

**DIMENSIONAMENTO DE COLUNAS EM PERFIS *U* PULTRUDADOS
REFORÇADOS COM FIBRA DE VIDRO SOB FALHA GLOBAL**

Mariana Henrique Brand

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-graduação em
Engenharia Civil, COPPE, da
Universidade Federal do Rio de Janeiro,
como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em
Engenharia Civil.

Orientadores: Alexandre Landesmann

André Rafael Dias Martins

Rio de Janeiro
Abril de 2022

DIMENSIONAMENTO DE COLUNAS EM PERFIS *U* PULTRUDADOS
REFORÇADOS COM FIBRA DE VIDRO SOB FALHA GLOBAL

Mariana Henrique Brand

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Orientadores: Alexandre Landesmann

André Rafael Dias Martins

Aprovada por: Prof. Alexandre Landesmann

Prof. André Rafael Dias Martins

Prof. Cilmar Donizeti Basagli

Prof. Daniel Carlos Taissum Cardoso

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 2022

Brand, Mariana Henrique

Dimensionamento de colunas em perfis *U* pultrudados reforçados com fibra de vidro sob falha global / Mariana Henrique Brand. –Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2022.

XIX, 82 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Alexandre Landesmann

André Rafael Dias Martins

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 77-82.

1. Polímeros Reforçados com Fibra de Vidro. 2. Falha sob modo global. 3. Método da Resistência Direta. I. Landesmann, Alexandre *et al.*. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*A Deus, à minha mãe, às minhas irmãs e
à minha afilhada, por me darem força
todos os dias e por sempre acreditarem
em mim.*

AGRADECIMENTOS

À minha família, por todo incentivo e paciência, além do amor e carinho dedicados a mim. Sou extremamente grata por ter vocês na minha vida.

Aos meus amigos, tanto os que adquiri durante o mestrado, que foram essenciais para que eu chegassem até aqui, quanto os que me acompanham há mais tempo, me dando forças nos momentos difíceis e comemorando junto as vitórias. Minha trajetória é mais feliz por poder contar com vocês.

Aos orientadores Alexandre Landesmann e André Martins, por compartilharem o conhecimento que possuem e dedicarem atenção, motivação e paciência a mim.

Aos professores do Programa de Engenharia Civil (PEC) da COPPE/UFRJ por todo aprendizado proporcionado.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pela concessão de bolsa de apoio financeiro para fomento da pesquisa.

À Universidade Federal do Rio de Janeiro por me dar acesso a um ensino público de qualidade.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

**DIMENSIONAMENTO DE COLUNAS EM PERFIS *U* PULTRUDADOS
REFORÇADOS COM FIBRA DE VIDRO SOB FALHA GLOBAL**

Mariana Henrique Brand

Abril/2022

Orientadores: Alexandre Landesmann

André Rafael Dias Martins

Programa: Engenharia Civil

As diversas vantagens dos polímeros reforçados com fibras de vidro (PRFV), citando-se eficiência estrutural, durabilidade em ambientes agressivos, diversidade de seções transversais, leveza, alta resistência, fácil e rápida instalação, entre outros, têm estimulado o emprego deste sistema construtivo em distintos setores da construção civil. Neste contexto, o presente trabalho apresenta, através de um estudo numérico-computacional, a proposição de uma metodologia racional/direta para o dimensionamento de colunas engastadas constituídas de perfis *U* formados a partir de PRFV sob modo de falha global por flexão ou flexo-torção. A primeira etapa consiste na cuidadosa seleção de colunas (geometria e comprimentos) a serem avaliadas, utilizando o programa GBTul (segundo a Teoria Generalizada de Vigas). Em seguida, aplica-se o MEF (Método de Elementos Finitos) via código computacional/comercial ANSYS para análise não-linear física e geométrica, com emprego de elementos de casca, para simulação do comportamento estrutural de flambagem, incluindo pós-flambagem de determinação da resistência. Fica evidente a diferença de comportamento entre perfis com flambagem por flexão e por flexo-torção após a flambagem. Os resultados obtidos, nomeadamente trajetórias de equilíbrio, modos de flambagem e a resistência definida por um critério de colapso, são empregados na avaliação para modificações nas atuais curvas de resistência do Método da Resistência Direta, atualmente exclusivas para elementos metálicos de parede fina.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**DESIGN OF COLUMNS IN PULTRUDATED *U* PROFILES REINFORCED WITH
FIBERGLASS UNDER GLOBAL FAILURE**

Mariana Henrique Brand

April/2022

Advisors: Alexandre Landesmann
André Rafael Dias Martins

Department: Civil Engineering

The several advantages of glass fiber reinforced polymers (GFRP), in regards to structural efficiency, durability in aggressive environments, diversity of cross-sections, lightness, high strength, easy and quick installation, among others, have stimulated the use of this constructive system in different sectors of civil construction. In this context, the current work presents, through a numerical-computational study, the proposition of a rational/direct methodology for the design of fixed-ended columns consisting of *U* profiles formed from GFRP under global failure mode by flexural-torsional or flexural. The first step consists of the careful selection of columns (geometry and lengths) to be evaluated, using the GBTul program (according to the Generalized Beam Theory). After that, the FEM (Finite Element Method) is applied via ANSYS computational/commercial code for non-linear physical and geometric analysis, using shell finite elements, to simulate the structural behavior of buckling, post-buckling and ultimate strength. The difference in behavior between profiles with flexural buckling and flexural-torsional profiles after buckling is evident. The results obtained, namely equilibrium trajectories, buckling modes and the resistance defined by a collapse criterion, are used to evaluate modifications in the current resistance curves of the Direct Strength Method, currently exclusive to thin-walled metallic elements.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1	Introdução aos materiais compósitos	8
2.1.1	Fase de reforço – fibras	11
2.1.2	Fase contínua - matriz.....	12
2.2	Processo de fabricação de materiais compósitos.....	15
2.3	Flambagem de colunas esbeltas PRFV	19
2.3.1	Modo Local de Flambagem.....	19
2.3.2	Modo Global de Flambagem	20
2.3.3	Modo Distorcional de Flambagem	21
2.3.4	Avaliação do comportamento de flambagem via GBTul	21
2.4	Características mecânicas de uma lâmina ortotrópica.....	24
2.5	Critérios de falha	25
2.5.1	Critério da tensão máxima.....	26
2.5.2	Critério da deformação máxima	27
2.5.3	Critério de <i>Tsai-Hill</i>	28
2.5.4	Critério de <i>Hoffman</i>	29
2.5.5	Critério de <i>Tsai-Wu</i>	30
2.6	Método da Resistência Direta.....	31
2.7	Estado da arte de colunas PRFV	33
2.7.1	SILVESTRE & CAMOTIM (2003).....	34
2.7.2	TURVEY & ZHANG (2006)	35
2.7.3	TEIXEIRA (2010)	37
2.7.4	CARDOSO (2014)	37
2.7.5	GRAÇA (2016)	40
2.7.6	TOGASHI (2017).....	41
2.7.7	CINTRA (2017).....	42
2.7.8	ZHAN & WU (2018).....	44
3	ANÁLISE DE FLAMBAGEM	46
3.1	Seleção das colunas via GBTul	46
3.2	Análise da participação modal	50
3.3	Curvas de estabilidade.....	55

4	MODELO NUMÉRICO E ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM	59
4.1	Análise usando MEF	59
4.2	Comparativo com os resultados obtidos por CINTRA <i>et al.</i> (2019).....	61
4.3	Comportamento de pós-flambagem elástica	63
5	FALHA INICIAL E DIMENSIONAMENTO VIA MRD.....	67
5.1	Falha Inicial – Critério de <i>Tsai-Wu</i>	67
5.2	Dimensionamento via MRD.....	69
5.3	Proposta de dimensionamento.....	72
6	CONCLUSÕES.....	75
6.1	Sugestão para pesquisas futuras	76
	REFERÊNCIAS	77

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Comparativo entre os perfis PRFV e os materiais convencionais da construção civil	2
Figura 1.2: (a) Passarela Aberfeldy, Escócia/Reino Unido (1992) e (b) Ponte em Kolding, Dinamarca (1997)	2
Figura 1.3: Ponte Pontresina, Suíça (1997)	3
Figura 1.4: Torre construída em perfis pultrudados PRFV.	3
Figura 1.5: Fachada do Hotel Fasano Ipanema em perfis pultrudados PRFV.	4
Figura 2.1: Fases de material compósito.	9
Figura 2.2: Esquematização de materiais compósitos PRFs.	10
Figura 2.3: Classificação de materiais compósitos.....	11
Figura 2.4: Etapas do processo de pultrusão.	16
Figura 2.5: Rolos e mantas de fibra de vidro no início do processo de pultrusão.....	17
Figura 2.6: Véu de fibra de vidro.	17
Figura 2.7: Sequência de produção para um perfil pultrudado.....	18
Figura 2.8: Disposição interna dos constituintes de um perfil U pultrudado.	18
Figura 2.9: Diversidade de seções transversais produzidas pelo processo de pultrusão. 19	19
Figura 2.10: FL de perfis U submetidos à compressão axial.	20
Figura 2.11: Modos de instabilidade global para um perfil <i>U</i> sob compressão axial (a) F_M (b) F_m e (c) F_{MT}	20
Figura 2.12: FD de perfis C submetidos à compressão axial.	21
Figura 2.13: Seção U no GBTul (a) discretização e (b) configuração das deformadas. 23	23
Figura 2.14: Variação da (a) σ_b com o L e (b) participação modal no modo de flambagem da coluna com L	23
Figura 2.15: Forças fundamentais em uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais.25	25
Figura 2.16: Tensões biaxiais de carregamento uniaxial fora do eixo.	27
Figura 2.17: Variação de f_u/f_y e correspondentes previsões do MRD com (a) λ_L e $R_{DL}=0,86$; (b) λ_D e $R_{DL}=0,86$; (c) λ_L e $R_{DL}=1,07$; (d) λ_D e $R_{DL}=1,07$	33
Figura 2.18: Comparativo entre análise numérica e experimental.	37
Figura 2.19: Ensaios de compressão em tubos quadrados (a) curtos $\lambda = 0,44$ (b) intermediários $\lambda = 1,05$ e (c) longos $\lambda = 1,76$	38
Figura 2.20: Ensaios de compressão em perfis de seção transversal I (a) $b_f/d = 0,99$ e $L = 400\text{mm}$ (b) $b_f/d = 0,73$ e $L = 400\text{mm}$ e (c) $b_f/d = 0,48$ e $L = 266 \text{ mm}$	38

Figura 2.21: Força normalizada versus λ_c oriunda da pesquisa experimental de CARDOSO (2014) e de pesquisas anteriores.	39
Figura 2.22: Modelo numérico via ANSYS (2009): (a) coluna discretizada (b) condição de extremidade apoiada e (c) condição de extremidade engastada.	41
Figura 2.23: Cantoneira sob pressão axial em ensaio experimental.	42
Figura 2.24: Comparativo entre as curvas de estabilidade teóricas e os resultados experimentais (a) condição biengastada e (b) condição biapoiada.	43
Figura 2.25: Curva de resistência para os perfis ensaiados por CINTRA (2017).	44
Figura 2.26: Gráfico da esbeltez (λ_n) versus tensão crítica de compressão pela capacidade de compressão do material (σ_{LC}/F_{LC}).	45
Figura 3.1: Indicação dos limites de resistência à tração, à compressão e ao cisalhamento dos perfis PRFV selecionados.	48
Figura 3.2: Eixos locais (x, y e z) e globais (X, Y e Z) para um perfil U	49
Figura 3.3: Diagramas de participação modal GBT para as seções transversais do tipo (a) U_1 , (b) U_2 , (c) U_3 , (d) U_4 , (e) U_5 , (f) U_6	53
Figura 3.4: Diagramas de participação modal GBT para as seções transversais do tipo (a) U_7 , (b) U_8 , (c) U_9 , (d) U_{10} , (e) U_{11} , (f) U_{12}	54
Figura 3.5: Decomposição da seção transversal à meia altura nos modos de deformação predominantes (a) U_3L_1 , (b) U_8L_1	55
Figura 3.6: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para a coluna U_1 e modos de flambagem das colunas U_1L_3	55
Figura 3.7: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_2 (b) U_3 (c) U_4 (d) U_5 e modos de flambagem das colunas U_2L_3 , U_3L_1 , U_4L_4 e U_5L_2	56
Figura 3.8: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_6 (b) U_7 (c) U_8 e (d) U_9 e modos de flambagem das colunas U_6L_1 , U_7L_4 , U_8L_2 e U_9L_4	57
Figura 3.9: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_{10} (b) U_{11} e (c) U_{12} e modos de flambagem das colunas $U_{10}L_3$, $U_{11}L_1$ e $U_{12}L_2$	58
Figura 4.1: Elemento <i>Shell 181</i>	60
Figura 4.2: Modelo numérico (a) discretização da coluna em malha de 5mm x 5mm e (b) condição de contorno FF e aplicação de P	60
Figura 4.3: Modelo I_3 com $L = 300$ mm (a) coluna indeformada; (b) coluna deformada com modo de flambagem local.	62
Figura 4.4: Colunas deformadas de seção transversal I_3 executadas no ANSYS (2009) com (a) $L = 300$ mm e (b) $L = 550$ mm.	62

Figura 4.5: Gráfico f/f_{cr} versus $ \delta_H /t$ para colunas (a) U_1L_1 , U_1L_2 , U_1L_3 e U_1L_4 ; (b) U_2L_1 , U_2L_2 , U_2L_3 e U_2L_4 .	64
Figura 4.6: Gráfico f/f_{cr} versus $ \delta_H /t$ para colunas (a) U_3L_1 , U_3L_2 , U_3L_3 e U_3L_4 ; (b) U_4L_1 , U_4L_2 , U_4L_3 e U_4L_4 ; (c) U_5L_1 , U_5L_2 , U_5L_3 e U_5L_4 ; (d) U_6L_1 , U_6L_2 , U_6L_3 e U_6L_4 .	65
Figura 4.7: Gráfico f/f_{cr} versus $ \delta_\theta $ para colunas (a) U_7L_1 , U_7L_2 , U_7L_3 e U_7L_4 ; (b) U_8L_1 , U_8L_2 , U_8L_3 e U_8L_4 .	65
Figura 4.8: Gráfico f/f_{cr} versus $ \delta_\theta $ para colunas (a) U_9L_1 , U_9L_2 , U_9L_3 e U_9L_4 ; (b) $U_{10}L_1$, $U_{10}L_2$, $U_{10}L_3$ e $U_{10}L_4$; (c) $U_{11}L_1$, $U_{11}L_2$, $U_{11}L_3$ e $U_{11}L_4$; (d) $U_{12}L_1$, $U_{12}L_2$, $U_{12}L_3$ e $U_{12}L_4$.	66
Figura 5.1: (a) Curva f/f_{cr} versus I_f para a coluna U_9L_1 e (b) configuração deformada em correspondência com I_f em seis estágios.	68
Figura 5.2: Gráfico f_u/f_{nG} versus λ_G para perfis submetidos à F_m (círculos brancos) e à F_{MT} (círculos cinzas).	71
Figura 5.3: Gráfico de f_{nG} , f_u e $f_{nFT.P}$ versus λ_{FT} .	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: f_T , E_T , ρ e ε dos quatro tipos de fibra de vidro. Fonte: Adaptado de BANK (2006).....	12
Tabela 2.2: f_T , E_T , ρ e ε das quatro matrizes poliméricas termofixas. Fonte: Adaptado de BANK (2006).....	13
Tabela 2.3: Propriedades experimentais dos materiais. Fonte: Adaptado de CARDOSO (2014).....	40
Tabela 3.1: Tensões críticas obtidas por meio do GBTul em comparação com as reportadas por SILVESTRE & CAMOTIM (2003) e TURVEY & WITTRICK (1973)	47
Tabela 3.2: Constantes elásticas para compósitos de matriz epóxi e fibra de vidro, kevlar, grafite e boro. Fonte: Adaptado de JONES (1999).....	48
Tabela 3.3: Dimensões e área das seções transversais dos perfis selecionados.....	49
Tabela 3.4: Comprimento, modo crítico e tensão crítica de flambagem, modo e tensão da 1 ^a carga de bifurcações das colunas U selecionadas.....	51
Tabela 3.5: Participação modal das colunas U selecionadas.....	52
Tabela 4.1: Dimensões, área e propriedades mecânicas das seções transversais estudadas por CINTRA <i>et al.</i> (2019).....	61
Tabela 4.2: Comparativo entre as cargas críticas de CINTRA <i>et al.</i> e deste trabalho.	63
Tabela 5.1: Tensão para $I_f = 1$, tensão máxima e variação em relação a f_{cr} para perfis U utilizados.	70
Tabela 5.2: Tensão crítica de flambagem, tensão última e resistência última de flambagem global estimada via MRD para perfis U estudados.....	73
Tabela 5.3: Resistência última encontrada via MEF e resistência última de flexo-torção estimada para colunas com flambagem global por F_{MT}	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro
CRF	Compósito Reforçado com Fibra
GBT	<i>Generalized Beam Theory</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFF	Método das Faixas Finitas
MRD	Método da Resistência Direta
NBR	Norma Brasileira
PFF	Perfil Formado a Frio
PRF	Polímero Reforçado com Fibra
PRFV	Polímero Reforçado com Fibra de Vidro

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Maiúsculas

A	Área da seção transversal
C_x	Limite de resistência à compressão na direção x
C_y	Limite de resistência à compressão na direção y
C_z	Limite de resistência à compressão na direção z
C_1	Limite de resistência à compressão na direção 1
C_2	Limite de resistência à compressão na direção 2
E	Módulo de elasticidade
E_T	Módulo de elasticidade na tração
E_x	Módulo de elasticidade transversal na direção x
E_y	Módulo de elasticidade longitudinal na direção y
E_z	Módulo de elasticidade transversal na direção z
$E_{L.c}$	Módulo de elasticidade longitudinal na compressão
$E_{L.f}$	Módulo de elasticidade longitudinal na flexão
$E_{L.t}$	Módulo de elasticidade longitudinal na tração
$E_{T.c}$	Módulo de elasticidade transversal na compressão
$E_{T.f}$	Módulo de elasticidade transversal na flexão
$E_{T.t}$	Módulo de elasticidade transversal na tração
E_1	Módulo de elasticidade na direção 1
E_2	Módulo de elasticidade na direção 2
$F_{cr.G}$	Tensão crítica de flambagem global
$F_{cr.L}$	Tensão crítica de flambagem local
FD	Flambagem distorcional
FL	Flambagem local
$F_{L.c}$	Resistência ao esmagamento
F_m	Flexão no eixo de menor inércia
F_M	Flexão no eixo de maior inércia
F_{MT}	Flambagem por flexo-torção
F_u	Tensão última
G_{LT}	Módulo de cisalhamento transversal no plano longitudinal
G_{xy}	Módulo de cisalhamento transversal no plano xy
G_{yz}	Módulo de cisalhamento transversal no plano yz

G_{xz}	Módulo de cisalhamento transversal no plano xz
G_{12}	Módulo de cisalhamento nas coordenadas 1-2
I	Momento de inércia
I_f	Índice de falha
I_I	Momento de inércia principal
I_{II}	Momento de inércia secundário
I_w	Constante de empenamento
L	Comprimento
$MNDL$	Proposição de Martins et al. (2015a) para MRD na interação local-distorcional
N_d	Conjunto de modos de deformação
NDL	MRD para interação local-distorcional
N_{rov}	Número de camadas de <i>rovings</i>
P	Carga de compressão axial
P_{cr}	Carga crítica (ou carga de bifurcação)
$P_{cr.ANSYS}$	Carga crítica encontrada via ANSYS (2009) reproduzindo os resultados de CINTRA <i>et al.</i> (2019)
$P_{cr.CINTRA}$	Carga crítica oriunda do estudo de CINTRA <i>et al.</i> (2019)
$P_{cr.ET}$	Carga crítica encontrada neste trabalho via GBT reproduzindo os resultados de CINTRA <i>et al.</i> (2019)
$P_{cr.FT}$	Carga crítica de flambagem global por flexo-torção
$P_{cr.G}$	Carga crítica de flambagem global
$P_{cr.SAP}$	Carga crítica obtida via SAP 2000 oriunda do estudo de CINTRA <i>et al.</i> (2019)
P_{cy}	Carga de resistência na direção da fibra
P_e	Carga crítica de <i>Euler</i>
P_{nFT}	Resistência última de flexo-torção estimada via curva modificada do MRD proposta por DINIS <i>et al.</i> (2019)
P_{nG}	Resistência última de flambagem global estimada via MRD
P_u	Carga última
P_{ycc}	Carga de esmagamento da coluna curta
S	Limite de resistência ao cisalhamento
S_{xy}	Limite de resistência ao cisalhamento no plano xy
S_{xz}	Limite de resistência ao cisalhamento no plano xz
S_{yz}	Limite de resistência ao cisalhamento no plano yz
T	Torção
T_x	Limite de resistência a tração na direção x

T_y	Limite de resistência a tração na direção y
T_z	Limite de resistência a tração na direção z
T_1	Limite de resistência a tração na direção 1
T_2	Limite de resistência a tração na direção 2
U	Perfil U
U_e	Perfil U enrijecido
V_f	Relação do volume de fibra

Letras Romanas Minúsculas

b_f	Largura da mesa da seção transversal do perfil
b_l	Largura do enrijecedor da seção transversal do perfil U_e
b_w	Largura da alma da seção transversal do perfil
f_{b2}	Tensão da segunda carga de bifurcação
f_{cr}	Tensão crítica de flambagem
f_{crl}	Tensão crítica de flambagem para o modo local
f_{crd}	Tensão crítica de flambagem para o modo distorcional
$f_{cr.ET}$	Tensão crítica encontrada neste trabalho
$f_{cr.SC}$	Tensão crítica reportada por SILVESTRE & CAMOTIM (2003)
f_{crl}	Tensão crítica de flambagem para o modo local
$f_{cr.TW}$	Tensão crítica reportada por TURVEY & WITTRICK (1073)
f_{IF}	Tensão crítica atuante no momento em que a falha inicia
f_{max}	Tensão máxima alcançada em cada coluna
f_{nFT}	Resistência última de flexo-torção estimada via curva modificada do MRD proposta por DINIS <i>et al.</i> (2019)
$f_{nFT.cc}$	Resistência última de flexo-torção estimada via curva modificada do MRD proposta por DINIS <i>et al.</i> (2019) utilizando dados da coluna curta
$f_{nFT.P}$	Método de dimensionamento proposto para cálculo da resistência última de flexo-torção
f_{nG}	Resistência última de flambagem global estimada via MRD
$f_{nG.cc}$	Resistência última de flambagem global estimada via MRD utilizando dados da coluna curta
f_T	Resistência à tração
f_u	Resistência última
f_y	Tensão de escoamento do aço
n	Número de paredes

m	Número de nós intermediários
q	Deslocamento horizontal no centro da coluna
t	Espessura da chapa da seção transversal do perfil
$w(x)$	Deslocamento horizontal da coluna em função da distância x

Letras Gregas

α	Coeficiente proposto para obtenção de $f_{nFT.P}$
β_{FT}	Parâmetro geométrico de seção transversal que envolve os momentos de inércia principal e secundário, constante de empenamento e área
γ_{12}	Deformação de cisalhamento nas coordenadas 1-2
δ	Deslocamento transversal máximo
δ_H	Deslocamento horizontal máximo
δ_θ	Deslocamento de rotação máximo
ε	Alongamento máximo
ε_1	Deformação na direção 1
ε_2	Deformação na direção 2
ε_{C1}	Deformação máxima de compressão na direção 1
ε_{C2}	Deformação máxima de compressão na direção 2
ε_{T1}	Deformação máxima de tração na direção 1
ε_{T2}	Deformação máxima de tração na direção 2
ε_s	Deformação máxima de cisalhamento
λ	Índice de esbeltez
λ_c	Índice de esbeltez relativa da coluna
λ_d	Índice de esbeltez para flambagem distorcional
λ_{FT}	Índice de esbeltez para a flambagem global por flexo-torção
λ_G	Índice de esbeltez para a flambagem global
λ_l	Índice de esbeltez para flambagem local
λ_n	Razão de esbeltez universal
ν_{LT}	Coeficiente de Poisson no eixo longitudinal
ν_{TL}	Coeficiente de Poisson no eixo transversal
ν_{xy}	Coeficiente de Poisson do plano x-y
ν_{xz}	Coeficiente de Poisson do plano x-z
ν_{yz}	Coeficiente de Poisson do plano y-z
ν_{12}	Coeficiente de Poisson nas coordenadas 1-2
ν_{21}	Coeficiente de Poisson nas coordenadas 2-1

ρ	Densidade
σ_1	Tensão normal na direção 1
σ_2	Tensão normal na direção 2
τ_{12}	Tensão de cisalhamento nas coordenadas 1-2
τ_{23}	Tensão de cisalhamento nas coordenadas 2-3
τ_{13}	Tensão de cisalhamento nas coordenadas 1-3

1 INTRODUÇÃO

A busca por materiais que atendam de maneira satisfatória as necessidades no campo da engenharia é foco de constante pesquisa. Resistência à tração e à compressão, a ataques químicos e à corrosão, além de baixo peso específico são exemplos de propriedades vantajosas em um material. No entanto, nem sempre uma matéria-prima possui todas as especificidades necessárias para um determinado objetivo. Com isso, os elementos compósitos ganham visibilidade.

CAMPBELL (2004) define o compósito como sendo uma combinação de dois ou mais materiais que resultam em melhores propriedades do que aquelas individualmente, na qual cada componente retém separadamente suas propriedades físicas, químicas e mecânicas, obtendo um melhor comportamento estrutural para um determinado tipo de aplicação.

A utilização de compósitos poliméricos reforçados com fibra de vidro – PRFV iniciou-se por volta de 1940 na indústria aeronáutica e naval. Em 1950, o processo de fabricação chamado de pultrusão possibilitou que perfis pudessem ser fabricados de forma mais rápida e com custo mais baixo. Dessa maneira, este material se tornou uma alternativa aos materiais tradicionais da indústria da construção e apresenta como principais vantagens a alta relação entre resistência e peso próprio, a leveza, a durabilidade em ambientes agressivos, a resistência à fadiga e a diversidade de seções transversais que podem ser produzidas. A Figura 1.1 apresenta um comparativo entre os perfis PRFV e os materiais convencionais.

Inicialmente, os perfis PRFV eram utilizados apenas como elementos não-estruturais ou estruturas secundárias como painéis de fachada e escadas rolantes. No

entanto, em face de todas suas vantagens, estes perfis começaram a ser utilizados em pontes, edifícios, estruturas navais e *off-shore* (CORREIA *et al.*, 2006). Da Figura 1.2 até a Figura 1.6 são apresentados exemplos de aplicações no Brasil e no mundo.

