) malha de elementos finitos. ....	16
Figura 2-4 Detalhes da malha de EF na trinca.....	16
Figura 2-5 Propagação da trinca: (a) $\Delta K$ ao longo da frente da trinca (b) incrementos na frente da trinca (Corbani, 2012). ....	17
Figura 2-6 Procedimento da análise local na região crítica (método numérico). ....	18
Figura 2-7 Percurso para Integral J: (a) contorno linear; (b) área; e (c) volume. ....	22
Figura 2-8 Representação da solução de placa com uma trinca de superfície semi-elíptica (BS7910, 2013).....	24
Figura 2-9 Representação da região de solda (BS7910,2013).....	24
Figura 2-10 Procedimento da análise local na região crítica utilizando as equações de Newman-Raju.....	25
Figura 2-11 Regiões da curva $da/dN$ vs. $\Delta K$ .....	27
Figura 2-12 Seção remanescente da parede do riser após a propagação da trinca .....	29
Figura 2-13 Propagação da trinca: (a) $\Delta K$ ao longo da frente da trinca (b) incrementos na frente da trinca (Schijve, 2009). ....	30
Figura 2-14 Placa infinita com trinca submetida a tração (modo I) (Schijve, 2009). ....	31
Figura 2-15 Ilustração esquemática da zona plástica devido à sobrecarga em um ponto na frente da trinca. ....	33
Figura 2-16 Propagação da trinca para o ponto de máxima profundidade com aplicação do método de Willenborg et al. (1971).....	36
Figura 3-1 Imagem esquemática da metodologia para crescimento numérico da trinca: (a) modelo Global usado no programa Orcaflex (2019): regiões do riser e direções de carregamento; (b) modelo Local com trinca. ....	37
Figura 3-2 Pontos na superfície do riser para cálculo da vida à fadiga. ....	40



Figura 3-3 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria1. ....	41
Figura 3-4 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria2. ....	41
Figura 3-5 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria3. ....	41
Figura 3-6 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria1. ....	42
Figura 3-7 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria2. ....	42
Figura 3-8 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria3. ....	43
Figura 3-9 Representação esquemática das três geometrias analisadas localmente. ....	44
Figura 3-10 Resultado da tensão de Von Mises em MPa para os passos 15 até 20 com plastificação na cor cinza. ....	46
Figura 3-11 (a) Vista superior (Plano XZ) e (b) Vista transversal (Plano XY) da Geometria 2 (Passo 8) no Abaqus (2015) com a inclusão da trinca – Distribuição das tensões de Von Mises em MPa. ....	48
Figura 3-12 Evolução da frente da trinca da Geometria2 a cada cinco passos. ....	49
Figura 3-13 Fator de Geometria numérico para as 3 geometrias ao longo da frente da trinca. ....	50
Figura 3-14 Ajuste polinomial para o Fator de Geometria numérico para as 3 geometrias no ponto <i>a</i> . ....	51
Figura 3-15 Comparação do fator de geometria numérico com o analítico da BS7910, 2013 (a) Geometria1, (b) Geometria2, (c) Geometria3 e (d) Ajuste polinomial de $\beta(a/t)$ para Geometria1. ....	52
Figura 3-16 Comparação da vida a fadiga devido o carregamento crítico para os diferentes métodos. ....	54
Figura 3-17 Diferentes amplitudes de tensão e respectivo número de ciclos aplicados em cada geometria. ....	56
Figura 3-18 Propagação do ponto <i>a</i> da Geometria2 para diferentes valores de $\gamma$ . ....	58
Figura 3-19 Propagação do ponto <i>a</i> da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento. ....	59

Figura 3-20 Propagação do ponto $a$ da Geometria1 para diferentes sequências de carregamento. ....	60
Figura 3-21 Propagação do ponto $a$ da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento. ....	60
Figura 3-22 Propagação do ponto $a$ da Geometria3 para diferentes sequências de carregamento. ....	61
Figura 3-23 Histograma de $a$ final da (a) Geometria1, (b) Geometria2 e (c) Geometria3 para diferentes sequências de carregamento.....	61
Figura 3-24 FIT ( $\Delta K$ ) das 3 geometrias analisadas ao longo da vida para uma sequência aleatória. ....	63
Figura 3-25 Vida à fadiga no ponto $a$ da Geometria1 para diferentes sequências de carregamento. ....	64
Figura 3-26 Vida à fadiga no ponto $a$ da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento. ....	64
Figura 3-27 Vida à fadiga no ponto $a$ da Geometria3 para diferentes sequências de carregamento. ....	65
Figura 3-28 Histograma da vida à fadiga $N$ da (a) Geometria1, (b) Geometria2 e (c) Geometria3 para diferentes sequências de carregamento.....	66
Figura A-1 Representação da trinca de superfície na seção transversal do riser.....	80
Figura A-2 Ajuste para os coeficientes $M$ ao longo da frente da trinca. ....	81

## Lista de Tabelas

Tabela 2-1 Parâmetros para aplicação nas Eqs (2.15) até (2.19).....	23
Tabela 2-2 Parâmetros $v$ e $w$ para aplicação na Equação 2.36 (BS7910, 2013).....	24
Tabela 3-1 Configurações dos Risers. ....	38
Tabela 3-2 Propriedades do material constituinte do riser. ....	38
Tabela 3-3 Seções transversais dos risers. ....	38
Tabela 3-4 Curvas S-N adotadas no modelo global. ....	39
Tabela 3-5 Histograma total de ondas harmônicas utilizadas nas análises globais.....	40
Tabela 3-6 Resultados de vida à fadiga (curvas SN) na seção a 8,0m do topo. ....	40
Tabela 3-7 Dimensões da trinca para os seis últimos passos da propagação para Geometria1 . ....	45
Tabela 3-8 Coeficientes da função de ajuste para o fator de geometria $\beta(a/t)$ . ....	51
Tabela 3-9 Resultados de vida à fadiga (numérico) para os diferentes valores de $\Delta a$ . ..	53
Tabela 3-10 Resultados de vida à fadiga para as diferentes metodologias. ....	55
Tabela 3-11 Comparação dos resultados da profundidade final do ponto $a$ da Geometria2 para uma sequência única. ....	58
Tabela 3-12 Parâmetros da distribuição normal dos valores de $a$ final [mm] .....	62
Tabela 3-13 Parâmetros da distribuição normal dos valores de vida em número de ciclos. ....	66
Tabela 3-14 Resultados de dano e vida à fadiga devido a propagação da trinca. ....	67
Tabela A-1 Valores de $a/c$ e $a/t$ utilizados para ajuste da expressão do FIT.....	79
Tabela A-2 Valores de $\Delta K$ numéricos utilizados para ajuste dos coeficientes $M$ .....	81
Tabela A-3 Coeficientes das expressões ajustadas para os coeficientes $M$ .....	82

## Glossário

FIT – Fator de Intensidade de Tensão

FPSO – Unidade flutuante de produção, armazenamento e transferência

MEF – Método dos Elementos Finitos

MFLE – Mecânica da Fratura Linear Elástica

SCF – Fator de concentração de tensões, do inglês, *Stress Concentration Factor*

SLWR – *Steel Lazy Wave Riser*

TDZ – Zona de contato com o solo, do inglês, *Touchdown Zone*

# 1 Introdução

Com o aumento da demanda por energia nas últimas décadas, a indústria petrolífera desenvolveu tecnologias para viabilizar a exploração em regiões cada vez mais distantes da costa. Surgiu, então, a necessidade de transportar fluido de poços até plataformas, entre plataformas ou entre plataformas e locais em terra através de dutos submarinos.

Os dutos submarinos apresentam um trecho suspenso chamado de *riser* e um trecho apoiado em solo chamado de *flowline* ou *pipeline*. Esses dutos têm finalidade de fazer o transporte dos fluidos produzidos, tais como petróleo e gás.

Os *risers* são dutos *offshore* com comportamento estrutural complexo por estarem submetidos a carregamentos dinâmicos, cíclicos e severos ao longo de toda a sua vida útil. Esses carregamentos cíclicos de amplitudes variáveis e aleatórias induzem tensões aos *risers* que podem levar a falha dessas estruturas por fadiga. Assim, são necessários estudos e análises mais detalhados, e precisos, para projetá-los adequadamente.

Embora o esforço computacional seja maior, análises numéricas mais robustas viabilizam a competitividade comercial e mesmo um possível prolongamento da vida útil do *riser* com trincas em solda previamente detectadas e analisadas.

Neste trabalho, será estudada a propagação de uma trinca de superfície em três seções transversais de *risers* diferentes através de duas abordagens, uma analítica e outra numérica. Inicialmente, o modelo global de cada *riser* foi desenvolvido no *software* Orcaflex 10.3a (2019) com cargas oriundas de diferentes estados de mar. Essas análises globais fornecem as tensões remotas aplicadas em modelos locais tridimensionais.

A propagação de uma trinca superficial na primeira solda no topo dos *risers* foi avaliada pela técnica de crescimento arbitrário e incremental no *software* FRANC3D 7.4 (2019) e pelas expressões empíricas da BS7910 (2013). Com base nos resultados das análises numéricas locais, expressões generalizadas foram ajustadas para o FIT.

Análises elastoplástica são realizadas para definir um limite máximo da profundidade da trinca durante a propagação, de forma a avaliar o escoamento plástico da seção transversal do *riser* remanescente. Além disso, os efeitos de sequência do carregamento de blocos de amplitude variável, com aplicação do modelo de retardo de Willenborg *et al.* (1971), são analisados para avaliação do impacto na propagação.

## 1.1 Motivação

Manter a integridade estrutural dos dutos *offshore* é de extrema importância para garantir segurança na exploração de petróleo e gás. É uma tarefa desafiadora quando são avaliados os carregamentos que incidem nessas estruturas, tais como: ondas, ventos e correntes; pressões externa e interna; e os movimentos de segunda ordem da unidade flutuante. Esses carregamentos, quando combinados, induzem tensões cíclicas, que podem levar à falha estrutural devido, por exemplo, à fadiga.

Existem diferentes configurações para o *riser*, mas a catenária livre (*free hanging*) e a *lazy wave* são as configurações tipicamente utilizadas (Li *et al.*, 2020a), conforme indicadas na Figura 1-1. Essas configurações possuem regiões críticas que são mais propensas ao aparecimento de trincas de superfície por fadiga. A região do topo (*hang-off*) é uma região crítica sujeita, principalmente, a elevadas tensões normais devido à tração real e ao momento fletor atuantes.

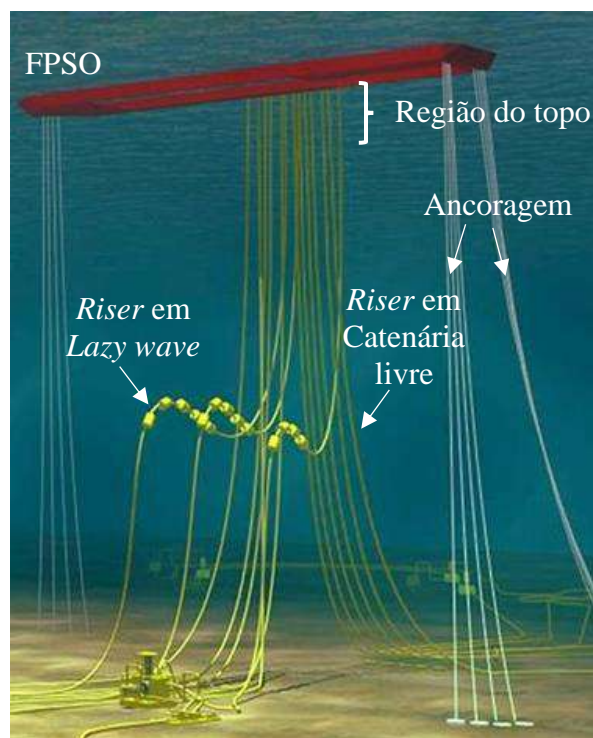


Figura 1-1 Representação das configurações do *riser lazy wave* e catenária livre.

As trincas podem se originar de defeitos pré-existent na superfície, interna ou externa, ou devido a pontos de corrosão na região da solda ou no material base (DNV-

RP-F108, 2017). Assim, podem se propagar sob carregamento dinâmico até o colapso da estrutura.

Neste trabalho, uma trinca de superfície, localizada na superfície externa do duto, inicialmente semi-elíptica e originada de um defeito pré-existente, é propagada na região do topo, mais precisamente na seção transversal da primeira solda circunferencial. De acordo com Horn *et al.* (2018), cerca de 26% dos dutos analisados experimentalmente falharam por fadiga devido a propagação de uma trinca na seção transversal do duto.

É necessário também enfatizar o impacto que a propagação da trinca acarreta na vida à fadiga do *riser*. Ao longo deste trabalho, resultados de vida à fadiga devido à propagação da trinca de superfície, tanto pelo método analítico descrito na BS7910 (2013), quanto pela modelagem numérica com *softwares* específicos para propagação, são comparados e avaliados frente aos resultados convencionais de vida à fadiga encontrados pelas curvas S-N presentes na DNV-RP-C203, 2016.

Segundo Li *et al.* (2020a), a maioria das pesquisas que abordam propagação da trinca em dutos focam em modelagem numérica, principalmente utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Os estudos com métodos analíticos são relativamente escassos.

Frente à importância significativa dos métodos analíticos, que são de grande valia para o projetista em situações práticas, este trabalho apresenta a modelagem numérica e seus resultados de forma a contribuir, também, com equações analíticas para o:

- *Fator de geometria* ( $\beta$ ) em função da profundidade da trinca ( $a$ ) e espessura do duto ( $t$ ).
- *Fator de Intensidade de Tensões* (FIT) ao longo da frente da trinca, com ajuste polinomial dos coeficientes propostos nas equações de Newman-Raju (Newman e Raju, 1981).

Além disso, um ponto importante a ser considerado é saber o quanto a trinca pode se propagar sem que comprometa a integridade estrutural do *riser*. Em pesquisas recentes, como Li *et al.* (2020a) e Hoh *et al.* (2016), o crescimento da trinca é realizado até 80% e 50% da espessura, respectivamente, porém não foi identificado estudo ou referência que corrobore esses valores máximos de profundidade da trinca. Assim, com o objetivo de definir um limite máximo para a profundidade da trinca durante a sua propagação, este trabalho utiliza análises elastoplásticas que permitem a detecção da falha por escoamento da seção transversal remanescente do *riser*.

O carregamento ambiental aplicado aos *risers* é outro ponto motivador e desafiador nas análises. Carregamentos cíclicos e de amplitude variável produzem efeito

de aceleração ou retardo na propagação da trinca (Anderson, 2005; e Schije, 2009). Na prática, os *risers* estão submetidos a carregamentos aleatórios, ou seja, múltiplas sequências de carregamento com diferentes amplitudes, frequências, fases e direções podem ser aplicadas simultaneamente. Entretanto, segundo Li *et al.* (2020a), as pesquisas existentes sobre propagação da trinca em dutos *offshore* têm como foco um único caso de carregamento ou poucos casos de mesma frequência e poucas amplitudes diferentes.

As linhas de pesquisas baseadas em propagação de trinca sob carregamento aleatório são principalmente desenvolvidas em espécimes de tração compacta (Lu e Liu, 2011; e Sumi e Inoue, 2011) e pesquisas relacionadas a propagação de trinca de superfície em dutos *offshore* não foram publicadas ainda de forma aberta, segundo Li *et al.* (2020a).

Para avaliar a influência da sequência de carregamento na propagação de uma trinca de superfície na seção transversal do *riser*, sequências aleatórias são criadas a partir de combinações de diferentes amplitudes de tensões, resultantes do carregamento da onda transformado em harmônicos equivalentes pelo procedimento de Longuet-Higgins (1983).

## **1.2 Revisão bibliográfica**

Os *risers* rígidos são estruturas compostas, principalmente de aço carbono com camadas de isolamento térmico e revestimentos anticorrosivos. Para obter o comprimento total do *riser*, são soldadas peças com seções tubulares circulares (dutos) fabricados em comprimentos de 10 m a 15 m. Essas juntas soldadas são regiões críticas, por serem concentradoras de tensão, e são analisadas de forma criteriosa tanto em projeto como na execução, frente às normas vigentes.

Existem duas abordagens amplamente conhecidas na literatura para prever a vida à fadiga em juntas soldadas devido aos carregamentos cíclicos aos quais essas juntas estão submetidas: a primeira, mais usual, considera a iniciação da trinca; e a segunda considera a propagação da trinca. Ambas as abordagens demandam análises estruturais, denominadas globais, para determinação dos esforços atuantes e análises locais para determinação das tensões impostas às juntas por esses esforços.

Nas análises globais, simulações dinâmicas, não-lineares e estocásticas, usualmente utilizando modelos em elementos finitos, são realizadas no domínio do tempo para cada caso de carregamento. Nessas análises, são obtidas séries temporais de tração



e momentos fletores (ou curvaturas) ao longo do comprimento do *riser*. Cabe ressaltar que as análises globais, segundo Cortina *et al.* (2018), são usualmente realizadas pelo método desacoplado, no qual calculam-se os movimentos da unidade flutuante separadamente em um primeiro passo e, em seguida, esses movimentos são impostos como deslocamentos prescritos no topo do *riser*.

Posteriormente, na análise local, as respostas globais (tração e momentos fletores) são usadas para calcular as séries temporais de tensões em alguns pontos das seções transversais (juntas) do *riser*. De posse dessas séries temporais de resposta, é aplicado um procedimento de contagem de ciclos, como por exemplo o método *Rainflow* (ASTM E1049, 2011), o dano em cada ponto avaliado é obtido através de curvas S-N e acumulado, usualmente, pela regra de Palmgren-Miner. A vida à fadiga, em anos, é computada pelo inverso do dano acumulado obtido (DNV-RP-F204, 2010).

A vida à fadiga é dividida em três etapas: iniciação da trinca, propagação e falha da estrutura. As curvas S-N do material são desenvolvidas experimentalmente e, em sua maior parte, corresponde à primeira etapa de iniciação da trinca, que corresponde a uma grande parte da vida à fadiga (Hobbacher, 2016 e Lotsberg, 2016).

Métodos que analisam a propagação da trinca, especificamente, foram desenvolvidos ao longo das últimas décadas de forma a estudar isoladamente o seu comportamento. Segundo Mikulski (2019), o método de propagação da trinca é geralmente utilizado para prever a vida à fadiga das juntas soldadas. Neste método, é considerado um defeito inicial na junta soldada. A teoria da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e as curvas da taxa de propagação da trinca são empregadas para computar a vida à fadiga. Além disso, a fase de iniciação da trinca não é considerada, e apenas a fase de propagação da trinca é contabilizada para a vida útil à fadiga.

Nas últimas décadas, a propagação de trincas de superfície foi avaliada, na maioria dos casos, com ensaios experimentais e formulações analíticas, principalmente no estudo de placas e com o objetivo de definir expressões para cálculo de fatores de intensidade de tensão. Como referências, citam-se os trabalhos de Newman e Raju (1979), Scott e Thorpe (1981) e Pang (1990). Com o desenvolvimento da modelagem em elementos finitos tridimensionais, técnicas de geração de malhas de elementos finitos aplicadas ao crescimento incremental da trinca de superfície foram propostas. A evolução do processo de implementação dessas técnicas para diferentes geometrias e carregamentos é descrita por Branco *et al.* (2015).

Li *et al.* (2020a) relata que, para estruturas metálicas *offshore*, existe um maior interesse em pesquisas relacionadas à propagação da trinca com foco em alguns pontos específicos, tais como: carregamentos, orientação e dimensões da trinca, e dimensões do duto. Entretanto, identificaram-se poucos estudos que investigam o efeito da região de solda e a influência do carregamento ambiental mais realístico na propagação.

A propagação da trinca está diretamente relacionada a amplitude de tensão induzida pelo carregamento aplicado a estrutura. No caso dos *risers*, o carregamento ambiental cíclico atuante é devido à onda e é considerado aleatório e de amplitude variável (DNV-OS-F201, 2010). Por isso, definir um histórico de carregamento é uma tarefa complexa.

A variação de amplitude das tensões remotas e a sequência de ocorrência dessa variação ciclo a ciclo é, também, importante para propagação de uma trinca. Uma amplitude maior seguida de uma amplitude menor de tensão (sobrecarga), ou vice-versa (subcarga), influencia no campo de tensões residuais em torno da frente da trinca, ou seja, ocasionam retardo ou aceleração, respectivamente, durante o crescimento da trinca.

Yaren *et al.* (2019) descreve que o efeito da sobrecarga produz um retardo na propagação da trinca, devido a maior amplitude do carregamento produzir uma maior zona plástica ao redor da frente da trinca induzindo o seu fechamento.

Os modelos de retardo de Wheeler (1972) e Willenborg *et al.* (1971) assumem que as tensões residuais na frente da trinca influenciam a taxa de crescimento. Esses modelos adotam parâmetros que consideram a aplicação da sobrecarga durante o crescimento da trinca.

Mansor *et al.* (2019) estuda o efeito de interação do carregamento de amplitude variável na propagação de uma trinca 1D (unidimensional) e compara a vida à fadiga entre o carregamento de amplitude constante e o de amplitude variável para o aço API X65, tipo de aço comumente utilizado na indústria *offshore*. Mostra-se, experimentalmente, que o efeito da transição entre os blocos de carregamento de uma amplitude maior para uma amplitude menor causa um atraso na propagação devido à plasticidade residual da ponta da trinca.

Hoh *et al.* (2016) descrevem a região de solda como um elemento estrutural importante, que conecta os trechos de dutos que compõem o comprimento total do *riser*. Essas regiões devem ser projetadas cuidadosamente, pois são regiões propensas à falha por fadiga devido à propagação de trincas. A falha desses elementos tem grande impacto econômico e ambiental. Fatores de correção de tensões na região de solda são aplicados,

como previsto na BS7910 (2013), e Hoh *et al.* (2016) apresenta a redução significativa da vida para trinca localizada na região da solda (cerca de cinco vezes menor).

Analiticamente, a norma britânica BS7910 (2013) é amplamente utilizada em projetos de *risers* (Lotsberg, 2016). Como aplicação mais recente cita-se os trabalhos Corrêa *et al.* (2020) e Zhang e Doré (2018). Esta norma baseia-se em equações desenvolvidas empiricamente para prever a propagação transversal em placas planas finitas (Newman e Raju, 1981) e a propagação longitudinal em cilindros (Newman e Raju, 1983) para avaliação da propagação da trinca em *risers* rígidos. No entanto, estas equações têm limitações, tais como abordagens específicas de condições de contorno e geometrias.

A análise numérica surge como uma ferramenta para superar as limitações das soluções por equações empíricas da propagação. Li *et al.* (2019 e 2020b) mostram que o método dos elementos finitos (MEF) pode ser aplicado com o propósito de avaliar o fator de intensidade de tensão de trincas de superfície na seção transversal do duto, localizadas na parede interna ou externa, submetidos à flexão cíclica. Além disso, segundo Branco *et al.* (2015), na última década, os modelos estruturais mais utilizados foram os que consideraram múltiplos graus de liberdade, por divisão da frente de propagação da trinca em vários nós, devido a sua maior variedade de aplicação.

A modelagem em EF, com a ajuda de *software* específico de propagação de trinca, aliada à MFLE, contribui significativamente para a concepção de análises mais realistas fisicamente, ao considerar a geometria real e todo o campo de tensão atuante sobre a estrutura analisada, não apenas os picos de tensão (Wormsen e Härkegård, 2014). Consequentemente, os resultados esperados podem ser mais precisos e menos conservadores.

FRANC3D (2019) é um software de análise de mecânica da fratura o qual simula o crescimento de trincas tridimensionais, não planares e arbitrárias. É baseado na técnica que define uma malha de elementos finitos global da região que contém a trinca, e um sub-modelo, mais refinado, ao redor da trinca, que é utilizado para propagar a trinca. A malha na região da frente da trinca é formada por anéis concêntricos, sendo o anel mais interno criado com elementos de ponto singular, os *quarter-points*, e os outros com elementos hexaédricos. Os fatores de intensidade de tensão são extraídos em pontos discretos da frente da trinca utilizando a técnica da integral-M ou da correlação de deslocamento. As taxas de crescimento da trinca por fadiga podem ser estimadas

utilizando diferentes modelos da literatura ou dados definidos pelo usuário. (Branco *et al.*, 2015)

Uma grande vantagem desta ferramenta é o fato de ser capaz de criar tanto malhas de superfície como de volume e, portanto, é compatível com programas de elementos finitos. A versão atual está preparada para analisar em conjunto com os pacotes de elementos finitos disponíveis nos principais softwares comerciais de EF.

### 1.3 Objetivo

O principal objetivo deste trabalho é definir uma abordagem para determinação da vida útil à fadiga de risers rígidos considerando a propagação de trincas através dos conceitos de Mecânica da Fratura Linear Elástica. Assim, é estabelecido um procedimento completo que inclui a elaboração de modelos globais do *riser* com seu comprimento total, e modelos locais, com a região crítica, na qual supõe-se uma trinca pré-existente, de forma a desenvolver análises mais precisas com a motivação de reduzir os conservadorismos das análises de fadiga convencionais.

Para exemplificar o uso dessa metodologia, são avaliadas as vidas à fadiga de três diferentes seções transversais de *risers* rígidos feitos em aço API 5L X65. As três geometrias possuem o mesmo diâmetro interno (210,6 mm) e espessura de parede de 22 mm, 28 mm e 34 mm.

Primeiramente, são efetuadas análises globais considerando estados de mar determinísticos no *software* Orcaflex (2019). Apesar do uso típico de estados de mar com ondas irregulares nas análises globais, estes são transformados em estados de mar com componentes de ondas harmônicas equivalentes, utilizando o procedimento Longuet-Higgins (1983), para redução do esforço computacional necessário.

Em seguida, as vidas à fadiga das diferentes estruturas são computadas considerando as tensões calculadas pelas análises globais, curvas S-N apropriadas, e a regra de Palmgren-Miner (DNVGL-RP-C203, 2016).

Na análise local, considera-se a trinca de superfície com crescimento no plano da seção transversal do *riser*. Duas metodologias de análise local são consideradas para analisar a propagação da trinca de superfície (bidimensional). A primeira metodologia local, recomendada pela BS7910:2013, assume geometria de uma placa e expressão para cálculo do FIT baseada nas equações empíricas de Newman e Raju (1981). Já a segunda, baseia-se em análises de EF tridimensionais, considera-se a geometria cilíndrica do *riser*

e uma trinca de superfície pré-existente e arbitrária. O FRANC3D ® versão 7.4 (2019) integrado com o *software* Abaqus ® versão 6.14-1 (2015) é utilizado para realizar as análises de propagação da trinca, incrementais e numéricas, com a utilização da Integral-M (Yau *et al.*, 1980) como método numérico para determinar o FIT. Em ambas as metodologias, a trinca de superfície inicial é assumida como uma trinca hipotética com dimensões previamente identificadas na inspeção e aceita com base nos critérios descritos na DNVGL-ST-F101.

Para avaliação do crescimento da trinca na análise local, são utilizados os esforços provenientes das análises globais para cálculo do FIT, com posterior propagação incremental da trinca de acordo com a curva da taxa de propagação,  $da/dN$  do material, e cálculo da vida à fadiga baseado na teoria da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE).

A representação simplificada do estudo de caso está descrita na Figura 1-2

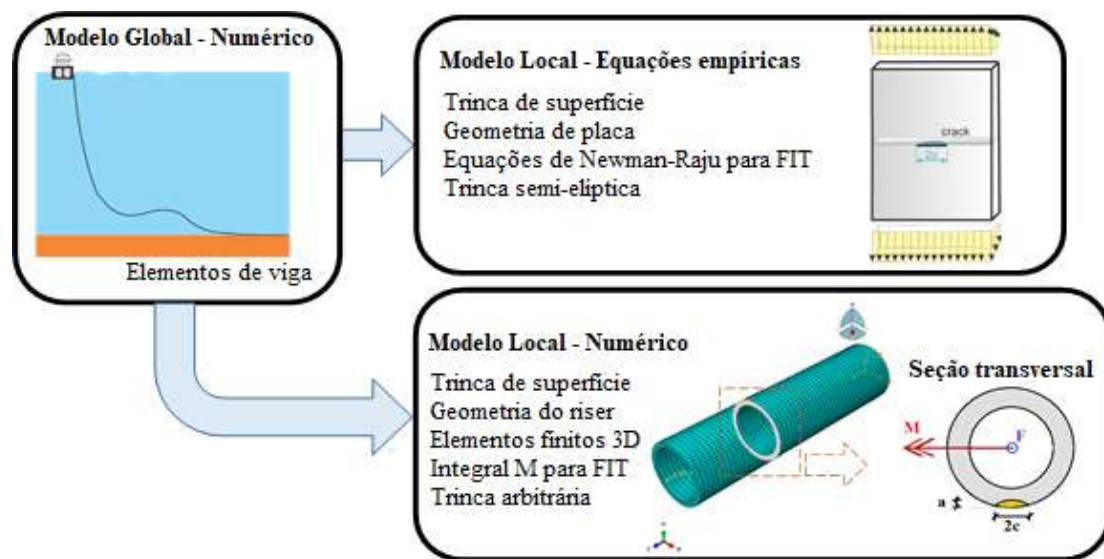


Figura 1-2 Representação da metodologia proposta.

