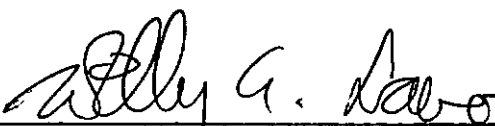


MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO AO PROBLEMA DE ESCAVAÇÃO

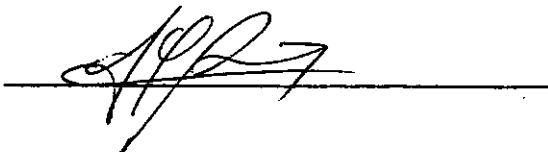
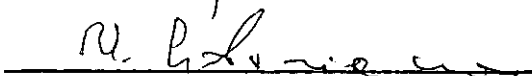
JORGE FUJII

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE "MESTRE EM CIÊNCIAS" (M.Sc.).

Aprovada por:



Presidente



Estado do Rio de Janeiro

RJ - Brasil

Novembro de 1976

A meus pais,
meus irmãos,
minha esposa e
minha filha Erika

AGRADECIMENTO

Minha expressão de gratidão e agradecimento a:

- professor PATRICK PICHAVANT pela orientação, amizade e valiosos ensinamentos em elementos finitos;
- professor WILLY A. LACERDA pela amizade, compreensão e orientação;
- professores JEAN PIÈRE RÉMY, NELSON FRANCISCO FAVILLA EBECKEN, JACQUES DE MEDINA, FRANCISCO DE REZENDE LOPES, AGOSTIN FERRANTE e HUMBERTO L. SORIANO pelos constantes incentivos e col
aborações;
- professor FERNANDO LUIZ L. B. CARNEIRO pelo inestimável apoio e colaboração durante as fases mais difíceis de elabora
ção da tese;
- professores EVELYNA BLOEM SOUTO SILVEIRA e ARAKEN SILVEIRA pelos primeiros apoios rumo à pesquisa;
- amigos e colegas que direta ou indiretamente participaram decisivamente na elaboração do trabalho, em especial: PAULO ROBERTO V. CARIM, MITSUO TSUTSUMI, TOMAZ UEMOTO, ALBERTO M. NAKAGE, TÁCIO MAURO P. DE CAMPOS, ÁLVARO DA C. MAIA, MANOEL PEDRO DA F. MOREIRA, MARIA IRENE M. P. MELO e RAYMUNDO D. SOARES;

- centros de computação, pelas facilidades oferecidas para a utilização de seus computadores: NCE-UFRJ e RIO DATACENTRO -PUC; e

- órgãos, pelo apoio financeiro: COPPE-UFRJ, FAPESP e CAPES.

RESUMO

O trabalho consiste fundamentalmente na análise de uma escavação bidimensional pelo Método dos Elementos Finitos. O solo é considerado material isótropo de comportamento não linear mas obedecendo a lei de Hooke por trechos e apresentando deformações permanentes em etapas de descarregamento. Os parâmetros mecânicos dos solos são função do estado de tensões.

Um programa de elementos finitos capaz de simular as diversas fases de realização de uma escavação foi desenvolvido utilizando o elemento quadrilátero formado pela combinação de dois elementos triangulares de quatro pontos nodais, o elemento treliça e o elemento de viga. O programa permite prever com boa precisão as tensões e as deformações tanto no maciço como nas estruturas de contenção durante:

1. o carregamento devido a sobrecargas
2. a escavação, com bentonita, da trincheira para execução da parede diafragma
3. a concretagem da parede diafragma
4. o rebaixamento do lençol freático
5. a escavação da vala em várias etapas
6. precompressão das estroncas

7. a influência da temperatura nas estroncas

8. a construção das galerias

9. o reaterro

Apresentam-se três aplicações do programa:

a) estudo paramétrico da influência da temperatura sobre as cargas das estroncas;

b) cálculo dos recalques de edifícios vizinhos durante a abertura de painéis de parede diafragma; e

c) simulação de escavação escorada com o cálculo de tensões e deformações no maciço, momentos flettores na parede e cargas nas estroncas.

SUMARY

This study consists fundamentally in the analysis of a bi-dimensional excavation using the Finite Element Method. The soil is considered to be isotropic and non-linear material, although following Hooke's law for small increments of stresses. The mechanical parameters of the soil are function of the state of stresses.

A finite element program was developped which can simulate the several phases of an excavation using the linear strain quadrilateral element, the bar element and the beam element. By using this program the stresses and the strains in the soil as well as in the supporting structures can be computed during:

1. loading due to surcharges
2. excavation of diaphragm wall trench with bentonite
3. concreting of the wall
4. lowering of the water table
5. excavation in several steps
6. preloading of the struts
7. influence of the temperature on the struts

8. construction of galleries

9. backfilling

Three applications of the program are presented:

- a) parametric study of the influence of the temperature on strut loads;
- b) determination of settlements of buildings during the excavation of a diaphragm wall trench adjacent to these buildings; and
- c) determination of stresses and strains in soil masses and in the diaphragm wall, bending moments in the diaphragm wall and loads in struts during a three step excavation.

ÍNDICE

	Pág.
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 CONSIDERAÇÕES SOBRE ESCAVAÇÕES ESCORADAS	5
2.1 <i>TIPOS DE PAREDE DE ESCORAMENTO</i>	7
2.2 <i>A ANÁLISE DE ESCAVAÇÕES ESCORADAS</i>	16
2.2.1 <i>ESFORÇOS NAS PAREDES E APOIOS</i>	17
2.2.1.1 <i>ESCORAMENTOS BASTANTE FLEXÍVEIS</i>	17
2.2.1.2 <i>ESCORAMENTOS POUCO FLEXÍVEIS</i>	19
2.2.2 <i>ESTABILIDADE GLOBAL</i>	20
2.2.3 <i>CONTROLE DA ÁGUA SUBTERRÂNEA</i>	20
2.2.4 <i>ESTIMATIVA DE MOVIMENTOS E SUAS CONSEQUÊNCIAS</i>	20
CAPÍTULO 3 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	22
3.1 <i>CONCEITUAÇÃO DO MÉTODO</i>	23
3.1.1 <i>DESCRIÇÃO DO MÉTODO</i>	23
3.1.2 <i>PROCEDIMENTO DE ANÁLISE</i>	24
3.1.3 <i>CONVERGÊNCIA</i>	28
3.2 <i>UTILIZAÇÃO DOS ELEMENTOS</i>	29
3.2.1 <i>ELEMENTO QUADRILÁTERO</i>	29

3.2.2	<i>ELEMENTO DE VIGA</i>	30
3.2.3	<i>ELEMENTO TRELIÇA</i>	33
CAPÍTULO 4	<i>NÃO LINEARIDADE</i>	35
4.1	<i>TIPOS DE NÃO LINEARIDADE</i>	36
4.2	<i>TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS NÃO LINEARES</i>	38
4.2.1	<i>PROCESSO ADOTADO</i>	47
CAPÍTULO 5	<i>CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DE ESCAVAÇÕES POR ELEMENTOS FINITOS</i>	50
5.1	<i>GEOMETRIA DO SUBSOLO</i>	50
5.2	<i>ESTADO INICIAL DE TENSÕES</i>	51
5.3	<i>REOLOGIA DOS SOLOS</i>	53
5.4	<i>CONDIÇÕES DE FRONTEIRA</i>	54
CAPÍTULO 6	<i>ETAPAS NA SIMULAÇÃO DE UMA ESCAVAÇÃO ESCORADA</i>	56
6.1	<i>CÁLCULO DAS TENSÕES INICIAIS</i>	56
6.2	<i>ESCAVAÇÃO</i>	59
6.2.1	<i>CÁLCULO DE FORÇAS EQUIVALENTES NODAIS</i>	61
6.2.2	<i>PROCESSOS DE SIMULAÇÃO DE ESCAVAÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO</i>	65
6.3	<i>COLOCAÇÃO E RETIRADA DAS ESTRONCAS</i>	72
6.4	<i>COMPRESSÃO DAS ESTRONCAS</i>	73
6.5	<i>INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA</i>	76
6.6	<i>CARGAS ESTÁTICAS</i>	77
6.7	<i>ENCHIMENTO DO LOCAL ESCAVADO</i>	77

CAPÍTULO 7	MODELO DE REPRESENTAÇÃO DO SOLO	79
7.1	MODELOS COMUNS DA RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO	80
7.1.1	MODELO NÃO LINEAR: FUNÇÃO HIPERBÓLICA	83
7.1.1.1	MÓDULO DE ELASTICIDADE	89
7.2	COEFICIENTE DE POISSON	93
7.3	CRITÉRIO DE CARREGAMENTO, DESCARREGAMENTO E RECARRE- GAMENTO	100
7.3.1	CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS	101
7.3.2	CRITÉRIO ADOTADO	104
7.4	CRITÉRIO DE RUPTURA	108
7.4.1	RUPTURA	109
7.4.2	CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB	111
7.5	PARÂMETROS DE RUPTURA	112
7.6	SIMULAÇÃO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO	115
7.6.1	CRITÉRIO DE ESCOLHA DOS PARÂMETROS NÃO LINEARES	120
7.6.2	RUPTURA DO SOLO	122
CAPÍTULO 8	APLICAÇÃO À ESCAVAÇÃO	126
8.1	INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NAS CARGAS DAS ESTRONCAS	126
8.2	RECALQUES DAS ESTRUTURAS VIZINHAS DURANTE A ABERTU- RA TRINCHEIRA PARA A CONSTRUÇÃO DA PAREDE DIAFRAG- MA	138
8.3	SIMULAÇÃO DE ESCAVAÇÃO ESCORADA: EXEMPLO ILUSTRA- TIVO	148
CAPÍTULO 9	CONCLUSÕES	170

BIBLIOGRAFIA	172
APÊNDICE 1 O QUADRILÁTERO DE DEFORMAÇÃO LINEAR	186
A1.1 O TRIÂNGULO DE DEFORMAÇÃO LINEAR	186
A1.2 O ELEMENTO QUADRILÁTERO	199
APÊNDICE 2 O ELEMENTO DE VIGA	205
A2.1 CÁLCULO DE $[R]$	206
A2.2 CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ $[K]$ DA VIGA CLÁSSICA (V-I)	207
A2.3 CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ $[K^*]$ DO ELEMENTO DE VIGA (V-II)	211
APÊNDICE 3 O ELEMENTO TRELIÇA	214
APÊNDICE 4 TESTES DE ELEMENTOS	215
A4.1 VIGA ENGASTADA: CARGA LATERAL	215
A4.2 VIGA ENGASTADA: CARGA AXIAL	218
A4.3 VIGA: CARGA DISTRIBUÍDA	220
A4.4 ESCAVAÇÃO	221
APÊNDICE 5 MÓDULO VOLUMÉTRICO E MÓDULO CISALHANTE	227
APÊNDICE 6 IDEALIZAÇÃO DA SEÇÃO DE ESCAVAÇÃO	232
APÊNDICE 7 MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA <i>ESCQDL/DT1176</i>	235

A7.1	<i>COMPOSIÇÃO DO PROGRAMA</i>	235
A7.2	<i>UTILIZAÇÃO</i>	238
A7.3	<i>SAÍDA DO PROGRAMA</i>	255
A7.4	<i>CONVENÇÕES</i>	255
A7.5	<i>LISTAGEM DO PROGRAMA</i>	257

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A ocorrência cada vez mais frequente de escavações profundas (para construção de subsolos de edifícios, galerias enterradas, etc.) em zonas urbanas, tem despertado séria preocupação aos engenheiros, principalmente no tocante à segurança das construções próximas a estas obras.

O trabalho do engenheiro no projeto de uma escavação consiste em escolher e dimensionar uma estrutura de suporte, considerando os aspectos de economia, facilidade de trabalho no canteiro, menor prejuízo ao meio ambiente, etc. e capaz de assegurar a estabilidade tanto do próprio sistema de suporte como do maciço junto à escavação e dos edifícios vizinhos. Esse interesse particular pela segurança impõe previsões de comportamento da estrutura projetada e das construções vizinhas.

A previsão é normalmente feita através da escolha e utilização de um modelo e sua precisão vai depender da:

a) idealização da geometria do problema (camadas do subsolo, etc.);

b) quantificação do comportamento tensão-deformação de todos os materiais envolvidos; e

c) formulação de um método de cálculo capaz de representar a obra e considerar os dois itens anteriores.

A geometria do subsolo é determinada através do programa de investigação (sondagens). Ensaaios de laboratório e de campo podem fornecer as propriedades dos solos e das rochas; os materiais de construção podem ter suas propriedades conhecidas com mais facilidade. Quanto aos processos de cálculo, podem-se classificar em:

- a) métodos empíricos;
- b) métodos semi-empíricos; e
- c) métodos analíticos.

Os métodos empíricos e semi-empíricos são métodos desenvolvidos para casos particulares de construção e devem ser utilizados com certo cuidado. Quando as condições do problema forem bem diferentes daquelas consideradas pelo método, seu uso se torna desaconselhável. Os métodos analíticos comumente utilizam hipóteses simplificadoras (o subsolo pode ser considerado meio homogêneo semi-infinito, o material considerado elástico linear, etc.) e nem sempre conduzem a resultados satisfatórios.

Com a evolução rápida das técnicas de construção e em vista da necessidade crescente de controle do comportamento das escavações, muitos métodos sofreram adaptações ou mesmo caíram em desuso. Com o advento de grandes computadores digitais, os métodos numéricos se tornaram instrumentos práticos e capazes de resolver um sem número de problemas de engenharia. Dentre estes métodos se destacou o Método dos Elementos Finitos.

Utilizado com sucesso em análise de barragem (Kulhawy et al., 1969; Palmerton, 1969; Souto Silveira e Zagottis, 1970; Souto Silveira, 1971; Souto Silveira et al., 1973; Zagottis e

Souto Silveira, 1971; Strohm e Johnson, 1971; Palmerton e Lefebvre, 1972; Kulhawy e Duncan, 1972; Nobari e Duncan, 1972; etc.) e sem ainda atingir o nível desejado de desenvolvimento em análise de escavação (Duncan e Dunlop, 1969; Clough e Duncan, 1969; Chang e Duncan, 1970; Morgenstern e Eisenstein, 1970; Palmer e Kenney, 1971), o Método dos Elementos Finitos tem a capacidade de tratar qualquer geometria do subsolo e suas condições de contorno, de considerar as mais variadas propriedades do solo e ainda considerar numerosos parâmetros tais como a temperatura, tempo, etc.

Por outro lado, esse método só pode ser eficiente se estiver em equilíbrio com outros componentes do modelo de resolução dos problemas (equilíbrio geometria-propriedades-método), ou seja, a geometria deve ser bem conhecida e o comportamento do solo deve ser representado de maneira realística. Assim, a tendência atual de pesquisa em Mecânica dos Solos é no sentido de se ter um melhor conhecimento do comportamento dos solos, desenvolvendo-se para tal ensaios sofisticados de laboratório e de campo.

Não se pretende, contudo, significar que, de posse do Método dos Elementos Finitos, se poderá resolver com precisão qualquer tipo de problema. É evidente que o sucesso de sua utilização, como a de qualquer método, está condicionado não só ao equilíbrio do modelo mas também à experiência do engenheiro na manipulação do método.

Os problemas decorrentes de escavação no Brasil aumentam a cada dia, principalmente com as frequentes construções das linhas de metrô. Muitos projetos são elaborados com adaptações intuitivas e nem sempre satisfatórias, conduzindo quase sempre a obra a um custo elevado.

Pretende-se com este trabalho apresentar o Método dos Elementos Finitos na análise de escavações tentando com isso pre

encher algumas das lacunas no conhecimento não só do método como desta sua aplicação. Inicialmente se expõem alguns aspectos das escavações e de sua análise e em seguida se apresenta o Método dos Elementos Finitos aplicado à análise de escavações escoradas. No final do trabalho se apresentam as conclusões do estudo e, em apêndice, as instruções para a utilização do programa de computador elaborado e os demais anexos.

CAPÍTULO 2

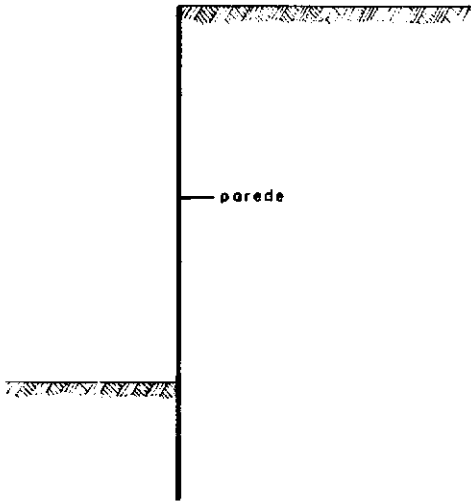
CONSIDERAÇÕES SOBRE ESCAVAÇÕES ESCORADAS

Em uma obra de escavação, quando não é possível permitir que o maciço de terra (ou de um outro material) assuma sua inclinação natural, usam-se, para assegurar sua estabilidade, paredes de escoramento.

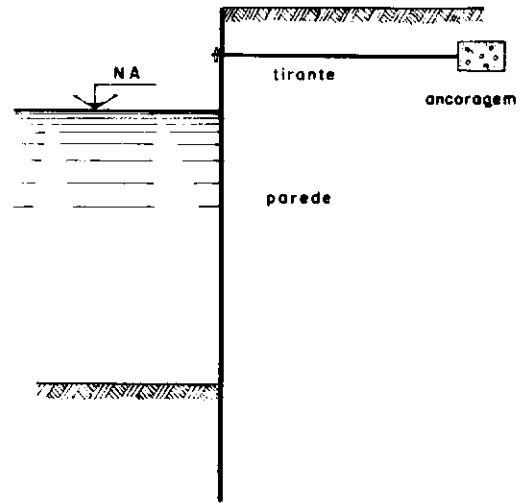
Essas paredes podem estar simplesmente engastadas no fundo da vala ou engastadas no fundo e apoiadas em um ou mais níveis (fig. 2-1). No caso de engastamento, pode acontecer que apenas parte da parede esteja em tal situação, como é o caso da parede de estacas metálicas com pranchões de madeira, em que somente as estacas estão engastadas no fundo da vala.

O primeiro tipo de parede (fig. 2-1a) trabalha em balanço e apresenta deflexão lateral relativamente grande. Seu uso é econômico somente em escavações de altura moderada pois escavações mais profundas exigiriam paredes de maior resistência (consequentemente mais caras) para atender aos elevados esforços inerentes a este tipo de solução.

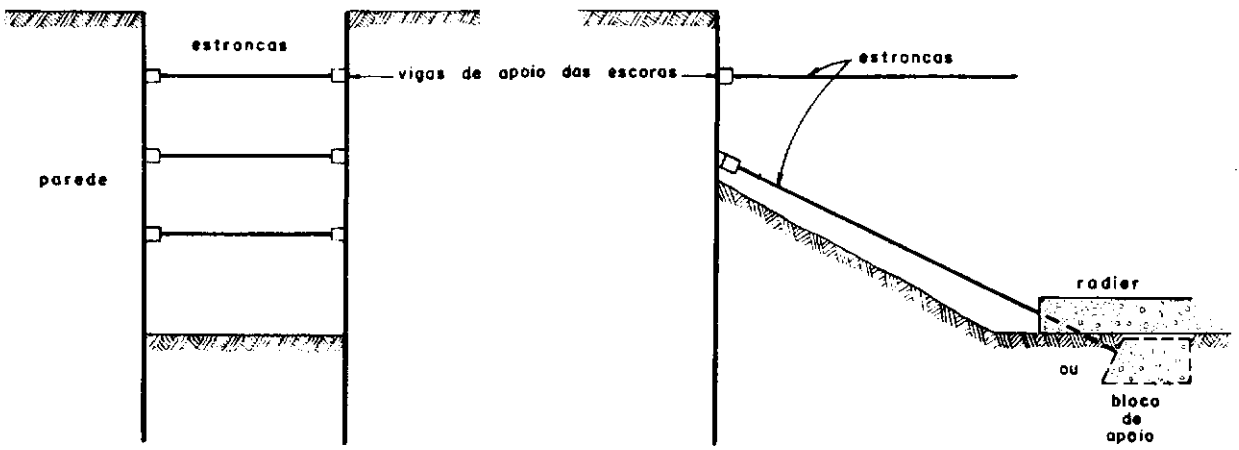
No caso de paredes apoiadas, estes apoios poderão ser promovidos por tirantes, estroncas ou lajes e vigas de estrutura permanente. Os dois primeiros tipos de apoio podem ser pré-tensionados ou não. As deflexões, os esforços e a penetração das paredes



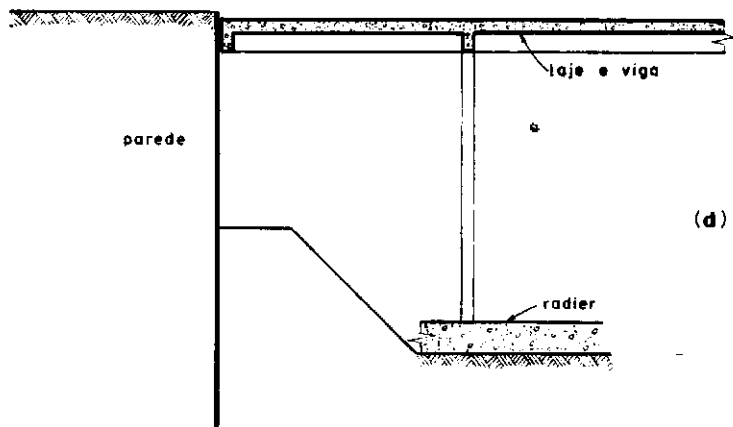
(a)



(b)



(c)



(d)

Estruturas típicas de escoramento

Fig. 2.1

(*ficha*) tendem a diminuir com o uso destes apoios. Um exemplo deste tipo de parede são as utilizadas em obras portuárias ("*anchored bulkheads*") com uma linha de apoios em tirantes (fig. 2-1b).

2.1 - TIPOS DE PAREDE DE ESCORAMENTO

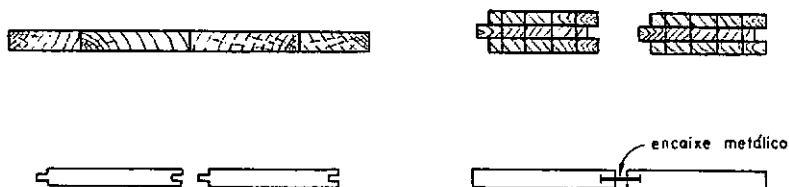
Na escolha entre os diversos tipos de parede existentes deve-se levar em conta os esforços a que estará submetida, tanto em caráter provisório como permanente, a proximidade de obras existentes, facilidades exigidas pela obra, economia, disponibilidade de material no mercado, para citar os aspectos mais importantes.

Os tipos de paredes mais comuns são:

PAREDES DE ESTACAS-PRANCHAS

As estacas-pranchas podem ser de madeira, concreto armado ou de aço.

As estacas-pranchas de madeira (fig. 2-2) são geralmente usadas em obras de pequeno porte (pequenas cargas laterais) e como escoramento provisório (fig. 2-3). Dependendo do tipo de solo, sua cravação (antes do início da escavação) pode ser extremamente difícil.



Estacas - pranchas típicas de madeira
(apud BOWLES, 1968)

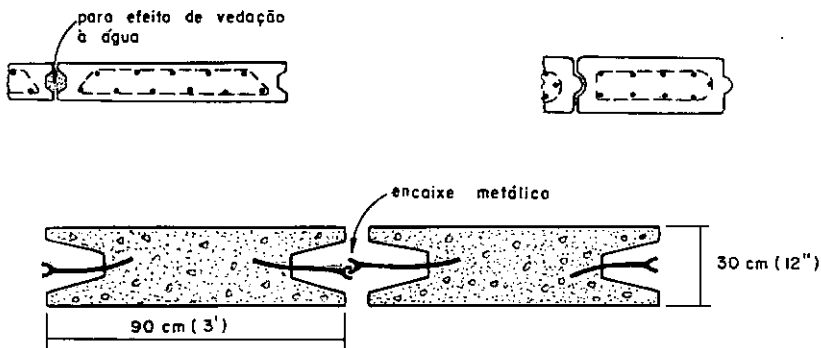
Fig. 2 - 2



Escoramento típico de madeira

Fig. 2-3

As paredes de estacas de concreto armado (premoldadas), quando bem executadas e com cuidados especiais nas juntas (fig. 2-4), podem ser razoavelmente impermeáveis.



Estacas - pranchas típicas de concreto
(apud BOWLES, 1968; GERWICK JR., 1970)

Fig. 2-4

Dos três tipos de estacas, a de aço é a mais utilizada por uma série de vantagens, tais como: alta resistência, durabilidade, penetrabilidade, facilidade de emenda quando se deseja aumentar seu comprimento e são reaproveitáveis para outras obras (fig.

2-5). Algumas seções desse tipo de estacas estão mostradas na figura 2-6a. Recentemente têm-se desenvolvido seções de maior inércia que conferem à cortina menor flexibilidade (fig. 2-6b).



Escoramento típico de estacas - pranchas de aço

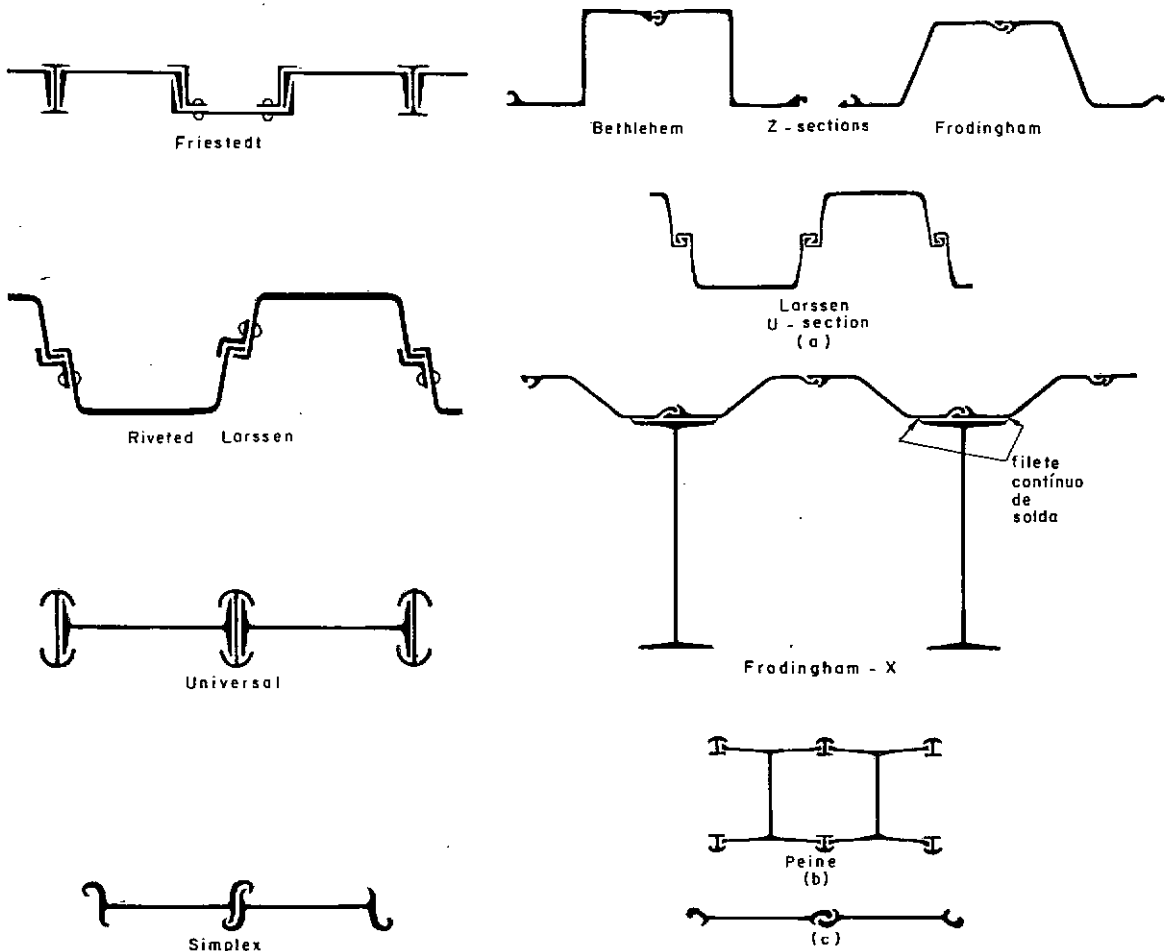
Fig. 2-5

PAREDES DE ESTACAS METÁLICAS E PRANCHÕES DE MADEIRA

Consistem de estacas metálicas cravadas verticalmente ao longo da trincheira e, à medida que o terreno é escavado, são colocados pranchões de madeira, tratados ou não, entre elas (fig. 2-7).

As estacas podem também ser instaladas em furos previamente abertos, o que é adotado quando se deseja evitar problemas de ruídos ou de vibrações.

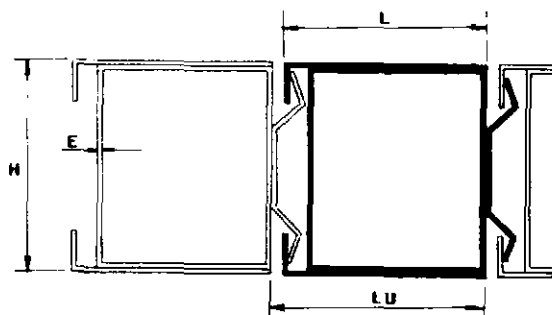
Os perfis mais comumente empregados são do tipo 'I' e duplo 'I', este último pela maior resistência à torção. O espaçamento é determinado em função do empuxo de terra, do tipo de perfil e da resistência dos pranchões. Segundo a instrução DC-02 do Metropolitano de Rio de Janeiro, a experiência mostrou que o espa-



SEÇÕES OBSOLETAS

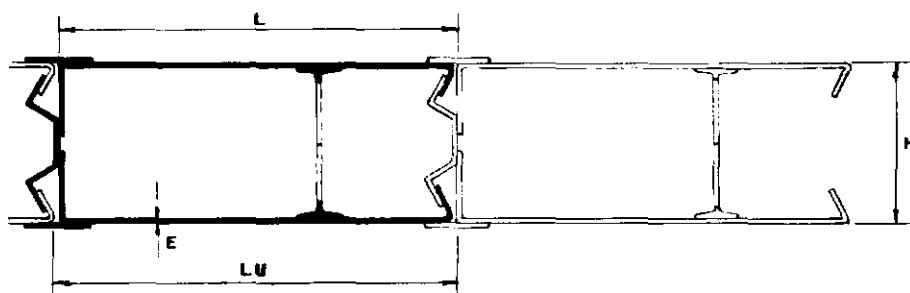
SEÇÕES MODERNAS: a) seções comuns
b) seções de alta inércia
c) seções de membranas retas(1) Seções simples (spud **CORNFIELD, 1975**)Estacas prancha típicas de aço
Fig. 2-6

(a)



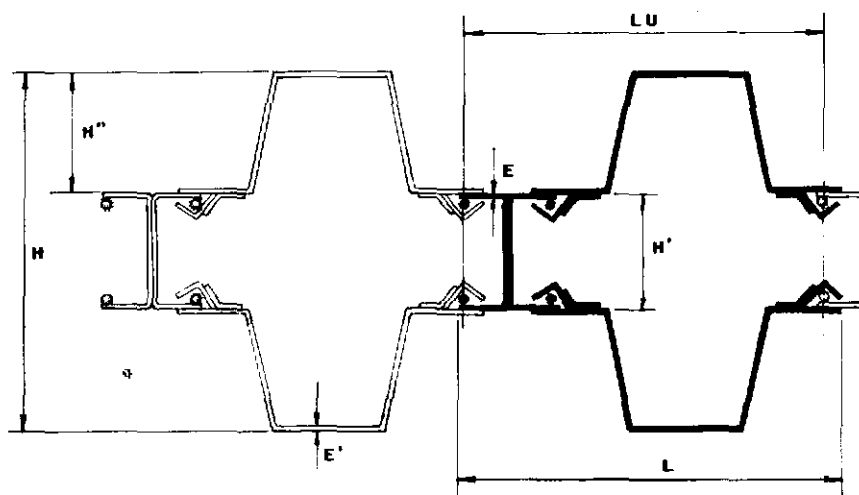
TIPO	E	L	Lu	H
	mm	mm	mm	mm
I	4,76	405	430	400

(b)



TIPO	E	L	Lu	H
	mm	mm	mm	mm
I	7,94	645	650	356

(c)



TIPO	E	E'	L	Lu	H'	H''	H total
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
I	9,53	7,94	794	951	290	254	798

(2) Seções Especiais: a) modelo celular; b) modelo caixão
c) modelo composto (apud METALFLEX, 1975)

Estacas prancha típicas de aço

Fig. 2 - 6



Escoramento típico de perfis metálicos e pranchões de madeira

Fig. 2 - 7

çamento de $1,5m$ a $2,5m$ é o mais conveniente para perfis do tipo 'I' de altura de seção $0,30m$ a $0,40m$.

Esse sistema de escoramento é muito utilizado em escavações de grandes profundidades com auxílio de vários níveis de apoios. É uma parede flexível, mas, quando bem executada nas várias etapas da escavação (escavação, colocação do pranchão, etc.), pode-se ter controle razoável dos movimentos do maciço adjacente.

Como se pode notar, é uma parede permeável e sua utilização fica, portanto, restrita a casos em que esta característica não constitua problema no controle da água durante a escavação.

É um escoramento temporário e seus elementos podem ser reaproveitados.

PAREDES DE ESTACAS CILÍNDRICAS

Na execução destas paredes podem ser utilizadas estacas premoldadas (cravadas ou escavadas) ou moldadas "*in situ*" (esca-

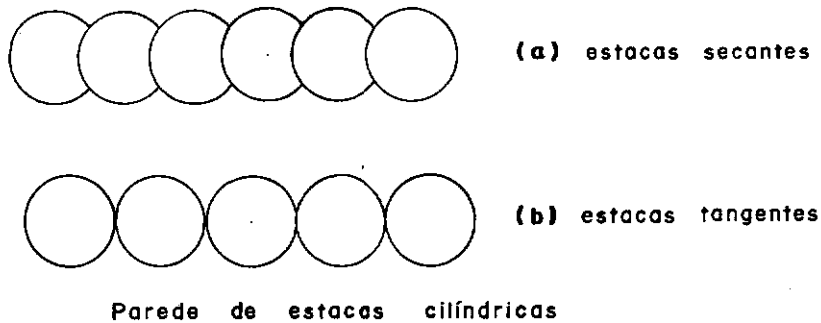


Fig. 2-8

vaças). São geralmente tangentes (também chamadas *justapostas*) mas, para se conseguir maior impermeabilidade, as moldadas "*in situ*" podem ser secantes (fig. 2-8).

Dependendo do diâmetro das estacas, estas paredes possuem bastante rigidez. Seu emprego vem sofrendo redução gradativa com o desenvolvimento das paredes diafragma.

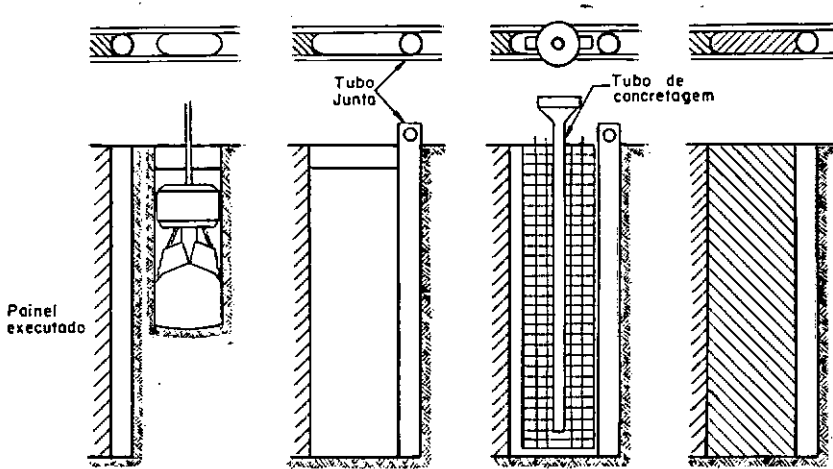
PAREDES DE CONCRETO MOLDADAS NO SOLO OU PAREDES DIAFRAGMA

São paredes executadas enchendo-se com concreto armado trincheiras abertas no terreno e mantidas estáveis com o auxílio de lama ou de revestimento metálico.

Existem três tipos principais de paredes diafragma. O mais empregado é o que utiliza lama na estabilização da trincheira (geralmente uma suspensão de bentonita) e um tubo junta na separação dos painéis (fig. 2-9). Sua execução compreende basicamente:

- a) escavação do painel e enchimento com lama;

- b) colocação do(s) tubo(s) junta;
- c) colocação da armação;
- d) concretagem (do tipo submerso); e
- e) retirada do(s) tubo(s) junta.



Parede moldada no solo (apud VELLOSO e LOPES, 1976)

Fig. 2-9

O segundo tipo de parede moldada no solo é conhecido por *SPTC* ("Soldier Pile and Tremie Concrete") cuja execução compreende (fig. 2-10):

- a) instalação de dois perfis 'I' em furos abertos no terreno;
- b) escavação do painel e enchimento com lama;
- c) colocação da armação e/ou perfis 'I' adicionais; e
- d) concretagem (do tipo submerso).

Um último tipo utiliza um revestimento ou forma metálica no suporte da trincheira, que é retirado com o auxílio de vibração após a concretagem (fig. 2-11).

As paredes moldadas no solo apresentam diversas vantagens, destacando-se (Velloso e Lopes, 1976):

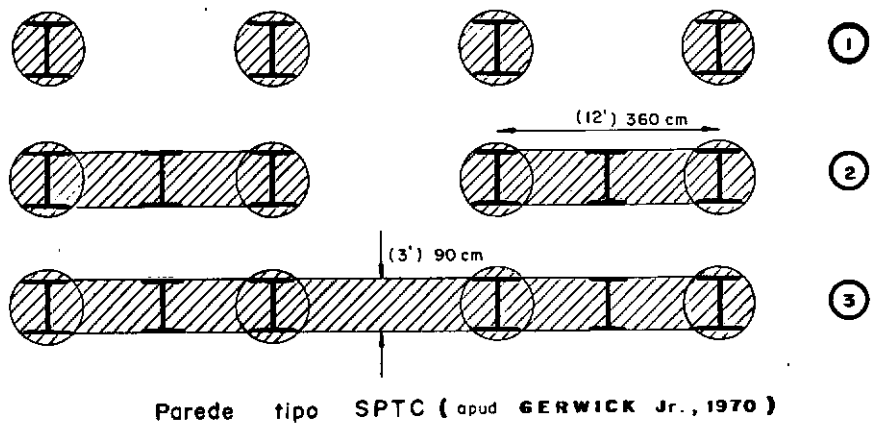


Fig. 2-10



Parede de concreto reforçado em trincheira
(apud GERWICK Jr., 1970)

Fig. 2-11

a) execução sem as vibrações e o ruído inerentes à cravação de estacas de fundação ou escoramento;

b) possibilidade de atravessar camadas de grande resistência;

c) as paredes possuem, como elementos de suporte de escavações, grande resistência e pequena deformabilidade, o que as coloca como solução mais indicada para suporte de escavações próximas a prédios existentes;

d) redução do abaixamento do lençol d'água atrás do escoramento (e conseqüentemente dos recalques de prédios próximos) através da colocação de sistema de rebaixamento no interior da escavação ou injetando-se o fundo da escavação;

e) execução rápida; e

f) frequentemente mais econômico devido à incorporação

das paredes à estrutura permanente.

Na execução destas paredes deve-se tomar uma série de cuidados visando a estabilidade da trincheira e a minimização dos deslocamentos provocados pela sua abertura. Estes cuidados conduzem à adoção de painéis mais curtos, nível de lama mais elevado (Rémy e Fujii, 1975) e execução em painéis alternados no caso de existirem construções próximas.

2.2 - A ANÁLISE DE ESCAVAÇÕES ESCORADAS

A previsão do comportamento de escavações constitui talvez o mais difícil problema de interação solo-estrutura. Enquanto no caso da determinação da distribuição das pressões de contato em um "*radier*" o valor total destas pressões é conhecido através das equações de equilíbrio, como sendo igual ao peso próprio do "*radier*" somado a tudo quanto ele suporta, no da distribuição das pressões numa parede de escoramento não são conhecidas nem sua distribuição nem seu valor total.

O Método dos Elementos Finitos é capaz de prever o comportamento do conjunto solo-sistema de escoramento em todas as fases da escavação (e reaterro, se for o caso). Efeitos do controle da água subterrânea necessário aos trabalhos de escavação podem ser incluídos nesta simulação através do acoplamento dos resultados de uma análise de percolação realizada também por elementos finitos. O método não será tratado neste capítulo.

Por métodos convencionais a análise é feita abordando-se aspectos da escavação isoladamente. Estes aspectos são basicamente:

- a) esforços nas paredes e apoios, para dimensionamento destes elementos;
- b) verificação da estabilidade global;

- c) controle da água subterrânea; e
- d) estimativa de movimentos e de suas consequências.

2.2.1 - ESFORÇOS NAS PAREDES E APOIOS

Na aplicação dos diversos métodos de análise de esforços na parede e seus apoios, a flexibilidade da parede bem como a técnica executiva precisam ser considerados. Se está previsto permitir deslocamentos da parede, o *estado ativo* pode ser considerado. Caso contrário, o *estado de repouso* deve ser considerado.

2.2.1.1 - ESCORAMENTOS BASTANTE FLEXÍVEIS

Como é extremamente difícil impedir deslocamentos de uma parede flexível, o cálculo de cortinas de estacas-pranchas e de perfis metálicos com pranchões de madeira é feito considerando-se o *estado ativo* do solo.

Para isso dispõe-se dos *métodos clássicos*, do *método de Hansen* (1953) e de *métodos semi-empíricos*.

a - CORTINAS DE ESTACAS-PRANCHAS (SEÇÕES SIMPLES)

a.1 - MÉTODOS CLÁSSICOS

Usualmente designam-se por métodos clássicos aqueles utilizados na análise de cortinas em balanço e com uma linha de apoios ("*anchored bulkheads*"), métodos estes desenvolvidos no princípio do século por Krey e Blum. O método de *apoio fixo* no solo ("*fixed earth support method*") e o método de *apoio livre* no solo ("*free earth support method*"), que se utilizam para o cálculo de cortinas com uma linha de apoios. Nas escavações de metrô, o método que se aplicaria nos primeiros estágios de escavação é o de a-

poio fixo (a *ficha* é longa) e nas demais etapas o método de apoio livre (a *ficha* é curta).

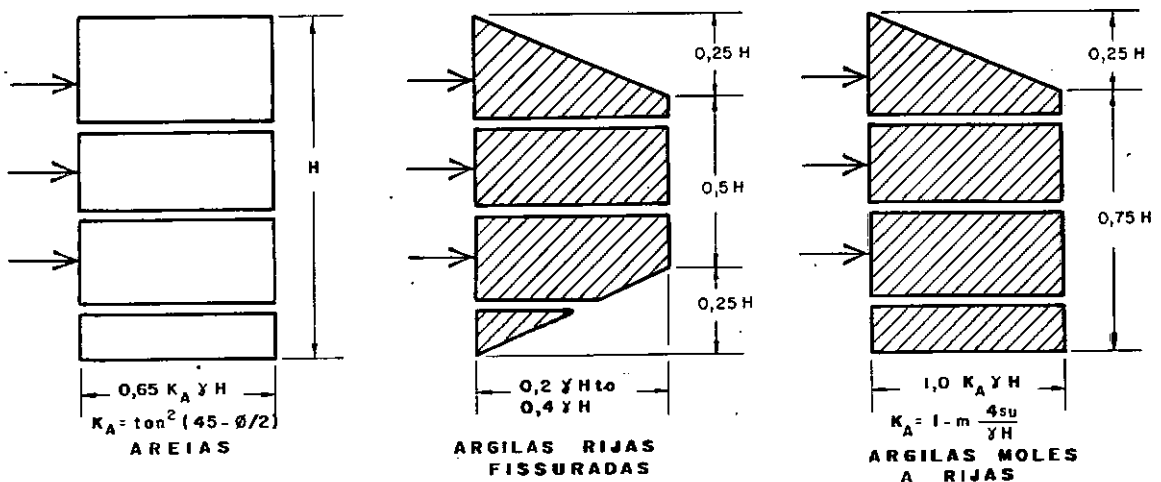
Para um estudo do assunto o leitor é referido a Terzaghi (1943), Tschebotarioff (1962), Verdeyen et al. (1971) e Velloso e Lopes (1976).

a.2 - MÉTODO DE HANSEN

A característica deste método (Hansen, 1953) é a determinação dos empuxos de terra com um dos chamados métodos de *ruptura*. Supõe-se que a parede sofra colapso segundo uma configuração escolhida, o que definirá a movimentação do maciço e a distribuição das pressões.

a.3 - MÉTODOS SEMI-EMPÍRICOS

O método semi-empírico mais empregado é o proposto por Terzaghi e Peck (1967) que fornece, através de um cálculo simples, a carga nas estroncas (fig. 2-12). Teng (1974) apresenta uma sugestão para o cálculo de esforços na cortina a partir do método de Terzaghi e Peck.

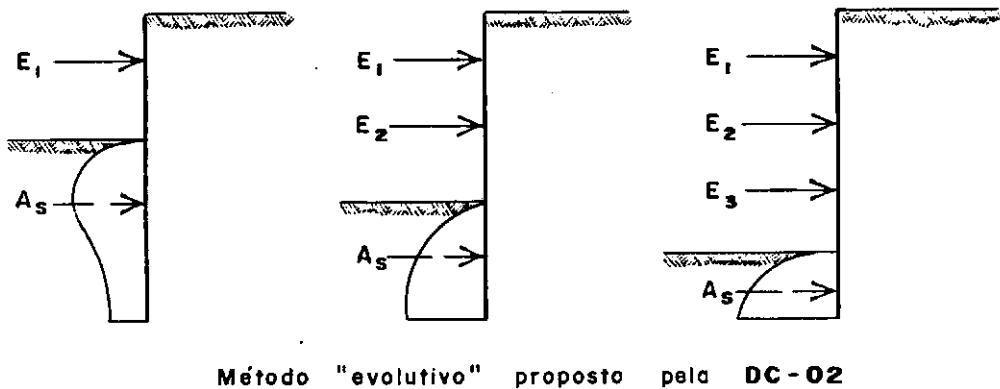


Método semi-empírico de TERZAGHI E PECK

Fig. 2 - 12

b - CORTINAS DE PERFIS E PRANCHÕES

Para o cálculo de cortinas de perfis e pranchões dispõe-se do mesmo método semi-empírico de Terzaghi e Peck (1967) descrito para cortinas de estacas-pranchas (item a.3) e do método proposto pela recomendação DC-02 da Companhia do Metropolitano de Rio de Janeiro, que é um método *evolutivo* (fig. 2-13). Segundo esta recomendação, a resistência passiva do solo na ficha do perfil é calculada pelo método proposto por Weissenbach (1962).



Método "evolutivo" proposto pela DC-02

Fig. 2 - 13

2.2.1.2 - ESCORAMENTOS POUCO FLEXÍVEIS

Cortinas de escoramento pouco flexíveis (cortinas de estacas-pranchas com seções especiais, paredes de estacas cilíndricas de grande diâmetro e paredes moldadas no solo) podem ser calculadas considerando-se o estado de repouso, se a execução visa a manutenção de tal estado, ou considerando-se o estado ativo, caso contrário.

Para o estado ativo podem ser empregados os métodos clássicos e o método de Hansen descritos em a.1 e a.2. Uma descrição rápida do cálculo para o estado de repouso pode ser encontrada

em Velloso e Lopes (1976).

2.2.2 - ESTABILIDADE GLOBAL

A estabilidade do conjunto cortina-maciço arrimado deve ser verificada a fim de se evitar um colapso de toda a obra. Métodos tradicionais de estudo de estabilidade de taludes podem ser empregados, bem como os critérios de estabilidade de fundo propostos por Bjerrum e Eide (1956).

2.2.3 - CONTROLE DA ÁGUA SUBTERRÂNEA

A água subterrânea deve ser controlada a fim de se evitar:

- 1) os embaraços criados aos trabalhos de escavação;
- 2) perda de material fino (carreado pela água), com consequente abatimento de obras vizinhas;
- 3) ocorrência de condição "*quick*" (areia movediça); e
- 4) ocorrência de ruptura ou levantamento de fundo por pressão neutra excessiva em camadas abaixo da escavação.

Os trabalhos de Széchy (1965), Mansur e Kaufman (1962), Cedergren (1967) e Lopes (1974) abordam o assunto.

2.2.4 - ESTIMATIVA DE MOVIMENTOS E SUAS CONSEQUÊNCIAS

Os movimentos associados à abertura de uma vala têm origem:

- 1) no alívio de tensões totais no maciço; e
- 2) na redução de pressões neutras em camadas compressí-

veis.

A avaliação destes movimentos e suas consequências é um trabalho bastante difícil e um dos raros critérios disponíveis até o momento é o proposto por Peck (1969).

CAPÍTULO 3

O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Com o surgimento de computadores digitais de grande porte, e também dado à ênfase aos métodos numéricos de análise, o método dos elementos finitos tornou-se instrumento capaz de solucionar os mais complexos problemas de engenharia.

O método pode ser aplicado à análise de tensões e deformações de qualquer tipo de estrutura, supondo-a dividida em elementos de dimensões finitas interligados por um número finito de pontos nodais.

Em construções civis, essa divisão em elementos pode considerar: as descontinuidades, como filtros e zonas de barragem, fundações, etc.; a geometria da topografia natural de escavações; as causas de esforços existentes dentro do maciço e em seu contorno (peso próprio, carga hidráulica, força de percolação, pressões neutras, temperatura, cargas dinâmicas). Também essa divisão pode considerar o próprio efeito da construção em número desejado de etapas e sua influência na parte já construída; pode levar em conta a elasticidade linear ou não, e a visco-elasticidade dos materiais. Cada material em cada elemento finito é considerado com suas propriedades, podendo variar de elemento para elemento em função do carregamento, das tensões e do tempo.

O método tem ainda a vantagem da rapidez de cálculo fei

to por computadores. Se durante uma construção forem verificadas condições diferentes das admitidas em fase de projeto, isto propicia uma tomada rápida de decisões.

Numa escavação, se durante a sua execução forem verificadas condições não detectadas por sondagens, se a instrumentação revelar pressões neutras e esforços nas estroncas ou em tirantes diferentes das admitidas, ou ainda se os recalques em determinados locais, ou mesmo o início do aparecimento de fissuras não previstas, revelarem que as propriedades reológicas estimadas em projetos se afastam dos valores reais, esse método permite rapidamente uma análise global das condições com eventuais modificações do projeto e um reexame em tempo hábil das soluções possíveis (Souto Silveira e Zagottis, 1970).

As soluções obtidas pelo método podem ser representadas com suficiente grau de aproximação desde que atenda rigorosamente às imposições concernentes ao método.

3.1 - CONCEITUAÇÃO DO MÉTODO

Far-se-á aqui uma breve conceituação do método, deixando de lado o seu estudo minucioso, uma vez que a apresentação de sua formulação é exaustivamente detalhada em inúmeras bibliografias.

3.1.1 - DESCRIÇÃO DO MÉTODO

Basicamente o método consiste em representar um corpo ou uma estrutura por um conjunto de subdivisões denominadas *elementos finitos* (fig. 3-1). Esses elementos são interligados por junções chamadas *pontos nodais*.

A cada elemento é dada uma função (ou funções) para de

finir unicamente o estado de deslocamento no seu interior em termos de deslocamentos nodais desse elemento. Essa função poderá ser uma polinomial, uma trigonométrica, etc. As funções mais usuais são as polinomiais, e no presente trabalho, utiliza-se uma polinomial do segundo grau.

Do princípio de energia potencial total mínima obtém-se o conjunto de equações de equilíbrio para cada elemento. A energia potencial total de um corpo elástico carregado é representada pela soma da energia interna de deformação e do trabalho das cargas externas. Se o corpo está no estado de equilíbrio, essa energia potencial total é mínima.

As equações de equilíbrio para todo o corpo, então, são obtidas combinando as equações dos elementos individuais de tal maneira que a energia potencial total do corpo seja a soma das contribuições de cada elemento. Em seguida, as equações de equilíbrio são modificadas considerando-se as condições de fronteira dadas, e resolvidas para se obter os deslocamentos nodais, a partir dos quais se conhece o comportamento de cada elemento.

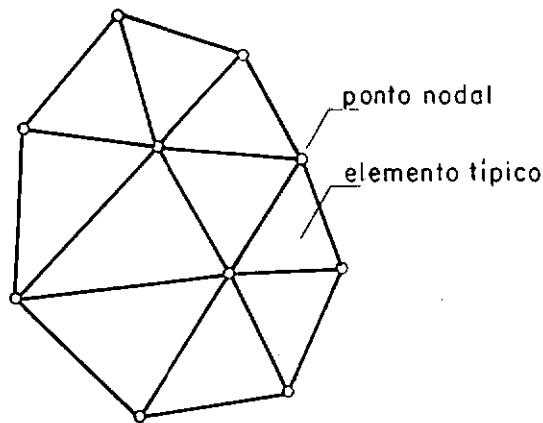
3.1.2 - PROCEDIMENTO DE ANÁLISE

Os seis itens seguintes sumarizam o procedimento de análise pelo método dos elementos finitos:

1. Discretização do meio

A estrutura ou o corpo se subdivide em elementos finitos.

Tanto a escolha da forma do elemento como o número de elementos e sua disposição na estrutura ficam inteiramente a cargo do engenheiro. É claro, existem critérios que orientam esta escolha.



Discretização do contínuo-problema bidimensional .

FIG. 3 - 1

2. Escolha das funções de deslocamento

Não é possível, em geral, escolher uma função que possa representar exatamente o campo de deslocamento no elemento para o corpo deformado. Uma das aproximações básicas do método é introduzida nesta etapa.

O modelo de deslocamento $\{f\}$ é escolhido de tal modo que satisfaça certos requisitos que assegurem convergência à solução exata (*conformidade* ou *compatibilidade* entre os elementos, e *completude*).

$$\{f\} = [N] \{\delta\}^e \quad (3-1)$$

onde, $[N]$ é uma matriz cujos componentes são função da posição de ponto no interior do elemento, e $\{\delta\}^e$ é o vetor de deslocamentos nodais do elemento e .

3. Obtenção da matriz de rigidez do elemento usando um princípio variacional

A matriz de rigidez consiste dos coeficientes das equações de equilíbrio. Função do material e das propriedades geométricas do elemento, são os coeficientes obtidos utilizando o princípio da energia potencial mínima.

A relação entre a matriz de rigidez $[k]$, vetor de forças nodais $\{p\}$ e vetor de deslocamentos nodais $\{q\}$, é expressa por um conjunto de equações algébricas lineares simultâneas:

$$[k] \{q\} = \{p\} \quad (3-2)$$

onde os componentes k_{ij} da matriz de rigidez é a força na direção i para um deslocamento unitário na direção j , mantendo-se nulos os demais graus de liberdade.

4. Agrupamento das equações algébricas para todo o contínuo discretizado

Consiste em determinar a matriz de rigidez global da estrutura a partir das matrizes de rigidez elementares, e também determinar o vetor global de cargas a partir de força nodal elementares.

A base do método de montagem assim se resume: estando os elementos em estado de equilíbrio, a estrutura, que é o conjunto de todos os elementos, também está. Faz-se, então, a junção das equações de equilíbrio de todos os elementos de maneira a considerar a compatibilidade de deslocamentos dos pontos nodais (os deslocamentos de um ponto nodal são iguais para todos os elementos adjacentes a esse ponto). Nessa operação se faz a soma das contribuições de forças em cada ponto nodal; as forças internas se anulam entre si, ficando as forças externas conhecidas.

Chega-se, então, ao sistema global de equações, que é:

$$[K] \{Q\} = \{P\} \quad (3-3)$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez global, $\{P\}$ é o vetor de cargas, e $\{Q\}$ é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura.

A matriz $[K]$ é singular (não é possível determinar $[K]^{-1}$). Isto significa fisicamente que a estrutura pode sofrer deslocamento infinito sob o carregamento $\{P\}$ pois não existem restrições a deslocamentos. Introduzem-se, então, as condições geométricas de fronteira (deslocamentos prescritos), modificando no sistema as equações que são combinações lineares das demais.

5. Solução para os deslocamentos incógnitos

O passo seguinte consiste na resolução das equações lineares montadas no item 4, para se determinar os deslocamentos incógnitos.

6. Determinação de deformações e tensões do elemento a partir dos deslocamentos nodais

Se as deformações $\{\epsilon\}$ são obtidas pelas relações diferenciais dos deslocamentos (dadas pela teoria da elasticidade), tem-se a partir da equação (3-1):

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (3-4)$$

onde $[B]$ é uma matriz cujos componentes são função da posição do ponto onde se deseja calcular as deformações, e $\{\delta\}^e$ o vetor de deslocamentos nodais.

Conhecendo-se a relação constitutiva

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (3-5)$$

tem-se

$$\{\sigma\} = [D] [B] \{\delta\}^e \quad (3-6)$$

onde $[D]$ é a matriz de elasticidade do elemento.

Logo, conhecendo-se os deslocamentos dos pontos nodais de cada elemento, pela relação (3-6) se conhece o seu campo de tensões $\{\sigma\}$.

3.1.3 - CONVERGÊNCIA

Em qualquer formulação numérica, a solução deve convergir para a solução exata do problema. Violar o atendimento de determinadas imposições pode acarretar resultados pouco satisfatórios.

Quando se assume uma função de deslocamento, evidentemente se está limitando os infinitos graus de liberdade do contínuo, e o mínimo da energia potencial total vai sendo alcançado à medida que se refina a malha.

Por outro lado, o traçado da discretização da estrutura e mesmo problemas de ordem técnica de resolução do sistema de equações podem conduzir a resultados inconvenientes originados de erros numéricos.

Para se assegurar, portanto, boa convergência, deve-se observar que:

1. o elemento escolhido deve ser consistente, isto é, a sua função de deslocamento deve satisfazer às condições de compatibilidade (o modelo polinomial é contínuo em todo o elemento e os deslocamentos são compatíveis entre os elementos adjacentes) e completude (o modelo polinomial inclui os deslocamentos de

corpo rígido e estados de deformação constante);

2. A malha deve ser traçada de maneira a suprir os graus de liberdade da estrutura e a contornar o problema decorrente do mal condicionamento do sistema de equações. Para se contornar esse problema, pode-se utilizar da técnica de particionamento da matriz de rigidez global na resolução do sistema de equações, e/ou adotar um elemento mais refinado para reduzir o número total de equações (Massad e Mori, 1972; Shah, 1966).

3.2 - UTILIZAÇÃO DOS ELEMENTOS

Um elemento é escolhido em função da geometria da estrutura, das coordenadas espaciais independentes x , y ou z necessárias para descrever o problema, e principalmente em função do papel que vai desempenhar na obtenção dos resultados.

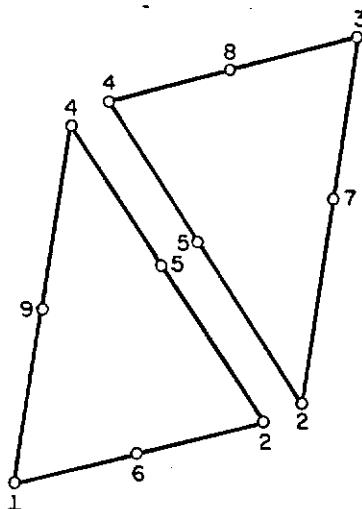
No presente trabalho a estrutura analisada é bidimensional e os elementos utilizados serão, portanto, planos e unidimensionais: quadrilátero de deformação linear, elemento de viga e elemento treliça ou barra, cujos desenvolvimentos serão apresentados nos apêndices do trabalho.

3.2.1 - ELEMENTO QUADRILÁTERO

Sandhu et al. (1967) desenvolveram um elemento plano de quatro pontos nodais, considerado eficiente para análise de problemas de Mecânica dos Solos (Duncan e Dunlop, 1969; Clough e Duncan, 1969; Duncan e Clough, 1971). É o elemento quadrilátero de deformação linear, desenvolvido a partir da junção de dois sub-elementos triangulares de seis pontos nodais, por condensação de determinados nós.

Na figura 3-2 os pontos nodais 6, 7, 8 e 9 dos dois triângulos serão retirados pelo empobrecimento do campo de deslocamentos, nas fronteiras respectivas, transformando-o em uma variação linear. Logo, os lados 1-2, 2-3, 3-4 e 4-1 permanecerão retos após a deformação dos elementos.

Calcula-se a matriz de rigidez de cada um dos sub-elementos da nova configuração (fig. 3-3) e, em seguida, se faz a união dessas duas matrizes para se obter a matriz de rigidez do conjunto (fig. 3-4).



Sub-elementos triangulares planos de seis pontos nodais

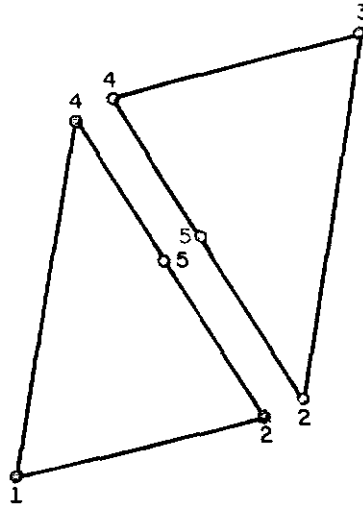
FIG. 3 - 2

O ponto nodal 5 é condensado estaticamente para se obter a matriz de rigidez do elemento quadrilátero (fig. 3-5).

3.2.2 - ELEMENTO DE VIGA

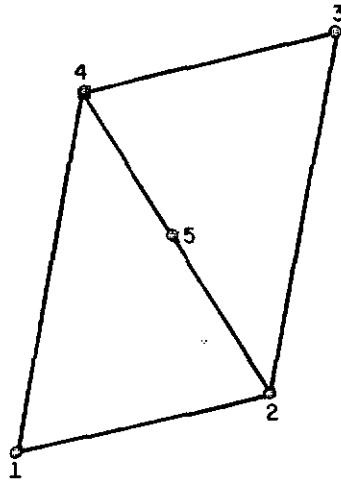
Foi este elemento desenvolvido por Acuña (1971) para a utilização em estrutura de viga de parede.

Seu desenvolvimento se faz a partir da viga clássica



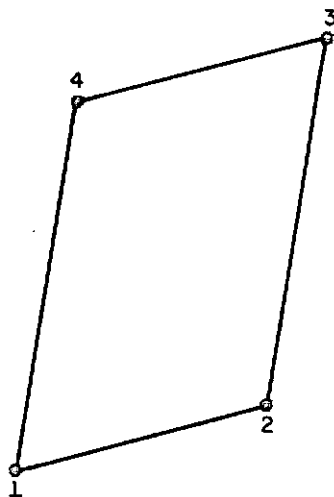
Sub-elementos triangulares planos de quatro pontos nodais

FIG. 3 - 3



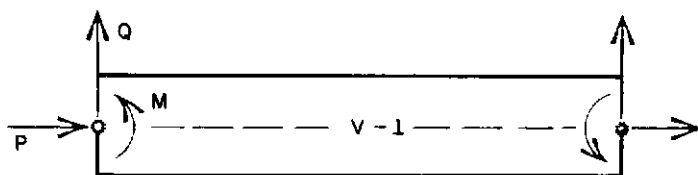
Elemento reunido plano de cinco pontos nodais

FIG. 3 - 4



Elemento quadrilatéro plano resultante

FIG. 3 - 5



Viga clássica - seis graus de liberdade

FIG. 3 - 6

V-I (fig. 3-6), considerando unicamente os efeitos da carga axial e momento fletor na energia de deformação.

Numa escavação, a distribuição de tensão ao longo das paredes de escoramento depende da deformada das mesmas. Assim sendo, é importante que se represente a parede com elementos que simulem bem esta deformada, em cada etapa de escavação.

Escolheu-se, então, inicialmente este elemento para simular as paredes e perfis verticais cravados em solo, justamente porque ele pode representar bem a flexão. Problemas, porém, da não conformidade do elemento quando trabalhando com o elemento quadrilátero e o treliça afastaram definitivamente a idéia de se adotar o seu uso em paredes como podemos observar no apêndice 4 (A4.4) do trabalho.

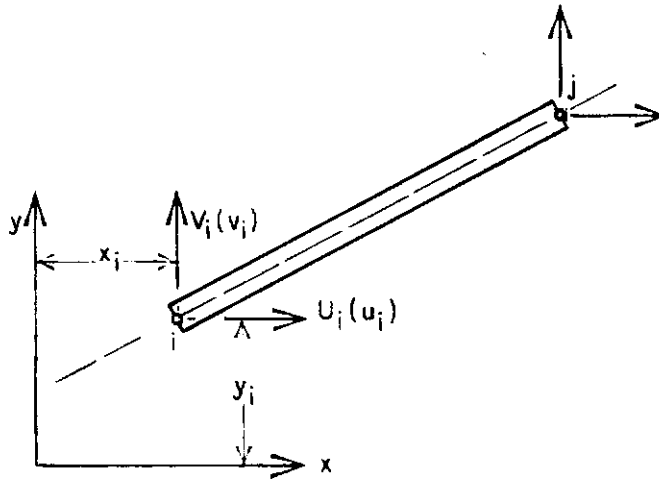
O elemento de viga pode, no entanto, ser utilizado isoladamente para determinar-se o momento fletor e força cortante nas paredes.

3.2.3 - ELEMENTO TRELIÇA

A utilização desse tipo de elemento é apropriada quando um elemento estrutural unidimensional trabalhar essencialmente a deformações axiais (fig. 3-7).

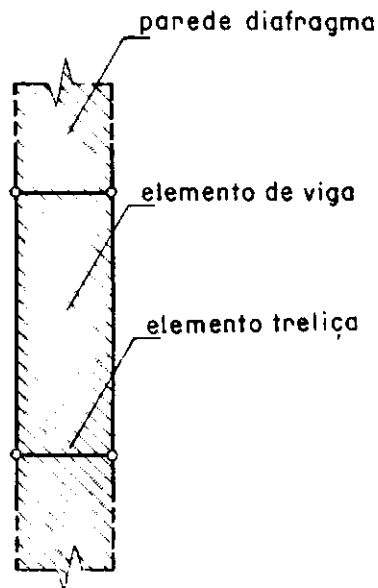
Tal elemento é utilizado em estroncas e pode eventualmente ser utilizado juntamente com o elemento de viga em análise de parede. Esta utilização conjunta, treliça-viga (fig. 3-8), se faz para transmitir esforços e deslocamentos de uma face à outra da parede, uma vez que o elemento de viga não possui rigidez transversal.

O efeito da variação de temperatura bem como o de compressão das estroncas são considerados neste elemento treliça.



Elemento treliça (ou barra) no estado bidimensional

FIG. 3 - 7



Conjunção de elementos treliça e viga

FIG. 3 - 8

CAPÍTULO 4

NÃO LINEARIDADE

Na maioria dos problemas de consequência prática, em particular os de engenharia, as formulações de elasticidade linear (forma linear das relações deformação-deslocamento e tensão-deformação) adotadas no método dos elementos finitos, são invalidadas com presença de fenômenos como a plasticidade, "*creep*" ou outras complexas relações constitutivas. Em outras palavras, a linearidade não é preservada na maioria dos problemas de engenharia.

Entretanto, em muitas aplicações, é prático e conveniente o uso de formulações lineares para a obtenção da solução. Por outro lado, alguns casos, requerem definitivamente uma análise não linear desde que se desejem resultados realísticos.

A rigor, todos esses problemas exigem uma completa reformulação, isto é, os postulados variacionais básicos devem ser reescritos para a sua solução.

Existem, porém, processos numéricos que dispensam toda essa reformulação.

Se a solução para um problema não linear puder ser encontrada através do problema linear por algum processo iterativo em cujo estágio final as constantes materiais forem ajustadas de

modo que a nova lei constitutiva apropriada seja satisfeita, então, a solução é alcançada. Mas se a relação deformação-deslocamento for não linear, uma reorganização mais fundamental de formulação se faz necessária (Arantes e Oliveira, 1966; Desai e Abel, 1972; Oden, 1972; Cook, 1974; e Zienkiewicz e Nayak, 1971).

Também o discernimento físico dentro da natureza do problema (em pequenas etapas) e as aproximações incrementais são essenciais para a obtenção de resultados significativos. O sucesso do método fica, portanto, condicionado muito à habilidade do engenheiro.

4.1 - TIPOS DE NÃO LINEARIDADE

A não linearidade ocorre de duas formas diferentes: não linearidade *física* ou *material* que resulta das leis constitutivas não lineares, e não linearidade *geométrica* que deriva das mudanças finitas na geometria do corpo em deformação.

Dependendo da origem dessas não linearidades, os problemas dividem-se em três categorias: problemas envolvendo apenas a não linearidade material, problemas envolvendo apenas a não linearidade geométrica, e problemas envolvendo ambas as não linearidades citadas.

A primeira abrange problemas em que as tensões não são linearmente proporcionais às deformações (por exemplo, problemas elasto-plásticos), mas se supõe que não há problema de não linearidade geométrica, isto é, a hipótese de pequenas deformações e pequenos deslocamentos é considerada (mudanças infinitesimais na geometria do corpo). São, portanto, usadas as relações lineares de deformação-deslocamento:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4-1)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Em particular, a análise por método dos elementos finitos para a não linearidade material está ainda sob intensa pesquisa. Uma das principais limitações nessa área é a dificuldade de representar adequadamente as propriedades do material. Melhores técnicas de se conhecer parâmetros materiais e de utilizar dados experimentais devem ser desenvolvidas. Relativamente poucas informações se dispõem sobre o comportamento não linear de material bi e tridimensional. Além disso, poucos resultados analíticos e experimentais são disponíveis para comparação com as soluções numéricas dos elementos finitos.

A segunda categoria de problemas não lineares abrange casos de deformações e deslocamentos (em solos fofos e meios submetidos a grandes carregamentos (Desai, 1972)), isto é, a não linearidade provém das relações não lineares de deformação-deslocamento e das mudanças finitas na geometria do corpo, por exemplo, na seguinte aproximação:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4-2)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}$$

Dentro dessa categoria ocorrem também problemas com pequenas deformações e grandes deslocamentos.

A terceira categoria, a mais geral dos problemas não lineares (Desai e Abel, 1972; e Oden, 1969), é a combinação das duas primeiras; ela envolve tanto o comportamento constitutivo não linear bem como as grandes deformações e/ou deslocamentos finitos.

Para cada um dos problemas existem técnicas que permitem solucioná-lo adequadamente.

Dá-se ênfase neste trabalho aos problemas de não linearidade física, ou material.

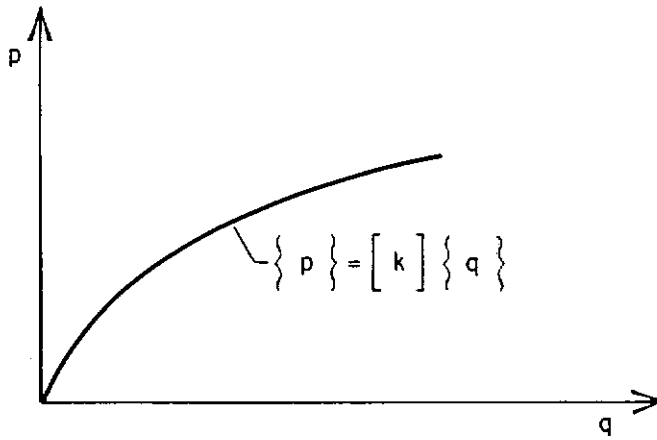
4.2 - TÉCNICAS DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS NÃO LINEARES

A não linearidade ocorre na matriz de rigidez $[k]$ da equação (3-2). As propriedades não lineares do material vão influir na matriz $[D]$ e os deslocamentos finitos na matriz $[B]$:

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (4-3)$$

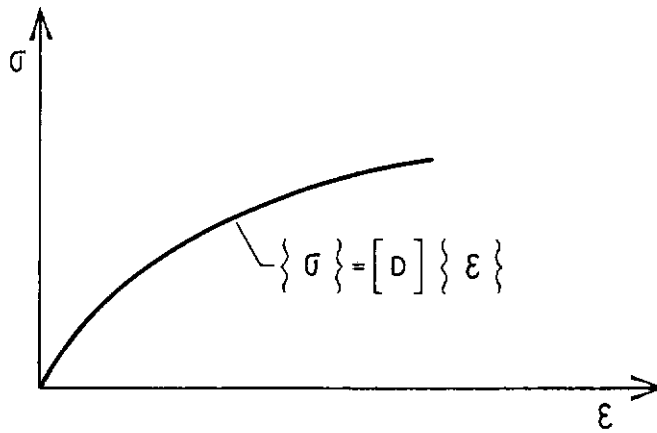
Partindo da hipótese de pequenas deformações, problema estático e comportamento tensão-deformação linear do material, o problema da não linearidade geométrica pode ser contornado. Todo problema não linear pode ser resolvido como uma série de problemas lineares.

Considerando-se, portanto, um problema estático sem a não linearidade geométrica, a solução dos problemas não lineares é com relação ao comportamento tensão-deformação do material (fig. 4-2).



Curva simbólica de carregamento-deslocamento de um elemento

FIG. 4 - 1



Curva tensão-deformação não linear

FIG. 4 - 2

Procura-se aqui (fig. 4-2) assimilar a relação tensão-deformação do solo

$$f(\{\epsilon\}, \{\sigma\}, \text{parâmetros}) = 0$$

(4-4)

de maneira incremental, explicitando-a sob a forma

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (4-5)$$

onde $[D]$ é função do estado de tensões, do tempo, etc.

Existem três técnicas consideradas básicas para a solução dos problemas não lineares pelo método dos elementos finitos: processo *incremental*, processo *iterativo* e processo *misto* que é uma combinação dos dois processos anteriores.

Dependendo da categoria do problema e da exigência que se fizer na solução do mesmo, economia de tempo de computação ou convergência dos resultados, um desses processos pode ser utilizado, ou uma sua variação.

PROCESSO INCREMENTAL

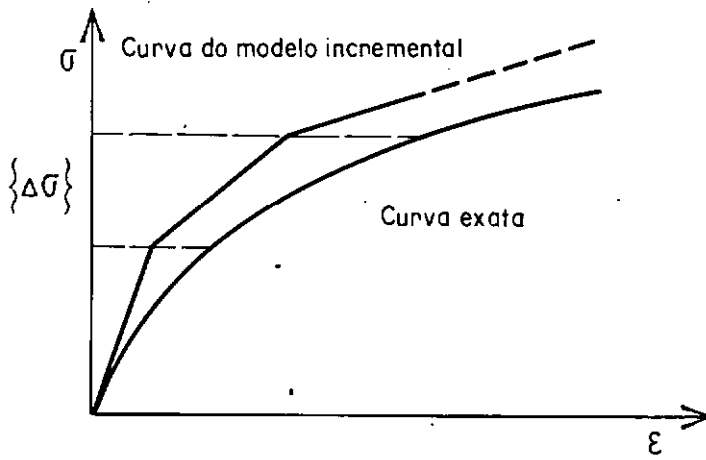
O processo consiste em subdividir a carga total em várias pequenas cargas ou incrementos. Esses incrementos de carga poderão não ser necessariamente de magnitudes iguais.