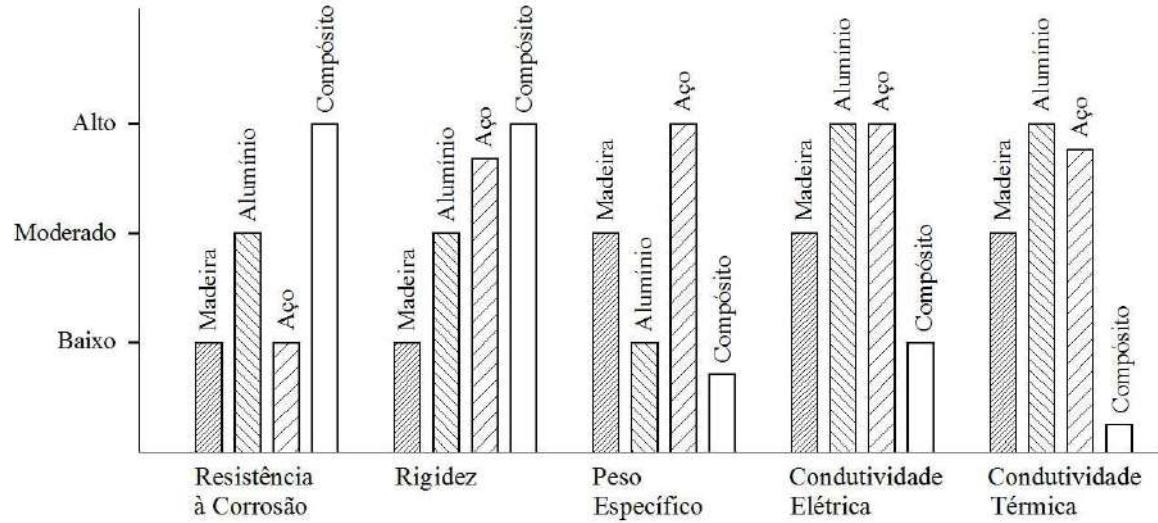


Figura 1.1: Comparativo entre os perfis PRFV e os materiais convencionais da construção civil.

Fonte: SERUTI (2013).

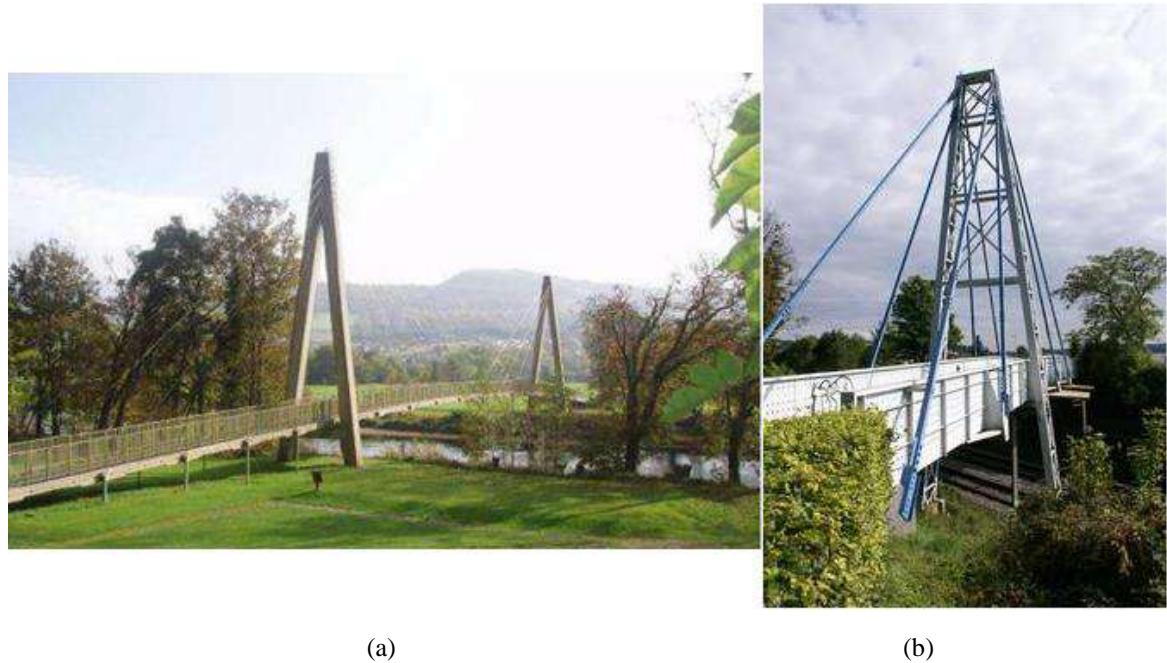


Figura 1.2: (a) Passarela Aberfeldy, Escócia/Reino Unido (1992) e (b) Ponte em Kolding, Dinamarca (1997)

Fonte: (a) SKINNER (2009), (b) <www.pwpeics.se>.



Figura 1.3: Ponte Pontresina, Suíça (1997).

Fonte: <www.cclab.epfl.ch>.



Figura 1.4: Torre construída em perfis pultrudados PRFV.

Fonte: Cogumelo S/A, 2020.



Figura 1.5: Fachada do Hotel Fasano Ipanema em perfis pultrudados PRFV.

Fonte: <<http://cogumelo.com.br/links-uteis/blog/36-arquitetura-urbanismo-e-design>>.

1.1 Motivação

Diante do exposto, os PRFV representam um material promissor que já vem sendo utilizado. Entretanto, segundo CINTRA (2017), ainda existem muitas lacunas sobre o comportamento dessas estruturas, especialmente sobre a flambagem de colunas. A alta relação entre resistência e módulo de elasticidade, além do uso de seções delgadas sob compressão, leva a importantes problemas de instabilidade que podem reduzir a capacidade de carga do membro estrutural (CARDOSO, 2014).

Os materiais ortotrópicos possuem diferentes propriedades mecânicas em cada eixo e, quando se trata de perfis reforçados com fibras, essas características se tornam suscetíveis a variação de acordo com o teor de fibras, o tipo de resina, o volume de vazios e o modo de fabricação, tornando-os mais complexos na previsão do comportamento.

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) recomenda a utilização da NBR 15708: 2014 para verificação dos perfis e conclusão se estes podem ser

considerados de uso estrutural. No entanto, esta norma é de caráter classificatório e não apresenta recomendações para o projeto de estruturas. Atualmente, os principais documentos que padronizam o uso de PRFV e permitem um projeto estrutural seguro são (CINTRA, 2017):

- *American Society of Civil Engineers (ASCE) - Structural Plastic Design Manual* (GRAY, 1984);
- *EUROCOMP Design Code and Handbook* (CLARKE, 1996);
- *Italian Guide for the Design and Construction of Structures Made of FRP Pultruded Elements* (CNR, 2008);
- *ASCE Pre-Standard for Load and Resistance Factor Design (LRFD) of Pultruded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Structures (Final)* (ASCE, 2010).

1.2 Objetivo

Em virtude dos fatos mencionados, esta dissertação tem como objetivo principal calibrar as curvas de dimensionamento de perfis PRFV de seção transversal U com extremidades engastadas sob o modo de falha global através de uma pesquisa numérico-computacional. Através dos resultados, será avaliada a utilização do Método da Resistência Direta (MRD), atualmente utilizada para perfis formados a frio (PFF), nesse tipo de material. Também serão investigadas as trajetórias de equilíbrio e a falha inicial para os perfis com flambagem por flexão e por flexo-torção.

1.3 Metodologia

Com o intuito de atingir os objetivos citados, inicia-se com etapa de seleção das dimensões das seções transversais e dos comprimentos das colunas, assegurando a ocorrência do modo de flambagem global, por flexão ou por flexo-torção. Essa escolha

criteriosa é feita a partir de análise de flambagem pelo método da “tentativa e erro” no código computacional GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab).

Logo depois, realiza-se uma análise de pós-flambagem não linear, utilizando modelos de elementos finitos de casca (*Shell 181*) no programa ANSYS (2009). Desse modo, avalia-se o comportamento elastofrágil dos elementos segundo o critério de falha de *Tsai-Wu* (TSAI-WU, 1971). Os resultados obtidos de resistência última são comparados com as estimativas do MRD e propõem-se alterações para que as curvas atuais possam ser ajustadas de modo satisfatório para colunas PRFV.

1.4 Organização da Pesquisa

Este trabalho é organizado da seguinte forma:

- Capítulo 2: apresenta a revisão da literatura, explicando os principais conceitos, como por exemplo, a composição do material, o processo de fabricação e a estabilidade estrutural. As principais pesquisas anteriores relacionadas ao tema encerram o capítulo;
- Capítulo 3: descreve o processo de seleção das colunas e a modelagem dos perfis no GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab);
- Capítulo 4: exibe as características do modelo numérico via ANSYS (2009) e análise de pós-flambagem, com especial atenção à distinção entre as trajetórias dos perfis sujeitos à flexo-torção e à flexão;
- Capítulo 5: mostra como o conceito de falha inicial foi utilizado empregando o critério de *Tsai-Wu* (TSAI-WU, 1971), analisa a utilização do dimensionamento via MRD para os perfis estudados nessa dissertação e propõe adaptações para melhor correlação entre os resultados;

- Capítulo 6: externa as principais conclusões obtidas neste trabalho e propõe temas futuros a serem estudados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo, a definição de material compósito será apresentada, com ênfase nos polímeros reforçados com fibra de vidro (PRFV) destacando suas vantagens e desvantagens. Também serão expostos os processos de fabricação, em especial a pultrusão. Os conceitos de estabilidade estrutural e os principais trabalhos anteriores encerram o capítulo.

2.1 Introdução aos materiais compósitos

De acordo com JONES (1999) um material compósito pode ser definido como uma combinação de duas ou mais fases em escala macroscópica, cujo desempenho mecânico e as propriedades são projetados para serem superiores àquelas dos materiais constituintes atuando independentemente e, muitas vezes, apresentam qualidades que nenhum dos constituintes possui.

MITCHELL (2004) divide o material compósito em três fases distintas: (i) o reforço, é a fase mais resistente e geralmente apresenta-se de maneira descontínua; (ii) a matriz, é uma fase contínua, e é considerada a mais fraca; (iii) e uma fase adicional, que existe devido a interações químicas ou outros efeitos de processamento, chamada de interfase, localizada entre o reforço e a matriz. A Figura 2.1 ilustra as fases de um material compósito.

DANIEL & ISHAI (2006) afirmam que as propriedades de um material compósito dependem das propriedades dos constituintes, sua geometria e a distribuição das fases. A distribuição do reforço determina a homogeneidade do material, ou seja, quanto menos uniforme for a distribuição do reforço, mais heterogêneo é o material e desta forma, maior a dispersão das propriedades e também a probabilidade de falhas nas

áreas mais fracas. Os mesmos autores ainda explicam que o formato e a orientação do reforço afetam a anisotropia do sistema.

Cada fase de um compósito exerce uma função que depende do tipo e aplicação. Para compósitos estruturais de alto desempenho, o reforço normalmente ocorre na forma de fibra contínua, que é o fator que determina sua rigidez e resistência na direção da fibra. Para demais aplicações, o reforço também pode se apresentar na forma de fibras ou partículas curtas, fornecendo um grau de enrijecimento, porém de forma limitada. A matriz fornece proteção e apoio para as fibras, além de transferir a tensão de uma fibra para outra. A interfase, embora pequena em dimensão, pode desempenhar um papel importante no controle dos mecanismos de falha, tenacidade à fratura e no comportamento geral de tensão-deformação do material (DANIEL & ISHAI, 2006).

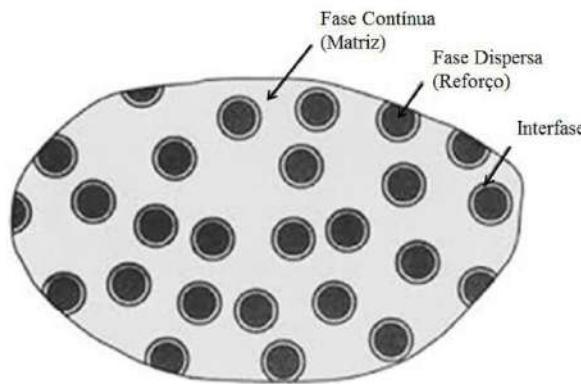


Figura 2.1: Fases de material compósito.

Fonte: Adaptado de DANIEL & ISHAI (2006).

Segundo MITCHELL (2004), um compósito pode ser classificado de diversas maneiras baseadas em: (i) combinações de materiais, como compósitos com matriz de metal ou reforçados com fibra de vidro; (ii) características da forma maciça, como compósitos laminares ou compósitos matriciais; (iii) distribuição de constituintes, como contínuos ou descontínuos; ou (iv) função, como compósitos estruturais ou elétricos.

Quanto à classificação dos compósitos reforçados com fibras, MITCHELL (2004) diz que a maioria destes são nomeados de acordo com o tipo de matriz, podendo ser compósitos de matriz cerâmica, compósitos de matriz metálica ou compósitos de matriz polimérica. De acordo com SERUTI (2013), estes últimos são os mais utilizados devidos as suas propriedades a temperatura ambiente, sua facilidade de fabricação e seu custo. A Figura 2.2 apresenta a formação dos compósitos de matriz polimérica.

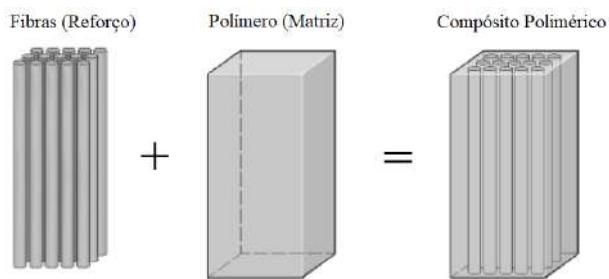


Figura 2.2: Esquematização de materiais compósitos PRFs.

Fonte: Adaptado de ISIS (2006).

Segundo o tipo, geometria e orientação das fibras de reforço, DANIEL & ISHAI (2006) agrupam os materiais compósitos em três grandes grupos: os particulados, os com fibras descontínuas e os com fibras contínuas, como é apresentado na Figura 2.3.

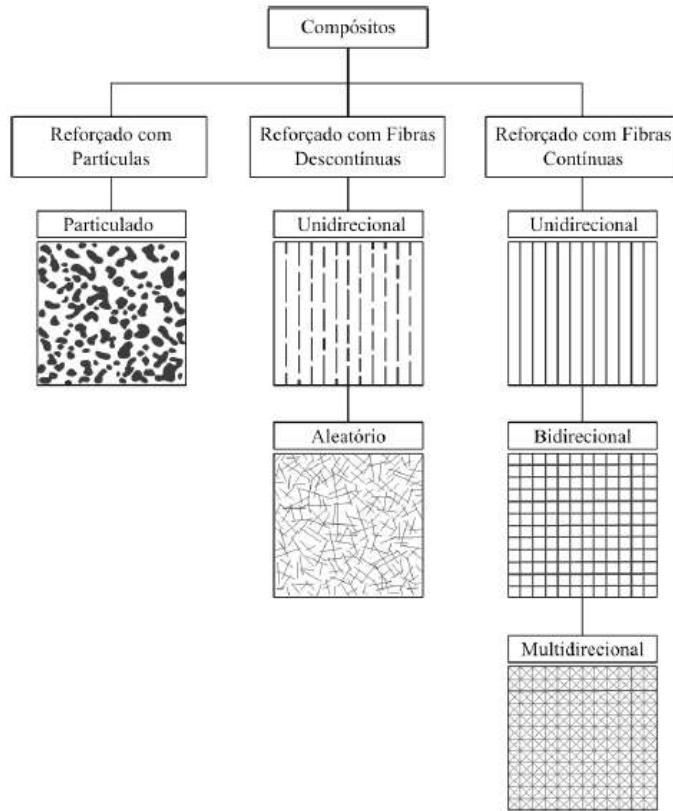


Figura 2.3: Classificação de materiais compósitos.

Fonte: Adaptado de DANIEL & ISHAI (2006).

2.1.1 Fase de reforço – fibras

As fibras são o tipo mais comum de reforço, devido ao fato de terem um diâmetro reduzido e elevada resistência à tração. Elas podem ser constituídas de vidro, carbono, aramida, grafite ou outros materiais. Quanto mais fina a fibra, maior a relação entre perímetro e área e, portanto, maior a eficiência na transferência de forças entre matriz e reforço.

CAMPBELL (2010) afirma que uma fibra de diâmetro pequeno é mais resistente à tração do que o material bruto e ainda que, a probabilidade de uma falha superficial crítica que conduza a fratura diminui com a redução do diâmetro e o aumento do volume de fibras. Segundo JONES (1999), em aplicações estruturais, a geometria e a composição física são cruciais para a avaliação da resistência.

A fibra de vidro é a categoria de reforço mais popular, devido à sua excelente combinação de propriedades mecânicas e dielétricas, estabilidade térmica e custo relativamente baixo. Por essa razão, existem vários tipos de fibra de vidro, projetados para diversas aplicações (MITCHELL, 2004).

De acordo com BANK(2006), os tipos de fibra de vidro são identificados por uma letra inicial que representa sua principal característica. Os principais são: (i) *E-glass (electricalglass)* – possui alta resistividade elétrica e é usada para produzir a grande maioria dos compósitos reforçados de fibra de vidro; (ii) *A-glass (windowglass)* - usada em aplicações onde se exige boa resistência química; (iii) *C-glass (corrosionglass)* ou *AR-glass (alkali-resistantglass)* – resistente a corrosão e a alcalinidade; (iv) *S-glass (structural ou high-strengthglass)* – usada em situações que se exige alto desempenho, como nas indústrias aeroespaciais, possui elevado módulo de elasticidade e resistência mecânica, porém seu custo é alto. A Tabela 2.1 apresenta quatro propriedades das fibras de vidro – resistência à tração (f_T), módulo de elasticidade na tração (E_T), densidade (ρ) e alongamento máximo (ε).

Tabela 2.1: f_T , E_T , ρ e ε dos quatro tipos de fibra de vidro. Fonte: Adaptado de BANK (2006).

Propriedade	Fibras de Vidro			
	<i>E-Glass</i>	<i>A-Glass</i>	<i>C-Glass</i>	<i>S-Glass</i>
f_T (MPa)	3400	2760	2350	4600
E_T (GPa)	72,5	73	74	88
ρ (g/cm ³)	2,57	2,46	2,46	2,47
ε (%)	2,5	2,5	2,5	3,0

2.1.2 Fase contínua - matriz

Segundo MITCHELL (2004), a matriz tem duas funções principais: manter a fibra no lugar e distribuir a tensão. Na maior parte dos casos, para um compósito de fibra, o material da matriz tem um alongamento na ruptura maior que a fibra. O autor

também expõe a função secundária da matriz, que é a de proteger a superfície do reforço contra abrasão e arranhões, o que pode ser prejudicial às suas propriedades mecânicas. E também protege o componente de reforço contra oxidação e corrosão.

Normalmente, a matriz possui densidade, rigidez e resistência mais baixas do que as fibras. No entanto, a combinação pode resultar em resistência e rigidez muito altas, porém ainda com baixa densidade. Os materiais que constituem a matriz podem ser: polímeros, metais, cerâmicas ou carbono. O seu custo aumenta nesta ordem, assim como a resistência à temperatura (JONES, 1999).

As matrizes poliméricas podem ser divididas em termofixas (termorrígidas) ou termoplásticas. DANIEL & ISHAI (2006) afirmam que os polímeros termofixos são os mais predominantes e que este tipo de resina não derrete com o aquecimento, mas se decompõe termicamente a altas temperaturas. Os termofixos mais comumente utilizados são os poliésteres não saturados, epóxides, poliamida e éster vinílica. Este tipo de matriz é geralmente mais rígida e mais resistente que as termoplásticas e tem melhor estabilidade dimensional (CALLISTER, 2007). A Tabela 2.2 apresenta algumas propriedades de matrizes poliméricas termofixas.

Tabela 2.2: f_T , E_T , ρ e ε das quatro matrizes poliméricas termofixas. Fonte: Adaptado de BANK (2006).

Propriedade	Resina			
	Poliéster Isoftálica	Epóxi	Éster Vinílica	Fenólica
f_T (MPa)	65	90	82	40
E_T (GPa)	4,0	3,0	3,5	2,5
ρ (g/cm ³)	1,2	1,2	1,12	1,24
ε (%)	2,5	8,0	6,0	1,8

Os poliésteres são usados em grande quantidade com reforço de fibra de vidro para sistemas de cura rápida e de temperatura ambiente em diversos produtos comerciais como automotivos, barcos, navios, componentes estruturais e tanques de

armazenamento. Compósitos com matriz de poliéster têm boas propriedades mecânicas, porém são sensíveis a temperaturas elevadas.

Os epóxis de baixa temperatura de cura são utilizados em componentes expostos a variações de temperatura baixas ou moderadas, como por exemplo artigos esportivos. Já os curados a uma temperatura mais alta são usados em componentes de alto desempenho expostos a variações de alta temperatura e umidade, como estruturas de aeronaves (DANIEL & ISHAI, 2006).

Os éstervinílicos possuem relação com os poliésteres e com os epóxis, combinam algumas das propriedades desejáveis de cura rápida e simples com boas propriedades mecânicas e térmicas. Os compósitos de matriz de éstervinílica são indicados para aplicações em ambientes corrosivos industriais e marítimos.

Os fenólicos, que foram originalmente utilizados principalmente com reforço de fibra curta, estão sendo usados em aplicações de alto desempenho com reforço contínuo devido à melhor processabilidade. Costumam ser reforçados com fibras de vidro e seus compósitos são mais resistentes ao calor e ao fogo (DANIEL & ISHAI, 2006).

Tratando-se dos polímeros termoplásticos, CALLISTER (2007) afirma que estes amolecem quando aquecidos (e eventualmente se liquefazem) e endurecem quando resfriados - processos que são totalmente reversíveis e podem ser repetidos. Esses materiais são normalmente fabricados pela aplicação simultânea de calor e pressão.

Entre os termoplásticos utilizados como matrizes para compósitos estão o polipropileno, sulfeto de polifenileno e poliamidas termoplásticas. Estes são muito compatíveis com os métodos de fabricação de moldagem a quente e moldagem por injeção. Em comparação com epóxis e poliamidas termofixas, os termoplásticos podem

ser processados mais rapidamente e têm uma transição vítreia mais alta, além de maiores temperaturas de uso. Eles também exibem maior tenacidade à fratura e são menos sensíveis a absorção de umidade.

O polipropileno é geralmente reforçado com fibras de vidro para produção em aplicações automotivas e estruturais. O sulfeto de polifenileno é resistente a produtos químicos e ao fogo, é reforçado com fibras de vidro ou carbono e usado em aplicações de alto desempenho. As poliamidas termoplásticas têm a mais alta resistência a temperatura e ao ambiente entre os termoplásticos citados. Elas têm boas propriedades mecânicas, porém possuem custo elevado (DANIEL & ISHAI, 2006).

2.2 Processo de fabricação de materiais compósitos

MITCHELL (2004) afirma que existem três métodos comuns para formar compósitos de matriz polimérica reforçados com fibra de vidro: pultrusão, moldagem por transferência de resina e enrolamento de filamentos. A pultrusão é definida pela ABNT NBR 15.708-1:2014 como o “processo de fabricação contínuo de perfis reforçados, em resina termofixa, com grande resistência unidirecional e obtidos por tração, através de uma matriz aquecida, de fios de base contínua, impregnados de resina”. A palavra tem origem nos termos *pulling* e *extrusion* e reflete um processo que envolve a tração de fibras de reforço contínuo através de um polímero fundido, por dentro de um molde, atravessando uma câmara de cura. A Figura 2.4 ilustra o processo.

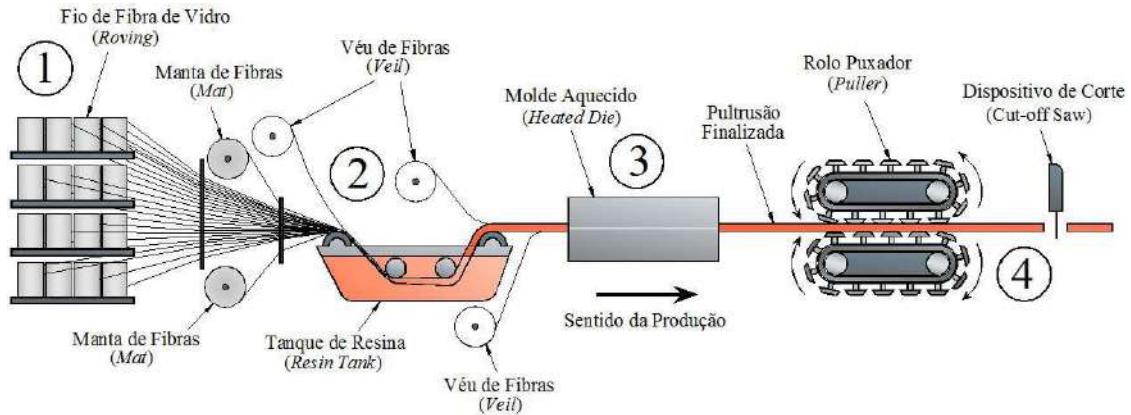


Figura 2.4: Etapas do processo de pultrusão.

Fonte: SERUTI (2013).

SERUTI (2013) descreve em etapas o processo de pultrusão:

- Etapa 1: Dezenas de rolos de fibra de vidro chamados de *rovings* fornecem os fios necessários como reforço ao compósito. Mantas de fibra (*mat's*) também são posicionadas convenientemente. Os fios e as mantas são puxados através das guias que os alinham diretamente para o tanque de resina (Figura 2.5);
- Etapa 2: Os fios e as mantas são banhados no tanque contendo resina, pigmentos e catalisadores (*Resin Tank*). Depois passam por um dispositivo onde são retirados os excessos e adicionados os véus de vidro (Figura 2.6);
- Etapa 3: A mistura de fibras com resina, agora em forma de uma folha plana, passa por um molde aquecido (*Heated Die*) onde cura e toma a forma definitiva;
- Etapa 4: Por fim, o perfil pultrudado continua sendo puxado por rolos (*Pullers*) para ser cortado num dispositivo (*Cut-off Saw*) no tamanho desejado.



Figura 2.5: Rolos e mantas de fibra de vidro no início do processo de pultrusão.

Fonte: (<www.cmc.ind.br/?link=ver_produto&cd_categoria=29&cd_produto=85>).

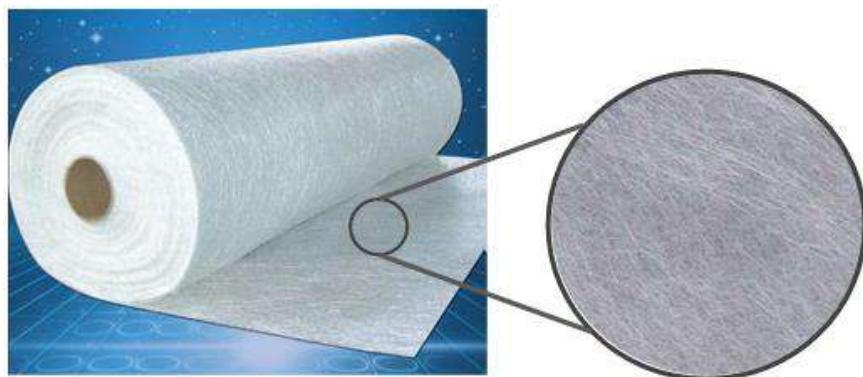


Figura 2.6: Véu de fibra de vidro.

Fonte: Adaptado de (<http://www.tootoo.com/buy-fiberglass_tissue/>).

A Figura 2.7 apresenta todo o processo de fabricação de um perfil pultrudado e a Figura 2.8 esquematiza a seção transversal explorando a composição interna.