Adicionalmente, para estimar o colapso plástico do *riser*, realizou-se uma análise elastoplástica com geometria da trinca dos últimos 6 passos de propagação de um dos casos e com carregamento crítico de amplitude constante. Com esta análise, é possível obter a profundidade máxima que a trinca pode atingir sem que haja o escoamento da seção transversal remanescente.

## 1.4 Organização

Além deste capítulo introdutório, que apresenta a motivação e o objetivo dessa dissertação, há ainda outros três capítulos principais, que serão detalhados a seguir:

No capítulo 2, apresenta-se a metodologia aplicada e os principais conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento das análises realizadas neste trabalho.

No capítulo 3, apresenta-se o estudo de caso desenvolvido para três geometrias da seção transversal de um *riser*. Esse capítulo é subdividido na análise global do *riser* e análise local detalhada na região da trinca, discutindo os resultados obtidos.

- No capítulo 4, por fim, destacam-se as principais conclusões desse trabalho juntamente com as recomendações para projetos futuros.

## 2 Metodologia

Neste capítulo, é detalhada a metodologia proposta para as análises desenvolvidas, bem como os principais conceitos teóricos necessário para elucidação dos procedimentos aplicados. A começar pelas análises globais, das quais serão extraídas as tensões remotas para cálculo do dano à fadiga utilizando curvas S-N, acumulando-os, para diferentes amplitudes de tensão, pela regra de Palmgren-Miner. Seguido das análises locais com aplicação dessas tensões remotas com o objetivo de computar a vida à fadiga devido à propagação de uma trinca de superfície, numericamente e analiticamente.

### 2.1 Modelo Global

O *riser* no modelo global é discretizado com EFs de pórtico tridimensionais ao longo de todo o seu comprimento, desde o ponto de conexão com a estrutura flutuante (nessa dissertação, um FPSO até o ponto de ancoragem ao solo. Assume-se a configuração *lazy wave* (Figura 1-1), na qual utilizam-se módulos de flutuação que reduzem as tensões na região superior da estrutura. Esta redução de carga no topo é fundamental em campos de águas ultra profundas, tais como na área do Pré-Sal no Brasil. Além disso, promovem melhor acomodação dos movimentos da unidade flutuante e, conseqüentemente, ocorre desacoplamento, o que melhora a resistência à fadiga na região TDZ do *riser*.

As cargas ambientais consideradas nas análises globais de *risers* rígidos para determinação da vida útil à fadiga compõem  $n$  estados de mar que combinam ondas e seus respectivos perfis de corrente. A carga de onda é tipicamente apresentada em histogramas baseados em estudos ambientais da região considerada. Nas análises de fadiga, estes histogramas consideram ondas anuais juntamente com as suas respectivas porcentagens de ocorrência. Na metodologia aqui apresentada, as correntes são consideradas colineares à direção da onda aplicada.

Esses carregamentos são utilizados em análises globais com o objetivo de calcular as forças, momentos e tensões ao longo do *riser*. Para isso, nesse trabalho, são realizadas simulações dinâmicas com tempo de simulação de 300 segundos no *software* Orcaflex (2019). Esse tempo de simulação reduzido só é possível devido à consideração de ondas harmônicas originadas do histograma proveniente dos estados de mar irregulares através do procedimento descrito por Longuet-Higgins (1983).

O pós-processamento é realizado na região do topo, mais precisamente na seção onde é considerada a trinca inicial (primeira solda a 8,00 m da conexão de topo). Normalmente, em projeto de *risers* rígidos, existe uma estrutura inicial em formato cônico que faz a conexão com a estrutura da unidade flutuante a qual o *riser* rígido é soldado, pode ser um *Flexible Joint* ou um *Titanium Stress Joint*. Neste estudo, essa estrutura inicial cônica possui comprimento de 8,00 m.

O procedimento da análise global está resumido na Figura 2-1.

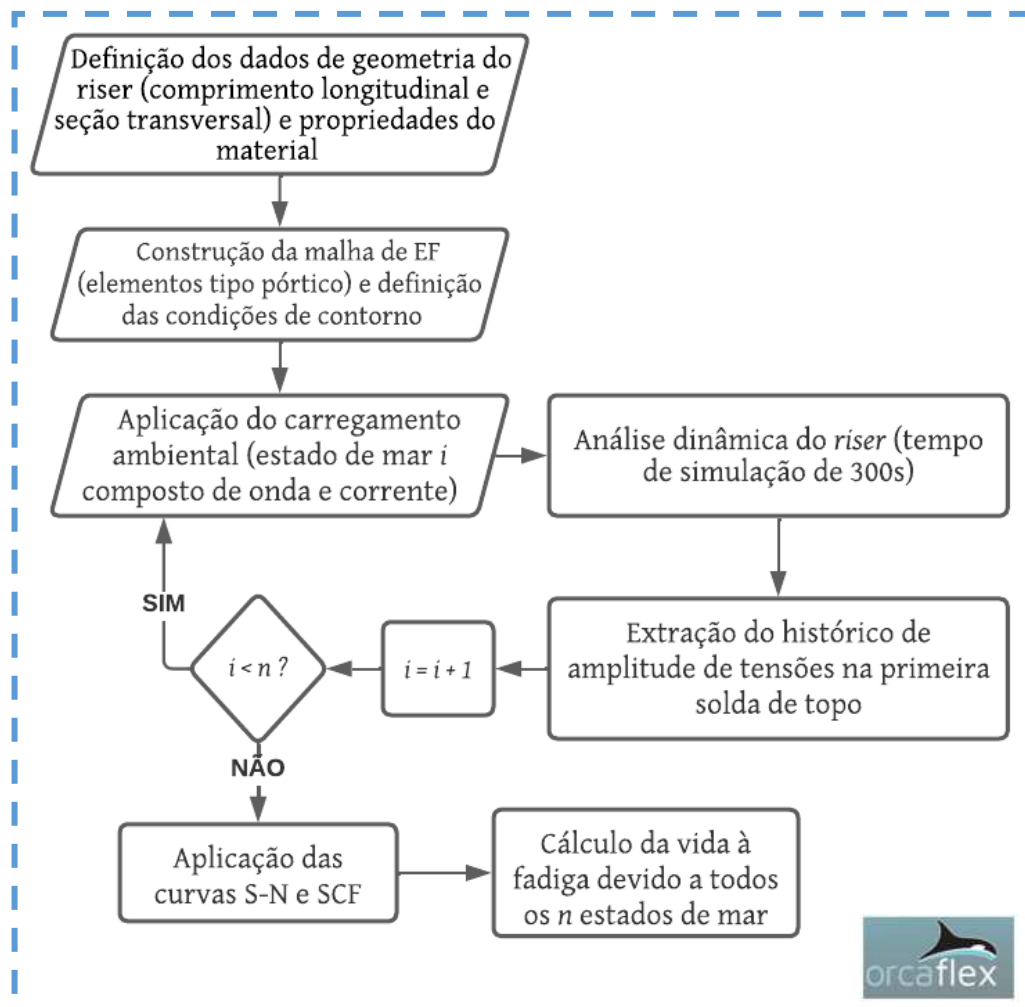


Figura 2-1 Procedimento de análise global (método numérico).

Para cálculo da vida à fadiga, são extraídas as amplitudes de tensão de cada simulação global realizada para análise com a curva S-N, utilizada na região interna e na região externa do duto, e posterior soma linear dos danos obtidos utilizando a Regra de Palmgren-Miner.



É importante enfatizar que a vida calculada pelas curvas S-N desconsidera a presença de uma trinca e a sua posterior propagação. Para isso, esta dissertação aborda uma metodologia local com foco na propagação de uma trinca de superfície pré-existente, conforme descrito na seção 2.2.

### 2.1.1 Regra de Palmgren-Miner e Curvas S-N

O dano devido à fadiga é expresso pela Eq. (2.1):

$$D = \frac{n}{N} \quad (2.1)$$

onde  $n$  é o número de ciclos aplicado na estrutura devido a um carregamento de amplitude constante  $\Delta S$ , e  $N$  é o número de ciclos admissíveis pela estrutura para essa mesma amplitude de carregamento  $\Delta S$ .

Para tensões de amplitude variável, as distribuições de amplitude de tensão são expressas em histogramas, por meio de  $i$  intervalos constantes com contagem do número de ciclos  $n_i$  que ocorreram para cada intervalo de tensão  $\Delta S_i$ .

Assim, o dano cumulativo linear de Palmgren-Miner é expresso pela Eq. (2.2), segundo DNVGL RP C203 (2016).

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^k n_i (\Delta S_i)^m \quad (2.2)$$

onde  $a$  e  $m$  são os coeficientes, linear e angular, respectivamente, definidos pela linearização das curvas S-N com aplicação da função logaritmo.

As curvas S-N do material fornecem o número de ciclos  $N$  que ocasiona a ruptura à fadiga da estrutura para uma dada amplitude constante de tensão ( $\Delta S$ ).

As principais curvas S-N utilizadas em estruturas *offshore* são apresentadas na DNVGL-RP-C203 (2016). Elas são classificadas de acordo com as condições ambientais à qual a estrutura está submetida, o meio circundante (ar ou água), com a possível necessidade de proteção catódica. Adicionalmente, curvas S-N específicas são fornecidas

para as regiões críticas da estrutura, na qual espera-se comportamento diferente dos demais componentes da estrutura, tais como as juntas soldadas.

A equação que representa a curva S-N é definida pela Eq. (2.3) e tem formato de curva bi-logarítmica. Utilizada para estimar a vida para fadiga de alto ciclo, sendo a vida calculada como inverso do dano estimado.

$$\log N = \log a - m \log \Delta S \quad (2.3)$$

De acordo com a DNVGL-RP-C203 (2016) é recomendado adotar um fator de concentração de tensões na região da solda, denominado SCF, para majorar as tensões nesta região devido a esta criticidade.

Como esse procedimento não determina precisamente o crescimento da trinca, na próxima seção são abordados conceitos de propagação de trinca por fadiga a partir de um defeito pré-existente.

## 2.2 Modelo Local

Durante a aplicação de carregamento de fadiga, existem três comportamentos assistidos em ensaio: (i) nucleação da trinca; (ii) propagação da trinca; (iii) colapso da peça por fratura ou por plastificação da região remanescente de ligamento da peça. Atualmente, a metodologia para simular a nucleação e propagação são distintas.

Esta seção descreve o procedimento de análises locais de propagação de trinca, para regiões críticas, com curva  $da/dN$  apropriada frente aos conceitos da MFLE.

### 2.2.1 Método de propagação numérico

Inicialmente, a região da primeira solda é modelada localmente com elementos finitos sólidos tridimensionais no *software* Abaqus (2015). Neste modelo, são inseridos os dados de geometria e propriedades físicas e mecânicas do material do *riser*, condições de contorno e dados de carregamento provenientes do modelo global. A malha estruturada de elementos finitos e o comprimento do *riser* modelado localmente são definidos a partir de testes de convergência para ajuste do modelo.

Em seguida, esse modelo é inserido no *software* FRANC3D (2019), que permite inserir a trinca com suas dimensões e posição iniciais. Automaticamente, o *software* cria

a malha de elementos finitos refinada na região da frente trinca, conforme observado na Figura 2-4. À medida que a trinca cresce, é gerada uma nova malha nesta região.

O *software* FRANC3D (2019) gera um arquivo de entrada de dados para o *software* Abaqus (2015). Esse arquivo é atualizado a cada incremento de propagação da trinca. Assim, o FRANC3D (2019) pré e pós processa o arquivo a cada incremento.

Nessa dissertação, a trinca inicial com formato de uma semi-elipse é avaliada com as dimensões iniciais pré-definidas, sendo os semi-eixos de comprimento igual a 4 mm e de profundidade igual a 3 mm.

O modelo local é dividido em duas regiões: local, com a trinca; e global com o restante do modelo. Aplicam-se, ainda, condições de contorno apropriadas entre as duas regiões (Figura 2-2). Essa divisão possibilita analisar a área de interesse ao redor da trinca, com a diminuição do esforço computacional. A malha de EF refinada na região de interesse pode ser vista na Figura 2-3.

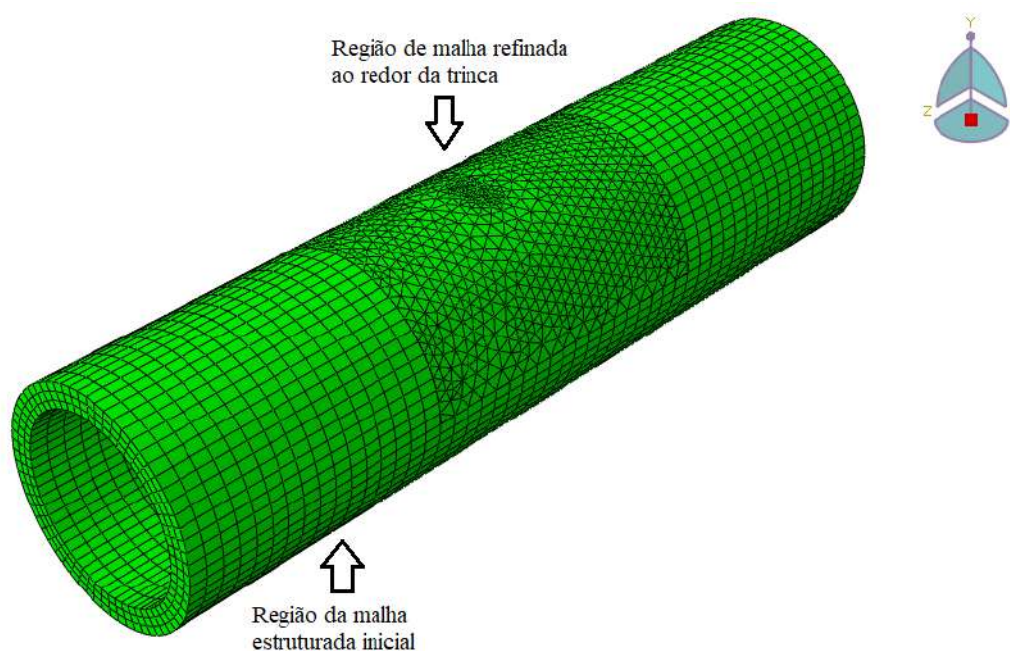


Figura 2-2 Modelo 2 (Passo 8) no Abaqus (2015) com a inclusão da trinca (região de malha estruturada e região de malha refinada).

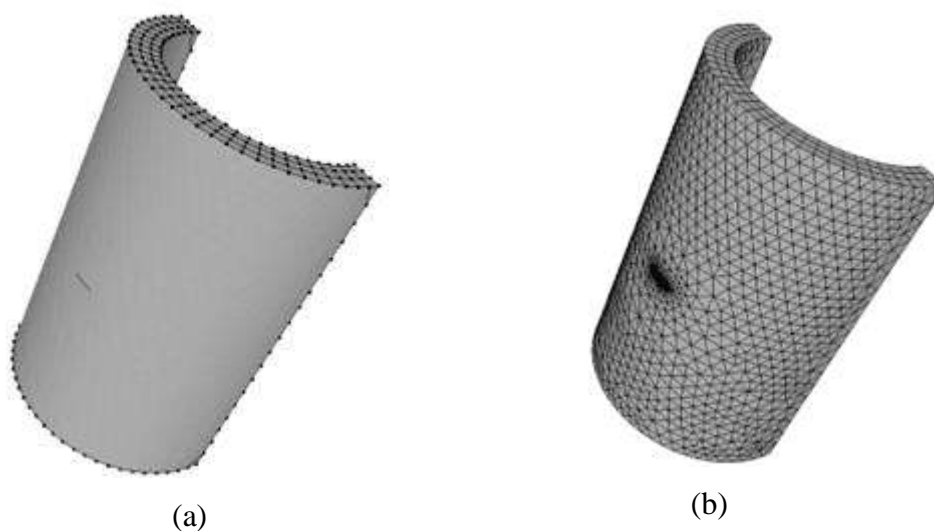


Figura 2-3 Modelo no FRANC3D (2019) com a inclusão da trinca: (a) modelo geométrico; (b) malha de elementos finitos.

A frente da trinca é discretizada por rosetas com elementos especiais chamados *quarter-points* devido à singularidade presente na frente da trinca na qual as tensões tendem ao infinito, segundo a MFLE. Os detalhes da malha de elementos finitos da trinca podem ser vistos na Figura 2-4. Esta malha é redefinida para cada passo da análise incremental de crescimento da trinca.

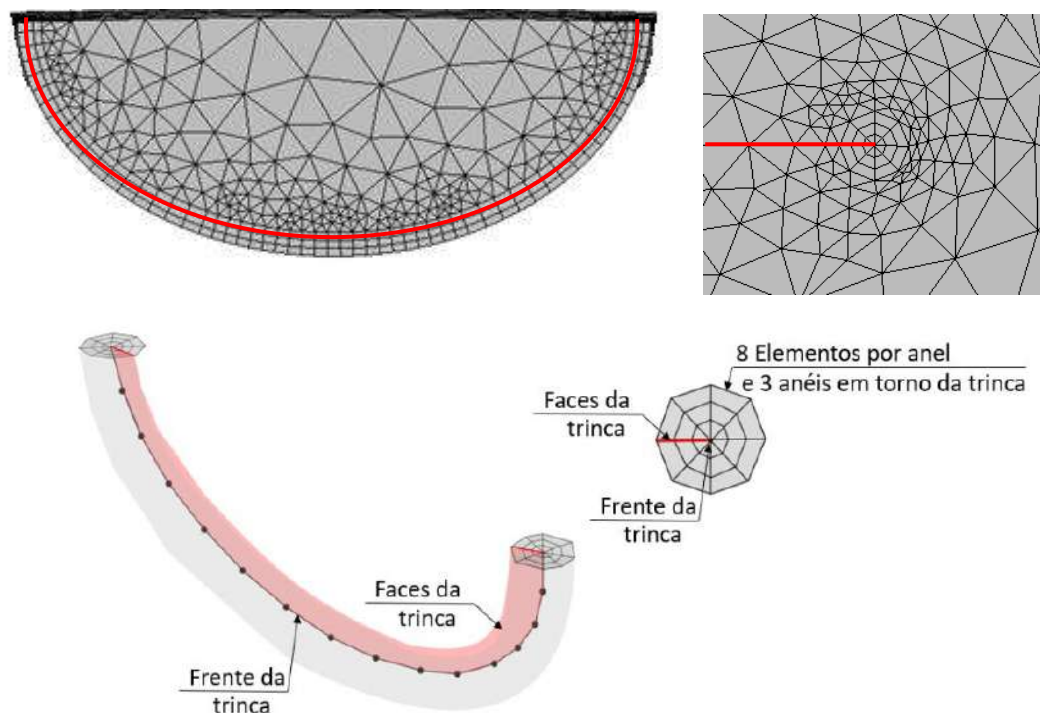


Figura 2-4 Detalhes da malha de EF na trinca.

Para propagação da trinca, é necessário o cálculo numérico do fator de intensidade de tensão (FIT) para cada incremento da trinca, como descrito em 2.2.1.1. Para tanto, são utilizadas a integral-M e a curva de taxa da propagação da trinca  $da/dN$  do material, definida, neste trabalho, através da lei de Paris bilinear fornecida pela BS7910 (2013). Além disso, para o cálculo ao longo do comprimento da frente da trinca, divide-se essa frente em vários nós (Nó  $i$ ) que coincidem com a malha de elementos finitos. A propagação da trinca de superfície está relacionada com a direção de propagação, assumida perpendicular à frente da trinca, e com os incrementos de trinca ( $\Delta a_i$ ), conforme ilustrado na Figura 2-5.

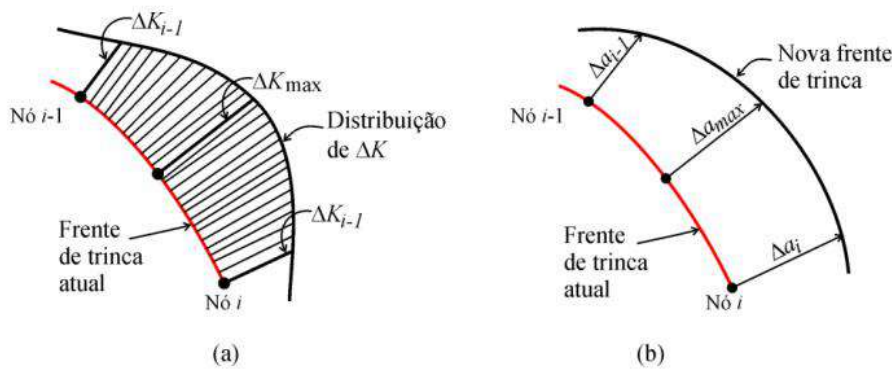


Figura 2-5 Propagação da trinca: (a)  $\Delta K$  ao longo da frente da trinca (b) incrementos na frente da trinca (Corbani, 2012).

No FRANC3D (2019), o crescimento da frente da trinca é feito de maneira incremental e automática, ou seja, o usuário fornece o incremento máximo  $\Delta a_{max}$  que é aplicado em cada passo e o número de passos total. O incremento máximo da frente da trinca em cada passo,  $\Delta a_{max}$ , está associado ao FIT máximo,  $\Delta K_{max}$ . Cada incremento  $\Delta a_i$  ao longo da frente da trinca é calculado em função de  $\Delta a_{max}$  e  $\Delta K_{max}$ , além do respectivo fator de intensidade ( $\Delta K_i$ ) do nó  $i$ . Como toda a frente da trinca está submetida à mesma variação de número de ciclos  $\Delta N$  do carregamento atuante, pela Equação 2.4, pode-se determinar o incremento  $\Delta a_i$  do crescimento da frente da trinca em cada ponto  $i$ .

$$\Delta N = \frac{\Delta a_i}{f(\Delta K_i)} = \frac{\Delta a_{max}}{f(\Delta K_{max})} \therefore \Delta a_i = \Delta a_{max} \frac{f(\Delta K_i)}{f(\Delta K_{max})} \quad (2.4)$$

onde  $f(\Delta K_i)$  é a taxa de propagação da trinca do material (curva  $da/dN$ ), a direção de propagação é assumida perpendicular (normal) à frente da trinca. Essa propagação é no

plano perpendicular ao carregamento aplicado, característica do Modo I de propagação, com  $\Delta K_I$  predominante e acima do limiar de crescimento da trinca devido à fadiga ( $\Delta K_{th}$ ), e com Modo II e III de propagação ( $\Delta K_{II}$  e  $\Delta K_{III}$ ) desprezíveis.

A Figura 2-6 mostra o procedimento de análise local (análise numérica) adotado neste trabalho.

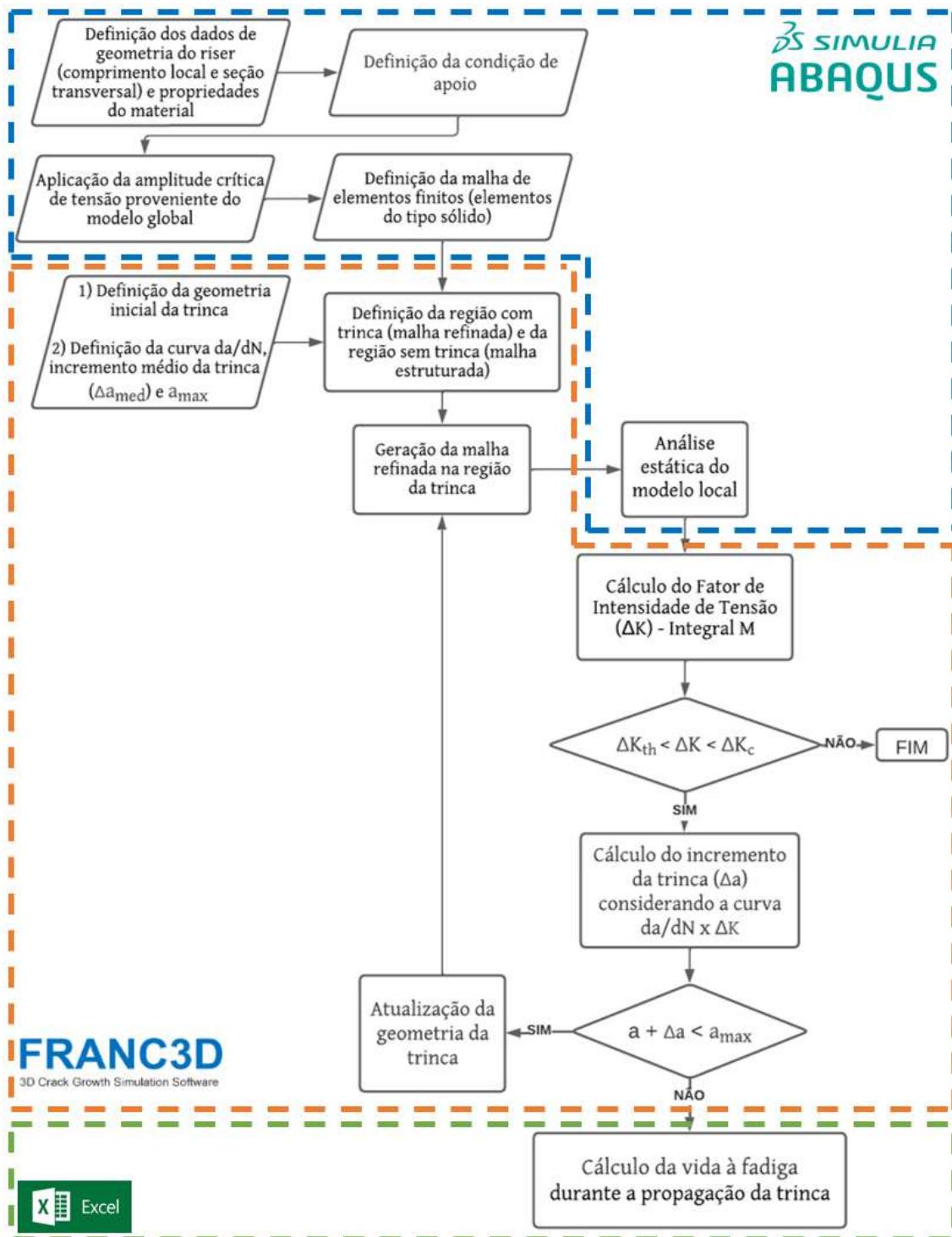


Figura 2-6 Procedimento da análise local na região crítica (método numérico).

A análise estática de cada passo é realizada no Abaqus (2015), e, no pós-processamento, o FRANC3D (2019) extrai, automaticamente, os deslocamentos e tensões calculados. A partir desses resultados, calcula-se numericamente o FIT para cada nó da frente da trinca em cada passo executado.

Após o crescimento incremental automático, é possível calcular a vida útil à fadiga, em número de ciclos, de acordo com a teoria MFLE e com a curva da taxa de propagação de trinca do material ( $da/dN$ ).

#### 2.2.1.1 Método numérico para cálculo do FIT

Métodos que utilizam o critério de energia para mecânica da fratura de material trincado são conhecidos por sua versatilidade de aplicação e implementação numérica. Podem ser aplicados em análises quasi-estáticas ou dinâmicas, com materiais elásticos, plásticos ou viscoplásticos e com carregamento térmico (Schije, 2009).

Irwin (1956) definiu o critério de energia absorvida para propagação da trinca, ou taxa de alívio  $\mathcal{G}$ , que é definida como a taxa de variação da energia potencial armazenada ( $d\Pi$ ) por unidade de área da trinca ( $dA$ ).

$$\mathcal{G} = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.5)$$

A taxa de alívio  $\mathcal{G}$  é relacionada com o fator de intensidade  $K$  de cada modo (I, II e III) pela seguinte expressão geral:

$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (2.6)$$

onde,  $E' = E/(1 - \nu^2)$  para estado plano de deformações e  $E = E'$  para estado plano de tensões, sendo  $E$  o módulo de elasticidade e  $G$  é o módulo de cisalhamento do material.

Em um modelo de elementos finitos, três métodos podem ser escolhidos para calcular o FIT de uma trinca: (I) técnica de correlação dos deslocamentos; (II) a taxa de liberação de energia calculado pelo método de fechamento da trinca modificado e (III) Pela integral-J calculada pelo método da integral de domínio equivalente juntamente com a decomposição dos modos (Miranda, 2003).



A integral-J foi desenvolvida inicialmente por Rice (1968) e é utilizada em métodos computacionais para cálculo de fator de intensidade de tensão. Para problemas bidimensionais (2D), a expressão para integral J é dada por:

$$J = \int_{\Gamma} \left[ W n_x - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right] d\Gamma \quad (2.7)$$

onde a densidade de energia de deformação é  $W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$ ,  $u_i$  é o vetor de deslocamento,  $n_i$  é o vetor externo normal ao percurso  $\Gamma$  e  $T_i = \sigma_{ij} n_j$ .