Assumem-se que as equações são lineares durante a aplicação de um incremento de carga, isto é, a matriz de rigidez $[k]$ se mantém fixa durante essa fase. Em incrementos subsequentes, $[k]$ assumirá outros valores em função das características do material.

A solução de cada etapa de carregamento é obtida como um incremento de deslocamento. Esse incremento é acumulado para dar o deslocamento total em um determinado estágio de carregamento, e o processo prossegue até que o total das cargas seja atingido.

Na curva tensão-deformação, esse processo se mostra es-

quemáticamente na figura 4-3.



Processo incremental

FIG. 4 - 3

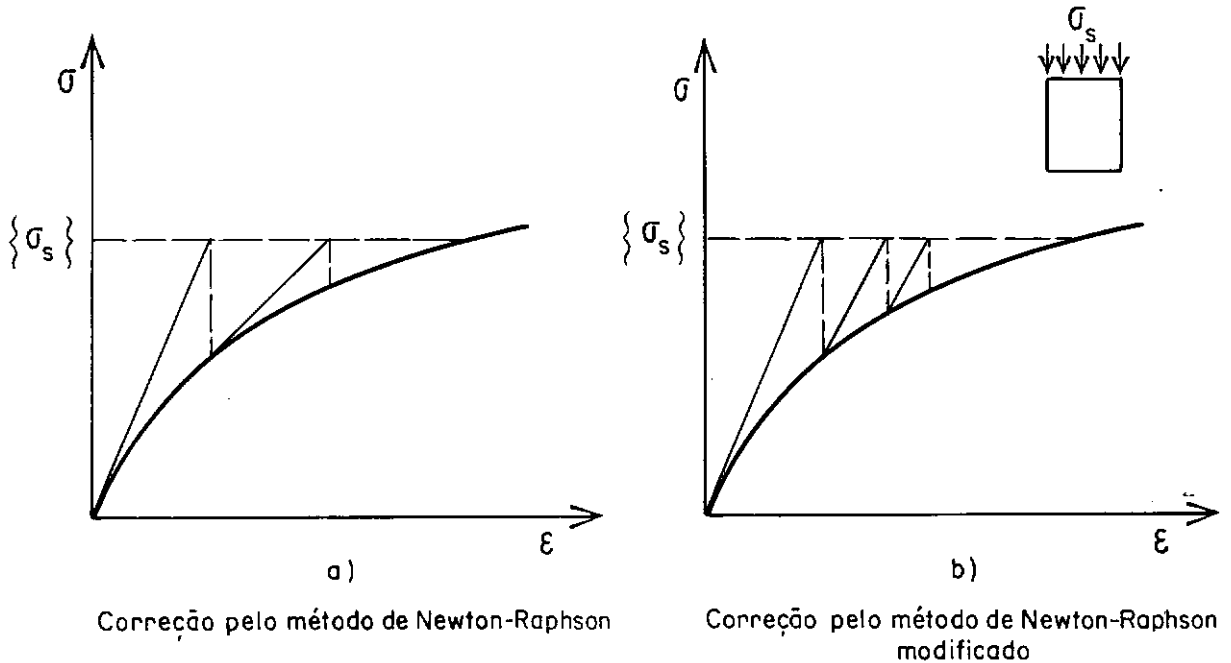
Dentro desse processo existem algumas variantes em que a matriz $[D]$ é calculada em função de diferentes estados de tensão.

Para uma etapa " i ", se $[D(\sigma)]$ for determinado considerando $\{\sigma_{i-1}\}$ tem-se o processo da *tensão anterior*; se for considerado $\{\sigma_i\}$ tem-se o processo da *tensão posterior*, e se se considerar $\{(\sigma_{i-1} + \sigma_i)/2\}$, o processo da *tensão média*. Adotou-se no presente trabalho este último processo que será apresentado mais adiante.

A eficiência do processo pode ser conseguida mediante correção utilizando o método de Newton-Raphson (no processo da tensão anterior), figura 4-4 (Cook, 1974).

Sabe-se que o segundo tipo de correção (fig. 4-4b) é indicada (converge rapidamente) quando a não linearidade é pouco significativa, enquanto que o primeiro (fig. 4-4a) é preferido quando essa não linearidade se mostra mais acentuada (Cook, 1974;

Marcal, 1969).



Solução incremental com correção pelo método de Newton-Raphson

FIG. 4 - 4

O processo incremental é aplicável a quase todos os tipos de problemas não lineares, exceto naqueles cujos materiais apresentam na curva tensão-deformação um trecho descendente ("*strain-softening*"). O processo fornece boa descrição do comportamento carga-deformação, e possibilita seguir o comportamento do solo durante o carregamento; isso é importante em problemas de Mecânica dos Solos onde as propriedades são função da história do carregamento do solo (carregamento primário-descarregamento-recarregamento).

Aplica-se, portanto, bem a problemas de escavação e barragem, onde as diversas etapas de sua execução devem ser simuladas (Clough e Duncan, 1969; Clough e Woodward, 1967; Duncan e Dunlop, 1968; Duncan e Goodman, 1968; Dunlop et al., 1968; Kulhawy et al., 1969; Lefebvre e Duncan, 1971; Palmerton, 1972; e outros). A análise pode ser feita a partir de qualquer estado ini

cial de tensões ou deformações.

Uma das dificuldades de se utilizar o processo é saber quais incrementos são necessários para se ter uma boa convergência nos resultados. Somente uma solução exata ou dados experimentais podem confirmar a solução incremental.

Este processo, em termos comparativos, pode consumir mais tempo de computador que o processo iterativo.

PROCESSO ITERATIVO

O método é uma sequência de cálculos em que o corpo, em cada iteração, é carregado com a carga total. Trata-se de encontrar uma solução, mediante correções sucessivas, que satisfaça a condição de equilíbrio do problema, sob um carregamento.

Assim, consideradas as relações:

a) tensão-deformação linear (lei de Hooke)

$$\{\sigma\} = [D] (\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad (4-6)$$

b) sistema global de equações (3-3)

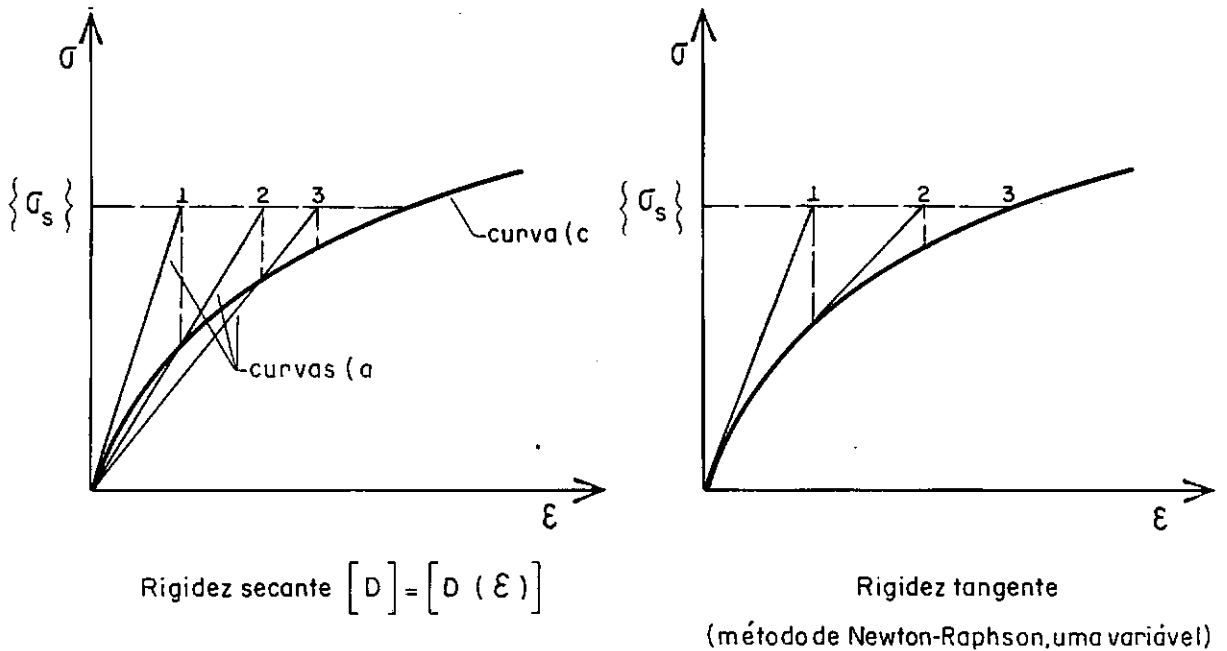
$$[K] \{q\} = \{P\}$$

c) tensão-deformação do material (modelização do comportamento do material)

$$f(\{\epsilon\}, \{\sigma\}, \text{parâmetros}) = 0$$

se os ajustes feitos em $[D]$, $\{\epsilon_0\}$ ou $\{\sigma_0\}$ de a) permitirem chegar a uma solução de b) tal que em a) e em c) se tenha o mesmo estado de tensão-deformação, então, esta é a solução do problema.

Quando o ajuste se faz através de $[D]$, processo de *rigidez variável* (fig. 4-5), em cada iteração se deve recalcular a matriz de rigidez, o que demanda tempo de computador.



Processo iterativo de rigidez variável

FIG. 4 - 5

Se o ajuste é feito por $\{\sigma_0\}$ o processo se diz de *tensão inicial* (Zienkiewicz et al., 1969). O efeito de $\{\sigma_0\}$ se traduz através do vetor de forças equivalentes

$$\{F_{\sigma_0}\} = \int_V [B]^T \{\sigma_0\} dV \quad (4-7)$$

e a matriz de rigidez permanece inalterada durante toda a análise.

Neste processo, tanto se pode considerar o vetor $\{F_{\sigma_0}\}$ (fig. 4-6a) como o vetor variação $\{\Delta F_{\sigma_0}\}$ (fig. 4-6b), a partir da segunda iteração.

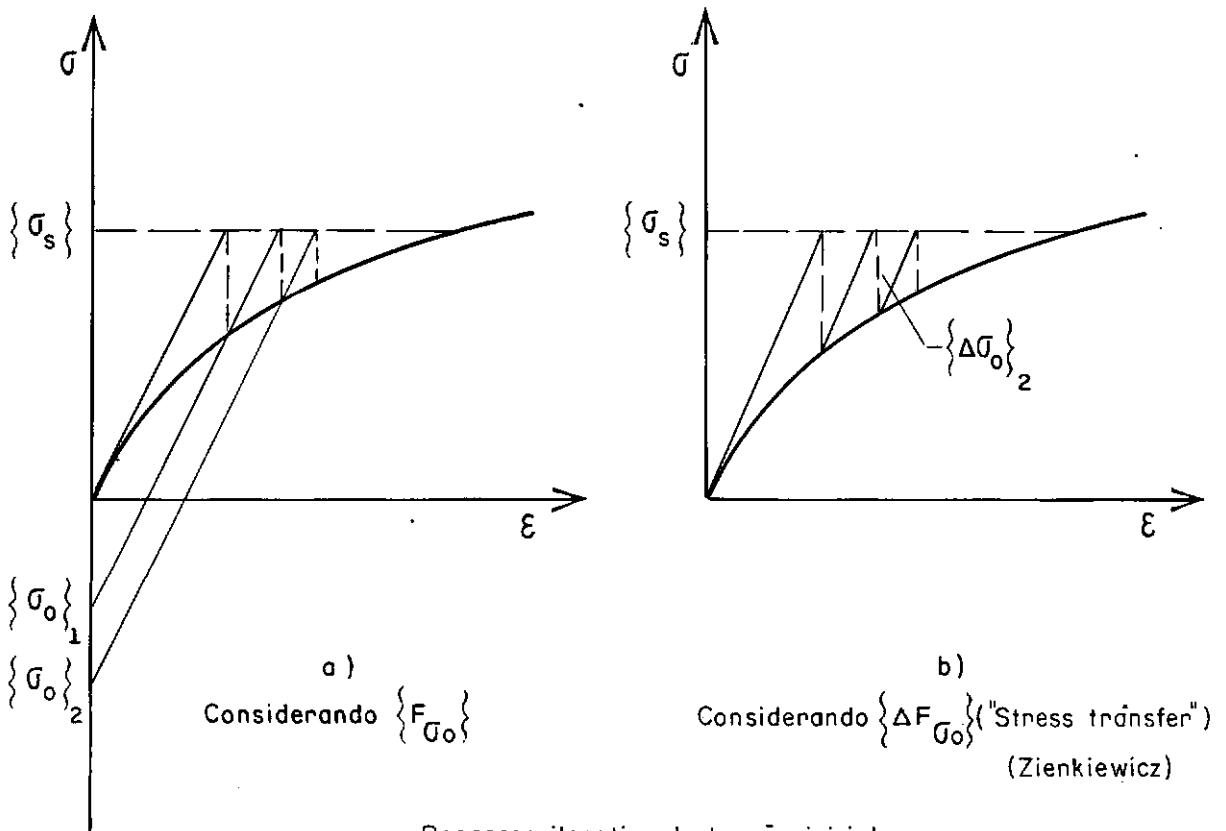
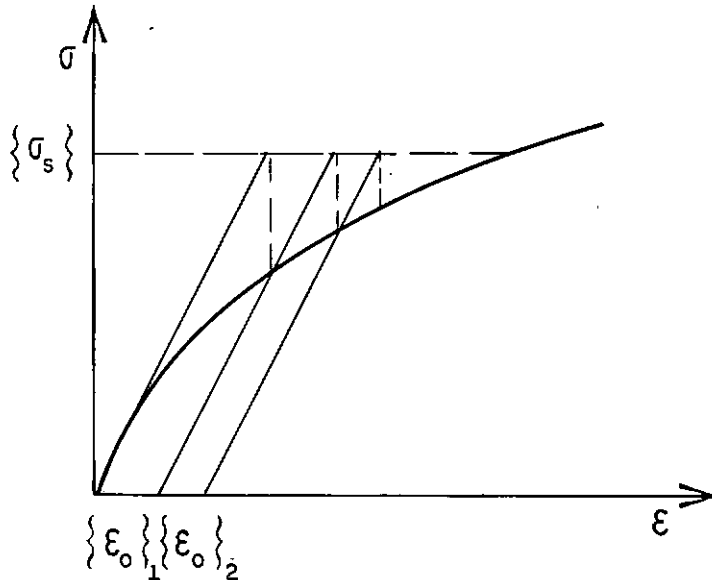


FIG. 4 - 6

Quando o ajuste é feito através de $\{\epsilon_0\}$, processo de *deformação inicial* (fig. 4-7), procede-se de modo análogo ao de *tensão inicial*. Também a matriz de rigidez permanece inalterada.



Processo iterativo de deformação inicial

FIG. 4 - 7

O processo iterativo é aplicável à análise de corpos com propriedade "*strain-softening*" (processo de rigidez secante).

Quanto aos resultados, a convergência não é garantida quando a ação plástica é significativa (Desai e Abel, 1972; Cook, 1974).

Uma vez que os resultados de tensões, deformações e deslocamentos são determinados para carga total, não se pode ter informações quanto ao comportamento em carregamentos intermediários. Sabe-se que o estado final de tensões e deformações depende do seu desenvolvimento durante o carregamento bem como da magnitude de carga aplicada (Cook, 1974; e Oden, 1972). Em combinação com o processo incremental, porém, pode-se utilizar esse processo para

seguir a história de carregamento dos solos.

O processo iterativo é uma aplicação da teoria da deformação, e sua utilização fornece solução exata somente quando o campo de tensões cresce proporcionalmente (curva tensão-deformação linear) (Cook, 1974; e Oden, 1972).

A simplicidade de utilização e programação é uma das vantagens do processo.

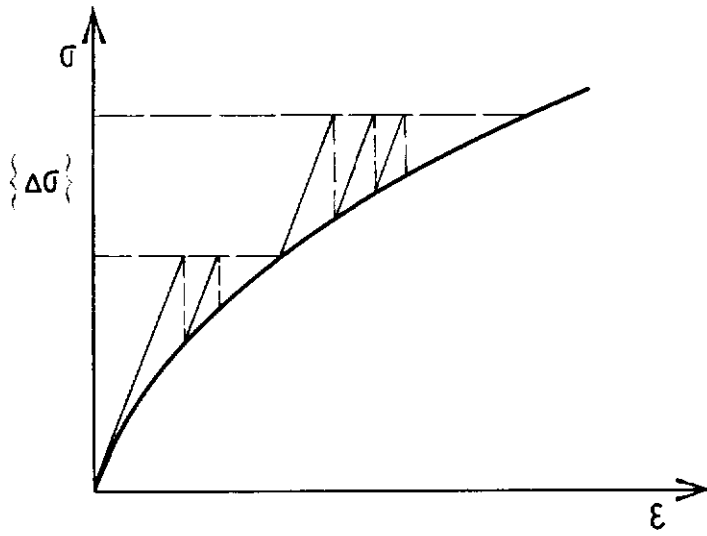
PROCESSO MISTO

O processo utiliza uma combinação dos processos incremental e iterativo (por exemplo, fig. 4-8). A cada incremento de carga faz-se uma análise iterativa; isto permite seguir, com relativa precisão, a curva tensão-deformação exata do material. A história de carregamento do solo pode bem ser simulada.

Este processo combina as vantagens dos processos incremental e iterativo, e minimiza as desvantagens desses processos. O tempo de computador pode, porém, aumentar.

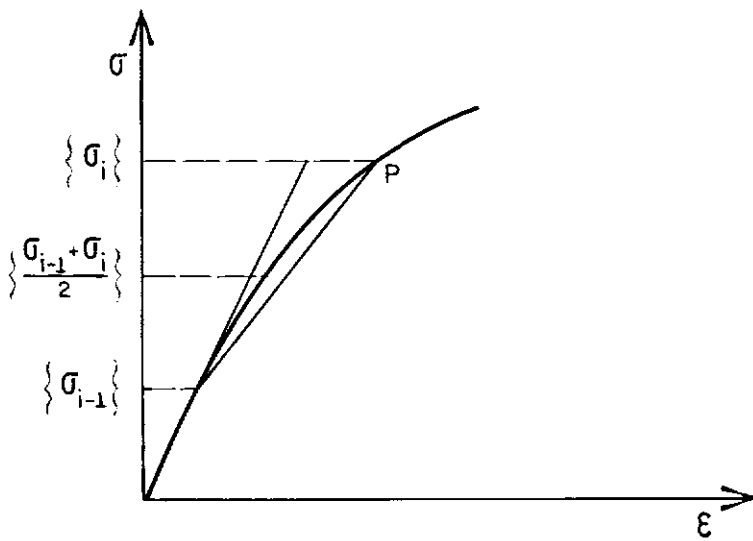
4.2.1 - PROCESSO ADOTADO

Em vista da necessidade de simular as diversas etapas de execução de uma escavação (escavação propriamente dita, escoramento, etc.) adotou-se para o presente trabalho o processo incremental de solução dos problemas não lineares, amplamente utilizado em problemas de geotecnia (Chang e Duncan, 1970; Clough e Duncan, 1971; Duncan e Chang, 1970; Duncan e Clough, 1971; Duncan e Lefebvre, 1973; Kulhawy e Duncan, 1972; Kulhawy et al., 1969; e Lefebvre et al., 1973).



Processo incremental-iterativo

FIG. 4 - 8



Processo incremental de tensão média

FIG. 4 - 9

O processo é o da *tensão média* apresentado esquematicamente na figura 4-9.

Consiste, na etapa "*i*" de incremento de carga, no seguinte procedimento:

- a) obtenção dos resultados $\{\sigma_i\}$ utilizando as propriedades de material determinadas em função de $\{\sigma_{i-1}\}$;

$$\text{propriedades} = f(\sigma_{i-1})$$

↓

$$[D(\sigma_{i-1})]$$

- b) determinação das novas propriedades em função do estado médio de tensões $\{\sigma_m\} = \{(\sigma_{i-1} + \sigma_i)/2\}$;

$$\text{propriedades} = f(\sigma_m)$$

↓

$$[D(\sigma_m)]$$

O ponto *P* se aproxima relativamente bem da curva exata, claro, em função do incremento de carga.

Um refinamento desse processo seria a aplicação do método de Newton-Raphson a partir dessa aproximação (Zienkiewicz, 1971).

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES SOBRE A ANÁLISE DE ESCAVAÇÕES POR ELEMENTOS FINITOS

O ponto de partida para a análise de uma escavação, es-
corada ou não, por elementos finitos é a formulação do problema e
em seguida proceder-se a uma adequada idealização. Isto requer o
conhecimento da geometria do subsolo local, das tensões iniciais,
da reologia dos solos e das condições de fronteira. Se a análise
partir de uma determinada etapa de escavação, para se definir as
condições iniciais, devem-se conhecer quais eram os estados de
tensão, deformação e deslocamento antes do reinício da obra. Se a
obra é analisada desde o princípio da escavação, as deformações e
os deslocamentos iniciais geralmente são tomados nulos.

5.1 - GEOMETRIA DO SUBSOLO

A complexidade das condições geológicas locais influi
diretamente na precisão com que se idealizam as condições do sub-
solo. Condições geológicas simples podem ser idealizadas com rela-
tiva precisão. Caso contrário, são feitas simplificações com vis-
tas a manter certas características que o engenheiro julga ser da
maior importância.

Assim, a capacidade que as condições idealizadas têm de
representar as características importantes das condições de campo,

dita em muito a precisão e a confiabilidade dos resultados finais.

5.2 - ESTADO INICIAL DE TENSÕES

A importância do conhecimento do estado inicial de tensões reside nos seguintes aspectos:

- a) o processo adotado de simulação de escavação se baseia na retirada de cargas aplicadas ao longo do corte, e estas cargas são calculadas a partir do estado inicial de tensões; e
- b) as leis constitutivas dos solos são função do estado de tensões no maciço.

Portanto, o erro introduzido na determinação das tensões iniciais irá afetar os resultados no restante da análise através de sua propagação em etapas subsequentes.

De modo geral, o estado inicial de tensões é determinado em função do peso próprio do solo e de um coeficiente de empuxo de terra. Em terrenos nivelados, a tensão vertical σ_y é assu mida ser correspondente ao peso próprio da camada de solo sobrejacente e a tensão horizontal σ_x igual ao valor da tensão vertical multiplicado pelo coeficiente de empuxo de terra em repouso K_0 . As tensões cisalhantes τ_{xy} e τ_{yx} são supostas nulas.

A determinação do valor de K_0 é bastante complexa uma vez que ele depende do tipo de solo e suas características, e sobretudo da história de carregamento do maciço (fig. 5-1). Em solos normalmente adensados costuma-se estimar o valor de K_0 a partir da correlação empírica de Jaky (1948) e, em argilas pré-adensadas, a de Brooker e Ireland (1965), podendo também usar-se as correlações de Sherif e Koch (1970).

Brooker e Ireland (1965) correlacionaram K_0 ao índice de plasticidade e ao coeficiente de pré-adensamento do solo, parecendo ser as relações propostas suficientemente válidas em solos cujo estado de tensões horizontais não sofreram alterações por algum movimento tectônico (Duncan, 1974).

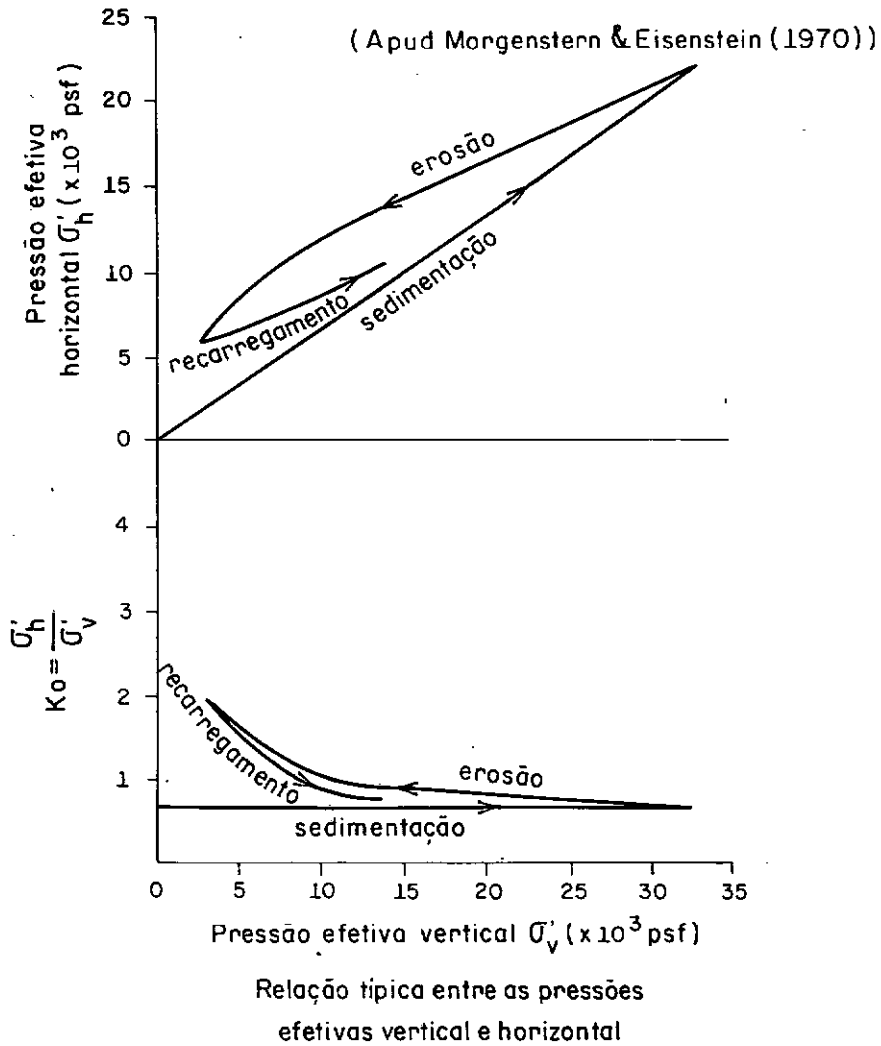


FIG. 5 - 1

Sherif e Koch (1970) correlacionaram K_0 a dois parâmetros que dependem do tipo de solo e do seu limite de liquidez, e ao coeficiente de pré-adensamento. Esta correlação é restrita a solos pré-adensados com o coeficiente de pré-adensamento ("Over Consolidation Ratio") menor que 12.

Existem vários outros processos citados por Duncan (1974) para se definir o valor de K_0 , tais como os apresentados por Skempton (1961), Kenney (1967) - determinação direta em campo - Ruddock (1967) e Bjerrum e Anderson (1973). Entretanto, uma previsão confiável, particularmente das deformações laterais, a partir dos conhecimentos atuais de K_0 , ainda não pode ser feita com suficiente grau de precisão, principalmente nos problemas envolvendo cortes de maciço (Morgenstern e Eisenstein, 1970).

A dificuldade de definir tensões iniciais aumenta mais ainda em terrenos acidentados e com complexas condições geométricas. Nestes casos, baseando-se na história geológica da região e nas condições de equilíbrio (condição estática, por exemplo), pode-se determinar o estado inicial de tensões utilizando o método dos elementos finitos (Duncan, 1974). Evidentemente os resultados vão depender do coeficiente de Poisson adotado, das propriedades tensão-deformação (linear ou não linear) e procedimento de análise (construção incremental e escavação). A escolha final das tensões iniciais ficará a cargo do julgamento do engenheiro que fará, então, a escolha baseada nos conhecimentos da história geológica local (Duncan, 1974).

5.3 - REOLOGIA DOS SOLOS

A maior dificuldade em análise de problemas por elementos finitos é sem dúvida a representação do comportamento tensão-deformação dos solos. De sua consideração realística depende, principalmente, a exatidão da análise (Duncan, 1972). O uso inadequado das características desse comportamento fatalmente implicará em resultados errôneos de deslocamento e tensão.

O estudo do comportamento tensão-deformação dos solos é feito geralmente em laboratório em amostras indeformadas, porém, com efeitos inevitáveis de perturbação destas amostras e com a dúvida quanto à sua representatividade. Entretanto, esses resulta-

dos podem ser aplicados às condições de campo com um mínimo de evidência para suportar a extrapolação (Peck e Lowe, 1960). Têm-se desenvolvido, recentemente, ensaios de campo para se evitar os inconvenientes dos ensaios de laboratório.

Também a escolha de um modelo que considere aspectos tais como a não linearidade, dependência de tensão, inelasticidade, etc., é feita em função da dispersão dos dados de laboratório, da magnitude das tensões e da finalidade da análise (Duncan, 1974).

Um modelo matemático de tensão-deformação relativamente simples e preciso utilizado com razoável sucesso em diversos problemas práticos é a função hiperbólica desenvolvida por Duncan e Chang (1970) e Kulhawy et al. (1969). Ensaio convencionais de laboratório são suficientes para a obtenção dos parâmetros incorporados no modelo.

Apesar de estudos já feitos sobre o comportamento do solo sob condições de campo, ainda não se dispõe de suficiente conhecimento das leis constitutivas dos solos naturais (Desai, 1972). Muitas de suas propriedades mecânicas são quase sempre anisotrópicas e dependem do tempo. Parece que o melhor meio de se obter uma lei representativa do comportamento do solo é através de medições diretas, em campo, das respostas (deformações) de um meio geológico às perturbações (esforços) provocadas (Desai, 1972).

5.4 - CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

O conhecimento das condições de fronteira é tão essencial quanto conhecer as condições iniciais e as relações tensão-deformação dos solos para estimar os carregamentos laterais e deformações de uma escavação. Essas condições devem representar não só as mudanças de condições que impliquem em variação de tensão e deformação (escavação, carregamento, variação de temperatura,

etc.) como também a interação solo-estrutura, algo mais que uma simples parede perfeitamente rugosa ou lisa (Morgenstern e Eisenstein, 1970). Clough e Duncan (1969) introduziram, com sucesso, um elemento de interface na análise da eclusa de Port Allen; o elemento, que é unidimensional podendo deformar-se somente ao longo da interface, foi desenvolvido por Duncan e Goodman (1968).

CAPÍTULO 6

ETAPAS NA SIMULAÇÃO DE UMA ESCAVAÇÃO

As diversas etapas de uma escavação escorada que podem ser simuladas pelo programa de elementos finitos elaborado são:

1. determinação das tensões iniciais;
2. escavação propriamente dita;
3. colocação e retiradas das estroncas;
4. compressão e recompressão das estroncas;
5. variação da temperatura;
6. cargas estáticas; e
7. enchimento da vala.

Na realidade, quaisquer que sejam os tipos de solicitação, em elementos finitos, não passam de casos particulares de aplicação de cargas ou imposição de deslocamentos.

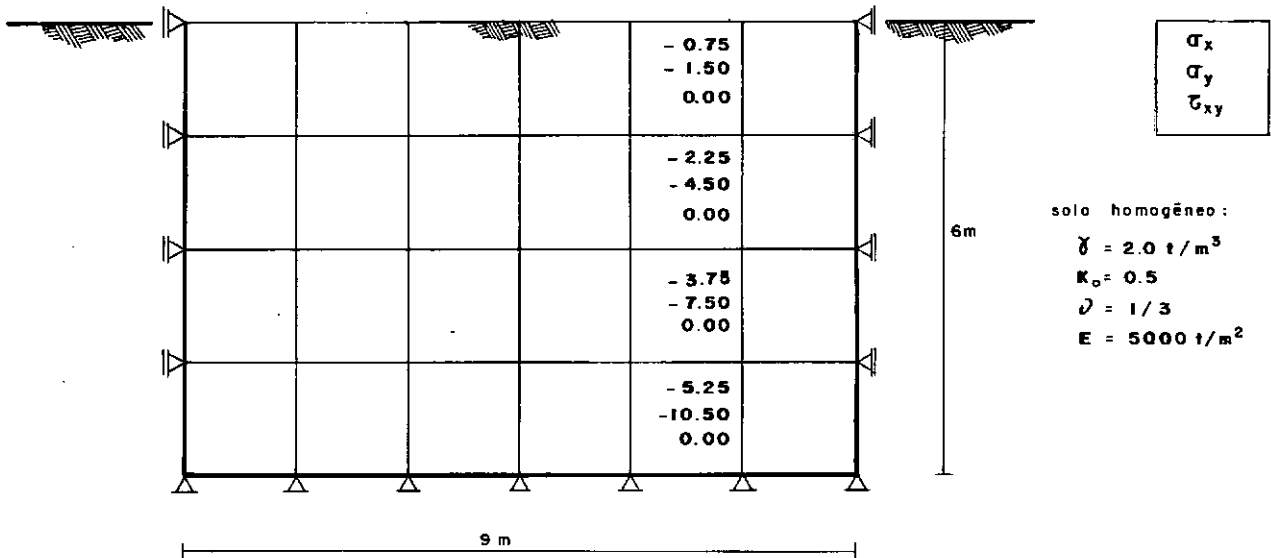
A influência das cargas dinâmicas, que também pode ser levado em consideração pelo Método dos Elementos Finitos, não foi considerada neste trabalho.

6.1 - CÁLCULO DAS TENSÕES INICIAIS

Genericamente as tensões iniciais são calculadas pelo

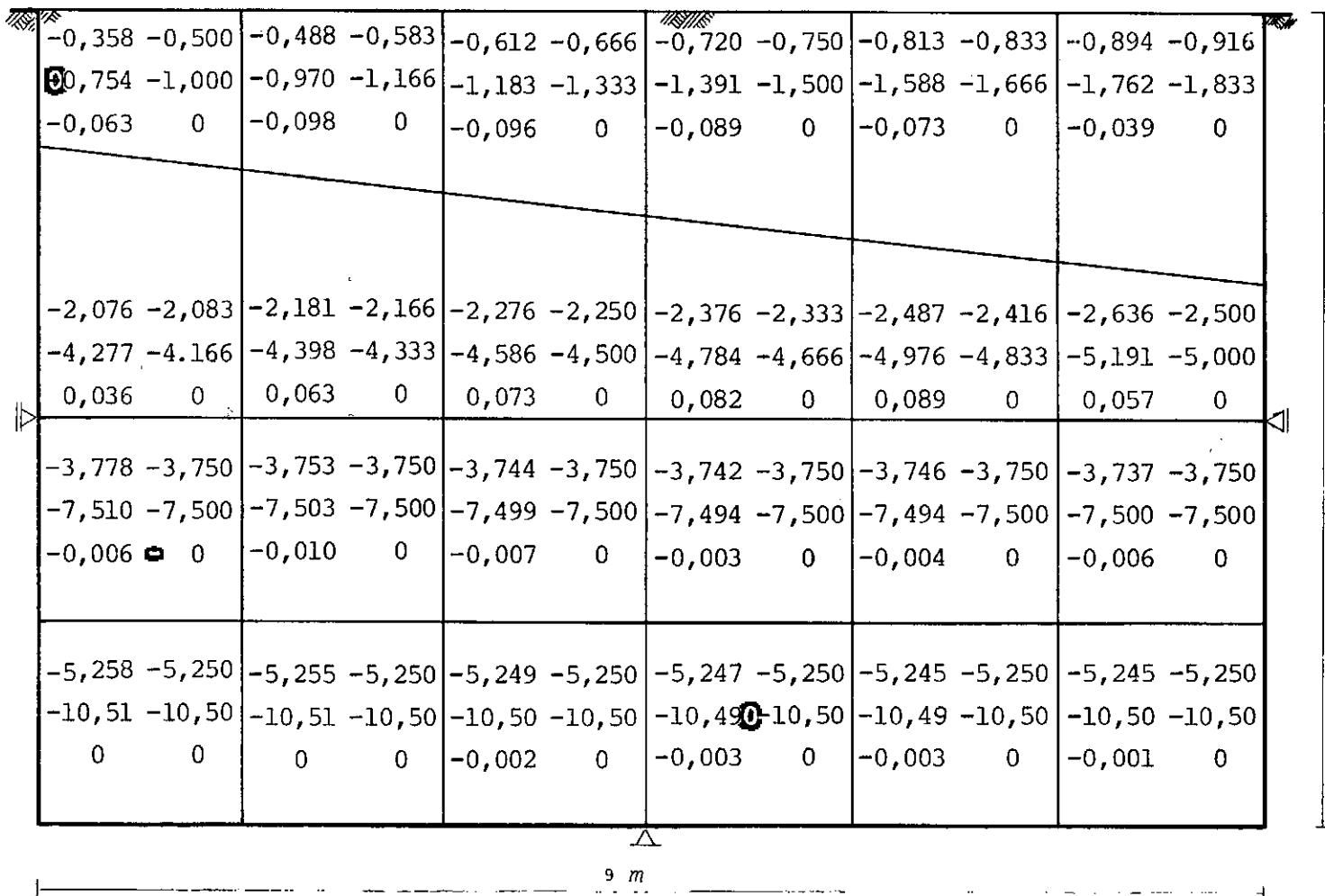
Método dos Elementos Finitos pela aplicação do peso próprio dos elementos. Os parâmetros elásticos, módulo de elasticidade E e coeficiente de Poisson ν , são escolhidos de tal forma a produzirem tensões verticais σ_y' e horizontais σ_x' efetivas que se relacionam entre si através de um coeficiente de empuxo de terra. O valor de E poderá ser qualquer e o de ν escolhido de acordo com a relação elástica (7-14). A análise, portanto, será linear.

O que é interessante observar é a influência do traçado da malha de elementos finitos. Para traçados com linhas horizontais (fig. 6-1), as tensões encontradas por elementos finitos $\{\sigma\}_{EF}$ e por fórmulas correntes $\{\sigma\}_F$ são exatamente iguais. Traçados, porém, com linhas inclinadas (fig. 6-2) produzem resultados ligeiramente diferentes.



Tensões iniciais $\{\sigma\}_{EF}$ e $\{\sigma\}_F$ em geometria com linhas horizontais (t/m^2)

Fig. 6-1



Chave:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{EF} \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_F$$

6 m

SOLO HOMOGÊNEO:

$$\gamma = 2,0 \text{ t/m}^3$$

$$K_0 = 0,5$$

$$\nu = 0,3$$

$$E = 5000 \text{ t/m}^2$$

TENSÕES INICIAIS $\{\sigma\}_{EF}$ E $\{\sigma\}_F$ EM GEOMETRIA COM UMA LINHA INCLINADA (t/m^2)

FIG. 6-2

O segundo tipo de traçado, portanto, é indicado para maciços constituídos de solos heterogêneos e geometria do subsolo não horizontal. Fica evidente, no entanto, que para cada problema específico deve existir uma idealização que lhe é mais adequada.

6.2 - ESCAVAÇÃO

A escavação propriamente dita consiste em aplicar cargas nos pontos nodais das camadas onde se deseja fazer o corte, cargas estas estaticamente equivalentes às tensões distribuídas ao longo dessas superfícies de corte antes da escavação, porém de sinais invertidos (fig. 6-3). A porção retirada será assumido ter rigidez nula.

Em virtude do tipo de elemento utilizado, as tensões são calculadas nos centróides dos elementos, devem ser inicialmente calculadas as tensões nodais. Essas tensões podem ser calculadas, dependendo de determinadas condições, fazendo-se a média das tensões aos pares dos elementos adjacentes ao contorno da escavação (Dunlop et al., 1968), ou a partir das tensões dos elementos imediatamente acima do corte (Chang, 1969), ou a partir de uma função de interpolação que relacione as tensões (conhecidas) nos centróides com as tensões nodais (desconhecidas) dos elementos (Clough e Duncan, 1969; e Christian e Wong, 1973).

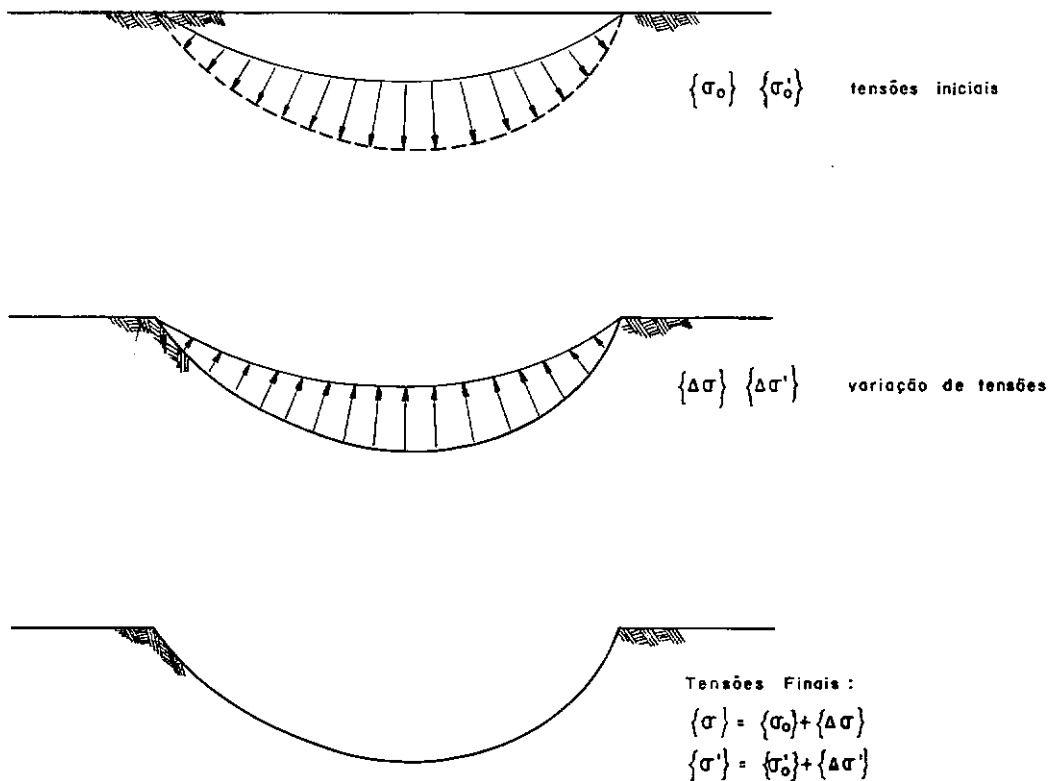
Todos esses processos podem conduzir a resultados imprecisos de tensões nodais e, portanto, de forças equivalentes, dependendo do tipo de problema que se quer analisar e da geometria dos elementos na malha.

Se o solo for linearmente elástico, os resultados da escavação devem ser independentes do número de etapas em que os cortes são efetuados. Isso foi provado por Ishihara (1970), e comprovado por Chandrasekaran e King (1974) que calcularam as forças equivalentes a partir dos deslocamentos nodais. A importância da in

dependência do número de etapas, em uma escavação, está no fato de o solo ter comportamento não linear e a adoção de processo incremental de análise fica comprometida quando existe propagação de erro etapa por etapa.

Adotou-se no presente trabalho o processo em que as forças equivalentes são calculadas a partir dos deslocamentos nodais.

Um estudo comparativo entre os diversos processos foi feito evidenciando a vantagem do processo adotado neste trabalho.



Simulação analítica da escavação

Fig. 6-3

6.2.1 - CÁLCULO DE FORÇAS EQUIVALENTES NODAIS

Quando as tensões são conhecidas nos pontos nodais as forças equivalentes nodais são calculadas a partir de uma distribuição linear de tensões no contorno do elemento. No caso de se conhecerem apenas os deslocamentos, essas forças são calculadas a partir destes deslocamentos.

CÁLCULO A PARTIR DE TENSÕES NODAIS

Conhecendo-se as tensões $\{\sigma\}$ nos pontos nodais, assumem-se distribuições lineares dessas tensões no contorno dos elementos e, a partir dessas distribuições, se calculam as forças equivalentes nodais (Clough e Duncan, 1969) (fig. 6-4).

Para um ponto nodal qualquer do elemento quadrilátero, por exemplo J , as forças que nele atuam são:

1) contribuição de σ_x

$$\text{lado } I-J : F'_{xJ} = (y_J - y_I) \left(\frac{1}{3} \sigma_{xJ} + \frac{1}{6} \sigma_{xI} \right)$$

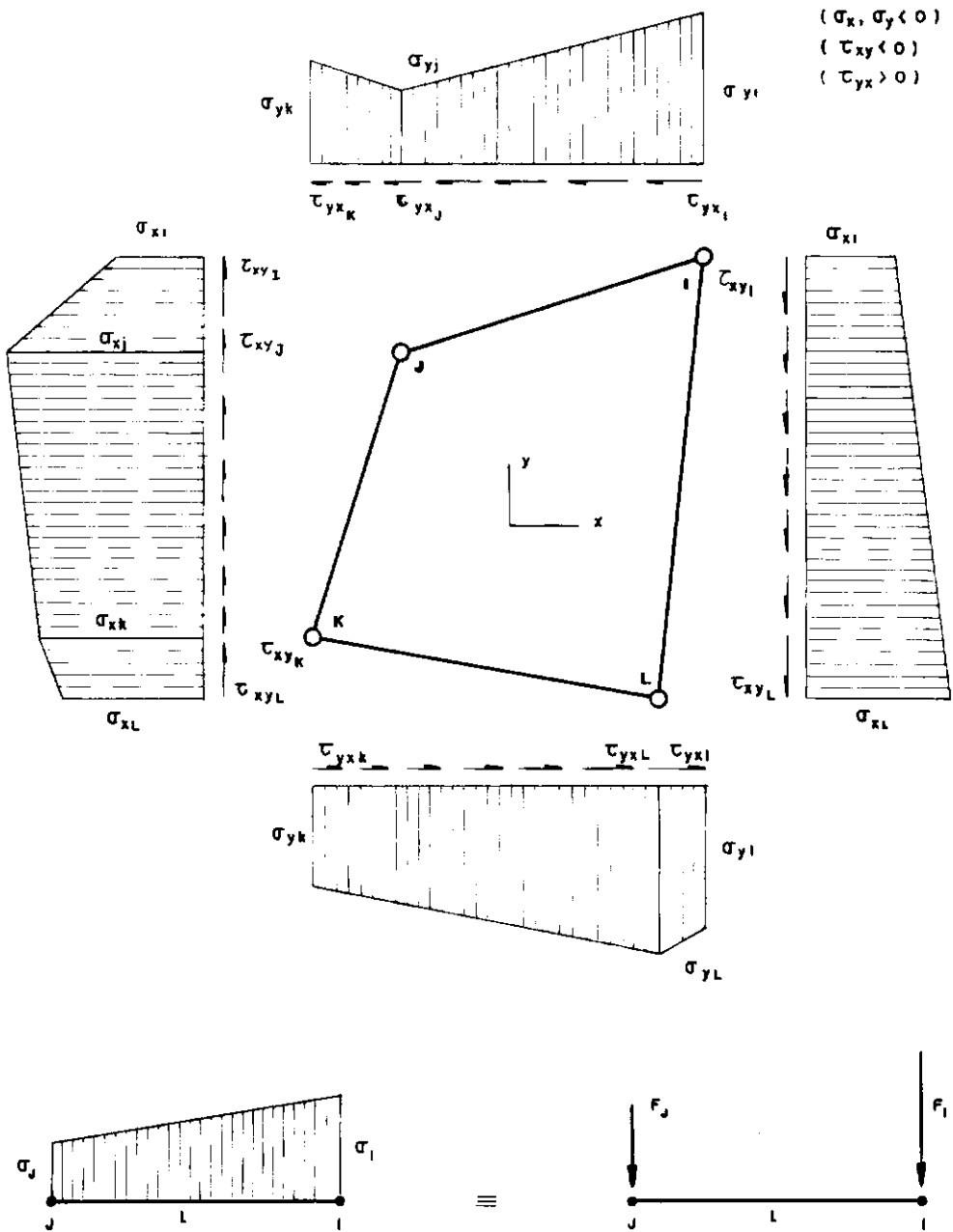
$$\text{lado } J-K : F'_{xJ} = (y_K - y_J) \left(\frac{1}{3} \sigma_{xJ} + \frac{1}{6} \sigma_{xK} \right)$$

2) contribuição de τ_{yx}

$$\text{lado } I-J : F'_{yxJ} = (x_J - x_I) \left(\frac{1}{3} \tau_{yxJ} + \frac{1}{6} \tau_{yxI} \right)$$

$$\text{lado } J-K : F'_{yxJ} = (x_K - x_J) \left(\frac{1}{3} \tau_{yxJ} + \frac{1}{6} \tau_{yxK} \right)$$

3) contribuição de σ_y



Distribuição de tensões no elemento quadrilátero - forças equivalentes
 (apud **CLOUGH e DUNCAN, 1969**)

Fig. 6 - 4

$$\text{lado } I-J : F'_{yJ} = -(x_J - x_I) \left(\frac{1}{3} \sigma_{yJ} + \frac{1}{6} \sigma_{yI} \right)$$

$$\text{lado } J-K : F''_{yJ} = -(x_K - x_J) \left(\frac{1}{3} \sigma_{yJ} + \frac{1}{6} \sigma_{yK} \right)$$

4) contribuição de τ_{xy}

$$\text{lado } I-J : F'_{xyJ} = (y_J - y_I) \left(\frac{1}{3} \tau_{xyJ} + \frac{1}{6} \tau_{xyI} \right)$$

$$\text{lado } J-K : F''_{xyJ} = (y_K - y_J) \left(\frac{1}{3} \tau_{xyJ} + \frac{1}{6} \tau_{xyK} \right)$$

Somando as parcelas correspondentes:

$$F_{xJ} = F'_{xJ} + F''_{xJ} + F'_{yxJ} + F''_{yxJ}$$

$$F_{yJ} = F'_{yJ} + F''_{yJ} + F'_{xyJ} + F''_{xyJ}$$

dão:

$$F_{xJ} = \frac{1}{6} [\sigma_{xI}(y_J - y_I) + 2\sigma_{xJ}(y_K - y_I) + \sigma_{xK}(y_K - y_J) + \tau_{xyI}(x_I - x_J) + 2\tau_{xyJ}(x_I - x_K) + \tau_{xyK}(x_J - x_K)] \quad (6-1)$$

$$F_{yJ} = \frac{1}{6} [\sigma_{yI}(x_I - x_J) + 2\sigma_{yJ}(x_I - x_K) + \sigma_{yK}(x_J - x_K) + \tau_{xyI}(y_J - y_I) + 2\tau_{xyJ}(y_K - y_I) + \tau_{xyK}(y_K - y_J)] \quad (6-2)$$

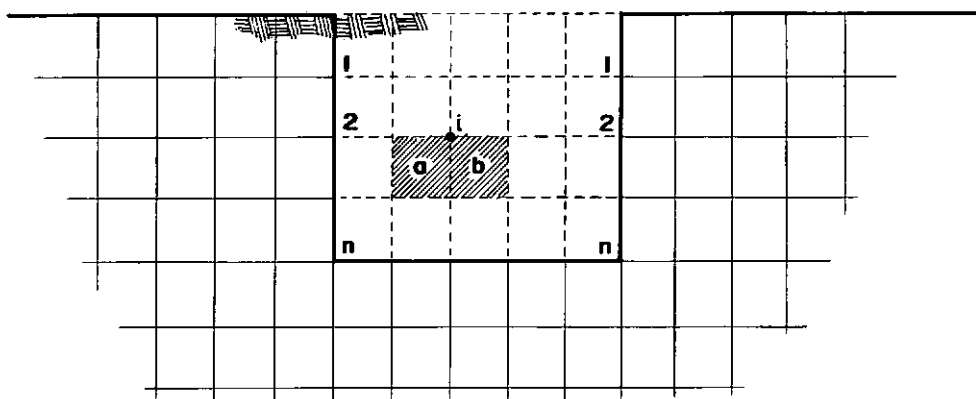
Essas duas forças F_{xJ} e F_{yJ} , compõem a força equivalente do ponto nodal J .

Nas equações (6-1) e (6-2) x e y são as coordenadas

dos pontos nodais e σ_x , σ_y e τ_{xy} são as tensões normais na direção-x, direção-y e cisalhante respectivamente.

CÁLCULO A PARTIR DE DESLOCAMENTOS NODAIS

É o processo exposto por Chandrasekaran e King (1974). Um meio é discretizado em elementos finitos (fig. 6-5) e sobre ele se conduz uma análise de deformação plana.



Simulação de escavação - definição dos níveis

Fig. 6 - 5

A escavação é feita em n etapas segundo os níveis 1, 2, ..., n .

As forças nodais iniciais $\{F_1\}$, $\{F_2\}$, ..., $\{F_n\}$ são as forças aplicadas pela porção situada acima dos respectivos níveis 1, 2, ..., n . Estas forças podem ser determinadas a partir das considerações de estado de repouso K_0 das pressões de solo e da função de interpolação do elemento adotado (a capacidade de representação de tensões de forma consistente pela formulação do método dos elementos finitos em seu contorno é de tensões constantes, embora se simule a variação linear de pressões por forças nodais conforme a figura 6-4).

Numa primeira etapa de escavação a porção acima do nível 1 é retirada; isto equivale a inverter o sentido de $\{F_1\}$ e anular a rigidez dessa porção escavada.

Devido a esse estágio de escavação surgirão variações de forças $\{\Delta F_2\}$ em $\{F_2\}$, ... e $\{\Delta F_n\}$ em $\{F_n\}$, resultando:

$$\begin{aligned}\{F_2\} &= \{F_2\} + \{\Delta F_2\} \\ &\vdots \\ \{F_n\} &= \{F_n\} + \{\Delta F_n\}\end{aligned}\tag{6-3}$$

que são agora as novas forças dos níveis 2, 3, ... n.

A variação $\{\Delta F_2\}$ é obtida multiplicando a matriz de rigidez dos elementos situados imediatamente abaixo do nível 2 pelos correspondentes incrementos de deslocamento provocados pela primeira etapa de escavação. Por exemplo (fig. 6-5) $\{\Delta F_2\}_i$ do ponto nodal i se obtém considerando os dois elementos a e b envolvidos. Procedimento semelhante se faz para os demais níveis.

6.2.2 - PROCESSOS DE SIMULAÇÃO DE ESCAVAÇÃO: ESTUDO COMPARATIVO

Tomaram-se, para o propósito de um estudo comparativo, os processos de simulação de escavação apresentados por Clough e Duncan (1969), Christian e Wong (1973) e Chandrasekaran e King (1974), e seus resultados.

As condições de análise são as mesmas para os três processos, isto é, o material é considerado isótrópo elástico linear, módulo de elasticidade $E = 488 \text{ t/m}^2$ ($= 10^5 \text{ psf}$), coeficiente de Poisson $\nu = 0,333$, peso específico do material $\gamma = 1,6 \text{ t/m}^3$ ($= 100 \text{ pcf}$), coeficiente de empuxo lateral $K_0 = 0,5$ e estado de

deformação plana. Foi adotada uma malha para o elemento quadrilátero (fig. 6-6), igual à utilizada por Chandrasekaran e King (1974), e outra de 56 elementos e 199 pontos nodais (Tsutsumi et al., 1975) para o elemento isoparamétrico. Na malha de 56 elementos procedeu-se o estudo pelo processo *Chandrasekaran-King*.

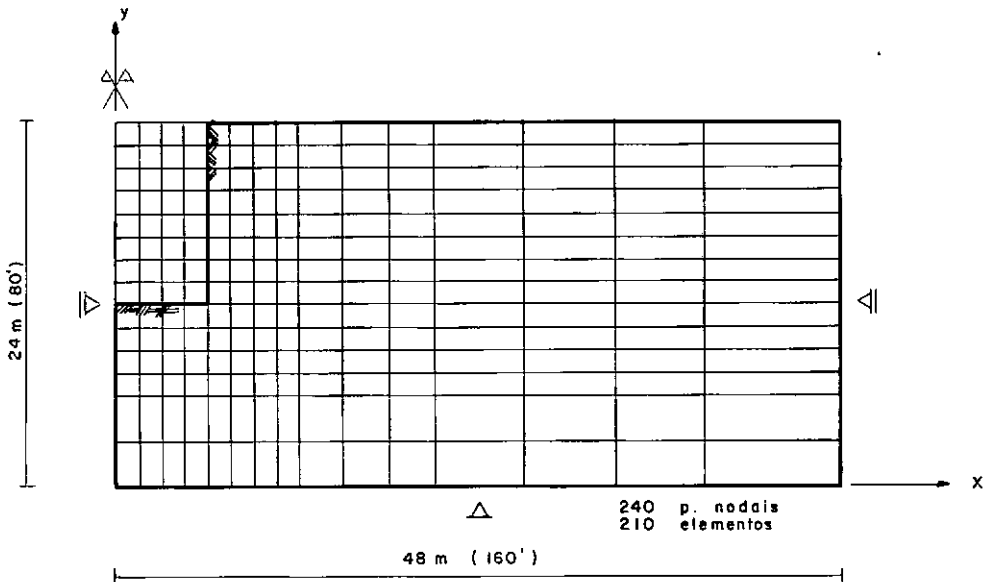
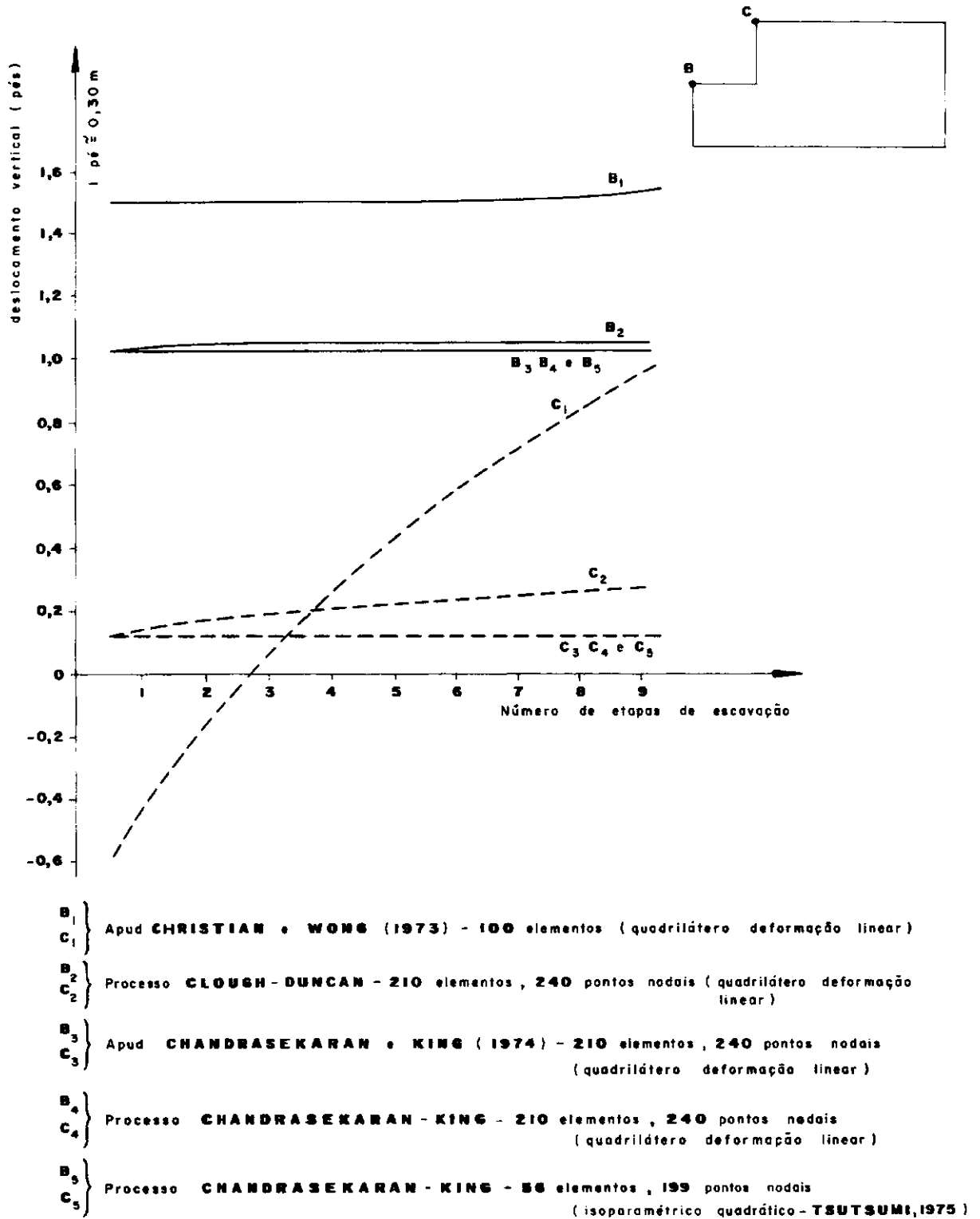


Fig. 6-6

Na figura 6-7 estão traçadas as curvas de variação do deslocamento vertical, dos diversos processos citados, em função do número de etapas da escavação. Pode-se observar que o processo apresentado por Chandrasekaran e King elimina a propagação de erro decorrente do número de etapas em que é feita a escavação.

A figura 6-8 mostra os deslocamentos ao longo da parede de escavação comparando os processos *Clough-Duncan* e *Christian-Wong* com o processo *Chandrasekaran-King*, e nas tabelas 6-1 e 6-2 estão os resultados dos deslocamentos e das tensões dos pontos as sinalados na figura 6-9.



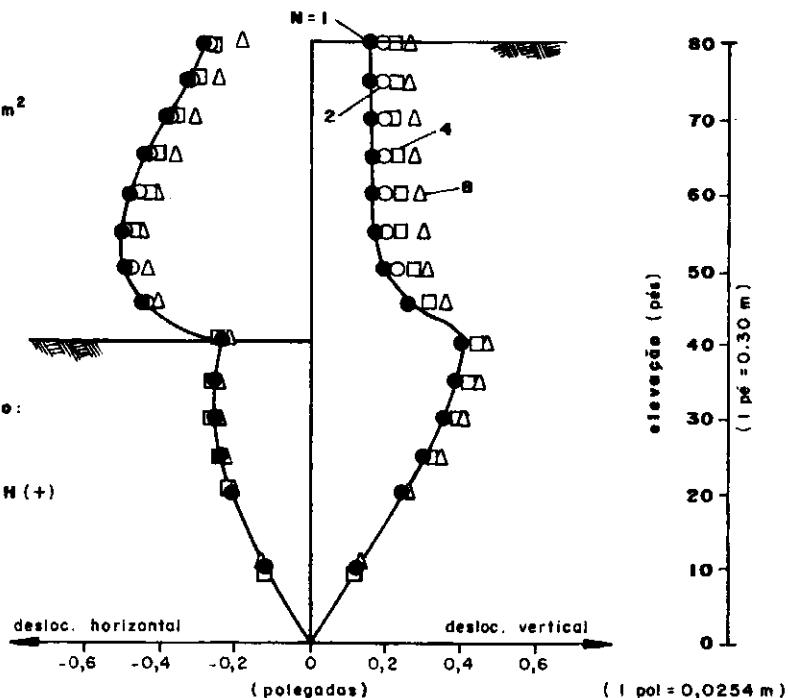
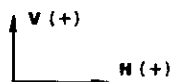
Efeito do número de etapas nos deslocamentos

Fig. 6 - 7

$$E = 448 \text{ t/m}^2$$

$$\theta = \frac{1}{3}$$

Convenção:

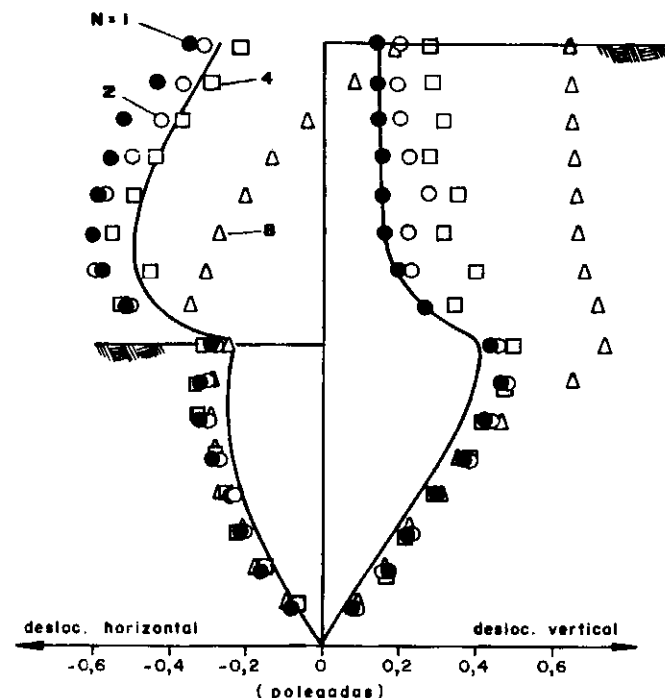


a) **PROCESSO CLOUGH - DUNCAN:**
malha de 210 elementos e 240 pontos nodais

N = número de etapas



— qualquer número (**PROCESSO CHANDRASEKARAN - KING**)

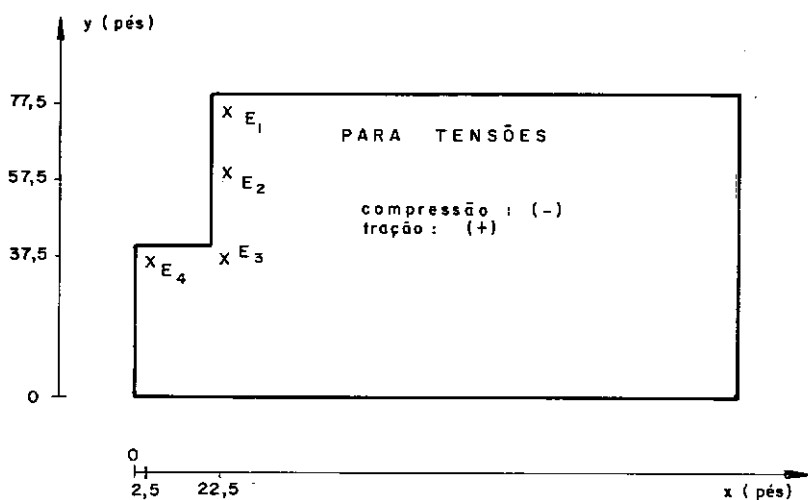
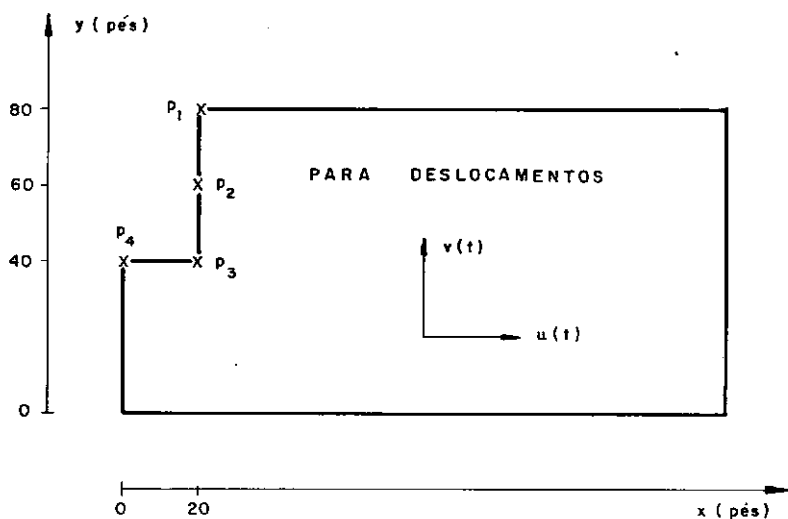


b) **PROCESSO CHRISTIAN - WONG:**
malha de 363 elementos e 408 pontos nodais
(apud **CHRISTIAN e WONG (1973)**)

- **QUADRILÁTERO DEF. LINEAR:**
malha de 210 elementos e 240 pontos nodais
(apud **CHANDRASEKARAN e KING (1974)**)
- **QUADRILÁTERO DEF. LINEAR:**
malha de 210 elementos e 240 pontos nodais
- **ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO:**
malha de 56 elementos e 199 pontos nodais
(**TSUTSUMI, 1975**)

Comparação entre os processos de escavação

Fig. 6 - 8



PCDQ - Processo CLOUGH - DUNCAN (elemento quadrilátero)
 PCKG - Processo CHANDRASEKARAN - KING (elemento quadrilátero)
 PCKI - Processo CHANDRASEKARAN - KING (elemento isoparamétrico)
 ACK - Aud CHANDRASEKARAN - KING (1974)

Simbologia das tabelas 6-1 e 6-2

Fig. 6 - 9

PONTOS	PROCESSO	DESLOCAMEN TOS (pole- gadas)*	NÚMERO DE ETAPAS			
			1	2	4	8
P_1	PCDQ	u	-0,2761	-0,2533	-0,2206	-0,1684
		v	0,1286	0,1575	0,1979	0,2515
	PCKQ	u	-0,2761	-0,2761	-0,2761	-0,2761
		v	0,1286	0,1286	0,1286	0,1286
	ACK	u	-0,2737	-0,2736	-0,2735	-0,2734
		v	0,1313	0,1314	0,1315	0,1316
	PCKI	u	-0,2720	-0,2720	-0,2720	-
		v	0,1302	0,1302	0,1302	-
P_2	PCDQ	u	-0,4577	-0,4388	-0,4216	-0,3858
		v	0,1505	0,1896	0,2272	0,2797
	PCKQ	u	-0,4577	-0,4577	-0,4577	-0,4577
		v	0,1505	0,1505	0,1505	0,1505
	ACK	u	-0,4540	-0,4540	-0,4539	-0,4539
		v	0,1545	0,1545	0,1546	0,1547
	PCKI	u	-0,4550	-0,4550	-0,4550	-
		v	0,1527	0,1527	0,1527	-
P_3	PCDQ	u	-0,2316	-0,2329	-0,2359	-0,2289
		v	0,3819	0,3948	0,4178	0,4474
	PCKQ	u	-0,2316	-0,2316	-0,2316	-0,2316
		v	0,3819	0,3819	0,3819	0,3819
	ACK	u	-0,2336	-0,2336	-0,2336	-0,2336
		v	0,3850	0,3851	0,3851	0,3851
	PCKI	u	-0,2213	-0,2213	-0,2213	-
		v	0,3841	0,3841	0,3841	-
P_4	PCDQ	u	0	0	0	0
		v	1,0266	1,0302	1,0328	1,0332
	PCKQ	u	0	0	0	0
		v	1,0266	1,0266	1,0266	1,0266
	ACK	u	0	0	0	0
		v	1,0233	1,0234	1,0234	1,0234

(continua)

	<i>PCKI</i>	u	0	0	0	-
		v	1,0255	1,0255	1,0255	-

*(1 polegada = 2,54 cm)

DESLOCAMENTOS DOS PONTOS NODAIS ESPECÍFICOS

TABELA 6-1

PONTOS	PROCESSO	TENSÕES (psf) *	NÚMERO DE ETAPAS			
			1	2	4	8
E_1	<i>PCDQ</i>	σ_x	17,86	16,59	13,40	3,14
		σ_y	-239,10	-240,50	-243,60	-247,60
		τ_{xy}	10,87	9,51	3,77	-3,82
	<i>PCKQ</i>	σ_x	17,86	17,86	17,86	17,86
		σ_y	-239,10	-239,10	-239,10	-239,10
		τ_{xy}	10,87	10,87	10,87	10,87
	<i>ACK</i>	σ_x	24,82	24,67	24,53	24,46
		σ_y	-242,16	-242,11	-242,06	-242,03
		τ_{xy}	10,25	10,23	10,20	10,18
	<i>PCKI</i>	σ_x	9,60	9,60	9,60	-
		σ_y	-238,79	-238,79	-238,79	-
		τ_{xy}	10,36	10,36	10,36	-
E_2	<i>PCDQ</i>	σ_x	-17,23	-25,27	-17,25	-134,00
		σ_y	-2118,00	-2028,00	-2046,00	-2109,00
		τ_{xy}	-16,20	-21,03	-63,08	-177,10
	<i>PCKQ</i>	σ_x	-17,23	-17,23	-17,23	-17,23
		σ_y	-2118,00	-2118,00	-2118,00	-2118,00
		τ_{xy}	-16,20	-16,20	-16,20	-16,20
	<i>ACK</i>	σ_x	-22,38	-22,39	-22,40	-22,46
		σ_y	-2132,00	-2131,74	-2131,66	-2131,55
		τ_{xy}	-19,52	-19,55	-19,65	-19,72
	<i>PCKI</i>	σ_x	11,92	11,92	11,92	-
		σ_y	-2145,37	-2145,37	-2145,37	-
		τ_{xy}	-20,43	-20,43	-20,43	-

(continua)

E ₃	PCDQ	σ_x	-2362,00	-2352,00	-2319,00	-2228,00
		σ_y	-4185,00	-4117,00	-4001,00	-3880,00
		τ_{xy}	-999,00	-996,90	-1010,00	-998,90
	PCKQ	σ_x	-2362,00	-2362,00	-2362,00	-2362,00
		σ_y	-4185,00	-4185,00	-4185,00	-4185,00
		τ_{xy}	-999,00	-999,00	-999,00	-999,00
	ACK	σ_x	-2284,67	-2284,66	-2284,63	-2284,59
		σ_y	-4094,08	-4093,97	-4093,82	-4093,67
		τ_{xy}	-977,83	-977,82	-977,82	-977,81
	PCKI	σ_x	-2068,27	-2068,27	-2068,27	-
		σ_y	-3890,66	-3890,66	-3890,66	-
		τ_{xy}	-823,82	-823,82	-823,82	-
E ₄	PCDQ	σ_x	-1033,00	-1032,00	-1072,00	-1110,00
		σ_y	-278,70	-276,30	-309,20	-258,10
		τ_{xy}	-29,73	-24,55	-36,70	-9,55
	PCKQ	σ_x	-1033,00	-1033,00	-1033,00	-1033,00
		σ_y	-278,70	-278,70	-278,70	-278,70
		τ_{xy}	-29,73	-29,73	-29,73	-29,73
	ACK	σ_x	-1058,69	-1058,69	-1058,60	-1058,45
		σ_y	-274,48	-274,43	-274,27	-274,13
		τ_{xy}	-34,43	-34,43	-34,43	-34,42
	PCKI	σ_x	-1085,99	-1085,99	-1085,99	-
		σ_y	-281,86	-281,86	-281,86	-
		τ_{xy}	-15,72	-15,72	-15,72	-

*(1 psf = $4,88 \times 10^{-3}$ t/m²)

TENSÕES DOS PONTOS ESPECÍFICOS

TABELA 6-2

6.3 - COLOCAÇÃO E RETIRADA DAS ESTRONCAS

As estroncas são representadas por um conjunto de ele-

mentos unidimensionais usualmente conhecidos como elementos treli
ça ou barra.

Suas propriedades, inicialmente as de solo, após a esca
vação passam a ter valores tais que dão rigidez nula nos elemen-
tos.

Na colocação da estronca esses elementos terão as pro-
priedades do material que irá constituir a estronca. Dentre essas
propriedades, em particular, o módulo de elasticidade E tem o
seu valor calculado em função da temperatura, por interpolação li
near.

