



Trabalho de Instrumentação

Uma Transposição Didática da Teoria da Relatividade Especial

Aluno: Marlen Moura e Silva Filho

Orientadora: Ligia de Farias Moreira

Co-orientadores: André Penna-Firme e Francisco Cordeiro Filho

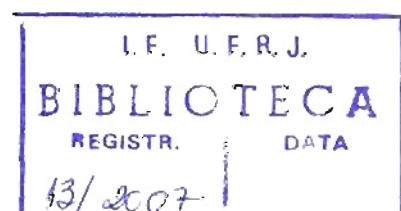
Banca Examinadora

Presidente: Ligia de Farias Moreira

Demais Membros : André Penna-Firme, Jorge Barreto

Membros suplentes: Francisco Cordeiro Filho

31 de agosto de 2007



DEDICATÓRIA

A minha mãe D. Vera pois sem a ajuda dela eu jamais teria condições de ingressar na Universidade e a memória do meu pai, Marlen Moura e Silva.

AGRADECIMENTOS

- Aos amigos Anderson, Gustavo, João Paulo, Leonardo, Marcos e Otoniel.
- Aos funcionários do Instituto de Física Antônio, Cabral, Cícero e Édson.
- Aos funcionários da xerox do Instituto de Física.
- Aos funcionários do Bar da Física.
- Aos professores Elton Brandão e Daniela Patti da Faculdade de Educação.
- Ao Professor Paulo Andrade da Faculdade de Letras.
- Aos professores Adir, Artur, João Torres, Jorge Barreto, Lígia Farias, Marcos Gaspar e Vitorvani Soares do Instituto de Física.
- Aos amigos e orientadores André Penna-Firme e Francisco Cordeiro Filho.

Muito Obrigado

Resumo

A partir da experiência adquirida como licenciando de Física do Instituto de Física da UFRJ, na Prática de Ensino realizada em uma instituição pública e outra privada, comprometidas com a formação de professores, o autor do presente estudo convenceu - se da necessidade de elaborar um texto de inserção da Teoria da Relatividade Especial. Vinculado à Física Moderna, no programa do Ensino Médio, essa inserção ocorreria junto ao conteúdo da cinemática vetorial, que aborda a composição de movimentos. O que estaria em consonância com a demanda de interesse tanto de alunos como de professores dessas instituições para este tipo de proposta. Acredita-se que a possibilidade da realização de uma atividade extracurricular, relacionada com as recentes comemorações do centenário da publicação da Teoria da Relatividade Especial de Einstein, proporcione um estímulo para que profissionais de diferentes áreas possam interagir para a concretização da referida atividade.

O trabalho cuidou da organização/seleção de conteúdos da Teoria da Relatividade Especial que deverão ser apresentados numa linguagem simples e articulada, através de uma transposição didática adequada ao Ensino médio.

Tentando-se evitar a sobrecarga das aulas regulares do currículo escolar, por sugestão dos professores das instituições do estágio, recomenda - se uma discussão subsequente à apresentação do tema, para os alunos, devendo ser assim a culminância dessa atividade que deverá ser avaliada através de um instrumento estruturado contendo questões pertinentes às situações abordadas, onde se destacariam os aspectos positivos e negativos à compreensão do tema. Dessa forma, proceder-se-iam às reformulações necessárias para a reedição do projeto com outros temas da Física Moderna.

SUMÁRIO

Cap. 1 – Introdução	1
Cap.2 – Metodologia	6
2.1 –Proposta das Questões do Instrumento de Avaliação.....	9
Cap. 3 – Contexto	
Histórico.....	10
3.1 – Panorama da Física no final do Século	10
Cap. 4 – A Teoria da Relatividade	16
4.1 – Referencial	17
4.2 – Postulados da Relatividade Especial	18
4.3 – A Dilatação do Tempo	20
4.4 – A Contração do Comprimento	25
4.5 – Alguns Paradoxos	27
4.6.1 –O Paradoxo dos Gêmeos	27
4.6.2 – O Paradoxo da Garagem	29
4.7 – Prova Experimental da Dilatação do Tempo e da Contração do Comprimento	30
4.8 - A Impossibilidade da Simultaneidade	34
4.9 – A Variação da Massa	35
4.10 – Aplicações da Teoria da Relatividade	38
Cap.5 – Conclusão	39
Referências	41

CAPÍTULO I – Introdução

Tendo realizado estágios supervisionados de Prática de Ensino, nos Colégios de Aplicação da UFRJ e da PUC, como também participado como aluno das discussões realizadas nas aulas de Didática Especial da Física I e II, Didática Geral, Instrumentação de Ensino de Física, Psicologia da Educação I e II e Fundamentos Filosóficos da Educação, sobre o ensino da física no Ensino Médio. Além disso, a participação em Encontros de Ensino de Física realizados no Instituto de Física da UFRJ (ENLIF 2003, 2004, 2005) e na Universidade Federal de São Carlos (I SEFIS), me fez constatar que uma das grandes preocupações dos professores de Física do Ensino Médio era de promover uma revisão dos programas, na tentativa da inserção de conhecimentos de Física Moderna capazes de atender a demanda de adolescentes intensamente bombardeados pela mídia, induzindo-os a uma curiosidade crescente em torno de uma fenomenologia vinculada com as recentes comemorações do Ano Mundial da Física em 2005, quando se comemorou o centenário da publicação da Teoria da Relatividade Especial. Tendo em vista a necessidade de expor os conteúdos, considerou-se a possibilidade de uma linguagem despojada de cálculos matemáticos, porém capaz de atender ao rigor científico. Pensando na cinemática, assunto introdutório à Mecânica, escolheu-se a

o Teoria da Relatividade Especial para conduzir os adolescentes a uma reflexão sobre os conceitos de tempo e espaço absolutos, os princípios da descrição do movimento relativo, retomando experiências já existentes sobre o assunto, na perspectiva de envolver

os alunos numa análise do movimento unidimensional a altas velocidades, bem próximas da luz, tendo ela como limite.

A introdução da Teoria da Relatividade Especial no Ensino Médio justifica-se, hoje, pela presença marcante das idéias centrais de A. Einstein nas aplicações tecnológicas do mundo atual. Sem dúvida nenhuma, há uma influência cultural muito forte dos conceitos fundamentais da Relatividade, o que torna recomendável a inclusão desse conteúdo no currículo escolar. Além disso, pode vir a formar-se um ambiente favorável para a discussão de conceitos importantíssimos tais como espaço, tempo e as noções de referencial e energia.

Uma redistribuição das cargas horárias para o ensino dos conteúdos referente ao currículo tradicional é necessária para incluir esse novo tema que desempenha um papel fundamental no contexto da ciência no século XXI.

Reforçando este ponto de vista, o artigo sobre “Relatividade Restrita no Ensino Médio: Contração de LORENTZ-FITZGERALD” e Aparência Visual de Objetos Relativísticos em Livros Didáticos de Física [Ostermann, 2002], destaca que em vários países desenvolvidos, a inclusão de temas de Física Moderna e a produção de materiais pedagógicos para o Ensino Médio vem sendo realizada em larga escala, já que a fase de justificativas para o ensino destes temas já foram superadas. No Brasil, a produção de materiais didáticos pedagógicos em relação à Física Moderna foi acelerada nos últimos cinco anos, atendendo às exigências da nova LDB [Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9394/96].

Simultaneamente, várias pesquisas e ensaios sobre o ensino destes temas vêm sendo realizadas no Ensino Médio, em parceria com grupos que se dedicam à

implantação de espaços interativos sobre Ciência, dentre os quais podemos citar, como exemplo, o trabalho realizado pelos professores do Grupo Teknê no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, cujo trabalho foi baseado na leitura do livro, “Einstein e o Universo Relativístico”, [Guerra, 2003]. A partir da leitura pelos alunos, discutiram, em sala de aula, os fundamentos da teoria, bem como o momento histórico cultural da época de desenvolvimento da teoria da relatividade especial e geral. Depois disso, foi proposto aos alunos que montassem uma peça de teatro onde o tema central fosse a teoria da relatividade. Para outras turmas, foi proposto que escrevessem um conto de ficção científica onde a teoria da relatividade estivesse presente. Essas atividades tiveram por finalidade fazer os alunos se envolverem mais com o assunto e com isso se aprofundarem mais.

