

"REDISTRIBUIÇÃO DE MOMENTOS FLETORES EM ESTRUTURAS HIPERESTÁTICAS"

Paulo José Chaves Araújo e Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:



Presidente



RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 1977

AGRADECIMENTOS

Ao professor *Carlos Henrique Holck*, pela orientação
deste trabalho.

Ao professor *Fernando Luiz Lobo B. Carneiro*, pela su-
gestão do tema, pelos ensinamentos recebidos e, principalmente, pe-
lo incentivo dado a este trabalho.

Ao professor *Yosiaki Nagato*, pela valiosa colabora-
ção prestada na parte experimental deste trabalho.

Aos colegas da COPPE/UFRJ e aos funcionários do La-
boratório de Estruturas, pela colaboração prestada na realização
dos ensaios.

RESUMO

O presente trabalho é um estudo teórico-experimental sobre a utilização do cálculo plástico em estruturas hiperestáticas de concreto armado.

Foram ensaiadas até a ruptura 14 vigas hiperestáticas, dimensionadas segundo diagramas de momentos fletores diferindo em 15% e 25%, nos pontos de momentos máximos, do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico clássico. Foram também ensaiadas 12 vigas isostáticas que tiveram a seção transversal e as armaduras idênticas às da seção crítica das vigas hiperestáticas correspondentes, e o vão igual à distância entre os pontos de momento nulo. Estas vigas tiveram por finalidade a medição da capacidade de rotação das rótulas plásticas das vigas hiperestáticas.

Foi observada uma perfeita adaptação das vigas hiperestáticas aos diagramas de momentos fletores adotados. Em função dos resultados experimentais, são feitas considerações sobre os diversos métodos de cálculo da capacidade de rotação de rótulas plásticas de concreto armado.

Particular atenção foi dada ao comportamento não-linear do concreto armado.

ABSTRACT

Theoretical and experimental work on the application of plastic analysis to statically indeterminate reinforced concrete structures are presented herein.

Fourteen two-span continuous beams were tested to failure. These beams were dimensioned according to bending moment diagrams differing in 15% and 25% from the bending moment diagram obtained from elastic analysis, at the sections of maximum bending moments. In order to determine the plastic rotation capacity of the plastic hinges, twelve simple supported single span beams were also tested to failure. These beams had the cross section and the reinforcement identical to those of the critical section of the corresponding statically indeterminate beam, and the span equal to the distance between the points of null bending moment.

The behavior of the statically indeterminate beams showed a perfect adaptation of these beams to the adopted bending moment diagrams. Considerations are made about different existing methods of calculating the rotation capacity of reinforced concrete plastic hinges.

Particular attention is given to the non-linear behavior of reinforced concrete.

ÍNDICE

NOTAÇÕES	pag.	viii
UNIDADES	xiv	
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	2	
CAPÍTULO II - CURVAS MOMENTO x CURVATURA. RÓTULAS PLÁSTICAS	5	
2.1. Material elasto-plástico ideal	5	
2.2. Concreto armado	8	
2.3. Cálculo da curva momento x cur- vatura do concreto armado, a partir do diagrama tensão x de- formaçāo dos materiais.....	10	
2.3.1. Hipóteses adotadas	10	
2.3.2. Dedução das fórmulas u- tilizadas	12	
CAPÍTULO III - CÁLCULO PLÁSTICO APLICADO AO CONCRE- TO ARMADO	19	
3.1. Funcionamento plástico de es- truturas	19	
3.2. Princípios e teoremas fundamen- tais do cálculo plástico	26	

3.2.1. Princípio dos trabalhos virtuais	27
3.2.2. Teorema do limite inferior	27
3.2.3. Teorema do limite superior	27
3.2.4. Teorema de unidade	28
CAPÍTULO IV - PROGRAMA DE ENSAIOS	30
4.1. Plano de pesquisa	30
4.2. Materiais utilizados na confecção dos modelos	34
4.2.1. Aço	34
4.2.2. Concreto	34
4.3. Mediçãoes realizadas e instrumentos utilizados	37
4.4. Dimensionamentos dos modelos	41
CAPÍTULO V - RESULTADOS DOS ENSAIOS	94
5.1. Vigas contínuas	94
5.1.1. Reações de apoio	94
5.1.2. Momentos fletores	95
5.1.3. Flechas e rotações	95
5.2. Vigas isostáticas	96
5.2.1. Flechas e rotações	96

CAPÍTULO VI - ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS	137
6.1. Cálculo da curva momentos x curvatura a partir das deformações do concreto e do aço	137
6.2. Cálculo da curva momentos x curvatu- ra a partir das rotações relativas.....	137
6.3. Cálculo da rigidez média das vigas isostáticas pelas rotações de apoio.....	138
6.4. Cálculo da rigidez média das vigas isostáticas pelo diagrama carga x flecha...	139
6.5. Cálculo da rigidez no estádio I.....	140
6.6. Cálculo da rigidez no estádio II	141
6.7. Cálculo da capacidade de rotação das rótulas plásticas pelo diagrama carga x rotação da seção do apoio das vigas isostáticas....	142
6.8. Cálculo da capacidade de rotação das rótulas plásticas pelo diagrama car- ga x flecha das vigas isostáticas.....	143
6.9. Cálculo teórico da capacidade de ro- tação das rótulas plásticas.....	144
6.9.1. Fórmula proposta por F.L.L.B. Carneiro	144
6.9.2. Proposição de G.Macchi	147
6.10.Cálculo da rotação das rótulas plás- ticas das vigas hiperestáticas	147
6.11.Fissuração	149

CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES	173
BIBLIOGRAFIA	179
APÊNDICE I - LISTAGEM DO PROGRAMA	183
APÊNDICE II - ILUSTRAÇÕES FOTOGRÁFICAS	185
APÊNDICE III - RESULTADOS DOS ENSAIOS	198

NOTAÇÕES

A_c - área da seção de concreto.

A_s - área da armadura de tração (flexão).

A'_s - área da armadura de compressão (flexão).

A_{s2} - área de armadura de flexão à 2h do apoio.

A_{st} - área da armadura transversal.

a - flecha.

a_ℓ - decalagem do diagrama de momentos fletores.

b - dimensão da base da viga.

d - altura util da viga.

D1 - coeficiente.

E - módulo de elasticidade.

E_c - módulo de deformação longitudinal estático do concreto.

E_d - módulo de deformação longitudinal dinâmico do concreto.

EJ - rigidez à flexão.

EJ_I - rigidez à flexão no estádio I.

EJ_{II} - rigidez à flexão no estádio II .

h - altura da seção de concreto.

J - momento de inércia .

K - coeficiente de redistribuição .

kN - kilonewton .

l - vão .

ℓ_p - comprimento de plastificação de um só lado da seção transversal.

ℓ_{pa} - comprimento de plastificação do aço de um só lado da seção transversal .

ℓ_{pc} - comprimento de plastificação do concreto de um só lado da seção transversal .

M - momento fletor .

- M_d - momento fletor de cálculo.
- M_e - momento fletor correspondente ao fim da fase elástica.
- M_B, M_C, M_D , - momentos fletores nas seções B, C e D, respectivamente.
- M_{eB}, M_{eC}, M_{eD} - momentos fletores nas seções B, C e D, respectivamente, dados pelo cálculo elástico.
- M_p - momento fletor dado pelo cálculo plástico.
- M_{uk} - momento fletor característico.
- P - carga concentrada.
- p - percentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico.
- P_p - carga de plastificação.
- P_K - carga característica.
- P_u - carga última.
- q - carga distribuída.

- θ_I - rotação correspondente a fase não fissurada.
- θ_{II} - rotação correspondente a fase fissurada.
- θ_p - rotação plástica localizada.
- θ' - curvatura.
- Φ - curvatura.
- ϕ - diâmetro de uma barra.
- σ - tensão normal.
- τ_{wd} - tensão tangencial convencional de cálculo.
- ϵ - deformação.
- ϵ_c - deformação do concreto.
- ϵ_{cl} - deformação do concreto na fibra mais comprimida.
- ϵ_s - deformação da armadura de tração.
- ϵ'_s - deformação da armadura de compressão.
- ρ_{lw2} - taxa de armadura de flexão situada a uma distância $2h$ do apoio.

- q_e - carga ultima dada pelo cálculo elástico.
- q_p - carga ultima dada pelo cálculo plástico.
- R_A, R_C, R_E - reações de apoios nas seções A, C e E, respectivamente.
- s - espaçamento entre estribos.
- T_i, T_e - trabalho virtual das forças internas e externas, respectivamente.
- V_{rd} - esforço cortante de cálculo.
- w_0 - percentagem mecânica de armadura de flexão.
- \bar{w}_0 - percentagem geométrica de armadura de flexão.
- x - profundidade da linha neutra.
- x_{II} - profundidade da linha neutra no estadio II.
- z - braço de alavanca.
- z_{II} - braço de alavanca no estádio II.
- θ - rotação.

- ψ_0 - coeficiente empírico para o cálculo da resistência do concreto ao corte.
- η - coeficiente de correção das armaduras transversais calculadas segundo a teoria clássica de Morsch.
- $\rho_{w,u}$ - volume relativo de armaduras transversais.
- w - abertura de fissura.

UNIDADES

O sistema de unidades usado é o Sistema Internacional de Unidades S.I."

A equivalência entre as unidades do sistema metro/qulograma-força e as do sistema S.I. é a seguinte:

$$1 \text{ kgf} = 9,8 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$$

$$1 \text{ kgf / cm}^2 = 0,098 \text{ N/cm}^2$$

e vice-versa

$$1 \text{ N} = 0,102 \text{ kgf}$$

$$1 \text{ N/mm}^2 = 10,2 \text{ kgf/cm}^2 \approx 10 \text{ kgf/cm}^2$$

*Aos meus pais,
Antônio e Edna*

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO:

A utilização do cálculo plástico para estruturas hiperestáticas de concreto armado encontra certas dificuldades básicas, em virtude de diferenças fundamentais entre estas e as estruturas de aço, para as quais o cálculo plástico já alcançou um grande amadurecimento.

A primeira diferença fundamental entre as estruturas de aço e as de concreto armado, é que para estas não deve haver formação de rótulas plásticas em serviço, ou seja, a carga de serviço deverá ser sempre inferior à carga de início de plastificação (início de formação das primeiras rótulas plásticas). Nas estruturas de aço, quando não há alternância de esforços, para ser evitado o colapso incremental, pode-se admitir em alguns pontos o início de plastificação ainda nas condições de serviço. No concreto armado isso não poderá ser tolerado, pois ainda em serviço as armaduras entrariam em escoamento, acarretando uma fissuração exacerbada.

A segunda diferença entre as estruturas de aço e as de concreto armado, é que nestas últimas é possível distribuir as armaduras de tal modo que os momentos resistentes acom-

panhem de perto os momentos solicitantes, obtendo-se uma peça de igual resistência embora o aspecto externo não o denote. A utilização do cálculo plástico para estruturas de concreto armado não traria, portanto, vantagens no que se refere a economia de materiais. No entanto, a consideração do chamado efeito hiperestático de plasticidade para estruturas hiperestáticas de concreto armado, possibilita que estas estruturas sejam dimensionadas para diagramas de momentos fletores diferentes do obtido pela análise elástica (redistribuição de momentos fletores). Esta consideração é de grande utilidade, uma vez que permite ao projetista dimensionar a estrutura para diagramas de momentos fletores por vezes mais convenientes do que seria dado pelo cálculo elástico, ou que facilitem o detalhamento das armaduras (caso de vigas continuas em que os momentos negativos podem atingir valores elevados). Esta consideração, embora já introduzida de modo muito parcial e limitado nas normas de cálculo de concreto armado de diversos países, ainda não alcançou pleno amadurecimento.

A terceira diferença fundamental entre as estruturas de aço e as de concreto armado é que, sendo este material pouco dúctil, quando consideradas as hipóteses do cálculo plástico, faz-se necessário verificar a capacidade de rotação da rotula plástica (ângulo de descontinuidade do eixo da peça).

Neste trabalho será analisada experimentalmente a capacidade de adaptação das vigas hiperestáticas de concreto armado, a diagramas de momentos fletores diferentes dos for-

necidos pelo cálculo elástico (redistribuição de momentos fletores). Será analisada também a capacidade de rotação das rótulas plásticas.

CAPÍTULO II

CURVAS MOMENTO X CURVATURA RÓTULAS PLÁSTICAS.

2.1. Material elasto-plástico ideal:

Para uma peça solicitada por um carregamento crescente, composta de material elasto-plástico ideal (fig. 2.1) a relação entre o momento solicitante e a curvatura, é dada por:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{E J} \quad (2.1.1)$$

Esta relação somente é válida no domínio elástico, ou seja, até que as tensões nas fibras mais afastadas não ultrapassem a tensão de escoamento f_y do material (fig. 2.2.a). Ultrapassado este limite as tensões nas fibras mais afastadas ficam constantes (fig. 2.2.b), passando a peça a sofrer grandes deformações para pequenos incrementos do momento fletor, cujo valor tende para o momento de plastificação da seção, que é atingido quando todas as fibras estiverem plastificadas (fig. 2.2.c). A curvatura tende para um valor infinito, passando a peça a se deformar sob a ação do momento de plastificação (constante), caracte-

terizando-se a formação de uma rótula plástica.

A figura 2.3, mostra a curva momento curvatura para uma peça de seção retangular. O momento correspondente ao fim da fase elástica, vale:

$$M_e = \frac{b \cdot d^2}{6} \cdot f_y \quad (2.1.2)$$

O momento de plastificação da seção, que é atingido quando todas as fibras estiverem plastificadas (fig.2.2.c) vale:

$$M_p = \frac{b \cdot d^2}{4} \cdot f_y \quad (2.1.3)$$

Comparando -se as relações (2.1.2) e (2.1.3), nota-se que $M_p = 1,5M_e$. Observa-se que é um critério muito conservador definir o momento último de uma dada seção pelas hipóteses do cálculo elástico clássico.

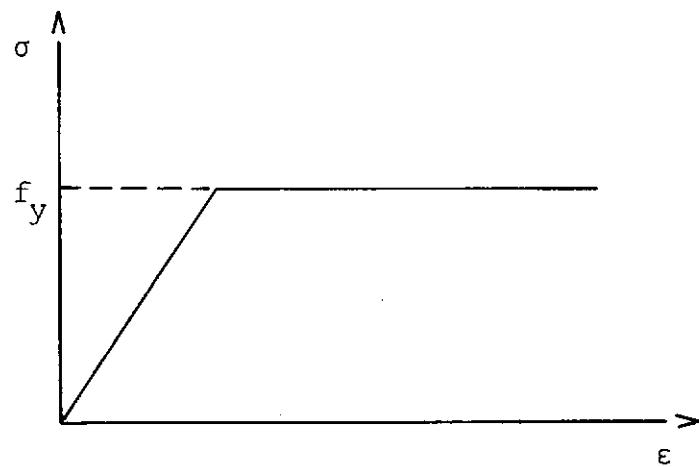


fig. 2.1. Diagrama σ - ϵ do material elasto-plástico ideal

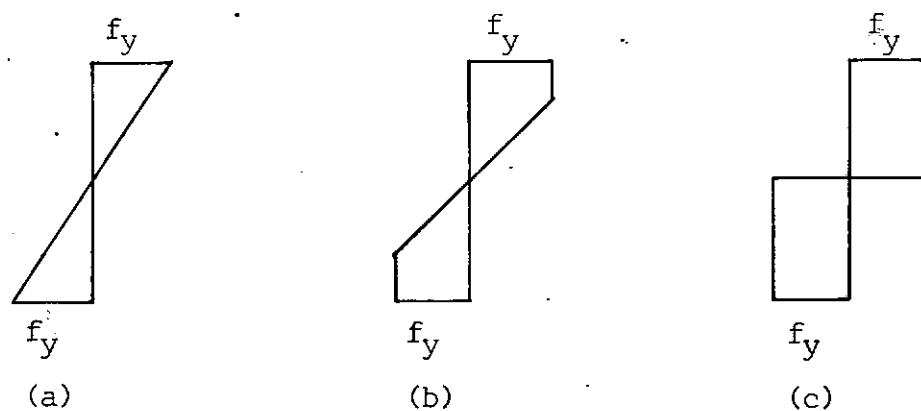


fig. 2.2. Estado de tensões

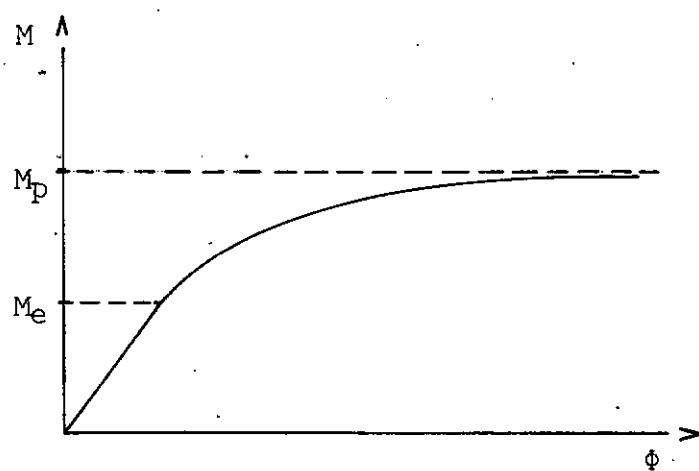


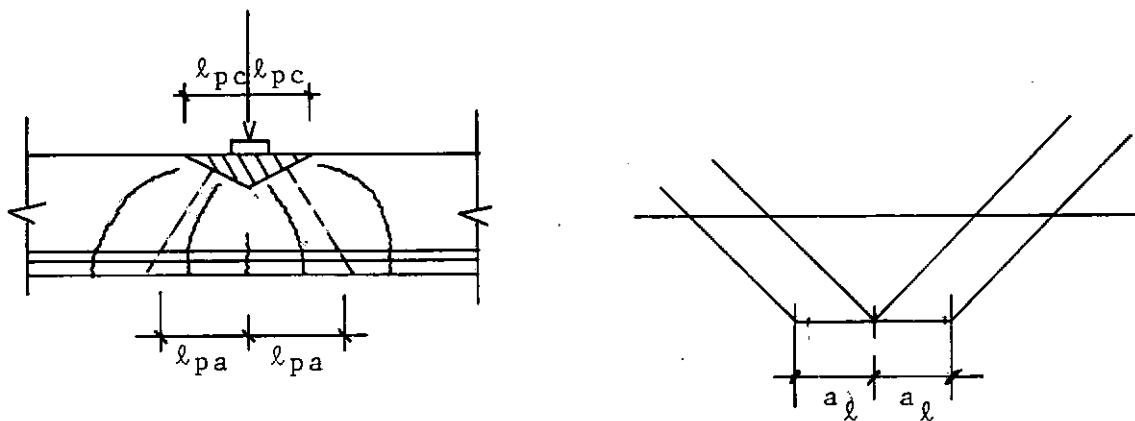
fig. 2.3. Curva momento-curvatura

2.2. Concreto armado:

Não sendo válida a lei de Hooke para o concreto, a relação 2.1.1. não é válida para o concreto armado, em decorrência do comportamento não linear deste material. Além disto, sendo este material pouco dutil, em relação ao aço por exemplo, a rotação relativa entre duas seções tem valores limitados, podendo uma peça atingir o estado limite último por esgotamento da capacidade de rotação plástica.

No entanto a evidência experimental tem mostrado que nas seções vizinhas às seções críticas, a rotação relativa última é consideravelmente maior que as calculadas pela integração da lei momento x curvatura ao longo do eixo da peça, quer esta lei seja obtida experimentalmente, ou deduzida à partir dos diagramas tensão x deformação do concreto e do aço. Esta constatação experimental pode ser explicada, ao menos em parte, pela analogia da treliça. A zona comprimida de uma seção submetida a solicitações máximas sob uma carga concentrada ou sobre um apoio, corresponde a um nó singular da treliça fictícia. De cada lado deste nó as fissuras se inclinam em uma direção (fig. 2.4). Como este nó não é um ponto mas um pequeno trecho do banzo comprimido, a resultante de compressão é igual a M/z em todo o trecho e não apenas na seção crítica, como seria prevista pela teoria da flexão e sim quando se estuda o comportamento da peça sob a ação conjunta do esforço cortante e do momento fletor (decalagem do diagrama de

momentos), em que na região de uma seção crítica o diagrama do momentos fletores deve ser decalado para os dois lados da seção (fig. 2.4). O efeito de treliça produz uma plastificação em um trecho ℓ_{pc} , no concreto comprimido, e plastifica a armadura de tração em um trecho de comprimento ℓ_{pa} , para cada lado da seção crítica.



Decalagem do diagrama de momentos fletores

fig. 2.4. Rótula plástica em uma peça de concreto armado

A plastificação dos materiais nestas regiões dá origem a uma rotação localizada. Na fig. 2.5, observa-se a distribuição de rotações ao longo do eixo de uma viga solicitada por uma carga concentrada, onde:

θ_I - rotações correspondentes a fase não fissurada.

θ_{II} - rotações correspondentes a fase fissurada.

θ_p - rotações plásticas localizadas.

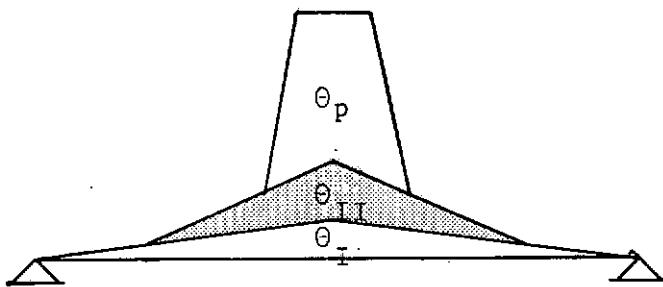


fig. 2.5. Distribuição de rotações

No capítulo VI, serão analisados métodos para o cálculo da capacidade de rotação plástica de rótulas plásticas de concreto armado. Deve-se ressaltar que para o concreto armado o momento de plastificação é tomado igual ao momento último da seção.

2.3. Cálculo da curva momento x curvatura do concreto armado, a partir do diagrama tensão-deformação dos materiais:

Esta curva que será calculada para peças de concreto armado de seção retangular, será posteriormente comparada com a curva obtida experimentalmente.

2.3.1. Hipótese adotadas:

2.3.1.1. Pequenas deformações:

Neste caso, pode-se adotar para a curvatura a expressão simplificada:

$$\Phi = \frac{\epsilon_{Cl} + \epsilon_s}{d} \quad (2.3.1)$$

2.3.1.2. Hipóteses das seções planas:

As seções permanecem planas e normais ao eixo da peça, para qualquer estado de deformação.

2.3.1.3. Esgotamento da capacidade resistente da seção:

É definido, de acordo com as recomendações do CEB-FIP (1) por um encurtamento de 3,5% do concreto, ou por um alongamento de 10% do aço. Ao se adotar estas hipótese, a curvatura última da peça fica definida. Convém observar que na realidade o encurtamento de ruptura do concreto, não é 3,5%, correspondendo este valor a um limite inferior, no caso de flexão.

2.3.1.4. Diagramas tensão-deformação dos materiais:

São utilizados os diagramas $\sigma-\epsilon$ propostos pelas recomendações do CEB-FIP (1) (fig. 2.6).

2.3.2. Dedução das fórmulas utilizadas:

Será adotada a seção vista na fig. 2.7.a, solicitada à flexão simples.

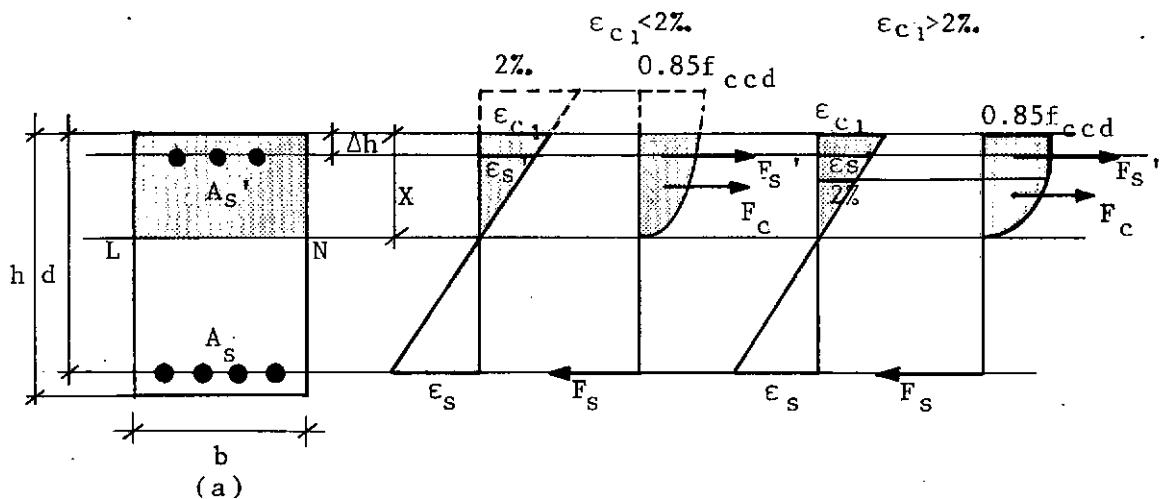


fig. 2.7

Dependendo das deformações, tem-se as seguintes equações:

$$\left\{ \begin{array}{l} F'_s = A'_s \cdot E \cdot \epsilon'_s \\ F_s = A_s \cdot E \cdot \epsilon_s \quad \text{se} \quad \epsilon_s < \frac{f_yd}{E} \\ \text{ou:} \\ F_s = A_s \cdot f_{yd} \quad \text{se} \quad \epsilon_s > \frac{f_yd}{E} \end{array} \right.$$

$\epsilon_{cl} < 2\%$

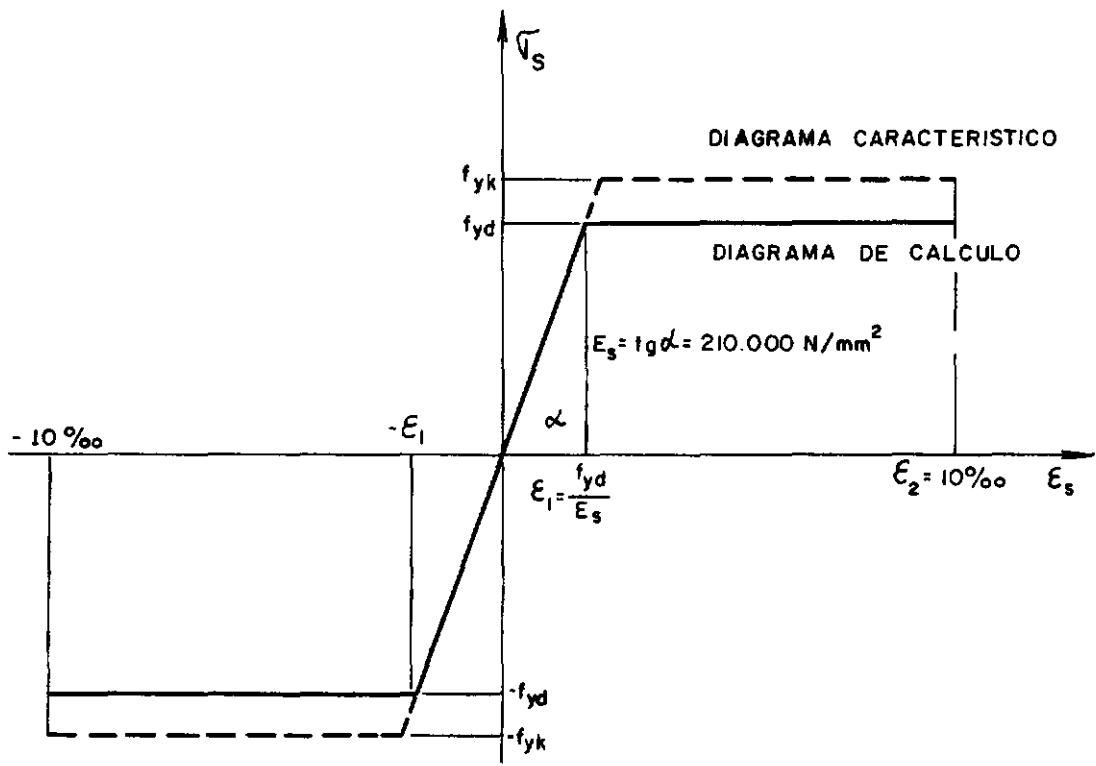
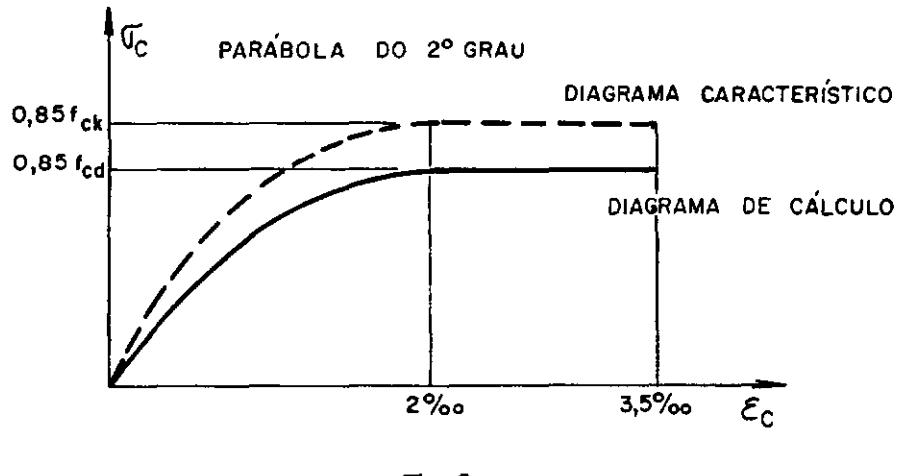


FIG. 2.6

$$F'_S = A'_S \cdot E \cdot \epsilon'_S \text{ se } \epsilon'_S < \frac{f'_y d}{E}$$

ou:

$$F'_S = A'_S \cdot f'_y d \text{ se } \epsilon'_S > \frac{f'_y d}{E}$$

e:

$$F_S = A_S \cdot E \cdot \epsilon_S \text{ se } \epsilon_S < \frac{f_y d}{E}$$

ou:

$$F_S = A_S \cdot f_y d \text{ se } \epsilon_S > \frac{f_y d}{E}$$

Se $\epsilon_{Cl} < 2\%$, a área da parábola é dada por:

$$A = Dl \cdot f_{ccd} \cdot x \quad (2.3.3)$$

onde: $Dl = 0,85 \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\epsilon_{Cl}}{0,002} \right)^2 + \frac{\epsilon_{Cl}}{0,002} \right]$ (2.3.4)

Se $\epsilon_{Cl} > 2\%$, a área da parábola e do re

tangulo é dada por:

$$A = Dl \cdot f_{ccd} \cdot x \quad (2.3.5)$$

onde:

$$Dl = 0.85 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{0,002}{\epsilon_{Cl}} + \frac{\epsilon_{Cl} - 0,002}{\epsilon_{Ci}} \right) \quad (2.3.6)$$

Para ϵ_s e ϵ'_s em função de ϵ_{Cl} e de x ,

tem-se:

$$\epsilon_s = \left(\frac{d-x}{x} \right) \cdot \epsilon_{Cl} \quad (2.3.7)$$

$$\epsilon'_s = \left(\frac{x - \Delta h}{x} \right) \cdot \epsilon_{Cl} \quad (2.3.8)$$

Por equilíbrio de forças, obtém-se a posição da linha neutra em função do encurtamento do concreto:

$$\text{Se } \epsilon_{Cl} < 2\% \text{ e } \epsilon_s < \frac{f_y d}{E} :$$

$$x = \frac{\epsilon_{Cl} \cdot E \cdot (A'_s + A_s) + \sqrt{[\epsilon_{Cl} \cdot E \cdot (A'_s + A_s)]^2 - 4 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot b \cdot \epsilon_{Cl} \cdot E \cdot (-A'_s \cdot \Delta h - A_s \cdot d)}}{2 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot b} \quad (2.3.9)$$

Onde Dl é dado por (2.3.4)

$$\text{Se } \epsilon_{Cl} < 2\% \text{ e } \epsilon_s > \frac{f_y d}{E} :$$

$$x = \frac{-(E \cdot \epsilon_{Cl} \cdot A' S - A_S \cdot f_{yd}) + \sqrt{(E \cdot \epsilon_{Cl} \cdot A' S - f_{yd} \cdot A_S)^2 - 4 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot \epsilon_{Cl} \cdot E \cdot A' S \cdot \Delta h}}{2 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot b}$$

(2.3.10)

Neste caso Dl é dado por (2.3.4.)

$$\text{Se } \epsilon_{Cl} > 2\%, \quad \epsilon'_{Cl} < \frac{f'_{yd}}{E} \quad \text{e} \quad \epsilon_S < \frac{f_{yd}}{E} :$$

A posição da linha neutra é dada por (2.3.9) ,

sendo Dl calculado por (2.3.6).

$$\text{Se } \epsilon_{Cl} > 2\%, \quad \epsilon'_{S} < \frac{f'_{yd}}{E} \quad \text{e} \quad \epsilon_S > \frac{f_{yd}}{E} :$$

A posição da linha neutra é dada por (2.3.10) ,

sendo Dl calculado por (2.3.6)

$$\text{Se } \epsilon_{Cl} > 2\%, \quad \epsilon'_{S} > \frac{f_{yd}}{E} \quad \text{e} \quad \epsilon_S < \frac{f_{yd}}{E}$$

$$x = \frac{-(A' S \cdot f_{yd} + E \cdot \epsilon_{Cl} \cdot A_S) + \sqrt{(A' S \cdot f_{yd} + E \cdot \epsilon_{Cl} \cdot A_S)^2 + 4 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot \epsilon_{Cl} \cdot b \cdot E \cdot d \cdot A_S}}{2 \cdot Dl \cdot f_{ccd} \cdot b}$$

(2.3.11)

Dl é dado por (2.3.6)

$$\text{Se } \varepsilon_{C1} > 2\%, \quad \varepsilon'_S > \frac{f'_{yd}}{E}, \quad \text{e} \quad \varepsilon_S > \frac{f'_{yd}}{E}$$

$$x = \frac{A_S \cdot f_{yd} - A'_S \cdot f_{yd'}}{Dl \cdot f_{ccd} \cdot b} \quad (2.3.12)$$

Obtida a posição da linha neutra X em função de ε_{C1} , o momento fletor em função de X e de ε_{C1} é calculado pelas expressões:

$$\text{Se } \varepsilon_{C1} < 2\%$$

$$M_d = \varepsilon'_S \cdot E \cdot A_S (d - \Delta h) + b \cdot Dl \cdot f_{ccd} \left[d - x + \frac{-\frac{1}{4} : \left(\frac{\varepsilon_{C1}}{0,002} \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{\varepsilon_{C1}}{0,002} \cdot x}{Dl} \right] \quad (2.3.13)$$

$$\text{Se } \varepsilon_{C1} > 2\%$$

$$M_d = MF + MC1 + MC2$$

Onde:

$$MF = \varepsilon'_S \cdot E \cdot A_S \cdot (d - \Delta h) \quad \text{se } \varepsilon'_S < \frac{f'_{yd}}{E} \quad (2.3.14)$$

ou

$$MF = A'_S \cdot f'_{yd} \cdot (d - \Delta h) \quad \text{se} \quad \epsilon'_S > \frac{f'_{yd}}{E} \quad (2.3.15)$$

MCl e $MC2$, são os momentos do retângulo e da parábola em relação ao centro de gravidade da armadura de tração:

$$MCl = 0.85 \cdot f_{ccd} \cdot b \cdot x^2 \cdot \left(1 - \frac{0,002}{\epsilon_{Cl}}\right) \cdot \left[\frac{d}{x} - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{0,002}{\epsilon_{Cl}}\right) \right] \quad (2.3.16)$$

$$MC2 = \frac{2}{3} \cdot 0,85 \cdot f_{ccd} \cdot b \cdot \frac{0,002}{\epsilon_{Cl}} \cdot x^2 \cdot \left(\frac{d}{x} - \frac{8 \cdot \epsilon_{Cl} - 0,01}{8 \cdot \epsilon_{Cl}} \right) \quad (2.3.17)$$

Considerando as hipótese das seções planas e das pequenas deformações, a curvatura será dada por (2.3.1), sendo ϵ_S calculado por (2.3.7).

No apêndice I é apresentada a listagem de um programa de computador para o cálculo desta curva.

CAPÍTULO III

CÁLCULO PLÁSTICO APLICADO AO CONCRETO ARMADO.

3.1. Funcionamento plástico de estruturas

Considere-se uma viga bi-engastada, solicitada por uma carga q uniformemente distribuída de valor crescente: (fig. 3.1).

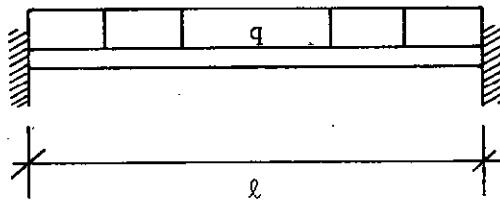


fig. 3.1.

De acordo com o cálculo clássico, quando o carregamento atingir uma intensidade suficiente para que um ponto da estrutura entre em plastificação, isto é, quando o primeiro ponto deixe de estar no regime elástico no caso de estruturas compostas de material elasto-plástico ideal, ou em uma dada seção for

atingido o valor do momento de ruptura, no caso de estruturas de concreto armado, a estrutura terá atingido o seu primeiro estado limite.

Nestas condições, o esgotamento da capacidade de carga da estrutura se dá quando o momento no engaste atingir o momento elástico M_e desta seção, para o caso de material elasto-plástico ideal, assim:

$$q_e = \frac{12 \cdot M_e}{l^2} \quad (3.1)$$

sendo q_e a carga correspondente a este primeiro estado limite.

Continuando a incrementar o carregamento, haverá a plastificação das seções nos engastamentos, e quando estas estiverem totalmente plastificadas, passarão a girar sob a ação do momento de plastificação M_p , formando-se então duas rótulas plásticas. (fig. 3.2).

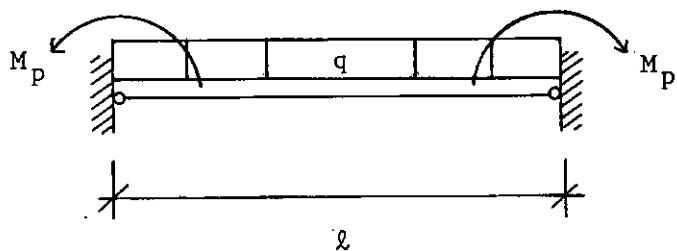


fig. 3.2.

Quando o carregamento atingir um valor suficiente

ciente para provocar a formação de uma terceira rótula plástica no meio do vão (momento máximo positivo), a estrutura atingirá um segundo estado limite, passando a se deformar indefinidamente sob a ação desta carga, transformando-se em um mecanismo chamado de cadeia cinemática (fig.3.3). Uma estrutura n vezes hiperestática entra em colapso, quando sob a ação das cargas houver a formação de n+1 rótulas plásticas.

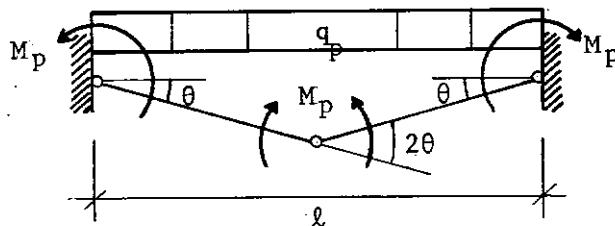


fig.3.3.

A carga correspondente a este segundo estado limite, que é a carga de ruína dada pelo cálculo plástico é calculada utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais, assim:

$$4 \cdot M_p \cdot \theta = \frac{q_p \cdot \ell^2 \cdot \theta}{4}$$

$$q_p = \frac{16 \cdot M_p}{\ell^2} \quad (3.2)$$

Comparando-se (3.1) com (3.2) nota-se que:

$$q_p = 1,33 q_e$$

No entanto, para se fixar a carga de colapso de uma estrutura n vezes hiperestática admitindo-se a existência de todas as $n+1$ rótulas plásticas previstas, é necessário que as rótulas plásticas que se formam antes tenham capacidade de rotação suficiente para possibilitar a formação das demais rótulas.

Para estruturas de concreto armado, experimentalmente tem-se verificado que as rotações nas proximidades das seções críticas são bem maiores que as calculadas pela integração da curva momento-curvatura ao longo do eixo da peça, podendo estas regiões funcionar como rótulas plásticas. No entanto sendo este material pouco ductil estas regiões têm capacidade de rotação plástica limitada. Portanto, se a viga bi-engastada fosse de concreto armado, restariam dúvidas se as seções do engaste teriam capacidade de rotação plástica suficiente para permitir a formação da terceira rótula plástica. Além disto, para este material deve ser respeitado o estado limite de fissuração.

Para estruturas de concreto armado a utilização do cálculo plástico, não conduz a valores mais elevados e mais reais da carga de ruptura, ao contrário do que foi visto para a viga acima composta de material elasto-plástico ideal, uma vez que se esta estrutura fosse de concreto armado, poderiam ser dispostas armaduras nos engastes e no meio do vão, suficientes para resistirem apenas aos momentos dados pelo cálculo elástico clássico. Deve-se ressaltar apenas o caso de estruturas submetidas a cargas móveis (pontes por exemplo) nas quais o máximo momento fletor po-

sitivo e o máximo momento fletor negativo, nunca têm os seus valores atingidos ao mesmo tempo, sendo então vantajoso utilizar as idéias do cálculo plástico para estas estruturas, no caso de las serem de concreto armado.

As idéias do cálculo plástico, quando consideradas para estruturas compostas de concreto armado, tem como principal vantagem possibilitar a redistribuição dos momentos fletores atuantes, ou seja, a estrutura poderá ser dimensionada para diagrama de momentos fletores diferente do dado pelo cálculo elástico. É necessário apenas que seja respeitado o equilíbrio estático e que em menhuma seção que irá funcionar como rótula plástica, seja ultrapassada a sua capacidade de rotação, com a finalidade da estrutura adaptar-se ao diagrama de momentos adotados.

Segundo proposições da Comissão XI do CEB (2) e (3), que atualmente estuda modificações do texto desta recomendação no que se refere a estruturas hiperestáticas, propõe que seja adotado para o diagrama momento x rotação a idealização tri-linear simplificada, vista na figura 3.4.

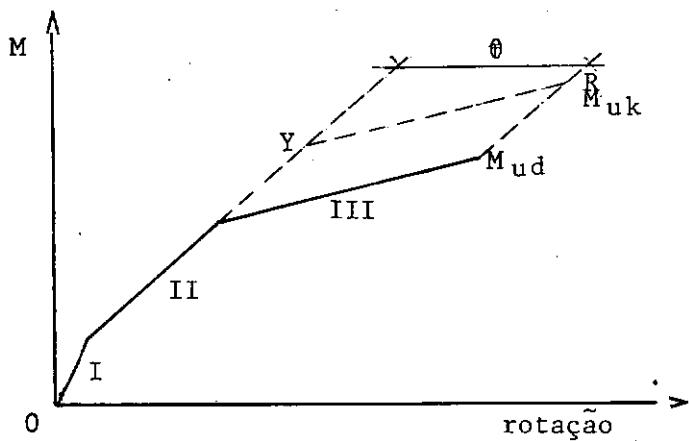


fig. 3.4. Curva momento x rotação simplificada

Onde:

- a) fase I, linear elástica, a rotação entre duas seções pode ser obtida pela integração da curvatura.
- b) fase II, fase fissurada, a rotação entre duas seções pode ser calculada da mesma forma que na fase I
- c) fase III, na qual o ponto R fica definido pelo momento resistente característico M_{yk} e pela rotação plástica mínima localizada θ , sendo esta rotação função de x/d e obtida no gráfico visto na figura 3.5.

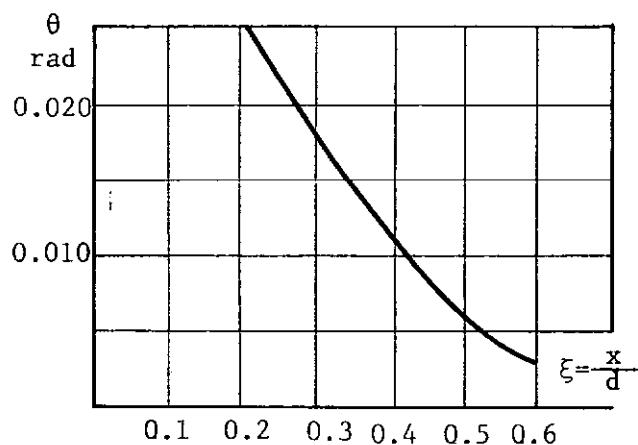


fig. 3.5. Rotação plástica mínima

Propõe esta comissão que entre outros métodos de cálculo de estruturas hiperestáticas (análise não linear e análise elástica) seja também adotada a análise linear com redistribuição de momentos, em que em algumas seções de vigas contínuas e de pórticos os momentos fletores M_1 dado pelo cálculo elástico podem ter o seu valor reduzido para $K \cdot M_1$, onde:

$$K > 0,44 + 1,25\xi$$

devendo-se obedecer as seguintes condições:

1) Condição de ductilidade:

$$\xi = \frac{x}{d} < 0,45$$

2) $0,75 < K < 1$

3) A condição de ductilidade é válida se:

$$\frac{l}{d} < 20 \quad \text{e} \quad f_{ck} < 35 \text{ N/mm}^2$$

Evidentemente os momentos em outras seções devem ser aumentados de modo que a estática seja respeitada. A figura 3.6. ilustra a redistribuição de momentos em uma viga contínua.

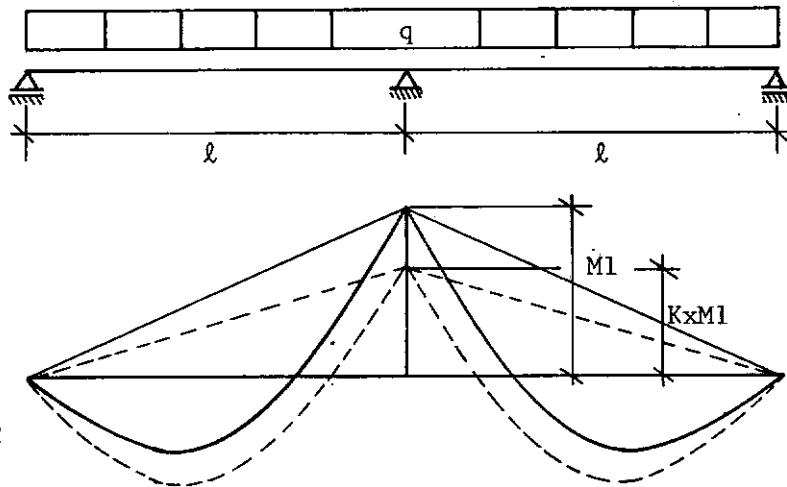


fig. 3.6. Redistribuição de momentos

Segundo esta comissão o afastamento máximo do diagrama de momentos fletores do cálculo elástico é portanto de 25%. Neste trabalho serão estudados os afastamentos de 25% e de 15%, que é o limite máximo permitido pela atual norma, não sendo necessário verificar a capacidade de rotação plástica no caso de ser adotado este último afastamento.

3.2.1. Princípio dos trabalhos virtuais:

"Se uma estrutura deformável, em equilíbrio sob a ação de um conjunto de cargas exteriores, sofre um deslocamento compatível com as suas condições de vínculo, o trabalho virtual T_e produzido pelas forças exteriores é igual ao trabalho virtual produzido pelas forças internas T_i ".

3.2.1. Teorema do limite inferior (Teorema estático):

"Uma carga calculada baseando-se em um suposto diagrama de momentos em equilíbrio, no qual não se ultrapasse em nenhum ponto da estrutura o valor do momento de plastificação da seção, será sempre menor ou no máximo igual a carga crítica da estrutura"

Este teorema expressa que a carga calculada de acordo com o equilíbrio das forças internas, sem que em nenhum ponto seja ultrapassada a condição de plastificação (material elasto-plástico), será sempre menor ou no máximo igual a carga real de colapso do sistema.

3.2.3. Teorema do limite superior (Teorema cinemático):

"Uma carga calculada baseando-se em um suposto mecanismo, será sempre maior ou pelo menos igual a carga crítica

ca de colapso".

Segundo este teorema, num sistema n vezes hiperestático solicitado por um conjunto de forças exteriores F_i , ao incrementar-se F_i proporcionalmente até um dado valor $f_p \times F_i$, formam-se sucessivamente $n+1$ rótulas plásticas, até que o sistema se transforme em uma cadeia cinemática. Quando se conhece a priori a exata localização das rótulas plásticas, a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais, permite determinar de imediato o valor da carga crítica do sistema, como foi visto no exemplo do item 3.1.. Quando a estrutura é mais complexa e está solicitada por um estado múltiplo de carga, deve-se arbitrar a localização das $n+1$ rótulas plásticas em vários mecanismos possíveis. Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais a cada um destes mecanismos, obtém-se para cada um, um dado coeficiente de colapso f_p , o menor de todos os coeficientes de colapso calculado será o coeficiente de colapso real. O mecanismo real de colapso será o mecanismo correspondente a este coeficiente.

3.2.4. Teorema de unicidade:

"Se para um dado sistema estrutural solicitado por um certo estado de carga, é possível haver uma distribuição de momentos em equilíbrio de modo que os respectivos momentos de plastificação sejam alcançados em um número suficiente de seções para transformar a estrutura em um mecanismo, a carga que

provoca esta configuração é a carga crítica do sistema"

De acordo com este teorema o maior valor das cargas calculadas estaticamente e o menor das cargas cinemáticas, calculadas para os vários mecanismos possíveis, coincidem e cor responde ao valor da carga real de colapso da estrutura. Há por tanto unicidade de solução no cálculo plástico.

CAPÍTULO IV

PROGRAMA DE ENSAIOS

4.1. Plano de pesquisa:

Para ser estudada a adaptação plástica de estruturas hiperestáticas a diagramas de momentos fletores divergindo do diagrama de momentos dado pelo cálculo elástico clássico, foram ensaiados até a ruptura 14 vigas contínuas de dois vaôs iguais, medindo 3 metros cada, com seção transversal medindo 15cm de base por 25 de altura, carregadas com uma carga concentrada no meio de cada vão (fig. 4.1.). Estas vigas foram dimensionadas para diagramas de momentos divergindo em 15% e 25% nos pontos de momento crítico do diagrama de momentos dado pelo cálculo elástico. Como a capacidade de rotação plástica dos pontos críticos de peças de concreto armado (regiões que funcionam como rótulas plásticas) está diretamente ligada à taxa de armadura de flexão nestas regiões, para cada hipótese de cálculo, foram ensaiados dois tipos de viga, um tipo fortemente armada e outro tipo com uma taxa de armadura 50% menor (ver fotografia 1)

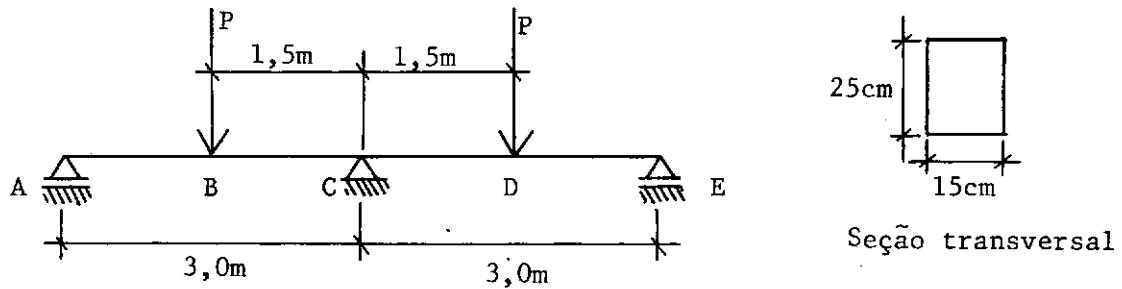


fig. 4.1. Esquema de ensaio das vigas contínuas

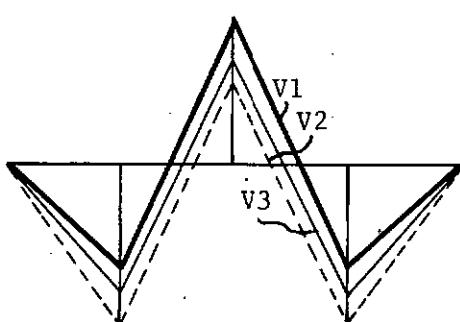
Estas vigas tiveram as seguintes hipóteses de cálculo:

- V-1. Dimensionada para o diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico. Utilizou-se armadura limite na seção C (figura 4.2.a).
- V-2. O momento em C foi reduzido em 25% em relação a V-1, sendo baixada a linha de fechamento, respeitando-se o equilíbrio estático (figura 4.2.a).
- V-3. Aproximadamente 50% menos armada do que V-2 com o momento em C divergindo em 25% em relação ao dado pelo cálculo elástico, sendo respeitada a estática.
- V-4. O momento em C, foi reduzido de 15% em relação a V-1, sendo

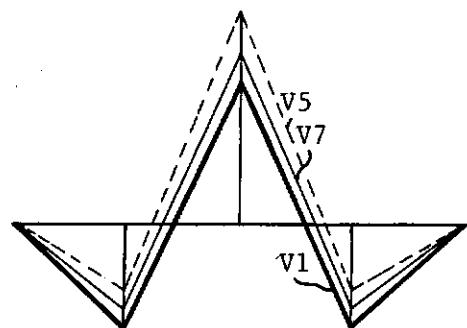
respeitado o equilíbrio estático (figura 4.2.a).

- V-5. O momento em B, foi reduzido de 25% em relação a V-1, respeitando-se a estática (figura 4.2.b).
- V-6. Aproximadamente 50% menos armada do que V-5, com o momento em B divergindo de 25% em relação ao dado pelo cálculo elástico, sendo respeitada a estática..
- V-7. O momento em B foi reduzido de 15% em relação a V-1, sendo respeitado o equilíbrio estático.

Para cada hipótese de cálculo descrita acima, foram ensaiados dois modelos iguais com a finalidade de melhor serem observadas as medidas realizadas.



(a)



(b)

fig. 4.2. Hipótese de cálculo das vigas hiperestáticas

Foram também ensaiadas 12 vigas isostáticas, com a finalidade de se determinar as rotações plásticas das seções críticas que funcionam como rótulas plásticas nas vigas hiperestáticas. Estas vigas foram obtidas a partir das vigas hiperestáticas, tendo a seção transversal as mesmas características das seções transversais que funcionam como rótulas plásticas nas vigas hiperestáticas. O vão foi tomado igual a distância entre os pontos de momento nulo da viga hiperestática correspondente. O esquema de ensaio é visto na figura 4.3. Foram ensaiados as seguintes vigas:

C-2. Região do apoio central de V-2

C-3. Região do apoio central de V-3

C-4. Região do apoio central de V-4

C-5. Região do ponto de aplicação das cargas de V-5

C-6. Região do ponto de aplicação das cargas de V-6

C-7. Região do ponto de aplicação das cargas de V-7

Para cada tipo de viga descrito acima, foram ensaiados dois modelos iguais, com a finalidade de melhorarem observadas as medidas realizadas. (ver fotografia 2).

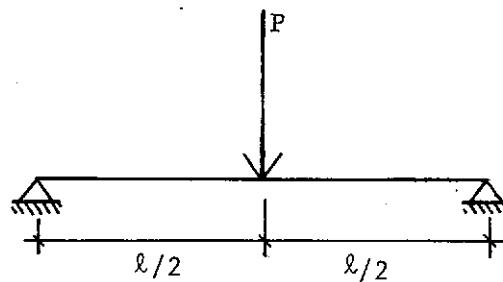


fig. 4.3. Esquema de ensaio das vigas isostáticas.