A uma temperatura θ , o valor de E será:

$$E = E_{i-1} + (E_i - E_{i-1}) \frac{(\theta - \theta_{i-1})}{(\theta_i - \theta_{i-1})} \quad (6-4)$$

onde θ_i e θ_{i-1} são valores das temperaturas no intervalo dos
quais a função é definida, e, E_i e E_{i-1} são os seus respecti-
vos módulos elásticos.

A retirada das estroncas pode ser simulada mudando suas
propriedades para aquelas correspondentes ao material de rigidez
nula.

6.4 - COMPRESSÃO DAS ESTRONCAS

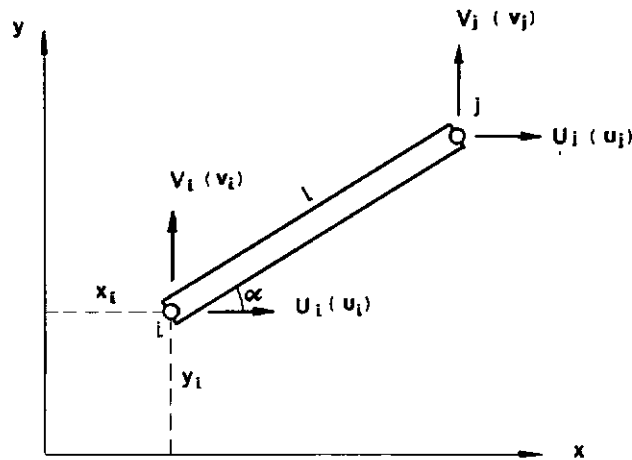
O carregamento das estroncas por compressão (efetuado
no campo por meio de macacos hidráulicos) é simulado introduzindo
uma tensão nos elementos da estronca.

Essa tensão, traduzida em termos de deformação, permiti

rã determinar a força equivalente $\{F\}^e$ com a qual se carregará a estrutura.

Seja σ_c essa tensão no elemento treliça e , o vetor força equivalente será (fig. 6-10):

$$\{F\}^e = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} \quad (6-5)$$



Elemento treliça e após a deformação

Fig. 6 - 10

A tensão σ_c provocará uma deformação ϵ_c e, portanto, um deslocamento l . Supondo-se que somente o ponto nodal j se desloque, tem-se:

$$\begin{aligned} l_{x_i} &= 0 \\ l_{y_i} &= 0 \\ l_{x_j} &= \Delta l \cos \alpha = \epsilon_c l \cos \alpha \\ l_{y_j} &= \Delta l \sin \alpha = \epsilon_c l \sin \alpha \end{aligned} \quad (6-6)$$

onde l é o comprimento inicial do elemento.

O vetor deslocamento do elemento será:

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_c l \cos \alpha \\ \epsilon_c l \sin \alpha \end{Bmatrix} \quad (6-7)$$

Multiplicando a matriz de rigidez $[k]^e$ do elemento pelos seus deslocamentos nodais, tem-se:

$$\begin{aligned} \{F\}^e &= \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} = [k]^e \{\delta\}^e = \\ &= \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_c l \cos \alpha \\ \epsilon_c l \sin \alpha \end{Bmatrix} = \\ &= \begin{Bmatrix} (k_{13} \epsilon_c l \cos \alpha + k_{14} \epsilon_c l \sin \alpha) EA/l \\ (k_{23} \epsilon_c l \cos \alpha + k_{24} \epsilon_c l \sin \alpha) EA/l \\ (k_{33} \epsilon_c l \cos \alpha + k_{34} \epsilon_c l \sin \alpha) EA/l \\ (k_{43} \epsilon_c l \cos \alpha + k_{44} \epsilon_c l \sin \alpha) EA/l \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6-8)$$

onde

$$\begin{aligned} k_{13} &= -\cos^2 \alpha & k_{33} &= -k_{13} \\ k_{14} &= -\sin \alpha \cos \alpha & k_{34} &= -k_{14} \\ k_{23} &= k_{14} & k_{43} &= -k_{14} \\ k_{24} &= -\sin^2 \alpha & k_{44} &= -k_{24} \end{aligned} \quad (6-9)$$

E = módulo elástico

A = área da seção reta do elemento

Portanto:

$$\begin{aligned}
 U_i &= - E \epsilon_c A (\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\
 V_i &= - E \epsilon_c A (\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha) \\
 U_j &= - U_i \\
 V_j &= - V_i
 \end{aligned} \tag{6-10}$$

Mas:

$$\sigma_c = E \epsilon_c \tag{6-11}$$

Logo:

$$\begin{aligned}
 U_i &= - \sigma_c A (\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\
 V_i &= - \sigma_c A (\cos^2 \alpha \sin \alpha + \sin^3 \alpha) \\
 U_j &= - U_i \\
 V_j &= - V_i
 \end{aligned} \tag{6-12}$$

Finalmente:

$$\{F\}^e = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} = \sigma_c A \begin{Bmatrix} -(\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\ -(\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha) \\ (\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\ (\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha) \end{Bmatrix} \tag{6-13}$$

6.5 - INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA

A variação da temperatura tem a sua maior influência nas estroncas de aço, e, portanto, nos elementos treliça.

Para uma variação $\Delta \theta$ de temperatura do elemento treliça, corresponderá uma deformação ϵ_T tal que:

$$\epsilon_T = \beta \Delta \theta \tag{6-14}$$

onde β é o coeficiente de dilatação térmica do material do elemento.

O vetor força equivalente poderá ser calculado de modo análogo ao procedimento do item anterior, isto é, substituindo o valor de ϵ_c pelo de ϵ_T .

Logo:

$$\{F\}^e = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} = E A \beta \Delta \theta \begin{Bmatrix} -(\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\ -(\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha) \\ (\cos^3 \alpha + \sin^2 \alpha \cos \alpha) \\ (\sin \alpha \cos^2 \alpha + \sin^3 \alpha) \end{Bmatrix} \quad (6-15)$$

Na equação (6-15) o valor do módulo elástico considerado é aquele que corresponde à temperatura da estronca, calculado pela equação (6-4).

6.6 - CARGAS ESTÁTICAS

Todas as cargas de natureza estática capazes de produzir deformações no maciço e na estrutura de suporte da escavação podem ser consideradas.

Para citar, cargas de fundações, cargas de pressão de bentonita (no equilíbrio da trincheira para construção da parede diafragma), cargas acidentais, forças de percolação d'água, etc. fazem parte dessa categoria de cargas. As forças de percolação podem ser determinadas previamente utilizando um programa de computador apropriado (Lopes, 1974).

6.7 - ENCHIMENTO DO LOCAL ESCAVADO

Após a abertura de uma escavação, é nela executada uma obra que pode ser tanto a própria parede diafragma como a galeria do metrô. Em seguida à construção da galeria, os espaços vazios são preenchidos com materiais adequados.

Toda essa etapa de construção e aterro é simulada mediante incremento de elementos com propriedades dos materiais utilizados.

CAPÍTULO 7

MODELO DE REPRESENTAÇÃO DO SOLO

Em uma obra de geotecnia, uma vez assegurado que um maciço não irá sofrer ruptura total, o engenheiro deve estimar a magnitude de movimento que resultará do carregamento e decidir se esse movimento é ou não admissível para a segurança da obra. Para isso necessita ele do conhecimento de comportamento tensão-deformação do solo.

O solo, devido a sua natureza complexa e a suas reações das mais variadas, não só em função de sua composição mas também em função das condições em que ele se encontra, é um material de comportamento mecânico extremamente complexo, e isso traz consideráveis dificuldades na obtenção de soluções precisas.

A maioria dos problemas são solucionados a partir de testes de laboratório onde se procura simular o comportamento real do solo, medindo-lhe as deformações provocadas por carregamentos que poderiam ocorrer em campo.

É, porém, muito difícil relacionar testes de laboratório diretamente aos problemas de campo. Problemas não só da não homogeneidade e tempo como também da anisotropia estão frequentemente presentes, e se se desejar uma razoável previsão de comportamento do solo em campo, com base em testes de laboratório, essa

anisotropia deve ser levada em consideração.

Em geral adotam-se modelos matemáticos com hipóteses simplificadoras, porém o ideal seria que se pudessem representar as características reais de tensão-deformação do solo por uma expressão que abrangesse a não linearidade, inelasticidade, dependência de tensão, deformação plástica, dilatação e "*creep*". Sem dúvida tal expressão seria muito complicada, e até desaconselhável de se utilizar em uma análise.

7.1 - MODELOS COMUNS DA RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Os três tipos de modelos mais comumente empregados para representar a relação tensão-deformação dos solos são: *modelos lineares*, *modelos elástico-plásticos* e *modelos não lineares* (fig. 7-1).

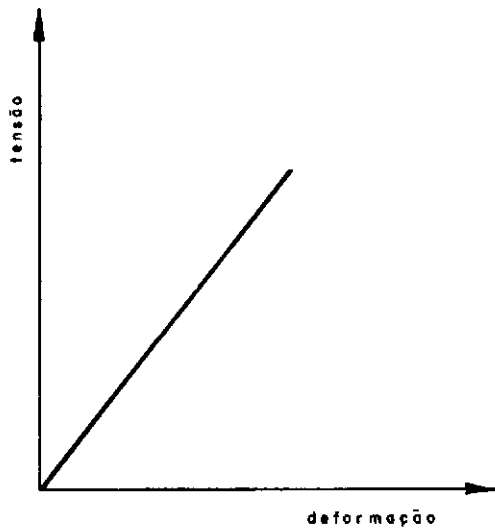
MODELOS LINEARES

Nos modelos lineares, a hipótese mais simples utilizada é a de solo ser considerado material perfeitamente elástico e a curva tensão-deformação ser linear. Nesse caso, os seguintes pares de valores: o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν ; o módulo cisalhante G e o módulo de deformação volumétrica K ; e os constantes de Lamé λ e μ , se mantêm invariáveis em qualquer estado de carregamento do solo.

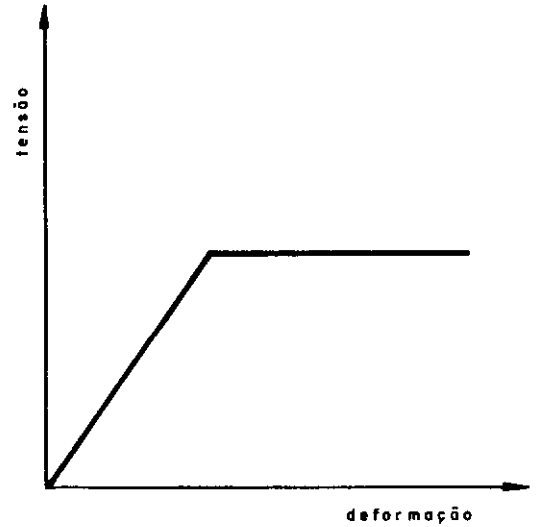
Este modelo tem sido utilizado nas primeiras aplicações do método dos elementos finitos em problemas de engenharia (Clough, 1962; e Clough e Rashid, 1965).

MODELOS ELÁSTICO-PLÁSTICOS

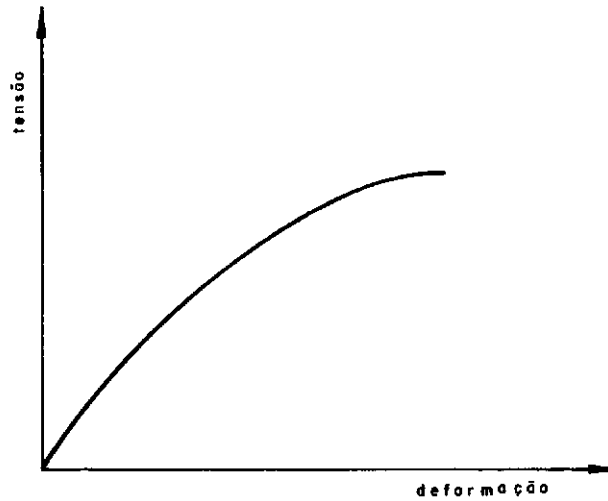
Nesses modelos, o solo, uma vez ultrapassado o limite elástico, é capaz de experimentar grandes deformações plásticas.



a) Modelo Linear



b) Modelo Elástico - Plástico



c) Modelo não-linear

Modelos comuns para a relação tensão - deformação dos solos

Fig. 7 - I

As aplicações mais comuns deste modelo têm sido para análises conjuntas de deformação e ruptura dos maciços terrosos (Dunlop e Duncan, 1970; D'Appolonia e Lambe, 1970; e Shieh e Sandhu, 1970).

Uma revisão sobre a aplicação destes modelos em meios geológicos, citada por Desai (1972), é apresentada por Pariseau et al. (1970).

MODELOS NÃO LINEARES

Nos modelos não lineares, as características tensão-deformação dos solos são de forma não linear. Tanto o módulo elástico como o coeficiente de Poisson variam com o estado de carregamento do solo.

Têm-se procurado encontrar modelos matemáticos que melhor se ajustassem às curvas tensão-deformação dos solos. Esse ajustamento tem sido feito de duas maneiras: empiricamente, e com bases teóricas.

No primeiro caso as expressões matemáticas são ajustadas às curvas de laboratório. Conhecem-se, assim, citadas por Lade (1972), as funções exponenciais (Chen, 1948), funções de potência (Janbu, 1963; Janbu e Hjeltnes, 1965), funções hiperbólicas (Kondner, 1963; Kondner e Zelasko, 1963a, 1963b; Kondner e Horner, 1965), funções parabólicas (Brinch Hansen, 1963; Brinch Hansen, 1965) e "*spline functions*" (Desai, 1971).

No segundo caso procuram-se as relações tensão-deformação de validade geral para quaisquer condições de tensão fundamentada em uma teoria. Em vista da sua complexidade, poucos trabalhos existem ainda sobre o assunto; de acordo com Lade (1972): Domaschuk e Wade (1969) que utilizam os módulos cisalhante G e de deformação volumétrica K para expressar as características de deformação dos solos, Brinch Hansen (1966) que apresenta uma

série de equações relacionando deformações principais às tensões principais, Chang et al. (1967) que utilizam o conceito de energia para chegar à lei de deformação, e Corotis et al. (1974) que incluem a densidade do solo na sua formulação.

7.1.1 - MODELO NÃO LINEAR: FUNÇÃO HIPERBÓLICA

O modelo não linear adotado no presente trabalho para ajustar às curvas tensão-deformação dos solos é uma função hiperbólica, cujos primeiros estudos foram feitos por Kondner (1963) em argilas, e Kondner e Zelasko (1963a, 1963b) em areias.

A função hiperbólica proposta por Kondner é:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon}{a + b\epsilon} \quad (7-1)$$

onde $\sigma_1 - \sigma_3$ = tensão desvio, no ensaio triaxial,

ϵ_1 = deformação axial, e

a, b = constantes de cada curva tensão-deformação, dependentes do tipo de solo, da densidade relativa e da pressão confinante.

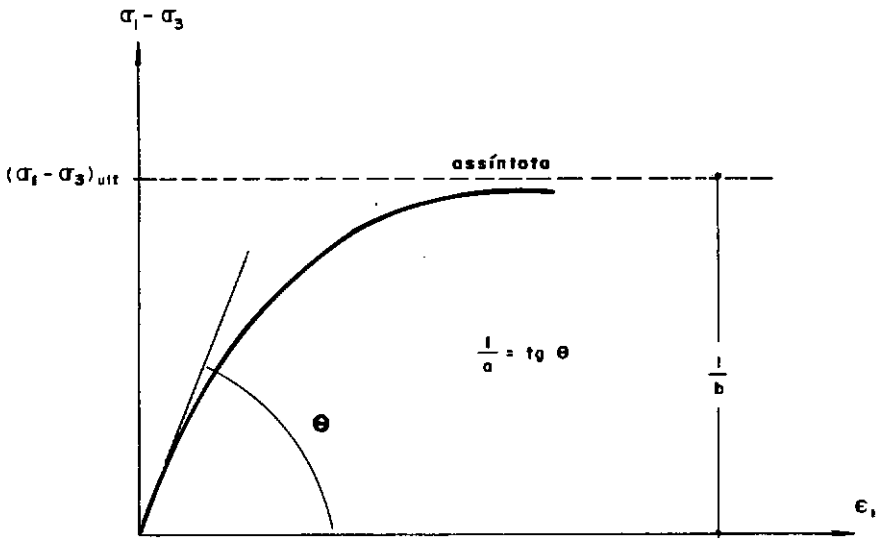
O módulo tangente inicial é obtido derivando a equação (7-1) em relação a ϵ no ponto de $\epsilon = 0$:

$$E_i = \left(\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon} \right)_{\epsilon=0} = \frac{1}{a} \quad (7-2)$$

Fazendo:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\epsilon}{a + b\epsilon} = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{a}{\epsilon} + b} = \frac{1}{b} \quad (7-3)$$

obtém-se a assíntota da função (7-1) (fig. 7-2).

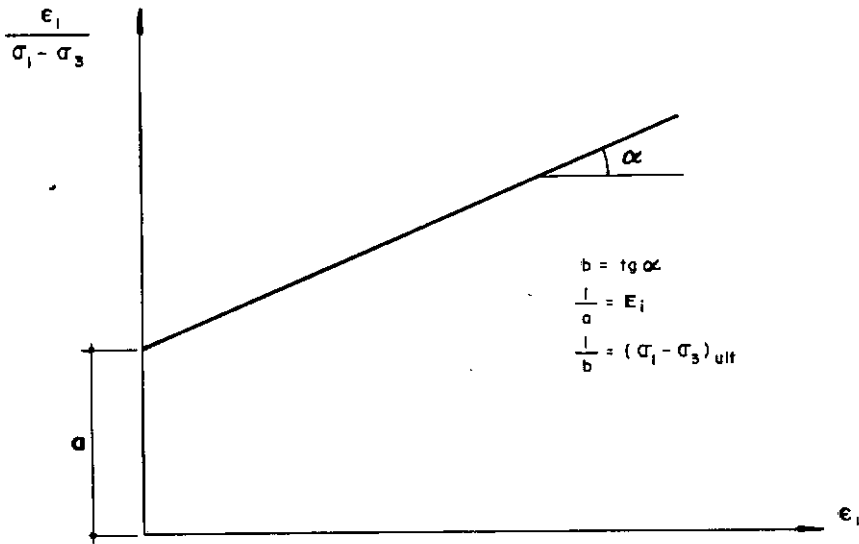


Representação hiperbólica da curva tensão - deformação

Fig. 7-2

Para se obter os valores de a e b , pode-se transformar a equação (7-1) em uma função linear e traçar o diagrama da função transformada (fig. 7-3):

$$\frac{\epsilon}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\epsilon \quad (7-4)$$



Representação hiperbólica transformada da relação tensão - deformação.

Fig. 7-3

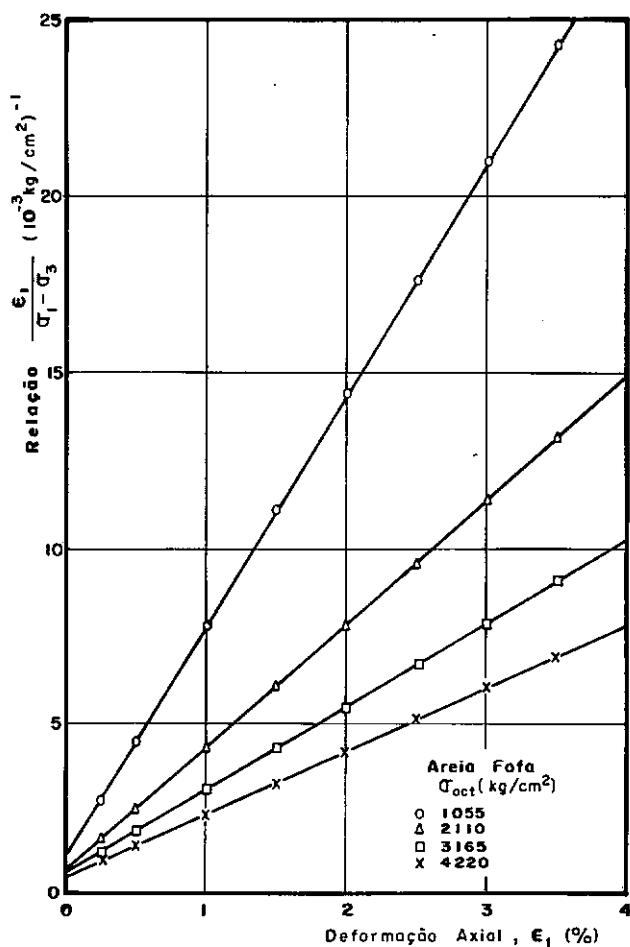
Assim, os dados do ensaio triaxial podem ser lançados num gráfico do tipo mostrado na figura 7-3, e, ajustando uma reta a esses pontos lançados, podem-se obter os valores respectivos de a e b (fig. 7-4).

Fazendo isso, Kondner e Zelasko (1963a) obtiveram uma boa correlação entre a hipérbole e os resultados do ensaio (fig. 7-5).

A relação hiperbólica, porém, não se ajusta bem nos casos em que a curva tensão-deformação apresenta um trecho inicial reto ou com uma curvatura acentuada.

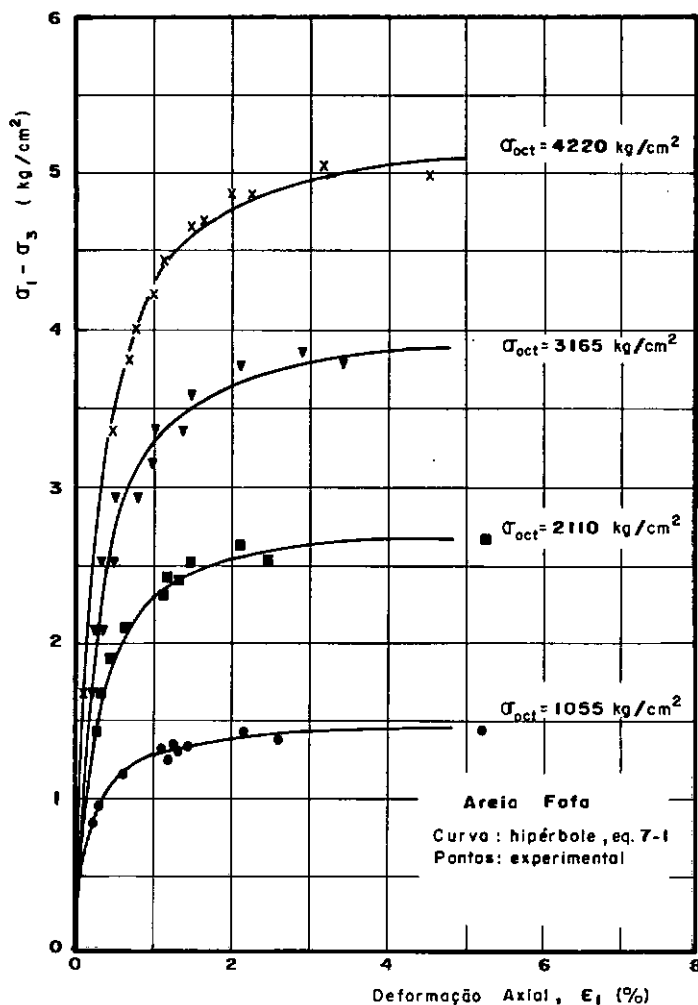
Para o primeiro caso Kondner (1963) propõe que esse trecho inicial, no diagrama transformado, seja um segmento de reta horizontal (fig. 7-6). A intersecção dessa horizontal AB com o eixo das ordenadas fornece o valor de a , e a inclinação do trecho BC o valor de b .

No segundo caso, a curvatura do trecho inicial da curva é mais acentuada que a da hipérbole ajustada. No diagrama trans-



Traçado da representação hiperbólica dos resultados do ensaio triaxial da areia fofa (apud KONDNER e ZELASKO, 1963 a)

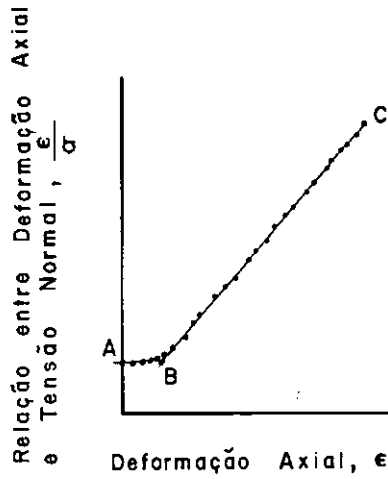
Fig. 7 - 4



Correlação entre a relação hiperbólica e resultados do ensaio triaxial para areia fofa (apud KONDNER e ZELASKO, 1963 a)

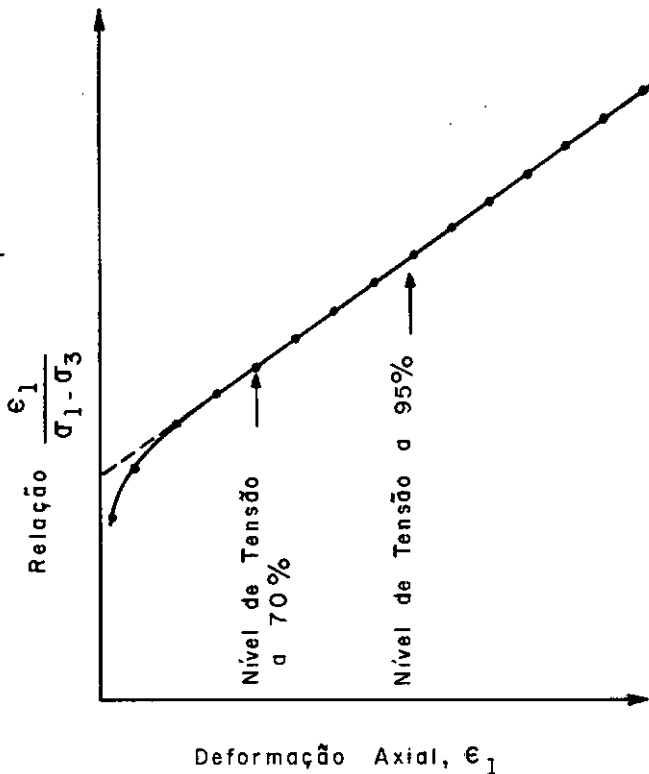
Fig. 7 - 5

formado esse trecho também se apresenta curvo (fig. 7-7).



Trecho linear inicial da relação tensão - deformação diagrama ajustado (apud **KONDNER, 1963**)

Fig. 7-6



Trecho curvo inicial da relação tensão - deformação diagrama ajustado (apud **KULHAWY et al. 1969**)

Fig. 7-7

Duncan e Chang (1970) assinalam que em ambos os casos das figuras 7-6 e 7-7, o melhor ajustamento entre os dados e a hipérbole se obtém traçando uma reta unindo os pontos correspondentes a 70% e 95% da resistência à compressão do solo no ensaio triaxial. Fazendo assim, eles constataram que $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ era sempre um pouco maior que a resistência compressiva do ensaio triaxial.

7.1.1.1 - MÓDULO DE ELASTICIDADE

Para se considerar a não linearidade, a "*stress-dependency*" e a não elasticidade no comportamento dos solos, Duncan e Chang (1970) utilizaram a relação hiperbólica proposta por Kondner (1963).

Eles desenvolveram o uso da hipérbole determinando o módulo de elasticidade tangente para aplicação em análise incremental de tensão pelo método dos elementos finitos.

Numa curva tensão-deformação, o módulo tangente em um ponto se define como:

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon} \quad (7-5)$$

onde, num ensaio triaxial à pressão confinante σ_3 constante, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ é tensão desvio e ϵ é deformação axial.

A principal vantagem do uso do módulo tangente em uma análise incremental observada por Duncan e Chang (1970) foi a facilidade de se considerar a condição inicial, ou "*in situ*", de tensão no solo na qual se somam as tensões incrementadas.

Após ter constatado que $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ previsto pela re

lação hiperbólica era maior que a resistência compressiva obtida do ensaio triaxial, Duncan e Chang (1970) introduziram a seguinte relação conhecida como "razão de ruptura" :

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_r}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (7-6)$$

onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ = resistência compressiva no ensaio triaxial, e $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ = valor da assíntota da hipérbole ajustada.

Concluíram também que R_f independe da tensão confinante σ_3 , e, para diversos solos, seu valor se situa na faixa de 0,75 a 1,00. Kulhawy et al. (1969) encontraram valores de R_f até na faixa dos 0,44.

Substituindo os valores de a e b , e introduzindo R_f a equação (7-1) fica:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\epsilon R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_r}} \quad (7-7)$$

O módulo tangente inicial foi tomado como função da tensão confinante σ_3 e expresso por:

$$E_i = K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (7-8)$$

onde p_a = pressão atmosférica (mesma unidade que E_i e σ_3),
 K = um número de módulo (adimensional), e
 n = um expoente que determina a razão da variação de E_i com σ_3 (adimensional).

Pelo critério de ruptura de Mohr-Coulomb, tomou-se para a tensão desvio na ruptura:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_r = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (7-9)$$

onde c e ϕ são os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb.

Diferenciando a equação (7-7) em relação a ϵ obtém-se:

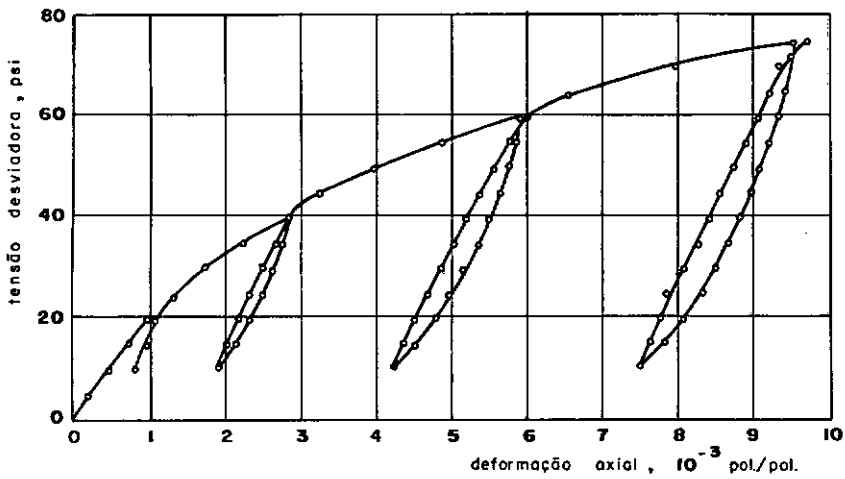
$$E_t = \frac{1/E_i}{[1/E_i + (R_f \epsilon)/(\sigma_1 - \sigma_3)_r]^2} \quad (7-10)$$

Substituindo os valores de ϵ , E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ na equação (7-10), obtém-se a seguinte expressão para o módulo de elasticidade tangente dos solos:

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(1 - \sin \phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \right]^2 K p_a (\sigma_3/p_a)^n \quad (7-11)$$

onde K , n , R_f , c e ϕ podem ser determinados dos ensaios triaxiais.

Nos ciclos de descarregamento e recarregamento em ensaios triaxiais podem-se constatar pequenas histêreses cuja inclinação é praticamente constante a uma tensão confinante (fig. 7-8). De acordo com Lade (1972), Janaradan e Harkauli (1963) e Makhlof e Stewart (1965) constataram que essa inclinação aumenta com a tensão confinante, e com a diminuição do índice de vazios em areias (Makhlof e Stewart, 1965).



Curvas típicas de carregamento - descarregamento - recarregamento para areia seca-ao-ar de **OTTAWA** (apud **MAKHLOUF** e **STEWART**, 1965)

Fig. 7-8

Duncan e Chang (1970) propõem um mesmo módulo tanto para descarregamento como para recarregamento, variando em função da tensão confinante σ_3 :

$$E_{ur} = K_{ur} p_a (\sigma_3/p_a)^n \quad (7-12)$$

onde K_{ur} foi constatado ser maior que K da equação (7-11), e o valor de n praticamente inalterado.

Essas duas expressões do módulo tangente e módulo de descarregamento-recarregamento parecem caracterizar bem o comportamento dos solos pois têm sido utilizados com grande sucesso em obras de fundação (Duncan e Chang, 1970), escavação (Chang e Duncan, 1970), eclusa (Clough e Duncan, 1969), e de talude (Kulhawy et al. , 1969; Kulhawy e Duncan, 1970).

7.2 - COEFICIENTE DE POISSON

A importância do coeficiente de Poisson ν bem como o módulo de elasticidade E tem se mostrado evidente em análise de tensão e deformação dos solos, e esses parâmetros, em geral, não são constantes para um mesmo tipo de solo.

Para se calcular o valor de ν , a partir de dados experimentais, têm sido comumente utilizadas expressões da teoria da elasticidade.

Girijavallabhan e Reese (1968) propõem a seguinte fórmula para o cálculo de ν :

$$\nu = - \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} = \left(1/2\right) \left(1 - \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\epsilon_1}\right) \quad (7-13)$$

onde a deformação axial ϵ_1 e a deformação volumétrica $\Delta V/V$ são determinadas dos ensaios triaxiais.

Da teoria da elasticidade temos que:

$$\nu = \frac{K_o}{1 + K_o} \quad (7-14)$$

para a condição de compressão uniaxial, onde K_o é o coeficiente de empuxo do solo no repouso. Como K_o varia em função do estado de tensões dos solos, esta fórmula não é aplicável para todas as condições de carregamento (Lade, 1972).

Conforme Lade (1972), das fórmulas propostas por Domaschuk e Wade (1969) resulta a seguinte expressão:

$$\nu = (3K - 2G)/(6K + 2G) \quad (7-15)$$

onde K é o módulo volumétrico e G é o módulo cisalhante. A determinação prévia de K e G parece ser relativamente complicada, e portanto o valor de ν .

Calculando os valores de ν utilizando um dos procedimentos vistos acima, para sucessivos incrementos de carga, tem-se constatado que esses valores variam em função do nível de tensões e da pressão confinante (Lade, 1972). Kulhawy et al. (1969) desenvolveram, então, uma expressão matemática não linear para o coeficiente de Poisson correlacionando-o com o estado de tensões do solo:

$$\nu = \frac{G - F \log \frac{\sigma_3}{p_a}}{\left[1 - \frac{d (\sigma_1 - \sigma_3)}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \phi)}{2c \cos \phi + 2 \sin \phi} \right]} \right]^2} \quad (7-16)$$

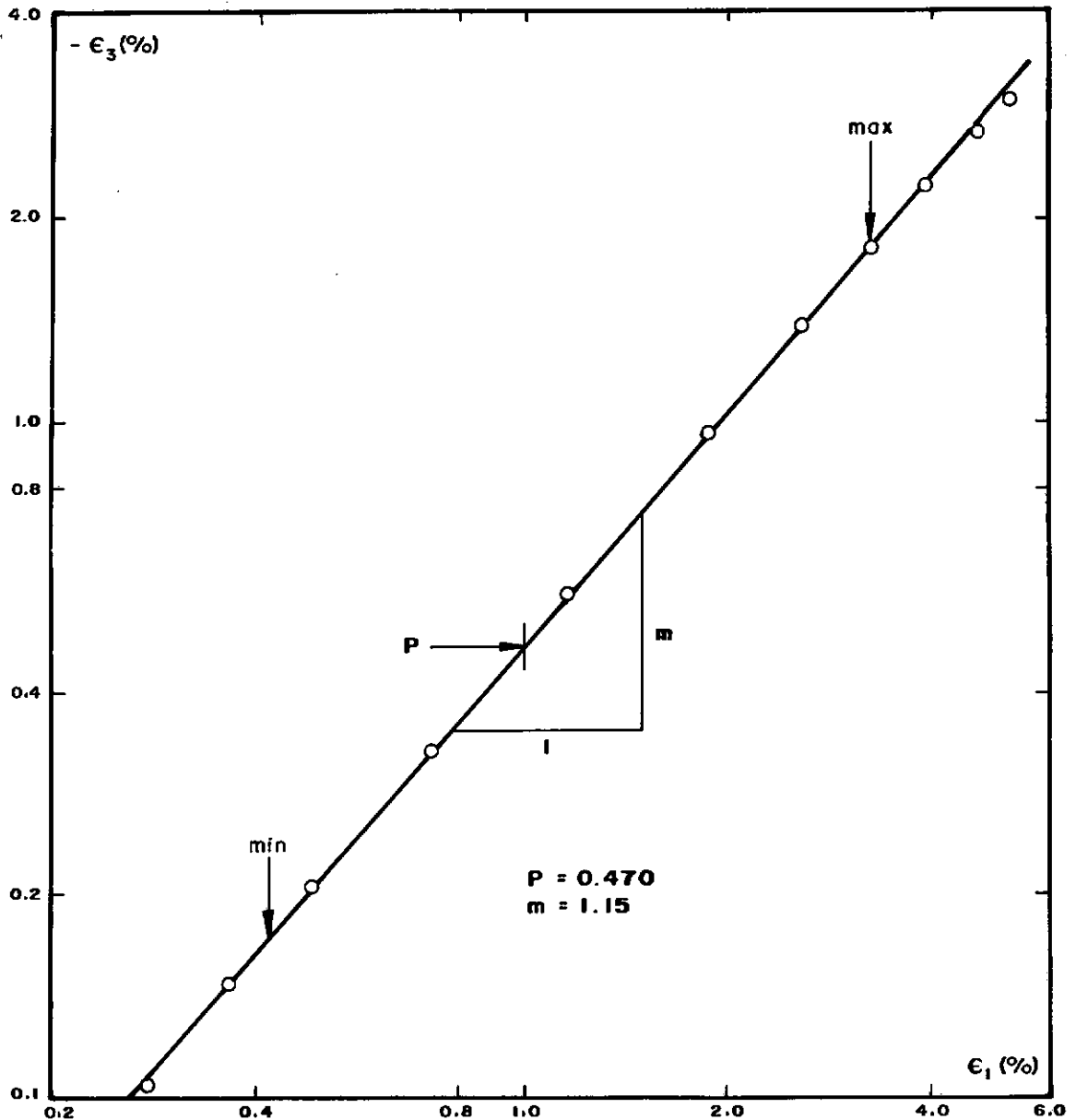
onde os parâmetros K , n , c , ϕ , e R_f são comuns à equação (7-11); as constantes G , F e d podem ser determinadas das características de variação volumétrica dos ensaios triaxiais.

A expressão acima parece não produzir resultados representativos de comportamento dos solos quando envolvem deformações menores que 2 a 4% (Kulhawy et al., 1969; e Lade, 1972).

Partindo da sugestão de Nobari (1971), de uma exponencial para o coeficiente de Poisson correlacionado com a pressão confinante σ_3 e maior deformação ϵ_1 , Lade (1972) obteve duas expressões que permitem obter valores de ν relativamente representativos.

Inicialmente Lade traçou vários diagramas $-\epsilon_3$ versus ϵ_1 em escala log-log para areias fofas e concluiu que a me-

lhor curva que se ajustava aos pontos obtidos dos ensaios triaxiais era uma reta, e que essa reta passava pelos pontos correspondentes à máxima compressão (ponto de mínimo da curva de variação volumétrica) e à máxima dilatação da amostra (fig. 7-9). Nesta figura esses pontos estão representados por MIN. e MAX. respectivamente.



Variação de ϵ_3 com ϵ_1 obtida do ensaio triaxial em areia fofa a $\sigma_3 = 0,60 \text{ kg/cm}^2$ (apud LADE, 1972)

Fig. 7 - 9

Concluiu também que somente a grandes deformações, quando a amostra se aproxima da ruptura, os pontos se desviam da reta, e que a níveis inferiores de tensão a reta era perfeitamente válida.

A reta ajustada é expressa como:

$$-\epsilon_3 = P \epsilon_1^m \quad (7-17)$$

onde P é o valor de $-\epsilon_3$ correspondente a $\epsilon_1 = 1\%$ e m é a inclinação da reta ajustada.

De diversos diagramas semelhantes ao da figura (7-9) para areia fofa, Lade (1972) concluiu que m é essencialmente independente da tensão confinante σ_3 , enquanto que P varia em função desta tensão.

Traçou então outro diagrama P versus (σ_3/p_a) em escala log-log onde também ajustou uma reta aos pontos experimentais (fig. 7-10). Essa reta é expressa como:

$$P = L (\sigma_3/p_a)^q \quad (7-18)$$

onde p_a é a pressão atmosférica, L é o valor de P quando $(\sigma_3/p_a) = 1$, e q é a inclinação da reta.

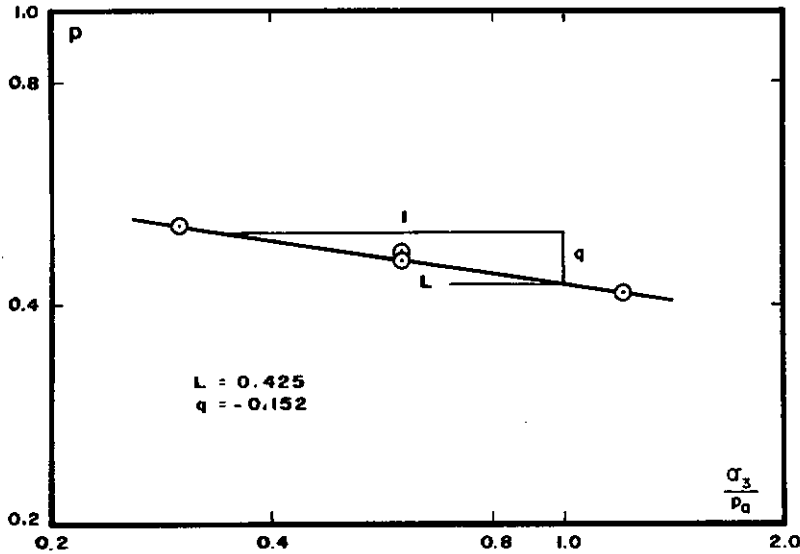
Das equações (7-17) e (7-18), vem:

$$-\epsilon_3 = L (\sigma_3/p_a)^q \epsilon_1^m \quad (7-19)$$

Chen (1948), conforme Lade (1972), em solos não coesivos, concluiu que o coeficiente de Poisson varia com a deformação, e o define como a razão entre os incrementos de deformação lateral

e axial, sob condições de acréscimo de tensão axial e tensão lateral constante:

$$v_t = - \frac{\Delta \varepsilon_3}{\Delta \varepsilon_1} \quad (7-20)$$



Variação de P com a tensão confinante para areia fofa nº 0 de **MONTEREY** (apud **LADE, 1972**)

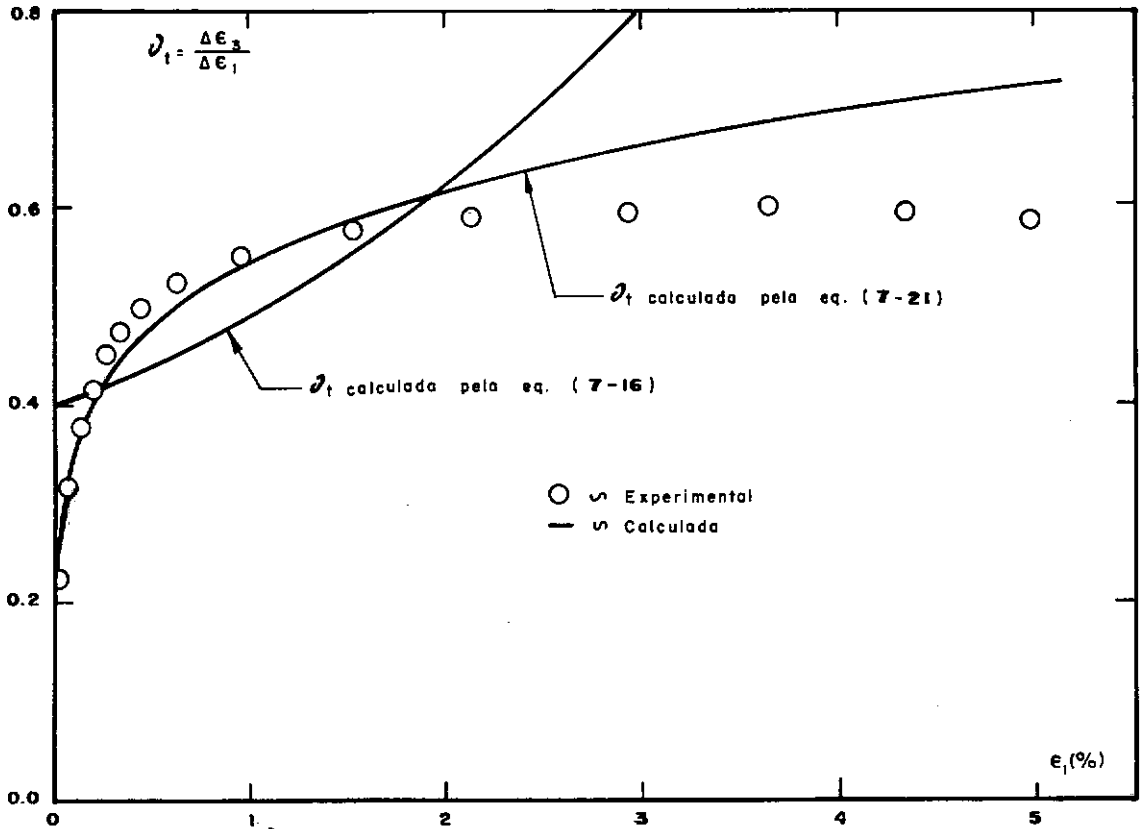
Fig. 7.10

A equação (7-19) fica, então:

$$v_t = - \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} = L \ m \ (\sigma_3/p_a)^q \ \varepsilon_1^{m-1} \quad (7-21)$$

onde ε_1 é a maior deformação principal total, em porcentagem, que pode ser calculada da equação (7-7). Esta expressão permite, uma vez determinados os parâmetros L , m e q e o valor de ε_1 , calcular o valor do coeficiente de Poisson tangente v_t dos solos.

A verificação da equação (7-21) foi feita por Lade (1972) (fig. 7-11) quando ele comparou a curva obtida por esta equação com as curvas obtidas dos dados experimentais e da equação (7-16). Pode-se observar nesta figura que a curva da equação (7-21) se ajusta muito bem aos dados experimentais. O trecho que di-



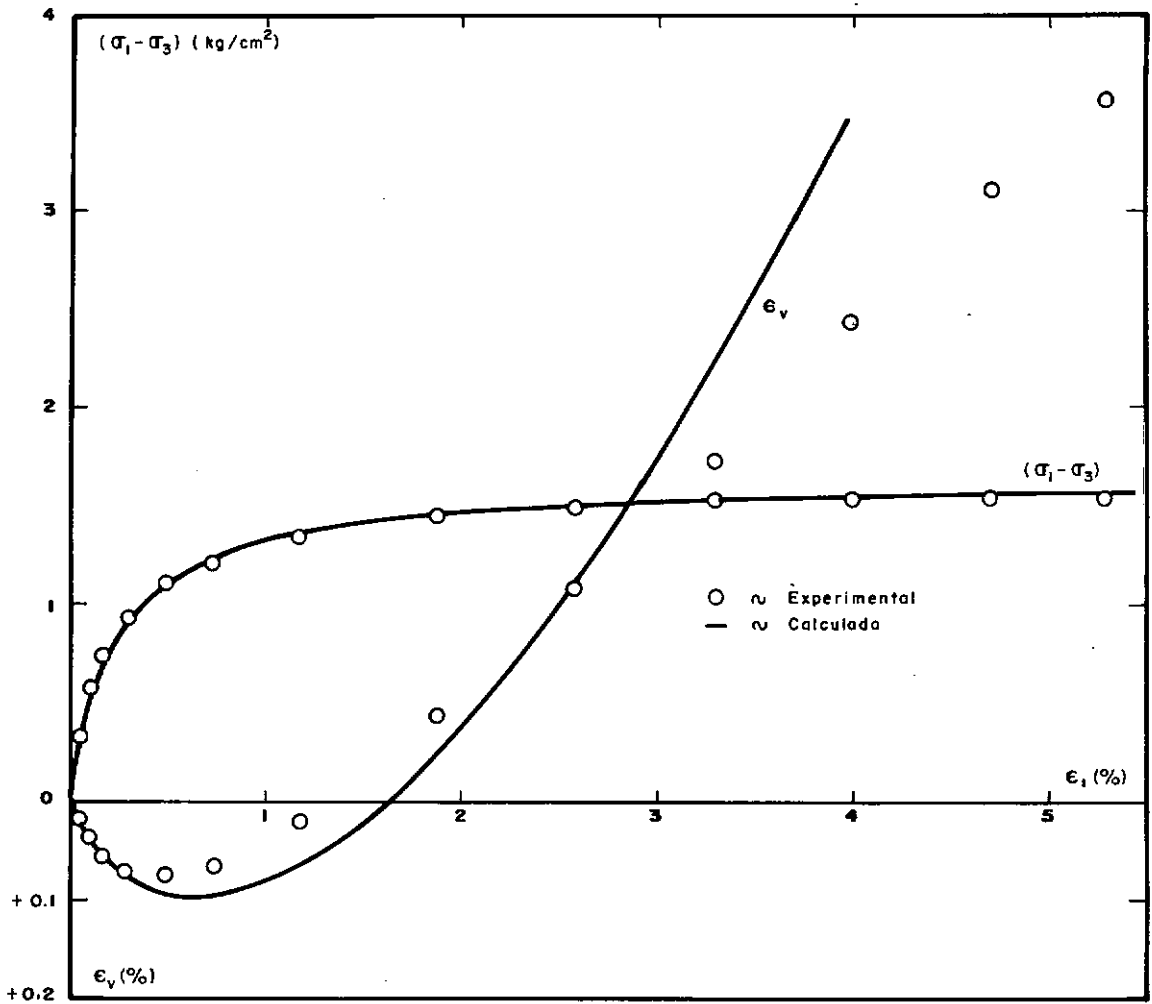
Variação do coeficiente de **POISSON** para areia fofa nº 0 de **MONTEREY** à $\sigma_3 = 0,60 \text{ kg/cm}^2$ - curva experimental e calculada (apud **LADE**, 1972)

Fig. 7 - II

verge , trecho de grandes deformações, corresponde ao trecho onde os pontos se afastam da reta ajustada na figura 7-9 . Na figura 7-12 pode-se observar mais um resultado alcançado por Lade onde se comprova a boa representação da equação (7-21).

Para o solo em estado de descarregamento ou recarregamento, Lade (1972) propõe determinar o coeficiente de Poisson a par-

tir dos resultados de consolidação isotrópica.



Curvas Tensão - Deformação e variação volumétrica para areia fofa Nº 0 de **MONTEREY** à $\sigma_3 = 0,60 \text{ kg/cm}^2$ - curva experimental e curva teórica (apud **LADE, 1972**)

Fig. 7-12

Sendo, então, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_a$, a deformação volumétrica se rá:

$$\epsilon_v = \frac{3\sigma_a}{E} (1 - 2\nu) \quad (7-22)$$

Segundo ele, a maior parte da deformação ocorrida duran-

te a consolidação isotrópica é de natureza elástica. Obtém-se, então, da equação (7-22), a expressão que dá o coeficiente de Poisson v_{ur} dos solos em estado de descarregamento ou recarregamento:

$$v_{ur} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E}{3} \frac{\epsilon_v}{\sigma_a} \right) \quad (7-23)$$

onde o valor de E é calculado pela equação (7-12) e o de ϵ_v/σ_a , que é o inverso do módulo volumétrico, é determinado a partir do ensaio de consolidação isotrópica. O valor de ϵ_v é obtido fazendo:

$$\epsilon_v = 3\epsilon_1 \quad (7-24)$$

quando a amostra é isotrópica.

Finalmente, v_{ur} é expresso por:

$$v_{ur} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{3} K_{ur} p_a (\sigma_3/p_a)^n \epsilon_v/\sigma_a \right] \quad (7-25)$$

7.3 - CRITÉRIO DE CARREGAMENTO, DESCARREGAMENTO E RECARREGAMENTO

Tanto o módulo de elasticidade como o coeficiente de Poisson, como foi visto, podem ter dois valores distintos: E_t e v_t para o estado de carregamento primário, e, E_{ur} e v_{ur} para o estado de descarregamento ou recarregamento dos solos.

Em uma escavação, um elemento de solo é submetido a uma série de aplicações de cargas podendo ele estar se carregando, descarregando ou recarregando. Conforme esse estado de tensões, então, se fará a escolha dos parâmetros elásticos.

Portanto, é preciso saber qual é esse estado de tensões e para isso deve-se adotar um critério.

7.3.1 - CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

Um solo, quando é submetido a um esforço de carregamento, experimenta, além da deformação elástica, uma deformação de natureza plástica, e portanto, a sua deformação irá depender da história desse carregamento.

As considerações teóricas feitas por Lade (1972) sobre o assunto se fundamenta, portanto, na teoria da plasticidade. De acordo com a teoria, um material começa a se plastificar somente quando a superfície de escoamento ou de ruptura é atingida, e num material perfeitamente plástico, essa superfície se mantém fixa enquanto ocorrem deformações infinitas na ruptura. Certos materiais, entretanto, de comportamento "*strain-hardening*", experimentam escoamento plástico antes mesmo de ocorrer ruptura. Esses materiais, para que continuem a se escoar, necessitam de acréscimos contínuos de níveis de tensão, e a cada acréscimo há uma mudança de superfície de escoamento.

A seguinte expressão é apresentada por Lade (1972) para o critério de escoamento:

$$f(\sigma_{ij}) = k \quad (7-26)$$

Toda vez que, sob um acréscimo de tensões, a função $f(\sigma_{ij})$ assumir um valor maior que k , ocorrerá escoamento, e o k terá seu valor majorado para aquele valor; para que ocorra uma nova plastificação esse novo valor de k terá que ser ultrapassado.

Esse comportamento plástico de "*strain-hardening*" do material é explicado através do conceito de superfícies subsequen-

tes. O material, quando é descarregado e recarregado, sofrerá uma nova plastificação somente se o k assumir um novo valor.

A um estado de tensões tal que $f = k$, existem três possibilidades para o novo acréscimo de tensões:

- 1) se o acréscimo de tensões for tal que

$$df > 0 \quad (7-27)$$

onde df é o incremento de f , o material é carregado (*carregamento primário*);

- 2) se acréscimo de tensões for tal que

$$df = 0 \quad (7-28)$$

o material não é nem carregado nem descarregado; e

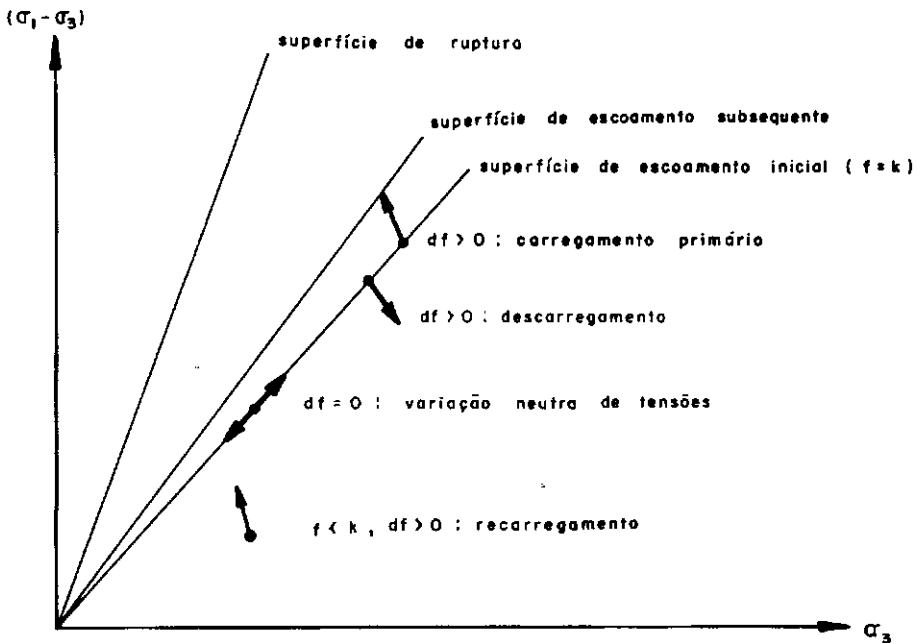
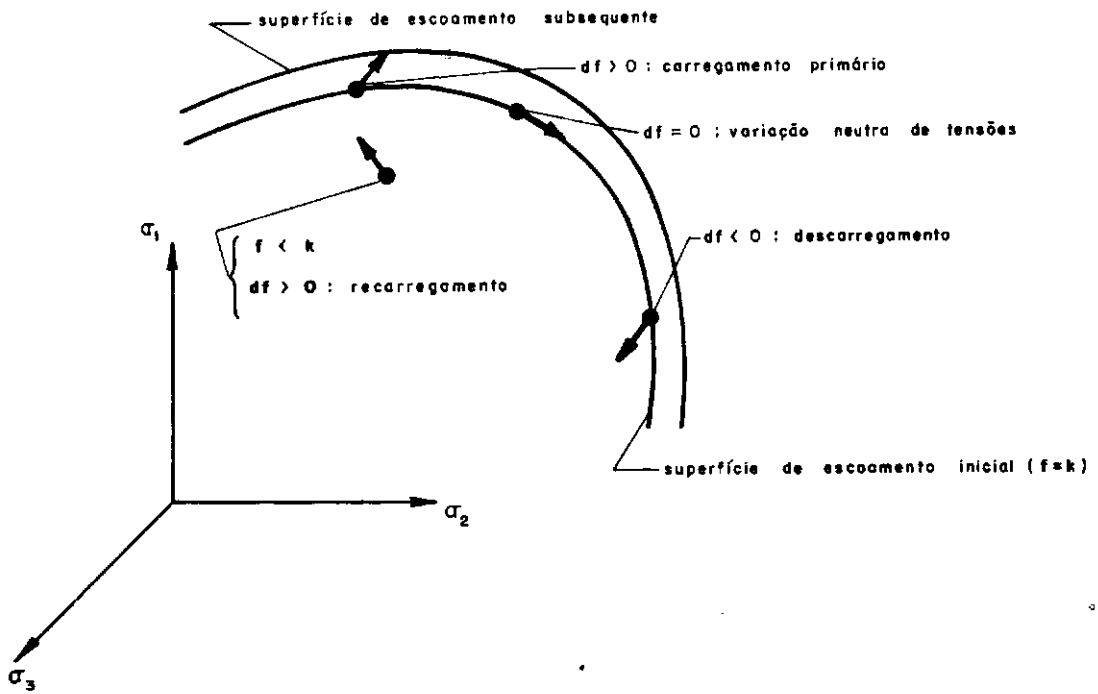
- 3) se o acréscimo de tensões for tal que

$$df < 0 \quad (7-29)$$

o material é descarregado (*descarregamento*).

Se o estado de tensões for tal que $f < k$, isto é, o estado de tensões representado por um ponto inferior à superfície de escoamento, a um incremento de tensões $df > 0$ ocorrerá um *re-carregamento*.

A figura 7-13 ilustra geometricamente as condições de carregamento do material.



Condições de carregamento de acordo com a teoria da plasticidade. Parte Superior: Caso geral, Parte Inferior: Solo não coesivo em compressão triaxial (apud LADE, 1972)

Fig. 7-13

Lade (1972) expressa o critério de escoamento para solos não coesivos como:

$$f = \operatorname{sen} \phi_{mob} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3) + 2\sigma_3} = k \quad (7-30)$$

critério esse ilustrado na figura 7-13, parte inferior.

Ele, em sua experiência com solos não coesivos, chama a atenção para o caso de $df = 0$ (variação neutra de tensões), onde podem ocorrer duas possibilidades: variação neutra com aumento da magnitude de tensões, e variação neutra com diminuição dessa magnitude. No primeiro caso, ele constatou ambas as deformações, elástica e plástica, e no segundo caso, apenas a deformação elástica.

De acordo com a teoria da plasticidade, ambas as deformações, elástica e plástica, ocorrerão no caso de carregamento primário, ao passo que apenas a deformação elástica ocorrerá nos casos de mudança neutra de tensões, descarregamento e recarregamento.

7.3.2 - CRITÉRIO ADOTADO

Duncan e Chang (1970) definem como nível de tensão S , a fração da resistência mobilizada:

$$S = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_r} \quad (7-31)$$

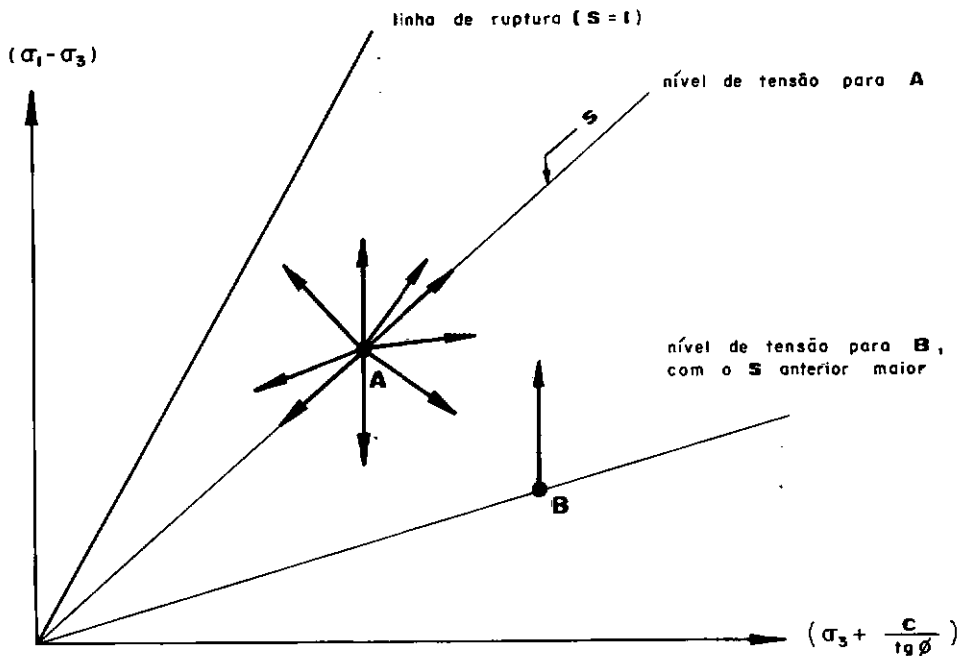
onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_r$ é a tensão desvio na ruptura. Esse nível S varia de 0 (estado de compressão isotrópica) a 1 (ruptura).

O nível de tensão S pode ser expresso, para solos em geral, como:

$$S = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3 + c/\operatorname{tg} \phi} \cdot \frac{1 - \operatorname{sen} \phi}{2 \operatorname{sen} \phi} \quad (7-32)$$

onde c é a coesão e ϕ ângulo de atrito do solo.

A equação (7-32) pode ser ilustrada num diagrama $(\sigma_1 - \sigma_3)$ versus $(\sigma_3 + c/\operatorname{tg} \phi)$ conforme a figura 7-14. Nesse diagrama, o ponto A representa o estado de tensão do solo onde se iniciam os diversos caminhos de tensão; o caminho de tensão iniciando no ponto B representa a condição de recarregamento do solo.



Caminhos de tensão possíveis

Fig. 7-14

Finalmente, numa etapa n de carregamento do solo, haverá:

1) *carregamento primário*, se

$$S_n > S_{n-1} \quad (7-33)$$

onde, $S_{n-1} = S_{m\acute{a}x}$ ($S_{m\acute{a}x}$ é o nível de tensões máximo até uma etapa anterior);

2) *descarregamento*, se

$$S_n < S_{n-1} \quad (7-34)$$

onde, $S_{n-1} \leq S_{m\acute{a}x}$; e

3) *recarregamento*, se

$$S_n > S_{n-1} \quad (7-35)$$

onde, $S_{n-1} < S_{m\acute{a}x}$. O recarregamento se dará até que S_n atinja o valor de $S_{m\acute{a}x}$.

Na figura 7-15 podem ser visualizados os diversos tipos de carregamento do solo. Assim:

1) carregamento: nível 1 até nível 3 ; e
nível 8 até nível 9 .

2) descarregamento: nível 3 até nível 6 ; e

3) recarregamento: nível 6 até nível 8 .

Lade (1972), a partir de um caminho de tensão estabele-

cido, comparou os resultados de dados experimentais (compressão triaxial) em solos não coesivos com os resultados teóricos (equações (7-11), (7-12), (7-21) e (7-25)), e observou que as previsões eram boas em determinadas faixas de direção do caminho de tensões, e em outras não. Na figura 7-16 ele ilustra a observação.

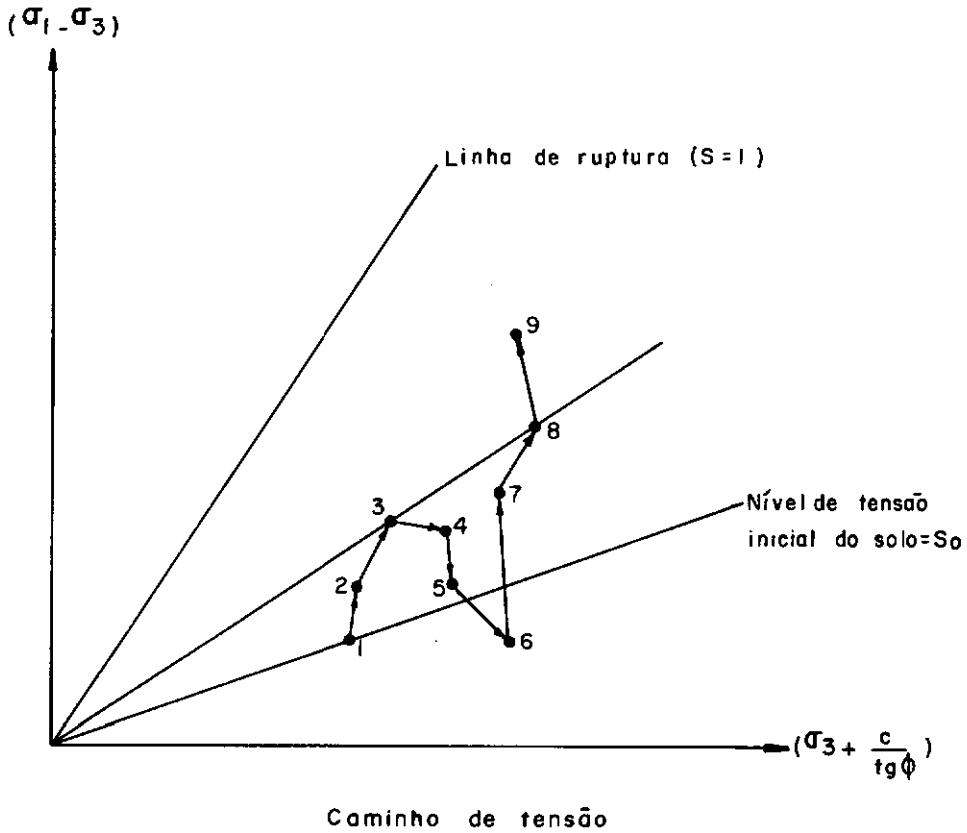
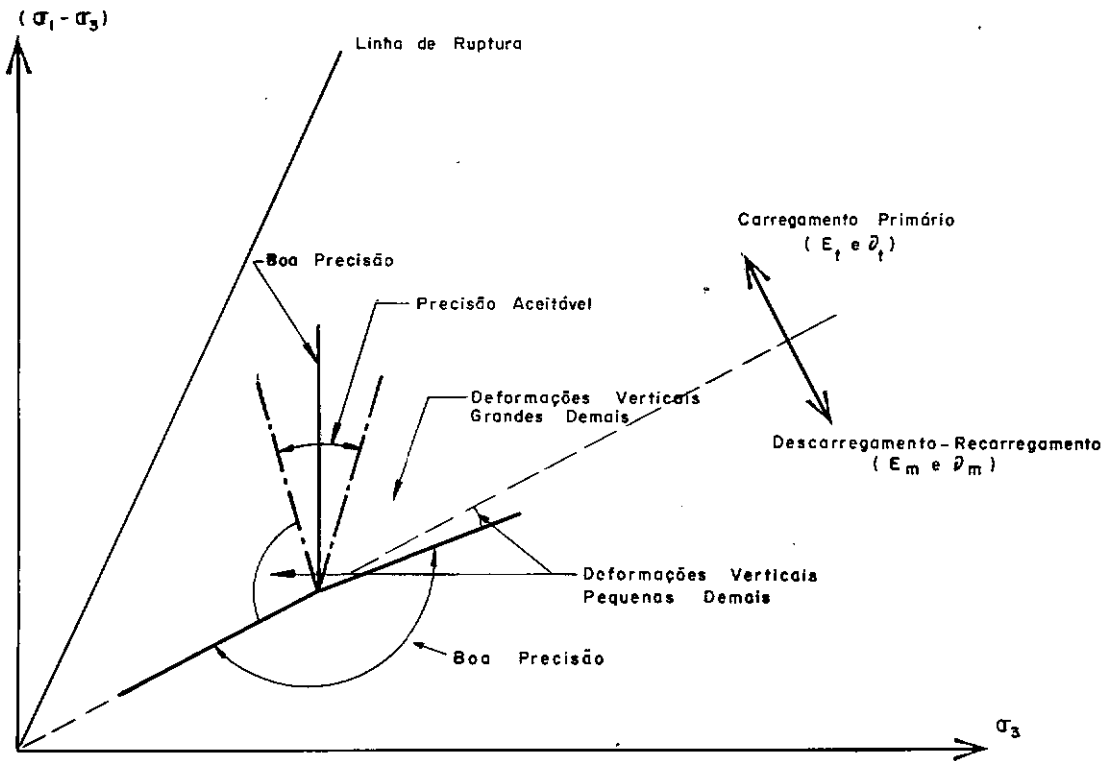


FIG. 7-15



Precisão das previsões da teoria incremental simples para os caminhos de tensão em compressão triaxial (apud LADE, 1972)

Fig. 7 - 16

7.4 - CRITÉRIO DE RUPTURA

A introdução de segurança em projetos estruturais é feita, em geral, levando-se em consideração a resistência dos materiais que irão compor a estrutura, as ações (esforços externos ativos, temperatura, etc.) que irão solicitar a estrutura durante a sua vida útil, e também as exigências funcionais e de durabilidade da obra.

Como valor de medida de segurança usam-se correntemente os coeficientes de segurança, mas com a atual tendência de utilização dos métodos probabilísticos de introdução de segurança, es-

ses coeficientes parecem perder definitivamente o seu significado (Zagottis, 1975); um novo conceito de segurança é introduzido através desses métodos.

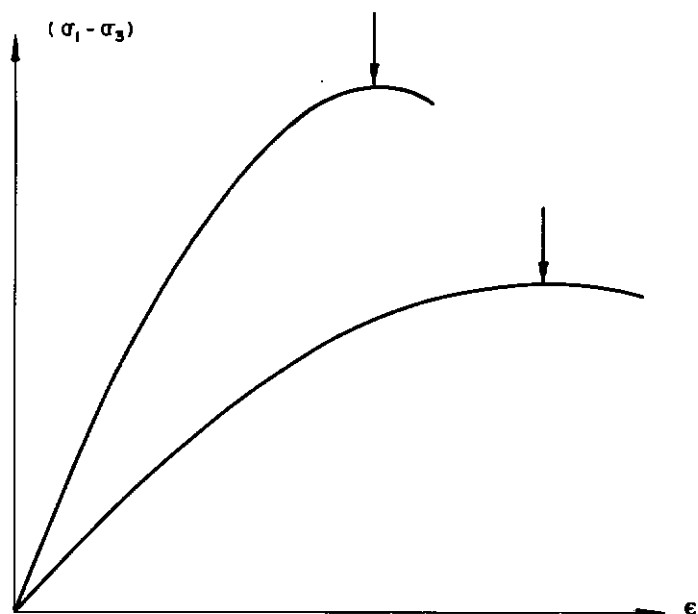
O método das tensões admissíveis, que introduz a segurança através de um coeficiente de segurança interno, impõe que as maiores tensões que aparecem por ocasião da utilização da estrutura não devem ultrapassar o valor das correspondentes tensões de ruptura ou de escoamento dos materiais. Sobre essas tensões de ruptura são aplicados os coeficientes de segurança.

Apesar de não ser este o melhor método de introduzir a segurança, é de suma importância conhecer o comportamento dos solos sob carregamento, quando e com que estado de tensões esses materiais irão atingir ruptura.

7.4.1 - RUPTURA

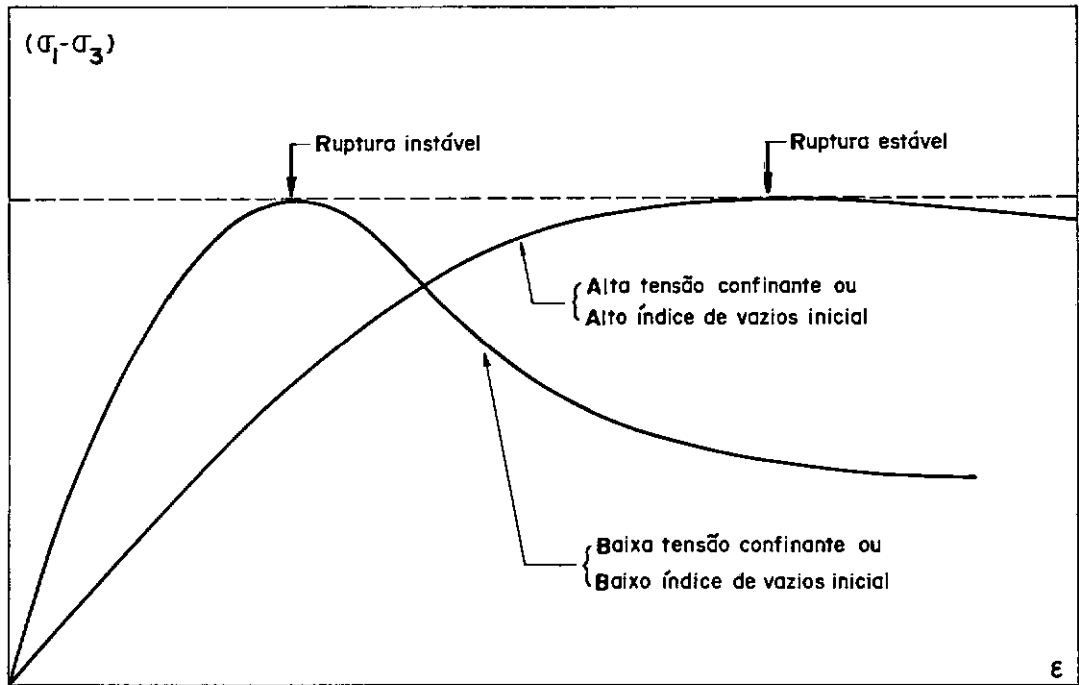
Deformações excessivas, um módulo de elasticidade pequeno ou mesmo um princípio de escoamento plástico na curva tensão-deformação podem constituir uma condição de ruptura. Mas a definição mais frequentemente usada, de acordo com Lade (1972), sobre a ruptura dos solos é com respeito ao estado de tensões: diz-se que ocorre ruptura quando o estado de tensões atinge o pico (indicado pela seta na figura 7-17) da curva tensão-deformação dos solos.