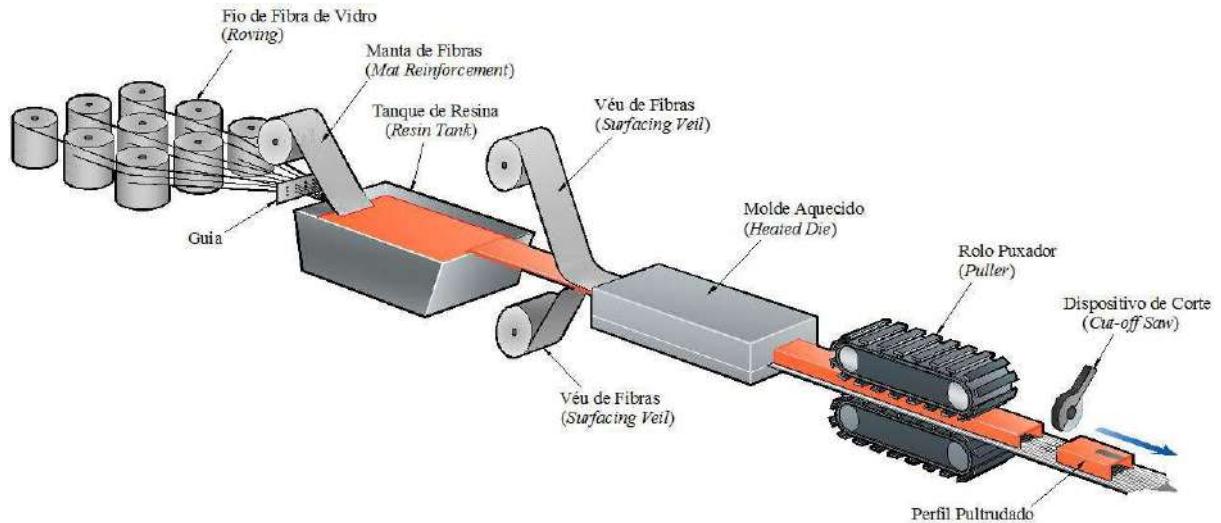


Figura 2.7: Sequência de produção para um perfil pultrudado.

Fonte: SERUTI (2013).

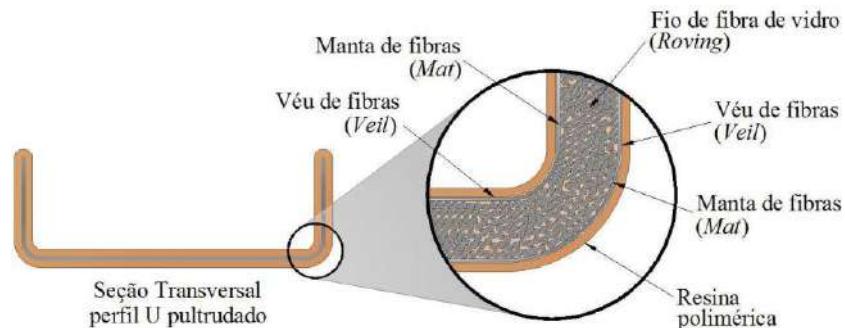


Figura 2.8: Disposição interna dos constituintes de um perfil U pultrudado.

Fonte: SERUTI (2013).

A pultrusão tem entre as suas vantagens, o fato de permitir flexibilidade nas formas, espessuras e comprimento, porém a seção transversal necessita ser a mesma em toda extensão (BANK, 2006). A Figura 2.9 exibe alguns perfis fabricados por este processo.

DRARAN (1978) cita os principais defeitos que levam à falha nos PRF, que são: o rompimento ou mau alinhamento de fibras, os vazios e as zonas ricas em resinas, além do descolamento na interfase. O autor também afirma que o processo de falha pode ser caracterizado por situações como microfissura da matriz, ruptura da fibra, descolamento e delaminação.

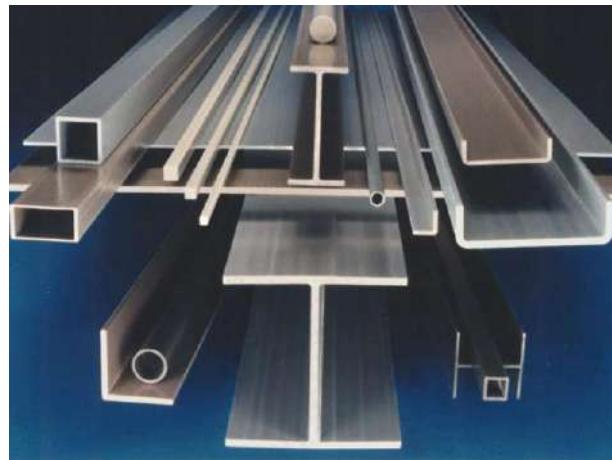


Figura 2.9: Diversidade de seções transversais produzidas pelo processo de pultrusão.

Fonte: (<www.chemicals.indiabizclub.com>. Acesso em: 12 mar. 2012).

Para NAGAHAMA (2003), aditivos podem ser adicionados à matriz polimérica com diferentes finalidades, como: aumentar o módulo de deformação, reduzir a retração ou controlar a viscosidade. Eles podem ser corantes, retardadores de chama, absorvedores de ultravioleta, entre outros.

2.3 Flambagem de colunas esbeltas PRFV

A flambagem é um fenômeno que elementos estruturais compridos e esbeltos podem estar sujeitos quando cargas de compressão axial são impostas. Com frequência, a flambagem de uma coluna pode resultar em uma falha repentina de uma estrutura ou mecanismo (HIBBELER, 2010). Esta mudança na configuração pode ser classificada como flambagem local, distorcional ou global.

2.3.1 Modo Local de Flambagem

O modo local de flambagem (FL) é caracterizado pela flexão das chapas constituintes do perfil, sem haver, no entanto, deslocamento das arestas. REIS E CAMOTIM (2001) afirmam que a ocorrência da FL acarreta a redução da rigidez à flambagem global da seção à flexão, dando origem a um processo de falha do elemento. A Figura 2.10 demonstra a ocorrência do modo de deformação local.



Figura 2.10: FL de perfis U submetidos à compressão axial.

2.3.2 Modo Global de Flambagem

A flambagem global envolve a conservação da forma da seção transversal, com movimento de torção (T) ou translação do corpo rígido no eixo de maior (F_M) ou menor inércia (F_m). Esta forma de instabilidade também pode surgir da combinação entre a flexão no eixo de maior inércia e a torção, chamada de flexo-torção (F_{MT}).

O tipo de flambagem global em colunas está diretamente relacionada com a forma da seção. Quando há dupla simetria pode ocorrer F_M , F_m ou T . Em seções com apenas um eixo de simetria ocorre flexão ou flexo-torção. E quando não há simetria, o processo envolverá, simultaneamente, F_M , F_m e T . O caso de seções em U , tópico desta dissertação, corresponde ao caso com um eixo de simetria, ou seja, $P_{cr} = \min (F_m, F_{MT})$. A Figura 2.11(a)-(c) ilustra os modos de instabilidade associados à flambagem global, na ocorrência de compressão axial em um perfil.

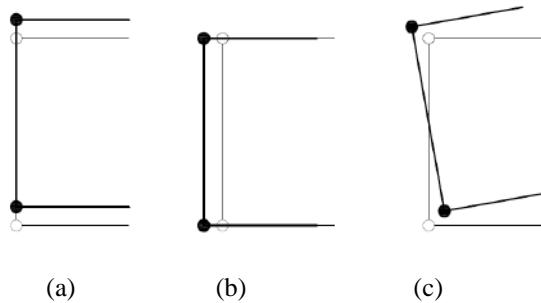


Figura 2.11: Modos de instabilidade global para um perfil U sob compressão axial (a) F_M (b) F_m e (c) F_{MT} .

2.3.3 Modo Distorcional de Flambagem

A flambagem distorcional (FD) é constatada pela flexão das placas que constituem o perfil, porém, diferentemente do que ocorre no modo local, as arestas não conservam sua posição inicial, apresentando abertura ou fechamento das mesas. A Figura 2.12 apresenta a FD.

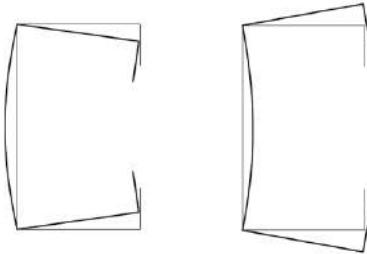


Figura 2.12: FD de perfis C submetidos à compressão axial.

2.3.4 Avaliação do comportamento de flambagem via GBTul

O GBTul é um programa de computador de fácil utilização, desenvolvido por BEBIANO *et al.* (2010ab) e baseado no GBT (*Teoria Generalizada de Vigas*), que é uma teoria de barra unidimensional que discretiza a configuração deformada do membro como uma combinação linear de modos de deformação de seção transversal multiplicada por suas funções de amplitude, variando ao longo do comprimento da barra.

O GBT foi desenvolvido por SCHARDT (1966, 1989) e mostrou ser uma ferramenta analítica eficiente para analisar o comportamento de flambagem de PFF. No entanto, as publicações originárias de SCHARDT (1966) estavam disponíveis apenas em alemão, e desta forma, seu trabalho praticamente não teve impacto sobre os pesquisadores que não falavam alemão até o início dos anos 90. Esta situação foi modificada, graças ao papel fundamental desempenhado por DAVIES (1998), que conheceu o GBT em meados dos anos 80 e disseminou-o entre a comunidade técnica e científica de língua inglesa (CAMOTIM *et al.*, 2015).

A teoria desenvolvida por SCHARDT (1966, 1989), fornece uma abordagem geral e unificada para obter soluções precisas e esclarecedoras para uma ampla gama de problemas estruturais. Ao decompor o modo de flambagem do perfil em uma combinação linear dos modos de deformação de seção transversal fundamental e determinar o grau de participação de cada um deles, o GBT oferece possibilidades não disponíveis, mesmo através do uso de técnicas numéricas poderosas, como o MEF (Método dos Elementos Finitos) ou MFF (Método de Faixas Finitas) (SILVESTRE & CAMOTIM, 2003).

Entretanto, sendo o aço um material isotrópico, era imprescindível estender o GBT e torná-lo aplicável a membros ortotrópicos, ou seja, PRF, tarefa recentemente realizada por SILVESTRE & CAMOTIM (2003). Estes autores, afirmam que os PRF pultrudados geralmente exibem o tipo mais simples de comportamento do material ortotrópico, muitas vezes designado como ortotropia especial e caracterizado pelo fato de que as direções principais do material estão alinhadas com os eixos do membro.

BEBIANO *et al.* (2018) ressaltam que as análises estruturais baseadas no GBT, seja de flambagem ou vibração, seguem um procedimento geral de quatro etapas principais: (i) análise da seção transversal, (ii) seleção do(s) modo(s) de deformação, (iii) análise do membro e (iv) solução.

A análise utilizando o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) produz um conjunto de modos de deformação N_d que representam os possíveis padrões de deformação da seção transversal (BEBIANO *et al.*, 2010a). A Figura 2.13(a) indica os nós naturais e intermediários como pontos azuis e vermelhos, respectivamente. Já a Figura 2.13(b) exibe os oito primeiros modos de deformação para uma coluna U : os quatro primeiros são os modos globais de corpo rígido - extensão axial (modo 1), flexão para a maior e menor inércia (modos 2 e 3) e de torção (modo 4); e os demais são modos locais.

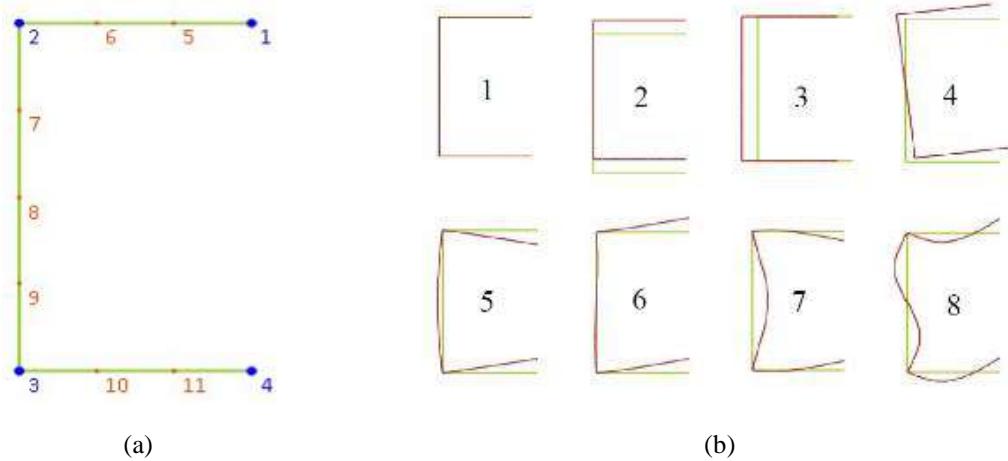


Figura 2.13: Seção U no GBTul (a) discretização e (b) configuração das deformadas.

A Figura 2.14 apresenta um exemplo de resultados obtidos no programa, por meio de uma curva de assinatura, para uma coluna de seção transversal U_e . Na Figura 2.14(a) pode ser observada a variação dos valores de tensão de bifurcação *versus* o comprimento do perfil L em escala logarítmica, considerando (i) cada modo individualmente (curvas superiores, mais leves e numeradas) e (ii) acoplamento entre todos os modos (curva mais escura inferior), e a Figura 2.14(b) permite quantificar o grau de participação de cada modo individual no modo de flambagem de coluna.

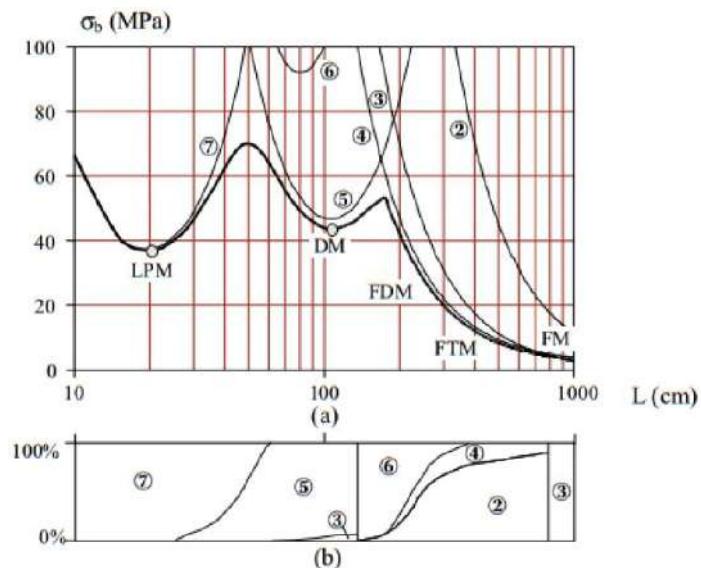


Figura 2.14: Variação da (a) σ_b com o L e (b) participação modal no modo de flambagem da coluna com L .

Fonte: Adaptado de SILVESTRE *et al.*(2001).

2.4 Características mecânicas de uma lâmina ortotrópica

Conforme JONES (1999) apresenta, uma lâmina é um arranjo plano ou curvo de fibras unidirecionais ou em forma de tecido em uma matriz de suporte. Ela representa um componente de construção em um compósito reforçado com fibras e o conhecimento de seu comportamento mecânico é essencial para o entendimento de estruturas deste tipo.

As tensões e deformações principais são os maiores valores independentemente da direção ou orientação destas. Em materiais isotrópicos, a direção da tensão ou da deformação não tem significância. Já em elementos que apresentam ortotropia, os eixos da tensão principal não coincidem com os eixos da deformação principal e, além disso, como a resistência é menor em uma direção do que em outra, a maior tensão pode não ser a tensão que rege um projeto. Em outras palavras, a resistência é uma função da orientação das tensões em relação às coordenadas do material de uma lâmina ortotrópica, em contraste com materiais isotrópicos em que a resistência é independente da orientação do elemento no que concerne às tensões impostas.

As informações básicas para o estudo da resistência de uma lâmina ortotrópica são as tensões ou resistências admissíveis nas principais direções do material. Em uma lâmina reforçada em seu próprio plano, existem três forças fundamentais (caso as forças de tração e compressão sejam iguais), que são apresentadas na Figura 2.15, sendo X a força axial ou longitudinal (na direção 1), Y a força transversal (na direção 2) e S a força de cisalhamento (na coordenada 1-2).

Contudo, os materiais compósitos, em sua maioria, possuem diferentes propriedades à tração e à compressão e, por isso, para o carregamento no plano, uma lâmina pode ser caracterizada por cinco parâmetros de resistência (DANIEL & ISHAI, 2006): (i) força axial ou longitudinal na tração - T_x ; (ii) força axial ou longitudinal na

compressão - C_x ; (iii) força transversal na tração - T_y ; (iv) força transversal na compressão - C_y e; (v) força de cisalhamento - S .

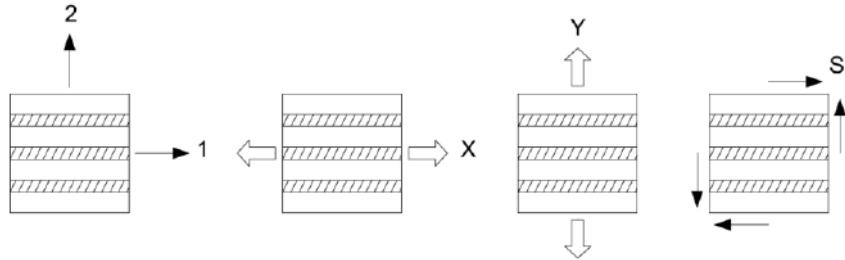


Figura 2.15: Forças fundamentais em uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais.

Fonte: Adaptado de JONES (1999).

DANIEL & ISHAI (2006) afirmam que, dado um estado de tensão, as tensões principais serão obtidas por meio de transformações independentes das propriedades dos material. As deformações principais e suas direções são obtidas usando relações anisotrópicas tensão-deformação apropriadas. Em geral, as direções principais do material não coincidem.

JONES (1999) ressalta que o comportamento de tensão-deformação para muitos, mas não todos, materiais compósitos é linear desde a carga zero até a carga final ou de fratura. Esse comportamento é típico para os PRFs constituídos de vidro e epóxi.

2.5 Critérios de falha

Segundo JONES (1999), o objetivo dos critérios de falha é a definição analítica da superfície de falha ou envoltória de tensão que pode ser usada convenientemente em projetos. Essas superfícies ou envoltórias representam o fim do comportamento elástico linear sob um estado de tensão multiaxial, para materiais frágeis, e para materiais em geral descrevem os níveis de tensões em que a falha ocorre. Os critérios de falha visam descrever os dados de falha por meio de curvas ou conjunto de curvas, cada uma com

uma equação adequada. Porém, durante o processo de ajuste das curvas, perde-se a capacidade de determinar o modo de falha.

DANIEL & ISHAI (2006) garantem que os critérios de falha macromecânica para compósitos foram propostas estendendo e adaptando as de materiais isotrópicos. As teorias de falha da lâmina podem ser classificadas nos seguintes três grupos:

- 1- Teorias de limite ou não interativas, nas quais modos de falha específicos são previstos comparando tensões ou deformações de lâmina individuais com forças correspondentes ou deformações finais, por exemplo, teorias de tensão máxima e de deformação máxima. Nenhuma interação entre os diferentes componentes de tensão na falha é considerada.
- 2- Teorias interativas (por exemplo, as teorias de *Tsai-Hill* e *Tsai-Wu*), nas quais todos os componentes de tensão são incluídos em uma expressão (critério de falha). A falha geral é prevista sem referência a modos de falha específicos.
- 3- Teorias parcialmente interativas ou baseadas no modo de falha (por exemplo, as teorias *Hashin-Rotem* e *Puck*), onde critérios separados são dados para falhas de fibra e interfibra (matriz ou interfase)

2.5.1 Critério da tensão máxima

No critério de falha por tensão máxima, cada uma das tensões nas coordenadas principais do material deve ser menor que as respectivas resistências; senão, diz-se que a fratura ocorreu. Assim, não há interação entre os modos de falha neste critério - na verdade, existem cinco subcritérios e cinco mecanismos de falha (JONES, 1999).

No caso mais geral, as tensões são transformadas ao longo dos eixos principais do material, e cada componente de tensão está relacionado ao parâmetro de resistência correspondente, conforme Figura 2.16.

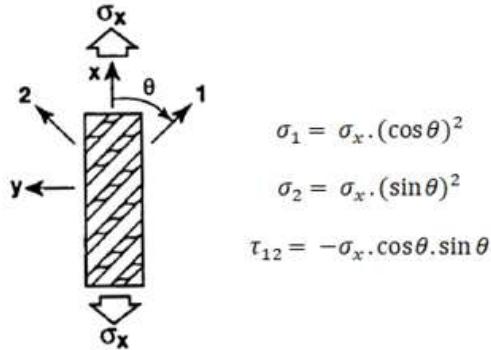


Figura 2.16: Tensões biaxiais de carregamento uniaxial fora do eixo.

Fonte: Adaptado de JONES (1999).

Sendo C_1 e C_2 os limites de resistência à compressão; T_1 e T_2 os limites de resistência à tração, nas direções 1 e 2; e S o limite de resistência ao cisalhamento, todos estes obtidos experimentalmente, o critério de falha por tensão máxima pode ser resumido como:

$$\sigma_1 < T_1 \quad \sigma_2 < T_2 \quad \sigma_1 > C_1 \quad \sigma_2 > C_2 \quad |\tau_{12}| < S \quad (2.3)$$

2.5.2 Critério da deformação máxima

O critério de falha por deformação máxima é bastante semelhante ao critério de falha por tensão máxima. No entanto, de acordo com DANIEL & ISHAI (2006), na teoria da deformação máxima, a falha ocorre quando pelo menos um dos componentes de deformação ao longo dos eixos principais do material excede a deformação final correspondente naquela direção (Equação (2.4)).

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_{T1} \quad \varepsilon_2 < \varepsilon_{T2} \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_{C1} \quad \varepsilon_2 > \varepsilon_{C2} \quad |\gamma_{12}| < \varepsilon_S \quad (2.4)$$

Sendo que ε_T representa a deformação máxima de tração nas direção principal (1) ou na direção secundária (2); ε_C é a deformação máxima de compressão nas direção principal (1) ou na direção secundária (2); e ε_S a deformação máxima de cisalhamento.

Esta teoria permite alguma interação de componentes de tensão devido aos efeitos do coeficiente de Poisson (ν) apresentados na Equação (2.5).

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1}(\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2) \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E_2}(\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1) \quad \gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}} \quad (2.5)$$

Simboliza-se o módulo de elasticidade na direção principal e secundária por E_1 e E_2 , respectivamente; os coeficientes de Poisson constituem ν_{12} e ν_{21} ; τ_{12} é a tensão de cisalhamento e G_{12} o módulo de cisalhamento.

2.5.3 Critério de *Tsai-Hill*

Inicialmente, o chamado critério de *Hill* (Equação (2.6)) é uma proposta para materiais ortotrópicos em extensão à teoria de *Von Mises* para materiais isotrópicos que considera a quantidade de energia que é utilizada para distorcer um corpo ao invés de alterar seu volume. Contudo, na ortotropia a distorção não pode ser separada da dilatação (JONES, 1999).

$$(G + H)\sigma_1^2 + (F + H)\sigma_2^2 + (F + G)\sigma_3^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2F\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{12}^2 = 1 \quad (2.6)$$

Sendo F , G , H , L , M e N constantes de *Hill* associadas a parâmetros de resistência à ruptura.

Tsai adaptou o critério de *Hill* utilizando as seguintes considerações: (i) a lâmina é unidirecional e está em um plano de tensões (*i.e.* $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$); (ii) as resistências mecânicas nas direções x e z são iguais (*i.e.* $C_x = C_z$ e $T_x = T_z$). Desse modo o critério de *Tsai-Hill* é expresso pela Equação (2.7).

$$\left(\frac{\sigma_1}{T_x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{T_y}\right)^2 - \frac{\sigma_1\sigma_2}{T_x^2} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1 \quad (2.7)$$

Existe uma interação considerável entre as resistências à ruptura T_x , T_y e S no critério de *Tsai-Hill*, o que não ocorre nos critérios anteriores onde as falhas axiais, transversais e de cisalhamento são presumidas como ocorrendo independentemente.