4.2. Materiais utilizados na confecção dos modelos:

4.2.1. Aço:

Foi utilizado aço de dureza natural (tipo A) cujas características determinadas de acordo com (4) apresentaram os seguintes valores:

Tabela 4.1. Características do aço

Diâmetro nominal (polegadas)	Diâmetro real (cm)	área real de cada barra (cm ²)	tensão de escoamento (kN / cm ²)
1/4"	0,69	0,37	54,03
5/16"	0,81	0,51	50,49
3/8"	0,97	0,74	50,57
1/2"	1,31	1,34	56,26

4.2.2. Concreto:

O concreto, utilizado teve traço em peso 1:2,5:3,5, fator água-cimento 0,66 l/kg. Para definição deste traço recorreu-se ao método de dosagem racional do I.N.T., exposto em (5). Este concreto teve um consumo de cimento de 310 kg/m³. Utilizou-se cimento tipo Portland, agregado miúdo de granulometria mediana e agregado graúdo normal de diâmetro máximo 19 mm (brita nº 1). Foi controlada a umidade da areia antes de cada concretagem.

Corpos de prova.

Para cada viga concretada, foram moldados 8 corpos de prova de acordo com as prescrições (6), sendo 5 ensaiadas à compressão e 3 à tração, no mesmo dia do ensaio da viga correspondente.

Para os corpos de prova ensaiados à compressão, determinou-se também o módulo de deformação estático, de acordo com (7) e o módulo de deformação dinâmico. Este último foi determinado com a utilização de aparelho de emissão de ondas (Excitation Amplifier), com o qual consegue-se determinar a frequência de ressonância em vibração longitudinal no meio considerado.

Considerando-se que:

$$\delta = \frac{\gamma}{g}$$

$$T = \frac{2 \cdot L}{C}$$

$$C = \sqrt{\frac{E_d}{\ell}}$$

$$f = \frac{C}{2L}$$

O módulo de deformação dinâmico é dado por:

$$E_d = (2 \cdot L \cdot f)^2 \cdot \frac{\gamma}{g}$$

onde:

L = comprimento mm

γ = peso específico N/mm³

g = aceleração da gravidade (9810) mm/seg²

δ = massa específica kg/mm³

C = velocidade de propagação do som mm/seg

f = frequência natural de vibração c/seg

T = período de ressonância seg

E_d = módulo de deformação dinâmico N/mm²

O concreto utilizado, teve as seguintes características médias, determinadas de acordo com o que foi exposto acima:

- resistência à compressão: $f_{cc} = 30,2 \text{ N/mm}^2$
- resistência à tração: $f_{ct} = 2,4 \text{ N/mm}^2$
- módulo de deformação estático: $E_c = 24100 \text{ N/mm}^2$
- módulo de deformação dinâmico: $E_d = 30500 \text{ N/mm}^2$
- índice de trabalhabilidade (slump test): 20 mm

4.3. Medições realizadas e instrumentos utilizados:

4.3.1. Vigas contínuas

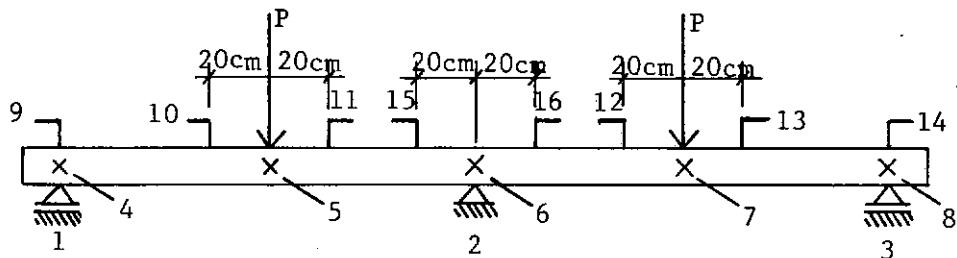


fig. 4.4. Esquema da instrumentação das vigas contínuas

Reações de apoio.

As reações nos apoios extremos 1 e 3 (fig. 4.4), foram medidas com "LOAD CELLS" de 50 kN de capacidade de carga. Para medir-se a reação no apoio central 2, utilizou-se 2

(dois) "LOAD CELLS" de 100 kN de capacidade carga máxima (ver foto grafias 3 e 4). Conhecendo-se as reações de apoio e as cargas aplicadas, determina-se o diagrama de momentos fletores para cada etapa de carga aplicada (ver ítem 5.1.2).

Flechas

As flechas foram medidas nos pontos 5 e 7 (fig 4.2), utilizando-se um catetômetro (vide foto 5). Colocou - se ainda alvos de visadas deste instrumento nos pontos 4, 6 e 8 para medição de possíveis recalques de apoio que possivelmente o correriam na ocasião de aplicação das cargas.

Rotações

Para as vigas V2, V3 e V4, nas quais a primeira rótula plástica iria se formar na região do apoio central , mediu-se as rotações nos pontos 9,14,15 e 16 (fig. 4.4). Nas vi gas V5, V6 e V7, nas quais as primeiras rótulas plásticas iriam se formar na região de aplicação das cargas, os clinômetros 15 e 16, foram substituídos por 4 clinômetros colocados nos pontos 10,11,12 e 13, conforme mostra esquematicamente a figura 4.4. Utilizou-se clinômetros de bôlha para a medição de rotações (ver fotografias 6, 7 e 8). Conhecendo-se a rotação relativa entre duas seções, pode-se de terminar as curvas carga x rotação relativa e momento x curvatura . (Ver ítem 6.2)

Deformações no concreto

Mediram-se as deformações no concreto nas regiões de momento máximo positivo (ponto de aplicação das cargas) e na região de momento máximo negativo (apoio central), em ambas as faces da viga e em 6 linhas ao longo da altura da peça, conforme está esquematicamente representado na figura 4.5. Utilizou-se extensômetro mecânico de base de medida igual a 100 mm. (ver fotografias 9 e 10).

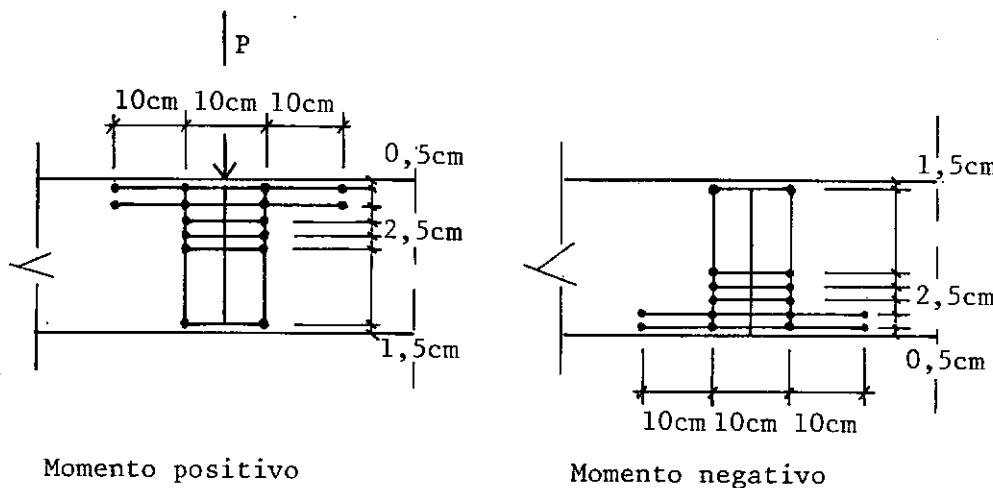


fig. 4.5. Pontos de medida de deformações do concreto

Conhecendo-se as deformações do concreto e do aço, pode-se calcular a curva momento x curvatura (ítem 6.1)

Deformações das armaduras

Foram medidas as deformações nas armaduras

ção de extensômetro elétrico de resistência de base de medida igual a 5 mm, colados nas armaduras longitudinais (ver fotografia 11)

Aplicação das cargas

As cargas foram aplicadas através de macacos hidráulicos. Para as vigas V1, V2, V4, V5 e V7, nas quais a carga última prevista era de aproximadamente 120 kN, utilizou-se macacos de 250 kN de capacidade de carga. Para as vigas V3 e V6, cuja carga última prevista era de aproximadamente 50 kN, utilizou-se macacos de 100 kN de capacidade de carga.

4.3.2. Vigas isostáticas

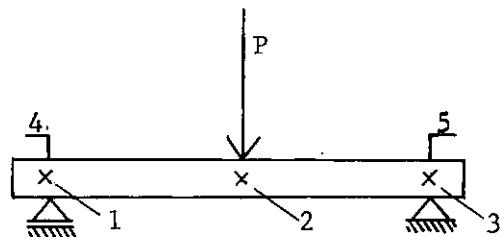


fig. 4.6. Esquema da instrumentação das vigas isostáticas

Rotações

Foram medidas as rotações nas seções dos apoios 4 e 5 (fig. 4.6). Conhecendo-se estas rotações, pode - se

tação da rótula plástica (ver item 6.7).

Flechas

Foram medidas as flechas no ponto 2 e os eventuais recalques de apoio (pontos 1 e 3, fig. 4.6). Conhecendo-se o diagrama carga-flecha, pode-se determinar a rigidez da peça (ver item 6.4) e a capacidade de rotação das rótulas plásticas (ver item 6.8).

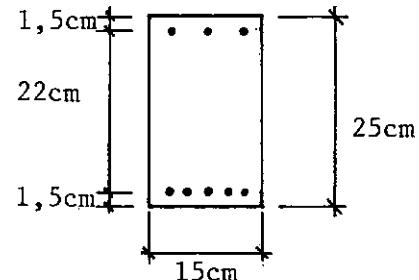
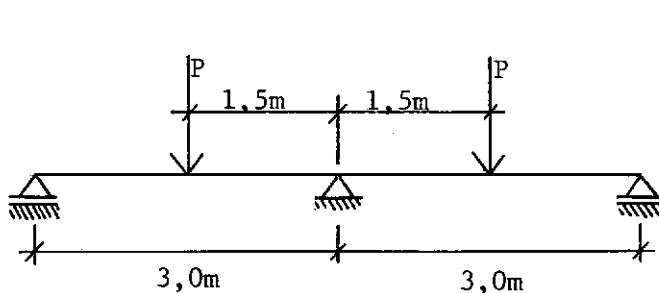
No que se refere as deformações do concreto e das armaduras e a aplicação das cargas, utilizou-se os mesmos detalhes e instrumentas já descritos para as vigas contínuas. Em todas as vigas ensaiadas, foram medidas as aberturas de fissuras, com a utilização de fissurômetro.

Tabela 4.2. Medições, instrumentação e sensibilidade dos instrumentos.

Medição	instrumento	sensibilidade
Def. da armadura	extensômetro elet.	10×10^{-6}
Def. do concreto	extensômetro mec.	4×10^{-6}
Flechas	catetômetro	0,1 mm
Rotações	clinômetro	1,0"
Fissuras	fissurômetro	0,1 mm

Viga V-1

Dimensionada de acordo com o diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico. Utilizou-se uma taxa de armadura aproximadamente igual a taxa de armadura limite na seção C. (fig. 4.7)



Seção transversal
generica

fig. 4.7.

Seção C:

$$A_s = 6,10 \text{ cm}^2 \quad (4\phi 1/2" + 2\phi 1/4")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

$$f_{ccd} = 3020 \text{ N/cm}^2$$

Momento último da seção:

$$MC = 67,65 \text{ kN.m}$$

Carga última da viga:

$$P_u = 120,27 \text{ kN}$$

Momento fletor na seção B:

$$M_B = 56,38 \text{ kN.m}$$

$$A_s = 4,76 \text{ cm}^2 (2\phi 1/4" + 3\phi 1/2").$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

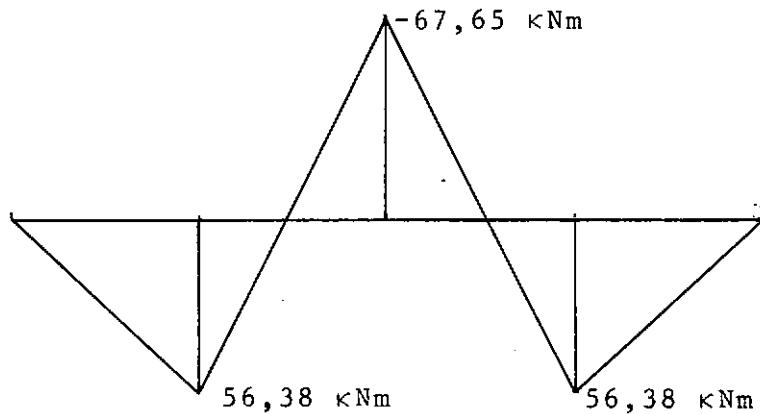
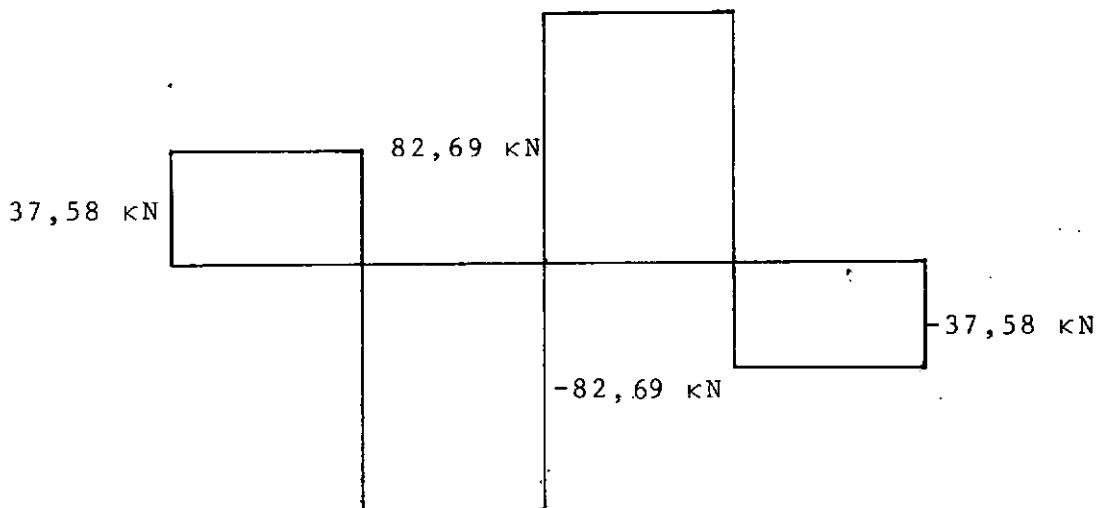


fig. 4.8. Diagrama de momentos fletores da viga VI



Cálculo das armaduras transversais:

Como pretende-se romper as peças por fletão, e podendo a carga experimental última ser superior a previsita, adotou-se um coeficiente de segurança estimado em 1,3 para o esforço cortante.

Trecho BD:

$$V_{rd} = 107,50 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 305 \text{ N/cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,017$$

$$\psi_0 = 1$$

$$\eta = 0,77$$

$$\rho_{wu} = 0,00675$$

$$A_{st} = 0,51 \text{ cm}^2$$

$$s = 10,1 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 5/16"$ cada 10 cm

$$a\ell = 13,5 \text{ cm}$$

Trecho AB e DE :

$$V_{rd} = 48,85 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 138 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{S2} = 2,68 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,0076$$

$$\Psi_o = 0,75$$

$$\eta = 0,63$$

$$\rho_{w,u} = 0,00250$$

$$A_{st} = 0,74$$

$$s = 19,7 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ cada 15 cm

$$a_\ell = 17,5 \text{ cm}$$

a figura 4. 24. mostra os detalhes desta viga

Viga V-2:

O momento fletor na seção C, foi reduzido em 25% em relação a V-1, sendo respeitado o equilíbrio estático.

Seção C:

$$MC = 0,75 \times 67,65 = 50,74 \text{ kN.m}$$

Utilizou-se:

$$A_s = 4,02 \text{ cm}^2 \quad (3\phi 1/2")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

Momento último da seção:

$$MC = 47,50 \text{ kN.m}$$

Seção B:

$$MB = \frac{120,27 \times 3}{4} - \frac{47,5}{2} = 66,45 \text{ kN.m}$$

Utilizou-se:

$$A_s = 5,92 \text{ cm}^2 \quad (8\phi 3/8")$$

$$f_{yd} = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último da seção:

$$MB = 60,46 \text{ kN.m}$$

Cálculo da carga última da viga:

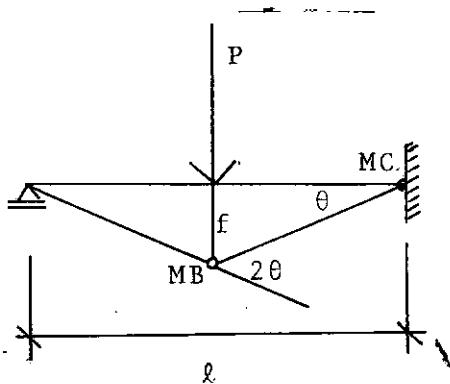


fig. 4.10. Cadeia cinemática

Pelo princípio dos trabalhos virtuais (fig. 4.10)::

$$P \cdot \theta \cdot \frac{l}{2} = MB \cdot 2\theta + MC \cdot \theta$$

$$\therefore P = \frac{4 \cdot MB + 2 \cdot MC}{l}$$

Tem-se:

$$P_u = 112,28 \text{ kN}$$

Os momentos fletores nas seções B e C de acordo com o cálculo elástico, seriam:

$$MC_e = \frac{3}{16} \times 112,28 \times 3 = 63,16 \text{ kN.m}$$

$$MB_e = \frac{5}{32} \times 112,25 \times 3 = 52,63 \text{ kN.m}$$

Percentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico :

$$p = (1 - \frac{47,50}{63,16}) \times 100 = 24,8 \%$$

Reações de apoio:

$$RA = RE = \frac{60,46}{1,5} = 40,31 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} \times RC = 112,28 - 40,31 = 71,97 \text{ kN}$$

Carga que provoca a formação da primeira rotação plástica na seção C:

$$\frac{3}{16} \times p_p \times 3 = 47,50 \text{ kN.m}$$

$$\therefore p_p = 84,44 \text{ kN.m}$$

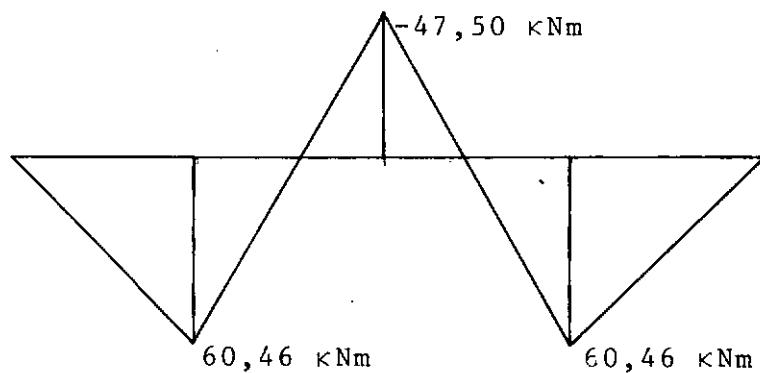


fig. 4.11. Diagrama de momentos fletores da viga V-2

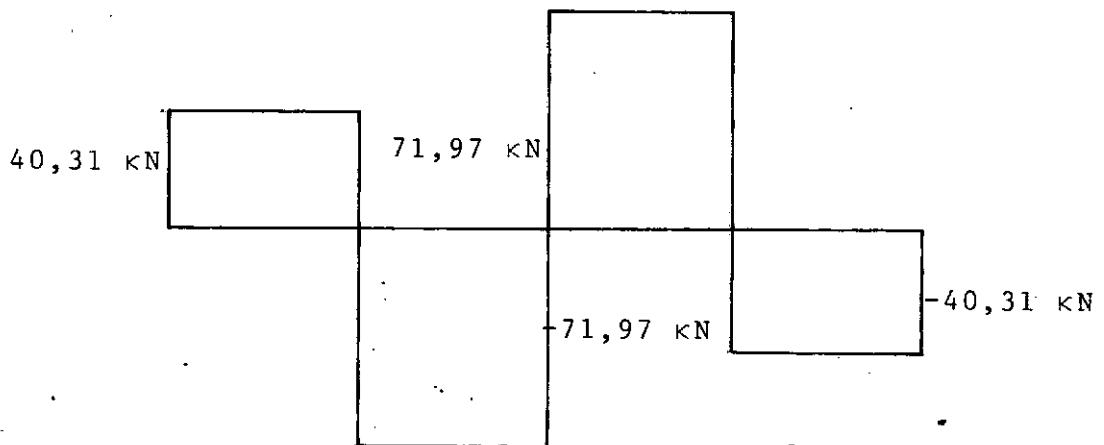


fig. 4.12. Diagrama de força cortante da viga V-2

Cálculo das armaduras transversais:

Trecho BD ::

$$V_{rd} = 1,3 \times 71,97 = 93,56 \text{ kN}$$

$$A_{S2} = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\ell w2} = 0,0114$$

$$\Psi_o = 0,88$$

$$\eta = 0,77$$

$$\rho_{w,u} = 0,00587$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}$$

$$s = 8,4 \text{ cm}$$

Estribos: $\phi 1/4"$ cada 8 cm

$$a_{\ell} = 13,5 \text{ cm}$$

Trechos AB e DE:

$$V_{rd} = 1,3 \times 40,31 = 52,40 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 149 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 1,48 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\ell w2} = 0,0042$$

$$\psi_o = 0,64$$

$$\eta = 0,70$$

$$\rho_{w,u} = 0,0030$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 16,4 \text{ cm}$$

Estribos: $\phi 1/4"$ cada 15 cm

$$a_\ell = 15,5 \text{ cm}$$

A figura 4.25 mostra os detalhes desta viga

Viga V-3:

Aproximadamente 50% menos armada do que

V-2

seção C:

$$A_s = 2,22 \text{ cm}^2 \quad (3\phi 3/8")$$

$$f_yd = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MC = 24,99 \text{ kN.m}$$

Seção B:

$$A_s = 2,96 \text{ (4\phi 3/8")}$$

$$f_y = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MB = 32,70 \text{ kN.m}$$

Carga última:

$$P_u = \frac{4 \times 32,70 + 2 \times 24,99}{3} = 60,26 \text{ kN}$$

Carga que provoca a formação da primeira rótula plástica na seção C:

$$P_p = 44,43 \text{ kN}$$

Os momentos fletores nas seções B e C cor
respondentes ao cálculo elástico, seriam:

$$MB_e = 28,25 \text{ kN.m}$$

$$MC_e = 33,90 \text{ kN.m}$$

fletores dado pelo cálculo elástico na seção C:

$$P = \left(1 - \frac{24,99}{33,90}\right) \times 100 = 26,3 \%$$

Reações de apoio :

$$RA = RE = 21,80 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} RC = 38,36 \text{ kN}$$

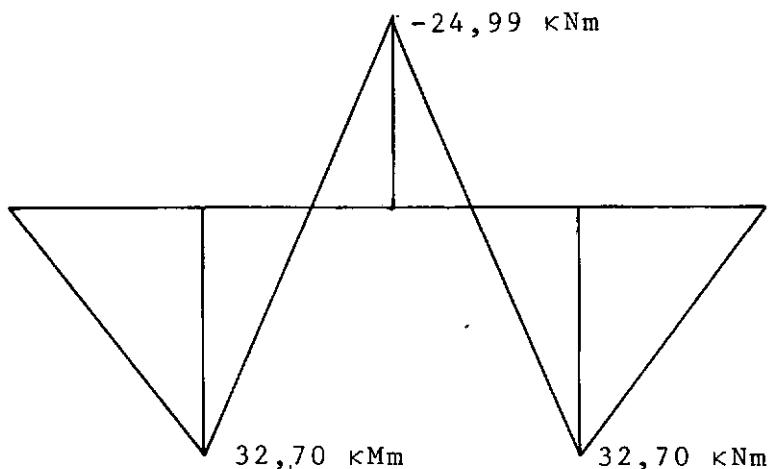


fig. 4.13. Diagrama de momentos fletores da viga V3

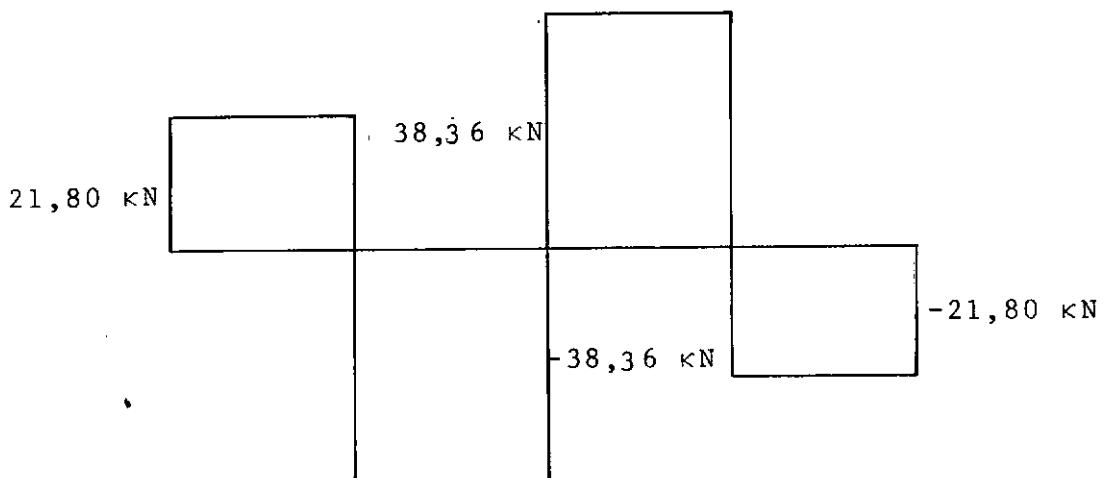


fig. 4.14. Diagrama de força cortante da viga V3

Cálculo das armaduras transversais:

Trecho BD:

$$V_{rd} = 1,3 \times 38,46 = 50,00 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 142 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{s2} = 2,22$$

$$\rho_{lw}^2 = 0,0063$$

$$\psi_o = 0,71$$

$$\eta = 0,66$$

$$\rho_{w,u} = 0,00269$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 18,3 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ cada 15 cm em toda a viga

$$a_\ell = 16,6 \text{ cm}$$

A figura 4.26, mostra os detalhes desta viga.

Viga V-4:

O momento em C foi reduzido em 15% sendo respeitado o equilíbrio estático.

Seção C:

$$A_s = 4,76 \text{ cm}^2 (3\phi 1/2" + 2\phi 1/4")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MC = 55,27 \text{ kN.m}$$

Seção B:

$$A_s = 5,18 \text{ cm}^2 (7\phi 3/8")$$

$$f_{yd} = 50.570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MB = 53,99 \text{ kN.m}$$

Carga última:

$$P_u = 108,83 \text{ kN}$$

Carga que provoca a formação da primeira rótula plástica na seção C:

$$P_p = 98,26 \text{ kN}$$

Momentos fletores dados pelo cálculo elástico:

$$MC_e = 61,22 \text{ kN x m}$$

$$MB_e = 51,01 \text{ kN x m}$$

Porcentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dados pelo cálculo elástico na seção C:

$$p = (1 - \frac{55,27}{61,22}) \times 100 = 9,76\%$$

Reações de apoio:

$$RA = RE = 35,99 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} RC = 72,84 \text{ kN}$$

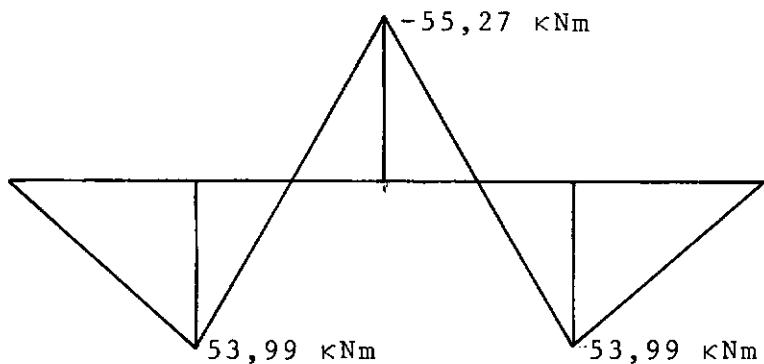


fig. 4.15. Diagrama de momentos fletores da viga V4

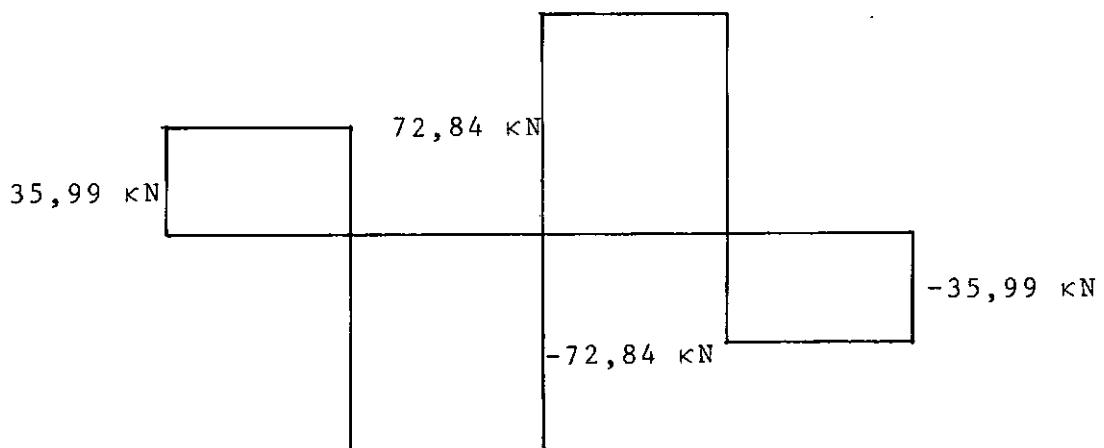


fig. 4.16. Diagrama de força cortante da viga V4

Cálculo das armaduras transversais:

Trecho BD:

$$V_{rd} = 94,69 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 269 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{s2} = 4,76 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,014$$

$$\psi_o = 0,97$$

$$\eta = 0,82$$

$$\rho_{w,u} = 0,00634$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 7,8 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 8 cm

Trecho AB e DE :

$$V_{rd} = 46,79 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 132 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 1,48 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,0042$$

$$\Psi_0 = 0,64$$

$$\eta = 0,67$$

$$\rho_{w,u} = 0,00254$$

$$A_{st} = 19,4 \text{ cm}$$

A figura 4.27, mostra os detalhes desta viga.

Viga V-5

O momento na seção B foi reduzido em 25% em relação a V-1, sendo respeitado o equilíbrio estático.

Seção B :

$$A_s = 3,70 \text{ cm}^2$$

$$f_{yd} = 50570 \text{ N/cm}^2 \quad (5\phi \text{ } 3/8")$$

Momento último:

$$M_B = 40,11 \text{ kN x m}$$

Seção C:

$$A_s = 8,04 \text{ cm}^2 - \text{tração} \quad (6\phi \text{ } 1/2")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

$$A'_s = 2,96 \text{ cm}^2 - \text{compressão} \quad (4\phi \text{ } 3/8")$$

$$f'_y = 5057 \text{ N/cm}^2$$

Momento último :

$$MC = 88,20 \text{ kN.m}$$

Carga última :

$$P_u = 112,28 \text{ kN}$$

Momentos fletores nas seções B e C dado pelo cálculo elástico:

$$MB = 52,63 \text{ kN.m}$$

$$MC = 63,16 \text{ kN.m}$$

Porcentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico nas seções B e D.

$$p = (1 - \frac{40,11}{52,63}) \times 100 = 23,8\%$$

Carga que provoca a formação das duas primeiras rótulas plásticas nas seções B e C:

$$P_p = 85,57 \text{ kN}$$

Reações de apoio:

$$RA = 26,74 \text{ kN}$$

$$\underline{l} . RC = 85,54 \text{ kN}$$

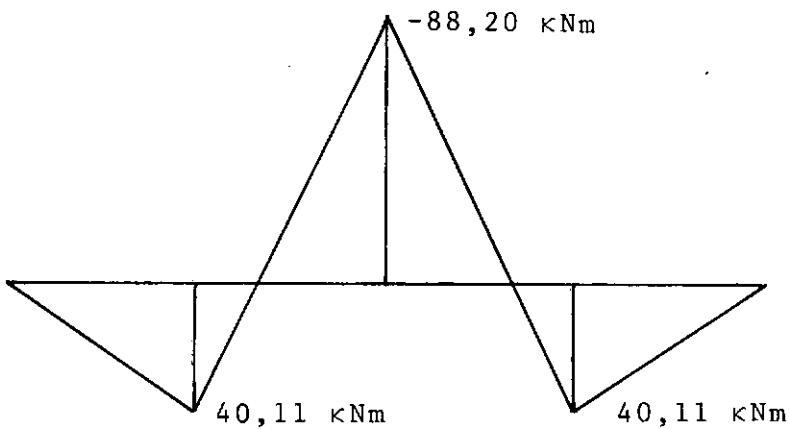


fig. 4.17. Diagrama de momentos fletores da viga V5

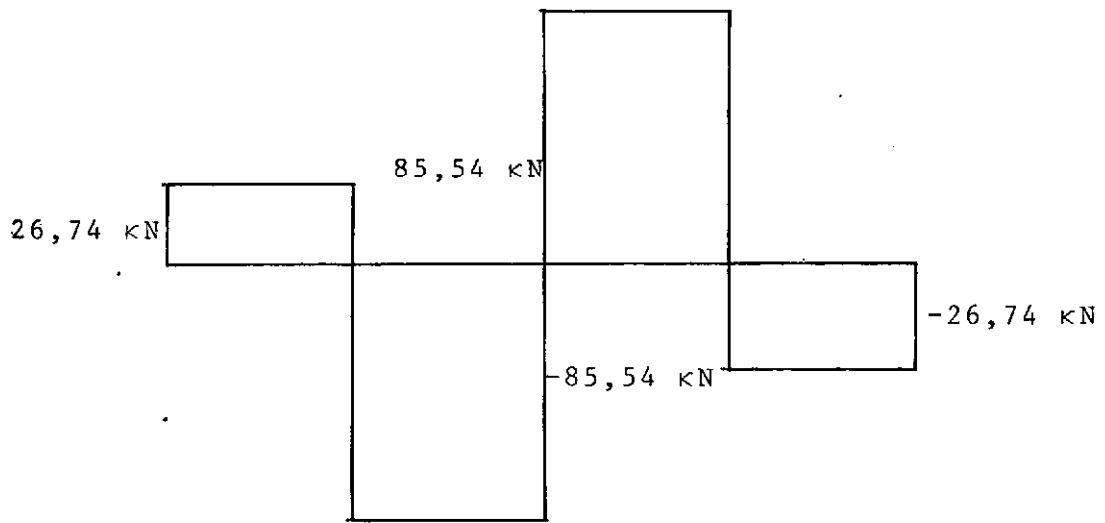


fig. 4.18. Diagrama de força cortante da viga V5

Cálculo das armaduras transversais:

Trecho BD:

$$V_{rd} = 111,20 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 315 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 8,04 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,023$$

$$\Psi_0 = 1$$

$$\eta = 0,78$$

$$\rho_{w,u} = 0,00706$$

$$A_{st} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$$s = 13,6 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 5/16"$ à cada 10 cm inclinados de 45° em relação ao eixo da peça.

Trechos AB e DE :

$$\tau_{wd} = 99 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 1,48 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\ell w2} = 0,0042$$

$$\Psi_0 = 0,64$$

$$\eta = 0,56$$

$$\rho_{w,u} = 0,00159$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 30,9 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ a cada 15 cm

A figura 4.28, mostra os detalhes desta viga

Viga V-6

Aproximadamente 50% menos armada do que

v5

Seção C:

$$A_s = 4,02 \text{ cm}^2 \quad (3 \phi 1/2")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MC = 47,50 \text{ kN.m}$$

Seção B:

$$A_s = 1,85 \text{ cm}^2 \quad (2\phi 3/8" + 1\phi 1/4")$$

$$f_{yd} = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MB = 21,02 \text{ kN.m}$$

Carga última:

$$P_u = 59,69 \text{ kN}$$

Carga que provoca a formação das duas primeiras rótulas plásticas nas seções B e D:

$$P_p = 44,84 \text{ kN}$$

Momentos fletores correspondente ao cálculo elástico:

$$MB_e = 27,98 \text{ kN.m}$$

$$MC_e = 33,58 \text{ kN.m}$$

Porcentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico, nas seções B e D:

$$p = (1 - \frac{21,02}{27,98}) \times 100 = 24,9 \%$$

Reações de apoio

$$RA = RE = 14,01 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} RC = 45,68 \text{ kN}$$

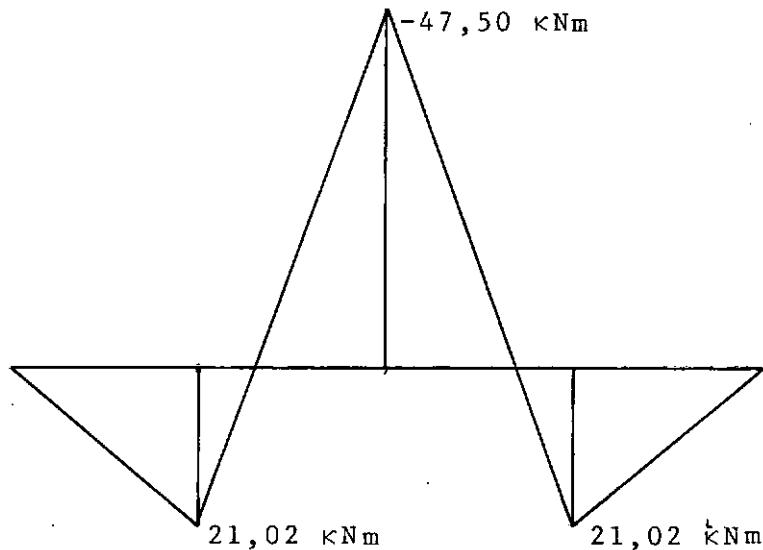


fig. 4.19. Diagrama de momentos fletores da viga V6

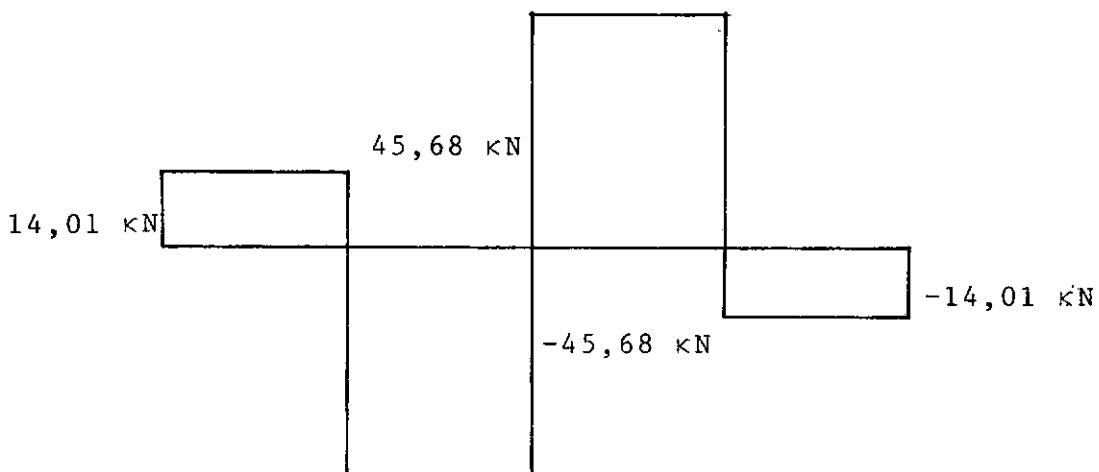


fig. 4.20. Diagrama de força cortante da viga V6

Cálculo das armaduras transversais:

$$V_{rd} = 59,38 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 168 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 4,02 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,011$$

$$\Psi_0 = 0,88$$

$$\eta = 0,64$$

$$\rho_{w,u} = 0,00309$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 15,9 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ a cada 15 cm

$$a_\ell = 17,2 \text{ cm}$$

A figura 4.29, mostra os detalhes desta viga

Viga V-7

O momento na seção B foi reduzido em 15% em relação a V1, sendo respeitado o equilíbrio estático

Seção B:

$$A_s = 4,07 \text{ cm}^2 \quad (5\phi 3/8" + 1\phi 1/4")$$

$$f_{yd} = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$M_B = 43,84 \text{ kN.m}$$

Seção C:

$$A_s = 7,07 \text{ cm}^2 - \text{tração} - (5\phi. 1/2" + 1\phi. 1/4")$$

$$f_{yd} = 56260 \text{ N/cm}^2$$

$$A's = 1,85 \text{ cm}^2 - \text{compressão} - (2\phi 3/8" + 1\phi 1/4")$$

$$f_{yd'} = 50570 \text{ N/cm}^2$$

Momento último:

$$MC = 78,24 \text{ kN x m}$$

Carga última:

$$P_u = 110,61 \text{ kN}$$

Momentos fletores nas seções B e C de a

cordo com o cálculo elástico:

$$MB_e = 51,85 \text{ kN.m}$$

$$MC_e = 62,22 \text{ kN.m}$$

Porcentagem de afastamento do diagrama de momentos fletores dado pelo cálculo elástico na seção B:

$$p = (1 - \frac{43,84}{51,85}) \times 100 = 15,5 \%$$

Carga que provoca a formação das duas primeiras rótulas plásticas nas seções B e D:

$$P_p = 93,53 \text{ kN}$$

Reações de apoio:

$$RA = RE = 29,23 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} RC = 81,38 \text{ kN}$$

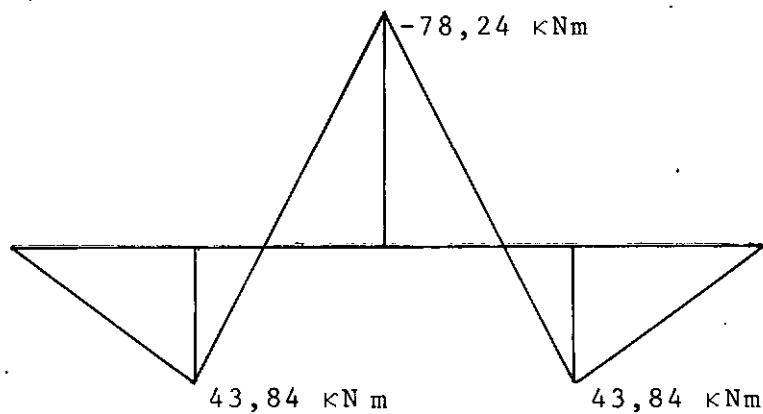


fig. 4.21. Diagrama de momentos fletores da viga V7

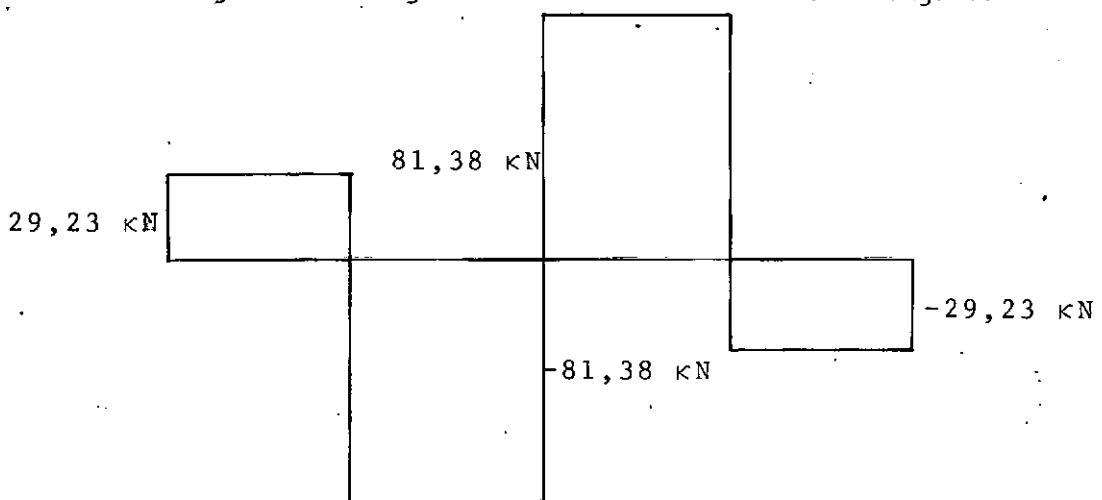


fig. 4.22. Diagrama de força cortante da viga V7

Cálculo das armaduras transversais:

Trecho BD:

$$V_{rd} = 105,79 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 300 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{S2} = 7,07 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,020$$

$$\Psi_0 = 1$$

$$\eta = 0,77$$

$$\rho_{w,u} = 0,00664$$

$$A_{st} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$$s = 14,4 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 5/16"$ à cada 10 cm inclinadas de 45° em relação ao eixo da peça.

$$a_\ell = 13,5 \text{ cm}$$

Trechos AB e DE :

$$v_{rd} = 38,00 \text{ kN}$$

$$\tau_{wd} = 108 \text{ N/cm}^2$$

$$A_{s2} = 1,48 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{lw2} = 0,0042$$

$$\psi_0 = 0,64$$

$$\eta = 0,59$$

$$\rho_{w,u} = 0,00183$$

$$A_{st} = 0,74 \text{ cm}^2$$

$$s = 26,9 \text{ cm}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 15 cm

$$a_\ell = 18,6 \text{ cm}$$

A figura 4.30, mostra os detalhes desta viga.

Para as vigas isostáticas, dada a simpli

cidade dos cálculos, será apresentado apenas os resultados obtidos:

Viga C2

Obtida da região central da viga V2, com o vão igual a distância entre os pontos de momento nulo.

Seção transversal:

Igual a seção C de V2

Momento último:

$$M = 47,50 \text{ kN.m}$$

vão:

$$\ell = 1,30 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 146,15 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 8 cm

A figura 4.31, mostra os detalhes desta viga.

Viga C3

Obtida a partir da região BD da viga V3,
com o vão igual distância entre os pontos de momento nulo.

Seção transversal:

Igual a seção C de V3

Momento último:

$$M = 24,99 \text{ kN.m}$$

Vão:

$$\ell = 1,30 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 78,89 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 15 cm

A figura 4.32, mostra os detalhes desta viga.

Viga C4

Obtida a partir da região BD de V4 com o
vão igual a distância entre os pontos de momento nulo.

Seção transversal:

Igual a seção C de V4

Momento último:

$$M = 55,27 \text{ kN.m}$$

Vão:

$$\ell = 1,50 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 147,32 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 8 cm

A figura 4.34 mostra os detalhes desta viga

Viga C5

Obtida a partir da região do ponto de aplicação da cargas de V5 com o vão igual a distância entre os pontos de momento nulo.

Seção transversal:

Igual as seções B e D de V5

Momento último:

$$M = 40,11 \text{ kN.m}$$

Vão:

$$\ell = 2,00 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 80,22 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 15 cm

A figura 4.35 mostra os detalhes desta viga

Viga C6

Obtida a partir do ponto de aplicação das cargas de V6, com o vão igual a distância entre os pontos de momento nulo.

Seção transversal:

Igual as seções B e D de V6

Momento último:

$$M = 21,02 \text{ kN.m}$$

Vâo:

$$\ell = 2,00 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 42,04 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$ à cada 15 cm

A figura 4.36 mostra os detalhes desta viga

Viga C7

Obtida a partir do ponto de aplicação das cargas de V7. O vão foi tomado igual a distância entre os pontos de momentos nulos.

Seção transversal:

Igual a as seções B e D de V7

Momento último:

$$M = 43,84 \text{ kN.m}$$

Vão:

$$l = 2,00 \text{ m}$$

Carga última:

$$P_u = 87,68 \text{ kN}$$

Estríbos: $\phi 1/4"$. à cada 15 cm

A figura 4.37, mostra os detalhes desta viga.

No que se refere a ancoragem das armaduras,

ganchos e demais detalhes, foram seguidas as prescrições do CEB-FIP.