Outro interessante trabalho foi realizado pelos alunos da UPRGS que está descrito no artigo “Atualização do Currículo de Física na Escola de Nível Médio: Um Estudo desta Problemática na Perspectiva de uma Experiência em Sala de Aula e da Formação Inicial de Professores”, [Ostermann, 2001].

Já é possível encontrar, também, vários livros didáticos de ciências trabalhando conceitos de cinemática, em nível de 8^a série, adiantando, assim, uma discussão que costuma ser feita na 1^a série do Ensino Médio. Como exemplo, podemos citar os livros dos seguintes autores: Mattos e Porto, Fernando Gwandsznajder, Bertoldi e Vasconcellos, Carmen Maria de Castro, Helder de Figueiredo e Paula e Mairy Barbosa Loureiro dos Santos.

Reforçando a proposta em estudo, procurou-se atender também a LDB 9394/96, que através de seus desdobramentos, causou certo impacto no ensino tradicional de física

nos últimos anos, tendo em vista um levantamento das dificuldades de aprendizagem dos alunos do Ensino Médio:

- a) A manutenção de um quadro bastante conservador de seqüência de conteúdos impregnados de caráter meramente livresco e considerado ideal nas últimas décadas;
- b) A necessidade de atualização/revitalização dos métodos de ensino utilizados pelos professores do Ensino Médio, buscando uma contextualização dos assuntos, capaz de envolver os desafios de uma realidade com as teorias científicas vigentes;
- c) A busca de novas formas de discussão sobre os conceitos físicos em sala de aula, interrompendo uma tendência compartmentalizadora e fragmentada do conhecimento, obtendo-se assim, uma articulação interdisciplinar que leva os alunos a integrarem com as diferentes áreas de saber e, por conseguinte, estimulando uma crescente busca de informações.
- d) A dificuldade da escola em utilizar, plenamente, os canais de comunicação que disponibilizam diferentes linguagens como a visual, a interativa, a textual, e que possibilitam aos jovens, um acesso cada vez maior com o desenvolvimento tecnológico e científico.[Parâmetros Curriculares Nacionais, 1999].

O presente trabalho tem por objetivos:

- a) Selecionar os conteúdos da Teoria da Relatividade Especial que podem ser apresentados na sala de aula do Ensino Médio, de forma conectada com os conteúdos da mecânica clássica;

- b) Elaborar a transposição didática dos conteúdos selecionados, através de uma linguagem despojada de elementos matemáticos complexos;
- c) Propor uma metodologia ativa/participativa de caráter interdisciplinar para discussão do tema no nível do ensino médio, compatibilizando saberes de outras disciplinas, como história e artes.
- d) Avaliar os efeitos da utilização de novas linguagens na apresentação de temas atuais, originalmente estruturados de forma complexa.

Capítulo 2 – Metodologia Pedagógica

Tendo estagiado, tanto no Colégio de Aplicação da UFRJ, como no Colégio de Aplicação da PUC, convivendo com professores de grande experiência na área de Física, e que pretendiam inovar o currículo, constatei que uma de suas grandes preocupações era proporcionar aos seus alunos a oportunidade de acessarem conhecimentos de uma Física Moderna. Alegavam ser comum, nas suas aulas, perguntas sobre a teoria da relatividade e o papel que ela teria desempenhado na transformação da física clássica. Tendo como cenário o Ano Mundial da Física em 2005, surgiu a necessidade de se elaborar uma proposta metodológica, voltada para a apresentação desse conteúdo. Paralelamente, os professores, apesar de reconhecerem a importância dessa busca, alegavam as enormes dificuldades com o tratamento matemático, e a falta de tempo para que o tema fosse incluído na seqüência normal de aulas.

Trata-se, assim, de uma situação desconfortável, que precisa ser superada, para não causar frustração aos alunos em relação a sua curiosidade e a manifestação de interesse pela disciplina. A intenção do presente trabalho foi introduzir a Teoria da Relatividade Especial a partir das percepções dos alunos sobre o cotidiano, utilizando uma linguagem matemática simples, capaz de mostrar relações entre os conceitos de tempo e espaço. Visando a clareza e a simplicidade da abordagem do tema, baseado em autores, como Braz Jr (2002) e Gaspar (2000), optou-se por uma descrição de movimentos simultâneos utilizando exemplos relacionados aos conceitos de espaço, de tempo e de referencial, já construídos nas aulas de mecânica clássica. Considerou-se, ainda, a importância do universo imagético, para os adolescentes, que segundo os autores

citados é de fundamental importância para despertar a atenção e compreensão desses fenômenos. Baseou-se no presente estudo, na possibilidade de valorizar a aprendizagem dos alunos através de animações. Nesse sentido, investigou-se a existência de programas de computador, como o MODELLUS, por exemplo, que é capaz de promover e estimular a aprendizagem através de simulações interativas. Utilizou-se um modelo que favorece visualização das diferentes trajetórias do movimento dos fótons emitidos por uma fonte luminosa fixa percebida de diferentes referenciais entre dois espelhos planos paralelos que se movem simultaneamente com velocidades constantes (figura 6). Procura-se nessa situação provocar um estímulo dos alunos para uma melhor compreensão da dilatação do tempo e dos outros fenômenos decorrentes da Teoria da Relatividade Especial. Articulou-se situações de animações produzidas em computadores, complementando o processo com o uso de “datashow”, na intenção de mostrar, aos alunos, a simultaneidade, a dilatação do tempo e a contração do comprimento. A introdução da Teoria da Relatividade Especial, por outro lado, exige uma conceituação rigorosa do conceito de referencial, acompanhada de uma grande exemplificação para os alunos privilegiando as situações clássicas galileanas. A partir disso, torna-se necessária uma discussão sobre movimentos relativos acompanhadas das aplicações do princípio de Galileu, para revisão de situações já abordadas em séries anteriores. O efeito das animações citadas, acompanhadas pelos alunos através do “datashow”, pode ser avaliado com um questionário, estruturado em etapas, onde os alunos irão expressar o grau de compreensão e aceitação assumido face ao conteúdo exposto. Cria-se, dessa maneira, a possibilidade de uma reflexão crítica sobre a repercussão do tema junto aos alunos, no sentido de

perceberem não só a transitoriedade da ciência, permitindo também a compreensão de que o mundo em que vivemos é basicamente clássico.

Tendo em vista a escassez do tempo do professor de física, do ensino médio, na sala de aula, o que força-o a um constante sacrifício no cumprimento de seus programas, nota-se uma certa resistência dos docentes em ampliar o conteúdo de suas aulas, provavelmente para atender as exigências dos vestibulares existentes. Acreditamos que uma metodologia ativa e participativa torna-se necessária para superar tais dificuldades e oportuna no desenvolvimento do tema, numa perspectiva interdisciplinar capaz de envolver disciplinas como história e artes. Cria-se, assim, a possibilidade de aumentar o interesse da comunidade de alunos e professores por temas contemporâneos, dentro do período letivo. Por outro lado, essa proposta prevê a realização de uma exposição em horário especial, dentro ou fora da Instituição, onde se promoveria inclusive uma atividade extracurricular complementar, cercada de todo um suporte multimídia, evidenciando todas as etapas da elaboração da Teoria da Relatividade Especial e suas posteriores aplicações.

A discussão da metodologia para o atual projeto preocupa-se em acompanhar todo o percurso realizado, e detectar possíveis falhas, que deverão ser corrigidas para uma futura reedição do evento, atendendo a outros temas de igual relevância, criando, assim, a descjada inserção da Física Moderna nos programas do Ensino Médio.