2.5.4 Critério de *Hoffman*

De acordo com DANIEL & ISHAI (2006), uma desvantagem do critério de *Tsai-Hill* é que ele não distingue diretamente entre as resistências à tração e à compressão. Para levar em consideração esta diferença, *Hoffman* adicionou termos lineares à equação de *Hill* resultando em:

$$\begin{aligned} K_1(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + K_2(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + K_3(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + K_4\sigma_1 + K_5\sigma_2 + K_6\sigma_3 \\ + K_7\tau_{23}^2 + K_8\tau_{31}^2 + K_9\tau_{12}^2 = 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Onde os nove coeficientes K_i adicionados são determinados a partir das nove resistências nas três coordenadas do material: T_x , T_y , T_z , C_x , C_y , C_z , S_{xy} , S_{yz} e S_{zx} . Considerando a tensão atuando no plano (*i.e.* $\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0$) e isotropia transversal nas direções 2-3 ($T_z = T_y$, $C_z = C_y$ e $S_{zx} = S_{xy}$), o critério de falha de *Hoffman* é descrito por:

$$-\frac{\sigma_1^2}{C_x T_x} + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{C_x T_x} - \frac{\sigma_2^2}{C_y T_y} + \frac{C_x + T_x}{C_x T_x} \sigma_1 + \frac{C_y + T_y}{C_y T_y} \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S} = 1 \quad (2.9)$$

2.5.5 Critério de *Tsai-Wu*

Os critérios de *Tsai-Hill* e *Hoffman* apresentam discordâncias quando comparados a resultados experimentais e para melhorar essa correlação, TSAI & WU (1979) aumentaram o número de termos na equação. Neste processo, uma nova definição de força foi necessária para representar a interação entre tensões das duas direções de um compósito unidirecional. A teoria de *Tsai-Wu* afirma que a lâmina falhará quando:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\sigma_6 + F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (2.10)$$

Sendo que, através de ensaios uniaxiais de tração e compressão pode-se obter:

$$F_1 = \frac{1}{T_x} + \frac{1}{C_x} \quad F_{11} = -\frac{1}{T_x C_x} \quad F_2 = \frac{1}{T_y} + \frac{1}{C_y} \quad F_{22} = -\frac{1}{T_y C_y} \quad (2.11)$$

Pressupondo que a resistência ao cisalhamento nas coordenadas principais do material é independente do sinal da tensão de cisalhamento, tem-se:

$$F_6 = 0 \quad F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (2.12)$$

O coeficiente F_{12} não pode ser encontrado em nenhum teste uniaxial nas principais direções do material. Em vez disso, um teste biaxial deve ser usado. KAW (1997) propõe as seguintes equações empíricas:

$$(i) \quad \text{Critério de } Tsai-Hill \quad F_{12} = -\frac{1}{2T_x^2} \quad (2.13)$$

$$(ii) \quad \text{Critério de } Hoffman \quad F_{12} = -\frac{1}{2C_x T_x} \quad (2.14)$$

$$(iii) \quad \text{Critério de } Mises-Hencky \quad F_{12} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{C_x T_x C_y T_y}} \quad (2.15)$$

2.6 Método da Resistência Direta

O Método da Resistência Direta é uma abordagem racional e eficiente com ampla popularidade para o projeto de PFF, proposto inicialmente por SHAFER & PEKÖZ (1998) com base em uma ideia original proposta por HANCOCK *et al.* (1994). Neste método, a resistência nominal global (P_{nG}) é dada pela Equação (2.16), onde $P_{cr.G}$ e λ_G são a carga crítica de flambagem global e a esbeltez global, já $P_y = A \cdot f_y$ (A e f_y são a área da seção transversal e a tensão de escoamento do aço, respectivamente).

$$P_{nG} = \begin{cases} P_y (0,658^{\lambda_G^2}), & \lambda_G \leq 1,5 \\ P_y \left(\frac{0,877}{\lambda_G^2} \right) & \lambda_G > 1,5 \end{cases} \quad \lambda_G = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr.G}}} \quad (2.16)$$

Recentemente, DINIS *et al.* (2019, 2020), ao avaliarem a precisão da curva atualmente codificada, perceberam que os resultados numéricos obtidos por eles, associados a falha por F_{MT} , são geralmente subestimados nas faixas de esbeltez moderada e alta (*i.e.* superior a 1,5). Assim, tais autores propuseram um novo conjunto de curvas de resistência (P_{nFT}), apresentado na Equação (2.17) dependente do parâmetro β_{FT} , conforme definido na Equação (2.18), que leva em consideração as propriedades geométricas da seção, a saber: I_I , I_{II} , A e I_w , respectivamente: momentos de inércia principal e secundário, área da seção transversal e constante de empenamento. Os parâmetros a e b dependem de β_{FT} e foram obtidos por meio de um "procedimento

de ajuste de curva por tentativa e erro". Esses parâmetros têm a finalidade de tornar mais adequado o MRD à perfis com flambagem por F_{MT}.

$$P_{nFT} = \begin{cases} P_y (0,658^{\lambda_{FT}^2}), & \lambda_{FT} \leq 1,5 \\ P_y \left(\frac{a}{\lambda_{FT}^b} \right) & \lambda_{FT} > 1,5 \end{cases} \quad \lambda_{FT} = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr.FT}}} \quad (2.17)$$

Onde:

$$\beta_{FT} = \frac{I_I + I_w/A}{I_{II}} \quad a = 0,39 \times 1,5^b \quad b = 0,06\beta_{FT} + 0,71 \leq 2,0 \quad (2.18)$$

MARTINS *et al.* (2015, 2016, 2017ab) investigou o comportamento de perfis sujeitos à interação dos modos local-distorcional (L-D). Diferentes seções transversais foram utilizadas, além da variação dos valores de tensão de escoamento. A seleção das colunas e a análise do comportamento de pós-flambagem utilizou o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e o ABAQUS (2008), respectivamente. Os dados numéricos de resistência final obtidos são comparados com as previsões do MRD, atualmente codificadas para falha por modo local ou por modo distorcional. Ademais, o autor avalia as atuais abordagens do MRD para lidar com interação local-distorcional (NDL) e faz proposições (MNDL) para melhorar a correlação entre os resultados. Na Figura 2.17 pode-se notar a ótima correlação existente entre a nova abordagem proposta por MARTINS *et al.* (2015) – MNDL – e os resultados numéricos. Cabe ressaltar que $R_{DL} = f_{crd}/f_{crl}$ e $R_y = f_y/f_{cr.max}$.

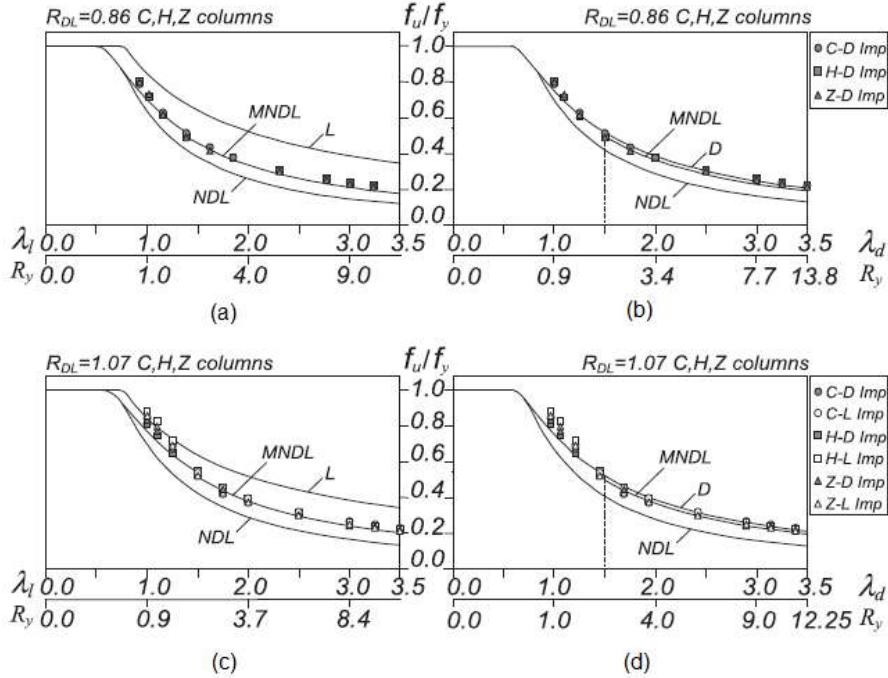


Figura 2.17: Variação de f_u/f_y e correspondentes previsões do MRD com (a) λ_L e $R_{DL}=0,86$; (b) λ_D e $R_{DL}=0,86$; (c) λ_L e $R_{DL}=1,07$; (d) λ_D e $R_{DL}=1,07$.

Fonte: MARTINS *et al.* (2015).

Entre as conclusões apresentadas estão que o NDL subestima grande parte das forças numéricas finais e o MNDL produz previsões bastante precisas para a previsão das cargas de falha em colunas C, H, Z e R com R_{DL} entre 0,70 e 1,60.

2.7 Estado da arte de colunas PRFV

Diferentes autores relataram o comportamento dos perfis pultrudados PRF quando sujeitos à compressão axial. A seguir, serão apresentados nove trabalhos que abordam diferentes tipos de seção transversal (perfis I , U_e , cantoneiras, tubos quadrados) e de modo flambagem (global, local e distorcional). Os estudos que serão expostos englobam abordagens numéricas, analíticas e experimentais dos últimos dezoito anos e serão exibidos em ordem cronológica, iniciando pelo mais antigo. Entre as conclusões dos autores, as principais que contribuem para a pesquisa em questão são:

- A relação entre o módulo de elasticidade e o módulo de cisalhamento influencia no comportamento das colunas, principalmente quando este valor ultrapassa 7,0;
- Seções transversais I com relação entre b_w e b_f igual a 1,0 apresentam significativa resistência pós-flambagem e maiores deflexões;
- O valor de carga crítica aumenta segundo o aumento da razão E_x/E_y ;
- A carga de pós-flambagem diminui em função da extremidade da coluna, na sequência fixa – apoiada;
- Em seções transversais U_e ocorre aumento da resistência elástica de acordo com o aumento da razão b_f/b_w ;
- Colunas pultrudadas PRFV possuem uma resistência pós-flambagem notável para o modo local, que deve ser levada em consideração, sempre que possível, em projeto;
- As análises numéricas via ANSYS (2009) são capazes de prever com precisão os modos locais de flambagem e suas respectivas cargas, e também há uma boa correlação entre os locais previstos para o início da falha;
- O GBT oferece resultados satisfatórios para materiais que não apresentam isotropia, como o caso das colunas PRF.

2.7.1 SILVESTRE & CAMOTIM (2003)

A análise de flambagem via GBT (*Generalised Beam Theory*) de membros de parede fina pultrudados reforçados com fibra foi o foco deste estudo. Os autores apresentaram os conceitos e procedimentos envolvidos na execução de uma análise via GBT. E para isto, são utilizadas colunas U_e simplesmente apoiadas nas quais os modos de flambagem relevantes são identificados com seus correspondentes valores de tensão.

Uma investigação sobre a influência da distribuição da tensão aplicada, geometria da seção transversal, propriedades de material e condições de apoio no comportamento de flambagem do perfil, também é realizada.

Segundo SILVESTRE & CAMOTIM (2003), o GBT oferece possibilidades não disponíveis em outros métodos como elementos finitos e faixas finitas, pois consegue decompor a configuração deformada dos membros em uma combinação linear dos modos de deformação e determinar o grau de participação entre eles.

Entre as principais conclusões estão: (i) uma correlação perfeita foi encontrada entre a análise via GBT e via MFF para um determinado conjunto de colunas oriundo dos estudos de TURVEY & WITRICK (1973); (ii) para colunas não muito curtas, os resultados foram bastante precisos e nunca superestimaram os exatos em mais de 4,5%; (iii) os modos mistos de flambagem de flexo-torção foram identificados e mostraram ser relevantes com o comportamento estrutural de colunas, vigas e vigas-coluna; (iv) o tipo de fibra afeta significativamente o comportamento de flambagem e, dentre os três tipos de fibras testados (*e-glass*, kevlar e grafite), o grafite fornece maior resistência local e global; (v) as condições de suporte influenciam claramente o comportamento local da flambagem da coluna de seção U_e , identificou-se que ao fixar uma ou ambas as extremidades, o modo distorcional deixa de ser crítico independente do comprimento (considerando a seção transversal do estudo); e (vi) o intervalo de valores de comprimento da coluna associado à flambagem local aumentou quando as condições de apoios foram alteradas de simplesmente apoiadas para engastadas (para a seção transversal do estudo).

2.7.2 TURVEY & ZHANG (2006)

A pesquisa de TURVEY & ZHANG (2006) realiza análises numéricas e experimentais de flambagem, pós-flambagem e falha inicial de colunas PRFV. Um

modelo bidimensional de elementos finitos foi desenvolvido e análises não-lineares foram executadas utilizando o software ANSYS (2009) para prever o comportamento do perfil.

Inicialmente, ensaios de caracterização dos materiais foram feitos separando amostras da alma, da mesa e da junção alma-mesa. Em seguida, duas séries de quatro colunas foram preparadas com comprimentos nominais variando de 200 a 800 mm. O perfil foi colocado em contato direto com a placa rígida inferior e superior da máquina, caracterizando restrição contra a rotação (pelo menos antes do colapso).

As cargas de flambagem da coluna foram determinadas utilizando o gráfico de *Southwell* com dados de carga, deflexão e deformação. Esse processo consiste em determinar o inverso da inclinação dos trechos retos. A Figura 2.18 apresenta uma comparação entre a previsão do modo de flambagem do método de elementos finitos e o modo observado durante o teste para uma coluna com comprimento de 600 mm.

Os autores concluíram que a carga de flambagem prevista numericamente via análise não linear varia de 6 a 7 % quando comparada com as cargas médias obtidas experimentalmente. Além disso, a diferença entre as cargas de falha inicial previstas não linearmente, através do ANSYS (2009) varia, de 4 a 6 % com os testes das colunas e pode-se dizer que o resultado numérico foi capaz de prever com precisão os modos locais de flambagem e suas respectivas cargas. Também há uma boa correlação entre os locais previstos para o início da falha. Por fim, os resultados do teste sugerem que as cargas de colapso são de 8 a 29 % mais altas que as cargas de falha inicial, dependendo do comprimento da coluna.



Figura 2.18: Comparativo entre análise numérica e experimental.

Fonte: TURVEY & ZHANG (2006).

2.7.3 TEIXEIRA (2010)

TEIXEIRA (2010) buscou em seu trabalho elaborar um procedimento para projetos estruturais e verificação de segurança das colunas pultrudadas PRFV. Com base na instabilidade local a que este tipo de perfil está sujeito, é apresentado também um estudo sobre a resistência dos componentes estruturais contra a flambagem local com comparativo entre as previsões analíticas, valores numéricos e resultados experimentais. Como conclusão, o autor afirma que elementos pultrudados PRFV possuem uma resistência pós-flambagem considerável que deve ser levada em consideração, sempre que possível, em projeto.

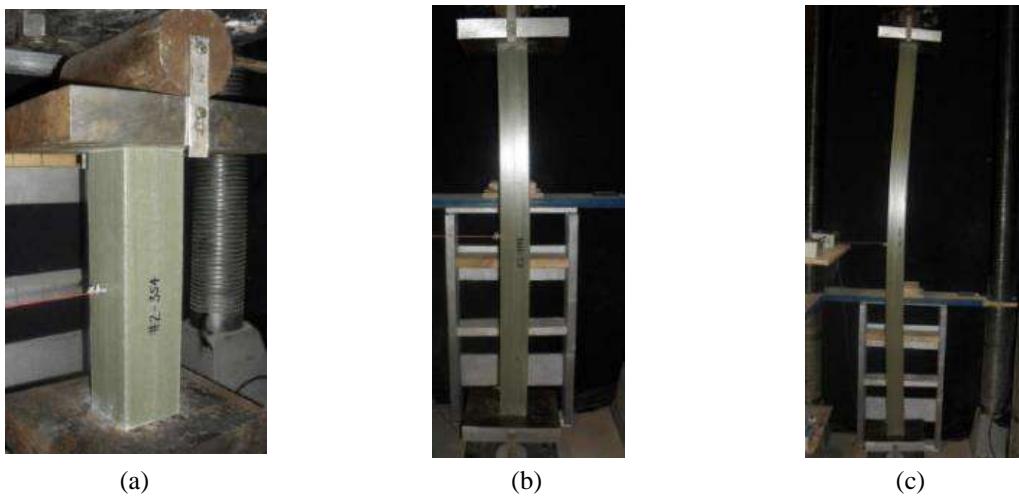
2.7.4 CARDOSO (2014)

CARDOSO (2014), em sua teste de doutorado, desenvolveu diretrizes de projeto para perfis pultrudados PRFV sujeitos à compressão centrada de curta duração. Para avaliar os métodos propostos foi executado um comparativo dos resultados com os obtidos experimentalmente e/ou numericamente via Método das Faixas Finitas (MFF). Vale destacar que o MFF se utiliza da natureza prismática dos perfis e discretiza a seção

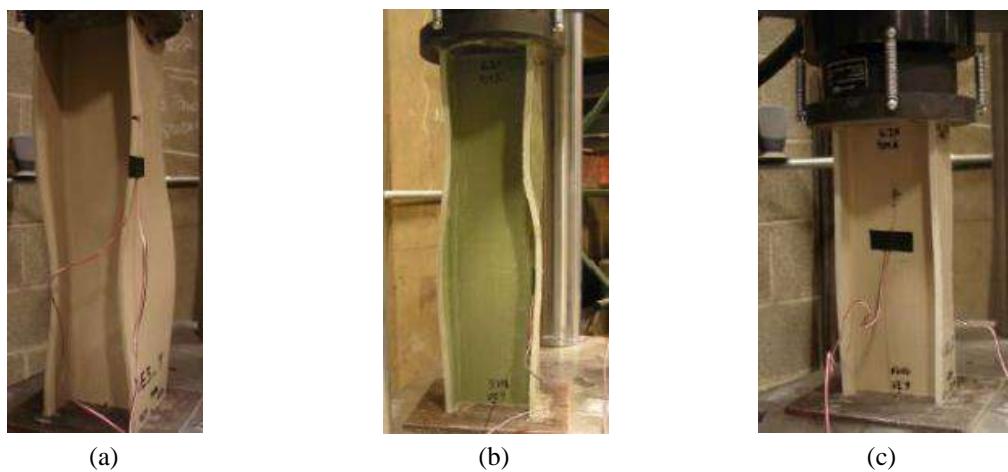
transversal em finitos segmentos, onde cada segmento configura uma faixa com dimensão longitudinal igual ao comprimento total do perfil.

No programa experimental foram realizados ensaios de resistência a compressão em tubos quadrados com variadas esbeltezas – apresentado na Figura 2.19

(a)-(c) – e em colunas de seção *I* com diferentes relações entre largura da mesa e alma e também altura da seção e espessura da parede, que pode ser visualizado na Figura 2.20 (a)-(c).



Fonte: CARDOSO (2014).



Fonte: CARDOSO (2014).

Um gráfico que correlaciona força normalizada e a esbeltez é desenvolvido utilizando os dados experimentais dos tubos quadrados, dados de pesquisas anteriores, o comportamento da curva de uma coluna perfeita e os resultados das diretrizes de projeto propostas e é exposto na Figura 2.21. Vale informar que λ_c é a esbeltez relativa da coluna definida pela Equação (2.19) em que $F_{L,c}$ é a resistência ao esmagamento do material, $F_{cr,L}$ é a tensão crítica de flambagem local e $F_{cr,G}$ é a tensão crítica de flambagem global. Além disso, F_u representa a tensão última e F_{PP} o valor mínimo valor entre $F_{L,c}$ e $F_{cr,L}$.

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{F_{PP}}{F_{cr,G}}} = \sqrt{\frac{\min\{F_{L,c}, F_{cr,L}\}}{F_{cr,G}}} \quad (2.19)$$

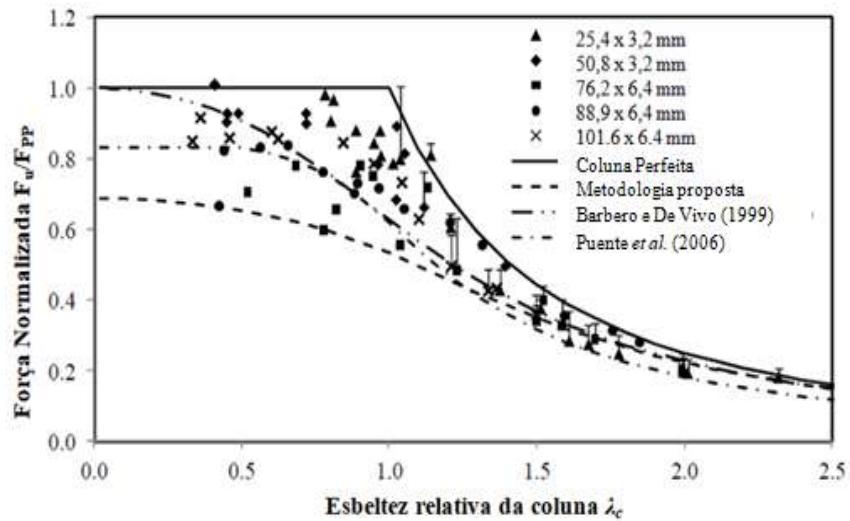


Figura 2.21: Força normalizada versus λ_c oriunda da pesquisa experimental de CARDOSO (2014) e de pesquisas anteriores.

Fonte: Adaptado de CARDOSO (2014).

CARDOSO (2014) apresenta, também, uma coletânea de dados experimentais médios relativos às propriedades do material oriundos de diferentes autores e apresentada na Tabela 2.3.

Tabela 2.3: Propriedades experimentais dos materiais. Fonte: Adaptado de CARDOSO (2014).

Propriedades	BANK (1990)	SONTI & BARBERO (1996)		ZUREICK & SCOTT (1997)		TURVEY (1998)	HAJ-ALI <i>et al.</i> (2001)	KANG (2002)	GOSLING & SARIBIYIK (2003)		TURVEY & ZHANG (2006)	CORREIA <i>et al.</i> (2011)
		Mesa	Alma	WF	Tubos				Mesa	Alma		
$E_{L,t}$	–	20,20	18,10	19,40	27,00	–	18,20	23,80	27,30	20,70	22,20	32,80
$E_{L,c}$	–	–	–	19,10	28,10	–	19,30	23,80	–	21,80	22,40	26,40
$E_{L,f}$	–	–	–	–	–	–	–	21,80	–	–	–	26,90
$E_{T,t}$	–	11,40	10,90	–	–	–	10,10	–	10,10	–	–	–
$E_{T,c}$	–	–	–	–	–	–	12,70	–	–	–	–	7,40
$E_{T,f}$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
G_{LT}	2,60	3,60	4,20	4,30	4,70	3,30	4,50	2,70	–	3,70	3,80	–
ν_{LT}	–	0,28	0,29	–	–	–	0,28	–	0,29	–	–	–
ν_{TL}	–	0,19	0,18	–	–	–	–	–	0,15	–	–	–
$F_{L,c}$	–	–	–	320	357	–	–	379	388	267	294	376
V_f	0,30	0,30	0,30	0,30	0,45	0,38	0,34	0,35	0,45	0,30	0,30	0,55
N_{rov}	–	–	–	–	–	–	–	3	–	–	–	3

Alguns dos resultados apresentados referem-se a trabalhos onde os métodos adotados para determinar as propriedades do material não foram descritos em detalhes (*i.e.* HAJ-ALI *et al.*, 2001, TURVEY & ZHANG, 2006).

2.7.5 GRAÇA (2016)

GRAÇA (2016) apresentou em sua dissertação de mestrado um estudo numérico computacional sobre o comportamento de colunas pultrudadas PRF com seção transversal U_e , sob modo de falha distorcional. Foram utilizadas duas diferentes condições de extremidade - simplesmente apoiada e fixa; diferentes dimensões de seção transversal; quatro tipos de fibra no reforço (vidro, kevlar, grafite e boro); matriz epóxi; e volume constante de fibra.

O GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) foi empregado para selecionar colunas com modo de flambagem puramente distorcional e posteriormente, através de uma análise

via MEF, no programa ANSYS (2009) (Figura 2.22) analisou-se o comportamento de pós flambagem elástica distorcional.

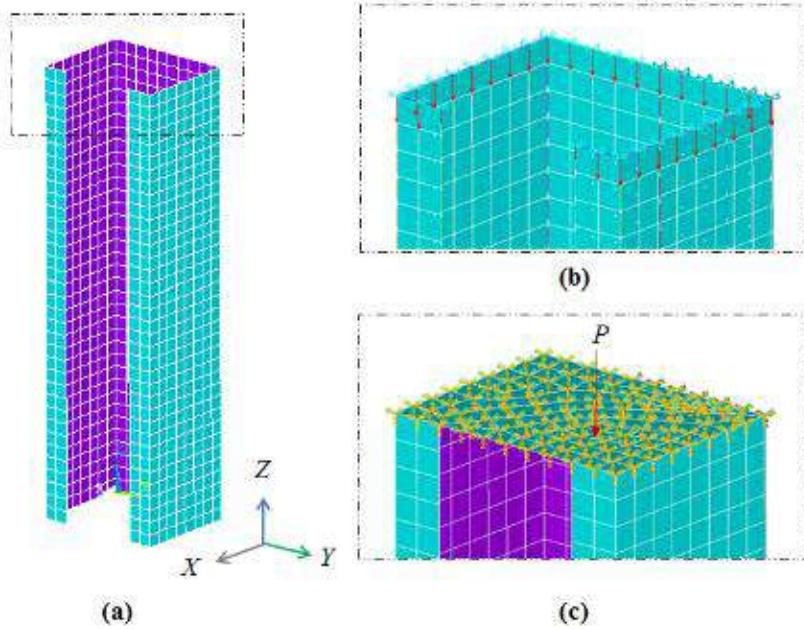


Figura 2.22: Modelo numérico via ANSYS (2009): (a) coluna discretizada (b) condição de extremidade apoiada e (c) condição de extremidade engastada.

Fonte: GRAÇA (2016).

Como conclusões, GRAÇA (2016) encontra as seguintes: o valor de carga crítica aumenta segundo o aumento da razão E_x/E_y , na seguinte ordem vidro – boro – kevlar – grafite; a carga de pós-flambagem diminui em função da extremidade da coluna, na sequência fixa – apoiada; e ocorre aumento da resistência elástica de acordo com o aumento da razão b_f/b_w .

2.7.6 TOGASHI (2017)

TOGASHI (2017) investigou o comportamento de cantoneiras PRFV curtas de abas iguais, submetidas à compressão centrada de curta duração. Vinte e uma colunas biengastadas com diferentes razões entre largura e espessura, comprimentos e propriedades mecânicas foram testadas com a finalidade de determinar as forças críticas experimentais para o modo de flambagem à flexo-torção e comparar com as previsões

teóricas. No final do trabalho, a autora propõe uma equação que descreve o comportamento encontrado em sua pesquisa experimental.

Na primeira etapa do estudo foi realizada a caracterização de materiais e em uma segunda etapa, as cantoneiras foram submetidas à compressão centrada até o colapso (Figura 2.23), observando o comportamento durante o processo.

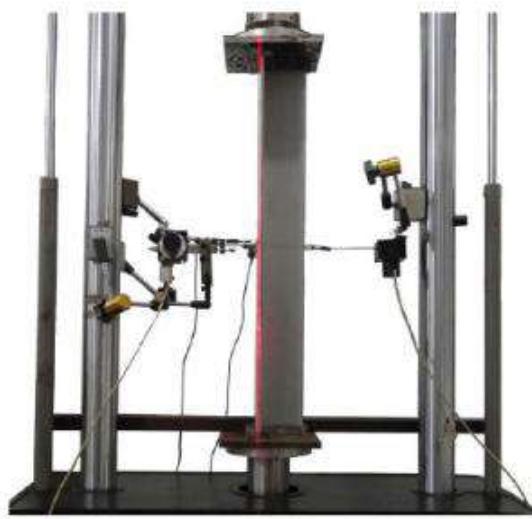


Figura 2.23: Cantoneira sob pressão axial em ensaio experimental.

Fonte: TOGASHI (2017).

Entre os resultados do trabalho estão: quanto menor a esbeltez, menores as deflexões laterais e maiores as cargas críticas, com a tensão crítica se aproximando da tensão de ruptura; dentro do modo de falha de flexo-torção, houve predominância do modo de torção; e as tensões críticas obtidas experimentalmente com o auxílio do Método de *Southwell* apresentaram conformidade com as previsões teóricas.

2.7.7 CINTRA (2017)

Em sua dissertação de mestrado, CINTRA (2017) avaliou o comportamento de colunas com seção *I* de PRFV submetidas a cargas de compressão concêntrica, visando o melhor entendimento destes à flambagem local. Para isso, um programa experimental foi realizado com vinte e nove colunas curtas de comprimento variando entre 250 mm e

650 mm, três seções transversais distintas (relação entre b_f e d iguais a 0,5; 0,75; e 1,0), dois materiais componentes de matriz (poliéster e éstervinílica) e três condições de contorno (biengastada, biapoiada e simplesmente em contato com as chapas de base da máquina de compressão). As cargas críticas resultantes dos ensaios foram comparadas com as cargas oriundas de análises numéricas via GBT e MEF.

A Figura 2.24 apresenta um comparativo entre a carga crítica experimental obtida pelo gráfico de *Southwell* e a previsão teórica usando o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) para a condição biengastada e biapoiada, no formato de uma curva de estabilidade. Vale ressaltar que I_1 , I_2 e I_3 representam a relação entre b_f e d iguais a 0,5; 0,75; e 1,0, respectivamente. Já a Figura 2.25 mostra a curva de resistência à compressão normalizada para as colunas estudadas por CINTRA (2017).