Tabela 4.2., Resumo das vigas hiperestáticas:

viga	afast. do diagrama elástico (%)	Seção B w_o (%)	Seção C w_o (%)	Carga que forma a rótula plástica (kN)	Carga última (kN)
V-1	-	23,65	30,30	-	120,27
V-2	24,8	26,43	19,97*	84,47	112,28
V-3	26,3	13,22	9,91*	44,43	60,26
V-4	9,76	23,13	23,65*	98,26	10,83
V-5	23,8	16,52*	39,94	85,57	112,28
V-6	24,9	8,26*	19,97	44,84	59,69
V-7	15,5	18,91*	35,12	93,53	110,61

Observações:

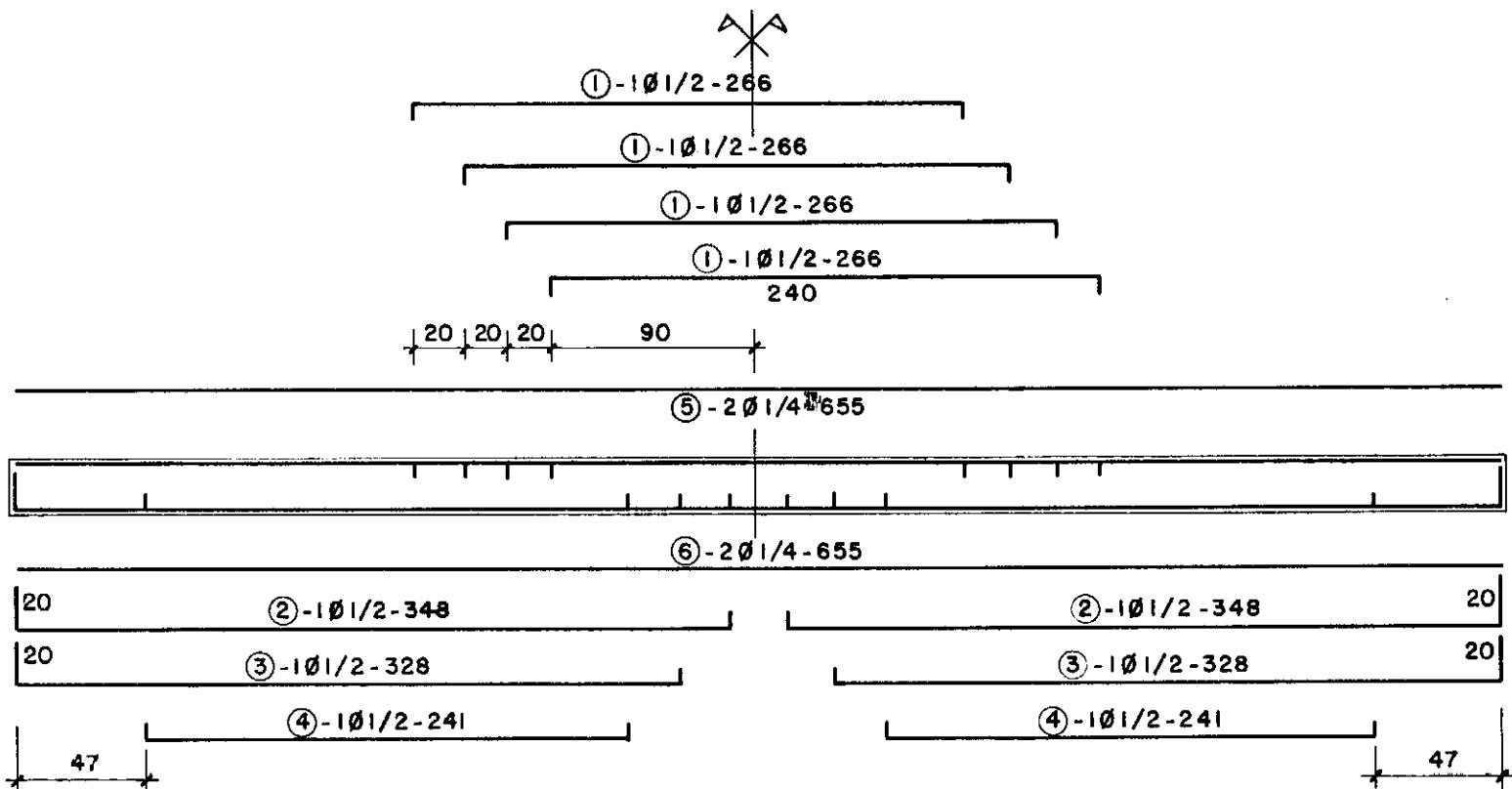
* rótulas plásticas

 w_o - porcentagem mecânica de armadura de flexão

$$w_o = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{ecc}}$$

Tabela 4.3. Resumo das vigas isostáticas:

viga	vão (m)	w_o (%)	Carga última (k N)
C-2	1,30	19,97	146,15
C-3	1,30	9,91	78,89
C-4	1,50	23,65	147,32
C-5	2,00	16,52	80,22
C-6	2,00	8,26	42,04
C-7	2,00	18,91	87,68



DETALHE DE ESTRIBOS :

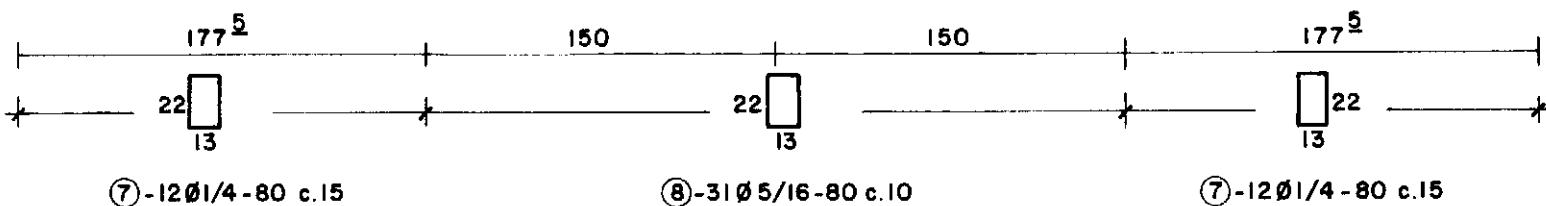
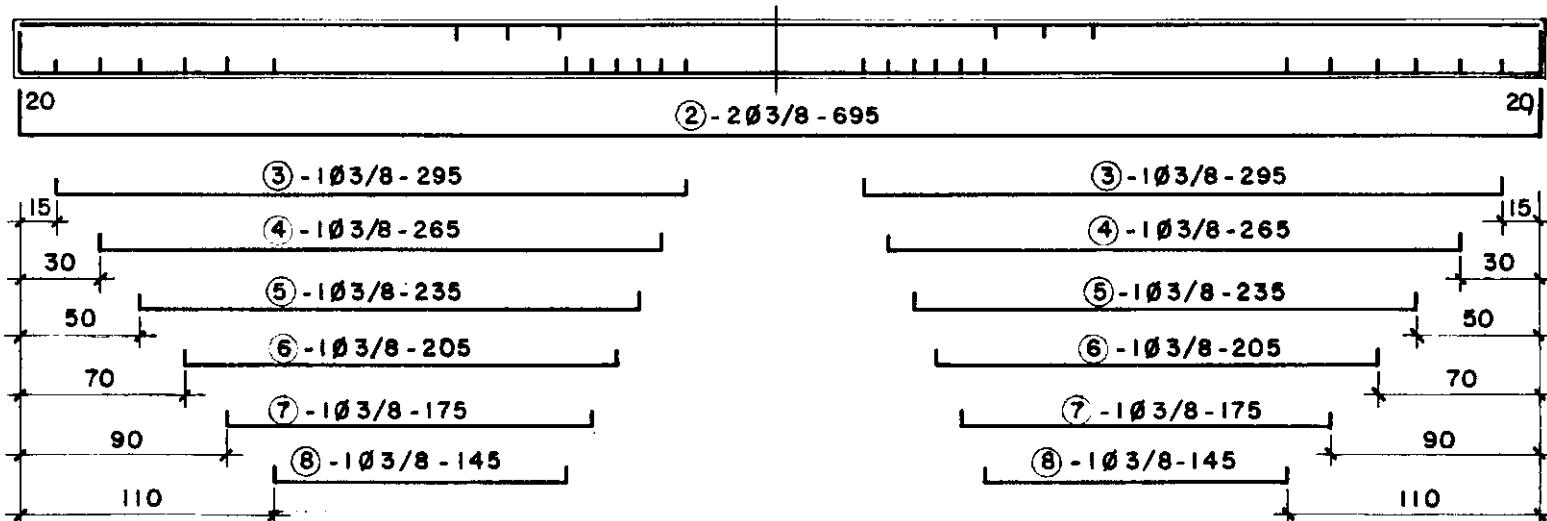
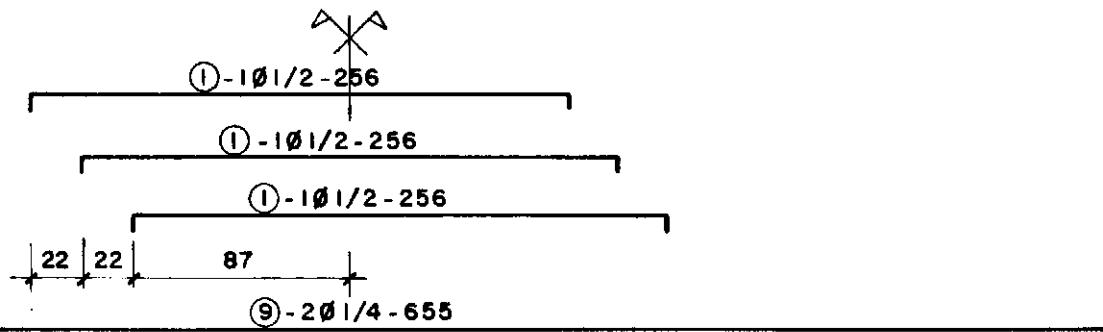
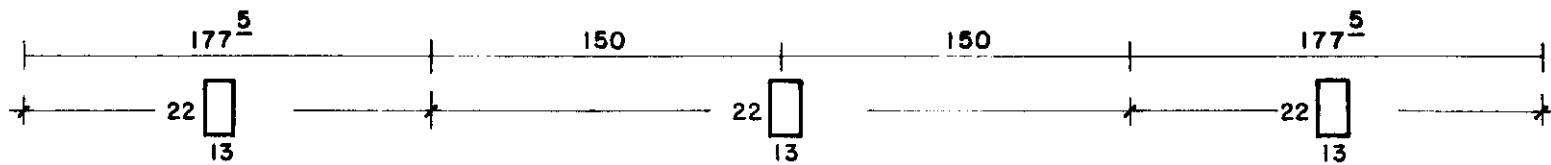


FIG. 4.24 - DETALHES DA VIGA V1



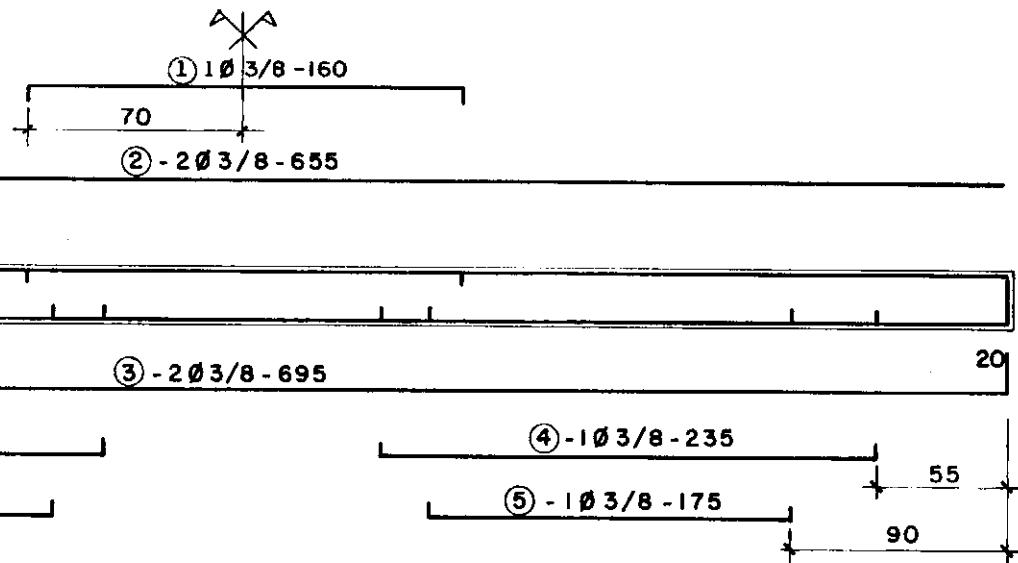
DETALHE DE ESTRIBOS



⑩-12Ø1/4-80 c.15

⑪-38Ø1/4-80 c.8

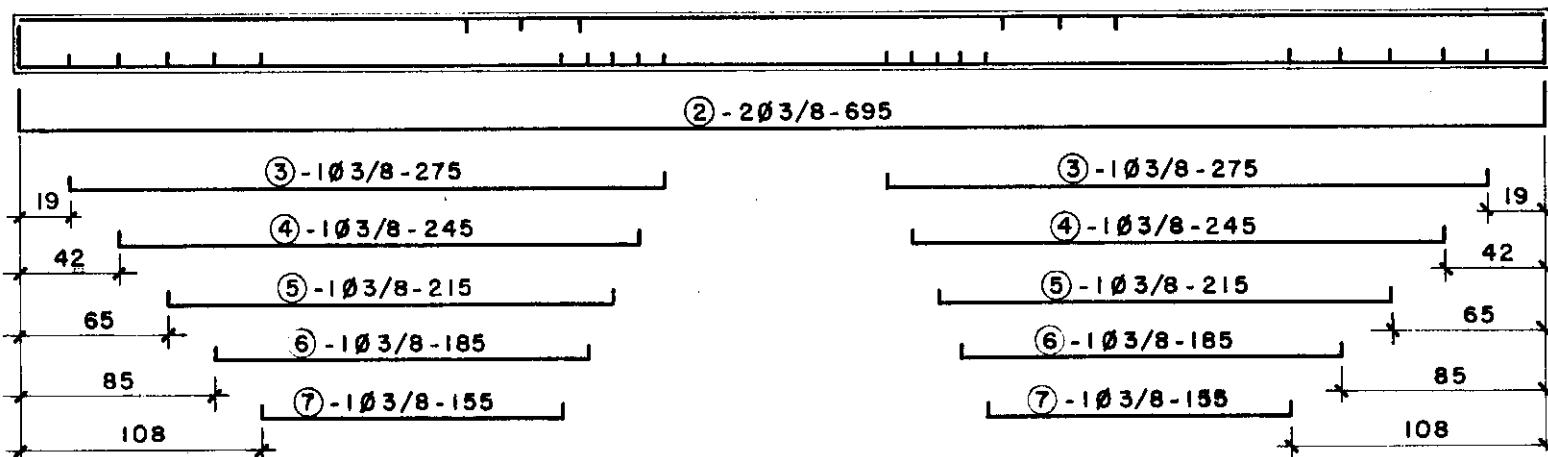
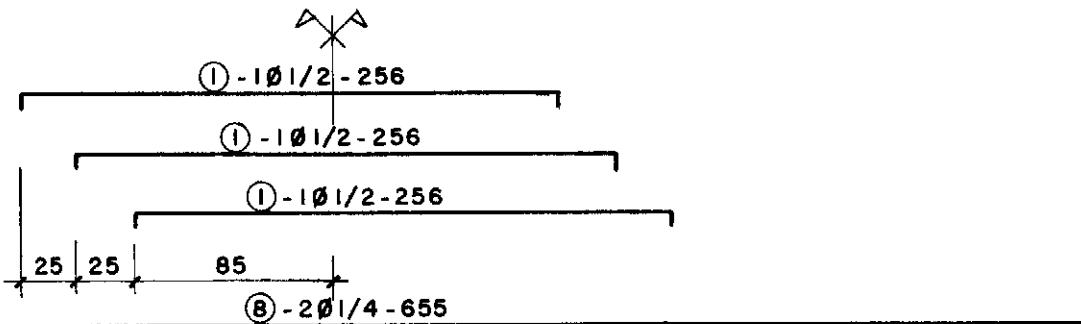
⑩-12Ø1/4-80 c.15



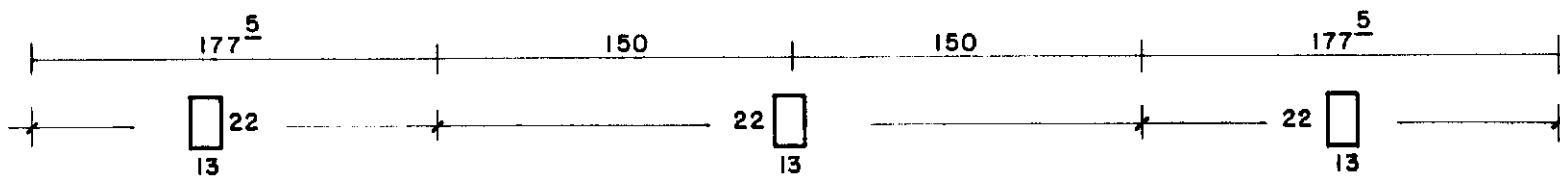
ESTRIBOS:

22 **(6) - 48 Ø 1/4 - 80 c.15**
13

FIG. 4.26 - DETALHES DA VIGA V3



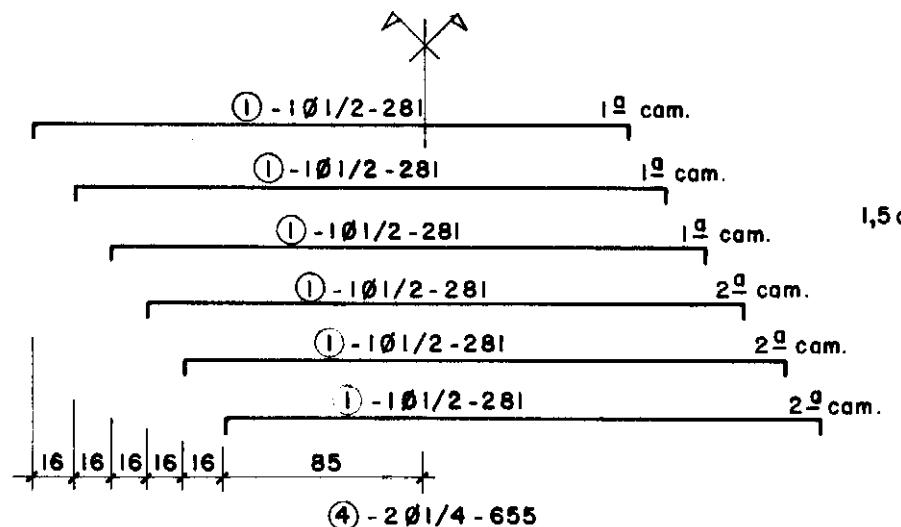
DETALHE DE ESTRIBOS :



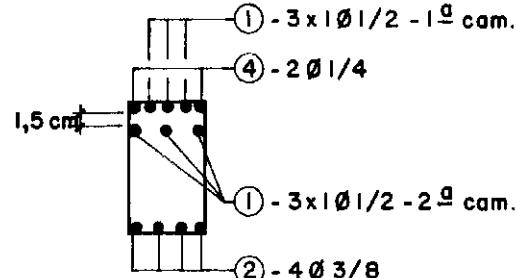
⑨ - 12Ø 1/4 - 80 c.15

⑩ - 39Ø 1/4 - 80 c.8

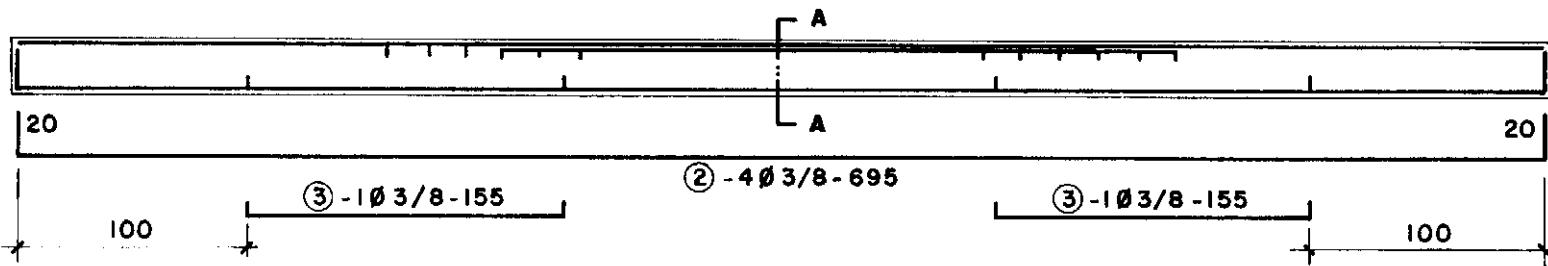
⑨ - 12Ø 1/4 - 80 c.15



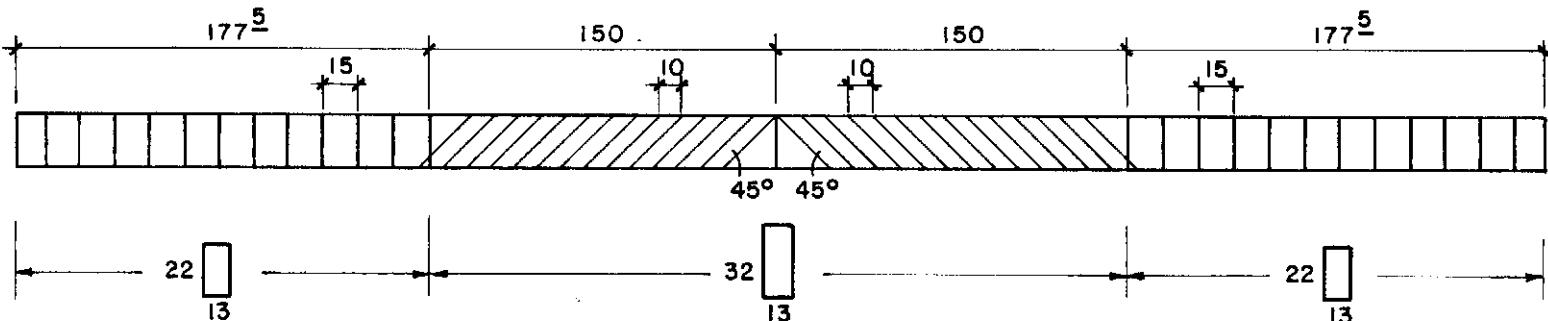
DETALHE A-A



५



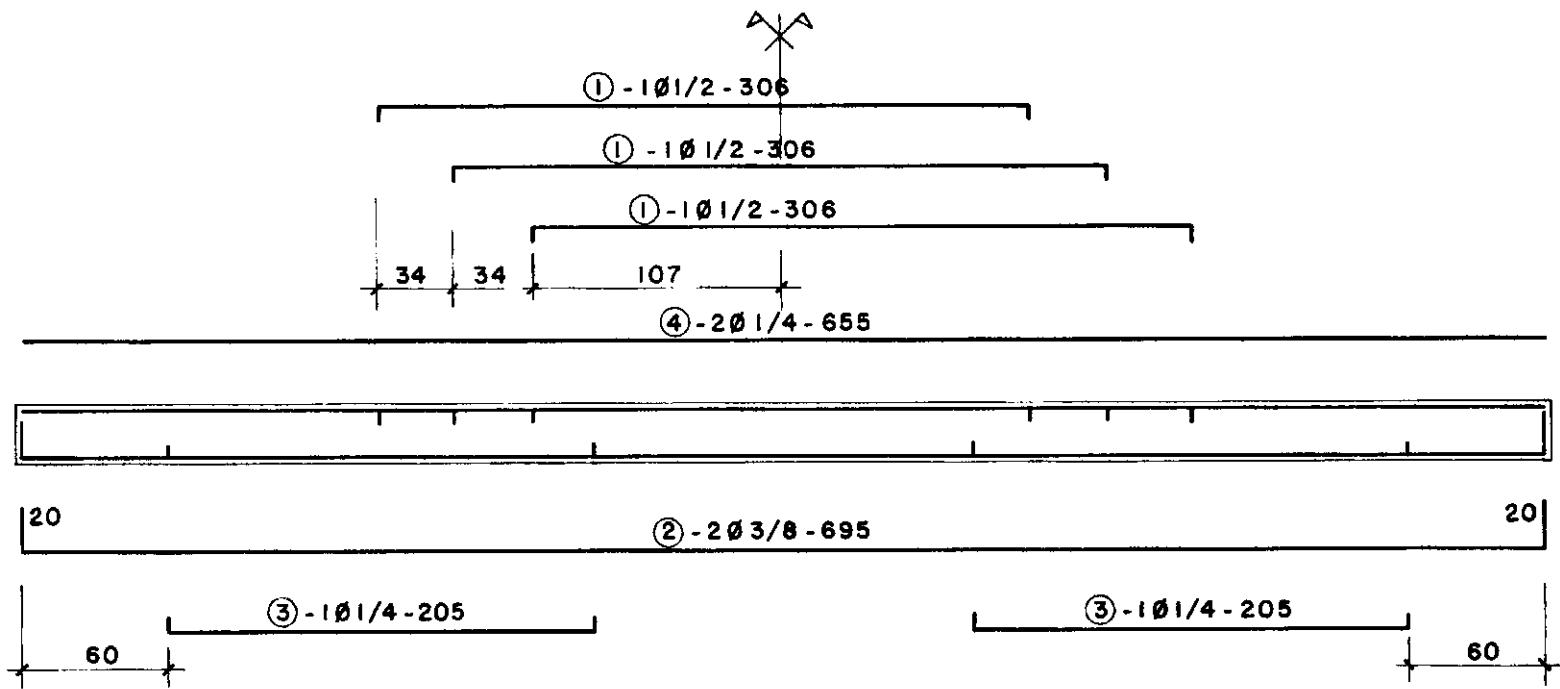
DETALHE DE ESTRIBOS:



⑤-1201/4-80 c.15

⑥ - 28 Ø 5/16 - 100 c.10
com 45°

⑤ - 1201/4 - 80 c.15

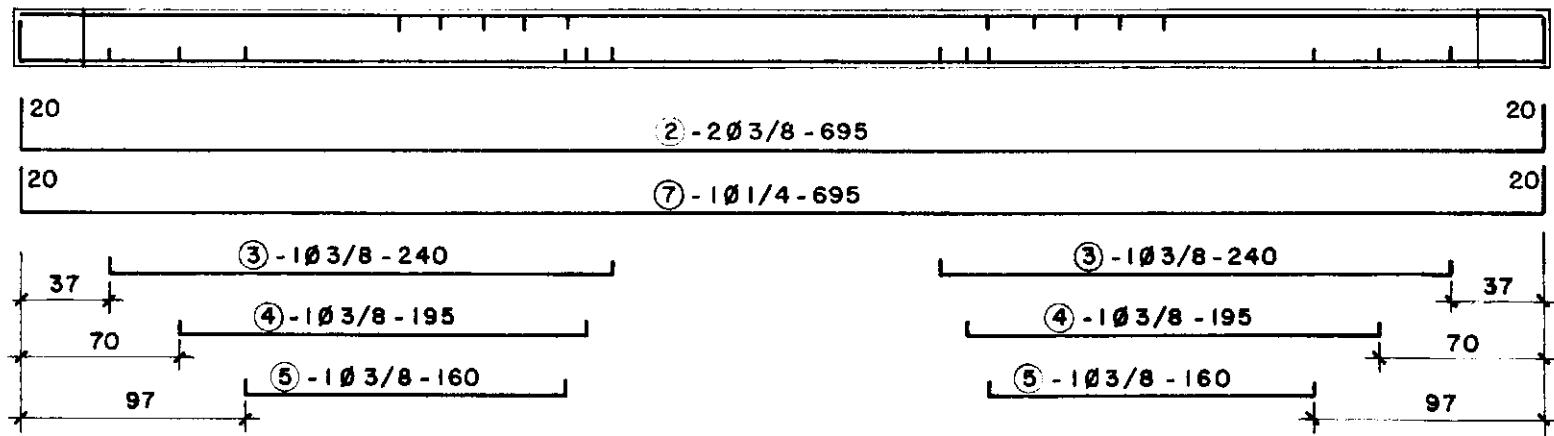
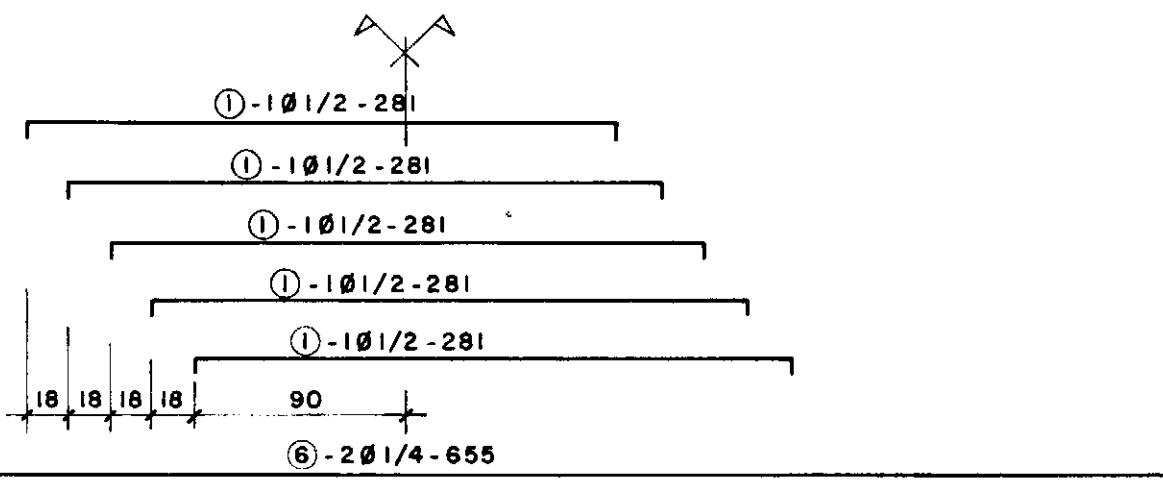


ESTRIBOS :



$\textcircled{5} - 48 \text{ Ø} 1/4 - 80 \text{ c.15}$

FIG. 4.29 - DETALHES DA VIGA V6



ESTRIBOS: Iguais aos de V5

FIG. 4.30 - DETALHES DA VIGA V7

① - 2 Ø 3/8" - 185

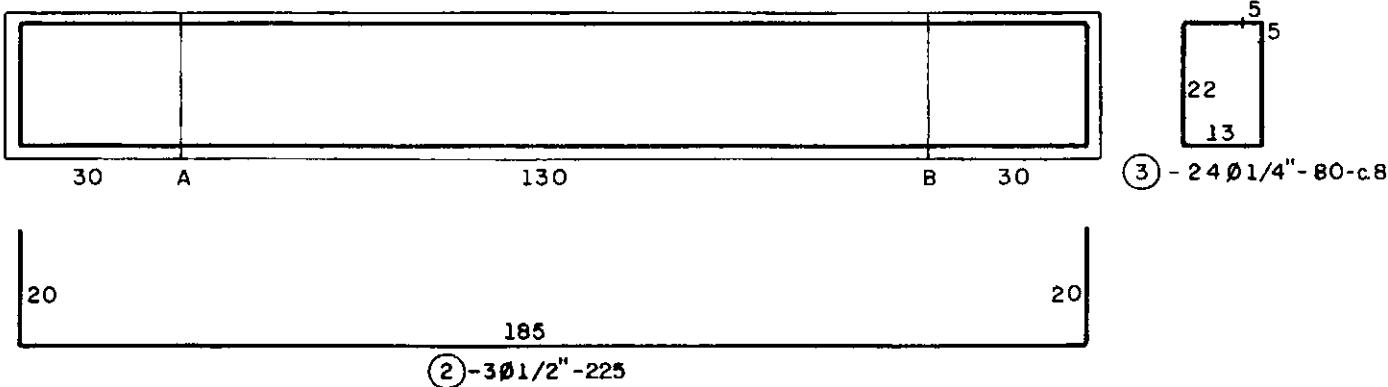


FIG. 4.31 - DETALHES DA VIGA V2

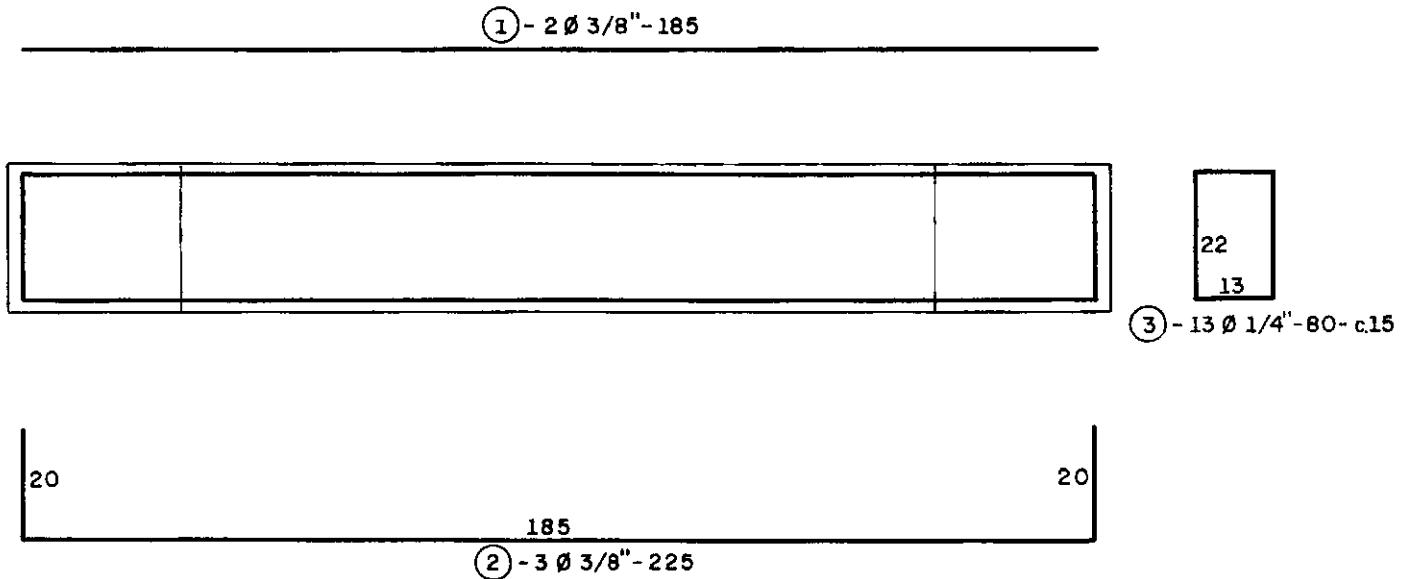
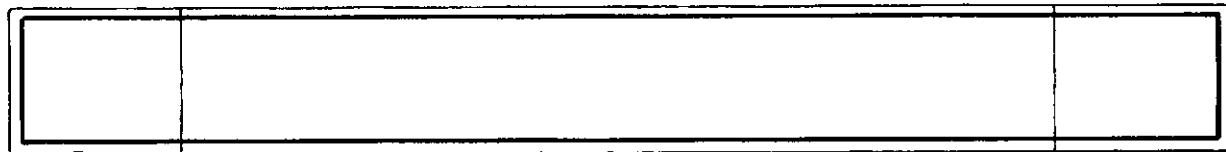


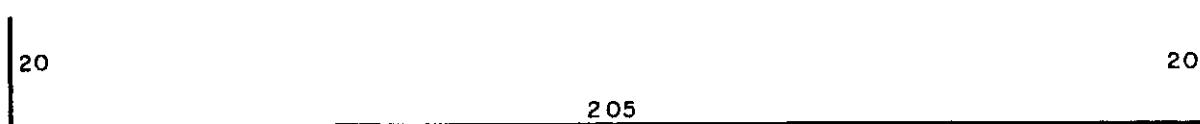
FIG. 4.32 - DETALHES DA VIGA C3

① - 2 Ø 3/8" - 205



22
13

④ - 28 Ø 1/4" - 80-c.8



② - 3 Ø 1/2" - 245



③ - 2 Ø 1/4" - 245

FIG. 4.34 - DETALHES DA VIGA C4

(2) - 2 Ø 1/4" - 255

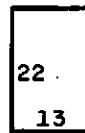


20

20

255

(1) - 5 Ø 3/8" - 295

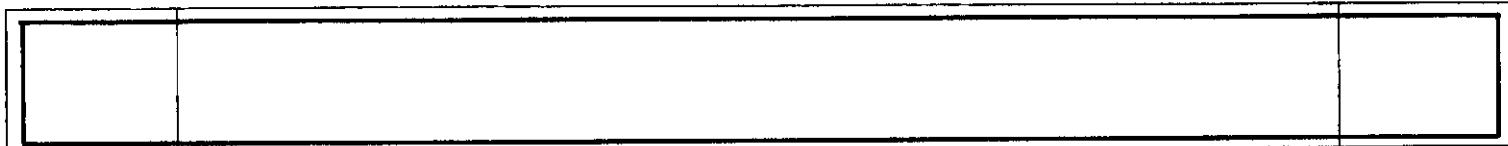


(3) - 18 Ø 1/4" - 80 - c.15

T6

FIG. 4.35 - DETALHES DA VIGA C5

① - 2 Ø 1/4" - 255



20

20

255

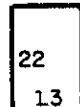
② - 1 Ø 1/4" - 295

20

20

255

④ - 2 Ø 3/8" - 295



③ - 18 Ø 1/4" - 80.c.15

FIG. 4.36 - DETALHES DA VIGA C6

① - 2 Ø 1/4" - 255



20

20

255

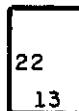
② - 1 Ø 1/4" - 295

20

20

255

④ - 5 Ø 3/8" - 295



③ - 18 Ø 1/4" - 80 - c.15

FIG. 4.37 - DETALHES DA VIGA C7

CAPÍTULO V

RESULTADOS DOS ENSAIOS.

5.1. Vigas hiperestáticas:

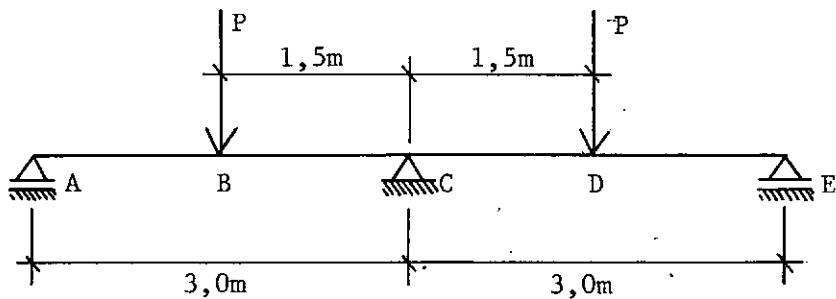


fig. 5.1. Esquema geral das vigas hiperestáticas

5.1.1. Reações de apoio:

O valor das reações de apoio, medidas para cada carga aplicada durante a realização dos ensaios, estão nas tabelas 1A a 7B apêndice III.

As reações R_A e R_C indicadas nas tabelas é a média dos valores obtidos. Quanto ao erro inerente a preci

são dos instrumentos, este foi distribuído proporcionalmente aos valores das reações RA, RC e RE.

5.1.2. Momentos fletores:

Os momentos fletores nas seções B e C, foram calculados pelas fórmulas:

$$MB = 1,5 RA$$

$$MC = 3 RA - 1,5P$$

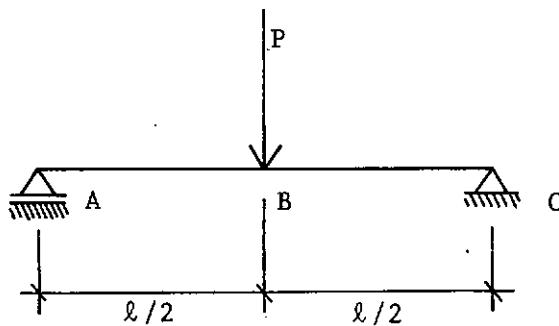
nas quais a reação RA e a carga aplicada P são valores experimentais conhecidos. Os valores obtidos estão nas tabelas 1A à 7B a pêndice III. Nas figuras 5.1 a 5.14 estão plotados os diagramas carga x momentos, para todas as vigas ensaiadas.

5.1.3. Flechas e rotações:

Através das figuras 5.15 a 5.28 podem ser vistos os diagramas carga x flecha no meio do vão e carga x rotação na seção do apoio extremo para as vigas hiperestáticas. Nestas figuras os valores das flechas é a média entre os lidos para as seções B e D, os quais foram descontados os recalques de apoio

ocorridas durante a aplicação das cargas. No que se refere as rotações nas seções do apoio os valores marcados nos gráficos é o valor médio entre os medidos nos dois apoios extremos.

5.2. Vigas isostáticas:



5.2.1. Flechas e rotações:

Nas tabelas 8 a 19, apêndice III, estão os valores das flechas no meio do vão e das rotações nas seções do apoio para as vigas isostáticas em cada etapa de carga. Nas figura 5.29 a 5.40 estão plotadas as curvas correspondentes.

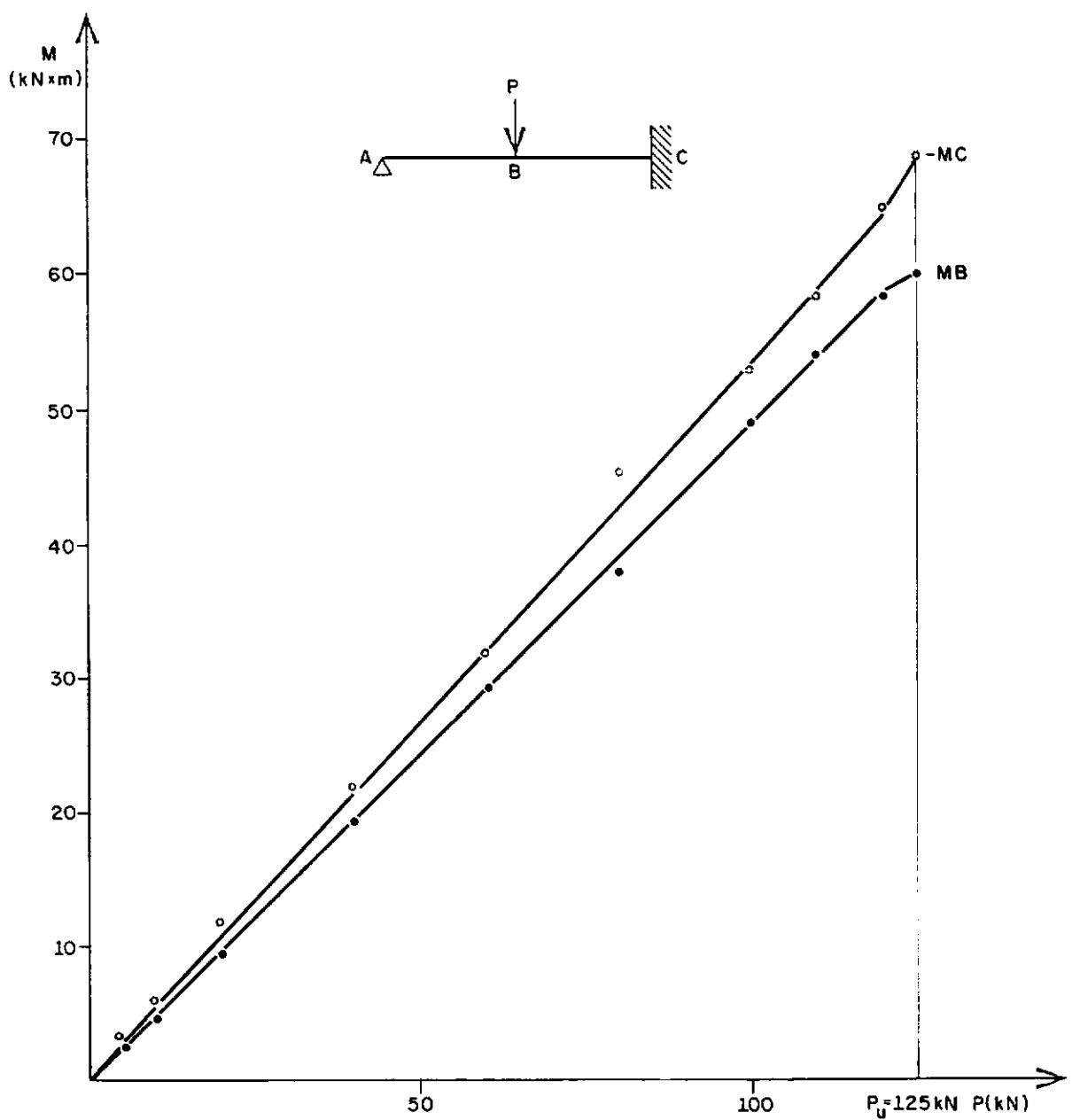


FIG. 5.1 - CARGA X MOMENTOS VIA (ELASTICA)

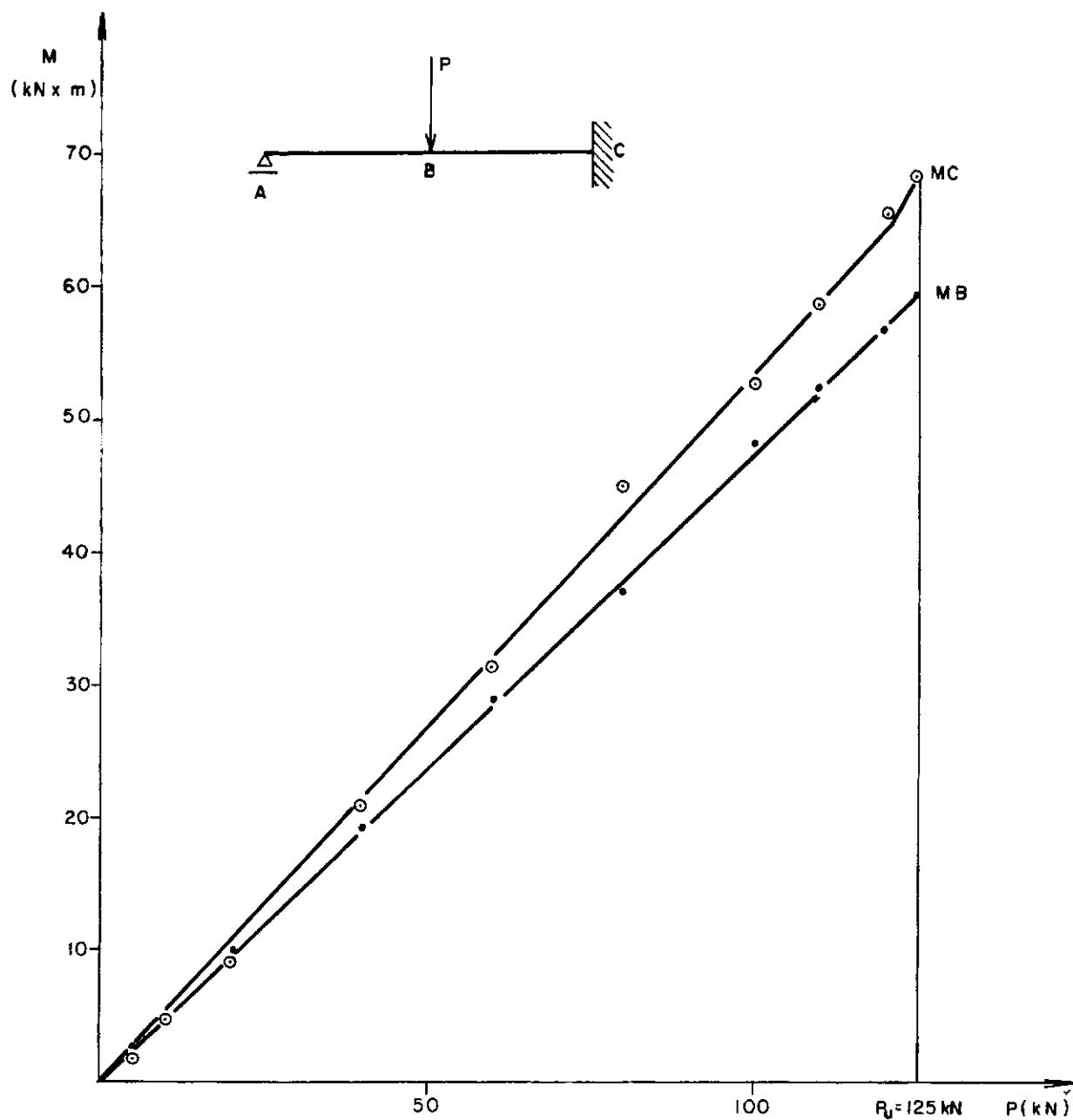


FIG. 5.2 - CARGA x MOMENTOS VIB (ELASTICA)

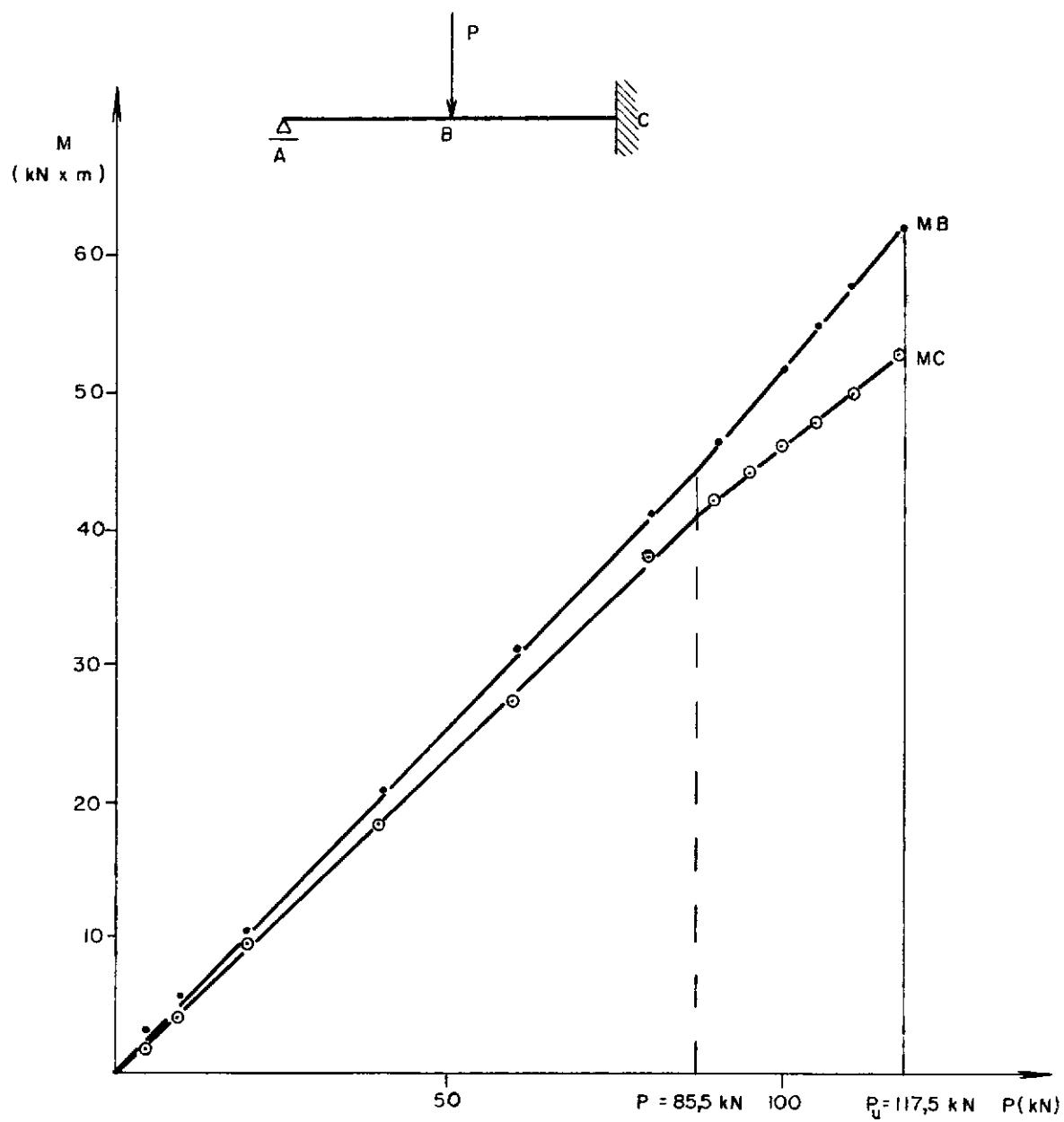


FIG. 5.3 CARGA. x MOMENTOS V2A (-25 % MC)

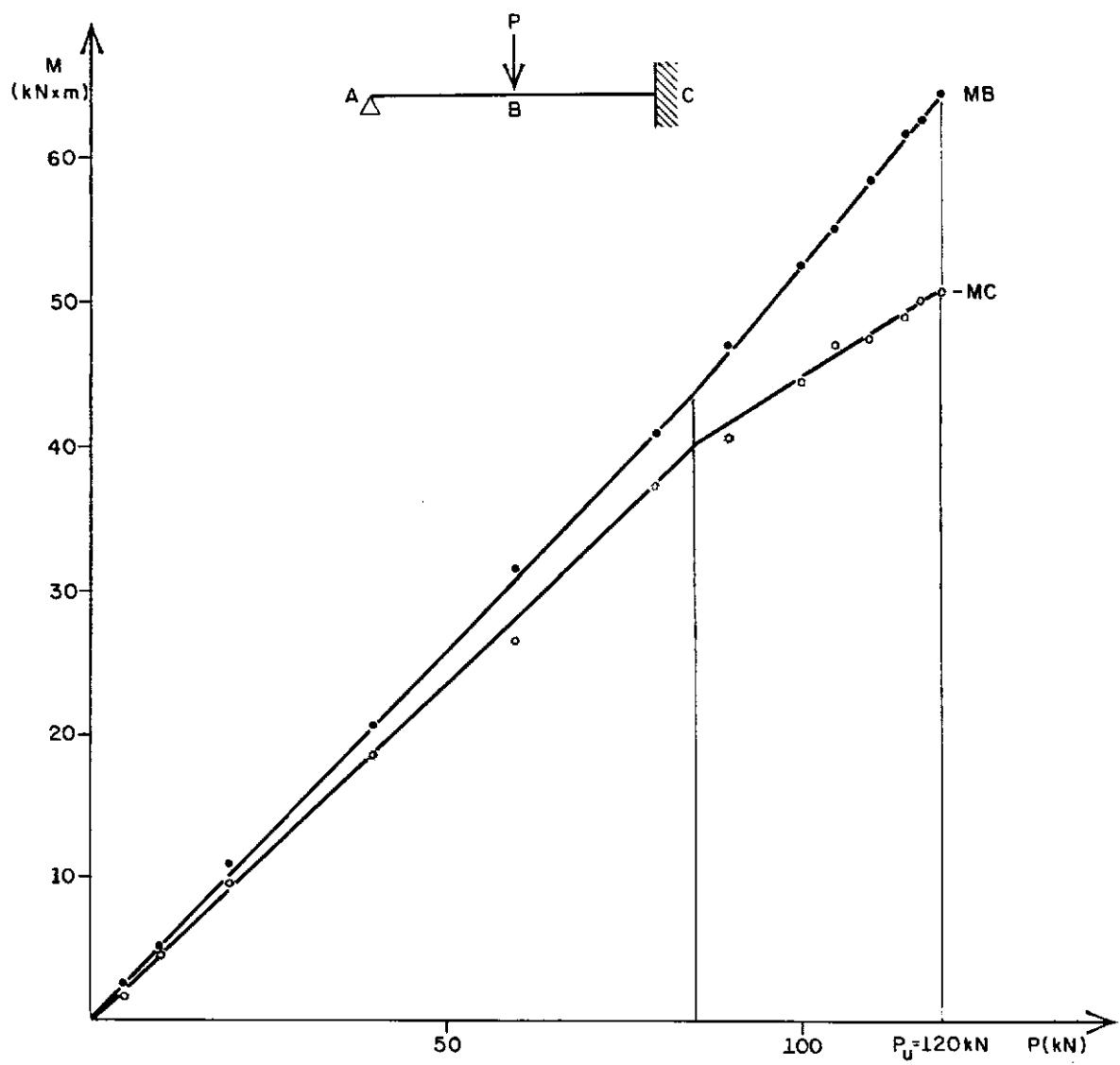


FIG. 5.4 - CARGA x MOMENTOS V2B (-25% MC)

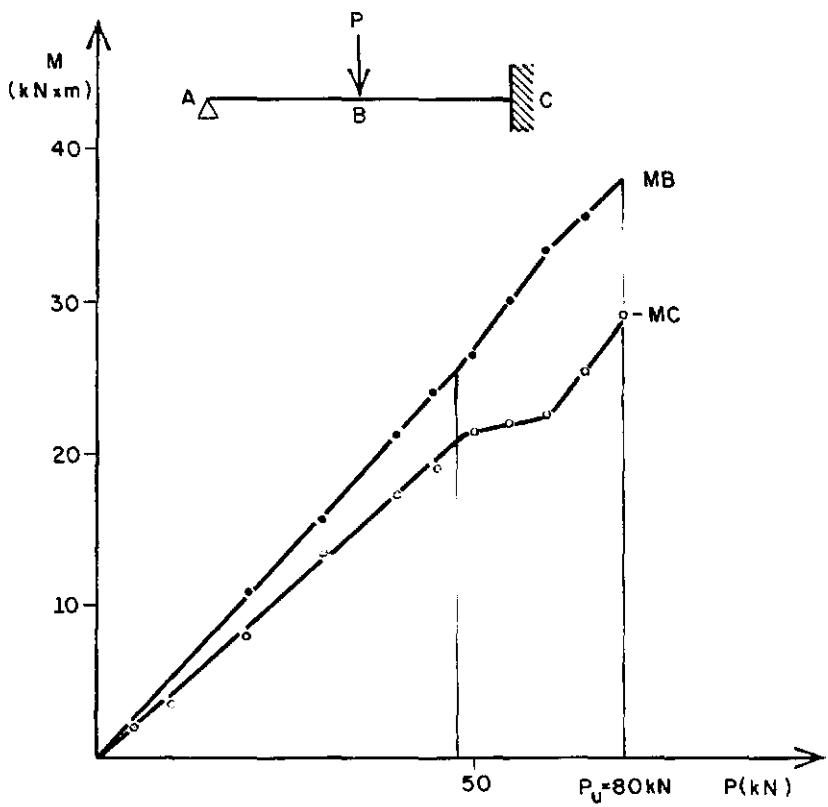


FIG .5.5 – CARGA x MOMENTOS V3A (-50% ARMADURA V2)

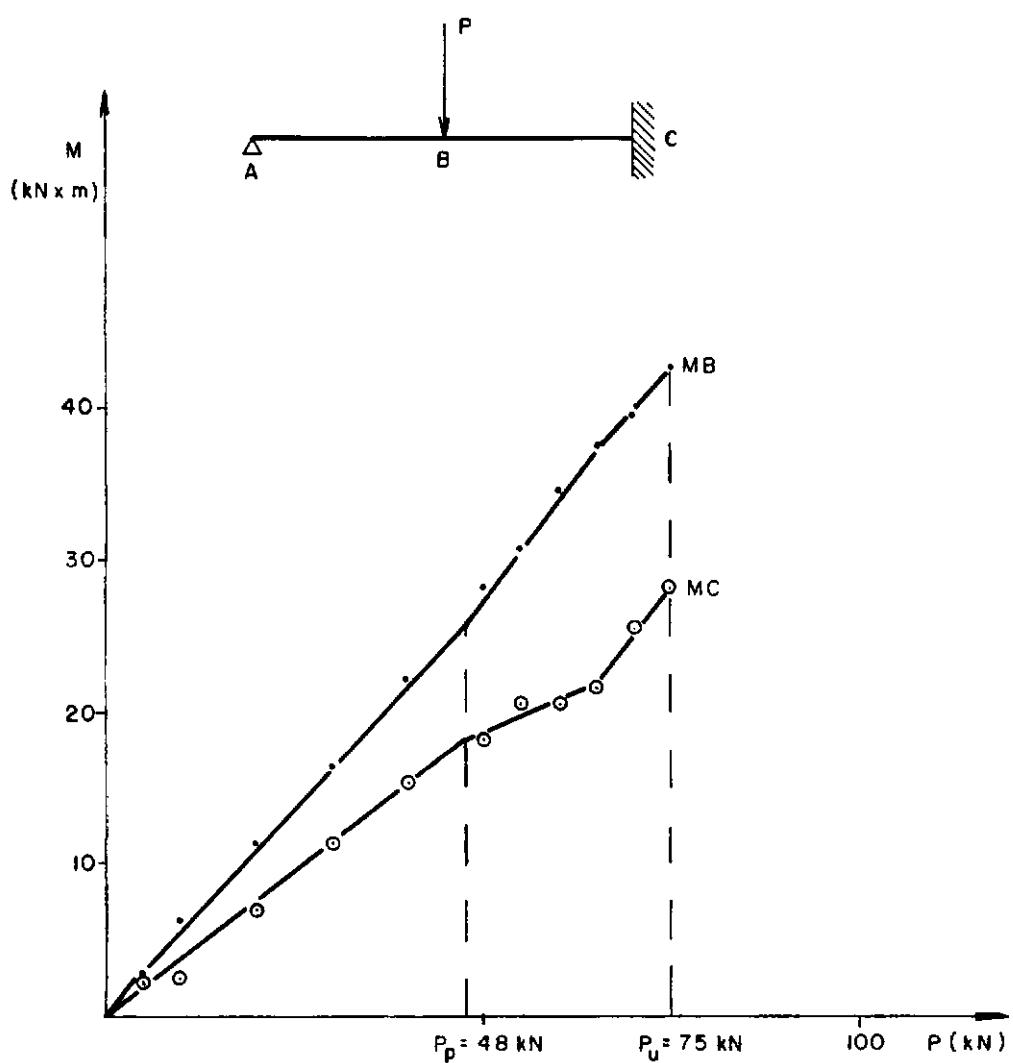


FIG. 5.6 - CARGA x MOMENTOS V3B (50% ARMD V2)