Yau et al. (1980) desenvolveram a integral-M a partir da integral-J como forma de extrair os fatores de intensidade de tensão para os três modos de fratura da taxa global de alívio de energia (Eq. 2.6). Para obter a integral-M, duas soluções são assumidas e superpostas. Isso é possível se o material é considerado elástico-linear (Wawrzynek *et al.*, 2005). Para isso, define-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \\ u_i &= u_i^{(1)} + u_i^{(2)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Substituindo os campos de tensão, deformação e deslocamento na Eq. 2.7 tem-se:

$$J = J^{(1)} + J^{(2)} + M^{(1,2)} \quad (2.9)$$

onde:

$$\begin{aligned} J^{(1)} &= \int_{\Gamma} \left[ W^{(1)} n_1 - T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right] d\Gamma \\ J^{(2)} &= \int_{\Gamma} \left[ W^{(2)} n_1 - T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} \right] d\Gamma \end{aligned} \quad (2.10)$$



$$M^{(1,2)} = \int_{\Gamma} \left[ W^{(1,2)} n_1 - T_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - T_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right] d\Gamma$$

onde  $M^{(1,2)}$  é a integral-M e a densidade de energia de deformação de interação  $W^{(1,2)}$  é dada por:

$$W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} \quad (2.11)$$

No contexto de modelagem em elementos finitos, a avaliação de integrais de área e volume levam a resultados mais precisos e estáveis do que a integração direta ao longo de um contorno. Li *et al.* (1985) introduziu a modelagem bidimensional com a integral de domínio equivalente para integral-J que transforma a Eq. 2.7 (definida para um contorno) para uma área integrante. Uma técnica semelhante pode ser utilizada para formular uma versão de domínio equivalente tridimensional da integral-M, na qual a integração ocorre sobre um volume (Wawrzynek *et al.*, 2005). As expressões resultantes são:

$$J^{(k)} = \int_V \left[ \sigma_{ij}^{(k)} \frac{\partial u_i^{(k)}}{\partial x_1} - W^{(k)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dV$$

$$M^{(1,2)} = \int_V \left[ \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} + \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} - W^{(1,2)} \delta_{1j} \right] \frac{\partial q}{\partial x_j} dV \quad (2.12)$$

$$i = 1,2,3 \quad k, j = 1,2$$

onde  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $q$  é uma função de troca para o domínio equivalente. O domínio de integração, para formulação 3D, é um cilindro que envolve uma porção da frente da trinca, conforme representado na Figura 2-7.

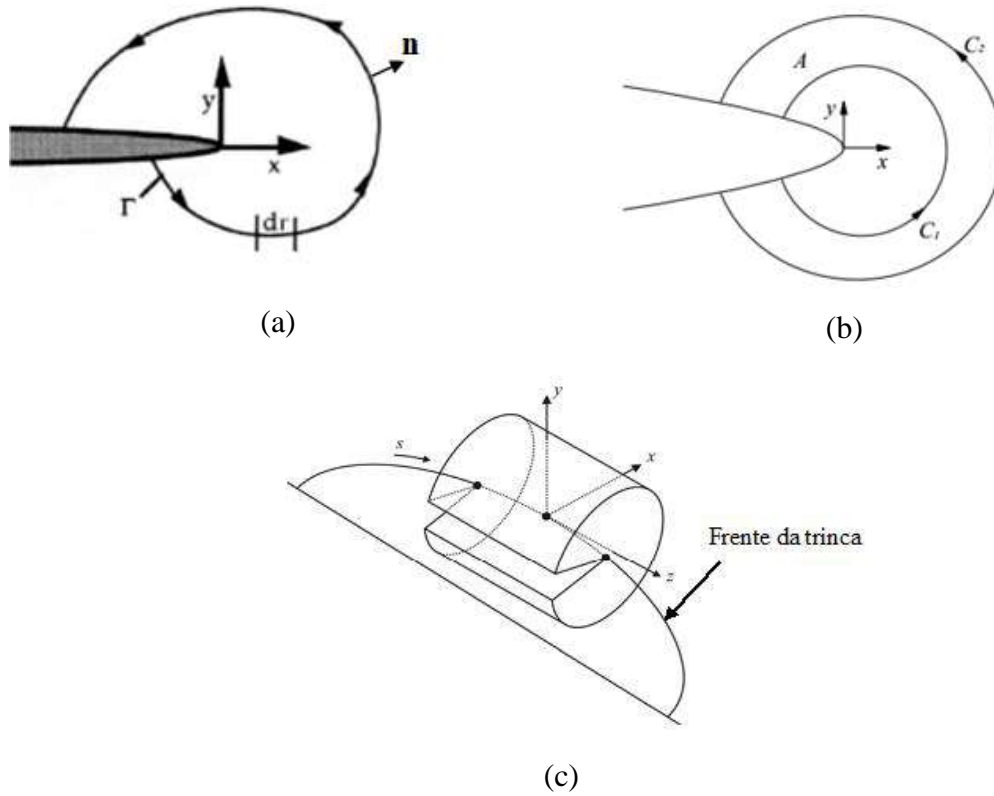


Figura 2-7 Percurso para Integral J: (a) contorno linear; (b) área; e (c) volume.

### 2.2.2 Método de propagação analítico

Para comparação, neste estudo, a propagação da trinca é também avaliada com as equações empíricas de Newman-Raju (Newman e Raju, 1981), que estão descritas nas normas atuais, utilizadas pela indústria no projeto de *risers* rígidos (Seção 8.4 de BS7910,2013 e DNVGL RP F108,2017).

Para este método, são necessários os dados da geometria inicial da trinca e os dados das amplitudes de tensão provenientes dos resultados modelo global na seção transversal em que está localizada a trinca. Essa tensão é extraída em duas parcelas axiais, isto é, uma devido à tração ( $\Delta S_m$ ) e outra relacionada ao momento fletor ( $\Delta S_b$ ). A amplitude de tensão total, segundo a BS7910 (2013), é calculada pela seguinte equação:

$$\Delta S = M f_w \{ k_{tm} M_{km} M_m \Delta S_m + k_{tb} M_{kb} M_b [\Delta S_b + (k_m - 1) \Delta S_m] \} \quad (2.13)$$

Considera-se a solução para uma placa que contém uma trinca de superfície semi-elíptica apresentada na Figura 2-8, cujos parâmetros são definidos como:

$$M = 1,0 \quad (2.14)$$

$$f_w = \left\{ \sec \left[ \left( \frac{\pi c}{W} \right) \left( \frac{a}{B} \right)^{0,5} \right] \right\}^{0,5} \quad (2.15)$$

$$M_m = \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4 \right] \frac{g f_\theta}{\sqrt{Q}} \quad (2.16)$$

$$M_b = H M_m \quad (2.17)$$

$$H = H_1 + (H_2 - H_1) \text{sen}^q \theta \quad (2.18)$$

$$H_2 = 1 + G_1 \left( \frac{a}{B} \right) + G_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 \quad (2.19)$$

onde:

Tabela 2-1 Parâmetros para aplicação nas Eqs (2.15) até (2.19).

Para $0 < a/2c \leq 0,5$	Para $0,5 < a/2c \leq 1,0$
$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right)$	$M_1 = \left( \frac{c}{a} \right)^{0,5} \left[ 1 + 0,04 \left( \frac{c}{a} \right) \right]$
$M_2 = \left[ \frac{0,89}{0,2 + (a/c)} \right] - 0,54$	$M_2 = 0,2 \left( \frac{c}{a} \right)^4$
$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + (a/c)} + 14(1 - (a/c))^{24}$	$M_3 = -0,11 \left( \frac{c}{a} \right)^4$
$g = 1 + \left[ 0,1 + 0,35 \left( \frac{a}{B} \right)^2 \right] (1 - \text{sen} \theta)^2$	$g = 1 + \left[ 0,1 + 0,35 \left( \frac{c}{a} \right) \left( \frac{a}{B} \right)^2 \right] (1 - \text{sen} \theta)^2$
$f_\theta = \left[ \left( \frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \theta + \text{sen}^2 \theta \right]^{0,25}$	$f_\theta = \left[ \left( \frac{c}{a} \right)^2 \text{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta \right]^{0,25}$
$Q = 1 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}$	$Q = 1 + 1,464 \left( \frac{c}{a} \right)^{1,65}$
$q = 0,2 + \left( \frac{a}{c} \right) + 0,6 \left( \frac{a}{B} \right)$	$q = 0,2 + \left( \frac{c}{a} \right) + 0,6 \left( \frac{a}{B} \right)$
$H_1 = 1 - 0,34 \left( \frac{a}{B} \right) - 0,11 \left( \frac{a}{c} \right) \left( \frac{a}{B} \right)$	$H_1 = 1 - \left[ 0,04 + 0,41 \left( \frac{c}{a} \right) \right] \left( \frac{a}{B} \right) + \left[ 0,55 - 1,93 \left( \frac{c}{a} \right)^{0,75} + 1,38 \left( \frac{c}{a} \right)^{1,5} \right] \left( \frac{a}{B} \right)^2$
$G_1 = -1,22 - 0,12 \left( \frac{a}{c} \right)$	$G_1 = -2,11 + 0,77 \left( \frac{c}{a} \right)$
$G_2 = 0,55 - 1,05 \left( \frac{a}{c} \right)^{0,75} + 0,47 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,5}$	$G_2 = 0,55 - 0,72 \left( \frac{c}{a} \right)^{0,75} + 0,14 \left( \frac{c}{a} \right)^{1,5}$

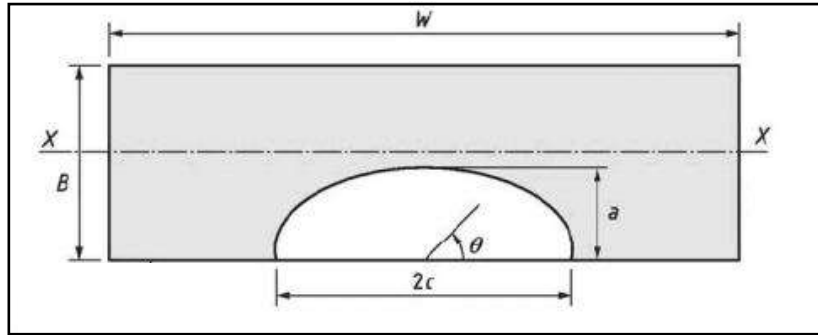


Figura 2-8 Representação da solução de placa com uma trinca de superfície semi-elíptica (BS7910, 2013).

Nessas equações,  $M_{km}$  e  $M_{kb}$  são fatores de correção aplicados quando a trinca se encontra em uma região de concentração de tensões, que é o caso de regiões de solda. Assim:

$$M_k = v \left( \frac{z}{B} \right)^w \quad (2.20)$$

onde,  $z$  e  $B$  estão apresentados na Figura 2-9 e  $v$  e  $w$  são calculados conforme a Tabela 2-2.

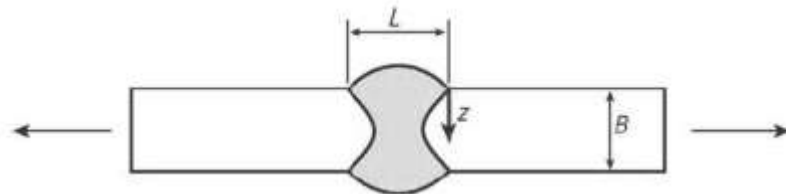


Figura 2-9 Representação da região de solda (BS7910,2013).

Tabela 2-2 Parâmetros  $v$  e  $w$  para aplicação na Equação 2.36 (BS7910, 2013).

Carregamento	$L/B$	$z/B$	$v$	$w$
Axial	$\leq 2$	$\leq 0,05(L/B)^{0,55}$	$0,51(L/B)^{0,27}$	$-0,31$
		$> 0,05(L/B)^{0,55}$	$0,83$	$-0,15(L/B)^{0,46}$
	$> 2$	$\leq 0,073$	$0,615$	$-0,31$
		$> 0,073$	$0,83$	$-0,20$
Momento	$\leq 1$	$\leq 0,03(L/B)^{0,55}$	$0,45(L/B)^{0,21}$	$-0,31$
		$> 0,03(L/B)^{0,55}$	$0,68$	$-0,19(L/B)^{0,21}$
	$> 1$	$\leq 0,03$	$0,45$	$-0,31$
		$> 0,03$	$0,68$	$-0,19$

Quando a região estudada apresenta descontinuidade estrutural severa ou desalinhamento, devem ser aplicados fatores de concentração de tensão chamados de  $k_m$ ,  $k_{tm}$ ,  $k_b$  e  $k_{tb}$ . Neste estudo, não foi considerado desalinhamento ou descontinuidade da seção transversal na região da solda, assim, esses fatores são iguais a 1,0.

A Figura 2-10 mostra o procedimento de análise local com as equações de Newman-Raju.

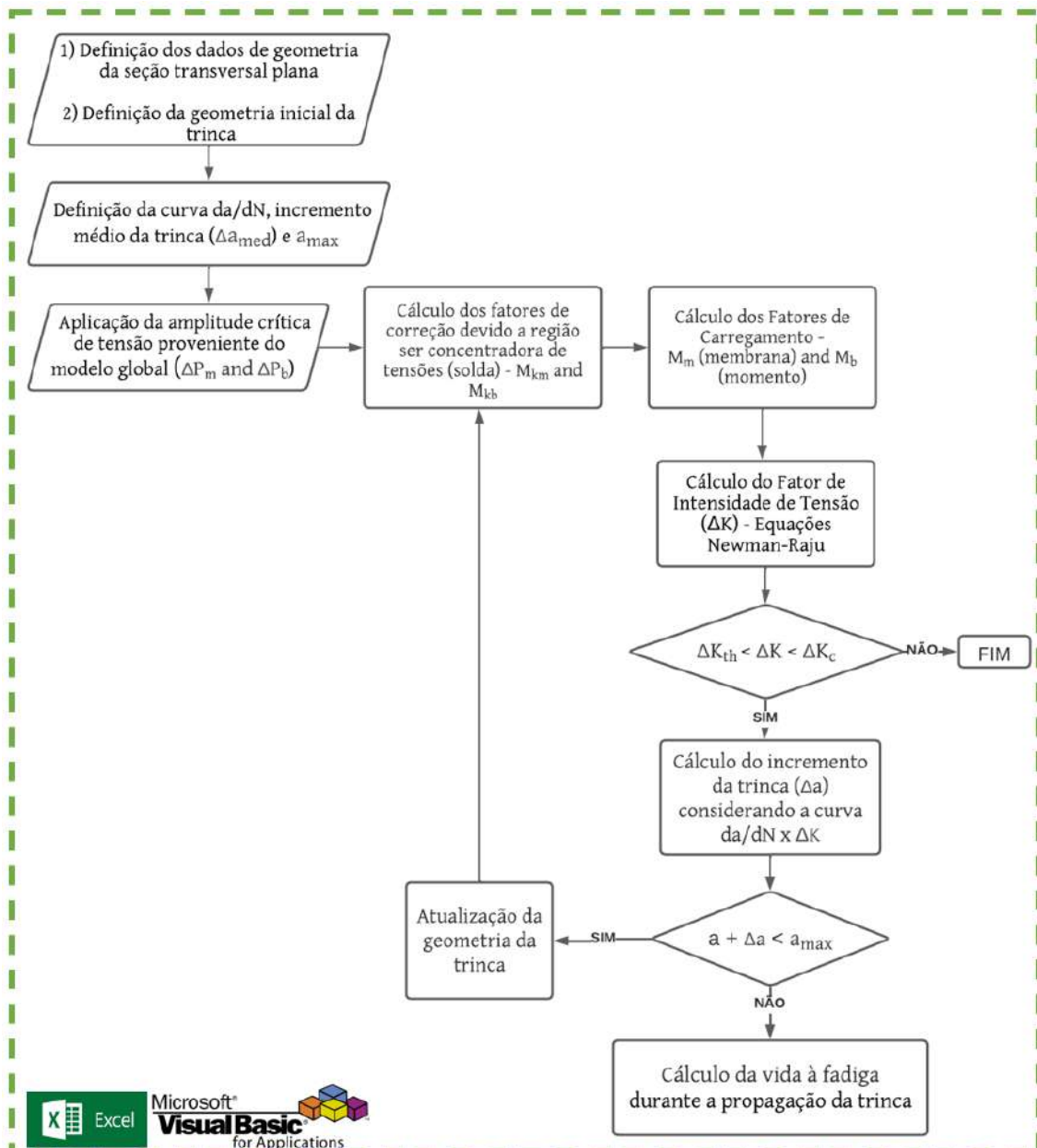


Figura 2-10 Procedimento da análise local na região crítica utilizando as equações de Newman-Raju.

### 2.2.2.1 Expressões do Fator de Intensidade de Tensão (FIT)

O fator de intensidade de tensão (adotado como  $K$  nas expressões) foi inicialmente estudado em Paris e Irwin (1985), e descreve a distribuição de tensões ao redor da frente da trinca.

A distribuição de tensões é descrita por dependência linear do fator  $K$ , o que é conhecido como Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE). A Eq. (2.21) descreve a expressão para o fator de intensidade de tensão:

$$\Delta K = \beta \Delta S \sqrt{\pi a} \quad (2.21)$$

onde,  $\beta$  é o fator adimensional que depende da geometria,  $\Delta S$  é a variação da tensão remota aplicada,  $a$  é o comprimento da trinca.

Pela literatura (Paris e Irwin, 1985), existem formulações analíticas (empíricas) para o fator  $\beta$  em diversas geometrias não complexas como, por exemplo, uma placa com trinca de propagação unidimensional. Já para trincas de superfície, bidimensional, o fator de intensidade de tensão  $K$  varia ao longo da curva que define a frente de propagação, sendo necessário cálculo numérico para solução considerando a geometria cilíndrica analisada (*riser*).

### 2.2.2.2 Curvas $da/dN$

A curva  $da/dN$  do material é utilizada para avaliar a propagação da trinca devido ao carregamento cíclico. A inclinação da curva  $da/dN$  fornece a taxa de propagação da trinca de um dado material (usualmente, em m / número de ciclos). A Figura 2-11 apresenta um exemplo de uma curva  $da/dN$ , que pode ser dividida em 3 regiões:

- A região I é limitada pelo  $\Delta K_{th}$  limiar (do inglês *threshold*) à fadiga. Valores de  $\Delta K$  menores do que  $\Delta K_{th}$  não produzem propagação da trinca significativa e, assim, possuem taxa de crescimento desprezível.
- A região II possui crescimento linear da taxa de propagação com os valores de  $\Delta K$  nesse intervalo e a direção de crescimento da trinca é perpendicular ao plano da tensão principal. Nessa região, pode ser observado o maior crescimento da trinca durante a vida da estrutura.

- A região III possui alta taxa de crescimento da trinca, maiores do que 0.01 mm/ciclo (Schijve, 2009). Nessa região a vida à fadiga é muito curta, sendo evitada em projetos estruturais. É limitada pelo valor de  $K_c$ , fator de intensidade da tenacidade à fratura do material. Quando  $K_{máx} = K_c$  pode ocorrer a falha à fadiga da estrutura (para materiais dúcteis, não só o  $K_c$  influenciará na falha final, como também a plasticidade de toda seção transversal efetiva analisada).

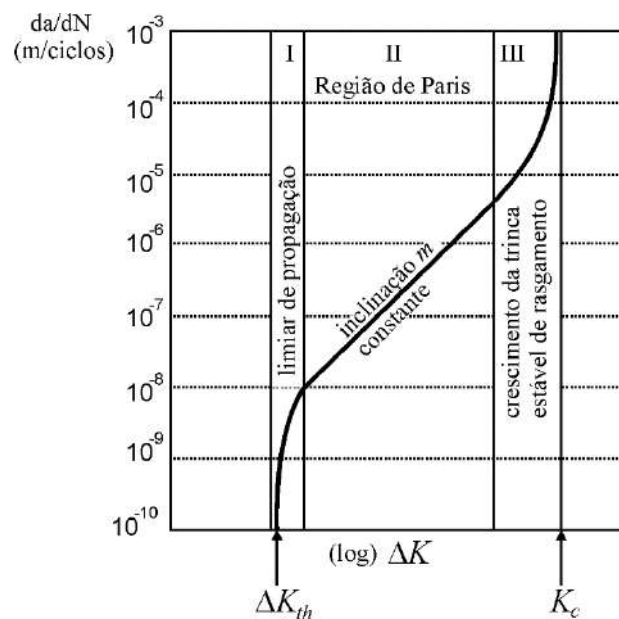


Figura 2-11 Regiões da curva  $da/dN$  vs.  $\Delta K$

A chamada curva de propagação da trinca, ou simplesmente,  $da/dN$  é escrita em função do  $\Delta K$  e, para alguns autores, também em função de  $R$ . Para Paris (1963), a função é escrita como:

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \quad (2.22)$$

onde,  $C$  e  $m$  são constantes empíricas que dependem apenas do material.

Contudo, essa função possui limitações devido ao comportamento assintótico nas regiões I e III e a ausência da influência da razão entre os picos máximo e mínimos de tensão ( $R$ ) no crescimento da trinca.

$$R = \frac{S_{min}}{S_{m\acute{a}x}} = \frac{K_{min}}{K_{m\acute{a}x}} \quad (2.23)$$

Walker (1970) desenvolveu a curva de taxa de propagação em função de  $R$ , apresentada na Eq. (2.24):

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1 - R)^{1-\gamma}} \right]^m \quad (2.24)$$

onde  $C$ ,  $m$  e  $\gamma$  são constantes dependentes do material.

Com base nas limitações de Paris, Forman *et al.* (1967) propõem uma equação em função de  $R$  e  $K_c$ . Porém, a assíntota da região I ainda não é representada, o que é incluída em função de  $\Delta K_{th}$  no numerador da equação desenvolvida por Priddle (1976).

A equação completa que considera as assíntotas das regiões I e III, com os respectivos expoentes diferentes entre si ( $p$  e  $q$ ) e o efeito da razão entre as tensões  $R$  é apresentada por Forman e Mettu (Forman e Mettu, 1992):

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}\right)^p}{\left(1 - \frac{K_{m\acute{a}x}}{K_c}\right)^q} \quad (2.25)$$

### 2.2.3 Critérios de falha

Em *risers* com carregamentos cíclicos são avaliados dois tipos de falha estrutural: falha devido à fratura e falha devido ao escoamento da seção remanescente. A falha devido à fratura depende do FIT. Quando o FIT é maior do que a tenacidade à fratura do material ( $K_c$ ), ocorre a falha. Caso o FIT seja inferior a sua tenacidade, a trinca cresce respeitando a curva de taxa de propagação ( $da/dN$  - FIT), desde que seja superior ao limiar de propagação ( $K_{th}$ ). Por outro lado, a falha devido ao escoamento da seção remanescente avalia se a espessura remanescente do *riser* atingiu o escoamento do material, área em vermelho na Figura 2-12.



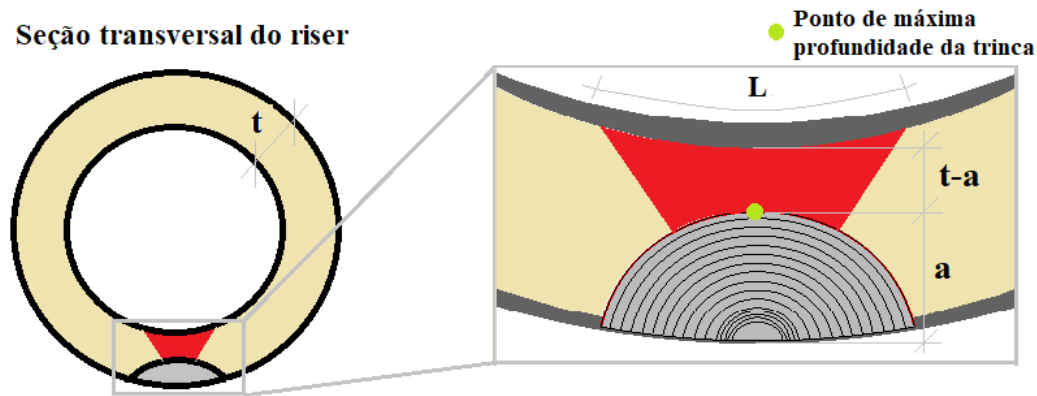


Figura 2-12 Seção remanescente da parede do riser após a propagação da trinca

É desafiador definir a área da seção remanescente, pois, devido à complexidade da geometria, demanda-se uma análise de elementos finitos elastoplástica. Assim, um modelo detalhado que inclui a geometria do *riser*, a trinca e os carregamentos impostos será desenvolvido no próximo capítulo a fim de estabelecer uma profundidade máxima da trinca que considere o colapso plástico.

A análise elastoplástica é necessária já que a seção remanescente entre o ponto mais profundo da trinca e a superfície interna da parede do duto pode sofrer plastificação antes mesmo do FIT atingir a tenacidade à fratura do material.

#### 2.2.4 Carregamento com amplitude variável

O crescimento da trinca devido a um carregamento cíclico pode ser acelerado ou retardado devido à mudança na amplitude de tensão. Quando o carregamento apresenta uma sobrecarga, ou seja, um pico maior do que a tensão máxima, uma zona plástica maior se forma ao redor da frente da trinca, o que provoca seu fechamento e, consequentemente, o retardo na propagação da trinca é observado, conforme apresentado na Figura 2-13.

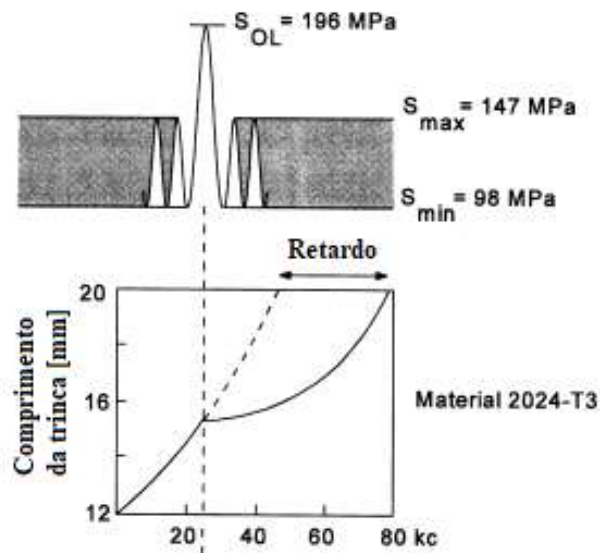


Figura 2-13 Propagação da trinca: (a)  $\Delta K$  ao longo da frente da trinca (b) incrementos na frente da trinca (Schijve, 2009).

Outro ponto importante observado é a sequência de aplicação do carregamento, que pode interferir na propagação da trinca. Assim, para carregamentos variáveis é necessário considerar a interação entre os ciclos e manter a sequência de aplicação do carregamento para resultados mais precisos.

Os efeitos de interação podem ser positivos, no caso de um ciclo de sobrecarga que acarreta posterior redução da taxa de propagação para o ciclo subsequente, ou negativo, no caso de um ciclo de subcarga que acarreta posterior redução do efeito de retardo dos ciclos anteriores. Geralmente, os efeitos positivos se sobrepõem aos efeitos negativos em propagação de trinca submetida a carregamento de amplitude variável. Ao utilizar uma metodologia que desconsidere a interação entre os ciclos obtêm-se resultados conservadores (Schijve, 2009).

Os carregamentos para análise de fadiga de um *riser* apresentam amplitudes variáveis e aleatórias em análises no domínio do tempo. Para esse caso, um método utilizado para considerar a sequência do carregamento é descrito em Miranda (2003) como *Rainflow* sequencial, que preserva a informação e a ordem temporal de cada pico.

Neste trabalho, é utilizada a transformação do carregamento aleatório de amplitude variável aplicado ao *riser* em carregamento equivalente e harmônico com diferentes amplitudes, com o efeito de sobrecarga pelo modelo de retardo de Willenborg *et al.* (1971) e com aplicação de sequências randômicas de carregamentos harmônicos.