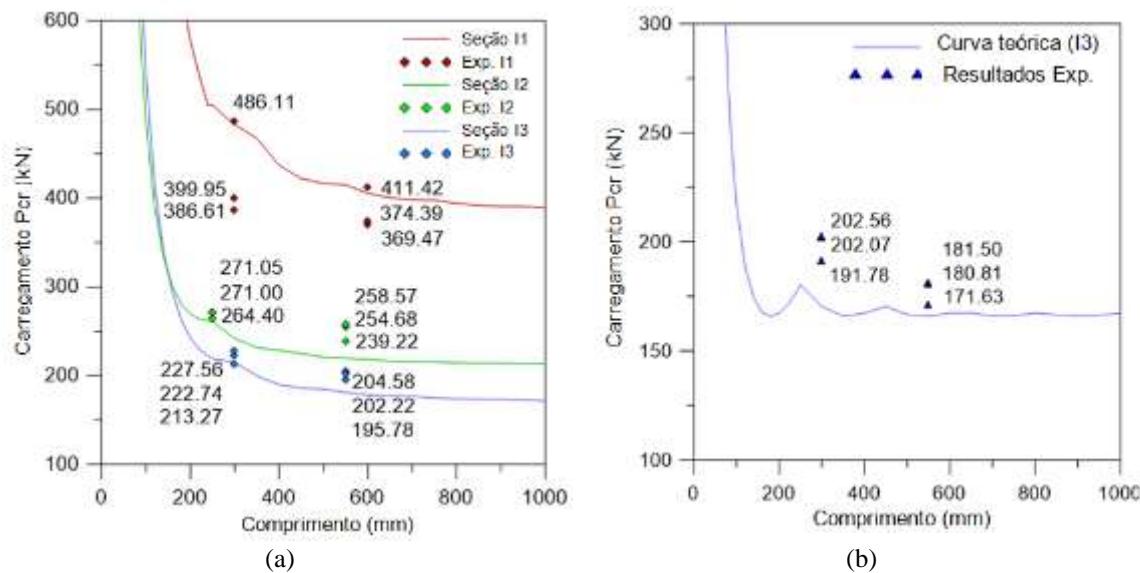


Figura 2.24: Comparativo entre as curvas de estabilidade teóricas e os resultados experimentais (a) condição biengastada e (b) condição biapoiada.

Fonte: Adaptado de CINTRA (2017).

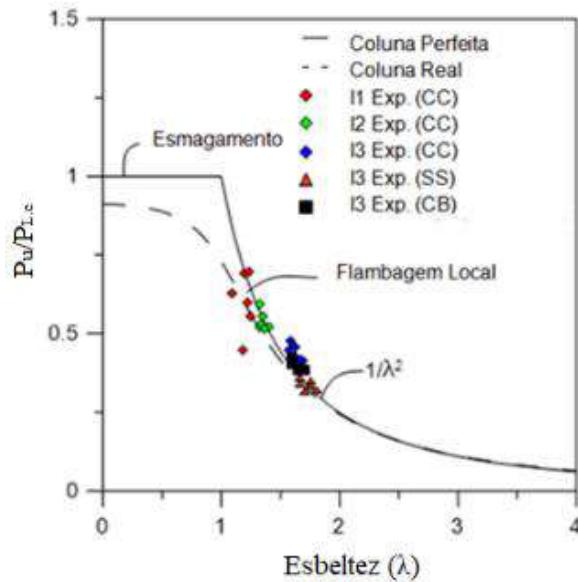


Figura 2.25: Curva de resistência para os perfis ensaiados por CINTRA (2017).

Fonte: Adaptado de CINTRA (2017).

Entre as principais conclusões apresentadas nesta pesquisa estão: (i) a curva de estabilidade e o mapa que define as esbeltezas locais e globais se mostraram importantes ferramentas para um teste de flambagem bem sucedido; (ii) a configuração de teste para placas fixas funcionou adequadamente com rotações insignificantes nas extremidades; (iii) as seções I_3 ($b_f/d = 1,0$) apresentam notável resistência pós-flambagem e maiores deflexões, resultando em um enrijecimento do sistema e em diferenças maiores entre as cargas críticas teóricas e experimentais; e (iv) o método adotado para determinar as cargas críticas experimentais (gráfico de *Southwell*) não é perfeitamente linear, levando a uma possível faixa de resultados diferentes.

2.7.8 ZHAN & WU (2018)

A pesquisa de ZHAN & WU (2018) avalia a capacidade à flambagem global de seções I pultrudadas PRF sob compressão axial. Por meio de duas equações, os autores buscam descrever o comportamento desse tipo de coluna com base no EUROCÓDIGO 3 (2005) e também, por meio de dados experimentais oriundos de

pesquisas anteriores. A Figura 2.26 apresenta os resultados dos trabalhos de BARBERO & TOBLIN (1993, 1994), NUNES *et al.* (2013), LANE & MOTTRAM (2002), MOTTRAM *et al.* (2002) ZUREICK & SCOTT (1997) e SEANGATITH & SRIBOONLUE (1999) que originou uma das equações, e tem seu comportamento expresso pela linha vermelha no gráfico da mesma figura citada.

A fim de confirmar que as duas equações propostas eram seguras, validações experimentais e numéricas foram executadas com resultados positivos. Além disso, esses procedimentos analíticos propostos por ZHAN & WU (2018) são comparadas com os previstos na literatura e exibem maior precisão. A pesquisa também contemplou estudos paramétricos envolvendo a esbeltez, além da razão entre o módulo de elasticidade e módulo de cisalhamento. Entre as conclusões encontradas estão: a fórmula de *Euler* superestima a resistência e as recomendações da *Fiberline Composites* subestimam; o efeito da razão entre o módulo de elasticidade e módulo de cisalhamento é nítido quando esta ultrapassa 7,0; e em relação à esbeltez, seus efeitos se tornam mais notórios quanto menor seu valor, principalmente quando menor que 2,0.

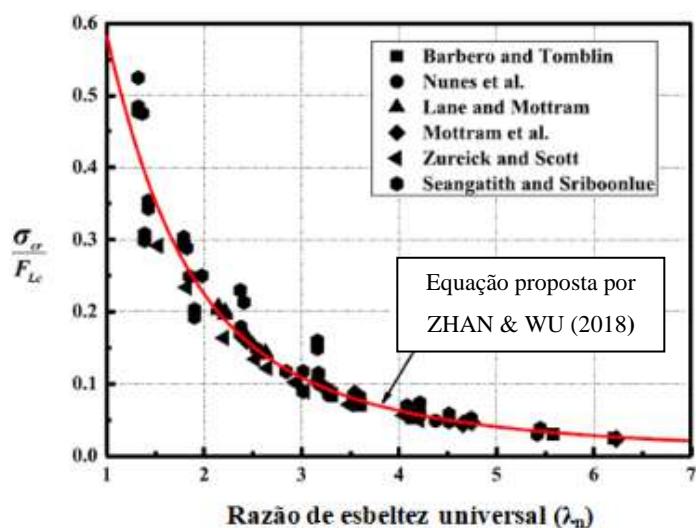


Figura 2.26: Gráfico da esbeltez (λ_n) versus tensão crítica de compressão pela capacidade de compressão do material (σ_{LC}/F_{LC}).

Fonte: Adaptado de ZHAN & WU (2018).

3 ANÁLISE DE FLAMBAGEM

Neste capítulo apresentam-se os procedimentos para a seleção das colunas pultrudadas PRFV, além dos resultados na análise de flambagem. No item 3.1, inicialmente, reproduz-se no GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) o estudo de SILVESTRE & CAMOTIM (2003) para realização de um comparativo. Em seguida, as colunas escolhidas são listadas, indicando as dimensões da seção transversal, os comprimentos adotados e as constantes elásticas do material compósito de matriz epóxi. No item posterior, avaliam-se as participações modais e, por fim, mostram-se as curvas de estabilidade de cada coluna U .

3.1 Seleção das colunas via GBTul

Antes de realizar a seleção dos perfis, executa-se um estudo comparativo entre os resultados do GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e os oriundos do MFF. Estes mesmos dados foram utilizados por SILVESTRE & CAMOTIM (2003) para avaliação da metodologia proposta por estes autores e tem como base a pesquisa de TURVEY & WITTRICK (1973).

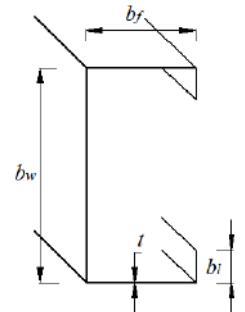
O material compósito utilizado é reforçado com fibras de carbono e possui as seguintes propriedades mecânicas: $E_x = 206,85$ GPa, $E_y = 7,584$ GPa, $G_{xy} = 4,8265$ GPa, $\nu_{xy} = 0,30$ e $\nu_{yx} = 0,011$. A seção transversal é de um U_e com as relações a seguir: $b_w/t = 30$, $b_f/b_w = 0,5$ e $b_l/b_w = 0,15$.

Obedecendo as relações impostas na seção transversal, escolheram-se as seguintes dimensões: $b_w = 210$ mm, $t = 7$ mm, $b_f = 105$ mm e $b_l = 31,5$ mm. Desta maneira, varia-se o comprimento da coluna em função de b_w . A Tabela 3.1 apresenta os valores encontrados nesta dissertação utilizando o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab),

os valores reportados por SILVESTRE & CAMOTIM (2003) e os oriundos do MFF de TURVEY & WITTRICK (1973), nomeados como $f_{cr.ET}$, $f_{cr.SC}$ e $f_{cr.TW}$, respectivamente. É possível notar uma boa correlação entre os resultados, ocorrendo uma diferença relativa inferior a 2%.

Tabela 3.1: Tensões críticas obtidas por meio do GBTul em comparação com as reportadas por SILVESTRE & CAMOTIM (2003) e TURVEY & WITTRICK (1973).

L/b_w	$f_{cr.ET}(MPa)$	$f_{cr.SC}(MPa)$	$f_{cr.TW}(MPa)$	$\frac{f_{cr.ET} - f_{cr.SC}}{f_{cr.ET}}$	$\frac{f_{cr.ET} - f_{cr.TW}}{f_{cr.ET}}$
0,5	787,53	787,30	784,70	0,03%	0,36%
1	232,09	231,90	230,60	0,08%	0,64%
2	139,76	139,50	138,30	0,18%	1,05%
4	139,77	139,50	138,80	0,19%	0,70%
8	139,91	142,40	139,70	1,75%	0,15%
16	141,24	142,40	141,50	0,82%	0,19%
32	46,67	46,70	46,20	0,06%	1,02%



O processo de seleção das colunas utilizou o programa GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab), com base na teoria generalizada de vigas (apresentado em 2.3.2). As dimensões da seção transversal e os comprimentos foram escolhidos assumindo que sua matriz é feita de epóxi e o volume de fibra permanece constante. A Tabela 3.2 mostra as constantes elásticas – módulo de elasticidade (E_x , E_y e E_z), módulo de cisalhamento (G_{xy} , G_{yz} e G_{xz}) e coeficiente de Poisson (ν_{xy} , ν_{yz} e ν_{xz}) - descritas por JONES (1999) para quatro tipos de fibra de onde foram extraídas as características referentes à fibra de vidro.

Tabela 3.2: Constantes elásticas para compósitos de matriz epóxi e fibra de vidro, kevlar, grafite e boro. Fonte: Adaptado de JONES (1999).

Constante elástica	Unidade	Vidro	Kevlar	Grafite	Boro
$E_x = E_z$	GPa	18	5,5	5	21
E_y	GPa	54	76	207	207
$G_{xy} = G_{yz}$	GPa	9	2,1	2,6	7
G_{xz}	GPa	8,31	2,68	2,48	10,18
$\nu_{xy} = \nu_{yz}$	-	0,25	0,34	0,25	0,3
ν_{xz}	-	0,08	0,025	0,01	0,03

Nota: no GBTul a nomenclatura: $E_x = E_{ss}$, $E_y = E_{xx}$, $\nu_{xy} = \nu_{ys}$, $\nu_{xz} = \nu_{sx}$, e $G_{xy} = G_{sx}$.

Para os limites de resistência à tração ($T_x = T_z = 28$ MPa e $T_y = 1035$ MPa), à compressão ($C_x = C_z = 138$ MPa e $C_y = 1035$ MPa) e ao cisalhamento ($S = 41$ MPa), também empregam-se as propriedades descritas por Jones (1999), apresentadas na Figura 3.1 para o plano local x-y.

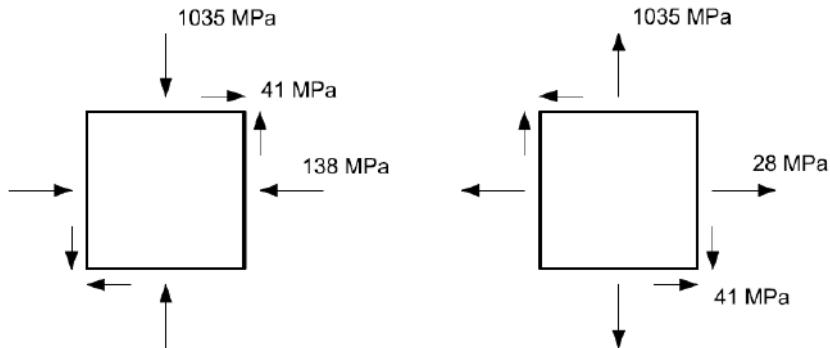


Figura 3.1: Indicação dos limites de resistência à tração, à compressão e ao cisalhamento dos perfis PRFV selecionados.

Na Figura 3.2 ilustram-se os eixos globais X, Y e Z que estão relacionados com a largura da mesa, a altura da alma e o comprimento da coluna, respectivamente; e também os eixos locais x, y e z. É importante informar que as extremidades do perfil foram consideradas fixas ou engastadas (FF) - esta designação refere-se aos deslocamentos e rotações locais impeditos nas extremidades. A Tabela 3.3 apresenta as dimensões e a área das doze seções transversais escolhidas.

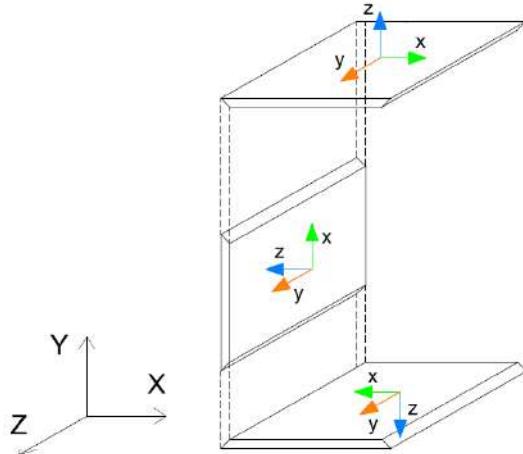
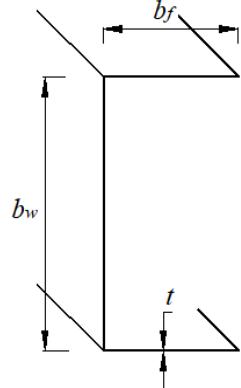


Figura 3.2: Eixos locais (x, y e z) e globais (X, Y e Z) para um perfil *U*.

Tabela 3.3: Dimensões e área das seções transversais dos perfis selecionados.

Coluna	b_w (cm)	b_f (cm)	t (cm)	b_w/b_f	Área (cm ²)
U_1	20,32	5,08	0,95	4,00	28,96
U_2	15,24	3,175	0,95	4,80	20,51
U_3	10,16	2,86	0,635	3,55	10,08
U_4	8,26	2,35	0,785	3,51	10,17
U_5	7,62	3,175	0,95	2,40	13,27
U_6	6,03	2,86	0,785	2,11	9,22
U_7	10,16	8,26	1,95	1,23	52,03
U_8	6,03	5,715	0,95	1,06	16,59
U_9	4,13	3,81	0,476	1,08	5,59
U_{10}	3,175	3,175	0,476	1,00	4,53
U_{11}	15,24	10,16	1,35	1,50	48,01
U_{12}	10,16	7,62	0,635	1,33	16,13



A seleção dos comprimentos foi realizada por meio de uma análise de flambagem em uma estratégia de tentativa e erro, assegurando que o modo crítico de falha seja global, tanto por flexão ou por flexo-torção. Além disso, foram utilizadas dimensões comumente empregadas na indústria de perfis PRFV tendo como base os perfis de seção *U* da empresa Cogumelo Indústria e Comércio Ltda.

3.2 Análise da participação modal

A Tabela 3.4 exibe: os comprimentos de colunas selecionados; o modo de flambagem, ou seja, se ocorre flexão (F_m) ou flexo-torção (F_{MT}); a tensão crítica de flambagem (f_{cr}); o valor da segunda tensão de bifurcação (f_{b2}), assegurando um valor superior a f_{cr} em, no mínimo, 20% para evitar interações do tipo local-global e global-global.

Já a Tabela 3.5 apresenta a participação dos modos de deformação 2 – **P2** (flexão no eixo de maior inércia), 3 – **P3** (flexão no eixo de menor inércia), 4 – **P4** (torção), 5 – **P5**, 6 – **P6** e 7 – **P7** (os três últimos representam modos locais) e a presença dos demais modos – **Poutros**.

Pode-se concluir, pela análise destas tabelas, que nas colunas com seção transversal U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 e U_6 , ocorre flambagem por flexão na menor inércia com predominância do modo de deformação 3. Já nas colunas $U_7, U_8, U_9, U_{10}, U_{11}$ e U_{12} , prevalecem os modos 2+4 superior a 80%, caracterizando o modo de flambagem de flexo-torção.

Além disso, ressalta-se que o modo de flambagem da segunda tensão de bifurcação varia entre a flambagem local (FL), a flexo-torção (F_{MT}) e a flexão na menor inércia (F_m). O valor deste modo de flambagem (f_{b2}) encontra-se em média 76,85 % superior a f_{cr} , tendo como diferença mínima 33,85% para U_6-L_1 .

Tabela 3.4: Comprimento, modo crítico e tensão crítica de flambagem, modo e tensão da 2^a carga de bifurcação das colunas U selecionadas.

Coluna	L (cm)	Modo de f_{cr}	f_{cr} (MPa)	f_{b2} (MPa)	f_{b2}/f_{cr}
U_1	L_1 175	F_m	129,64	193,26	1,49
	L_2 200	F_m	104,40	175,31	1,68
	L_3 225	F_m	85,05	147,17	1,73
	L_4 250	F_m	70,28	127,02	1,81
U_2	L_1 85	F_m	188,70	313,34	1,66
	L_2 110	F_m	126,21	218,83	1,73
	L_3 135	F_m	88,31	179,46	2,03
	L_4 160	F_m	64,65	133,65	2,07
U_3	L_1 75	F_m	223,58	349,76	1,56
	L_2 100	F_m	140,85	232,95	1,65
	L_3 125	F_m	94,30	173,41	1,84
	L_4 150	F_m	66,97	139,11	2,08
U_4	L_1 45	F_m	402,17	716,21	1,78
	L_2 70	F_m	199,53	386,79	1,94
	L_3 95	F_m	114,83	244,15	2,13
	L_4 120	F_m	73,87	155,68	2,11
U_5	L_1 75	F_m	344,79	478,61	1,39
	L_2 100	F_m	206,46	347,69	1,68
	L_3 125	F_m	135,98	284,94	2,10
	L_4 150	F_m	95,91	202,55	2,11
U_6	L_1 80	F_m	264,18	353,62	1,34
	L_2 105	F_m	159,46	271,65	1,70
	L_3 130	F_m	105,97	223,79	2,11
	L_4 155	F_m	75,31	157,72	2,09
U_7	L_1 120	F_{MT}	423,85	797,13	1,88
	L_2 145	F_{MT}	337,02	614,42	1,82
	L_3 170	F_{MT}	280,80	493,28	1,76
	L_4 195	F_{MT}	242,24	411,53	1,70
U_8	L_1 100	F_{MT}	225,49	406,73	1,80
	L_2 125	F_{MT}	170,73	297,76	1,74
	L_3 150	F_{MT}	138,42	231,67	1,67
	L_4 175	F_{MT}	117,53	189,84	1,62
U_9	L_1 75	F_{MT}	167,89	297,75	1,77
	L_2 100	F_{MT}	114,44	198,62	1,74
	L_3 125	F_{MT}	87,32	144,29	1,65
	L_4 150	F_{MT}	71,60	113,16	1,58
U_{10}	L_1 50	F_{MT}	228,55	405,96	1,78
	L_2 75	F_{MT}	136,55	233,75	1,71
	L_3 100	F_{MT}	99,34	158,94	1,60
	L_4 125	F_{MT}	79,70	121,99	1,53
U_{11}	L_1 250	F_{MT}	184,04	334,31	1,82
	L_2 275	F_{MT}	160,97	290,38	1,80
	L_3 300	F_{MT}	142,91	254,45	1,78
	L_4 325	F_{MT}	128,55	225,29	1,75
U_{12}	L_1 225	F_{MT}	99,51	136,73	1,37
	L_2 250	F_{MT}	84,84	137,69	1,62
	L_3 275	F_{MT}	73,67	132,18	1,79
	L_4 300	F_{MT}	64,99	115,22	1,77

Tabela 3.5: Participação modal das colunas U selecionadas.

Coluna	L (cm)	P2 (%)	P3 (%)	P4 (%)	P5 (%)	P6 (%)	P7 (%)	Poutros(%)
U_1	L_1 175	-	85,24	-	13,55	-	1,13	0,08
	L_2 200	-	91,28	-	8,07	-	0,61	0,04
	L_3 225	-	94,50	-	5,11	-	0,37	0,02
	L_4 250	-	96,35	-	3,39	-	0,24	0,02
U_2	L_1 85	-	80,86	-	17,54	-	1,45	0,15
	L_2 110	-	91,92	-	7,53	-	0,50	0,05
	L_3 135	-	96,11	-	3,66	-	0,21	0,02
	L_4 160	-	97,93	-	1,95	-	0,11	0,01
U_3	L_1 75	-	81,34	-	16,47	-	2,08	0,11
	L_2 100	-	93,75	-	5,60	-	0,61	0,03
	L_3 125	-	97,35	-	2,39	-	0,25	0,01
	L_4 150	-	98,68	-	1,18	-	0,13	0,01
U_4	L_1 45	-	80,17	-	16,84	-	2,84	0,16
	L_2 70	-	95,66	-	3,81	-	0,51	0,02
	L_3 95	-	98,61	-	1,23	-	0,16	0,01
	L_4 120	-	99,44	-	0,49	-	0,07	0,00
U_5	L_1 75	-	94,58	-	4,69	-	0,71	0,02
	L_2 100	-	98,17	-	1,58	-	0,24	0,01
	L_3 125	-	99,24	-	0,66	-	0,10	0,00
	L_4 150	-	99,64	-	0,31	-	0,05	0,00
U_6	L_1 80	-	97,50	-	2,16	-	0,33	0,01
	L_2 105	-	99,14	-	0,74	-	0,12	0,00
	L_3 130	-	99,64	-	0,30	-	0,05	0,00
	L_4 155	-	99,84	-	0,14	-	0,02	0,00
U_7	L_1 120	47,52	-	38,80	-	12,57	-	1,10
	L_2 145	56,06	-	39,48	-	3,77	-	0,69
	L_3 170	61,91	-	37,26	-	0,38	-	0,45
	L_4 195	65,4	-	33,53	-	0,77	-	0,30
U_8	L_1 100	41,34	-	48,46	-	9,54	-	0,66
	L_2 125	49,06	-	48,17	-	2,40	-	0,37
	L_3 150	54,88	-	44,68	-	0,21	-	0,23
	L_4 175	59,39	-	40,04	-	0,43	-	0,14
U_9	L_1 75	28,76	-	58,44	-	12,30	-	0,50
	L_2 100	36,09	-	60,82	-	2,85	-	0,24
	L_3 125	41,91	-	57,46	-	0,51	-	0,13
	L_4 150	47,30	-	52,50	-	0,12	-	0,08
U_{10}	L_1 50	26,05	-	60,04	-	13,27	-	0,64
	L_2 75	36,24	-	62,21	-	1,33	-	0,22
	L_3 100	44,39	-	55,27	-	0,23	-	0,10
	L_4 125	52,14	-	47,43	-	0,38	-	0,05
U_{11}	L_1 250	44,89	-	39,74	-	14,82	-	0,56
	L_2 275	48,99	-	41,14	-	9,43	-	0,45
	L_3 300	52,24	-	41,47	-	5,92	-	0,36
	L_4 325	54,94	-	41,13	-	3,63	-	0,30
U_{12}	L_1 225	37,57	-	45,80	-	16,22	-	0,41
	L_2 250	41,20	-	48,02	-	10,46	-	0,32
	L_3 275	44,05	-	48,91	-	6,79	-	0,25
	L_4 300	46,42	-	48,96	-	4,42	-	0,20

Na Figura 3.3 e na Figura 3.4 são apresentados os diagramas de participação modal associados à GBT para os perfis de U_1 a U_{12} , que incluem 9 modos de deformação, 4 globais (1-4) e 5 locais (5-9), como foi apresentado na seção 2.3.1. Com base nas informações ilustradas, é possível notar que os perfis apresentam duas zonas distintas, a primeira associada à flambagem local e a segunda à flambagem global, sendo que em U_1 , por exemplo, (Figura 3.3(a)) o trecho de flambagem global é composto apenas por F_m , já em U_7 (Figura 3.4(e)) ocorre flambagem global por F_{MT} no trecho entre 50 cm e 375 cm, seguido de F_m . É importante informar que o comprimento onde esta transição ocorre, varia de acordo as dimensões da seção transversal.

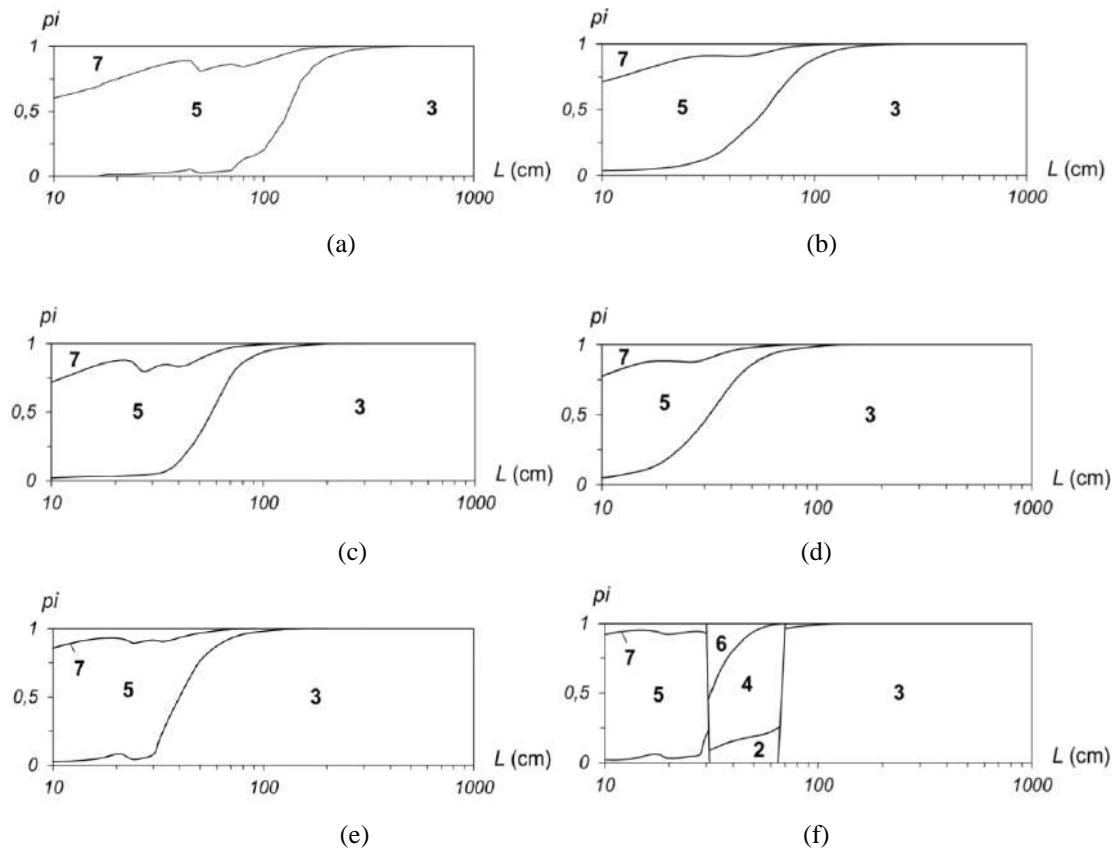


Figura 3.3: Diagramas de participação modal GBT para as seções transversais do tipo (a) U_1 , (b) U_2 , (c) U_3 , (d) U_4 , (e) U_5 , (f) U_6 .