Um dos aspectos, com relação a esse conceito de ruptura, que pode ser ressaltado é o fato de que a uma mesma tensão de pico podem corresponder diferentes deformações. Isso ocorre geralmente entre solos diferentes, e mesmo num solo a diferentes densidades e diferentes estados de tensão confinante (Lade, 1972) (fig. 7-18).



Tensão de pico como condição de ruptura

Fig. 7-17



Condições de deformação nas proximidades do pico de ruptura (apud LADE, 1972).

Fig. 7-18

7.4.2 - CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR-COULOMB

Em virtude da simplicidade da teoria de Mohr-Coulomb e de fornecer uma boa formulação de resistência do solo, formulação essa expressa em termos de coesão c e ângulo de atrito interno ϕ , é essa teoria amplamente utilizada para os propósitos de engenharia.

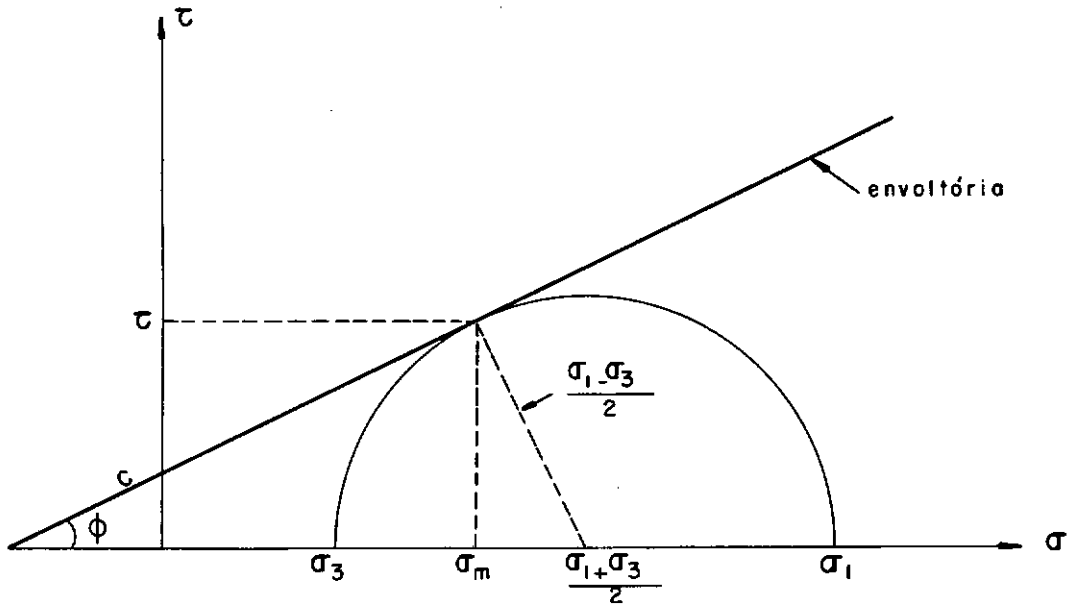
A relação linear envolvida pela teoria entre a resistência cisalhante τ e a tensão normal σ_n no plano de ruptura é expressa pela equação:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \phi + c \quad (7-36)$$

ou

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \text{sen } \phi (\sigma_1 + \sigma_3) + 2c \cos \phi \quad (7-37)$$

No plano bidimensional esse critério forma a envoltória de todas as condições possíveis de ruptura (círculos de Mohr) (fig. 7-19).



Critério de MOHR-COULOMB

Fig. 7-19

Duncan e Chang (1970), quando definem o nível de tensão S (equação (7-31)), consideram o denominador da equação como a tensão desvio na ruptura. Essa tensão desvio, na equação (7-32), é expressa pelo critério de Mohr-Coulomb.

Portanto, a um estado de tensões, quando a fração de resistência mobilizada S assumir o valor 1, ter-se-á ruptura do solo.

7.5 - PARÂMETROS DE RUPTURA

Quando o elemento de solo atinge ruptura é comum arbi-

trar-se um valor muito pequeno de módulo elástico E . Isso naturalmente implicará, durante as etapas subsequentes de carregamento, em variações muito pequenas de tensões normais, não importando a magnitude de variação de deformação envolvida na etapa. Consequentemente os elementos das vizinhanças serão sobrecarregados, e estes tenderão rapidamente à ruptura.

Kulhawy et al. (1969) observaram que este comportamento pós-ruptura do elemento, resultante da equação (7-38) de estado de deformação plana

$$\{\sigma\} = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \{\epsilon\} \quad (7-38)$$

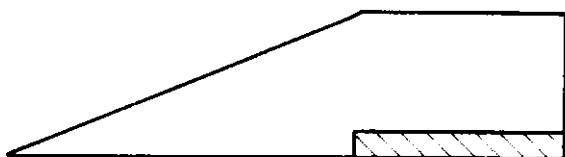
não corresponde à realidade e que o elemento, mesmo após a ruptura, mantém a capacidade de suportar tensões normais adicionais. E um aumento de tensões normais, consequentemente, implicará em aumento da capacidade de suporte de tensões cisalhantes.

Aproveitando então a sugestão de Clough e Woodward (1967), isto é a equação (7-38) reescrita sob forma

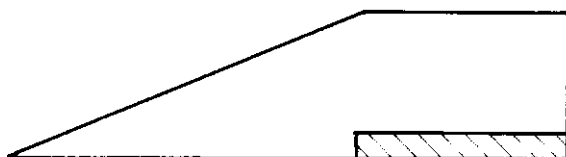
$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} K+G & K-G & 0 \\ K-G & K+G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \{\epsilon\} \quad (7-39)$$

onde $K = E/2(1+\nu)(1-2\nu)$ e $G = E/2(1+\nu)$, Kulhawy et al. (1969) fizeram um estudo comparativo, aplicando na barragem de Otter Brook, considerando as duas equações (7-38) e (7-39) com a

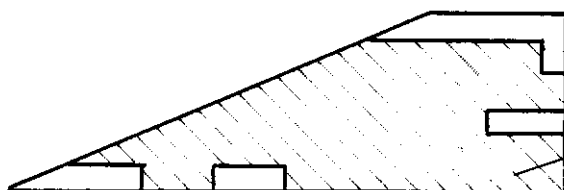
CAMADA 5



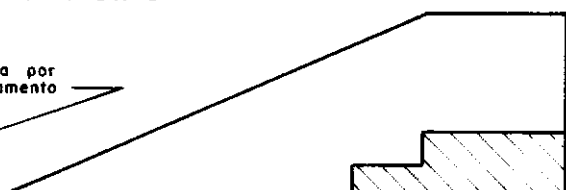
CAMADA 5



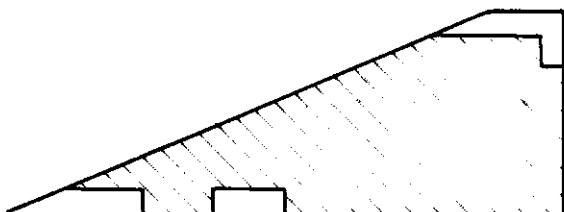
CAMADA 6



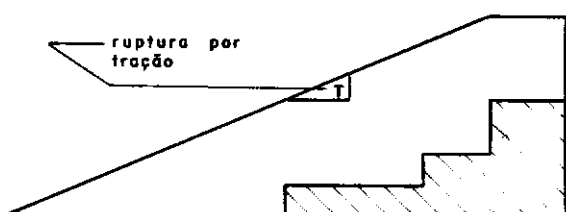
CAMADA 6



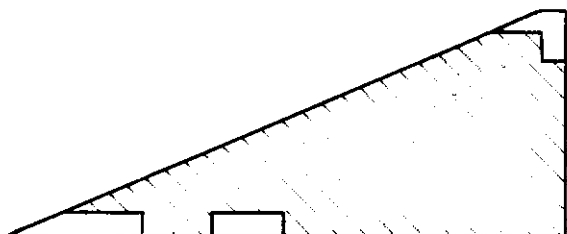
CAMADA 7



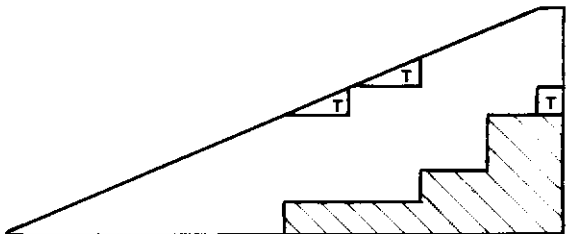
CAMADA 7



CAMADA 8



CAMADA 8



a) Módulo elástico igual a 0.001 após a ruptura

b) Módulo cisalhante igual a zero após a ruptura

Desenvolvimento das zonas de ruptura na barragem de **OTTER BROOK** usando um E não linear e ϕ constante (apud **KULHAWY** et al. 1969)

Fig. 7 - 20

seguinte hipótese: após a ruptura, G , que eles denominaram de módulo cisalhante, assume o valor nulo, e, K , módulo volumétrico, assume o valor do último K antes da ruptura. Como resultado (fig. 7-20) eles constataram que a zona de ruptura evolui de maneira mais realística quando se utiliza o método modificado.

No presente trabalho este processo modificado é adotado porém com uma pequena alteração na hipótese de ruptura: G assume o mesmo valor nulo, porém K assumirá o valor calculado em função dos parâmetros elásticos E (módulo elástico) e ν (coeficiente de Poisson) de ruptura previamente determinados. A justificativa desta hipótese se refere à magnitude de incremento de carga aplicada na etapa imediatamente anterior à ruptura. Se os incrementos de carga próximos à ruptura não forem pequenos, a hipótese de Kulhawy et al. (1969) para o valor de K aparenta não ser satisfatória.

7.6 - SIMULAÇÃO DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

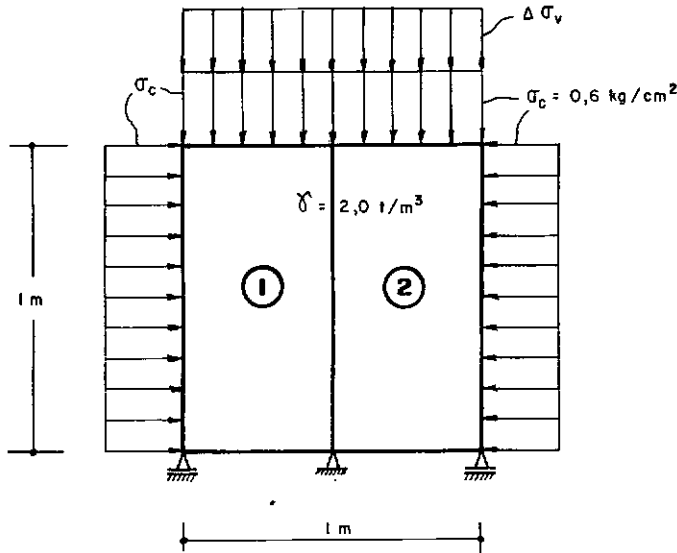
Para simular o comportamento tensão-deformação dos solos em seus diversos estágios de carregamento, idealizou-se um corpo de prova bidimensional $1m$ por $1m$ (fig. 7-21) e sobre ele foram conduzidos dois tipos de análise no estado plano de deformação:

1) módulo elástico E e coeficiente de Poisson ν variando com o estado de tensões; e

2) módulo elástico E variando com o estado de tensões e o coeficiente de Poisson ν constante.

O solo foi considerado material isótropo e as propriedades não lineares (parâmetros hiperbólicos e de Lade (1972)) utilizadas foram aquelas obtidas por Peixoto (1976), de uma amostra re

tirada das escavações do Metropolitano do Rio de Janeiro.



Parâmetros do solo :

$$K = 150$$

$$K_{ur} = 277$$

$$c = 1,0 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 32,36^\circ$$

$$R_f = 0,8$$

$$n = 0,39$$

$$L = 0,73$$

$$m = 1,34$$

$$q = -0,295$$

$$\frac{e_{VOL}}{\sigma_c} = 0,00012 \text{ m}^2/\text{t}$$

Idealização do corpo de prova

Fig. 7-21

O corpo foi inicialmente submetido a uma tensão confinante $\sigma_c = 0,6 \text{ kg/cm}^2$, e em seguida as cargas foram variadas segundo a vertical mantendo as pressões horizontais constantes.

As etapas de carregamento foram (fig. 7-22):

A-B : carregamento primário (E_t , v_t)

B-C : descarregamento (E_{ur} , v_{ur})

C-D : recarregamento (E_{ur} , v_{ur})

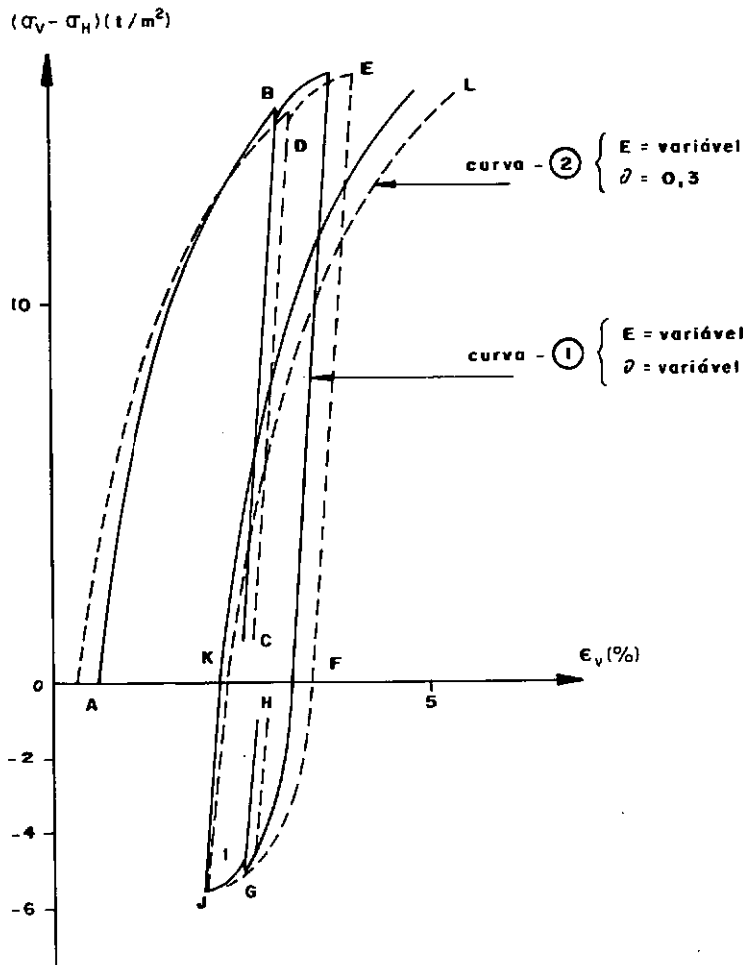
D-E : carregamento primário (E_t , v_t)

E-F : descarregamento (E_{ur} , v_{ur})

F-G : carregamento primário (E_t , v_t)

G-H : descarregamento (E_{ur} , v_{ur})

H-I	: recarregamento	(E_{ur} , v_{ur})
I-J	: carregamento primário	(E_t , v_t)
J-K	: descarregamento	(E_{ur} , v_{ur})
K-L	: carregamento primário	(E_t , v_t)



Representação não linear do solo

Fig. 7-22

Na figura 7-22, a curva-2 é aquela obtida considerando $v (=0,3)$ constante e a curva-1 considerando v variável. Pode-se observar que ambas as curvas são bastante próximas (diferença de até 0,6% de deformação vertical para uma deformação total de 6%).

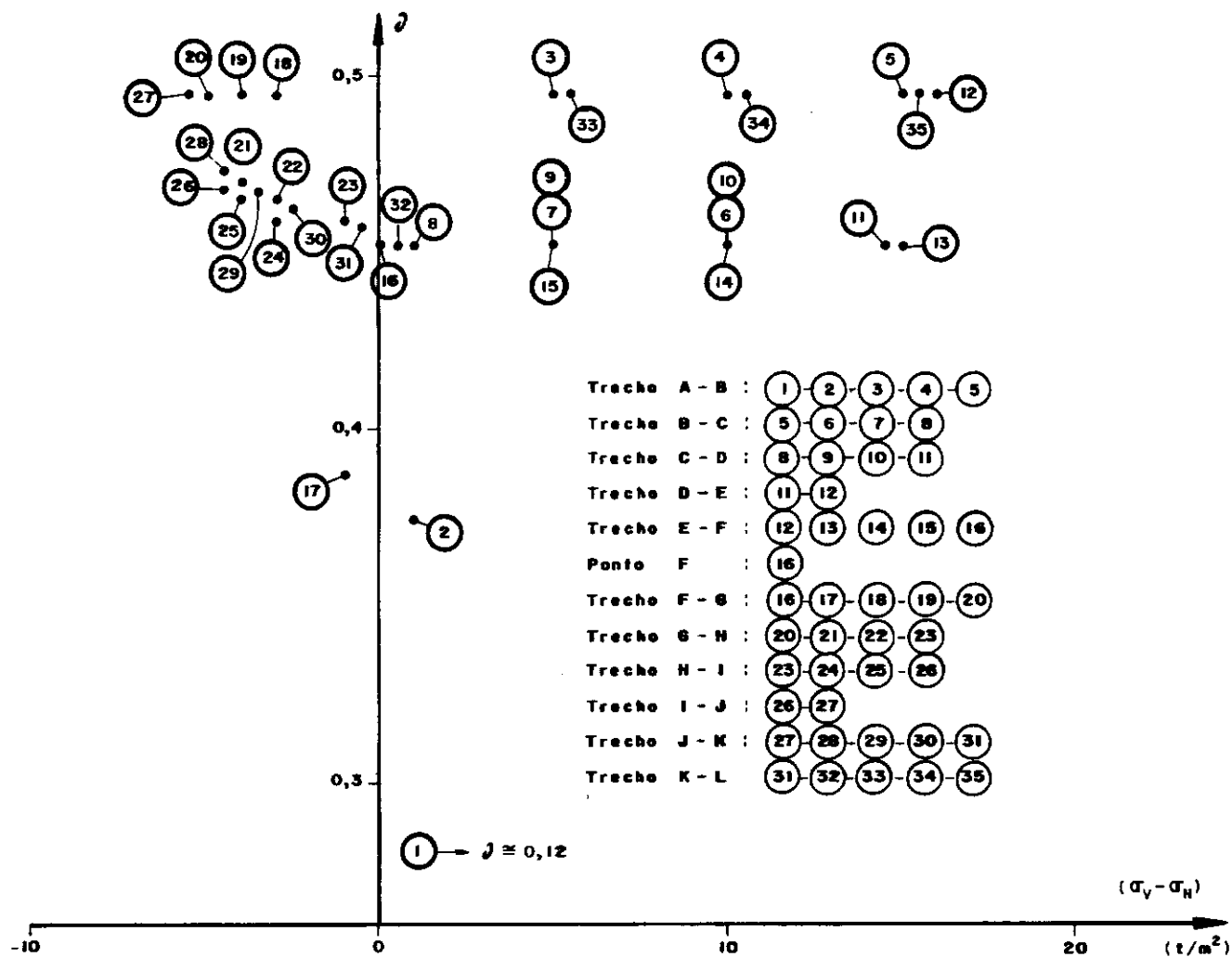
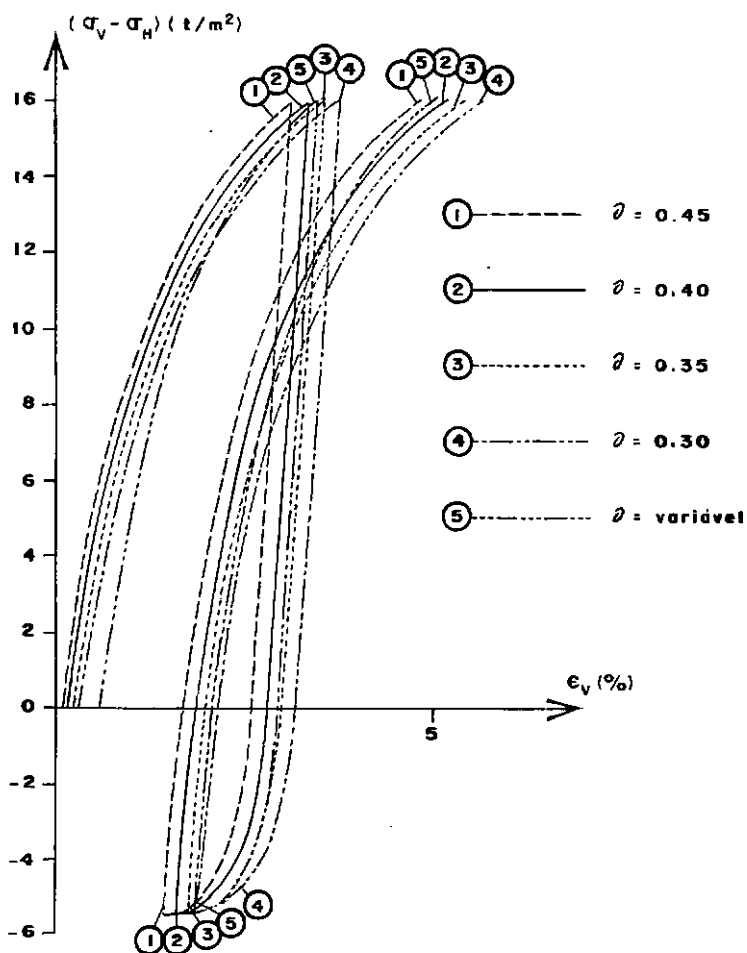
Variação do coeficiente de **POISSON** durante o carregamento

Fig. 7 - 23



Estudo paramétrico do coeficiente de **POISSON**

Fig. 7.24

Traçando-se a curva de variação de v ao longo do carregamento (fig. 7-23), verifica-se que seus valores ficam na faixa de $0,3$ a $0,495$. Esse valor de $v = 0,495$ é o valor limite máximo imposto pelo programa de elementos finitos.

Fez-se em seguida um estudo paramétrico variando v de $0,30$ a $0,45$ e seus resultados foram comparados com os de v variável (fig. 7-24). Para deformações da ordem de 3% a curva que mais se aproxima da curva de v variável é a de $v = 0,35$. Porém, qualquer valor de v entre $0,3$ e $0,4$ parece representar razoavelmente bem o comportamento do solo considerado.

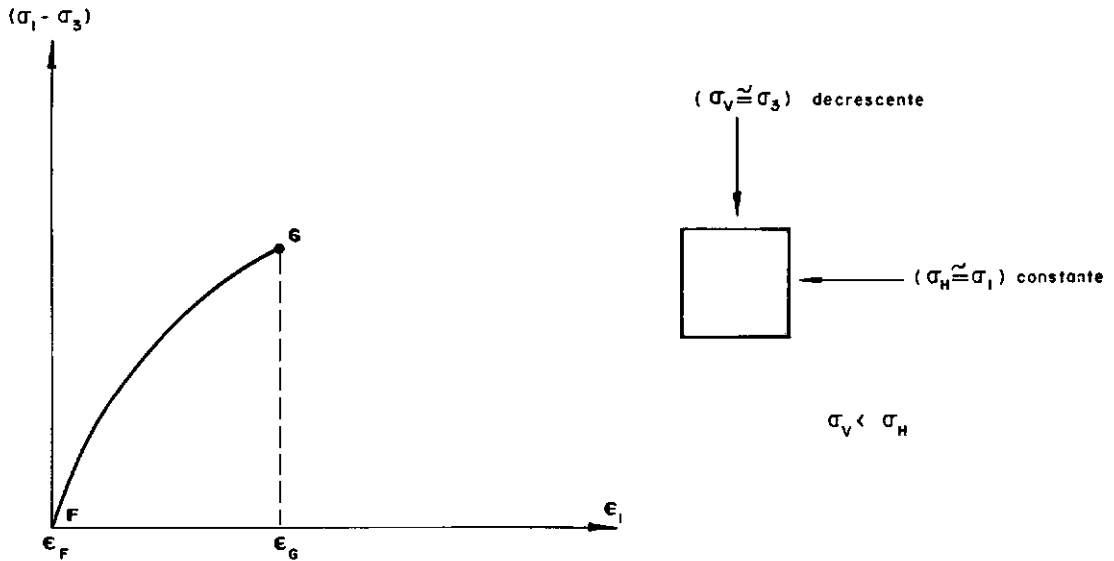
Em análise de problemas reais um valor intermediário de v pode ser adotado seguindo esse mesmo procedimento, com economia de tempo de computador.

7.6.1 - CRITÉRIO DE ESCOLHA DOS PARÂMETROS NÃO LINEARES

Se for traçado o diagrama σ_1 - σ_3 em função de ϵ_1 do trecho F - G da figura 7-22 (fig. 7-25), pode ser constatado que o trecho corresponde à etapa de carregamento primário e não a uma continuação de descarregamento da etapa anterior. De fato, neste diagrama, enquanto σ_1 se mantém constante junto com σ_H , σ_3 vai decrescendo de valor simultaneamente com σ_V .

Curvas de comportamento do tipo apresentado na figura 7-25 podem ser obtidos de ensaios triaxiais de extensão.

Os parâmetros não lineares de solo a serem adotados para o trecho F - G , bem como para todo o trecho abaixo do eixo horizontal ϵ_V da figura 7-21, são aqueles determinados a partir de ensaios do tipo acima mencionado. Tais parâmetros diferem bastante daqueles obtidos dos ensaios convencionais (triaxial a σ_3 constante) (Yudhbir e Varadarajan, 1974; e Peixoto, 1976).

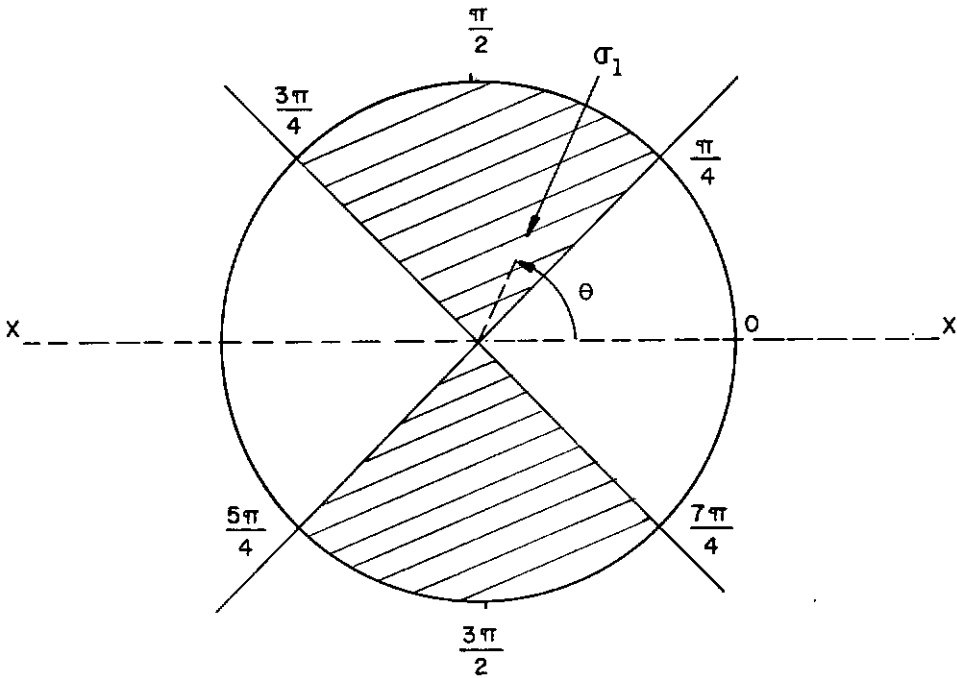


Curva típica tensão - deformação do solo correspondente ao trecho **F - G** da fig. 7-22.

Fig. 7-25

O critério adotado para a escolha dos parâmetros é o seguinte: se a direção da maior tensão principal σ_1 estiver dentro da faixa hachurada, no círculo da figura 7-26, os parâmetros serão aqueles obtidos dos ensaios triaxiais com σ_3 constante; fora dessa hachura serão aqueles dos ensaios triaxiais de extensão.

Deve-se observar que o critério não atende a todos os tipos de carregamento dos solos. Para problemas que envolvem o tipo de trajetória de tensões estudado o critério é plenamente satisfatório.



Critério de escolha dos parâmetros não lineares

Fig. 7-26

7.6.2 - RUPTURA DO SOLO

O solo pode romper-se de duas maneiras: por compressão (fig. 7-27) ou por tração (fig. 7-28).

Nas duas figuras observam-se as maneiras diferentes com que o solo se rompe. Em ambos os casos a verificação de ruptura é feita através da equação (7-32).

Após a ruptura os seguintes parâmetros foram mantidos constantes: módulo de elasticidade E , coeficiente de Poisson ν , módulo cisalhante G e módulo volumétrico K . G foi assumido

nulo e K calculado em função de E e ν de ruptura.

E e ν poderão ter seus valores determinados segundo um dos critérios abaixo:

Critério - 1

E = valor do módulo elástico da etapa imediatamente anterior à ruptura; e

ν = valor do coeficiente de Poisson da etapa imediatamente anterior à ruptura.

Critério - 2

E = valor arbitrado; e

ν = valor arbitrado.

O primeiro critério, adotado por Kulhawy et al. (1969), é discutível no seguinte aspecto: se o incremento de carga aplicada por ocasião da ruptura for muito grande, serão representativos os valores de E e ν escolhidos de acordo com esse critério? Sem dúvida, o critério será tanto mais válido quanto menores forem os incrementos de carga próximos à ruptura (figs. 7-27 e 7-28).

No segundo critério os valores dos parâmetros elásticos podem ser arbitrados de acordo com a conveniência do projetista.

O módulo E foi assumido ter valor 10 t/m^2 . Quanto ao valor de ν , pode ser escolhido a partir das curvas das figuras 7-27 e 7-28; nos pontos próximos à ruptura ν vale 0,495.

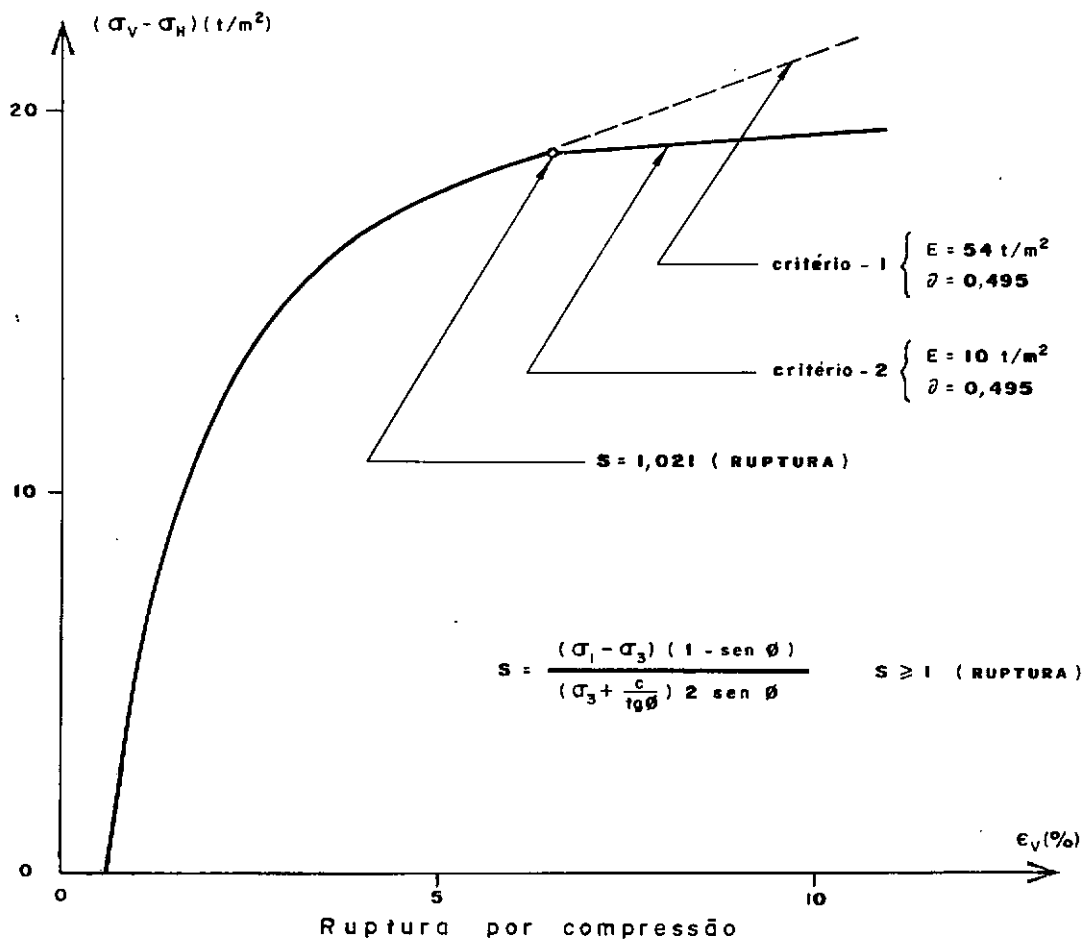
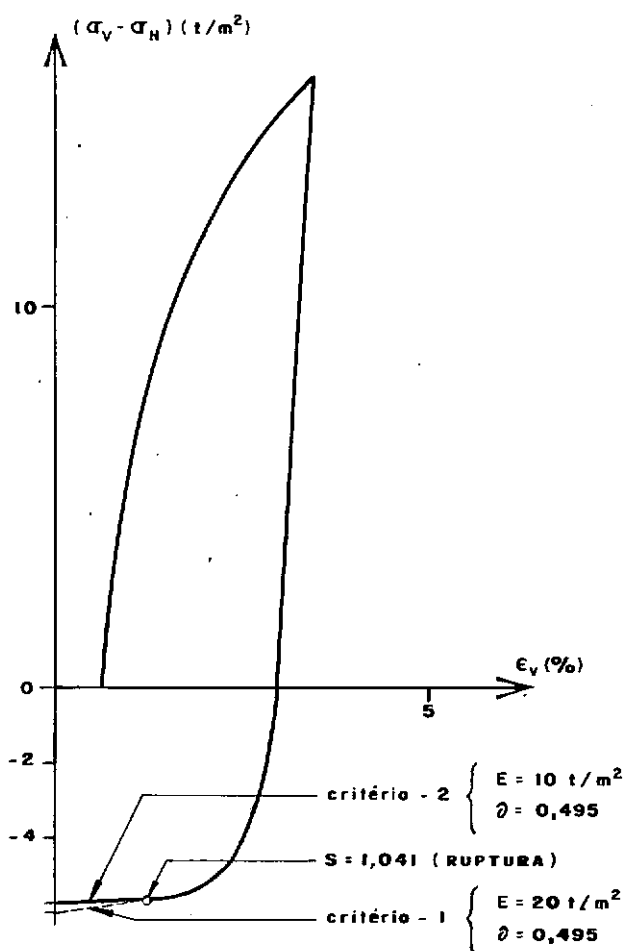


Fig. 7.27



Rutura por tração

Fig. 7.28

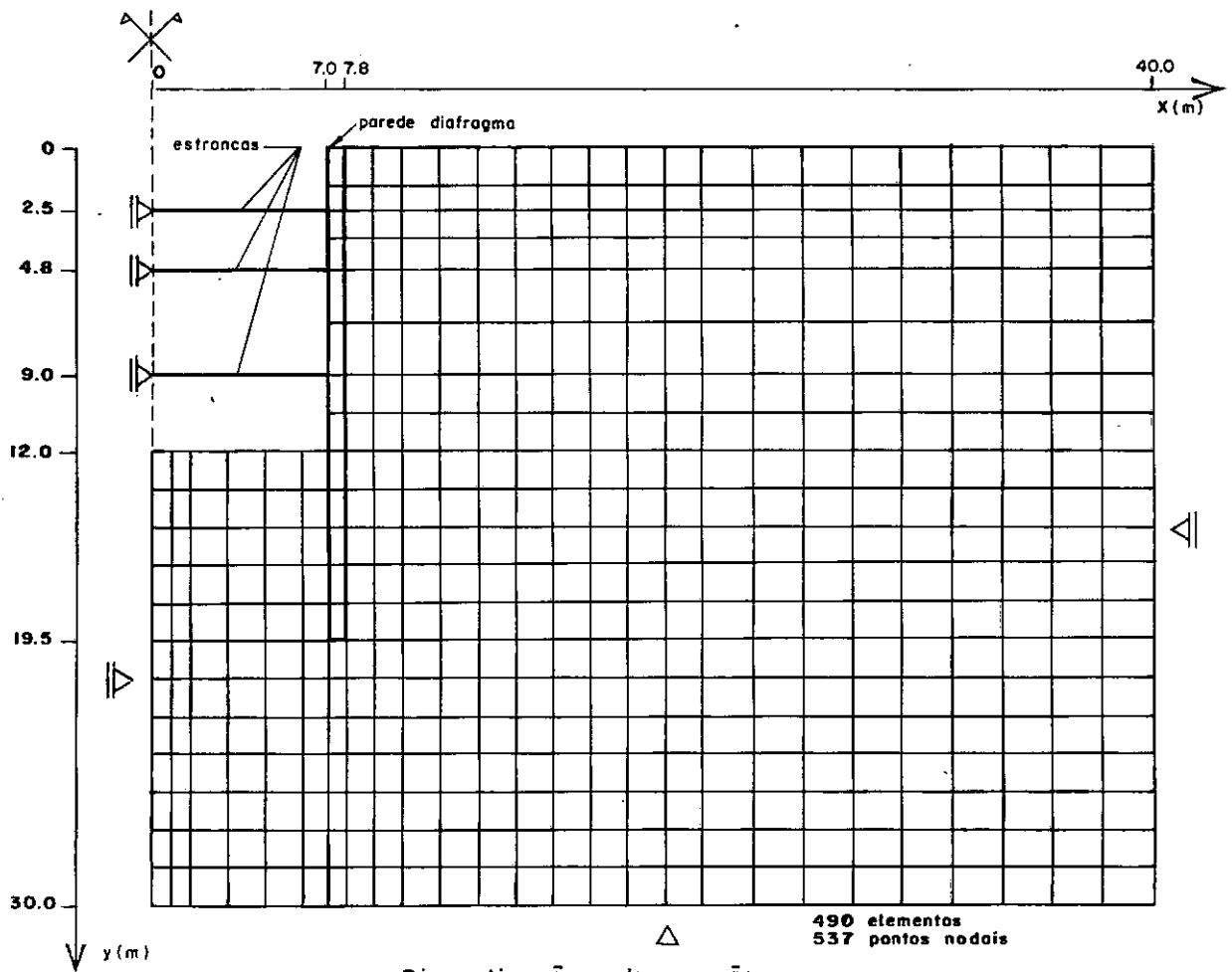
CAPÍTULO 8

APLICAÇÃO À ESCAVAÇÃO

8.1 - INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NAS CARGAS DAS ESTRONCAS

Em estudo feito por Fujii e Rémy (1974), sobre a influência da variação de temperatura nas cargas das estroncas de uma escavação escorada, foi abordado que, aspectos como rigidez da parede, módulo de elasticidade do solo, coeficiente de Poisson, seção e posicionamento das estroncas, afetam a distribuição de cargas das estroncas. Nesse estudo, para representar a parede diafragma da vala, foi usado um elemento especial conhecido como elemento de viga, utilizado em estruturas de viga de parede (Girijavallabhan, 1969; e Acuña, 1971). A particularidade desse elemento está no fato de poder representar a flexão exata da parede, porém, quando utilizado em conjunção com o elemento quadrilátero adotado, dependendo do problema, pode causar variações sensíveis nos resultados. Essa incompatibilidade provém das diferentes funções de interpolação associadas aos elementos envolvidos.

Um mesmo estudo paramétrico foi feito com vistas a comparar os resultados, agora sem o referido elemento de viga. A configuração da malha permanece a mesma com o mesmo número de graus de liberdade e as estroncas se localizam às profundidades de 2,50 m , 4,80 m e 9,00 m (fig. 8-1).



Discretização da seção

Fig. 8-1

A seção estudada é típica das trincheiras do Metrô do Rio de Janeiro, onde foram feitos os primeiros estudos de instrumentação (junto ao antigo Palácio Monroe) (fig. 8-2).

As hipóteses feitas foram:

1) problema bidimensional no estado de deformação plana; como o espaçamento horizontal entre as estroncas é de 2 m , assumiu-se a seção equivalente das estroncas como sendo a seção real dividida por dois;

2) solo homogêneo e isotrópico de comportamento elástico linear definido pelos parâmetros: módulo de elasticidade E_s e coeficiente de Poisson ν_s ;

3) parede rugosa sem deslizamento em relação ao solo;

4) temperatura influenciando somente nas estroncas de aço; variação de 23°C no primeiro nível de estroncas, 21°C no segundo e 13°C no terceiro;

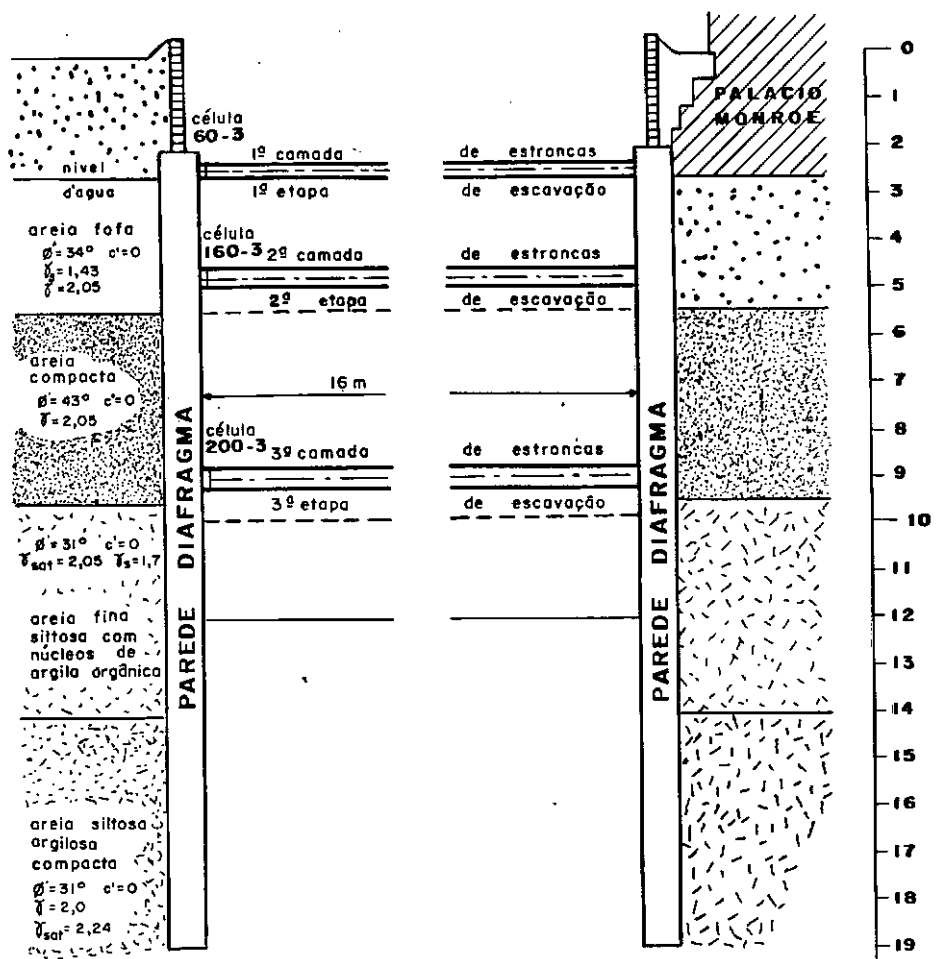
5) o concreto da parede diafragma como material isotrópico de comportamento elástico linear, definido pelos parâmetros: módulo de elasticidade E_c e coeficiente de Poisson ν_c ; e

6) o aço da estronca como material elástico linear, definido pelo parâmetro: módulo de elasticidade E_a ($= 2,1 \times 10^7\text{ t/m}^2$).

Outros parâmetros utilizados foram:

1) coeficiente de dilatação térmica linear do aço β ($= 1,1 \times 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$); e

2) seção das estroncas no primeiro, segundo e terceiro níveis: S_{a1} , S_{a2} e S_{a3} .



Corte da escavação na seção das células 60-3, 160-3, 200-3

Fig. 8-2

INFLUÊNCIA DA INÉRCIA DA PAREDE

Fixados os valores de:

$$E_s = 11360 \text{ t/m}^2$$

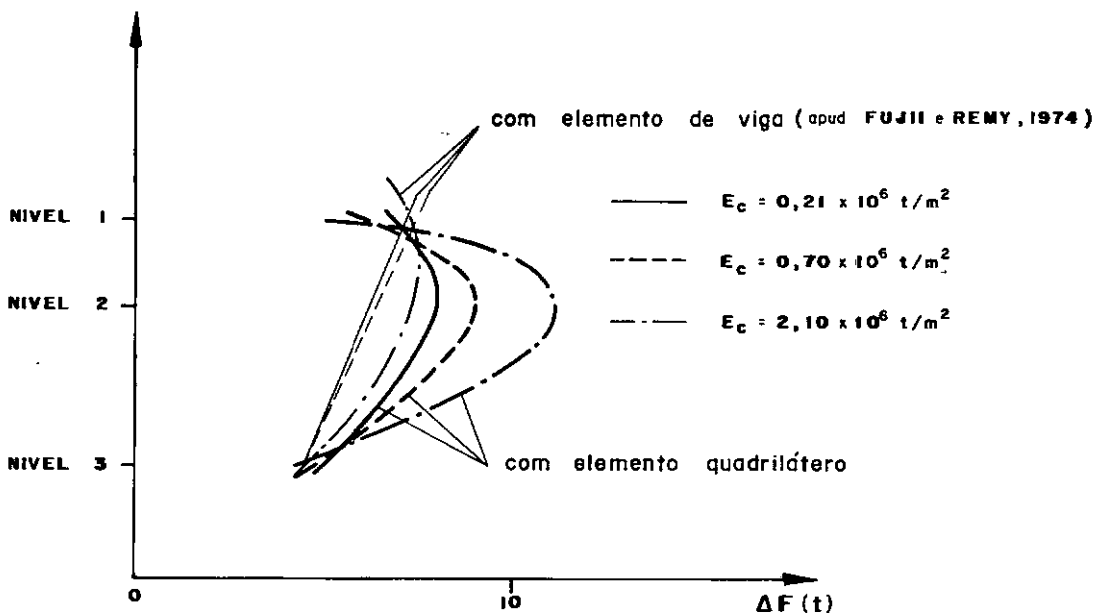
$$\nu_s = 0,23$$

$$S_{a_1} = 154 \text{ cm}^2$$

$$S_{a_2} = S_{a_3} = 308 \text{ cm}^2$$

e mantida a espessura da parede, os valores de E_c estudados foram:

- a) $0,21 \times 10^6 \text{ t/m}^2$;
- b) $0,70 \times 10^6 \text{ t/m}^2$; e
- c) $2,10 \times 10^6 \text{ t/m}^2$.



Influência de E_c sobre ΔF

Fig. 8-3

Na figura 8-3 podem-se ver as curvas de variação das cargas ΔF nos três níveis de estroncas, obtidas com a utilização na parede do elemento de viga e do elemento quadrilátero. A diferença constatada entre as curvas é relativamente grande; para $E_s = 2,1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$, no segundo nível, a diferença é de aproximadamente 40%.

Pode-se ver também na figura que a rigidez da parede praticamente não influi na variação total de cargas $\Sigma \Delta F$; nota-se uma relativa influência na distribuição das cargas ao longo dos níveis de estroncas.

INFLUÊNCIA DO MÓDULO ELÁSTICO DO SOLO (E_s)

Para os parâmetros fixos de:

$$E_c = 2,1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

$$\nu_c = 0,2$$

$$\nu_s = 0,23$$

$$S_{a1} = 154 \text{ cm}^2$$

$$S_{a2} = S_{a3} = 308 \text{ cm}^2$$

o módulo E_s foi variado de 7580 a 46800 t/m^2 . Foram traçadas as curvas de variação das cargas nos três níveis (fig. 8-4) e as curvas de variação de $\Delta F / \Delta F_{\text{máx}}$ e $\Sigma \Delta F$ em função de E_s (figs. 8-5 e 8-6). Variação máxima de carga $\Delta F_{\text{máx}}$ é o valor de ΔF das estroncas de extremidades fixas ($\Delta F_{\text{máx}} = E_a \epsilon S_a$).

$\Delta F_{\text{máx}}$ nos três níveis valem:

$$\Delta F_{\text{máx}1} = 81,9 \text{ t};$$

$$\Delta F_{\text{máx}2} = 149,1 \text{ t}; \text{ e}$$

$$\Delta F_{\text{máx}3} = 92,3 \text{ t}.$$

Essas três figuras mostram a grande influência de E_s

sobre ΔF .

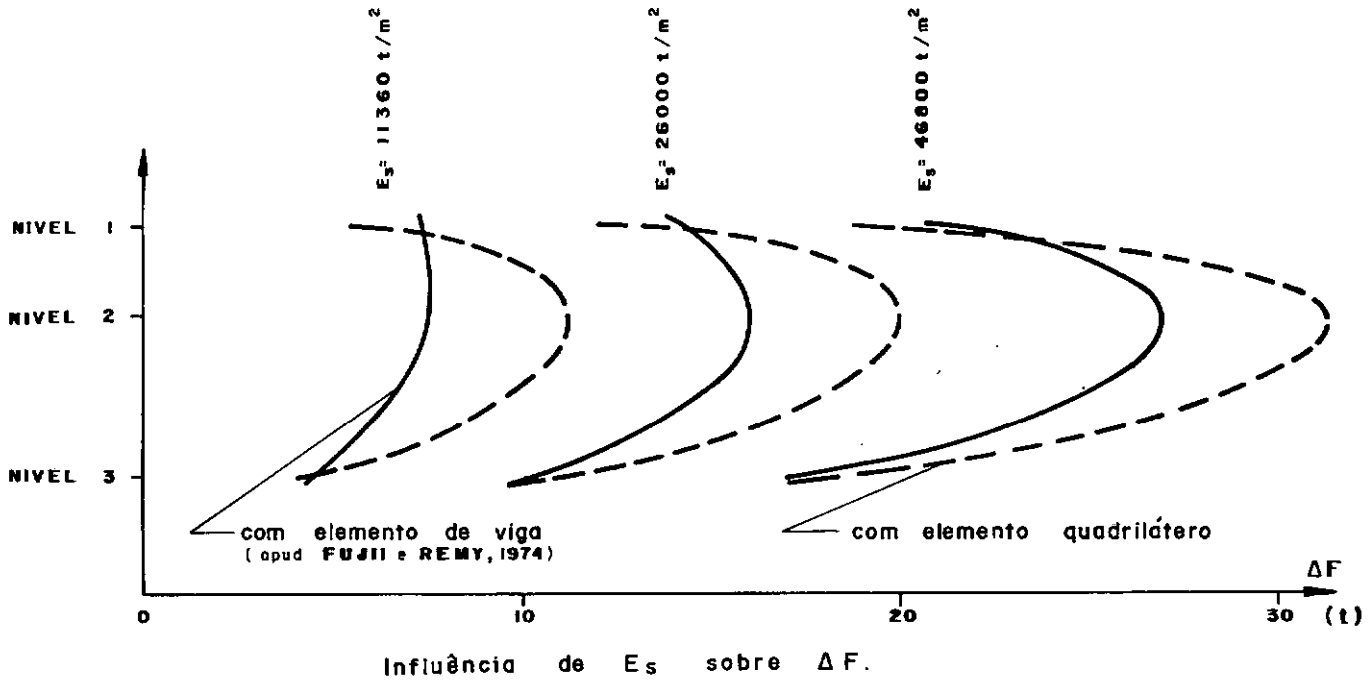


Fig. 8-4

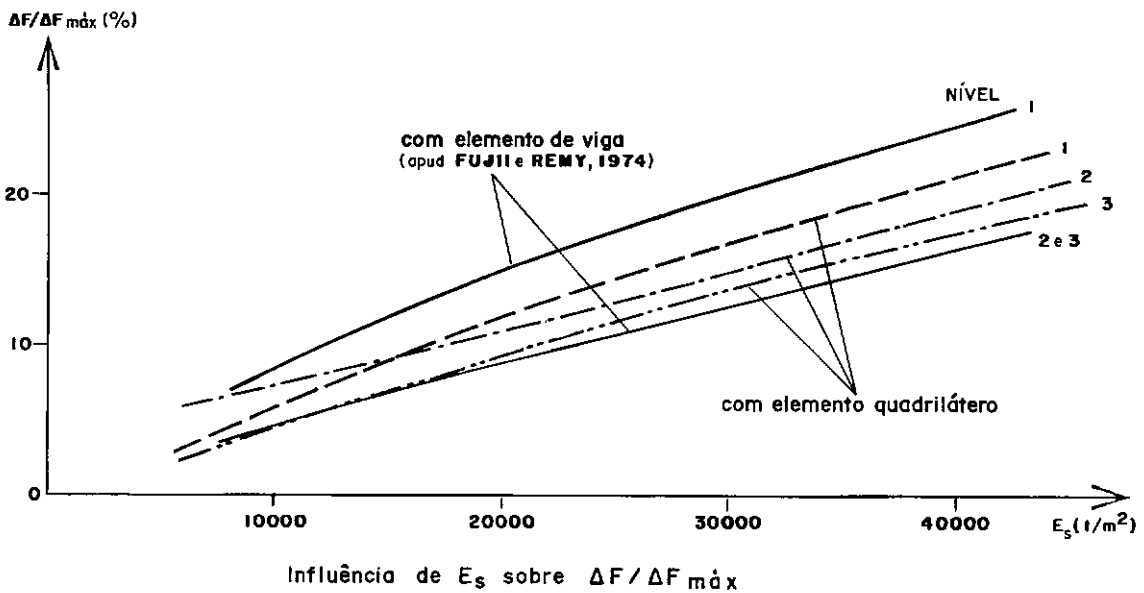
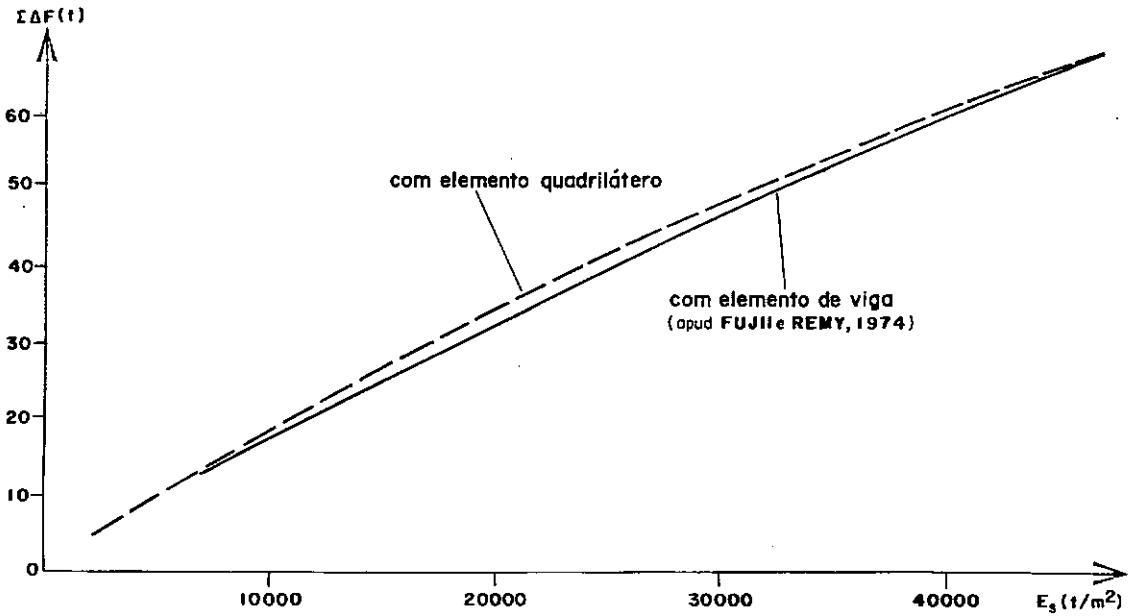


Fig. 8-5



Influência de E_s sobre a soma das variações de carga ΔF nos três níveis de estroncas ($\Sigma \Delta F$).

Fig. 8-6

INFLUÊNCIA DO COEFICIENTE DE POISSON DO SOLO (ν_s)

Fixando os mesmos parâmetros do estudo anterior, mais o valor de $E_s = 11360 \text{ t/m}^2$, e fazendo variar ν_s pode-se concluir que este parâmetro tem pouca influência sobre os esforços nas estroncas, a menos do valor de ν_s perto da incompressibilidade ($\nu_s = 0,5$). A diferença entre os $\Sigma \Delta F$ correspondentes a $\nu_s = 0,23$ e $\nu_s = 0,40$ sobre $\Sigma \Delta F_{\text{máx}}$ é da ordem de 4% (tabela 8-1)

ν_s	ΔF_1 (t)		ΔF_2 (t)		ΔF_3 (t)		$\Sigma \Delta F$ (t)	
	VIGA	QUAD.	VIGA	QUAD.	VIGA	QUAD.	VIGA	QUAD.
0,23	7,39	5,34	7,60	11,20	4,58	4,44	19,57	20,98
0,30	7,54	5,76	7,53	11,38	4,90	4,84	19,97	21,98
0,40	7,86	6,66	7,53	11,88	5,00	5,76	20,39	24,30

TABELA 8-1

INFLUÊNCIA DA SEÇÃO DAS ESTRONCAS (S_a)

Fixando os seguintes parâmetros:

$$E_s = 11360 \text{ t/m}^2$$

$$\nu_s = 0,23$$

$$E_c = 2,1 \times 10^6 \text{ t/m}^2$$

$$\nu_c = 0,2$$

e dividindo por dois as seções das estroncas, isto é:

$$S_{a1} = 77 \text{ cm}^2$$

$$S_{a2} = S_{a3} = 154 \text{ cm}^2$$

pode-se constatar que os valores de ΔF praticamente não se alteram (tabela 8-2) e, portanto, os valores de $\Delta F/\Delta F_{m\ddot{a}x}$ e $\Delta\sigma$ praticamente se dobram (tabela 8-3).

	$S_a \text{ (cm}^2\text{)}$			
	154,308,308		77,154,154	
	viga	quad.	viga	quad.
$\Delta F_1 \text{ (t)}$	7,39	5,34	6,36	5,14
$\Delta F_2 \text{ (t)}$	7,60	11,20	7,82	10,04
$\Delta F_3 \text{ (t)}$	4,58	4,44	4,39	4,66
$\Sigma \Delta F \text{ (t)}$	19,57	20,98	18,57	19,84

TABELA 8-2

	$S_a \text{ (cm}^2\text{)}$			
	154,308,308		77,154,154	
	VIGA	QUAD.	VIGA	QUAD.
$\Delta F_1 / \Delta F_{\text{m} \hat{\text{a}} \text{x}_1} \text{ (\%)} $	9,0	6,4	15,5	12,4
$\Delta F_2 / \Delta F_{\text{m} \hat{\text{a}} \text{x}_2} \text{ (\%)} $	5,1	7,4	10,4	13,4
$\Delta F_3 / \Delta F_{\text{m} \hat{\text{a}} \text{x}_3} \text{ (\%)} $	4,9	4,8	9,5	10,0
$\Sigma \Delta F / \Sigma \Delta F_{\text{m} \hat{\text{a}} \text{x}} \text{ (\%)} $	6,0	6,4	11,4	12,2

TABELA 8-3

INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DAS ESTRONCAS

Mantendo os mesmos parâmetros do estudo anterior e as seções das estroncas:

$$S_{a_1} = 154 \text{ cm}^2$$

$$S_{a_2} = 308 \text{ cm}^2$$

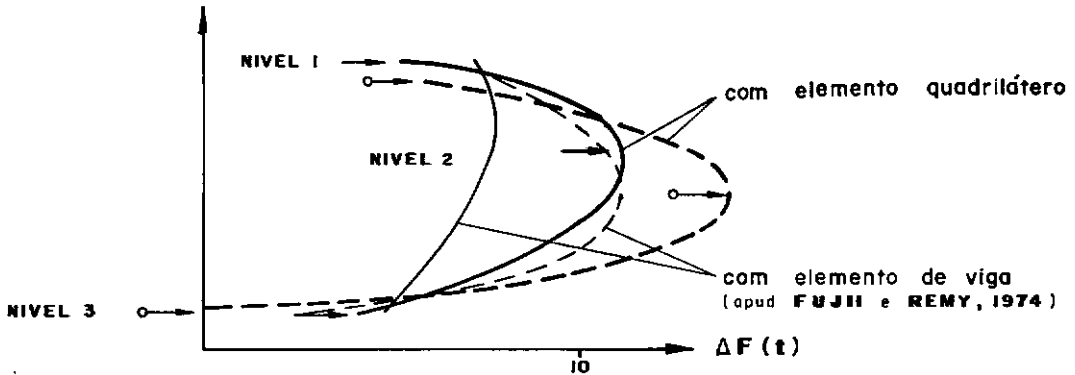
$$S_{a_3} = 308 \text{ cm}^2$$

variaram-se os níveis dessas estroncas. O resultado mostra os valores de ΔF sensivelmente afetados nos segundo e terceiro níveis (fig. 8-7).

DESLOCAMENTO DA PAREDE

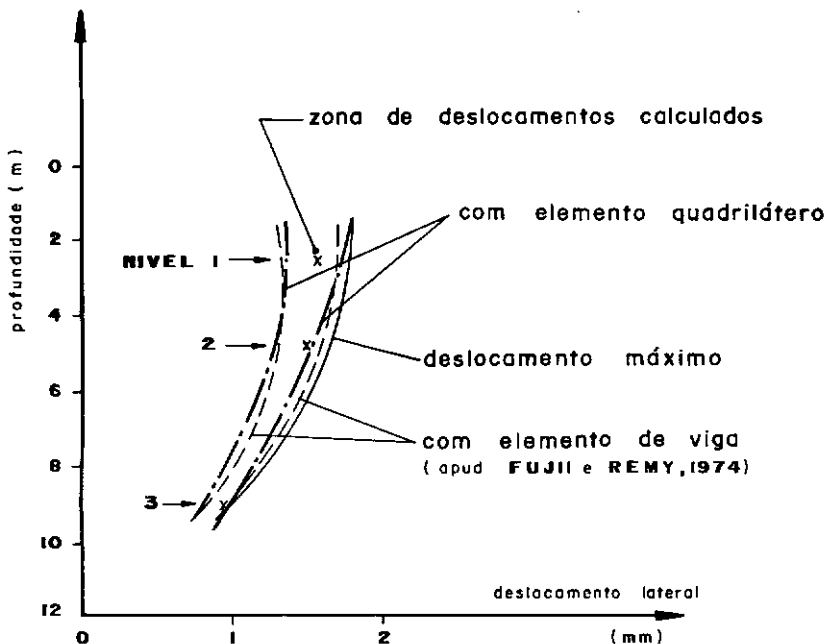
Na figura 8-8 podem-se ver curvas de deslocamento da parede correspondentes aos valores de E_s variando desde 7580 t/m^2 até 46800 t/m^2 (linhas tracejadas); a linha cheia corresponde ao

deslocamento máximo da parede (dilatação livre das estroncas). Os pontos marcados com uma cruz correspondem aos valores deduzidos da instrumentação.



Influência da posição das estroncas sobre ΔF .

Fig. 8 - 7



Deslocamento da parede

Fig. 8 - 8

COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS DA MEDIÇÃO EM CAMPO

Os valores de $\Delta F/\Delta F_{m\acute{a}x}$ deduzidos dos resultados de campo foram:

18,5 % no primeiro nível

17,4 % no segundo nível

15,8 % no terceiro nível

que correspondem na figura 8-5 aos módulos de elasticidade E_s (tabela 8-4):

NÍVEIS	$\Delta F/\Delta F_{m\acute{a}x}$ (%) (campo)	E_s (t/m ²)	
		VIGA	QUADRILÁTERO
1	18,5	25000 - 30000	33000 - 36000
2	17,4	40000 - 45000	35000 - 38000
3	15,8	35000 - 40000	34000 - 37000

TABELA 8-4

Pode-se notar na tabela 8-4 que mesmo os novos valores de E_s encontrados são bastante diferentes daqueles obtidos por Peixoto (1976) em laboratório (em ensaio triaxial, consolidado não drenado, a $\sigma_3 = 10$ e 20 t/m² foi encontrado um módulo de descarregamento E_s da ordem de 5000 t/m²) e daquele calculado no início do descarregamento ($E_s \cong 15000$ t/m²). Os carregamentos cíclicos de carregamento-descarregamento de pequena amplitude (a variação de tensão do solo constatada junto à parede foi da ordem de $1,0$ a $4,0$ t/m²) parecem justificar o alto valor de E_s encontrado.

Concluindo, a diferença entre os resultados obtidos utilizando para a parede o elemento de viga e os obtidos utilizando o elemento quadrilátero, vem certamente da incompatibilidade de

deslocamento entre os dois elementos e não propriamente das características em si dos elementos. Partindo desse aspecto, a utilização somente de elementos quadriláteros, provavelmente, fornecerão resultados mais consistentes.

As tensões do solo atrás da parede sofrem pequenas variações e, portanto, isso valida a hipótese feita de parede rugosa.

O módulo de elasticidade do solo é realmente o mais importante dos fatores estudados. Numa análise, o módulo a considerar é o de carregamento cíclico, bem maior que aqueles calculados a partir dos ensaios triaxiais convencionais.

O coeficiente de Poisson poderá influir quando seus valores se aproximarem de 0,5. Valores de até 0,4 parecem não influir sensivelmente nos resultados.

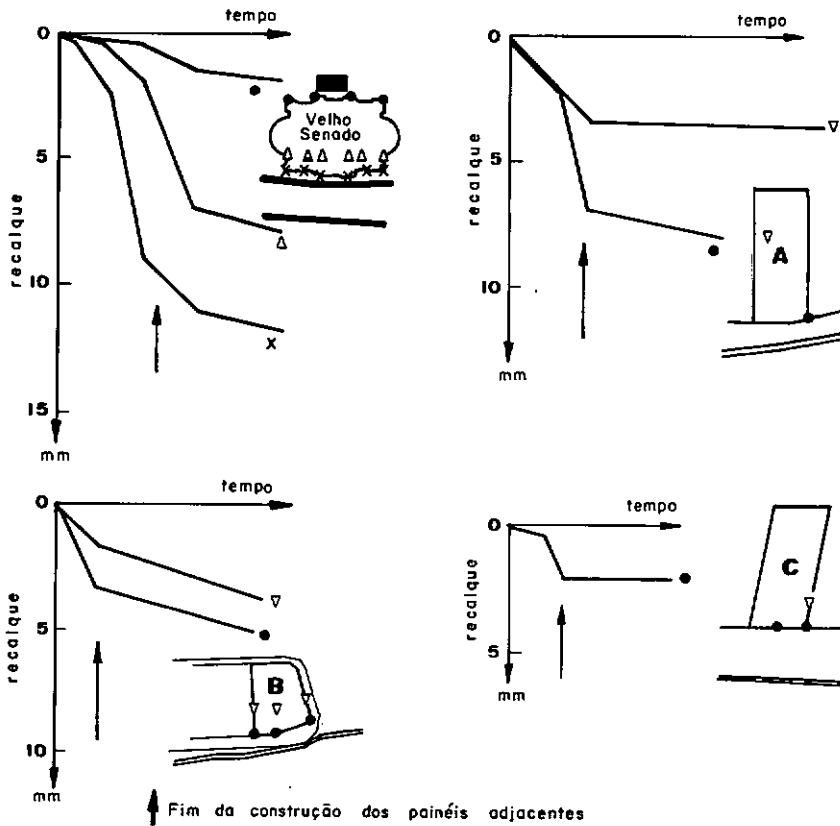
Tanto a rigidez da parede como a posição das estroncas têm a sua maior influência na distribuição de cargas nas estroncas.

8.2 - RECALQUES DAS ESTRUTURAS VIZINHAS DURANTE A ABERTURA DA TRINCHEIRA PARA A CONSTRUÇÃO DA PAREDE DIAFRAGMA

Observações feitas em edifícios próximos à escavação de painéis para a construção da parede diafragma no metrô do Rio de Janeiro demonstraram que tais edifícios são submetidos a recalques durante a execução dessas paredes. Também em estudos experimentais feitos durante a elaboração do projeto para a construção do metrô de Lyon (França) foram constatados movimentos de recalque da superfície adjacente. Foi feita, então, uma verificação por elementos finitos onde as várias etapas de execução de tais obras foram simuladas.

OBSERVAÇÕES NO METRÔ DO RIO DE JANEIRO

Quatro edifícios - o antigo Senado (antigo Palácio Monroe), edifício A, edifício B e edifício C - nas imediações do metrô do Rio de Janeiro foram instrumentados e em todos eles foram verificados recalques durante a construção da parede diafragma (fig. 8-9).

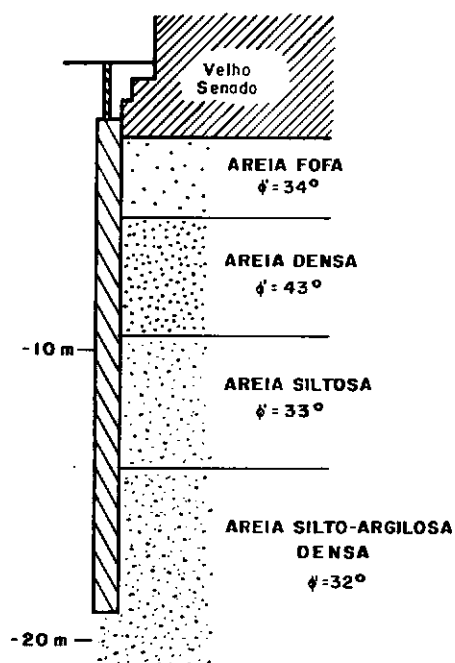


Recalques medidos nos edifícios do RIO DE JANEIRO
(apud REMY e FUJII, 1975)

Fig. 8-9

As características dos painéis nos quatro casos foram:

- 1) espessura de 0,80 m ;
- 2) largura de 2,00 m ; e
- 3) profundidade de 15,00 m a 19,00 m .



Perfil de subsolo sob o velho Senado

(apud REMY e FUJII, 1975)

Fig. 8-10

EDIFÍCIO	FUNDAÇÃO	ESTRUTURA	NÚMERO DE ANDARES	PROXIMIDADE À ESCAVAÇÃO	RECALQUE MÁXIMO
Velho Senado	sapatas contínuas -2,60 m	alvenaria	3	0-3 m	12 mm
A	Estacas de concreto -18,50 m	concreto armado	19	3,2 m	9 mm
B	fundação rasa	concreto armado	12	5,0 m	5 mm
C	tubulões -13,70 m	concreto armado	20	5,1 m	2 mm

(apud Remy e Fujii, 1975)

TABELA 8-5

As condições do subsolo junto ao velho Senado (fig. 8-10) e nos edifícios *A* e *B* são aproximadamente iguais; junto ao edifício *C* foram encontrados solos residuais de boa resistência, à profundidade de 13,00 a 14,00 m .

Na tabela 8-5 estão sumarizadas as características dos quatro edifícios, tipos de fundação, localização e os recalques máximos neles observados.

Aparentemente os recalques constatados após a execução das paredes diafragma parecem pequenos mas foram suficientes para produzir fissuras nocivas no prédio do antigo Senado.

ESTUDOS EXPERIMENTAIS NO METRÔ DE LYON

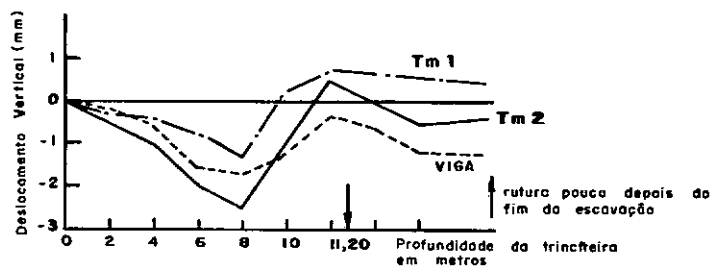
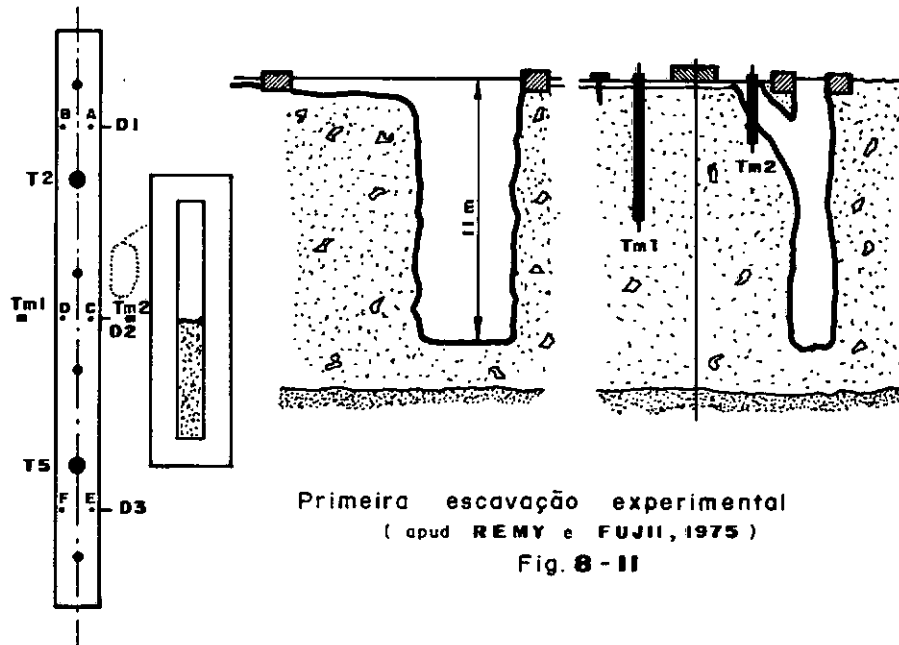
Durante o estágio de projeto do metrô de Lyon foram feitos dois estudos sobre o comportamento do maciço adjacente à escavação de painéis.

No primeiro deles (fig. 8-11) abriu-se um painel de largura 0,60 m por 5,00 m de comprimento e 11,00 m de profundidade em duas etapas: escavação da primeira metade (semi-comprimento) e, em seguida, a escavação da outra metade. A viga, localizada a 1,75 m da trincheira, foi previamente carregada através de seis tirantes até produzir uma pressão de 3,0 kg/cm² .

O deslocamento da viga foram medidos oticamente nos pontos *A* , *B* , *C* , *D* , *E* e *F* (deslocamento vertical) e pontos *D1* , *D2* e *D3* (deslocamento horizontal). Os tirantes *T2* e *T5* foram instrumentados de modo a se ter controle da carga atuante. Em *Tm1* e *Tm2* foram colocados medidores de recalque do solo a profundidades de 6 m e 3 m respectivamente.