### 2.2.5 Efeito devido à sobrecarga

A partir das coordenadas polares apresentada na

Figura 2-14, é possível obter as tensões ao redor da ponta da trinca em uma distância  $r$  com as seguintes formulações das Eqs (2.26), (2.27) e (2.28) disponíveis na literatura para uma placa infinita submetida a tração (Modo I):

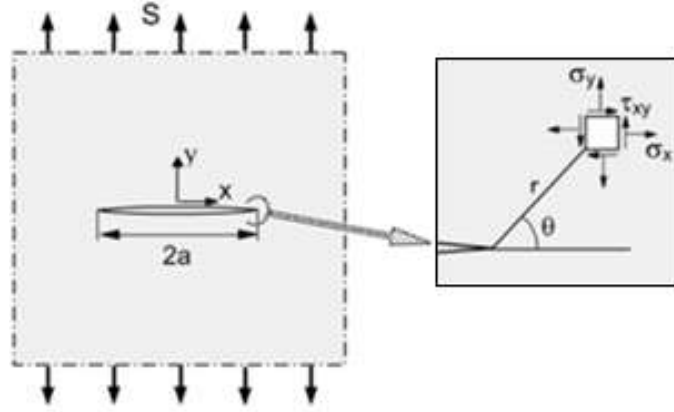


Figura 2-14 Placa infinita com trinca submetida a tração (modo I) (Schijve, 2009).

$$\sigma_x = \frac{S\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - S \quad (2.26)$$

$$\sigma_y = \frac{S\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2.27)$$

$$\sigma_z = \frac{S\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (2.28)$$

Percebe-se uma semelhança no primeiro termo nas três equações supracitadas. Sendo assim, as tensões podem ser escritas como:

$$\sigma_{i,j} = \frac{S\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} f_{i,j}(\theta) \quad (2.29)$$

onde  $K = S\sqrt{\pi a}$ , com  $\beta = 1$

Quando  $r \rightarrow 0$  todas as componentes de tensão tendem ao infinito, o que mostra uma singularidade na ponta da trinca. Na MFLE, entende-se como a plasticidade na ponta da trinca. A presença da zona plástica levaria a uma redistribuição das tensões fora dessa região, contudo, se essa zona plástica é de pequena proporção quando comparada às

dimensões da trinca e da estrutura analisada, pode-se assumir que fora da zona plástica a solução continua sendo igual a solução elástica. Pela Eq. (2.29), resolvida para o comprimento  $a = r_y$ , pode-se calcular o comprimento  $r_y$  para o qual a tensão é igual à tensão de escoamento do material,  $\sigma_{YS}$ , assim:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (2.30)$$

O comprimento da zona plástica ao redor da ponta da trinca será maior do que  $r_y$  devido ao fato de que quando o escoamento ocorre, a tensão deve se redistribuir de forma a obter o equilíbrio. Então existe uma zona plástica de tamanho  $r_p$ , com  $r_p > r_y$ , que acomodaria essa tensão superior ao  $\sigma_{YS}$ . Contudo, se essa zona plástica é de pequena proporção quando comparada às dimensões da trinca e da estrutura analisada, pode-se assumir que longe da zona plástica ( $r > r_p$ ) a solução continua sendo igual a solução elástica. O comprimento  $r_p$  pode ser calculado como:

$$\sigma_{YS} r_p = \int_0^{r_p} \sigma_{yy} dr = \int_0^{r_p} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} dr \quad (2.31)$$

Logo, o tamanho da zona plástica é definido como:

$$r_p = \frac{1}{\vartheta\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{YS}} \right)^2 \quad (2.32)$$

onde  $\vartheta = 2$  para estado plano de tensões e  $\vartheta = 6$  para estado plano de deformações.

Quando a trinca é submetida a um carregamento de sobrecarga, percebe-se um efeito de retardo da propagação para os carregamento subsequentes. O modelo de Wheeler (1972) introduz esse efeito através de um fator de retardo  $\phi_R$  de forma a reduzir a  $da/dN$  do material:

$$\phi_R = \left( \frac{\Delta a + r_{p(a)}}{r_{p(s)}} \right)^\alpha \quad (2.33)$$

onde  $\alpha$  é um parâmetro de ajuste obtido através de ensaios experimentais,  $r_{p(a)}$  é o tamanho da zona plástica devido ao carregamento atual e  $r_{p(s)}$  é o tamanho da zona plástica devido à sobrecarga sofrida, conforme ilustrado na Figura 2-15. Assim:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_R = \phi_R \frac{da}{dN} \quad (2.34)$$

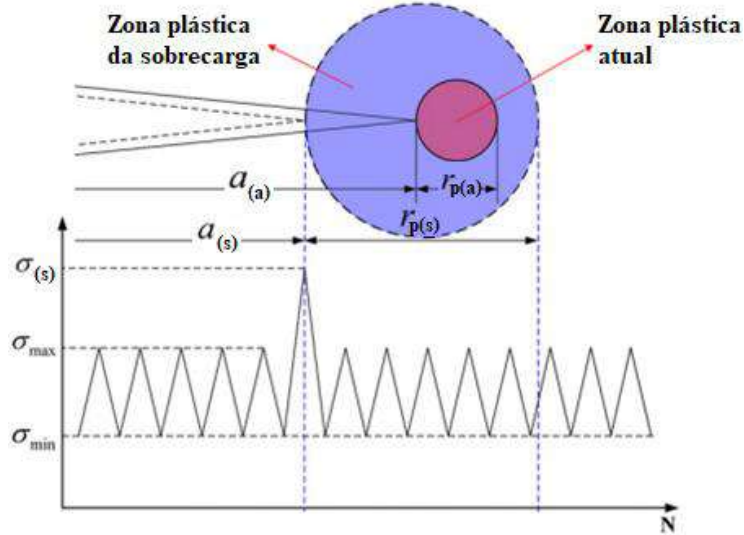


Figura 2-15 Ilustração esquemática da zona plástica devido à sobrecarga em um ponto na frente da trinca.

Wheeler (1972) assume que o efeito do retardo está presente enquanto a zona plástica atual ( $r_{p(a)}$ ) estiver contida na zona plástica da sobrecarga ( $r_{p(s)}$ ). Sendo assim, o efeito cessa quando o contorno da zona plástica atual atinge o contorno da zona plástica da sobrecarga.

Como o parâmetro  $\alpha$ , utilizado no modelo de Wheeler (1972), Eq. (2.33), depende de ensaios experimentais para seu ajuste, o modelo de Willenborg *et al.* (1971), que não necessita de parâmetro experimental, é utilizado neste trabalho. No modelo de Willenborg *et al.* (1971), é definido um FIT residual  $K_R$  mostrado na Eq.(2.35). Então, uma razão efetiva,  $R_{ef}$ , é calculada conforme a Eq. (2.36).

$$K_R = K_{m\acute{a}x(s)} \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta a}{r_{p(s)}}\right)} - K_{m\acute{a}x(a)}, \quad se \Delta a \leq r_{p(s)} \quad (2.35)$$

$$K_R = 0, \quad se \Delta a > r_{p(s)}$$

$$R_{ef} = \frac{K_{min} - K_R}{K_{m\acute{a}x} - K_R} \quad (2.36)$$

Neste caso, a expressão que define a curva da taxa de propagação da trinca,  $da/dN$ , deve considerar a razão  $R$  com magnitude igual a  $R_{ef}$ , Eq. (2.36). Então, neste trabalho, a expressão de Walker (1970) apresentada na seção 2.2.2.2 é utilizada na propagação da trinca quando o modelo de Willenborg *et al.* (1971) é considerado.

Ao considerar um carregamento de amplitude variável, conforme estudado na seção 3.2.2.2 para carregamento de blocos variáveis de amplitude constante, é necessário avaliar a interação desses blocos através do modelo de retardo, neste caso, o modelo de Willenborg *et al.* (1971). Para isso, uma automação é desenvolvida com o objetivo de analisar a propagação da trinca no ponto de máxima profundidade da trinca, ponto  $a$ , para carregamento de amplitude variável com modelo de Willenborg *et al.* (1971) aplicado, conforme fluxograma descrito na Figura 2-16.

Os dados de entrada para a análise de propagação são: (1) dados de todas as  $i$  amplitudes de tensão ( $\Delta S_i$ ) com o respectivo número de ciclos aplicados ( $n_i$ ); (2) quantidade máxima ( $i_{max}$ ) de pares  $\Delta S_i$  e  $n_i$  e (3) profundidade inicial máxima da trinca ( $a$ ). A partir desse ponto, segue-se o procedimento:

- Com base na expressão de Walker para  $da/dN$  é calculada a propagação, o  $\Delta a_i$ , devido ao  $\Delta S_i$  aplicado em  $n_i$  número de ciclos.
- $K_{m\acute{a}x(i)}$  e  $K_{min(i)}$  são calculados pela equação polinomial de ajuste para o FIT (Figura 3-14). E, calcula-se o tamanho da zona plástica atual ( $r_{p(i)}$ ) e  $R_i$ .

Se a amplitude de tensão atual ( $\Delta S_i$ ) for menor do que a amplitude de tensão anterior ( $\Delta S_{i-1}$ ), tem-se uma sobrecarga. Além disso, se a zona plástica atual ( $r_{p(i)}$ ) somada ao  $\Delta a_i$  calculado for menor do que a zona plástica da sobrecarga ( $r_{p(i-1)}$ ), significa que o carregamento atual está sob o efeito de retardo da propagação devido à sobrecarga do carregamento anterior. Então a propagação  $\Delta a_i$  é recalculada com aplicação do modelo de Willenborg *et al.* (1971), ou seja, considerando o FIT residual ( $K_R$ ) para cálculo do  $R_{ef}$ .

- Uma nova verificação deve ser realizada, de posse do novo valor de  $\Delta a_i$ , se ainda a zona plástica atual ( $r_{p(i)}$ ) somada ao  $\Delta a_i$  recalculado for menor do que a zona plástica da sobrecarga ( $r_{p(i-1)}$ ), significa que o próximo carregamento ( $\Delta S_{i+1}$ ) ainda estará dentro da zona plástica da sobrecarga ( $r_{p(i-1)}$ ).

- Assim, é necessário saber quantos carregamentos subsequentes serão necessários para sair da região da zona plástica da sobrecarga ( $r_{p(i-1)}$ ) sofrida. Para isso, o contador  $j$  é inserido, e esse processo de verificação entre o tamanho das zonas plásticas é repetido para os próximos  $j$  carregamentos com amplitudes de tensão ( $\Delta S_{i+j}$ ) menores que a amplitude de tensão da sobrecarga ( $\Delta S_{i-1}$ ).

- A profundidade máxima da trinca é atualizada em:

$$\begin{aligned} a &= a + \Delta a_i, & \text{se } j &= 1 \\ a &= a + \sum_{k=1}^j \Delta a_k, & \text{se } j &> 1 \end{aligned} \quad (2.37)$$

- E o valor de  $i$  é atualizado em:

$$\begin{aligned} i &= i + 1, & \text{se } j &= 1 \\ i &= i + j + 1, & \text{se } j &> 1 \end{aligned} \quad (2.38)$$

- O programa finaliza quando  $i$  atinge o valor total de quantidade de amplitude de tensões fornecidas ( $i_{max}$ ) e o valor da profundidade máxima da trinca é obtido. Ou, quando o objetivo é calcular a vida devido a propagação, esse procedimento é repetido até que algum dos critérios de falha (descrito na seção 2.2.3) seja atingido.

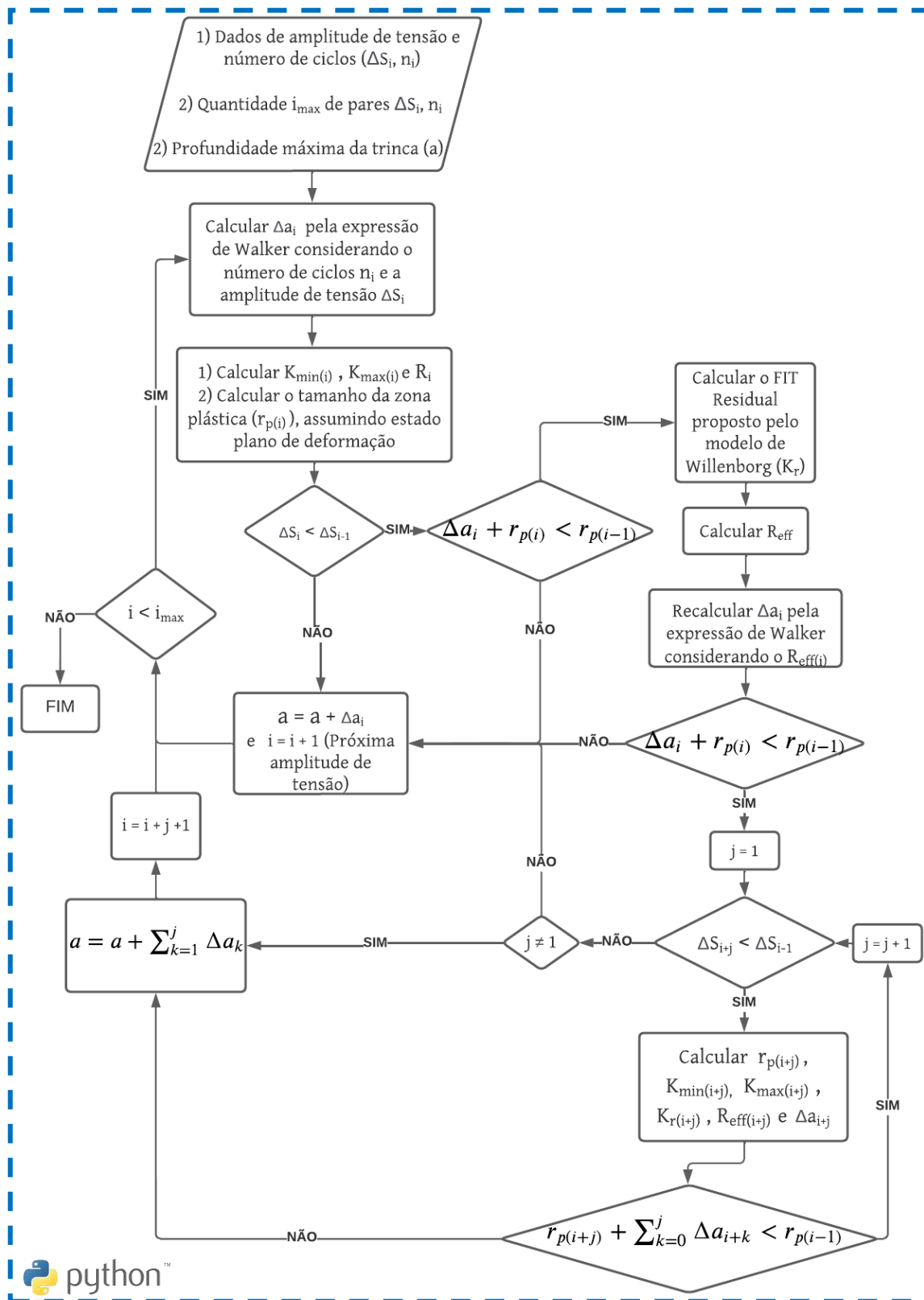


Figura 2-16 Propagação da trinca para o ponto de máxima profundidade com aplicação do método de Willenborg *et al.* (1971).



### 3 Estudos de Caso

Neste capítulo, são apresentados os estudos de caso desenvolvidos para aplicação da metodologia apresentada no capítulo 2. Os resultados das análises numéricas são comparados com expressões analíticas disponíveis na norma BS7910 (2013), para avaliar o crescimento da trinca em *risers* por fadiga.

Na Figura 3-1 é apresentada, esquematicamente, a metodologia numérica para crescimento da trinca. Como se pode observar, a análise do modelo global é necessária para obtenção do carregamento remoto utilizado no modelo local. Desta forma, neste capítulo, primeiramente analisa-se a fadiga em três geometrias distintas, conforme seção 3.1, através das curvas S-N. A partir das tensões obtidas no modelo global, é avaliado o crescimento da trinca assumindo um defeito inicial de geometria semi-elíptica com semi-eixo menor  $a = 3,0mm$  (profundidade da trinca) e semi-eixo maior  $c = 4,0mm$  (comprimento da trinca), conforme seção 3.2.

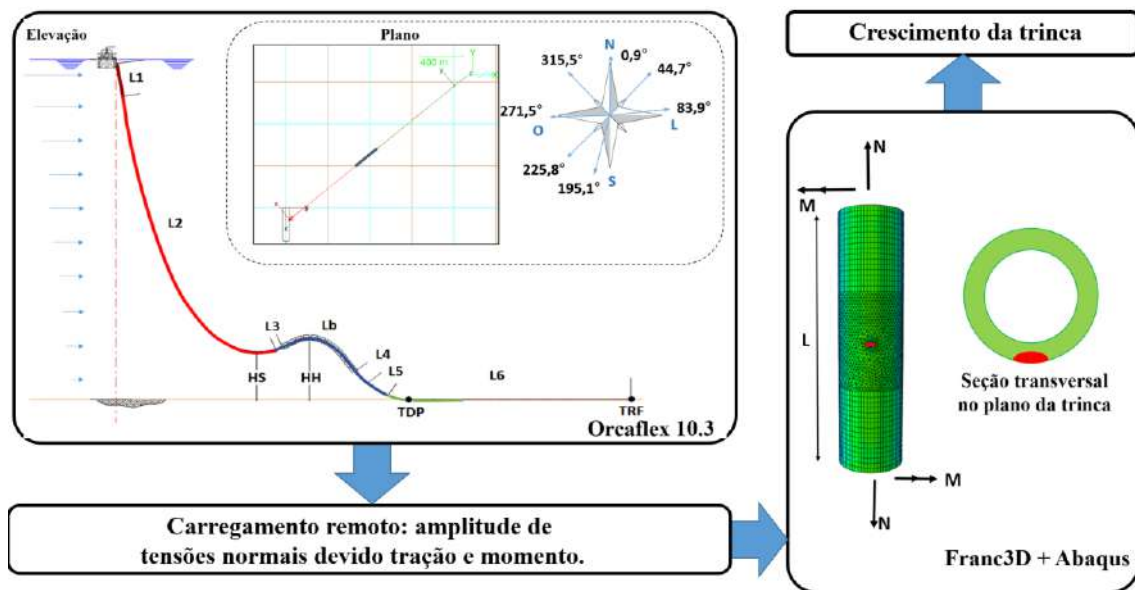


Figura 3-1 Imagem esquemática da metodologia para crescimento numérico da trinca: (a) modelo Global usado no programa Orcallex (2019): regiões do riser e direções de carregamento; (b) modelo Local com trinca.

As três configurações de *Steel Lazy Wave Risers* (SLWR) estudadas estão disponíveis na Tabela 3-1. O material constituinte é o aço-carbono X65. Os comprimentos dos *risers*, as propriedades do material e as características das seções transversais são apresentados na Tabela 3-1, Tabela 3-2 e Tabela 3-3, respectivamente.

Tabela 3-1 Configurações dos Risers.

	Geometria 1	Geometria 2	Geometria 3
Ângulo do Hang-off, deg	7	7	7
Lâmina de água, m	2050	2050	2050
Comprimento total de riser, m	3490	3468	3459
TDP Distância Horizontal, m	1420	1377	1342
TRF Distância Horizontal, m	2024	2024	2024
Densidade do fluido interno, kg/m <sup>3</sup>	820	820	820
HS – Altura do Sag, m <sup>(1)</sup>	278	241	215
HH – Altura do Hog, m <sup>(1)</sup>	359	292	248
Sag Distância Horizontal, m	681	696	706
Hog Distância Horizontal, m	928	902	880
Número de flutuadores, unidade	35	40	45
Distância centro-centro entre flutuadores, m	9.5	8.28	7.34
L1 - Bare, m <sup>(1)</sup>	21	21	21
L2 - Strakes, m <sup>(1)</sup>	2130	2130	2130
L3 - Bare, m <sup>(1)</sup>	5	5	5
Lb – Comprimento da seção flutuada, m <sup>(1)</sup>	325	325	325
L4 - Bare, m <sup>(1)</sup>	15	15	15
L5 - Strakes, m <sup>(1)</sup>	200	200	200
L6 – Bare, m <sup>(1)</sup>	794	772	763

Nota (1): Regiões do *riser* representadas na Figura 3-1.

Tabela 3-2 Propriedades do material constituinte do *riser*.

Propriedades do aço X65	
Tensão de escoamento, MPa <sup>(1)</sup>	427
Tensão última (fu), MPa	531
Módulo de Elasticidade, GPa	207
$K_{th}$ (limiar FIT), MPa $\sqrt{mm}$ <sup>(2)</sup>	63
$K_{max}$ (máximo FIT), MPa $\sqrt{mm}$ <sup>(3)</sup>	5246

(1) Redução devido a temperatura de projeto de 100°C, veja DNVGL-ST-F101. (2)

BS7910:2013. (3) Soares,2011.

Tabela 3-3 Seções transversais dos *risers*.

	Geometria 1	Geometria 2	Geometria 3
Diâmetro Interno, mm	210,6	210,6	210,6
Diâmetro Externo, mm	254,6	266,6	278,6
Espessura da parede, mm	22	28	34
Área, mm <sup>2</sup>	11390	20988	26127

### 3.1 Análise Global

Modelos globais são desenvolvidos e analisados no software Orcaflex (2019) com o objetivo de calcular a vida útil à fadiga de acordo com a DNVGL-RP-C203 (2016), baseada na metodologia que utiliza as curvas tensão vs. número de ciclos (curvas S-N). Para isso, a superfície do *riser* é dividida em duas regiões: externa e interna. Para a superfície externa, é utilizada a curva S-N do tipo B2 deslocada com proteção catódica, enquanto, para a superfície interna, foi utilizada a curva S-N do tipo C deslocada no ar. Todos os parâmetros das curvas utilizadas são apresentados na Tabela 3-4.

Tabela 3-4 Curvas S-N adotadas no modelo global.

Superfície	Curva S-N	Região baixo ciclo < $N_{lim}$		$N_{lim}$	Região alto ciclo > $N_{lim}$	
		m1	log a1		m2	log a2
Externo	F1 na água do mar com proteção catódica	3,0	11,299	1,00E+06	5,0	14,832
Interno	F1 no ar	3,0	11,699	1,00E+07	5,0	14,832

No modelo global, foram aplicadas as componentes de ondas harmônicas (teoria de Airy), como é mostrado no histograma apresentado na Tabela 3-5, na qual a primeira linha apresenta períodos de onda ( $T$  em segundos), e a primeira coluna apresenta alturas de onda ( $H$  em metros). O cruzamento entre linha e coluna corresponde à quantidade de ciclos do respectivo par  $H \times T$ .

Este histograma possui 451 casos de carregamento que incluem as sete direções principais consideradas neste trabalho, para simplificação do número de casos analisados. A rosa dos ventos na Figura 3-1 ilustra essas direções já convertidas no sentido de aplicação do carregamento (convenção “vai para”).

Os resultados do dano são computados em 16 pontos circunferenciais para cada seção transversal ao longo do comprimento do *riser*, sendo 8 pontos na superfície interna e 8 pontos na superfície externa, conforme ilustrado na Figura 3-2.

Tabela 3-5 Histograma total de ondas harmônicas utilizadas nas análises globais.

H(m)/T(s)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
1	5494	44242	111856	105661	65221	37459	21079	9801	5077	2708	911	224	41	6	1
2	0	7157	111931	190342	128100	66093	31610	15293	7826	3948	1472	378	74	9	0
3	0	218	36049	61150	49574	29991	13231	5445	2364	1091	473	156	38	2	0
4	0	0	7155	13389	11944	9277	4135	1570	612	260	115	42	9	0	0
5	0	0	910	3162	3001	2715	1337	500	176	65	25	9	1	0	0
6	0	0	91	884	928	868	459	162	49	14	5	0	0	0	0
7	0	0	9	295	343	300	159	50	11	3	0	0	0	0	0
8	0	0	1	110	141	105	52	14	2	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	44	60	36	16	4	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	18	27	12	5	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	7	11	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	3	5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

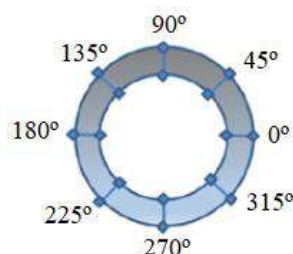


Figura 3-2 Pontos na superfície do riser para cálculo da vida à fadiga.

Para fins comparativos, neste trabalho foi analisada apenas a seção do topo, na qual posteriormente é inserida a trinca inicial. Os resultados da vida à fadiga encontrados na seção de interesse, 8,0m a partir do topo, são apresentados na Tabela 3-6.

Tabela 3-6 Resultados de vida à fadiga (curvas SN) na seção a 8,0m do topo.

	Superfície	Ângulo (°)	Soma do dano	Vida (anos)
<b>Geometria 1</b>	Externa	315	1,69E-01	7
	Interna	315	3,49E-02	32
<b>Geometria 2</b>	Externa	315	1,18E-01	9
	Interna	315	2,21E-02	50
<b>Geometria 3</b>	Externa	315	8,87E-02	13
	Interna	315	1,52E-02	73

Os danos máximos encontrados entre todos os 8 pontos circunferenciais, para cada superfície (interna e externa) e para cada caso de carregamento, são apresentados nas Figura 3-3, Figura 3-4 e Figura 3-5 para Geometria 1, Geometria2 e Geometria3, respectivamente.

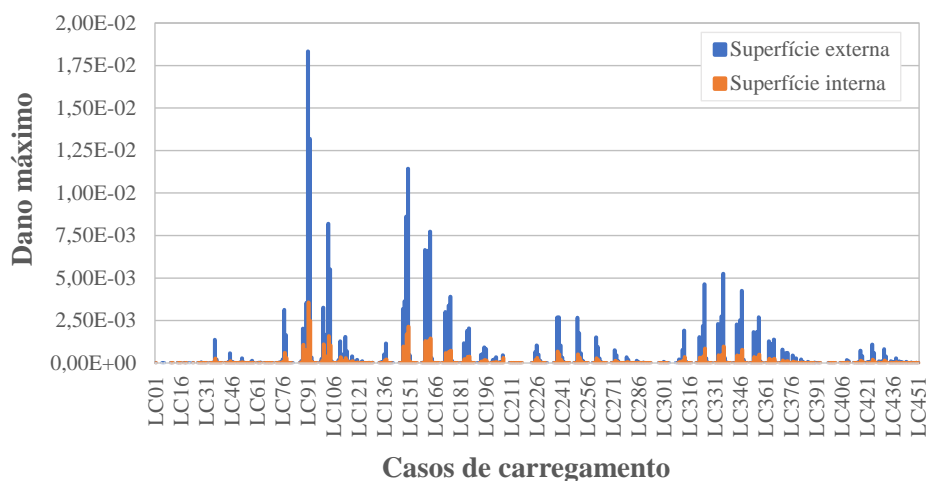


Figura 3-3 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria1.

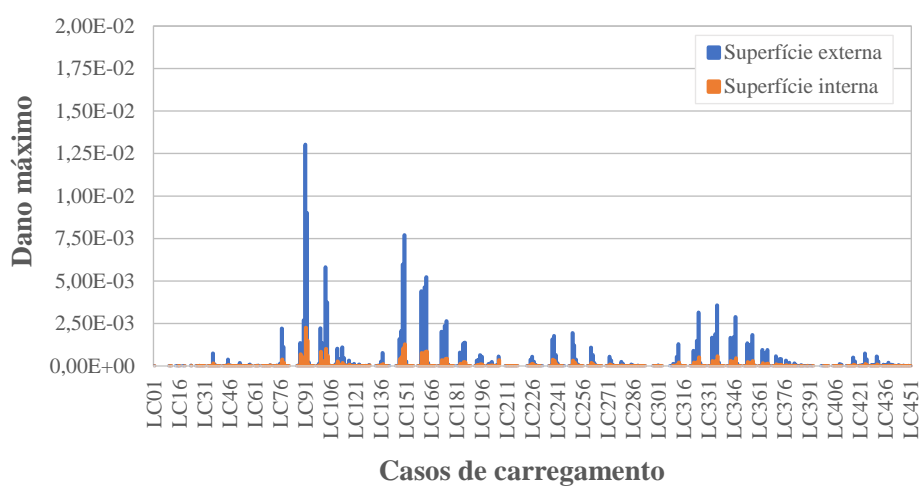


Figura 3-4 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria2.

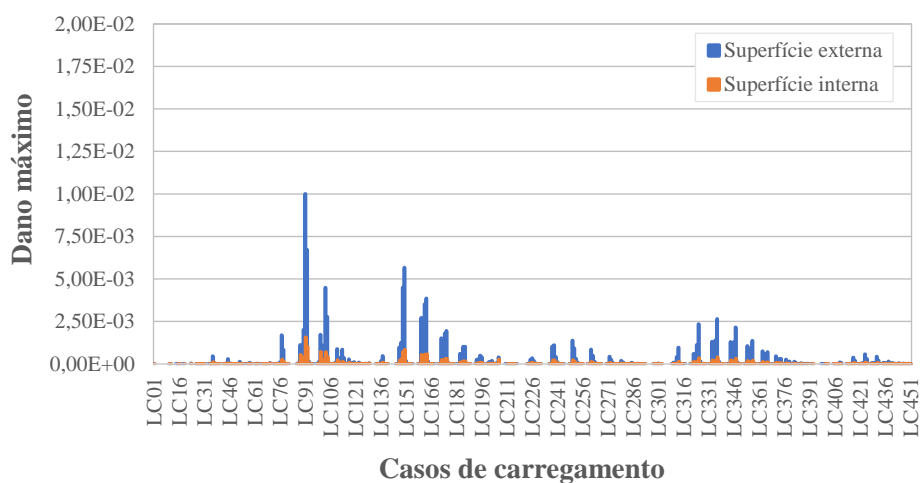


Figura 3-5 Dano máximo na seção analisada para cada caso de carregamento – Geometria3.

Além do cálculo da vida à fadiga, é necessário extrair os resultados dos esforços (tração e momento) remotos de cada caso de carregamento das análises globais.

Figura 3-6, Figura 3-7 e Figura 3-8 apresentam os resultados das amplitudes de tensão devido aos esforços de momento e tração. O ponto de extração dos resultados no modelo global é na seção imediatamente inferior a localização da trinca, ou seja, a 8,5m da conexão de topo.