2.1 – Propostas das Questões do Instrumento de Avaliação

- 1) Descreva uma situação em que ocorra a dilatação do tempo.
- 2) A contração de comprimento está relacionada com a dilatação do tempo? Justifique sua resposta.
- 3) Dois eventos simultâneos em um referencial também serão simultâneos em outro referencial que se move com velocidade constante em relação ao primeiro? Justifique sua resposta.
- 4) Recentemente um outdoor anunciou “Porque os anos são tão curtos e as semanas tão longas? ” Comente essa afirmação numa perspectiva relativística.

CAPÍTULO 3 – Contexto Histórico

3.1 - Panorama da Física no Final do Século XIX

O século XIX foi um período de muito otimismo, principalmente nas últimas três décadas. A ciência era um sucesso, novidades como a eletricidade, o transporte a vapor, a invenção do telefone, a unificação da eletricidade e do magnetismo, dando origem ao eletromagnetismo. Maxwell sintetizou em apenas quatro equações, todos os processos eletromagnéticos conhecidos, além de muitas outras descobertas, o que permitiu uma grande mudança no modo de vida das pessoas [Braz,Jr, 2002].

Devido a esse rápido desenvolvimento, muitos filósofos, inclusive cientistas, entre eles William Thomson, mais conhecido como Lord Kelvin, achavam que a Física estava esgotada e tudo que tinha para se descobrir, já havia sido descoberto. A Física era dividida em cinco campos, que eram a mecânica, a ótica, a ondulatória, a termodinâmica e o eletromagnetismo, e que agora só restava fazer uma ou outra medida e resolver a duas questões, seguintes:

- 1) Como explicar a propagação das ondas eletromagnéticas, em particular a luz no vácuo?
- 2) Como descrever teoricamente a emissão de energia de um corpo negro?

Neste trabalho, iremos tratar apenas da primeira questão, mas só a critério de curiosidade, a segunda questão propiciou o surgimento da física quântica.

De volta à primeira questão, o grande problema dos físicos era explicar a propagação da luz no vácuo. Devido ao grande sucesso dos *PRINCIPIA* de Newton, publicado em 1687, a física era mecanicista, ou seja, muito ligada às idéias de Newton.

No caso da propagação das ondas mecânicas, já se sabia que as ondas sonoras, em uma corda, ou em um fluido, todas necessitam de um meio material para se propagar. Pensava-se, antes, que a luz deveria exibir esse mesmo tipo de comportamento. Mas que meio seria esse? Como seria sua constituição? Para resolver essa questão, foi adotado o conceito do éter, uma substância muito rígida, para permitir que a luz atingisse altas velocidades e, ao mesmo tempo, maleável, para não oferecer resistência a propagação da luz. O éter teria, assim, as propriedades de um sólido contínuo e ideal, e ao mesmo tempo, as propriedades de um líquido ideal.

O conceito de éter foi formulado na Grécia Antiga, sendo introduzido na Física por Descartes, no século XVII, para explicar a propagação das ondas eletromagnéticas, e retomado por Augustin Fresnel, que era um dos principais adeptos da teoria ondulatória da luz.

Das equações de Maxwell, foi possível deduzir a equação das ondas eletromagnéticas, com uma velocidade constante e que dependia somente das constantes físicas do meio. Além disso, havia um problema conceitual, relacionado ao fato de que essas equações do eletromagnetismo não eram invariantes pela transformação de referencial sugerida pela Transformação de Galileu. Esse desacordo gerou uma grande discussão e prevaleceu a idéia de que as equações de Maxwell seriam válidas no Referencial do éter.

Como as leis da mecânica eram reconhecidamente invariantes por mudanças de referencial, surgiu a hipótese de que, ou as equações de Maxwell estavam incorretas, ou, talvez, as transformações de Galileu deveriam ser modificadas, o que foi exatamente a hipótese assumida por Einstein.

O próximo passo, após a hipótese do éter ser aceita, seria provar sua existência. Muitas experiências foram realizadas, mas nenhuma delas conseguiu provar a existência do éter, não existindo, assim, qualquer evidência experimental desse meio material tão estranho. Todas as tentativas de se detectar as velocidades relativas do éter, em relação a outro referencial falharam.

Em 1881, o físico norte-americano, Albert Abraham Michelson propôs uma experiência para detectar a existência do éter. Nesta experiência, Michelson procurava demonstrar o movimento da Terra através do éter imóvel, o que deveria provocar “um vento de éter”. Devido a pouca sensibilidade dos seus instrumentos, essa experiência não apresentou nenhum resultado significativo. Na Figura 1, vemos o diagrama dessa primeira experiência de Michelson.



Figura 1 - Diagrama da experiência de Michelson para provar a existência do éter.[Júnior, 2002]

Em 1887 Michelson, com a ajuda do físico norte-americano Edward Morley, desenvolveu outra experiência para detectar o “vento do éter”, semelhante à anterior, mas com instrumentos bem mais precisos.

A experiência foi realizada da seguinte forma: Michelson decompôs a luz branca, cuidando para que um dos feixes desdobrados fosse orientado na direção do deslocamento da Terra, enquanto o outro feixe, que percorria rigorosamente a mesma distância, estava situado perpendicularmente a esse mesmo deslocamento.

Os dois feixes, que passavam por um jogo de espelhos, em diferentes trajetórias, se reuniam finalmente em um ponto de observação, onde produziriam franjas de interferência. Nas Figuras 2 e 3, vemos o interferômetro de Michelson e Morley e o diagrama da trajetória da luz, respectivamente.

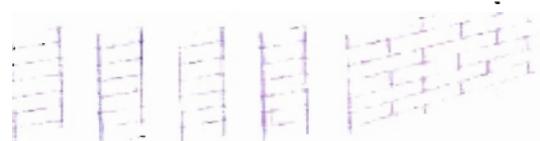


Figura 2 -Montagem do interferômetro de Michelson e Morley. [Júnior, 2002]

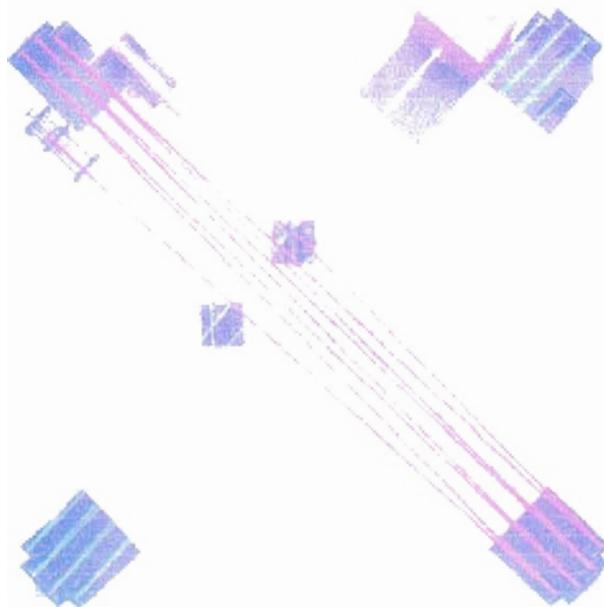


Figura 3- Trajetória dos feixes luminosos no interferômetro de Michelson e Morley. [Gaspar, 2000]

O deslocamento da Terra em relação ao éter deveria provocar uma ligeira diferença de marcha entre os dois feixes, e traduzir esse fato por um deslocamento das franjas de interferência. Mas nada disso aconteceu.

O resultado da experiência foi surpreendente, pois não foi possível detectar a velocidade relativa da terra em relação ao éter, sugerindo que a velocidade da luz fosse constante em qualquer direção, ou seja, ela seria uma constante, não dependendo do movimento da fonte. Esse resultado causou uma grande surpresa para a comunidade científica, uma vez que contradizia a Transformação de Galileu.