No fim da primeira metade de escavação foram observados os recalques conforme a figura 8-12. Note-se que após a profundi-

dade de 8 m houve uma tendência de levantamento da superfície e do maciço onde há aumento de volume do solo pela sua alta dilatacã (aluvião muito denso). Os deslocamentos horizontais observados em D1, D2 e D3 foram 5,6 mm, 4,3 mm e 2,6 mm respectivamente.



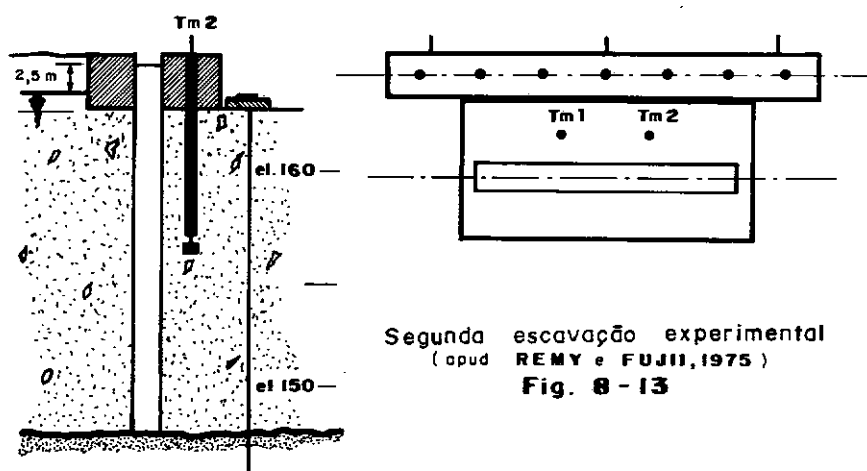
Recalques medidos durante a primeira etapa de escavação

(apud REMY e FUJII, 1975)

Fig. 8 - I2

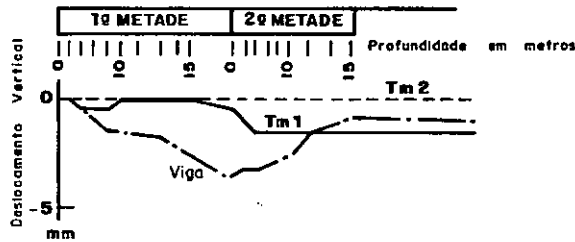
A experiência não chegou ao fim por motivo de falhas humanas (ruptura provocada próxima ao medidor de recalque $Tm2$).

A segunda experiência consistiu em diminuir a pressão aplicada pela viga para $2,0 \text{ kg/cm}^2$ e os laterais da trincheira foram protegidos pela concretagem do guia cuja altura foi dimensionada tal que o nível da bentonita fosse possível ser mantido a $2,00$ a $2,50 \text{ m}$ do nível d'água. A escavação foi feita também em duas metades à profundidade de $15,00 \text{ m}$ (fig. 8-13).



Os resultados de recalque (fig. 8-14) mostram que o levantamento da viga ocorre após o início da segunda metade de escavação. O deslocamento horizontal da viga foi da ordem de 2 mm em direção à vala.

Antes da concretagem da trincheira a pressão da viga foi elevada para $3,00 \text{ kg/cm}^2$ e $4,00 \text{ kg/cm}^2$; o recalque constatado foi de $12,00 \text{ mm}$ sem nenhum colapso do maciço. Isto demonstra a estabilidade da trincheira mantida pela bentonita quando seu nível vai acima do nível d'água.



Recalques medidos durante a segunda experiência
(apud REMY e FUJII, 1975)

Fig. 8 - 14

ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

Devido à limitação do programa de elementos finitos elaborado, de só se poder analisar problemas no estado plano, e também dada a falta de parâmetros dos solos encontrados no metrô do Rio de Janeiro, a análise da trincheira por elementos finitos consistiu apenas em um estudo paramétrico.

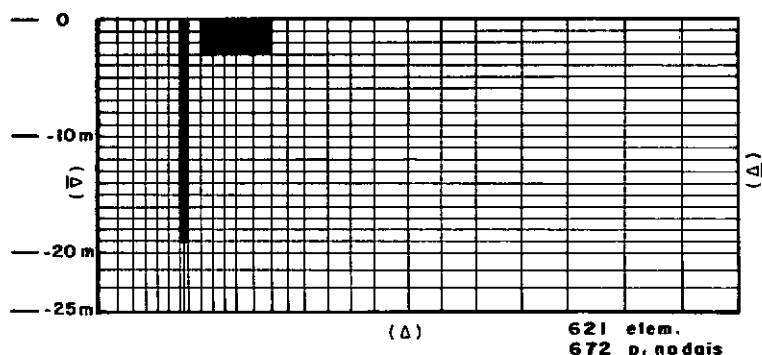
A seção estudada foi aquela onde se localizava o antigo Palácio Monroe cuja discretização está mostrada na figura 8-15. Apesar da assimetria, o problema foi considerado simétrico.

O solo foi suposto homogêneo constituído de areia silteusa que na realidade só se encontra à profundidade de 9,5 m a 14,0 m.

O contacto solo-sapata foi assumido de tal forma a não permitir o movimento relativo entre eles (superfície da sapata perfeitamente rugosa).

O estudo foi feito simulando inicialmente o carregamento da sapata e, em seguida, as etapas de escavação a profundi-

des de 3 m , 6 m , 9 m , 12 m , 15 m e 19 m .



Discretização do meio

Fig. 8-15

A ação da bentonita foi simulada mediante aplicação de forças nodais normais à superfície de contacto. O valor do peso específico deste material foi de $1,05 \text{ t/m}^3$. Para solos o peso específico vale $1,62 \text{ t/m}^3$ quando seco e $2,00 \text{ t/m}^3$ quando saturado. O coeficiente de empuxo no repouso foi assumido $0,5$.

A determinação da relação tensão-deformação dos solos foi feita a partir de ensaios triaxiais convencionais a σ_3 constante e ensaios triaxiais especiais a σ_1 constante; os testes foram do tipo consolidado drenado. Os parâmetros obtidos foram:

1) ensaio a σ_3 constante:

$$K = 150$$

$$K_{ur} = 277$$

$$n = 0,39$$

$$c = 1,00 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 32,4^\circ$$

$$R_f = 0,8$$

2) ensaio a σ_1 constante:

George Suji.

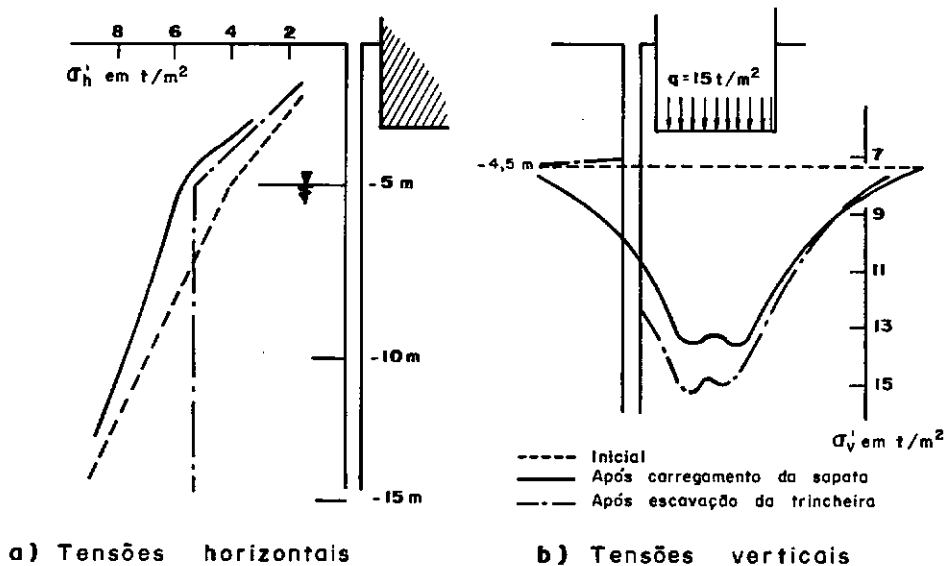
Método dos Elementos Finitos
Aplicado ao Problema de Escavação

nov. 76

$$\begin{aligned}
 K &= 1080 \\
 K_{ur} &= 1160 \\
 n &= 0,85 \\
 c &= 0 \\
 \phi &= 36^\circ \\
 R_f &= 0,979
 \end{aligned}$$

Os parâmetros a σ_3 constante foram utilizados durante a etapa de carregamento por sapata e os especiais, a σ_1 constante, durante as seis etapas de escavação. O coeficiente de Poisson foi considerado constante durante todo o estudo; seu valor escolhido foi de 0,3 .

Inicialmente foi considerado o estudo com o nível de bentonita coincidindo com a superfície do terreno e as distribuições de tensões foram as seguintes (fig. 8-16):

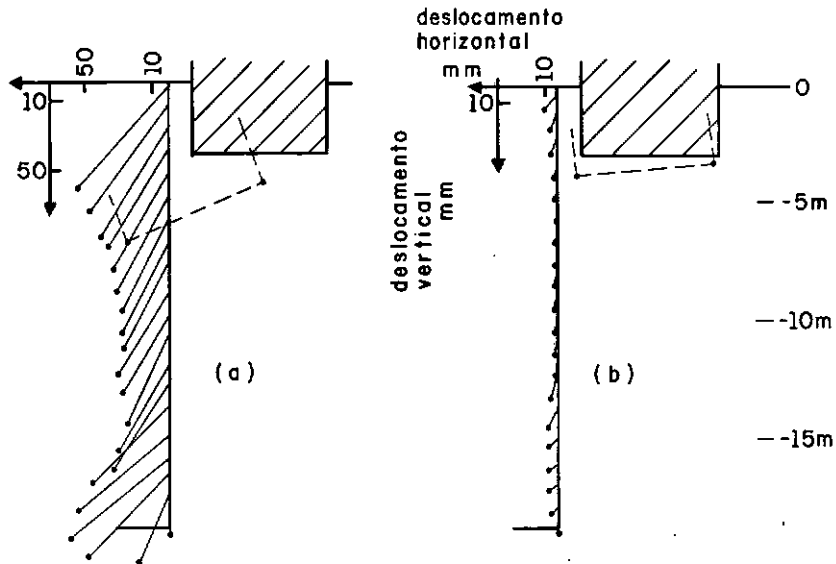


Distribuições de tensões
(apud REMY e FUJII, 1975)

Fig. 8-16

Dá-se para perceber nitidamente a influência da escavação de trincheira na distribuição das tensões. O alívio das tensões verticais de um lado do maciço (lado oposto ao Senado) e a consequente sobrecarga do outro lado é justificado pela supressão de resistências cisalhantes ao longo da superfície de corte.

No segundo estudo o nível de bentonita foi elevado para 2 m acima da superfície do terreno e os resultados de deslocamento foram bem melhores (menores) que com bentonita ao nível do terreno (fig. 8-17).



Deslocamentos calculados : (a) com bentonita ao nível do terreno ; (b) com bentonita a 2 m acima do nível do terreno (apud **REMY** e **FUJII** , 1975)

Fig. 8 - 17

Com base nesses estudos pode-se observar que:

- 1) a rotação da sapata é similar a aquela observada no velho Senado (fig. 8-9, parte superior);
- 2) a sapata sofre tanto o movimento de recalque como o de translação horizontal em direção à trincheira, aproximadamente

da mesma ordem de grandeza; e

3) com relação aos níveis de bentonita, o estudo com o nível a 2 m acima da superfície do terreno fornece deslocamentos 4 a 5 vezes menores que aqueles com nível à superfície do terreno.

8.3 - SIMULAÇÃO DE ESCAVAÇÃO ESCORADA: EXEMPLO ILUSTRATIVO

A finalidade deste estudo é uma rápida ilustração do que consiste uma simulação de escavação por elementos finitos.

Não se pretende chegar a uma discussão no tocante à comparação com outros processos de análise, mas pelo menos mostrar a validade do método como forte instrumento de resolução dos problemas de escavação.

IDEALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Foi escolhida para o estudo, uma seção típica de escavação com estrutura de retenção constituída de parede diafragma escorada por estroncas de aço em posição horizontal, sob influência das cargas vizinhas (fig. 8-18).

O espaçamento entre as estroncas de um mesmo nível foi suposto ser de 2 m, e a vala foi assumida ter um comprimento longitudinal tal que, junto com a estrutura de escoramento e o tipo de carregamento, permita a aproximação do problema ao estado plano de deformação. Foi também suposto possível um estudo simétrico.

O maciço é constituído de solo homogêneo do tipo arenoso analisado por Peixoto (1976) de peso específico γ_{sat} igual a $2,0 \text{ t/m}^3$, com presença de lençol freático à profundidade de 10 m. Supõe-se que a presença deste lençol não acarretará esforços adicionais à estrutura de contenção.

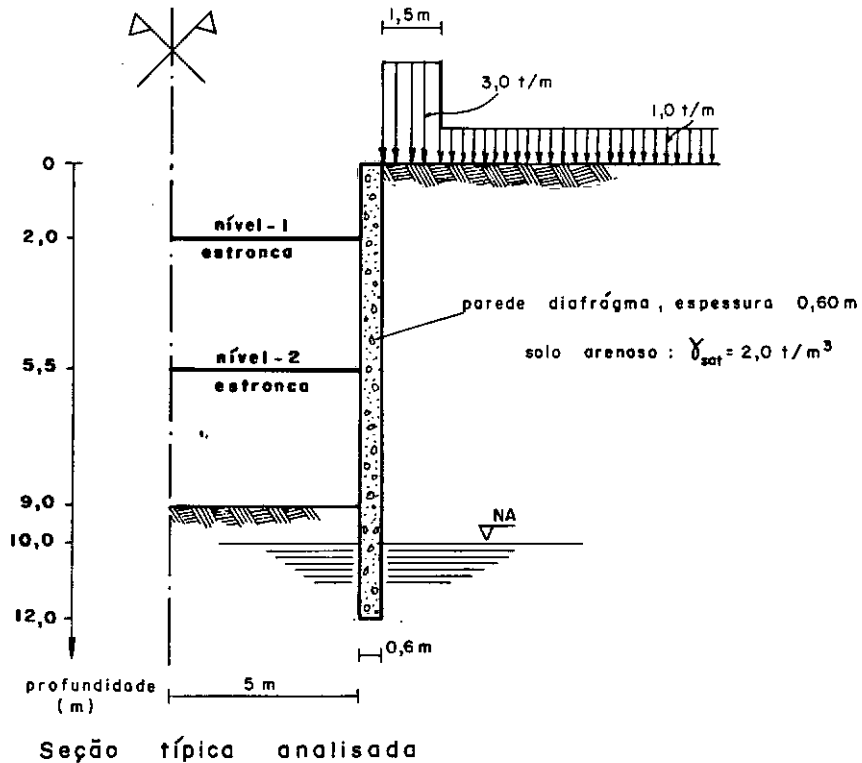


Fig. 8-18

A malha de elementos finitos (fig. 8-19) foi adotada me diante;

a) observação aproximada ao esquema proposto por Desai (1972), sugerido por Duncan e Goodman (1968) e Dunlop et al. (1968) (fig. 8-20); e

b) estudo paramétrico de flexão da parede (Apêndice 4) utilizando o elemento quadrilátero e o de viga.

Admite-se, desde o início, a existência da parede diafragma que vai até a profundidade de 12 m .

No estágio final da escavação a vala terá uma largura de 10 m e uma profundidade de 9 m . As estroncas estarão instaladas às profundidades de 2 m e 5,5 m , e nas adjacências terão cargas distribuídas conforme a figura 8-18.

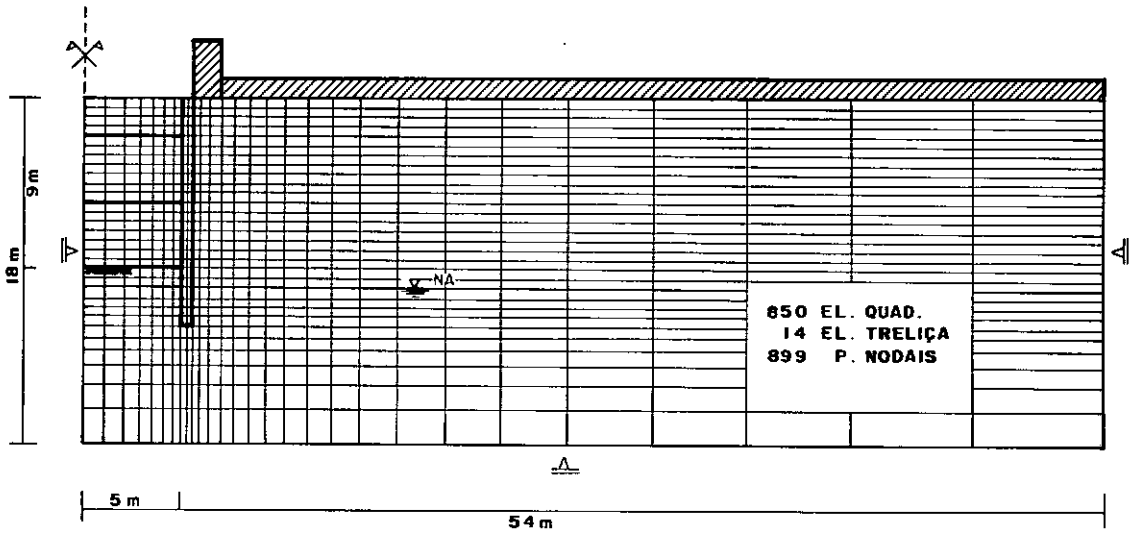


Fig. 8 - 19

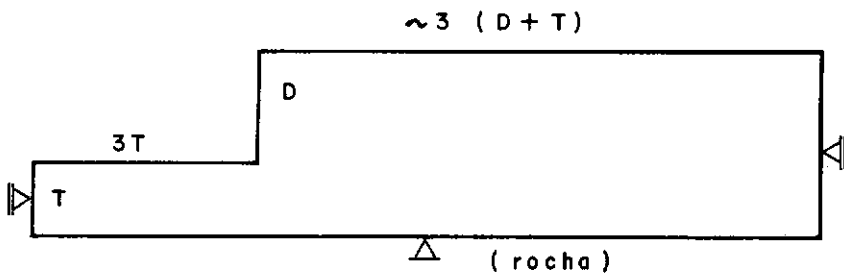


Fig. 8 - 20

PARÂMETROS MATERIAIS UTILIZADOS

1) Solo

Os parâmetros não lineares (parâmetros hiperbólicos) de solo utilizados neste estudo foram aqueles obtidos por Peixoto (1976) a partir de ensaios triaxiais convencionais (σ_3 constante e σ_1 variável) e especiais (σ_1 constante e σ_3 variável) drenados.

A σ_3 constante e σ_1 variável:

$$\begin{aligned} K &= 149 \\ K_{ur} &= 300 \\ n &= 0,376 \\ R_f &= 0,802 \end{aligned}$$

A σ_1 constante e σ_3 variável:

$$\begin{aligned} K &= 1043 \\ K_{ur} &= 2100 \\ n &= 0,55 \\ R_f &= 0,975 \end{aligned}$$

Em virtude de se ter pouco conhecimento a respeito de utilização das formulações (7-2) e (7-25) para o cálculo do coeficiente de Poisson ν no tocante à faixa de valores assumida pelo mesmo (fig. 7-11 e fig. 7-23), decidiu-se abandonar o estudo com ν variável. O valor adotado para ν foi de 0,3, considerado típico em areias.

Outros parâmetros adotados foram:

- coesão efetiva $c' = 0$
- ângulo de atrito interno efetivo $\phi' = 35^\circ$
- módulos elásticos: $E_s = 5000 \text{ t/m}^2$ (para o cálculo de tensões iniciais); $E_s = 5000, 10000, 15000$ e 20000 t/m^2 (para o estudo paramétrico); e $E_s = 10 \text{ t/m}^2$ (para elementos em ruptura).

2) Concreto

O concreto foi assumido como sendo um material isótropo de comportamento elástico linear; os parâmetros foram:

- peso específico $\gamma_c = 2,4 \text{ t/m}^3$
- módulo elástico $E_c = 2100000 \text{ t/m}^2$
- coeficiente de Poisson $\nu_c = 0,2$

Com o intuito de se obter bom comportamento da parede utilizando o elemento quadrilátero foi feito um pequeno estudo paramétrico (apêndice A4.3) do qual foram escolhidos uma discretização e um valor fictício de módulo elástico que melhor simulam a deformada da parede; o valor do módulo foi de $E_c = 1680000 \text{ t/m}^2$.

3) Aço

O aço também foi considerado material isótropo de comportamento elástico linear:

- módulo elástico $E_a = 21000000 \text{ t/m}^2$

Como a estronca de aço é representada por elementos treliça, o coeficiente de Poisson não é utilizado.

4) Outros parâmetros

Com a finalidade de se dar aos elementos escavados uma rigidez nula, adotou-se um material (ar) com o módulo elástico nulo.

A área da seção reta da estronca vale $S_a = 154 \text{ cm}^2$.

SIMULAÇÃO DA ESCAVAÇÃO

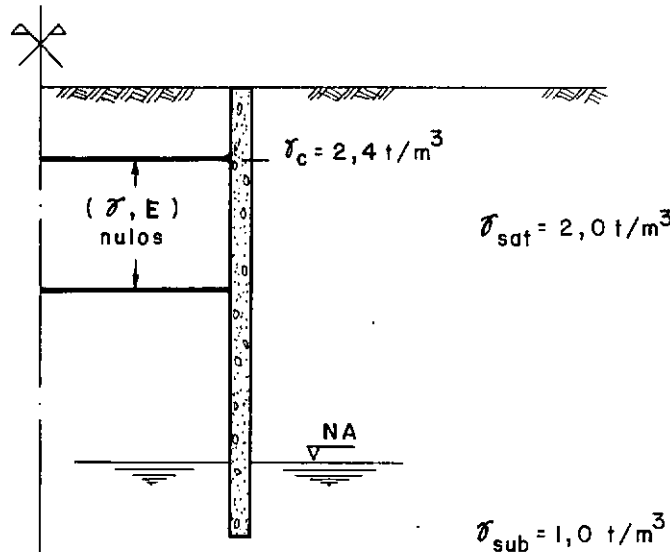
A simulação da escavação foi feita nas seguintes etapas:

19) *determinação das tensões iniciais*

As tensões iniciais foram determinadas pelo Método dos Elementos Finitos mediante aplicação de forças de massa do material (fig. 8-21). Os pesos específicos utilizados foram:

$$\begin{aligned} \text{solo} \quad \{ \quad & \gamma_{sat} = 2,0 \text{ t/m}^3 \\ & \gamma_{sub} = 1,0 \text{ t/m}^3 \\ \text{concreto} \quad \{ \quad & \gamma_c = 2,4 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$

O módulo elástico E , constante para todos os elementos da malha, foi considerado com o valor 5000 t/m^2 arbitrário.



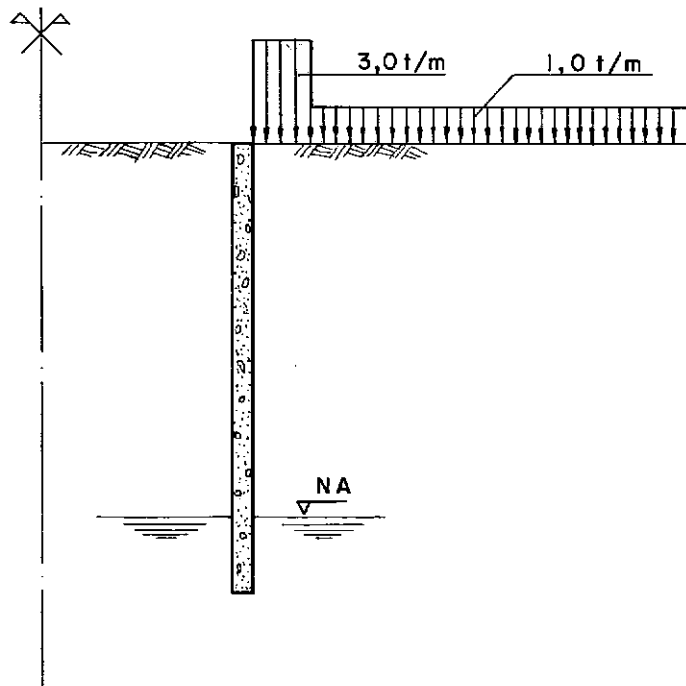
ETAPA - 1 : Cálculo das tensões iniciais

O coeficiente de Poisson para o solo foi determinado utilizando a relação (7-14) e foi encontrado o valor de $\nu_s = 0,3$. Para o concreto foi assumido $\nu_c = 0,2$.

Uma alternativa para o cálculo das tensões iniciais dos elementos treliça é dar-lhes um peso específico e um E nulos, uma vez que, nessa fase inicial, as estroncas não estão instaladas (elementos com tensão nula). Feito isso, na fase da escavação propriamente dita, não haverá necessidade de se anular a rigidez desses elementos.

29) aplicação das sobrecargas

As cargas das vizinhanças foram supostas distribuídas uniformemente ao longo de toda a superfície adjacente (fig. 8-22). Esta etapa consistiu em aplicação destas cargas.

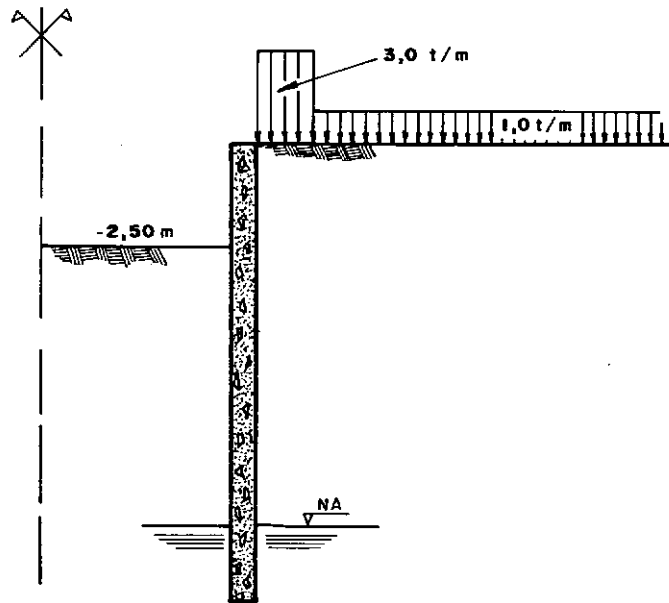


ETAPA - 2 : Aplicação da sobrecarga vizinha

Fig. 8-22

39) *escavação até -2,50 m*

Nesta etapa as camadas de solo foram retiradas até a profundidade de 2,50 m (fig. 8-23).

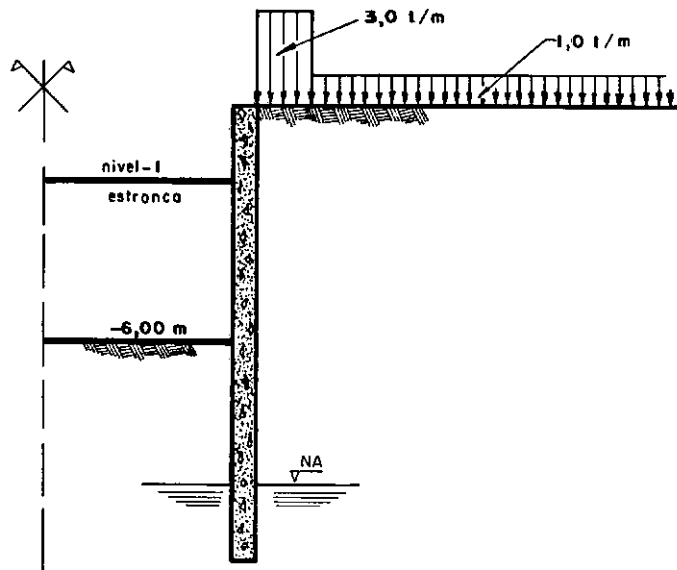


ETAPA - 3 : Escavação

Fig. 8 - 23

49) *colocação do primeiro nível de estroncas seguida de escavação até -6,00 m*

O primeiro nível de estroncas é instalado sem compressão, à profundidade de 2,00 m , portanto, 0,50 m acima da superfície de corte. Em seguida, é feita uma segunda escavação até a profundidade de 6,00 m (fig. 8-24).



ETAPA - 4 : Colocação da estronca e escavação

Fig. 8 - 24

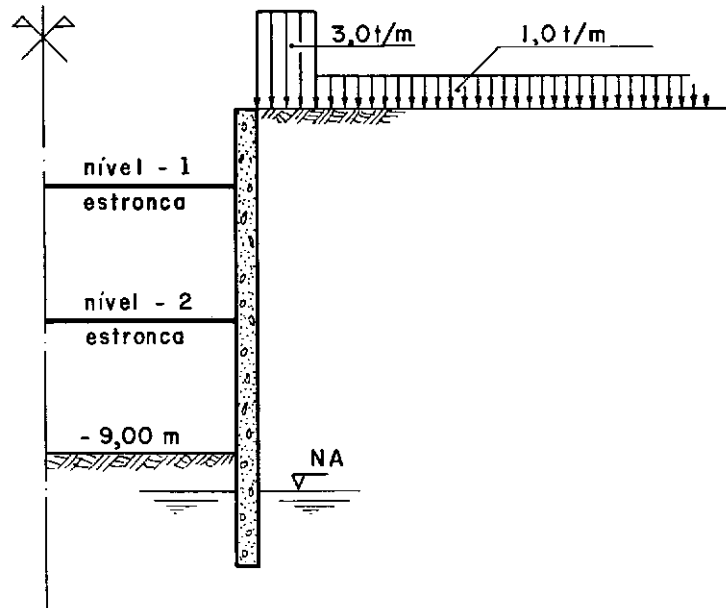
59) colocação do segundo nível de estroncas seguida de escavação até -9,00 m

Nesta fase são instaladas as estroncas do segundo nível e em seguida é feita a escavação até a profundidade final de 9,00 m (fig. 8-25).

ESTUDOS FEITOS E RESULTADOS

Foram feitos os seguintes estudos considerando:

- módulo elástico E_s variável (formulação de Duncan)
- módulo elástico E_s constante ($E_s = 5000, 10000, 15000$ e 20000 t/m^2)



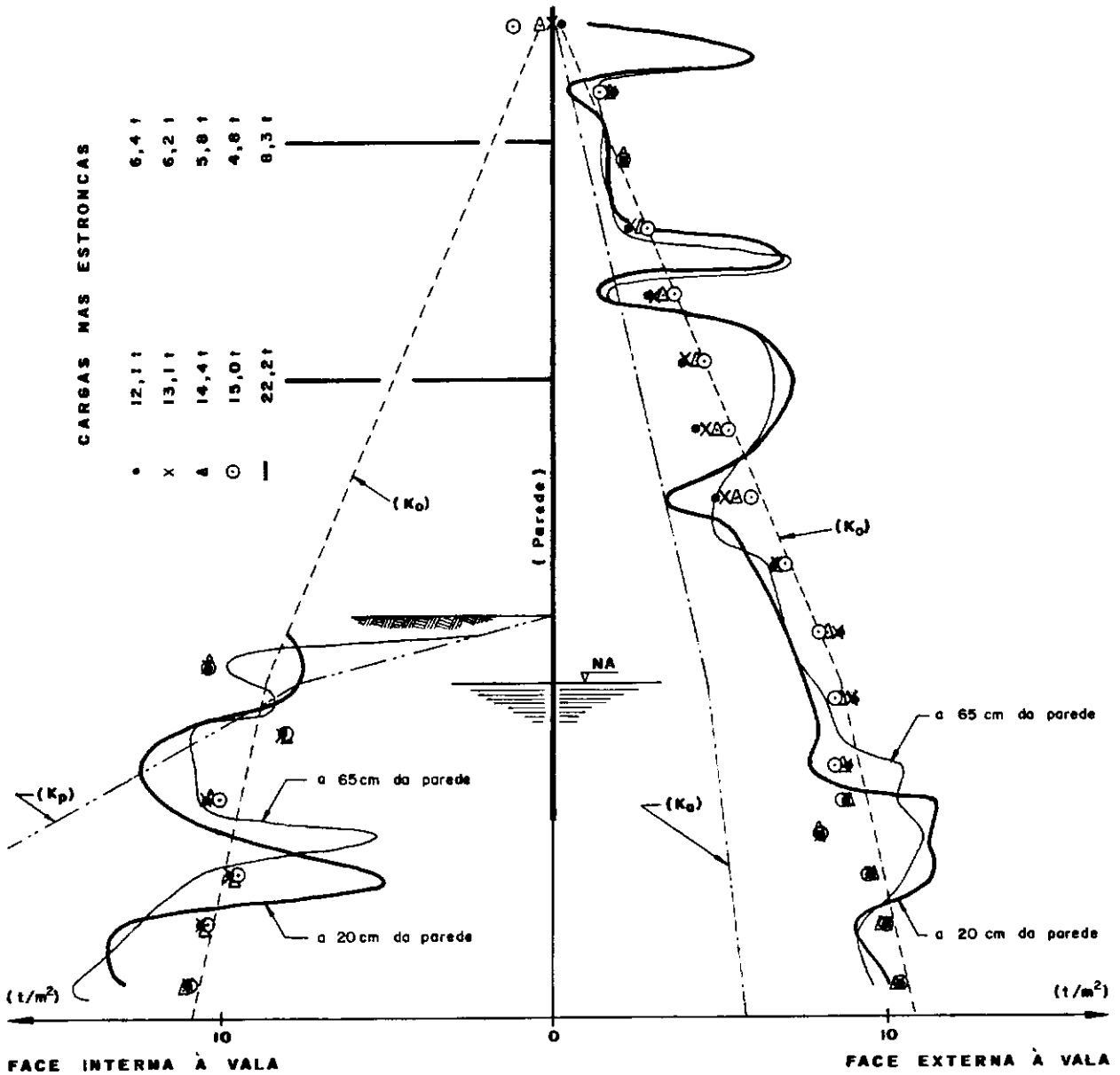
ETAPA - 5 : Colocação da estronca e escavação

Fig. 8 - 25

Os resultados de pressões efetivas horizontais supostamente aplicadas pelo solo em ambas as faces da parede, as forças nas estroncas (por metro de vala) e as linhas que correspondem aos estados ativo (K_a) e passivo (K_p) de Rankine e ao estado de repouso (K_0) estão representados na figura 8-26. Essas pressões correspondem, em verdade, a pontos situados a 20 cm da face da parede em ambos os lados. Na figura estão ainda lançadas as pressões de pontos afastados 65 cm de ambas as faces da parede, para o estudo não linear. Pode-se notar que as pressões logo abaixo do fundo da escavação, do lado de dentro, ultrapassam a resistência passiva de Rankine; observam-se ainda nesta região altos gradientes de tensão somente justificáveis pela deficiência de idealização. A adoção de elementos de interface entre o solo e a parede implicaria provavelmente em resultados melhores nas regiões próximas à parede. As pressões obtidas de estudos com E_s cons-

- E = variável
 ○ E = 5 000 t/m²
 Δ E = 10 000 t/m²
 X E = 15 000 t/m²
 • E = 20 000 t/m²

$$\begin{aligned} \rho &= 0,3 \\ c' &= 0 \\ \phi' &= 35^\circ \\ \gamma_{sat} &= 2,0 \text{ t/m}^3 \end{aligned}$$



Tensões horizontais efetivas
 e
 cargas nas estroncas

Fig. 8 - 26

tante oscilam em torno da curva de K_0 só se afastando desta nas regiões junto ao pé da parede. A variação de E_s mostra-se ter maior influência na região do lado do maciço contido. Quanto às forças nas estroncas, no nível superior, elas tendem a crescer com E_s crescente e, no nível inferior, a decrescer, o que é plenamente justificável pela deformada da parede (fig. 8-29).

Na figura 8-27 estão representadas as curvas de tensões efetivas horizontais e forças nas estroncas evoluindo ao longo das etapas de escavação e na figura 8-28 as curvas de deslocamento horizontal. Nesta figura pode-se observar a rotação da parede praticamente em torno do ponto de apoio do primeiro nível de estroncas o que explica o comportamento acentuado de tensões atrás da parede nessa região.

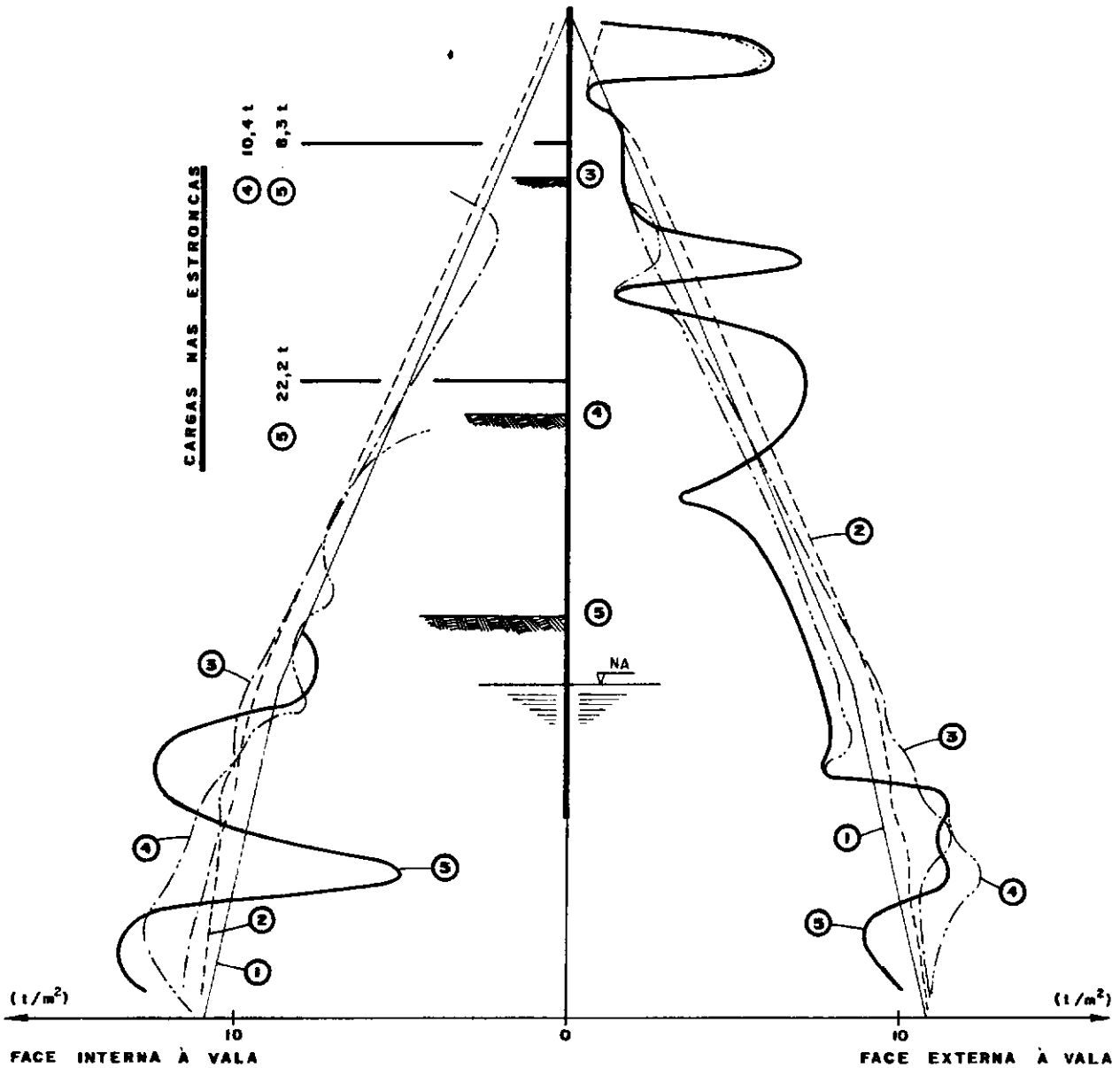
Os deslocamentos horizontais da parede de ambos os estudos estão representados na figura 8-29. Para os estudos com o módulo elástico E_s constante as deformadas da parede se mostram compatíveis com a sua variação; é interessante notar que o ponto de apoio do primeiro nível de estroncas tem o mesmo deslocamento para todos os estudos com E_s constante. Nesta figura a curva de deslocamento da parede obtida com E_s variável parece ser mais condizente com a realidade.

Nas figuras 8-30 e 8-31 estão lançadas as curvas de recalque da superfície do terreno (lado arrimado) e as curvas de levantamento de fundo da superfície de corte da escavação. Em ambas as figuras estão lançadas as curvas com E_s variável e $E_s = 15000 \text{ t/m}^2$. Nas curvas de recalque pode-se observar que os maiores deslocamentos ocorrem por volta de carregamento (etapa-2). Após a etapa final de escavação (etapa-5) há um leve levantamento da parede e dos pontos próximos à mesma, e um novo acréscimo de recalque em regiões mais distantes para o estudo não linear. Para o estudo linear (com $E_s = 15000 \text{ t/m}^2$), na etapa final, há um levantamento geral da superfície com relação à curva após o carregamento (etapa-2). Em ambos os estudos o ponto de maior recalque se

E = variável
 γ = 0,3

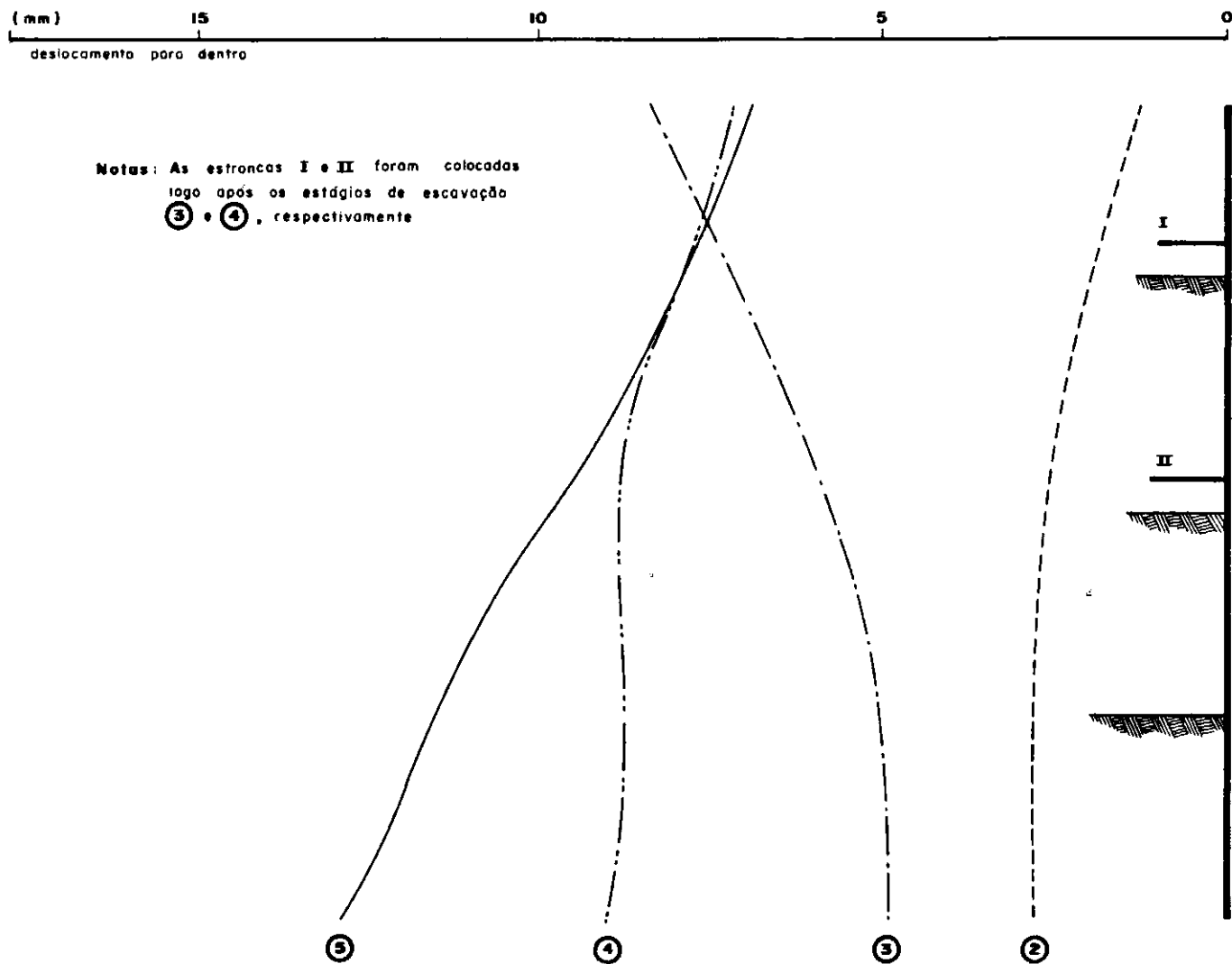
ETAPAS DA ESCAVAÇÃO

- | | |
|---|-------|
| ① | _____ |
| ② | _____ |
| ③ | _____ |
| ④ | _____ |
| ⑤ | _____ |



Tensões horizontais efetivas e cargas nas estroncas
 evolução ao longo das etapas de escavação

Fig. 8-27

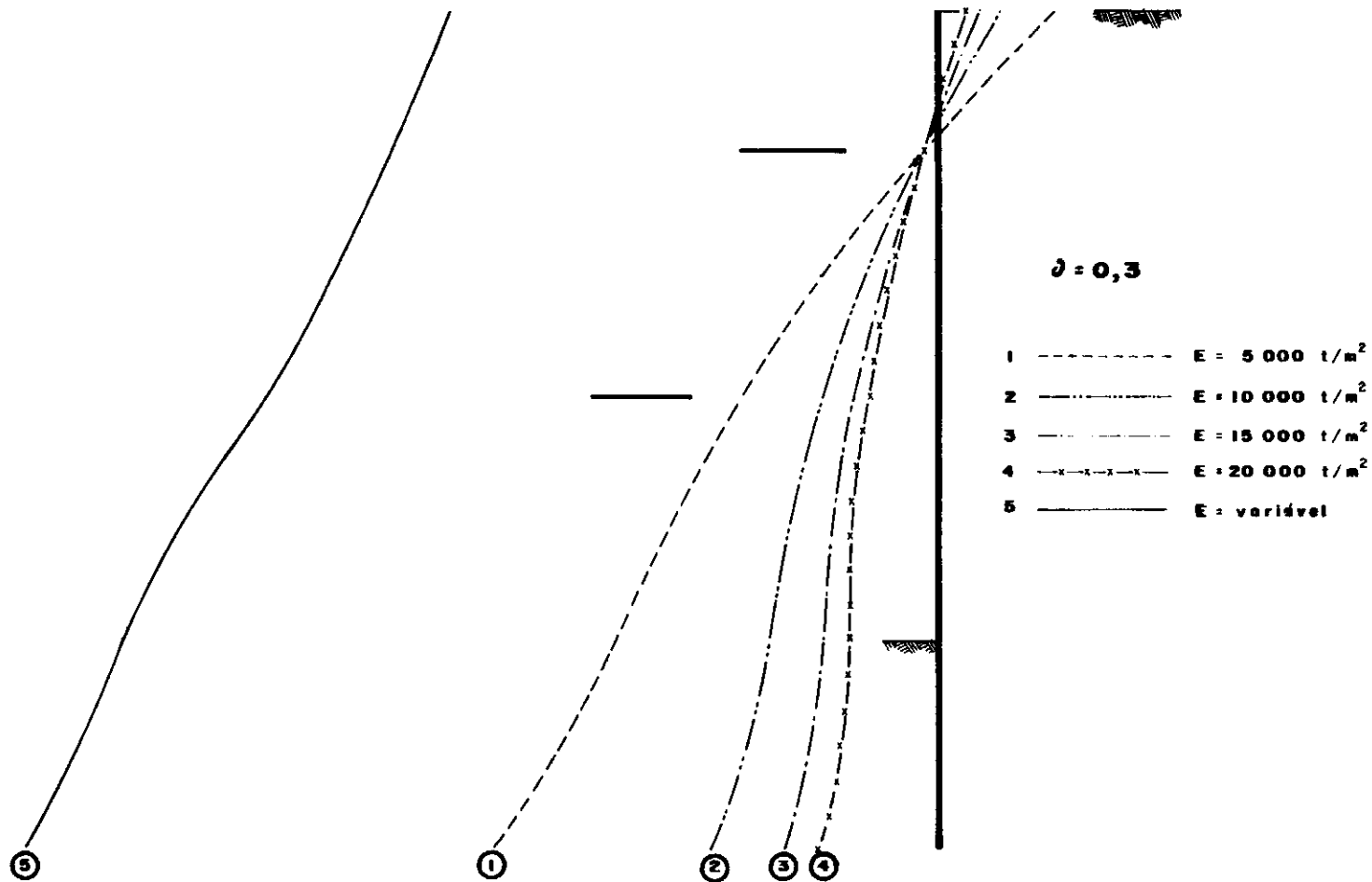


Deslocamento horizontal da parede - evolução ao longo das etapas de escavação

Fig. 8-28

deslocamento para
dentro (mm)

10 5 0



Deslocamento horizontal final da parede

Fig. 8 - 29

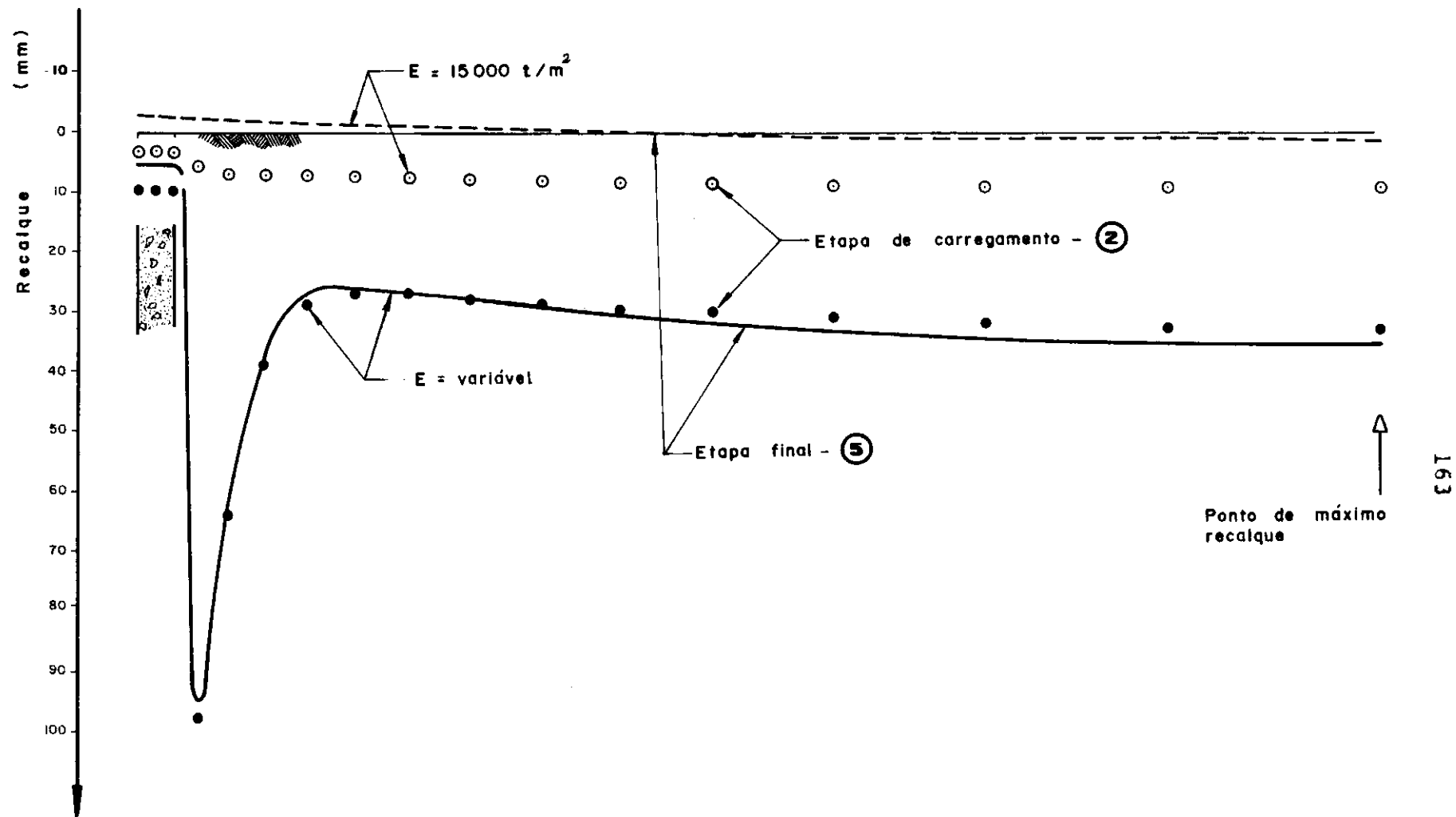
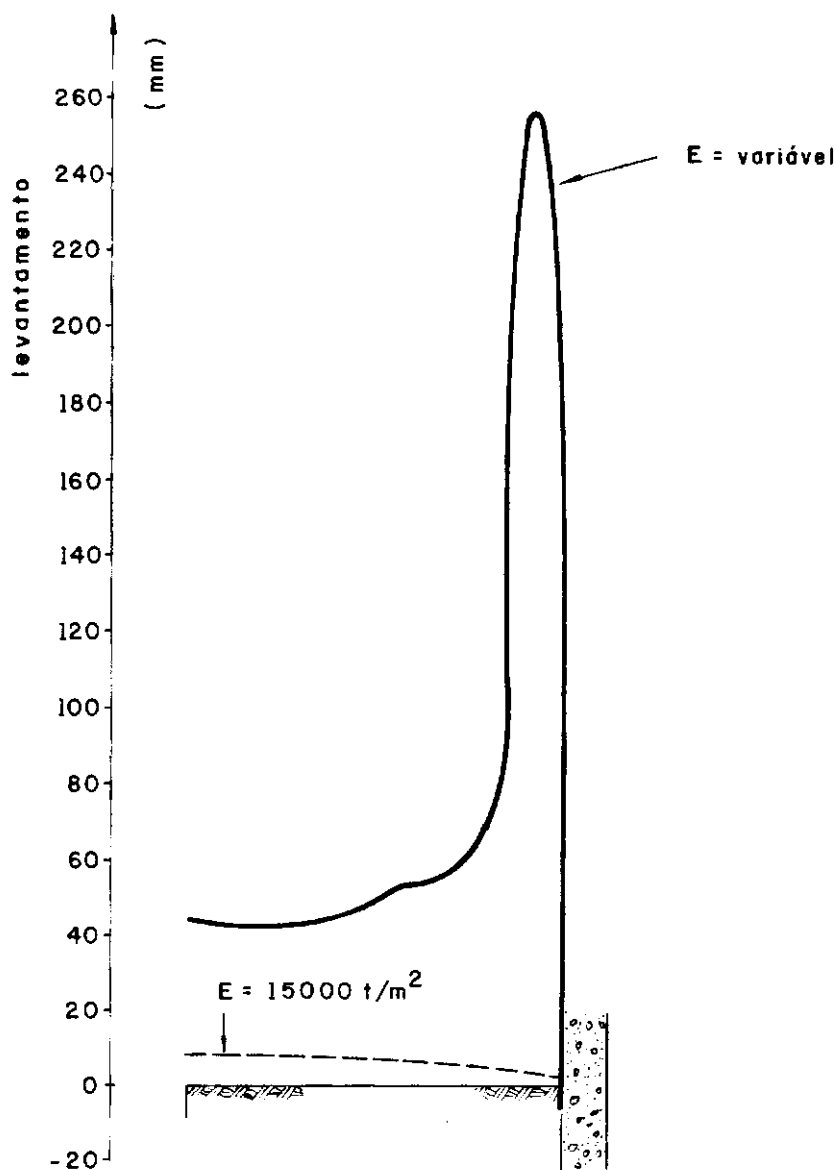


Fig. 8 - 30



Levantamento de fundo

Fig. 8 - 31

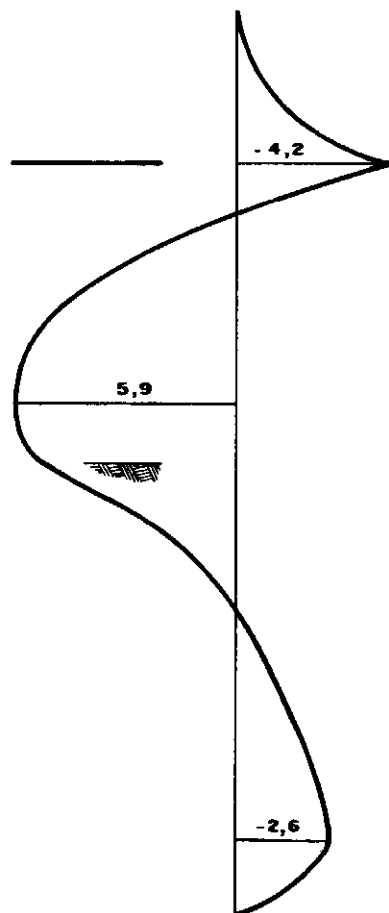
situa à distância aproximada de 21 m da vala. Nas curvas de levantamento de fundo (fig. 8-31) a representada por linhas tracejada parece ser mais condizente com a realidade. Tanto na figura 8-30 como na 8-31 as curvas de recalque e de levantamento de fundo próximas à parede provavelmente apresentam comportamento fictício devido à má idealização da interação solo-parede. Quanto aos deslocamentos de pontos mais distantes os valores são mais consistentes.

Destes dois estudos pode-se observar que os resultados obtidos com E_s variável são melhores que aqueles obtidos com E_s constante. Os resultados obtidos com E_s variável podem ser comparados com os do cálculo convencional apresentado por Velloso e Lopes (1976) (figs. 8-32 e 8-33, e tab. 8-6). A diferença de resultados vem evidentemente das diferentes considerações concernentes a cada um dos métodos. Nas curvas de momentos fletores os resultados de ambos os métodos se mostram bastante concordantes, com os valores de elementos finitos um pouco maiores na etapa-4 e um pouco menores na etapa-5. A tabela 8-6 mostra os valores das forças nas estroncas (por metro de vala) calculadas a partir dos métodos convencionais (apud Velloso e Lopes, 1976) e deste estudo de elementos finitos. Novamente os resultados são concordantes (apenas para E_s variável) somente variando na sua distribuição nos dois níveis de estroncas. Essa diferença vem de diferentes distribuições de pressões calculadas na parede pelos dois métodos.

Pode-se concluir deste estudo que:

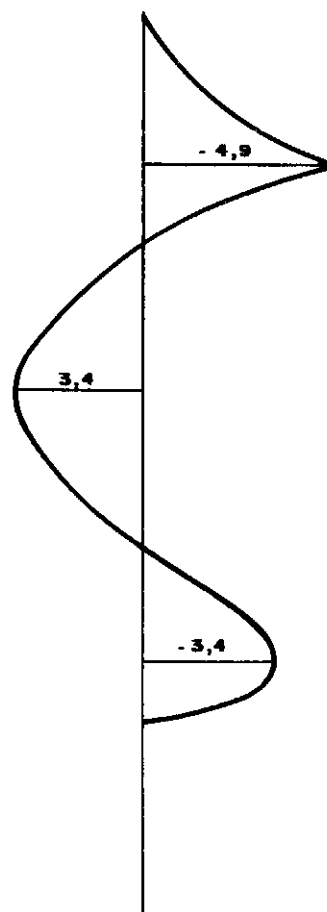
1) a idealização da parede é suficientemente satisfatória para o problema em questão;

2) as condições de contorno do maciço sugeridas por Desai (1972) é satisfatória tendo em vista o comportamento das curvas de recalque nas regiões distantes à vala (horizontal) e o comportamento da curva de tensões horizontais (estudo linear) nas regiões profundas;



a) Método dos elementos finitos

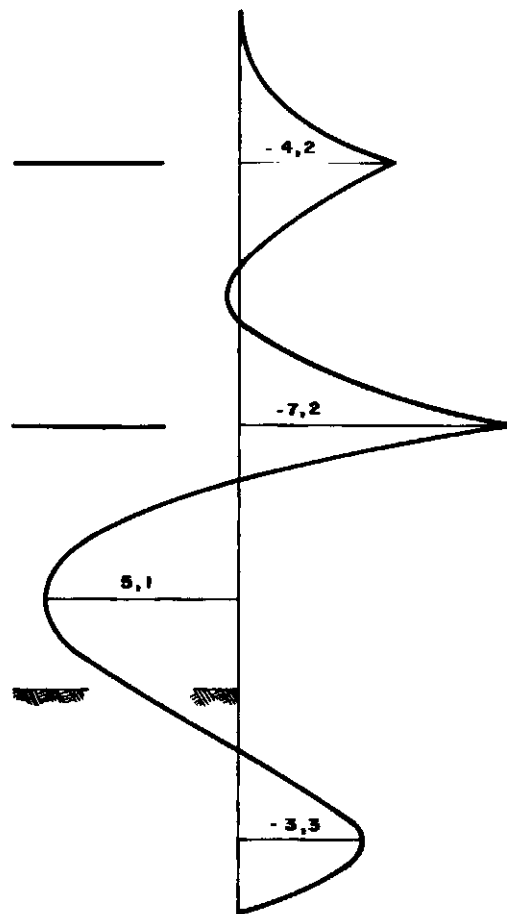
ETAPA 4
(INSTALAÇÃO DA 1ª ESTRONCA)



b) Método do apoio fixo (apud VELOSO e LOPES, 1976)

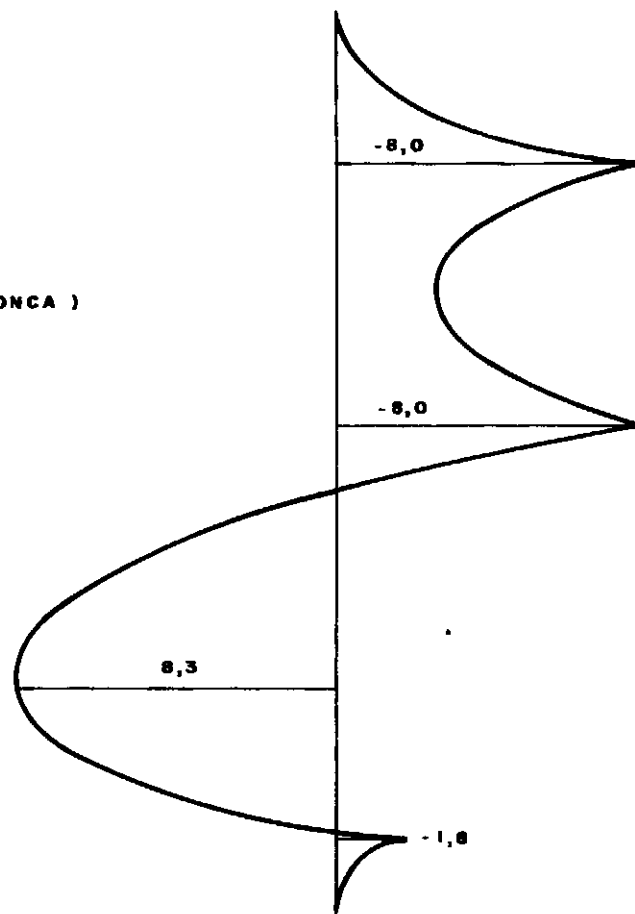
Cálculo dos momentos fletores na parede (t.m)

Fig. 8 - 32



a) Método dos elementos finitos

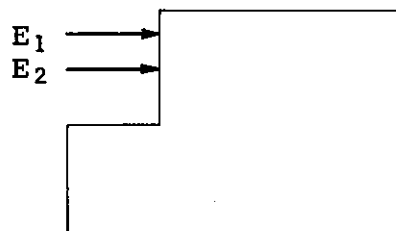
ETAPA 5
(INSTALAÇÃO DA 2ª ESTRONCA)



b) Método do apoio livre (apud VELLOSO e LOPES, 1976)

Cálculo dos momentos fletores na parede (t.m)

Fig. 8 - 33



				E ₁ (t)	E ₂ (t)	E ₁ + E ₂ (t)
ETAPA 4	MÉTODO CONVENCIONAL			11,0	-	11,0
	M.E.F.	E _s (t/m ²)	variável	10,4	-	10,4
			5000	5,4	-	5,4
			10000	5,2	-	5,2
			15000	4,9	-	4,9
			20000	4,7	-	4,7
ETAPA 5	MÉTODO CONVENCIONAL			14,5	16,9	31,4
	M.E.F.	E _s (t/m ²)	variável	8,3	22,2	30,5
			5000	4,8	15,0	19,8
			10000	5,8	14,4	20,2
			15000	6,2	13,1	19,3
			20000	6,4	12,1	18,5

FORÇA NAS ESTRONCAS (por metro de vala)

3) a análise dos resultados de momentos fletores e forças cortantes mostra o equilíbrio estático;

4) a não idealização do contacto solo-parede com um elemento de interface leva ao cálculo irreal de deslocamentos (principalmente deslocamentos verticais) e tensões nessa região, carregando altos gradientes de tensão não possíveis de ser acompanhados pelo campo de tensões dos elementos finitos considerados. Essas tensões, no caso, são maiores que as reais, e isso implica em cálculo errático dos módulos elásticos e, conseqüentemente, dos deslocamentos. Deve ser salientado, no entanto, que esse problema é apenas local (análogo ao de uma carga concentrada na fronteira de um contínuo deformável) não interferindo significativamente no comportamento do restante do maciço;

5) no método dos deslocamentos a estrutura idealizada é sempre mais rígida que o contínuo real, e adicionando a isso a não implementação do elemento de interface, a rigidez introduzida no maciço se torna ainda maior. Os deslocamentos calculados, portanto, serão menores que os reais e, conseqüentemente, as tensões serão maiores (supondo bom o comportamento do modelo de representação do solo adotado); e

6) os momentos fletores na região de apoio das estroncas deverão ser maiores uma vez que durante a idealização da seção (apêndice 4) o efeito de punção da estronca segundo a direção longitudinal da vala é eliminado.

CAPÍTULO 9

CONCLUSÕES

As conclusões para o presente estudo de elementos finitos são:

1) o programa de computador elaborado comporta-se muito bem. Foi testado com exemplos de trabalhos já publicados - Chandrasekaran e King (1974) e Christian e Wong (1973) em escavações, e Kulhawy (1974) em túneis - com excelentes resultados;

2) o estudo linear não permite representar de maneira realística os deslocamentos das paredes de escavações;

3) os resultados de estudo não linear (módulo elástico variável) com o coeficiente de Poisson constante concordam com as medições experimentais dentro da aproximação que se pode esperar da determinação experimental dos parâmetros de solo;

4) o estudo não linear com o coeficiente de Poisson variável resulta em distribuição de tensões erráticas;

5) o elemento de viga não é compatível com o elemento quadrilátero linear e, por conseguinte, ambos não devem ser utilizados conjuntamente;

6) o não uso do elemento de interface para representar

a interação solo-parede acarreta distribuição de tensões irreais ao longo da parede;

7) o elemento quadrilátero, mediante artifícios de escolha de malha e de um módulo elástico fictício, pode representar bem os estados de flexão; e

8) o elemento treliça representa bem a estronca dentro dos propósitos de sua utilização.

BIBLIOGRAFIA

- ACUÑA, J.L. (1971), *"Análisis de Pórticos con Paredes de Concreto por el Metodo de Elementos Finitos"*, Proc., XV Jornadas Sud-Americanas de Ingenieria Estructural
- ARANTES E OLIVEIRA, E.R. (1966), *"Introdução à Teoria das Estruturas de Comportamento Linear"*, Lisboa, dez.
- BJERRUM, L., e ANDERSON, K. (1973), *"In-Situ Measurement of Lateral Pressures in Clay"*, Proc., 5th European Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Madrid, pp. 11-20
- BJERRUM, L., e EIDE, O. (1956), *"Stability of Strutted Excavation in Clay"*, Geotechnique, VI, 1, 31, London (citado por Teng, 1974)
- BOWLES, J.E. (1968), *"Foundation Analysis and Design"*, McGraw-Hill Book Company
- BROOKER, E.W., e IRELAND, H.O. (1965), *"Earth Pressures at Rest Related to Stress History"*, Canadian Geotechnical Journal, vol. II, nº 1, pp. 1-15
- CEDERGREN, H.R. (1967), *"Seepage, Drainage and Flow Nets"*, John Wiley and Sons, Inc., New York
- CHANDRASEKARAN, V.S., e KING, G.J.W. (1974), *"Simulation of Excavation using Finite Elements"*, J. of the Geot. Engg. Div., ASCE, vol. 100, nº GT9, Sept.

- CHANG, T.Y., KO, H.Y., SCOTT, R.F., e WESTMANN, R.A. (1967), "*An Integrated Approach to the Stress Analysis of Granular Materials*", Report to NSF, Calif. Inst. of Tech., Pasadena, California (citado por Lade, 1972)
- CHANG, C.-Y. (1969), "*Finite Element Analyses of Soil Movements Caused by Deep Excavation and Dewatering*", Thesis presented to the University of California, Berkeley, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy
- CHANG, C.-Y., e DUNCAN, J.M. (1970), "*Analysis of Soil Movements Around a Deep Excavation*", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 96, nº SM5, Sept., pp. 1655-1681
- CHEN, L.-S. (1948), "*An Investigation of Stress-Strain and Strength Characteristic of Cohesionless Soils by Triaxial Compression Tests*", Proc., 2nd Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Rotterdam, vol. V, pp. 35-43 (citado por Lade, 1972)
- CHRISTIAN, J.T., e WONG, I.H. (1973), "*Errors in Simulating Excavation in Elastic Media by Finite Elements*", Jap. Soc. of Soil Mech. and Found. Engg., Soils and Foundations, vol. 13, nº 1, Mar.
- CLOUGH, R.W. (1962), "*The Stress Distribution of Norfolk Dam*", Issue 19, Series 100, Struct. and Materials Research, Dept. of Civil Engg., Univ. of Calif., Berkeley, Mar. (citado por Desai, 1972)
- CLOUGH, R.W., e RASHID, Y. (1965), "*Finite Element Analysis of Axisymmetric Solids*", J. of Engg. Mech. Div., ASCE, vol. 91, nº EM1, Feb. (citado por Desai, 1972)
- CLOUGH, R.W., e WOODWARD, R.J. (1967), "*Analysis of Embankment*

Stresses and Deformations", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 93, nº SM4, July

CLOUGH, G.W., e DUNCAN, J.M. (1969), *"Finite Element Analysis of Port Allen and Old River Locks"*, Contract Report nº S-69-3, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., Sept.

CLOUGH, G.W., e DUNCAN, J.M. (1971), *"Finite Element Analyses of Retaining Wall Behaviour"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 97, nº SM12, Dec.

COMPANHIA DO METROPOLITANO DE RIO DE JANEIRO, *"Diretrizes da Coordenação - Instruções Técnicas"*, DC-02

COOK, R.D. (1974), *"Concepts and Applications of Finite Element Analysis"*, John Wiley and Sons, Inc.

CORNFIELD, G.M. (1975), *"Sheet Pile Structures"* em 'Foundation Engineering Handbook', editado por H.F.Winterborn e H.-Y. Fang, Van Nostrand Reinhold Co., New York

COROTIS, R.B., FARZIN, M.H., e KRIZEK, R.J. (1974), *"Nonlinear Stress-Strain Formulation for Soils"*, J. of the Geot. Engg. Div., ASCE, nº GT9, Sept., pp. 993-1008

D'APPOLONIA, D.J., e LAMBE, T.W. (1970), *"Method for Predicting Initial Settlement"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 96, nº SM2, Mar., pp. 523-544

DESAI, C.S. (1971), *"Nonlinear Analyses Using Spline Functions"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 97, nº SM10, Oct.

DESAI, C.S., e ABEL, J.F. (1972), *"Introduction to the Finite Element Method"*, VNRC

- DESAI, C.S. (1972), *"Theory and Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering"*, State-of-the-Art Report, Proc. WES Symposium on Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering, Vicksburg, Miss.
- DOMASCHUK, L., e WADE, N.H. (1969), *"A Study of Bulk and Shear Moduli of a Sand"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 95, n° SM2, Mar., pp. 561-681
- DUNCAN, J.M., e DUNLOP, P. (1968), *"Slopes in Stiff-Fissured Clays and Shales"*, Contract Report n° TE-68-6, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., June
- DUNCAN, J.M., e GOODMAN, R.E. (1968), *"Finite Element Analysis of Slopes in Jointed Rocks"*, Contract Report n° S-68-3, U. S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., Feb.
- DUNCAN, J.M., e DUNLOP, P. (1969), *"Slopes in Stiff-Fissured Clays and Shales"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 95, n° SM2, Mar., pp. 467-492
- DUNCAN, J.M., e CHANG, C.-Y. (1970), *"Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 96, n° SM5, Sept.
- DUNCAN, J.M., e CLOUGH, G.W. (1971), *"Finite Element Analyses of Port Allen Lock"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 97, n° SM8, Aug., pp. 1053-1066
- DUNCAN, J.M. (1972), *"Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Dams, Excavations and Slopes"*, State-of-the-Art Report, Proc. WES Symposium on Application of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering,

Vicksburg, Miss.