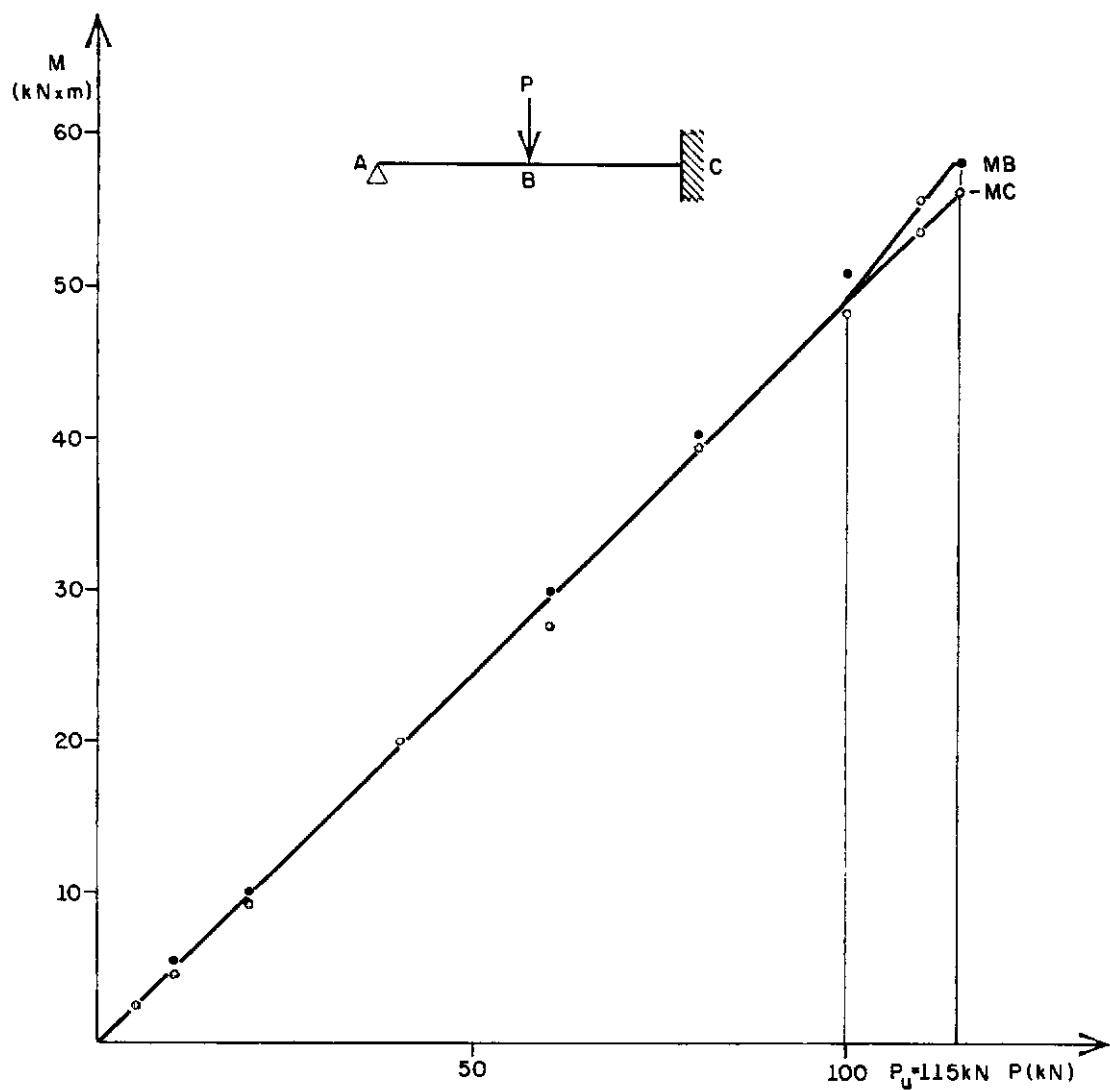


FIG. 5.7 - CARGA x MOMENTOS V4 A (- 15% MC)

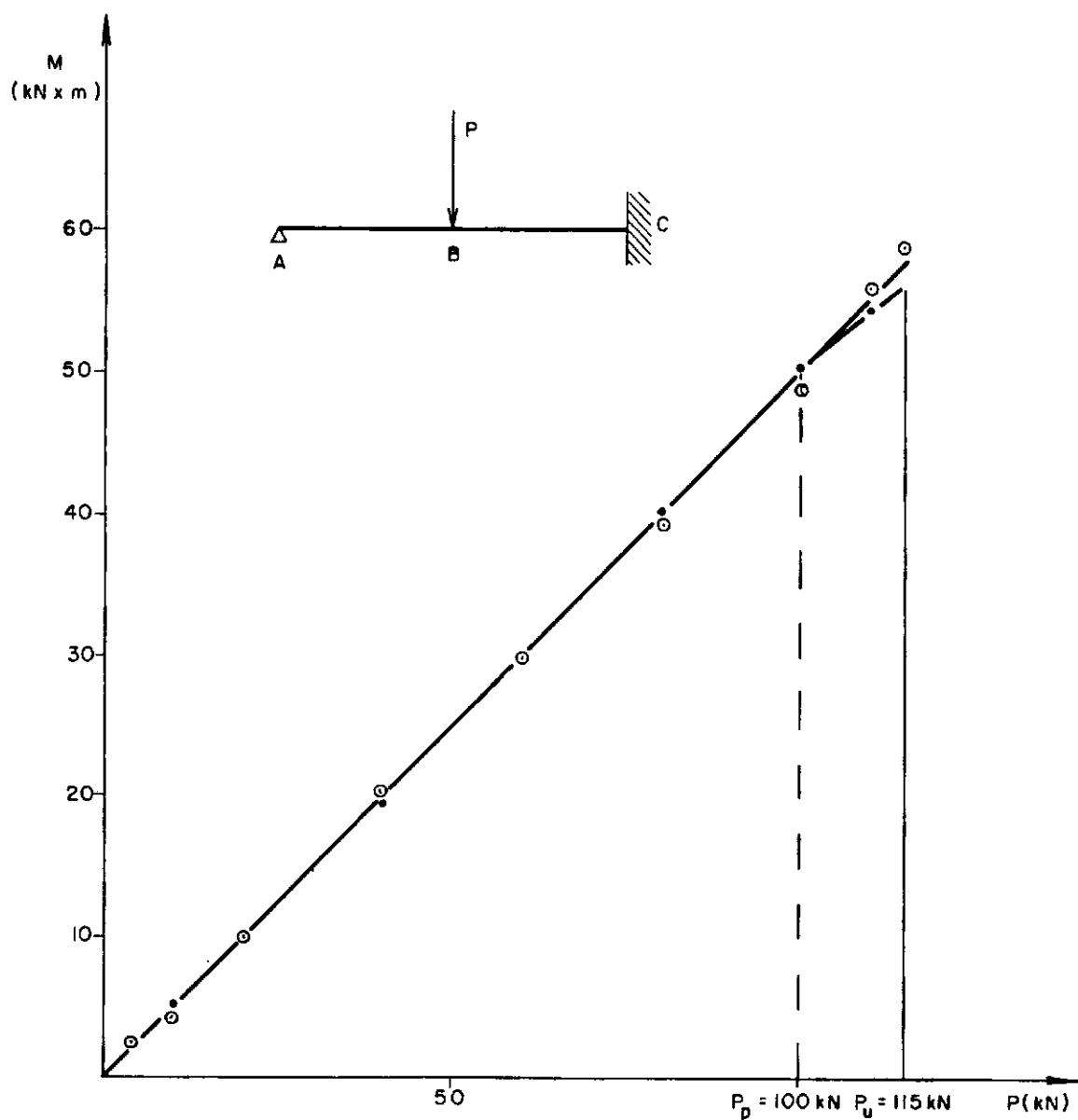


FIG. 5.8 - CARGA x MOMENTO V4B (-15 % MC)

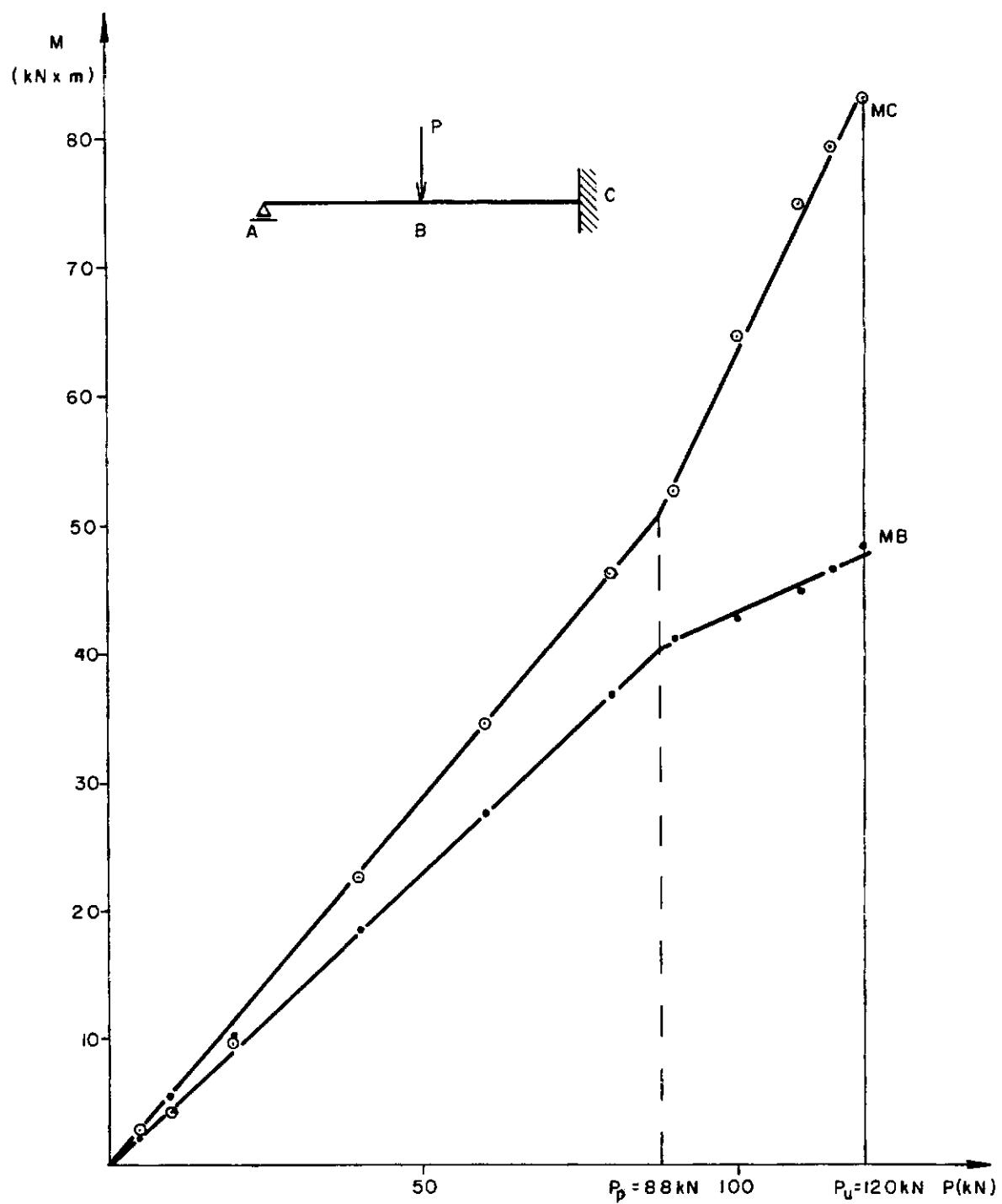


FIG. 5·9 — CARGA x MOMENTO V5A (-25 %MB)

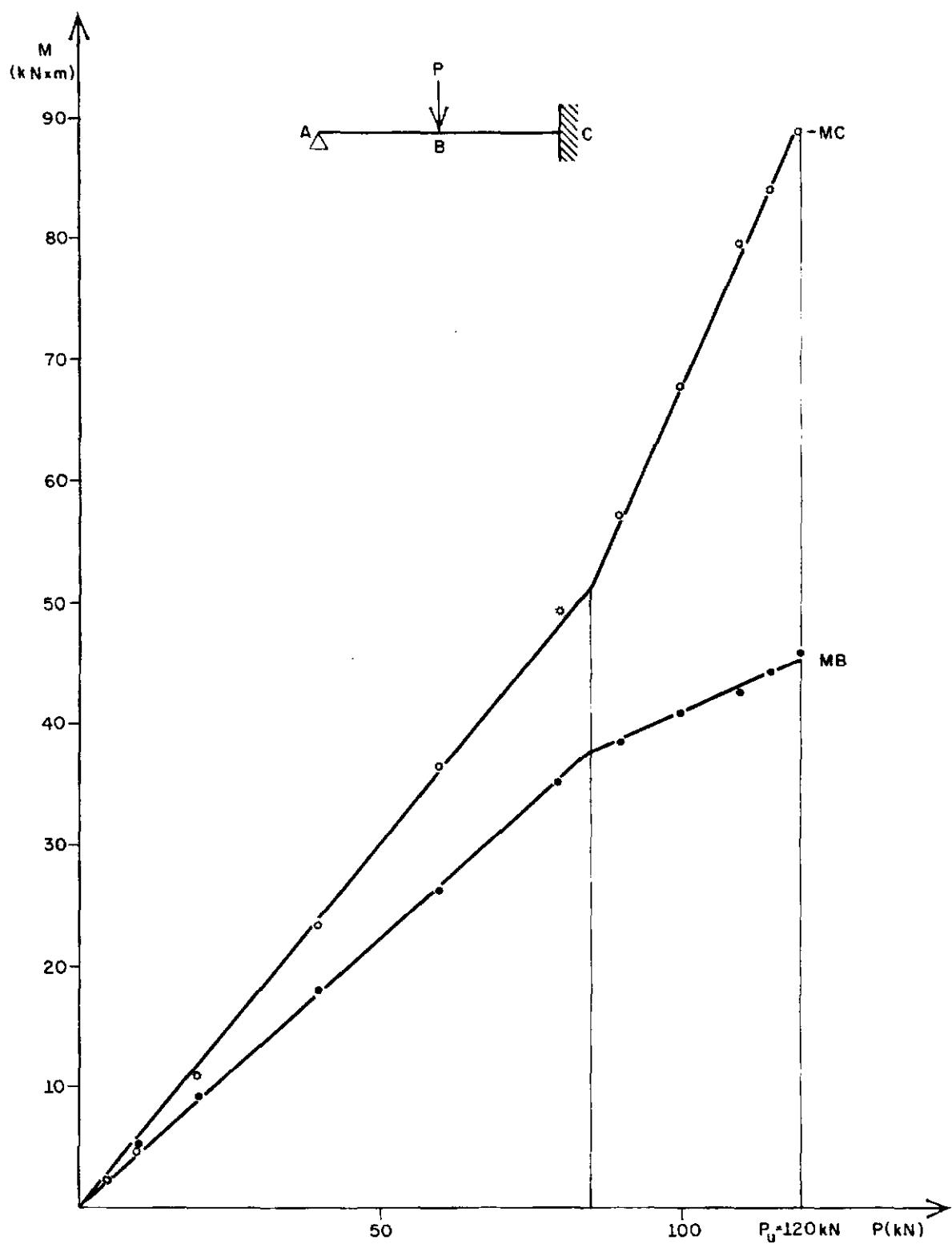


FIG. 5.10 - CARGA MOMENTOS V5B (-25% MB)

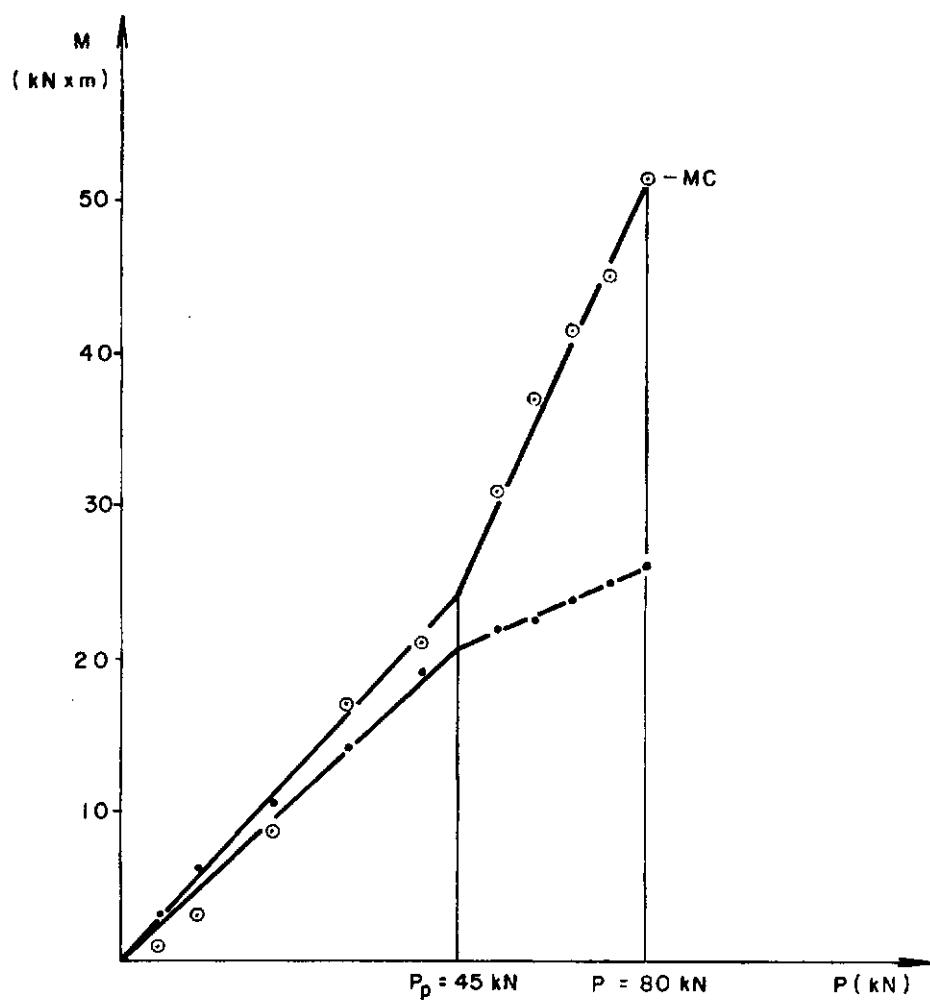


FIG. 5.11 - CARGA x MOMENTOS V6A(-50 % ARMD V5)

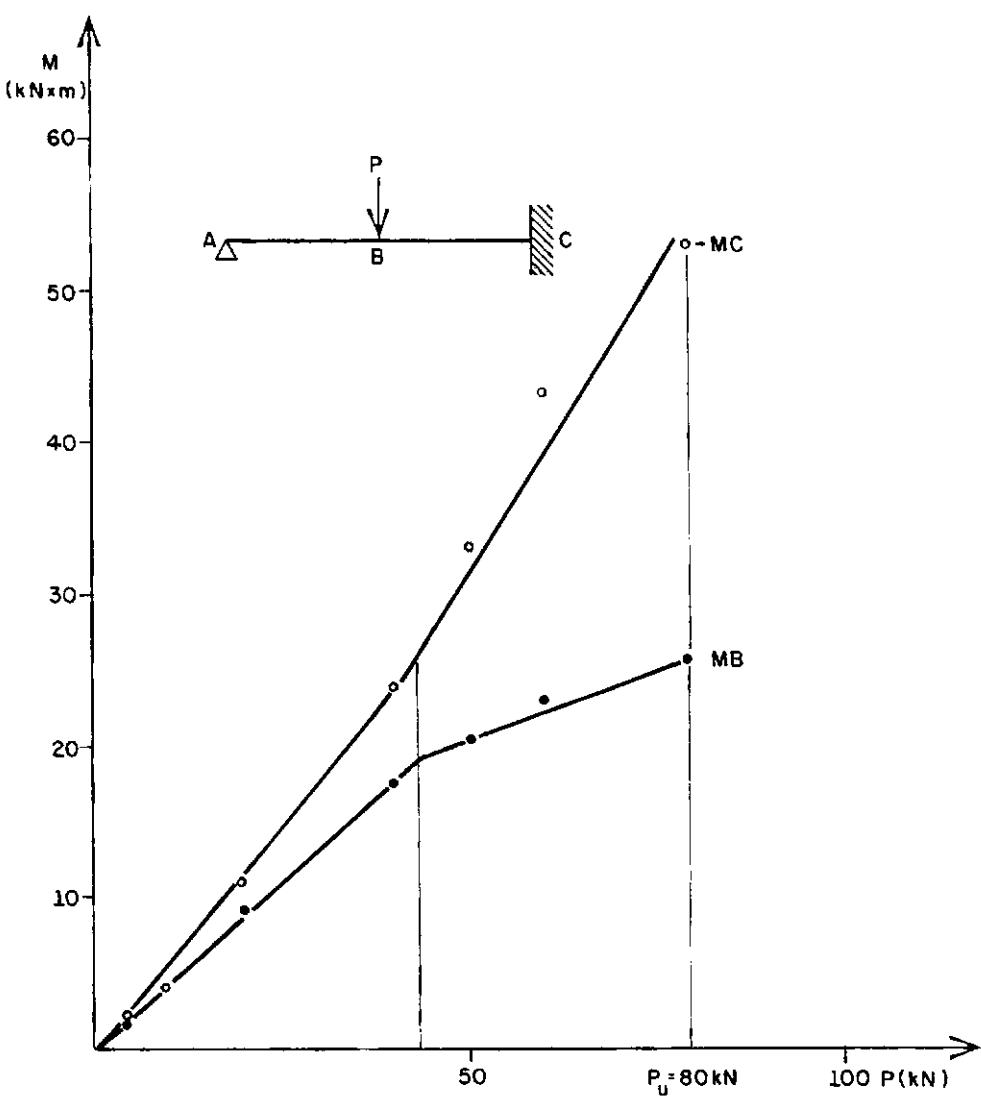


FIG. 5.12 - CARGA X MOMENTOS V6B (-50% ARMADURA V5)

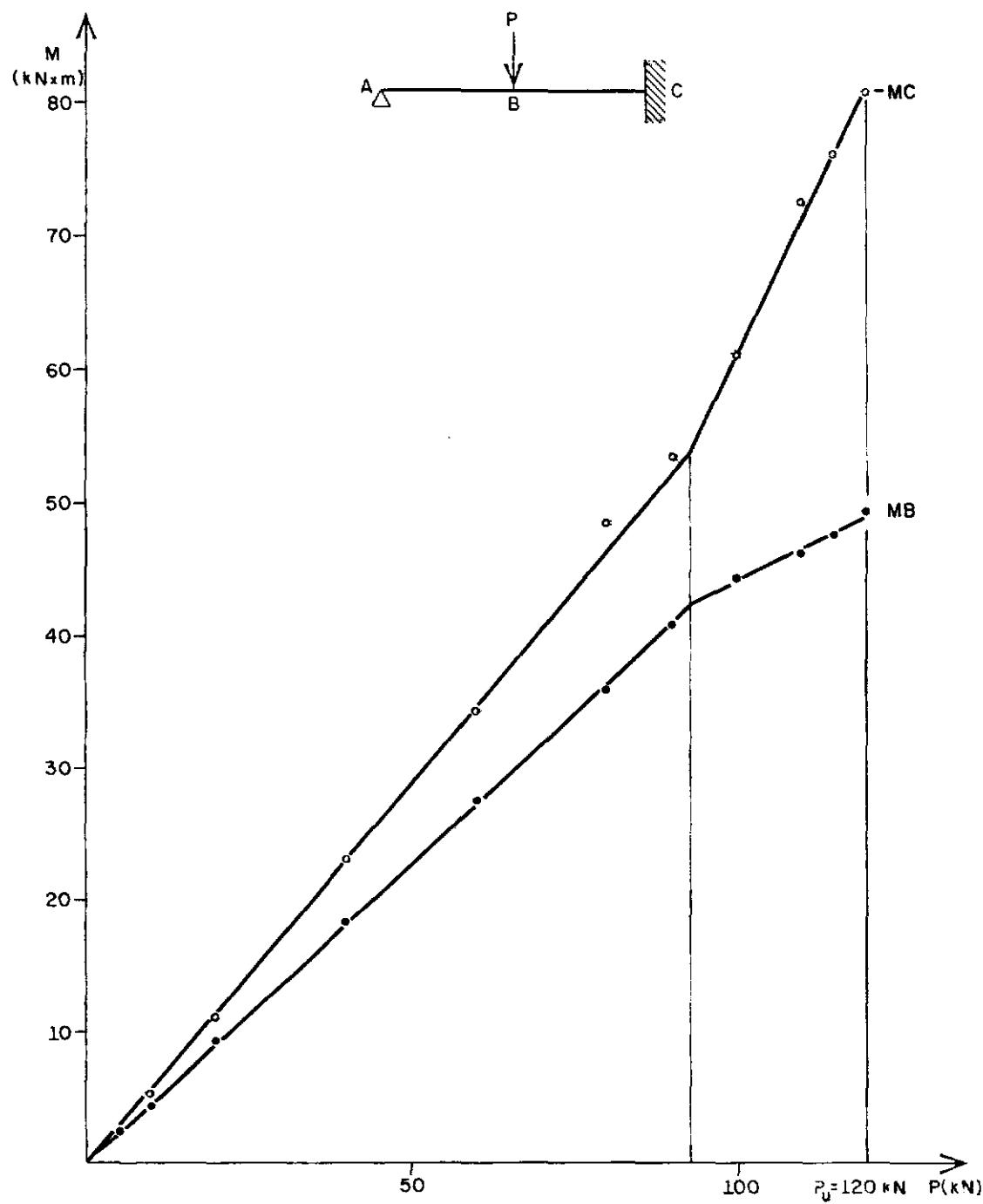


FIG. 5.13 - CARGA X MOMENTOS V7A (- 15% MB)

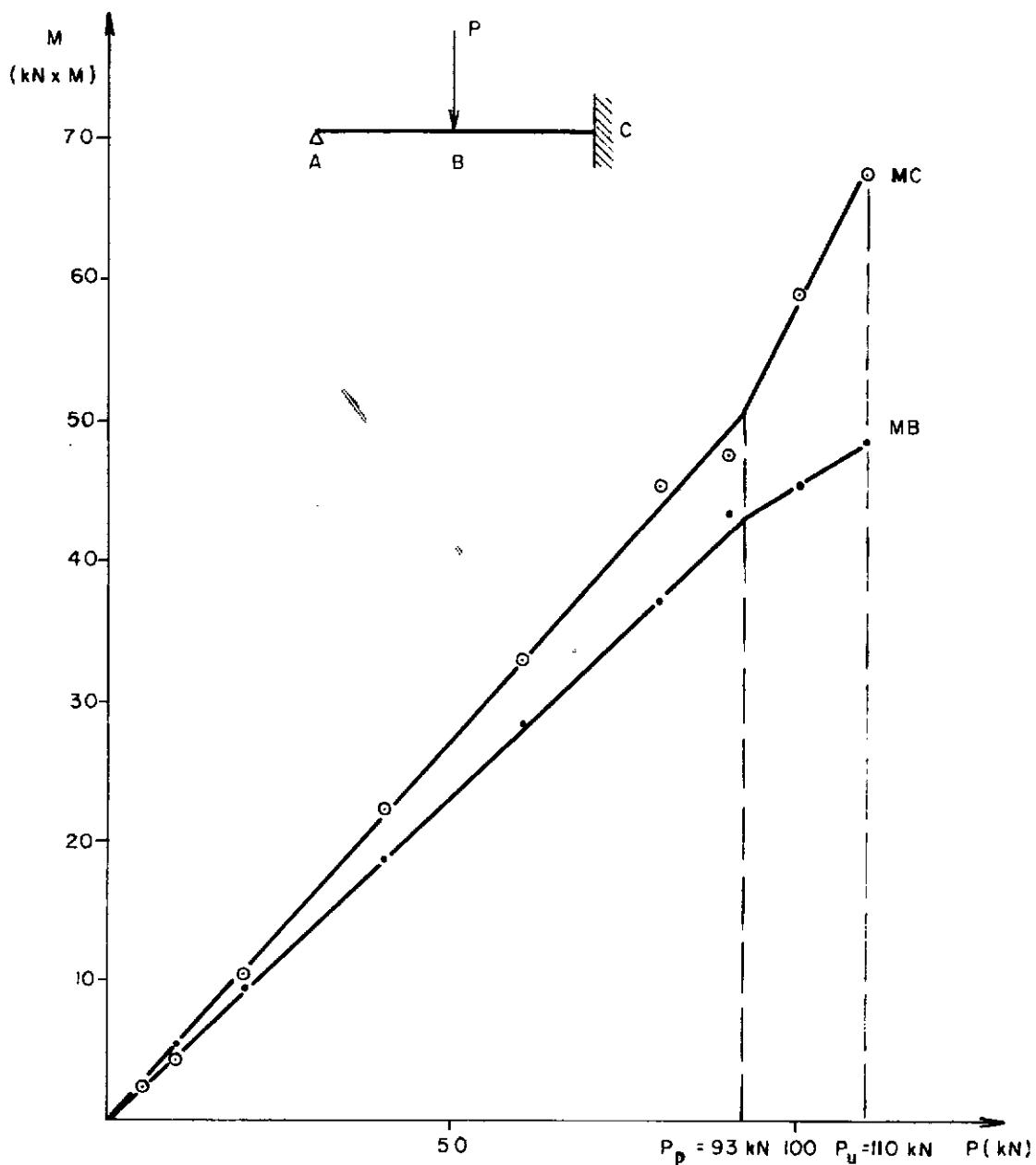


FIG. 5.14 - CARGA x MOMENTO V7B (-15 MB)