O fracasso na tentativa de demonstrar experimentalmente a existência do éter foi um duro golpe para o físico irlandês George Fitzgerald e para o físico holandês Hendrik Lorentz que em 1889 e 1892, respectivamente, tentaram “salvar o éter” imaginando uma contração do comprimento do braço do interferômetro no sentido do movimento.

Segundo Fitzgerald e Lorentz, essa contração ocorria devido a um fator que dependia da velocidade da luz em relação ao éter. Lorentz deu uma explicação matemática a esse fato desenvolvendo em 1904 várias equações que hoje são conhecidas como as "Transformações de Lorentz".

A idéia de contração do comprimento já tinha sido discutida anteriormente pelo matemático francês Henri Poincaré, em uma palestra realizada em 1904. As idéias de Lorentz e Poincaré eram muito parecidas com as idéias que Einstein apresentou em 1905. Einstein tinha conhecimento da palestra de Poincaré e dos trabalhos de Lorentz, que continham as sementes da teoria da relatividade. Todavia, a crença na existência do éter, não permitiu que eles formulassem essa teoria. Einstein deu o passo que Poincaré e Lorentz não ousaram dar, que foi o abandono da existência do éter.

Mesmo depois da formulação da Teoria da Relatividade Especial em 1905 diversas experiências foram realizadas na tentativa de comprovar a existência do éter, mas todas falharam.

Na próxima seção deste trabalho iremos discutir a Teoria da Relatividade Especial, a sua formulação, e suas aplicações, como também suas consequências e sua aceitação consequências pela comunidade científica.

CAPÍTULO 4 - A Teoria da Relatividade Especial

Antes de iniciarmos a discussão da Teoria da Relatividade Especial devemos ressaltar que a relatividade do movimento não é uma idéia nova, na verdade ela já vinha sendo discutida há muito tempo.

A primeira “relatividade” de que se tem conhecimento é a Relatividade Galileana, que afirma que experiências realizadas em dois referenciais que estão em movimento com velocidade constante, um em relação ao outro, são descritos pelas mesmas leis físicas.

Após a Relatividade Galileana, temos a Relatividade Newtoniana que, na verdade, é apenas uma generalização do conceito de relatividade criado por Galileu. A Relatividade Newtoniana diz que as leis físicas não mudam, ou seja, são invariantes, para observadores em referenciais inertiais, isto é, em referenciais em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme entre si.

Na presente seção iremos discutir a “Teoria da Relatividade Especial” proposta por Einstein e que foi publicada em 1905 no artigo intitulado “A Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento”.

Damos início a nossa discussão apresentando o conceito de Referencial, para em seguida começar a discussão da Teoria da Relatividade Especial.

4.1 – Referencial

Para iniciar a discussão sobre referencial imaginemos a seguinte situação: uma pessoa, que chamaremos de observador, está no interior de um elevador panorâmico em movimento num prédio bem alto. Para esse observador o elevador está parado em relação a ele, pois ele se move junto com o elevador. Imaginemos agora que outro observador na rua possa ver o elevador subindo em direção ao topo do prédio. Para esse observador o elevador e todos os objetos dentro dele, estão se movendo em relação ao prédio enquanto que para o observador dentro do elevador, este e os objetos dentro dele estão parados. Acabamos de expor o conceito de referencial, ou seja, só podemos dizer se um corpo está em movimento ou não se tivermos um ponto de referência em relação a esse movimento. Para o observador dentro do elevador, este está parado, pois toma como referência o elevador, entretanto o prédio parece se mover. Para o observador na rua, o elevador está se movendo, pois ele toma como referência o prédio. Isso quer dizer que um corpo pode estar em movimento em relação a um observador (certo referencial) e estar em repouso em relação a outro observador (outro referencial), e assim concluímos que o movimento é relativo, pois depende do referencial escolhido.

4.2 - Postulados da Relatividade Especial:

A Teoria da Relatividade Especial está fundamentada basicamente em dois postulados, que apresentamos a seguir:

- 1) **A velocidade da luz no vácuo é absoluta, ou seja, é independente do observador e da velocidade da fonte.**
- 2) **As leis da física são invariantes para observadores em movimento retilíneo e uniforme entre si. As Leis da Física não mudam quando observadas a partir de quaisquer sistemas de referência inerciais.** [Braz Jr, 2002]

Estes dois postulados fundamentais nos levam a consequências diversas. Dentre as mais relevantes, destacamos as seguintes:

- i) **Dilatação do tempo**
- ii) **Contração do comprimento**
- iii) **Relatividade da simultaneidade**
- iv) **Variação da massa com a velocidade**

Os efeitos relativísticos descritos acima são observáveis em situações onde o movimento relativo dos observadores é realizado com velocidades bem próximas à

velocidade da luz. Somente nesse limite de altas velocidades, os efeitos provenientes das transformações de coordenadas relativísticas entre os referenciais são relevantes.

Os efeitos relativísticos enumerados acima surgem como uma consequência natural de toda uma nova maneira de relacionar as coordenadas entre dois referenciais que se movem com velocidade relativa constante. Baseado nos dois postulados essenciais surge uma generalização das conhecidas transformações de Galileu, onde a velocidade da luz se mantém constante, chamada de Transformações de Lorentz. Nessas transformações, Einstein revolucionou a Física profundamente ao modificar as concepções tradicionais de tempo e espaço, de maneira a preservar o caráter universal e absoluto da velocidade da luz. O tempo, portanto passa a depender do estado de movimento relativo do referencial, perdendo seu caráter de universalidade, adquirindo o status de coordenada que é modificada ao se passar de um sistema de coordenadas para outro. Uma das principais consequências é a modificação do conceito de simultaneidade, assim como um novo conceito de massa, que vamos discutir mais adiante.

Começaremos discutindo a dilatação do tempo e logo depois a contração do comprimento e apresentaremos alguns paradoxos relativos a esses fenômenos, assim como, a sua comprovação experimental. Finalmente abordaremos a impossibilidade da simultaneidade e a variação da massa.

4.3 - A Dilatação do Tempo

Vamos analisar a dilatação do tempo a partir da seguinte experiência de pensamento:

Imaginemos um *flash* como de uma máquina fotográfica, por exemplo, que dispara um raio de luz entre dois espelhos paralelos, sendo um no chão e outro no teto do trem, que se move com velocidade próxima da velocidade da luz, como na Figura 4. Para um observador O_2 em repouso dentro do trem, um raio de luz irá percorrer a distância D entre os espelhos numa trajetória retilínea num intervalo de tempo Δt_2 . Suponhamos agora que o trem passe em frente a uma estação e que um observador O_1 parado em relação a estação, como na Figura 5, veja o movimento da luz entre os espelhos. Para ele, enquanto a luz faz seu movimento entre os espelhos, o trem também se movimenta e a imagem que ele verá será a da luz percorrendo uma trajetória triangular D' como na Figura 6, uma trajetória maior que a trajetória vista pelo observador em repouso dentro do trem. Como a velocidade da luz é constante e independentemente do movimento da fonte e do observador (primeiro postulado de Einstein) e como as trajetórias da luz são diferentes em diferentes referências, concluímos que os tempos medidos pelos dois observadores Δt_2 Δt_1 serão diferentes. [Braz Jr, 2002]

Essa diferença no tempo medido pelos dois observadores é chamada *Dilatação do Tempo*, onde o tempo para o observador em *movimento* passa mais lentamente do que para o observador em repouso. Se considerarmos um observador *parado* na estação do trem e um outro observador em movimento retilíneo e uniforme num trem com velocidade V a relação entre os intervalos de tempo correspondentes a esses dois referenciais é dado pela seguinte expressão:

$$\Delta t_1 = \gamma \cdot \Delta t_2$$

Essa fórmula expressa a conhecida dilatação do tempo, onde o termo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ é o chamado “fator de Lorentz”, Δt_1 é o tempo do observador em repouso e Δt_2 é o tempo do observador em movimento.