- DUNCAN, J.M., e LEFEBVRE, G. (1973), "*Earth Pressures on Structures Due to Fault Movements*", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 99, nº SM12, Dec., pp. 1153-1163
- DUNCAN, J.M. (1974), "*Finite Element Analyses of Slopes and Excavations*", State-of-the-Art Report, Anais do 1º Seminário Brasileiro do Método dos Elementos Finitos Aplicado a Mecânica dos Solos, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro.
- DUNLOP, P., DUNCAN, J.M., e SEED, H.B. (1968), "*Finite Element Analyses of Slopes in Soils*", Contract Report nº S-68-6, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., May
- DUNLOP, P., e DUNCAN, J.M. (1970), "*Development of Failure Around Excavated Slopes*", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 96, nº SM2, Mar.
- FUJII, J., e RÉMY, J.P. (1974), "*Analysis by Finite Element Method of the Influence of Temperature Variations on Strut Loads*", Anais do 1º Seminário Brasileiro do Método dos Elementos Finitos Aplicado a Mecânica dos Solos, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro
- GERWICK JR., B.C. (1970), "*Sheeting Systems - Construction Methods*", 'Design and Construction of Deep Retained Excavations', ASCE/SEAONC Continuing Education Seminars, Nov.
- GIRIJAVALLABHAN, C.V., e REESE, L.C. (1968), "*Finite Element Method Applied to Some Problems in Soil Mechanics*", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 94, nº SM2, Mar., pp. 473-496

- GIRIJAVALLABHAN, C.V. (1969), *"Analysis of Shear Walls with Openings"*, J. of the Struct. Div., ASCE, n° ST10, Oct., pp. 2093-2103
- HANSEN, J.B. (1953), *"Earth Pressure Calculation"*, Teknisk Forlag A/S, Copenhagen (citado por Velloso e Lopes, 1976)
- HANSEN, J.B. (1963), *"Discussion of 'Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils' by R.L.Kondner"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 89, n° SM4, July, pp. 241-242
- HANSEN, J.B. (1965), *"Some Stress-Strain Relationships for Soils"*, Proc., 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Montreal, vol. I, pp. 231-234 (citado por Lade, 1972)
- HANSEN, J.B. (1966), *"Stress-Strain Relationships for Sand"*, The Danish Geotechnical Institute, Bulletin n° 20, Copenhagen, pp. 8-14 (citado por Lade, 1972)
- ISHIHARA, K. (1970), *"Relations Between Process of Cutting and Uniqueness of Solutions"*, Japanese Soc. of Soil Mech. and Found. Engg., Soils and Foundations, vol. 10, n° 3, Sept.
- JAKY, J. (1948), *"Pressure in Silos"*, Proc., 2nd Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Rotterdam, vol. I, pp. 103-107 (citado por Teng, 1974)
- JANARADANAN, O.U., e HARKAULI, A.N. (1963), *"Rebound Characteristics of Cohesionless Soils"*, Proc., 2nd Asian Regional Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., vol. I, Japan, pp. 1-4 (citado por Lade, 1972)
- JANBU, N. (1963), *"Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests"*, Proc., European Conf. on Soil Mech.

and Found. Engg., Wiesbaden, vol. I, pp. 19-25 (citado por Lade, 1972)

JANBU, N., e HJELDNE, E.I. (1965), "*Principal Stress Ratios and their Influence on the Compressibility of Soils*", Proc., 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Montreal, vol. I, pp. 249-253 (citado por Lade, 1972)

KENNEY, T.C. (1967), "*Field Measurements of In-Situ Stresses in Quick Clays*", Proc., Oslo Geotechnical Conference, vol. 1, pp. 49-56 (citado por Duncan, 1974)

KONDNER, R.L. (1963), "*Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils*", J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 89, n° SM1, Feb., pp. 115-143

KONDNER, R.L., e ZELASKO, J.S. (1963a), "*A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands*", Proc., 2nd Pan-American Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Brasil, vol. I, pp. 289-324

KONDNER, R.L., e ZELASKO, J.S. (1963b), "*Void Ratio Effects on the Hyperbolic Stress-Strain Response of a Sand*", Laboratory Shear Testing of Soils, ASTM, Special Technical Publication, n° 361, Ottawa, pp. 250-257 (citado por Lade, 1972)

KONDNER, R.L., e HORNER, J.M. (1965), "*Triaxial Compression of a Cohesive Soil with Effective Octahedral Normal Stress Control*", Canadian Geotechnical Journal, vol. 2, n° 1, pp. 40-52

KULHAWY, F.H., DUNCAN, J.M., e SEED, H.B. (1969), "*Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Embankments During Construction*", Report n° TE-69-4, Office of Research Services, Univ. of Calif., Berkeley

- KULHAWY, F.H., e DUNCAN, J.M. (1970), *"Nonlinear Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Oroville Dam"*, Report nº TE-70-2, Office of Research Services, Univ. of Calif. Berkeley
- KULHAWY, F.H., e DUNCAN, J.M. (1972), *"Stresses and Movements in Oroville Dam"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 98, nº SM7, Sept., pp. 653-665
- KULHAWY, F.H. (1974), *"Finite Element Criteria for Underground Openings in Rocks"*, Int. J. Rock Mech. Mining Sciences, 11, pp. 465-472
- LADE, P.V. (1972), *"The Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils"*, Thesis presented to the University of California, Berkeley, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, Aug.
- LEFEBVRE, G., e DUNCAN, J.M. (1971), *"Three-Dimensional Finite Element Analyses of Dams"*, Contract Report nº S-71-6, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., May (citado por Desai; 1972)
- LEFEBVRE, G., DUNCAN, J.M., e WILSON, E.L. (1973), *"Three-Dimensional Finite Element Analysis of Dams"*, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, vol. 99, nº SM7, pp. 495-507
- LOPES, F.R. (1974), *"Análise do Controle da Água em Escavação pelo Método dos Elementos Finitos"*, Tese de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro
- MANSUR, C.I., e KAUFMAN, R.I. (1962), *"Dewatering"* em 'Foundation Engineering', editado por Leonards, McGraw-Hill Book Company, Inc.

- MAKHOLOUF, H.M., e STEWART, J.J. (1965), *"Factors Influencing the Modulus of Elasticity of Dry Sand"*, Proc., 6th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., Montreal, vol. I, pp. 298-302 (citado por Lade, 1972)
- MARCAL, P.V. (1969), *"Finite Element Analysis with Material Non-linearities: Theory and Practice"*, Proc., U.S.-Japan Seminar, Matrix Methods in Structural Mechanic, Tokyo, pp. 257-282 (citado por Desai, 1972)
- MASSAD, F., e MORI, M. (1972), *"Considerações sobre o Uso do Método dos Elementos Finitos em Problemas de Percolação"*, Congresso Brasileiro de Grandes Barragens, São Paulo
- METALFLEX (1975), Catálogo
- MORGENSTERN, N.R., e EISENSTEIN, Z. (1970), *"Methods of Estimating Lateral Loads and Deformations"*, Proc., ASCE Specialty Conf. on Lateral Stresses in the Ground and Design of Earth-Retaining Structures, Cornell University, pp. 51-102
- NOBARI, E.S. (1971), *"Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movements in Earth and Rockfill Dams"*, Dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, Univ. of Calif., Berkeley (citado por Desai, 1972)
- NOBARI, E.S., DUNCAN, J.M. (1972), *"Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movements in Earth and Rockfill Dams"*, Report nº TE-72-1, Univ. of Calif., Berkeley (citado por Duncan, 1974)
- ODEN, J.T. (1969), *"Finite Element Applications in Nonlinear Structural Analysis"*, Proc., Symp. on Appl. of Finite Element Method in Civil Engg., ASCE-Vanderbilt Univ.,

Nashville, Nov. (citado por Desai, 1972)

ODEN, J.T. (1972), *"Finite Elements of Nonlinear Continua"*, McGraw-Hill Book Company, New York

PALMER, J.H.L., e KENNEY, T.C. (1971), *"Analytical Study of a Braced Excavation in Weak Clay"*, Proc., 24th Canadian Geotechnical Conference, Halifax, Nova Scotia, Sept.

PALMERTON, J.B. (1969), *"Preliminary Finite Element Analysis Atchafalaya Basin Protection Levees, Test Section 3"*, Miscellaneous Paper S-69-53, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., Dec. (citado por Duncan, 1972)

PALMERTON, J.B. (1972), *"Three-Dimensional Finite Element Analysis"* Proc., WES Symp. on Appl. of Finite Element Method in Geotechnical Engg., Vicksburg, Miss., May

PALMERTON, J.B., e LEFEBVRE, G. (1972), *"Three-Dimensional Behaviour of a Central Core Dam"*, Geotechnical Engg., Univ. of Calif., Berkeley, Report (citado por Duncan, 1972)

PARISEAU, W.G., VOIGHT, B., e DAHL, H.D. (1970), *"Finite Element Analyses of Elastic-Plastic Problems in the Mechanics of Geologic Media: An Overview"*, Proc., 2nd Congress of Int. Soc. of Rock Mech., Belgrade (citado por Desai, 1972)

PECK, R.B., e LOWE III, J. (1960), *"Shear Strength of Undisturbed Cohesive Soils"*, Research Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, J. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, Univ. of Colorado, Boulder, Colorado, June

PECK, R.B. (1969), *"Deep Excavation and Tunneling in Soft Ground"*,

- State-of-the-Art Report, Proc., 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Engg., State-of-the-Art volume, p. 255
- PEIXOTO, F.J.L. (1976), *"Obtenção em Laboratório de Parâmetros de Solos para Aplicação do Método dos Elementos Finitos"*
Tese de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro
- RÉMY, J.P., e FUJII, J. (1975), *"The Influence of the Excavation of Diaphragm Wall Panels on the Settlement of Adjacent Structures"*, Anais do Vº Congresso Panamericano de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundação, Tomo I, Buenos Aires
- RUDDOCK, E.C. (1967), *"Residual Soils of the Kumasi District in Ghana"*, Geotechnique, vol. 17, nº 4, pp. 359-377
(citado por Duncan, 1974)
- SANDHU, R., WILSON, E.L., e RAFAEL, J.E. (1967), *"Two-Dimensional Analysis with Incremental Construction and Creep"*, Struct. Engg. Laboratory, Report nº SESM 67-34, Univ. of Calif., Berkeley, Dec. (citado por Desai, 1972)
- SHAH, J.M. (1966), *"Ill-Conditioned Stiffness Matrices"*, J. of the Struct. Div., ASCE, nº ST6, Dec.
- SHERIF, M.A., e KOCH, D.E. (1970), *"Coefficient of Earth Pressure at Rest as Related to Soil Precompression Ratio and Liquid Limit"*, HRB, nº 323
- SHIEH, W.Y.J., e SANDHU, R.S. (1970), *"Applications of Elastic-Plastic Analysis in Earth Structures"*, Proc., Natl. Meeting on Water Resources Engg., ASCE, Memphis, Tenn., Jan.
- SKEMPTON, A.W. (1961), *"Horizontal Stresses in an Overconsolidated Clay"*, Proc., 5th Int. Conf. on Soil Mech. and Found.

Engg., vol. I, p. 351 (citado por Duncan, 1974)

SOUTO SILVEIRA, E.B., e ZAGOTTIS, D.L. (1970), "*Elementos Finitos em Barragens de Terra - Influência da Posição do Filtro na Fissuração*", VI Sem. Nac. de Grandes Barragens, GB.

SOUTO SILVEIRA, E.B. (1971), "*Fissuramento em Barragens de Terra e em Núcleos de Barragens de Terra e Enrocamento*", VII Sem. Nac. de Grandes Barragens, GB

SOUTO SILVEIRA, E.B., EIGENHEER, L.P., FRANCO, J.O.J., e ÁVILA, L. (1973), "*Problemas Relativos ao Projeto e Construção de Drenagem Interna de Barragens de Terra*", IX Sem. Nac. de Grandes Barragens, GB

STROHM, W.E., e JOHNSON, S.J. (1971), "*The Influence of Construction Step Sequence and Nonlinear Material Behaviour on Cracking of Earth and Rockfill Dams*", Miscellaneous Paper S-71-10, U.S.Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., May (citado por Desai, 1972)

SZÉCHY, K. (1965), "*Der Grundbau*", Springer, Verlag, Wien (citado por Velloso e Lopes, 1976)

TERZAGHI, K. (1943), "*Theoretical Soil Mechanics*", John Wiley and Sons, Inc., New York

TERZAGHI, K., e PECK, R.B. (1967), "*Soil Mechanics in Engineering Practice*", 2nd edition, John Wiley and Sons, Inc., New York

TENG, W.C. (1974), "*Foundation Design*", Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi

TSCHEBOTARIOFF, G.P. (1962), "*Retaining Structures*" em 'Foundation

Engineering', editado por Leonards, Kogakusha Company, Ltd., Tokyo

- TSUTSUMI, M. (1975), *"Simulação de Escavação Escorada por meio de Elementos Isoparamétricos"*, Tese de Mestrado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro
- TSUTSUMI, M., EBECKEN, N.F.F., e FUJII, J. (1975), *"O Método dos Elementos Finitos Aplicado à Simulação de Escavação"*, Jornadas Luso-Brasileiras de Eng. Civil (adiado "sine die")
- VELLOSO, D.A., e LOPES, F.R. (1976), *"Paredes Moldadas no Solo"*, publicação da Estacas Franki S.A.
- VERDEYEN, J., ROISIN, V., e NUYENS, J. (1971), *"Applications de la Mécanique des Sols"*, Tomo III, Vander Éditeur (Bruxelles-Louvain), Dunod Éditeur (Paris)
- YUDHBIR, e VARADARAJAN, A. (1974), *"Lateral Earth Pressure Analysis using Relevant Soil Modulus"*, Jap. Soc. of Soil Mech. and Found. Engg., Soils and Foundations, vol. 14, nº 2, June
- WEISSENBACH, A. (1962), *"Empuxo Passivo sobre Áreas de Pequena Largura"*, 'DC-02-III' da Comp. do Metropol. do Rio de Janeiro
- ZAGOTTIS, D.L., e SOUTO SILVEIRA, E.B. (1971), *"Elementos Finitos em Barragens de Terra - Construção por Etapas e Simulação para Adensamento"*, VII Sem. Nac. de Grandes Barragens, GB
- ZAGOTTIS, D.L. (1975), *"Segurança no Projeto Estrutural - Introdução dos Métodos Probabilísticos"*, Revista Brasileira de Estradas de Rodagem, ano II, nºs 6-7

ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPPAN, S., e KING, I.P. (1969), "*Elastic-Plastic Solutions of Engineering Problems - 'Initial Stress' Finite Element Approach*", Int. J. of Num. Methods in Engg., vol. 1, n° 1, pp. 75-100

ZIENKIEWICZ, O.C., e NAYAK, G.C. (1971), "*A General Approach to Problems of Large Deformation, and Plasticity using Iso-Parametric Elements*", 3rd Conf. on Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Oct.

ZIENKIEWICZ, O.C. (1971), "*The Finite Element Method in Engineering Science*", McGraw-Hill Book Company, London

APÊNDICE 1

O QUADRILÁTERO DE DEFORMAÇÃO LINEAR

Basicamente o elemento quadrilátero é formado pela junção de dois elementos triangulares de deformação linear fazendo-se a condensação de alguns pontos nodais desses elementos. No final, o elemento fica com quatro pontos nodais situados nos seus vértices.

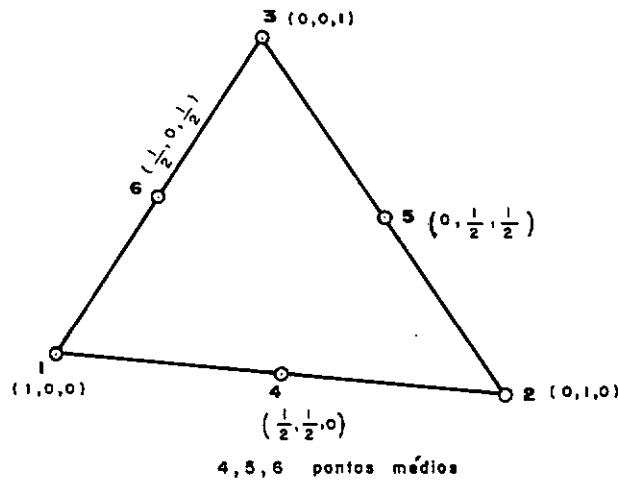
A1.1 - O TRIÂNGULO DE DEFORMAÇÃO LINEAR

Para que se tenha uma variação linear de deformação no elemento triangular, a função de interpolação que se deve adotar precisa ser quadrática. Uma expressão quadrática completa, que inclui deslocamentos de corpo rígido e estado de deformação constante, necessita, então, de seis coordenadas generalizadas para definir cada um dos dois componentes de deslocamento.

Um elemento de seis pontos nodais pode ser escolhido, e os deslocamentos dos pontos nodais podem ser utilizados como deslocamentos generalizados (fig. A1-1).

No quadrilátero, para se definir de modo completo o deslocamento ao longo de uma aresta em termos de deslocamentos dos vértices, é necessário ter uma variação linear de deslocamento no seu contorno. E para que o elemento triangular possa fazer parte do ele

mento quadrilátero, serão considerados que os deslocamentos dos pontos nodais 4 e 6 são a média dos deslocamentos dos pontos 1 e 2, e 1 e 3 respectivamente. Com essas considerações os deslocamentos generalizados associados aos pontos 4 e 6 são eliminados e o grau de liberdade do elemento triangular cai para oito.



Elemento triangular de seis pontos nodais

Fig. A1-1

FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

Para o triângulo de deformação linear pode ser adotada a seguinte interpolação quadrática:

$$u = a\xi_1 + b\xi_2 + c\xi_3 + d\xi_1\xi_2 + e\xi_1\xi_3 + f\xi_2\xi_3$$

$$v = a^1\xi_1 + b^1\xi_2 + c^1\xi_3 + d^1\xi_1\xi_2 + e^1\xi_1\xi_3 + f^1\xi_2\xi_3$$

onde ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 são coordenadas *triangulares* ou *naturais*. Suas propriedades são:

$$\xi_i = \frac{A_i}{A}$$

$$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 1$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A}$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial y} = \frac{a_i}{2A}$$

onde A_1 , A_2 e A_3 são as áreas dos sub-triângulos, e A é a área total do triângulo (fig. A1-2). Demonstração:

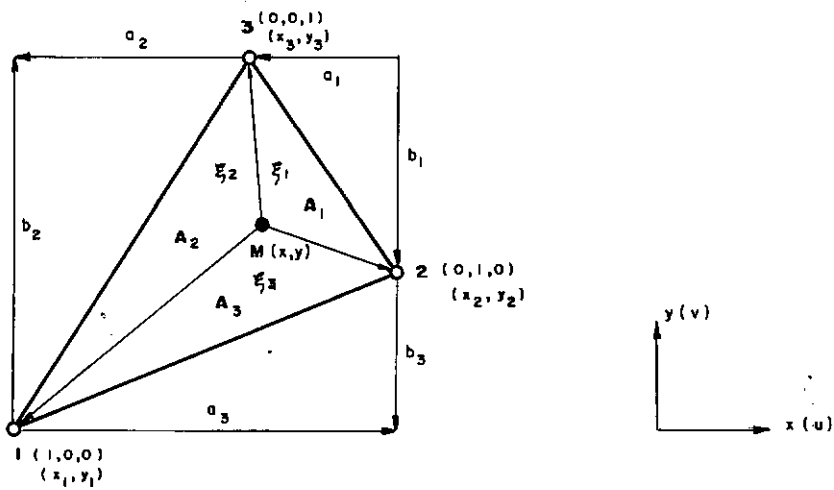


Fig. A1-2

$$\xi_1 = (\vec{M}_2 \times \vec{M}_3) / 2A$$

$$\vec{M}_2 = \begin{Bmatrix} x_2 - x \\ y_2 - y \end{Bmatrix}$$

$$\vec{M}_3 = \begin{Bmatrix} x_3 - x \\ y_3 - y \end{Bmatrix}$$

$$\vec{M}_2 \times \vec{M}_3 = (x_2 - x)(y_3 - y) - (x_3 - x)(y_2 - y)$$

$$\xi_1 = [(x_2 - x)(y_3 - y) - (x_3 - x)(y_2 - y)] / 2A$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x} = [-(y_3 - y) + (y_2 - y)] / 2A = (y_2 - y_3) / 2A = b_1 / 2A$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial y} = [-(x_2 - x) + (x_3 - x)] / 2A = (x_3 - x_2) / 2A = a_1 / 2A$$

Genericamente: $\frac{\partial \xi_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A}$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial y} = \frac{a_i}{2A}$$

Nos pontos nodais:

$$u_1 = a$$

$$v_1 = a^1$$

$$u_2 = b$$

$$v_2 = b^1$$

$$u_3 = c$$

$$v_3 = c^1$$

$$u_4 = \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} b + \frac{1}{4} d$$

$$v_4 = \frac{1}{2} a^1 + \frac{1}{2} b^1 + \frac{1}{4} d^1$$

$$u_5 = \frac{1}{2} b + \frac{1}{2} c + \frac{1}{4} f$$

$$v_5 = \frac{1}{2} b^1 + \frac{1}{2} c^1 + \frac{1}{4} f^1$$

$$u_6 = \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} c + \frac{1}{4} e$$

$$v_6 = \frac{1}{2} a^1 + \frac{1}{2} c^1 + \frac{1}{4} e^1$$

Portanto:

$$a = u_1$$

$$a^1 = v_1$$

$$b = u_2$$

$$b^1 = v_2$$

$$c = u_3$$

$$c^1 = v_3$$

$$d = 4u_4 - 2u_1 - 2u_2$$

$$d^1 = 4v_4 - 2v_1 - 2v_2$$

$$e = 4u_6 - 2u_1 - 2u_3$$

$$e^1 = 4v_6 - 2v_1 - 2v_3$$

$$f = 4u_5 - 2u_2 - 2u_3$$

$$f^1 = 4v_5 - 2v_2 - 2v_3$$

Em termos de deslocamentos nodais, o campo de deslocamento no interior do elemento será:

$$u = u_1 \xi_1 (2\xi_1 - 1) + u_2 \xi_2 (2\xi_2 - 1) + u_3 \xi_3 (2\xi_3 - 1) + u_4 (4\xi_1 \xi_2) + \\ + u_5 (4\xi_2 \xi_3) + u_6 (4\xi_1 \xi_3)$$

$$v = v_1 \xi_1 (2\xi_1 - 1) + v_2 \xi_2 (2\xi_2 - 1) + v_3 \xi_3 (2\xi_3 - 1) + v_4 (4\xi_1 \xi_2) + \\ + v_5 (4\xi_2 \xi_3) + v_6 (4\xi_1 \xi_3)$$

$$\{\delta\} = [B] \{e\}$$

FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

Matriz de coordenadas generalizadas:

$$[B] = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 & k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 & k_5 & k_6 \end{bmatrix}$$

$$k_1 = \xi_1 (2\xi_1 - 1)$$

$$k_4 = 4\xi_1 \xi_2$$

$$k_2 = \xi_2 (2\xi_2 - 1)$$

$$k_5 = 4\xi_2 \xi_3$$

$$k_3 = \xi_3 (2\xi_3 - 1)$$

$$k_6 = 4\xi_1 \xi_3$$

Deslocamentos nodais:

$$\{e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_6 \\ v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_6 \end{Bmatrix}$$

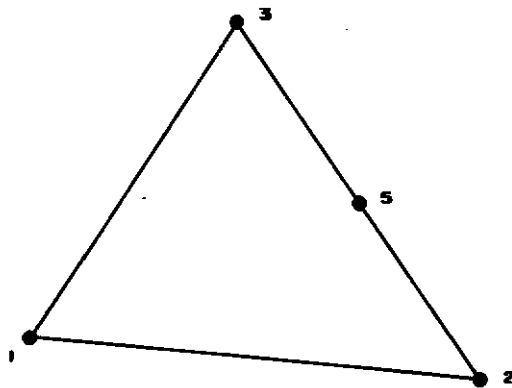
Para o triângulo de quatro pontos nodais, fazendo:

$$u_4 = \frac{1}{2} (u_1 + u_2)$$

$$v_4 = \frac{1}{2} (v_1 + v_2)$$

$$u_6 = \frac{1}{2} (u_1 + u_3)$$

$$v_6 = \frac{1}{2} (v_1 + v_3)$$



Elemento triangular de quatro pontos nodais

Fig. A1-3

$$\{\delta\} \quad [\underline{B}] \quad \{\underline{e}_\delta\}$$

$$[\underline{B}] = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 & L_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_1 & L_2 & L_3 & L_4 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \xi_1$$

$$L_2 = \xi_2(1-2\xi_3)$$

$$L_3 = \xi_3(1-2\xi_2)$$

$$L_4 = 4\xi_2\xi_3$$

$$\{\underline{e}\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_5 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_5 \end{Bmatrix}$$

RELAÇÃO DEFORMAÇÃO-DESLOCAMENTO

No problema bidimensional, as deformações infinitesimais são dadas, no campo dos deslocamentos, por:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

Em termos de deslocamentos nodais:

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [\underline{B}] \{\underline{e}\} = \begin{bmatrix} [\phi_x] & [0] \\ [0] & [\phi_y] \\ [\phi_y] & [\phi_x] \end{bmatrix} \{\underline{e}\}$$

3×8 8×1

onde:

$$[\phi_x] = \left[\frac{\partial \xi_1}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial x} [\xi_2 (1 - 2\xi_3)] \quad \frac{\partial}{\partial x} [\xi_3 (1 - 2\xi_2)] \quad \frac{\partial}{\partial x} (4\xi_2 \xi_3) \right]$$

$$[\phi_y] = \left[\frac{\partial \xi_1}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial y} [\xi_2 (1 - 2\xi_3)] \quad \frac{\partial}{\partial y} [\xi_3 (1 - 2\xi_2)] \quad \frac{\partial}{\partial y} (4\xi_2 \xi_3) \right]$$

$$[0] = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Nos pontos nodais 1, 2 e 3 de coordenadas naturais (1,0,0), (0,1,0) e (0,0,1):

$$\left\{ \begin{matrix} \{\underline{\epsilon}_x\} \\ \{\underline{\epsilon}_y\} \\ \{\underline{\gamma}_{xy}\} \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} [U] & [0] \\ [0] & [U] \\ [V] & [U] \end{bmatrix} \{\underline{e}\}$$

9×8 8×1

onde:

$$[U] = \begin{bmatrix} [\phi_x]_{\text{ponto 1}} \\ [\phi_x]_{\text{ponto 2}} \\ [\phi_x]_{\text{ponto 3}} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ b_1 & b_2 - 2b_3 & -b_3 & 4b_3 \\ b_1 & -b_2 & b_3 - 2b_2 & 4b_2 \end{bmatrix}$$

$$[V] = \begin{bmatrix} [\phi_y]_{\text{ponto } 1} \\ [\phi_y]_{\text{ponto } 2} \\ [\phi_y]_{\text{ponto } 3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ a_1 & a_2 - 2a_3 & -a_3 & 4a_3 \\ a_1 & -a_2 & a_3 - 2a_2 & 4a_2 \end{bmatrix}$$

$$\{\underline{\epsilon}_x\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{x_1} \\ \epsilon_{x_2} \\ \epsilon_{x_3} \end{Bmatrix}$$

$$\{\underline{\epsilon}_y\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{y_1} \\ \epsilon_{y_2} \\ \epsilon_{y_3} \end{Bmatrix}$$

$$\{\gamma_{xy}\} = \begin{Bmatrix} \gamma_{xy_1} \\ \gamma_{xy_2} \\ \gamma_{xy_3} \end{Bmatrix}$$

A variação linear de deformação no interior do elemento implica na seguinte relação:

$$\epsilon_x = \xi_1 \epsilon_{x_1} + \xi_2 \epsilon_{x_2} + \xi_3 \epsilon_{x_3}$$

Matricialmente:

$$\{\varepsilon_x\} = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x_1} \\ \varepsilon_{x_2} \\ \varepsilon_{x_3} \end{Bmatrix} = [\xi] \{\underline{\varepsilon}_x\}$$

Faz-se de modo análogo para ε_y e γ_{xy} .

Finalmente a deformação em algum ponto (ξ_1, ξ_2, ξ_3) é da por:

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\} &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\xi] & [0] & [0] \\ [0] & [\xi] & [0] \\ [0] & [0] & [\xi] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\underline{\varepsilon}_x\} \\ \{\underline{\varepsilon}_y\} \\ \{\gamma_{xy}\} \end{Bmatrix} = \\ &\quad \begin{matrix} 3 \times 9 & 9 \times 1 \end{matrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} [\xi] & [0] & [0] \\ [0] & [\xi] & [0] \\ [0] & [0] & [\xi] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U] & [0] \\ [0] & [V] \\ [V] & [U] \end{bmatrix}}_{\textcircled{1}} \begin{Bmatrix} \underline{e} \\ \underline{\delta} \end{Bmatrix} \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$\{\varepsilon\} = [\phi_\varepsilon] \{r\}$$

① ②

RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

No problema bidimensional:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\} = [C][\phi_\epsilon]\{r\}$$

Pode-se ter uma variação das propriedades de material dentro de cada elemento. Nesses casos pode-se usar uma fórmula conveniente de interpolação para expressar C_{ij} de algum ponto (ξ_1, ξ_2, ξ_3) em termos de relações constitutivas dos pontos nodais.

Neste trabalho foi admitido que as propriedades de material no interior do elemento são constantes.

CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO TRIANGULAR

A matriz de rigidez de um elemento triangular m é:

$$[K^m] = \int_{V_m} [\phi_\epsilon^m]^T [C^m] [\phi_\epsilon^m] dV_m$$

onde:

$$[\phi_\epsilon^m]^T = \begin{bmatrix} [U^m]^T & [0]^T & [V^m]^T \\ [0]^T & [V^m]^T & [U^m]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\xi]^T & [0]^T & [0]^T \\ [0]^T & [\xi]^T & [0]^T \\ [0]^T & [0]^T & [\xi]^T \end{bmatrix}$$

8 × 9 9 × 3

$$[C^m] = \begin{bmatrix} C_{11}^m & C_{12}^m & C_{13}^m \\ C_{21}^m & C_{22}^m & C_{23}^m \\ C_{31}^m & C_{32}^m & C_{33}^m \end{bmatrix}$$

$$[\phi_{\epsilon}^m] = \begin{bmatrix} [\xi] & [0] & [0] \\ [0] & [\xi] & [0] \\ [0] & [0] & [\xi] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [u^m] & [0] \\ [0] & [v^m] \\ [v^m] & [u^m] \end{bmatrix}$$

$3 \times 9 \qquad \qquad \qquad 9 \times 8$

Como $[u^m]$ e $[v^m]$ são função das dimensões do elemento e não do espaço, a integração se resume a:

$$[J] = \int_{V_m} \begin{bmatrix} [\xi]^T & [0]^T & [0]^T \\ [0]^T & [\xi]^T & [0]^T \\ [0]^T & [0]^T & [\xi]^T \end{bmatrix} [C^m] \begin{bmatrix} [\xi] & [0] & [0] \\ [0] & [\xi] & [0] \\ [0] & [0] & [\xi] \end{bmatrix} dV_m$$

$9 \times 3 \qquad \qquad \qquad 3 \times 3 \qquad \qquad \qquad 3 \times 9$

Para propriedades de material homogêneas no elemento:

$$[J] = \begin{bmatrix} C_{11}^m [Q] & C_{12}^m [Q] & C_{13}^m [Q] \\ C_{21}^m [Q] & C_{22}^m [Q] & C_{23}^m [Q] \\ C_{31}^m [Q] & C_{32}^m [Q] & C_{33}^m [Q] \end{bmatrix}$$

onde:

$$[Q] = \int_{V_m} \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1 \xi_2 & \xi_1 \xi_3 \\ \xi_2 \xi_1 & \xi_2^2 & \xi_2 \xi_3 \\ \xi_3 \xi_1 & \xi_3 \xi_2 & \xi_3^2 \end{bmatrix} dV_m$$

Aplicando a fórmula:

$$\frac{1}{A} \int_S \xi_1^p \xi_2^q \xi_3^r ds = \frac{2p!q!r!}{(p+q+r+2)!} \quad (S = \text{área})$$

e admitindo que a espessura h^m do elemento seja uniforme, chega-se a:

$$[Q] = \frac{A^m h^m}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

onde A^m é a área do elemento.

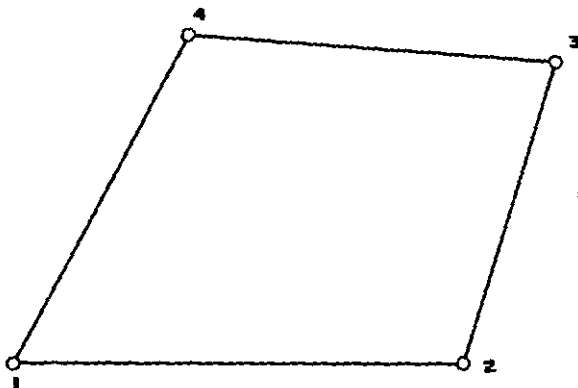
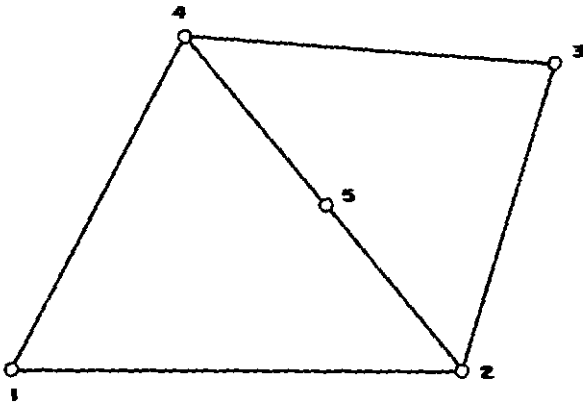
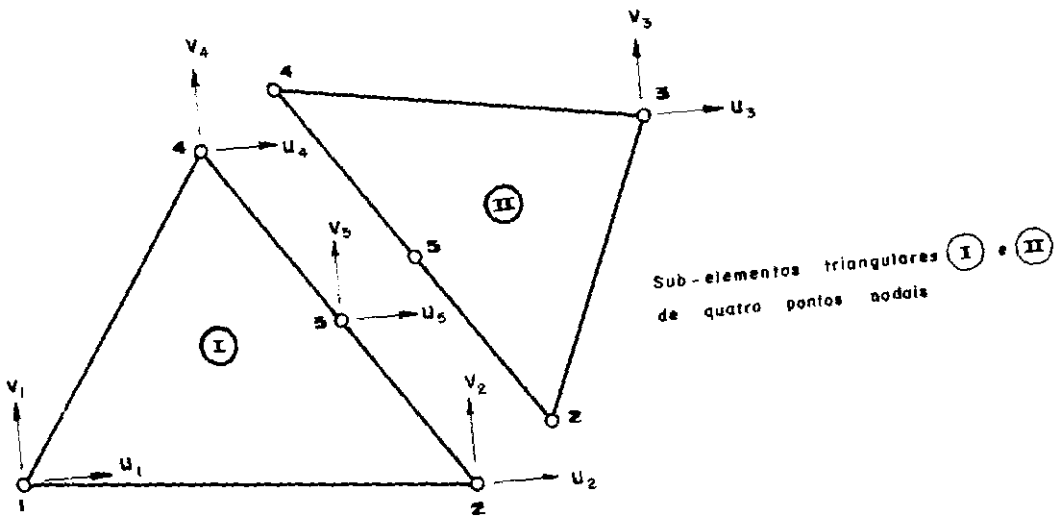
E finalmente:

$$[K^m] = \frac{A^m h^m}{12} \begin{bmatrix} [U^m]^T & [0]^T & [V^m]^T \\ [0]^T & [V^m]^T & [U^m]^T \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} c_{11}^m [Q] & c_{12}^m [Q] & c_{13}^m [Q] \\ c_{21}^m [Q] & c_{22}^m [Q] & c_{23}^m [Q] \\ c_{31}^m [Q] & c_{32}^m [Q] & c_{33}^m [Q] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U^m] & [0] \\ [0] & [V^m] \\ [V^m] & [U^m] \end{bmatrix}$$

Al.2 - O ELEMENTO QUADRILÁTERO

O elemento quadrilátero é formado juntando-se inicialmente dois triângulos de quatro pontos nodais e em seguida fazendo-se a condensação do ponto central (fig. Al-4).



O elemento quadrilátero
Fig. A1-4

CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Para o triângulo I:

$$[K^I] \{r^I\} = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] & [K_{14}] & [K_{15}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] & [K_{24}] & [K_{25}] \\ [K_{41}] & [K_{42}] & [K_{44}] & [K_{45}] \\ [K_{51}] & [K_{52}] & [K_{54}] & [K_{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_1\} \\ \{r_2\} \\ \{r_4\} \\ \{r_5\} \end{Bmatrix} =$$

8×8 8×1

Expandindo:

$$= \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] & [0] & [K_{14}] & [K_{15}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] & [0] & [K_{24}] & [K_{25}] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{41}] & [K_{42}] & [0] & [K_{44}] & [K_{45}] \\ [K_{51}] & [K_{52}] & [0] & [K_{54}] & [K_{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_1\} \\ \{r_2\} \\ \{r_3\} \\ \{r_4\} \\ \{r_5\} \end{Bmatrix} =$$

10×10 10×1

$$= [K_I] \{r\}$$

onde $[K_I]$ é a matriz de rigidez do triângulo I.

De modo análogo, para o elemento II:

$$[K^{II}] \{r^{II}\} = \begin{bmatrix} [L_{22}] & [L_{23}] & [L_{24}] & [L_{25}] \\ [L_{32}] & [L_{33}] & [L_{34}] & [L_{35}] \\ [L_{42}] & [L_{43}] & [L_{44}] & [L_{45}] \\ [L_{52}] & [L_{53}] & [L_{54}] & [L_{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_2\} \\ \{r_3\} \\ \{r_4\} \\ \{r_5\} \end{Bmatrix} =$$

8×8 8×1

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [L_{22}] & [L_{23}] & [L_{24}] & [L_{25}] \\ [0] & [L_{32}] & [L_{33}] & [L_{34}] & [L_{35}] \\ [0] & [L_{42}] & [L_{43}] & [L_{44}] & [L_{45}] \\ [0] & [L_{52}] & [L_{53}] & [L_{54}] & [L_{55}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_1\} \\ \{r_2\} \\ \{r_3\} \\ \{r_4\} \\ \{r_5\} \end{Bmatrix} = \\
&\quad (10 \times 10) \qquad (10 \times 1) \\
&= [K_2] \{r\}
\end{aligned}$$

onde $[K_2]$ é a matriz de rigidez do triângulo II .

A união das matrizes $[K_1]$ e $[K_2]$ dá a matriz de rigidez do quadrilátero:

$$\begin{aligned}
[K] &= [K_1] + [K_2] \\
(10 \times 10)
\end{aligned}$$

onde os termos correspondentes se somam algebricamente.

ELIMINAÇÃO DO PONTO CENTRAL

O ponto central 5 pode ser eliminado por condensação estática, a fim de se obter a matriz de rigidez do elemento quadrilátero.

Particionando a matriz de rigidez e os vetores de deslocamento e de carga:

$$\begin{bmatrix} [K_{ee}] & [K_{ei}] \\ 8 \times 8 & 8 \times 2 \\ \hline [K_{ie}] & [K_{ii}] \\ 2 \times 8 & 2 \times 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r_e\} \\ 8 \times 1 \\ \hline \{r_i\} \\ 2 \times 1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{Q_e\} \\ 8 \times 1 \\ \hline \{Q_i\} \\ 2 \times 1 \end{Bmatrix}$$

i = ponto interno

e = pontos externos

$$[K_{ee}]\{r_e\} + [K_{ei}]\{r_i\} = \{Q_e\} \quad (1)$$

$$[K_{ie}]\{r_e\} + [K_{ii}]\{r_i\} = \{Q_i\} \quad (2)$$

$$(2) + \{r_i\} = [K_{ii}]^{-1}(\{Q_i\} - [K_{ie}]\{r_e\}) \quad (3)$$

Substituindo (3) em (1):

$$\underbrace{([K_{ee}] - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}[K_{ie}])}_{[K^*]}\{r_e\} = \underbrace{\{Q_e\} - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{Q_i\}}_{\{Q^*\}}$$

CÁLCULO DO VETOR DE CARGAS

As forças nos pontos nodais são calculadas como forças que realizam o mesmo trabalho que as forças de volume ou de superfície.

Assumem-se que as forças de volume são uniformes no interior de cada elemento e que se concentram nos quatro pontos nodais do quadrilátero. Cada ponto recebe um quarto da força total.

As cargas distribuídas são substituídas por forças equivalentes nos pontos nodais de mesma magnitude resultante, direção e sentido que aquelas.

Considerando-se também a influência das tensões iniciais

$\{\sigma_o^m\}$ e das tensões térmicas $\{\sigma_t^m\}$, o vetor de cargas será:

$$\{L_\sigma^m\} = \int_{V_m} [\phi_\epsilon^m]^T \{\sigma_t^m - \sigma_o^m\} dV_m$$

Os valores das tensões acima especificadas são aqueles do ponto médio da menor diagonal do quadrilátero (ponto 5) de coordenadas naturais $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Portanto, a integral se restringe tão somente ao volume do elemento:

$$\begin{aligned} \{L_\sigma^m\} &= [\phi_\epsilon^m]^T \{\sigma_t^m - \sigma_o^m\} \int_{V_m} dV_m = \\ &= A^m h^m \begin{bmatrix} [U^m]^T & [0]^T & [V^m]^T \\ [0]^T & [V^m]^T & [U^m]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\xi_o]^T & [0]^T & [0]^T \\ [0]^T & [\xi_o]^T & [0]^T \\ [0]^T & [0]^T & [\xi_o]^T \end{bmatrix} \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{l} \sigma_t^m - \sigma_{x_o}^m \\ \sigma_t^m - \sigma_{y_o}^m \\ -\tau_{xy_o}^m \end{array} \right\} = A^m h^m \begin{bmatrix} [U^m]^T [\xi_o]^T & [0] & [V^m]^T [\xi_o]^T \\ [0] & [V^m]^T [\xi_o]^T & [U^m]^T [\xi_o]^T \end{bmatrix} \times \\ &\times \left\{ \begin{array}{l} \sigma_t^m - \sigma_{x_o}^m \\ \sigma_t^m - \sigma_{y_o}^m \\ -\tau_{xy_o}^m \end{array} \right\} \quad \text{onde} \quad [\xi_o]^T = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

APÊNDICE 2

O ELEMENTO DE VIGA

Este elemento (fig. A2-1a) é obtido a partir da viga clássica (fig. A2-1b) mediante algumas transformações sem, no entanto, alterar o seu número de graus de liberdade.

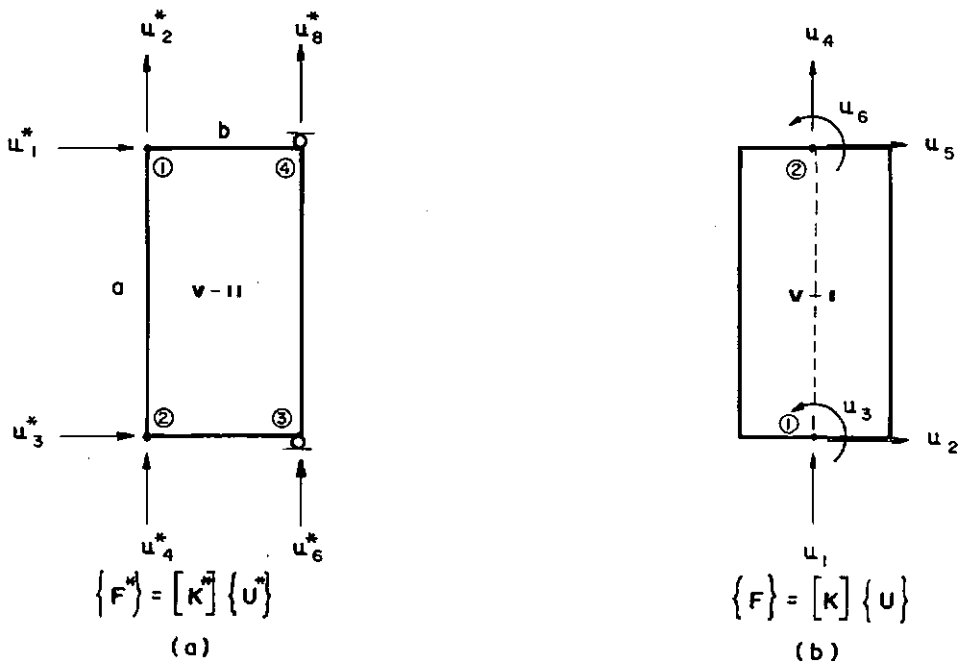


Fig. A2 - I

A matriz de rigidez que se trata de obter é a matriz $[K^*]$, para o que se supõe que:

$$\{F^*\} = [R] \{F\} \quad (\text{A2-1})$$

Pelo princípio de contragradiente:

$$\{U\} = [R]^T \{U^*\} \quad (\text{A2-2})$$

Mas:

$$\{F\} = [K] \{U\} \quad (\text{A2-3})$$

Logo:

$$\{F^*\} = [R] [K] \{U\} = [R] [K] [R]^T \{U^*\} = [K^*] \{U^*\}$$

Portanto:

$$[K^*] = [R] [K] [R]^T \quad (\text{A2-4})$$

A2.1 - CÁLCULO DE $[R]$

$$F_1^* = F_5$$

$$F_2^* = \frac{F_4}{2} - \frac{F_6}{b}$$

$$F_3^* = F_2$$

$$F_4^* = \frac{F_1}{2} - \frac{F_3}{b}$$

$$F_6^* = \frac{F_1}{2} + \frac{F_3}{b}$$

$$F_6^* = \frac{F_4}{2} + \frac{F_6}{b}$$

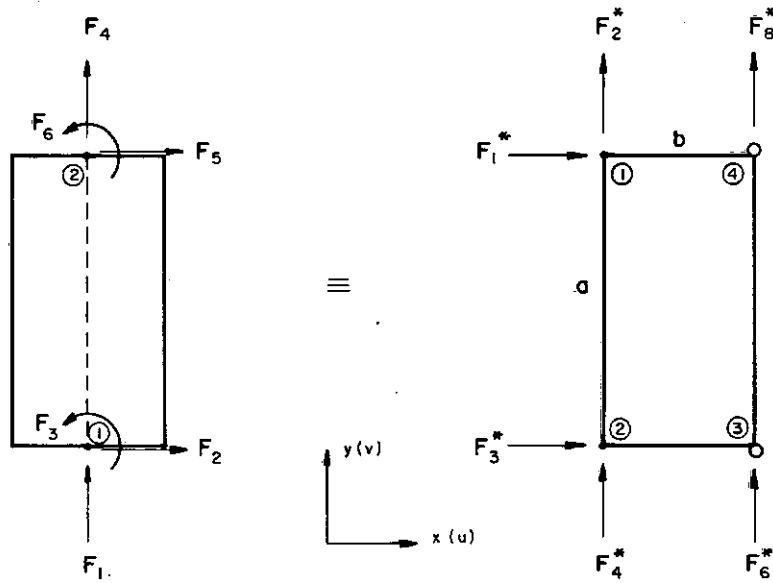


Fig. A2-2

$$\{F^*\} = [R]\{F\} =$$

$$\begin{Bmatrix} F_1^* \\ F_2^* \\ F_3^* \\ F_4^* \\ F_5^* \\ F_6^* \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & -1/b \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/b & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/b \end{bmatrix}}_{[R]} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{A2-5})$$

A2.2 - CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ $[K]$ DA VIGA CLÁSSICA (V-I)

a) FUNÇÃO DE INTERPOLAÇÃO

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & y & y^2 & y^3 \\ 1 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{A2-6})$$

b) OBTENÇÃO DA MATRIZ $[A]$

$$\{e_\delta\} = [A] \{\alpha\} \quad (\text{A2-7})$$

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ u_1 \\ \left(\frac{du}{dy}\right)_1 \\ v_2 \\ u_2 \\ \left(\frac{du}{dy}\right)_2 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2a & 3a^2 \end{bmatrix}}_{[A]} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix}$$

Fazendo $\{\alpha\} = [A^{-1}] \{e_\delta\} :$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{a} & 0 & 0 & \frac{1}{a} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{a^2} & -\frac{2}{a} & 0 & \frac{3}{a^2} & -\frac{1}{a} \\ 0 & \frac{2}{a^3} & \frac{1}{a^2} & 0 & -\frac{2}{a^3} & \frac{1}{a^2} \end{bmatrix}}_{[A^{-1}]} \begin{Bmatrix} v_1 \\ u_1 \\ \left(\frac{du}{dy}\right)_1 \\ v_2 \\ u_2 \\ \left(\frac{du}{dy}\right)_2 \end{Bmatrix}$$

c) OBTENÇÃO DA MATRIZ $[B]$

Considerando unicamente os efeitos da carga axial e momento fletor na energia de deformação:

$$\{\epsilon_y\}^* = \begin{Bmatrix} \frac{dv}{dy} \\ \frac{d^2u}{dy^2} \end{Bmatrix} \quad (A2-8)$$

Como $\{\epsilon\} = [B]\{\alpha\}$, de (A2-6) vem:

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6y \end{bmatrix}$$

d) OBTENÇÃO DA MATRIZ $[D]$

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon\} \quad (A2-9)$$

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} P \\ M \end{Bmatrix} = E \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{dv}{dy} \\ \frac{d^2u}{dy^2} \end{Bmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{[D]}$

onde:

 $A = \text{área (=ab)}$ $I = \text{momento de inércia (= } \frac{ea^3}{12} \text{)}$ $E = \text{módulo de Young}$ $e = \text{espessura do elemento}$ $P = \text{forças}$ $M = \text{momento fletor}$ e) OBTENÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ $[K]$

$$[\bar{K}] = \int_0^a [B]^T [D] [B] dy \quad (A2-10)$$

$$[K] = [A^{-1}]^T [\bar{K}] [A^{-1}] \quad (A2-11)$$

$$[B]^T [D] [B] = E \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & A & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4I & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12Iy & 36Iy^2 \end{bmatrix}$$

Integrando:

$$[\bar{K}] = E \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & Aa & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4Ia & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6Ia^2 & 12Ia^3 \end{bmatrix}$$

Logo:

$$[K] = [A^{-1}]^T [\bar{K}] [A^{-1}] =$$

$$= E \begin{bmatrix} A/a & 0 & 0 & -A/a & 0 & 0 \\ 0 & 12I/a^3 & 6I/a^2 & 0 & -12I/a^3 & 6I/a^2 \\ 0 & 6I/a^2 & 4I/a & 0 & -6I/a^2 & 2I/a \\ -A/a & 0 & 0 & A/a & 0 & 0 \\ 0 & -12I/a^3 & -6I/a^2 & 0 & 12I/a^3 & -6I/a^2 \\ 0 & 6I/a^2 & 2I/a & 0 & -6I/a^2 & 4I/a \end{bmatrix}$$

A2.3 - CÁLCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ $[K^*]$ DO ELEMENTO DE VIGA (V-II)

Para a obtenção da matriz $[K^*]$, basta transformar a matriz $[K]$ ao sistema de ações e deslocamentos do modelo V-11 efetuando

$$[K^*] = [R] [K] [R]^T$$

Obtem-se assim:

$$[K^*] = E \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{16} & K_{18} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{26} & K_{28} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{36} & K_{38} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{46} & K_{48} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{66} & K_{68} \\ K_{81} & K_{82} & K_{83} & K_{84} & K_{86} & K_{88} \end{bmatrix}$$

6×6

Fazendo a expansão desta matriz, obtem-se uma matriz $[K_E]$ de (8×8) :

$$[K_E] = E \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & k_{15} & K_{16} & k_{17} & K_{18} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & k_{25} & K_{26} & k_{27} & K_{28} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & k_{35} & K_{36} & k_{37} & K_{38} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & k_{45} & K_{46} & k_{47} & K_{48} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & k_{65} & K_{66} & k_{67} & K_{68} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} & k_{78} \\ K_{81} & K_{82} & K_{83} & K_{84} & k_{85} & K_{86} & k_{87} & K_{88} \end{bmatrix}$$

8×8

onde: $k_{ij} = 0$

$$K_{11} = 12I/a^3$$

$$K_{21} = 6I/a^2b$$

$$K_{22} = A/4a + 4I/ab^2$$

$$K_{31} = -12I/a^3$$

$$K_{32} = -6I/a^2b$$

$$K_{33} = 12I/a^3$$

$$K_{41} = 6I/a^2b$$

$$K_{42} = -A/4a + 2I/ab^2$$

$$K_{43} = -6I/a^2b$$

$$K_{44} = A/4a + 4I/ab^2$$

$$K_{61} = -6I/a^2b$$

$$K_{62} = -A/4a - 2I/ab^2$$

$$K_{63} = 6I/a^2b$$

$$K_{64} = A/4a - 4I/ab^2$$

$$K_{66} = A/4a + 4I/ab^2$$

$$K_{81} = -6I/a^2b$$

$$K_{82} = A/4a - 4I/ab^2$$

$$K_{83} = 6I/a^2b$$

$$K_{84} = -A/4a - \frac{2I}{ab^2}$$

$$K_{86} = -A/4a + 2I/ab^2$$

$$K_{88} = A/4a + 4I/ab^2$$

APÊNDICE 3

O ELEMENTO TRELIÇA

Em virtude de se encontrar o desenvolvimento deste elemento em qualquer bibliografia especializada em elementos finitos, deixará de ser apresentado neste trabalho.

APÊNDICE 4

TESTES DE ELEMENTOS

A4.1 - VIGA ENGASTADA: CARGA LATERAL

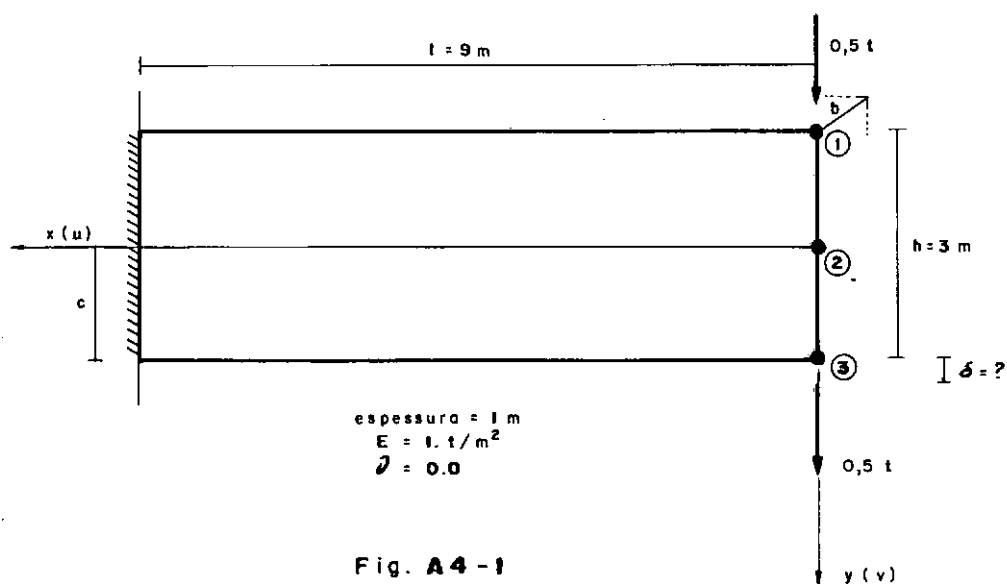


Fig. A4-1

SOLUÇÃO TEÓRICA

$$u = - \frac{P x^2 y}{2EI} - \frac{v P y^3}{6EI} + \frac{P y^3}{6IG} + \left(\frac{P l^2}{2EI} - \frac{P c^2}{2IG} \right) y$$

$$v = \frac{v P x y^2}{2EI} + \frac{P x^3}{6EI} - \frac{P l^2 x}{2EI} + \frac{P l^3}{3EI}$$

Para $y = 0$:

$$v = \frac{P x^3}{6EI} - \frac{P l^2 x}{2EI} + \frac{P l^3}{3EI}$$

Efeito de corte adicional:

$$\frac{P c^2}{2IG} (l - x) = \frac{3 P}{4cG} (l - x)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$I = \frac{b h^3}{12}$$

Para:

$$P = 1 \text{ t}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$h = 3 \text{ m}$$

$$l = 9 \text{ m}$$

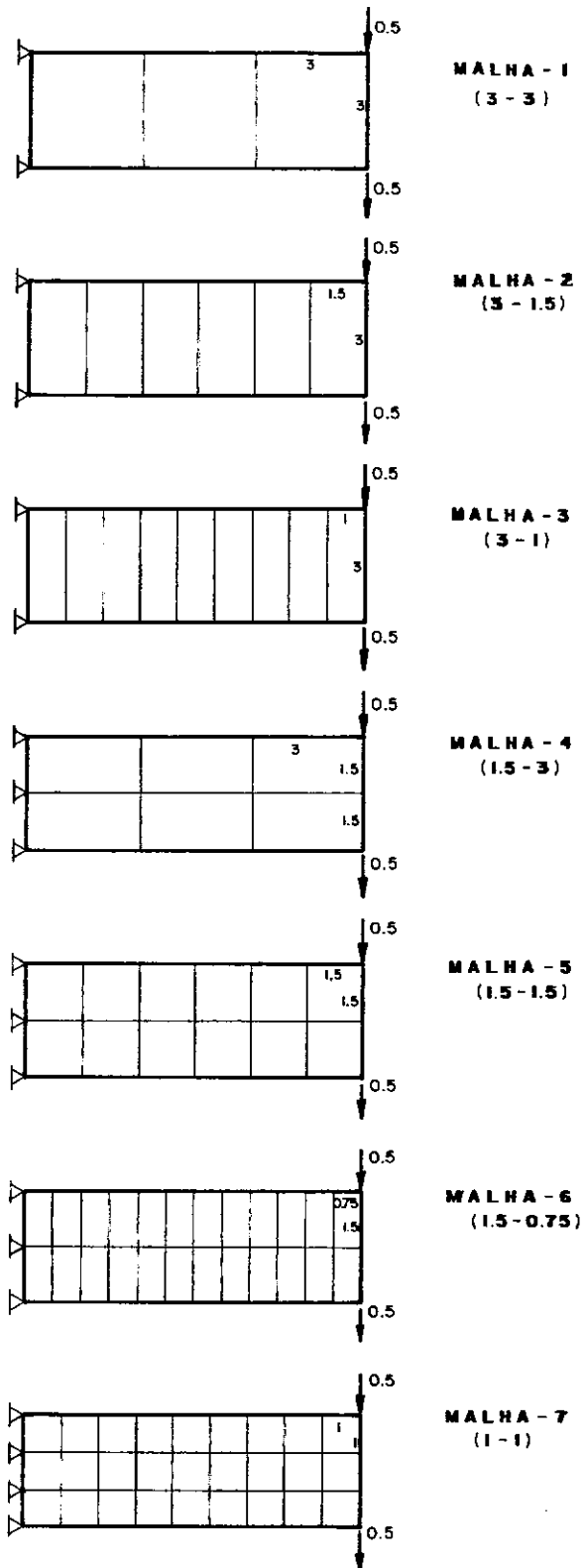
$$E = 1 \text{ t/m}^2$$

$$\nu = 0$$

$$G = 0,5$$

$$I = 9/4 \text{ m}^4$$

Os deslocamentos são:



Malhas de elementos finitos

Fig. A4-2

Ponto ① : $u = - 26 \text{ m}$
 $v = 108 \text{ m}$
 efeito de corte = 9 m

Ponto ② : $u = 0$
 $v = 108 \text{ m}$
 efeito de corte = 9 m

Ponto ③ : $u = 26 \text{ m}$
 $v = 108 \text{ m}$
 efeito de corte = 9 m

Deslocamento total vertical:

$$\delta = 108 + 9 = 117 \text{ m}$$

SOLUÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS (elemento quadrilátero)

O problema foi resolvido utilizando diversas discretizações (fig. A4-2) e os resultados foram os seguintes:

malha - 1	$\delta = 80 \text{ m}$
malha - 2	$\delta = 105 \text{ m}$
malha - 3	$\delta = 110 \text{ m}$
malha - 4	$\delta = 77 \text{ m}$
malha - 5	$\delta = 103 \text{ m}$
malha - 6	$\delta = 111 \text{ m}$
malha - 7	$\delta = 109 \text{ m}$

Aparentemente a malha - 7 parece ser melhor idealizada (relação 1:1 , 40 pontos nodais), no entanto, a malha - 3 e a malha - 6 fornecem resultados mais próximos do valor calculado pela Resistência dos Materiais.

A4.2 - VIGA ENGASTADA: CARGA AXIAL

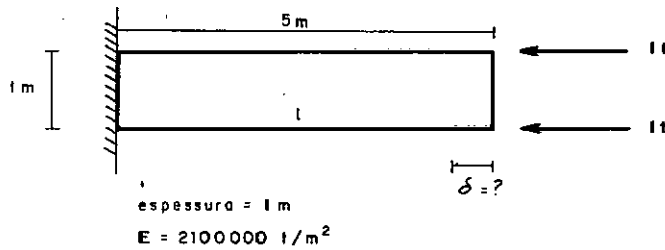


Fig. A4-3

SOLUÇÃO TEÓRICA

$$\sigma = E \epsilon$$

$$\frac{P}{A} = E \frac{\delta}{l}$$

$$P = 2 \text{ t}$$

$$A = 1 \text{ m}$$

$$E = 2100000 \text{ t/m}^2$$

$$l = 5 \text{ m}$$

$$\delta = 0,476 \times 10^{-5} \text{ m}$$

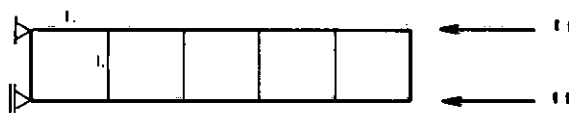
SOLUÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS (elemento de viga)

Fig. A4-4

Para a malha da figura A4-4 o deslocamento axial calculado foi:

$$\delta = 0,47619 \times 10^{-5} \text{ m}$$

A4.3 - VIGA: CARGA DISTRIBUÍDA

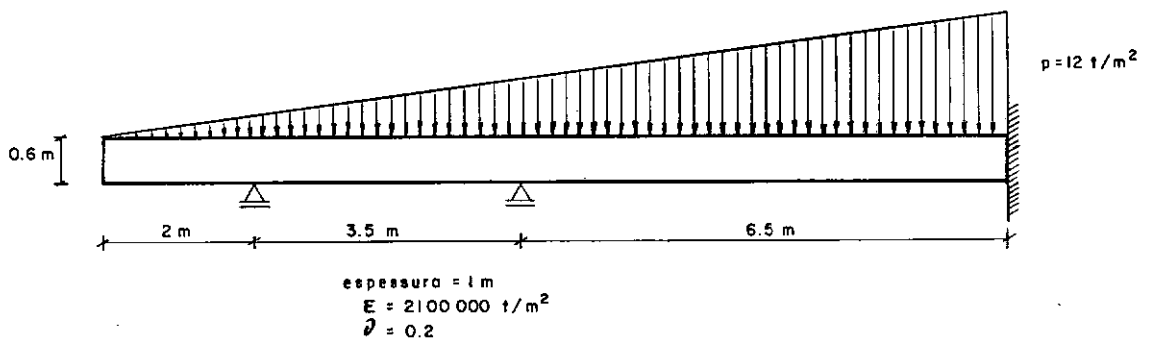
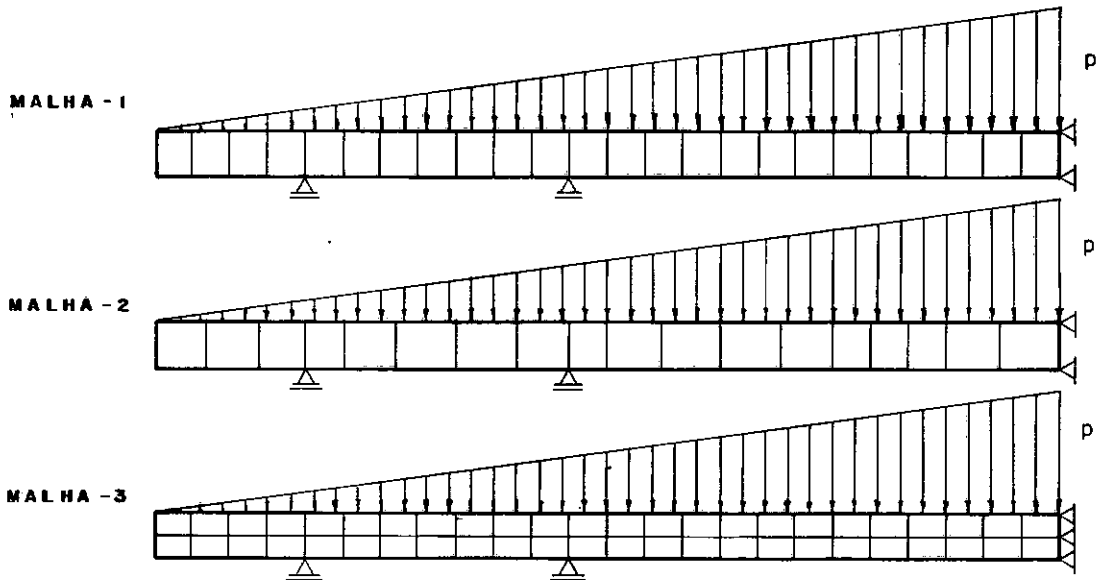


Fig. A 4-5

Três discretizações foram utilizadas para a solução do problema (fig. A4-6). Em todas elas foram utilizados elementos quadriláteros. Para a obtenção da curva de Resistência dos Materiais foi utilizado o elemento de viga e a malha - 1.

Para se obter uma deformada que se aproxime bem da curva - RM (fig. A4-7), fez-se um pequeno estudo paramétrico variando o valor do módulo elástico E na malha - 3. Para E correspondente a 80% do módulo elástico real do material obteve-se uma excelente aproximação (curva - $3E$). Esse valor fictício de E ($= 1680000 \text{ t/m}^2$) é utilizado na malha do capítulo 8, figura 8-19.



Discretizações da viga

Fig. A 4 - 6

A4.4 - ESCAVAÇÃO

Foram feitos dois estudos comparativos de escavação ("*plane strain analysis*") considerando três malhas de elementos finitos (fig. A4-8) onde foram utilizados os elementos quadrilátero de deformação linear, treliça, de viga e isoparamétrico quadrático.

Em ambos os estudos os materiais têm comportamento elástico linear. A escavação, portanto, é feita em uma única etapa.

Os materiais constituintes têm as seguintes proprieda-

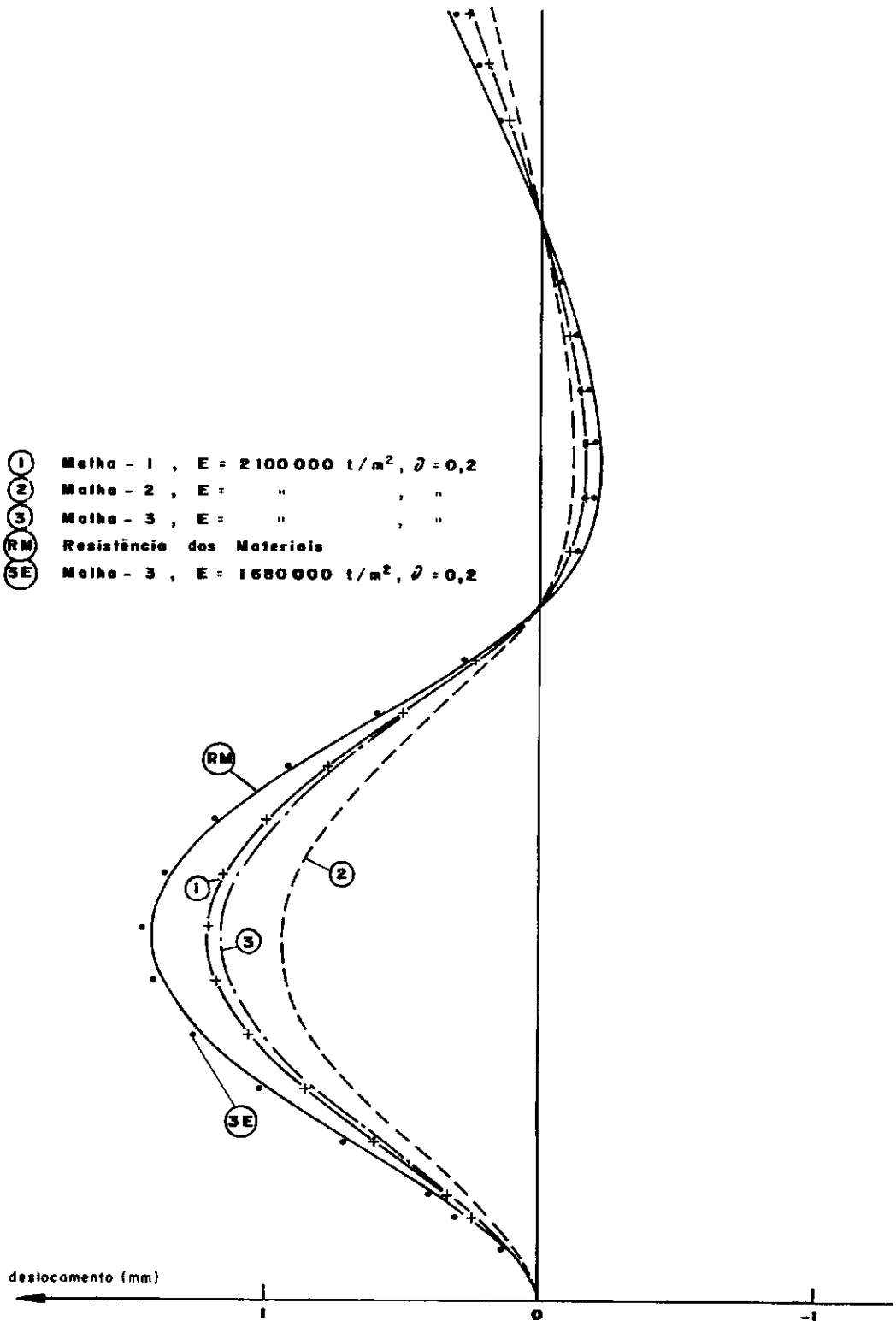
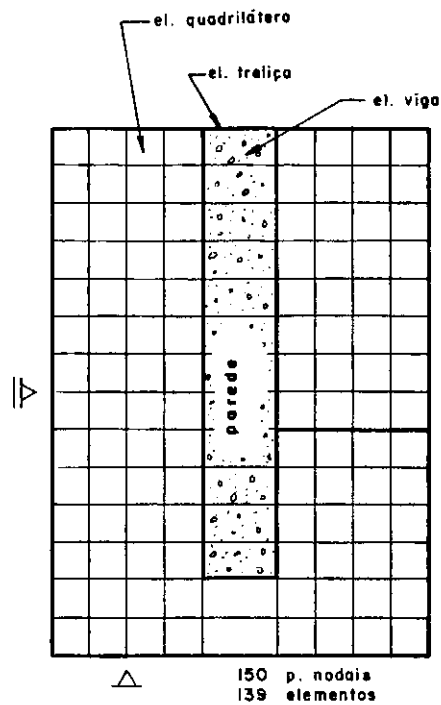
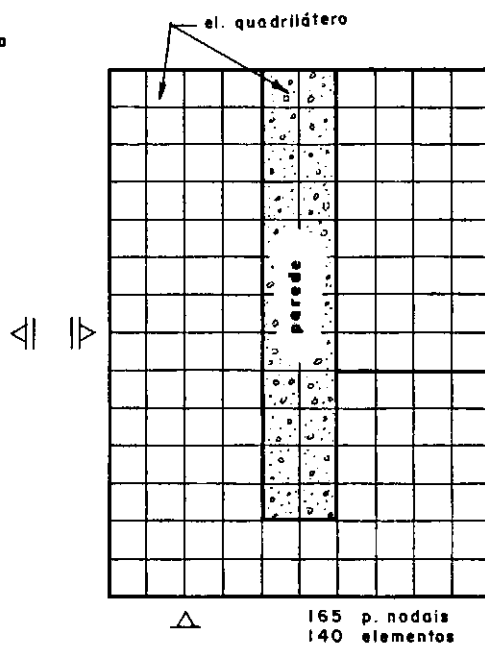


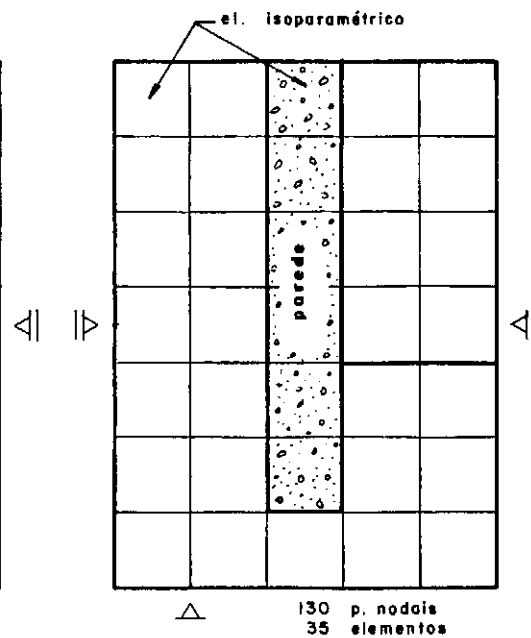
Fig. A4 - 7



(a)



(b)



(c)

Discretizações do contínuo

Fig. A4 - 8

des:

- 1) peso específico $\gamma = 1 \text{ t/m}^3$;
- 2) coeficiente de empuxo de terra no repouso $K_0 = 0,5$;
- 3) coeficiente de Poisson $\nu = 0,2$.

O elemento treliça constituinte da malha (a) tem a seção reta de área $A = 0,5 \text{ m}^2$.

Os módulos elásticos utilizados no estudo - 1 foram:

$$E = 3000 \text{ t/m}^2 \text{ (para o maciço); e}$$

$$E = 2100000 \text{ t/m}^2 \text{ (para a parede).}$$

No estudo - 2 :

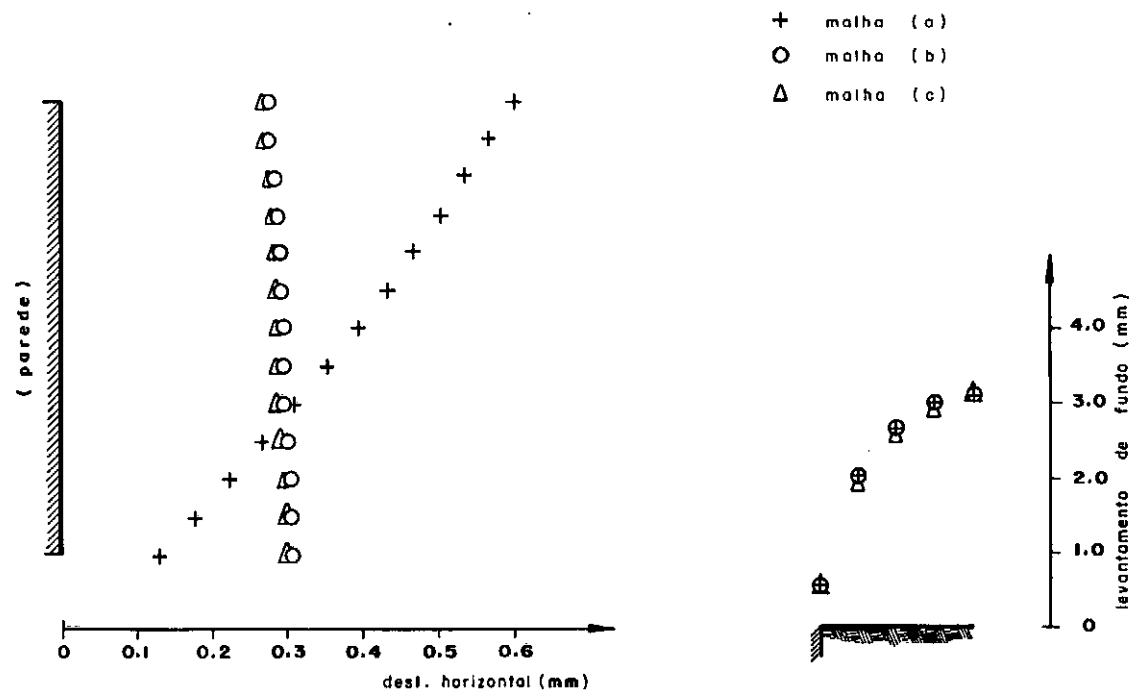
$$E = 3000 \text{ t/m}^2 \text{ (para o maciço); e}$$

$$E = 3000 \text{ t/m}^2 \text{ (para a parede).}$$

Os resultados de deslocamentos da parede e do fundo da vala estão representados nas figuras A4-9 e A4-10. Nestas figuras pode-se observar que os resultados de deslocamento horizontal obtidos das malhas (b) e (c) se mostram bastante concordantes diferindo ambos acentuadamente dos da malha (a) . Já nas curvas de levantamento de fundo todas as três malhas fornecem resultados muito próximos entre si. Isto significa que o problema de idealização da parede com elemento de viga é apenas local não afetando significativamente os resultados de pontos mais afastados da parede.