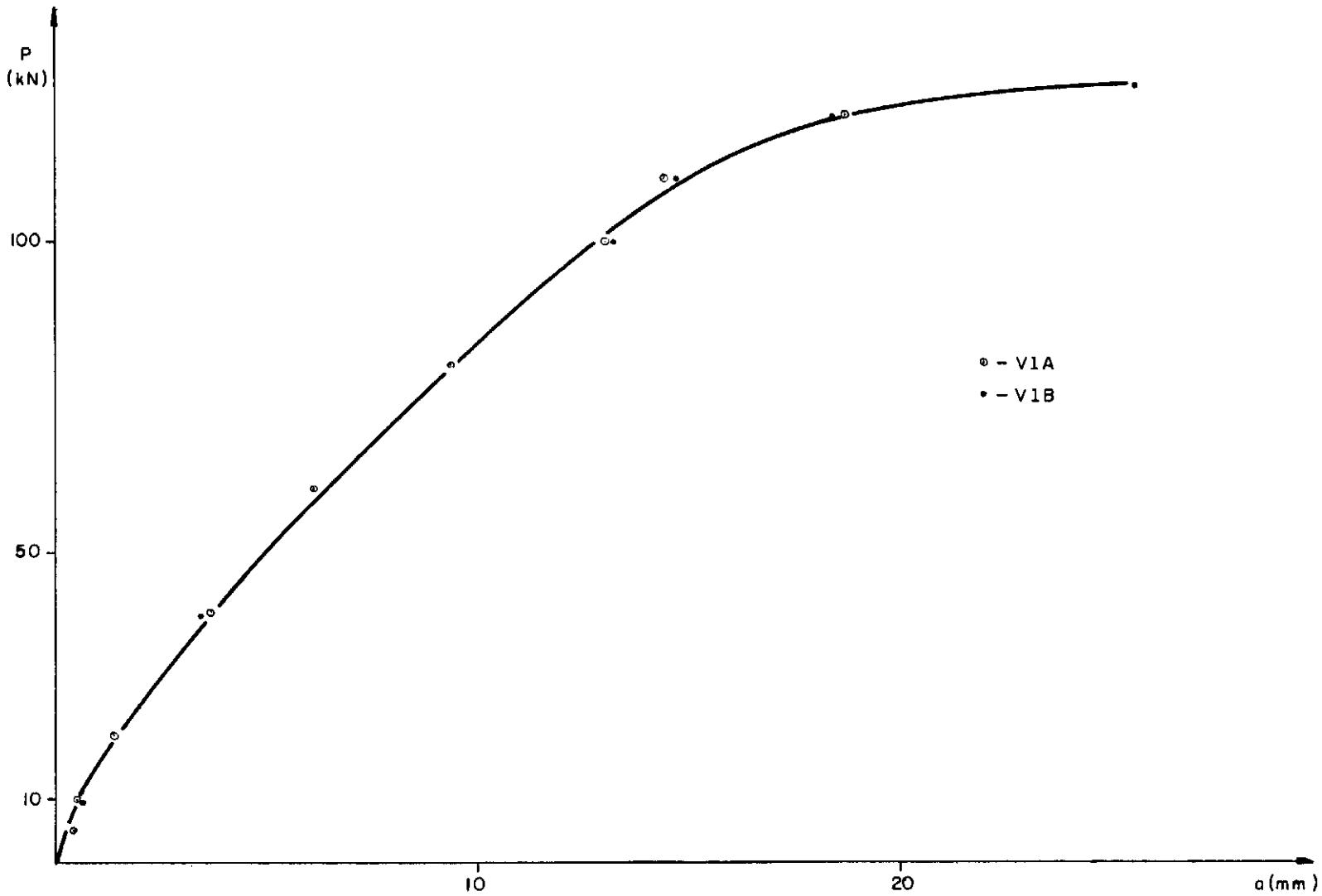


FIG. 5.15 CARGA x FLECHAS V1

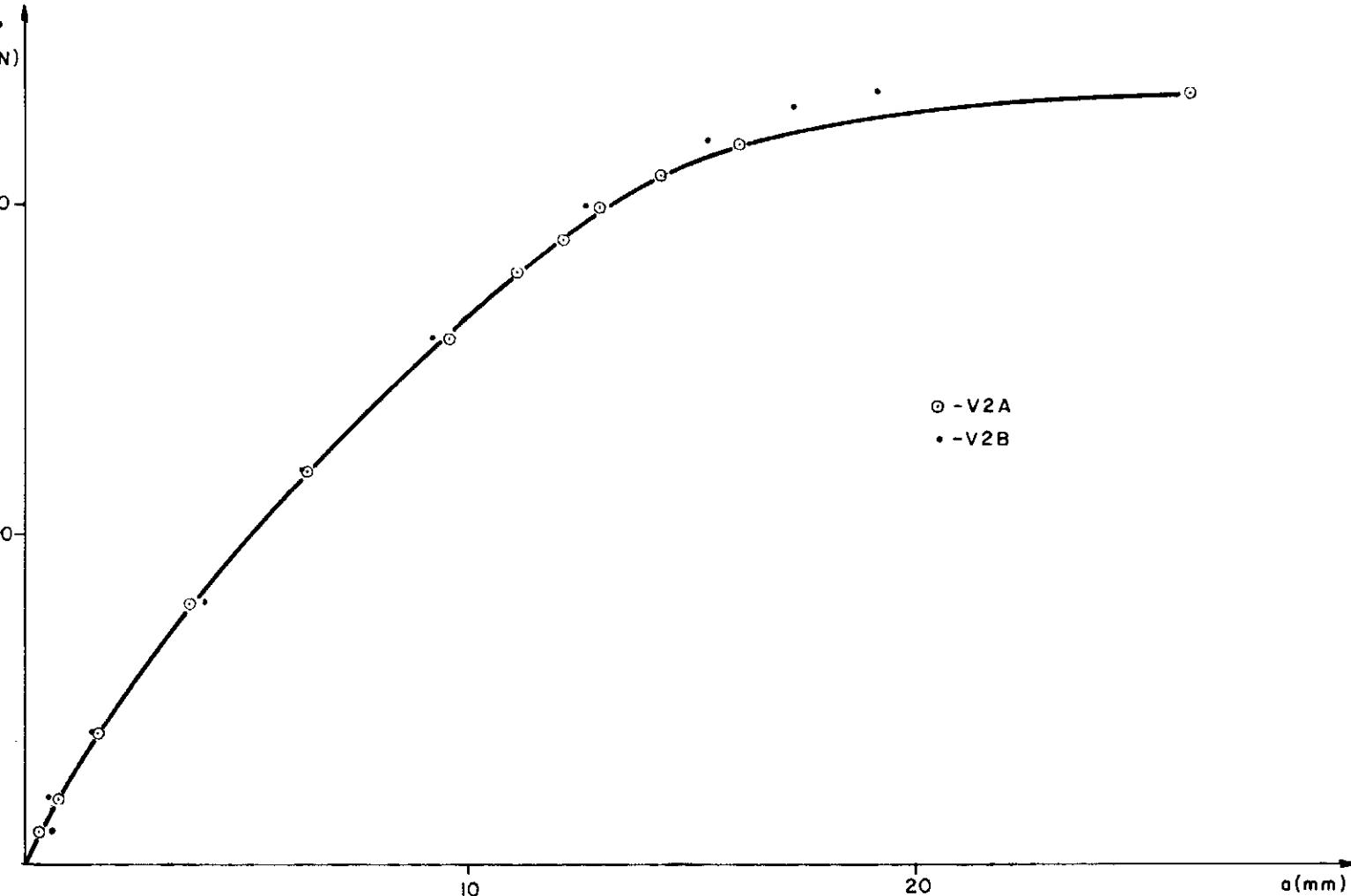


FIG. 5.16 CARGA x FLECHAS V2

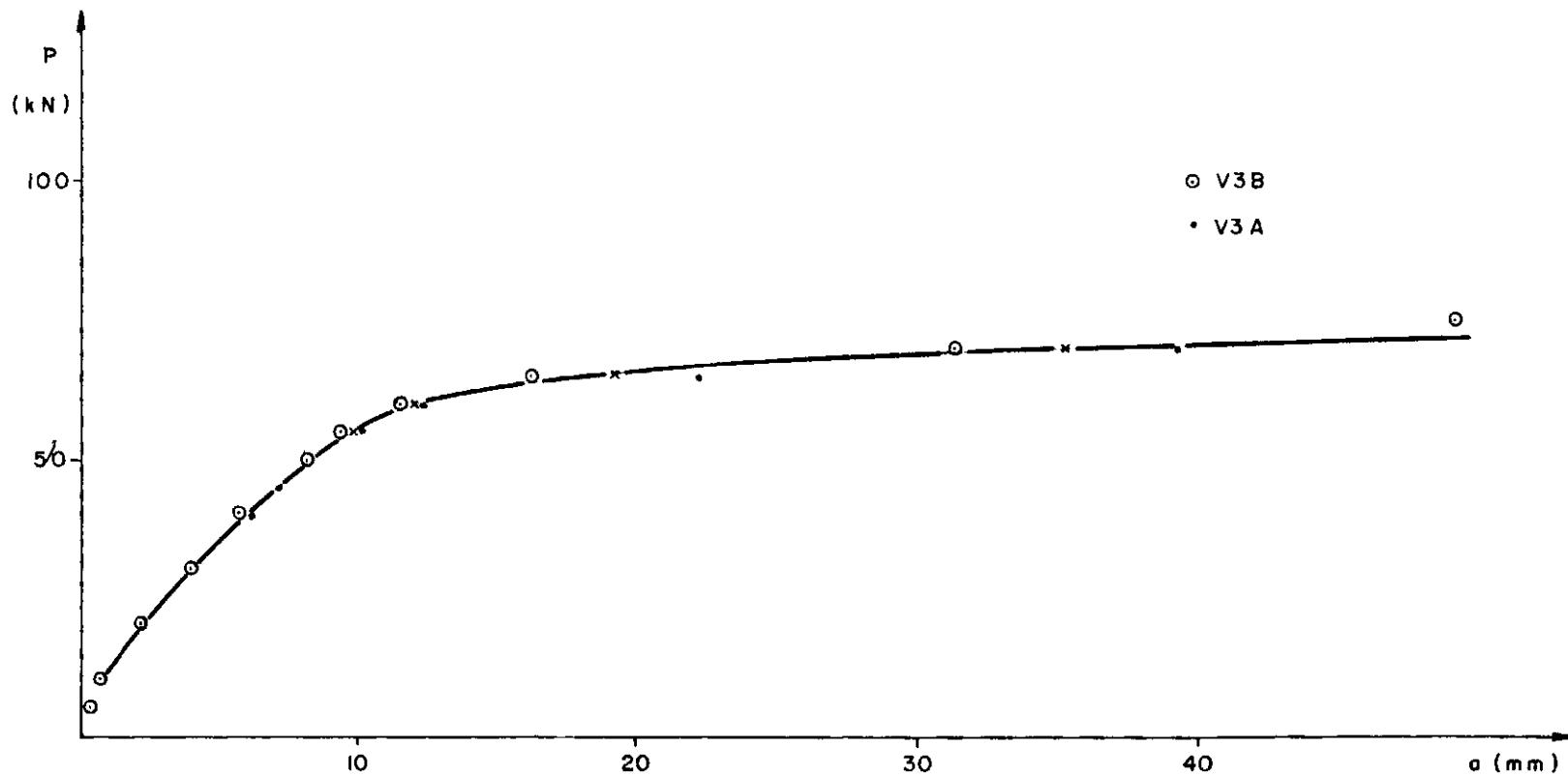


FIG. 5.17 CARGA x FLECHAS V3

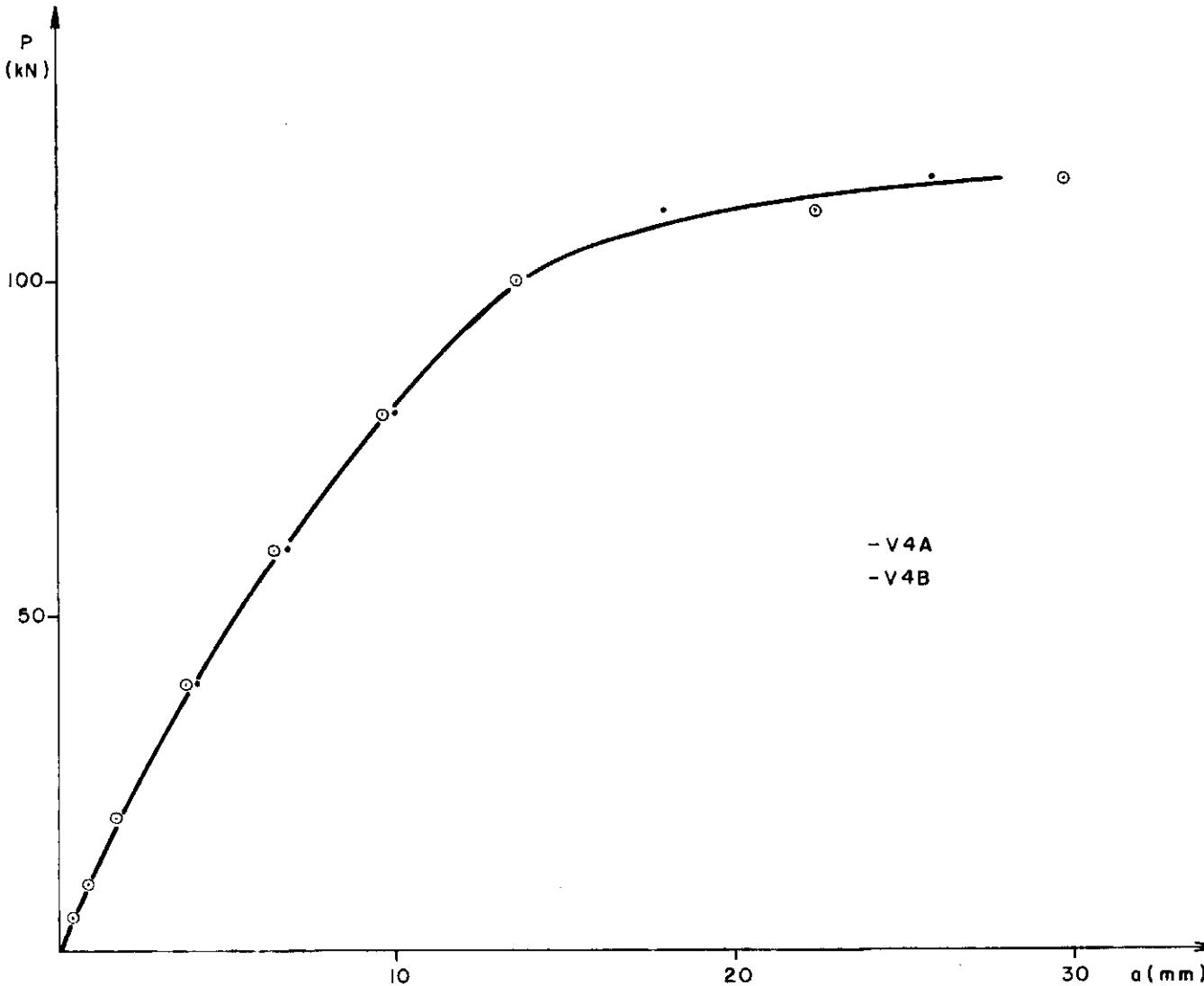


FIG. 5.18 CARGA x FLECHA V4

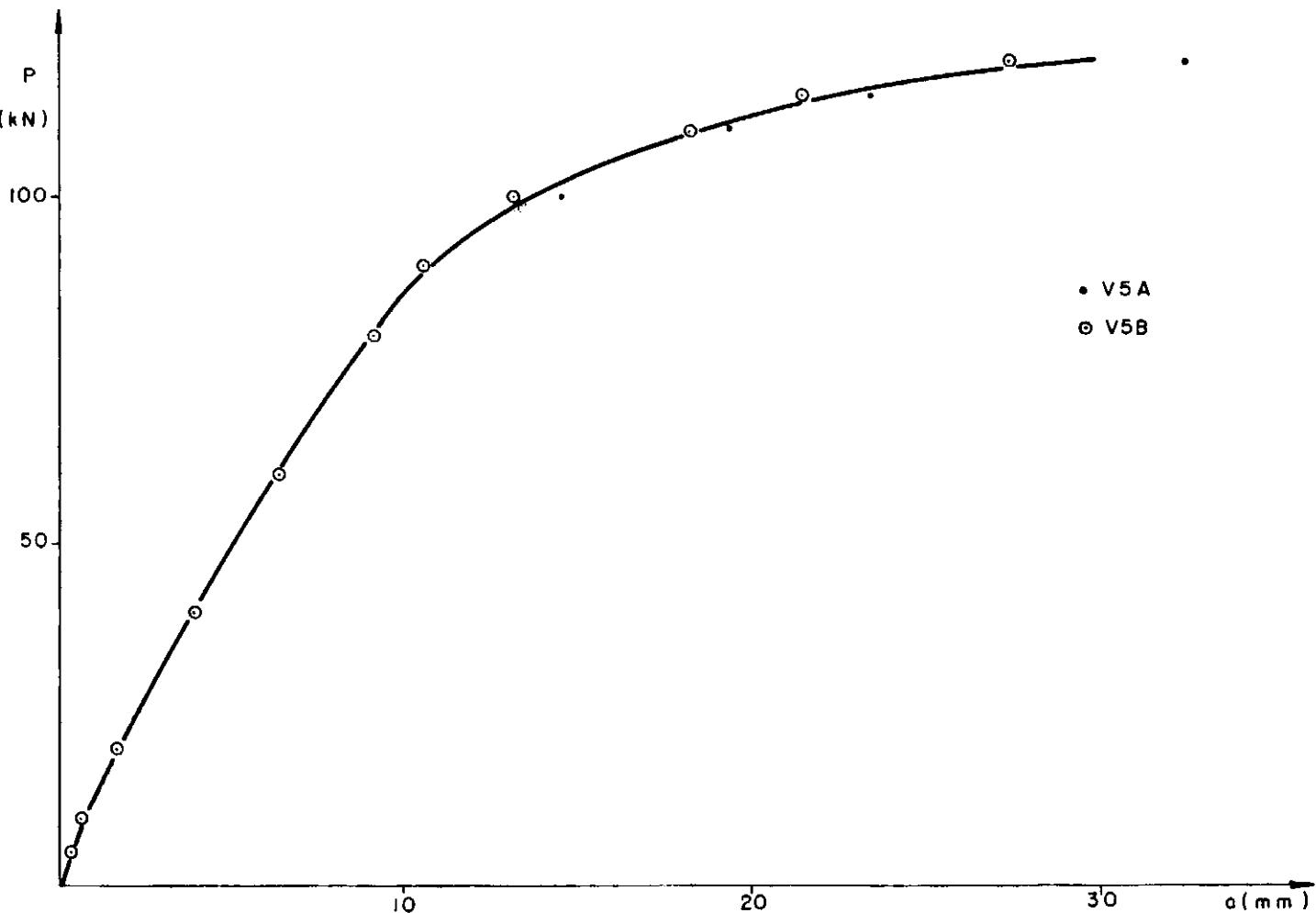


FIG. 5.19 - CARGA x FLECHAS V5

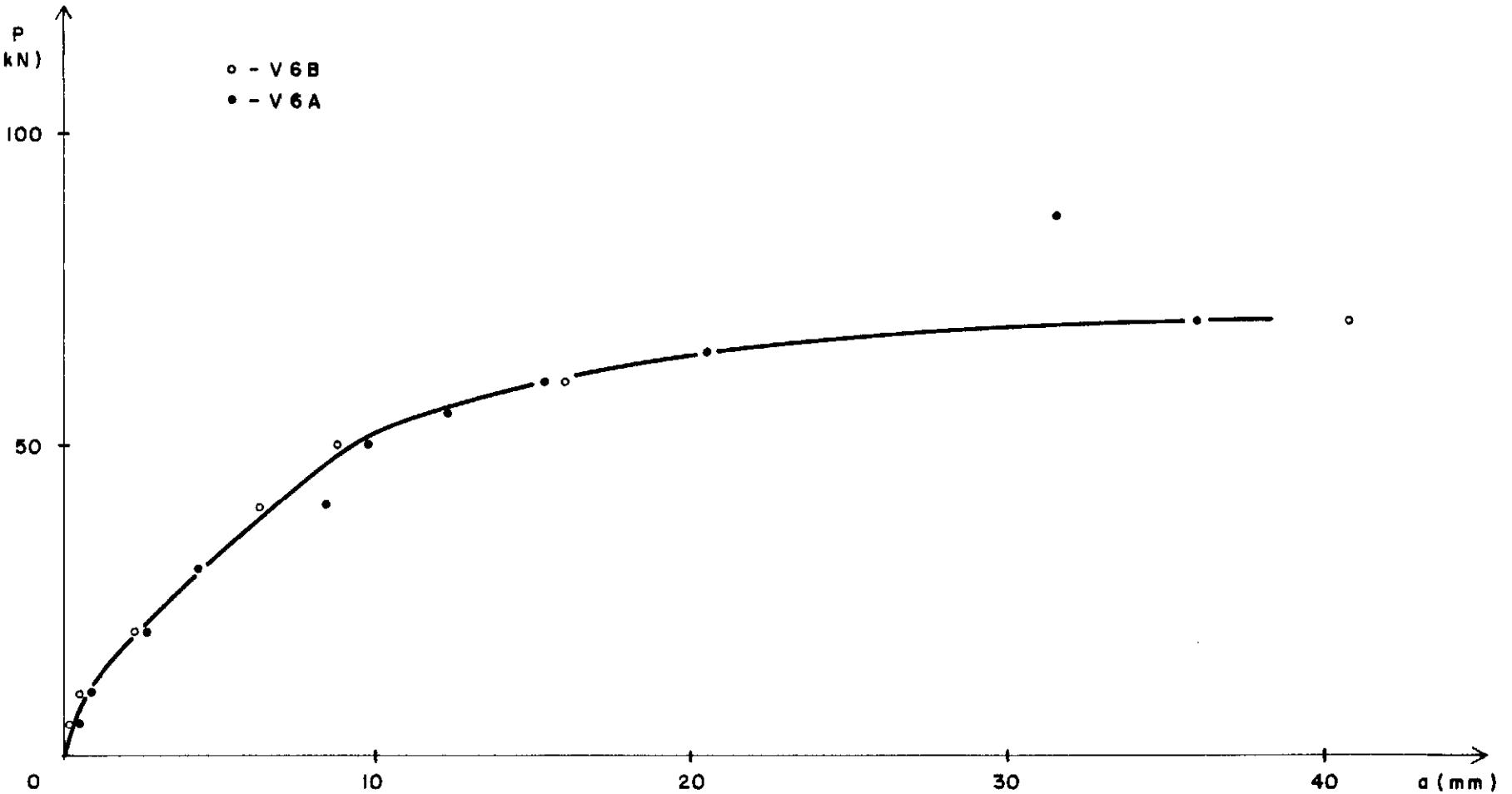


FIG. 5.20 - CARGA x FLECHAS V6

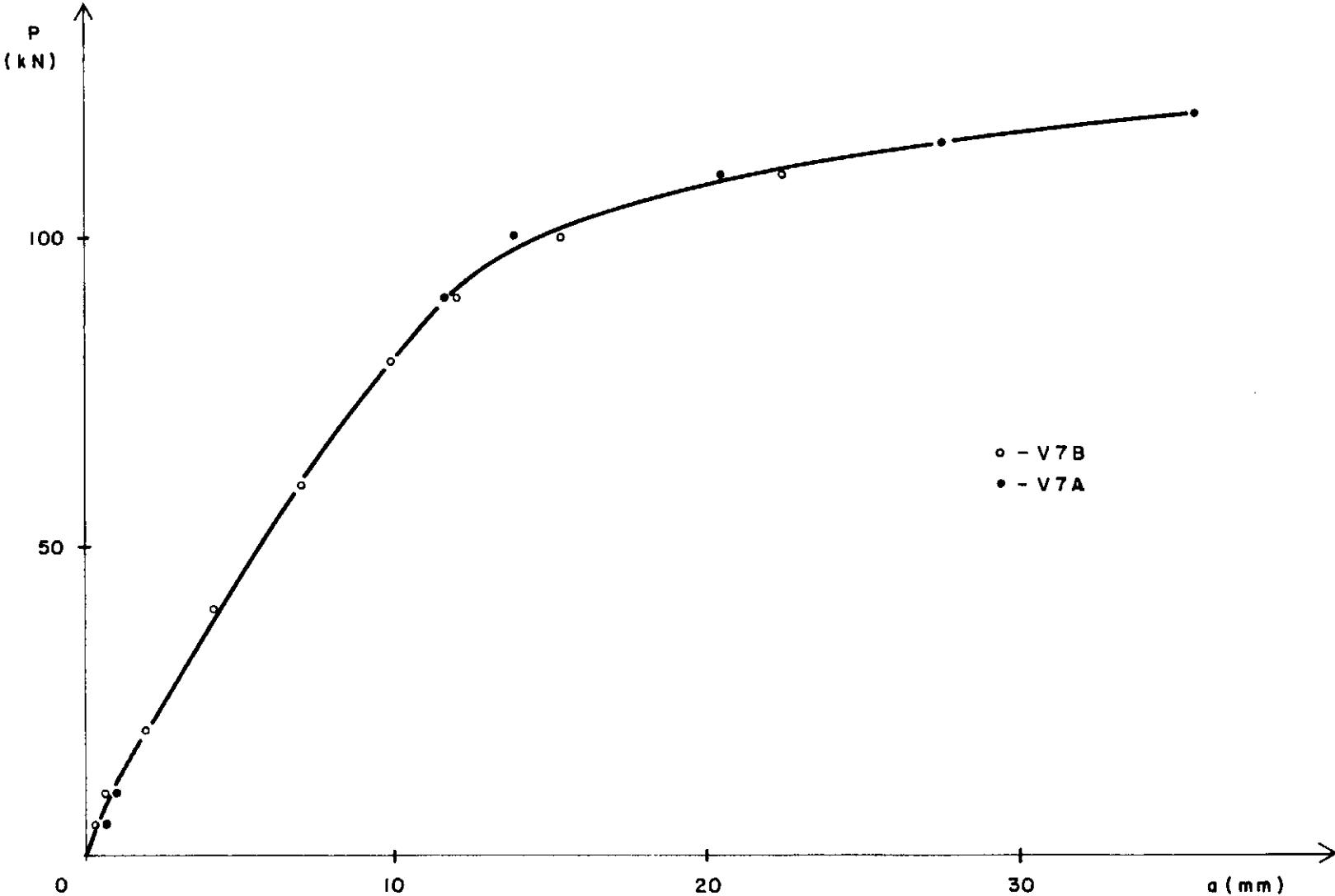


FIG. 5.21 - CARGA x FLECHAS V 7

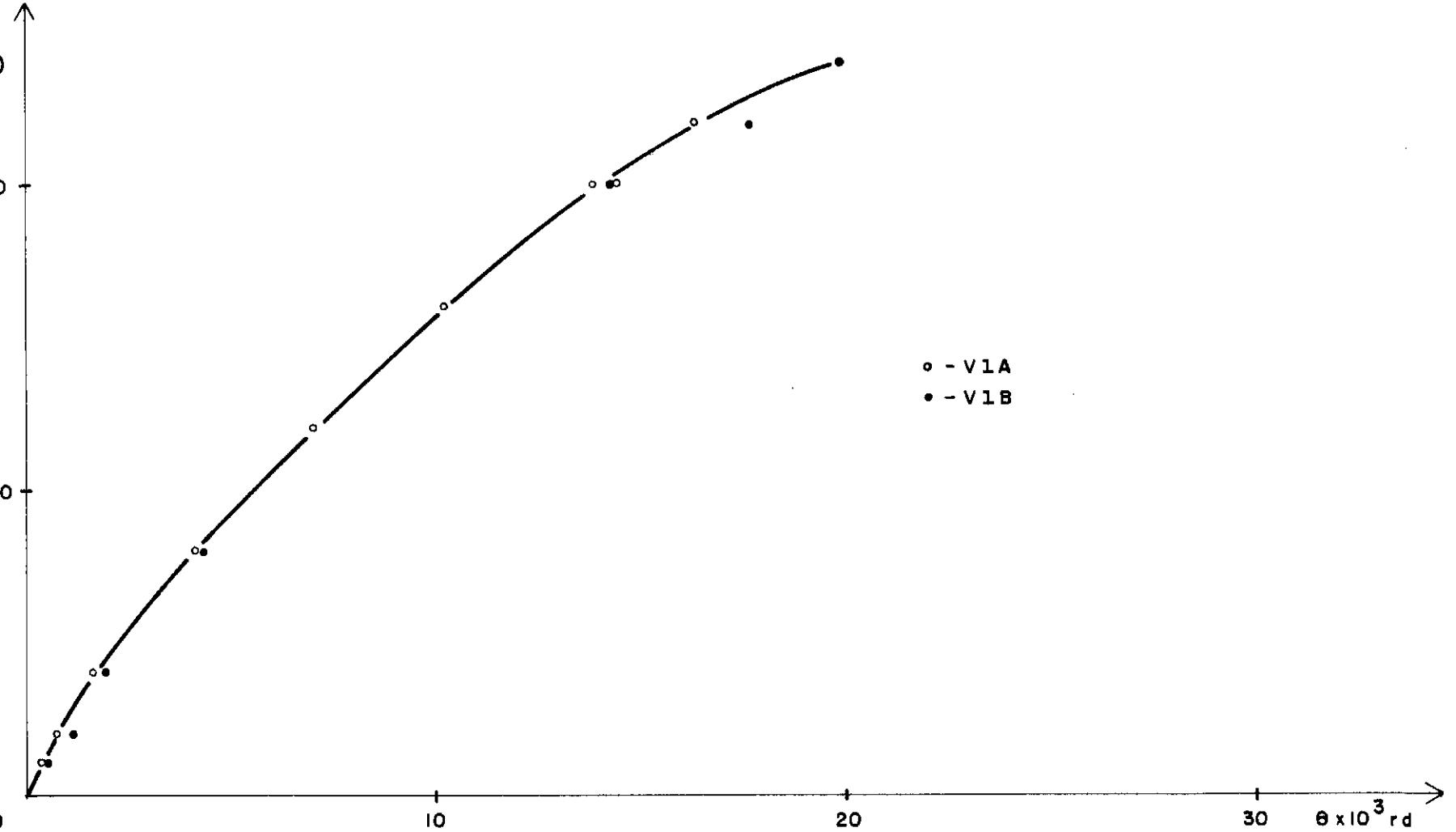


FIG. 5.22 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

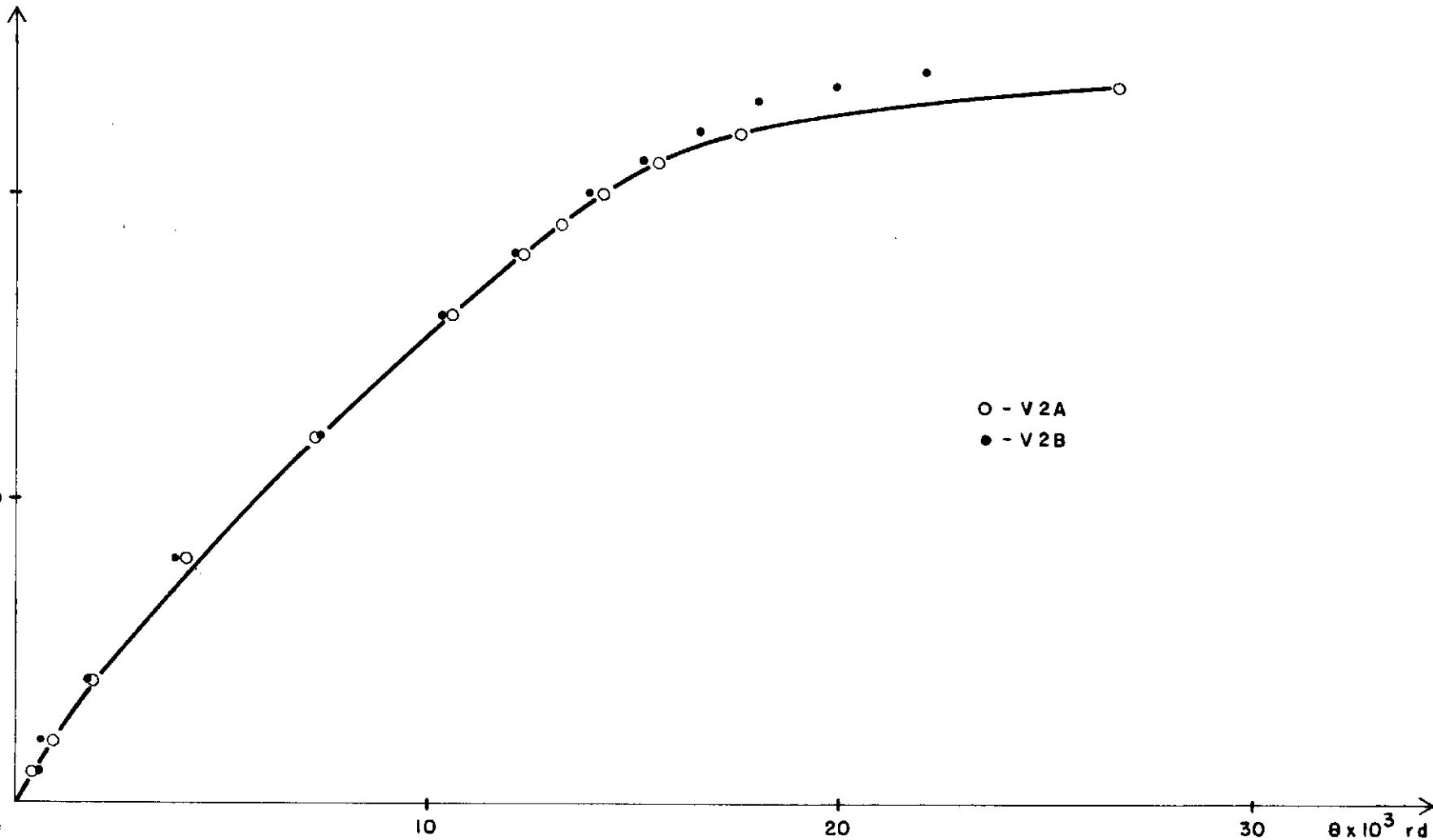


FIG. 5.62. CARBON RETENTION vs. ANGULAR POSITION

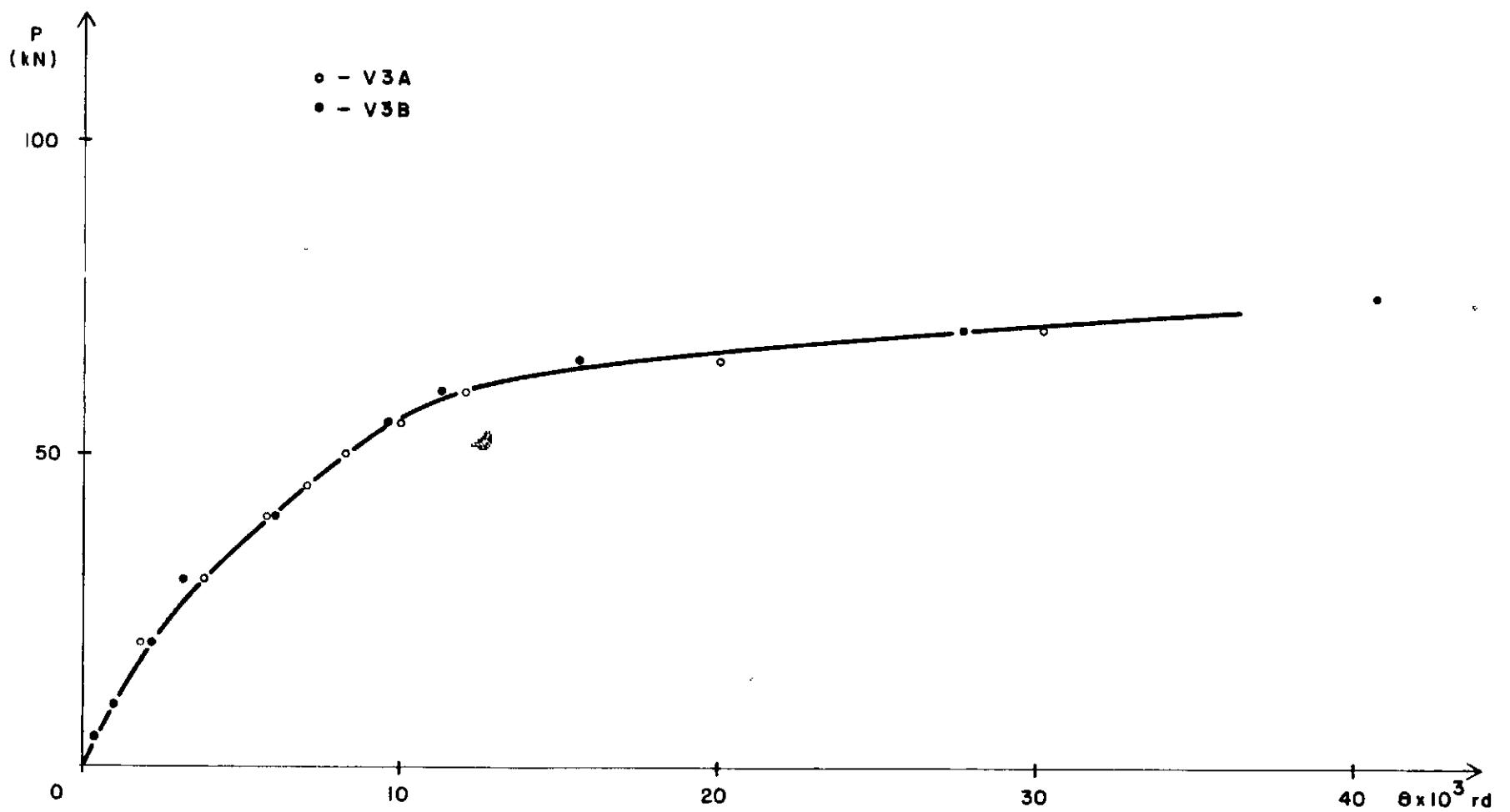


FIG. 5.24 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

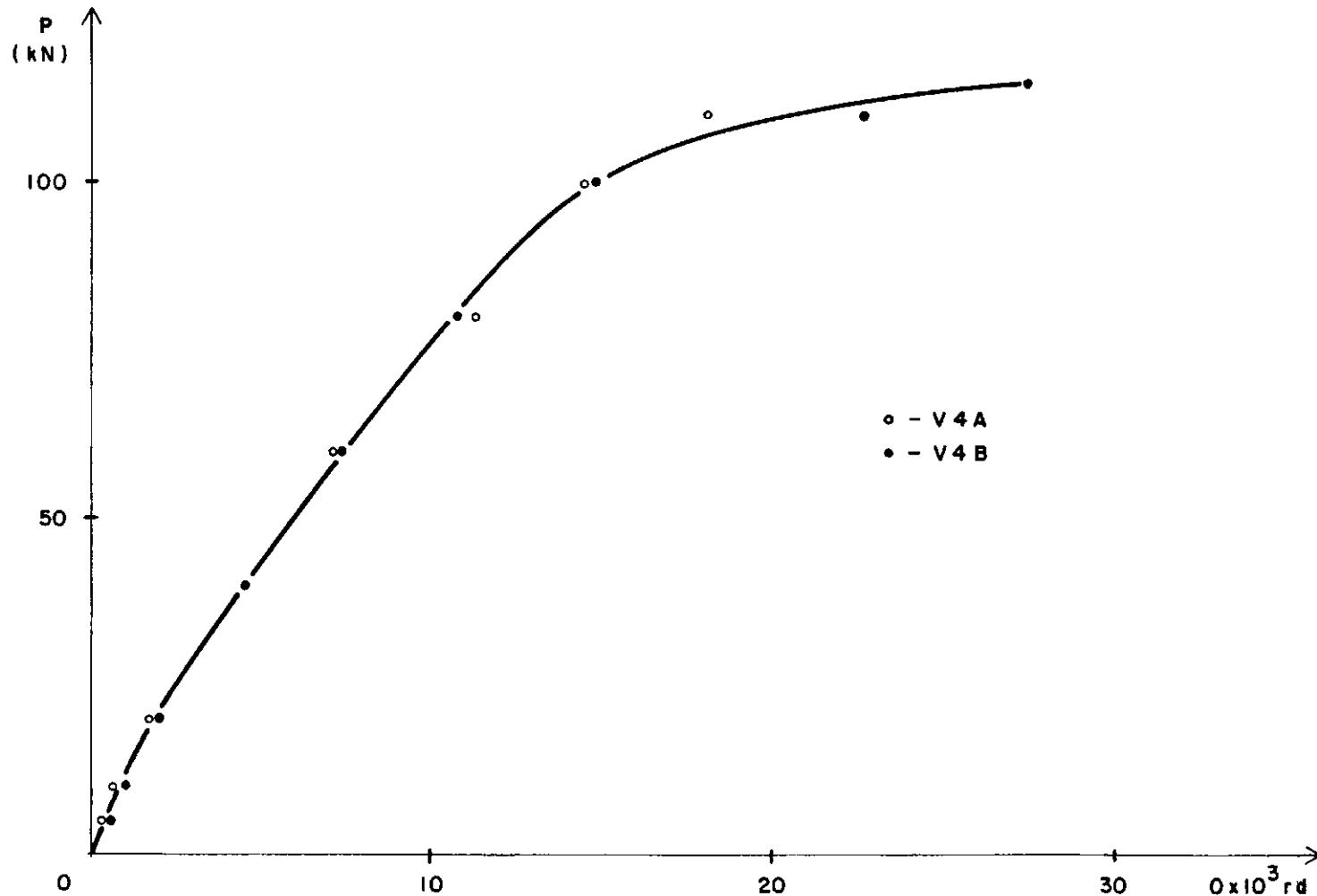


FIG. 5.25 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

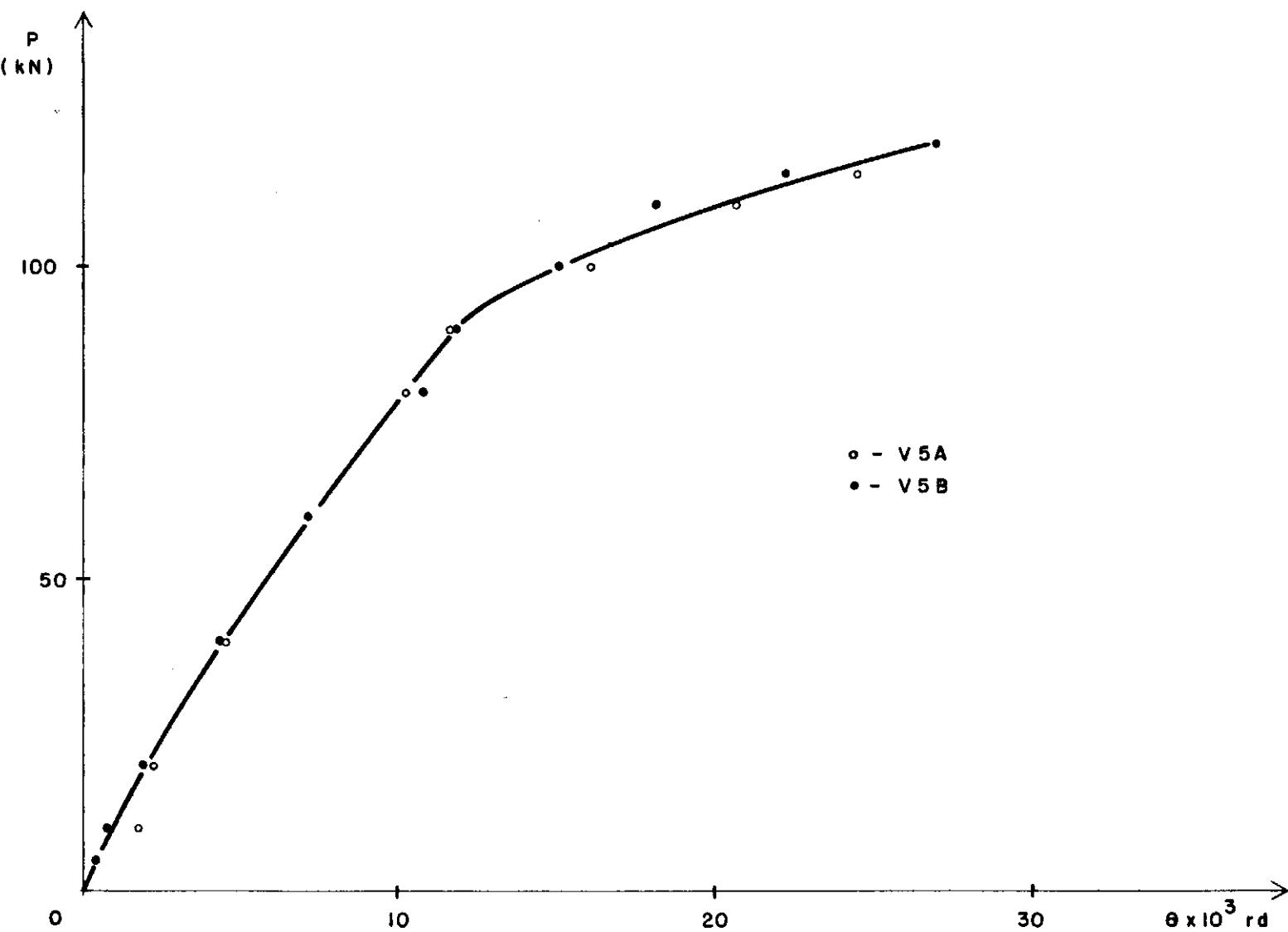


FIG. 5.26 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

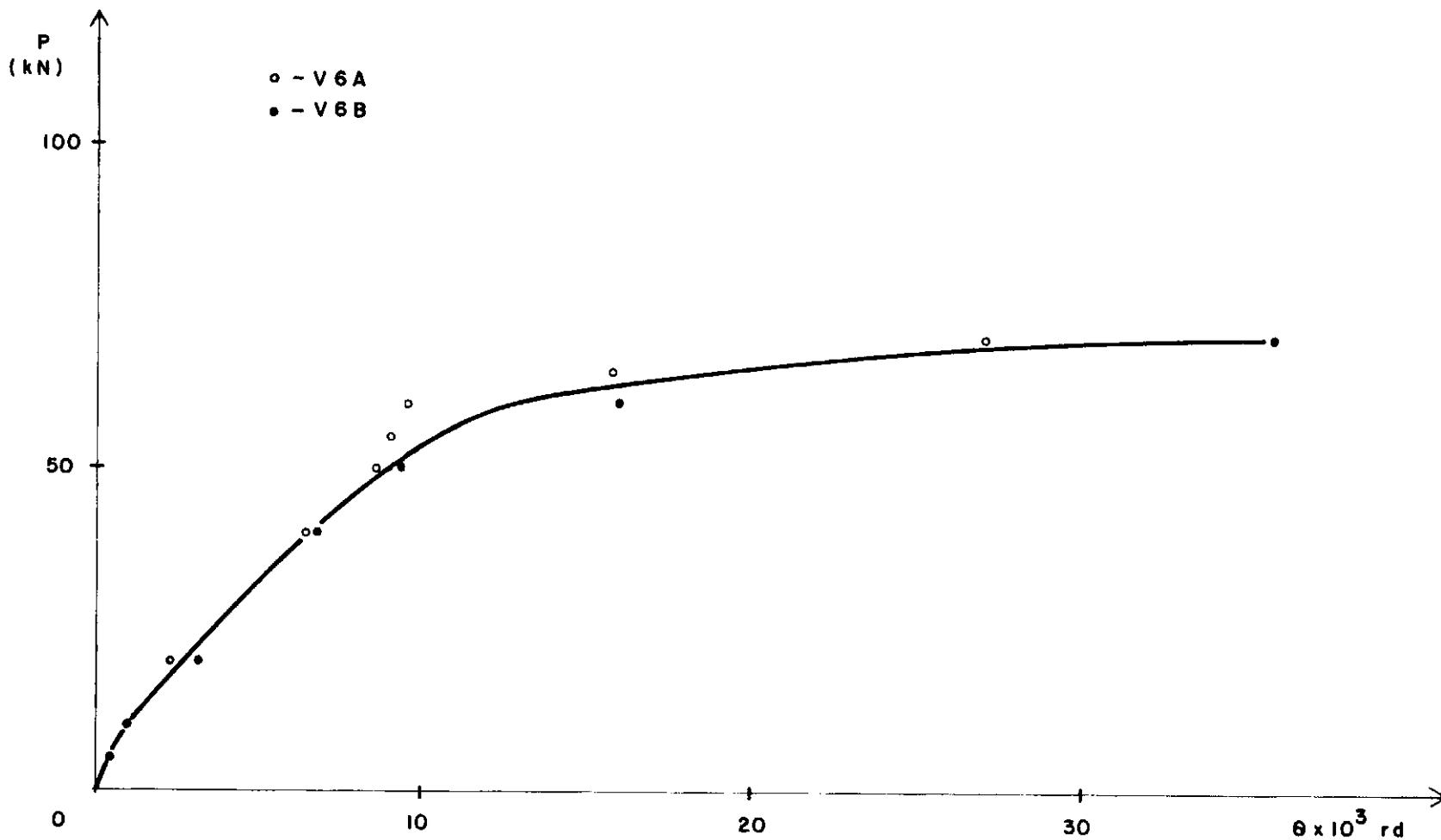


FIG. 5.27 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

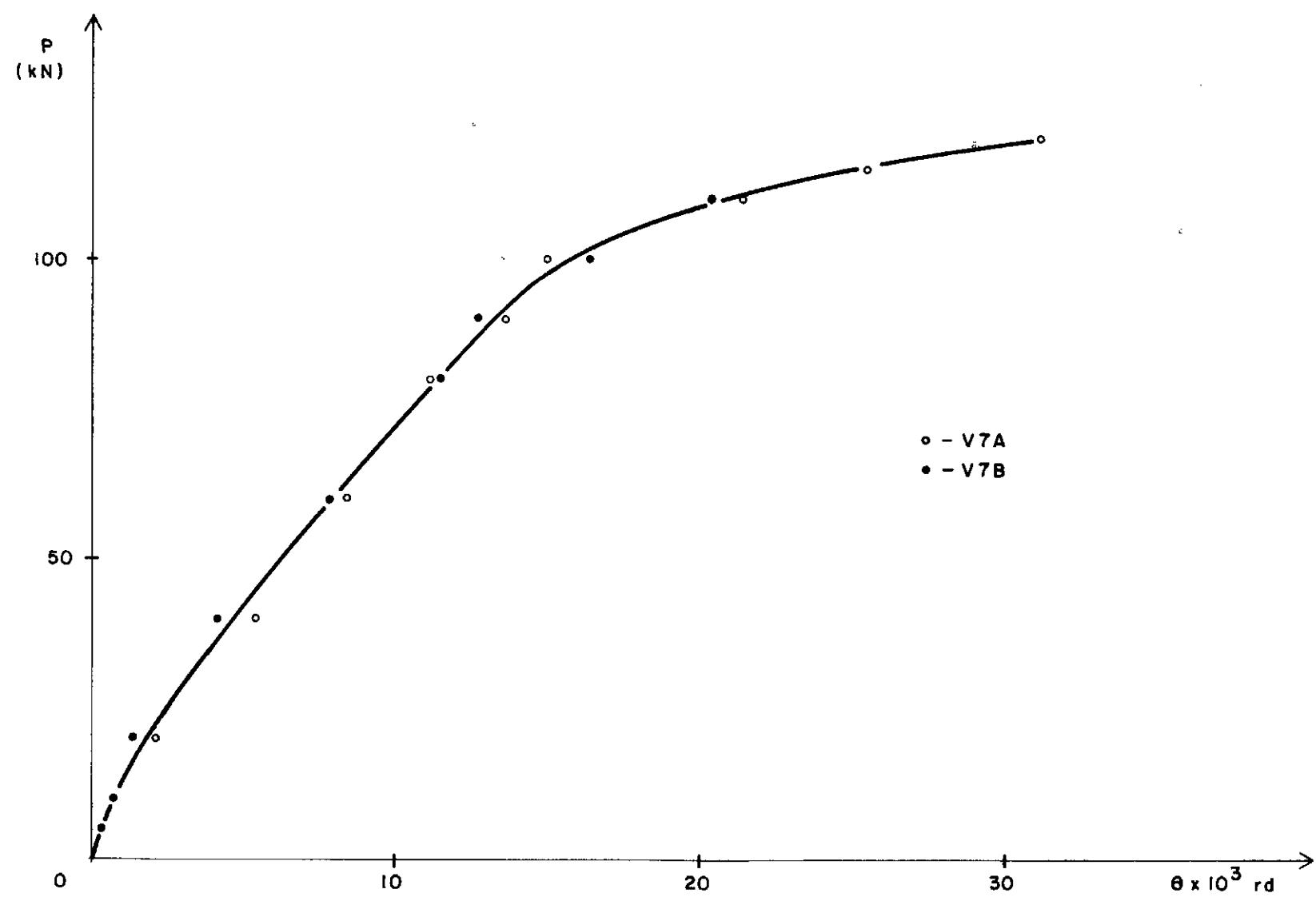


FIG. 5.28 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO

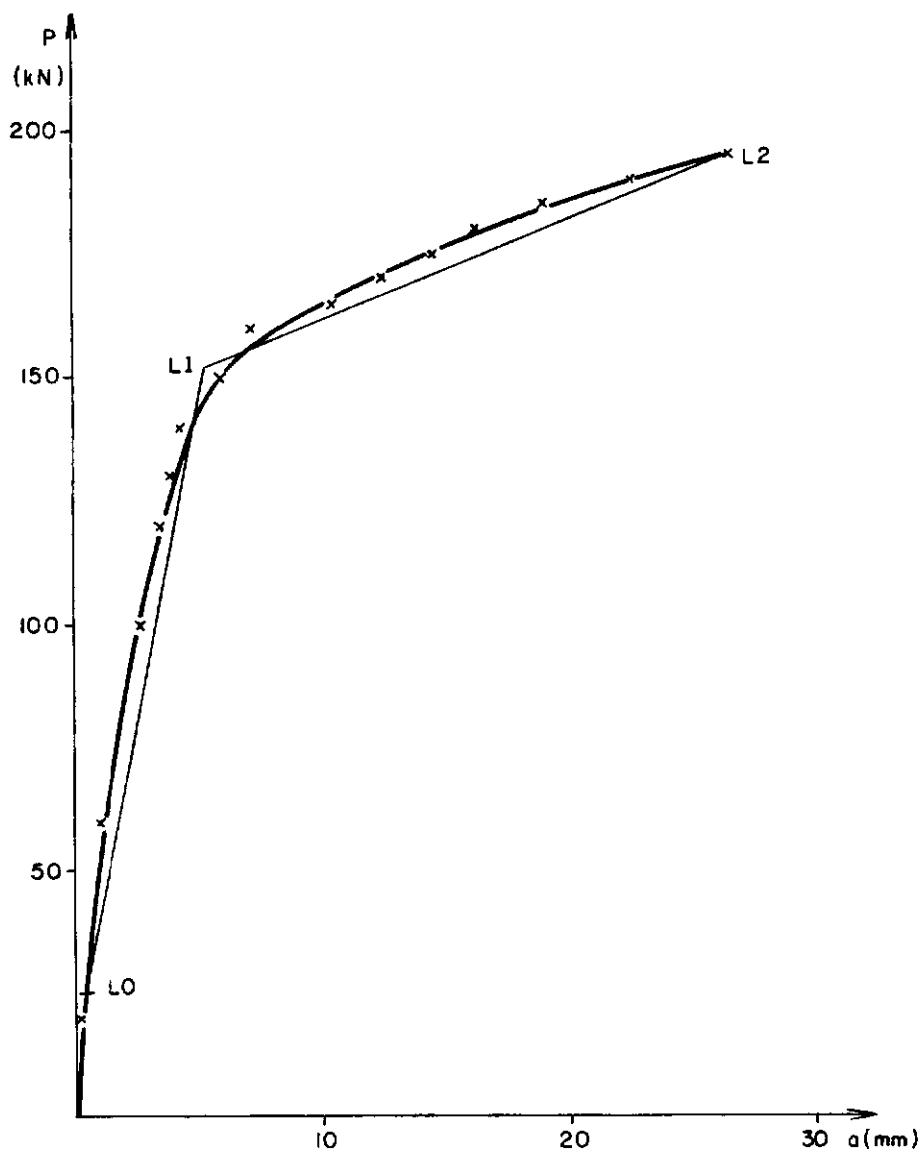


FIG.5.29- CARGA x FLECHA C2

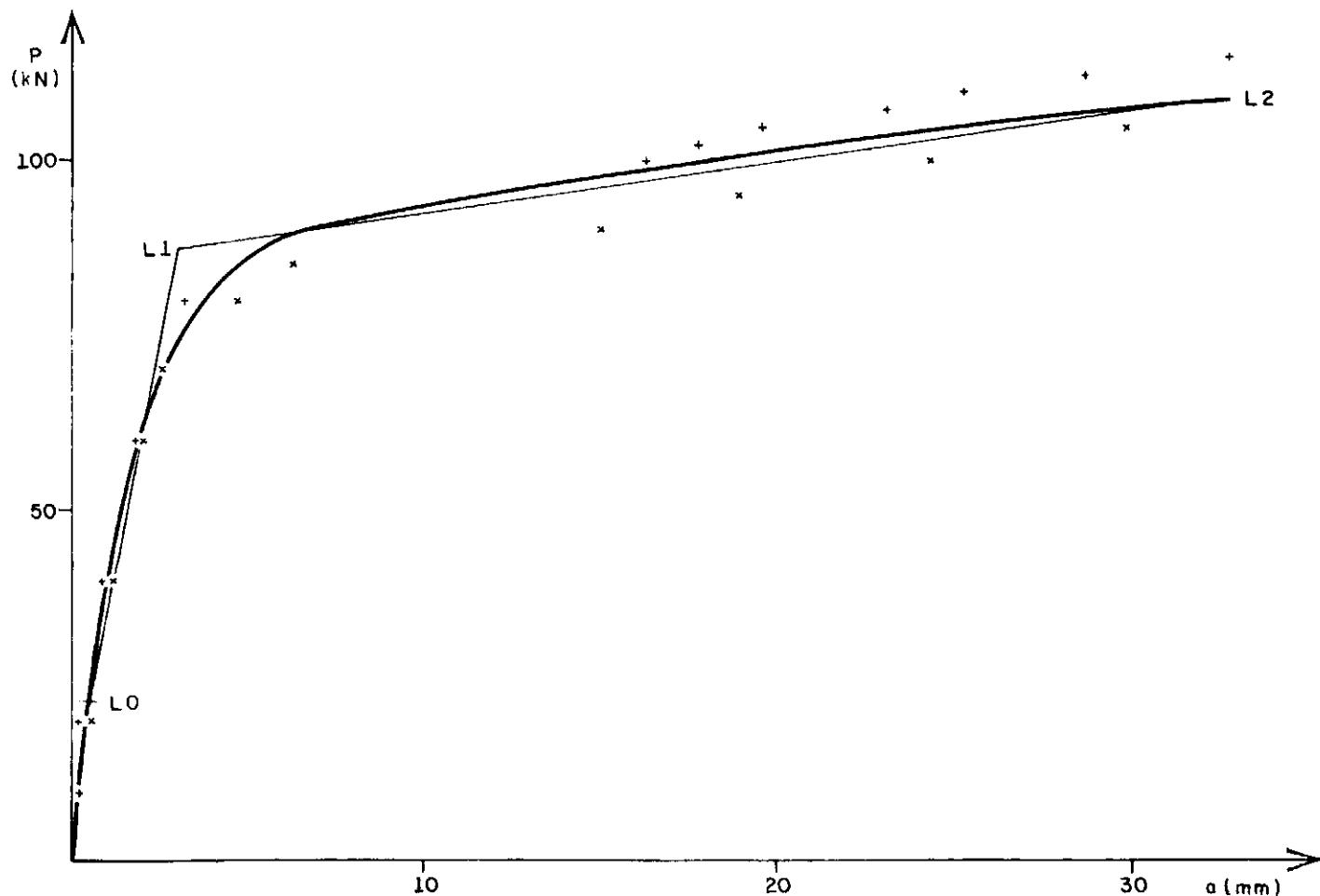


FIG. 5.30 - CARGA x FLECHA C3

+ C3A
x C3B

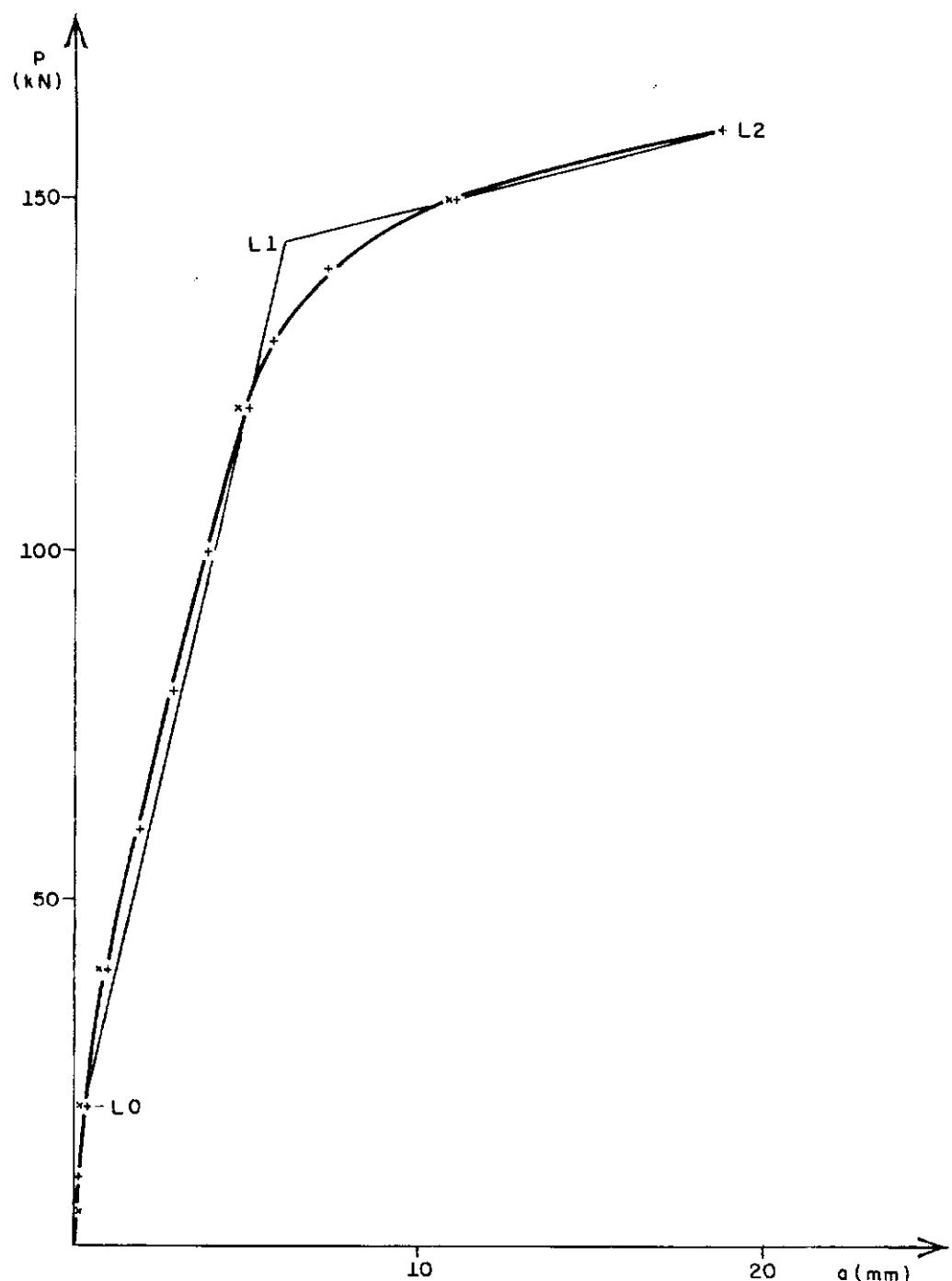


FIG. 5.3I - CARGA x FLECHA C4

+ C4A
x C4B

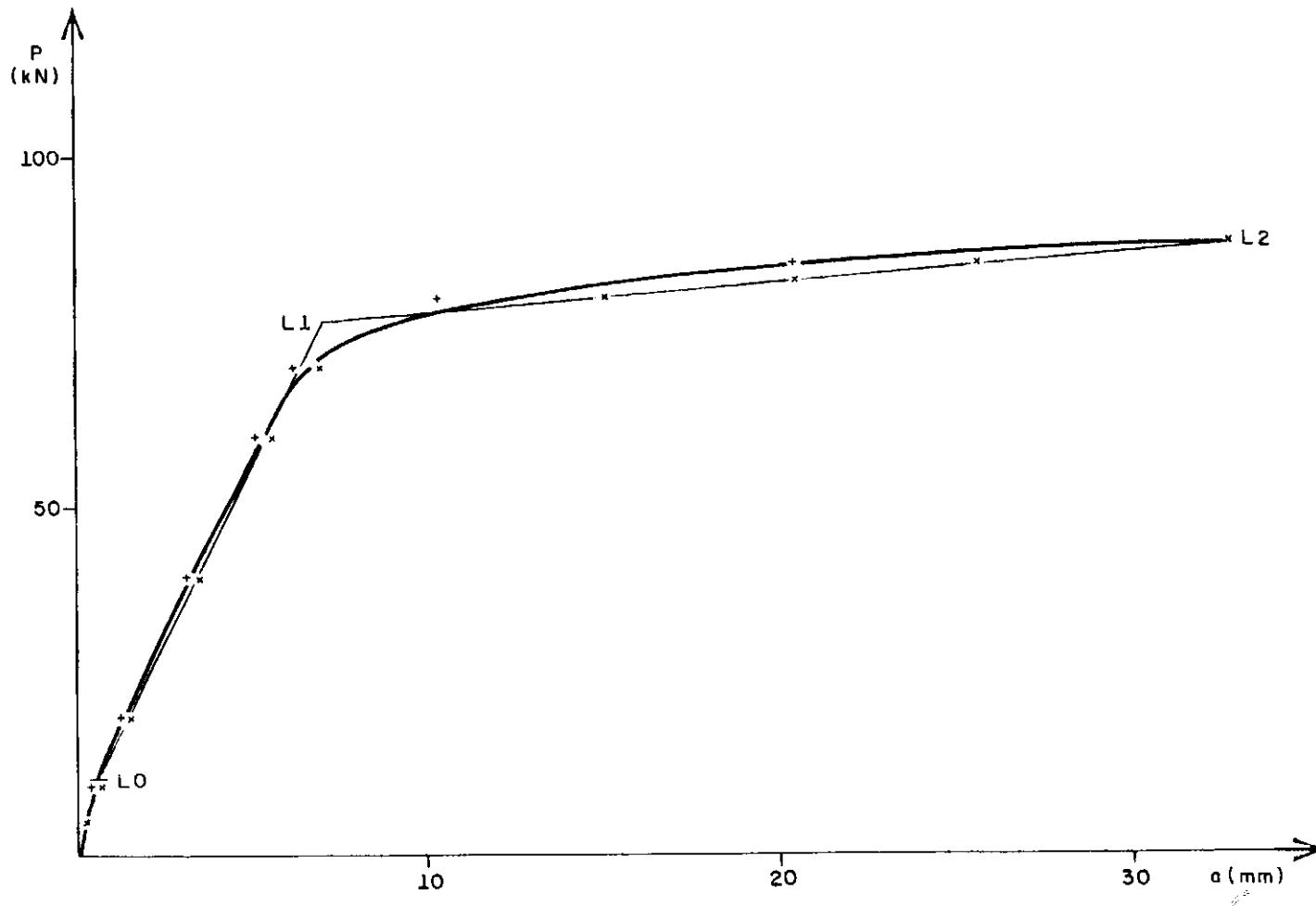


FIG. 5.32 - CARGA x FLECHA C5

+ C5A
x C5B

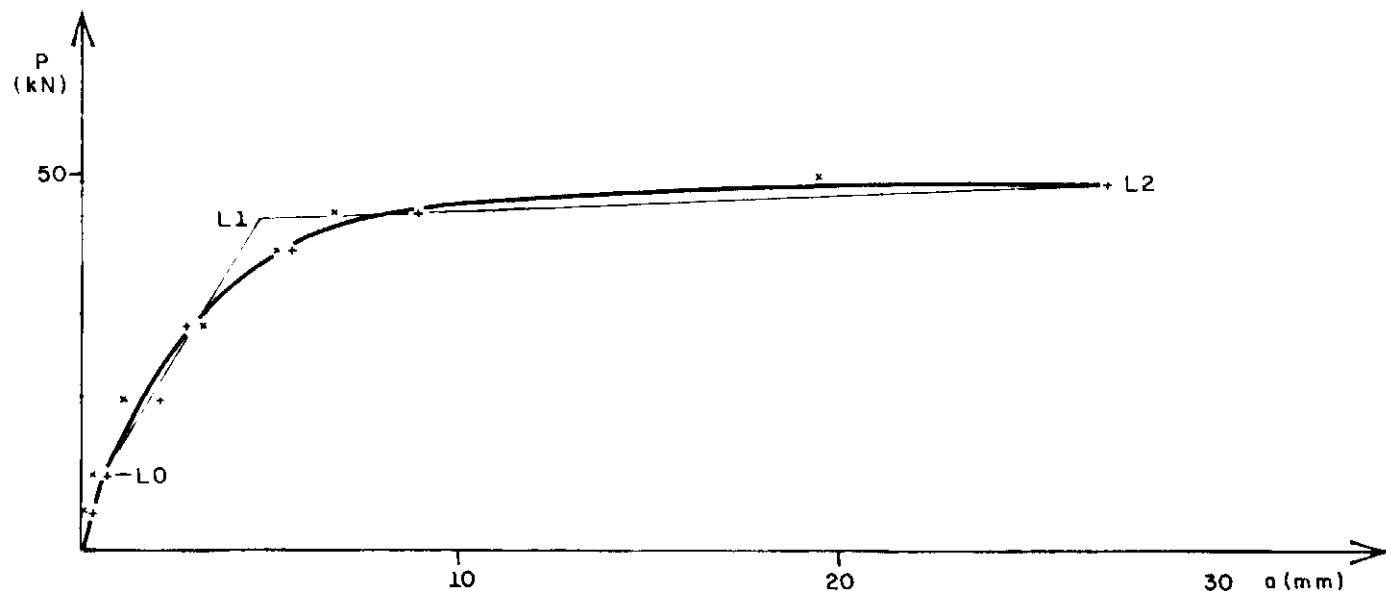


FIG. 5.33 - CARGA x FLECHA C6

+ C6A
x C6B

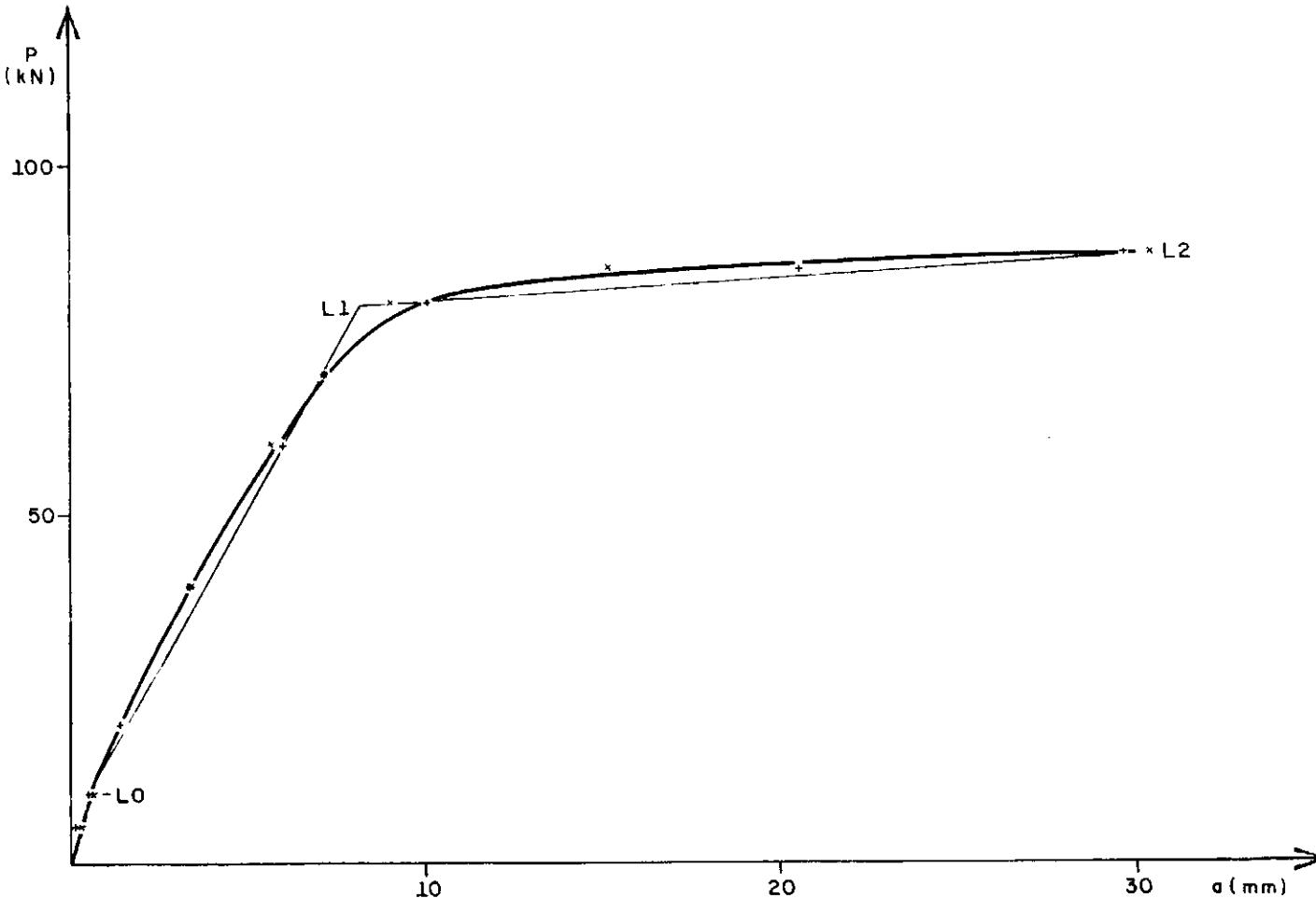


FIG. 5.34 - CARGA X FLECHA C7

+ C7A
x C7B

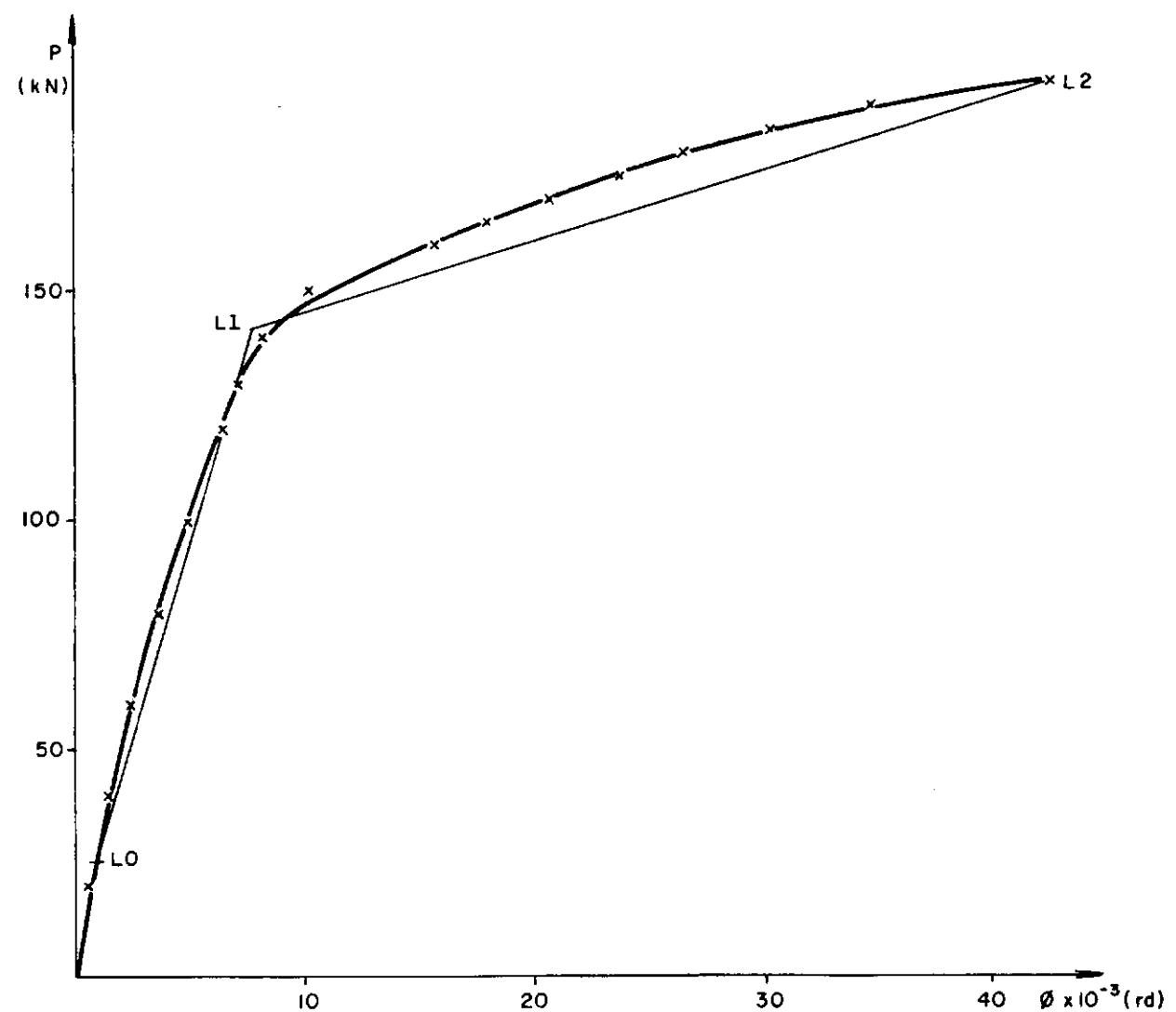


FIG. 5.35 - CARGA x ROTAÇÃO NO APOIO C2

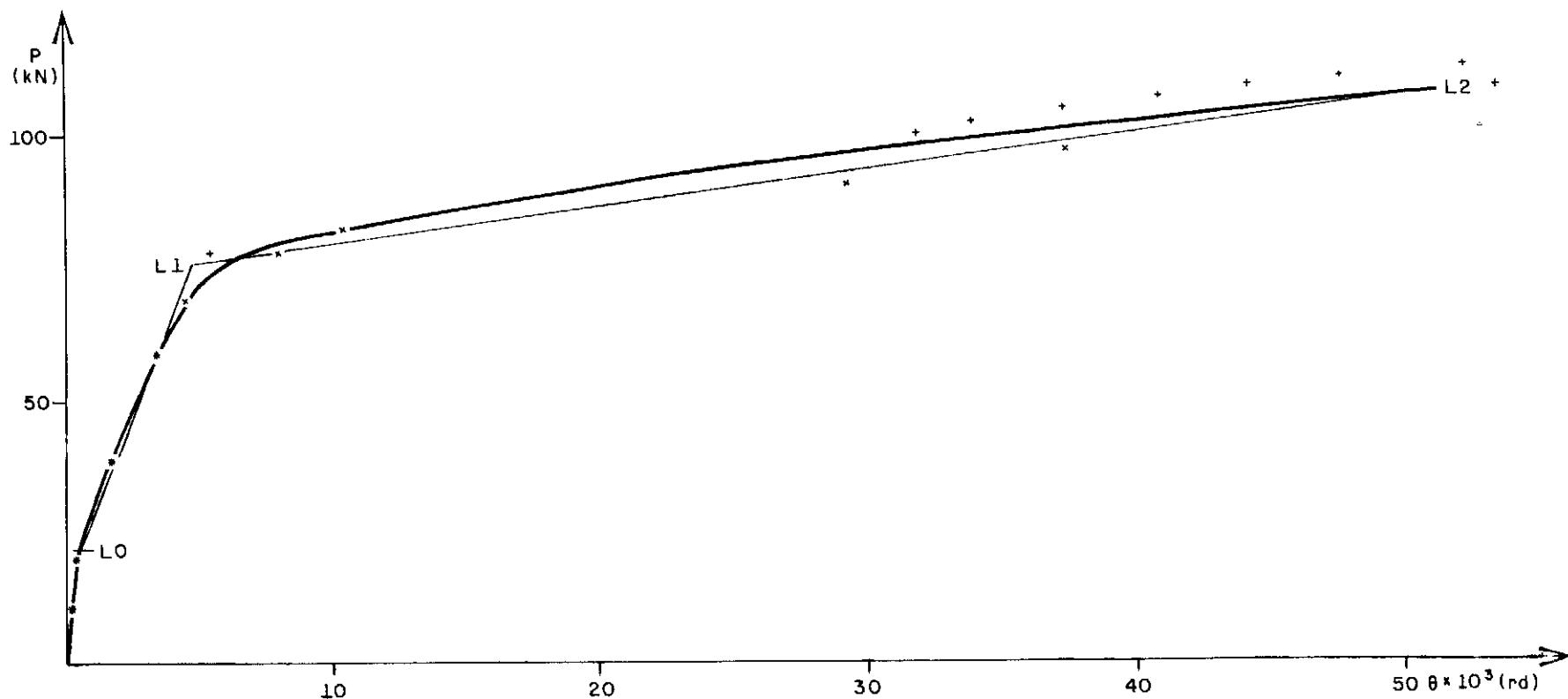


FIG. 5.36 - CARGA X ROTAÇÃO NO APOIO

+ C3A
x C3B

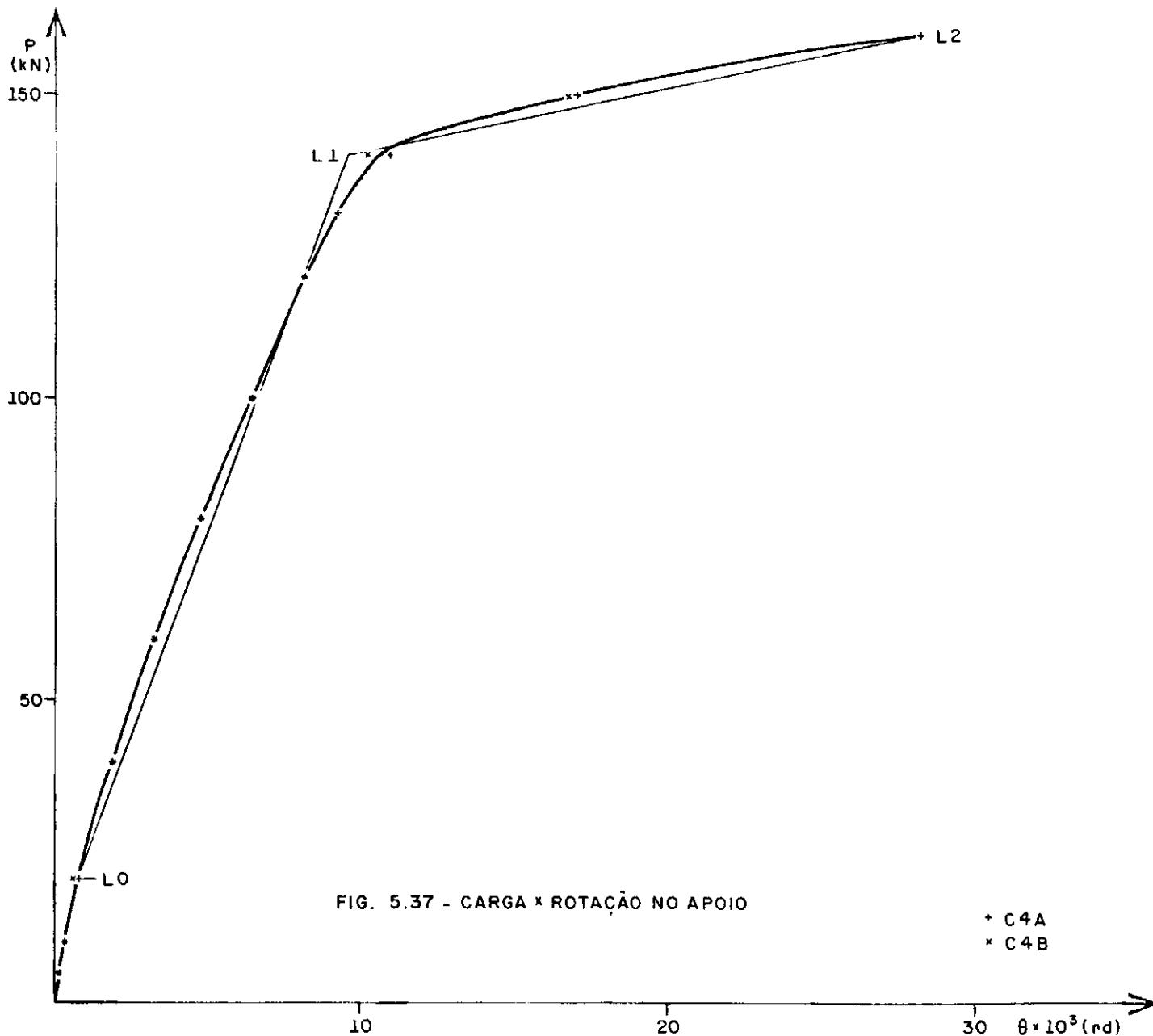


FIG. 5.37 - CARGA X ROTAÇÃO NO APOIO

+ C4A
x C4B

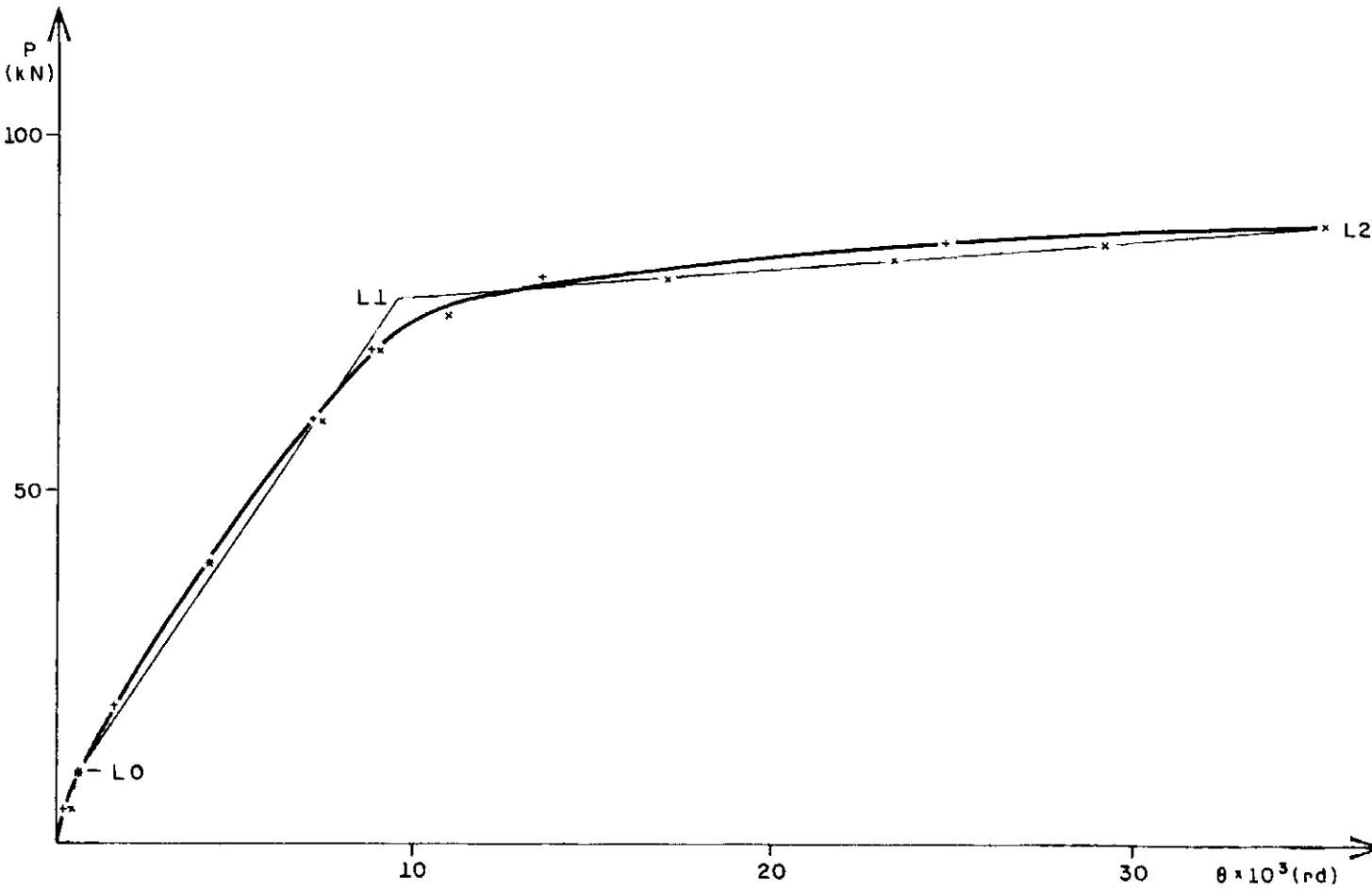


FIG. 5.38 - CARGA X ROTAÇÃO NO APOIO

+ C5A
* C5B

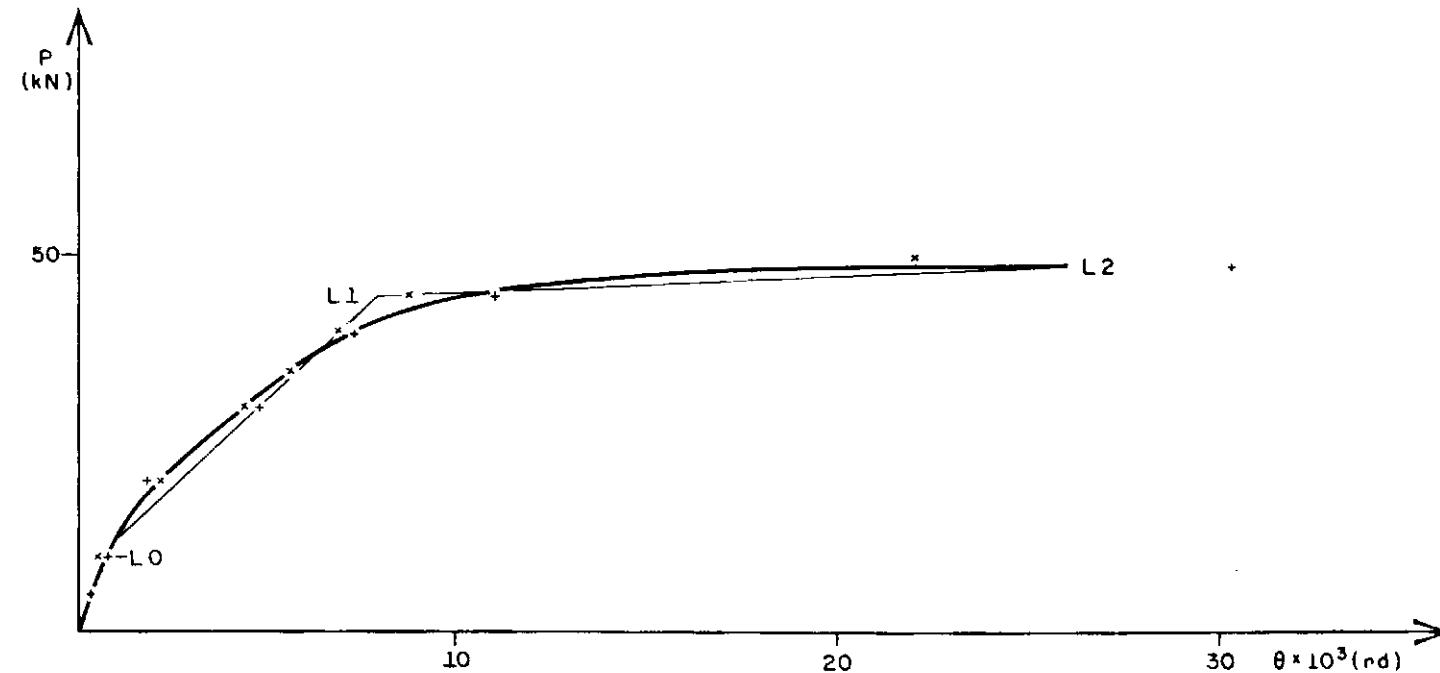


FIG. 5.39 - CARGA X ROTAÇÃO NO APOIO

+

 x

 C6 A

 C6 B

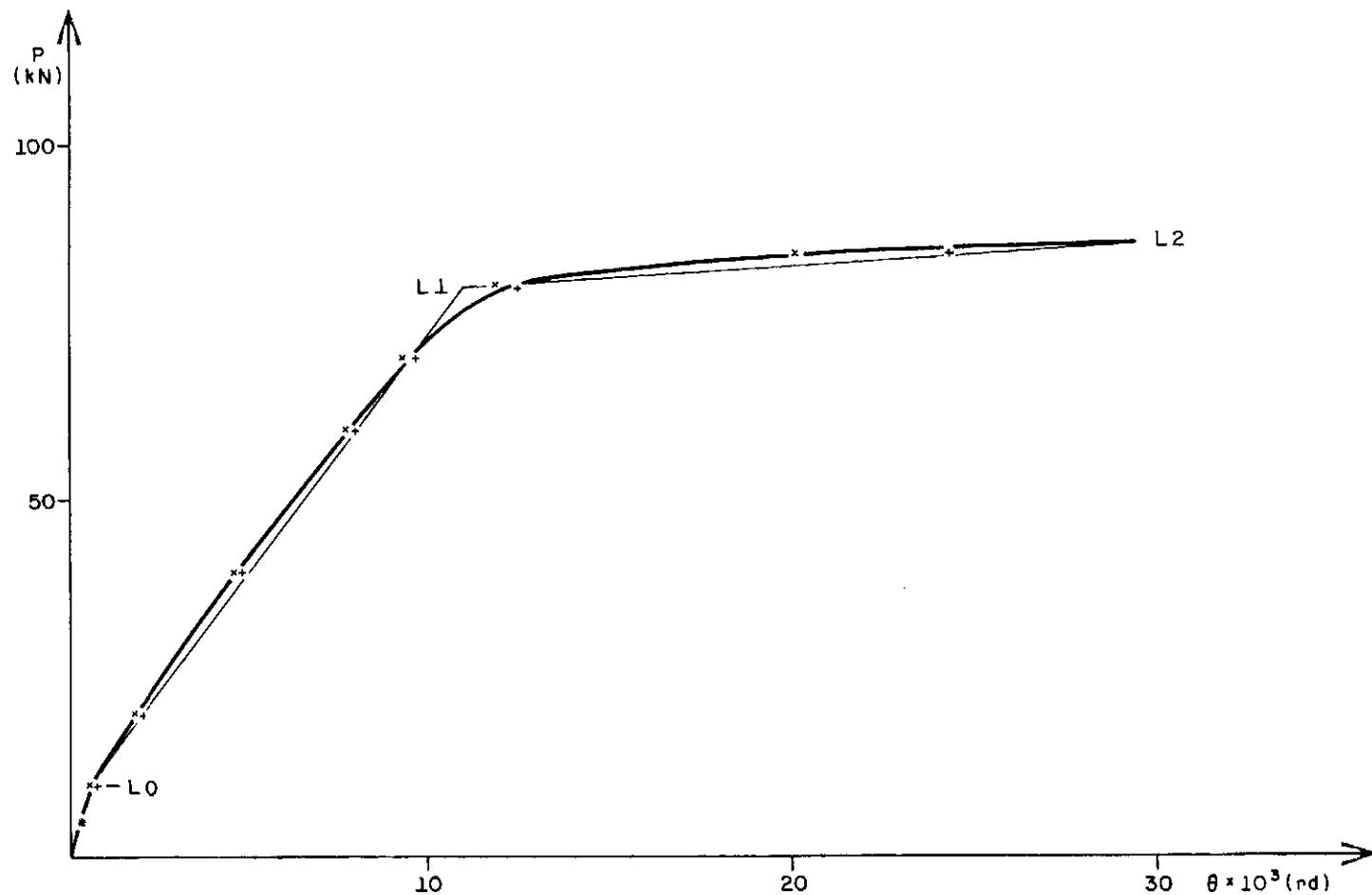


FIG. 5.40 - CARGA X ROTACÃO NO APOIO

+ C7A

x C7B

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS ENSAIOS:

6.1. Cálculo da curva momento x curvatura a partir das deformações do concreto e do aço:

Admitindo-se válida a hipótese das seções planas para o concreto armado, a curvatura será dada por:

$$\Phi = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d'}$$

onde ϵ_s e ϵ_c foram medidas nos ensaios, sendo d' a distância entre as fibras consideradas.

6.2. Cálculo da curva momento x curvatura à partir das rotacões relativas:

De acordo com a teoria das pequenas deformações, a curvatura é dada por:

$$\Phi \approx \frac{\Delta\theta}{\Delta S}$$

onde $\Delta\theta$ é a rotação relativa entre os dois clinômetros colocados nas proximidades das seções críticas, sendo $\Delta S = 40$ cm, a distância entre estes.

Nas figuras 6.1. a 6.6. estão plotadas estas curvas obtidas experimentalmente e as calculada com o programa apresentado no capítulo II, das seções que funcionaram como rótulas plásticas nas vigas hiperestáticas.

Convém observar que os valores experimentais plotadas nestas curvas, são valores médios dos obtidos a partir das deformações e a das rotações relativas. Além disto saliente-se que o ramo L1, L2 das curvas experimentais não puderam ser obtidos até a ruptura da peça, isto porque os extensômetros elétricos utilizados deixaram de funcionar quando as deformações das armaduras atingiram valores elevados.

6.3. Cálculo da rigidez média das vigas isostáticas pelas rotações de apoio:

De acordo com o primeiro teorema de Mohr:

$$\Delta\theta = \frac{\text{área do diagrama de momentos fletores}}{EJ}$$

fazendo as necessárias simplificações:

$$EJ = \frac{P}{\Delta\theta} \times \frac{\ell^2}{8}$$

onde P é a carga aplicada, $\Delta\theta$ a rotação relativa entre as seções do apoio e ℓ o vão das referidas vigas.

Nas figuras 6.7 a 18 estão plotadas as curvas carga x rigidez média calculadas desta forma..

6.4. Cálculo da rigidez média das vigas isostáticas pelo diagrama carga x flecha.

De acordo com o cálculo elástico a flecha no meio do vão de uma viga simplesmente apoiada é dada por:

$$a = \frac{P\ell^3}{48} \times \frac{1}{EJ}$$

tem-se:

$$EJ = \frac{P}{a} \times \frac{\ell^3}{48}$$

Nas figuras 6.7 a 6.18 estão plotadas as

curvas carga x rigidez média calculadas desta forma.

Note-se que a rigidez aqui calculada e que foi chamada de rigidez média, representa apenas uma relação entre a solicitação e o deslocamento correspondente, não sendo constante o seu valor. Para uma seção transversal de concreto armado solicitada a flexão, a rigidez secante ou rigidez tangente é o valor da derivada da curva momento curvatura no ponto considerado ou o valor da tangente trigonométrica da secante a esta curva, decorrendo os conceitos da rigidez secante e rigidez tangente atualmente utilizados nos programas de análise não linear, não tendo no momento sentido falar em rigidez de um membro de concreto armado. No entanto, as curvas que foram aqui calculadas, servem para fazer comparações entre a "rigidez média" e o valores da rigidez no estádio I e no estádio II calculadas por fórmulas clássicas.

6.5. Cálculo da rigidez no estádio I.

Tem-se:

$$EJ_I = E_C \times \frac{bh^3}{12}$$

onde o módulo de deformação do concreto foi determinado experimentalmente (módulo de deformação estático).

6.6. Cálculo da rigidez no estádio II.

Tem-se:

$$EJ_{II} = A_s \cdot E_s \cdot d^2 \cdot \left(1 - \frac{x_{II}}{d}\right) \cdot \frac{z_{II}}{d}$$

admitindo-se um diagrama linear de tensão no concreto no estádio II, tem-se:

$$\frac{x_{II}}{d} = \eta_{II} \bar{w}_o \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{\eta_{II} \bar{w}_o}} \right)$$

$$\frac{z_{II}}{d} = 1 - \frac{\frac{x_{II}}{d}}{3}$$

sendo:

$$\eta_{II} = 2 \cdot \frac{E_s}{E_c}$$

$$\bar{w}_o = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

Obteveram-se os seguintes valores para as vigas isostáticas

VIGA	$EJ_{II} \times 10^3$ (kN x m ²)
C - 2	2,12
C - 3	1,41
C - 4	2,35
C - 5	2,01
C - 6	1,24
C - 7	2,14

6.7. Cálculo da capacidade de rotação das rótulas plásticas pelo diagrama carga x rotação da seção do apoio das vigas isostáticas.

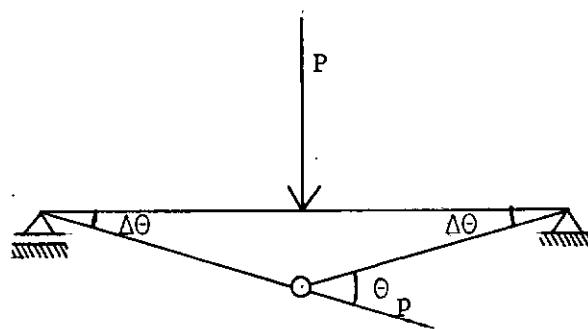


fig. 6.28

De acordo com a fig. 6.28 tem-se:

$$\theta_p = 2\Delta\theta$$

onde:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

sendo θ_1 e θ_2 as abscissas dos pontos L1 e L2 no diagrama carga x rotação no apoio. Os valores obtidos estão na tabela 6.1.

6.8. Cálculo da capacidade de rotação das rótulas plásticas pelo diagrama carga x flecha das vigas isostáticas:

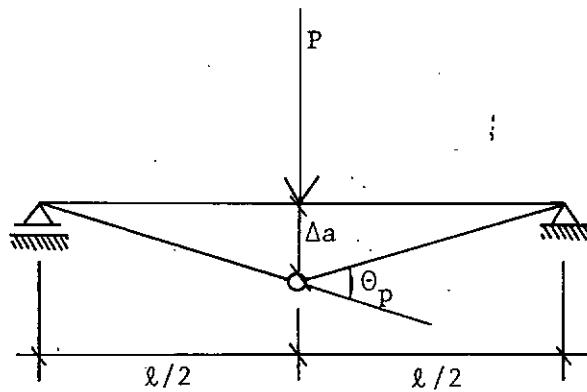


fig. 6.29

De acordo com a fig. 6.29, tem-se:

$$\theta_p = \frac{4\Delta a}{l}$$

onde:

$$\Delta a = a_2 - a_1$$

sendo a_1 e a_2 as abscissas dos pontos L1 e L2 no diagrama carga x flecha. Os valores obtidos estão na tabela 6.1.

6.9. Cálculo teórico da capacidade de rotação das rótulas plásticas:

6.9.1. Fórmula proposta por F.L.L.B. Carneiro (7)

Considerando-se esta fórmula semi-empírica,

tem-se:

$$\text{Máx } \theta = \frac{1}{2} \ell_p \cdot \theta'_{l'} + \frac{1}{2} d \cdot \theta'_{r'}$$

onde:

$$\ell_p = a \left(1 - \frac{\frac{M_{L1}}{M}}{L2} \right) - \text{comprimento plastificado (fig. 6.30)}$$

a - distância entre pontos de momento nulo .

M_{L1} e M_{L2} - momentos correspondentes os pontos L1 e L2 na curva

momento curvatura fig. 6.4. Neste trabalho M_{L1} e M_{L2} foram obtidas na curva carga x rotação no apoio das vigas isostáticas.

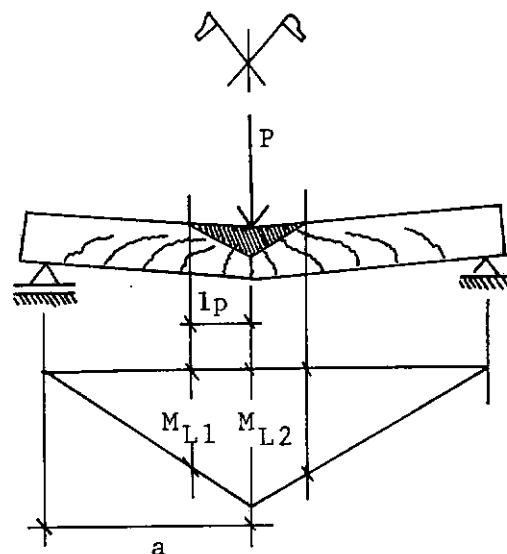


fig. 6.30 Comprimento plastificado

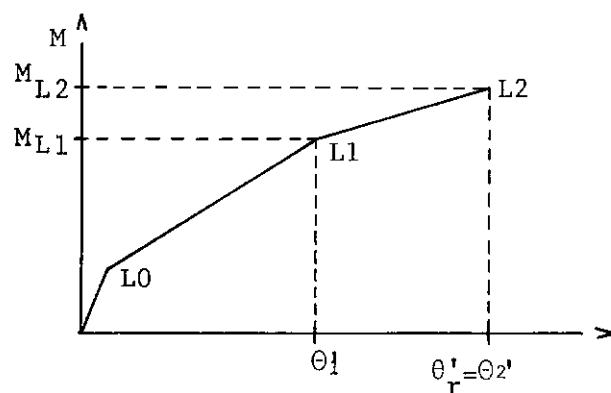


fig. 6.31 Curva momento x curvatura (caso geral)

$$\theta'_1 = \frac{M_{L1}}{EJ_{II}} \quad e \quad \theta'_r = \frac{\epsilon_{cr}}{x_{III}} = \frac{2,635 \times 10^{-3}}{Y}$$

sendo:

$$y = \frac{3}{4} x_{III}, \quad x_{III} = \frac{A_s f_y d}{b f_{cd}} \quad \text{e} \quad \epsilon_{cr} = 3,5\%$$

EJ_{II} = - calculada no item 6.6

Na tabela 6.2 estão os valores das rotações plásticas calculadas por esta fórmula, e as determinadas experimentalmente (itens 6.7 e 6.8)

Tabela 6.2. Comparação entre as rotações plásticas obtidas experimentalmente e as calculadas pela fórmula proposta por F.L.L.B.Carneiro.

viga	calculadas pelas rotações no apoio $\theta \times 10^3$ rd	calculadas pelas flechas $\theta \times 10^3$ rd	fórmula proposta por F.L.L.B.Carneiro
C - 2	58,5	70,3	17,74
C - 3	87,4	91,5	25,08
C - 4	23,2	24,9	12,48
C - 5	38,8	40,9	19,84
C - 6	36,8	36,3	32,26
C - 7	43,6	37,0	16,26

6.9.2. Proposição de G. Macchi (8)

Propõe o Prof. G. Macchi que a rotação concêntrada seja avaliada através de gráficos obtidos experimentalmente. A figura 6.19 mostra o gráfico proposto onde estão plotadas as curvas máxima e mínima propostas e os pontos obtidos nos ensaios.

6.9.3. Gráfico proposto pela Comissão XI do CEB.

A figura 6.20 mostra o gráfico proposto pela Comissão XI do CEB, podendo também serem observados os valores obtidos nos ensaios, e os calculados pela fórmula proposta por F.L.L.B.Carnéiro.

6.10. Cálculo da rotação das rótulas plásticas das vigas hiperestáticas:

Admitindo-se que seja válido o princípio da superposição para o concreto armado e que a rigidez seja constante ao longo do eixo da peça e igual a rigidez no estadio II, será calculada a rotação que deve sofrer a rótula plástica, para que a peça se adapte ao diagrama de momentos adotado.

Vigas V2, V3 e V4.

Para estas vigas a primeira rótula plástica forma-se na seção do apoio central. Tem-se:

$$\theta = - \frac{P\ell^2}{8(EJ)_{II}} + \frac{2}{3} \cdot \frac{MC \cdot \ell}{(EJ)_{II}}$$

Vigas V5, V6 e V7

Para estas vigas as primeiras rótulas plásticas se formam no ponto de aplicação das cargas. Tem-se:

$$\theta = - \frac{5 \cdot P \cdot \ell^2}{24(EJ)_{II}} + \frac{4 \cdot MB \cdot \ell}{3(EJ)_{II}}$$

Na tabela 6.3 estão os resultados obtidos.

Tabela 6.3. Comparação de rotações $\theta \times 10^3$ rd

VIGA	Rotações calculadas (vistas continuas)	Obtidas nos ensaios (Vigas isostáticas)		F.L.L.B. Carneiro	Gráfico do Prof. MACCHI
		Pelas rotações relativas	pelas flechas		
V2	14,77	58,5	70,3	17,74	34
V3	12,63	87,4	91,5	25,08	45
V4	5,06	23,2	24,9	12,48	32
V5	24,92	38,8	40,9	19,84	37
V6	22,45	36,8	36,3	32,26	46
V7	14,97	43,6	37,0	16,26	35

6.11. Fissuração:

As figuras 6.21 a 6.27 mostram os gráficos carga x abertura máxima de fissura nas seções críticas B e C (fig. 6.5) das vigas ensaiadas. Nestes gráficos está indicada para cada viga, a abertura máxima de fissura correspondente a carga de serviço P_K , sendo esta definida como a carga última prevista dividida pelo coeficiente de segurança para as ações, que foi considerado igual à 1,5 de acordo com as recomendações do CEB-FIP. Convém salientar que as aberturas máximas de fissuras plotadas nos gráficos, são os valores médios dos obtidos nos ensaios, correspondentes as seções B e C, na figura 6.32.

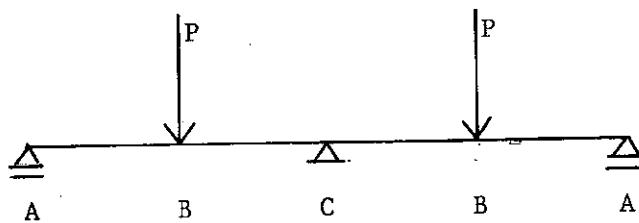


fig. 6.32

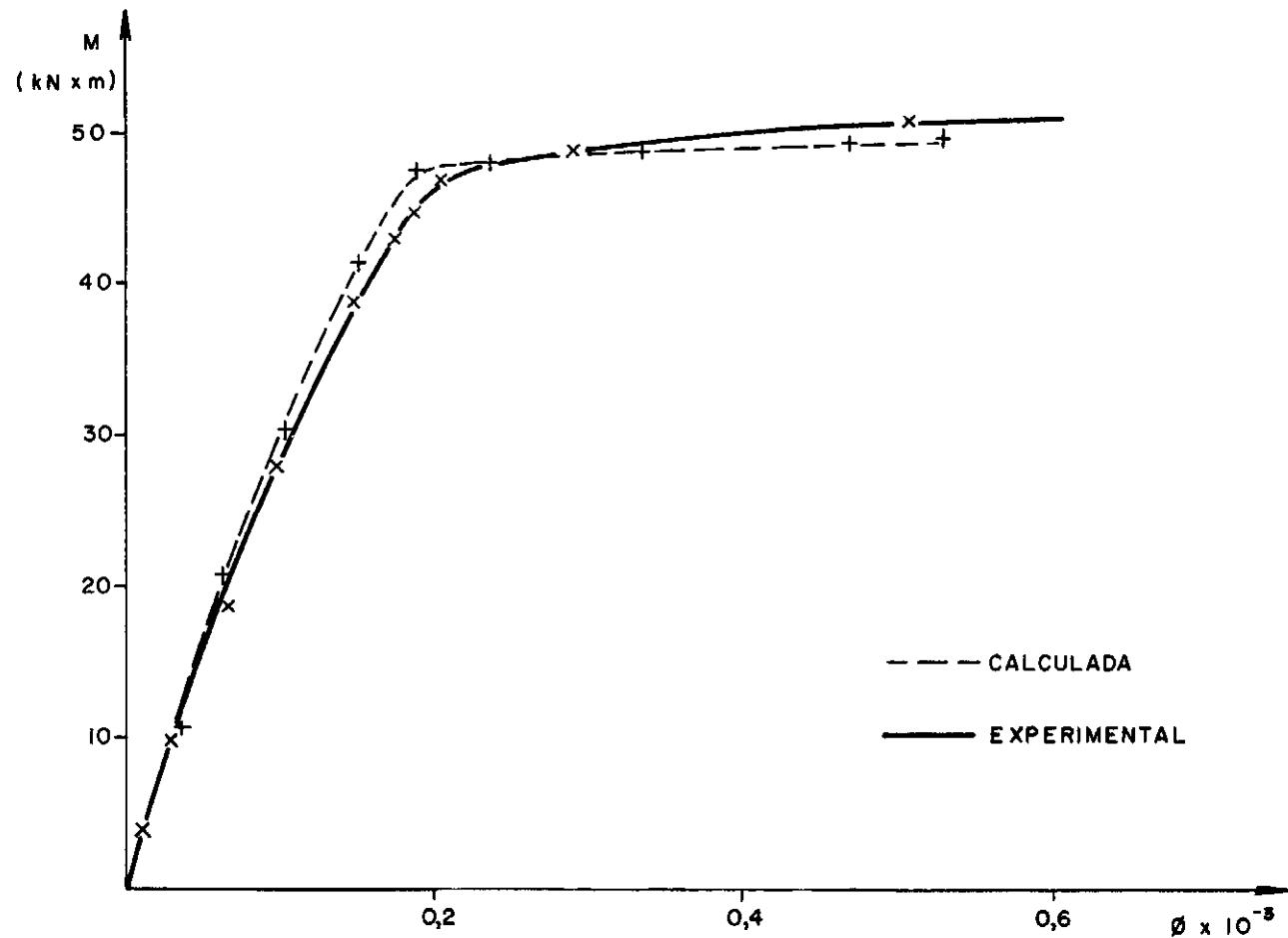


FIG. 6.1-MOMENTO - CURVATURA VIGA C2 (SEÇÃO CRÍTICA)

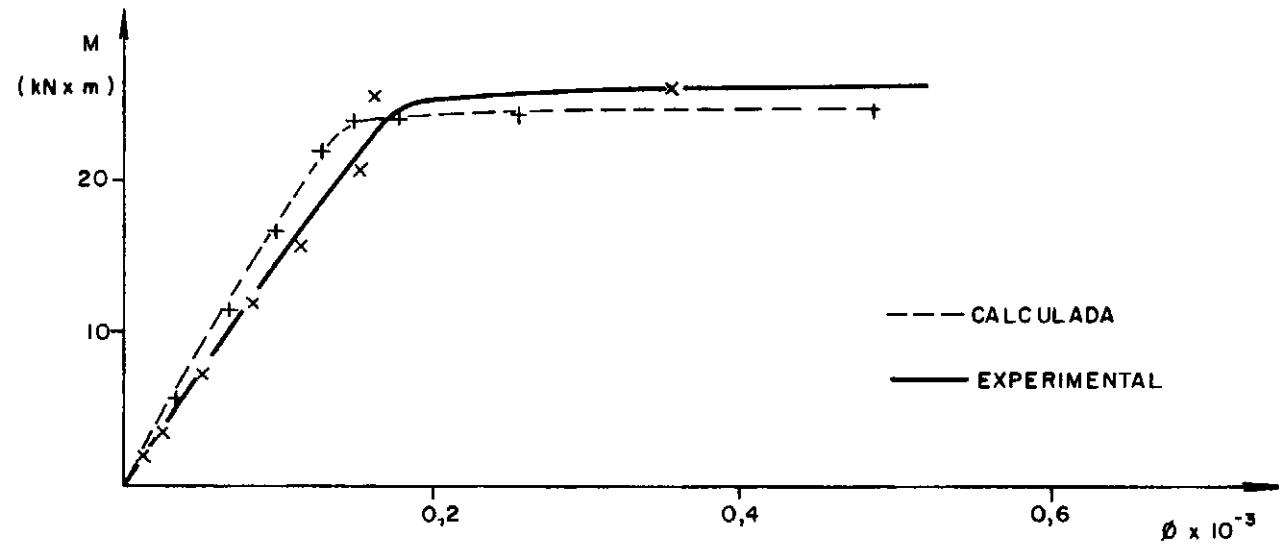


FIG. 6.2 - MOMENTO - CURVATURA VIGA C3 (SEÇÃO CRÍTICA)

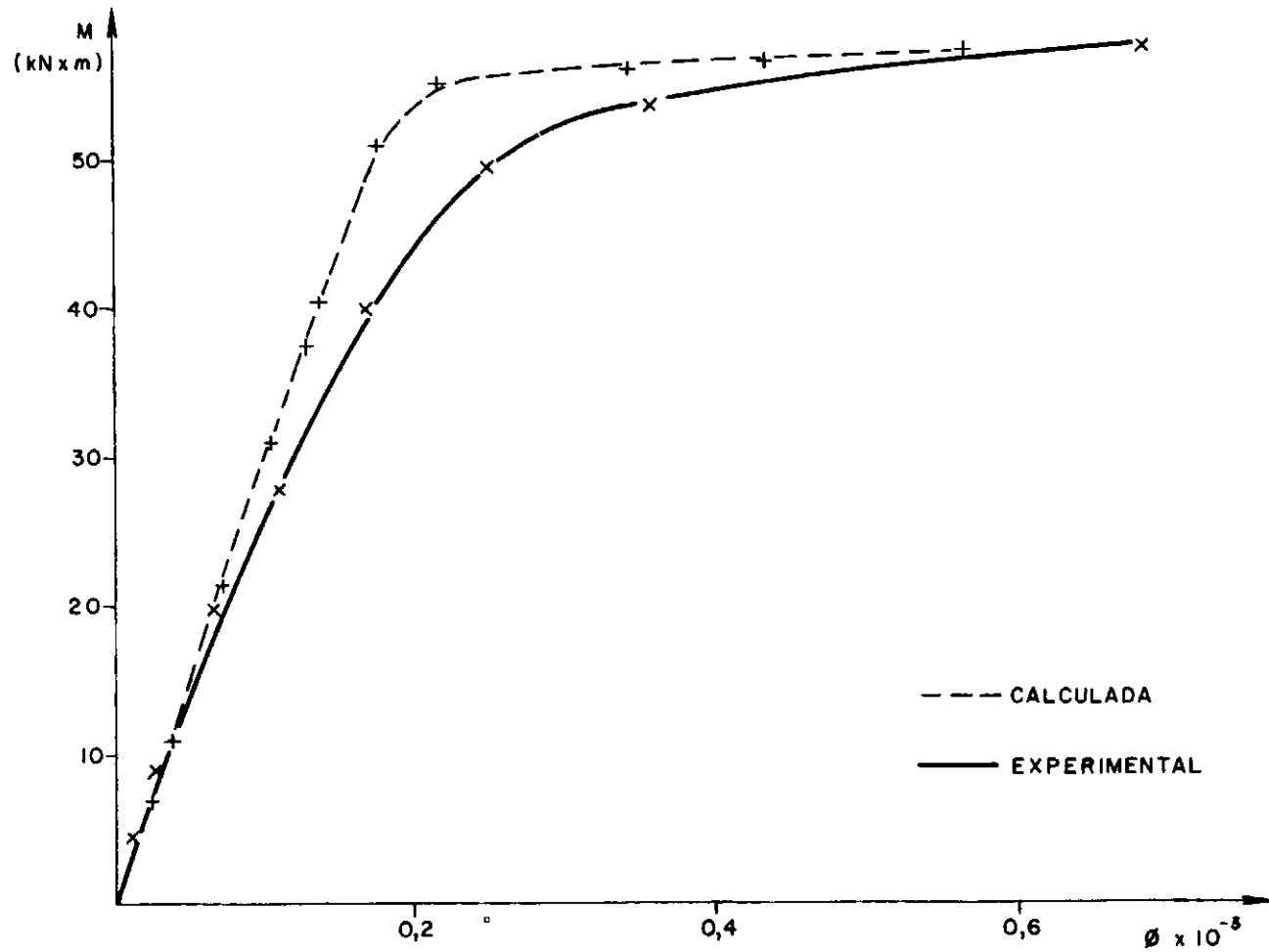


FIG. 6.3 - MOMENTO - CURVATURA VIGA C4 (SEÇÃO CRÍTICA)

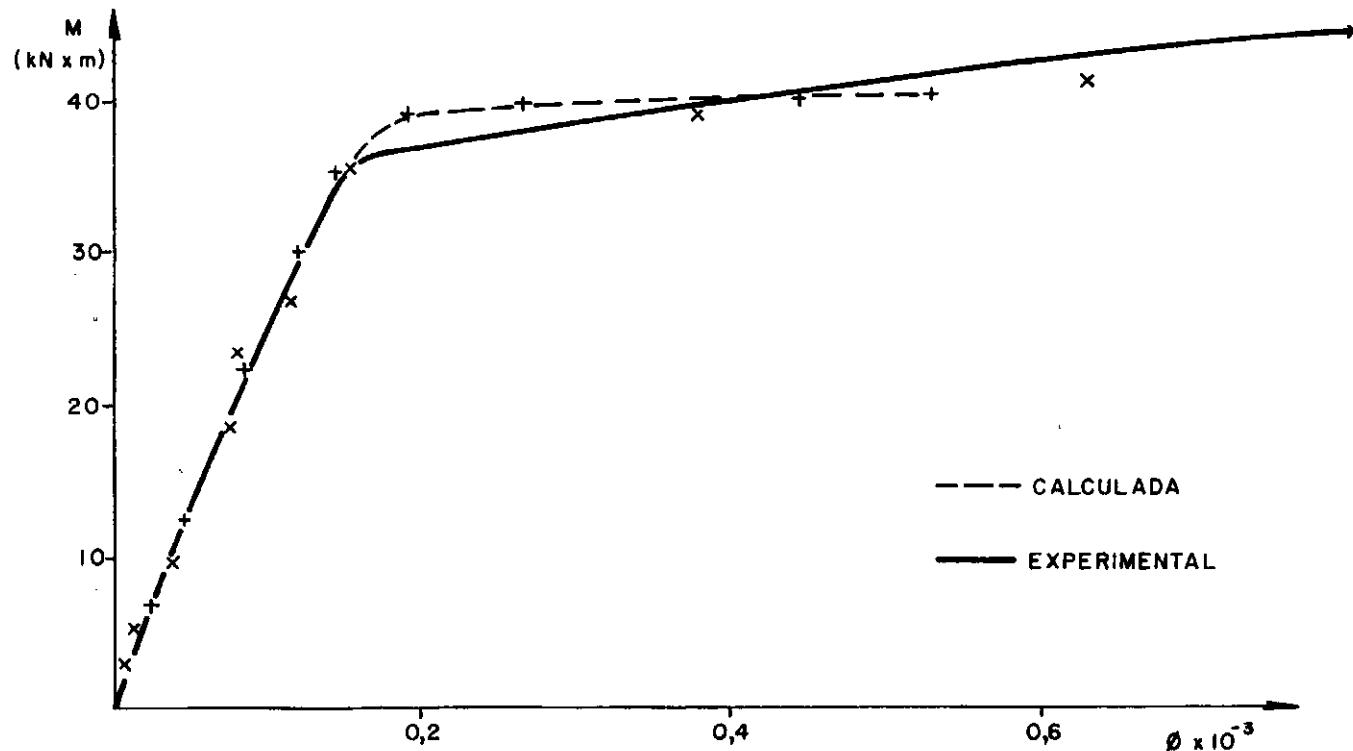


FIG. 6.4 – MOMENTO - CURVATURA VIGA C5 (SEÇÃO CRÍTICA)

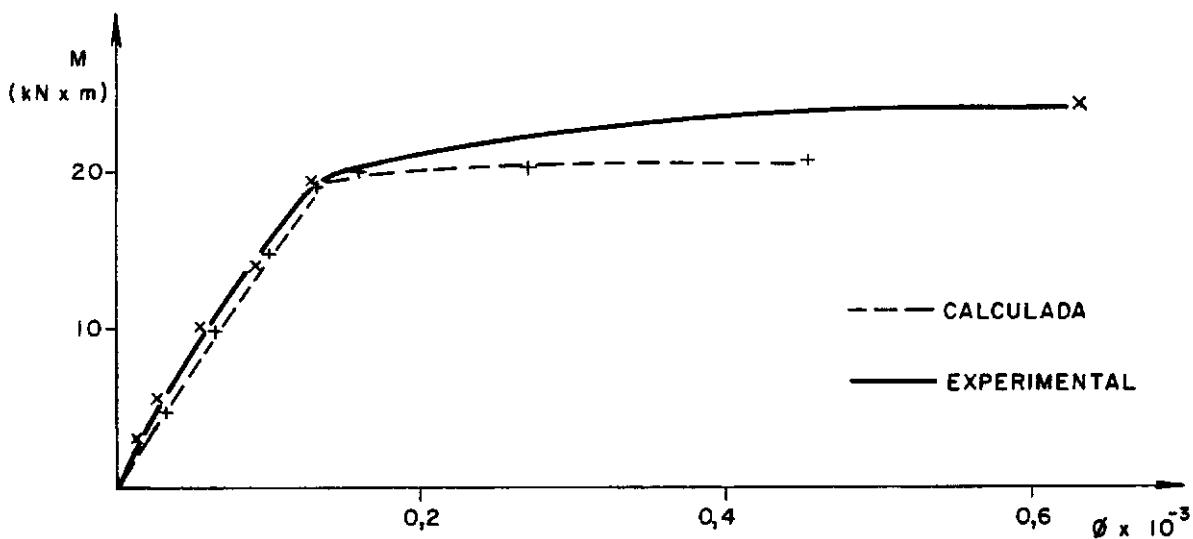


FIG. 6.5 - MOMENTO - CURVATURA VIGA C6 (SEÇÃO CRÍTICA)

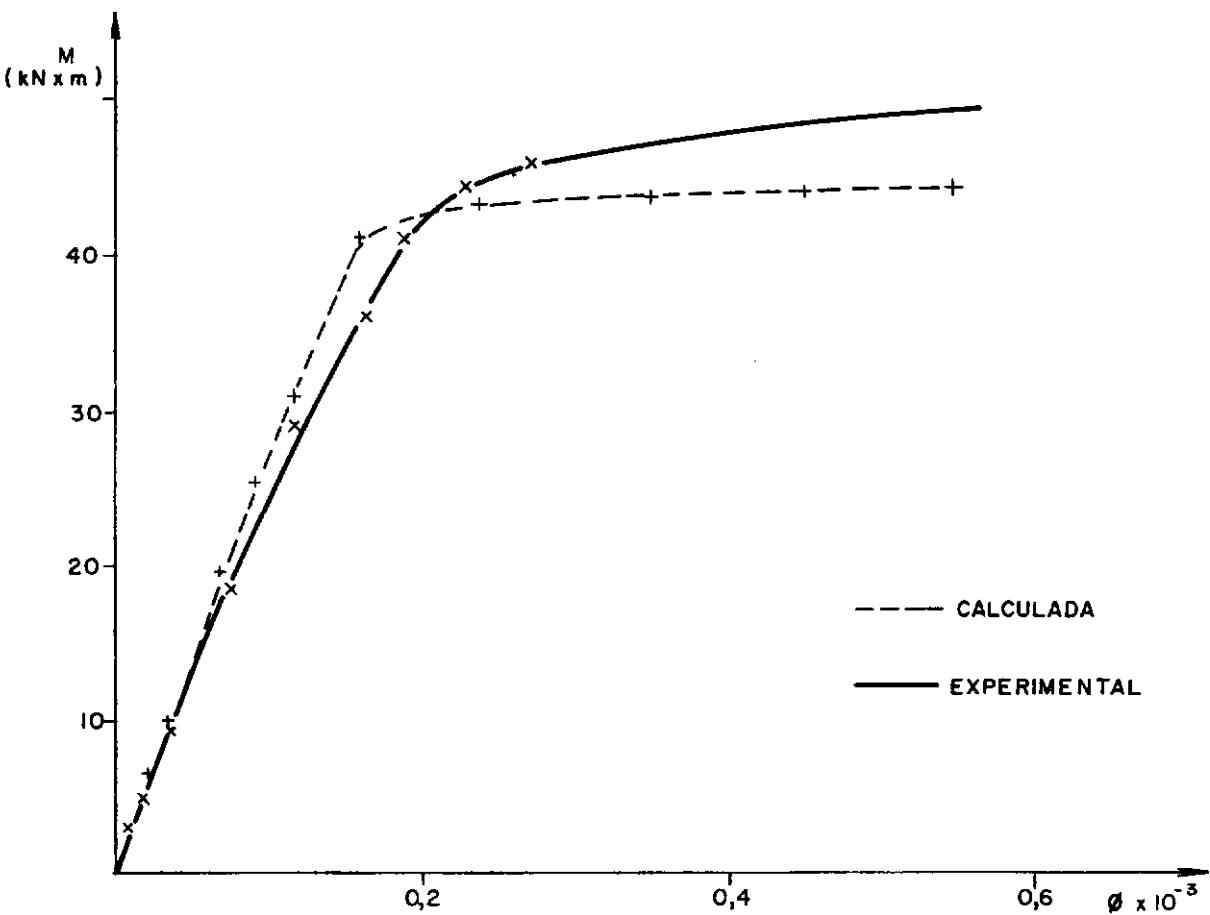


FIG. 6.6 - MOMENTO - CURVATURA VIGA C7 (SEÇÃO CRÍTICA)