Figura 4 - Raio de luz entre dois espelhos vistos por um observador dentro do trem. [Braz Jr, 2002]

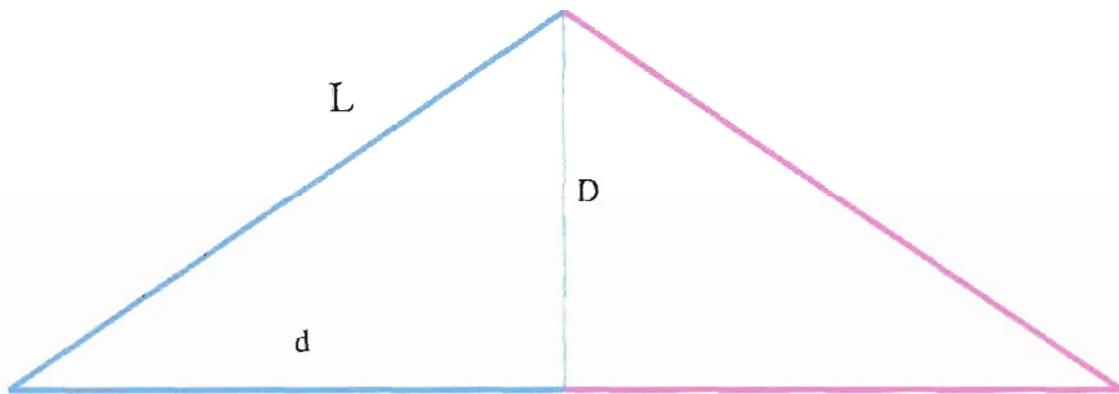


Figura 5 - Observador parado na estação observando o movimento do trem. [Júnior, 2002]



Figura 6 - Trajetória da luz no trem em movimento vista por um observador parado da estação. [Braz Jr, 2002]

É interessante verificarmos que a trajetória do raio luminoso é conforme abaixo.



Analizando o triângulo azul

$L = c \cdot \frac{\Delta t_1}{2}$ é a hipotenusa do triângulo e $d = v \cdot \frac{\Delta t_1}{2}$ e D são os catetos do triângulo.

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo azul:

$$L^2 = d^2 + D^2$$

$$\left(c \frac{\Delta t_1}{2}\right)^2 = \left(v \frac{\Delta t_1}{2}\right)^2 + D^2$$

$$\frac{c^2 \cdot \Delta t_1^2}{4} - \frac{v^2 \cdot \Delta t_1^2}{4} = D^2$$

$$(c^2 - v^2) \cdot \frac{\Delta t_1^2}{4} = D^2$$

$$\Delta t_1^2 = \frac{4 \cdot D^2}{(c^2 - v^2)}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2D}{\sqrt{(c^2 - v^2)}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2D}{\sqrt{c^2 \cdot (1 - \frac{v^2}{c^2})}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{2D}{c \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2D}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

como $2D/c$ é o intervalo de tempo Δt_2 medido pelo observador O_2 dentro do vagão, concluimos que:

$$\Delta t_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_2$$

$$\Delta t_1 = \gamma \cdot \Delta t_2 \quad [\text{Braz Jr 2002}].$$

No nosso trabalho utilizamos o programa Moddelus para realizarmos uma simulação interativa de tempo relativístico de acordo com a velocidade do objeto. Na tela aparecem vários quadros. O quadro Modelo contém as equações, o quadro Gráfico mostra o gráfico dos tempos no referencial relativístico (eixo Y) e no referencial parado (eixo X). O quadro Condições Iniciais é onde temos acesso e colocarmos os valores da velocidade. O quarto quadro é a animação que mostra os dois relógios e a diferença de tempo entre eles.

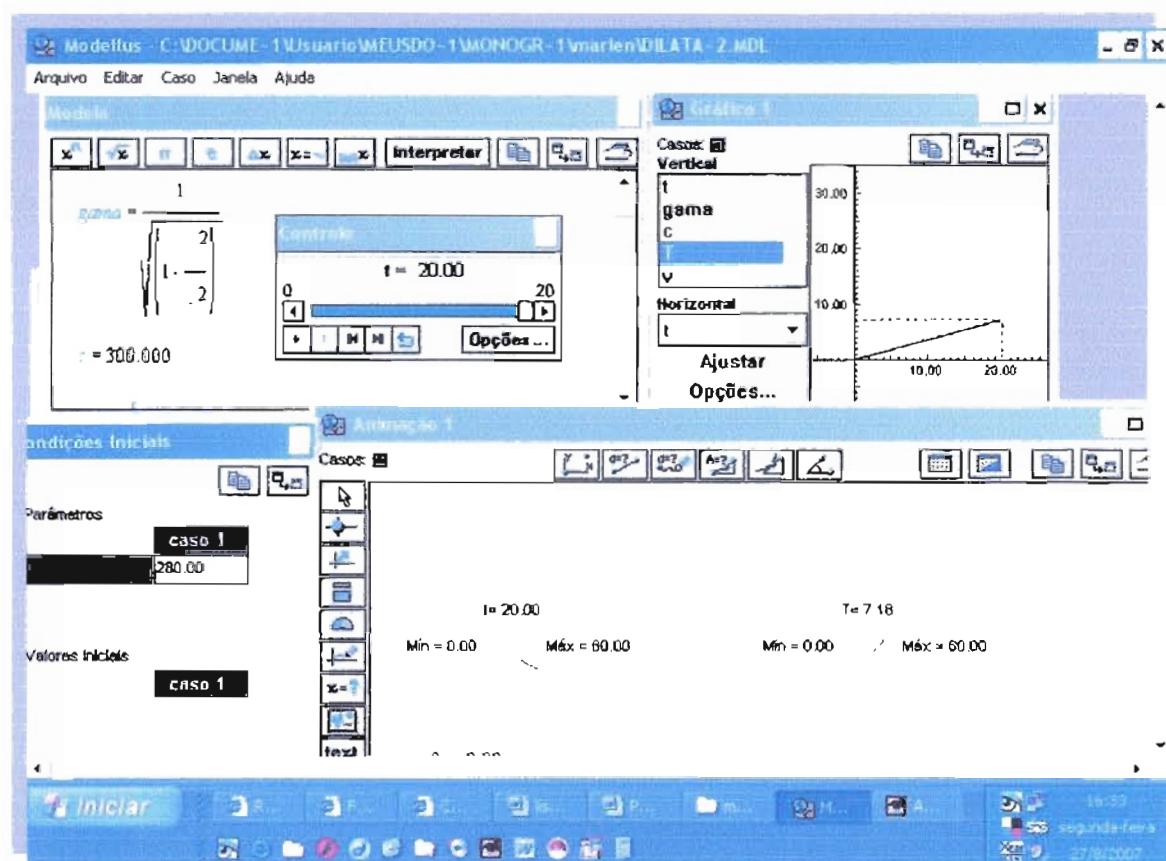


Figura 7 – Tela do programa de obtenção de tempos de acordo com a velocidade no programa Moddelus

4.5 - A Contração do Comprimento

Começamos a nossa discussão sobre a contração do comprimento, que está diretamente relacionada com a dilatação do tempo, retornando a experiência mental idealizada na seção anterior. Como concluímos que os intervalos de tempos medidos pelos dois observadores são diferentes, os comprimentos medidos por eles também serão diferente devido à constância da velocidade da luz. Vejamos agora porque esse fenômeno ocorre.