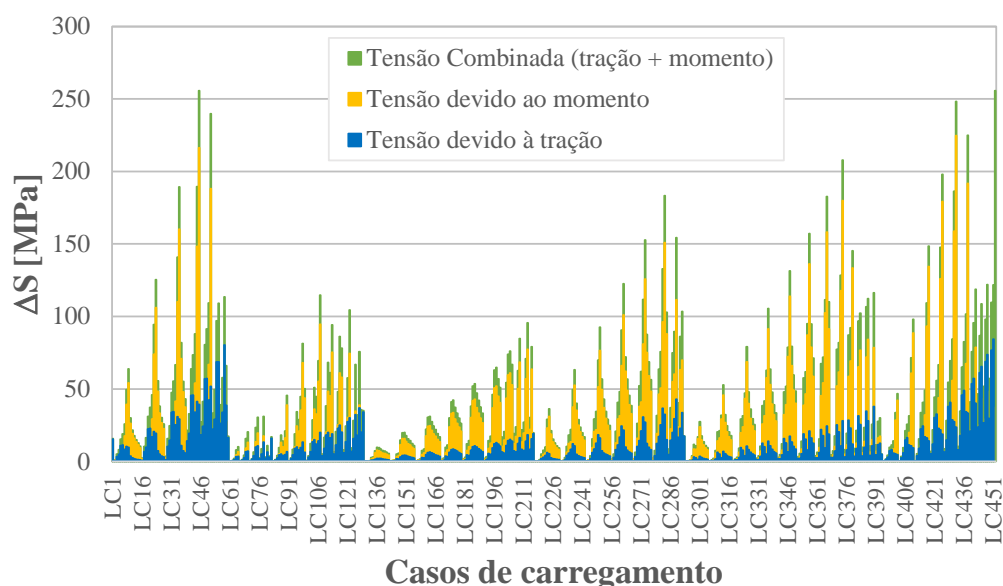


Figura 3-6 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria1.

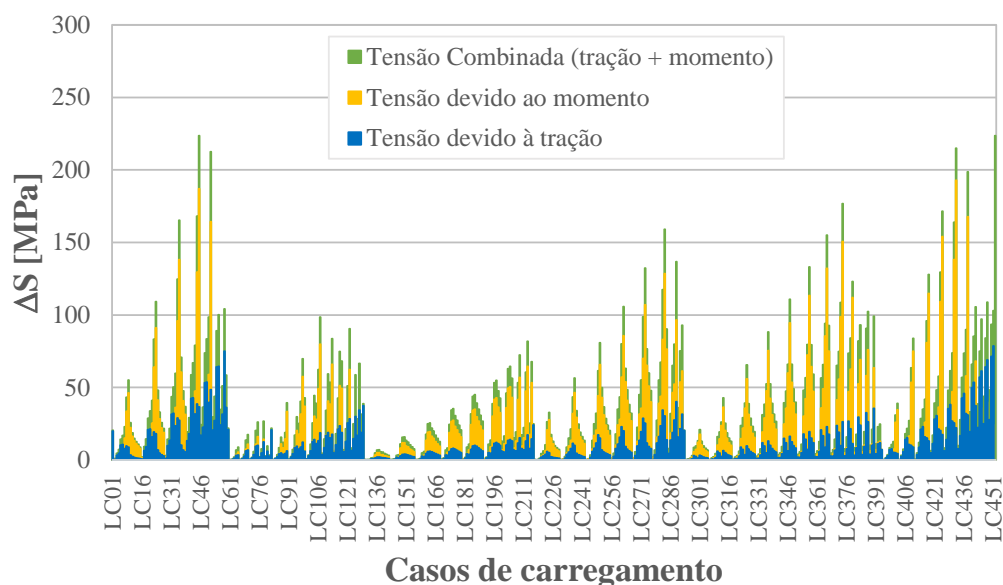


Figura 3-7 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria2.

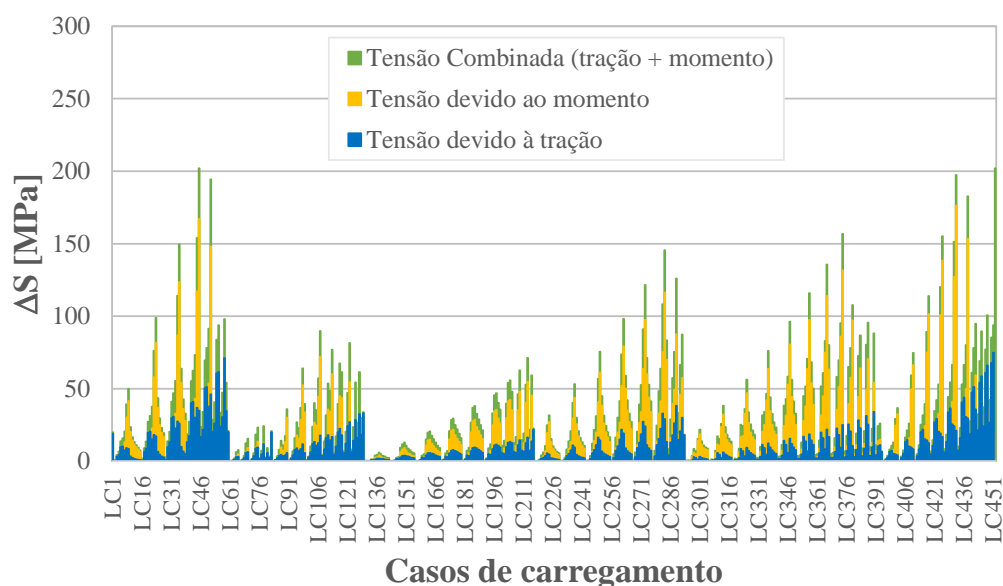


Figura 3-8 Amplitude de tensão na seção 8,5m para cada caso de carregamento – Geometria3.

Os esforços críticos, provenientes do caso de carregamento crítico (LC45) de maior amplitude de tensão, são inseridos como dados de entrada para as análises locais, conforme ilustrado na Figura 3-9.

### 3.2 Análise Local

O modelo local é desenvolvido inicialmente no *software* Abaqus (2015) com as devidas condições de contorno na extremidade superior (engastado) e com a aplicação dos carregamentos remotos (força axial e momento fletor) de amplitude constante na extremidade inferior.

Neste modelo, são inseridas as propriedades geométricas do *riser* e mecânicas do material. Além disso, a discretização da malha estruturada em elementos finitos tridimensionais e sólidos (tipos utilizados: C3D8R – prisma retangular linear de 8 nós, integração reduzida e com controle de *hourglass* (ampulheta); C3D6 – prisma triangular linear de 6 nós e C3D4 – tetraedro linear de 4 nós) é aplicada na estrutura. Após análises preliminares de convergência, o comprimento do *riser* considerado nos modelos locais é igual a quatro vezes o diâmetro externo. A Figura 3-9 mostra uma representação esquemática das 3 geometrias analisadas localmente.

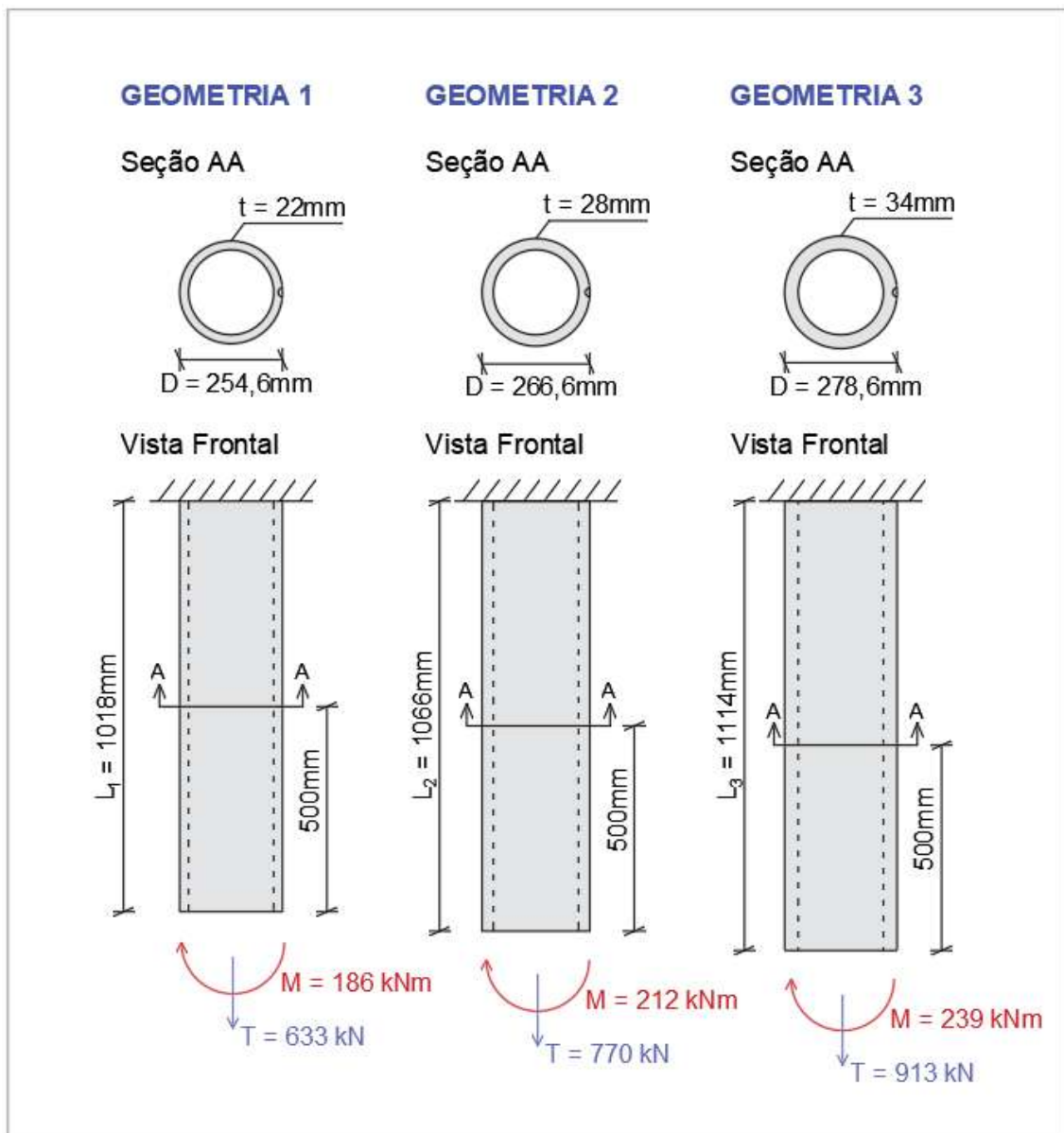


Figura 3-9 Representação esquemática das três geometrias analisadas localmente.

### 3.2.1 Análise elastoplástica

Conforme abordado na seção 2.2.3, um dos critérios de falha definidos é o escoamento da seção transversal remanescente do *riser*. Com a propagação da trinca na seção transversal, a profundidade máxima da trinca aumenta e, consequentemente, a seção remanescente (sem a trinca) diminui.

Assim, análises elastoplásticas são realizadas com o objetivo de avaliar o escoamento da seção remanescente da Geometria1, por ser a geometria com menor



espessura de parede do *riser* (22mm) e com maiores amplitudes de tensão, de forma a estimar a máxima profundidade da trinca que provoca a falha da estrutura por escoamento.

O modelo local da Geometria1 foi desenvolvido no *software* Abaqus (2015) conforme representação na Figura 3-9. Os resultados críticos de momento (M) e a tração (T) são extraídos do modelo global na região da trinca.

A propagação incremental de uma trinca inicial de formato semi-elíptico é realizada no *software* FRANC3D (2019). Esta análise linear-elástica será detalhada na próxima seção (3.2.2).

Para os últimos 6 passos de propagação, o comportamento não linear físico é avaliado para que o efeito da plasticidade seja considerado nas análises. Com tensão de escoamento e módulo de elasticidade apresentados na Tabela 3-2, e curva tensão vs. deformação bilinear sem encruamento.

Como não se tem uma área de seção transversal remanescente (sem trinca) perfeitamente definida, são necessárias análises em elementos finitos para avaliar a redistribuição da tensão local devido ao efeito das deformações plásticas. Então, as tensões locais, na seção transversal que está localizada a trinca, são reanalisadas.

Os resultados das análises elastoplásticas dos 6 últimos passos da análise incremental de propagação da trinca são apresentados na Figura 3-10, ou seja, as 6 últimas dimensões da trinca apresentadas na Tabela 3-7, com as regiões em regime plástico, identificadas na cor cinza, e em ordem de crescimento da trinca, passo 15 até passo 20.

Tabela 3-7 Dimensões da trinca para os seis últimos passos da propagação para Geometria1 .

# Passo	Profundidade <i>a</i> [mm]	Comprimento <i>c</i> [mm]
15	15,0	18,6
16	16,5	20,8
17	17,4	22,0
18	17,9	22,9
19	19,7	25,7
20	20,1	26,3

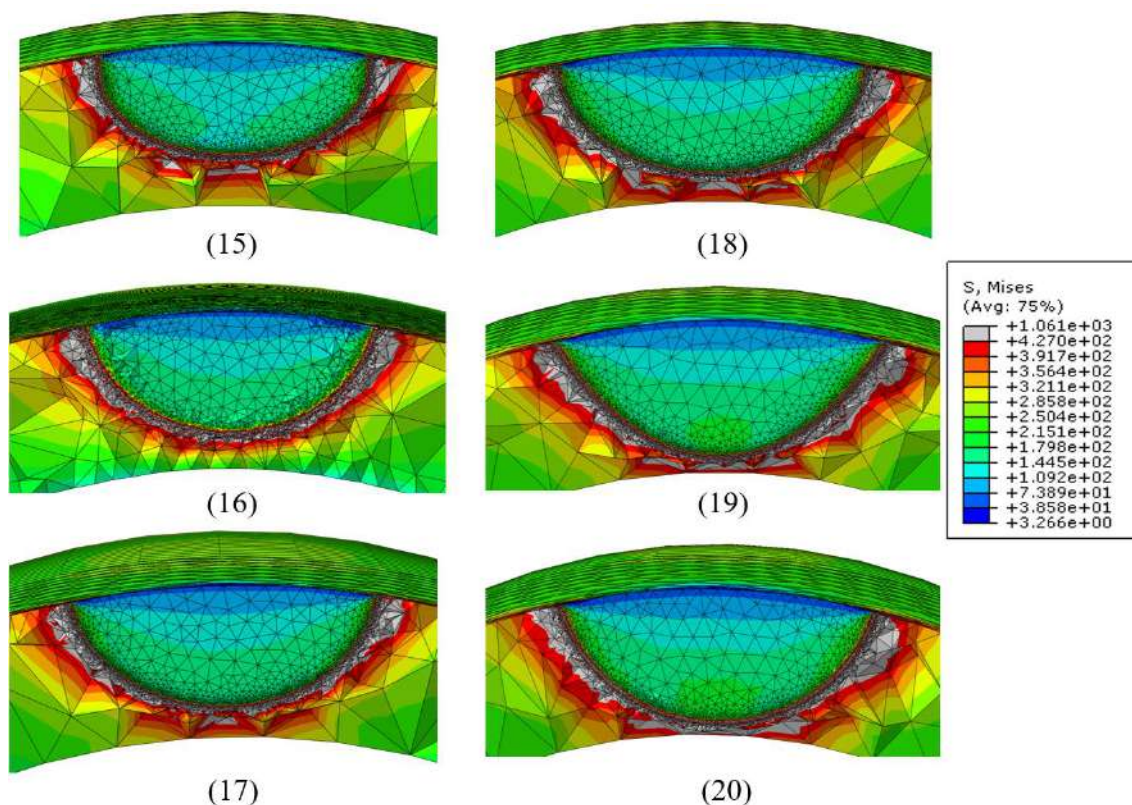


Figura 3-10 Resultado da tensão de Von Mises em MPa para os passos 15 até 20 com plastificação na cor cinza.

Pelos resultados, percebe-se que os passos 19 e 20 apresentaram plastificação da seção remanescente, com alcance até os nós da parede interna do *riser*, ou seja, há colapso plástico. Assim, o passo 18 é identificado como o último passo que não apresentou plastificação completa da seção remanescente. Por isso, neste trabalho, a profundidade máxima da propagação da trinca adotada foi de 80% da espessura da parede do *riser*, que é, aproximadamente, a profundidade da trinca encontrada para o passo 18 (17,9mm/22mm ~ 0,80)

### 3.2.2 Análise linear-elástica (MFLE)

A propagação da trinca, e posterior cálculo da vida à fadiga para o modelo local, é dividida em duas etapas. Na primeira etapa, um carregamento único de amplitude de tensão constante é considerado, selecionado como crítico (LC45) nos resultados de tensão do modelo global, ou seja, é analisada a maior amplitude de tensão encontrada na seção de interesse.

Já na segunda etapa, diferentes sequências de carregamento são consideradas em blocos de amplitudes constantes, ou seja, são analisadas diferentes combinações entre as amplitudes de tensões de todos os casos de carregamento avaliados no modelo global.

### 3.2.2.1 Carregamento crítico de amplitude constante

As tensões remotas axiais aplicadas ao modelo local, são obtidas dos resultados das análises globais na seção de interesse, neste caso, a seção a 8,5m afastada da conexão do topo imediatamente, abaixo da localização da trinca (8,0m).

A tensão axial remota é resultante da combinação das parcelas de tração e momento fletor. O caso de carregamento crítico, ou seja, com maior amplitude de tensão axial, é selecionado para uma primeira avaliação da propagação da trinca com base nas metodologias descritas nas seções 2.2.1 e 2.2.2, isto é, numérica (*softwares* Abaqus (2015) e FRANC3D (2019)) e analítica (expressões da BS7910, 2013 baseadas em Newman Raju, 1981), respectivamente.

O crescimento da trinca depende linearmente do fator de intensidade de tensão (FIT) e da curva ( $da/dN$ ) que descreve a taxa de propagação da trinca no material. A curva  $da/dN$  utilizada nestas análises é apresentada na Eq. (3.1), proveniente da BS7910 (2013), sendo curva de Paris bilinear para aço em ambiente marítimo com proteção catódica e  $R > 0,5$ .

$$\begin{aligned} da/dN &= A_1 \Delta K^{m_1} \text{ se } \Delta K \leq 415 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}} \\ da/dN &= A_2 \Delta K^{m_2} \text{ se } \Delta K > 415 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

onde,  $A_1 = 2,10E^{-17}$ ,  $m_1 = 5,1$ ,  $A_2 = 1,02E^{-07}$  e  $m_2 = 1,4$ .

Para propagação numérica, o FIT é calculado com auxílio do *software* FRANC3D (2019), que utiliza o método numérico denominado Integral-M, com base nos resultados de tensões e deslocamentos extraídos de análises estáticas do Abaqus (2015) para cada passo de incremento máximo de trinca de 0,60mm. A Figura 3-11 apresenta a distribuição das tensões de Von Mises no modelo local, vista do plano superior (a) e com um corte na seção transversal (b) na qual se localiza a trinca. A plastificação da frente da trinca é mostrada na cor cinza.

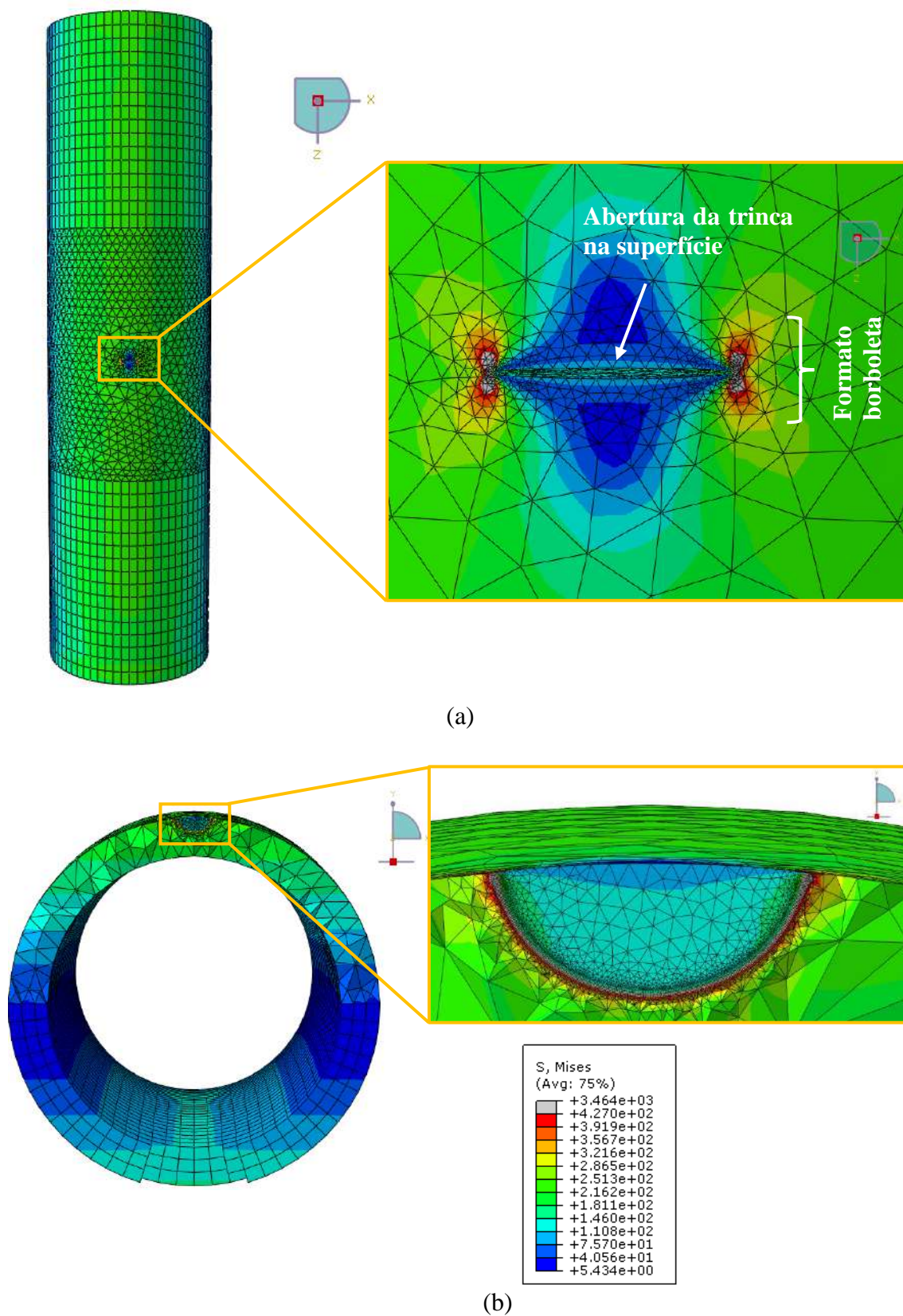


Figura 3-11 (a) Vista superior (PlanoXZ) e (b) Vista transversal (Plano XY) da Geometria 2 (Passo 8) no Abaqus (2015) com a inclusão da trinca – Distribuição das tensões de Von Mises em MPa.

Por outro lado, um método analítico difundido nas análises estruturais da indústria *offshore*, é o descrito na BS7910 (2013) baseado nas equações empíricas de Newman e Raju, 1981. Neste trabalho, essa metodologia analítica é subdividida em duas considerações: (I) com a aplicação do fator de correção ( $M_k > 1,0$ ), devido à região de solda ser um ponto de concentração de tensões; (II) sem a aplicação do fator de correção ( $M_k = 1,0$ ), para avaliação do impacto desse fator na propagação da trinca.

A geometria inicial da trinca parte de um formato semi-elíptico para todas as abordagens, numérica e analítica, com semi-eixos medindo  $a = 3,0mm$  (profundidade) e  $c = 4,0mm$  (comprimento). Para simulação numérica no FRANC3D (2019), conforme ocorre o crescimento incremental da trinca, as demais frente de trinca são de formato arbitrário devido a influência do carregamento e do FIT ao longo da frente de propagação. A comparação da evolução do formato da frente de trinca da Geometria2, por exemplo, é mostrada na Figura 3-12 para ambas as abordagens, numérica e analítica com base na BS7910, a cada cinco passos de propagação.

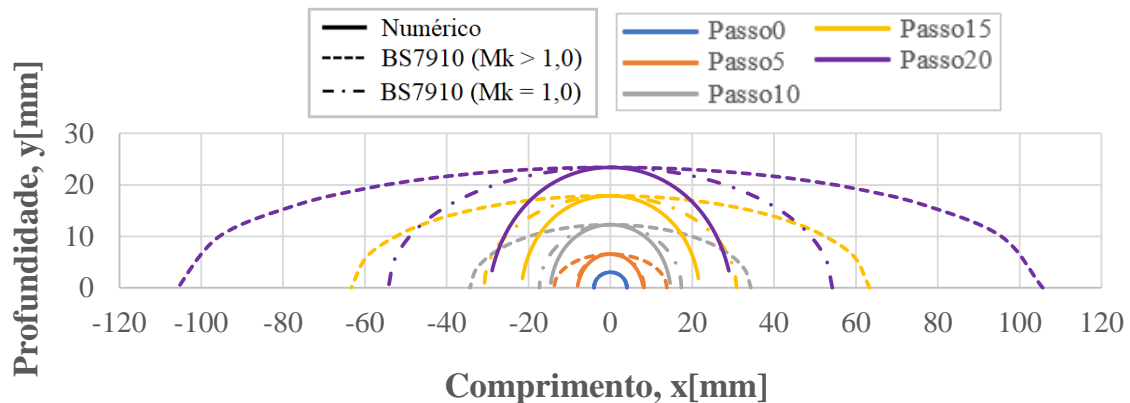


Figura 3-12 Evolução da frente da trinca da Geometria2 a cada cinco passos.

Pela Figura 3-12 é possível perceber o crescimento acelerado da frente da trinca (linha tracejada) com o fator de correção  $M_k$  proposto pela norma BS7910, principalmente no eixo das abcissas, o qual representa o comprimento da trinca. Nesta região, observou-se que este fator atinge valores superiores a 2,0, consequentemente, o valor do FIT é duas vezes maior do que a abordagem que desconsidera este fator de correção ( $M_k = 1,0$ , linha com traço e ponto).

Já a propagação numérica no FRANC3D (2019) foi a que apresentou menor crescimento da trinca, ao comparar com a propagação analítica da BS7910 (2013), e



maior proporcionalidade de crescimento entre as dimensões da trinca, profundidade e comprimento.

A geometria da estrutura analisada interfere diretamente na propagação da trinca. Assim, o fator de geometria ( $\beta$ ) é utilizado para adaptar as formulações empíricas de FIT, que inicialmente foram desenvolvidas para placas planas e de comprimento infinito, à geometria real da estrutura analisada. O fator de geometria numérico encontrado ao longo da frente da trinca está apresentado na Figura 3-13, para as três geometrias de *riser* analisadas e a cada cinco passos de incremento.

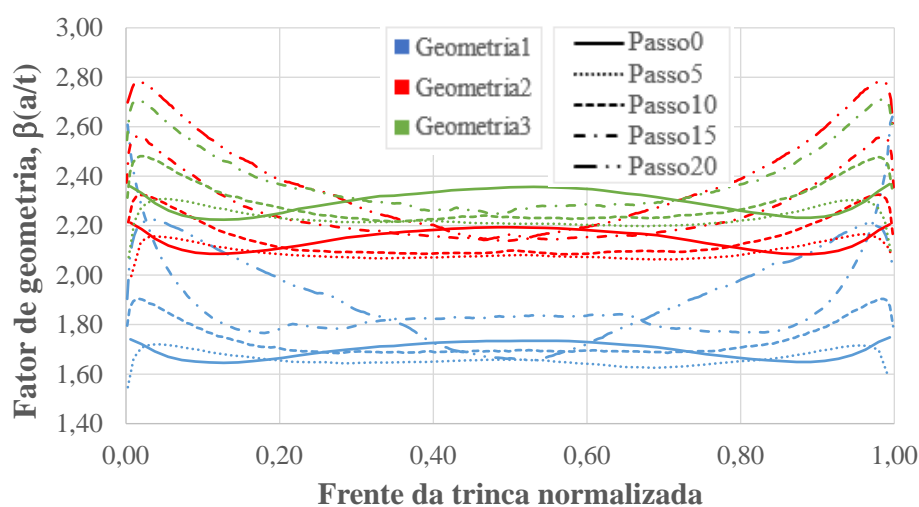


Figura 3-13 Fator de Geometria numérico para as 3 geometrias ao longo da frente da trinca

Um ajuste polinomial é realizado para descrever o fator de geometria ( $\beta$ ) com base nos resultados do FIT no ponto *a* de máxima profundidade da trinca, no decorrer da propagação incremental, obtidos por análise numérica no FRANC3D (2019), conforme apresentado na Figura 3-14.

Adicionalmente, o Apêndice 1 apresenta um ajuste da expressão do FIT, baseado nos resultados de propagação numérica, para os coeficientes das expressões de Newman-Raju (1981) para as 3 (três) geometria analisadas.