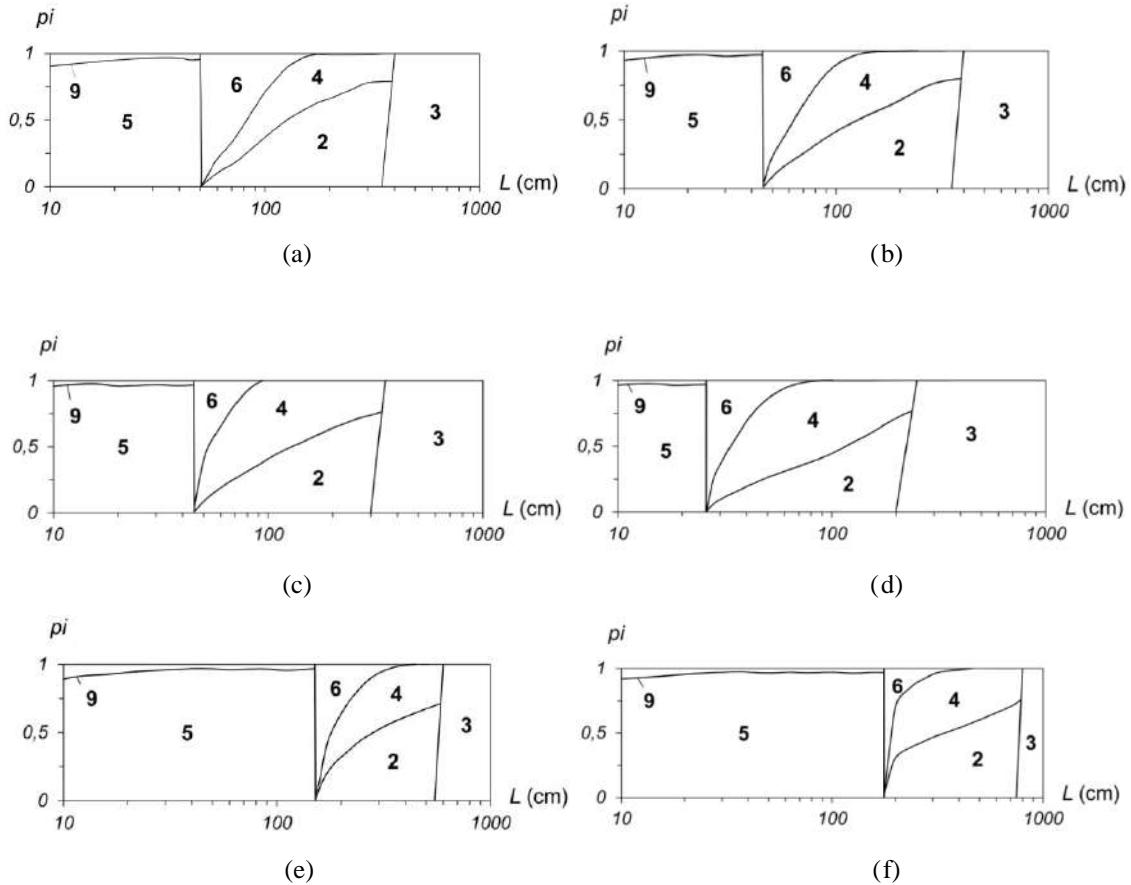


Figura 3.4: Diagramas de participação modal GBT para as seções transversais do tipo (a) U_7 , (b) U_8 , (c) U_9 , (d) U_{10} , (e) U_{11} , (f) U_{12} .

No presente trabalho, os modos de deformação mais relevantes são: 2 (flexão no eixo de maior inércia), 3 (flexão no eixo de menor inércia), 4 (torção). Na Figura 3.4 (a)-(b) são retratadas as deformações das seções transversais à meia altura e a sua decomposição nos modos mais influentes para uma coluna com flambagem por F_m (U_3-L_I) e uma por F_{MT} (U_8-L_I), respectivamente.

Dessa forma, é possível observar que os perfis submetidos à F_m possuem, além do modo 3 de deformação, dois modos locais (5 e 7), que estão presentes em proporção menor. Já nos perfis que sofrem F_{MT} , os modos 2 e 4 são acrescidos do modo local 6, assim como apresentado previamente na Tabela 3.5.

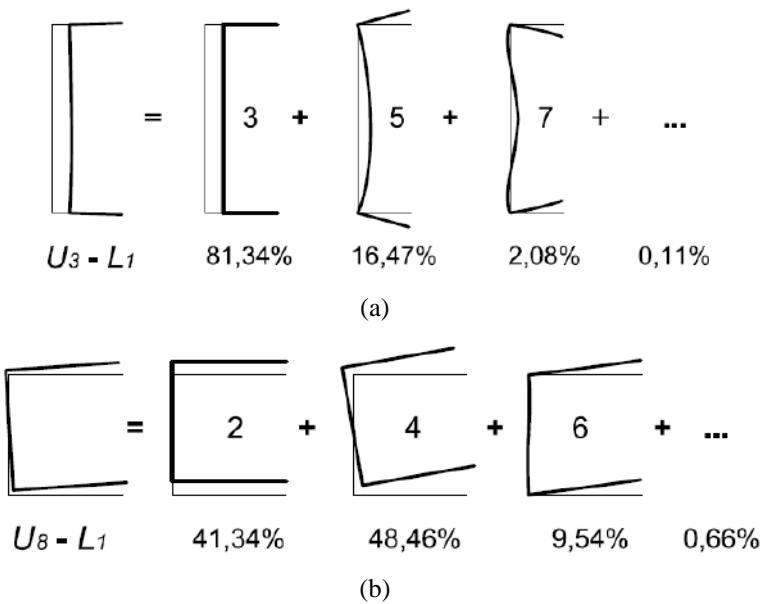


Figura 3.5: Decomposição da seção transversal à meia altura nos modos de deformação predominantes
 (a) U_3L_1 , (b) U_8L_1 .

3.3 Curvas de estabilidade

As curvas de estabilidade foram obtidas mediante o emprego do programa GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e são apresentadas da Figura 3.5 até a Figura 3.7 na forma f_{cr} versus L (em escala logarítmica) para as seções selecionadas, assim como seus modos de flambagem obtidos utilizando o software ANSYS (2009).

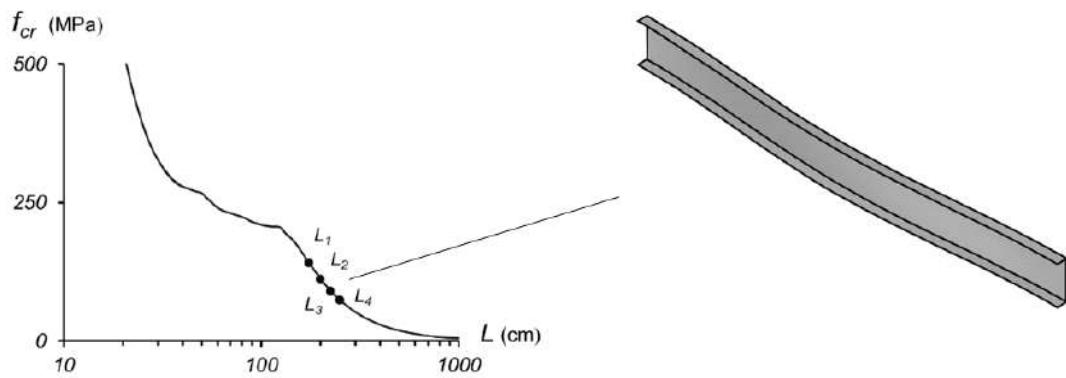


Figura 3.6: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para a coluna U_1 e modos de flambagem das colunas U_1L_3 .

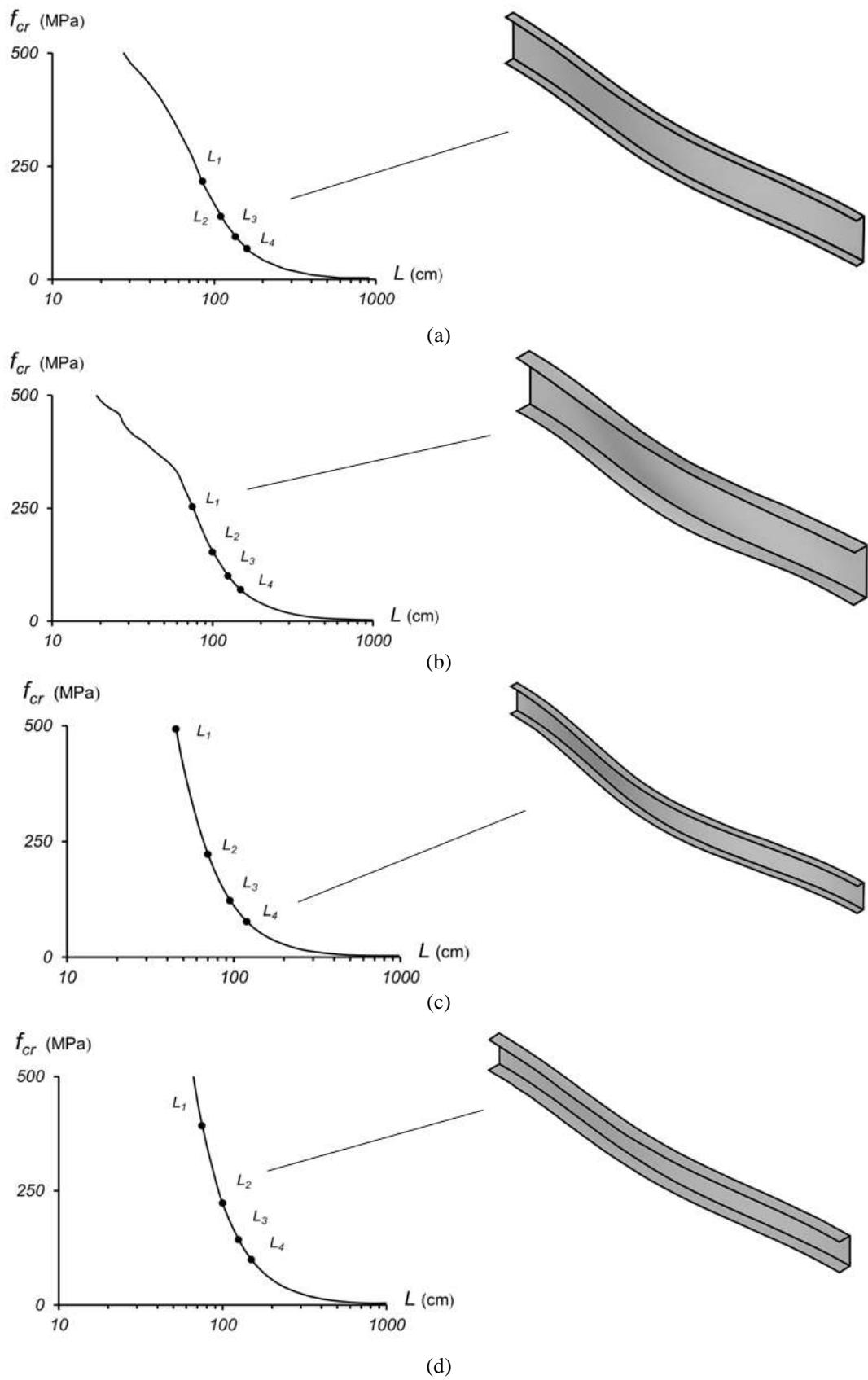


Figura 3.7: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_2 (b) U_3 (c) U_4 (d) U_5 e modos de flambagem das colunas U_2L_3 , U_3L_1 , U_4L_4 e U_5L_2 .

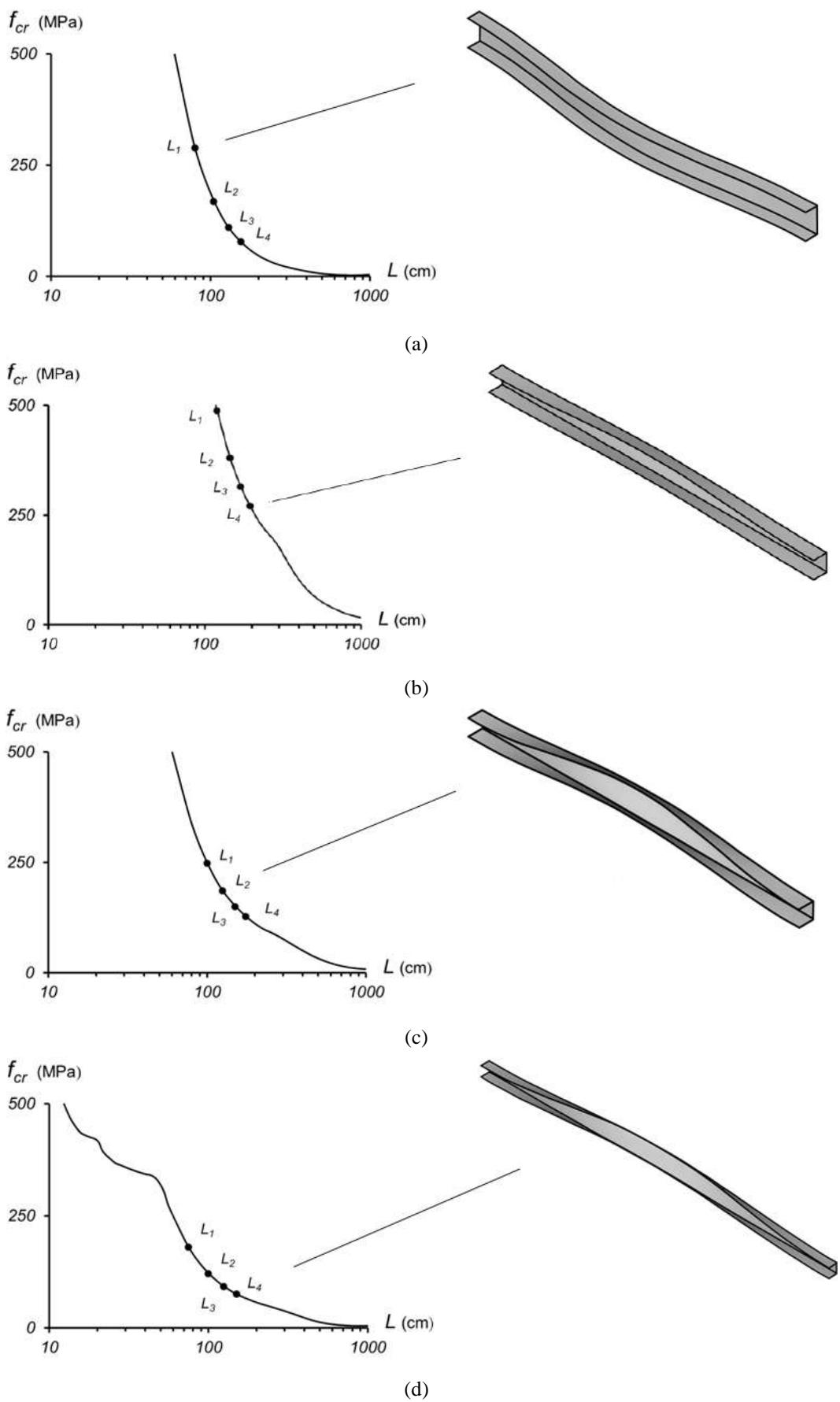
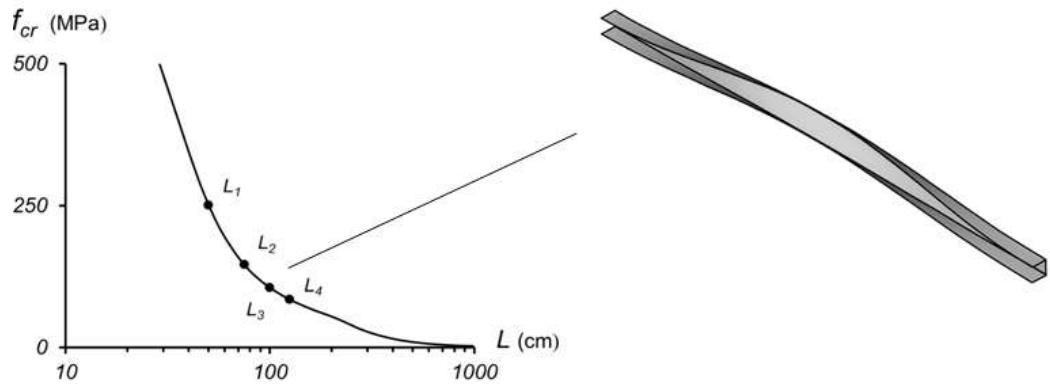
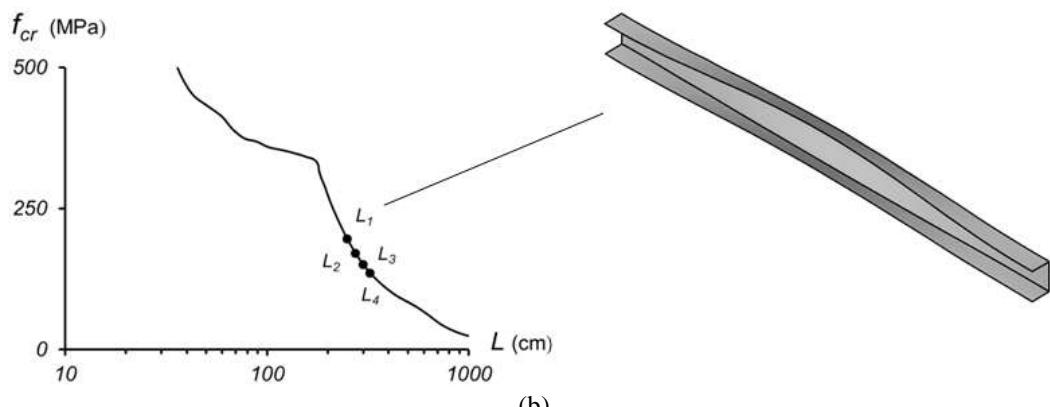


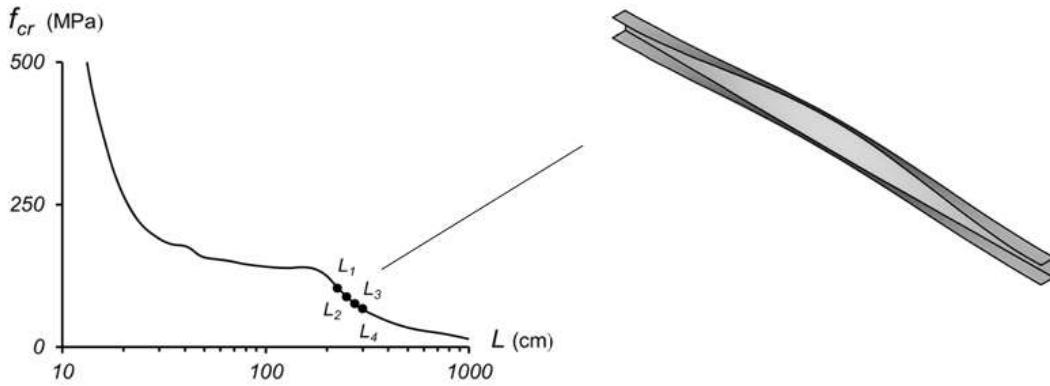
Figura 3.8: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_6 (b) U_7 (c) U_8 e (d) U_9 e modos de flambagem das colunas U_6L_1 , U_7L_4 , U_8L_2 e U_9L_4 .



(a)



(b)



(c)

Figura 3.9: Curva de estabilidade f_{cr} vs. L para as colunas: (a) U_{10} (b) U_{11} e (c) U_{12} e modos de flambagem das colunas $U_{10}L_3$, $U_{11}L_1$ e $U_{12}L_2$.

4 MODELO NUMÉRICO E ANÁLISE DE PÓS-FLAMBAGEM

Este capítulo descreve os modelos numéricos utilizados para a análise não-linear das colunas, por meio do programa ANSYS (2009). Ademais, um comparativo também é realizado com os dados reportados por CINTRA *et al.* (2019) que utilizou o programa SAP 2000. Por fim, aborda-se o comportamento de pós-flambagem, destacando-se a diferença entre as trajetórias de flambagem global por F_m e por F_{MT} .

4.1 Análise usando MEF

Após análise dos resultados de carga crítica de flambagem utilizando o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab), foram obtidas as trajetórias de equilíbrio de pós-flambagem dos perfis selecionados, por meio de modelos de análise não-linear física e geométrica via MEF no programa ANSYS(2009).

As colunas foram discretizadas em elementos de casca (*Shell181*), que segundo o programa representam elementos de parede fina com inclusão de deformação de cisalhamento transversal, integração completa, com quatro nós e seis graus de liberdade por nó, assim como exibido na Figura 4.1. Na Figura 4.2(a), é ilustrada a malha utilizada, que possui dimensões de 5 mm x 5 mm.

A condição de contorno de engaste (FF) é estabelecida mediante a modelagem de uma placa rígida inserida na extremidade da seção transversal da coluna impedindo, desta forma, a ocorrência de deslocamentos e rotações locais e globais. É importante lembrar que a translação do corpo rígido axial é liberada em ambas as extremidades do perfil e restringida no meio do vão.

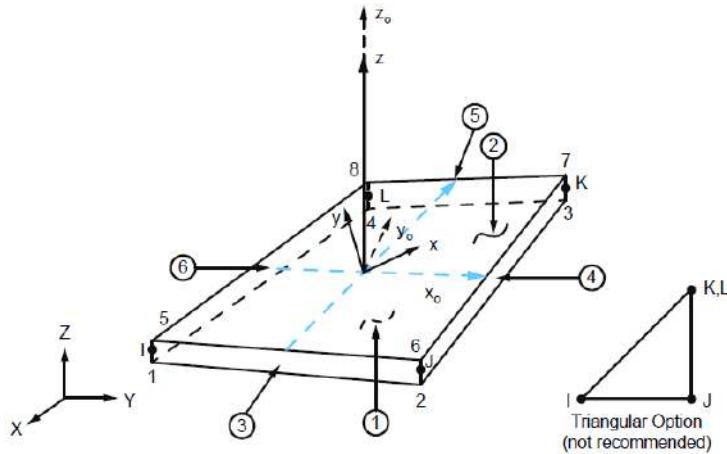


Figura 4.1: Elemento *Shell 181*.
Fonte: ANSYS (2009).

Para inserção da carga, faz-se necessária a criação de um nó na chapa rígida com as coordenadas do centróide da seção transversal, como apresentado na Figura 4.2(b). Desse modo, a força é aplicada de forma concentrada em pequenos passos de carga de maneira automática. Esse processo de acréscimo de carga é realizado recorrendo a uma técnica de solução incremental-iterativa, que combina o método de *Newton-Raphson* com uma estratégia de controle de comprimento de arco.

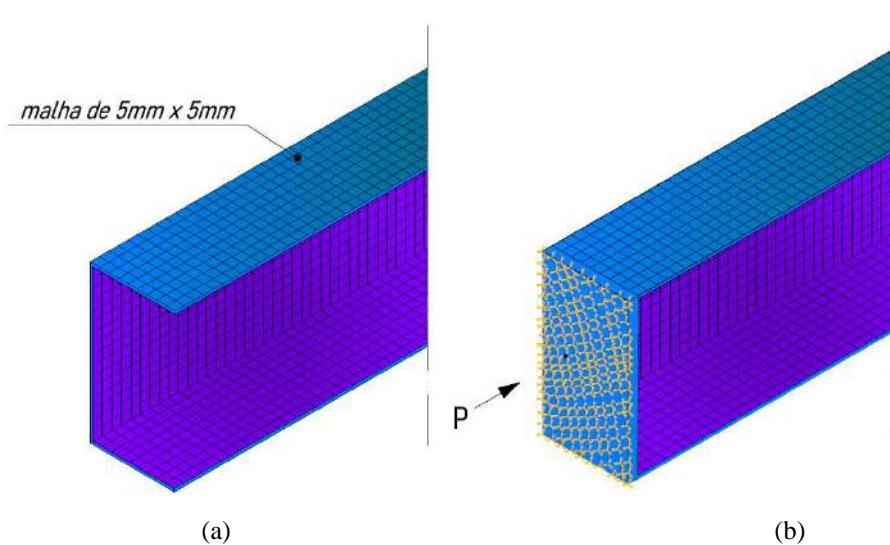


Figura 4.2: Modelo numérico (a) discretização da coluna em malha de 5mm x 5mm e (b) condição de contorno FF e aplicação de P .

As imperfeições iniciais são adicionadas às colunas de maneira automática por meio do processo descrito por LANDESMANN & CAMOTIM (2013), que consiste em

determinar a forma do modo crítico de flambagem, através de uma análise linear via ANSYS (2009), em seguida, reconstitui-se a malha impondo o modo crítico (neste caso F_m ou F_{MT}) e amplitude igual de $L/1000$ por se tratar de flambagem global - na pesquisa citada foi utilizada amplitude de $0,1t$, pois tratava-se de flambagem distorcional. Ou seja, os dados de saída da análise de flambagem se tornam dados de entrada para a análise não linear.

4.2 Comparativo com os resultados obtidos por CINTRA *et al.* (2019)

CINTRA *et al.* (2019) investigaram o desempenho de colunas PRFV curtas de seção I sob compressão concêntrica observando, especialmente, os parâmetros que afetam o comportamento de flambagem local. Os autores realizaram pesquisas experimentais e numéricas, e para esta última, o software comercial SAP2000 v18.0 foi empregado em conjunto com o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab).

A pesquisa atual reproduziu os perfis utilizados no estudo citado, só que agora utilizando o GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e o ANSYS (2009). A Tabela 4.1 apresenta as dimensões das seções transversais, a área e as propriedades mecânicas do material que foram obtidas experimentalmente pelos autores. O perfil I_1 possui matriz de poliéster e os perfis I_2 e I_3 matriz de estérvinilica, por isso existe diferença nos valores do módulo de elasticidade e módulo de cisalhamento entre estas seções transversais.