Do ponto de vista do observador O_1 , definido na Figura 7 como o observador parado fora da nave, o comprimento L_1 da nave, medido por ele da seguinte forma:

$$L_1 = v \cdot \Delta t_1$$

v é a velocidade da nave em relação ao solo. Para o observador O_2 , observador dentro da nave, Figura 8, o comprimento L_2 é calculado de forma análoga ao cálculo do comprimento L_1 .

$$L_2 = v \cdot \Delta t_2$$

Combinando as duas equações acima

$$\frac{L_1}{\Delta t_1} = \frac{L_2}{\Delta t_2}$$

$$L_2 = L_1 \cdot \frac{t_2}{t_1}$$

e como $t_1 = \gamma \cdot t_2$, concluímos que,

$$L_2 = \frac{L_1}{\gamma}$$

é a expressão que permite calcular a contração do comprimento. Essa expressão mostra que o comprimento L_2 diminui à medida que a velocidade da nave se aproxima da velocidade da luz c . Esse fato realmente ocorre, já tendo sido comprovado experimentalmente, um observador dentro da nave irá medir um comprimento L_2 menor que o comprimento L_1 medido pelo observador no solo e vice – versa. Essa diferença na medida dos comprimentos pode ser facilmente calculada pela expressão deduzida acima.

É importante ressaltar que Lorentz, utilizando apenas a teoria eletromagnética obteve esse resultado antes de Einstein. As Figuras 8a e 8b ilustram a contração do comprimento.

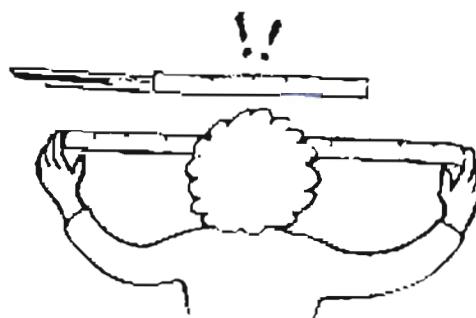


Figura 8a .Contração de uma régua em movimento relativo ao observador em movimento [Hewitt, 2001]

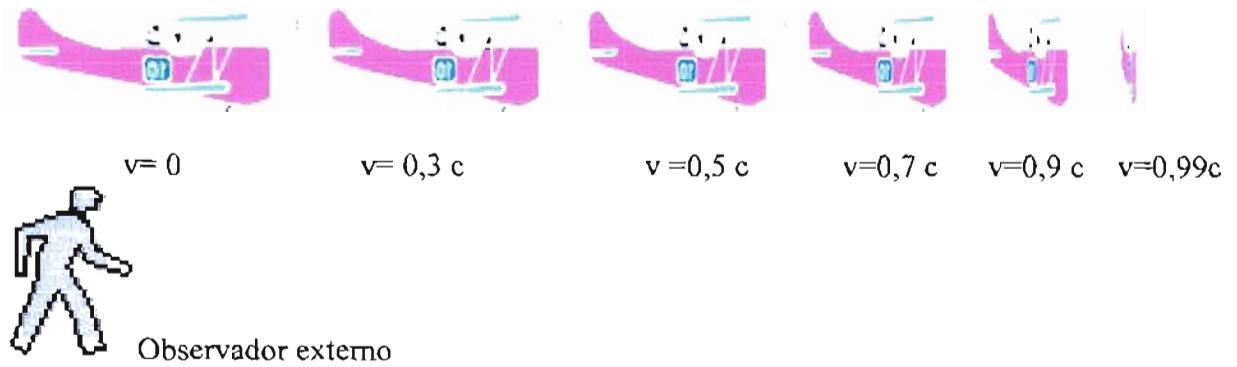


Figura 8b. Contração de um objeto na direção do movimento. Observador parado está dentro do avião.

4.6 - Alguns Paradoxos

Nesta seção apresentaremos alguns paradoxos relacionados com a dilatação do tempo e a contração do comprimento. O primeiro deles é o Paradoxo dos Gêmeos.

4.6.1 -Paradoxo dos Gêmeos

Considere dois gêmeos idênticos, univitelinos, Francisco e André. Eles nasceram praticamente na mesma hora e, portanto, enquanto viverem terão sempre a mesma idade. A relatividade mostra-nos que isso nem sempre é verdadeiro. Considere que Francisco e André vivam numa época em que a humanidade tenha tecnologia suficiente para fazer viagens interplanetárias com naves muito rápidas. Suponha que Francisco fique na Terra e André tome uma espaçonave capaz de viajar com velocidade $0,8c$ (80% da velocidade da luz e, portanto, não desprezível em relação a esta). Nesse caso

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1,67$$

André viaja até uma estrela que se encontra há quatro anos – luz da Terra (1 ano -- luz é a distância percorrida pela luz no vácuo durante 1 ano e é aproximadamente igual a 9,5 trilhões de quilômetros), e volta imediatamente para a Terra. A viagem de André, de ida e volta, do ponto de vista de Francisco irá durar, com boa aproximação:

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta S}{\Delta V} \therefore \Delta t_1 = \frac{8}{0,8} = 10 \text{ anos}$$

Isso quer dizer que enquanto André vai e volta, Francisco fica dez anos mais velho. Mas para André, o comprimento total da viagem se contrai devido à alta velocidade com que sua nave viajava. Logo, a distância percorrida por ele será menor e valerá:

$$\Delta S_2 = \frac{\Delta S_1}{\gamma} = \frac{8}{1,67} = 4,8 \text{ anos} - \text{luz}$$

Logo, o caminho do ponto de vista de André realmente ficou mais curto, ou seja, houve contração do comprimento. Sendo assim, André também gastou um tempo menor:

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta S_2}{V} = \frac{4,8}{0,8} = 6 \text{ anos}$$

Isso quer dizer que durante a viagem André ficou apenas seis anos mais velho e é devido a essa assimetria que resulta o paradoxo. A figura 9 ilustra o paradoxo.

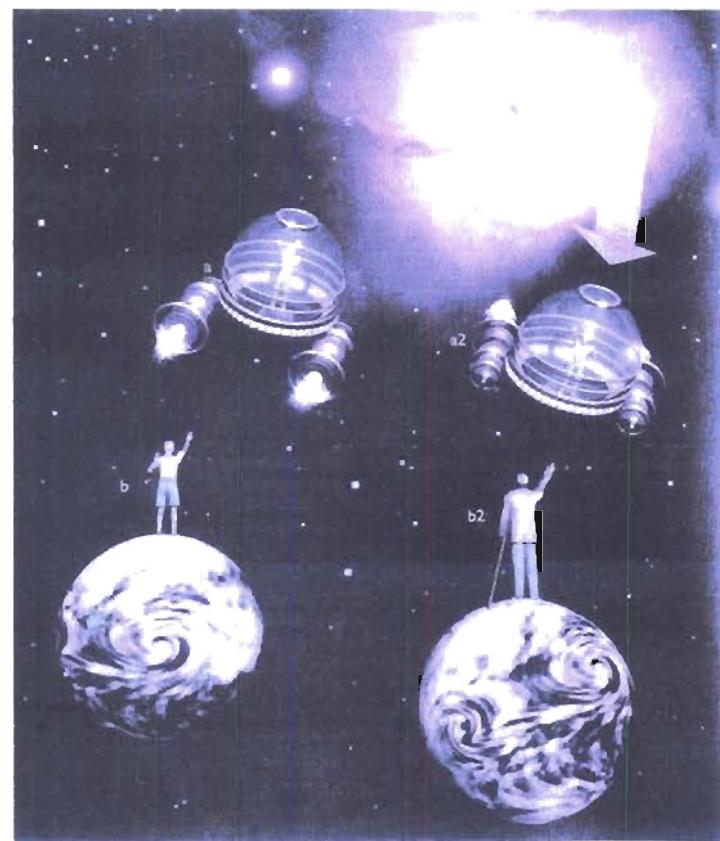


Figura 9 - Paradoxo dos Gêmeos – o gêmeo que fica na Terra (b2) envelhece mais rapidamente que o gêmeo que viaja a velocidade da luz. [Hawking]

4.6.2 - O Paradoxo da Garagem

Analisaremos agora o Paradoxo da Garagem que é um paradoxo relacionado à contração do comprimento.(Adaptado ao Ensino Médio do artigo de: E. F. Taylor e J. A. Wheeler, SpaceTime Physics. 2^a Ed. Freeman).