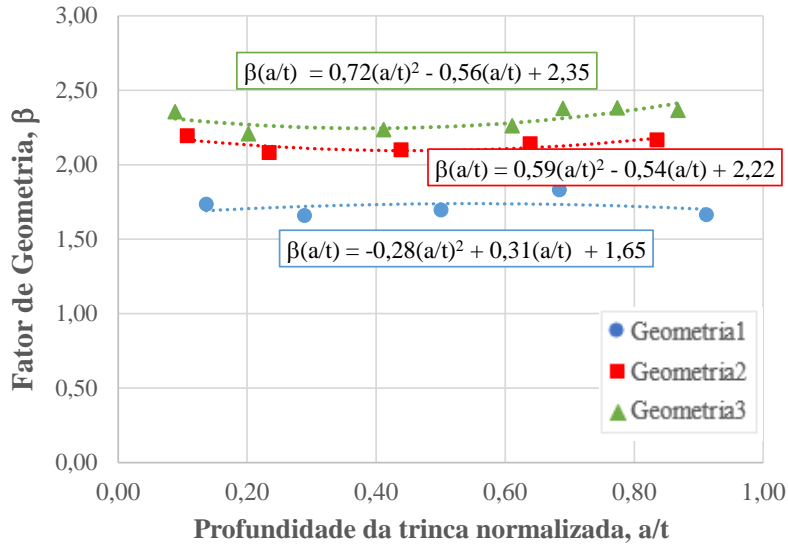


Figura 3-14 Ajuste polinomial para o Fator de Geometria numérico para as 3 geometrias no ponto  $a$ .

Para comparação, funções para o fator de geometria ( $\beta$ ) também são ajustadas baseadas nos resultados de  $\beta$  encontrados na propagação com as formulações presentes na BS7910 (2013) em função da profundidade máxima da trinca normalizada ( $a/t$ ). O ajuste da função  $\beta(a/t)$  é realizado por polinômios de ordem 2 e 3, conforme apresentado na Eq. (3.2) com coeficientes dispostos na Tabela 3-8.

$$\beta\left(\frac{a}{t}\right) = C1\left(\frac{a}{t}\right)^3 + C2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + C3\left(\frac{a}{t}\right) + C4 \quad (3.2)$$

Tabela 3-8 Coeficientes da função de ajuste para o fator de geometria  $\beta(a/t)$ .

		C1	C2	C3	C4
<b>Geometria1</b>	Numérico	0,00	-0,28	0,31	1,65
	BS7910 ( $Mk = 1,0$ )	0,00	11,70	-6,42	3,69
	BS7910 ( $Mk > 1,0$ )	80,00	-76,70	22,10	1,38
<b>Geometria2</b>	Numérico	0,00	0,59	-0,54	2,22
	BS7910 ( $Mk = 1,0$ )	0,00	14,40	-8,11	4,27
	BS7910 ( $Mk > 1,0$ )	39,30	-22,70	1,99	3,84
<b>Geometria3</b>	Numérico	0,00	0,72	-0,56	2,35
	BS7910 ( $Mk = 1,0$ )	0,00	16,02	-8,69	4,64
	BS7910 ( $Mk > 1,0$ )	68,85	-55,64	12,12	3,55

A Figura 3-15 (a), (b) e (c) compara os valores do fator de geometria calculados numericamente pelo modelo local de EF (eixo das ordenadas) e os calculados

analiticamente pelas expressões da BS7910 (2013) (eixo das abscissas), com e sem fator de correção  $M_k$ , para a Geometria 1, 2 e 3, respectivamente. Como os pontos do gráfico ficaram abaixo da linha cinza ( $x = y$ ) indica que os valores calculados pela BS7910 (2013) são maiores do que os numéricos, essa diferença cresce à medida que a relação  $a/t$  aumenta.

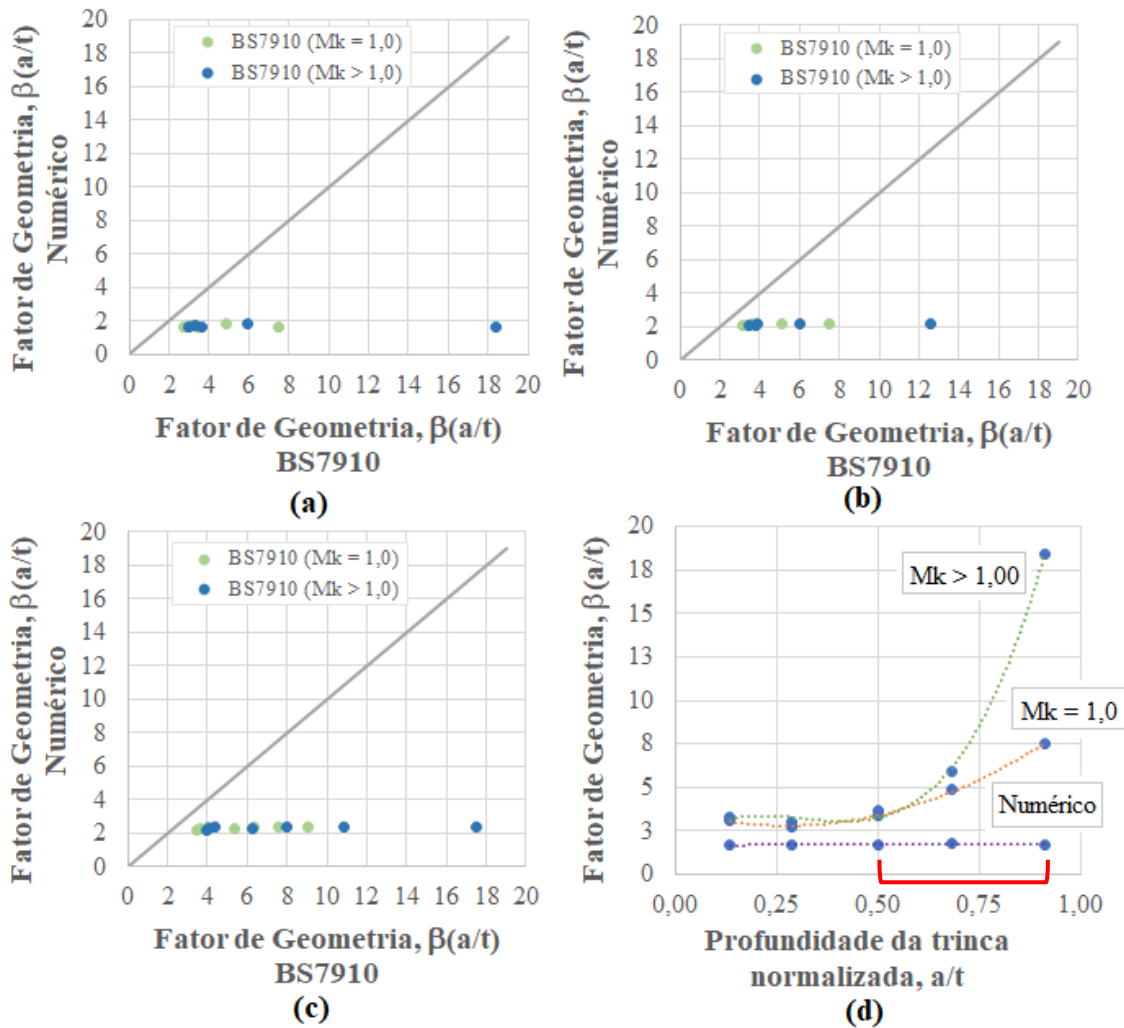


Figura 3-15 Comparação do fator de geometria numérico com o analítico da BS7910, 2013 (a) Geometria1, (b) Geometria2, (c) Geometria3 e (d) Ajuste polinomial de  $\beta(a/t)$  para Geometria1.

Um ponto importante observado na Figura 3-15 (d) é que os valores de FIT numéricos para  $a/t < 0,5$  estão em concordância satisfatória com os calculados pelas expressões de Newman-Raju da BS7910 (2013). No entanto, um conservadorismo significativo é encontrado para relação  $a/t$  superior a 0,5. Este mesmo comportamento também foi observado para as geometrias 2 e 3.



Nesta seção, de posse das funções apresentadas para o fator de geometria numérico (Figura 3-14), a vida à fadiga é calculada no ponto de máxima profundidade da trinca,  $a$ , para o carregamento crítico que gerou a maior tensão axial remota na região da trinca de topo do *riser*. Este carregamento crítico e de amplitude constante é repetidamente aplicado e a vida à fadiga devido a propagação da trinca é analisada em número de ciclos acumulado.

Para isso, uma análise de sensibilidade do incremento de crescimento da profundidade da trinca ( $\Delta a$ ) é realizada para demonstrar convergência da vida em número de ciclos. A Tabela 3-9 apresenta os valores deste incremento e o respectivo valor de vida à fadiga devido à propagação da trinca. O incremento  $\Delta a$  adotado para cálculo da vida é de 0,025mm para propagação da trinca à carregamento crítico de amplitude constante.

Tabela 3-9 Resultados de vida à fadiga (numérico) para os diferentes valores de  $\Delta a$ .

$\Delta a$ [mm]	Número de ciclos, N		
	Geometria1	Geometria2	Geometria3
1,500	50586	62832	107045
1,000	45889	56605	96593
0,600	42429	53058	89690
0,200	38543	49103	82782
0,100	37720	48252	81223
0,050	37317	47836	80459
<b>0,025</b>	<b>37117</b>	<b>47629</b>	<b>80080</b>

A Figura 13 compara os resultados de vida em fadiga, em termos de número de ciclos, para o ponto  $a$  de máxima profundidade da trinca para as três configurações de *riser* analisadas, entre resultados numéricos e as previsões das equações fechadas de Newman-Raju presentes na BS7910 (2013).

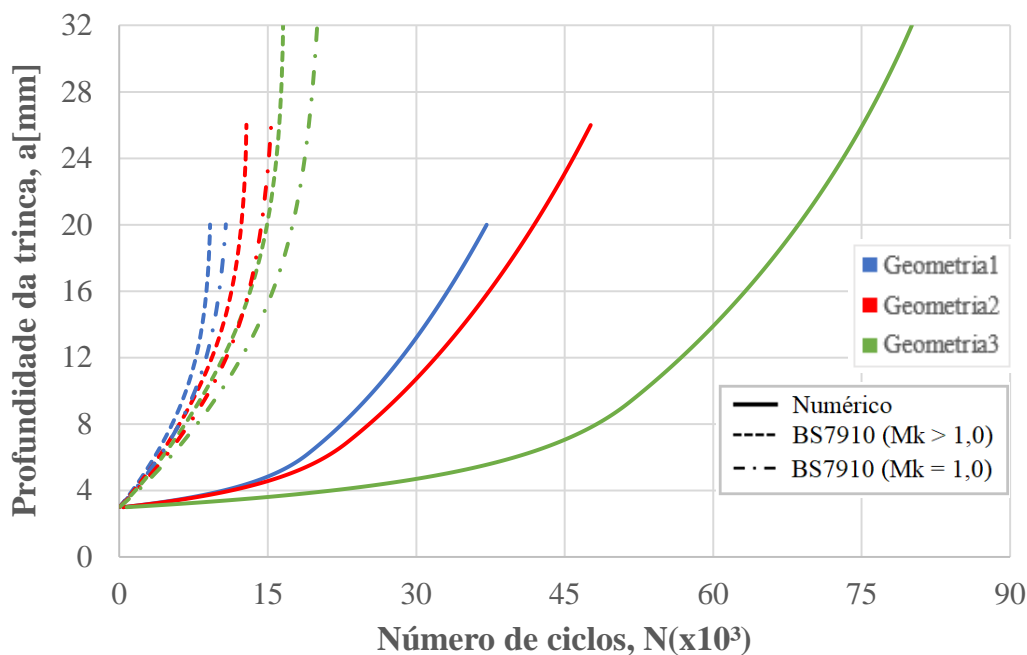


Figura 3-16 Comparação da vida a fadiga devido o carregamento crítico para os diferentes métodos.

O método com utilização da curva S-N, juntamente com a regra de Palmgren-Miner, tem a maior aplicabilidade no projetos de estruturas offshore, incluindo os *risers*. A Tabela 3-10 mostra os resultados de vida à fadiga para o método com aplicação da curva S-N, apresentados na seção 3.1, e os métodos de propagação da trinca, apresentados nessa seção, numérico e analítico, considerando apenas o carregamento crítico com a sua respectiva ocorrência anual.

O método com aplicação da curva S-N apresenta uma vida à fadiga inferior a outras abordagens, na qual percebe-se o conservadorismo ao adotar uma curva mais severa, F1, para região da solda, além dos fatores de SCF recomendados pela norma DNVGL C203 (2016).

A Tabela 3-10 também apresenta a razão entre a abordagem numéricas e as outras abordagens (expressões da BS7910 (2013) e curva S-N). A propagação completa da trinca é considerada (profundidade final – Geometria1:  $a = 20mm$ ; Geometria2:  $a = 26mm$  e Geometria3:  $a = 32mm$ ) para o caso de carregamento crítico (com maior amplitude de tensão).

Tabela 3-10 Resultados de vida à fadiga para as diferentes metodologias.

	Número de ciclos (Vida à fadiga em anos )			Razão entre o numérico e outras metodologias		
	Geometria 1	Geometria 2	Geometria 3	Geometria 1	Geometria 2	Geometria 3
Numérico	37117 (12372)	47629 (15876)	80080 (26693)	1,00	1,00	1,00
BS7910 ( $Mk > 1,0$ )	9166 (3055)	12841 (4280)	16540 (5513)	4,05	3,71	4,84
BS7910 ( $Mk = 1,0$ )	10763 (3588)	15345 (5115)	19993 (6664)	3,45	3,10	4,01
Curva S-N	5175 (1725)	7735 (2578)	10479 (3493)	7,17	6,15	7,64

A vida à fadiga pela abordagem numérica é cerca de quatro vezes maior do que a vida à fadiga calculada analiticamente com as equações da BS7910 (2013) (Tabela 3-10). Essa diferença mostra o conservadorismo em adotar essas equações na seção transversal do *riser*, pois essas equações foram desenvolvidas por Newman-Raju (1981), inicialmente, para geometria de placas planas e não para geometrias circulares.

Ao considerar a recomendação da BS7910 (2013) de aplicar o fator de correção ( $Mk > 1,0$ ) no cálculo das equações de Newman-Raju, por ser uma região de solda concentradora de tensões, a diferença aumenta até cinco vezes, aproximadamente, como mostra a Tabela 3-10. Sendo assim, a abordagem numérica leva a resultados menos conservadores e, por considerar fidedignamente a geometria do duto, tende a representar de forma mais adequada o fenômeno, o que é útil para calcular a vida útil à fadiga remanescente dos *risers* em fase de inspeção, por exemplo.

Já os modelos que utilizaram a curva S-N (neste caso, a F1) para cálculo do dano, apresentaram a vida à fadiga inferior as abordagens de propagação de trincas – numéricas e analíticas da BS7910 (2013) – cerca de sete vezes menor como pode ser visto na Tabela 3-10. Em Pereira *et al.* (2021) foi utilizada uma curva S-N menos severa, a B2, e resultados de vida à fadiga significativamente maiores foram encontrados. Essa diferença pode ser esclarecida devido ao tempo demandado pela fase de iniciação da trinca (Schijve,

2009), em curvas menos severas a fase de iniciação da trinca demanda mais tempo do que em curvas mais severas.

### 3.2.2.2 Carregamento em blocos de amplitudes constantes

Nesta seção, a propagação da trinca é analisada com a aplicação de blocos de carregamento de amplitude constantes, ou seja, foram analisados localmente todos os 451 casos de carregamento provenientes das análises globais que forneceram 451 diferentes resultados de amplitudes de tensão ( $\Delta S$ ) na seção transversal de interesse.

O número de ciclos aplicados em cada caso de carregamento foi obtido a partir da transformação dos estados de mar irregulares, com seus respectivos tempos de ocorrência anuais, em componentes de ondas harmônicas equivalentes pelo procedimento de Longuet-Higgins (1983) e apresentados no histograma da Tabela 3-5 com a respectiva contagem.

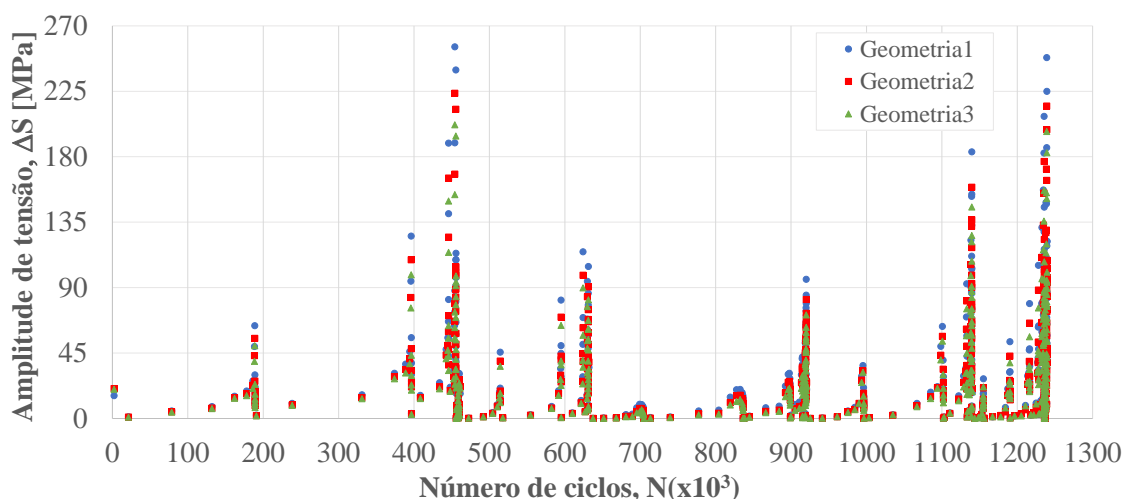


Figura 3-17 Diferentes amplitudes de tensão e respectivo número de ciclos aplicados em cada geometria.

O total de número de ciclos aplicados no *riser* foi de  $1,24 \times 10^6$  ciclos. A Figura 3-17 apresenta as diferentes amplitudes de tensão, em função do número de ciclos acumulado, que são aplicadas nas 3 (três) diferentes geometrias de riser analisadas.

Para avaliar o efeito da sequência do carregamento na propagação da trinca, foi escolhido o método de Willenborg *et al.* (1971) para estudo da influência da sobrecarga. Neste método, conforme detalhado no item 2.2.4, avalia-se o efeito da zona plástica ao redor da frente da trinca com a inserção um parâmetro chamado FIT de retardo ( $K_r$ ) o

qual fornece uma razão efetiva ( $R_{eff}$ ) entre a tensão máxima e mínima. Desse modo, para aplicação do método é necessária uma curva de taxa de propagação da trinca que seja dependente da razão  $R$ .

Assim, para avaliação da sequência de carregamento com blocos de amplitude variável, nesta etapa é aplicada a curva de taxa de propagação de Walker (1970), apresentada na Eq. (2.24) na qual  $C = 4.0 \times 10^{-10} \text{ m/ciclo}$ ,  $m = 2.177$  e o expoente  $\gamma$  que varia entre 0,3 e 1,0 para diferentes materiais metálicos (Mansor *et al.*, 2019).

Neste trabalho, devido à ausência de estudos experimentais, o valor do expoente  $\gamma$  é ajustado de forma conservadora para maximizar a propagação. Para isso, um estudo adicional é realizado para uma sequência única de carregamento e com variação do valor de  $\gamma$  entre 0,3 e 1,0.

Os resultados da propagação do ponto de maior profundidade da trinca ( $a$ ) da Geometria2, com e sem aplicação do método de retardo de Willenborg *et al.* (1971), e para os diferentes valores de  $\gamma$  são apresentados na Figura 3-18. Para prosseguimento das análises com variação da sequência de carregamento, foi selecionado o valor de  $\gamma = 0,3$ , o qual gerou a maior propagação, o mesmo comportamento é observado para as outras duas geometrias do *riser* analisadas.

Outro comportamento interessante a ser observado na Figura 3-18 é que, conforme esperado, as análises com a aplicação do método de Willenborg *et al.* (1971) apresentaram menor propagação do que as análises sem a aplicação do método para o mesmo número de ciclos aplicado. Fato que confirma o retardo na propagação devido às amplitudes de sobrecarga. Contudo, em termos de impacto nos resultados, percebe-se que a diferença é irrisória, máxima de 1,33%, conforme mostrado na Tabela 3-11.

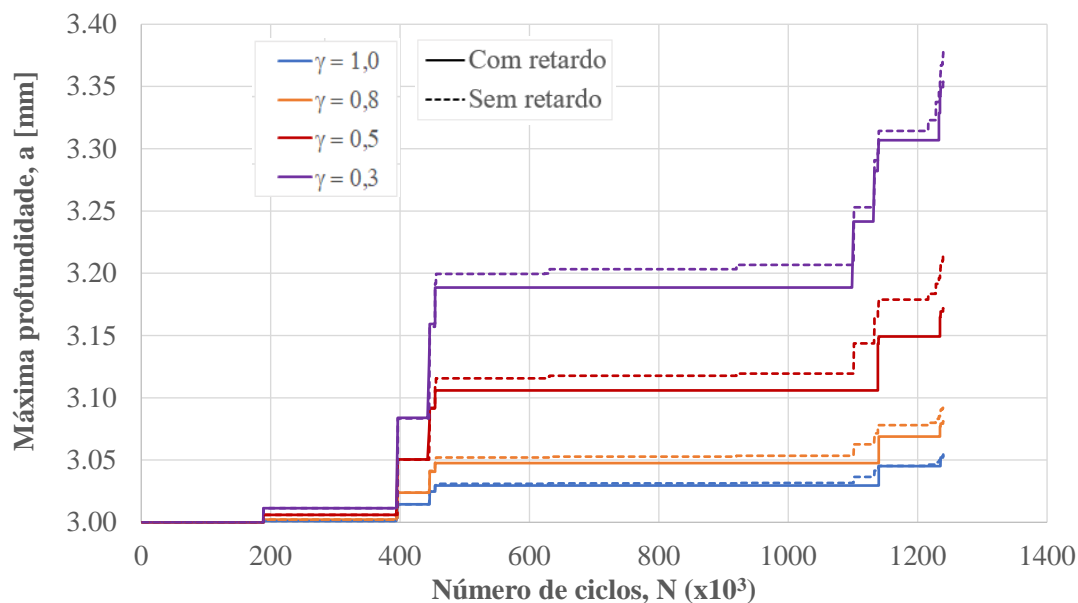


Figura 3-18 Propagação do ponto  $a$  da Geometria2 para diferentes valores de  $\gamma$ .

Tabela 3-11 Comparação dos resultados da profundidade final do ponto  $a$  da Geometria2 para uma sequência única.

	$a$ final [mm]			
	$\gamma=1,0$	$\gamma=0,8$	$\gamma=0,5$	$\gamma=0,3$
<b>Com retardo</b>	3,05	3,08	3,17	3,35
<b>Sem retardo</b>	3,05	3,09	3,21	3,38
<b>Diferença</b>	0,0%	0,4%	1,3%	0,7%

A partir de um código em *Python*, foram gerados diferentes históricos de tensões com sequências aleatórias utilizando as 451 amplitudes de tensão para as Geometria1, Geometria2 e Geometria3 (apresentadas nas Figura 3-6, Figura 3-7, Figura 3-8, respectivamente), de forma a entender o comportamento da propagação com a variação no histórico do carregamento.

A propagação da trinca é avaliada para esses históricos com objetivo de estimar a propagação da profundidade da trinca para cada amplitude de tensão com: (I) o efeito de retardo devido às sobrecargas e (II) com repetição para diferentes sequências aleatórias analisada. O fluxograma deste programa é apresentado e detalhado na seção 2.2.5.

Inicialmente, são analisadas 10 sequências aleatórias para as quais os resultados da propagação do ponto de máxima profundidade da trinca para Geometria2 estão apresentados na Figura 3-19. Percebe-se que independente da sequência analisada, todas

chegaram a uma convergência de valores finais indicado no gráfico como “Intervalo de  $a$  final”.

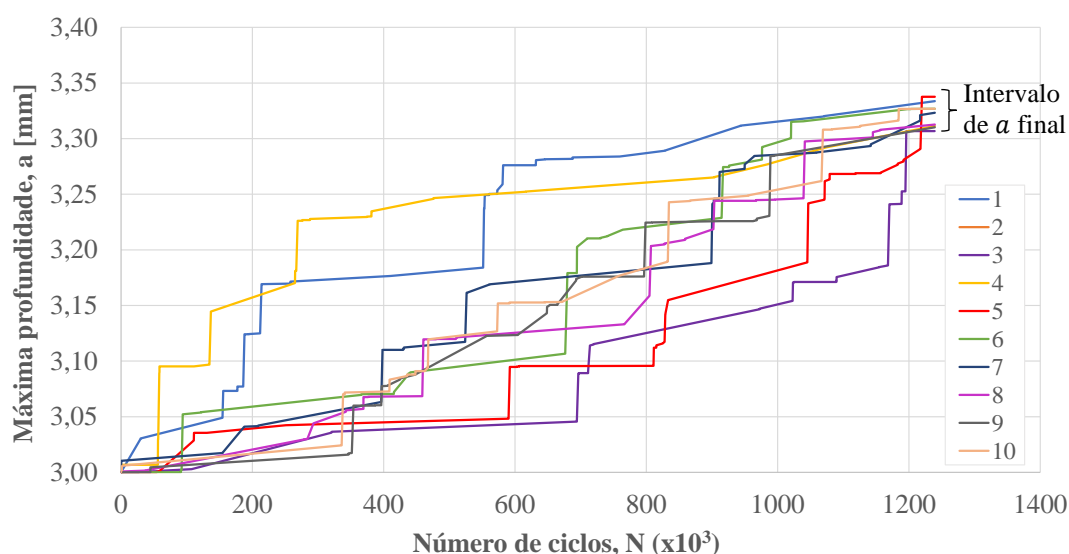


Figura 3-19 Propagação do ponto  $a$  da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento.

Com o objetivo de aplicar um estudo probabilístico para o valor de  $a$  final, o espaço amostral é ampliado para 500 (quinhentas) sequências para cada geometria do *riser*. Os gráficos dos resultados da propagação são apresentados na Figura 3-20, Figura 3-21 e Figura 3-22 para Geometria1, Geometria2 e Geometria3, respectivamente.

O histograma para o intervalo de  $a$  final, ou seja, diferentes valores de máxima profundidade encontrados para as diferentes sequências aplicadas, são apresentados na Figura 3-23 (a), (b) e (c) para Geometria1, Geometria2 e Geometria3, respectivamente.

Pelo método dos momentos para estimar parâmetros da distribuição (Negrão, 2001), foi ajustada a função de densidade de probabilidade da distribuição normal. Visualmente, percebe-se que as Geometrias 2 e 3 obtiveram um melhor ajuste para esta distribuição. Contudo, a Geometria1 apresentou um maior desvio padrão e uma menor aderência ao formato desta distribuição. O número de sequências para a Geometria1 foi ampliado de 500 (quinhentas) para 3000 (três mil) e o ajuste pela distribuição normal para o intervalo de  $a$  final ainda não foi satisfatório.

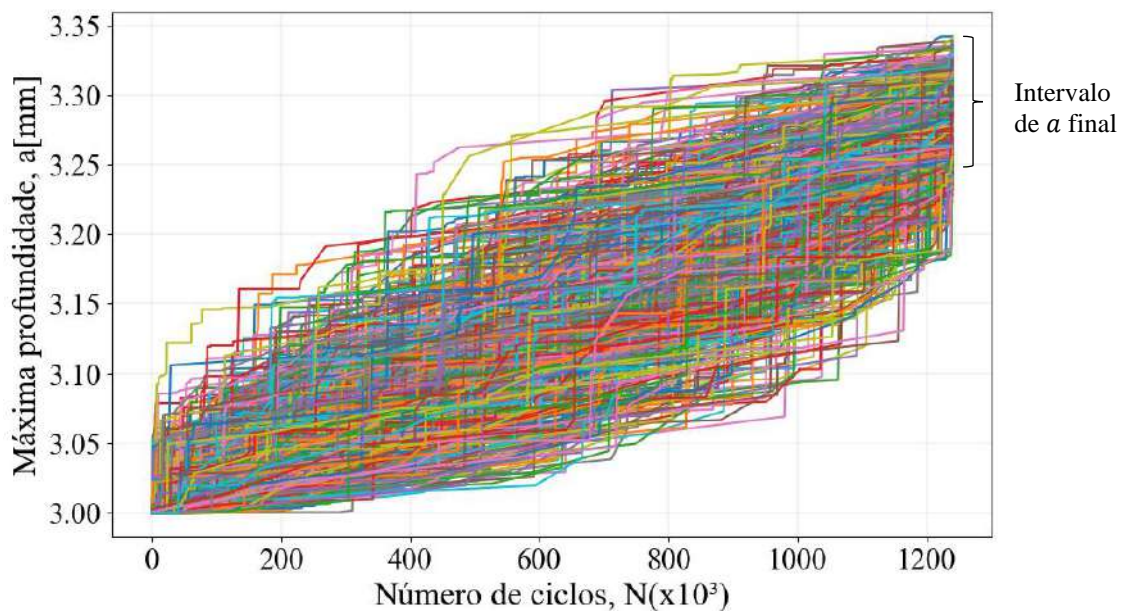


Figura 3-20 Propagação do ponto  $a$  da Geometria1 para diferentes sequências de carregamento.