Tabela 4.1: Dimensões, área e propriedades mecânicas das seções transversais estudadas por CINTRA *et al.* (2019).

Coluna	b_w (mm)	b_f (mm)	t (mm)	A (cm 2)	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{xs}
I_1	152,4	76,2	9,5	28,96	14,7	5,84	2,26	0,32
I_2	101,6	76,2	6,4	16,26	15,9	7,75	3,13	0,32
I_3	101,6	101,6	6,4	19,51	15,9	7,75	3,13	0,32

Selecionou-se dois comprimentos para cada seção transversal utilizando a condição de apoio fixa em todas as situações. A Figura 4.3 mostra uma das colunas estudadas, a seção transversal I_3 com comprimento de 300 mm. Na Figura 4.3(a) encontra-se a configuração indeformada do perfil, e na Figura 4.3(b) é exibida a coluna deformada com modo de flambagem local.

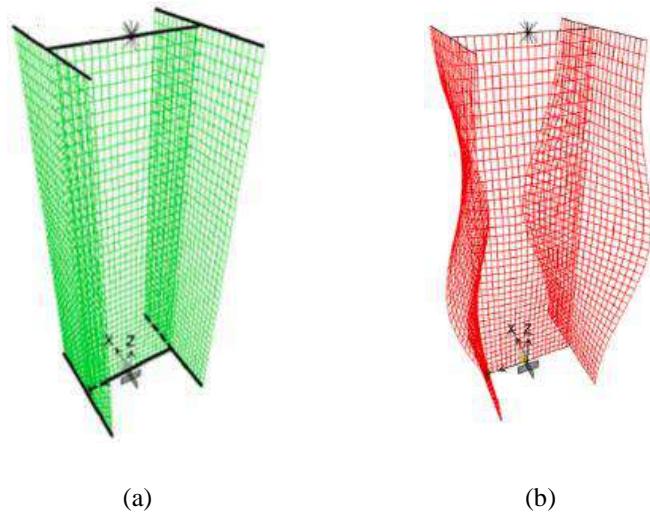


Figura 4.3: Modelo I_3 com $L = 300$ mm (a) coluna indeformada; (b) coluna deformada com modo de flambagem local.

Fonte: Adaptado de CINTRA *et al.* (2019).

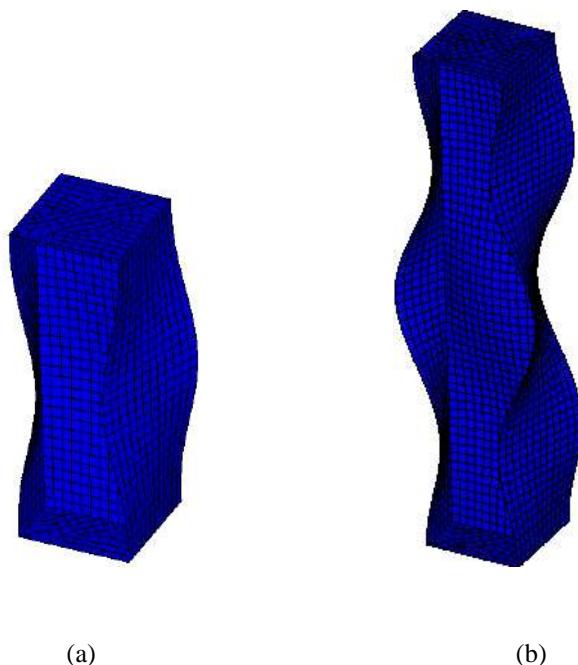


Figura 4.4: Colunas deformadas de seção transversal I_3 executadas no ANSYS (2009) com (a) $L = 300$ mm e (b) $L = 550$ mm.

Inicialmente, os perfis foram reproduzidos no GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e comparados com os resultados dos autores via GBT. A Tabela 4.2 mostra essa análise e por meio dela pode-se verificar que os valores obtidos no trabalho atual ($P_{cr.ET}$) apresentam boa correlação com os da pesquisa de CINTRA *et al.* (2019) ($P_{cr.CINTRA}$), pois a média da variação é inferior a 1%.

Em seguida, foram comparados os resultados dos modelos via MEF. Na Tabela 4.2 são apresentados os valores reportados por CINTRA *et al* (2019) ($P_{cr.SAP}$), os dados oriundos dessa pesquisa ($P_{cr.ANSYS}$), e um comparativo entre estas informações. As variações encontradas entre GBTul e ANSYS são explicadas devido ao fato de não terem sido consideradas deformações de cisalhamento no GBTul versão 1.0.

Tabela 4.2: Comparativo entre as cargas críticas de CINTRA *et al.* e deste trabalho.

Coluna	L (mm)	$P_{cr.CINTRA}$ (kN)	$P_{cr.ET}$ (kN)	$\frac{P_{cr.ET} - P_{cr.CINTRA}}{P_{cr.ET}}$	$P_{cr.SAP}$ (kN)	$P_{cr.ANSYS}$ (kN)	$\frac{P_{cr.SAP} - P_{cr.ANSYS}}{P_{cr.SAP}}$
I_1	300	476,40	483,00	1,37%	462,1	437,71	5,28%
I_1	600	395,30	387,35	2,05%	382,8	357,04	6,73%
I_2	250	261,00	263,08	0,79%	258,6	238,83	7,65%
I_2	550	219,00	217,87	0,52%	214,2	201,74	5,82%
I_3	300	210,20	211,40	0,57%	210,4	189,85	9,77%
I_3	550	178,30	177,17	0,64%	178,2	169,75	4,74%

Observando a diferença percentual entre o $P_{cr.ANSYS}$ e $P_{cr.SAP}$, nota-se uma concordância entre os dados, com variação média de 6,66% e máxima de 9,77%.

4.3 Comportamento de pós-flambagem elástica

Após comparar os valores da carga crítica de flambagem (P_{cr}) provindos do GBTul (BEBIANO *et al.*, 2010ab) e do ANSYS (2009), prosseguiu-se para as análises de pós-flambagem elástica. Desse modo, foi possível identificar diferenças no

comportamento quando varia-se o tipo de flambagem global (F_m ou F_{MT}) e também quando modifica-se o comprimento.

Da Figura 4.4 à Figura 4.8 apresentam-se os gráficos de trajetória de pós-flambagem para as colunas de U_1 a U_{12} , exemplificando o comportamento à F_m (U_1 a U_6) e à F_{MT} (U_7 a U_{12}). Esses gráficos relacionam a tensão atuante normalizada pela tensão crítica (f/f_{cr}) com os deslocamentos normalizados ($|\delta|/t$). Para F_m , $|\delta_H|$ é o deslocamento horizontal transversal máximo que ocorre no eixo x , já para F_{MT} , $|\delta_\theta|$ representa a rotação máxima da seção transversal. Por meio da observação das figuras verificam-se as seguintes ocorrências:

- (i) Os perfis submetidos à F_m não apresentam reserva de resistência de pós-flambagem e não atingem valores $f/f_{cr} > 1$. Além disso, quanto maior o comprimento L da coluna, a trajetória mantém-se mais próxima de uma função constante após atingir seu valor máximo;
- (ii) Os perfis submetidos à F_{MT} detém trajetória de pós-flambagem estável, ou seja, $f/f_{cr} > 1$, exibindo resistência elástica pós-crítica. E também, observa-se que quanto menor o comprimento, maior é a resistência pós-crítica.

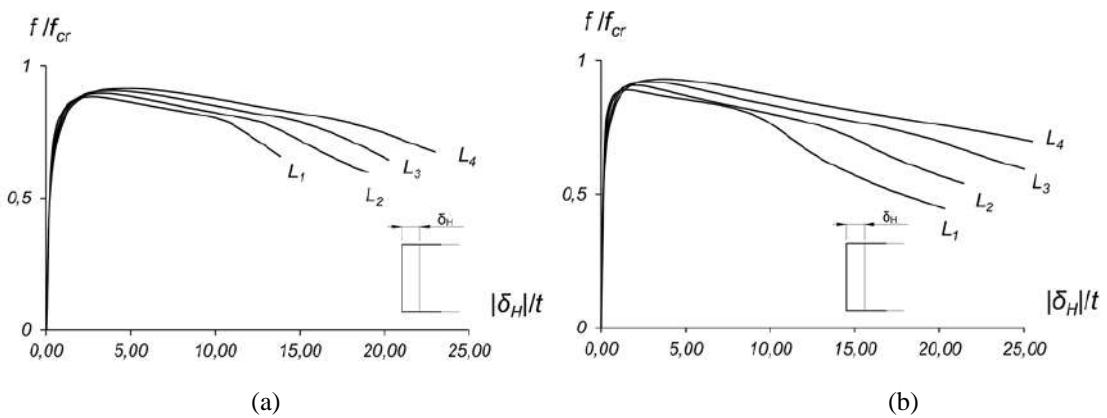


Figura 4.5: Gráfico f/f_{cr} versus $|\delta_H|/t$ para colunas (a) U_1L_1 , U_1L_2 , U_1L_3 e U_1L_4 ; (b) U_2L_1 , U_2L_2 , U_2L_3 e U_2L_4 .

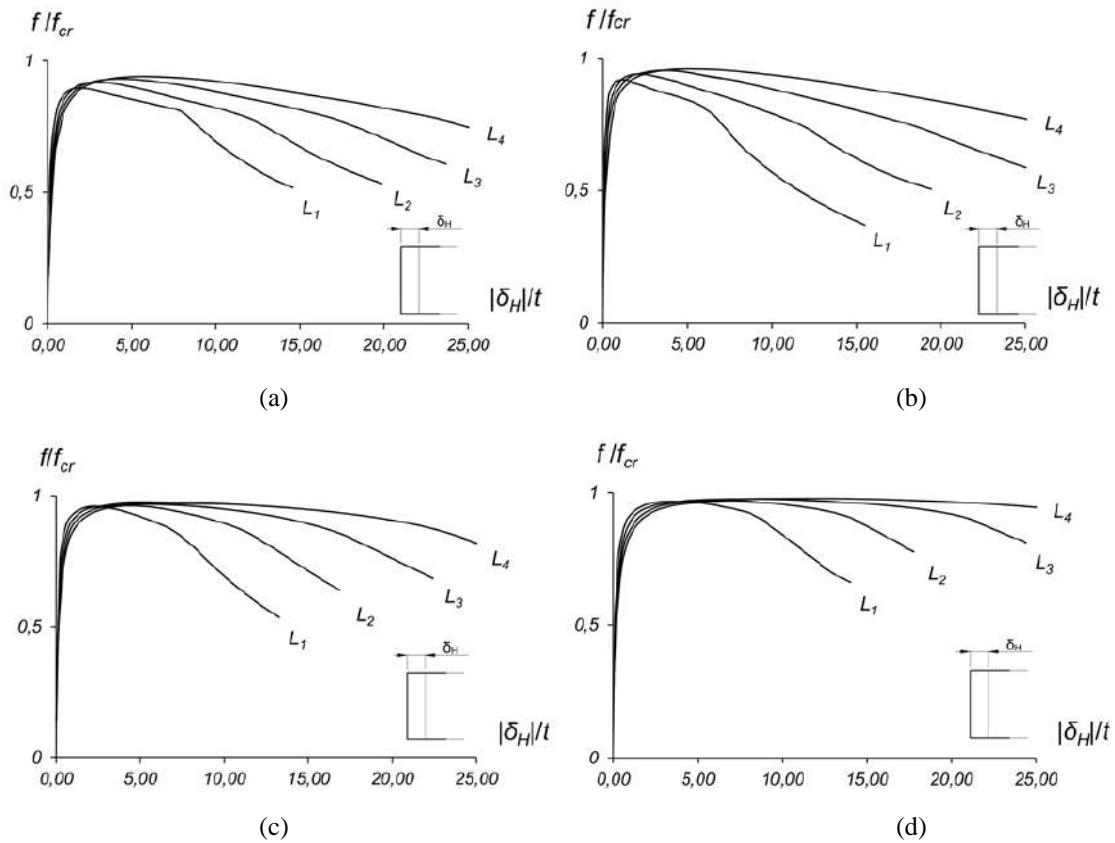


Figura 4.6: Gráfico f/f_{cr} versus $|\delta_H|/t$ para colunas (a) U_3L_1, U_3L_2, U_3L_3 e U_3L_4 ; (b) U_4L_1, U_4L_2, U_4L_3 e U_4L_4 ; (c) U_5L_1, U_5L_2, U_5L_3 e U_5L_4 ; (d) U_6L_1, U_6L_2, U_6L_3 e U_6L_4 .

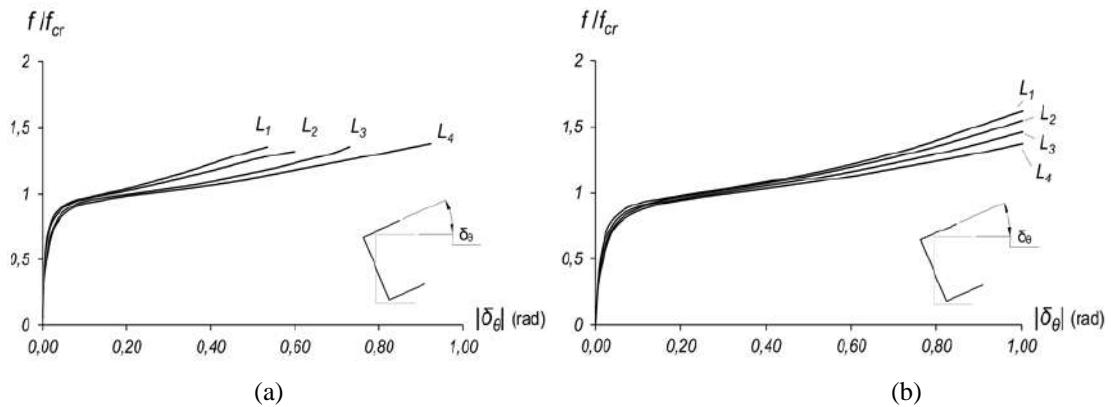


Figura 4.7: Gráfico f/f_{cr} versus $|\delta_\theta|$ para colunas (a) U_7L_1, U_7L_2, U_7L_3 e U_7L_4 ; (b) U_8L_1, U_8L_2, U_8L_3 e U_8L_4 .

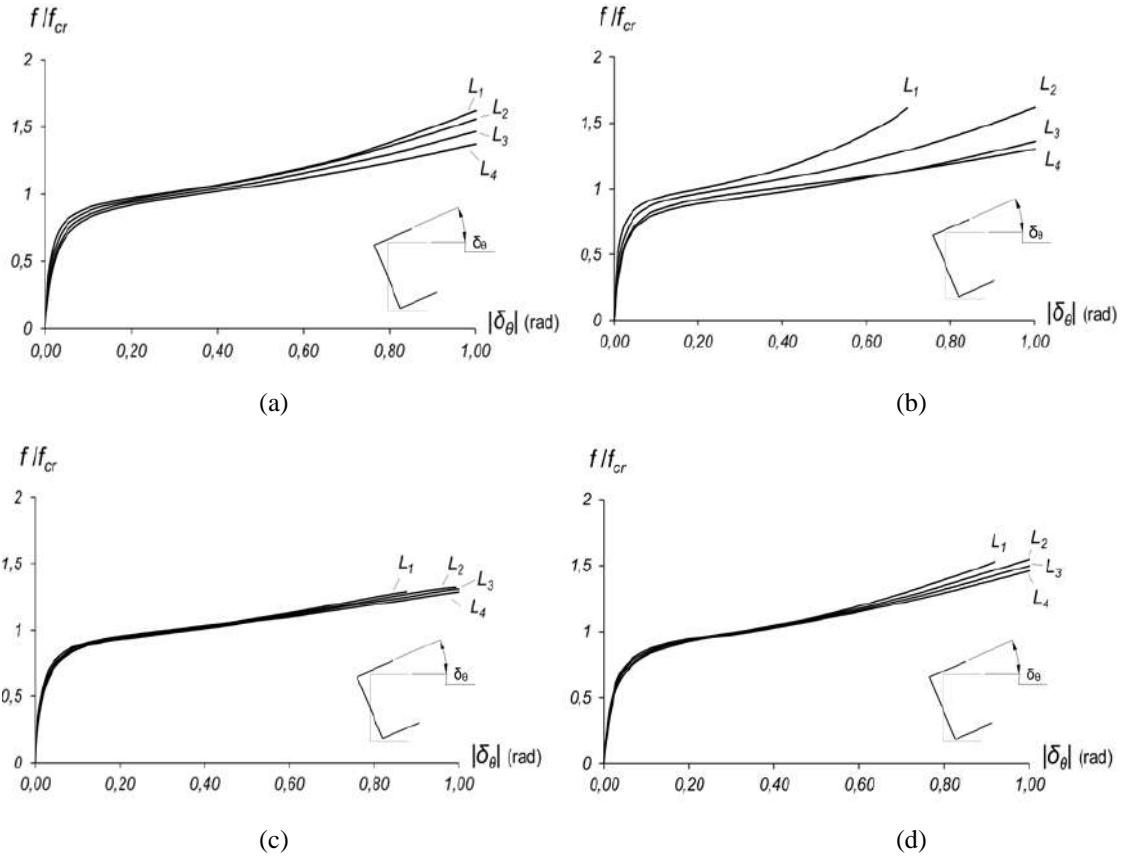


Figura 4.8: Gráfico f/f_{cr} versus $|\delta_\theta|$ para colunas (a) U_9L_1 , U_9L_2 , U_9L_3 e U_9L_4 ; (b) $U_{10}L_1$, $U_{10}L_2$, $U_{10}L_3$ e $U_{10}L_4$; (c) $U_{11}L_1$, $U_{11}L_2$, $U_{11}L_3$ e $U_{11}L_4$; (d) $U_{12}L_1$, $U_{12}L_2$, $U_{12}L_3$ e $U_{12}L_4$;

5 FALHA INICIAL E DIMENSIONAMENTO VIA MRD

Neste capítulo apresentam-se os dados relativos à falha inicial das colunas, utilizando o critério *Tsai-Wu* (TSAI-WU, 1971). Além disso, será analisada a aplicação do dimensionamento via MRD, que atualmente é utilizado para PFF, nas colunas PRFV que falham sob F_m ou F_{MT} .

5.1 Falha Inicial – Critério de *Tsai-Wu*

De acordo com BARBERO (2008), os critérios de falha são ajustes de curva de dados experimentais que tentam prever a falha sob tensão multiaxial com base em dados experimentais obtidos sob tensão uniaxial. Além disso, estes critérios prevêem a primeira ocorrência de falha em uma das lâminas, mas são incapazes de rastrear a sua propagação até a falha completa do laminado.

Para a identificação do momento em que a coluna inicia a apresentação de falha, além da carga e do local, foi utilizado o critério de *Tsai-Wu* (TSAI-WU, 1971) que como apresentado em 2.5.5, considera a interação entre as tensões últimas. Este critério foi adotado, pois, segundo JONES (1999), por meio dele encontram-se boas correlações com dados experimentais e, além disso, ele possui características mais abrangentes do que outros critérios como os de *Tsai-Hill* e de *Hoffman*. No modelo implementado via ANSYS (2009), os critérios de falha aparecem utilizando a noção de índice de falha (I_f), e esse valor é modificado em cada acréscimo de carga.

Para verificar o modo de deformação das colunas e identificar o momento de início da falha, necessita-se acompanhar o progresso de I_f perante cada incremento de carga. Esse acompanhamento foi possível devido ao fato do ANSYS (2009) fornecer em

cada *substep* o valor do I_f dos nós e, além disso, exibir os nós com valores máximos e mínimos de índice de falha. Desse modo, identificou-se o ponto que igualou ou ultrapassou o número um, pioneiramente ($I_f \geq 1$), ou seja, o local onde iniciou a falha.

A Figura 5.1(a) exibe o gráfico com a progressão do I_f versus f/f_{cr} para a coluna U_9 com comprimento L_I , que se refere a um caso de flexo-torção. E na Figura 5.1(b) pode-se visualizar a evolução da configuração deformada junto da progressão da falha por meio de seis estágios. Analisando estas imagens pode-se tirar as seguintes conclusões:

- (i) A falha se propaga próximo aos nós localizados na mesa em comprimentos de aproximadamente 25% e 75% de L –áreas em vermelho;
- (ii) À medida que a relação f/f_{cr} se aproxima de 1, I_f aumenta de forma expressiva para poucos incrementos de carga.

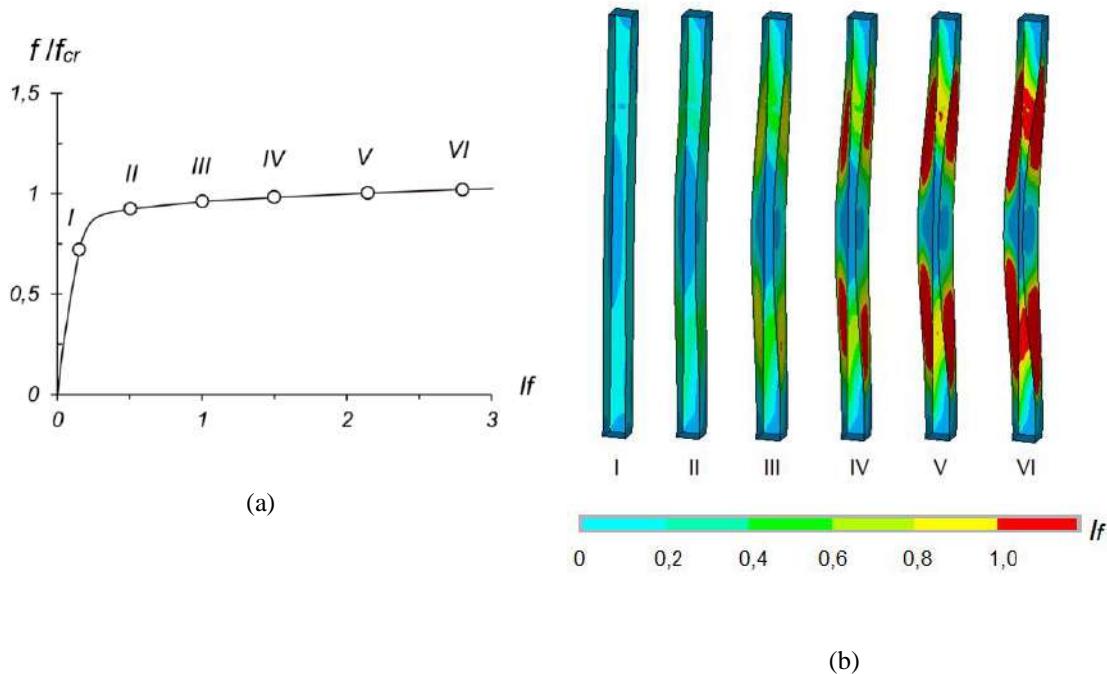


Figura 5.1: (a) Curva f/f_{cr} versus I_f para a coluna U_9L_I e (b) configuração deformada em correspondência com I_f em seis estágios.

A Tabela 5.1 apresenta f_u que, assim como descrito por GRAÇA (2016), é o valor de tensão aplicada para o qual I_f igual a um, pois o material é elastofrágil. Também é exposta a tensão máxima alcançada por cada perfil (f_{max}), além das comparações com f_{cr} . Por meio da observação desta tabela pode-se concluir que:

- (i) Para os perfis estudados nesse estudo, a falha ocorre em tensões relativamente próximas a f_{cr} , ocorrendo uma variação média de 5,07% no geral, sendo 7,74% nas colunas submetidas à F_m e 2,39% nas colunas que flambam por F_{MT} ;
- (ii) Para todas as colunas em que acontece F_m (U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 e U_6), o valor de f_u é inferior a f_{cr} , já nas que ocorre F_{MT} ($U_7, U_8, U_9, U_{10}, U_{11}$ e U_{12}) esse valor ora é superior, ora é inferior.

5.2 Dimensionamento via MRD

Considerando que a proposta desta pesquisa é avaliar o comportamento dos perfis U pultrudados PFRV quanto a aplicação do MRD, verifica-se, inicialmente, a utilização da Equação (2.16) para todas as colunas estudadas a fim de analisar se o valor de f_{nG} oriundo do método exibe uma boa correlação com a carga última f_u que neste trabalho admite-se como o valor de f quando $I_f = 1$.

Para uso do MRD em compósitos PRFV é necessária a adaptação do valor de f_y , pois este material é caracterizado pelo comportamento elastofrágil (diagrama tensão deformação linear até a ruptura), em seu lugar, foi utilizado C_y que se refere ao limite de resistência à compressão na direção paralela à fibra.

Tabela 5.1: Tensão para $I_f = 1$, tensão máxima e variação em relação a f_{cr} para perfis U utilizados.

Coluna	L	λ_G	f_u (MPa)	f_{max} (MPa)	f_u/f_{cr}	f_{max}/f_{cr}
U_1	L_1	2,83	113,51	114,58	0,876	1,009
	L_2	3,15	91,66	93,60	0,878	1,021
	L_3	3,49	74,86	77,13	0,880	1,030
	L_4	3,84	61,91	64,31	0,881	1,039
U_2	L_1	2,34	167,63	167,84	0,888	1,001
	L_2	2,86	112,99	114,43	0,895	1,013
	L_3	3,42	79,40	81,33	0,899	1,024
	L_4	4,00	58,17	60,20	0,900	1,035
U_3	L_1	2,15	194,95	200,00	0,872	1,026
	L_2	2,71	128,09	129,22	0,909	1,009
	L_3	3,31	86,25	87,85	0,915	1,019
	L_4	3,93	61,31	63,00	0,915	1,028
U_4	L_1	1,60	353,08	369,04	0,878	1,045
	L_2	2,28	187,33	187,38	0,939	1,000
	L_3	3,00	108,90	109,26	0,948	1,003
	L_4	3,74	70,30	70,84	0,952	1,008
U_5	L_1	1,73	322,42	329,99	0,935	1,023
	L_2	2,24	198,31	199,15	0,960	1,004
	L_3	2,76	131,70	131,78	0,968	1,001
	L_4	3,29	93,26	93,26	0,972	1,000
U_6	L_1	1,98	253,06	255,37	0,958	1,009
	L_2	2,55	154,62	154,94	0,970	1,002
	L_3	3,13	103,31	103,32	0,975	1,000
	L_4	3,71	73,63	73,65	0,978	1,000
U_7	L_1	1,56	378,53	573,58	0,893	1,515
	L_2	1,75	306,16	465,01	0,908	1,519
	L_3	1,92	257,33	383,95	0,916	1,492
	L_4	2,07	223,33	321,30	0,922	1,439
U_8	L_1	2,14	211,21	370,21	0,937	1,753
	L_2	2,46	162,46	288,07	0,952	1,773
	L_3	2,73	133,17	228,91	0,962	1,719
	L_4	2,97	113,97	185,35	0,970	1,626
U_9	L_1	2,48	161,08	284,59	0,959	1,767
	L_2	3,01	113,72	206,53	0,994	1,816
	L_3	3,44	89,01	154,59	1,019	1,737
	L_4	3,80	72,57	119,17	1,013	1,642
U_{10}	L_1	2,13	213,87	383,60	0,936	1,794
	L_2	2,75	132,27	245,51	0,969	1,856
	L_3	3,23	98,05	167,87	0,987	1,712
	L_4	3,60	79,41	120,91	0,996	1,523
U_{11}	L_1	2,37	174,95	237,10	0,951	1,355
	L_2	2,54	154,62	212,77	0,961	1,376
	L_3	2,69	138,45	191,70	0,969	1,385
	L_4	2,84	125,46	173,32	0,976	1,382
U_{12}	L_1	3,23	100,02	152,73	1,005	1,527
	L_2	3,49	88,57	135,76	1,044	1,533
	L_3	3,75	79,43	121,15	1,078	1,525
	L_4	3,99	72,10	108,51	1,109	1,505

A Figura 5.2 exibe o gráfico f_u/f_{nG} versus λ_G (esbeltez global) referente as colunas U . Em círculos brancos e cinzas estão as colunas sujeitas à F_m e à F_{MT} , respectivamente. Nota-se que independente do valor de λ_G , os círculos brancos apresentam comportamento similar em torno de $f_u/f_{nG} = 1$. Já os círculos cinzas, conforme aumenta-se λ_G , mais distante os pontos se tornam da linha tracejada. Destaca-se que em DINIS *et al.* (2020) observa-se o mesmo comportamento para colunas U de aço quando submetidas à flexo-torção. A circunstância referida pode ser verificada, também, observando a Tabela 5.2 onde a diferença percentual entre f_u e f_{nG} é exposta. A variação média nos perfis com flambagem por F_m e por F_{MT} é de -5,20% e -11,30%, na devida ordem, sendo possível constatar que, no geral, a diferença aumenta conforme λ_G cresce nas colunas. Ademais, conclui-se que, na maioria dos casos, f_{nG} subestimou a resistência das colunas.