Suponha que você viva em uma época em que a humanidade tenha tecnologia para fazer naves espaciais, que possam atingir velocidades muito altas, por exemplo, da ordem de $v = 0,866c$. Suponha, também, certo dia, você esteja entrando na garagem de um estacionamento, com sua nave espacial, que mede 10 metros de comprimento. Como $v = 0,866c$, então o *fator de Lorentz* é dado por $\gamma = 2,0$, e um observador em repouso, o vigilante responsável pelo fechamento da porta da garagem, dirá que sua nave mede apenas 5,0 metros de comprimento! Desta forma, ele vê você se aproximar, ultrapassar os 5,0 metros, entrar na garagem e, logo em seguida, ele fecha a porta. Para complicar a situação mais ainda, quando você, parado dentro da nave vê a garagem em movimento e mede o seu comprimento encontrará, 2,5 metros diferentes dos 5,0 metros medidos pelo vigilante. E agora? Você se pergunta como é uma nave espacial que mede 10 metros de comprimento pode caber em uma garagem de 2,5 metros. A resposta desse paradoxo se deve a contração do comprimento que ocorre com corpos que se movem a grandes velocidades e também a relatividade da simultaneidade, que será discutido mais à frente neste trabalho [Chesman, 2004].

4.7 - Prova Experimental da Dilatação do Tempo e da Contração do Comprimento

Na presente seção, iremos descrever algumas provas experimentais da Teoria da Relatividade Especial. Ao contrário da Teoria da Relatividade Geral, que foi comprovada três anos após a sua publicação, a Teoria da Relatividade Especial, em relação à dilatação do tempo, só foi comprovada experimentalmente em 1971 pelo físico norte – americano J. C. Hafele. Para obter a prova experimental da dilatação do tempo, foi feita a seguinte

experiência: quatro relógios atômicos foram colocados a bordo de um avião que realizou duas viagens ao redor do mundo em dois sentidos opostos, uma viagem para a leste e outra para oeste. Este procedimento foi necessário para compensar a rotação da Terra ao redor de seu próprio eixo. Após as duas viagens, os quatro relógios atômicos, a bordo do avião, foram comparados a outros quatro relógios atômicos idênticos, que ficaram na Terra. O desvio medido pelos relógios foi da ordem de 270 milionésimos de segundo, coincidindo com os resultados previstos pela Teoria da Relatividade Especial. Desta forma, foi comprovada experimentalmente a dilatação do tempo.

Outra prova experimental da Teoria da Relatividade Especial foi obtida anos mais tarde, através da análise do movimento dos léptons, também conhecidos como mísseis. A análise do movimento dessas partículas comprovou a contração do comprimento e também a dilatação do tempo de vida dos mísseis. Os mísseis são partículas que surgem na atmosfera a cerca de 9.000 metros de altitude, caminham com velocidade muito próxima da velocidade da luz, cerca de $0,998c$, e têm uma meia-vida de $2,2 \mu s$ ($2,2 \times 10^{-6}$ s). Dessa forma, os mísseis deveriam percorrer, antes de decaírem, uma distância máxima de:

$$\Delta S = V \cdot \Delta t$$
$$\Delta S = 0,988 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6}$$
$$\Delta S = 592,8 \text{ metros}$$

De acordo com os cálculos realizados acima, os mísseis iriam "morrer" antes de atingirem a superfície da Terra, mas isso não acontece. Como os mísseis se movimentam com velocidades bem próximas a velocidade da luz, temos que considerar os efeitos

relativísticos na análise do seu movimento, para isto basta apenas calcular o fator relativístico γ .

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,998c^2}{c^2}}} = 15,8$$

Como $\gamma \gg 1$, temos que aplicar as correções relativísticas no movimento do muon, logo, temos que:

$$\Delta S' = \frac{\Delta S}{\gamma}$$

$$\Delta S' = \frac{9000}{15,8} = 570 \text{ metros}$$

Concluimos que no referencial do muon ocorre a contração do comprimento, onde os 9000 metros contraem-se para cerca de 570 metros (Figura 9). Portanto, a contração do comprimento explica como os muons chegam a Terra.



Figura 10 - A contração do comprimento para os muons. [Braz, Jr, 2002]

Por outro lado, percebemos que, no referencial da Terra, o tempo de meia – vida do mûon é dilatado (Figura 10). Como $\gamma = 15,8$, temos que:

$$\begin{aligned}\Delta t' &= \Delta t \cdot \gamma \\ \Delta t' &= 2,0 \cdot 10^{-6} \cdot 15,8 \\ \Delta t' &= 31,6 \cdot 10^{-6} = 31,6 \mu s\end{aligned}$$

Com velocidade de $0,998c$ e com um tempo de meia – vida de $31,6 \mu s$, o mûon pode percorrer no referencial da Terra uma distância de:

$$\begin{aligned}\Delta S &= V \cdot \Delta t' \\ \Delta S &= 0,988 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \cdot 31,6 \cdot 10^{-6} \\ \Delta S &\cong 9461 \text{ metros}\end{aligned}$$

E esta distância é suficiente para chegar a Terra. Logo, concluímos que a dilatação do tempo também explica como o mûon chega a Terra, e esse fato comprova experimentalmente a Teoria da Relatividade Especial. Esse foi a primeira comprovação experimental da Teoria da Relatividade Especial, mas hoje em dia com o grande avanço tecnológico ela foi comprovada em outros experimentos realizados em diversos laboratórios de física experimental de alta energias, como o CERN, localizado em Genebra e o Fermilab, localizado em Chicago.



Figura 11 - Dilatação do tempo para os mísions. [Braz,Jr, 2002]

4.8 - A Impossibilidade da Simultaneidade

Para discutirmos a impossibilidade da simultaneidade, vamos imaginar a seguinte situação: imaginemos uma nave bem grande, e que uma lâmpada seja acesa em determinado instante no meio da nave. Como a velocidade da luz é constante, e como a lâmpada se encontra no meio da nave, um observador no interior da nave verá a luz atingir a extremidade traseira e dianteira no mesmo instante, desde que a nave esteja em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, para esse observador, a luz atingiu as duas extremidades da nave simultaneamente.

Imaginemos agora um observador em repouso na superfície da Terra e que possa ver o interior da nave. Observe as Figuras 12 e 13. Para esse observador, que está fora da nave, na Figura 13, a luz não atinge as duas extremidades da nave simultaneamente, pois devido ao movimento da nave, a distância entre a luz e a traseira da nave será menor do que à distância da luz a dianteira da nave, e devido a isso, a luz atingirá primeiro a extremidade traseira da nave. Concluimos, a partir desse exemplo, que a simultaneidade

também é um conceito relativo, ou seja, dois eventos que são simultâneos num dado referencial, podem não ser simultâneos em outro referencial.

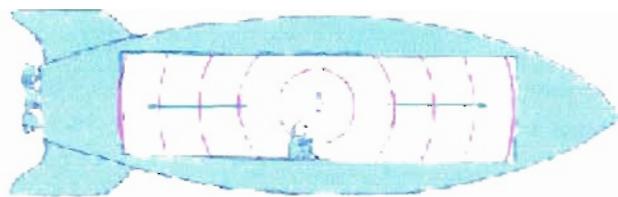


Figura 12 - Raio de luz chegando simultaneamente as duas extremidades da nave. [Hewitt, 2002]

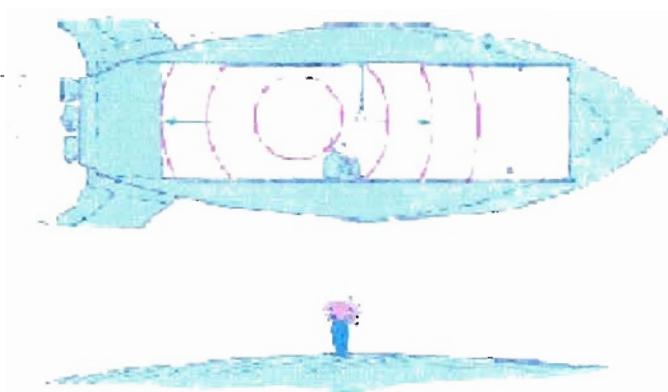


Figura 13 - Raio de luz chegando da dianteira e traseira da nave em instantes de tempo diferentes para um observador em repouso fora da nave. [Hewitt, 2002]

4.9 - A Variação da Massa

Uma outra consequência dos postulados de Einstein é a variação da massa com a velocidade. Na mecânica clássica, a massa é constante, e ela representa a resistência a mudança de estado de movimento de um corpo. Essa massa é chamada de massa inercial

e quanto maior for a massa, maior será sua inércia, ou seja, maior será o esforço necessário para mudar o estado de movimento do corpo.