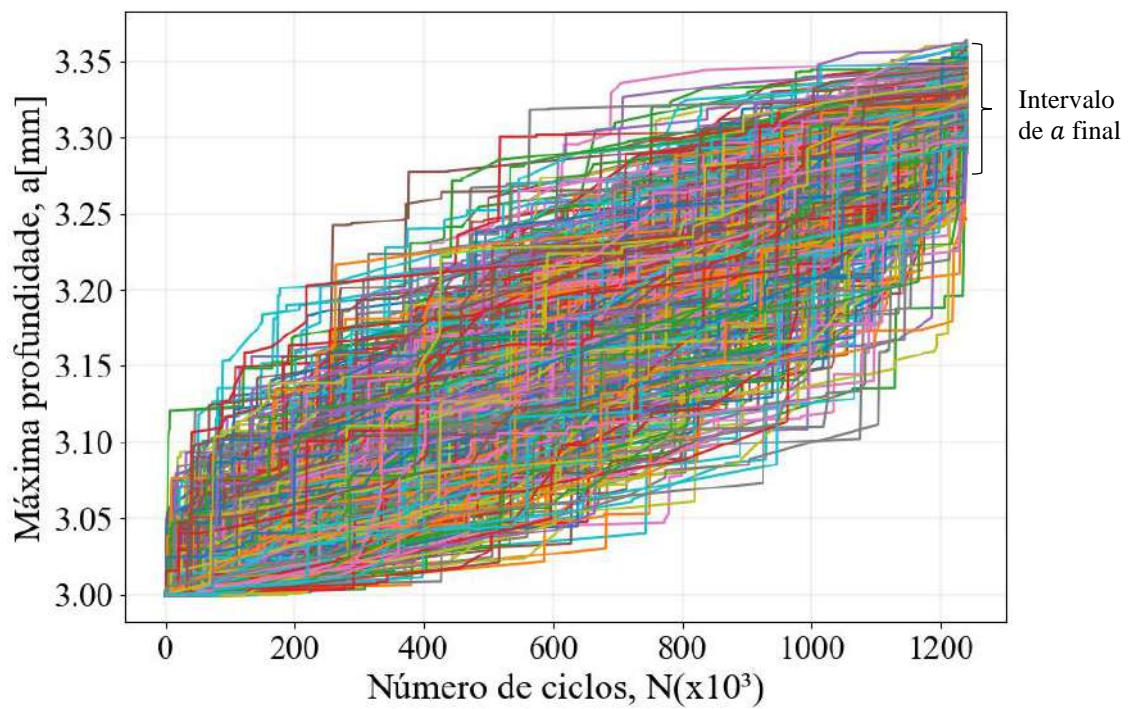


Figura 3-21 Propagação do ponto  $a$  da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento.



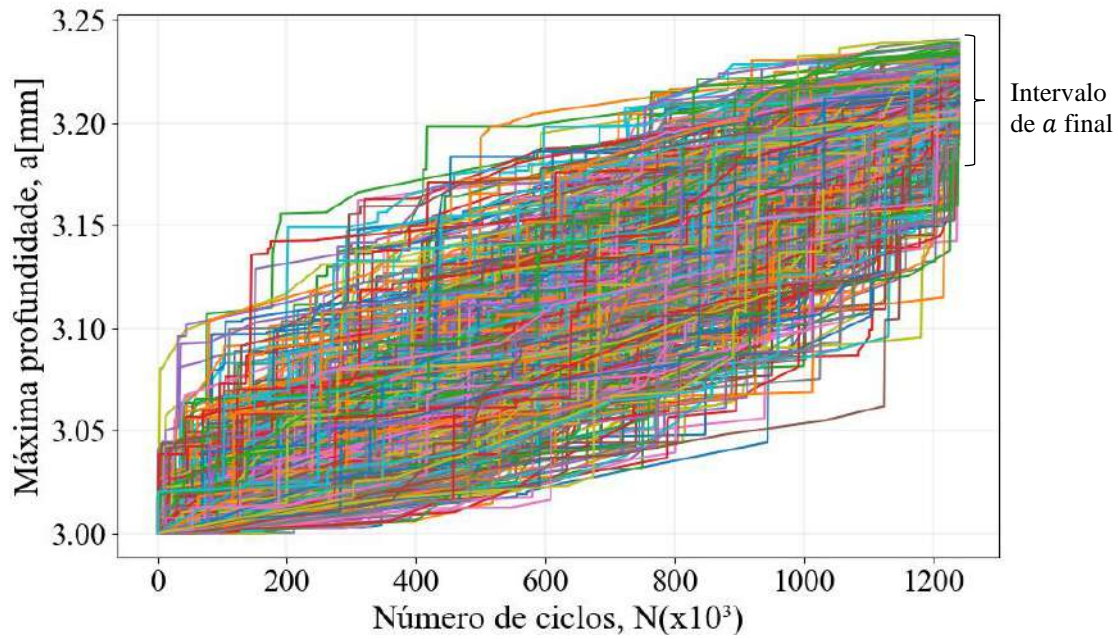


Figura 3-22 Propagação do ponto  $a$  da Geometria3 para diferentes seqüências de carregamento.

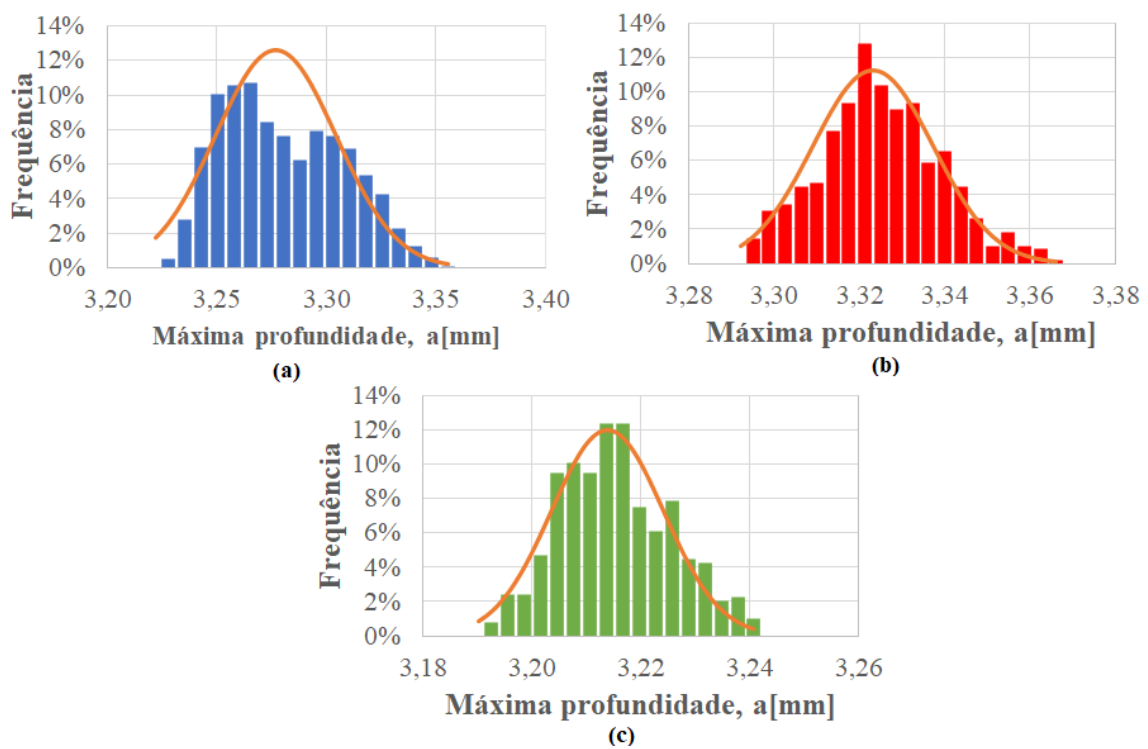


Figura 3-23 Histograma de  $a$  final da (a) Geometria1, (b) Geometria2 e (c) Geometria3 para diferentes seqüências de carregamento.

A fim de verificar a existência da normalidade para as amostra em estudo, foi utilizado o teste de Jarque-Bera que combina os coeficientes de assimetria e curtose da amostra através da expressão apresentada na Eq. (3.3) (Bera & Jarque,1980).

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad (3.3)$$

onde  $n$  é o tamanho da amostra;  $S$  é o coeficiente de assimetria e  $K$  é o coeficiente de curtose. O valor esperado é  $JB = 0$ , que ratifica a hipótese conjunta de que  $S = 0$  e  $K = 3$ , que são os valores esperados dos coeficientes de assimetria e curtose de uma distribuição normal.

Os valores obtidos para as três amostras, equivalente às três geometrias analisadas, de coeficientes de assimetria, curtose e teste de Jarque-Bare estão apresentados na Tabela 3-12. Com curtose menor que 3,0 e JB superior a zero, pode-se concluir que as amostras estão com valores concentrados na média (assimetria próxima de zero), porém com um pico maior do que o pico da distribuição normal, característica de uma distribuição chamada de leptocúrtica, ou seja, mais “fechada” do que a curva da distribuição normal.

Como o intervalo de máxima profundidade da trinca está com variação na ordem de centésimo de milímetro, neste trabalho, considera-se não significativo o ajuste adicional de outras funções de densidade de probabilidade.

A Tabela 3-12 também apresenta os parâmetros de ajuste da distribuição normal (média e desvio padrão) juntamente com os valores máximos adotados como  $a$  final de cada geometria analisada, baseado no critério de nível de probabilidade (Lotsberg,2016), assumidos como 99% de não-excedência (valor máximo), usualmente aplicado em projeto de *risers* para variáveis aleatórias.

Tabela 3-12 Parâmetros da distribuição normal dos valores de  $a$  final [mm] .

	$\mu$ (média)	$\sigma^2$ (desvio padrão)	99% de não- excedência	Coeficiente de Assimetria (S)	Coeficiente de Curtose (K)	Coeficiente Jarque- Bera
<b>Geometria1</b>	3,28	0,028	3,34	0,32	-0,86	1837
<b>Geometria2</b>	3,32	0,014	3,35	0,21	-0,14	205
<b>Geometria3</b>	3,21	0,010	3,23	0,26	-0,40	243

Até então, foi estudada a propagação da trinca devido apenas ao carregamento aplicado. Por não se ter originalmente um histórico sequencial definido, os 451 ciclos harmônicos foram aplicados em diferentes sequências, com ordem aleatória e com número de ciclos definido (pela contagem do histograma) para cada amplitude de tensão.

Agora, a fim de conhecer a vida à fadiga devido a propagação da trinca, esse carregamento é aplicado repetidamente e aleatoriamente, e o número de ciclos é acumulado até atingir o colapso da estrutura.

Conforme detalhado na seção 2.2.3, dois critérios de falha são definidos: (I) o colapso plástico, quando a profundidade máxima da trinca atinge 80% da espessura de aço carbono da parede do riser; e (II) a fratura à fadiga, quando o FIT supera a tenacidade à fratura do material ( $K_c$ ).

Como pode ser observado na Figura 3-24 o FIT para as três geometrias analisadas apresentou valores inferiores a tenacidade à fratura do material ( $K_{max} = 166 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0,5}$ ), sendo assim, o critério de falha predominante foi o colapso plástico, ou seja, o escoamento da seção transversal remanescente da parede do *riser*.

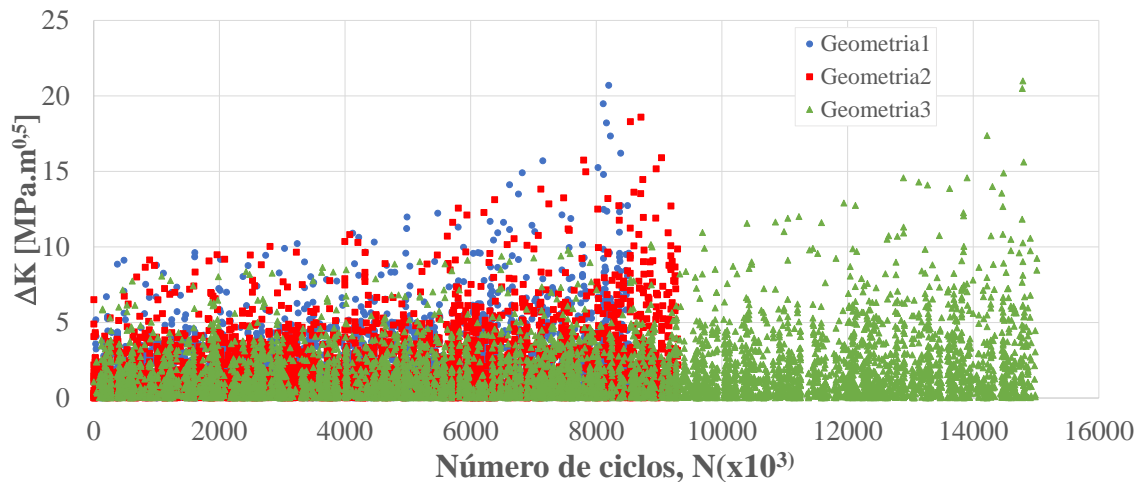


Figura 3-24 FIT ( $\Delta K$ ) das 3 geometrias analisadas ao longo da vida para uma sequência aleatória.

A vida à fadiga devido à propagação da trinca é aferida no ponto crítico  $a$ , ou seja, de máxima profundidade da trinca. Assim,  $n$  sequências são aplicadas e o número de ciclos é acumulado, onde  $n$  é a quantidade de sequências necessárias para que a profundidade máxima atinja 80% da espessura do riser (colapso plástico). Esse procedimento é repetido em 500 (quinhentas) sequências aleatórias compostas de  $n$

sequências aleatórias de 451 componentes harmônicos de amplitude de tensão, o que produz um intervalo de vida à fadiga em número de ciclos ( $N$ ).

As Figura 3-25, Figura 3-26 e Figura 3-27 apresentam os gráficos de vida à fadiga em número de ciclos para as 500 sequências analisadas para a Geometria1, Geometria2 e Geometria3, respectivamente.

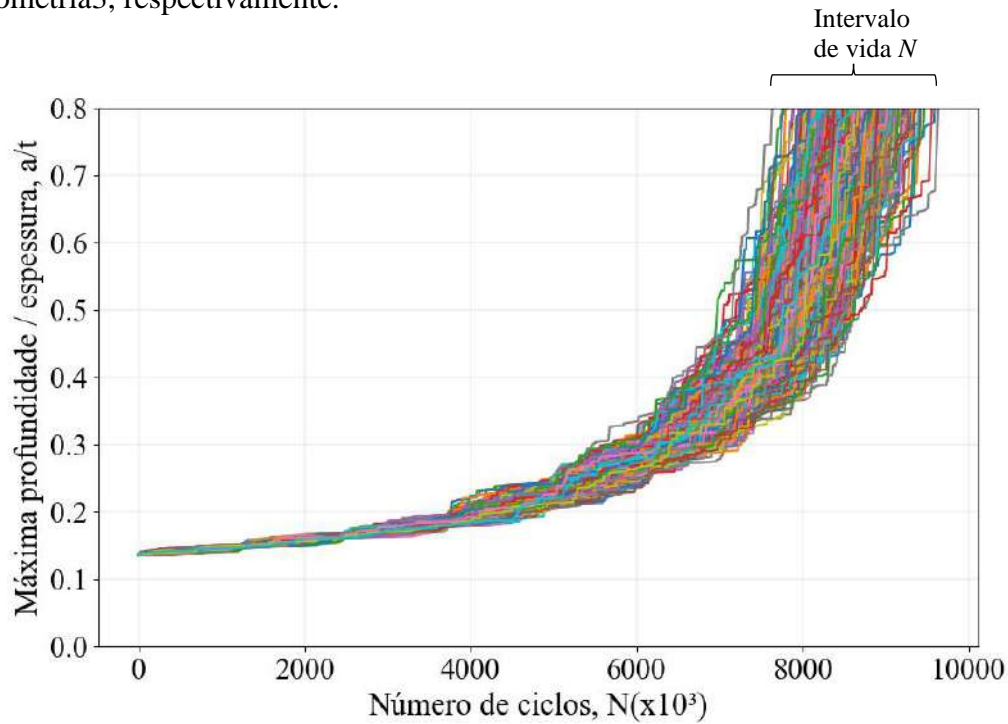


Figura 3-25 Vida à fadiga no ponto  $a$  da Geometria1 para diferentes sequências de carregamento.

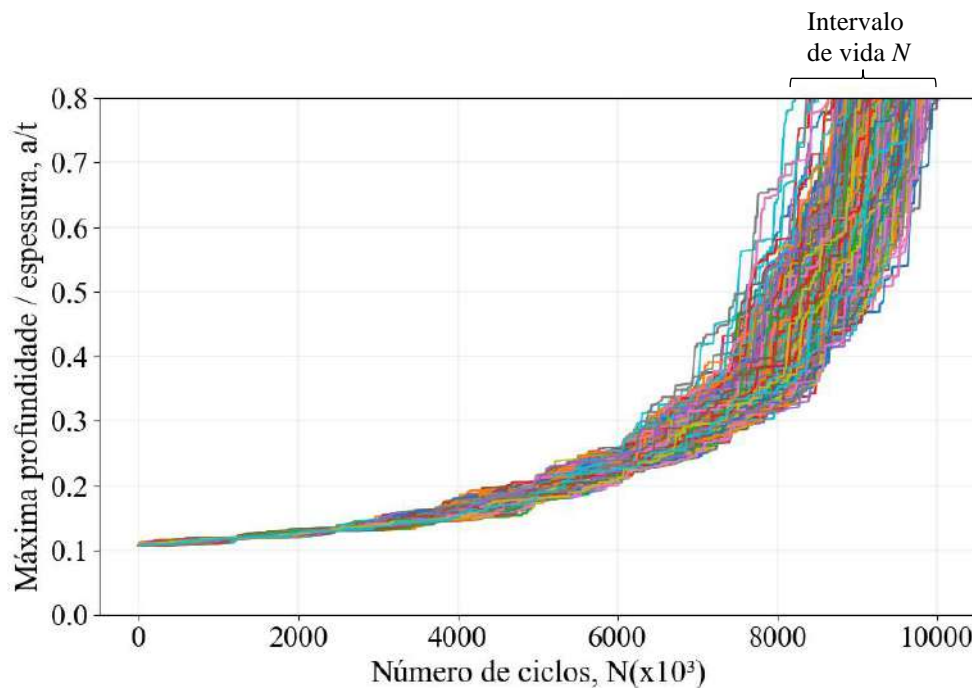


Figura 3-26 Vida à fadiga no ponto  $a$  da Geometria2 para diferentes sequências de carregamento.

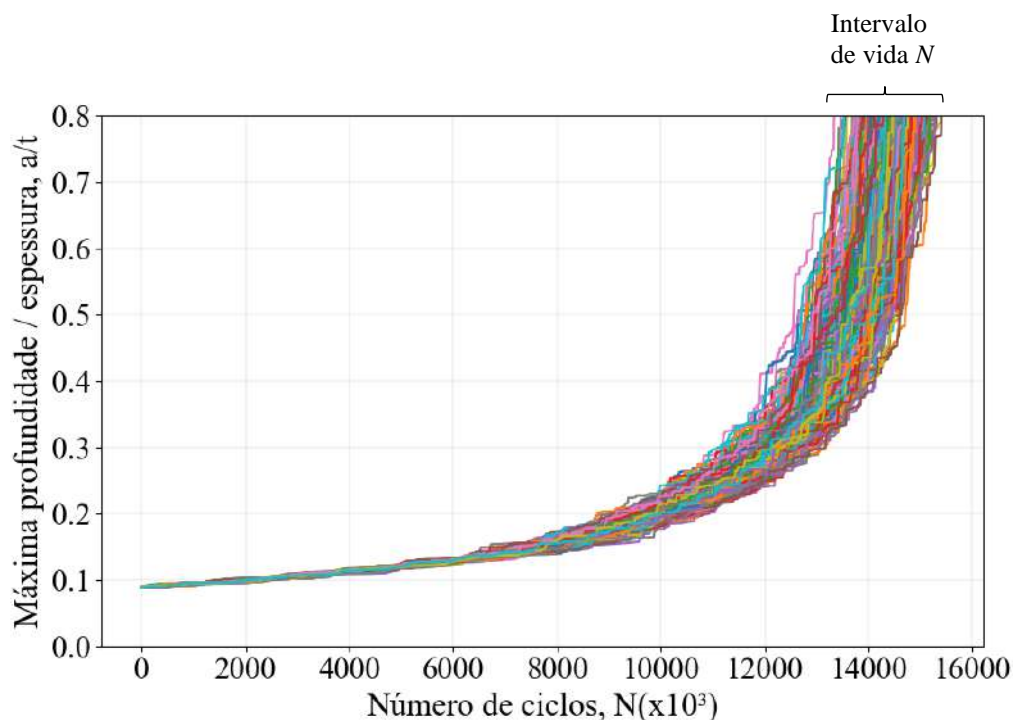


Figura 3-27 Vida à fadiga no ponto *a* da Geometria3 para diferentes sequências de carregamento.

Novamente, pelo método dos momentos, foi ajustada a função de densidade de probabilidade da distribuição normal para a vida em número de ciclos. Visualmente, percebe-se que as três geometrias obtiveram um ajuste satisfatório para esta distribuição.

O histograma para o intervalo de vida *N*, ou seja, diferentes vidas à fadiga *N* encontrados para as diferentes sequências aplicadas, são apresentados na Figura 3-28 (a), (b) e (c) para Geometria1, Geometria2 e Geometria3, respectivamente.

A fim de verificar a existência da normalidade para as amostras em estudo, foi utilizado o teste de Jarque-Bera (JB). Os valores obtidos para as três amostras, equivalente às três geometrias analisadas, de coeficientes de assimetria, curtose e teste de Jarque-Bera estão apresentados na Tabela 3-13. O mesmo comportamento dos ajustes das amostras de máxima profundidade foi observado para a vida em número de ciclos, com curtose menor que 3,0 e JB superior a zero, característica também da curva leptocúrtica.

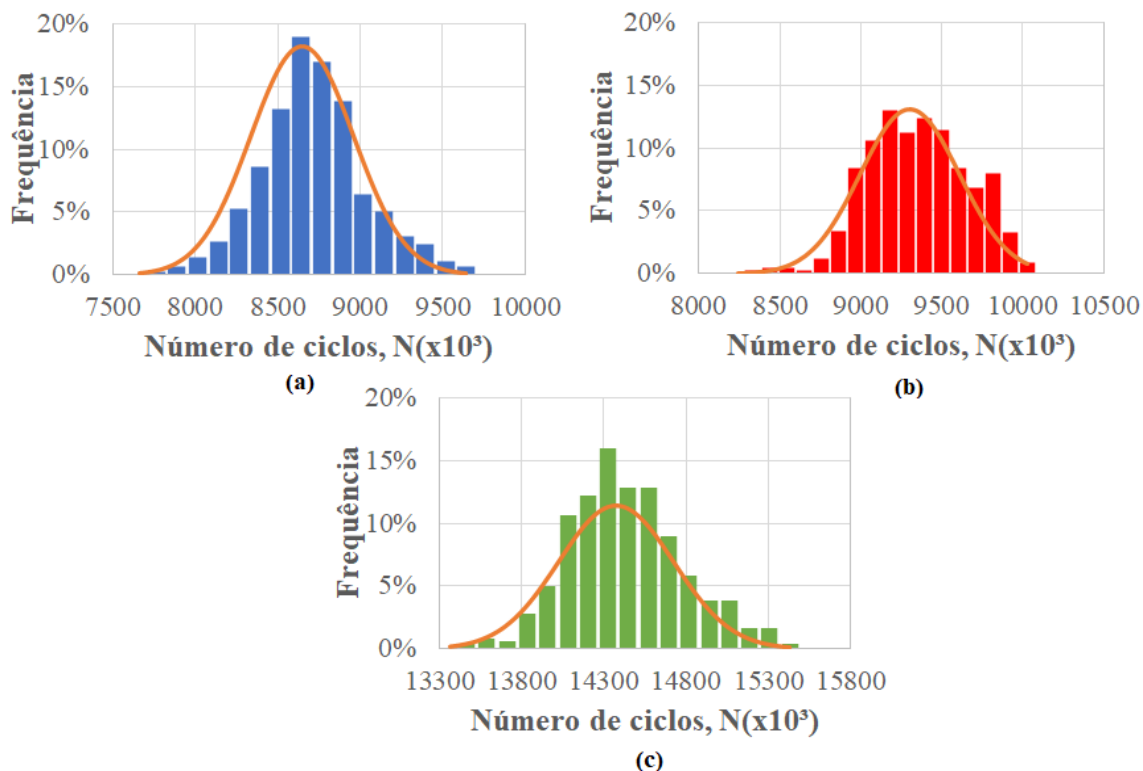


Figura 3-28 Histograma da vida à fadiga  $N$  da (a) Geometria1, (b) Geometria2 e (c) Geometria3 para diferentes sequências de carregamento.

Como o intervalo de número de ciclos tem o desvio padrão na ordem de 3% (três por cento) da média da amostra, neste trabalho, considera-se não significativo o ajuste adicional de outras funções de densidade de probabilidade.

A Tabela 3-13 apresenta os parâmetros de ajuste da distribuição normal (média e desvio padrão) juntamente com os valores mínimos adotados, conservadoramente, de vida em número de ciclos  $N$ , baseados no critério de 99% de excedência (valor mínimo).

Tabela 3-13 Parâmetros da distribuição normal dos valores de vida em número de ciclos.

	$\mu$ (média)	$\sigma^2$ (desvio padrão)	99% de excedência	Coeficiente de Assimetria (S)	Coeficiente de Curtose (K)	Coeficiente Jarque- Bera
<b>Geometria1</b>	8647575	313143	7926985	0,19	0,43	140,69
<b>Geometria2</b>	9301246	305548	8594569	-0,06	-0,29	225,14
<b>Geometria3</b>	14888789	352684	14074746	0,08	-0,52	258,08

A vida em anos devido à propagação de uma trinca pré-existente no *riser* com as três geometrias analisadas está apresentada na Tabela 3-14 com a consideração de: (I)

blocos de carregamento com amplitude constante; (II) sequências de carregamento aleatórias; (III) modelo de retardo de Willenborg *et al.* (1971) e (IV) falha por escoamento da seção remanescente quando a profundidade máxima da trinca atinge 80% da espessura da parede do *riser* (0,8t).

Tabela 3-14 Resultados de dano e vida à fadiga devido a propagação da trinca.

	Número de ciclos atuantes	Número de ciclos resistentes (0,8t)	Dano anual	Vida (anos)	% da vida Curva S-N
<b>Geometria1</b>	1239517	7926985	0,156	6	91,4
<b>Geometria2</b>	1239517	8594569	0,144	7	74,2
<b>Geometria3</b>	1239517	14074746	0,088	11	87,7

Através dos resultados, pode-se perceber que mesmo com a diferença de 6 milímetros entre as espessuras da Geometria1 e Geometria2, os valores de vida encontrados para essas duas geometrias foram relativamente próximos. Essa proximidade da vida pode ser explicada devido à proximidade dos valores de FITs ( $\Delta K$ ) calculados, conforme mostrado na Figura 3-24. O valor de  $\Delta K$  interfere diretamente na propagação, conforme demonstrado na Eq. (2.4).

A vida à fadiga encontrada devido à propagação de uma trinca inicial pré-existente das três geometrias de *riser* analisadas, sob carregamento com blocos de amplitude variáveis são apresentadas na Tabela 3-14. A metodologia clássica da curva SN é distinta da metodologia de propagação da trinca, contudo, a relação entre as duas metodologias é apresentada neste trabalho apenas como um indicador. Assim, a vida a fadiga devido à propagação da trinca corresponde de 74% a 91% das vidas provenientes das curvas S-N (Tabela 3-6).

## 4 Conclusões

Este trabalho apresentou duas metodologias para calcular a vida à fadiga de *risers* rígidos: global e local. Inicialmente, foram realizadas análises globais no *software* Orcaflex (2019) para obter as amplitudes de tensão de uma região crítica do riser, neste caso, a primeira solda no topo. A vida à fadiga foi calculada, pela abordagem clássica, com base nas curvas S-N e com somatório dos danos pela regra de Palmgren-Miner.

Logo após, foram realizadas análises locais com os conceitos do MFLE para avaliar a propagação de uma trinca pré-existente. A propagação de trincas depende de FITs, que foram calculados por duas abordagens: equações analíticas presente na BS7910 (2013) baseada nas equações empíricas de Newman-Raju (1981) e modelos numéricos (Integral-M) nos *softwares* FRANC3D (2019) e Abaqus (2015).

A propagação de uma trinca detectada em um *riser* tem impacto significativo na vida à fadiga na estrutura, por isso é de suma importância a sua avaliação isoladamente. Entretanto, ao longo das pesquisas recentes percebeu-se pouca quantidade de trabalhos relacionados a trinca em *risers*, na região de solda e com carregamento variável, mais realístico ao carregamento ambiental complexo que as estruturas *offshore* estão submetidas.