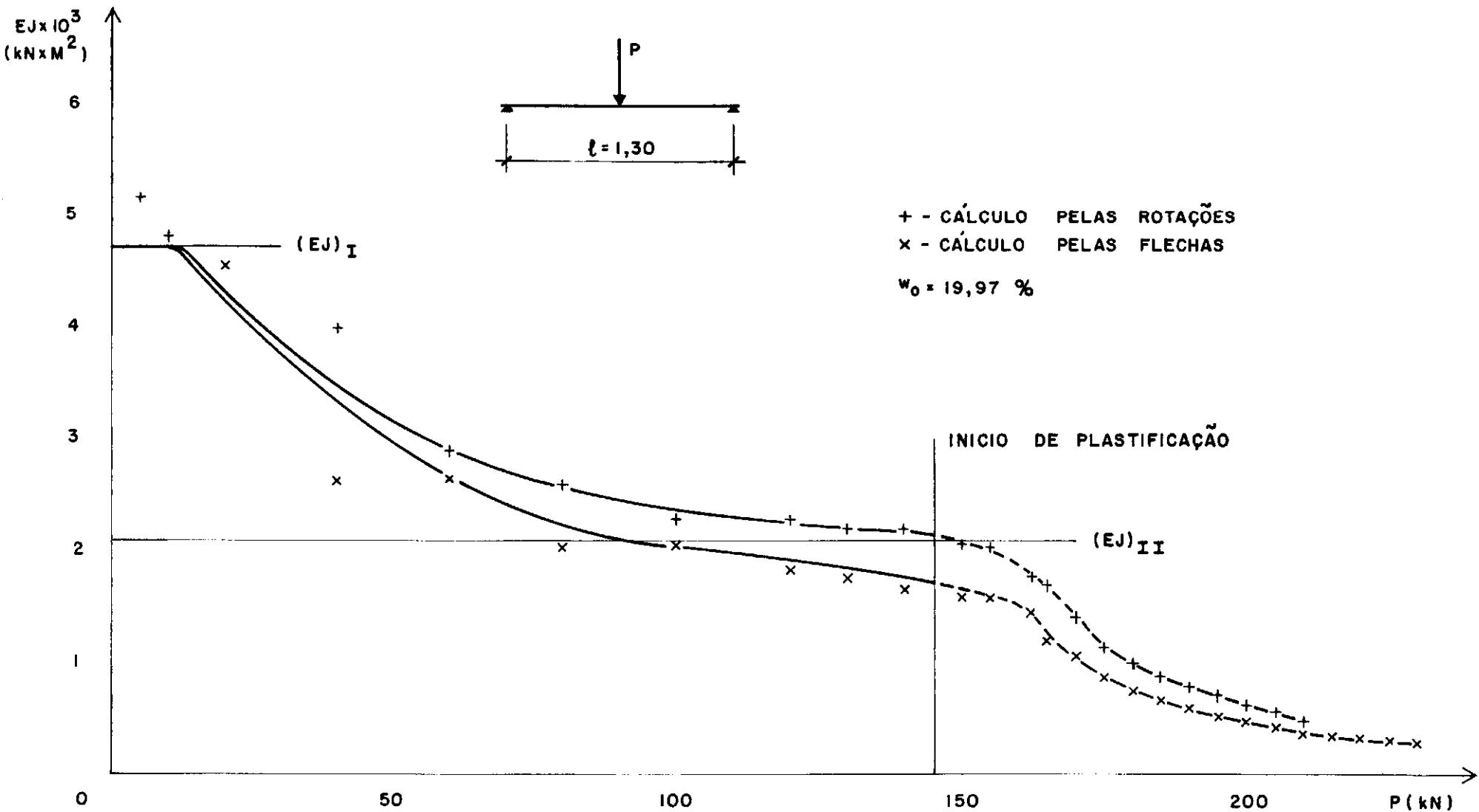


FIG. 6.7 - RIGIDEZ MÉDIA \times CARGA C2A

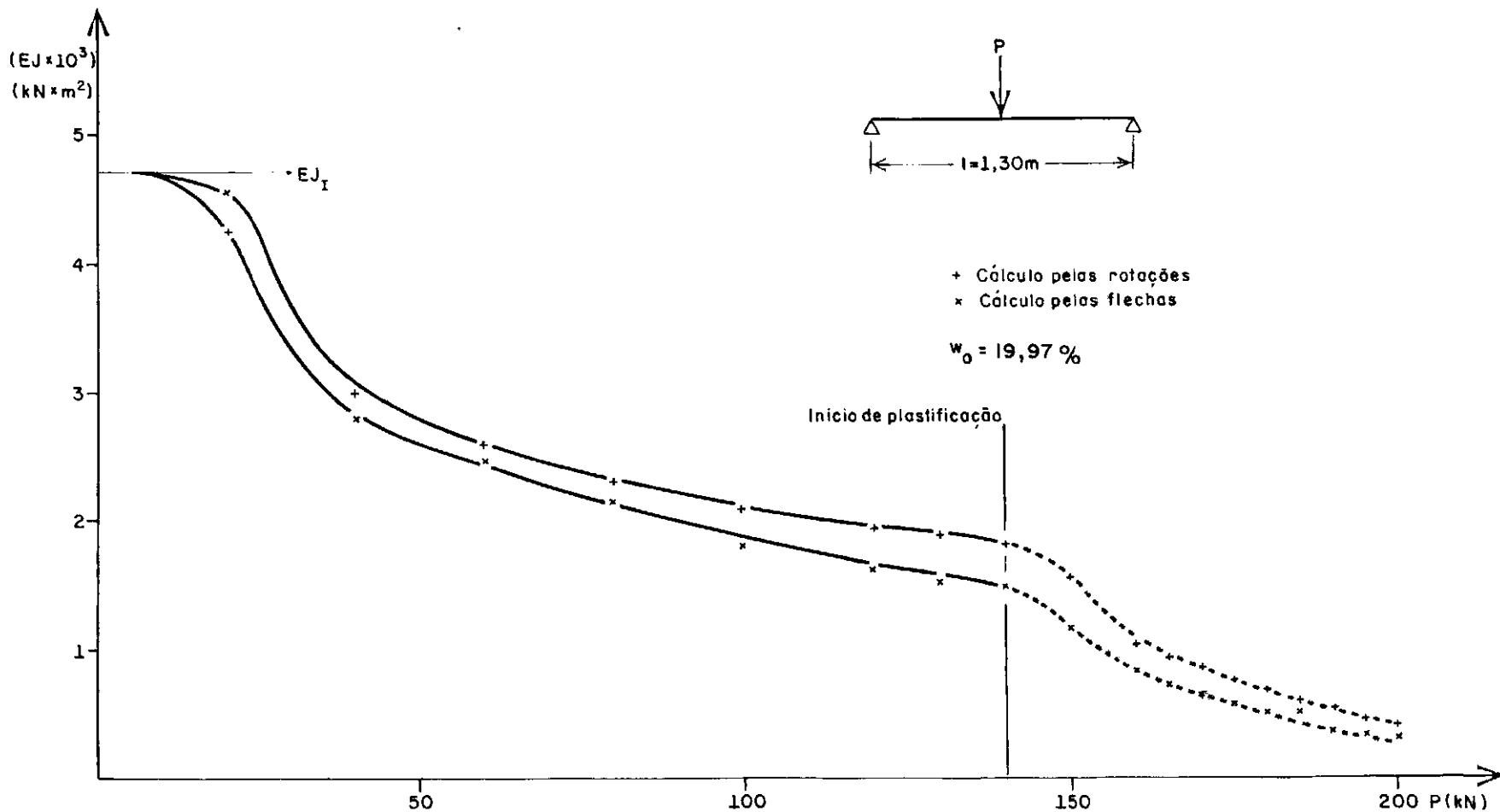


FIG. 6.8 - RIGIDEZ MÉDIA × CARGA C2B

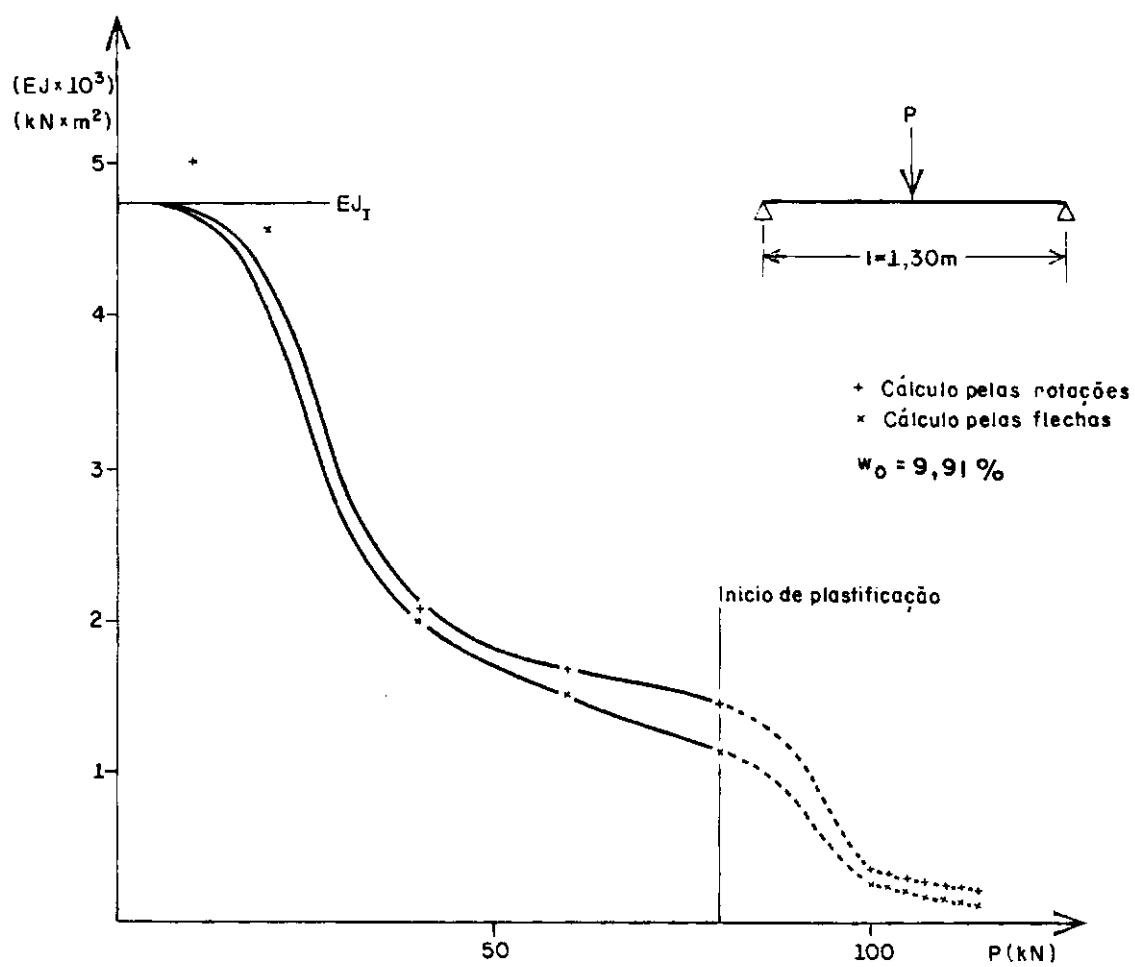


FIG. 6.9 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA C3A

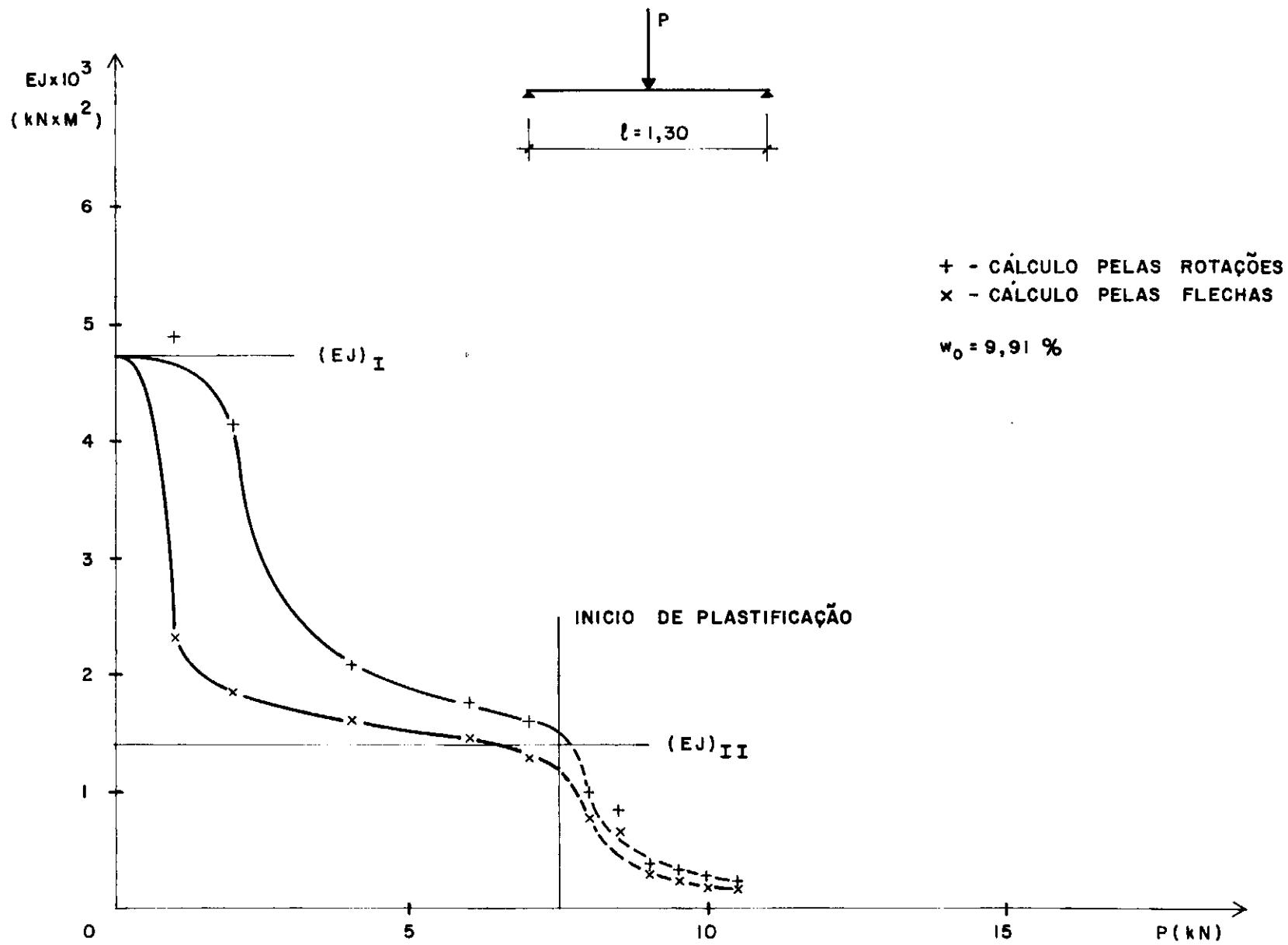


FIG. 6.10 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA CB3

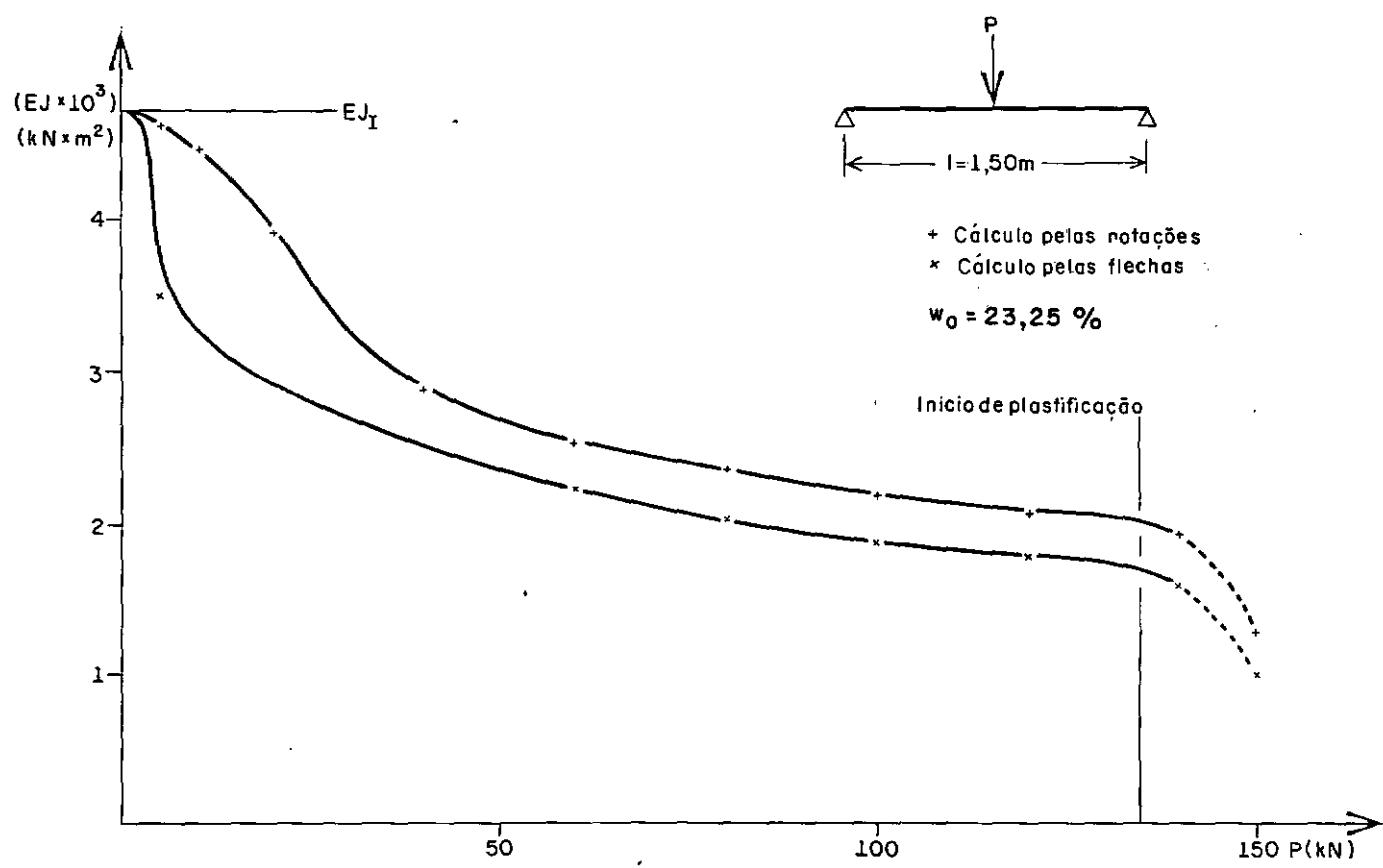


FIG. 6.II - RIGIDEZ MÉDIA x CARGA C4 A

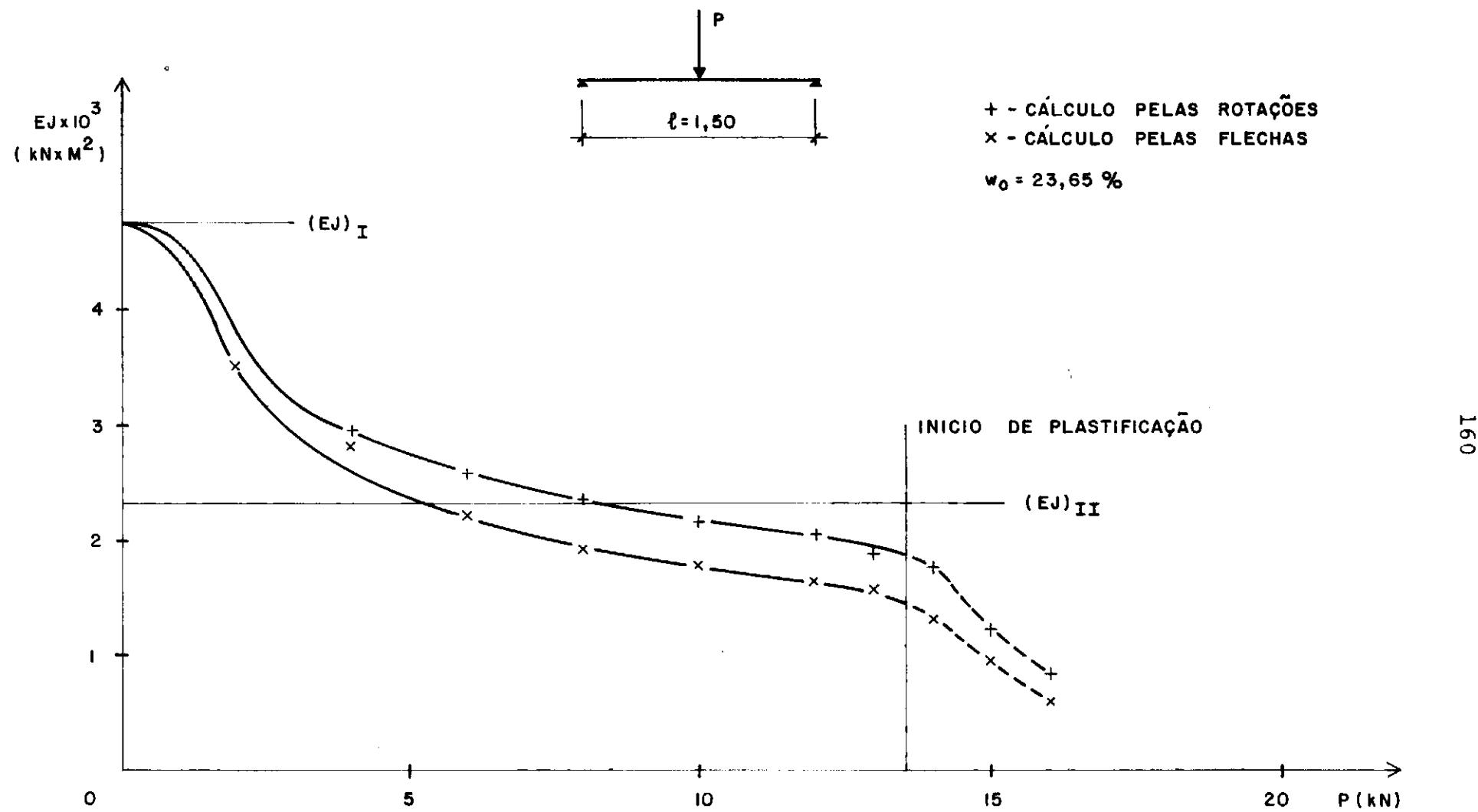


FIG. 6.12 - RIGIDEZ MÉDIA \times CARGA 4B

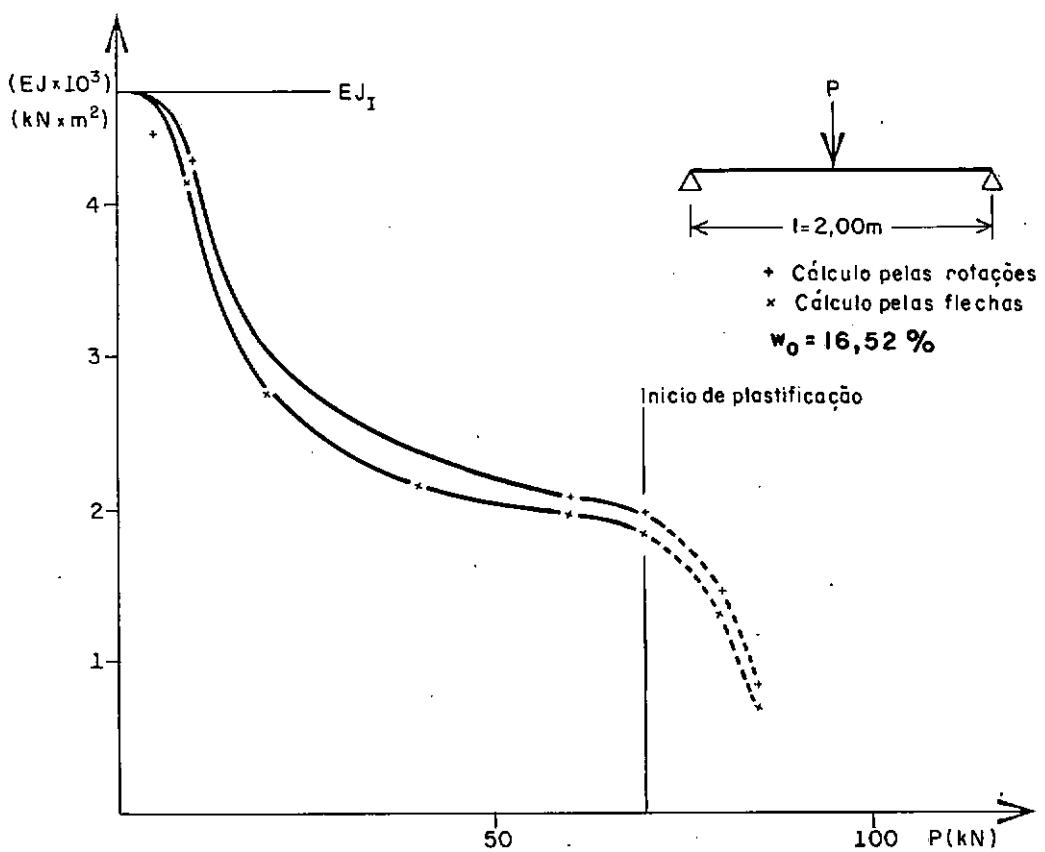


FIG. 5.13 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA C5A

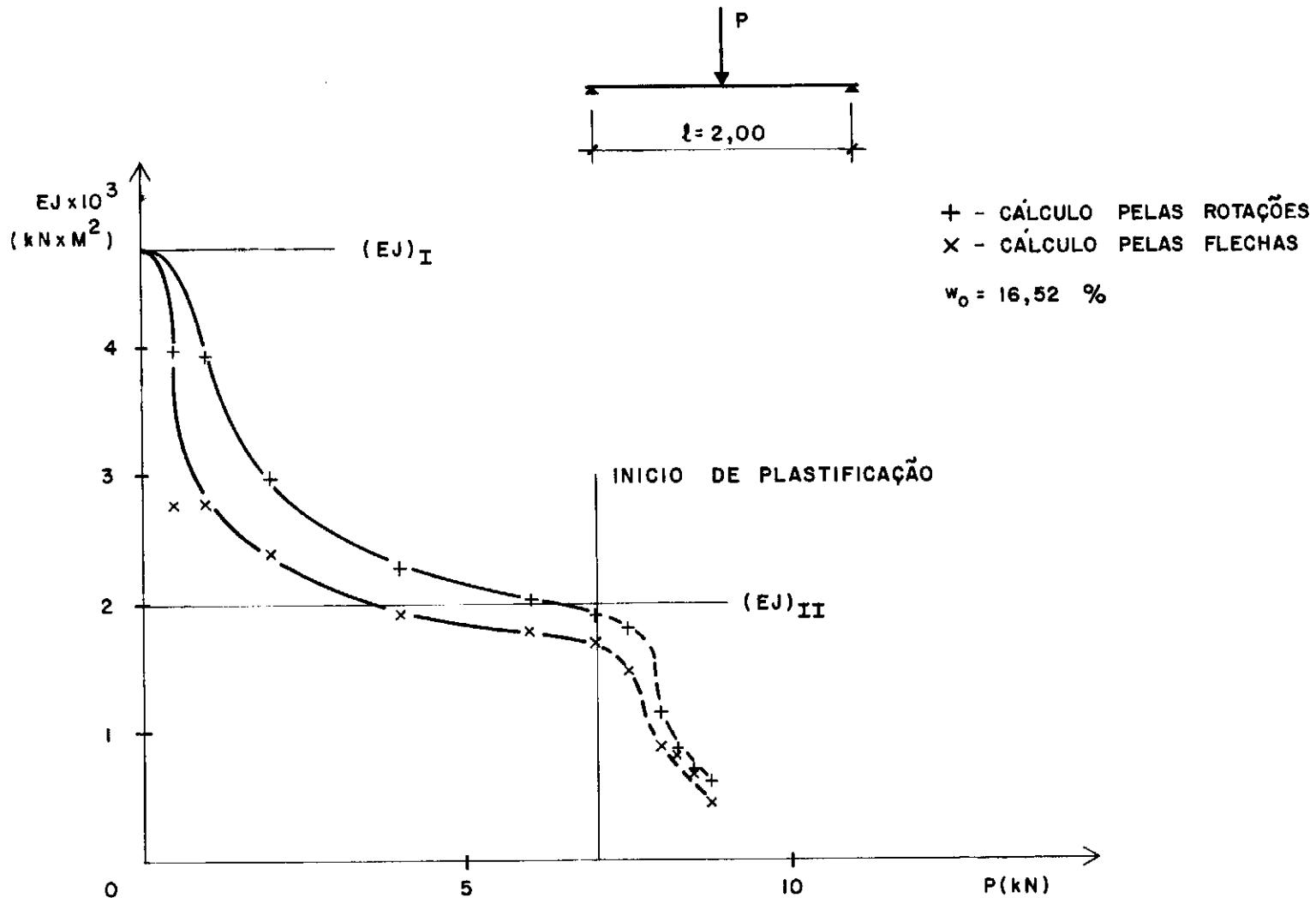


FIG. 6.14 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA 5B

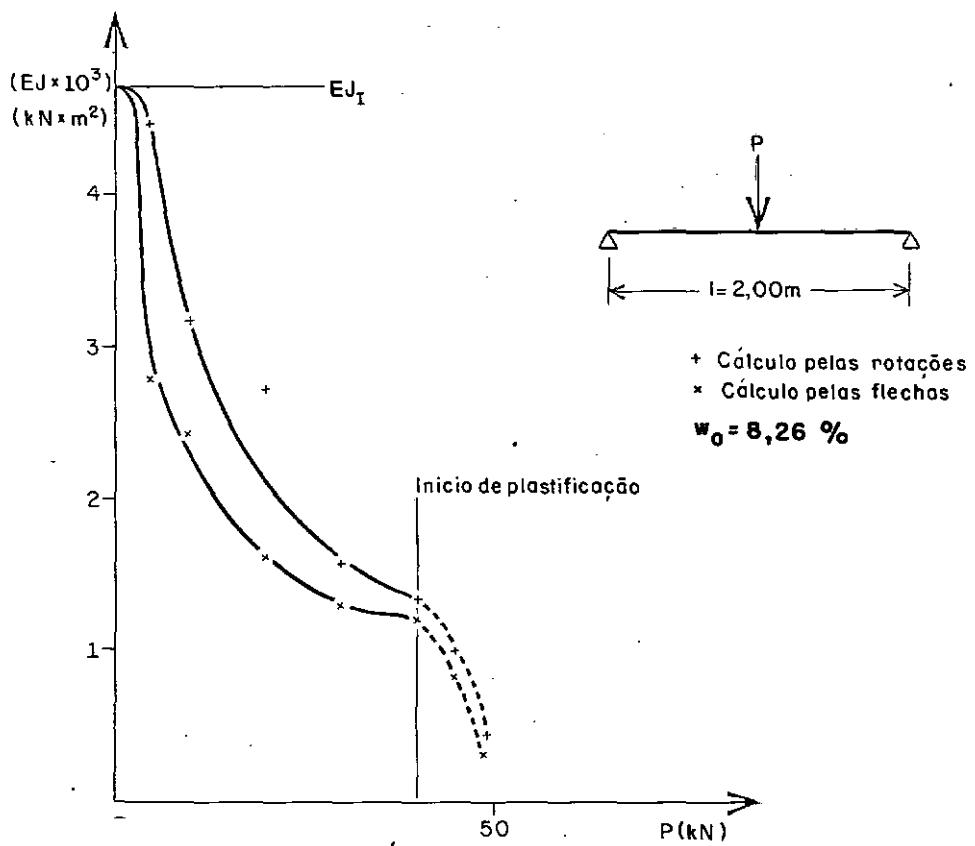


FIG.5.15 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA C 6 A

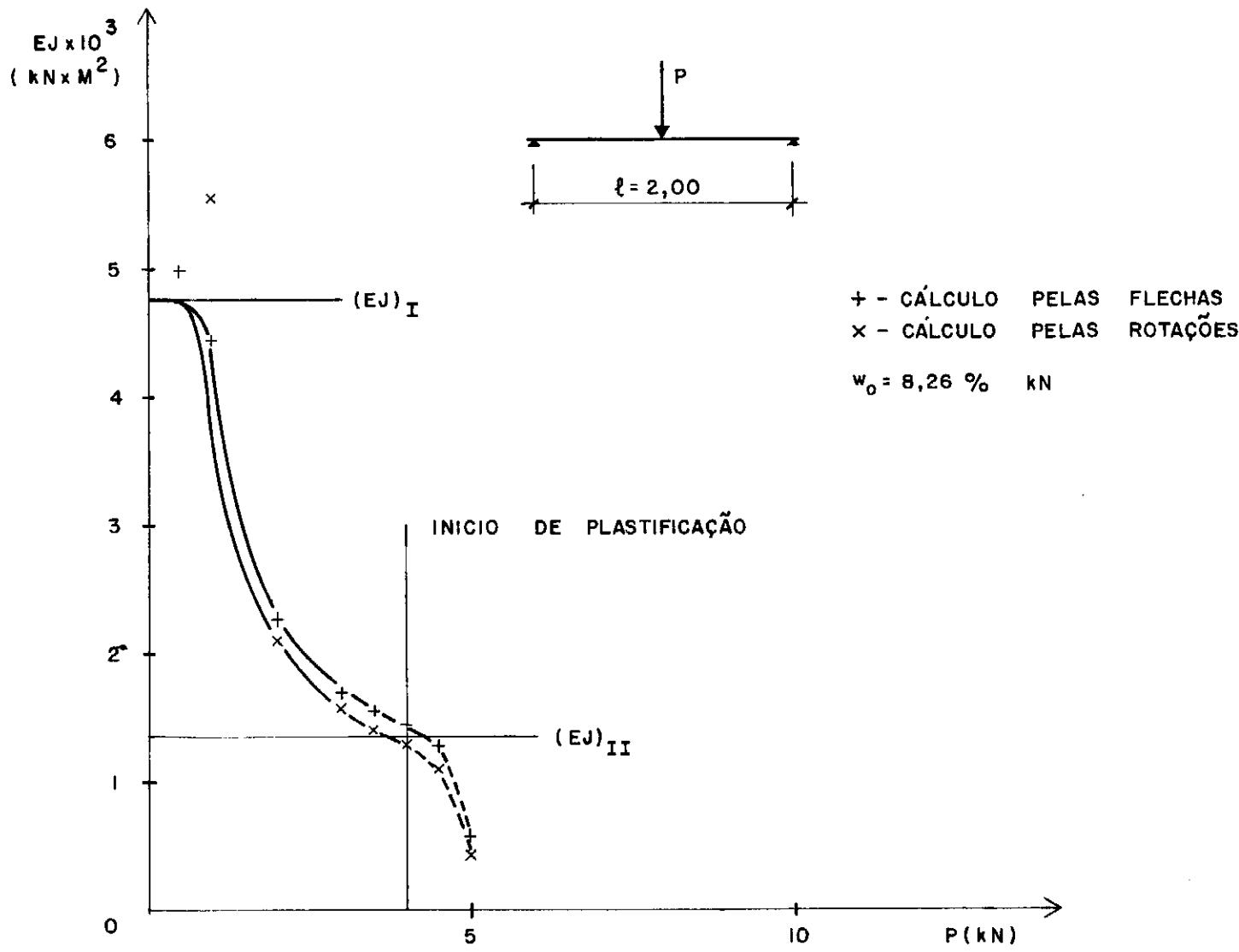


FIG. 6.16 - RIGIDEZ MÉDIA x CARGA C6B

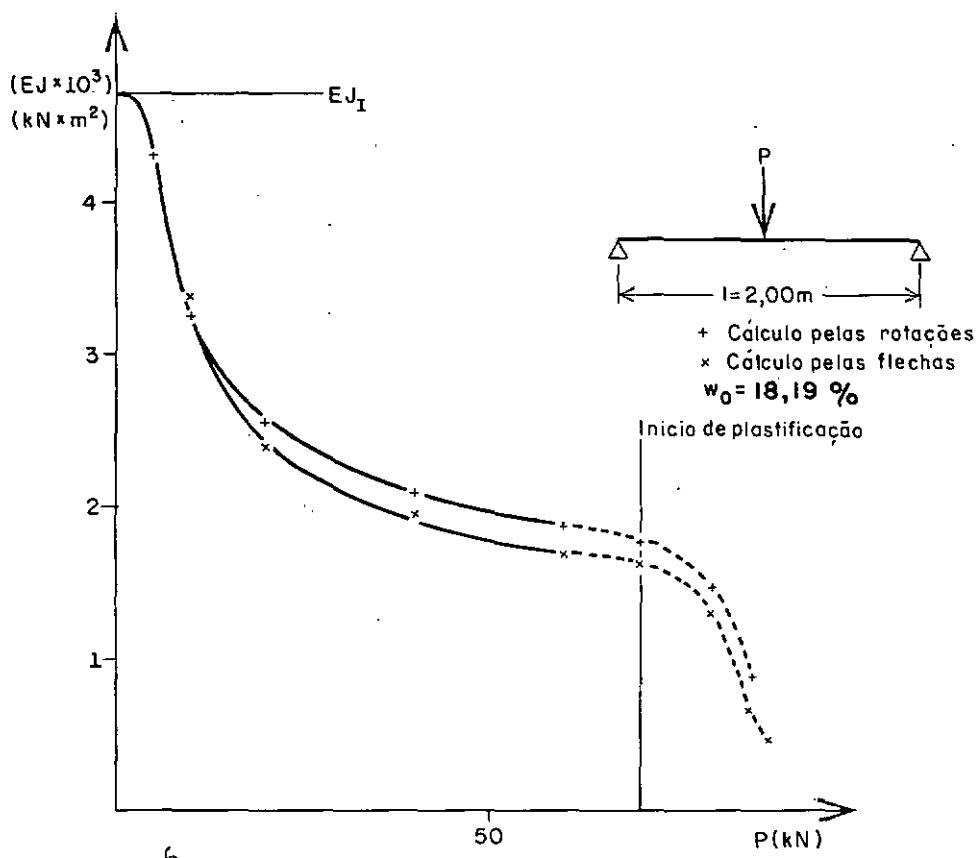


FIG. 5.17 - RIGIDEZ MÉDIA X CARGA C7A

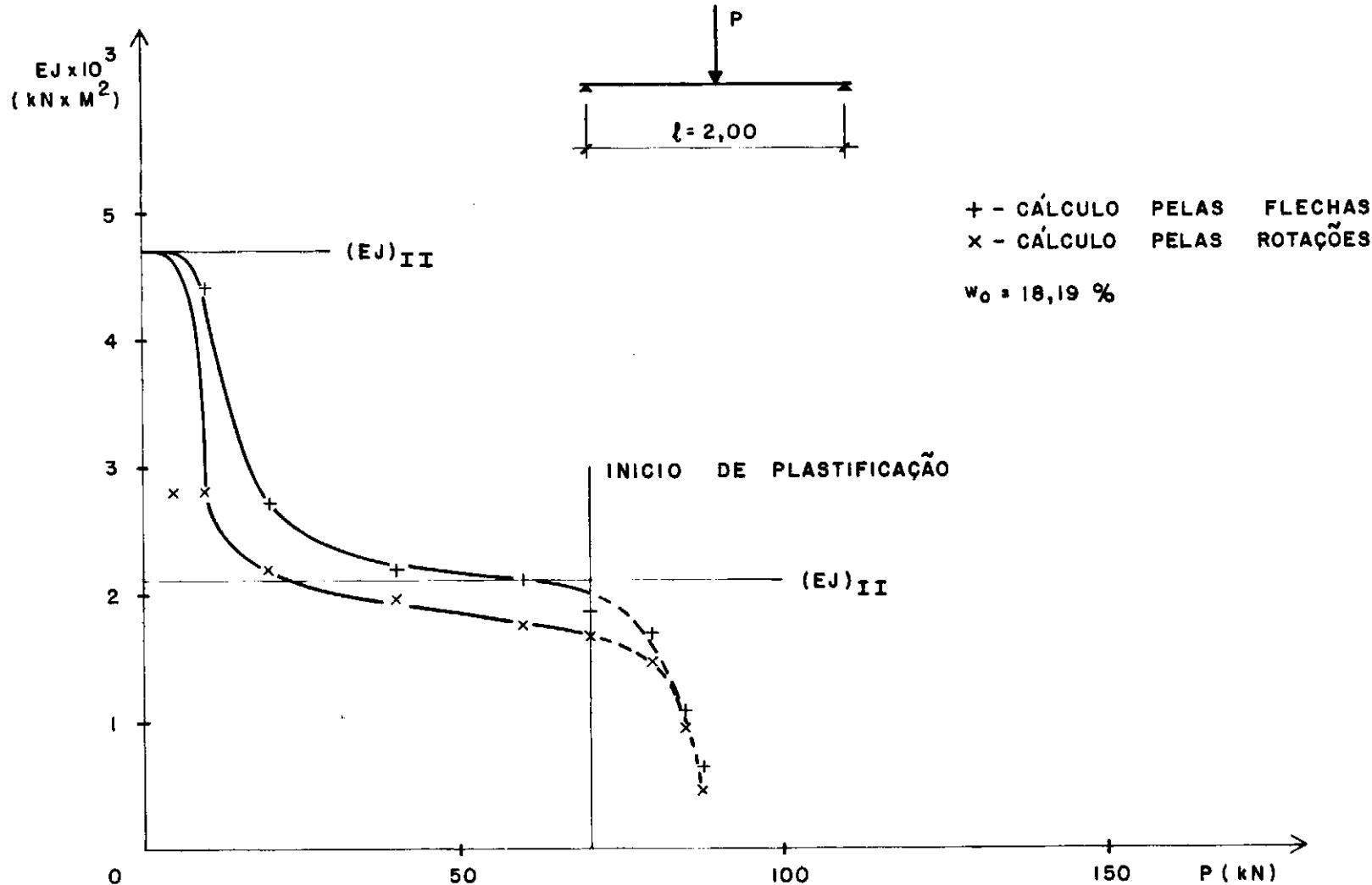


FIG. 6.18 - RIGIDEZ MÉDIA x CARGA C7B

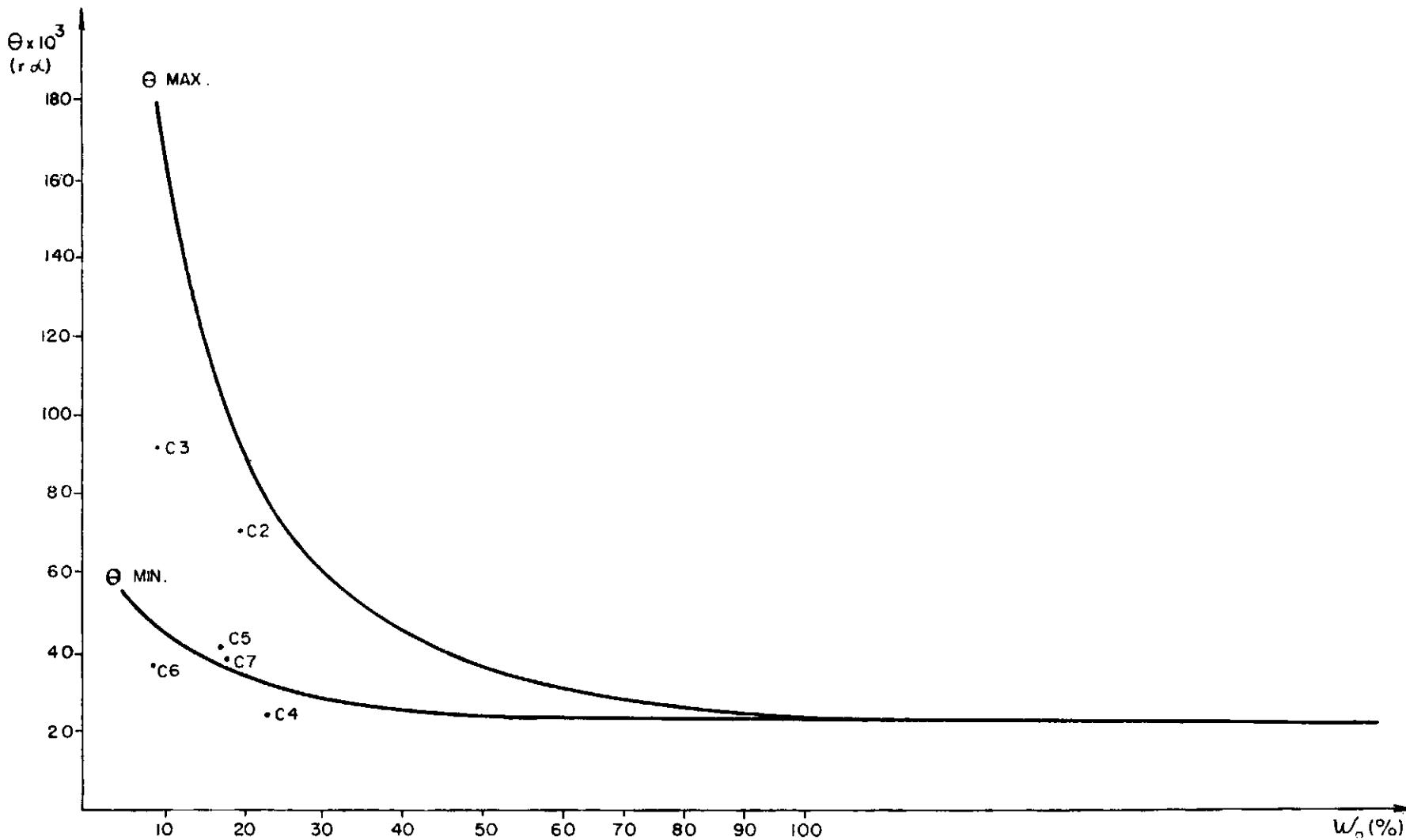


FIG. 619 - GRAFICO PROPOSTO PUR G. MACCHI

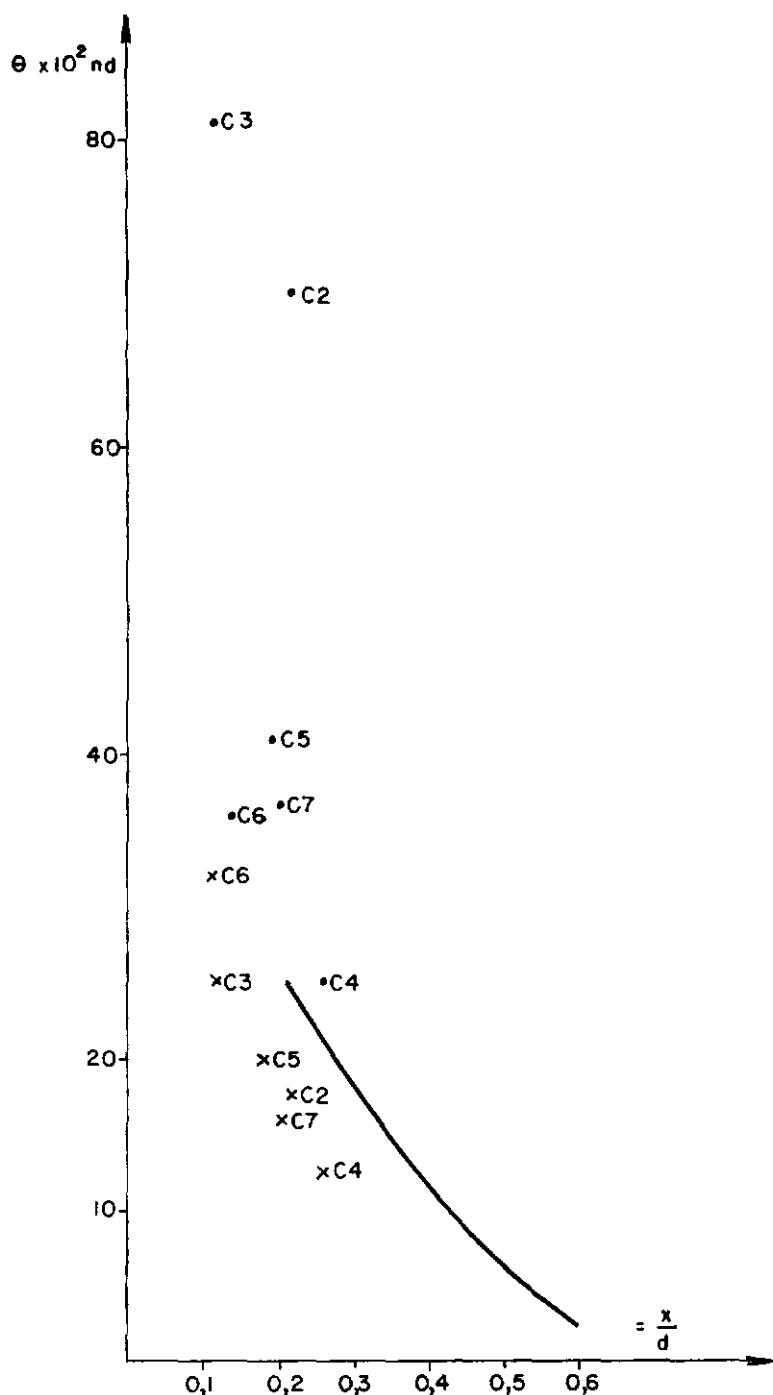


FIG. 6.20 - GRAFICO PROPOSTO PELA
COMISSÃO XI DO CEB

• ENSAIOS
X CALCULADOS

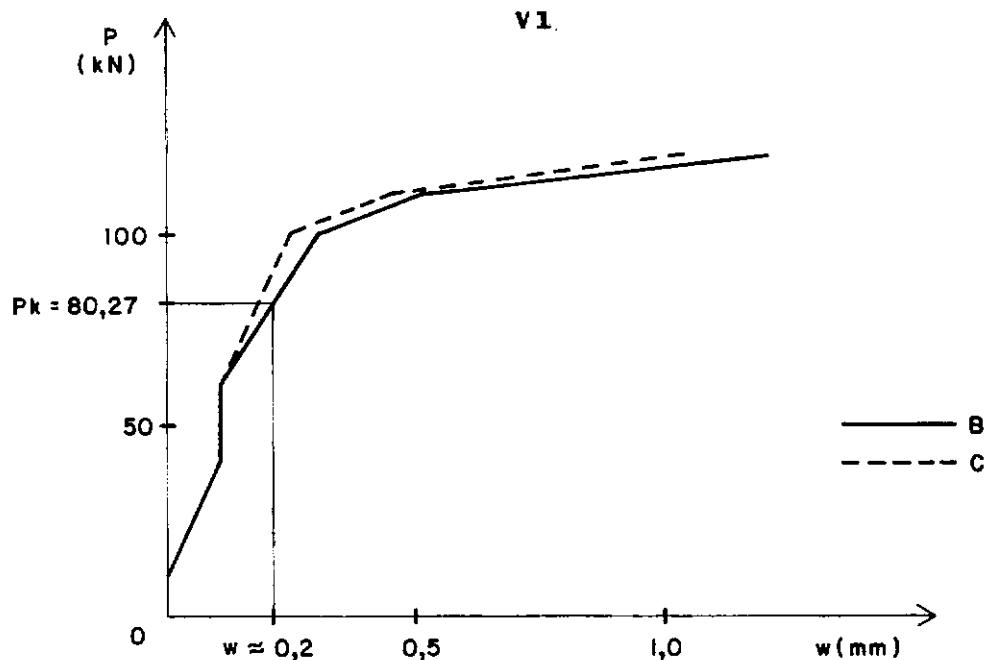


FIG. 6.21 - ABERTURAS DE FISSURAS V1

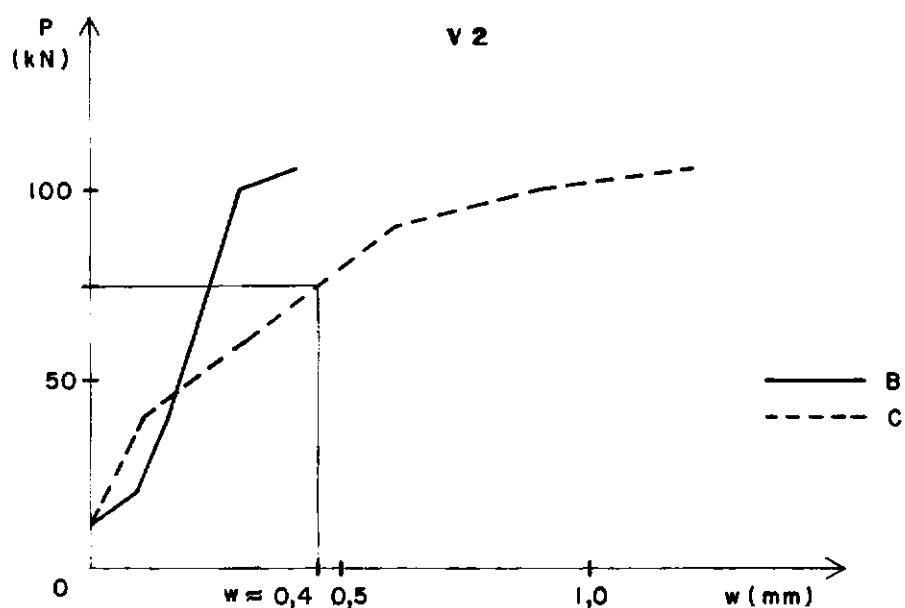


FIG. 6.22 - ABERTURAS DE FISSURAS V2

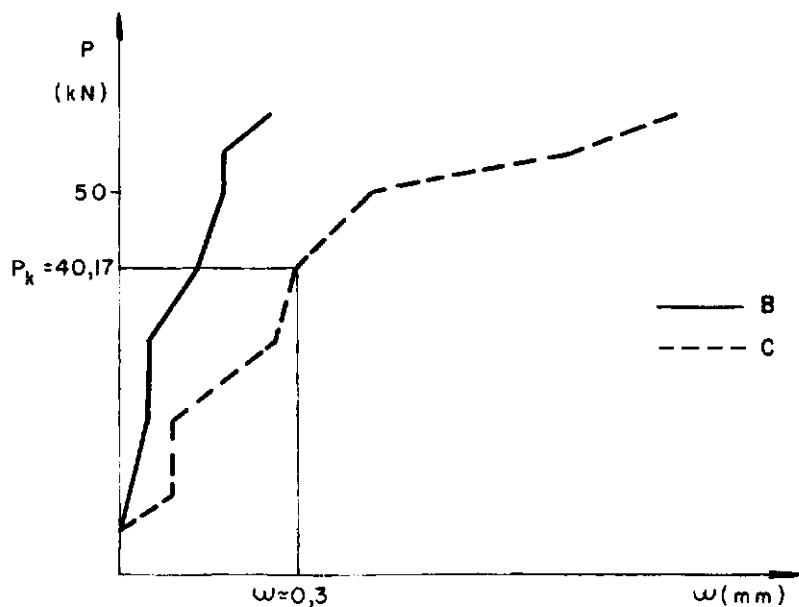


FIG. 6.23 - ABERTURAS DE FISSURAS V3

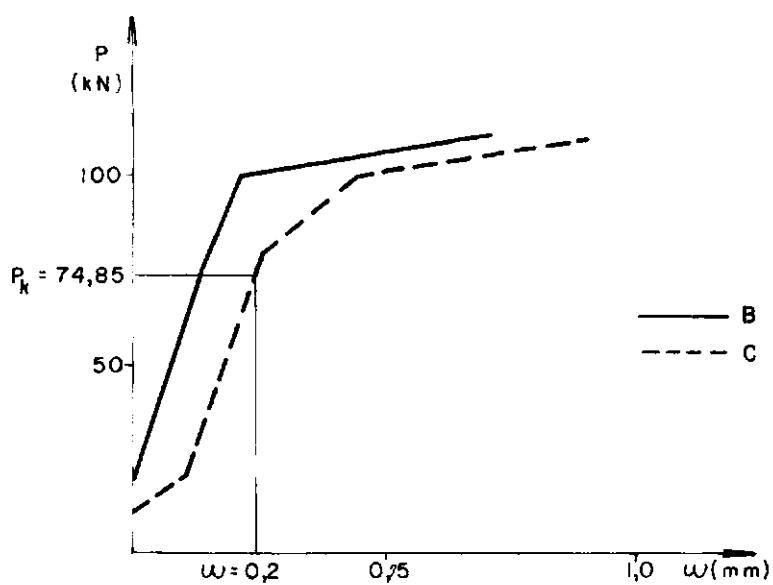


FIG. 6.24 - ABERTURAS DE FISSURAS V4

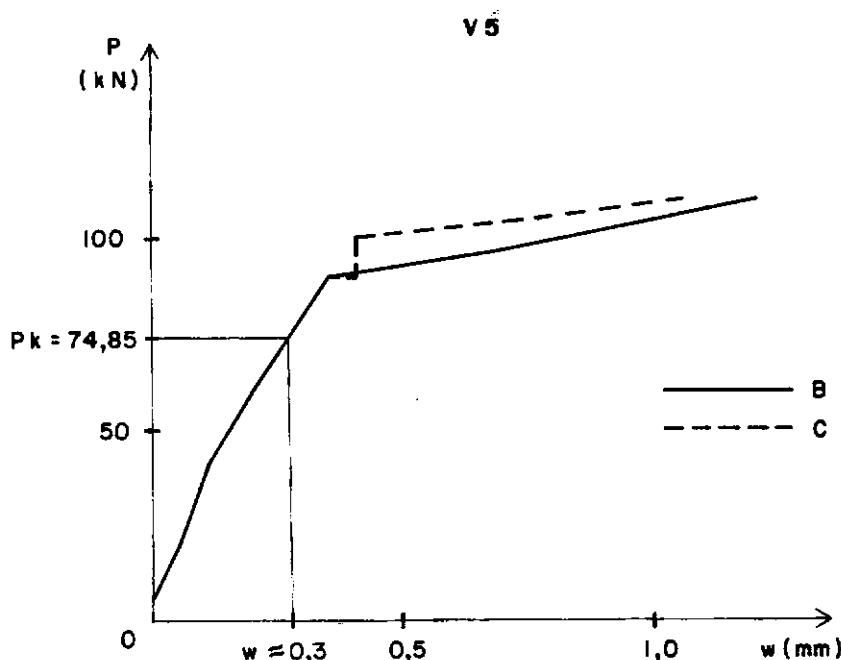


FIG. 6.25 - ABERTURAS DE FISSURAS V5

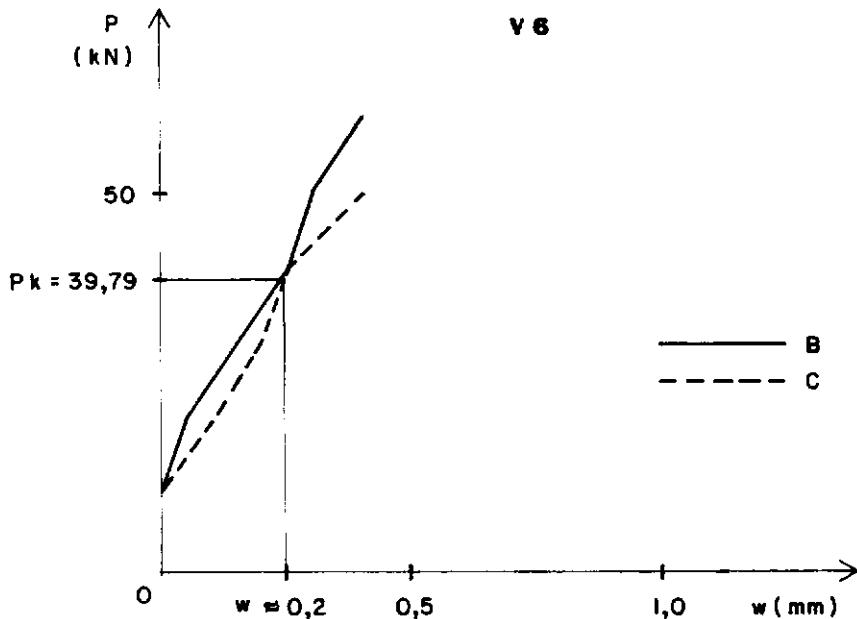


FIG. 6.26 - ABERTURAS DE FISSURAS V6

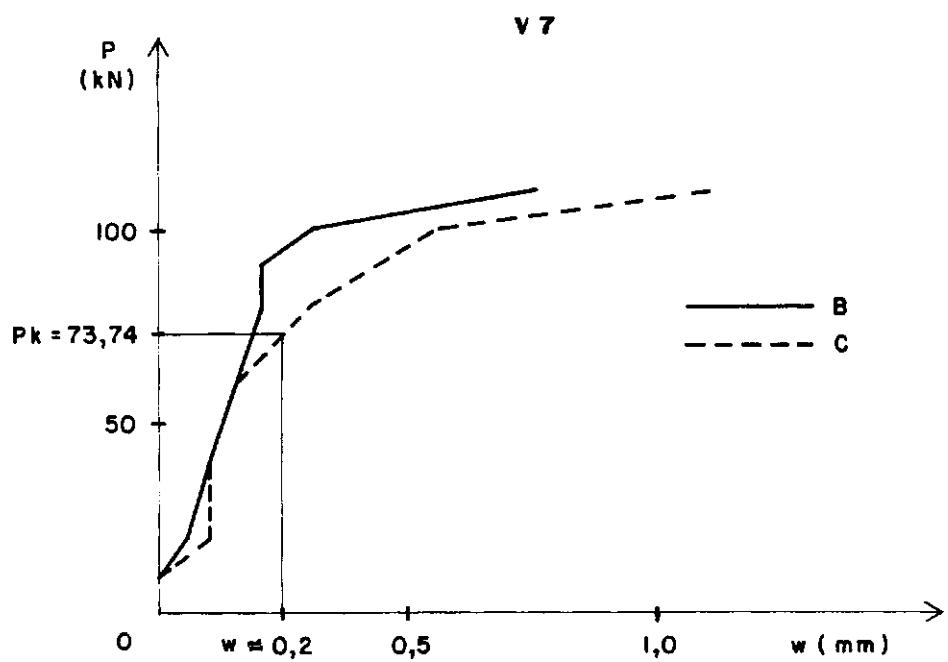


FIG. 6.27 - ABERTURAS DE FISSURAS V7

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES:

- 7.1. Não foi observada nenhuma diminuição da carga de ruptura das vigas ensaiadas devido à alteração do diagrama de momento fletores. Tanto nas vigas fortemente armadas, como nas que tiveram uma menor taxa de armadura de flexão constatou-se uma capacidade de rotação das rótulas plásticas suficiente para garantir a perfeita adaptação das estruturas aos diagramas de momentos adotados, não sendo constatada nenhuma ruptura por esgotamento de capacidade de rotação plástica.
- 7.2. Observa-se (tabela 6.3) que a capacidade de rotação das rótulas plásticas, determinadas nas vigas isostáticas, são bem maiores que as calculadas pela fórmula proposta por F.L.L.B.Carneiro e também maiores que as previstas pelo gráfico proposto pela Comissão XI do CEB, sendo que os valores obtidos ficaram em geral dentro dos limites máximo e mínimo do gráfico proposto pelo prof. G. Macchi. (exceto (exceto C4 e C6 que tiveram valores ligeiramente inferiores).)