Também da mecânica clássica, sabemos que existem vários princípios de conservação fundamentais na natureza como o princípio da conservação da massa, o princípio da conservação da energia, conservação da quantidade de movimento, conservação da carga elétrica, e muitos outros princípios de conservação. Com o surgimento da Relatividade ocorreu uma mudança entre dois dos princípios de conservação citados acima, o princípio da conservação da massa e o princípio da conservação da energia, que tornaram-se um só, ou seja, descobriu-se uma relação entre massa e energia. Como a velocidade da luz é a velocidade máxima que um corpo pode atingir, à medida que um corpo começa a adquirir velocidades próximas a da luz, fica mais difícil fazer com que ele aumente de velocidade, ou seja, a resistência do corpo a mudança de seu estado de movimento se torna maior. Isso quer dizer que a energia que ele está recebendo para aumentar sua velocidade está na realidade aumentando sua massa. Na verdade o que ocorre é uma conversão de massa em energia e vice-versa. A expressão para quantificar essa transformação, é sem dúvida, a fórmula mais famosa de toda a física.

$$E = mc^2$$

Esta expressão, que é uma consequência da Teoria da Relatividade, e têm uma importância muito grande, pois foi através dessa expressão, que relaciona massa com energia, que foi possível produzir a bomba atômica. É importante ressaltar que Einstein

não foi o criador da bomba, embora muitas pessoas pensem isso. A bomba foi construída no Projeto Manhattan que além de Robert Oppenheimer, que era o líder científico do projeto, contava com a colaboração de vários cientistas, como Bohr, Fermi, além de técnicos e militares.



Uma das bombas lançadas sobre o Japão

Figura 14 [Braz Jr, 2002].

4.10 - Aplicações da Teoria da Relatividade

A Teoria da Relatividade Especial, como já foi dito anteriormente, transformou o nosso mundo. Embora ela trate de movimentos que ocorrem a altas velocidades e que seus efeitos não sejam notados no nosso cotidiano, ela tem várias aplicações práticas, As aplicações da Relatividade Especial são amplas e cobrem um espectro diversificado e vasto de áreas de estudo, pesquisa e tecnologias de grande impacto na sociedade. É muito difícil encontrar alguma área tecnológica que não seja de alguma forma afetada pelas idéias e postulados da Teoria de Einstein. Na Astronomia e principalmente na Cosmologia houve uma enorme revolução, especialmente na compreensão dos processos estelares e no estudo da evolução e destino desses astros. A completa descrição dos processos de fusão e fissão nuclear jamais seriam possíveis sem o uso da célebre expressão de Einstein. Podemos citar também as aplicações massivas e imprescindíveis na Física das Partículas Elementares, sem as quais, por exemplo, não poderíamos compreender boa parte das propriedades observadas em colisões nos aceleradores de partículas. E, por fim, nos estudos dos Raios cósmicos, na radioterapia e além de aplicações militares.

CAPÍTULO 5 – Conclusão

O ensino de física no nível médio carece, já a algum tempo, de uma reformulação que supere o enfado e o desinteresse dos alunos. Os cursos de formação de professores valorizam o programa tradicional, imutável à décadas, que se baseia na exposição oral dos conceitos da mecânica clássica e na resolução de problemas, que de um modo geral os quantificam acriticamente. Outro não pode ser o resultado de tal abordagem, senão o desinteresse dos alunos que buscam informação pela internet e pelas publicações científicas disponíveis, mostrando uma física bem diferente da física apresentada na sala de aula. Admiti-se aqui que um comportamento descomprometido com essa realidade por parte do professor, tornando-se mais burocrático do que educacional. Sente-se assim desestimulado a criar novas situações pela escassez do tempo de aula, face ao monumental conteúdo já estabelecido a ser ensinado, e a insistência retrógrada dos vestibulares agravada pela ausência de recursos para promover mudanças. É bem verdade que alguns vestibulares no Brasil, como o da UFRN e da UFMG, por exemplo, já promoveram mudanças em seus programas, solicitando conhecimentos sobre relatividade e outros tópicos de física moderna. Afinal de contas vivemos, num mundo globalizado, em que a ciência e a tecnologia avançam aceleradamente. Como é possível não reconhecer a importância desses temas e a urgência de uma tomada de decisão voltada para a inclusão de novos conceitos? Acredito que o presente estudo possa contribuir através da elaboração de textos acessíveis à linguagem utilizada na sala de aula do ensino médio, para o encorajamento dos profissionais na busca de alternativas metodológicas simples, fundadas no reconhecimento fenomenológico, compatível com o nível dos alunos. A

metodologia descrita no presente trabalho foi aplicada com sucesso em três turmas do terceiro ano do Ensino Médio no Colégio Teresiano e em uma turma do terceiro ano do Ensino Médio do Colégio Pedro II – unidade de São Cristóvão no Rio de Janeiro.

Referências:

- Chesman, Carlos, André, Carlos. Macedo, Augusto. *Física Moderna Experimental e Aplicada*. São Paulo: Livraria da Física, 2004.
- Einstein, Albert. *A Teoria da Relatividade Especial e Geral*. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.
- Gaspar, Alberto. *Física Eletromagnetismo Física Moderna*. São Paulo: Ática, 2000.
- Goldsmith, Mike. *Einstein e seu Universo Inflável*. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.
- Greene, Brian. *O Universo Elegante*. São Paulo: Companhia das Letras, 1999.
- Hawking, Stephen. *O Universo numa Casca de Noz*. São Paulo: ARX, 2002
- Hewitt, Paul G. *Física Conceitual*. Porto Alegre: Bookman, 2002.
- Humer, Y. , Landau, Lev. *O que é a Teoria da Relatividade?* Hemus, 2004
- Junior, Dúlcido Braz. *Tópicos de Física Moderna*. Campinas: Companhia da Escola, 2002.
- Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9394/96*. Ministério da Educação, Brasília, 2006.
- Mourão, Ronaldo Rogério de Freitas. *Explicando a Teoria da Relatividade*: Ediouro, 2005.
- Ostermann, F., “*Relatividade restrita no ensino médio: contração de lorentz-fitzgerald e aparência visual de objetos relativísticos em livros didáticos de física*”. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física – Volume 19, nº2*, agosto, 2002.
- Ostermann, F., “*Atualização do currículo de física na escola de nível médio: um estudo dessa problemática na perspectiva de uma experiência em sala de aula e da formação inicial de professores*”. *Caderno Catarinense de Ensino de Física, Volume 18*, agosto, 2001.
- Pais, Abraham. *Sutil é o senhor*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ministério da Educação, Brasília, 1999.
- Reis, José Cláudio, Braga, Marco, Guerra, Andréia, Freitas, Jairo. *Einstein e o Universo Relativístico*. São Paulo: Saraiva s/a 2003.

Strathern, Paul. *Einstein e a Relatividade em 90 minutos*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1977.

Vieira, Cássio Leite. *Einstein O Reformulador do Universo*. São Paulo: Odysseus, 2003.