Concluindo:

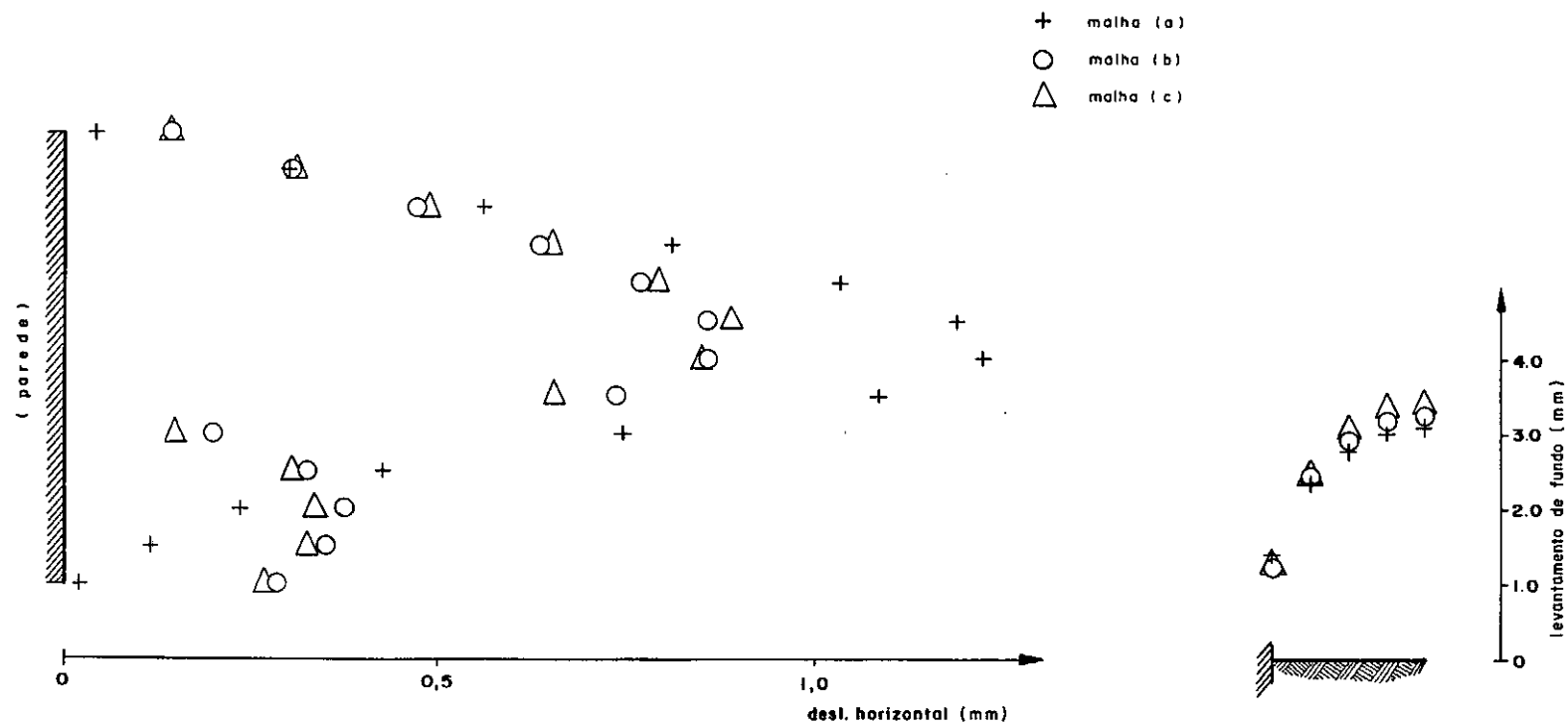
- 1) o elemento quadrilátero se mostra eficiente na idealização da malha (b) ; e
- 2) o elemento de viga não deve ser utilizado num problema em conjunção com o elemento quadrilátero.



(ESTUDO - I)

Deslocamento das superfícies de corte

Fig. A4-9



APÊNDICE 5

MÓDULO VOLUMÉTRICO E MÓDULO CISALHANTE

O módulo volumétrico ("*bulk modulus*") ou incompressibilidade K é definido como a relação entre a pressão hidrostática p e a deformação volumétrica Δ por ela produzida.

ESTADO TRIDIMENSIONAL

No estado tridimensional:

$$(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = (3\lambda + 2G)(\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) \quad (A5-1)$$

onde λ e G são os parâmetros de Lamé, e valem

$$\lambda = \frac{Ev}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{módulo cisalhante ("*shear modulus*")}$$

(A5-2)

E = módulo de Young

ν = coeficiente de Poisson

Fazendo

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = p$$

$$\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = \Delta$$

a equação (A5-1) fica:

$$3p = (3\lambda + 2G)\Delta$$

Obtém-se daí o módulo volumétrico:

$$K = \frac{p}{\Delta} = (\lambda + 2G/3) = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (\text{A5-3})$$

ESTADO PLANO

a) Estado plano de deformação

Fazendo $\epsilon_z = 0$:

$$\Delta = \epsilon_x + \epsilon_y$$

$$0 = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad \text{-----} \rightarrow \quad \sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$$

Portanto:

$$\Delta = \epsilon_x + \epsilon_y = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$$

Para $\sigma_x = \sigma_y = p$:

$$\Delta = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} p$$

Logo:

$$K = \frac{p}{\Delta} = \frac{E}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (\text{A5-4})$$

b) Estado plano de tensão

Fazendo $\sigma_z = 0$:

$$\sigma_x = (\lambda + 2G)\epsilon_x + \lambda\epsilon_y + \lambda\epsilon_z$$

$$\sigma_y = \lambda\epsilon_x + (\lambda + 2G)\epsilon_y + \lambda\epsilon_z$$

$$0 = \lambda\epsilon_x + \lambda\epsilon_y + (\lambda + 2G)\epsilon_z \quad \longrightarrow \quad \epsilon_z = -\frac{\lambda(\epsilon_x + \epsilon_y)}{\lambda + 2G}$$

Portanto:

$$\sigma_x + \sigma_y = \left[\frac{2(\lambda + G)(\lambda + 2G) - 2\lambda^2}{\lambda + 2G} \right] (\epsilon_x + \epsilon_y)$$

Para $\sigma_x = \sigma_y = p$ e $\Delta = \epsilon_x + \epsilon_y$:

$$2p = 2 \left[\frac{(\lambda + G)(\lambda + 2G) - \lambda^2}{\lambda + 2G} \right] \Delta$$

Logo:

$$K = \frac{p}{\Delta} = \frac{3G\lambda + 2G^2}{\lambda + 2G} = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (\text{A5-5})$$

Para ambos os casos do estado plano, o módulo cisalhante é aquele dado pela equação (A5-2).

MATRIZ ELÁSTICA $[C]$

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}$$

a) Estado plano de deformação

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}}_{[C]} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Em termos de G e K :

$$[C] = \begin{bmatrix} K+G & K-G & 0 \\ K-G & K+G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (\text{A5-6})$$

onde

$$K = \frac{E}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad \text{e} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

b) Estado plano de tensão

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}}_{[C]} \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

Em termos de G e K , $[C]$ é a mesma da equação (A5-6), só que:

$$K = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad \text{e} \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Se se desejar proceder a uma análise no estado plano de tensão utilizando a matriz elástica do estado plano de deformação, basta redefinir o módulo de Young e o coeficiente de Poisson da seguinte maneira:

$$E = \frac{E'(1 + 2\nu')}{(1 + \nu')^2} \quad \text{e} \quad \nu = \frac{\nu'}{1 + \nu'}$$

onde E' e ν' são os parâmetros reais do material.

APÊNDICE 6

IDEALIZAÇÃO DA SEÇÃO DE ESCAVAÇÃO

Para se analisar uma escavação relativamente longa no seu sentido longitudinal, contida por parede diafragma escorada por estroncas horizontais com espaçamento f num mesmo nível (fig. A6-1), pode-se escolher uma seção transversal e sobre ela proceder-se a um estudo de estado plano de deformação fazendo algumas aproximações (fig. A6-2).

Para que tanto a estronca como a faixa da placa contínua experimentem a mesma deformação segundo a sua maior dimensão, as tensões em ambas as peças devem ser iguais.

Se as duas peças suportam a mesma carga, então, as áreas das suas seções também devem ser iguais.

Portanto:

$$A = A'$$

$$A' = f e$$

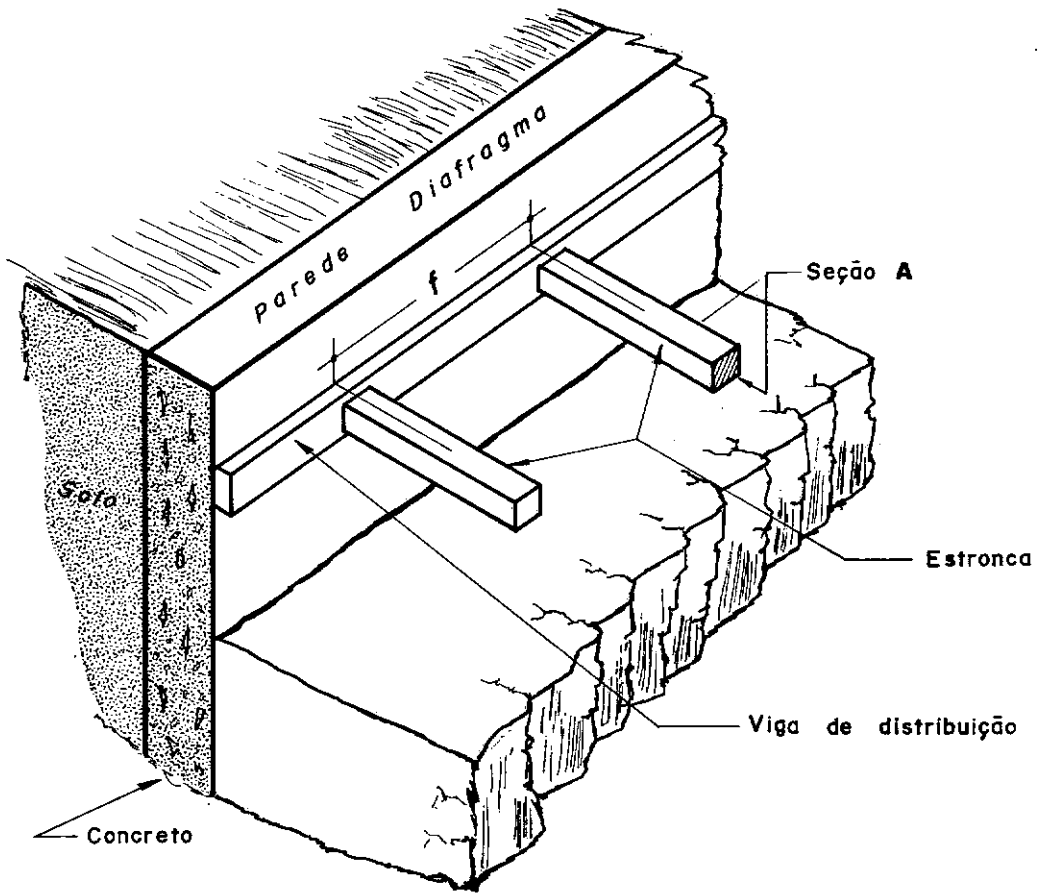
Logo:

$$e = A/f$$

No estado bidimensional pode-se considerar l de compri

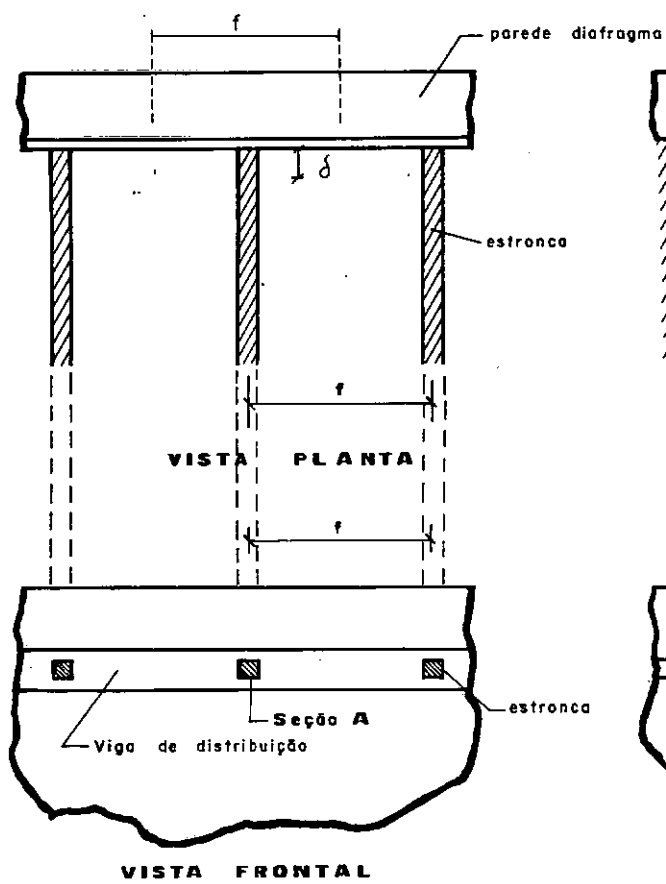
mento unitário. Portanto, a seção da estronca (da faixa da placa contínua) a considerar deve ser:

$$S = l e = 1 \frac{A}{f} = \frac{A}{f}$$

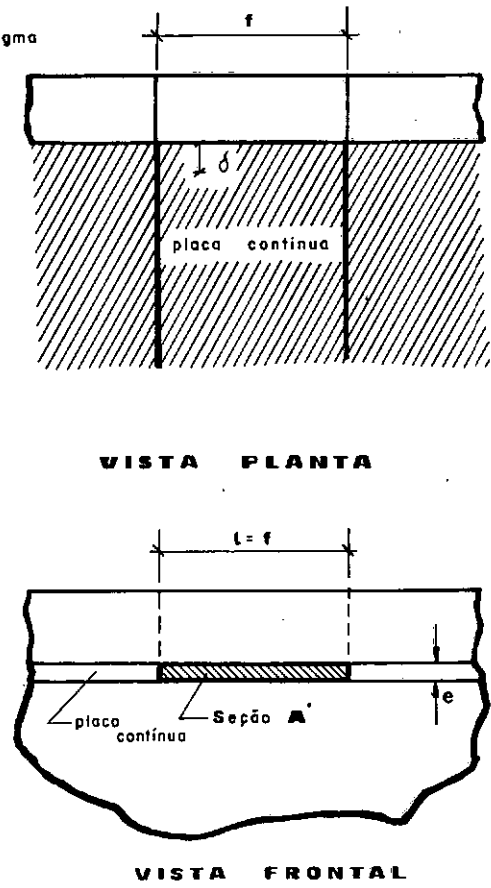


Escavação escorada

Fig. A6 - I



a) Caso real



b) Modelo adotado

Fig. A6 - 2

APÊNDICE 7

MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA ESCQDL/DT1176

O programa *ESCQDL/DT1176* é destinado principalmente à análise de escavações, escoradas ou não, abertas ou fechadas (túneis), no estado bidimensional, pelo Método dos Elementos Finitos. A análise é incremental para o estudo não linear, com duas iterações sucessivas. A não linearidade física do solo é considerada tomando-se como modelo de tensão-deformação a função hiperbólica proposta por Kondner (1963).

Os elementos finitos utilizados no programa são: quadrilátero de deformação linear, treliça (ou barra) e de viga. A linguagem de programação utilizada é FORTRAN G-IV.

A7.1 - COMPOSIÇÃO DO PROGRAMA

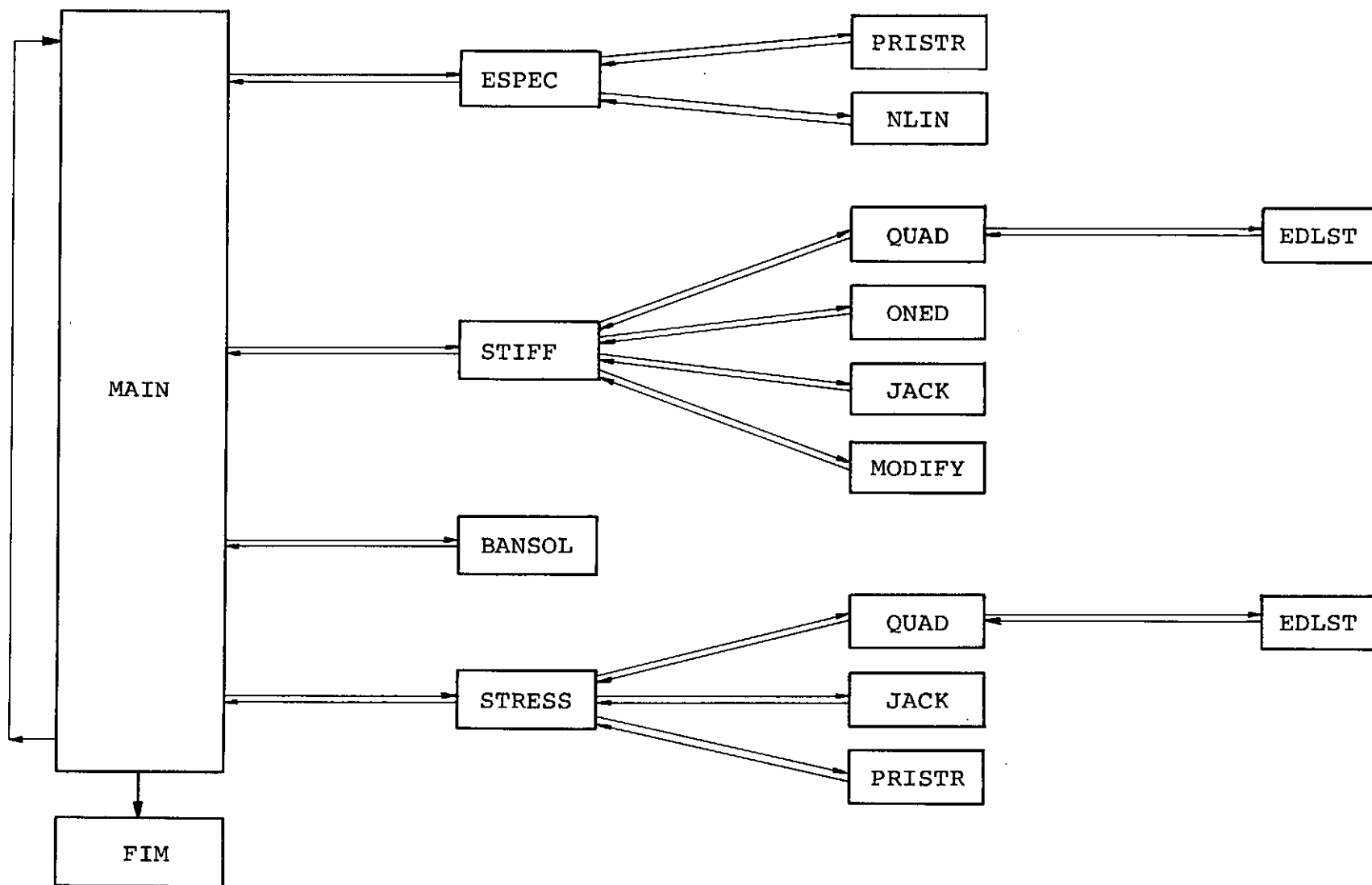
O programa é composto de um programa principal e onze subrotinas:

a) programa principal

MAIN - As fases de aplicação dos esforços são consideradas nesta rotina. Toda a entrada de dados é feita aqui.

b) subrotinas

- ESPEC - Esta subrotina determina os parâmetros elásticos dos materiais utilizados na análise.
- NLIN - O comportamento não linear do solo é considerado nesta subrotina.
- STIEF - Esta subrotina faz a montagem do sistema global de equações.
- QUAD - Esta subrotina calcula a matriz de rigidez do elemento quadrilátero e o seu vetor de cargas; faz também a condensação estática do nó central do elemento.
- EDLST - Esta subrotina calcula a matriz de rigidez do elemento triangular de quatro pontos nodais, componente do elemento quadrilátero.
- ONED - Esta subrotina calcula a matriz de rigidez do elemento treliça e seu vetor de cargas.
- JACK - Esta subrotina calcula a matriz de rigidez do elemento de viga e seu vetor de cargas.
- MODIFY - Modifica o sistema global de equações montado levando-se em conta as condições geométricas de contorno do problema.
- STRESS - Esta subrotina determina o campo de tensões em toda a malha.
- PRISTR - Esta subrotina calcula as tensões principais e a direção que a maior tensão principal faz com a horizontal (eixo-x).
- BANSOL - Esta subrotina resolve o sistema global final de equações pelo método de eliminação de Gauss. A matriz de ri-



Esquema básico do programa

Fig. A7-1

gidez poderá ter termo nulo na diagonal.

O esquema básico de funcionamento do programa está mostrado na figura A7-1.

A7.2 - UTILIZAÇÃO

A malha deve ser traçada de tal forma que a largura de banda não ultrapasse 68. No caso de existência de elementos treliça na malha, a numeração deve iniciar nestes elementos.

Os computadores indicados são: IBM /370-165 e BURROUGHS B6700, ou um equivalente.

DADOS DE ENTRADA

A) Cartão de identificação (20A4)

1º Qualquer informação pode ser escrita a partir da coluna 1 até a coluna 80.

B) Cartão de controle (8I5,2F10.0)

2º	Col. 1- 5	Número de pontos nodais (máximo 1000)
3º	6-10	Número de elementos (máximo 1000)
4º	11-15	Número de tipos de solo (máximo 9)
5º	16-20	Número de tipos de viga (máximo 3)
6º	21-25	Número de tipos de treliça (máximo 3)
7º	26-30	1 Análise no estado plano de deformação
		0 Análise no estado plano de tensão
8º	31-35	1 Com leitura de dados da etapa anterior
		0 Sem
9º	36-40	1 Análise não linear
		0 Análise linear

109	41-50	Cota do terreno (altura da malha)
119	51-60	Pressão atmosférica (sinal negativo)

C) Cartão de Controle (2I5)

129	Col. 1- 5	1	Parâmetros de ruptura iguais a aqueles imediatamente antes da ruptura
		0	Parâmetros de ruptura fixos (módulo elástico= 10 t/m ² e coeficiente de Poisson= 0,3)
139	6-10	1	Geometria de subsolo horizontal
		0	Geometria de subsolo qualquer

D) Propriedades dos Solos (elemento quadrilátero), se necessário

Para cada tipo de solo:

a) (3I5,2F10.0)

149	Col. 1- 5	Número do material do solo (1,2,...9)
159	6-10	1 Módulo elástico variável
		0 Módulo elástico constante
169	11-15	1 Coeficiente de Poisson variável
		0 Coeficiente de Poisson constante
179	16-25	Peso específico
189	26-35	Coeficiente de empuxo no repouso (K_0)

b) Parâmetros elásticos para o cálculo de tensões iniciais (2F10.0)

199	Col. 1-10	Módulo elástico
209	11-20	Coeficiente de Poisson

c) Duas séries de propriedades (duas vezes):

c.1) Se o 159 dado for igual a 0 (F10.0)

219 Col. 1-10 Módulo elástico

c.2) Se o 16º dado for igual a 0 (F10.0)

229 Col. 1-10 Coeficiente de Poisson

c.3) Leitura dos parâmetros não lineares de triaxiais convencionais (uma vez) e especiais (uma vez), se o 15º e/ou 16º dado for igual a 1 (2I5,4F10.0/4F10.0)

Parâmetros hiperbólicos:

239	Col. 1- 5	Parâmetro K
249	6-10	Parâmetro K_{ur}
259	11-20	Parâmetro n
269	21-30	Parâmetro R_f
279	31-40	Coesão efetiva c'
289	41-50	Ângulo de atrito efetivo ϕ'

Parâmetros de Lade (1972):

299	Col. 1-10	Parâmetro L
309	11-20	Parâmetro M
319	21-30	Parâmetro q
329	31-40	Parâmetro ϵ_v/σ_a

E) Propriedades da viga (elemento de viga), se necessário (I5, 2F10.0)

Para cada tipo de viga:

339	Col. 1- 5	Número do material da viga (11,12 ou 13)
349	6-15	Módulo elástico
359	16-25	Espessura da viga

Obs: Quando se utilizar elementos quadriláteros para simular a pa

rede, as propriedades do material constituinte devem ser lidas no ítem D (como se fosse um tipo de solo).

F) Propriedades da estronca (elemento treliça), se necessário

Para cada tipo de estronca:

a) (2I5,F10.0)

36º	Col.	1- 5	Número do material da estronca (14,15 ou 16)
37º		6-10	Número de cartões de temperatura
38º		11-20	Coefficiente de dilatação térmica linear do material
39º		21-30	Área da seção da estronca

b) (2F10.0)

Para cada cartão de temperatura:

40º	Col.	1-10	Temperatura
41º		11-20	Módulo elástico, na temperatura acima

G) Controle de informação (6I5)

42º	Col.	1- 5	1	Impressão de dados dos pontos nodais
			0	Sem
43º		6-10	1	Impressão de dados dos elementos
			0	Sem
44º		11-15	1	Impressão de dados das tensões iniciais
			0	Sem
45º		16-20	1	Impressão dos níveis de tensão máximos
			0	Sem
46º		21-25	1	Impressão dos parâmetros elásticos intermediários

		0	Sem
479	26-30	1	Impressão dos níveis de tensão interme_
			diários
		0	Sem

H) Dados dos pontos nodais (I5,5F10.0)

Para cada ponto nodal:

489	Col.	1- 5	Número do ponto nodal
499		6-15	Condição de apoio
509		16-25	Coordenada-x
519		26-35	Coordenada-y
529		36-45	Deslocamento-x inicial
539		46-55	Deslocamento-y inicial

Com respeito a esse bloco de dados:

1) Se na sequência de dados, alguns nós forem omitidos, estes serão gerados automaticamente com espaçamentos (horizontal e vertical) iguais e com as condições de apoio e de deslocamento idênticas às do ponto nodal dado imediatamente após o último nó omitido. Exemplo:

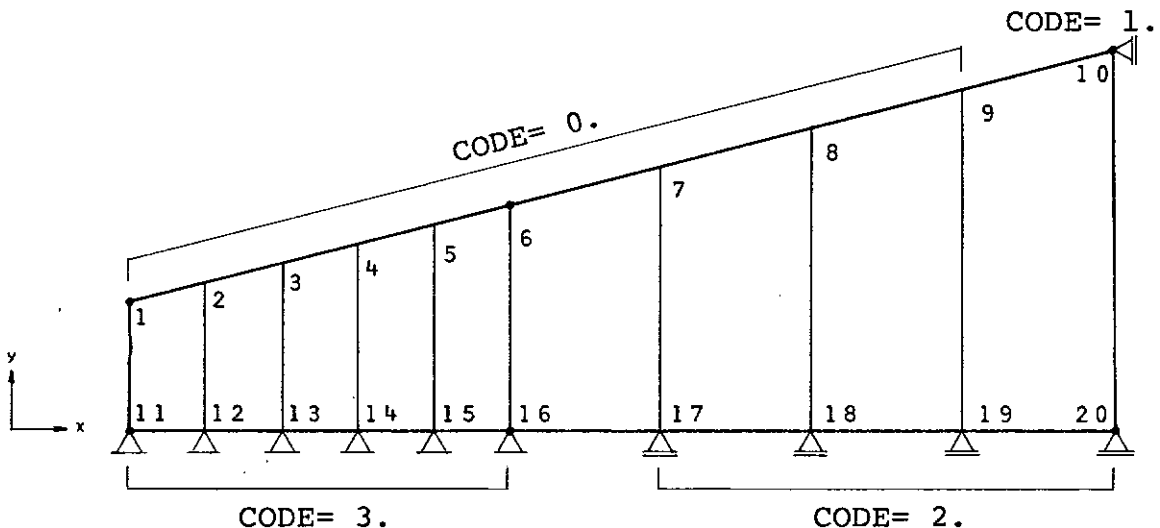





Fig. A7-2

Pontos nodais de entrada: 1, 6, 9, 10, 11, 16 e 20

2) Condições de apoio dos pontos nodais

 CODE= 3. Deslocamento restrito nas duas direções

 CODE= 2. Deslocamento restrito na direção-y

 CODE= 1. Deslocamento restrito na direção-x

• CODE= 0. Sem restrição de deslocamento

I) Dados dos elementos (6I5,3F10.0)

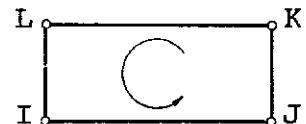
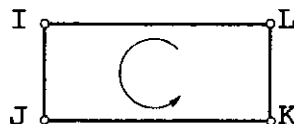
Para cada elemento:

54º	Col. 1- 5	Número do elemento
55º	6-10	Ponto nodal I
56º	11-15	Ponto nodal J
57º	16-20	Ponto nodal K
58º	21-25	Ponto nodal L
59º	26-30	Identificação do material
60º	31-40	Tensão horizontal σ_x
61º	41-50	Tensão vertical σ_y
62º	51-60	Tensão cisalhante τ_{xy}

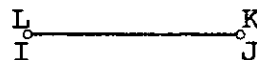
Com respeito a esses dados:

1) A ordem de leitura dos pontos nodais dos elementos:
sentido anti-horário

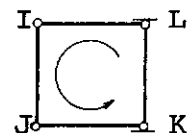
quadrilátero



treliça



viga



2) Os elementos omitidos serão gerados automaticamente conforme os exemplos abaixo:

Exemplo-1

1	2	3	4	5
1 6	2 7	3 8	4 9	10
5 11	6 12	7 13	8 14	15
9 16	10 17	11 18	12 19	20

Fig. A7-3

Basta ter como dados os seguintes elementos: 1, 5, 9 e 12.

Exemplo-2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1 12	2 13	3 14	4 15	5 16	6 17	7 18	9 19	9 20	10 21	22

material-1

material-2

Fig. A7-4

Os seguintes elementos devem ser dados: 1, 4, 7 e 10.

Obs: Sempre o último elemento deve ser dado.

J) Dados das tensões iniciais

a) Se o 8º e o 13º dados forem iguais a 0 (3F10.0)

Para cada elemento:

639	Col. 31-40	Tensão horizontal σ_x
649	41-50	Tensão vertical σ_y
659	51-60	Tensão cisalhante τ_{xy}

b) Se o 89 dado for igual a 1 (I4,4I2,4E11.4,2E12.5)

Para cada elemento:

669	Col. 1- 4	Número do elemento
679	5- 6	Identificação do material
689	7- 8	1 Utilização dos parâmetros não lineares convencionais (ou especiais)
		2 Idem especiais (ou convencionais)
699	9-10	1 Carregamento primário
		2 Descarregamento ou recarregamento
709	11-12	1 Elemento em ruptura
		0 Não
719	13-23	Nível de tensão máximo
729	24-34	Tensão horizontal σ_x
739	35-45	Tensão vertical σ_y
749	46-56	Tensão cisalhante τ_{xy}
759	57-68	Módulo elástico
769	69-80	Coefficiente de Poisson

L) Dados dos deslocamentos iniciais, se o 89 dado for igual a 1
(I5,F5.0,2E15.7)

Para cada ponto nodal:

779	Col. 1- 5	Número do ponto nodal
789	6-10	Condição de apoio
799	11-25	Deslocamento horizontal (direção-x)
809	26-40	Deslocamento vertical (direção-y)

M) Cartão de controle (3I5)

819	Col. 1- 5	1	Com cálculo ou leitura das forças equivalentes nodais
		0	Sem
829	6-10	1	Com cálculo das forças acima mencionadas
		0	Sem
839	11-15		Número de superfícies onde se desejam calcular as forças equivalentes nodais

N) Dados das forças nodais, se o 819 e 829 dados forem iguais a 0
(I5/(I5,2F10.0))

Para cada superfície:

a) (I5)

849 Col. 1- 5 Número de nós da superfície

b) (I5,2F10.0)

Para cada nó da superfície:

859 Col. 1- 5 Número dos nós da superfície

869 6-15 Força horizontal

879 16-25 Força vertical

O) Dados para o cálculo das forças equivalentes iniciais, se o
819 e 829 dados forem iguais a 1

Para cada superfície onde se desejam calcular as forças:

a) (I5)

889 Col. 1- 5 Número de elementos adjacentes à superfície que serão retirados (escavados)

b) (5I5)

Para cada elemento adjacente:

89º	Col. 1- 5	Número do elemento
90º	6-10	Primeiro nó do elemento que se localiza na superfície
91º	11-15	Segundo nó idem (se houver)
92º	16-20	Terceiro nó idem (se houver)
93º	21-25	Quarto nó idem (se houver)

c) Para cada elemento adjacente, na mesma sequência de leitura do sub-ítem anterior (b)

c.1) Tensões iniciais nos pontos nodais (3F10.0)

Para os pontos nodais I, J, K e L :

94º	Col. 31-40	Tensão horizontal σ_x
95º	41-50	Tensão vertical σ_y
96º	51-60	Tensão cisalhante τ_{xy}

P) Identificação da etapa de simulação (12I5)

97º	Col. 1- 5	1,2,...	Há etapa a ser analisada
		0	Não há
98º	6- 10	1	Com saída de resultados da etapa analisada em cartões perfurados
		0	Sem
99º	11-15	1	Com saída de tensões principais em cartões perfurados
		0	Sem
100º	16-20	1	Variação de temperatura e/ou recompressão das estroncas
		0	Sem
101º	21-25	1	Concretagem da parede
		0	Sem

1029	26-30	1	Escavação
		0	Sem
1039	31-35	1	Colocação da estronca
		0	Sem
1049	36-40	1	cargas estáticas
		0	Sem
1059	41-45	1	Deslocamento especificado
		0	Sem
1069	46-50	1	Reaterro (construção)
		0	Sem
1079	51-55	1	Cálculo das tensões iniciais
		0	Sem
1089	56-60	1	Troca de material
		0	Sem

Q) Etapa a ser analisada, se houver

a) Troca de material

a.1) (I5)

1099 Col. 1- 5 Número de camadas de elementos sequenciais

a.2) (3I5)

Para cada camada:

1109	Col. 1- 5	Primeiro elemento da camada
1119	6-10	Último elemento da camada
1129	11-15	Identificação do material assumido

Obs: Se não houver elementos sequenciais nas camadas, entrar com todos os elementos envolvidos na etapa. Assim, o primeiro e o último elementos da camada serão iguais.

b) Variação de temperatura e/ou recompressão das estronas

cas

b.1) (I5)

1139 Col. 1- 5 Número de elementos treliça componentes
das estroncas já instaladas

b.2) (I5,3F10.0)

Para cada elemento treliça:

1149 Col. 1- 5 Número do elemento
1159 6-15 Temperatura anterior
1169 16-25 Temperatura atual
1179 26-35 Recompressão (dada em geral por um macaco
hidráulico) (sinal negativo)

c) Concretagem da parede

c.1) (I5)

1189 Col. 1- 5 Número de colunas de elementos sequenciais

c.2) (2I5)

Para cada coluna:

1199 Col. 1- 5 Primeiro elemento da coluna
1209 6-10 Último elemento da coluna

Obs: A observação dada no sub-ítem a) do ítem Q) é também válida aqui, para a coluna.

d) Escavação

d.1) (I5)

1219 Col. 1- 5 Número de camadas ou colunas de elementos
sequenciais a retirar

d.2) (2I5)

Para cada camada ou coluna:

1229 Col. 1- 5 Primeiro elemento

1239 6-10 Último elemento

d.3) (2I5)

1249 Col. 1- 5 Identificação da superfície de corte (onde
foram definidas as forças nodais)

1259 6-10 Número de nós da superfície

d.4) (I5)

Para cada nó da superfície:

1269 Col. 1- 5 Número do ponto nodal

e) Instalação da estronca

e.1) (I5)

1279 Col. 1- 5 Número de elementos treliça que irão com-
por a(s) estronca(s)

e.2) (4I5,5F10.0)

Para cada elemento:

1289 Col. 1- 5 Número do elemento

1299 6-10 Identificação do material

1309 11-15 Nó I

1319	16-20	Nó J
1329	21-30	Condição de apoio do nó I
1339	31-40	Idem nó J
1349	41-50	Temperatura inicial
1359	51-60	Temperatura final
1369	61-70	Compressão (sinal negativo)

f) Cargas estáticas

f.1) (2I5)

1379	Col. 1- 5	Número de forças concentradas
1389	6-10	Número de cartões de pressão

f.2) Se houver forças concentradas (I5,F5.0,2F10.0)

Para cada força concentrada:

1399	Col. 1- 5	O ponto nodal onde atua a força
1409	6-10	Condição de apoio deste nó
1419	11-20	Força horizontal
1429	21-30	Força vertical

f.3) Se houver pressões normais atuantes (2I5,2F10.0)

Para cada cartão de pressão:

1439	Col. 1- 5	Ponto nodal A
1449	6-10	Ponto nodal B
1459	11-20	Pressão no ponto nodal A
1469	21-30	Pressão no ponto nodal B

Exemplo

Para cada deslocamento:

1489	Col. 1- 5	O ponto nodal
1499	6-10	Condição de apoio do nó
1509	11-20	Deslocamento horizontal
1519	21-30	Deslocamento vertical

Obs: As forças e os deslocamentos são especificados de acordo com a condição de apoio dos pontos nodais:

CODE= 0.	UR	é a força especificada na direção-x
	UZ	idem direção-y
CODE= 1.	UR	é o deslocamento especificado na direção-x
	UZ	é a força especificada na direção-y
CODE= 2.	UR	é a força especificada na direção-x
	UZ	é o deslocamento especificado na direção-y
CODE= 3.	UR	é o deslocamento especificado na direção-x
	UZ	idem direção-y

h) Reaterro

O reaterro é feito, no estudo não linear, camada por camada.

h.1) (I5)

1529	Col. 1- 5	Número de elementos a serem incrementados
------	-----------	---

h.2) (2I5)

Para cada elemento incrementado:

1539	Col. 1- 5	Número do elemento
1549	6-10	Identificação do material

R) Dados para o cálculo de forças nodais devido ao acréscimo de deslocamento

a) (2I5)

155º	Col. 1- 5	Superfície a partir da qual se desejam calcular as forças nodais (0 se não se desejar calcular tais forças e pular para o item S))
156º	6-10	1 Saída de forças nodais em cartões perfurados 0 Sem

b) Para cada superfície a partir daquela especificada no 155º dado até aquela especificada no 83º dado:

b.1) (I5)

157º	Col. 1- 5	Número de elementos fronteira envolvidos na superfície (elementos imediatamente abaixo da superfície)
------	-----------	---

b.2) (6I5)

Para cada elemento fronteira:

158º	Col. 1- 5	Número do elemento
159º	6-10	Número de nós do elemento que se localizam na superfície
160º	11-15	Número destes nós

S) Análise da próxima etapa (voltar ao item P))

Quando não houver mais etapas a serem analisadas, 97º dado igual a 0, o próximo problema inicia-se no item A).

Se também não houver mais problemas a analisar, basta entrar com mais dois cartões brancos e terá chegado ao fim do processamento.

A7.3 - SAÍDA DO PROGRAMA

O programa fornece:

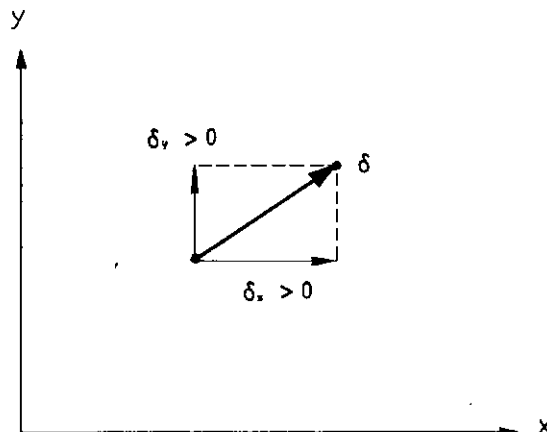
1) todas as informações de entrada impressas (se dese-
jar);

2) o campo de deslocamentos e de tensões no maciço im-
presso; e

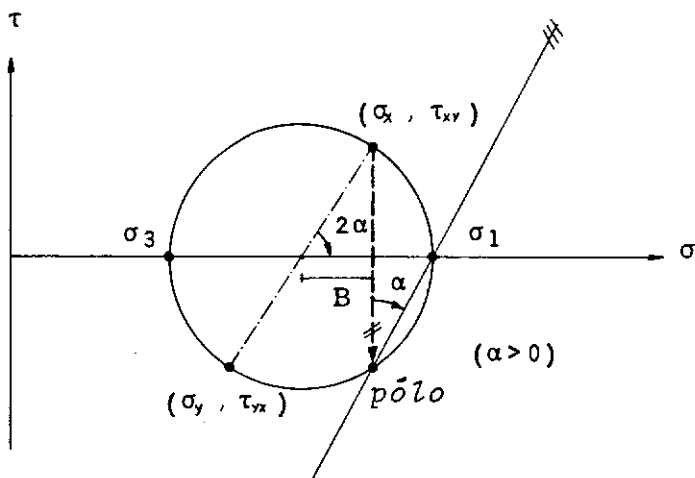
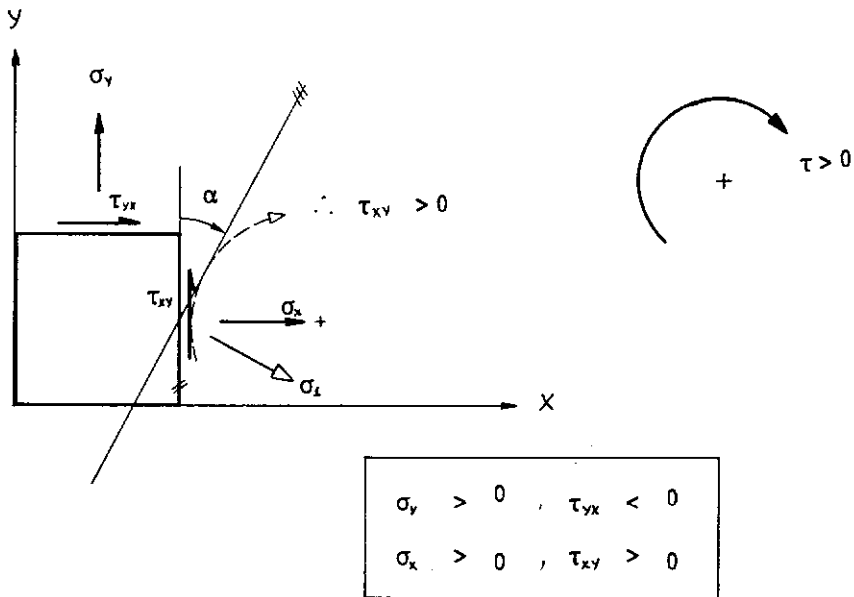
3) os cartões perfurados de resultados e dados que inte-
ressam para uma eventual análise de etapas posteriores (se dese-
jar).

A7.4 - CONVENÇÕES

1) Deslocamentos

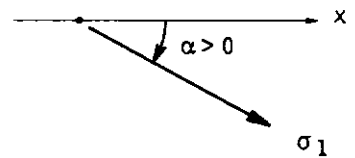


2) Tensões



$$\operatorname{tg} 2\alpha = \tau_{xy} / B$$

$$B = (\sigma_x - \sigma_y) / 2$$



$$\alpha = \arctg \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y) / 2}$$

A7.5 - LISTAGEM DO PROGRAMA

A base do programa é o LINDEF desenvolvido por WILSON e revisado mais tarde por LYSMER e PICHAVANT.

Foram feitas várias adaptações levando-se em conta os objetivos do trabalho. Poderá o programa sofrer outras adaptações inclusive ser melhor otimizada.

```

C*****
C*
C*
C*      I      E S C O D L / D T 1 1 7 6      I
C*      -----
C*
C*****
C*
C*      M E T O D O      D O S      E L E M E N T O S      F I N I T O S
C*
C*****
C*      ANALISE PLANE STRESS OU PLANE STRAIN - QUAD.DEF.LINEAR
C*****
C*
C*      TESE DE MESTRADO: "METODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO
C*                        A ESCAVACAO ESCORADA"
C*      ENGENHEIRO: J O R G E      F U J I I
C*      ENTIDADE:  C O P P E / U F R J
C*      DATA:  09 - 11 - 1976
C*
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION
      B      BR(8),
      C      CC(3,4),
      F      F(2,4),FOR(400,2,10),
      X      XKO(21),XY(2,4),
      L      LUL(200,5),
      N      NO(50),NPF(4)
      COMMON
      B      BAREA(19),
      C      COALFA(19),
      D      DISLOC(1000,2),
      E      ESPESS,
      S      ST(3,10),STG(3),
      T      TENSX(50),TEMPER(19,2),
      V      VOL,
      X      XC,
      Y      YC,
      I      IKK,
      J      JVEZ,
      N      NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
      COMMON /ELEARG/
      I      IX(1000,5),
      K      KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)
      COMMON /PARAM/
      E      ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),ETZRO(9),
      P      PNU(1000),PNUZRO(9),
      T      TERM01(50),TERM02(50),
      N      NBARRA,NESCOR
      COMMON /PRESS/
      A      ANGX1,
      S      SIGZ(1000,3),SIG1,SIG3,SMAX(1000),
      K      KODE(1000),KODLEI,KODPER,KODENU,KODSQO

```


COMMON /PRSARG/

P PR(50),
I IBC(50),
J JBC(50)

COMMON /ORDARG/

C CODE(1000),
R R(1000),
U UR(1000),UZ(1000),
Z Z(1000)

COMMON /BANARG/

A A(136,68),
B B(2040),
M MBAND,
N NPSPS,NUMBLK

COMMON /MATARG/

H HED(20),
R RO(21),
T TT(8)

COMMON /SOLOS/

C COES(9,2),
E EVSIGA(9,2),EXPN(9,2),
P PA,PARAML(9,2),PARAMM(9,2),PARAMQ(9,2),
P PHI(9,2),
R RF(9,2),
K KOEF(9,2),KOEUF(9,2),
K KURVA(1000)

```

C
C*****
C
C    LEITURA DE DADOS
C
C*****
2424 READ(5,1000) (HED(I),I=1,20),NUMNP,NUMEL,NUMSOL,NUMEST,
1  NUMBAR,NPSPS,KODLEI,LANLA,ZNIVEL,PA
1000 FORMAT(20A4/8I5,4F10.0)
    IF(NUMNP.EQ.0) GO TO 90000
    READ 4105, KETPNU, KGHORZ
    PRINT 1500, HED
1500 FORMAT(1H1,30X,'PROGRAMA:  E S C O D L / D T 1 1 7 6',/,30
X,'ENTI
1DADE:  C O P P F / U F R J',/,30X,'TESF DE MESTRADO:  J O
R G E
2  F U J I I',/,30X,'DATA:  09 - 11 - 1976',////////,20A4)
    IF(NPSPS.EQ.0) PRINT 1502
    IF(NPSPS.EQ.1) PRINT 1501
    PRINT 1503,NUMNP,NUMEL,NUMSOL,NUMEST,NUMBAR,ZNIVEL,PA
1501 FORMAT(////////,1X,'....  ANALISE  P L A N E S T R A I N  ....
')
1502 FORMAT(////////,1X,'....  ANALISE  P L A N F S T R E S S  ....
')
1503 FORMAT (/,
1  50H NUMERO DE PONTOS NODAIS-----I3/
2  50H NUMERO DE ELEMENTOS-----I3/
3  50H NUMERO DE TIPOS DE SOLOS-----I3/

```

```

4 50H NUMERO DE MATERIAIS DA PAREDE-----I3/
5 50H NUMERO DE MATERIAIS DA BARRA-----I3/
6 50H ALTURA DA MALHA-----E12.4
/
8 50H PRESSAO ATMOSFERICA (TON/M2)-----E12.4
)
C
C*****
C
C      LER E ESCREVER AS PROPRIEDADES DOS SOLOS
C
C*****
C      IF(NUMSOL.LE.0) GO TO 2510
C      DO 4100 M=1,NUMSOL
C      READ(5,4105) MTYPE,KODET(MTYPE),KODPNU(MTYPE),RO(MTYPE),XKO
(MTYPE)
4105 FORMAT(3I5,2F10.0)
      READ 12110, ETZRO(MTYPE),PNUZRO(MTYPE)
      KODET(MTYPE)= KODET(MTYPE)
      KODPNU(MTYPE)= KODPNU(MTYPE)
      DO 4110 N=1,2
      IF(KODET(MTYPE)) 4115,4120,4115
4120 READ(5,4125) EYOUNG(MTYPE,N)
4125 FORMAT(F10.0)
4115 IF(KODPNU(MTYPE)) 4130,4135,4130
4135 READ(5,4125) EPOISS(MTYPE,N)
-----4130 IF((KODET(MTYPE).EQ.0).AND.(KODPNU(MTYPE).EQ.0)) GO TO 4110
      READ(5,4140) KOEF(MTYPE,N),KOEFUR(MTYPE,N),EXPAN(MTYPE,N),
      1 RF(MTYPE,N),COES(MTYPE,N),PHI(MTYPE,N),PARAML(MTYPE,N),
      2 PARAMM(MTYPE,N),PARAMQ(MTYPE,N),EVSIGA(MTYPE,N)
4140 FORMAT(2I5,4F10.0,/,4F10.0)
4110 CONTINUE
      PRINT 4145,MTYPE,RO(MTYPE),XKO(MTYPE)
4145 FORMAT(1H1,9(/),T6,65(' '),/,T6,'|',T70,'|',/,T6,'|',T33,'S
O L O'
      1 ,I4,T70,'|',/,T6,'|',T70,'|',/,T6,'|',63(' '),',',/,T6,'|'
,T70,
      2 '|',/,T6,'|',T13,'PESO ESPECIFICO (T/M3)      =',T46,F7.2,T
70,'|',
      3 '/',T6,'|',T13,'COEFICIENTE EMPUXO LATERAL =',T46,F7.2,T70,'
|',/,
      4 T6,'|',T70,'|',/,T6,'|',63(' '),',')
      PRINT 4150
4150 FORMAT(T6,'|',T42,'|',T56,'|',T70,'|',/,T6,'|', ' PROPRIEDA
DES',
      1 T42,'|', ' DIRECAO-X ',',', ' DIRECAO-Y ',',',/,T6,'|',T
42,'|',
      2 T56,'|',T70,'|',/,T6,'|',35(' '),',',13(' '),',',13(' '),,
|',/,
      3 T6,'|',T42,'|',T56,'|',T70,'|')
      IF(KODET(MTYPE).EQ.0) PRINT 4155,EYOUNG(MTYPE,1),EYOUNG(MTY
PE,2)
      IF(KODET(MTYPE).EQ.1) PRINT 4160
4155 FORMAT(T6,'|',T13,'MODULO DE YOUNG (T/M2)',T42,'|',F10.1,T5

```

```

1 'I',F10.1,T70,'I')
4160 FORMAT(T6,'I',T13,'MODULO DE YOUNG (T/M2)',T42,'I',T46,'VAR
IAVEL',
1 T56,'I',T60,'VARIABEL',T70,'I')
IF(KODPNU(MTYPE).EQ.0) PRINT 4165,EPOISS(MTYPE,1),EPOISS(MT
YPE,2)
IF(KODPNU(MTYPE).EQ.1) PRINT 4170
4165 FORMAT(T6,'I',T13,'COEFICIENTE DE POISSON',T42,'I',T46,F7.2
,T56,
1 'I',T60,F7.2,T70,'I')
4170 FORMAT(T6,'I',T13,'COEFICIENTE DE POISSON',T42,'I',T46,'VAR
IAVEL',
1 T56,'I',T60,'VARIABEL',T70,'I')
IF((KODET(MTYPE).EQ.0).AND.(KODPNU(MTYPE).EQ.0)) GO TO 4175
PRINT 4180,KOEF(MTYPE,1),KOEF(MTYPE,2),KOEUF(MTYPE,1),
1 KOEFUR(MTYPE,2),EXPN(MTYPE,1),EXPN(MTYPE,2)
4180 FORMAT(T6,'I',T42,'I',T56,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' PARAMETRO
S HIPER
1BOLICOS :',T42,'I',T56,'I',T70,'I',/,T6,'I',T42,'I',T56,'I'
,T70,
2 'I',/,T6,'I',T13,'K',T42,'I',T48,I5,T56,'I',T62,I5,T70,'I'
,/,T6,
3 'I',T13,'KUR',T42,'I',T48,I5,T56,'I',T62,I5,T70,'I',/,T6,'
I',T13,
4 'N',T42,'I',T48,F5.2,T56,'I',T62,F5.2,T70,'I')
PRINT 4185,RF(MTYPE,1),RF(MTYPE,2),COES(MTYPE,1),COES(MTYPE
,2),
1 PHI(MTYPE,1),PHI(MTYPE,2)
4185 FORMAT(T6,'I',T13,'RF',T42,'I',T48,F5.2,T56,'I',T62,F5.2,T7
0,'I',
1 /,T6,'I',T13,'COESAO (T/M2)',T42,'I',T48,F5.2,T56,'I',T62,
F5.2,
2 T70,'I',/,T6,'I',T13,'ANGULO DE ATRITO (GRAU)',T42,'I',T48
,F5.2,
3 T56,'I',T62,F5.2,T70,'I',/,T6,'I',T42,'I',T56,'I',T70,'I',
/,T6,
4 'I', ' PARAMETROS DE LADE :',T42,'I',T56,'I',T70,'I',/,T6,
'I',
5 T42,'I',T56,'I',T70,'I')
PRINT 4190,PARAML(MTYPE,1),PARAML(MTYPE,2),PARAMM(MTYPE,1),
1 PARAMM(MTYPE,2),PARAMQ(MTYPE,1),PARAMQ(MTYPE,2),EVSIGA(MTY
PE,1),
2 EVSIGA(MTYPE,2)
4190 FORMAT(T6,'I',T13,'L',T42,'I',T48,F5.2,T56,'I',T62,F5.2,T70
,'I',/,
1 T6,'I',T13,'M',T42,'I',T48,F5.2,T56,'I',T62,F5.2,T70,'I',/
,T6,'I'
2 ,T13,'Q',T42,'I',T46,F7.3,T56,'I',T60,F7.3,T70,'I',/,T6,'I'
,T13,
3 'EPSILONV/SIGMAA (M2/T)',T42,'I',T46,F7.5,T56,'I',T60,F7.5
,T70,
4 'I')
4175 PRINT 4195
4195 FORMAT(T6,'I',T42,'I',T56,'I',T70,'I',/,T6,65(' '))

```

```

      PHI(MTYPE,1)= PHI(MTYPE,1)/57.29577951
      PHI(MTYPE,2)= PHI(MTYPE,2)/57.29577951

```

```

4100 CONTINUE

```

```

C
C*****
C
C      LER E ESCREVER PROPRIEDADES DA VIGA-JACK
C
C*****
2510 IF(NUMEST.EQ.0) GO TO 2515
      PRINT 5010
      PRINT 10260
      PRINT 5015
      DO 10250 M=1,NUMEST
        READ 1222,MTYPE,EYOUNG(MTYPE,1),ESPRESS
        PRINT 10270,MTYPE,EYOUNG(MTYPE,1),ESPRESS
10250 CONTINUE
      PRINT 5005
10260 FORMAT(T6,'I',T30,'V I G A - J A C K',T70,'I')
10270 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' MATERIAL :',I4,T70,'I',/,
T6,'I',
      1 T70,'I',/,T6,'I', ' PROPRIEDADES :',T70,'I',/,T6,'I',T70,'
I',/,
      2 T6,'I',T12,'MODULO DE YOUNG (T/M2) =',F12.2,T70,'I',/,T6,'
I',T12,
      3 'LARGURA DA PAREDE (M) =',F12.2,T70,'I')

```

```

C
C*****
C
C      LER E ESCREVER PROPRIEDADES DA ESTRONCA E DA BARRA-JACK
C
C*****
2515 IF(NUMBAR.EQ.0) GO TO 2520
      PRINT 5010
      PRINT 10280
      PRINT 5015
      DO 10290 M=1,NUMBAR
        READ 10300,MTYPE,NUMTC,COALFA(MTYPE),BAREA(MTYPE)
        PRINT 10320,MTYPE,COALFA(MTYPE),BAREA(MTYPE)
        DO 10310 N=1,NUMTC
          READ 12110,TEMPER(MTYPE,N),EYOUNG(MTYPE,N)
          PRINT 10330,EYOUNG(MTYPE,N),TEMPER(MTYPE,N)
10310 CONTINUE
10290 CONTINUE
      PRINT 5005
12110 FORMAT(2F10.0)
10280 FORMAT(T6,'I',T25,'E L E M E N T O   B A R R A',T70,'I')
10300 FORMAT(2I5,2F10.0)
10320 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' MATERIAL :',J4,T70,'I',/,
T6,'I',
      1 T70,'I',/,T6,'I',T12,'COEF.DILAT.TERMICA (/GRAU-CELSIUS) =
',
      2 F14.6,T70,'I',/,T6,'I',T12,'AREA DA SECAO (M2) =',T48,F14.
4,T70,

```

```

3 '1',/,T6,'1',T70,'1',/,T6,'1',T12,'MODULO DE YOUNG (T/M2)
TEM
4PERATURA (GRAU-CELSIUS)',T70,'1',/,T6,'1',T70,'1')
10330 FORMAT(T6,'1',T17,F12.2,T46,F12.2,T70,'1')
C
C*****
C
C      LER E ESCREVER DADOS DOS PONTOS NODAIS
C
C*****
2520 READ 1003, KODNP,KODEL,KODSIG,KODSMX,KODENU,KODSQQ
1003 FORMAT(6I5,3F10.0)
      WRITE (6,2004)
2004 FORMAT(1H1,T8,'P.NODAL CODE ABCISSA-X ORDENADA-Y DESL
OC-X
      1DESLOC-Y',/)
      L=0
      60 READ(5,1222) N, CODE(N),R(N),Z(N),DISLOC(N,1),DISLOC(N,2)
1222 FORMAT(I5,5F10.0)
      NL=L+1
      ZX=N-L
      IF(L.EQ.0) GO TO 70
      DR=(R(N)-R(L))/ZX
      DZ=(Z(N)-Z(L))/ZX
      70 L=L+1
C
C-----GERACAO DOS PONTOS NODAIS-----
C
      IF(N-L) 100,90,80
      80 CODE(L)= CODE(N)
      DISLOC(L,1)= DISLOC(N,1)
      DISLOC(L,2)= DISLOC(N,2)
      R(L)=R(L-1)+DR
      Z(L)=Z(L-1)+DZ
      GO TO 70
      90 IF(KODNP) 14020,14030,14020
14020 PRINT 222,(K, CODE(K),R(K),Z(K),DISLOC(K,1),DISLOC(K,2),K=N
L,N)
      222 FORMAT(I12,F7.0,1X,2F12.3,2F11.3)
14030 IF(NUMNP-N) 100,110,60
      100 WRITE (6,2009) N
      2009 FORMAT(1X,'ERRO DE CARTAO DO PONTO NODAL N=',I5)
      GO TO 90000
      110 CONTINUE
      PRINT 14040
14040 FORMAT(1X,'----- (CONFERIDO) -----')
C
C*****
C
C      LER E ESCREVER DADOS DOS ELEMENTOS
C
C*****
      WRITE(6,2001)
2001 FORMAT(1H1,T8,'EL.NO. I J K L MTYPE

```

```

1  'SIGX',I74,'SIGY',I89,'SIGXY',/)
  N=0
130 READ(5,1003) M,(IX(M,I),I=1,5),(SIGZ(M,J),J=1,3)
140 N=N+1
    IF (M-N) 170,170,150
C
C      GERACAO DOS ELEMENTOS
C
150 IX(N,1)=IX(N-1,1)+1
    IX(N,2)=IX(N-1,2)+1
    IX(N,3)=IX(N-1,3)+1
    IX(N,4)=IX(N-1,4)+1
    IX(N,5)=IX(N-1,5)
    SIGZ(N,1)= SIGZ(M,1)
    SIGZ(N,2)= SIGZ(M,2)
    SIGZ(N,3)= SIGZ(M,3)
170 IF(KODEL) 14050,14060,14050
14050 PRINT 2003,N,(IX(N,I),I=1,5),(SIGZ(N,J),J=1,3)
2003 FORMAT(I11,4I8,I7,5F10.3)
14060 IF(M-N) 180,180,140
180 IF(NUMEL-N) 15040,190,130
15040 PRINT 15050,N
15050 FORMAT(1H1,1X,27('*'),/,1X,'ERRO DE CARTAO: ELEMENTO N=',I5
,/,
      1 27('*'))
      GO TO 90000
-----190-CONTINUE-----
      PRINT 14040
C
C*****
C  ARRANJO NA INCIDENCIA DOS PONTOS NODAIS DO FLEMENTO DE TAL
C  MANEIRA QUE A MENOR DIAGONAL SEJA CONSIDERADA NA
C  COMPUTACAO
C*****
      DO 11 N=1,NUMEL,1
      SMAX(N)= 0.
      KODRPT(N)= 0
      ET1(N)= 0.
      PNU1(N)= 0.
      KODE(N)= 1
      I=IX(N,1)
      J=IX(N,2)
      K=IX(N,3)
      L=IX(N,4)
      MTYPE= IX(N,5)
      IF(I.EQ.L) GO TO 11
      IF((MTYPE.EQ.11).OR.(MTYPE.EQ.12).OR.(MTYPE.EQ.13)) GO TO 1
C
C
C  DETERMINAR E COMPARAR DIAGONAIS S13 E S24
C
      S13=(R(I)-R(K))*2+(Z(I)-Z(K))*2
      S24=(R(J)-R(L))*2+(Z(J)-Z(L))*2
      IF(S13.GE.S24) GO TO 11

```

```

NP2=IX(N,2)
C
C MUDANCA DOS PONTOS NODAIS TAL QUE A MENOR DIAGONAL SEJA S24
C
IX(N,2)=IX(N,1)
NP3=IX(N,3)
IX(N,3)=NP2
NP4=IX(N,4)
IX(N,4)=NP3
IX(N,1)=NP4
WRITE(6,990) N,(IX(N,I),I=1,4)
990 FORMAT(/,10X,13HELEM.NUMERO=,I3,/,10X,2HI=,I3,/,10X,2HJ=,I
3,/,10X
1,2HK=,I3,/,10X,2HL=,I3,/)
11 CONTINUE
C
C*****
C ARRANJO NA INCIDENCIA DOS PONTOS NODAIS DO ELEMENTO DE TAL
C MANEIRA QUE A DIAGONAL NAO PROVOQUE TRIANGULO DE AREA NULA
C*****
DO 510 N=1,NUMEL,1
J=IX(N,1)
J=IX(N,2)
K=IX(N,3)
L=IX(N,4)
MTYPE= IX(N,5)
IF(I.EQ.L) GO TO 510
IF((MTYPE.EQ.11).OR.(MTYPE.EQ.12).OR.(MTYPE.EQ.13)) GO TO
IF(DABS((Z(I)-Z(J))*(R(L)-R(J))-(Z(L)-Z(J))*(R(I)-R(J))).GE
.
1 1.E-06) GO TO 66
GO TO 65
66 IF(DABS((Z(K)-Z(J))*(R(L)-R(J))-(Z(L)-Z(J))*(R(K)-R(J))).GE
.
1 1.E-06) GO TO 510
65 NP2=IX(N,2)
IX(N,2)=IX(N,1)
NP3=IX(N,3)
IX(N,3)=NP2
NP4=IX(N,4)
IX(N,4)=NP3
IX(N,1)=NP4
PRINT 990,N,(IX(N,I),I=1,4)
510 CONTINUE
C
C*****
C DETERMINACAO DA LARGURA DA BANDA
C*****
J=0
DO 340 N=1,NUMEL
DO 340 I=1,4
DO 325 L=1,4
KK= IX(N,I)-IX(N,L)
IF(KK.LT.0) KK=-KK

```

```

      IF (KK-J) 325,325,320
320 J=KK
325 CONTINUE
340 CONTINUE
      MBAND=2*J+2
      WRITE(6,2) MBAND
2 FORMAT(///,1X,'LARGURA DA BANDA=',I5)
C
C*****
C
C      ... LEITURA DAS TENSOES INICIAIS
C
C*****
C      TRACAO(+)   COMPRESSAO(-)
C*****
      IF(KODLEI-1) 4217,4218,4219
4217 IF(KGHORZ.EQ.1) GO TO 4219
      READ 1010, (SIGZ(II,1),SIGZ(II,2),SIGZ(II,3),II=1,NUMEL)
1010 FORMAT(30X,3F10.0)
      WRITE(6,1011)
1011 FORMAT(1H1,30X,'... T E N S O E S   I N I C I A I S ...',/)
      IF(KODSIG) 14070,14080,14070
14070 PRINT 6000
6000 FORMAT(/,13H ELEMENTO NO.,10X,5H SIGX,10X,5H SIGY,10X,6H SI
GX)
      PRINT 2500, (II,SIGZ(II,1),SIGZ(II,2),SIGZ(II,3),II=1,NUMEL
-----)
2500 FORMAT(5X,I3,11X,E13.6,2X,E13.6,3X,E13.6)
14080 PRINT 14040
      PRINT 2402
2402 FORMAT(//,10X,'EL.NO',10X,'SMAX-INICIAL')
      DO 52 JA=1,NUMEL
      MTYPE= IX(JA,5)
      IF(MTYPE.GT.9) GO TO 52
      CALL PRISTR(JA)
      IF((DABS(ANGX1)-45.)-0.00001) 14100,14110,14110
14110 KURVA(JA)= 1
      GO TO 14120
14100 KURVA(JA)= 2
14120 CONTINUE
      IF(LANLA.EQ.0) GO TO 14130
      SENPHI= DSIN(PHI(MTYPE,KURVA(JA)))
      SMAX(JA)= DABS(((SIG1-SIG3)*(1.-SENPHI))/((SIG3+COES(MTYPE,
KURVA(J
1A))/DTAN(PHI(MTYPE,KURVA(JA))))+2.*SENPHI))
14130 CONTINUE
      IF(KODSMX) 14090,52,14090
14090 PRINT 2401, JA,SMAX(JA)
2401 FORMAT(11X,I3,10X,E13.6)
      52 CONTINUE
      PRINT 14040
      GO TO 4219
4218 READ(5,4220) (N,IX(N,5),KURVA(N),KODE(N),KODRPT(N),SMAX(N),
1 SIGZ(N,1),SIGZ(N,2),SIGZ(N,3),ET1(N),PNU1(N),N=1,NUMEL)

```



```

4220 FORMAT(I4,4I2,4E11.4,2E12.5)
      PRINT 4221, (N,IX(N,5),KURVA(N),KODE(N),KODRPT(N),SMAX(N),
1 SIGZ(N,1),SIGZ(N,2),SIGZ(N,3),ET1(N),PNU1(N),N=1,NUMEL)
4221 FORMAT(1H1,T36,'D A D O S   D A   E T A P A   A N T E R I O
R',/,
1 T3,'EL.NO. MTYPE KURVA KODE KODRPT SMAX SI
GX
2 SIGY SIGXY ET1 PNU1',/,(T5,I3,
IS,3I7,
3 T36,4E13.4,2E14.5))
C
C*****
C
C ... LEITURA DOS DESLOCAMENTOS INICIAIS
C
C*****
4219 CONTINUE
      IF(KODLEI.EQ.0) GO TO 14000
      READ(5,4213)(N,CODE(N),DISLOC(N,1),DISLOC(N,2),N=1,NUMNP)
4213 FORMAT(15,F5.0,2E15.7)
      PRINT 4224, (N,CODE(N),DISLOC(N,1),DISLOC(N,2),N=1,NUMNP)
4224 FORMAT(1H1,T10,'... D E S L O C A M E N T O S   I N I C I A
I S
      *..',
1 //,T5,'P.NODAL',T20,'CODE',T45,'UX',T65,'UY',/,(T7,I3,T21,
F3.1,
2 -T38,E15.7,T58,E15.7))-----
C
C*****
C
C LEITURA DAS TENSOES INICIAIS NODAIS FRONTEIRICAS OU DAS
C FORÇAS NODAIS FRONTEIRAS
C
C*****
14000 READ(5,12280) KFOR,KZRO,NIVEIS
12280 FORMAT(3I5)
C
      DO 12270 N=1,400
      DO 12270 M=1,10
      FOR(N,1,M)= 0.
      FOR(N,2,M)= 0.
12270 CONTINUE
C
      IF(KFOR.EQ.0) GO TO 4216
      PRINT 15070
15070 FORMAT(///,T14,37('-'),/,T14,'I DEFINIÇÃO DOS NIVEIS DA ESC
AVACAO
11',/,T14,37('-'),/)
      IF(KZRO.EQ.1) GO TO 12000
C
C*****
C
C LEITURA DE FORÇAS INICIAIS NOS CORTES DA ESCAVACAO
C

```

```

C*****
      PRINT 12310
12310 FORMAT(/,20X,'FORÇAS INICIAIS NAS FRONTEIRAS DA ESCAVACAO'
,/)
      DO 12300 K=1,NIVEIS
      READ(5,12010) NNOS,(NO(I),FOR(N0(I),1,K),FOR(N0(I),2,K),I=1
,NNOS)
12010 FORMAT(I5/(I5,2F10.0))
      PRINT 12020,K,(NO(I),FOR(N0(I),1,K),FOR(N0(I),2,K),
1 I=1,NNOS)
12020 FORMAT(10X,'... N I V E L - ',I2,/,17X,
1 'P.NODAL',15X,'FOR-X',17X,'FOR-Y',/,19X,I3,14X,F10.5,12X,
F10.5))
12300 CONTINUE
      GO TO 4216

C
C*****
C
C      CALCULAR A PARTIR DAS TENSOES NODAIS INICIAIS AS FORÇAS
C      EQUIVALENTES NODAIS NA FRONTEIRA
C
C*****
12000 DO 12290 M3= 1,NIVEIS
      PRINT 15080, M3
15080 FORMAT(/,T14,'... N I V E L - ',I5,/)
      READ(5,12030) NEL
-----12030 FORMAT(I5)-----
      DO 12040 M1= 1,NEL
      READ(5,12050) (LUL(M1,M2),M2=1,5)
12050 FORMAT(SI5)
      PRINT 12060, LUL(M1,1),(LUL(M1,M2),M2=2,5)
12060 FORMAT(/,5X,'ELEMENTO FRONTEIRA:',I5,6X,'PONTOS NODAIS FRON
TEIRAS:
1',4I5)
12040 CONTINUE
C
C*****
C      LEITURA DAS TENSOES NODAIS DOS EL-FRONTEIRA
C      ( CC(JJ,KK) )
C*****
      PRINT 999
      999 FORMAT(/,5X,75H **TENSOES NOS PONTOS NODAIS DOS ELEMENTOS
-FRONT
1IRA A SEREM RETIRADOS (NI),/)
      DO 12070 M=1,NEL
      NI= LUL(M,1)
      PRINT 12080,NI
12080 FORMAT(/,10X,'ELEMENTO-FRONT
EIRA NO.=' ,I3,/)
      DO 12090 KK= 1,4
      MM= IX(NI,KK)
      READ 1010,(CC(JJ,KK),JJ=1,3)
      PRINT 12100, MM,(CC(JJ,KK),JJ=1,3)
12100 FORMAT(19X,'PONTO NODAL=',I3,10X,'SIGX =' ,F12.7,5X,'SIGY ='
1,F12.7,5X,'SIGXY=',F12.7)

```

12090 CONTINUE

C

C CALCULAR FORÇAS EQUIVALENTES - FOR(*,*)

C

DO 12160 N=1,4

I= IX(NI,N)

MM= N+1

IF(MM.EQ.5) MM=1

J= IX(NI,MM)

XY(1,N)= R(J) - R(I)

12160 XY(2,N)= Z(I) - Z(J)

DO 12170 J=1,2

L= 4

DO 12170 I=1,4

K= I+1

IF(I.EQ.4) K=1

F(J,I)=(1./6.)*(XY(3-J,L)*CC(J,L) + 2.*CC(J,I)*(XY(3-J,L) +

XY(3-J

1,I)) + XY(3-J,I)*CC(J,K)) +(1./6.)*(XY(J,L)*CC(3,L) + 2.0*C

C(3,I)*

2*(XY(J,L) + XY(J,I)) + XY(J,I)*CC(3,K))

L= I

12170 CONTINUE

PRINT 12180

12180 FORMAT(/,11X,'PONTO NODAL',11X,'FORÇA-X',11X,'FORÇA-Y')

DO 12190 I=2,5

IF(LUL(M,I).EQ.0) GO TO 12190

DO 12200 J=1,4

IF(LUL(M,I).EQ.IX(NI,J)) GO TO 12210

GO TO 12200

12210 JX= IX(NI,J)

FOR(JX,1,M3)= FOR(JX,1,M3) + F(1,J)

FOR(JX,2,M3)= FOR(JX,2,M3) + F(2,J)

IF(CODE(JX).EQ.1.) FOR(JX,1,M3)= 0.

IF(CODE(JX).EQ.2.) FOR(JX,2,M3)= 0.

IF(CODE(JX).EQ.3.) FOR(JX,1,M3)= 0.

IF(CODE(JX).EQ.3.) FOR(JX,2,M3)= 0.

PRINT 12220,JX,FOR(JX,1,M3),FOR(JX,2,M3)

12220 FORMAT(15X,I3,12X,F10.3,8X,F10.3)

12200 CONTINUE

12190 CONTINUE

12070 CONTINUE

12290 CONTINUE

C

C*****

C

C E-T-A-P-A-S---D-A---E-S-C-A-V-A-C-A-O

C

C*****

4216 CONTINUE

50 READ(5,1029) KOPCAO,KODPER,KPRINC,KTMPC,KCURA,KESCV,KESTR,

1 KCRRG,KDSLCL,KCONS,KSIGZR,KTROCA

1029 FORMAT(15I5)

IF(KOPCAO.EQ.0) GO TO 2424

```

C
C*****
C      T R O C A   D E   M A T E R I A L
C
C*****
      IF(KTROCA.EQ.0) GO TO 15000
      READ 1029,NCOLUM
      DO 15010 I=1,NCOLUM
      READ 1029,NPRIEL,NUTEL,MTYPE
      DO 15020 N=NPRIEL,NUTEL
      IX(N,5)= MTYPE
15020 CONTINUE
15010 CONTINUE
15000 CONTINUE
C
      PRINT 5010
      PRINT 4460,KOPCAO
4460 FORMAT(T6,'I',T33,'E T A P A',I4,T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/
,T6,
      1 'I',63(' '),',',/,T6,'I',T70,'I')
      DO 10360 I=1,9
      KODET(I)= KDET(I)
      KODPNU(I)= KDPNU(I)
10360 CONTINUE
      JVEZ= 0
-----
      NUMPC= 0
      DO 4470 I=1,50
4470 TENSX(I)= 0.
      DO 104 I=1,NUMNP
      UR(I)=0.0
      104 UZ(I)= 0.000
C
C*****
C      T E M P E R A T U R A   E/OU   R E C O M P R E S S A O
C
C*****
      IF(KTMPRC.EQ.0) GO TO 10000
      READ(5,4445) NBARRA
4445 FORMAT(I5)
      PRINT 4444
      PRINT 5015
      PRINT 5035,NBARRA
      DO 1750 KJ=1,NBARRA
      READ(5,1751) NBA,TERMO1(NBA),TERMO2(NBA),TENSX(NBA)
1751 FORMAT(I5,3F10.0)
      PRINT 4447,NBA,TERMO1(NBA),TERMO2(NBA),TENSX(NBA)
1750 CONTINUE
      PRINT 5005
4444 FORMAT(T6,'I',, T E M P E R A T U R A   E/OU   R E C O
M P R E
      1 S S A O      I')
4447 FORMAT(T6,'I',T12,I3,T17,2F15.3,T54,F10.3,T70,'I')

```

5035 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' ELEMENTOS BARRAS DAS EST
RONCAS

1JA INSTALADAS :',I5,T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I','
ELEM.