Para avaliar a propagação, três diferentes geometrias de seção transversal são analisadas com duas abordagens, analítica e numérica, com duas metodologias de carregamento para calcular a vida à fadiga: (I) aplicação da amplitude de tensão crítica e constante (II) aplicação de blocos constante com amplitude de tensão variáveis para avaliação dos efeitos da sequência e de interação (modelo de sobrecarga de Willenborg *et al.* (1971)) desses blocos de amplitudes variáveis

Inicialmente, avaliou-se um carregamento crítico, ou seja, que provocou a maior amplitude de tensão axial na estrutura, que foi aplicado repetidas vezes até atingir um critério de falha para cálculo da vida à fadiga. As análises do *riser* com este carregamento, forneceram resultados de vida total à fadiga por propagação de trinca, estimada numericamente, cerca de 7 (sete) vezes maior que a vida à fadiga calculada através de curvas S-N, neste trabalho foi considerada a curva F1 da DNVGL C203 (2016).

Ao comparar os resultados da propagação numérica e analítica para o mesmo carregamento crítico, a vida à fadiga com a propagação numérica foi cerca de 4 (quatro) até 5 (cinco) vezes maior do que a vida com o crescimento analítico da trinca através das expressões da BS7910 (2013), com consideração do fator de correção ( $M_k > 1,0$ ) e cerca



de 3 (três) até 4 (quatro) vezes maior quando o fator de correção é desconsiderado ( $M_k = 1,0$ ).

O fator de correção é aplicado quando a trinca está localizada na região de solda, por recomendação da BS7910 (2013). Pelos resultados apresentados neste trabalho (Tabela 3-10), a aplicação desse fator diminui a vida à fadiga em cerca de 16%.

No que diz respeito ao FIT, constata-se que até  $a/t < 0,5$  os valores de FIT calculados numericamente, ainda que cerca de 50% menores, estão em concordância com a BS7910 (2013), para  $a/t > 0,5$ , contudo, os valores de FIT da BS7910 (2013) apresentam conservadorismo significativo, conforme destacado na Figura 3-15 (d).

Já para o carregamento composto por sequências variáveis com blocos de amplitude constantes, aplicados aleatoriamente e repetidas vezes até atingir um critério de falha, a vida à fadiga por propagação da trinca correspondeu de 74% a 91%, aproximadamente, da vida total obtida pela metodologia clássica, que utiliza curva S-N e regra de Palmgren-Miner.

Conclui-se também, que as 500 sequências de carregamento criadas aleatoriamente com os 451 blocos de amplitude de tensão variável, não tiveram impacto significativo na vida à fadiga do *riser*. Através do ajuste de distribuição normal, a vida em número de ciclos apresentou um desvio padrão pequeno, cerca de 3% (três por cento) da média da amostra.

O mesmo comportamento foi observado para o valor final de profundidade da trinca,  $a$  final, fornecido através do ajuste de distribuição normal da amostra de valores de profundidade máxima encontrada para as 500 sequências, apresentou um desvio padrão irrisório, no máximo 1%.

Além disso, o valor encontrado de  $a$  final para Geometria2, por exemplo, para uma única sequência foi de 3,35mm (Tabela 3-11 com  $\gamma = 0,3$ ) e o mesmo valor foi obtido do resultado de 99% de não excedência da distribuição normal ajustada para a amostra de valores das 500 sequências (Tabela 3-12).

O modelo de Willenborg *et al.* (1971) para estimar a interação entre as diferentes amplitudes de tensão dos blocos, através dos comprimentos das zonas plásticas e do retardo na propagação, não apresentou influência significativa nos resultados.

Um dos principais desafios em termos de propagação de trinca é a obtenção do FIT ao longo da frente da trinca, caso esta seja uma trinca de superfície. No Apêndice 1 deste trabalho, é possível encontrar a expressão generalizada para o FIT ao longo da frente

da trinca com base nos resultados de propagação numérica das três geometrias analisadas com carregamento único (o crítico) de amplitude constante.

As expressões analíticas da BS7910 (2013) utilizam as equações empíricas de Newman-Raju desenvolvidas para propagação de trinca na seção transversal de placas planas finitas. Como o *riser* apresenta uma superfície cilíndrica, as expressões para o FIT sofrem alterações, pois foram determinadas experimentalmente para placas. Desse modo, este trabalho também desenvolveu expressões para o fator de geometria ( $\beta$ ) no ponto crítico da trinca, o ponto  $a$  de máxima profundidade, com base nos resultados de propagação numérica das três geometrias analisadas com carregamento único (o crítico) de amplitude constante.

Uma contribuição adicional deste trabalho são as análises elastoplásticas realizadas nos últimos 6 passos da propagação da trinca na Geometria1. Seus resultados de tensão definiram o critério de falha devido ao escoamento da seção transversal remanescente. Assim, limitou-se o valor da propagação em  $a/t < 0,8$  pelo critério de colapso plástico, já que o critério de falha à fratura não foi identificado.

Como sugestão para trabalho futuros, pode-se avaliar o(a):

- 1) carregamento ambiental aleatório e variável diretamente, sem transformá-lo em carregamento harmônicos, de forma a aplicar diferentes sementes aleatórias com a finalidade de analisar o impacto na propagação da trinca;
- 2) aplicação de ensaios experimentais para propagação de uma trinca na seção transversal da geometria cilíndrica do duto de forma a corroborar os resultados numéricos apresentados neste trabalho;
- 3) propagação da trinca analítica com base nas formulações disponíveis na API579 (2021) e comparar os resultados com os disponíveis nesta dissertação;
- 4) aplicação do modelo de Wheeler (1972) de retardo da propagação, com parâmetros ajustados experimentalmente, e comparar com o que foi apresentado neste trabalho com o modelo de Willenborg *et al.* (1971);
- 5) aplicação de modelos de aceleração da propagação quando se tem a subcarga, ou seja, amplitude de tensão menor seguida de uma amplitude maior.
- 6) seção transversal crítica na região de TDZ do riser. Essa região, assim como no topo, normalmente também é crítica à fadiga. No TDZ deve-se avaliar o

efeito da pressão interna e externa na propagação da trinca, que, diferente de uma seção no topo, terá influência dos modo II e III de propagação;

- 7) possibilidade de se automatizar a verificação do colapso plástico para cada passo da análise numérica incremental de propagação antes da atualização da geometria da trinca;

## 5 Referências

ABAQUS Versão. 6.14: Dassault Systèmes. Simulia Corporation. Providence, Rhode Island, USA.

ABAQUS user's manual, version 6.14-1, Dassault Systèmes, 2015.

ANDERSON, T.L. *Fracture Mechanics – Fundamentals and Applications*. 3 Ed New York, CRC Press, 2005.

ASTM (American Society for Testing and Materials) E1049 – 85, *Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis*, West Conshohocken, USA, 2011.

API 579-1/ASME FFS-1, Fitness for service FFS, American Petroleum Institute (API), 2021.

BANKS-SILLS, L. E SHERMAN, D., “Comparison of Method for Calculating Stress-Intensity Factors with Quarter-Point Elements”, **International Journal of Fracture Mechanics**, v.32, pp.127-140, 1986.

BERA, A. & JARQUE, C. “Efficient test for normality, heterocedasticity and serial independence of regression residuals”. **Econometrics Letters**, v. 6, pp. 255–259, 1980.

BUI, H.D., “Associated Path Independent J-Integrals for Separating Mixed Modes”, **Journal of Mechanics & Physics Solids**, v. 31, pp. 439-448, 1983.

BRANCO, R.; ANTUNES, F.; COSTA, J.D. “A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling”. **Eng. Fract. Mech.**, v. 141, pp.170–195, 2015.

BS 7910, *Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures*, British Standards Institution, 2013.

CHEN, K.L. E ATLURI, N., “Comparison of Different Methods of Evaluation of Weight Functions for 2D Mixed-Mode Fracture Analysis”, **Engineering Fracture Mechanics**, v. 34, pp. 935-956, 1989.

CORBANI, S, *Propagação de frentes de trincas parcialmente fechadas por flexão cíclica*, Tese de D.Sc, Pós Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2012.

CORRÊA, J.R.P., JUNIOR, J.S., CARRASCO, J.A.P., BARBOSA, J.M.A. “Structural integrity assessment of a 5CT P110 steel riser pipe according to BS 7910:2013 standard”, **International Journal of Pressure Vessels and Piping – Elsevier**, v. 188, 104206, 2020.

CORTINA, J. P. R., SOUSA, F. J. M, SAGRILO, L. V. S “Neural Networks Applied to the Wave-Induced Fatigue Analysis of Steel Risers”, **Mathematical Problems in Engineering** v. 2018, Article ID 2719682, 2018.

DNVGL, Recomendado Practice C203, *Fatigue Design of Offshore Steel Structures*, DNVGL: Høvik, Norway, 2016

DNVGL, Recomendado Practice F108, *Assessment of flaws in pipeline and riser girth welds*, DNVGL: Høvik, Norway, 2017.

DNVGL. *Dynamic risers. In Offshore Standard*, DNV-OS-F201; DNVGL: Høvik, Norway, 2010.

DNV-RP-F204 (Det Norsk Veritas), *Riser Fatigue*, Norway, 2010.

DODDS, R.H. JR. E VARGAS, P.M., **Numerical Evaluation of Domain and Contour Integrals for Nonlinear Fracture Mechanics**, Report, Dept. of Civil Engineering, U. of Illinois, Urbana-Champaign, 1988.

FORMAN *et al*, R.M., “Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures”. **J. Basic Engrg., Trans. ASME**, v. D89, pp. 459–464, 1967.

FORMAN, R.G. and METTU, S.R., “Behavior of Surface and Corner Cracks Subjected to Tensile and Bending Loads in Ti – 6Al – 4V Alloy.” ASTM STP 1131, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA, pp. 519–546, 1992.

FRANC3D Versão 7.4, Fracture Analysis Consultants Inc, Cornell Fracture Group, New York, USA, 2019.

FRANC3D. Reference manual v7.4. Fracture Analysis Consultants Inc.; 2019.

GRIFFITH, A.A., “The Phenomena of Rupture and Flow in Solids.” **Philosophical Transactions**, Series A, v. 221, pp. 163–198, 1920.

HOBACHER A.F. *Recommendations for fatigue design of welded joints and componentes*, 2 Ed., Yutz, France, Springer Cham, 2016.

HOH, H.J., PANG, J.H.L., TSANG, K.S. “Stress intensity factors for fatigue analysis of weld toe cracks in a girth-welded pipe”, **International Journal of Fatigue – Elsevier**, v. 87, pp.279-287, 2016.

HORN, A.M.; LOTSBERG, I.; ORJASEATER, O. *The rationale for update of S-N curves for single sided girth welds forrisers and pipelines in DNV GL RP C-203 based on fatigue performance of more than 1700 full scale fatigue test results*. In: Proceedings of the ASME 2018 37th International, Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Madrid, Spain, 2018.

IRWIN, G. R., “Onset Of Fast Crack Propagation in High Streght Steel and Aluminum Alloys”, **Sagamore Reseach Conference Proceodings**, v. 2, pp.289-305, 1956.

IRWIN, G.R., “Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness”. **Sagamore Research Conference Proceodings**, v. 4, Syracuse University Research Institute, Syracuse, NY, pp. 63–78, 1961.

KARMAN, Th. von; Rubach, H, 1912, "Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes", **The mechanism of fluid and air resistance**. Physikalische Zeitschrift, Alemanha, 1912.

LI, F.Z., SHIH, C.F., NEEDLEMAN, A. “A comparison of methods for calculating energy release rates”. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 21, Issue 2, pp. 405-421, 1985

LI, Z.; JIANG, X.; HOPMAN, H. ‘Numerical analysis on the SIF of internal surface cracks in steel pipes reinforced with CRS subjected to bending’, **Ships and Offshore Struct.**, pp. 1–14, 2019.

LI, Z.; JIANG, X.; HOPMAN, H. “Surface crack growth in offshore metallic pipes under cyclic loads: A literature review.”, **Journal of Marine Science and Engineering**, pp. 1–22, 2020a.

LI, Z.; JIANG, X.; HOPMAN, H.; Zhu, L.; Liu, Z.; Tang, W. “Experimental investigation on FRP-reinforced surface cracked steel plates subjected to cyclic tension”, **Mech. Adv. Mater. Struct.**, pp. 1–15, 2020b.

LONGUET-HIGGINS, M. S. “On the Joint Distribution of Wave Periods and Amplitudes in a Random Wave Field”. **Proceedings of Royal London Society**, A 389, pp 241-258, 1983.

LOTSBERG, I. *Fatigue Design of Marine Structures*, 1 Ed., Cambridge University Press, New York NY, 2016

LU, Z.; LIU, Y. “Experimental investigation of random loading sequence effect on fatigue crack growth”. **Mater. Des.**, v.32, pp. 4773–4785, 2011,.

MANSOR, N.I.I., ABDULLAH, S., ARIFFIN, A.K. “Effect of loading sequences on fatigue crack growth and crack closure in API X65 steel”. **Marine Structures – Elsevier**, v. 65, pp. 181-196, 2019.

MIRANDA, A. C de O., *Propagação de Trincas por Fadiga em Geometrias 2D Complexas sob Cargas Cíclicas Variáveis*, Tese de D.Sc, Pós Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2003.

MIKULSKI, Z. “Fatigue crack initiation and subsequent crack growth in fillet welded steel joints”, **International Journal of Fatigue**, v. 120, pp. 303–318, 2019.

NEGRÃO, I. O., AQUINO, L. H. E BEARZOTI, E. *Avaliação de Quatro Métodos de Estimção dos Parâmetros da Distribuição Beta-Binomial pela Simulação de Monte Carlo*. Ciência Agrotécnicas, Lavras, 2001.

NEWMAN, J.C., Jr.; RAJU, I.S. “Analysis of Surface Cracks in Finite Plates under Tension or Bending Loads”; **NASA-Langley: Hampton, VA, USA**, 1979.

NEWMAN, JC and RAJU, IS. “An empirical stress intensity factor equation for the surface crack”. **Engng Fract Mech**; v.15, pp.185–92, 1981.

NEWMAN, JC and RAJU, IS, “Stress-Intensity Factor for Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels Equations”, **Journal of Pressure Vessel Technology**, v. 104, pp. 293-298, 1983.

NIKISHKOV, G.P. E ATLURI, S.N., “Calculation of Fracture Mechanics Parameters for an Arbitrary Three-Dimensional Crack by the Equivalent Domain Integral Method”, **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 24, pp.1801-1821, 1987.

ORCAFLEX Version 10.3a, Orcina Ltd., Daltongate, Cumbria, LA12 7AJ, UK Company no. 1996191, registered in England & Wales, 2019.

ORCAFLEX Version 10.3a, Online help browser, 2019. Disponível em: <https://www.orcina.com/webhelp/OrcaFlex/Default.htm>. Acesso em: 10 jan. 2021, 15:30:00.

OLIVEIRA, A.C.C de, *Propriedades mecânicas de fadiga de baixo ciclo à temperature de 300°C do aço inoxidável austenítico do Sistema Fe-Cr-Mn-N*, Dissertação de M.Sc, Ciência e Engenharia de materiais, USP, São Carlos, SP, 2017.

PANG, H. “A review of stress of intensity factors for semi-elliptical surface crack in a plate and fillet weld joint”. **Weld. Inst. Rpt.**, v.426,1990.

PARIS and G.R. IRWIN, *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, H. Tada, P.C, 1985.

PARIS, P.C. and Erdogan, F., “A critical analysis of crack propagation laws”. **Trans.ASME**, Series D, v. 85, pp. 528–535, 1963.

PRIDDLE, E.K., “High cycle fatigue crack propagation under random and constant amplitude loadings”, **Int. J. Pressure Vessels & Piping**, v. 4, pp. 89, 1976.

PEREIRA, A.N.T, ELWANGER, G.B., SOUSA, J. R. M. de, CORBANI, S. . “Fatigue Life Prediction In Rigid Risers With Crack Propagation”. **COBEM**, id 1049, 2021.

RAJU, I.S., “Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements”, **Engineering Fracture Mechanics**, v.28, pp.251-274, 1987.



RICE, J.R., “A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks”, **Journal of Applied Mechanics**, v. 35, 1968.

RYBICKI, E.F. E KANNINEN, M.F., “A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral”, **Engineering Fracture Mechanics**, v. 9, pp.931-938, 1977.

SCHIJVE, J, *Fatigue of Structures and Materials*, 2<sup>a</sup> Ed, Holanda, Springer, 2009.

SCOTT, P.M.; THORPE, T.W. “A Critical Review of Crack Tip Stress Intensity Factors for Semi-Elliptic Cracks”. **Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.**, v. 4, pp. 291–309, 1981.

SHIH, C.F., DE LORENZI, H.G., E GERMAN, M.D., “Crack Extension Modeling with Singular Quadratic Isoparametric Elements”, **International Journal of Fracture**, v.12, pp.647-651, 1976.

SOARES, P.A. *Determinação da tenacidade à fratura do aço API X65 utilizado em tubos na indústria do petróleo e gás*. Dissertação de M.Sc. Universidade Federal Do Espírito Santo. Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Vitória, 2011.

SUMI, Y.; INOUE, T. “Multi-scale modeling of fatigue crack propagation applied to random sequence of clustered loading”. **Mar. Struct.**, v. 24, pp. 117–131, 2011.

WALKER, K., “The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum.” **ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials**, Philadelphia, PA, pp. 1–14, 1970,.

WAWRZYNEK, P.A. E CARTER, B.J. *The M-Integral for Computing Stress Intensity Factors in Generally Anisotropic Materials*, Fracture Analysis Consultants, Inc., Ithaca, New York, NASA/CR, 2005–214006.

WHEELER, O.E., “Spectrum Loading and Crack Growth.”, **Journal of Basic Engineering** , v. 94, pp. 181–186, 1972.

WILLENBORG, J., ENGLE, R.M., Jr., and WOOD, R.A., *A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept*. Air Force Flight Dynamics Laboratory Report AFFDL-TM-71-1-FBR, January 1971.

WORMSEN, A., HÄRKEGÅRD, G. ‘A novel probabilistic fatigue assessment tool and its application to an offshore riser joint’, **Procedia Materials Science**, v.3, pp. 1210 - 1215, 2014.

YAREN, M.F., AYHAN, A.O., IRIÇ, S. “Evaluation of Different Crack Growth Retardation Models Under Single Overloads Using Al-7075 Material”, **Procedia Structural Integrity - Elsevier**, v. 21, pp. 31-37, 2019.

YAU, J.; WANG, S.; CORTEN, H. “A mixed-mode crack analysis of isotropic solids using conservation laws of elasticity”, **Journal of Applied Mechanics**, v. 47, pp. 335-341, 1980.

ZHANG, Y., DORÉ, M. “Fatigue crack growth assessment using BS 7910:2013 - Background and recommended developments”, **International Journal of Pressure Vessels and Piping – Elsevier**, v.168, pp. 79-86, 2018.

## Apêndice 1

Newman-Raju (1981) apresenta a Eq. (A.1) generalizada para o Fator de Intensidade de Tensão (FIT) para a frente de uma trinca de superfície com propagação em placa infinita.

$$\Delta K \left( \varphi, \frac{a}{t}, \frac{a}{c} \right) = \frac{g \left( \varphi, \frac{a}{t}, \frac{a}{c} \right) f_w \left( \frac{c}{W}, \frac{a}{t} \right) \Delta S}{\sqrt{Q}} \sqrt{\pi a} \quad (\text{A.1})$$

onde  $f_w$  é obtido pela Eq. (2.15) com  $B = t$  e  $Q$  pela Tabela 2-1.

Com base nos resultados obtido das análises numéricas no FRANC3D (2019), ou seja, com a geometria cilíndrica do *riser*, a função  $g \left( \varphi, \frac{a}{t}, \frac{a}{c} \right)$  é ajustada considerando as três geometrias analisadas para  $a/c$  e  $a/t$  indicados na Tabela A-1.

Tabela A-1 Valores de  $a/c$  e  $a/t$  utilizados para ajuste da expressão do FIT.

Geometria	Passo	a [mm]	c [mm]	a/t	a/c	t [mm]	$\Delta S$ [MPa]
1	0	3,00	4,00	0,136	0,750	22,0	255,6
	5	6,35	7,78	0,289	0,817		
	10	11,01	13,30	0,500	0,828		
	15	15,04	18,62	0,684	0,808		
	20	20,06	26,32	0,912	0,762		
2	0	3,00	4,00	0,107	0,750	28,0	223,7
	5	6,56	8,01	0,234	0,819		
	10	12,27	14,61	0,438	0,840		
	15	17,88	21,56	0,639	0,829		
	20	23,39	29,18	0,835	0,802		
3	0	3,00	4,00	0,088	0,750	34,0	202,0
	5	6,87	8,38	0,202	0,819		
	10	13,99	16,73	0,411	0,836		
	15	20,76	25,05	0,611	0,829		
	30	29,51	39,18	0,868	0,753		

Segundo ajuste proposto por Corbani (2012), a expressão para a função  $g$  é ajustada pela Eq. (A.2):

$$g\left(\varphi, \frac{a}{t}, \frac{a}{c}\right) = M1\left(\frac{a}{t}\right)\left(\frac{a}{c}\right) + M2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + M3\left(\frac{a}{t}\right) + M4 + M5\left(\frac{a}{c}\right) + M6\left(\frac{a}{c}\right)^2 \quad (\text{A.2})$$

Os coeficientes M1 até M6 são funções que variam ao longo da posição da frente da trinca, indicadas pelo ângulo  $\varphi$ . Esse ângulo está esquematicamente representado na Figura A-1. As coordenadas dos pontos na frente da trinca são definidas em função de  $\varphi$  pelas Eqs. (A.3) e (A.4) (Hoh, 2016).

$$x = (R_i + t - a \sin \varphi) \sin \frac{c \cos \varphi}{R_i + t} \quad (\text{A.3})$$

$$y = (R_i + t - a \sin \varphi) \cos \frac{c \cos \varphi}{R_i + t} \quad (\text{A.4})$$

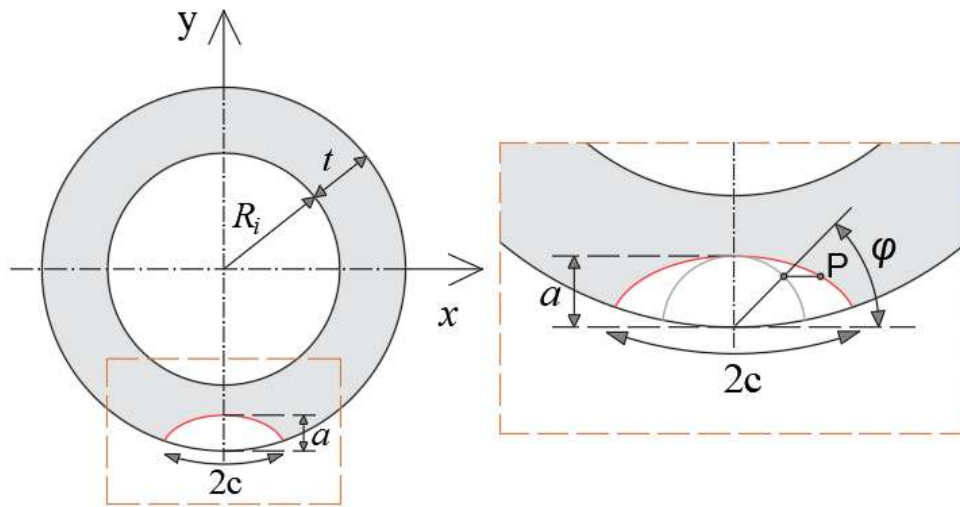


Figura A-1 Representação da trinca de superfície na seção transversal do *riser*.

Os coeficientes  $M$  da função  $g$  foram ajustados pelo métodos dos mínimos quadrados com base nos valores encontrados de  $\Delta K$  ao longo da frente da trinca (Tabela A-2), com ângulo  $\varphi$  entre  $22,5^\circ$  e  $157,5^\circ$  de forma a desconsiderar o efeito de borda (encontro da trinca com a superfície externa do *riser*). A Figura A-2 apresenta os valores

obtidos e a equação de ajuste é descrita na Eq. (A.5) com coeficientes de ajuste apresentados na Tabela A-3.

Tabela A-2 Valores de  $\Delta K$  numéricos utilizados para ajuste dos coeficientes  $M$ .

	Passo	Ângulo $\phi$ (°)						
		22,5	45	67,5	90	112,5	135	157,5
Geometria1 - Valores de $\Delta K$ [MPa $\sqrt{\text{mm}}$ ]	0	275,6	281,7	287,4	290,1	288,1	281,2	275,9
	5	412,8	401,4	401,5	403,7	397,8	399,6	410,5
	10	561,8	542,2	540,7	542,2	542,6	542,3	563,1
	15	665,4	669,1	683,7	686,2	688,5	667,3	666,9
	20	921,1	839,4	772,1	719,7	764,9	838,2	908,9
Geometria2 - Valores de $\Delta K$ [MPa $\sqrt{\text{mm}}$ ]	0	270,7	276,4	282,3	284,7	282,1	276,4	270,5
	5	407,2	398,6	397,2	399,1	396,8	397,9	409,3
	10	574,4	550,8	548,0	551,2	549,6	551,9	576,2
	15	738,3	698,3	685,4	677,8	683,7	696,8	738,3
	20	913,7	849,0	803,0	784,1	801,5	846,2	912,5
Geometria3 - Valores de $\Delta K$ [MPa $\sqrt{\text{mm}}$ ]	0	236,6	241,1	247,2	250,4	248,4	241,9	237,3
	5	367,5	357,8	356,7	355,2	354,1	355,8	366,3
	10	537,3	515,5	509,9	513,2	512,4	516,1	537,3
	15	689,2	654,4	636,5	631,1	637,1	651,1	689,9
	30	970,5	867,9	812,9	788,0	811,6	874,7	979,8

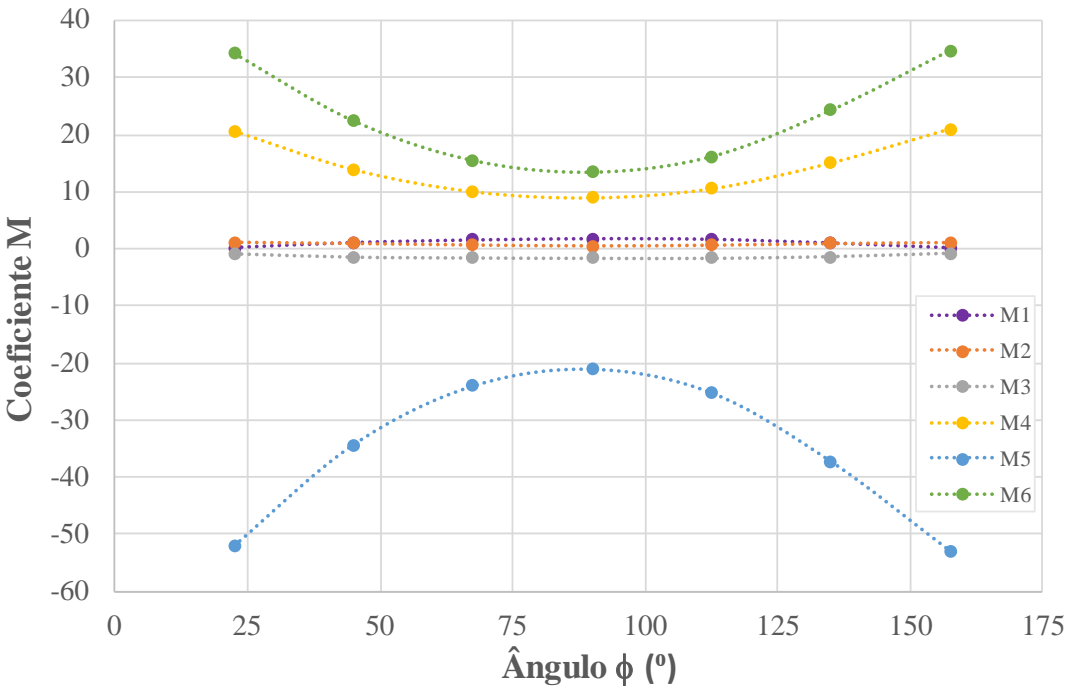


Figura A-2 Ajuste para os coeficientes  $M$  ao longo da frente da trinca.

$$M_i = C_1\varphi^5 + C_2\varphi^4 + C_3\varphi^3 + C_4\varphi^2 + C_5\varphi + C_6, \quad (A.5)$$

$$i = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ e } 6$$

Tabela A-3 Coeficientes das expressões ajustadas para os coeficientes  $M$ .

	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>	<b>C6</b>
<b>M1</b>	0	5,28E-09	-2,11E-09	-6,74E-05	4,84E-02	-9,09E-01
<b>M2</b>	0	-2,82E-08	1,01E-05	-1,10E-03	3,29E-02	8,14E-01
<b>M3</b>	0	2,08E-08	-7,32E-06	1,04E-03	-7,03E-02	1,16E-01
<b>M4</b>	-1,24E-09	5,09E-07	-7,82E-05	8,30E-03	-6,60E-01	3,20E+01
<b>M5</b>	3,51E-09	-1,43E-06	2,17E-04	-2,24E-02	1,75E+00	-8,24E+01
<b>M6</b>	-2,48E-09	1,00E-06	-1,51E-04	1,51E-02	-1,16E+00	5,41E+01