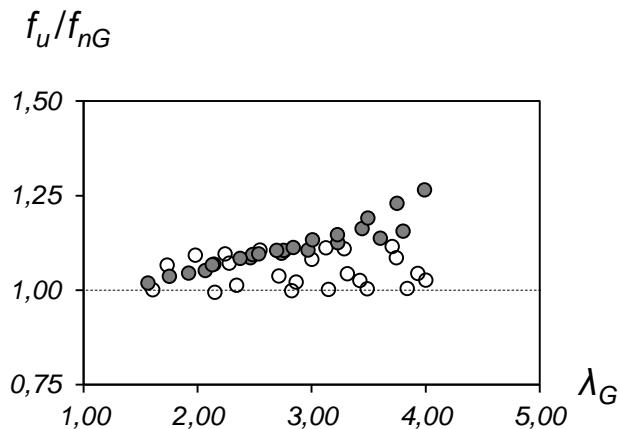


Figura 5.2: Gráfico f_u/f_{nG} versus λ_G para perfis submetidos à F_m (círculos brancos) e à F_{MT} (círculos cinzas).

Em virtude dos fatos mencionados, utilizou-se a Equação (2.17) com o propósito de encontrar uma melhor representação do desempenho das colunas U_7 , U_8 , U_9 , U_{10} , U_{11} e U_{12} (F_{MT}). No entanto, observou-se que f_{nFT} superestimou de forma expressiva (em alguns casos mais de 50%) o comportamento desses perfis como

apresentado na Tabela 5.3. Uma explicação para tal comportamento decorre do fato da resistência de pós-flambagem no aço ser bem maior do que nos PRFV.

Desse modo, observa-se que os resultados mais seguros são os de f_{nG} , tanto para as colunas que estão sob F_m quanto para F_{MT} . Lembrando que encontra-se uma correlação melhor para os perfis com flambagem por F_m .

5.3 Proposta de dimensionamento

Em busca de um modelo de equação que se adequasse melhor ao comportamento do PRFV quando sujeito F_{MT} , resolveu-se adaptar a equação de f_{nG} , que foi a que mais se aproximou do comportamento numérico encontrado. Com isso, por meio da utilização de linhas de tendência no Excel abrangendo os resultados encontrados via ANSYS (2009) chega-se a um coeficiente α , que é o fator que aproxima f_{nG} dos dados obtidos, esse fator é descrito na Equação 5.2 e, assim, obtém-se um modelo proposto para cálculo de carga última para colunas sujeitas a flexo-torção – $f_{nFT.P}$ – apresentado na Equação 5.1.

$$f_{nFT.P} = \begin{cases} C_y (0,658 \lambda_{FT}^2), & \lambda_{FT} \leq 1,5 \\ \alpha \cdot C_y \left(\frac{0,877}{\lambda_{FT}^2} \right) & \lambda_{FT} > 1,5 \end{cases} \quad \lambda_{FT} = \sqrt{\frac{C_y}{f_{cr.FT}}} \quad (5.1)$$

$$\alpha = 0,64 \lambda_{FT} + 0,895 \quad (5.2)$$

O gráfico da Figura 5.3 exibe as curvas f_{nG} e $f_{nFT.P}$ e por meio desta pode-se observar que os resultados utilizando a equação proposta se aproximam mais dos dados numéricos obtidos nesta dissertação.

Tabela 5.2: Tensão crítica de flambagem, tensão última e resistência última de flambagem global estimada via MRD para perfis U estudados.

Coluna	L	λ_G	f_{cr} (MPa)	f_u (MPa)	f_{nG} (MPa)	$\frac{f_{nG} - f_u}{f_{nG}}$
U_1	L_1	2,83	129,64	113,51	113,70	0,16%
	L_2	3,15	104,40	91,66	91,56	-0,11%
	L_3	3,49	85,05	74,86	74,59	-0,36%
	L_4	3,84	70,28	61,91	61,64	-0,44%
U_2	L_1	2,34	188,70	167,63	165,49	-1,29%
	L_2	2,86	126,21	112,99	110,68	-2,08%
	L_3	3,42	88,31	79,40	77,44	-2,52%
	L_4	4,00	64,65	58,17	56,70	-2,60%
U_3	L_1	2,15	223,58	194,95	196,08	0,58%
	L_2	2,71	140,85	128,09	123,53	-3,69%
	L_3	3,31	94,30	86,25	82,70	-4,29%
	L_4	3,93	66,97	61,31	58,74	-4,39%
U_4	L_1	1,60	402,17	353,08	352,70	-0,11%
	L_2	2,28	199,53	187,33	174,99	-7,05%
	L_3	3,00	114,83	108,90	100,71	-8,14%
	L_4	3,74	73,87	70,30	64,78	-8,53%
U_5	L_1	1,73	344,79	322,42	302,38	-6,63%
	L_2	2,24	206,46	198,31	181,07	-9,52%
	L_3	2,76	135,98	131,70	119,26	-10,43%
	L_4	3,29	95,91	93,26	84,11	-10,87%
U_6	L_1	1,98	264,18	253,06	231,69	-9,22%
	L_2	2,55	159,46	154,62	139,85	-10,56%
	L_3	3,13	105,97	103,31	92,93	-11,17%
	L_4	3,71	75,31	73,63	66,04	-11,49%
U_7	L_1	1,56	423,85	378,53	371,71	-1,83%
	L_2	1,75	337,02	306,16	295,57	-3,58%
	L_3	1,92	280,80	257,33	246,26	-4,49%
	L_4	2,07	242,24	223,33	212,45	-5,12%
U_8	L_1	2,14	225,49	211,21	197,76	-6,80%
	L_2	2,46	170,73	162,46	149,73	-8,50%
	L_3	2,73	138,42	133,17	121,40	-9,70%
	L_4	2,97	117,53	113,97	103,08	-10,57%
U_9	L_1	2,48	167,89	161,08	147,24	-9,40%
	L_2	3,01	114,44	113,72	100,36	-13,31%
	L_3	3,44	87,32	89,01	76,58	-16,23%
	L_4	3,80	71,60	72,57	62,80	-15,56%
U_{10}	L_1	2,13	228,55	213,87	200,44	-6,70%
	L_2	2,75	136,55	132,27	119,76	-10,45%
	L_3	3,23	99,34	98,05	87,12	-12,55%
	L_4	3,60	79,70	79,41	69,90	-13,60%
U_{11}	L_1	2,37	184,04	174,95	161,40	-8,39%
	L_2	2,54	160,97	154,62	141,17	-9,53%
	L_3	2,69	142,91	138,45	125,33	-10,47%
	L_4	2,84	128,55	125,46	112,74	-11,28%
U_{12}	L_1	3,23	99,51	100,02	87,27	-14,60%
	L_2	3,49	84,84	88,57	74,40	-19,04%
	L_3	3,75	73,67	79,43	64,60	-22,95%
	L_4	3,99	64,99	72,10	57,00	-26,50%

Tabela 5.3: Resistência última encontrada via MEF e resistência última de flexo-torção estimada para colunas com flambagem global por F_{MT} .

Coluna	L	λ_{FT}	f_u (MPa)	f_{nFT} (MPa)	β_{FT}	a	b	$\frac{f_{nFT} - f_u}{f_{nFT}}$
U_7	L_1	1,56	378,53	389,29	2,92	0,56	0,88	2,76%
	L_2	1,75	306,16	351,74				12,96%
	L_3	1,92	257,33	324,46				20,69%
	L_4	2,07	223,33	303,93				26,52%
U_8	L_1	2,14	211,21	298,08	2,34	0,55	0,85	29,14%
	L_2	2,46	162,46	264,82				38,65%
	L_3	2,73	133,17	242,22				45,02%
	L_4	2,97	113,97	225,94				49,56%
U_9	L_1	2,48	161,08	261,02	2,58	0,55	0,87	38,29%
	L_2	3,01	113,72	221,15				48,58%
	L_3	3,44	89,01	196,74				54,76%
	L_4	3,80	72,57	180,55				59,81%
U_{10}	L_1	2,13	213,87	300,87	2,17	0,55	0,84	28,92%
	L_2	2,75	132,27	242,33				45,42%
	L_3	3,23	98,05	212,01				53,75%
	L_4	3,60	79,41	193,28				58,92%
U_{11}	L_1	2,37	174,95	257,41	4,54	0,58	0,98	32,04%
	L_2	2,54	154,62	241,02				35,85%
	L_3	2,69	138,45	227,34				39,10%
	L_4	2,84	125,46	215,82				41,87%
U_{12}	L_1	3,23	100,02	194,24	4,09	0,57	0,96	48,51%
	L_2	3,49	88,57	179,98				50,79%
	L_3	3,75	79,43	168,24				52,79%
	L_4	3,99	72,10	158,47				54,50%

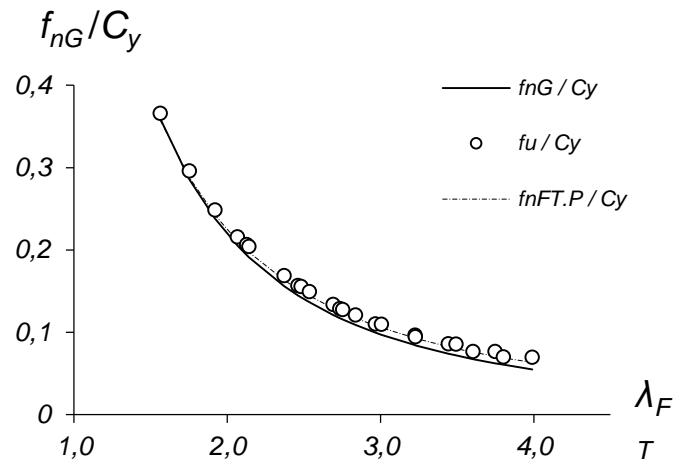


Figura 5.3: Gráfico de f_{nG} , f_u e $f_{nFT,P}$ versus λ_{FT} .

6 CONCLUSÕES

A presente dissertação de mestrado apresentou um estudo numérico-computacional sobre o comportamento de colunas *U* pultrutadas PRFV na ocorrência de flambagem global por F_m e por F_{MT} . Por se tratar de um material com diversas vantagens, como eficiência estrutural, durabilidade à corrosão e diversidade de seções transversais, tem-se estimulado o emprego deste sistema construtivo em distintos setores da construção civil. Por esse motivo, torna-se necessária a previsão da resistência última destes perfis por metodologias racionais/diretas.

Inicialmente, após descrever o procedimento da seleção de colunas via GBTul, para a identificação de colunas que assegurassem a flambagem no modo global foram desenvolvidos modelos via MEF para análises sobre o comportamento de pós-flambagem elástica das colunas selecionadas. Os resultados numéricos apresentados e discutidos compreenderam as trajetórias de equilíbrio, a evolução das tensões principais, incluindo a estimativa da falha inicial (I_f) apresentada pelas colunas, e estimativa da resistência última (f_u), com base no critério de falha de *Tsai-Wu* (TSAI-WU, 1971).

Em seguida, avaliou-se a utilização do MRD para as colunas *U* deste trabalho por meio das curvas P_{nG} e P_{nFT} . Uma curva de resistência foi proposta a fim de representar de forma mais correlata a P_u de perfis PRFV sujeitos à compressão sob falha global por F_{MT} . Entre as principais conclusões desta dissertação estão:

- (i) As colunas PRFV sujeitas à F_m estudadas não apresentaram resistência de pós-flambagem, enquanto as que estavam sujeitas à F_{MT} exibiram notória reserva de resistência pós-crítica;
- (ii) As falhas iniciais ocorreram próximas às f_{cr} , sendo que para todos os casos de F_m a carga no momento que $I_f=1$ é menor que f_{cr} ;

- (iii) A curva f_{nG} mostrou ser indicada para estimar a resistência última das colunas que apresentaram flambagem global por F_m e F_{MT} sendo que a melhor correlação ocorre para a F_m , já a curva f_{nFT} superestimou de modo expressivo a resistência última dos perfis que apresentaram flambagem global por F_{MT} ;
- (iv) A curva proposta $f_{nFT.P}$, que tem como base f_{nG} com acréscimo do coeficiente α , mostrou ser uma boa metodologia de cálculo para estimar a resistência última dos perfis U deste trabalho com flambagem por F_{MT} e embora o número de perfis seja pequeno, apresenta a capacidade de adoção de uma adaptação do MRD para colunas de perfis PRFV.

6.1 Sugestão para pesquisas futuras

Com a finalidade de expandir a atual linha de pesquisa sobre perfis PRF e a utilização do MRD, propõe-se o desenvolvimento dos seguintes estudos:

- (i) Utilização de outros tipos de seção transversal, como U_e e I ;
- (ii) Utilização de outras condições de apoio da seção transversal como a simplesmente apoiada;
- (iii) Análise experimental de colunas U com emprego dos equipamentos disponíveis no LABEST do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ;
- (iv) Adoção de outros tipos de fibra, como carbono e kevlar;
- (v) Ampliação do estudo numérico para reunir mais dados e proposição de curva mais ajustada;
- (vi) Utilização do modelo de elementos finitos com progressão de dano.

REFERÊNCIAS

ABAQUS, 2008. Simulia Inc. Abaqus Standard (version 6.7-5).

ADVISORY COMMITTEE ON TECHNICAL RECOMMENDATIONS FOR CONSTRUCTION, 2004. *CNR-DT 200: Guide for Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures – Materials, RC and PC Structures, Masonry Structures*, Rome, Italy.

ALMEIDA, S., 2004, *Avaliação das propriedades mecânicas de compósitos pultrudados de matriz polimérica com reforço de fibra de vidro*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

ANSYS, 2009. *Reference Manual*, Swanson Analysis Systems (SAS), versão 12.0.1.

ASCE. *Pre-Standard for Load and Resistance Factor Design (LRFD) of Pultruded Fiber Reinforced Polymer (FRP) Structures (Final)*. ASCE, Reston, VA, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2010. *NBR 14762: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio - Procedimento*. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2014. *NBR 15708: Indústrias do petróleo e gás Natural – Perfis pultrudados. Parte 1: Materiais, métodos de ensaio e tolerâncias dimensionais*. Rio de Janeiro.

BANK, L. C., 1990, “Shear properties of pultruded glass FRP materials”, *Journal of Materials in Civil Engineering*, v.2 (2), pp. 118-122.

BANK, L.C., 2006. *Composites for Construction: Structural Design with FRP Materials*. New Jersey, John Wiley & Sons.

BARBERO, E. J., 2008. *Finite element analysis of composite materials*. CRC Press - Taylor & Francis Group.

BARBERO E., TOMBLIN J., 1994, “A phenomenological design equation for FRP columns with interaction between local and global buckling”, *Thin Walled Struct.* v.18 (2) pp. 117–131 .

BARBERO E., TOMBLIN J., 1993, “Euler buckling of thin-walled composite columns”, *Thin Walled Struct.* v.17 pp. 237–258 .

BEBIANO, R., PINA, P., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2010a. *GBTUL 1.0_β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, DECivil/IST, Technical University of Lisbon. (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>).

BEBIANO, R., PINA, P., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2010b. Manual User. *GBTUL 1.0_β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, DECivil/IST, Technical University of Lisbon. (<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>).

BEBIANO, R., CAMOTIM, D., GONÇALVES R., 2018, “GBTUL 2.0 – A second-generation code for the GBT-based buckling and vibration analysis of thin-walled members”, *Thin-walled Structures*, v.124 (March), pp. 235-257.

CALLISTER, W. D., 2007, *Materials Science and Engineering: An Introduction*. 7th Edition. John Wiley & Sons, Inc..

CAMOTIM; D., SILVESTRE; N., GONÇALVES, R., DINIS, P., 2015, *GBT-Based Analysis and Design of Thin-Walled Metal and FRP Members: Recent Developments*.

CAMPBELL, F. C., 2004, *Manufacturing Processes for Advanced Composites*, Elsevier Advanced Technology.

CARDOSO, D., 2014, *Compressive strength of pultruded glass-fiber reinforced polymer (GFRP) columns*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

CINTRA, G.G., 2017, *Local Buckling Behavior of Pultruded Glass-Fiber Reinforced Polymer (pGFRP) I-Section Column*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

CINTRA, G. G., CARDOSO D. C. T., VIEIRA J. D., 2019, “Parameters affecting local buckling response of pultruded GFRP I-columns: Experimental and numerical investigation”, *Composite Structures* v.222, pp.110897.

CLARKE, J. L., 1996, *EUROCOMP design code and handbook: Structural design of polymer composites*. E & FN Spon, London.

CNR, National Research Council of Italy, 2008, *CNR-DT 205/2007: Guide for the design and construction of structures made of thin FRP pultruded elements*, Rome, Italy.

CORREIA, J. R., BRANCO, F. A., FERREIRA, J. G., 2006, *Comportamento Mecânico de Perfis Pultrudidos de Fibra de Vidro (GRFP) e das suas Ligações*, Lisboa, Portugal.

CORREIA, J. R., FRANCO, F. A., SILVA, N. M. F., CAMOTIM, D., SILVESTRE, N., 2011, “Firstorder, buckling and post-buckling behavior of GFRP pultruded beams, part 1:

experimental study”, *Comput Struct*, v.89(21), pp. 2052–64.

DANIEL, I. M.; ISHAI, O., 2006, *Engineering Mechanics of Composite Materials*. New York, Oxford University Press.

DAVIES J. M., 1998, “Generalised beam theory (GBT) for coupled instability problems, Coupled Instability in Metal Structures: Theoretical and Design Aspects”, J. Rondal (ed.), CISM Course nº379, Springer Verlag, Vienna, pp. 151-223.

DHARAN, C. K. H., 1978, “Fracture Mechanics of Composites Materials”, *Journal of Engineering Materials and Technology*, v. 100, n. 3, Jul, pp. 233–247.

DINIS, P. B., CAMOTIM, D., LANDESMANN, A., MARTINS, A. D., 2019, “On the direct strength method design of columns against global failures”, *Thin-Walled Structures*, v. 139, pp. 242-270.

DINIS, P. B., CAMOTIM, D., LANDESMANN, A., MARTINS, A. D., 2020, “Improving the Direct Strength Method prediction of column flexural-torsional failure loads”, *Thin-Walled Structures*, v. 148, pp. 106461.

EUROCÓDIGO 3, EN 1993-1-1, 2010, *Projeto de estruturas de aço – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade.

FERNANDES, G., 2017, *Validação numérico-experimental do colapso distorcional de colunas metálicas em perfil formado a frio*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

GRAÇA, M., 2016, *Sobre o dimensionamento à flambagem distorcional de colunas pultrudadas de PRF via MEF*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

GRAY, E. F., BROWNE, H. C., BURKHARDT, W., FOWLER, T. J., LIZZIO, A., & MCDERMOTT, J. F. I., 1984, *Structural plastics design manual*. Manuals and Reports on Engineering Practice, American Society of Civil Engineers 63.

GOSLING, P. D., SARIBIYIK, M., 2003, “Nonstandard tensile coupon for fiber-reinforced plastics”, *Journal of materials in civil engineering*, 15 (2), pp. 108-117.

HAJ-ALI, R., KILIC, H., ZUREICK, A., 2001, “Three-dimensional micromechanics-based constitutive framework for analysis of pultruded composite structures”, *Journal of Engineering Mechanics*, 127 (7), pp. 653-660.

HANCOCK, G.J., KWON, Y.B., BERNARD, E.S., 1994, "Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling". *Journal of Constructional Steel Research*, v. 31 (2-3), p. 169-186.

HIBBELER, R. C., 2010, *Resistência dos Materiais*. 7ed. São Paulo, Pearson.

ISIS Educational Module 2, 2006. *An Introduction do FRP Composites for Construction*, Department of Civil Engineering, Queen's University.

IYENGAR N.G.R., 1986, *Structural stability of columns and plates*, East-West Press PVT, New Delhi.

JONES, R.M., 1999, *Mechanics of composite materials*. Philadelphia: Taylor & Francis.

KANG, J. O., 2002, "Fiber-reinforced polymeric pultruded members subjected to sustained loads". Ph.D. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA.

KAW, A. A., 1997, *Mechanics of composite materials*, CRC Press LLC, USA.

LANDESMANN, A., CAMOTIM, D., 2013, "On the Direct Strength Method (DSM) design of cold-formed steel columns against distortional failure", *Thin-walled Structures*, v.67, pp. 168-187.

LANE A., MOTTRAM, J. T., 2002, *Influence of modal coupling on the buckling of concentrically loaded pultruded fibre-reinforced plastic columns*, Inst. Mech. Eng. Part L 216, pp. 133–144 .

MARTINS, A. D., DINIS, P. B., CAMOTIM, D., & PROVIDÊNCIA, P., 2015, On the relevance of local-distortional interaction effects in the behaviour and design of cold-formed steel columns. *Computers & Structures*, v.160, pp. 57-89.

MARTINS, A. D., DINIS, P. B., & CAMOTIM, D., 2016, On the influence of local-distortional interaction in the behaviour and design of cold-formed steel web-stiffened lipped channel columns. *Thin-Walled Structures*, v.101, pp. 181-204.

MARTINS, A. D., CAMOTIM, D., & DINIS, P. B., 2017a, Local-distortional interaction in cold-formed steel beams: Behaviour, strength and DSM design. *Thin-Walled Structures*, v.119, pp. 879-901.

MARTINS, A. D., CAMOTIM, D., & DINIS, P. B., 2017b, On the direct strength design of cold-formed steel columns failing in local-distortional interactive modes. *Thin-Walled Structures*, v.120, pp. 432-445.

MITCHELL, B. S., 2004, *An Introduction to Materials Engineering and Science for Chemical and Materials Engineers*. New Jersey, John Wiley & Sons.

MOTTRAM, J. T., BROWN, N. D., ANDERSON, D., 2003, *Physical testing for concentrically loaded columns of pultruded glass fibre reinforced plastic profile*, Proc. Inst. Civ. Eng. Struct. Build. 156 pp. 205–219.

NAGAHAMA, K. J., 2003, *Análise de Estabilidade Local em Perfil de seção Aberta em aço e em Resina Reforçada com fibra de Vidro*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

NUNES, F., CORREIA, M., CORREIA, J.R., SILVESTRE, N., MOREIRA, A., 2013, “Experimental and numerical study on the structural behavior of eccentrically loaded GFRP columns”, *Thin Walled Struct.* v.72 pp. 175–187.

REIS A., CAMOTIM D., 2001, *Structural Stability*. McGraw-Hill. (Portuguese)

SCHAFFER, B.W., PEKOZ, T., 1998, “Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions”. *Proceedings of 14th International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures*, St. Louis, pp. 69-76.

SCHAFFER, B.W., 2008, “Review: The Direct Strength Method of Cold-Formed Steel Member Design”, *Journal of Constructional Steel Research*, v.64(7-8), pp. 766- 778.

SCHARDT, R., 1966, *Eine erweiterung der technische biegetheorie zur berechnung prismatischer faltwerke*, Stahlbau, v.35, pp. 161-171.

SCHARDT, R., 1989, *Verallgemeinerte Technische Biegetheorie*, Springer Verlag, Berlin.

SEANGATITH, S., SRIBOONLUE, W., 1999, “Axially loaded glass–fiber reinforced plastic com- posite columns”, *Proceedings of the Seventh East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC-7)*, Kochi, Japan, pp. 1307–1312.

SERUTI, C. A., 2013. *Caracterização Mecânica e Desempenho Estrutural de Elementos Pultrudados*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SILVESTRE, N., CAMOTIM D., 2003, GBT buckling analysis of pultruded FRP lipped channel members. *Computers & Structures*, v.81(18-19), pp.1889-1904.

SILVESTRE; N., CAMOTIM; D., BATISTA; E., NAGAHAMA; K., 2001. *Buckling behaviour of thin-walled composite columns using generalised beam theory*, *Thin-Walled Structures - Advances and Developments*, J. Zaras, K. Kowal-Michalska, J. Rhodes (Eds.), Elsevier, pp. 329-337.

SKINNER, J. M., 2009, “A Critical Analysis of the Aberfeldy Footbridge”, *Proceeding of Bridge Engineering 2 Conference*, University of Bath, Bath, Scotland, UK.

SONTI, S. S., BARBERO, E. J., 1996, "Material characterization of pultruded laminates and shapes", *J. Reinf. Plast. Comp.*, v.15(7), pp. 701-717.

TEIXEIRA, M., 2010, *Analysis and design of pultruded GFRP profiles*, DECivil/IST, Technical University of Lisbon.

TSAI, S. M., WU, E. M., 1971, "General theory of strength for anisotropic materials", *J. Compos. Mater.*, v.5(1), pp. 58-80.

TURVEY, G. J., 1998, "Torsion tests on pultruded GRP sheet", *Composites science and technology*, v.58 (8), pp. 1343-1351.

TURVEY, G. J., ZHANG, Y., 2006, *A computational and experimental analysis of the buckling, postbuckling and initial failure of pultruded GRP columns*. Lancaster University.

TURVEY, G.J., WITTRICK, W. H., 1973, "The influence of orthotropy on the stability of some multi-plate structures in compression", *Aeronautical Quarterly*, v.24, pp. 1–8.

TOGASHI, B. S., 2017, *Desempenho E Resistência À Compressão De Cantoneiras Pultrudadas Curtas De Polímero Reforçado Com Fibra De Vidro (PRFV)*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

ZHAN, Y., & WU, G., 2018, "Global buckling capacity of pultruded FRP-I section columns under axial compression", *Mechanics Research Communications*, v. 90, pp. 8-17.

ZIEMIAN, R. D., 2010, *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 6th Edition, John Wiley & Sons, New York.

ZUREICK, A., SCOTT D., 1997, "Short-term behavior and design of fiber-reinforced polymeric slender members under axial compression", *J. Compos. Constr. ASCE* pp. 140–149.