2 TEMP.ANTES TEMP.ATUAL COMPRESS(T/M2) I')

C

C*****

C

C C O N C R E T A G E M D A P A R E D E

C

C*****

10000 IF(KCURA.EQ.0) GO TO 1700

PRINT 10050

PRINT 5015

READ(5,10010) NCOL

10010 FORMAT(I5)

PRINT 5020

DO 10020 NC=1,NCOL

READ(5,10030) NCPRI,NCULT,MTYPE

10030 FORMAT(3I5)

DO 10040 NCC= NCPRI,NCULT

IX(NCC,5)= 13

PRINT 10060,NCC,IX(NCC,5)

10040 CONTINUE

10020 CONTINUE

PRINT 5005

-----10050 FORMAT(T6,'I',T18,'C O N C R E T A G E M --- D A --- P A R E D ---
E',T70,

1 'I')

10060 FORMAT(T6,'I',T23,I3,T52,I2,T70,'I')

5020 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' ELEMENTOS SUPRIDOS :',T7
0,'I',

1 /,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',T20,'ELEMENTO',T49,'MATERIAL',T7
0,'I')

C

C*****

C

C E S C A V A C A O

C

C*****

1700 IF(KESCV.EQ.0) GO TO 1030

PRINT 1032

1032 FORMAT(T6,'I',T31,'E S C A V A C A O',T70,'I',/,T6,'I',T70,
'I',/,

1 T6,'I',63(' '),',',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I', ' ELEMENTOS
RETIRA

2DOS :',T70,'I',/,T6,'I',T70,'I')

READ(5,31) NUMSC

31 FORMAT(2I5)

DO 36 I=1,NUMSC

5000 FORMAT(T6,'I',T32,I5,T70,'I')

READ(5,31) NPRI,NULT

DO 36 J=NPRI,NULT

PRINT 5000,J

```

IX(J,5)= 10
36 CONTINUE
READ(5,31) NIVEL,NNESEC
PRINT 12250,NIVEL
12250 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',, NIVEL DA ESCAVACAO= NIVE
L',I5,
1 T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',, SIMULACAO DE ESCAVAC
AO :',
2 T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',T20,'P.NODAL',T37,'FORCA
-X',T52
3 , 'FORCA=Y',T70,'I')
DO 12240 I= 1,NNESEC
READ(5,31) NOESC
UR(NOESC)= -FOR(NOESC,1,NIVEL)
UZ(NOESC)= -FOR(NOESC,2,NIVEL)
FOR(NOESC,1,NIVEL)= 0.
FOR(NOESC,2,NIVEL)= 0.
IF(CODE(NOESC).EQ.1.) UR(NOESC)= 0.
IF(CODE(NOESC).EQ.2.) UZ(NOESC)= 0.
IF(CODE(NOESC).EQ.3.) UR(NOESC)= 0.
IF(CODE(NOESC).EQ.3.) UZ(NOESC)= 0.
12240 PRINT 12260,NOESC,UR(NOESC),UZ(NOESC)
12260 FORMAT(T6,'I',T22,I3,T35,F10.3,T50,F10.3,T70,'I')
PRINT 5005

```

```

C
C*****

```

```

C      I N S T A L A C A O   D A   E S T R O N C A
C              OU      AR-CONCRETO)
C

```

```

C*****

```

```

1030 IF(KESTR.EQ.0) GO TO 1710
PRINT 1731
PRINT 5015
READ(5,1729) NUMESC
1729 FORMAT(I5)
PRINT 5030,NUMESC
DO 1730 JESC=1,NUMESC
READ(5,1031) NESCOR,MTYPE,NO1,NO2,CODE(NO1),CODE(NO2),
1 TERMO1(NESCOR),TERMO2(NESCOR),TENSX(NESCOR)
1031 FORMAT(4I5,5F10.0)
PRINT 1034,NESCOR,MTYPE,TERMO1(NESCOR),TERMO2(NESCOR),TENSX
(NESCOR
1 )
IX(NESCOR,5)= MTYPE
1730 CONTINUE
PRINT 5005
1731 FORMAT(T6,'I',T28,'E S C O R A M E N T O',T70,'I')
5030 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',, ELEMENTOS BARRAS CONSTIT
UINTES
1DA ESTRONCA :',I5,T70,'I',/,T6,'I',, ELEN. MATER. TEMP
.ANTES
2 TEMP.ATUAL COMPRESS(T/M2) ',I')
1034 FORMAT(T6,'I',T11,I3,T19,I2,T22,2F14.3,T55,F10.3,T70,'I')

```

```

C
C*****
C
C      LER E ESCREVER AS CONDICÕES DE CONTORNO DAS PRESSÕES
C
C*****
1710 IF(KCRRG.EQ.0) GO TO 4001
      READ(5,1720) NUMFC,NUMPC
1720 FORMAT(2I5)
      PRINT 1043
      PRINT 5015
      IF(NUMFC.EQ.0) GO TO 1725
      PRINT 1727,NUMFC
      DO 1721 I=1,NUMFC
        READ(5,1722) NNP,CODE(NNP),FUR,FUZ
1722 FORMAT(I5,F5.0,2F10.0)
        UR(NNP)= UR(NNP) + FUR
        UZ(NNP)= UZ(NNP) + FUZ
1721 PRINT 1728,NNP,CODE(NNP),UR(NNP),UZ(NNP)
1725 IF(NUMPC.EQ.0) GO TO 1726
      PRINT 4008,NUMPC
      DO 1723 J=1,NUMPC
        K= 2*J
        READ 1724, IBC(J), JBC(J), PR(K-1), PR(K)
1724 FORMAT(2I5,2F10.0)
        PRINT 4009, IBC(J), JBC(J), PR(K-1), PR(K)
-----1723 CONTINUE-----
1726 PRINT 5005
1043 FORMAT(T6,'I',T17,'C A R R E G A M E N T O   P R E S C R I
      IT 0',T70,'I')
1727 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',I   FORÇAS CONCENTRADAS (T
: ',I5,
      1 T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',T13,'P.NODAL   CODE',T37
, 'FORÇA
      2-X',T56,'FORÇA-Y',T70,'I')
1728 FORMAT(T6,'I',T15,I3,T25,F5.1,T35,F10.3,T54,F10.3,T70,'I')
4008 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',I   PRESSÕES SUPERFICIAIS (T
/M2) : '
      1 ,I5,T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',T12,'P.NODAL(I)   P
.NODAL(
      2J)',T41,'PRESSAO(I)   PRESSAO(J)',T70,'I')
4009 FORMAT(T6,'I',T15,I3,T29,I3,T41,F10.4,T55,F10.4,T70,'I')
C
C*****
C
C      LER E ESCREVER AS CONDICÕES DE CONTORNO DOS DESLOCAMENTOS
C
C*****
4001 IF(KDSLCL.EQ.0) GO TO 10070
      READ(5,4002) NUMDL
4002 FORMAT(I5)
      PRINT 5025
      PRINT 5015
      PRINT 4003,NUMDL

```

```

DO 4004 I=1,NUMDL
  READ(5,4005) NNPD, CODE(NNPD), UR(NNPD), UZ(NNPD)
4005 FORMAT(I5,F5.0,2F10.0)
  PRINT 1728, NNPD, CODE(NNPD), UR(NNPD), UZ(NNPD)
4004 CONTINUE
  PRINT 5005
5025 FORMAT(T6,'I',T17,'D E S L O C A M E N T O   P R E S C R I
1T 0',T70,'I')
4003 FORMAT(T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',, '   DESLOCAMENTOS NODAIS (M)
:',I5,
1 T70,'I',/,T6,'I',T70,'I',/,T6,'I',T13,'P.NODAL   CODE',T37
,'DESL-
2X',T56,'DESL-Y',T70,'I')
C
C*****
C
C   C O N S T R U C A O / P E S O   D E   V O L U M E
C
C*****
10070 IF(KCONS.EQ.0) GO TO 15090
      GO TO 15100
15090 IF(KSIGZR.EQ.0) GO TO 310
      GO TO 15110
15100 READ 4002,NELINC
      PRINT 10080
      GO TO 15120
-----15110 NELINC=NUMEL-----
      PRINT 10240
15120 PRINT 5015
      PRINT 5040, NELINC
      DO 10090 M= 1,NELINC
      IF(KSIGZR) 10190,10200,10190
10200 READ(5,1720) N,MTYPE
      GO TO 10210
10190 N=M
      SMAX(N)= 0.
      MTYPE= IX(N,5)
      IF(MTYPE.EQ.10) GO TO 15030
      GO TO 10210
15030 RO(MTYPE)= 0.
      BAREA(MTYPE)= 0.
10210 CONTINUE
      I= IX(N,1)
      J= IX(N,2)
      K= IX(N,3)
      L= IX(N,4)
      IF(J.EQ.K) GO TO 10340
      V1= R(J) - R(I)
      V2= Z(J) - Z(I)
      V3= R(L) - R(I)
      V4= Z(L) - Z(I)
      AREA= 0.5*(V1*V4 - V2*V3)
      V1= R(L) - R(K)
      V2= Z(L) - Z(K)

```



```

V3= R(J) - R(K)
V4= Z(J) - Z(K)
AREA= AREA + 0.5*(V1*V4 - V2*V3)
GO TO 10350
10340 V1= R(I) - R(J)
      V2= Z(I) - Z(J)
      V3= DSQRT(V1**2 + V2**2)
      AREA= V3*BAREA(MTYPE)
10350 CONTINUE
      PESO= (AREA*RO(MTYPE))/4.0
      IF(CODE(I)-2.) 10110,10120,10120
10110 UZ(I)= UZ(I) + PESO
10120 IF(CODE(J)-2.) 10130,10140,10140
10130 UZ(J)= UZ(J) + PESO
10140 IF(CODE(K)-2.) 10150,10160,10160
10150 UZ(K)= UZ(K) + PESO
10160 IF(CODE(L)-2.) 10170,10180,10180
10170 UZ(L)= UZ(L) + PESO
10180 CONTINUE
      IF(KSIGZR.EQ.1) GO TO 10220
      SIGZ(N,2)= RO(MTYPE)*DABS((Z(L) - Z(J)))*0.5
      SIGZ(N,1)= XK0(MTYPE)*SIGZ(N,2)
      SIGZ(N,3)= 0.
10220 CONTINUE
      PRINT 10100, N, MTYPE, PESO
      IX(N,5)= MTYPE
      INCR(M)= N
      CALL PRISTR(N)
      IF((DABS(ANGX1)-45.)-0.00001) 14140,14150,14150.
14150 KURVA(N)= 1
      GO TO 10090
14140 KURVA(N)= 2
10090 CONTINUE
      PRINT 5005
      5010 FORMAT(1H1,9(/),T6,65('-'),/,T6,'||',T70,'||')
10080 FORMAT(T6,'||',T29,'C O N S T R U C A O',T70,'||')
10240 FORMAT(T6,'||',T23,'T E N S O E S   I N I C I A I S',T70,'||')
      )
      5015 FORMAT(T6,'||',T70,'||',/,T6,'||',63('-'),'||')
      5040 FORMAT(T6,'||',T70,'||',/,T6,'||', '      ELEMENTOS INCREMENTADOS
: ',15,
      1 T70,'||',/,T6,'||',T70,'||',/,T6,'||', '      ELEM.',T24,'MATERIA
L',T42,
      2 'FORCA-Y CADA P.NODAL (T)      ||')
10100 FORMAT(T6,'||',18,T27,12,T49,F10.3,T70,'||')
      5005 FORMAT(T6,'||',T70,'||',/,T6,65('-'))
C
      310 CALL ESPEC
      IF((LANLA.EQ.0).OR.(KSIGZR.EQ.1)) GO TO 14010
      JVEZ= JVEZ + 1
      IF(JVEZ.EQ.2) GO TO 1
      REWIND 2
      WRITE(2)(SIGZ(N,1),SIGZ(N,2),SIGZ(N,3),N=1,NUMEL)
      GO TO 1035

```

```

1 REWIND 2
  READ(2) (SIGZ(N,1),SIGZ(N,2),SIGZ(N,3),N=1,NUMEL)
14010 JVEZ= 2
C
  1035 CONTINUE
C*****
C
  MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ
C
C*****
  CALL STIFF
C
C*****
C
  SOLUCAO DOS DESLOCAMENTOS
C
C*****
  CALL BANSOL
C
  IF(JVEZ.EQ.1) GO TO 64
  IF(KSIGZR.EQ.1) GO TO 64
  PRINT 1600
1600 FORMAT(1H1,29X,61('-'),/,30X,'|',59X,'|')
  IF(NPSPS.EQ.0) PRINT 1601
1601 FORMAT(30X,'|',9X,'DEFLEXOES BASEADAS EM ANALISE PLANE STRE
SS',8X,
-----
  IF(NPSPS.EQ.1) PRINT 1602
1602 FORMAT(30X,'|',9X,'DEFLEXOES BASEADAS EM ANALISE PLANE STRA
IN',8X,
  *'|')
  PRINT 1603
1603 FORMAT(30X,'|',59X,'|',/,30X,'|',59X('-'),'|',/,30X,'|',3X,'
PONTO N
10DAL',3X,'|',10X,'UX',8X,'|',10X,'UY',8X,'|',/,30X,'|',59X(
*-', '|')
  DO 63 N=1,NUMNP
    DISLOC(N,1)= DISLOC(N,1) + B(2*N-1)
    DISLOC(N,2)= DISLOC(N,2) + B(2*N)
  63 CONTINUE
  WRITE(6,2006) (N,DISLOC(N,1),DISLOC(N,2),N=1,NUMNP)
2006 FORMAT( 30X,'|',7X,I3,7X,'|',E17.7,3X,'|',E17.7,3X,'|')
  PRINT 1604
1604 FORMAT(30X,61('-'))
  IF(KODPER.EQ.1) WRITE(7,4212) (N,DISLOC(N,1),DISLOC
(N,2),
  1 N=1,NUMNP)
4212 FORMAT(1X,5('*'),'DESLOCAMENTOS',5('*'),/, (15,F5.1,2E15.7))
  64 CONTINUE
C*****
C
  DETERMINACAO DAS TENSOES
C
C*****

```

```

      CALL STRESS
C
      IF(JVEZ.EQ.1) PRINT 4453
4453 FORMAT(/,1X,'... CALCULO DOS MODULOS DE ELASTICIDADE APOS
PRIMEIR
      *A ITERACAO ...')
      IF(JVEZ.EQ.1) GO TO 310
C
C*****
C
      CALCULO DE FORÇAS NODAIS FRONTEIRAS DEVIDO AO DESLOCAMENTO
C
C*****
      READ(5,13010) NIVEL,KPFOR
13010 FORMAT(6I5)
      IF(NIVEL.EQ.0) GO TO 50
C
      DO 13170 J=1,4
13170 NPF(J)= 0
C
      IF(KPFOR.EQ.1) WRITE(7,13180)
13180 FORMAT(1X,5(' '), 'FORÇAS NODAIS FRONTEIRAS',5(' '))
      DO 13190 NIS=NIVEL,NIVEIS
      PRINT 13200,NIS
13200 FORMAT(/,20X,'... N I V E L - ',I2,/)
      READ(5,13010) NEFEN
      DO 13020 I=1,NEFEN
      READ(5,13010) NEEN,NNFEL,(NPF(IF),IF=1,NNFEL)
      J= 0
C
C
      REDENOMINANDO O VETOR DESLOCAMENTO DO ELEMENTO FRONTEIRA
C
C
C
C
      DO 13030 K=1,4
      L= IX(NEEN,K)
      J= J+1
      BR(J)= B(2*L-1)
      J= J+1
      BR(J)= B(2*L)
13030 CONTINUE
C
      IKK= 0
      N= NEEN
      IF(IX(N,5).LT.0) IX(N,5)= -IX(N,5)
      MTYPE= IX(N,5)
      IF((MTYPE.GT.0).AND.(MTYPE.LT.10)) CALL QUAD
      IF((MTYPE.GT.10).AND.(MTYPE.LT.14)) CALL JACK
      IF(IX(N,2).EQ.IX(N,3)) CALL ONED
C
      DO 13040 K=1,NNFEL
      IF(NPF(K).EQ.IX(NEEN,1)) GO TO 13050
      GO TO 13060
13050 L= 1
      GO TO 13070

```

```

13060 IF(NPF(K).EQ.IX(NEEN,2)) GO TO 13080
      GO TO 13090
13080 L= 2
      GO TO 13070
13090 IF(NPF(K).EQ.IX(NEEN,3)) GO TO 13100
      GO TO 13110
13100 L= 3
      GO TO 13070
13110 L= 4
13070 M= 0
      L2= 2*L
      L1= L2-1
      NV= 8
      IF(IX(NEEN,2).EQ.IX(NEEN,3)) NV= 4
      DO 13120 II= L1,L2
      M= M+1
      DO 13130 JJ=1,NV
13130 FOR(NPF(K),M,NIS)= FOR(NPF(K),M,NIS) + S(II,JJ)*BR(JJ)
13120 CONTINUE
      PRINT 13140,NEEN,NPF(K),FOR(NPF(K),1,NIS),FOR(NPF(K),2,NIS)
13140 FORMAT(10X,'ELEMENTO NO.=' ,15,10X,'P.NODAL=' ,15,10X,'FORCA-
X=',
      1 E13.6,10X,'FORCA-Y=' ,E13.6)
      IF(KPFOR.EQ.1) WRITE(7,13150) NPF(K),FOR(NPF(K),1,NIS),
      1 FOR(NPF(K),2,NIS)
13150 FORMAT(15,2F10.5)
-----13040 CONTINUE-----
13020 CONTINUE
13190 CONTINUE
C
C*****
C      NOVA ETAPA
C*****
      GO TO 50
C
90000 CONTINUE
      PRINT 15060
15060 FORMAT(////,1X,'F I M   D E   P R O C E S S A M E N T O')
      LOCK(1)
      LOCK(2)
      LOCK(3)
      CALL EXIT
      END
C*****
C
C      SUBROUTINE ESPEC
C
C*****
C
C      ESTA SUBROTINA CALCULA O MODULO DE ELASTICIDADE E
C      O COEFICIENTE DE POISSON DOS ELEMENTOS
C
C*****
C

```

SUBROUTINE ESPEC
 IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
 COMMON

B BAREA(19),
 C COALFA(19),
 D DISLOC(1000,2),
 E ESPESS,
 S ST(3,10),SIG(3),
 T TENSX(50),TEMPER(19,2),
 V VOL,
 X XC,
 Y YC,
 I IKK,
 J JVEZ,
 N NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
 COMMON /PARAM/
 E ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),ETZRO(9),
 P PNU(1000),PNUZRO(9),
 T TERM01(50),TERM02(50),
 N NBARRA,NESCOR

COMMON /PRESS/
 A ANGX1,
 S SIGZ(1000,3),SIG1,SIG3,SMAX(1000),
 K KODE(1000),KODLE1,KODPER,KODENU,KODSQQ

COMMON /BANARG/
 A A(136,68),
 B B(2040),
 M MBAND,
 N NPSPS,NUMBLK

COMMON /SOLOS/
 C COES(9,2),
 E EVSIGA(9,2),EXPN(9,2),
 P PA,PARAML(9,2),PARAMM(9,2),PARAMQ(9,2),
 P PHI(9,2),
 R RF(9,2),
 K KOEF(9,2),KOEUFUR(9,2),
 K KURVA(1000)

COMMON /ELEARG/
 I IX(1000,5),
 K KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)

COMMON /PATRIC/
 E ET1(1000),
 P PNU1(1000),
 K KETPNU,KODRPT(1000),KPRINC,
 L LANLA

COMMON /CONSTR/
 I INCR(1000),
 K KCONS,KSIGZR,KGHORZ,
 N NELINC

C
 IF(KODENU.EQ.1) PRINT 200
 200 FORMAT(/,2X,'EL.NO.',10X,'MODULO DE YOUNG',8X,'COEFICIENTE
 DE POI
 ISSON',10X,'MTYPE')

```

DO 500 NT=1,NUMEL
MTYPE= IX(NT,5)
IF(MTYPE.LT.0) MTYPE= -MTYPE
IF(MTYPE.EQ.10) GO TO 180

```

```

C
IF((MTYPE.GT.0).AND.(MTYPE.LT.10)) GO TO 190
IF((MTYPE.GT.10).AND.(MTYPE.LT.14)) GO TO 160
IF((MTYPE.GT.13).AND.(MTYPE.LT.17)) GO TO 150
IF((MTYPE.GT.16).AND.(MTYPE.LT.20)) GO TO 170

```

```

C
C*****
C

```

```

C      PROPRIEDADES DA BARRA-ESTRONCA
C

```

```

C*****

```

```

150 TEMPE= (TERMO1(NT)+TERMO2(NT))/2.

```

```

DO 80 J=1,NUMTC

```

```

IF(TEMPER(MTYPE,J)-TEMPE) 80,90,100

```

```

80 CONTINUE

```

```

100 DEN= TEMPER(MTYPE,J)-TEMPER(MTYPE,J-1)

```

```

RATIO= (TEMPE-TEMPER(MTYPE,J-1))/DEN

```

```

ET(NT)= EYOUNG(MTYPE,J-1) + RATIO*(EYOUNG(MTYPE,J)-EYOUNG(M

```

```

TYPE,J-

```

```

11))

```

```

GO TO 110

```

```

90 ET(NT)= EYOUNG(MTYPE,J)

```

```

-----110 PNU(NT)= 0.-----

```

```

GO TO 650

```

```

C
C*****
C

```

```

C      PROPRIEDADES DA ESTACA
C

```

```

C*****

```

```

160 ET(NT)= EYOUNG(MTYPE,1)

```

```

PNU(NT)= 0.

```

```

GO TO 650

```

```

C
C*****
C

```

```

C      PROPRIEDADES DA BARRA-ESTACA
C

```

```

C*****

```

```

170 ET(NT)= EYOUNG(MTYPE,1)

```

```

PNU(NT)= 0.

```

```

GO TO 650

```

```

C
C*****
C

```

```

C      PROPRIEDADES DO MATERIAL ESCAVADO
C

```

```

C*****

```

```

180 ET(NT)= 0.

```

```

PNU(NT)= 0.

```

GO TO 650

C
C*****

C
C PROPRIEDADES DO SOLO

C
C*****

190 CONTINUE
IF((KSGZR.EQ.1).AND.(KGHRZ.EQ.1)) GO TO 660
IF(KODET(MTYPE)) 510,520,510
520 ET(NT)= EYOUNG(MTYPE,KURVA(NT))
510 CONTINUE
IF(KODPNU(MTYPE)) 530,540,530
540 PNU(NT)= EPOISS(MTYPE,KURVA(NT))
530 CONTINUE

C
C NA RUPTURA:
C YOUNG= 10. E POISSON= 0.495
C OU YOUNG= ET1 E POISSON= PNU1
C (ET1,PNU1)= PARAMETROS DA ETAPA ANTERIOR

C
IF((KODET(MTYPE).EQ.0).AND.(KODPNU(MTYPE).EQ.0)) GO TO 130
CALL PRISTR(NT)
IF(KODRPT(NT)) 550,560,550
560 IF((SMAX(NT) - 1.) + 0.01) 600,140,140
600 CALL NLIN(NT)

GO TO 130
140 KODRPT(NT)= 1
550 IF(KETPNU) 610,620,610
620 YOUNG= 10.
POISON= 0.495
GO TO 630
610 YOUNG= ET1(NT)
POISON= PNU1(NT)
630 IF(KODET(MTYPE).EQ.0) GO TO 640
ET(NT)= YOUNG
640 IF(KODPNU(MTYPE).EQ.0) GO TO 130
PNU(NT)= POISON
130 CONTINUE
GO TO 650
660 CONTINUE
ET(NT)= ETZRO(MTYPE)
PNU(NT)= PNUZRO(MTYPE)
KODET(MTYPE)= 0
KODPNU(MTYPE)= 0

C
C LIMITE MAXIMO DO COEF. POISSON PARA AN. PLANE STRESS
C

650 CONTINUE
IF(PNU(NT).GT.0.495) PNU(NT)=0.495
ET1(NT)= ET(NT)
PNU1(NT)= PNU(NT)
IF(NPSPS.EQ.0) GO TO 480
IF(IX(NT,3).EQ.IX(NT,2)) GO TO 480

```

C
C      CONVERSAO PARA ANALISE PLANE STRAIN (NPSPS=1)
C
C      ET(NT)= ET(NT)/(1.-PNU(NT)**2)
C      PNU(NT)= PNU(NT)/(1.-PNU(NT))
C
C*****
C      ESCRIVER OS PARAMETROS ELASTICOS
C
C*****
C      480 IF(KODENU) 570,500,570
C      570 PRINT 490,NT,ET(NT),PNU(NT),MTYPE
C      490 FORMAT(3X,I3,2(13X,E13.6),13X,I2)
C      500 CONTINUE
C      RETURN
C      END
C*****
C      SUBROUTINE NLIN(NT)
C
C*****
C      ESTA SUBROTINA CALCULA O MODULO DE YOUNG E O COEFICIENTE DE
C      POISSON PARA O SOLO NAO LINEAR
C
C-----C*****
C
C      SUBROUTINE NLIN(NT)
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C      COMMON
C      B      BAREA(19),
C      C      COALFA(19),
C      D      DISLOC(1000,2),
C      E      ESPESS,
C      S      ST(3,10),SIG(3),
C      T      TENSX(50),TEMPFR(19,2),
C      V      VOL,
C      X      XC,
C      Y      YC,
C      I      IKK,
C      J      JVEZ,
C      N      NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
C      COMMON /PARAM/
C      E      ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),FTZRO(9),
C      P      PNU(1000),PNUZRO(9),
C      T      TERM01(50),TERM02(50),
C      N      NBARRA,NESCOR
C      COMMON /PRESS/
C      A      ANGXI,
C      S      SIGZ(1000,3),SIG1,SIG3,SMAX(1000),
C      K      KODE(1000),KODLEI,KODPER,KODENU,KODSQQ
C      COMMON /SOLOS/
C      C      COES(9,2),

```



```

E      EVSIGA(9,2),EXP(9,2),
P      PA,PARAML(9,2),PARAMM(9,2),PARAMQ(9,2),
P      PHI(9,2),
R      RF(9,2),
K      KOEF(9,2),KOEUFUR(9,2),
K      KURVA(1000)

```

```
COMMON /ELEARG/
```

```

I      IX(1000,5),
K      KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)

```

C

```

MTYPE= IX(NT,5)
IF(MTYPE.LT.0) MTYPE= -MTYPE
PABS= DABS(PA)
ARGUM= DABS(SIG3/PA)
IF(KODE(NT)-2) 5,10,10

```

C

```
C*****
```

```
C      CARREGAMENTO PRIMARIO
```

```
C*****
```

```

5  ARGEXP= ARGUM**EXP(NT,KURVA(NT))
   EI= KOEF(MTYPE,KURVA(NT))*PABS*ARGEXP
   DEVIX=DABS(SIG1-SIG3)
   ASIG3=DABS(SIG3)
   ACOES= DABS(COES(MTYPE,KURVA(NT)))
   COSENO= DCOS(PHI(MTYPE,KURVA(NT)))
   SENOS= DSIN(PHI(MTYPE,KURVA(NT)))
   DEVIF= -(2.*(ACOES*COSENO + ASIG3*SENOS))/(1.-SENOS)
   RF1= RF(MTYPE,KURVA(NT))
   IF(KODET(MTYPE).EQ.0) GO TO 90
   VALOR= 1. - RF1*DEVIX/DEVIF
   ET(NT)= VALOR*VALOR*EI
90  IF(KODPNU(MTYPE).EQ.0) GO TO 20
   AE1= (DEVIX/EI)/(1.-RF1*(DEVIX/DEVIF))
   AE1=DABS(AE1)*100.
   IF(PARAMQ(MTYPE,KURVA(NT))) 30,40,40
30  Q1= 1./(ARGUM**DABS(PARAMQ(MTYPE,KURVA(NT))))
   GO TO 50
40  Q1= ARGUM**PARAMQ(MTYPE,KURVA(NT))
50  Q3= PARAMM(MTYPE,KURVA(NT)) - 1.
   IF(Q3) 60,70,70
60  Q2= 1./(AE1**DABS(Q3))
   GO TO 80
70  Q2= AE1**Q3
80  PNU(NT)= PARAML(MTYPE,KURVA(NT))*PARAMM(MTYPE,KURVA(NT))*Q1

```

*Q2

```
GO TO 20
```

C

```
C*****
```

```
C      DESCARREGAMENTO OU RECARREGAMENTO
```

```
C*****
```

```

10  IF(KODET(MTYPE).EQ.0) GO TO 100
   ET(NT)= KOEFUR(MTYPE,KURVA(NT))*PABS*ARGUM**EXP(MTYPE,KURVA(NT))
A(NT))
100  IF(KODPNU(MTYPE).EQ.0) GO TO 20

```

```

PNU(NT)= 0.5*(1. - (ET(NT)*EVSIGA(MTYPE,KURVA(NT)))/3.)
20 RETURN
END.

```

```

C*****

```

```

C

```

```

C

```

```

SUBROUTINE STIFF

```

```

C

```

```

C*****

```

```

C

```

```

ESTA SUBROTINA MONTA A MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DA
ESTRUTURA

```

```

C

```

```

C*****

```

```

C

```

```

SUBROUTINE STIFF
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON

```

```

B      BAREA(19),
C      COALFA(19),
D      DISLOC(1000,2),
E      ESPESS,
S      ST(3,10),SIG(3),
T      TENSX(50),TEMPER(19,2),
V      VOL,
X      XC,
Y      YC,

```

```

I      IKK,

```

```

J      JVEZ,

```

```

N      NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC

```

```

COMMON /PARAM/

```

```

E      ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),ETZRO(9),
P      PNU(1000),PNUZRO(9),
T      TERM01(50),TERM02(50),
N      NBARRA,NESCOR

```

```

COMMON /ELEARG/

```

```

I      IX(1000,5),
K      KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)

```

```

COMMON /PRSARG/

```

```

P      PR(50),
I      IBC(50),
J      JBC(50)

```

```

COMMON /ORDARG/

```

```

C      CODE(1000),
R      R(1000),
U      UR(1000),UZ(1000),
Z      Z(1000)

```

```

COMMON /BANARG/

```

```

A      A(136,68),
B      B(2040),
M      MBAND,
N      NPSPS,NUMBLK

```

```

COMMON /LS4ARG/

```

```

C      C(3,3),
D      D(3,3),

```

H	H(3,3),
P	P(10),
S	S(10,10),
I	I,
J	J,
K	K,
L	LM(4)

C
C*****

C
C INICIALIZACAO

C
C*****

REWIND 3
NB= 34
ND=2*NB
ND2= 2*ND
STOP=0.0
NUMBLK=0

C
DO 50 N=1,ND2
B(N)=0.0
DO 50 M=1,ND
50 A(N,M)=0.0

C
C*****

C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ EM BLOCOS

C
C*****

60 NUMBLK=NUMBLK+1
NH=NB*(NUMBLK+1)
NM=NH-NB
NL=NM-NB+1
KSHIFT=2*NL-2

C
DO 210 N=1,NUMEL

C
MTYPE= IX(N,5)
IF(MTYPE.LT.0) MTYPE= -MTYPE

C
DO 112 I=1,3
DO 112 J=1,10
112 ST(I,J)=0

C
IF(IX(N,5)) 210,210,65

65 DO 80 I=1,4
IF (IX(N,I)-NL) 80,70,70
70 IF (IX(N,I)-NM) 90,90,80
80 CONTINUE
GO TO 210

C
90 IF(IX(N,3)-IX(N,2)) 92,91,92
91 CALL ONED

```

GO TO 165
92 CONTINUE
IF((MTYPE.GT.10).AND.(MTYPE.LT.14)) GO TO 600
IKK=0
CALL QUAD
IF(VOL) 164,165,165
164 WRITE (6,2003) N
GO TO 165
600 CALL JACK
C
C      MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
C
165 IX(N,5)=-IX(N,5)
DO 166 I=1,4
166 LM(I)=2*IX(N,I)-2
C
DO 200 I=1,4
DO 200 K=1,2
II=LM(I)+K-KSHIFT
KK=2*I-2+K
B(II)=B(II)+P(KK)
DO 200 J=1,4
DO 200 L=1,2
JJ=LM(J)+L-II+1-KSHIFT
LL=2*J-2+L
IF(JJ) 200,200,175
-----175 IF(ND-JJ)-180,195,195-----
180 WRITE (6,2004) N
STOP=1.0
GO TO 210
195 A(II,JJ)=A(II,JJ)+S(KK,LL)
200 CONTINUE
210 CONTINUE
C
C*****
C
C      ADICIONAR FORÇAS CONCENTRADAS DENTRO DO BLOCO
C
C*****
DO 250 N=NL,NM
IF (N.GT.NUMNP) GO TO 250
251 K=2*N-KSHIFT
B(K)=B(K)+UZ(N)
B(K-1)=B(K-1)+UR(N)
250 CONTINUE
C
C*****
C
C      CONDIÇÕES DE CONTORNO
C
C      1. PRESSÕES
C
C*****
IF (NUMPC) 260,310,260

```

```

260 DO 300 L=1,NUMPC
    I=IBC(L)
    J=JBC(L)
    K= 2*L
    DZ= Z(I) - Z(J)
    DR= R(J) - R(I)
    FI= PR(K-1)/3. + PR(K)/6.
    FJ= PR(K)/3. + PR(K-1)/6.
    FIZ= FI*DR
    FIR= FI*DZ
    FJZ= FJ*DR
    FJR= FJ*DZ
    II= 2*I - KSHIFT
    JJ=2*J-KSHIFT
    IF (II) 280,280,265
265 IF (II-ND) 270,270,280
270 B(II-1)= B(II-1) + FIR
    B(II)= B(II) + FIZ
280 IF (JJ) 300,300,285
285 IF (JJ-ND) 290,290,300
290 B(JJ-1)= B(JJ-1) + FJR
    B(JJ)= B(JJ) + FJZ
300 CONTINUE

```

C*****

C

C 2. DESLOCAMENTOS

C

C*****

```

310 DO 400 M=NL,NH
    IF(M=NUMNP)315,315,400
315 U=UR(M)
    N=2*M-1-KSHIFT
    IF (CODE(M)) 390,400,316
316 IF (CODE(M)-1.) 317,370,317
317 IF (CODE(M)-2.) 318,390,318
318 IF (CODE(M)-3.) 390,380,390
370 CALL MODIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
    GO TO 400
380 CALL MODIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
390 U=UZ(M)
    N=N+1
    CALL MODIFY(A,B,ND2,MBAND,N,U)
400 CONTINUE

```

C

C GRAVAR NO ARQUIVO (3) O BLOCO DE EQUACOES

C

```

DO 999 N= 1,ND
999 WRITE(3) B(N), (A(N,M),M=1,MBAND)

```

C

C ELEVAR O BLOCO INFERIOR PARA A POSICAO SUPERIOR

C

```

DO 420 N=1,ND
K=N+ND
B(N)=B(K)

```

```

      B(K)=0.0
      DO 420 M=1,ND
        A(N,M)=A(K,M)
420    A(K,M)=0.0
C
C      CHECAGEM DO ULTIMO BLOCO
C
C      IF (NM-NUMNP) 60,480,480
480    CONTINUE
C
C      IF(STOP) 490,500,490
490    CALL EXIT
C
2003  FORMAT(1X,'ELEMENTO DE AREA NEGATIVA NO.=',15)
2004  FORMAT(1X,'A LARGURA DE BANDA EXCEDEU A ADMISSIVEL',15)
500    RETURN
      END
C*****
C
C      SUBROUTINE QUAD
C
C*****
C
C      ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO
C      QUADRILATERO COMPOSTO DE DOIS TRIANGULOS
C
C*****
C
C      SUBROUTINE QUAD
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C      DIMENSION
C
C      S          SS(9),
C      C          CY(8),
C      T          TF(10,3)
C      COMMON
C
C      B          BAREA(19),
C      C          COALFA(19),
C      D          DISLOC(1000,2),
C      E          ESPESS,
C      S          ST(3,10),SIG(3),
C      T          TENSX(50),TEMPER(19,2),
C      V          VOL,
C      X          XC,
C      Y          YC,
C      I          IKK,
C      J          JVEZ,
C      N          NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
C      COMMON /PARAM/
C
C      E          ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOTSS(21,2),ETZRO(9),
C      P          PNU(1000),PNUZRO(9),
C      T          TERMO1(50),TERMO2(50),
C      N          NBARRA,NESCOR
C      COMMON /ELEARG/
C      I          IX(1000,5),

```

```

K          KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)
COMMON /BANARG/
A          A(136,68),
B          B(2040),
M          MBAND,
N          NPSPS,NUMBLK
COMMON /PRSARG/
P          PR(50),
I          IBC(50),
J          JBC(50)
COMMON /ORDARG/
C          CODE(1000),
R          R(1000),
U          UR(1000),UZ(1000),
Z          Z(1000)
COMMON /LS4ARG/
C          C(3,3),
D          D(3,3),
H          H(3,3),
P          P(10),
S          S(10,10),
I          I,
J          J,
K          K,
L          LM(4)
COMMON /FORCA/
S          STS(10,10)
COMMON /PATRIC/
E          ET1(1000),
P          PNU1(1000),
K          KETPNU,KODRPT(1000),KPRINC,
L          LANLA
COMMON /ELASTC/
C          CD(3,3)

```

C

```

I=IX(N,1)
J=IX(N,2)
K=IX(N,3)
L=IX(N,4)
XC= (R(I)+R(K))/2.
YC= (Z(I)+Z(K))/2.
MTYPE= IX(N,5)
IF(MTYPE.LT.0) MTYPE= -MTYPE
IF(MTYPE.EQ.10) GO TO 5

```

C

```

C*****

```

C

```

C      DETERMINACAO DA MATRIZ ELASTICA

```

C

```

C*****

```

```

GK= ET(N)/(2.*(1.-PNU(N)))
GG= ET(N)/(2.*(1.+PNU(N)))
IF(KODRPT(N).EQ.0) GO TO 200

```

C

```

C      ELEMENTO EM RUPTURA
C
C      IF(KETPNU.EQ.1) GO TO 350
C      IF(NPSPS.EQ.0) GO TO 250
C
C      YOUNG= ET1(N)/(1.-PNU1(N)**2)
C      POISS= PNU1(N)/(1.-PNU1(N))
C      GO TO 300
C
C      SE ANALISE PLANE STRESS
C
C      250 YOUNG= ET1(N)
C          POISS= PNU1(N)
C      300 GK= YOUNG/(2.*(1.-POISS))
C      350 GG= 0.
C      200 CONTINUE
C
C      COMM= ET(N)/(1.-PNU(N)**2)
C      C(1,1)= COMM
C      C(1,2)= COMM*PNU(N)
C      C(1,3)=0.0
C      C(2,1)= C(1,2)
C      C(2,2)= C(1,1)
C      C(2,3)=0.0
C      C(3,1)=0.0
C      C(3,2)=0.0
C      C(3,3)= -0.5*ET(N)/(1.+PNU(N))
C
C      CD(1,1)= GK+GG
C      CD(1,2)= GK-GG
C      CD(1,3)= 0.
C      CD(2,1)= CD(1,2)
C      CD(2,2)= CD(1,1)
C      CD(2,3)= 0.
C      CD(3,1)= 0.
C      CD(3,2)= 0.
C      CD(3,3)= GG
C*****
C      MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO QUADRILATERO
C
C*****
C      INICIALIZACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ --- S(II,JJ)= 10X10
C*****
C      5 CONTINUE
C          DO 100 II=1,10
C              P(II)=0.0
C              DO 100 JJ=1,10
C                  STS(II,JJ)= 0.
C      100 S(II,JJ)=0.0
C
C      VOL=0.0
C      IF(MTYPE.EQ.10) RETURN
C*****

```



```

C      PONTOS NODAIS DO PRIMEIRO TRIANGULO DO QUADRILATERO
C*****
      I=IX(N,1)
      J=IX(N,2)
      K=IX(N,4)
      I1= 1
      I2= 3
      I3= 7
      CALL EDLST(I1,I2,I3)
C*****
C      PONTOS NODAIS DO SEGUNDO TRIANGULO DO QUADRILATERO
C*****
      I=IX(N,3)
      400 J=IX(N,4)
      K=IX(N,2)
      I1= 5
      I2= 7
      I3= 3
      CALL EDLST(I1,I2,I3)
C
C*****
C
C      ELIMINACAO DO PONTO CENTRAL
C
C*****
      IF(IKK.EQ.1)GO TO 130
      DO 120 I=1,9
120  SS(I)=S(I,9)
      DO 520 K=1,2
      IH=10-K
      ID=IH+1
      DO 510 I=1,IH
      S(ID,I)=S(ID,I)/S(ID,ID)
      DO 500 J=1,IH
      S(J,I)=S(J,I)-S(J,ID)*S(ID,I)
500  STS(J,I)= S(J,I)
510  CONTINUE
520  CONTINUE
C
C      130 RETURN
C
C      END
C*****
C
C      SUBROUTINE ONED
C
C*****
C
C      ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ E AS CARGAS
C      DOS ELEMENTOS TRELICAS
C
C*****
C
C      SUBROUTINE ONFD

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

COMMON

B BAREA(19),
C COALFA(19),
D DISLOC(1000,2),
E ESPESS,
S ST(3,10),SIG(3),
T TENSX(50),TEMPER(19,2),
V VOL,
X XC,
Y YC,
I IKK,
J JVEZ,
N NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC

COMMON /PARAM/

E ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),FTZRO(9),
P PNU(1000),PNUZRO(9),
T TERMO1(50),TERMO2(50),
N NBARRA,NESCOR

COMMON /ELEARG/

I IX(1000,5),
K KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)

COMMON /ORDARG/

C CODE(1000),
R R(1000),
U UR(1000),UZ(1000),
Z Z(1000)

COMMON /LS4ARG/

C C(3,3),
D D(3,3),
H H(3,3),
P P(10),
S S(10,10),
I I,
J J,
K K,
L LM(4)

COMMON /FORCA/

S STS(10,10)

C

DO 100 I=1,8
P(I)= 0.0
DO 100 J=1,8
STS(I,J)= 0.0
100 S(I,J)= 0.0

C

MTYPE= IX(N,5)
IF(MTYPE.LT.0) MTYPE= -MTYPE
XC= 0.0
YC= 0.0
I= IX(N,1)
J= IX(N,2)
IF(MTYPE.EQ.10) RETURN
IF((MTYPE.GT.16).AND.(MTYPE.LT.20)) GO TO 20

```

      TEMP= TERMO2(N)
      Q= TERMO1(N)
C
20  DX= R(J) - P(I)
    DY= Z(J)-Z(I)
    XL=DSQRT(DX*DX+DY*DY)
    COSA= DX/XL
    SINA= DY/XL
    EEE= ET(N)
    COMM= EEE*BAREA(MTYPE)/XL
C
    S(1,1)= COSA*COSA*COMM
    S(1,2)= COSA*SINA*COMM
    S(1,3)= -S(1,1)
    S(1,4)= -S(1,2)
    S(2,1)= S(1,2)
    S(2,2)= SINA*SINA*COMM
    S(2,3)= -S(1,2)
    S(2,4)= -S(2,2)
    S(3,1)= S(1,3)
    S(3,2)= S(2,3)
    S(3,3)= S(1,1)
    S(3,4)= S(1,2)
    S(4,1)= S(1,4)
    S(4,2)= S(2,4)
    S(4,3)= S(3,4)
    S(4,4)= S(2,2)
C
    DO 200 I=1,4
    DO 200 J=1,4
    STS(I,J)= S(I,J)
200 CONTINUE
    IF((MTYPE.GT.16).AND.(MTYPE.LT.20)) RETURN
    EP= TENSX(N)/EEF
    TEMP= -(TEMP-Q)*COALFA(MTYPE)
    IF(JVEZ.EQ.2) TENSX(N)= TENSX(N) + TEMP*EEE
    EP= EP+TEMP
    DX= DX*EP
    DY= DY*EP
    P(1)= S(1,1)*DX + S(1,2)*DY
    P(2)= S(2,1)*DX + S(2,2)*DY
    P(3)= -P(1)
    P(4)= -P(2)
C
    RETURN
    END
C*****
C
C      SUBROUTINE EDLST(N1,N2,N3)
C
C*****
C
C      ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE RIGIDFZ DO ELEMENTO
C      TRIANGULAR COMPONENTE DO QUADRILATERO

```

```

C
C *****
C
      SUBROUTINE EDLST(N1,N2,N3)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION
      B          BA(3,2),
      U          U(3,4),UV(3,4,2),
      V          V(3,4)
      COMMON
      B          BAREA(19),
      C          COALFA(19),
      D          DISLOC(1000,2),
      E          ESPESS,
      S          ST(3,10),SIG(3),
      T          TENSX(50),TEMPER(19,2),
      V          VOL,
      X          XC,
      Y          YC,
      I          IKK,
      J          JVEZ,
      N          NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
      COMMON /ORDARG/
      C          CODE(1000),
      R          R(1000),
      U          UR(1000),UZ(1000),
      Z          Z(1000)
      COMMON /LS4ARG/
      C          C(3,3),
      D          D(3,3),
      H          H(3,3),
      P          P(10),
      S          S(10,10),
      I          I,
      J          J,
      K          K,
      L          LM(4)
      EQUIVALENCE (UV,U),(UV(13),V)

C
      TH=1.0
      BA(1,1)= Z(J)-Z(K)
      BA(2,1)= Z(K)-Z(I)
      BA(3,1)= Z(I)-Z(J)
      BA(1,2)= R(K)-R(J)
      BA(2,2)= R(I)-R(K)
      BA(3,2)= R(J)-R(I)
      AREA= (P(J)*BA(2,1)+R(I)*BA(1,1)+R(K)*BA(3,1))/2.
      IF (AREA) 400,400,100
100 VOL=VOL+AREA
      COMM=TH/(48.*AREA)
      C11=C(1,1)*COMM
      C12=C(1,2)*COMM
      C13=C(1,3)*COMM
      C22=C(2,2)*COMM

```

```
C23=C(2,3)*COMM
C33=C(3,3)*COMM

C
C
DO 150 M=1,2
D1=BA(1,M)
D2=BA(2,M)
D3=BA(3,M)
UV(1,1,M)=D1
UV(2,1,M)=D1
UV(3,1,M)=D1
UV(1,2,M)=D2
UV(2,2,M)=D2-2.*D3
UV(3,2,M)=-D2
UV(1,3,M)=D3
UV(2,3,M)=-D3
UV(3,3,M)=D3-2.*D2
UV(1,4,M)=0.
UV(2,4,M)=4.*D3
150 UV(3,4,M)=4.*D2

C
LM(1)=N1
LM(2)=N2
LM(3)=N3
LM(4)=9

C
COMM=8.*AREA
DO 300 I=1,4
IT=LM(I)

C
UU=(U(2,I)+U(3,I))/COMM
VV=(V(2,I)+V(3,I))/COMM
ST(1,II)=ST(1,II)+UU
ST(2,II+1)=ST(2,II+1)+VV
ST(3,II)=ST(3,II)+VV
ST(3,II+1)=ST(3,II+1)+UU

C
SUM=U(1,I)+U(2,I)+U(3,I)
SUM1=SUM+U(1,I)
SUM2=SUM+U(2,I)
SUM3=SUM+U(3,I)
SUM=V(1,I)+V(2,I)+V(3,I)
SVM1=SUM+V(1,I)
SVM2=SUM+V(2,I)
SVM3=SUM+V(3,I)
DO 300 J=1,4
JJ=LM(J)
UQU=U(1,J)*SUM1+U(2,J)*SUM2+U(3,J)*SUM3
VQU=V(1,J)*SUM1+V(2,J)*SUM2+V(3,J)*SUM3
VQV=V(1,J)*SVM1+V(2,J)*SVM2+V(3,J)*SVM3
UQV=U(1,J)*SVM1+U(2,J)*SVM2+U(3,J)*SVM3
S(II,JJ)=S(II,JJ)+C11*UQU+C13*(VQU+UQV)+C33*VQV
S(II+1,JJ+1)=S(II+1,JJ+1)+C22*VQV+C23*(VQU+UQV)+C33*UQU
S(II,JJ+1)=S(II,JJ+1)+C23*VQV+C13*UQU+VQU*C12+C33*UQV
```

```

C
  300 S(JJ+1,II)=S(II,JJ+1)
  400 RETURN
      END
C*****
C
C      SUBROUTINE JACK
C
C*****
C      ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO
C      DE VIGA (JACK LOPEZ ACUNA)
C*****
C
C      SUBROUTINE JACK
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C      COMMON
C      B      BAREA(19),
C      C      COALFA(19),
C      D      DISLOC(1000,2),
C      E      ESPESS,
C      S      ST(3,10),SIG(3),
C      T      TENSX(50),TEMPER(19,2),
C      V      VOL,
C      X      XC,
C      Y      YC,
C      I      IKK,
C      J      JVEZ,
C      N      NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
C      COMMON /PARAM/
C      E      ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),ETZRO(9),
C      P      PNU(1000),PNUZRO(9),
C      T      TERM01(50),TERM02(50),
C      N      NBARRA,NESCOR
C      COMMON /ORDARG/
C      C      C(1000),
C      R      R(1000),
C      U      UR(1000),UZ(1000),
C      Z      Z(1000)
C      COMMON /LS4ARG/
C      C      C(3,3),
C      D      D(3,3),
C      H      H(3,3),
C      P      P(10),
C      S      S(10,10),
C      I      I,
C      J      J,
C      K      K,
C      L      LM(4)
C      COMMON /ELEARG/
C      I      IX(1000,5),
C      K      KODET(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)
C      COMMON /FORCA/

```

```

C
S          STS(10,10)

DO 110 I=1,8
P(I)= 0.0
DO 100 J=1,8
STS(I,J)= 0.0
100 S(I,J)= 0.0
110 CONTINUE
I= IX(N,1)
J= IX(N,2)
K= IX(N,3)
L= IX(N,4)
XC= (R(I)+R(K))/2.
YC= (Z(I)+Z(K))/2.
YIL= Z(I)-Z(L)
XIL= R(L)-R(I)
YJI= Z(I)-Z(J)
XJI= R(I)-R(J)
A= DSQRT(XJI*XJI+YJI*YJI)
B= DSQRT(XIL*XIL+YIL*YIL)
T= ESPESS
AREA= T*B
EIN=(T*B*B*B)/12.
      RIG1= 12.*ET(N)*EIN/(A*A*A)
      RIG2= 6.*ET(N)*EIN/(A*A*B)
      RIG3= AREA*ET(N)/(4.*A)
      RIG4= -2.*ET(N)*EIN/(A*B*B)
-----
S(1,1)= RIG1
S(2,1)= RIG2
S(3,1)= -RIG1
S(4,1)= RIG2
S(5,1)= 0.
S(6,1)= -RIG2
S(7,1)= 0.
S(8,1)= -RIG2
S(2,2)= RIG3 + 2.*RIG4
S(3,2)= -RIG2
S(4,2)= -RIG3 + RIG4
S(5,2)= 0.
S(6,2)= -RIG3 - RIG4
S(7,2)= 0.
S(8,2)= RIG3 - 2.*RIG4
S(3,3)= RIG1
S(4,3)= -RIG2
S(5,3)= 0.
S(6,3)= RIG2
S(7,3)= 0.
S(8,3)= RIG2
S(4,4)= RIG3 + 2.*RIG4
S(5,4)= 0.
S(6,4)= RIG3 - 2.*RIG4
S(7,4)= 0.
S(8,4)= -RIG3 - RIG4
S(5,5)= 0.

```

```

S(6,5)= 0.
S(7,5)= 0.
S(8,5)= 0.
S(6,6)= RIG3 + 2.*RIG4
S(7,6)= 0.
S(8,6)= -RIG3 + RIG4
S(7,7)= 0.
S(8,7)= 0.
S(8,8)= RIG3 + 2.*RIG4
DO 2 I=1,8
DO 2 J=I,8
S(I,J)=S(J,I)
2 CONTINUE
DO 120 I=1,8
DO 120 J=1,8
STS(I,J)= S(I,J)
120 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C*****

```

```

C

```

```

C      SUBROUTINE STRESS

```

```

C

```

```

C*****

```

```

C

```

```

C      ESTA SUBROTINA CALCULA AS TENSOES NOS CENTROS DOS ELEMENTOS

```

```

C-----E OS ESFORÇOS DA VIGA CLASSICA DO ELEMENTO DE VIGA-----

```

```

C

```

```

C*****

```

```

C

```

```

C      SUBROUTINE STRESS

```

```

C

```

```

C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)

```

```

C      DIMENSION

```

```

C      D      DISPLA(8),
C      F      FORCA(8),FV(8,50),
C      R      RINV(6,6),
C      I      IBANGO(50),
C      J      JBANGO(50),
C      N      NBANGO(50)

```

```

C      COMMON

```

```

C      B      BAREA(19),
C      C      COALFA(19),
C      D      DISLOC(1000,2),
C      E      ESPESS,
C      S      ST(3,10),SIG(3),
C      T      TENSX(50),TEMPER(19,2),
C      V      VOL,
C      X      XC,
C      Y      YC,
C      I      IKK,
C      J      JVEZ,
C      N      NUMNP,NUMEL,NUMPC,N,NUMTC
C      COMMON /PARAM/

```


E ET(1000),EYOUNG(21,2),EPOISS(21,2),ETZRO(9),
P PNU(1000),PNUZRO(9),
T TERM01(50),TERM02(50),
N NRARRA,NESCOR

COMMON /PRESS/

A ANGX1,
S SIGZ(1000,3),SIG1,SIG3,SMAX(1000),
K KODE(1000),KODLEI,KODPER,KODENU,KODSQO

COMMON /ORDARG/

C CODE(1000),
R R(1000),
U UR(1000),UZ(1000),
Z Z(1000)

COMMON /BANARG/

A A(136,68),
B B(2040),
M MRAND,
N NPSPS,NUMBLK

COMMON /LS4ARG/

C C(3,3),
D D(3,3),
H H(3,3),
P P(10),
S S(10,10),
I I,
J J,

K K,
L LM(4)

COMMON /PATRIC/

E ET1(1000),
P PNU1(1000),
K KETPNU,KODRPT(1000),KPRINC,
L LANLA

COMMON /ELEARG/

I IX(1000,5),
K KODFT(9),KODPNU(9),KDET(9),KDPNU(9)

COMMON /SOLOS/

C COES(9,2),
E EVSIGA(9,2),EXPW(9,2),
P PA,PARAML(9,2),PARAMM(9,2),PARAMQ(9,2),
P PHI(9,2),
R RF(9,2),
K KOFF(9,2),KOFFUR(9,2),
K KURVA(1000)

COMMON /ELASTC/

C CD(3,3)

COMMON /CONSTR/

I INCR(1000),
K KCONS,KSIGZR,KGHORZ,
N NELINC

C
C*****
C

C DETERMINACAO DAS TENSOES NOS ELEMENTOS

```

C
C*****
C
      IF(KPRINC.EQ.1) WRITE(7,12030)
12030 FORMAT(1X,5(' '), 'TENSOES PRINCIPAIS', 5(' '))
      IVEZ= 0
      IF((KCONS.EQ.0).AND.(KSIGZR.EQ.0)) GO TO 12120
      DO 12130 M= 1, NUMEL
      N= INCR(M)
      SIGZ(N,1)= 0.
      SIGZ(N,2)= 0.
      SIGZ(N,3)= 0.
12130 CONTINUE
12120 CONTINUE
      DO 300 M=1, NUMEL
C
      N=M
      IF(IX(N,5).LT.0) IX(N,5)= -IX(N,5)
      MTYPE=IX(N,5)
      IF(IX(N,3)-IX(N,2)) 90,80,90
C
C*****
C
      ELEMENTO TRELICA
C
C*****
-----C-----
C OBSERVACAO
C
C      AS TENSOES NAS BARRAS SAO DADAS NA DIRECAO DAS MESMAS
C
C      A TENSAO E A MESMA EM TODA A BARRA
C
C*****
      80 IF(JVEZ.EQ.1) GO TO 300
      XC= 0.0
      YC= 0.0
      IF(MTYPE.EQ.10) GO TO 500
      I= IX(N,1)
      J= IX(N,2)
      DX= R(J)-R(I)
      DY= Z(J)-Z(I)
      XL= DSQRT(DX**2+DY**2)
      DU= B(2*J-1)-B(2*I-1)
      DV= B(2*J)-B(2*I)
      DL= DV*DY/XL + DU*DX/XL
      EEE= ET(N)
      SIG(1)= DL*EEE/XL + TFNSX(N)
      SIGZ(N,1)= SIG(1) + SIGZ(N,1)
      SIGZ(N,2)= 0.
      SIGZ(N,3)= 0.
      GO TO 700
C
C*****

```

```

C
C      ELEMENTO DE VIGA
C
C*****
  90 IF((MTYPE.EQ.11).OR.(MTYPE.EQ.12).OR.(MTYPE.EQ.13)) GO TO
    1 406
    GO TO 400
  406 IF(JVEZ.EQ.1) GO TO 300
    IVEZ= IVEZ + 1
    CALL JACK
C*****
C      CALCULO DE FORÇAS (F) E (F*) NOS PONTOS NODAIS DE UM
C      ELEMENTO DE VIGA DA PAREDE
C*****
    I= IX(N,1)
    J= IX(N,2)
    K= IX(N,3)
    L= IX(N,4)
    DISPLA(1)= DISLOC(I,1)
    DISPLA(2)= DISLOC(I,2)
    DISPLA(3)= DISLOC(J,1)
    DISPLA(4)= DISLOC(J,2)
    DISPLA(5)= DISLOC(K,1)
    DISPLA(6)= DISLOC(K,2)
    DISPLA(7)= DISLOC(L,1)
    DISPLA(8)= DISLOC(L,2)
-----
    J2=-0
    DO 401 J1= 1,8
      FORCA(I1)= 0.0
      DO 408 J1= 1,8
        408 FORCA(I1)= FORCA(I1) + S(I1,J1)*DISPLA(J1)
          IF(FORCA(I1)) 402,401,402
        402 I2= J2+1
          FORCA(I2)= FORCA(I1)
        401 CONTINUE
C*****
C      CALCULO DE (R-1)
C*****
    XJK= R(J)-R(K)
    IF(XJK.LT.0) XJK= -XJK
    B1= .XJK*.5
    RINV(1,1)= 0.
    RINV(1,2)= 0.
    RINV(1,3)= 0.
    RINV(1,4)= 1.
    RINV(1,5)= 1.
    RINV(1,6)= 0.
    RINV(2,1)= 0.
    RINV(2,2)= 0.
    RINV(2,3)= 1.
    RINV(2,4)= 0.
    RINV(2,5)= 0.
    RINV(2,6)= 0.
    RINV(3,1)= 0.

```

```

RINV(3,2)= 0.
RINV(3,3)= 0.
RINV(3,4)= -B1
RINV(3,5)= B1
RINV(3,6)= 0.
RINV(4,1)= 0.
RINV(4,2)= 1.
RINV(4,3)= 0.
RINV(4,4)= 0.
RINV(4,5)= 0.
RINV(4,6)= 1.
RINV(5,1)= 1.
RINV(5,2)= 0.
RINV(5,3)= 0.
RINV(5,4)= 0.
RINV(5,5)= 0.
RINV(5,6)= 0.
RINV(6,1)= 0.
RINV(6,2)= -B1
RINV(6,3)= 0.
RINV(6,4)= 0.
RINV(6,5)= 0.
RINV(6,6)= B1

```

```

C*****

```

```

C    CALCULO DE FORÇAS (FV) EQUIVALENTES NA VIGA CLASSICA

```

```

C    (FV)= RINV*(F*)

```

```

C*****

```

```

DO 409 I1= 1,6
FV(I1,IVEZ)= 0.
DO 403 J1= 1,6
403 FV(I1,IVEZ)= FV(I1,IVEZ) + RINV(I1,J1)*FORÇA(J1)
409 CONTINUE
AREA= ESPESS*B1*2.
FV(7,IVEZ)=-FV(4,IVEZ)/AREA
FV(8,IVEZ)= FV(1,IVEZ)/AREA
NBANGO(IVEZ)= N
IBANGO(IVEZ)= I
JBANGO(IVEZ)= J
GO TO 104

```

```

C

```

```

C*****

```

```

C

```

```

C    ELEMENTO QUADRILATERO

```

```

C

```

```

C*****

```

```

400 DO 100 I=1,3
DO 100 J=1,10
100 ST(I,J)=0.0

```

```

C

```

```

IKK=1
CALL QUAD
IF (MTYPE.EQ.10) GO TO 500
DO 120 I=1,4
II=2*I

```

```

      JJ=2*IX(N,I)
      P(II-1)=B(JJ-1)
      P(II)=B(JJ)
120  CONTINUE
C
      DO 150 I=9,10
      DO 150 K=1,8
150  P(1)=P(I)-S(I,K)*P(K)
      COO=S(9,9)*S(10,10)-S(9,10)*S(10,9)
      IF(COO.LT.0.001)GO TO 151
      P(9)=(S(10,10)*P(9)-S(9,10)*P(10))/COO
      P(10)=(-S(10,9)*P(9)+S(9,9)*P(10))/COO
C
151  XMUL= 1.
      D(1,1)= 0.0
      D(2,1)= 0.0
      D(3,1)=0.0
      DO 170 I=1,3
      DO 170 K=1,10
170  D(I,1)=D(I,1)+ST(I,K)*P(K)*XMUL
C
      DO 50 I=1,3
50  SIG(I)=0.0
      DO 181 I=1,3
      DO 180 K=1,3
C*****
C-----TENSOES CALCULADAS EM FUNCAO DE G E K :-----
C      180 SIG(I)= SIG(I) + CD(I,K)*D(K,1)
C
C      TENSOES CALCULADAS EM FUNCAO DE ET E PNU :
C      180 SIG(I)= SIG(I) + C(I,K)*D(K,1)
C*****
180  SIG(I)= SIG(I) + CD(I,K)*D(K,1)
      SIGZ(N,I)= SIGZ(N,I) + SIG(I)
      SIG(I)= SIGZ(N,I) - SIG(I)/2.
181  CONTINUE
      IF(JVEZ.EQ.2) GO TO 700
      IF((KODET(MTYPE).EQ.0).AND.(KODPNU(MTYPE).EQ.0)) GO TO 300
      CALL PRISTR(N)
C*****
C
C      CRITERIO DE CARREGAMENTO-DESCARREGAMENTO/RECARREGAMENTO:
C
C      
$$S = (SIG_1 - SIG_3) (1 - \text{SFN}(\text{PHI})) / ((SIG_3 + C \cdot \text{TAN}(\text{PHI})) (2 \cdot \text{SEN}(\text{PHI})))$$

C
C*****
      SENPHI= DSIN(PHI(MTYPE,KURVA(N)))
      SLOQ= DABS(((SIG1-SIG3)*(1.-SENPHI))/((SIG3+COES(MTYPE,KU
RVA(N))
      1 /DTAN(PHI(MTYPE,KURVA(N))))*2.*SENPHI))
      IF(KODSQQ) 12040,12050,12040
12040 PRINT 2401,N,SLOQ
2401 FORMAT(10X,'EL.NO.= ',I3,10X,'SLOQ= ',E13.6)
12050 IF((SMAX(N)-SLOQ)-0.0001) 750,760,760

```

```

C*****
C    CARREGAMENTO PRIMARIO
C*****
  750 KODE(N)= 1
      DO 770 I=1,3
  770 SIGZ(N,I)= SIG(I)
      GO TO 300
C*****
C    DESCARREGAMENTO OU RECARREGAMENTO
C*****
  760 KODE(N)= 2
      DO 780 I=1,3
  780 SIGZ(N,I)= SIG(I)
      GO TO 300
C
  500 DO 501 I=1,3
  501 SIGZ(N,I)= 0.
      IF(JVEZ.EQ.1) GO TO 300
      IF(MTYPE.EQ.10) GO TO 104
  700 CALL PRISTR(N)
C
C*****
C    SAIDA DAS TENSOES
C*****
  104 IF(M.NE.1) GO TO 305
      PRINT 2004
      IF(NPSPS.LT.1) GO TO 71
      WRITE (6,2002)
      GO TO 72
  71 WRITE (6,2003)
  72 WRITE (6,2000)
C
  305 IF((MTYPE.GT.0).AND.(MTYPE.LT.10)) GO TO 602
      SETAPA=0.
      SMAX(N)=0.
      IF((MTYPE.GT.9).AND.(MTYPE.LT.14)) GO TO 601
      GO TO 12100
  601 SIG1= 0.
      SIG3= 0.
      ANGX1= 0.
      GO TO 12100
  602 CONTINUE
      IF((KODET(MTYPE).EQ.0).AND.(KODPNU(MTYPE).EQ.0)) GO TO
  1 12140
      SENPHI= DSIN(PHI(MTYPE,KURVA(N)))
      SETAPA= DABS(((SIG1-SIG3)*(1.-SENPHI))/((SIG3+COES(MTYPE,KU
RVA(N))
  1 /DTAN(PHI(MTYPE,KURVA(N))))*2.*SENPHI))
      GO TO 12150
  12140 SETAPA= 0.
  12150 CONTINUE
      IF((SMAX(N)-SETAPA)-0.0001) 603,600,600
  603 SMAX(N)= SETAPA
C

```

```

C      CRITERIO DE RUPTURA:  SETAPA > 0.99
C
  600 IF(KODRPT(N).EQ.1) GO TO 12060
      IF((SETAPA-1.)+0.01) 12060,12070,12070
12070 KODRPT(N)= 1
12060 IF((DABS(ANGX1)-45.)-0.00001) 12080,12090,12090
12090 IF(KURVA(N).EQ.1) GO TO 12100
      KURVA(N)= 1
      GO TO 12110
12080 IF(KURVA(N).EQ.2) GO TO 12100
      KURVA(N)= 2
12110 SMAX(N)= SETAPA
      KODE(N)= 1
12100 CONTINUE
      PRINT 2001,N,XC,YC,(SIGZ(N,1),1=1,3),SIG1,SIG3,ANGX1,ET1(N)
      1 PNU1(N),SETAPA,SMAX(N)
      IF(KPRINC.EQ.1) WRITE(7,12000) N,XC,YC,SIG1,SIG3,ANGX1
12000 FORMAT(15,5F10.5)
  300 CONTINUE
      IF(JVEZ.EQ.2) GO TO 12010
      GO TO 12020
12010 PRINT 2005
  2005 FORMAT(1X,132(' '))
      IF(KODPER.EQ.1) WRITE(7,604) (N,IX(N,5),KURVA(N),KODE(N),KODRPT(N)
      1,SMAX(N),SIGZ(N,1),SIGZ(N,2),SIGZ(N,3),ET1(N),PNU1(N),N=1,
      NUMEL)
  604 FORMAT(1X,5(' '), 'TENSOES', 5(' '),/, (14,4I2,4F11.4,2E12.5))
12020 IF(JVEZ.EQ.1) RETURN
      IF(IVEZ.EQ.0) RETURN
C*****
C      SAIDA DE FORÇAS CORTANTES, MOMENTOS FLETORES E TENSOES
C      VERTICAIS DA PAREDE
C*****
      WRITE(6,404)
      DO 407 IA= 1,IVEZ
      N= NBANGO(IA)
      I= IBANGO(IA)
      J= JBANGO(IA)
      PRINT 405, N,I,FV(5,IA),FV(4,IA),FV(8,IA),FV(6,IA)
      PRINT 405, N,J,FV(2,IA),FV(1,IA),FV(7,IA),FV(3,IA)
  404 FORMAT(/,4X,'EL.NO.',5X,'N.POINT',16X,'F-X',23X,'F-Y',22X,
'SIG-Y'
      1,20X,'MOM.FLETOR',/)
  405 FORMAT(5X,13,7X,I5,13X,E13.6,13X,E13.6,13X,E13.6,13X,E13.6)
  407 CONTINUE
C
  320 RETURN
C
  2003 FORMAT(1X,'I',40X,'TENSOES BASEADAS EM ANALISE PLANE STRESS'
',50X,
      1 'I',/,1X,'I',130X,'I')
  2002 FORMAT(1X,'I',40X,'TENSOES BASEADAS EM ANALISE PLANE STRAIN

```

```

1 'I',/,1X,'I',130X,'I')
2001 FORMAT(1X,'I',2X,I3,1X,'I',2(F6.2,'I'),10(E10.4,'I'))
2004 FORMAT(1H1,132('-'),/,1X,'I',130X,'I')
2000 FORMAT(1X,'I',130('-'),'I',/,1X,132HI ELEM.1 X I Y I
SIGX
1 I SIGY I SIGXY I SIG1 I SIG3 I ANGX1 I
YOUNG
2 I POISSON I S I SMAX I,/,1X,'I',130('-'),'I')
C
END
C*****
C
SUBROUTINE PRISTR(NT)
C*****
C
ESTA SUBROTINA CALCULA AS TENSOES PRINCIPAIS E O ANGULO
ENTRE A MAIOR TENSAO PRINCIPAL E O FIXO-X
C*****
C
SUBROUTINE PRISTR(NT)
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
COMMON /PRESS/
A ANGX1,
S SIGZ(1000,3),SIG1,SIG3,SMAX(1000),
K KODE(1000),KODLEI,KODPER,KODENU,KODSQO
SIGX= SIGZ(NT,1)
SIGY= SIGZ(NT,2)
SIGXY= SIGZ(NT,3)
C= (SIGX + SIGY)/2.
B= (SIGX - SIGY)/2.
R= DSQRT(R*B + SIGXY*SIGXY)
C
COMPRESSAO(-) IMPLICA :
C
SIG1= C - R
SIG3= C + R
C
SIGX3= SIGX - SIG3
IF(DABS(SIGX3).LE.1.E-10) GO TO 10
C
ANGX1= ANGULO QUE SIG1 FAZ COM A DIRECAO-X
(POSITIVO NO SENTIDO HORARIO)
C
ANGX1= 57.29577948*DATAN(SIGXY/SIGX3)
GO TO 20
10 ANGX1= 90.
20 CONTINUE
RETURN
END
C*****
C
SUBROUTINE MODIFY(A,B,NEG,MBAND,N,U)

```



```

C
C *****
C
C     ESTA SUBROTINA MODIFICA AS EQUACOES DE EQUILIBRIO EM
C     FUNCAO DAS CONDICÕES DE APOIO DOS PONTOS NODAIS
C
C *****
C
C     SUBROUTINE MODIFY(A,B,NEQ,MBAND,N,U)
C     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C     DIMENSION
C       B(136),A(136,68)
C
C     DO 250 M=2,MBAND
C       K=N-M+1
C       IF(K) 235,235,230
C 230 B(K)=B(K)-A(K,M)*U
C       A(K,M)=0.0
C 235 K=N+M-1
C       IF(NEQ-K) 250,240,240
C 240 B(K)=B(K)-A(N,M)*U
C       A(N,M)=0.0
C 250 CONTINUE
C       A(N,M)=0.0
C       A(N,1)=1.0
C       B(N)=U
C     RETURN
C     END
C *****
C
C     SUBROUTINE BANSOL
C
C *****
C
C     ESTA SUBROTINA RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES POR ELIMINACAO
C     GAUSS (ADMITE-SE ELEMENTO NULO NA DIAGONAL)
C
C *****
C
C     SUBROUTINE BANSOL
C     IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C     COMMON /BANARG/
C       A(136,68),
C       B(2040),
C       MBAND,
C       NPSPS,NUMBLK
C
C     MM=MBAND
C     NN= 68
C     NL=NN+1
C     NH=NN+NN
C     REWIND 1
C     REWIND 3
C     NB=0

```

```

      GO TO 150
C
C C   REDUCE EQUATIONS BY BLOCKS
C
C C   1. SHIFT BLOCK OF EQUATIONS
C
100  NB=NB+1
      DO 125 N=1,NN
        NM=NN+N
        B(N)=B(NM)
        B(NM)=0.0
        DO 125 M=1,MM
          A(N,M)=A(NM,M)
125  A(NM,M)=0.0
C
C C   2. READ NEXT BLOCK OF EQUATIONS INTO CORE
C
      IF (NUMBLK-NB) 150,200,150
150  DO 999 N= NL,NH
999  READ(3) B(N),(A(N,M),M=1,MM)
      IF (NB) 200,100,200
C
C C   3. REDUCE BLOCK OF EQUATIONS
C
200  DO 300 N=1,NN
      IF (A(N,1)) 225,300,225
225  B(N)=B(N)/A(N,1)
      DO 275 L=2,MM
        IF (A(N,L)) 230,275,230
230  C=A(N,L)/A(N,1)
        I=N+L-1
        J=0
        DO 250 K=L,MM
          J=J+1
250  A(I,J)=A(I,J)-C*A(N,K)
        B(I)=B(I)-A(N,L)*B(N)
        A(N,L)=C
275  CONTINUE
300  CONTINUE
C
C C   4. WRITE BLOCK OF REDUCED EQUATIONS ON TAPE 1
C
      IF (NUMBLK-NB) 375,400,375
375  DO 998 N=1,NN
998  WRITE(1) B(N),(A(N,M),M=2,MM)
      GO TO 100
C
C C   BACK-SUBSTITUTION
C
400  DO 450 M=1,NN
      N=NN+1-M
      DO 425 K=2,MM
        L=N+K-1
425  B(N)=B(N)-A(N,K)*B(L)

```

NM=N+NN
B(NM)=B(N)
450 A(NM,NB)=B(N)
NB=NB-1
IF (NB) 475,500,475
475 DO 995 N=1,NN
995 BACKSPACE 1
DO 997 N= 1,NN
997 READ(1) B(N),(A(N,M),M=2,MM)
DO 994 N= 1,NN
994 BACKSPACE 1
GO TO 400
C
C C ORDER UNKNOWNNS IN B ARRAY
C
500 K=0
DO 600 NB=1,NUMBLK
DO 600 N=1,NN
NM=N+NN
K=K+1
600 B(K)=A(NM,NB)
C C
RETURN
END