7.3. No que se refere à fissuração, observa-se nos gráficos carga x abertura máxima de fissura (fig. 6.21 a 6.27) que esta apesar de ter tido valores elevados, permanece dentro do limite máximo permitido por norma para as condições de serviço (abertura máxima de 0,3 mm), excetuando-se a viga V2, para a qual a abertura máxima de fissura foi ligeiramente maior do que este limite (0,4 mm). Acredita-se que os extensômetros elétricos colados nas armaduras, criando um trecho sem aderência entre estas e o concreto, tenham contribuído para uma maior abertura de fissura como foi constatado nos ensaios em que a maior fissura sempre se localizava na região onde estavam colados os extensômetros. Considerando-se este fato, pode-se dizer que a redistribuição de momentos em até 25% não conduz a aberturas de fissuras inadmissíveis, para vigas com as características das que foram ensaiadas.

7.4. O fato das vigas terem sido dimensionadas para diagramas de momentos diferentes do dado pelo cálculo elástico, tendo consequentemente uma distribuição de armaduras diferente da que seria dada pelo cálculo elástico, implica em uma alteração de rigidez ao longo da peça acarretando uma distribuição de momentos diferente da dada pelo cálculo elástico, mesmo antes de haver a formação de rótulas plásticas. Assim, observando-se os gráficos carga x momentos das vigas V2 e V3 (fig 5.3 a 5.5) nas quais o momento em

C foi reduzido de 25%, ficando esta seção menos rígida, nota-se que $|MC|$ foi sempre menor que $|MB|$, mesmo antes de haver a plastificação. Nos gráficos carga x momentos da viga V4 (figs. 5.7 e 5.8), na qual o momento em C foi reduzido de 15% nota-se que $|MC|$ foi sempre praticamente igual a $|MB|$. Já nos gráficos carga x momentos das vigas V5, V6 e V7, em que o momento em B foi reduzido e o momento em C aumentado, nota-se que o momento em C cresceu mais rapidamente do que o momento em C da viga V1 (comparar figs 5.10, 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 com as figs 5.1 e 5.2).

Este comportamento do concreto armado, que só pode ser estudado pela análise não linear, contraria as hipóteses do cálculo clássico para um material elástico-plástico ideal, segundo as quais $|MC|$ seria sempre maior que $|MB|$ antes de haver a formação de rótulas plásticas. É necessário verificar a ordem de grandeza do erro que a redistribuição de momentos provoca nas reações de apoio, em relação às obtidas pelo cálculo elástico. Assim, admitindo-se que as vigas fortemente armadas tenham uma carga última de 120 kN e uma carga de serviço de 80 kN, observa-se na tabela 7.1 os valores das reações de apoio correspondentes a esta carga, os erros em relação as reações de apoio da viga V1 (valores experimentais) e também os erros em relação às reações calculadas de acordo com o cálculo elástico:

$$RA = 0,313 \times P$$

$$RC = 1,375 \times P$$

Tabela 7.1. Comparação de reações de apoio, para $P_k = 80\text{kN}$.

Vigas	V1		V2		V4		V5		V7	
Reações (kN)	RA	RC	RA	RC	RA	RC	RA	RC	RA	RC
	24,9	110,3	27,4	105,3	26,8	106,3	24,0	111,9	24,3	111,3
Erro em relação a V1 (%)	0,00	0,00	+10,04	-4,53	+7,63	-3,63	-3,61	+1,41	-2,41	+0,91
Erro em relação ao calc. elast. (%)	-0,56	+0,27	+9,42	-4,27	+7,03	-3,36	-4,15	+1,76	-2,96	+1,18

Obs: Em cada caso as reações de apoio nesta tabela é a média das reações das duas vigas ensaiadas.

Segundo (1), R22.2, o coeficiente de segurança para as só licitações é:

$$\gamma_f = \text{função } (\gamma_{f1}, \gamma_{f2}, \gamma_{f3})$$

no qual o coeficiente parcial γ_{f3} , que é igual a 1.15, considera entre outras imprecisões, hipóteses de cálculo incorretas.

Comparando-se os erros das reações de apoio com o coeficiente de segurança. pode-se concluir que ao serem redistribuídos os momentos fletores, as reações de apoio para efeito de cálculo das cargas nos pilares e o dia grama de força cortante para efeito de cálculo das armaduras transversais, podem ser calculadas como se o concreto armado fosse um material elástico-plástico ideal, já que o erro cometido é inferior ao coeficiente parcial γ_{f3} , que cobre imperfeições de cálculo.

- 7.5. Observando-se as figs. 6.1. a 6.6, nota-se uma grande coincidência entre as curvas momento x curvatura determinadas experimentalmente e as calculadas a partir dos diagramas tensão x deformação dos materiais propostos por (1), podendo-se concluir o bom funcionamento de programas de análise não linear, que utilizam curvas momento x curvatura calculadas desta forma.

7.6. Apesar de não ser objetivo direto deste trabalho, foi observada uma menor fissuração por esforço cortante nas vigas V5 e V7, que tiveram como armaduras transversais estribos inclinados de 45º em relação ao eixo da peça, em relação as demais vigas que foram armadas com estribos verticais, podendo-se constatar uma maior eficiência dos estribos inclinados.

BIBLIOGRAFIA

1 - COMITÉ EUROPÉEN DU BETON.

Recommandations Internationales pur le calcul et l'Execution
des Ouvrages en Beton. Bulletin d' Information n° 84. Paris
1972.

2 - COMITÉ EUROPÉEN DU BETON.

Suggestions by Commission XI "Hiperistatic Structures" to
Bulletin 111 taking into account comments received. Bulletin
d' Information n° 114. Paris, mars 1976.

3 - COMITÉ EUROPÉEN DU BETON.

Structures Hyperestatiques

Bulletin d'Information n° 105. Paris, fevrier 1976.

4 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.

Métodos Brasileiros MB-4

ABNT, 1953.

5 - PETRUCCI, E.G.

Concreto de Cimento Portland

Associação Brasileira de Cimento Portland. São Paulo, 1968.

- 6 - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS.
Métodos Brasileiros MB-2 e MB-3
ABNT.
- 7 - REUNION INTERNATIONALES DES LABORATOIRES D'ESSAIS ET DE
RECHERCHES SUR LES MATERIAUX ET LES CONSTRUCTIONS.
Recommandations RILEM n° 11.1.
- 8 - CARNEIRO, F.L.L.B.
Notes sur les rotations non élastiques ultimes des poutres
en béton armé.
Symposium - "Structures Hyperestatiques". Ankara, 1964.
- 9 - MACCHI, G.
Proposition Pour le Calcul des Déformations du Béton Armé
en Vue des Calculs Hyperestatiques.
Bulletin d' Information n° 52. CEB, Paris 1965.
- 10 - MALDAGUE, M.J.C.
Etude des Déformations Instantanées des Poutres en Béton
Armé.
Bulletin d' Information n° 52. CEB, Paria 1965.
- 11 - BAKER, A.L.L.
Ultimate Load Theory for Concrete Frame Analisis.
A.S.C.E. Journal of the Structural Division. Nov. 1959.

12 - SILVA, J.G.

Vigas Continuas de Concreto Leve Estrutural

Tese M.Sc. COPPE. março de 1970.

13 - HORNE, MICHAEL R.

Plastic Theory of Structures

Thomas Nelson and Sons Ltd. 1971.

14 - BAKER & HEYMAN.

Plastic Desing of Frames

Cambridge at the University Press, 1969.

15 - CAMPORA, G. FRATELLI.

Cálculo Plástico

Buenos Aires, 1967.

16 - FIALHO, J. LOBO.

Análise Experimental de Tensões

L.N.E.C. Lisboa, janeiro de 1969.

17 - MARTINELLI, DANTE A.O.

Contribuição ao Emprego de Extensômetros Elétricos de Resistência no Estudo de Estruturas.

Tese de Doutor Engenheiro, São Carlos, 1961.

18 - FUSCO, PERICLES B.

Fundamentos do Projeto Estrutural

Gremio Politécnico, 1975.

19 - TELLES, JOSÉ C.F.

Análise do Comportamento Não-Linear Geométrico e Físico de
Pórticos Planos de Concreto Armado.

Tese de M.Sc. COPPE, 1976.

20 - TABORDA, LUIS F.

Análise Não-Linear de Porticos Planos de Concreto Armado

Tese de M.Sc. COPPE, 1974.

APÊNDICE I - LISTAGEM DO PROGRAMA

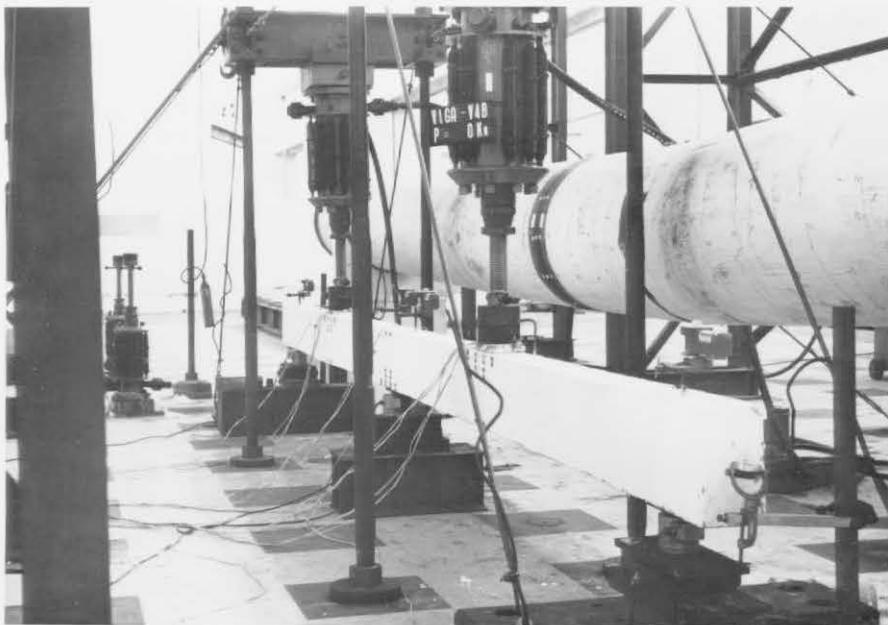
66700/B7700 FORTRAN COMPIRATION MARK 2-7-480

```

FILE 5=IMPRESS,UNIT=PRINTER          00001
FILE 8=CARTOES,UNIT=READER          00001
REAL MC50, MF2(50), MC1(50), MC2(50) 00001
DIMENSION EC1(50), ES1(50), ES2(50), D1(50), DELTA(50), X(50), CURV(50) 00001
READ(8,270)NS                         00001
270 FORMAT(15)                          00001
DO 230 I1=1,NS                        00001
  READ(8,10) N,B,H,DH,AS1,AS2,FY1,FY2,FCCD,E 00001
10  FORMAT(15,3F10.0,/,2F10.0,4F10.0) 00001
20  WRITE(5,20)                         00011
20  FORMAT(1*,119(*,*),/,47X,'CARACTERISTICAS DA SECAD*',/,119(*,*)) 00011
20  WRITE(5,30)                         00011
30  FORMAT(//,5X,'B',5X,'H',5X,'AS1',5X,'AS2',8X,'FY1',6X,'FY2',5X, 00011
1  FCCD',5X,'E',8X,'DH')               00011
1  WRITE(5,40) B,H,AS1,AS2,FY1,FY2,FCCD,E,DH 00011
40  FORMAT(2X,2F6.2,2F8.3,3F9.1,F11.0,F6.1,/) 00011
40  WRITE(5,250)                         00011
250 FORMAT(10X,'M',12X,'EC1',9X,'ES1',9X,'ES2',6X,'C*10**3',6X,'X') 00011
DIV=0.0035/FLOAT(N)                   00011
II=N+1                                00011
DO 50 I=1,II                          00021
EC1(I)=DIV*FLOAT(I-1)                 00021
IF(EC1(I)-0.002)60,60,70             00021
60  D1(I)=(-1./3.*EC1(I)**2/0.002**2)+(EC1(I)/0.002) 00021
GO TO 80                               00021
70  D1(I)=2./3.*0.002/EC1(I)+(EC1(I)-0.002)/EC1(I) 00021
80  DELTA(I)=SQRT((EC1(I)*E*(AS1+AS2))**2+4.*D1(I)*FCCD*B*EC1(I)*E* 00021
1  (AS2*DH+AS1*H))                     00021
IF(EC1(I)-0.0001)50,310,310          00021
310 X(I)=(-EC1(I)*E*(AS1+AS2)+DELTA(I))/(2.*D1(I)*FCCD*B) 00031
ES1(I)=EC1(I)*(H-X(I))/X(I)          00031
IF(ES1(I)-FY1/E)90,90,100            00031
90  ES2(I)=EC1(I)/X(I)*(X(I)-DH)    00031
IF(ES2(I)-FY2/E)110,110,120          00031
120 DELTA(I)=SQRT((AS2*FY2+E*EC1(I)*AS1)**2+4.*D1(I)*FCCD*B*E*EC1(I)* 00031
1  H*AS1)                            00031
X(I)=(-(AS2*FY2+E*EC1(I)*AS1)+DELTA(I))/(2.*D1(I)*FCCD*B) 00031
ES1(I)=EC1(I)*(H-X(I))/X(I)          00031
ES2(I)=EC1(I)/X(I)*(X(I)-DH)        00031
IF(ES1(I)-FY1/E)110,100,100          00041
100 DELTA(I)=SQRT((E*EC1(I)*AS2-FY1*AS1)**2+4.*B*FCCD*D1(I)*E*EC1(I)* 00041
1  AS2*DH)                           00041
X(I)=(-(E*EC1(I)*AS2-FY1*AS1)+DELTA(I))/(2.*B*FCCD*D1(I)) 00041
ES2(I)=EC1(I)/X(I)*(X(I)-DH)        00041
IF(ES2(I)-FY2/E)130,130,140          00041
130 ES1(I)=EC1(I)*(H-X(I))/X(I)      00041
GO TO 110                             00041
140 X(I)=(AS1+FY1-AS2*FY2)/(D1(I)*FCCD*B) 00041
ES1(I)=EC1(I)*(H-X(I))/X(I)          00041
ES2(I)=EC1(I)/X(I)*(X(I)-DH)        00051
IF(ES1(I)-FY1/E)120,120,110          00051
110 IF(EC1(I)-0.002)150,150,160      00051
150 M(I)=ES2(I)*E*AS2*(H-DH)+B*D1(I)*FCCD*X(I)*(H-X(I))+(-0.25*EC1(I) 00051
1  **2/0.002**2+2./3.*EC1(I)/0.002)*X(I)/D1(I)) 00051
GO TO 170                             00051
160 IF(ES2(I)-FY2/E)180,180,200      00051
180 MF2(I)=ES2(I)*E*AS2*(H-DH)       00051
GO TO 210                             00051
200 MF2(I)=FY2*AS2*(H-DH)           00051
210 MC1(I)=FCCD*B*X(I)**2*(1.-0.002/EC1(I))*(H/X(I)-1./2.*(1.-0.002 00061
1  /EC1(I)))                         00061
MC2(I)=2./3.*FCCD*B*0.002/EC1(I)*X(I)**2*(H/X(I)-(8.*EC1(I)-0.010) 00061
1  /8./EC1(I))                         00061
M(I)=MF2(I)+MC1(I)+MC2(I)           00061
170 CURV(I)=(EC1(I)+ES1(I))/H*1000.   00061
IF(ES1(I)-0.010)220,220,230         00061
220 M(I)=M(I)/100.                    00061
EC1(I)=-EC1(I)                      00061
ES2(I)=-ES2(I)                      00061
WRITE(5,240)M(I),EC1(I),ES1(I),ES2(I),CURV(I),X(I) 00071
240 FORMAT(5X,F10.0,5X,4F11.6,5X,F5.1) 00071
50  CONTINUE                           00071
230 CONTINUE                           00071
CALL EXIT                           00071
END                                 00071

```

APÊNDICE II - ILUSTRAÇÕES FOTOGRÁFICAS



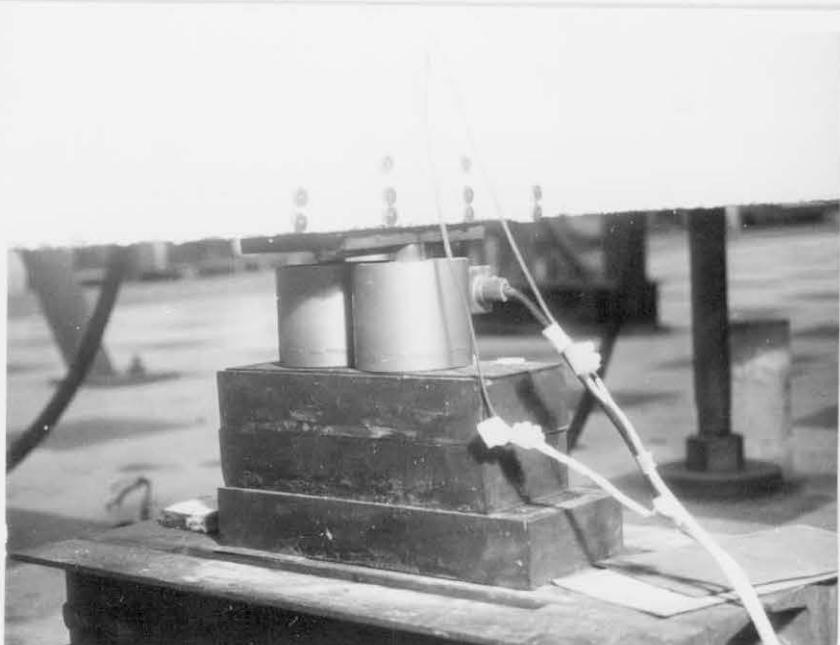
Fotografia 1 - Detalhes do ensaio de uma viga contínua.



Fotografia 2 - Detalhes do ensaio de uma viga isostática.



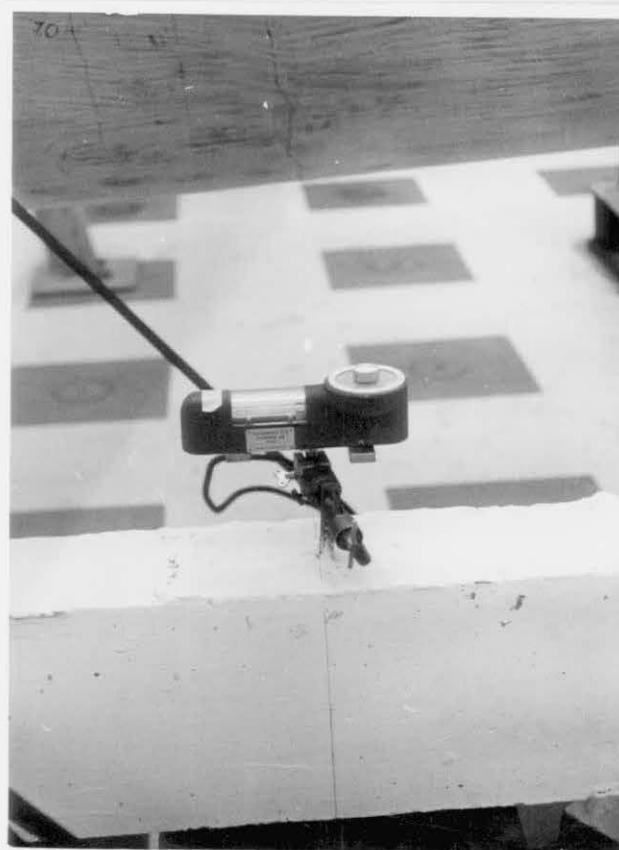
Fotografia 3 - Detalhes do apoio externo de uma viga contínua e do "LOAD CELL" usado para medir a reação de apoio.



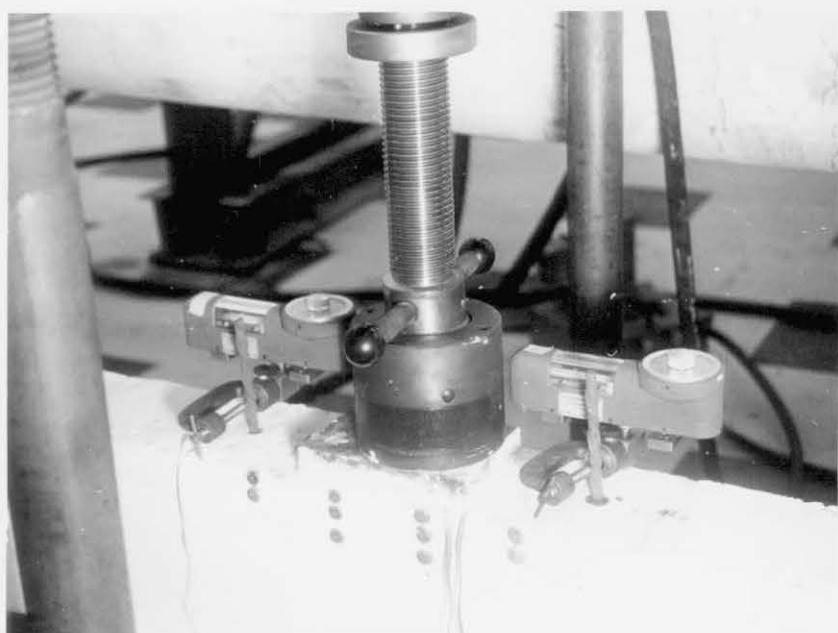
Fotografia 4 - Detalhes do apoio central de uma viga contínua e dos "LOAD CELLS" usados para medir a reação de apoio.



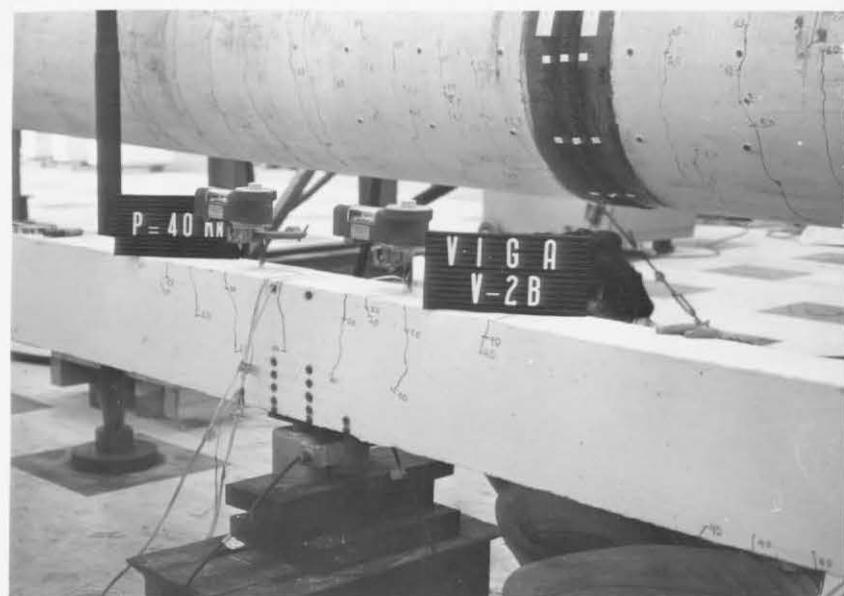
Fotografia 5 - Detalhes do catetômetro



Fotografia 6 - Clinômetro de bôlha



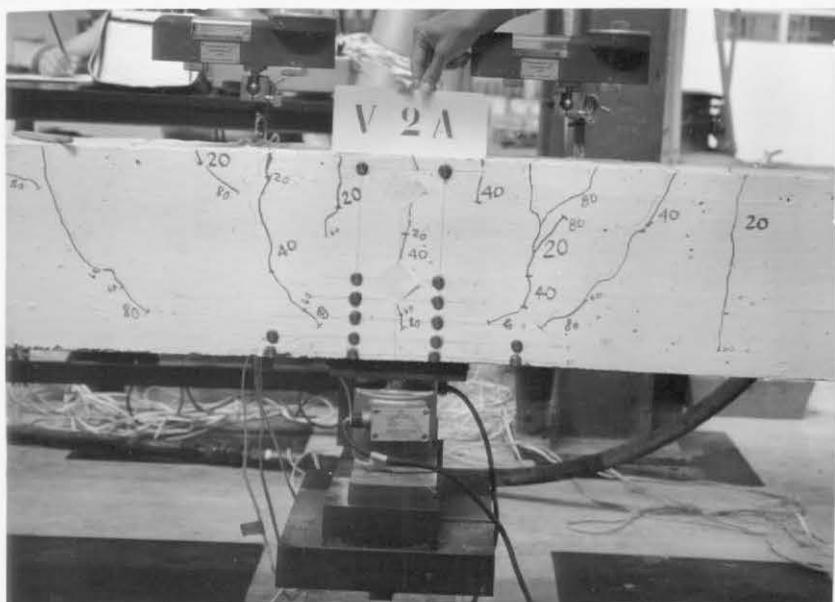
Fotografia 7 - Clinômetros colocados na região de aplicação das cargas.



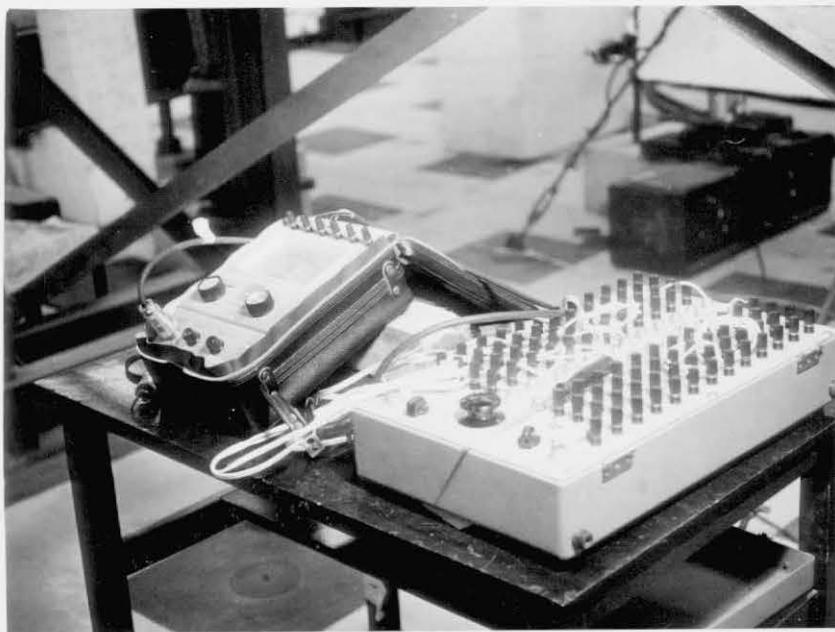
Fotografia 8 - Clinômetros colocados na região de apoio central.



Fotografia 9 - Detalhes da base de medida do extensômetro mecânico (Momento positivo)



Fotografia 10 - Detalhes da base de medida do extensômetro mecânico (Momento negativo).



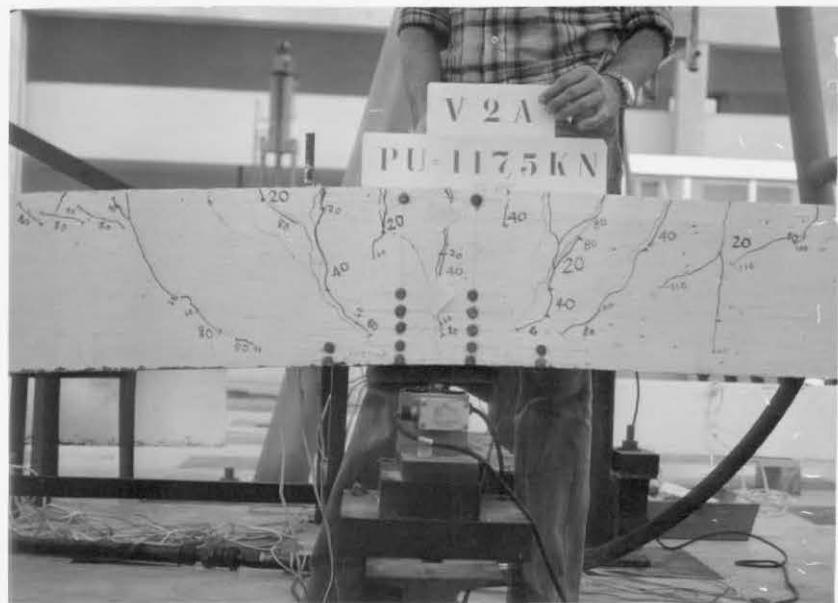
Fotografia 11 - Ponte Wheatstone usada na leitura das medi_das de deformação das armaduras.



Fotografia 12 - Detalhes da ruptura da viga V-1A



Fotografia 13 - Detalhes da ruptura da viga C-2B



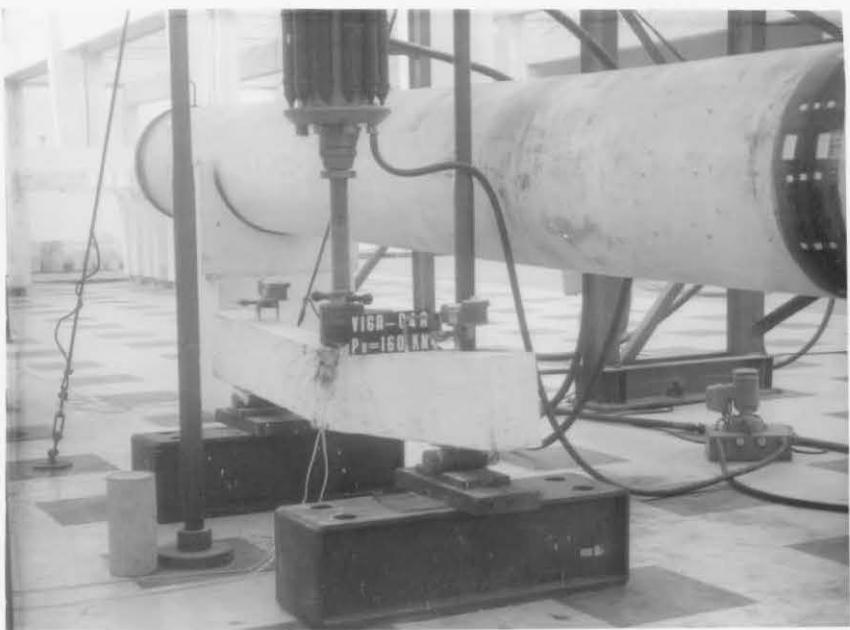
Fotografia 14 - Detalhes da ruptura da viga V-2A



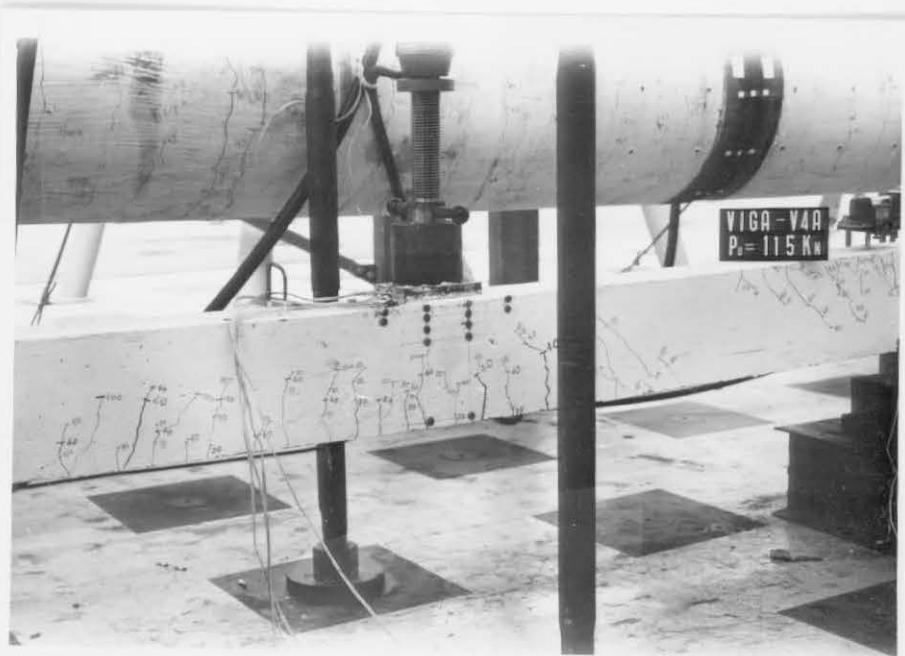
Fotografia 15 - Detalhes da ruptura da viga C-3B



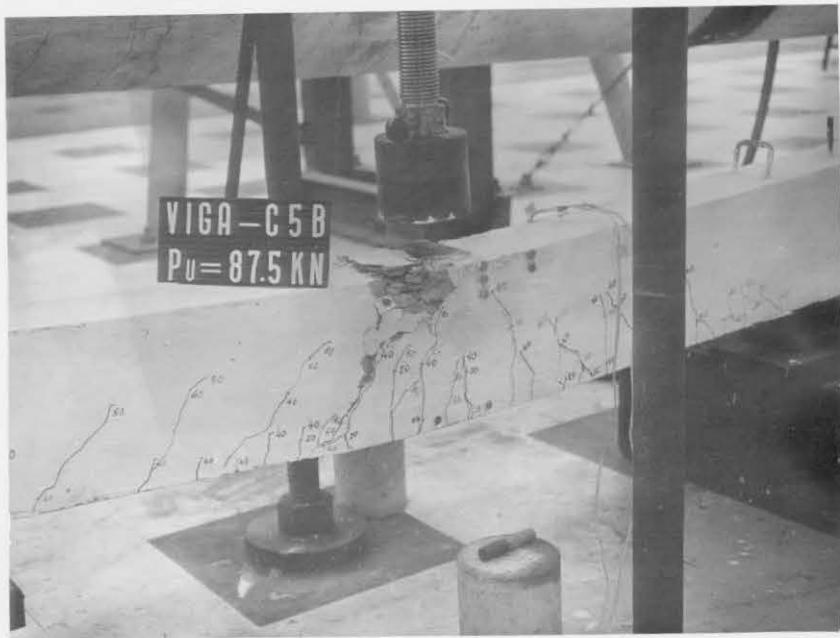
Fotografia 16 - Detalhes da ruptura da viga V-3B



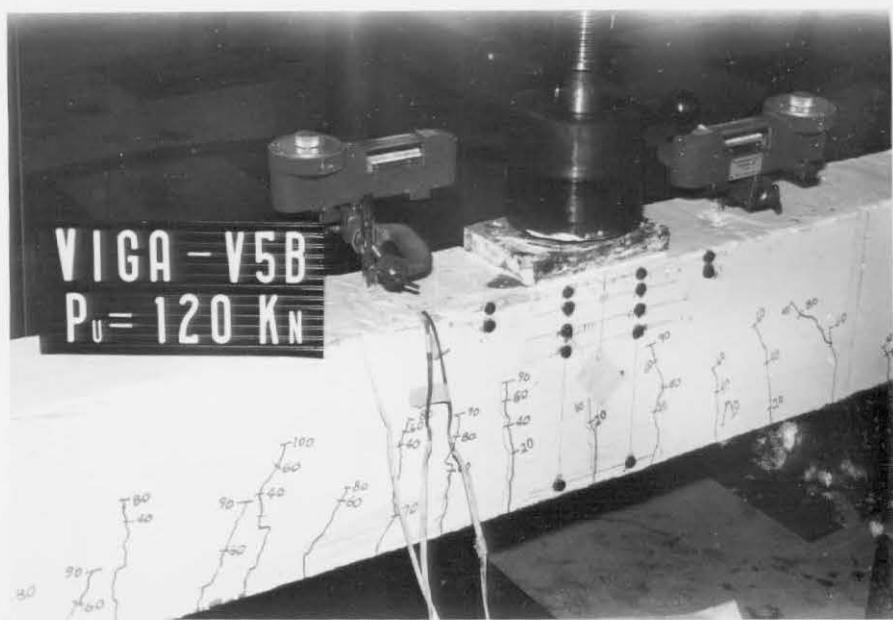
Fotografia 17 - Detalhes da ruptura da viga C-4A



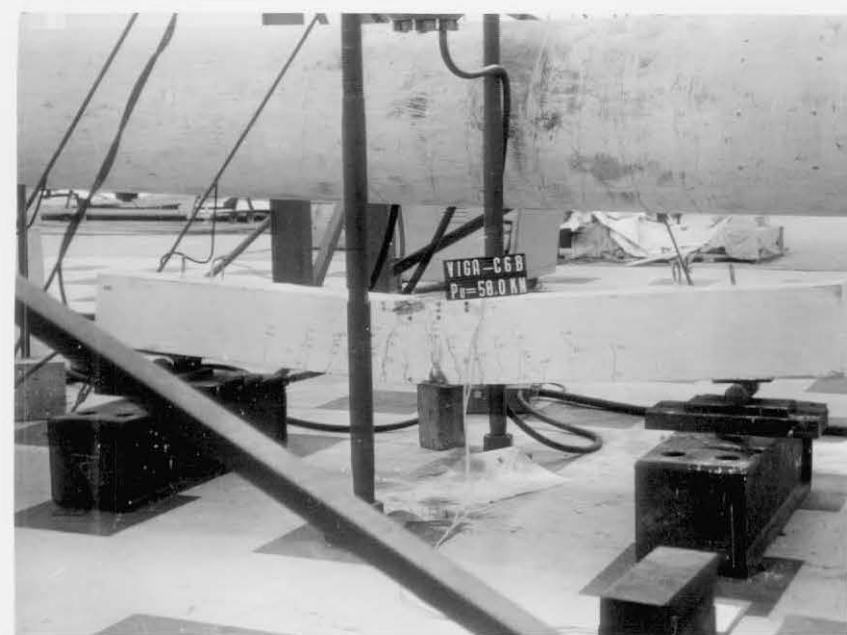
Fotografia 18 - Detalhes da ruptura da viga V-4A



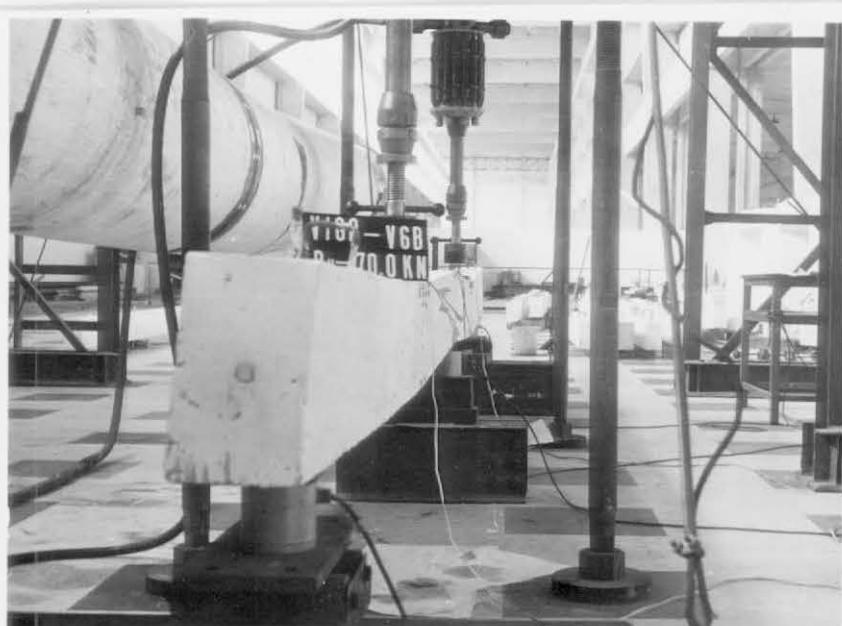
Fotografia 19 - Detalhes da ruptura da viga C-5B



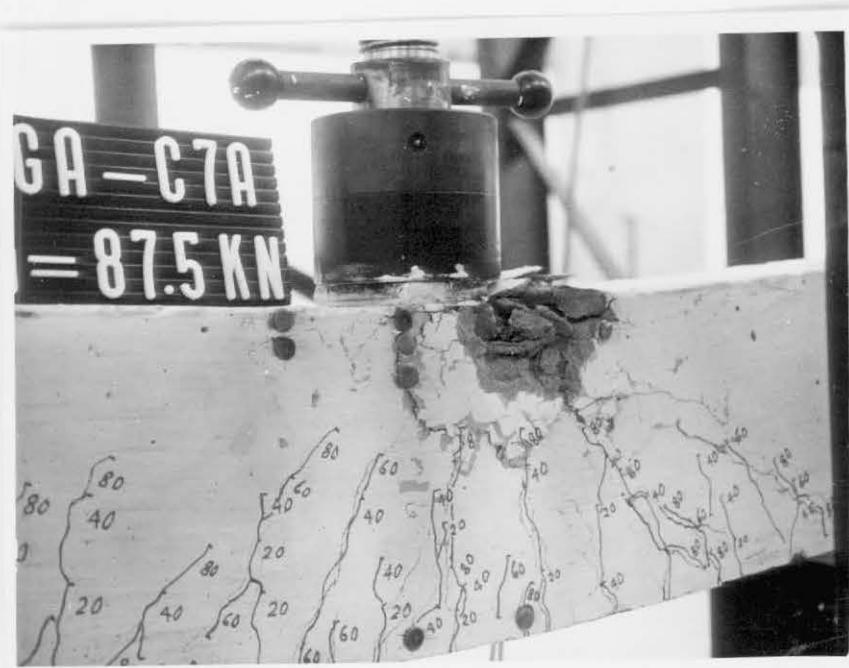
Fotografia 20 - Detalhes da ruptura da viga V-5B



Fotografia 21 - Detalhes da ruptura da viga C-6B



Fotografia 22 - Detalhes da ruptura da viga V-6B



Fotografia 23 - Detalhes da ruptura da viga C-7A



Fotografia 24 - Detalhes da ruptura da viga V-7B

APÊNDICE III - RESULTADOS DOS ENSAIOS

RESULTADOS DOS ENSAIOS

Tabela 1A - Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V1A.

P (kN)	RA=RE (kN)	RE (kN)	MB=MD (kNm)	MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,61	6,78	2,41	2,67	0,04
10,00	3,12	13,76	4,68	5,64	0,05
20,00	6,10	27,80	9,15	11,70	0,14
40,00	12,71	54,58	19,06	21,87	0,37
60,00	19,43	81,14	29,14	31,71	0,62
80,00	24,94	110,12	37,41	45,18	0,95
100,00	32,45	135,10	48,67	52,65	1,32
100,00	32,64	134,73	48,96	52,08	1,41
110,00	35,61	148,78	53,41	58,17	1,69
120,00	38,51	162,98	57,76	64,47	2,24
125,00	39,75	170,50	59,62	68,25	*

Tabela 1B - Valores das reações de apoio, momentos fletores e flecha da viga V1B.

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,83	6,34	2,74	2,01	0,04
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,83	6,34	2,74	2,01	0,05
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10,00	3,54	12,92	5,31	4,38	0,06
20,00	6,77	26,46	10,15	9,69	0,15
40,00	13,04	53,92	19,56	20,88	0,35
60,00	19,52	80,96	29,28	31,44	0,62
80,00	24,81	110,38	37,21	45,27	0,96
100,00	32,24	135,52	48,36	53,28	1,32
110,00	35,23	149,54	52,84	59,31	1,49
120,00	38,04	163,92	57,06	65,88	1,86
125,00	39,62	170,76	59,43	68,64	2,58

Tabela 2.A. Valores das reações de apoio, momento fletores
e flechas da viga V2A

P (kN)	RA=RE (kN)	RE (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,99	6,02	2,98	1,53	0,03
10,00	3,71	12,58	5,56	3,87	0,07
20,00	6,80	26,40	10,20	9,60	0,16
40,00	13,89	52,22	20,83	18,33	0,37
60,00	20,83	78,34	31,24	27,51	0,64
80,00	27,22	105,56	40,83	38,34	0,97
90,00	30,90	118,20	46,35	42,30	1,12
95,00	32,79	124,42	49,19	44,13	1,22
100,00	34,43	131,14	51,65	46,71	1,30
105,00	36,51	136,98	54,77	47,97	1,44
110,00	38,30	143,40	57,45	50,10	1,61
117,50	41,01	152,98	61,52	53,22	2,62

Tabela 2.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V2B

P (kN)	RA=RE (kNm)	RC (kNm)	MB=MD (kNm)	- MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,71	6,58	2,57	2,73	0,04
10,00	3,34	13,32	5,01	4,98	0,05
20,00	6,76	26,48	11,04	9,72	0,16
40,00	13,77	52,46	20,66	18,69	0,38
60,00	21,06	77,88	31,59	26,82	0,63
80,00	27,50	105,00	41,25	37,50	0,92
90,00	31,46	117,08	47,19	40,62	1,10
100,00	35,15	129,70	52,73	44,55	1,26
105,00	36,83	136,34	55,25	47,01	1,41
110,00	39,11	141,78	58,67	47,67	1,54
115,00	41,25	147,50	61,88	48,75	1,74
117,50	41,90	151,20	62,85	50,55	1,91
120,00	43,12	153,76	64,68	50,64	*

Tabela 3.A. Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V3A

P (kN)	RA=RE (kN)	RE (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,82	6,36	2,73	2,04	0,03
10,00	3,84	12,32	5,76	3,48	0,05
20,00	7,24	25,52	10,86	8,28	0,21
30,00	10,52	38,96	15,78	13,44	0,40
40,00	14,21	51,58	21,31	17,37	0,60
45,00	16,17	57,66	24,25	18,99	0,70
50,00	17,78	64,44	26,67	21,66	0,81
55,00	20,15	69,70	30,22	22,05	1,00
60,00	22,37	75,26	33,55	22,89	1,22
65,00	23,94	82,12	35,91	25,68	2,21
70,00	25,35	89,30	38,02	28,95	3,89

Tabela 3.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V3B

P (kN)	RA=RE (kN)	RE (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,77	6,46	2,65	2,19	0,02
10,00	4,15	11,70	6,22	2,55	0,06
20,00	7,60	24,80	11,40	7,20	0,21
30,00	11,12	37,76	16,68	11,64	0,39
40,00	14,84	50,32	22,26	15,48	0,57
50,00	18,83	62,34	28,25	18,51	0,81
55,00	20,55	68,90	30,82	20,85	0,94
60,00	23,16	73,68	34,74	20,52	1,14
65,00	25,05	79,90	37,57	22,35	1,61
70,00	26,36	87,28	39,54	25,92	3,11
75,00	28,23	93,54	42,34	27,81	4,89

Tabela 4.A. Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V4A

P (kN)	RA=RE (k N)	RC (kN)	MB=ME (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,68	6,64	2,52	2,46	0,05
10,00	3,49	13,02	5,23	4,53	0,07
20,00	6,93	26,14	10,39	9,21	0,17
40,00	13,30	53,40	19,95	20,10	0,41
60,00	20,79	78,42	31,18	27,63	0,67
80,00	26,81	106,38	40,21	39,57	0,99
100,00	33,93	132,14	50,89	48,21	1,35
110,00	37,16	145,68	55,74	53,52	1,78
115,00	38,72	152,56	58,08	56,34	2,57

Tabela 4.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores e flechas da viga V4B

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,67	6,65	2,50	2,49	0,04
10,00	3,52	12,96	5,28	4,44	0,08
20,00	6,66	26,68	9,99	10,02	0,16
40,00	13,08	53,82	19,62	20,76	0,37
60,00	19,99	80,02	29,98	30,03	0,63
80,00	26,85	106,30	40,27	39,45	0,96
100,00	33,69	132,62	50,53	48,93	1,35
110,00	36,36	147,28	54,54	55,92	2,24
115,00	37,79	154,42	56,68	59,13	2,98

Tabela 5.A. Valores das reações de apoio, momento fletores e flechas da viga V5A

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,58	6,84	2,37	2,76	0,03
10,00	3,63	12,74	5,45	4,11	0,06
20,00	6,81	26,38	10,21	9,57	0,15
40,00	12,42	55,02	18,74	22,53	0,39
60,00	18,46	83,08	27,69	34,62	0,63
80,00	24,52	110,88	30,84	46,32	0,91
90,00	27,43	125,14	41,14	52,71	1,06
100,00	28,44	143,12	42,66	64,68	1,44
110,00	29,99	160,02	44,98	75,03	1,92
115,00	31,05	167,90	46,57	79,35	2,33
120,00	32,32	175,36	48,48	83,04	3,22

Tabela 5.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores
e flechas da viga V5B

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,70	6,60	2,55	2,40	0,03
10,00	3,47	13,06	5,20	4,59	0,06
20,00	6,33	27,34	9,50	11,01	0,16
40,00	12,17	55,66	18,25	23,49	0,38
60,00	17,84	84,32	26,76	36,48	0,62
80,00	23,53	112,94	35,29	49,41	0,89
90,00	25,90	128,20	38,85	57,30	1,04
100,00	27,39	145,22	41,08	67,83	1,30
110,00	28,51	162,98	42,76	79,45	1,79
115,00	29,73	170,54	44,40	83,70	2,13
120,00	30,70	178,60	46,05	87,90	2,72

Tabela 6.A. Valores das reações de apoio, momento fletores
e flechas da viga V6A

P (k N)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	2,17	5,66	3,25	0,99	0,03
10,00	4,00	12,00	6,00	3,00	0,07
20,00	7,07	25,86	10,60	8,79	0,25
30,00	9,37	41,26	14,05	16,89	0,43
40,00	12,95	54,10	19,42	21,15	0,84
50,00	14,65	70,70	21,97	31,05	0,96
55,00	15,17	79,66	22,75	36,99	1,22
60,00	16,14	87,72	24,21	41,58	1,52
65,00	16,68	96,64	25,02	47,46	2,04
70,00	17,83	104,34	26,74	51,55	3,57

Tabela 6.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores
e flechas da viga V6B

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB-MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,62	6,76	2,43	2,64	0,01
10,00	3,60	12,80	5,40	4,20	0,04
20,00	6,34	27,32	9,51	10,98	0,22
40,00	11,93	56,14	17,89	24,21	0,61
50,00	13,78	72,44	20,67	33,66	0,86
60,00	15,52	88,96	23,28	43,44	1,58
70,00	17,28	105,44	25,92	53,16	4,06
.....

Tabela 7.A. Valores das reações de apoio, momento fletores
e flechas da viga V7A

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,67	6,66	2,50	2,49	0,05
10,00	3,28	13,54	4,84	5,31	0,09
20,00	6,30	27,40	9,45	11,10	0,18
40,00	12,29	55,42	18,43	23,13	0,43
60,00	18,53	82,94	27,79	34,41	0,69
80,00	23,90	112,20	35,85	48,30	0,97
90,00	27,18	125,64	40,77	53,46	1,15
100,00	29,62	140,76	44,43	61,14	1,38
110,00	30,74	158,52	46,11	72,78	2,03
115,00	32,04	165,92	48,06	76,38	2,73
120,00	33,10	173,80	49,65	80,70	3,56

Tabela 7.B. Valores das reações de apoio, momentos fletores
e flechas da viga V7B

P (kN)	RA=RE (kN)	RC (kN)	MB=MD (kNm)	-MC (kNm)	a (cm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,00	1,68	6,64	2,52	2,46	0,02
10,00	3,63	12,74	5,45	4,11	0,05
20,00	6,50	27,00	9,75	10,50	0,18
40,00	12,57	54,86	18,86	22,29	0,41
60,00	19,03	81,94	28,55	32,91	0,68
80,00	24,77	110,46	37,15	45,69	0,98
90,00	29,10	123,80	43,65	47,70	1,19
100,00	30,26	139,48	45,39	59,22	1,52
110,00	32,46	-	48,69	67,62	2,22

Tabela 8 - carga, flecha e rotação no apoio, viga C2A

P (kN)	a (cm)	$\theta \times 10^3 \text{ rd}$
0	0	0
5	0,01	0,102
20	0,02	0,186
40	0,07	1,054
60	0,10	2,169
80	0,18	3,248
100	0,22	4,562
120	0,30	5,507
130	0,34	6,237
140	0,39	6,688
150	0,43	7,679
155	0,45	8,002
162,5	0,52	9,713
165	0,63	10,937
170	0,73	12,671
175	0,95	16,455
180	1,14	19,344
185	1,32	22,660
190	1,48	25,600
195	1,70	28,963
200	1,93	33,358
205	2,22	39,340
210	2,58	45,425
215	2,94	-
220	3,26	-
225	3,51	-
230	3,88	-

Tabela 9 - carga, flecha e rotação no apoio, viga C2B

P (N)	a (cm)	$\theta \times 10^3 \text{ rd}$
0	0	0
10	0,00	0,189
20	0,02	0,497
40	0,08	1,391
60	0,11	2,424
80	0,17	3,685
100	0,27	4,950
120	0,34	6,531
130	0,39	7,185
140	0,43	8,123
150	0,59	10,210
160	0,90	15,771
165	1,04	17,982
170	1,23	20,643
175	1,44	23,715
180	1,61	26,541
185	1,88	31,103
190	2,24	34,625
195	2,63	42,564
200	3,00	50,632

Tabela 10 - carga, flecha e rotação no apoio, viga C3A

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
10	0,02	0,211
20	0,02	0,444
40	0,09	2,039
60	0,18	3,748
80	0,32	5,747
100	1,63	27,981
102,5	1,78	30,332
105	1,95	34,831
107,5	2,31	38,492
110	2,52	41,871
112,5	2,87	47,652
115	3,27	52,532
117,5	-	

Tabela 11 - carga, flecha e rotação no apoio, viga C3B

P (k N)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
10	0,02	0,216
20	0,05	0,509
40	0,11	2,014
60	0,19	3,605
70	0,25	4,678
80	0,47	8,459
85	0,62	10,802
90	1,50	23,373
95	1,89	31,583
100	2,43	40,361
105	2,98	48,990
107,5	-	

Tabela 12 - carga, flecha e rotação no apoio - viga C4A

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0	0,136
10	0,01	0,296
20	0,04	0,814
40	0,10	1,890
60	0,19	3,246
80	0,29	4,766
100	0,39	6,467
120	0,51	8,179
130	0,58	9,131
140	0,74	11,030
150	1,11	17,012
160	1,88	27,222

Tabela 13 - carga, flecha e rotação no apoio - viga C4B

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,01	0,153
10	0,01	0,315
20	0,03	0,761
40	0,08	1,959
60	0,19	3,326
80	0,28	4,809
100	0,38	6,458
120	0,48	8,172
140	0,63	10,300
150	1,09	16,852

Tabela 14 - carga, flecha e rotação no apoio - viga V5A

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,00	0,281
10	0,04	0,584
20	0,12	1,651
40	0,31	4,303
60	0,51	7,226
70	0,62	8,841
80	1,04	13,647
85	2,05	24,844

Tabela 15 - carga, flecha e rotação no apoio - viga V5B

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,03	0,315
10	0,06	0,638
20	0,14	1,682
40	0,35	4,400
60	0,56	7,396
70	0,70	9,134
75	0,86	10,962
80	1,51	17,107
82,5	2,05	23,475
85	2,56	29,263
87,5	3,27	35,321

Tabela 16 - carga, flecha e rotação no apoio - viga C6A

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,03	0,284
10	0,07	0,793
20	0,21	1,835
30	0,38	4,882
40	0,56	7,296
45	0,89	11,056
49	2,70	30,315

Tabela 17 - carga, flecha e rotação no apoio - viga C6B

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,01	0,250
10	0,03	0,562
20	0,16	2,208
30	0,32	4,431
35	0,41	5,580
40	0,51	6,797
45	0,67	8,751
50	1,94	21,952

Tabela 18 - carga, flecha e
rotação - viga C7A

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,01	0,293
10	0,05	0,773
20	0,14	1,968
40	0,34	4,778
60	0,60	8,046
70	0,72	9,784
80	1,01	13,524
85	2,06	24,350
87,5	2,97	-

Tabela 19 - carga, flecha e
rotação - viga C7B

P (kN)	a (mm)	$\theta \times 10^3$ (rd)
0	0	0
5	0,03	0,344
10	0,06	0,567
20	0,15	1,845
40	0,34	4,557
60	0,57	7,682
70	0,71	9,350
80	0,91	11,897
85	1,52	20,120
87,5	3,05	34,681